

JAERI-M
82-160

平衡コイルのアンペア・ターンの
簡易推定法

1982年11月

新 谷 吉 郎*

JAERI-M レポートは、日本原子力研究所が不定期に公刊している研究報告書です。
入手の間合わせは、日本原子力研究所技術情報部情報資料課（〒319-11 茨城県那珂郡東海村）
あて、お申しこしてください。なお、このほかに財団法人原子力弘済会資料センター（〒319-11 茨城
県那珂郡東海村日本原子力研究所内）で複写による実費頒布をおこなっております。

JAERI-M reports are issued irregularly.

Inquiries about availability of the reports should be addressed to Information Section, Division
of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun,
Ibaraki-ken 319-11, Japan.

© Japan Atomic Energy Research Institute, 1982

編集兼発行 日本原子力研究所
印刷 山田軽印刷所

平衡コイルのアンペア・ターンの簡易推定法

日本原子力研究所東海研究所大型トカマク開発部

新谷 吉郎*

(1982年10月18日受理)

プラズマの形状・物理パラメータを定めて、平衡コイルの電流値を求める事は、特に装置設計の面に於いて重要である。原研ではこの目的に沿った平衡解析コードは既に開発されているが、通常、長大な計算時間を要する。今回開発されたコードは、プラズマ電流を数本程度の線電流で近似して、平衡解析と類似した計算を行う簡略コードで、平衡コイルの電流値を求める事ができる。INTORのパラメータを使用して精密な平衡計算結果と比較したところ、求められた電流値で形成される磁場は、垂直、四重極、六重極共に良く一致するので、平衡コイルの電流値を求めると言う面で、十分に簡易平衡解析コードとしての機能を有する事が分った。本コードはDOUBLET IIIの実験解析の用途などに、将来の可能性が期待される。

* 東芝(株)

著者は昭和53年5月から、昭和57年5月の間外来研究員として、核融合実験炉の設計、ダブルットIIIの実験に参加し、本報告はこの期間の成果を取りまとめたものである。

A Simple Method of Estimating Ampere-Turns in Equilibrium Coils

Kichiro SHINYA^{*}

Division of Large Tokamak Development

Tokai Research Establishment, JAERI

(Received October 18, 1982)

It is important in the design field of the tokamak machine to estimate coil currents for obtaining a plasma with required shape and physical parameters. The equilibrium analysis code for this use has already been developed in the JAERI, but usually it requires lengthy cpu time for the calculation. The code presented in this report, however, can deal with this problem in a simplified manner in which plasma current distribution is replaced to a set of several line currents. The magnetic field configuration produced by the equilibrium coil currents, which were obtained by using this code, are in good agreement with the equilibrium analysis result, hence this code showed to be a simple and very usefull code for obtaining equilibrium coil currents. It is expected in the future that this code will be available for a fast analysis of the experiments, for example, Doublet III experiments.

Keywords: Tokamak, Equilibrium Coils, MHD, Computer Code,
Plasma Current Distribution

* Toshiba Electric Corporation

目 次

1. まえがき.....	1
2. 解析方法.....	1
2.1 基本式.....	1
2.2 最小二乗法.....	4
3. INTORパラメータでの計算例	5
3.1 平滑係数の大きさの効果.....	5
3.2 平衡コイルによる供給磁束の効果.....	9
3.3 多重極磁場の平衡計算との比較.....	9
4. 将来の課題.....	13
5. 結 論.....	14
謝 辞.....	14
参考文献.....	15

CONTENT

1. Introduction	1
2. Method of Analysis	1
2.1 Formulation	1
2.2 Least Square Method	4
3. Calculation with INTOR Parameters	5
3.1 Effect of Current Smoothing Factor	5
3.2 Effect of Supplied Flux by Equilibrium Coils	9
3.3 Multipole Field Analysis	9
4. Future Task	13
5. Conclusion	14
Acknowledgement	14
References	15

1. ま え が き

トカマク・プラズマの平衡解析は、核融合の研究の中でその解析方法が最も良く確立されている分野の一つであり、例えば、大型計算機によって広範囲のプラズマ形状や β_p の値に対して研究成果が蓄積されて来ている。これに並行して多数の計算コードが開発されて来た⁽¹⁻⁴⁾ EQUICIR コード^(5,6)はそのうちのひとつで、予めプラズマ形状と β_p 値を設定してコイル電流値を求める事が出来るので、INTORを始めとした装置設計に応用されている⁽⁷⁾ところで、EQUICIR コードでは平衡計算は自由境界値問題として取扱われるため、コイル電流の初期値が不適當であると、計算が収束しなかったり、プラズマが計算範囲から消失したりする事態が発生する。従って、何等かの方法で、妥當なコイル電流の初期値を簡単に設定できれば大いに便利である。又、平衡計算は概して長大なCPU時間を必要とする為に、適當な初期値を推定する事は計算時間短縮の面からも望ましい。更に一步進んで、簡単に迅速な平衡計算の代用となるものがあれば、その有用性は高いであろう。

本報告書で記述されている ESTHER コードは、上記の目的に沿って開発されたもので、プラズマ電流、形状、 β_p 等の必要なデータを入力すれば、平衡計算結果にかなり近いコイル電流値、平衡磁束分布、多重極磁場成分等を求める事が出来る。更に、本コードは繰返し収束計算を必要としない為に、CPU時間は平衡計算に比べて充分短くなる。

本報告書の構成は次の通りである。第2章ではESTHERコードに使用されている解析方法について述べる。INTORパラメータを入力としたESTHERコードによる計算結果を第3章に記した。ここでは同時に平衡計算との比較も行っている。続く第4章では、将来の課題が検討されている。第5章には本報告の結論が要約されている。

2. 解 析 方 法

多くの平衡計算では、プラズマ電流分布は多数の線電流（位置は通常は計算の格子点）に離散化される。当然のことながら、この線電流の数が多い程、精度の高い計算が可能となるが、反面、計算時間は長くならざるを得ない。ESTHERコードでは、プラズマ電流分布は出来るだけ少数の線電流（通常6本程度）で近似される。又、各線電流値は、計算の結果定まるのではなく（この点で平衡計算と異なる）、計算に先立って入力するものである。従って、分布形状を正確に表現し得ないのはやむを得ない。

2.1 基本式

第1図に示す様に、プラズマ電流分布を適當な数の線電流の組合せで近似して、これと外部のプラズマ形状コイル（以下Fコイルと略す）に流れる電流値による、設定プラズマ表面上で

1. ま え が き

トカマク・プラズマの平衡解析は、核融合の研究の中でその解析方法が最も良く確立されている分野の一つであり、例えば、大型計算機によって広範囲のプラズマ形状や β_p の値に対して研究成果が蓄積されて来ている。これに並行して多数の計算コードが開発されて来た⁽¹⁻⁴⁾ EQUICIR コード^(5,6)はそのうちのひとつで、予めプラズマ形状と β_p 値を設定してコイル電流値を求める事が出来るので、INTORを始めとした装置設計に応用されている⁽⁷⁾ところで、EQUICIR コードでは平衡計算は自由境界値問題として取扱われるため、コイル電流の初期値が不適当であると、計算が収束しなかったり、プラズマが計算範囲から消失したりする事態が発生する。従って、何等かの方法で、妥当なコイル電流の初期値を簡単に設定できれば大いに便利である。又、平衡計算は概して長大なCPU時間を必要とする為に、適当な初期値を推定する事は計算時間短縮の面からも望ましい。更に一步進んで、簡単に迅速な平衡計算の代用となるものがあれば、その有用性は高いであろう。

本報告書で記述されている ESTHER コードは、上記の目的に沿って開発されたもので、プラズマ電流、形状、 β_p 等の必要なデータを入力すれば、平衡計算結果にかなり近いコイル電流値、平衡磁束分布、多重極磁場成分等を求める事が出来る。更に、本コードは繰返し収束計算を必要としない為に、CPU時間は平衡計算に比べて充分短くなる。

本報告書の構成は次の通りである。第2章ではESTHERコードに使用されている解析方法について述べる。INTORパラメータを入力としたESTHERコードによる計算結果を第3章に記した。ここでは同時に平衡計算との比較も行っている。続く第4章では、将来の課題が検討されている。第5章には本報告の結論が要約されている。

2. 解 析 方 法

多くの平衡計算では、プラズマ電流分布は多数の線電流（位置は通常は計算の格子点）に離散化される。当然のことながら、この線電流の数が多い程、精度の高い計算が可能となるが、反面、計算時間は長くならざるを得ない。ESTHERコードでは、プラズマ電流分布は出来るだけ少数の線電流（通常6本程度）で近似される。又、各線電流値は、計算の結果定まるのではなく（この点で平衡計算と異なる）、計算に先立って入力するものである。従って、分布形状を正確に表現し得ないのはやむを得ない。

2.1 基本式

第1図に示す様に、プラズマ電流分布を適当な数の線電流の組合せで近似して、これと外部のプラズマ形状コイル（以下Fコイルと略す）に流れる電流値による、設定プラズマ表面上で

の磁束値を考える。プラズマ表面は一つの磁気面である為、磁束値は面上のいかなる点でも等しくなければならない。即ち、

$$\Psi_k = \sum a_{ki} I_{pi} + \sum b_{kj} I_{Fj} = \Psi_s \quad (1)$$

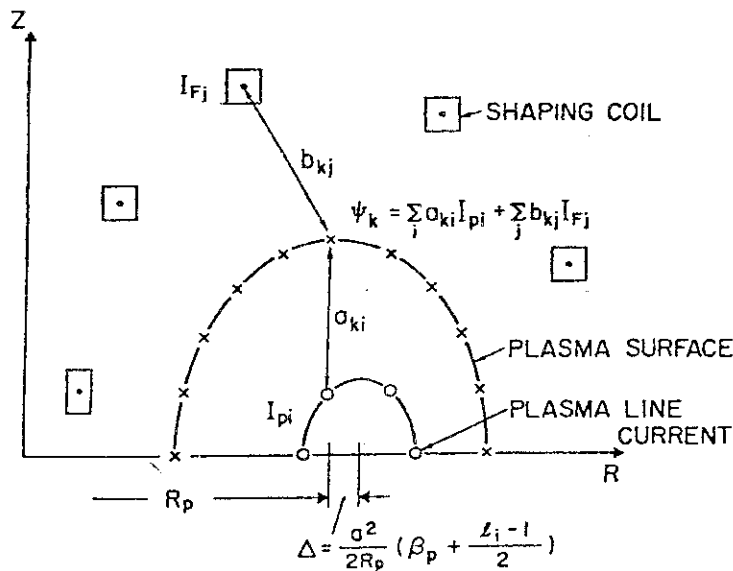
(k = 1, 2, \dots)

が成立しなければならない。ここで、 I_{pi} はプラズマ電流分布を近似する i 番目の線電流値、 I_{Fj} は j 番目の F コイルのアンペア・ターン、 Ψ_k は設定プラズマ表面の k 番目の点での磁束値である。 a_{ki} 、 b_{kj} は夫々、プラズマ表面とプラズマ線電流、プラズマ表面と F コイルの間の誘導係数である。プラズマ形状としては、非円型 D 型プラズマを表示できる様に、次式で示されるものを採用する。

$$\left. \begin{aligned} R &= R_p + a \cos(\theta + \delta' \sin \theta) \\ Z &= Z_p + K a \sin \theta \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

($\delta' = \text{Sin}^{-1} \delta$)

K 、 δ は良く知られた様に、プラズマ断面の非円型度と三角度である。



MODEL FOR CALCULATION

第 1 図 平衡コイル電流を求める為の説明図

プラズマ表面上の各点の、プラズマ線電流 (I_{pi}) と平衡コイル (I_{Fj}) の双方が作る磁場 (Ψ_k) が、表面上の全点で等しくなる様に I_{Fj} を決定する。

(1)式で Ψ_s と I_{pi} を入力すれば I_{Fj} が、逆に Ψ_s と I_{Fj} を入力すれば I_{pi} が求められる。但し、通常はプラズマ表面点数 (N_s) とプラズマ線電流数 (N_p)、あるいは F コイル数 (N_f) とは等しくない為 ($N_s > N_p, N_f$)、 I_{pi} 又は I_{Fj} の決定に際しては最小二乗法を用いなければならない。ESTHER コードはその初期の目的からして、 Ψ_s と I_{pi} を設定して I_{Fj} を求める様に作成されているが、その逆操作への変更は容易である。この段階で、如何なる Ψ_s の値を選択する

かと言う事と、プラズマの β_p と ℓ_i の効果をどの様な形で繰込むかと言う事が問題になる。Shafranovに拠るとプラズマの磁気軸のずれと $\beta_p + \frac{\ell_i}{2}$ の関係は次式で表わされる⁽⁸⁾。

$$\Delta = \frac{a^2}{2R_p} \left(\beta_p + \frac{\ell_i - 1}{2} \right) \quad (3)$$

磁気軸のずれと電流中心のずれは必ずしも一致しないが、両者の差が余り大きくないとして（即ち β_p の値が1をそれ程大きく越えない。）、上式で電流中心のずれを近似し、前述したプラズマ電流分布を模擬する線電流群の中心を、(3)式に従ってプラズマ断面の幾何学中心から大半径外側にずらすものとする。プラズマ線電流はそのずらした点を中心とした、適当な半径の楕円上（楕円の程度はプラズマ形状に応じて変化させる）に等分配する。(3)式では β_p と ℓ_i の値を分離することが出来ない。本来 $\beta_p + \ell_i/2$ の値が等しくとも、 β_p と ℓ_i の夫々の値が異なる場合にはその平衡系態も異なる。 ℓ_i はプラズマ電流分布に深く関わる為、プラズマ線電流を配置する楕円の半径を変える事によって、 ℓ_i の効果を表現することも考えられるが、定量的な関係が見つけられていないので、現状ではプラズマ小半径の $1/3$ に固定されている。

Ψ_s はFコイルの作る磁束(Ψ_{fs})とプラズマ電流の作る磁束(Ψ_{ps})の和で表現される。最初にFコイルがプラズマ中心(R_p, Z_p)に供給する磁束(Ψ_{p0})を外部から入力する。外部磁場のみが存在する場合、プラズマ表面上の最外側点($R = R_p + a$)での磁束は、Shafranovの平衡磁場 B_{sh} を用いて

$$\Psi_{fs} = \Psi_{p0} + B_{sh} \cdot 2\pi \left(R_p + \frac{a}{2} \right) a \quad (4)$$

$$B_{sh} = \frac{\mu_0 I_p}{4\pi R_p} \left(\ell_n \frac{8R_p}{a} + \beta_p + \frac{\ell_i}{2} - \frac{3}{2} \right) \quad (5)$$

で近似できる。但し、非円型度は余り大きくなく、従って四重極磁場の影響は無視できるものとした。一方、プラズマ線電流(I_{pi})のみによる当該点での磁束は

$$\Psi_{ps} = \sum_i C_{si} I_{pi} \quad (6)$$

で計算されるので、結果として Ψ_s は

$$\Psi_s = \sum_i C_{si} I_{pi} + \left(\ell_n \frac{8R_p}{a} + \beta_p + \frac{\ell_i}{2} - \frac{3}{2} \right) \times \frac{\mu_0 I_p}{2R_p} \left(R_p + \frac{a}{2} \right) a + \Psi_{p0} \quad (7)$$

と表示する事が出来る。(6)及び(7)式で C_{si} は今考えている点を通るループと各プラズマ線電流との間の誘導係数である。

2.2 最小二乗法

上述した様に I_{Pi} と Ψ_s とが既知となったので最小二乗法によって I_{Pj} を解く事が出来る。全プラズマ表面点での誤差の二乗和は

$$\sum_k^{N_s} \left(\sum_i^{N_p} a_{ki} I_{Pi} + \sum_j^{N_p} b_{kj} I_{Pj} - \Psi_s \right)^2 \quad (8)$$

で表示されるが、この値そのものを最小化しようとする、 $|I_{Pj}|$ ($j=1, 2, \dots, N_p$) が現実的な設計の観点からは望ましくない、大きな値となりがちな事が経験的に分っているので、(8)式の代りに次式で示される値を最小化する事とする。

$$E = \sum_k^{N_s} \left(\sum_i^{N_p} a_{ki} I_{Pi} + \sum_j^{N_p} b_{kj} I_{Pj} - \Psi_s \right)^2 + \sum_j^{N_p} \gamma_j I_{Pj}^2 \quad (9)$$

即ち、最終的には次に示す N_p 元の連立一次方程式を解く事に帰着する。

$$\sum_j^{N_p} \left(\sum_k^{N_s} b_{kj} b_{k\ell} + \gamma_j \delta_{j\ell} \right) I_{Pj} = \sum_k^{N_s} \left(\Psi_s - \sum_i^{N_p} a_{ki} I_{Pi} \right) b_{k\ell} \quad (10)$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$$

$$(\ell = 1, 2, \dots, N_p)$$

ここで γ_j は $|I_{Pj}|$ を制限する係数で、本報告では平滑係数 (Current Smoothing Factor) と呼ぶ事にする (γ_j が大きくなるに従って各コイルの電流値の分布が平滑化されるので)。尚、各 I_{Pj} に対する平滑係数の値は今後の取扱いでは全て等しいものとする。 ($\gamma_j = \gamma$)

2.3 多重極磁場

(10)式を解く事によってコイル電流値が得られれば、定められた位置にあるフラックス・ループの磁束値は容易に計算する事ができる。又、赤道面上でのポロイダル磁場も容易に求められ、その多重極磁場成分は次式によって得られる。

$$B_{eq}(R) = B_D + B_Q \left(\frac{R - R_p}{a} \right) + B_H \left(\frac{R - R_p}{a} \right)^2 + \dots \quad (11)$$

B_D, B_Q, B_H は夫々垂直、四重極、六重極の各多重極磁場を表わしている。上記の各成分を規格化した量

$$b_D = \frac{B_D}{B_a}, \quad b_Q = \frac{B_Q}{B_a}, \quad b_H = \frac{B_H}{B_a} \quad (12)$$

は、ESTHER コードで得られた結果の妥当性を表わす指標として使用される。(12)式で $B_a = \mu_0 I_p / 2\pi a$ は円柱近似をした場合のプラズマ表面での磁場の強さである。

3. INTORパラメータでの計算例

ESTHER コードを INTOR パラメータで実行させ、EQUICIR コードによる平衡計算結果と比較してその有効性を検討してみる。INTOR のコイル配置を第2図に示す。計算に使用したプラズマ・パラメータは表1に示されている。

3.1 平滑係数の大きさの効果

平滑係数 $\gamma (= \gamma_j)$ の値を大きくとると、 $|I_{pj}|$ の値は小さくなり、技術的に実現容易なコイル電流値が得られるが、他方、設定したプラズマ・パラメータを達成する能力は低くなると想像されるので、適当な値の γ を選び両者の要求を調整する必要がある。 γ の値を $10^{-18} - 10^{-13}$ で一桁ずつ変化させて、多重極磁場成分と代表的なコイルのアンペア・ターンの変化を調べた。第3図は $\gamma = 0$ の場合の値で規格化した多重極磁場成分の γ 依存性を示す。 $\gamma = 10^{-14}$ までは10%程度のずれに抑えられているが、 $\gamma = 10^{-13}$ では、特に四重極磁場と六重極磁場が著しく減少するので、この時求められたFコイルの電流値を使用したのでは、希望する非円型度と三角度を有する非円型プラズマの実現は困難と思われる。

γ の使用可能な最大値は、(10)式からも分る様に本来 $\sum_k b_{kj}^2$ との相対的な大きさで決まるので、装置の幾何学形状が変われば変化する事になる。従って $\gamma_j / (\sum_k b_{kj}^2)$ の最大値が重要な因子となる。INTOR の場合 b_{kj} は $10^{-6} - 10^{-5}$ の程度の大きさであり、 $\sum_k b_{kj}^2$ は $10^{-10} - 10^{-9}$ の大きさとなる。即ち $\gamma_j / (\sum_k b_{kj}^2)$ としては $10^{-5} - 10^{-4}$ が妥当なFコイル電流値を得る上限と言えよう。

第4図は $\gamma = 10^{-18}, 10^{-16}, 10^{-14}, 10^{-13}$ の4ケースについて、全コイルのアンペア・ターンをプロットしたものである。 $\gamma = 10^{-18}$ ではアンペア・ターンが上下非対称となっている。Fコイル配置・プラズマ形状共に上下対称であるから、本来Fコイルのアンペア・ターンも上下対称になるべきであり、上下非対称となる理由は、連立一次方程式を数値的に解く場合の解法又は誤差の問題であると推測される。 γ の値が大きくなると連立一次方程式の係数行列で、対角項の相対値が大きくなり、数値解法上の問題が緩和され上下対称の解が得られるものと考えられる。 $\gamma = 10^{-18}, 10^{-16}$ の2ケースは、前者の上下対称である点を除けば全体の傾向は一致している。これに対し $\gamma = 10^{-14}, 10^{-13}$ の場合は、前二者に比べてアンペア・ターンの正負が反転しているコイルが存在する等、かなり全体的な様相が異っている。従って、第3図でも分る様に 10^{-14} 以上の平滑係数の使用は避けた方が良いと考えられる。

第5図にはプラズマの形状制御に対して重要な役割を担うと考えられる、#1, 7, 9 と11の4コイルのアンペア・ターンの γ による変化を示している。 γ が増大するに従って全体的に0に収束していく事がうかがえる。

は、ESTHER コードで得られた結果の妥当性を表わす指標として使用される。(12)式で $B_a = \mu_0 I_p / 2\pi a$ は円柱近似をした場合のプラズマ表面での磁場の強さである。

3. INTORパラメータでの計算例

ESTHER コードを INTOR パラメータで実行させ、EQUICIR コードによる平衡計算結果と比較してその有効性を検討してみる。INTOR のコイル配置を第2図に示す。計算に使用したプラズマ・パラメータは表1に示されている。

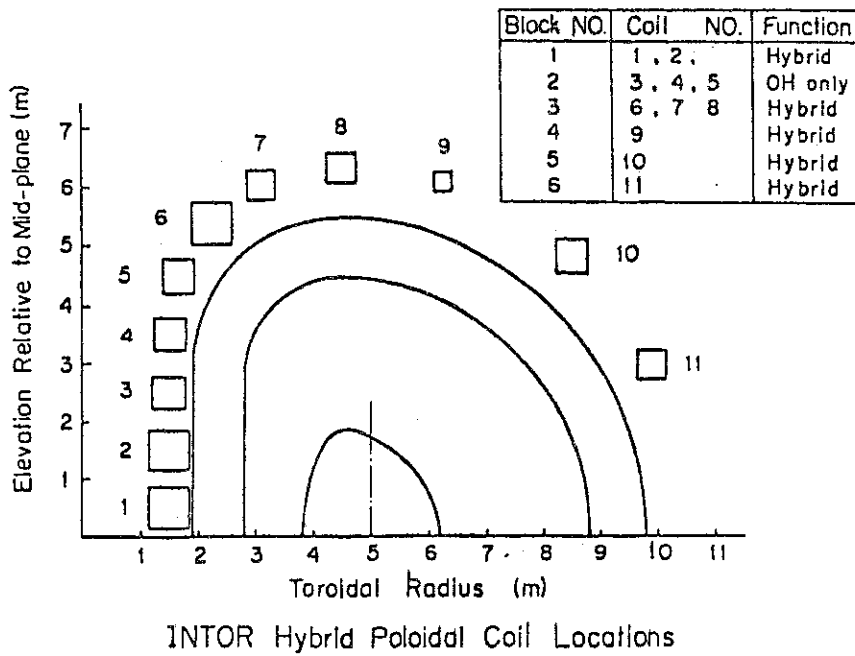
3.1 平滑係数の大きさの効果

平滑係数 $\gamma (= \gamma_j)$ の値を大きくとると、 $|I_{pj}|$ の値は小さくなり、技術的に実現容易なコイル電流値が得られるが、他方、設定したプラズマ・パラメータを達成する能力は低くなると想像されるので、適当な値の γ を選び両者の要求を調整する必要がある。 γ の値を $10^{-18} - 10^{-13}$ で一桁ずつ変化させて、多重極磁場成分と代表的なコイルのアンペア・ターンの変化を調べた。第3図は $\gamma = 0$ の場合の値で規格化した多重極磁場成分の γ 依存性を示す。 $\gamma = 10^{-14}$ までは10%程度のずれに抑えられているが、 $\gamma = 10^{-13}$ では、特に四重極磁場と六重極磁場が著しく減少するので、この時求められたFコイルの電流値を使用したのでは、希望する非円型度と三角度を有する非円型プラズマの実現は困難と思われる。

γ の使用可能な最大値は、(10)式からも分る様に本来 $\sum_k b_{kj}^2$ との相対的な大ききで決まるので、装置の幾何学形状が変われば変化する事になる。従って $\gamma_j / (\sum_k b_{kj}^2)$ の最大値が重要な因子となる。INTOR の場合 b_{kj} は $10^{-6} - 10^{-5}$ の程度の大ききであり、 $\sum_k b_{kj}^2$ は $10^{-10} - 10^{-9}$ の大ききとなる。即ち $\gamma_j / (\sum_k b_{kj}^2)$ としては $10^{-5} - 10^{-4}$ が妥当なFコイル電流値を得る上限と言えよう。

第4図は $\gamma = 10^{-18}, 10^{-16}, 10^{-14}, 10^{-13}$ の4ケースについて、全コイルのアンペア・ターンをプロットしたものである。 $\gamma = 10^{-18}$ ではアンペア・ターンが上下非対称となっている。Fコイル配置・プラズマ形状共に上下対称であるから、本来Fコイルのアンペア・ターンも上下対称になるべきであり、上下非対称となる理由は、連立一次方程式を数値的に解く場合の解法又は誤差の問題であると推測される。 γ の値が大きくなると連立一次方程式の係数行列で、対角項の相対値が大きくなり、数値解法上の問題が緩和され上下対称の解が得られるものと考えられる。 $\gamma = 10^{-18}, 10^{-16}$ の2ケースは、前者の上下対称である点を除けば全体の傾向は一致している。これに対し $\gamma = 10^{-14}, 10^{-13}$ の場合は、前二者に比べてアンペア・ターンの正負が反転しているコイルが存在する等、かなり全体的な様相が異っている。従って、第3図でも分る様に 10^{-14} 以上の平滑係数の使用は避けた方が良いと考えられる。

第5図にはプラズマの形状制御に対して重要な役割を担うと考えられる、#1, 7, 9 と11の4コイルのアンペア・ターンの γ による変化を示している。 γ が増大するに従って全体的に0に収束していく事がうかがえる。



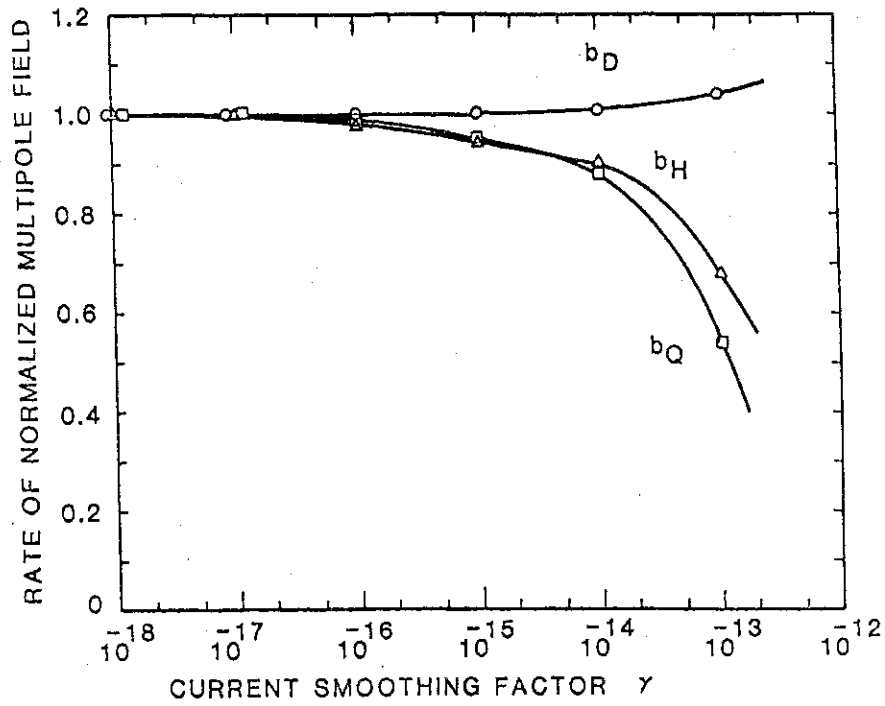
第2図 INTORのポロイダル・コイル配置例

ハイブリッド方式を採用しており、各コイルにはOH成分と平衡成分の双方が流れる。
又、全コイルはトロイダル・コイルの外側に配置されている。

表1 INTOR物理パラメータ

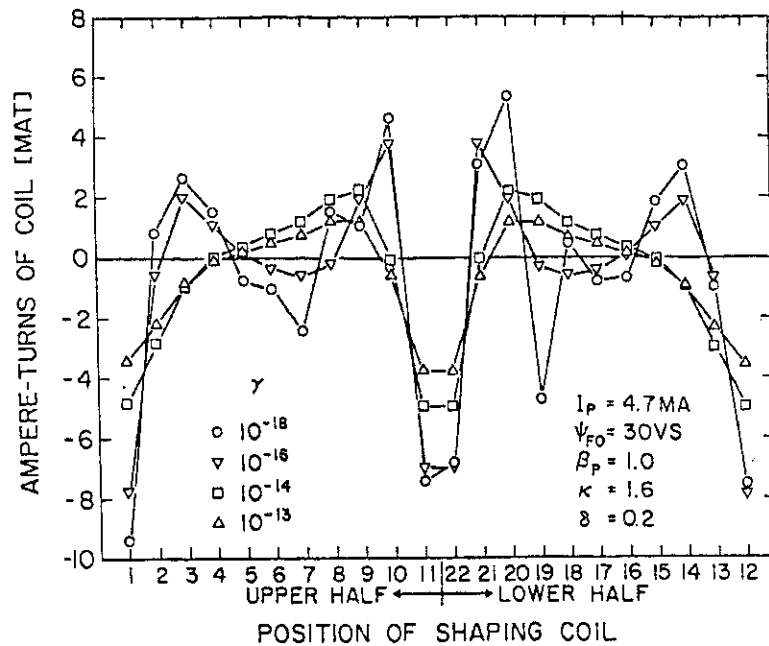
物 理 量	記 号	値
プラズマ電流	I_p	4.7 MA
プラズマ大半径	R_p	5.0 m
プラズマ小半径	a	1.2 m
ポロイダル・ベータ	β_p	0.1 - 2.5
非円型度	κ	1.6
三角型度	δ	0 - 0.5
内部インダクタンス	L_i	1.5
平衡コイル供給磁束	ψ_{FO}	0 - 50

但し、 δ と ψ_{FO} は本報告内で変化させた範囲



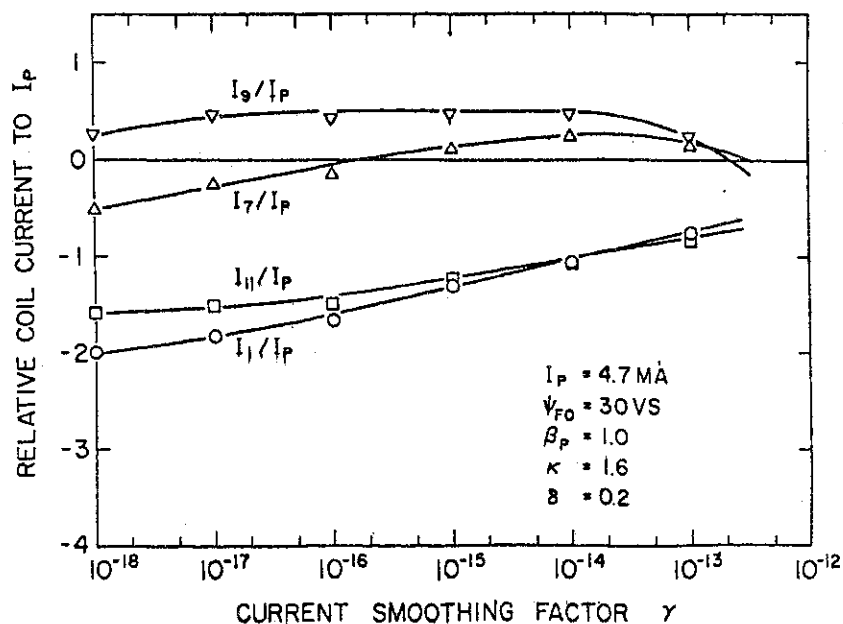
第3図 多重極磁場の電流平滑係数による変化

b_D , b_Q , b_H は夫々 $B_a = \mu_0 I_p / 2\pi a$ で規化された垂直, 四重極および六重極磁場を示す。

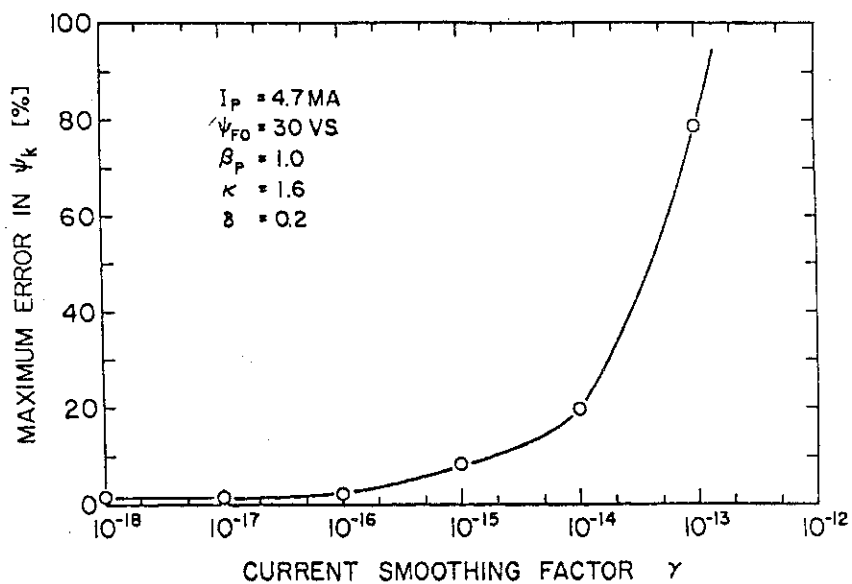


第4図 平衡コイル電流分布の平滑係数による変化

平滑係数 γ が大きくなる程, 平衡コイル電流分布は平坦に近くなる。極めて小さい値 (10^{-18}) の場合に非対称分布となるのは, 数値解析上の問題によるものと考えられる。 10^{-16} 程度の γ の使用が適当と思われる。



第5図 代表的な平衡コイル電流の平滑係数による変化
平滑係数が大きくなるにつれて、コイル電流値は零に収束して行く。



第6図 プラズマ表面点での設定磁束値に対する最大誤差の平滑係数による変化
 10^{-14} 付近から急激に最大誤差が大きくなる。この図からも $\gamma = 10^{-16}$ 程度が適当と考えられる。

第6図は各プラズマ表面点での磁束 Ψ_k ($k=1, 2, \dots, N_s$)の、設定磁束値 Ψ_s に対する最大誤差を γ の変化に対してプロットしたものである。 $\gamma \leq 10^{-6}$ では最大誤差は5%以内に抑えられているが、 $\gamma = 10^{-5}$ では10%に近く、それ以上では急激に増大している。以上の検討から、INTORパラメータでの計算に際しては、 $\gamma = 10^{-6}$ が最大許容値と考えられるので以後この値を用いて計算する。

3.2 平衡コイルによる供給磁束の効果

Fコイルが供給する磁束(Ψ_{F0})の値が異ると、Fコイルのアンペア・ターンは大きく変化する可能性がある。しかし、多重極磁場成分が等しければ、異ったFコイル電流分布によっても同一のプラズマ平衡が達成できる事は、既に平衡解析の結果分っている⁽⁹⁾。 Ψ_{F0} の値を0-50VSの間で変化させても、 b_D , b_Q , b_H の値に変化はなかったので、供給磁束の値とは無関係に同一形状プラズマが実現される事が保証される。一方、Fコイルのアンペア・ターンは第7図に示す様に線型に変化する。#1と7の大半径内側のコイルのアンペア・ターンの変化が大きく、#9と11の外側コイルは概略一定と見做す事ができる(勿論、コイル配置の違いによって変化の程度は異なる)。これは、プラズマへの磁束供給の変化には内側コイルの寄与が大きい事を示しているものである。供給磁束の正負は、正方向のプラズマ電流を増加させる様な超電力を発生する磁束変化の方向を正方向としている。

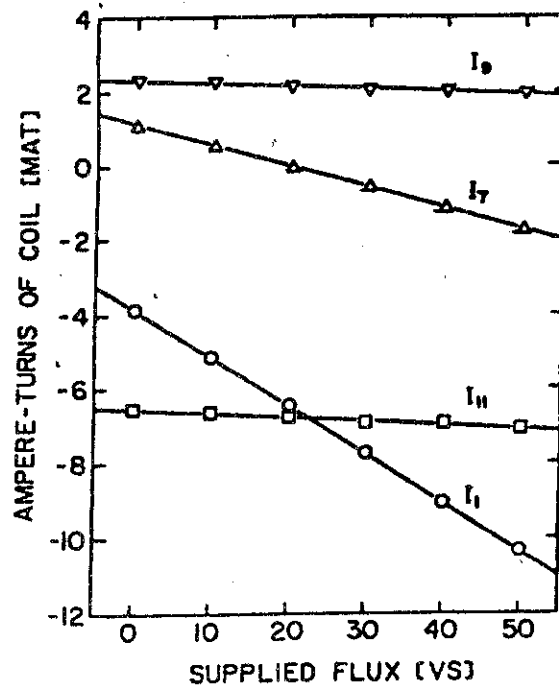
3.3 多重極磁場の平衡計算との比較

第8図に規格化された双極子磁場(垂直磁場) b_D の三角度 δ に対する依性性を示す。 β_p の値はプラズマ加熱時の代表的な値、0.1, 1.0及び2.5を用いてある。同図で実線がESTHERによる簡易計算結果、破線はEQUICRを用いた平衡計算の結果⁽¹⁰⁾を示している。平衡計算結果は δ が増大すると僅かに減少しているが、本質的には一定と考えられる。一方、ESTHERによる結果は三角度に比例して増大しており、 $\delta=0$ の場合の大きさの違いは β_p が大きくなるにつれ増大している。この原因は、プラズマのずれを表わす式(3)がもともと低 β_p で円型のプラズマに対して求められたものであり、又、プラズマ線電流の配置には三角度の効果が入っていない為に、高 β_p や大きい δ の場合のずれが大きくなるものと考えられる。

第9図は四重極磁場の三角度依存性を示している。ESTHERによる結果は全体の傾向は一致しているがその絶対値は大きい。ESTHERで求められた値の方が大きい理由の一つとして、EQUICRの平衡計算結果では $\ell_i \sim 1$ であるのに対し、ESTHERでは $\ell_i = 1.5$ としている事が考えられるが、これに対する確認は為されていない。いずれにしろ、ESTHERで求められたFコイルのアンペア・ターンを用いて平衡計算を行うと、設定された非円型度 κ より大きい値を有したプラズマが形成されるものと想像される。

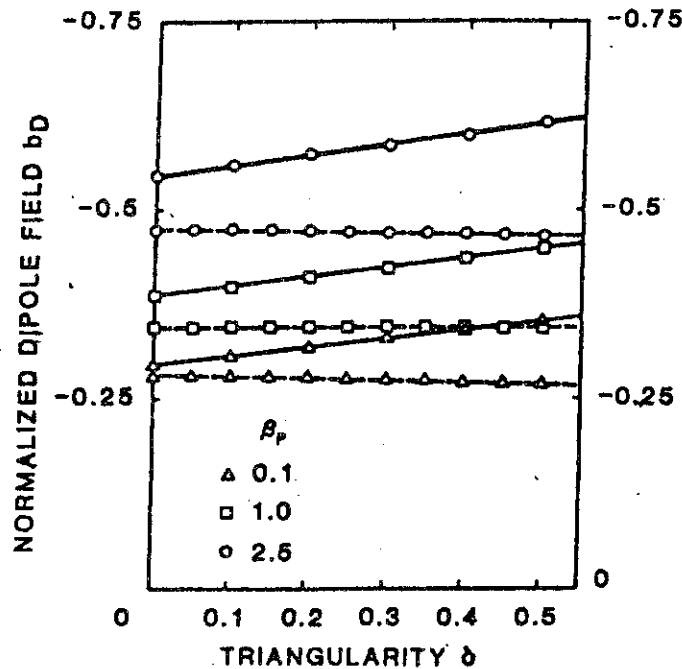
六重極磁場の三角度 δ に対する関係を第10図に示す。低 β_p (=0.1)の場合にはESTHERによる簡易計算(実線)と平衡計算(破線)による差は殆んど無い。 β_p が増大するに従って両者の差が増大する傾向にあるが、 $\beta_p = 1.0$ では良い一致と見て良いであろう。高 β_p 側で差が大き

なる原因は、垂直磁場の場合と同様に、 β_p の変化に対する(8)式で示されるずれ Δ の変化が実際より大きく表現されていることに拠ると考えられる。又、両者の傾きの僅かな違いは、プラズマ線電流の配置に三角度の効果が入っていない事に起因するものであろう。



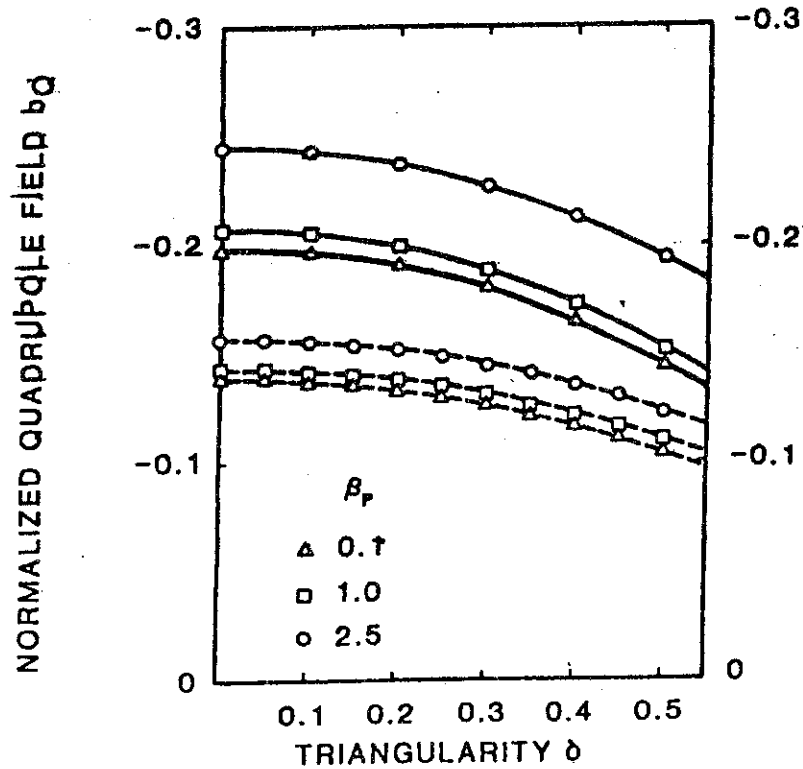
第7図 平衡コイルの供給磁束によるアンペア・ターンの変化

大半径内側に設置されたコイル（#1及び7）のアンペア・ターンの変化が大きく、外側のコイルのそれは殆んど変化がない。これは、大半径内側のコイルによって大部分の磁束が供給されている事を示している。



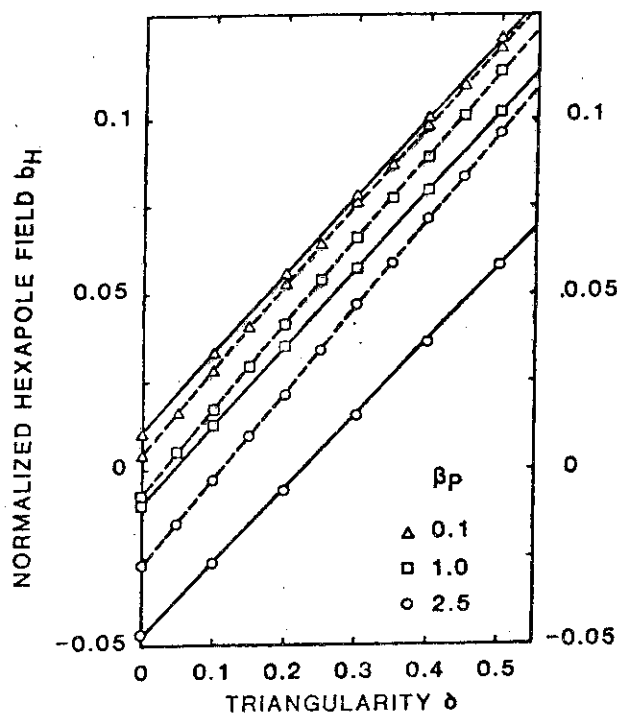
第8図 規格化された垂直磁場の三角型度依存性

実線がESTHERコード，破線がEQUCIRコードによる平衡計算結果である。低 β_p ，低三角型度の場合，両者は極めて良く一致する。



第9図 規格化された四重極磁場の三角型度依存性

全体的にESTHERによる簡易計算結果（実線）の値が大きくなっている。従ってESTHERによって求められたコイル電流値を用いて平衡計算を行った場合、意図したものより非円型度の大きいプラズマが形成されることが考えられる。



第10図 規格化された六重極磁場の三角型度依存性

低 β_p の場合は両者は極めて良い一致を示す。 $\beta_p = 2.5$ の場合、平衡計算結果（破線）の方がかなり大きくなる。

4. 将来の課題

ESTHERコードは前章までに述べた様に、プラズマ電流・形状・ $\beta_p + \ell_i/2$ を与えて、Fコイルのアンペア・ターンや磁束分布を計算する機能を有する。平衡磁場の大きさと磁気軸のずれを表わすにはShafranovの式を用いている為、 β_p と ℓ_i の効果を分離する事は現状では不可能である。この事が ℓ_i の設定を不正確にし、多重極磁場の大きさが平衡計算の結果とずれの一つの原因となっていると考えられる。この様な現状に基き、今後の課題としての次のものが考えられる。

- (1) β_p と ℓ_i の分離
- (2) コイル電流とプラズマ形状からプラズマ電流分布（各プラズマ線電流の値）を求める。
- (3) Doublet III実験解析への応用

以下、順を追って簡単に説明する。

- (1) β_p と ℓ_i の分離

現在のコードでは β_p と ℓ_i を分離しては取り扱っていない。即ち、外部から入力する ℓ_i の値と、プラズマ小半径の $1/3$ に設定した線電流の配置とが矛盾していないかどうかについては未検討である。プラズマ線電流を配置する楕円または円の小半径と ℓ_i の定量的関係を、何等かの方法で求めて、矛盾なく ℓ_i の値を設定する事は重要な課題ではあるが、多数の平衡計算との比較による数値的方法に拠らざるを得ないと予想され、ESTHERコードの目的や用途から考えて、この方向での改良の緊急性は少いとして良いであろう。

- (2) コイル電流とプラズマ形状からプラズマ電流分布を求める。

これは現在の機能を逆転したもので、(1)式で I_{pi} が未知数となる。コイル電流値から垂直磁場の大きさを計算し、以下Shafranovの式に基いて $\beta_p + \ell_i/2$ から磁気軸のずれ(4)を求め、最終的にプラズマ線電流の各電流値を求める。この過程に於いて、プラズマ線電流の位置は現機能と同様に固定する。これはプラズマ電流分布を求める事に対応しているの、間接的には ℓ_i を求めている事になる。従って、この線電流分布と ℓ_i の定量的な関係が分れば β_p の値を単独に分離できる事になる。

- (3) Doublet III実験解析への応用

これまでは、磁束を評価はプラズマ表面であった。この磁束を評価する位置は自由に拡大する事が可能で、しかも各位置での磁束の値は必ずしも等しくなる必要はない。Doublet IIIではプラズマを取り巻いて24個のフラックス・ループが設置されているので、このループの磁束を評価の対象とする事が出来る。一方、Fコイル電流値も独立に測定されているので、(2)と同様な方法を適用する事によって、各プラズマ線電流の値を求める事が出来、更に、コイル電流とプラズマ線電流とから、適当な位置にリミタ点を仮定すればプラズマ表面の座標が得られる。この結果、非円型度(κ)、三角度(δ)、安全係数(q^{Ψ} 又は q^*)^注の計算が

注) q^{Ψ} は磁気面のポロイダル磁場を計算して得られる正確な値
 q^* は巨視的な量を用いて計算される幾何学的な q 値である。

可能となる。他方 q^Ψ 又は q^* と l_i の定量的な関係が分れば、 l_i が求められ次いで β_p が $\beta_p + l_i/2$ から分離して求まる。この方式は ORNL で ISX-B の実験解析手法として既に実用化されているもので⁽¹¹⁾ Doublet III での有効性も高い。ESTHER コードのこの方向への改変は最も緊急を要する課題と言えよう。

5. 結 論

Grad-Shafranov 方程式を解く事無く、即ち、繰返し収束による平衡解析を行う事無く、簡単かつ迅速にプラズマ電流、形状、 β_p 等に応じた平衡コイルのアンペア・ターンを求める計算コード ESTHER を開発した。本コードでは、プラズマ電流分布を複数本の線電流で近似し、設定プラズマ表面で磁束値が等しくなる様に最小二乗法によってコイル電流値を決定する。本コードを INTOR パラメータに適用したところ、 β_p が低く(概略 1 以下)、三角度も小さい場合には、垂直磁場と六重極磁場の大きさは平衡計算結果と良く一致した。 β_p が大きくなるにつれて平衡計算とのずれが大きくなる理由は、本コードで用いた磁気軸のずれに対する Shafranov の式の近似が悪くなって来る事に拠ると考えられる。四重極磁場については、全体的傾向は一致するが平衡計算より大きい値を示した。従って、本コードで求められた平衡コイル電流を用いて平衡計算を行った場合、意図したよりも多少大きい非円型度となるものの、ほぼ所定のプラズマ形状が達成でき、十分に平衡コードの代用となるものと考えられる。

平衡コイルのアンペア・ターンを必要以上に大きくしない為に、平滑係数 γ を導入して平衡コイルのアンペア・ターンの絶対値の和を制限した。INTOR の計算例では $\gamma=10^{-16}$ までは、精度を下げる事無くコイルのアンペア・ターンの絶対値を下げる事が出来る。これ以上の γ に対しては、設定プラズマ表面上の磁束値のばらつきが大きくなるので、意図したプラズマ形状が得られず使用を避けた方が良い。但し、この γ の使用可能最大値は対象となる装置の大きさに依存するので注意を要する。

本コードの将来の発展形態として、コイル電流値を設定してプラズマ線電流の値を求めるものは、比較的プログラムの変更も簡単でかつその有用性も高い。一方、Doublet III の実験解析用などの目的で、プラズマ形状と電流分布の双方を求める方向への発展は、かなりの開発時間を要すると思われるが、極めて重要度の高い課題である。

謝 辞

本コードは INTOR の物理設計の過程で開発されたもので、設計過程で数々の助言を頂いた平岡徹室長、藤沢登副主任研究員に深く感謝致します。更に、本コードの Doublet III 実験解析への応用に関して有意義な討論に応じて頂いた、横溝英明氏を始め Doublet III JAERI チームの皆様に感謝致します。

可能となる。他方 q^{Ψ} 又は q^* と l_i の定量的な関係が分れば、 l_i が求められ次いで β_p が $\beta_p + l_i/2$ から分離して求まる。この方式は ORNL で ISX-B の実験解析手法として既に実用化されているもので⁽¹¹⁾ Doublet III での有効性も高い。ESTHER コードのこの方向への改変は最も緊急を要する課題と言えよう。

5. 結 論

Grad-Shafranov 方程式を解く事無く、即ち、繰返し収束による平衡解析を行う事無く、簡単かつ迅速にプラズマ電流、形状、 β_p 等に応じた平衡コイルのアンペア・ターンを求める計算コード ESTHER を開発した。本コードでは、プラズマ電流分布を複数本の線電流で近似し、設定プラズマ表面で磁束値が等しくなる様に最小二乗法によってコイル電流値を決定する。本コードを INTOR パラメータに適用したところ、 β_p が低く(概略 1 以下)、三角度も小さい場合には、垂直磁場と六重極磁場の大きさは平衡計算結果と良く一致した。 β_p が大きくなるにつれて平衡計算とのずれが大きくなる理由は、本コードで用いた磁気軸のずれに対する Shafranov の式の近似が悪くなって来る事に拠ると考えられる。四重極磁場については、全体的傾向は一致するが平衡計算より大きい値を示した。従って、本コードで求められた平衡コイル電流を用いて平衡計算を行った場合、意図したよりも多少大きい非円型度となるものの、ほぼ所定のプラズマ形状が達成でき、十分に平衡コードの代用となるものと考えられる。

平衡コイルのアンペア・ターンを必要以上に大きくしない為に、平滑係数 γ を導入して平衡コイルのアンペア・ターンの絶対値の和を制限した。INTOR の計算例では $\gamma=10^{-16}$ までは、精度を下げる事無くコイルのアンペア・ターンの絶対値を下げる事が出来る。これ以上の γ に対しては、設定プラズマ表面上の磁束値のばらつきが大きくなるので、意図したプラズマ形状が得られず使用を避けた方が良い。但し、この γ の使用可能最大値は対象となる装置の大きさに依存するので注意を要する。

本コードの将来の発展形態として、コイル電流値を設定してプラズマ線電流の値を求めるものは、比較的プログラムの変更も簡単でかつその有用性も高い。一方、Doublet III の実験解析用などの目的で、プラズマ形状と電流分布の双方を求める方向への発展は、かなりの開発時間を要すると思われるが、極めて重要度の高い課題である。

謝 辞

本コードは INTOR の物理設計の過程で開発されたもので、設計過程で数々の助言を頂いた平岡徹室長、藤沢登副主任研究員に深く感謝致します。更に、本コードの Doublet III 実験解析への応用に関して有意義な討論に応じて頂いた、横溝英明氏を始め Doublet III JAERI チームの皆様に感謝致します。

可能となる。他方 q^{ψ} 又は q^* と l_i の定量的な関係が分れば、 l_i が求められ次いで β_p が $\beta_p + l_i/2$ から分離して求まる。この方式は ORNL で ISX-B の実験解析手法として既に実用化されているもので⁽¹¹⁾ Doublet III での有効性も高い。ESTHER コードのこの方向への改変は最も緊急を要する課題と言えよう。

5. 結 論

Grad-Shafranov 方程式を解く事無く、即ち、繰返し収束による平衡解析を行う事無く、簡単かつ迅速にプラズマ電流、形状、 β_p 等に応じた平衡コイルのアンペア・ターンを求める計算コード ESTHER を開発した。本コードでは、プラズマ電流分布を複数本の線電流で近似し、設定プラズマ表面で磁束値が等しくなる様に最小二乗法によってコイル電流値を決定する。本コードを INTOR パラメータに適用したところ、 β_p が低く(概略 1 以下)、三角度も小さい場合には、垂直磁場と六重極磁場の大きさは平衡計算結果と良く一致した。 β_p が大きくなるにつれて平衡計算とのずれが大きくなる理由は、本コードで用いた磁気軸のずれに対する Shafranov の式の近似が悪くなって来る事に拠ると考えられる。四重極磁場については、全体的傾向は一致するが平衡計算より大きい値を示した。従って、本コードで求められた平衡コイル電流を用いて平衡計算を行った場合、意図したよりも多少大きい非円型度となるものの、ほぼ所定のプラズマ形状が達成でき、十分に平衡コードの代用となるものと考えられる。

平衡コイルのアンペア・ターンを必要以上に大きくしない為に、平滑係数 γ を導入して平衡コイルのアンペア・ターンの絶対値の和を制限した。INTOR の計算例では $\gamma=10^{-16}$ までは、精度を下げる事無くコイルのアンペア・ターンの絶対値を下げる事が出来る。これ以上の γ に対しては、設定プラズマ表面上の磁束値のばらつきが大きくなるので、意図したプラズマ形状が得られず使用を避けた方が良い。但し、この γ の使用可能最大値は対象となる装置の大きさに依存するので注意を要する。

本コードの将来の発展形態として、コイル電流値を設定してプラズマ線電流の値を求めるものは、比較的プログラムの変更も簡単でかつその有用性も高い。一方、Doublet III の実験解析用などの目的で、プラズマ形状と電流分布の双方を求める方向への発展は、かなりの開発時間を要すると思われるが、極めて重要度の高い課題である。

謝 辞

本コードは INTOR の物理設計の過程で開発されたもので、設計過程で数々の助言を頂いた平岡徹室長、藤沢登副主任研究員に深く感謝致します。更に、本コードの Doublet III 実験解析への応用に関して有意義な討論に応じて頂いた、横溝英明氏を始め Doublet III JAERI チームの皆様に感謝致します。

参 考 文 献

1. 二宮博正, 鈴木康夫, 亀有昭久 JAERI-M 6026 (1975)
2. 亀有昭久, 鈴木康夫, 二宮博正 JAERI-M 6028 (1975)
3. 関省吾, 前田彦祐, 狐崎晶雄, 斉藤龍太 JAERI-M 6734
4. T. TAKEDA & T. TSUNEMATSU JAERI-M 8042 (1979)
5. 二宮博正, 亀有昭久, 新谷吉郎 JAERI-M 9127 (1980)
6. 新谷吉郎, 二宮博正 JAERI-M 9278 (1981)
7. K. SHINYA ed. JAERI-M 8624 (1980)
8. V. D. SHAFRANOV ; Rev. of Plasma Phys. vol. 2 (1966)
9. H. NINOMIYA, K. SHINYA & A. KAMEARI ; Proc. 8th Symp. Eng. Prob. Fusion Res. vol. 1 75 (1979)
10. K. SHINYA, H. YOKOMIZO, H. NINOMIYA et al. ; Proc. 9th Symp. Eng. Prob. Fusion Res. vol. 2 2039 (1981)
11. D. W. SWAIN & G. H. Nielson ; Nucl. Fusion 22 1015 (1982)