

JAERI - M
83-113

変分法を応用した3次元風速場計算コード
(WIND 04)

1983年7月

石川 裕彦

JAERI-Mレポートは、日本原子力研究所が不定期に公刊している研究報告書です。
入手の間合わせは、日本原子力研究所技術情報部情報資料課（〒319-11茨城県那珂郡東海村）あて、お申しこしください。なお、このほかに財団法人原子力弘済会資料センター（〒319-11茨城県那珂郡東海村日本原子力研究所内）で複写による実費頒布をおこなっております。

JAERI-M reports are issued irregularly.

Inquiries about availability of the reports should be addressed to Information Section, Division of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken 319-11, Japan.

©Japan Atomic Energy Research Institute, 1983

編集兼発行 日本原子力研究所
印 刷 いばらき印刷機

変分法を応用した3次元風速場計算コード (WIND 04)

日本原子力研究所東海研究所環境安全研究部

石川 裕彦

(1983年6月29日受理)

原子炉事故時にサイト周辺地域の放射性物質の濃度分布計算を現実的に行う為に、変分原理を応用して地形の影響を考慮した気流を計算するコード (WIND 04) を作成した。ここで用いられている手法は米国のローレンスリバモア国立研究所 (LLNL) で開発された計算コード MATHEW と同じ原理に基づいている。WIND 04 ではスタグガードスキームを用いる事により計算誤差を抑え、且つ地形の表現を向上させた。また収束計算を倍精度にする事により計算時間を短縮した。

この報告ではモデルの説明と共に、解の収束性に関する試験、境界条件の適用に関する試験について述べてある。また東海村、島根、敦賀の各サイトに本モデルを適用し、地形の複雑な地域での気流を適切に表現できる事を示した。

A computer code which calculates three dimensional mass
consistent wind field

Hirohiko ISHIKAWA

Department of Environmental Safety Research,
Tokai Research Establishment, JAERI

(Received June 29, 1983)

In order to perform the realistic simulation of the dispersion of radioactive materials released accidentally into the atmosphere, a computer code is developed. This computer code calculates the non divergent three dimensional wind field. The basic concept is same as that was used in the MATHEW, which was developed at Lawrence Livermore National Laboratory. In our code, the staggered scheme is employed in order to cancel the truncation error and to increase the resolution of the topography. The solution is calculated in double precision. It causes the reduce of computational time.

In this report, the result of the tests associated to the convergency of the solution and the effect of the boundary condition are shown together with the description of the model. Some examples of the model application to the real topography are also shown.

Keywords: Computer Code, Three-dimension, Wind-field, Mass-consistent, WIND04, Dispersion, Radioactive Materials, Environmental Safety

目 次

1. はじめに	1
2. 計算原理	2
2.1 概 要	2
2.2 風速場の内挿と外挿	4
2.3 風速場の変分調節	7
3. 計算コード	9
3.1 差分近似	9
3.2 差分方程式とその解法	13
3.3 計算コードの構成	14
4. 結 果	15
4.1 λ の精度と修正された風速場の精度	15
4.2 境界条件の効果	19
4.3 実サイトへの適用例	23
5. おわりに	28
謝 辞	29
参考文献	29
附 録	30

Contents

1. Introduction	1
2. Computational basis	2
2.1 General concept	2
2.2 Interpolation and extrapolation of the observed wind	4
2.3 Variational adjustment of the wind field	7
3. Computer Code	9
3.1 Finite difference approximation	9
3.2 Finite difference equation and its solution	13
3.3 Code construction	14
4. Results	15
4.1 Accuracy of λ and the adjusted wind field	15
4.2 Effect of boundary condition	19
4.3 Application to real topography	23
5. Concluding remarks	28
Acknowledgement	29
References	29
Appendix	30

1. はじめに

大気中に放出された放射性物質の濃度分布の計算には従来、正規分布型の濃度分布を仮定したガウスプルームモデルが多く用いられてきた。このモデルは、風の分布や大気の乱れが空間的に一様である事と定常放出とを仮定した時得られる拡散方程式の解析解を用いたものである。拡散巾のパラメータは野外実験の結果から求められたものである。このガウスプルームモデルは上述の仮定が概ね満たされる場合には、風下距離数 km 程度迄はかなり良い結果を示す。また放出点近くでの濃度分布が詳細に記述される事、計算が簡単である事等の利点があり、原子炉の安全審査にも用いられている。しかし気象状況が時間と共に変化する場合、風の分布や乱れの強さの空間的一様性が仮定できない程度の広い領域での拡散を取り扱う場合、地形が複雑である場合に、ガウスプルームモデルを適用する事には問題がある。

我国の原子力施設は、その大部分が地形の複雑な臨海地域に位置している。従って事故時等に施設から放出された放射性物質の移流・拡散の評価を適切に行なう為には、地形障壁が大気の流れや拡散の程度に及ぼす効果を考慮しなくてはならない。地形の影響を考慮する事は基本的に3次元の問題であり、ガウスプルームモデルのような単純なモデルでは適切に扱えない。地形の影響や現象の非定常性を考慮して大気中の移流・拡散を一般的に取り扱う方法としては、拡散方程式を数値的に解く方法や、粒子モデルを用いる方法がある。これらのモデルを用いて拡散計算を行なう為には、地形の影響を考慮した風速場が計算されていなくてはならない。

3次元的な風速場を計算する方法としては、ポテンシャル流を仮定し、一般流を表現するポテンシャルと地形効果を表現するポテンシャル源を重ね合わせて大気の流れを表現する方法、観測値を内挿し質量保存則を満たすよう変分法を用いて修正する方法、力学方程式を数値的に解く方法等がある。変分法を応用した風速場計算は Dickerson (1978)⁽¹⁾ により 2次元風速場の問題に用いられた。Shermann (1978)⁽²⁾ はこれを 3次元の問題に拡張した。Shermann の開発した計算コード MATHEW は DOE の原子力緊急時調査チーム (NEST) の ARAC⁽³⁾ (Atmospheric Release Advisory Capability) システムで、拡散計算コード ADPIC⁽⁴⁾ と共に用いられている。環境安全研究部では緊急時環境線量情報予測システムの開発の一環として、3次元拡散計算コード COARA⁽⁵⁾ を作成した。今回 COARA に用いる為の風速場計算コードとして Sherman の方法に基づいて計算コード (WIND04) を作成し、その基本的性質について検討したので報告する。

2. 計算原理

2.1 概要

計算モデルの概要を Fig. 1 に示す。計算対象とする領域周辺にはいくつかの気象観測施設がある。第1段階としてこれらの施設で観測された風向、風速、安定度のデータを用いて、各格子点での風ベクトル (u° , v° , w°) を内挿、外挿により求める。ここで u° , v° , w° は各々、x 方向 (東向き)、y 方向 (北向き)、z 方向 (上向き) の風速成分である。この時、風速の鉛直成分は実際にはゼロと見積る。これは通常⁽⁶⁾の気象観測では風の鉛直成分は測定されない事による。ところでこのようにして観測値から単純に内挿によって得られた風速場は、本来満足すべき物理法則を満たしてはいない。地表付近の大気の流れは Boussinesq 方程式系 (例えば Busch (1973)) に支配される。この方程式系の中で時間変化を含まない式として質量保存の式

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (1)$$

がある。現象の定常、非定常に関らず、内挿された風速場は(1)式を満たさなくてはならない。そこで、第2段階としては、内挿された風速場を質量保存則を満たすように修正する。この時、修正量の積分値を最小に抑える為に変分法を用いる。地形障壁の影響は、地表面付近で生ずる風速場の見かけの発散 (収束) を修正する事により風速場全体に反映される。こうして得られた風速場は、粒子モデルや差分モデルを用いた移流・拡散の計算に用いる事ができる他、Boussinesq 方程式を時間積分して気象予測を行なう際の初期値としても有効である。

風速場が質量保存則を満たしている事は物質の移流・拡散の計算を行なう時には本質的に重要である。例えば風速場に収束が存在すると、拡散方程式の移流項が物質を集中させる働きをする。発散が存在する時は、この逆の働きをする。また粒子型拡散モデルでは拡散速度を導く際に風速場の質量保存則を用いている為、質量保存を満たす風速場と共に用いなければ矛盾を生じる。

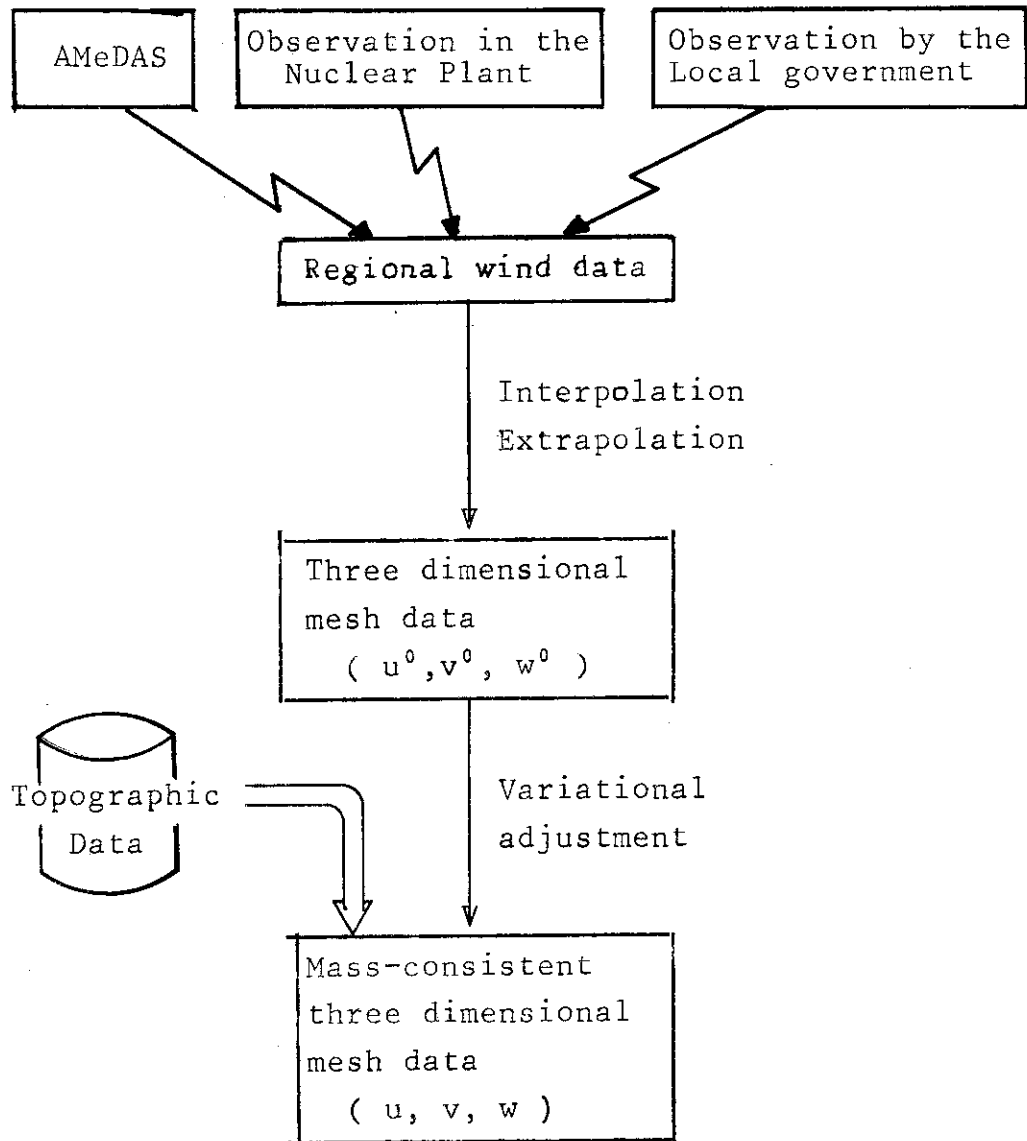


Fig. 1 The overall concept of variational adjustment of three dimensional regional wind.

2.2 風速場の内挿と外挿

サイト周辺で得られる風の観測データには地上風観測と上層風観測とがある。地上風観測には気象庁の AMeDAS システムによる 1 時間毎の観測、各地方自治体が公害監視等の目的で展開している観測システム、原子力施設の敷地内観測等がある。上層風観測は気象庁管轄では、国内の 15ヶ所⁺で 1日2回の観測があるのみである。大気境界層の風速場計算に使用できるものは平常時では原子力施設での放出高さでのデータだけである。緊急時には、パイロットバルーンや音波レーダーを用いた測定、航空機による計測により上層風の観測が得られると考えられる。例として東海周辺で毎時のデータが得られる観測点の分布を Fig. 2 に示してある。図中で●印は気象庁管轄の観測点、△印は茨城県の公害課、原子力安全対策課で管理している観測点である。■印は原子力施設内での観測を示す。

内挿法を示す前に、1点での観測がどの程度の水平方向の空間代表性を持っているかを調べた例を Fig. 3 に示す。これは気象庁が秋田地域大気環境調査⁽⁷⁾の一環として実施した上層風観測の結果の一例である。図に示したのは、いくつかの地点で上層風観測を行ない、2つの観測点の風配図がほぼ同一と見なせる距離を高度別にプロットしたものである。高さ 500 m ではおよそ 30km 程度の空間代表性があると考えられる。またこの図からは地上観測の空間代表性は数 km 程度と推定されるが、実際は微細地形や建物等の影響でこれよりも悪くなるのが一般的である。

次に具体的な内挿法を示す。まず地上風観測データを用いて、地表面近くでの風の分布を計算する。地上風観測の観測高は数メートルから 10 数メートルまでまちまちである。地表付近では風速の鉛直シアが大きい為、まず観測高度の補正を行なう。大気境界層下部の接地境界層内での風の鉛直分布については相似則に基づいた研究が進んでおり、対数分布、べき指数分布等の近似式が提案されている。ここでは実用上便利なべき指数分布式

$$U = U_{\text{obs}} \left(\frac{Z}{Z_{\text{obs}}} \right)^p, \quad (2)$$

を用いて基準高度 ($Z = Z_{\text{ref}}$) での風速 U_{ref} を計算する。ここで Z は地表からの高さを表わす。(2)式中の Z_{obs} , U_{obs} は観測高と風速の観測値である。べき指数 p は、De Marrais (1959)⁽⁸⁾ がブルックヘブンの気象観測塔での観測より求めた値 (Table 1) を用いる。基準高度での値に補正された観測値を用いて、基準高度での風の水平分布をベクトルの的に内挿する。まず風速 U_{ref} と風向 θ_{ref} を用いて

安定度	A	B	C	D	E, F
P	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30

Table 1 Relations between the atmospheric static stability and the power-law exponent. (After De Marrais (1958))

+ 稚内, 札幌, 根室, 秋田, 仙台, 輪島, 館野, 八丈島, 米子, 潮岬, 福岡, 鹿児島, 名瀬, 那覇, 石垣島

$$u = U_{ref} \cos \left(\frac{5}{2} \pi - \theta \right) , \quad (3)$$

$$v = U_{ref} \sin \left(\frac{5}{2} \pi - \theta \right) , \quad (4)$$

により、風の東向き成分（ u ）と、北向き成分（ v ）と計算する。次に内挿式

$$(u, v)_{ij} = \frac{\sum_{n=1}^N \frac{1}{r_n^2} (u, v)}{\sum_{n=1}^N \left(\frac{1}{r_n^2} \right)} , \quad (5)$$

により（ i, j ）メッシュでの風ベクトルを成分別に求める。インデックス n は個々の観測点、 r_n は観測点と評価点との距離である。 N は内挿に用いる観測点の数であり、評価点に近い方から N 個の観測点を選び内挿を行なう。

次に上層風の内挿（外挿）について述べる。前述したように通常観測では有用な上層風観測は期待できない。上層風データが入手できない場合には(2)式のべき指数分布を上層に拡張して用いる。上層風データが入手できる場合には、接地境界層内では(2)式のべき指数法則を用い、接地境界層の上端と上層風データの得られる高さの間を、

$$u = a \log Z + b , \quad (6)$$

$$v = c \log Z + d , \quad (7)$$

で補間して計算する。Fig. 4 に風速場の内挿・外挿のフローをまとめた。

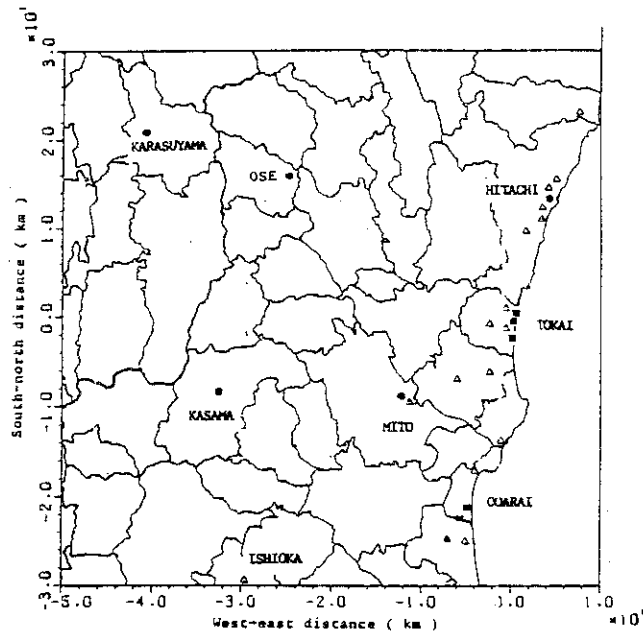


Fig. 2 Distribution of the meteorological stations around TOKAI nuclear site. The spots represent the AMEDAS stations operated by Japan Meteorological Agency. The triangles indicate the stations operated by the Local Government. Squares indicate the locations of nuclear facilities, where meteorological observation is carried out, including upper wind sounding.

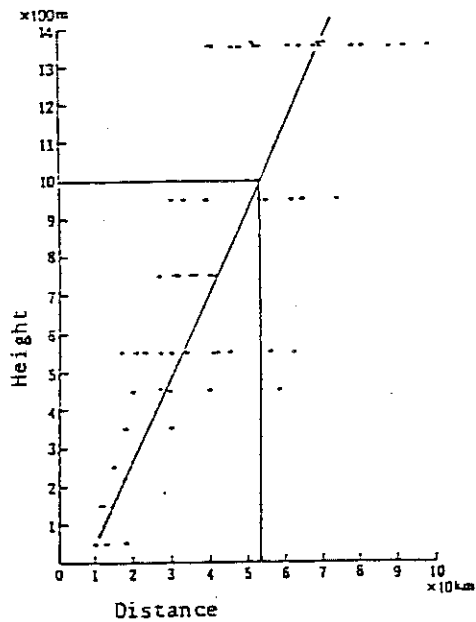


Fig. 3 Height dependance of the distance between two observational points where both wind roses are almost same. (After Japan Meteorological Agency (1976))

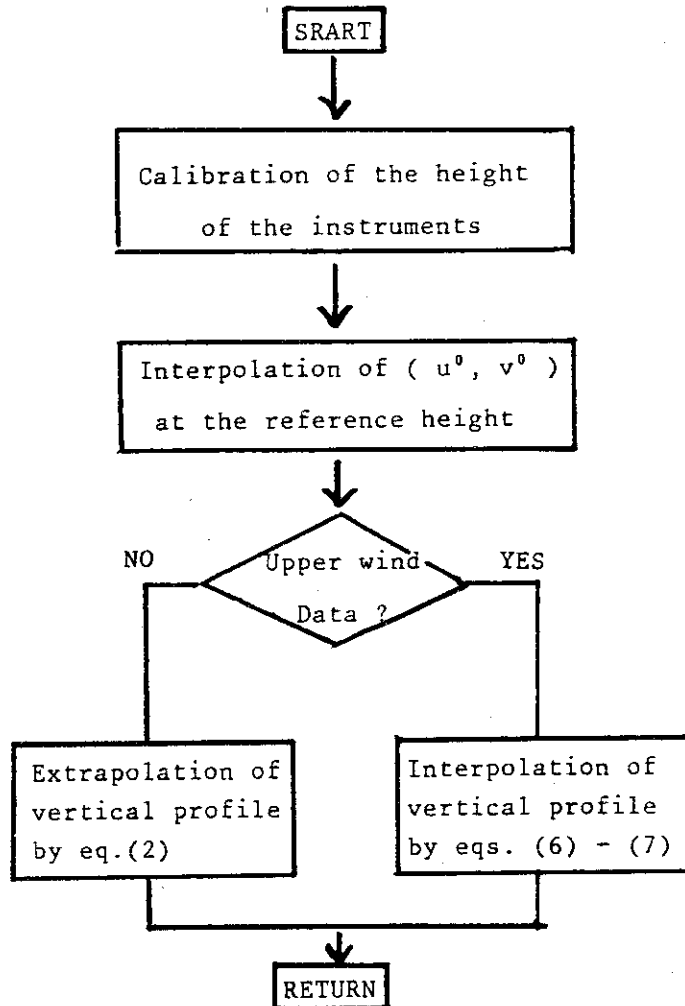


Fig. 4 Flow chart of the interpolation and/or extrapolation of observed wind data.

2.3 風速場の変分調節

この節では内挿された風速場を質量保存則(1)式を満たすよう変分調節を行なう方法について述べる。前節で得られた風速場 (u^0, v^0, w^0) が最良の推定値であるという仮定のもとに、(1)式を満たしかつ修正量の体積積分

$$\int_V \left[\alpha_1^2 (u-u^0)^2 + \alpha_1^2 (v-v^0)^2 + \alpha_2^2 (w-w^0)^2 \right] dV \quad , \quad (8)$$

が最小となるような (u, v, w) を求める。 α_1, α_2 は重み係数であり、この2数の比が修正の水平成分 ($u-u^0$)、($v-v^0$) と鉛直成分 ($w-w^0$) との相対的な大きさを規定する。この問題は付帯条件付の変分解析の問題となり、ラグランジュの未定乗数 λ を導入して、

$$E(u, v, w, \lambda) = \int_V \left[\alpha_1^2 (u-u^0)^2 + \alpha_1^2 (v-v^0)^2 + \alpha_2^2 (w-w^0)^2 + \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right] dV, (9)$$

を最小とするような (u, v, w, λ) を求めればよい。この問題に於ける λ の物理的意味は、修正成分を与える一種の速度ポテンシャルである。修正成分がポテンシャルから導かれるという事は、内挿された風速場の渦度はそのまま保存される事を意味している。さて E が極小 (最小) となる条件、すなわち E の変分がゼロとなる条件を各変数について求めると、

境界条件

$$n_x \lambda \cdot \delta u = 0 \quad , \quad (10)$$

$$n_y \lambda \cdot \delta v = 0 \quad , \quad (11)$$

$$n_z \lambda \cdot \delta z = 0 \quad , \quad (12)$$

と共に、4つのオイラーラグランジュ方程式

$$u = u^0 + \frac{1}{2\alpha_1^2} \frac{\partial \lambda}{\partial x} \quad , \quad (13)$$

$$v = v^0 + \frac{1}{2\alpha_1^2} \frac{\partial \lambda}{\partial y} \quad , \quad (14)$$

$$w = w^0 + \frac{1}{2\alpha_2^2} \frac{\partial \lambda}{\partial z} \quad , \quad (15)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (16)$$

を得る。 n_x, n_y, n_z は計算領域の境界面に垂直な外向き単位ベクトルの方向余弦である。(16)式に(13), (14), (15)式を代入する事により、 λ についてのポアソン型の偏微分方程式

$$\frac{\partial^2 \lambda}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \lambda}{\partial y^2} + \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2} \right)^2 \frac{\partial^2 \lambda}{\partial z^2} = -2\alpha_1^2 \left(\frac{\partial u^0}{\partial x} + \frac{\partial v^0}{\partial y} + \frac{\partial w^0}{\partial z} \right) \quad , \quad (17)$$

を得る。(17)式の右辺は内挿された風速場の発散を表している。結局、問題は境界条件(10), (11), (12)のもとに(17)式を解く事に帰着する。求まった λ を、(13), (14), (15)に代入すれば修正された風ベクトル (u, v, w) が求まる。

境界条件は、 $\lambda = 0$ の場合と、 $n_x \delta u = n_y \delta v = n_z \delta w = 0$ の場合とが可能である。ここで

はそれぞれの変数についての変分を表わす。後者の条件は最速降下線を求める問題で用いられる条件を三次元に拡張したもので、境界に垂直な変分がゼロとなる事を意味する。これは λ についての条件に直すと

$$\frac{\partial \lambda}{\partial n} = 0 \quad (18)$$

となる。この条件を適用する為には、修正された風ベクトルの境界に垂直な成分が与えられていなくてはならない。ここでは内挿された風ベクトルに等しいとする。2つの境界条件の相違を **Fig. 5** に模式的に示した。 $\lambda = 0$ を用いると境界面に垂直な修正は許されるが面に平行な修正は許されない (a 図)。逆に $\partial \lambda / \partial n = 0$ を用いると境界面に平行な修正は許されるが垂直な修正は許されない (b 図)。地表面では地表に垂直な風速成分をゼロとして(18)を適用する事により地表の効果を表現する。その他の境界での適用については後述する。

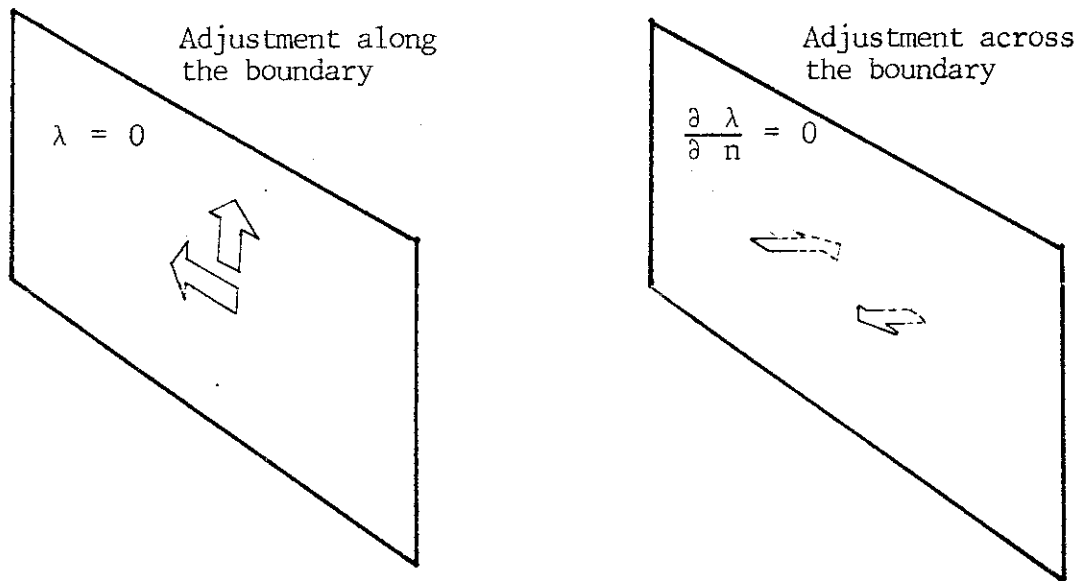


Fig. 5 Comparison of the two possible boundary conditions.

3. 計 算 方 法

3.1 差分近似

数値計算の中心は λ についてのポアソン型偏微分方程式(17)を解く事である。微分方程式を差分方程式で近似して数値的に解く場合には有限差分近似に伴う誤差に注意しなければならない。特にこの問題で扱う風速場の発散は、量的には小さい為に差分近似の適否が結果に直接影響する。前述 MATHEW の初期の版はこの点で不十分である。以下 2 次元の式、

$$\frac{\partial^2 \lambda}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \lambda}{\partial y^2} = - \left(\frac{\partial u^0}{\partial x} + \frac{\partial v^0}{\partial y} \right), \quad (19)$$

$$u = u^0 + \frac{\partial \lambda}{\partial x}, \quad (20)$$

$$v = v^0 + \frac{\partial \lambda}{\partial y}, \quad (21)$$

を用いてこの問題を考えてみる。

Shermann (1978) の用いた方法では、Fig 6 (a) に示したメッシュを用い、各格子点(○印)で中心差分により、

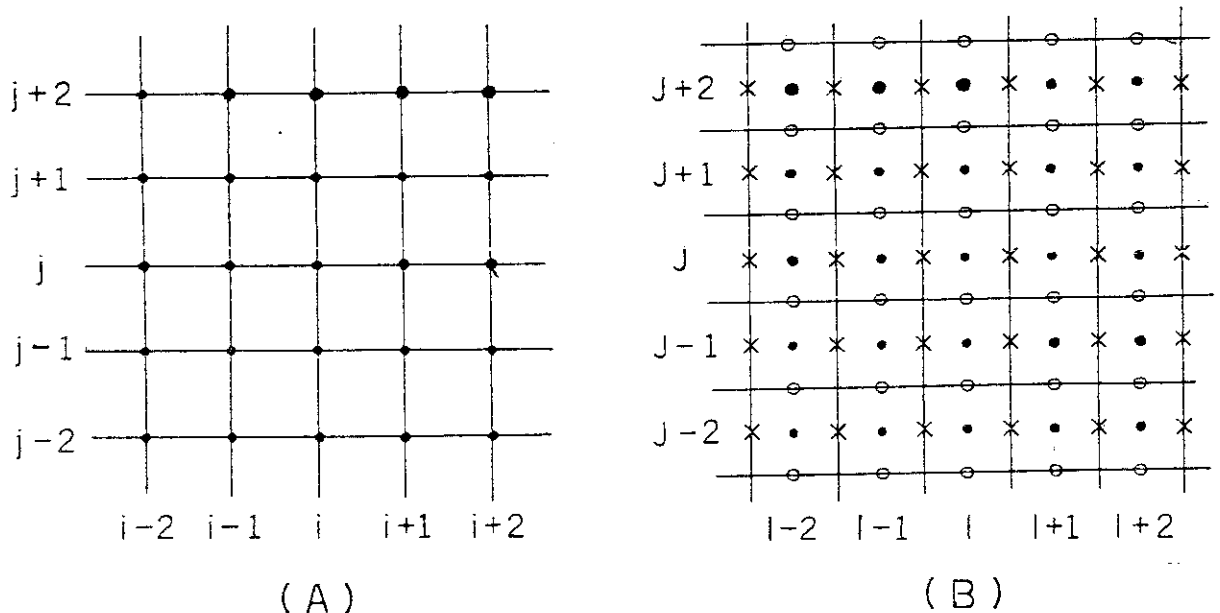


Fig. 6 Comparison of the two finite difference schemes. In the figure(A), all variables are estimated at the same point (●). On the other hand, in the scheme described in the figure(B), scalar quantities are estimated at the center of the mesh(●), and the vectorial quantities are estimated at x (x-component) and y (y-component).

$$\left. \frac{\partial \lambda}{\partial x} \right|_{ij} \doteq \frac{\lambda_{i+1j} - \lambda_{i-1j}}{2 \Delta x}, \quad (22)$$

$$\left. \frac{\partial \lambda}{\partial y} \right|_{ij} \doteq \frac{\lambda_{ij+1} - \lambda_{ij-1}}{2 \Delta y}, \quad (23)$$

$$\left. \frac{\partial^2 \lambda}{\partial x^2} \right|_{ij} \doteq \frac{\lambda_{i-1j} - 2\lambda_{ij} + \lambda_{i+1j}}{(\Delta x)^2}, \quad (24)$$

$$\left. \frac{\partial^2 \lambda}{\partial y^2} \right|_{ij} \doteq \frac{\lambda_{ij-1} - 2\lambda_{ij} + \lambda_{ij+1}}{(\Delta y)^2}, \quad (25)$$

と近似する。\$u^0, v^0\$ についても同様に差分を作る。これらの差分近似はいずれも \$O(\Delta x^2)\$ の誤差を含む。(19)式は

$$\frac{\lambda_{i-1j} - 2\lambda_{ij} + \lambda_{i+1j}}{(\Delta x)^2} + \frac{\lambda_{ij-1} - 2\lambda_{ij} + \lambda_{ij+1}}{(\Delta y)^2} = - \left(\frac{u_{i+1j}^0 - u_{i-1j}^0}{2 \Delta x} + \frac{v_{ij+1}^0 - v_{ij-1}^0}{2 \Delta y} \right), \quad (26)$$

と表現される。修正された風ベクトルは

$$u_{ij} = u_{ij}^0 + \frac{\lambda_{i+1j} - \lambda_{i-1j}}{2 \Delta x}, \quad (27)$$

$$v_{ij} = v_{ij}^0 + \frac{\lambda_{ij+1} - \lambda_{ij-1}}{2 \Delta y}, \quad (28)$$

で計算される。ここで修正された風速場の発散を計算すると

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)_{ij} = \frac{u_{i+1j}^0 - u_{i-1j}^0}{2 \Delta x} + \frac{v_{ij+1}^0 - v_{ij-1}^0}{2 \Delta y} + \frac{\lambda_{i-2j} - 2\lambda_{ij} + \lambda_{i+2j}}{4 \Delta x} + \frac{\lambda_{ij-2} - 2\lambda_{ij} + \lambda_{ij+2}}{4 \Delta y}, \quad (29)$$

となる。(29)式を満足するような \$\lambda\$ を用いた時(29)がゼロとならない事は明らかである。このスキームを用いて計算すると、この誤差は、内挿された風速場の発散と同じオーダーとなる事がある。この誤差を防ぐ為には2次微分の差分近似を

$$\left. \frac{\partial^2 \lambda}{\partial x^2} \right|_{ij} \doteq \frac{\lambda_{i-2j} - 2\lambda_{ij} + \lambda_{i+2j}}{(2 \Delta x)^2}, \quad (30)$$

$$\left. \frac{\partial^2 \lambda}{\partial y^2} \right|_{ij} \doteq \frac{\lambda_{ij-2} - 2\lambda_{ij} + \lambda_{ij+2}}{(2 \Delta y)^2}, \quad (31)$$

とすればよい。この差分近似固有の切断誤差は \$O(4 \Delta x^2)\$ となり、(24, 25)を用いた場合よりも大きくなるが、差分方程式系全体として矛盾のない取扱いである。

もう1つの正しい差分近似は、Fig. 6 (b)に示したスタッガードスキームを用いた方法である。この差分スキームでは、スカラー量はメッシュの中央で定義し、ベクトル量はメッシュの各辺で定義する。すなわち図中の \$\times\$ 印の点では風速の \$x\$ 成分 (\$u\$) と \$\partial \lambda / \partial x\$ を、\$\circ\$ 印の点では風速の \$y\$ 成分 (\$v\$) と \$\partial \lambda / \partial y\$ を、\$\circ\$ 印の点では \$\lambda\$ とその2次微分、風速の発散を見つめる。差分近似は、

$$\left. \frac{\partial \lambda}{\partial x} \right|_{ij} \doteq \frac{\lambda_{ij} - \lambda_{i-1j}}{\Delta x}, \quad (32)$$

$$\left. \frac{\partial \lambda}{\partial y} \right|_{ij} \doteq \frac{\lambda_{ij} - \lambda_{ij-1}}{\Delta y}, \quad (33)$$

$$\left. \frac{\partial^2 \lambda}{\partial x^2} \right|_{ij} \doteq \frac{\lambda_{i-1j} - 2\lambda_{ij} + \lambda_{i+1j}}{(\Delta x)^2}, \quad (34)$$

$$\left. \frac{\partial^2 \lambda}{\partial y^2} \right|_{ij} \doteq \frac{\lambda_{ij-1} - 2\lambda_{ij} + \lambda_{ij+1}}{(\Delta y)^2},$$

を用いる。差分式は各々

$$\frac{\lambda_{i-1j} - 2\lambda_{ij} + \lambda_{i+1j}}{(\Delta x)^2} + \frac{\lambda_{ij-1} - 2\lambda_{ij} + \lambda_{ij+1}}{(\Delta y)^2} = - \left(\frac{u_{i+1j}^0 - u_{ij}^0}{\Delta x} + \frac{v_{ij+1}^0 - v_{ij}^0}{\Delta y} \right), \quad (36)$$

$$u_{ij} = u_{ij}^0 + \frac{\lambda_{ij} - \lambda_{i-1j}}{\Delta x}, \quad (37)$$

$$v_{ij} = v_{ij}^0 + \frac{\lambda_{ij} - \lambda_{ij-1}}{\Delta y}, \quad (38)$$

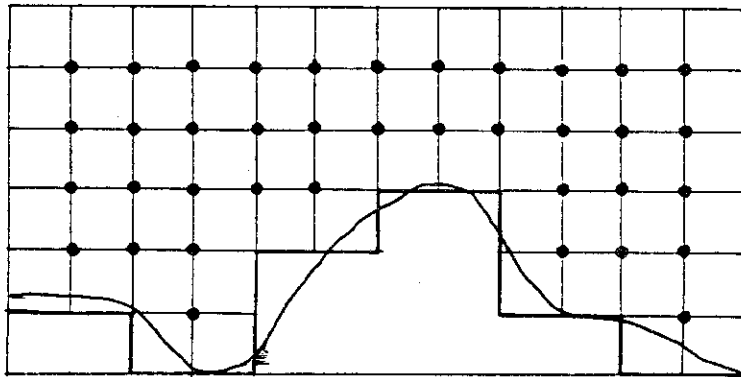
となり修正された風速場の発散は、

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)_{ij} = \frac{u_{i+1j}^0 - u_{ij}^0}{\Delta x} + \frac{v_{ij+1}^0 - v_{ij}^0}{\Delta y} + \frac{\lambda_{i+1j} - 2\lambda_{ij} + \lambda_{i-1j}}{(\Delta x)^2} + \frac{\lambda_{ij+1} - 2\lambda_{ij} + \lambda_{ij-1}}{(\Delta y)^2} = 0, \quad (39)$$

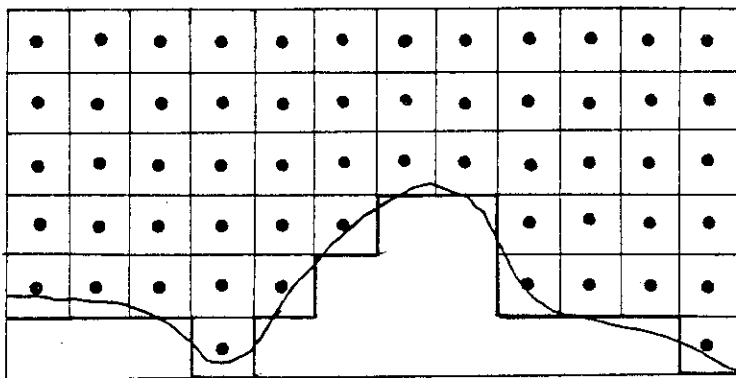
となる。従って結果の精度は λ を求める精度のみに依存する。

差分スキームの選択は地形の解像度にも影響する。モデル内での地形⁽⁹⁾は、各辺の長さが Δx , Δy , Δz の直方体を重ねた地形として表現する。Fig. 7 に差分スキームと地形表現との関係を 2 次元的に示してある。1 点で全ての変数を定義する場合 (a) では、地形の凹部は少なくとも $2\Delta x$ の巾を持たなければ計算に反映されない。従って (a) スキームを使用する為には $2\Delta x$ の間で平均化された地形を用いなくてはならない。一方スタッガードスキームを用いればこの平均化は不用である。地形が複雑な地域にモデルを適用する場合に地形の解像度が向上する事は大きなメリットである。WIND04 ではスタッガードスキームを用い Fig. 7 (b) のような地形モデルを用いる。†これにより、差分誤差がなく且つ地形の解像度のよい計算が可能である。この節の最後に 3 次元モデルで用いるスタッガードスキームについて、1 つの単位格子と各変数の配置を Fig. 8 に示した。

† MATHEW の最近の版(10)ではスタッガードスキームを用いている。



(a) Grid system used by Shermann



(b) Staggered grid system used in this study

Fig. 7 Description of the topography used in the model.

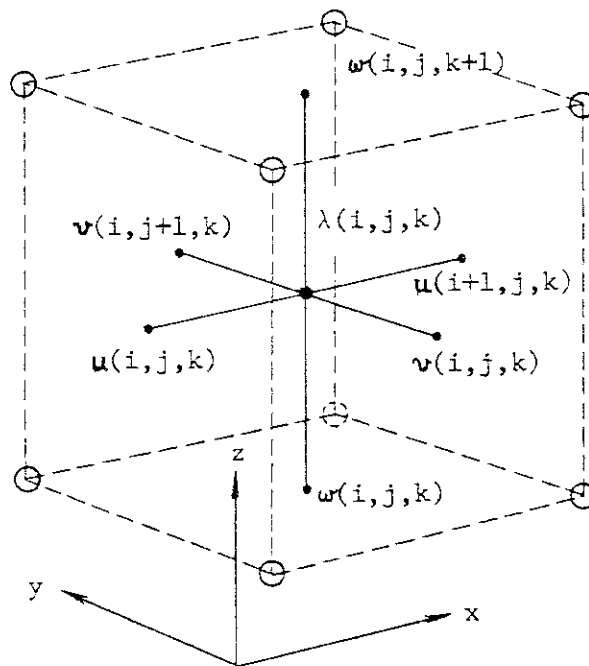


Fig. 8 An unit cell of the three dimensional staggered network.

3.2 差分方程式とその解法

前節で述べたスタッガードスキームを用いて(17)式を差分形にすると

$$\frac{\lambda_{i+1jk} - 2\lambda_{ijk} + \lambda_{i-1jk}}{(\Delta x)^2} + \frac{\lambda_{ij+1k} - 2\lambda_{ijk} + \lambda_{ij-1k}}{(\Delta y)^2} + \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2}\right)^2 \cdot \frac{\lambda_{ijk+1} - 2\lambda_{ijk} + \lambda_{ijk-1}}{(\Delta z)^2} = D_0, \quad (40)$$

$$D_0 = -2\alpha_1^2 \left(\frac{u_{i+1jk}^0 - u_{ijk}^0}{\Delta x} + \frac{v_{ij+1k}^0 - v_{ijk}^0}{\Delta y} + \frac{w_{ijk+1}^0 - w_{ijk}^0}{\Delta z} \right),$$

となる。修正された風速場は、

$$u_{ijk} = u_{ijk}^0 + \frac{1}{2\alpha_1^2} \left(\frac{\lambda_{ijk} - \lambda_{i-1jk}}{\Delta x} \right), \quad (41)$$

$$v_{ijk} = v_{ijk}^0 + \frac{1}{2\alpha_1^2} \left(\frac{\lambda_{ijk} - \lambda_{ij-1k}}{\Delta y} \right), \quad (42)$$

$$w_{ijk} = w_{ijk}^0 + \frac{1}{2\alpha_2^2} \left(\frac{\lambda_{ijk} - \lambda_{ijk-1}}{\Delta z} \right), \quad (43)$$

で計算される。(40)式はSOR法を用いて漸近的に解く。すなわち

$$R = \frac{\frac{\lambda_{i+1jk} + \lambda_{i-1jk}}{(\Delta x)^2} + \frac{\lambda_{ij+1k} + \lambda_{ij-1k}}{(\Delta y)^2} + \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2}\right)^2 \cdot \frac{\lambda_{ijk+1} + \lambda_{ijk-1}}{(\Delta z)^2} - D_0}{2 \left(\frac{1}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{(\Delta y)^2} + \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2}\right)^2 \cdot \frac{1}{(\Delta z)^2} \right)} - 1, \quad (44)$$

により各格子点での残差を計算し、

$$\lambda_{ijk}^{NEW} = \lambda_{ijk}^{OLD} + \omega R, \quad (45)$$

により新しい λ_{ijk} を計算する。 ω は加速係数である。解の収束は、 λ の相対変化

$$\left| \frac{\lambda_{ijk}^{NEW} - \lambda_{ijk}^{OLD}}{\lambda_{ijk}^{OLD}} \right|, \quad (46)$$

が全ての格子点で基準値を下回るか否かで判定する。計算プログラムでは、この緩和計算の部分を倍精度で扱う。これは解の収束を速くする為である。

上に示した(38)~(40)式は境界面に接していない単位格子についての計算式である。境界面での扱いについては附録にまとめてある。

3.3 計算コードの構成

計算コードの概要を **Fig. 9** に示す。分岐のない単純なフローである。各サブルーチンの機能を簡単に説明する。

1) TOPO0

地形データを読み込み、計算に用いるモデル地形を作成する。また各格子点の性質を識別する量を定義する。

2) WIND0

気象データを読み込み、各格子点での風ベクトルを、**Fig. 4** に示したフローで内挿-外挿する。

3) WINDSF

WIND0 で格子点の値として内挿された風ベクトルをスタガードスキームに適応するようフラックス型に変換する。また内挿された風速場の発散を計算する。

4) RELAX

SOR 法によりラグランジェの未定乗数 λ を求める。

5) WINDAD

λ を用いて修正された風速場を計算する。また結果をファイルに出力する。

この他に、デバッグ用のルーチンをいくつか伴っている。緊急時環境線量情報予測システムで用いる場合には、データの入出力は一括して別のサブルーチンで行なう様に修正されている。

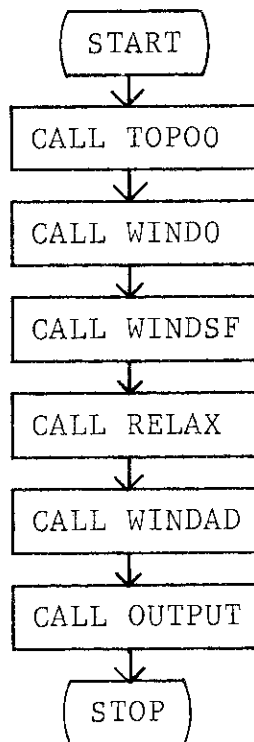


Fig. 9 Flow chart of the program.

4. 結 果

4.1 λ の精度と修正された風速場の精度

緩和計算の収束の程度と修正された風速場の精度との関係とを調べる為に平坦な地形を用いてテストランを行った。40 km × 40 kmの平坦な領域を想定し、 $\Delta x = \Delta y = 1000$ m, $\Delta z = 25$ mとした。風速場の内挿値は領域の西半分で1 m/secの西風、東半分で1 m/secの東風で、ともに高さには依らないものと仮定した。その結果領域の中央部分に南北に延びる気流の収束帯が生じる(**Fig. 10**)。計算モデルでは、収束の大きさは $-2 \times 10^{-3} \text{ sec}^{-1}$ と計算される。これはかなり大きな収束で、この状態が1時間続くとすればこの収束帯に相当する単位格子ではこの間に質量が7.2倍となってしまふ。**Fig. 11**に緩和計算のくり返し回数と λ の相対変化の最大値

$$\max \left\{ \left| \frac{\lambda_{ijk}^{\text{OLD}} - \lambda_{ijk}^{\text{NEW}}}{\lambda_{ijk}^{\text{OLD}}} \right| \right\}$$

との関係をいくつかの加速係数の値($\omega = 1.0, 1.2, 1.4, 1.6, 1.7, 1.8$)について示してある。加速係数を大きくする事により収束が早くなる様子がわかる。加速係数を2.0とした場合は解は収束しなかった。1.9では、緩和の初期(~100回)で、収束が悪かった。解の収束が十分に進んだ後、解の振動が生じている様子が $\omega = 1.7, 1.8$ の場合に見られる。図中に破線で示してあるのは、東海周辺の地形データを用いて計算した例である。この時、内挿された風速場は全領域で一定の南風であると仮定し、 $\omega = 1.7$ を用いた。複雑な地形を用いると収束計算の初期に収束が悪い事が示されている。一旦 λ の関数形が決まればあとは一様に精度が向上する。内挿された風速場や地形が複雑な場合には大きな加速係数を用いると解が収束しない可能性がある。

修正された風速場に含まれる発散の大きさを $\omega = 1.7$ の場合について**Table 2**に示した。 λ の収束の各々の段階について各格子で修正された風速場の発散成分のオーダーを計算し、各々のオーダーについて格子点の数を表に示してある。この表からわかるように 10^{-9} よりも厳しい基準で λ を求めても風速場の精度はあまり向上しない。修正された風速場はどの程度の精度で質量保存則を満たしていればよいのだろうか。今、各単位格子(**Fig. 8**)での発散による1時間あたりの質量変化として、1%の誤差を許すとす。この時、風速場の発散は、 2.8×10^{-6} より小さければよい。**Table 2**に示した例では、この精度を得る為には、解の収束の判定を λ の変化率が 10^{-5} より小さくなる事で行なえば十分である事がわかる。

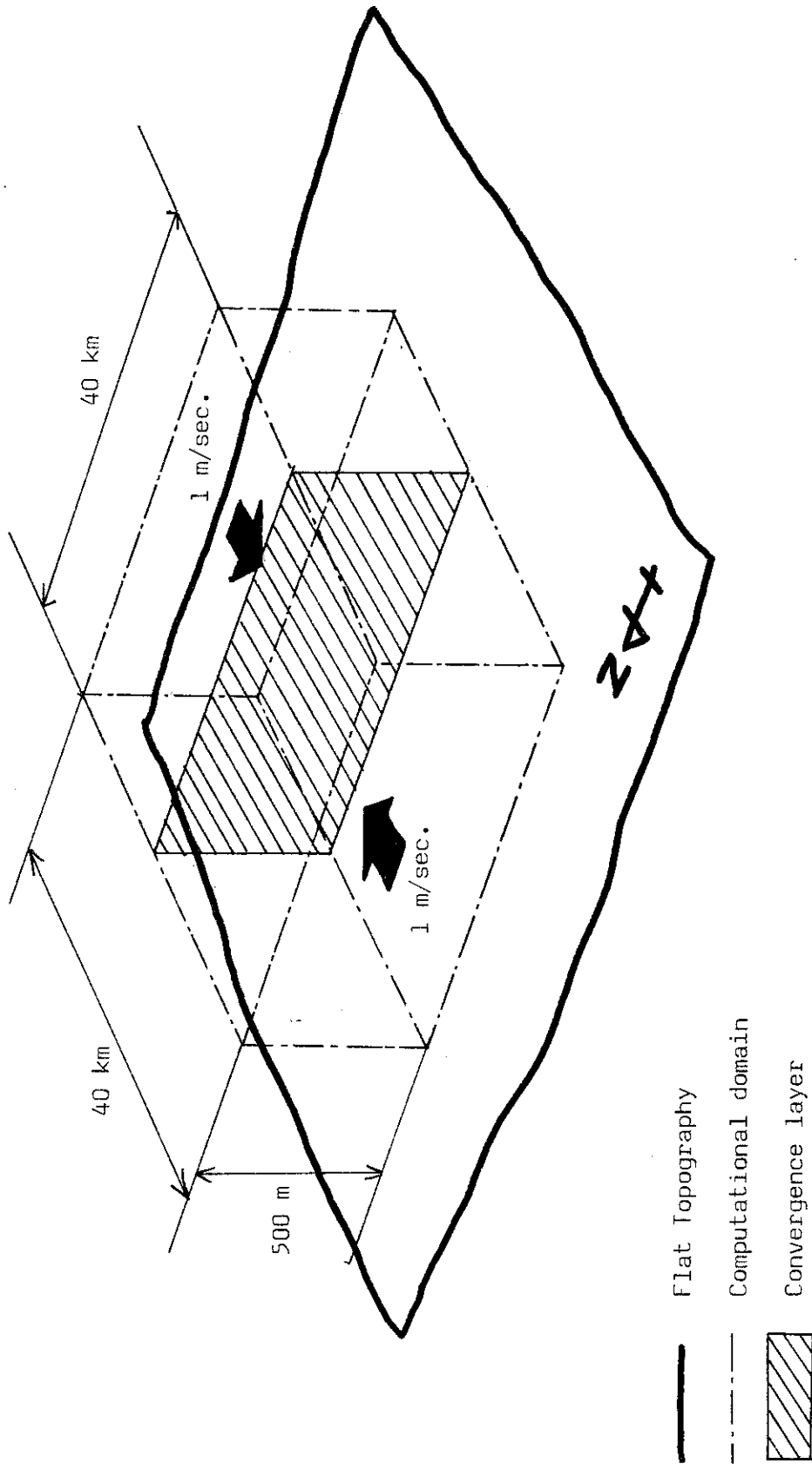


Fig. 10 An illustration of the conditions used in the test of convergence of the solution.

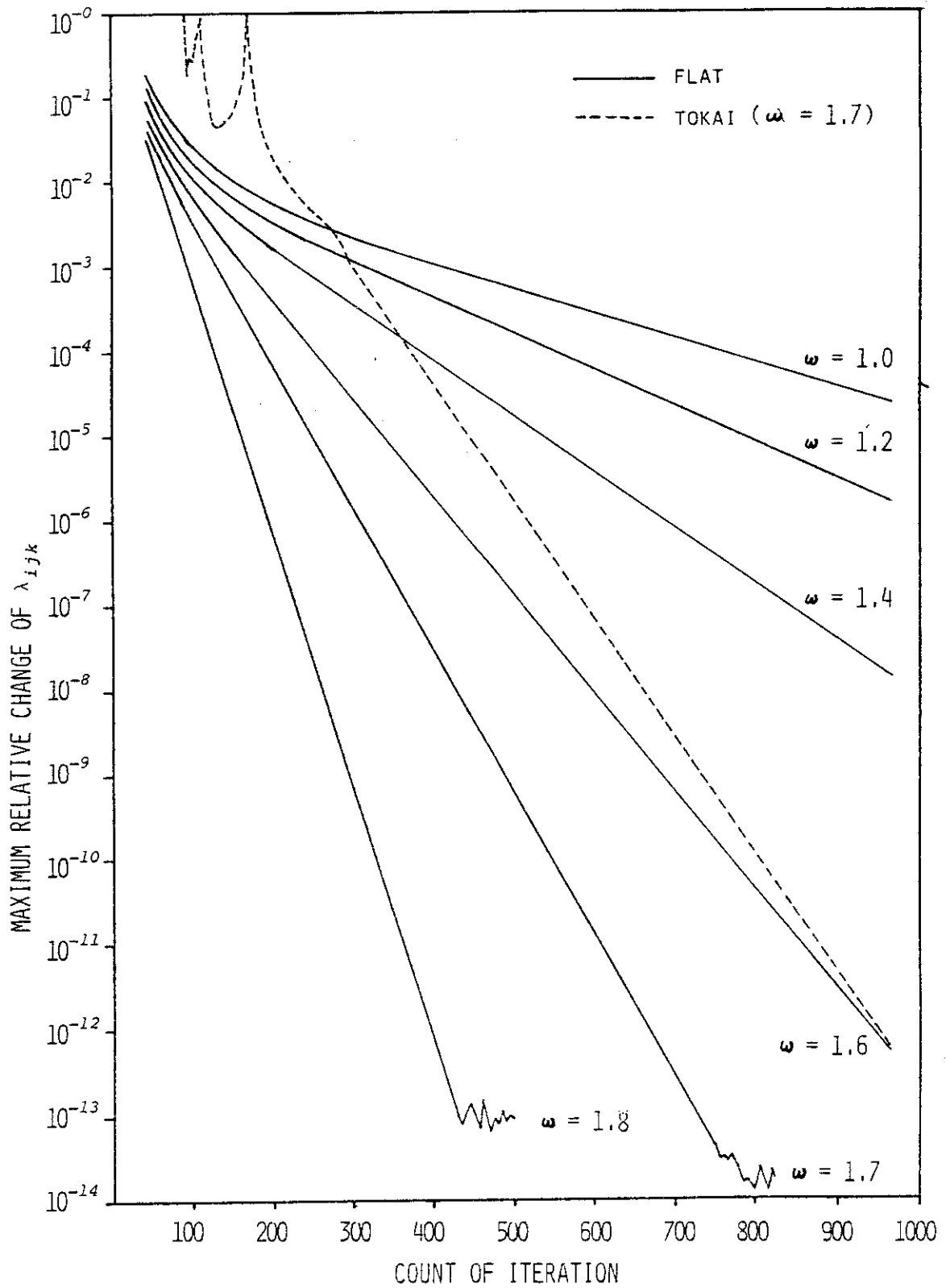


Fig. 11 The largest relative change of λ_{ijk} as a function of the count of iteration for various values of acceleration factor. Solid lines show the results of the case illustrated in Figure 10. Dashed lines is the result using the real topography.

Table 2 The accuracy of the Variational adjustment. In the left hand column, the largest relative change of λ_{ijk} , which represents the degree of the convergence of the solution, are listed. The figures in the table are the counts of unit cells which contains the wind divergence of the order listed in the first line.

	ORDER OF MAGNITUDE OF DIVERGENCE CALCULATED AT EACH CELL															
	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}	10^{-8}	10^{-9}	10^{-10}	10^{-11}	10^{-12}	10^{-13}	10^{-14}	10^{-15}	10^{-16}		
10^{-1}	11144	14961	4039	258	15	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10^{-2}	0	0	19267	9206	1846	94	6	1	0	0	0	0	0	0	0	0
10^{-3}	0	0	1853	19965	7431	1102	69	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10^{-4}	0	0	0	5429	18103	6162	689	33	4	0	0	0	0	0	0	0
10^{-5}	0	0	0	0	9768	15476	4703	420	24	2	0	0	0	0	0	0
10^{-6}	0	0	0	0	0	13758	12716	3687	14	0	0	0	0	0	0	0
10^{-7}	0	0	0	0	0	539	15997	11207	2520	140	17	0	0	0	0	0
10^{-8}	0	0	0	0	0	8	18036	10168	1290	69	3	1	0	0	0	0
10^{-9}	0	0	0	0	0	0	780	3016	20397	5817	388	21	1	0	0	0
10^{-10}	0	0	0	0	0	0	780	1607	12460	14004	1472	93	3	1	0	0
10^{-11}	0	0	0	0	0	0	780	1633	11756	12826	3216	194	14	1	0	0
10^{-12}	0	0	0	0	0	0	780	1634	12068	13526	2306	103	3	0	0	0

MAXIMUM RELATIVE CHANGE OF LAMDA

4.2 境界条件の効果

3.2節で述べたように、 λ を求める時の境界条件は $\partial\lambda/\partial n = 0$ と $\lambda = 0$ との2つが可能である。境界条件のとり方により解がどのように異なるかを調べる為に、単純な地形を用いた実験を行った。**Fig. 12**に示したように南北に連なる細長い起伏を考え、この地形の中に一点鎖線で示したように起伏を切断する形で計算領域を設ける。内挿された風速場として、5m/secの様な西風を与える。そうすると起伏の西側斜面では風速場の収束が、また東側斜面では発散が生じる。この収束発散を修正する事により地形の影響が表現される。地表面以外の全ての境界で $\lambda = 0$ を用いて計算した結果(Case 1)を**Fig. 13**に示す。(a)図には地上25mでの(u, v)成分を、(b)図にはA-B鉛直断面での(u, w)成分を図示してある。大きな特徴は、山脈に当たった気流は、あたかも計算領域の外側を迂回して流れるかのように修正されている事である。**Fig. 12**に示した地形は、南北方向(y方向)に一様な2次元的地形であるから、風速場もy方向に一様である方が物理的に正しい。**Fig. 14**には、領域の上方境界面($z = 500$ m)で $\lambda = 0$ を用い、4つの側方境界面($x = 0$, $x = 4000$, $y = 0$, $y = 1000$)で、 $\partial\lambda/\partial n = 0$ を用いて計算した結果(Case 2)を示してある。流れの2次元性($\partial/\partial y = 0$)がほぼ満足されている事がわかる。

Case 1とCase 2の結果の相違は次のように理解される。 $\lambda = 0$ を境界条件とすると境界面に平行な修正は行なわれない(**Fig. 5 (a)**)。従って起伏を切断した境界面($y = 0$, $y = 4000$)では斜面に沿う上昇流や下降流は表現されない。故に境界面付近では境界面に垂直な成分で収束発散の修正が行われる。この為、計算領域の外側を迂回するような流れが生ずる。ここで扱った例では、 $\partial\lambda/\partial n = 0$ を境界条件とした方が明らかに現実的な結果が得られる。前述したMATHEWでは、側方境界面では $\lambda = 0$ を専ら用いているが、これは大きな誤差の原因となり得る。

様々な地形に変分解析モデルを適用する時にどちらの境界条件を用いた方がよいかは一概には言えない。 $\partial\lambda/\partial n = 0$ を適用した境界面では、境界面を通過する流量をア prioriに規定する事になる。従って計算領域全体での質量保存則の修正には、この境界面は関与しない。計算領域全体での質量保存が保障されている場合、例えば広域気象計算モデルのメッシュデータを用いてメッシュ内の詳細な風速場を計算する時には、 $\partial\lambda/\partial n = 0$ を適用する事が本質的に正しい。しかし観測値の内挿結果では、計算領域全体での質量保存は一般には満足されない。この場合全ての側方境界で $\partial\lambda/\partial n = 0$ を適用すると計算領域全体での質量保存則は、上方境界を通しての上昇流・下降流で修正される事になる。実サイトに適用する場合には、計算領域の設定の仕方も含めて個々に検討する必要がある。

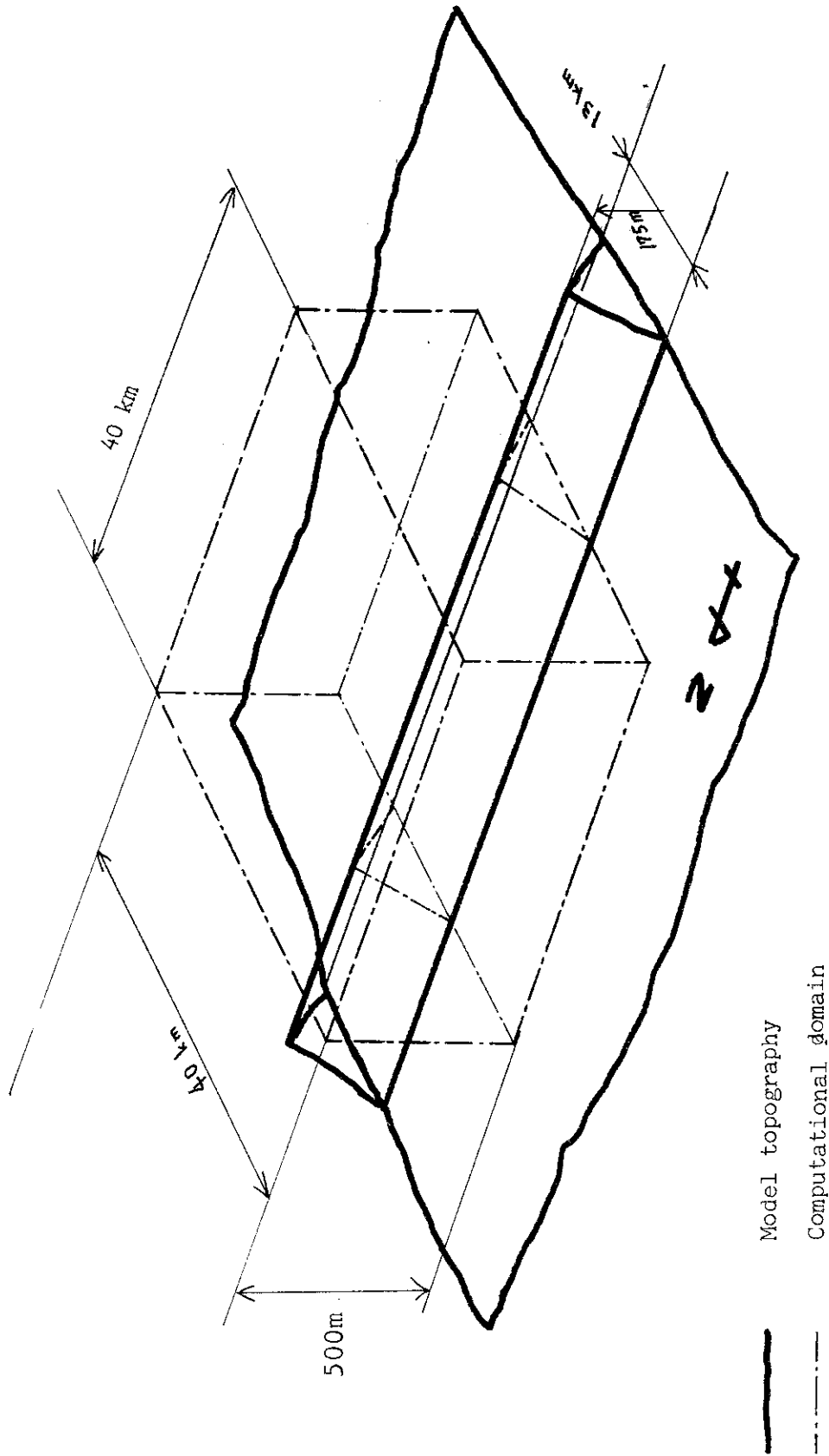


Fig. 12 Schematic drawing of the model topography and the computational domain.

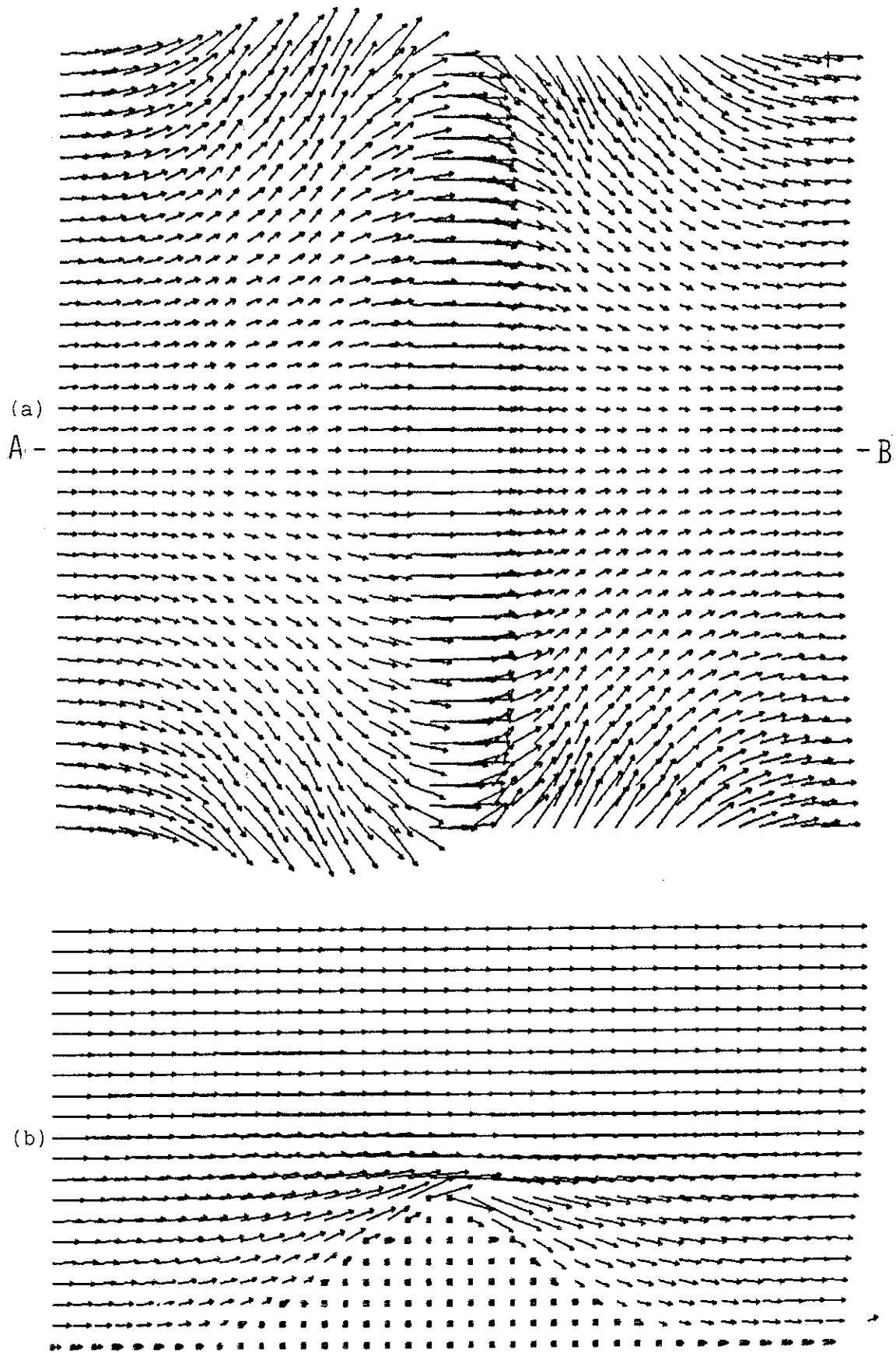


Fig. 13 Adjusted wind field calculated with the boundary condition, $\lambda=0$, at all lateral and upper boundaries. Horizontal wind field of 25 m above the surface (a), and the vertical cross section A-B (b).

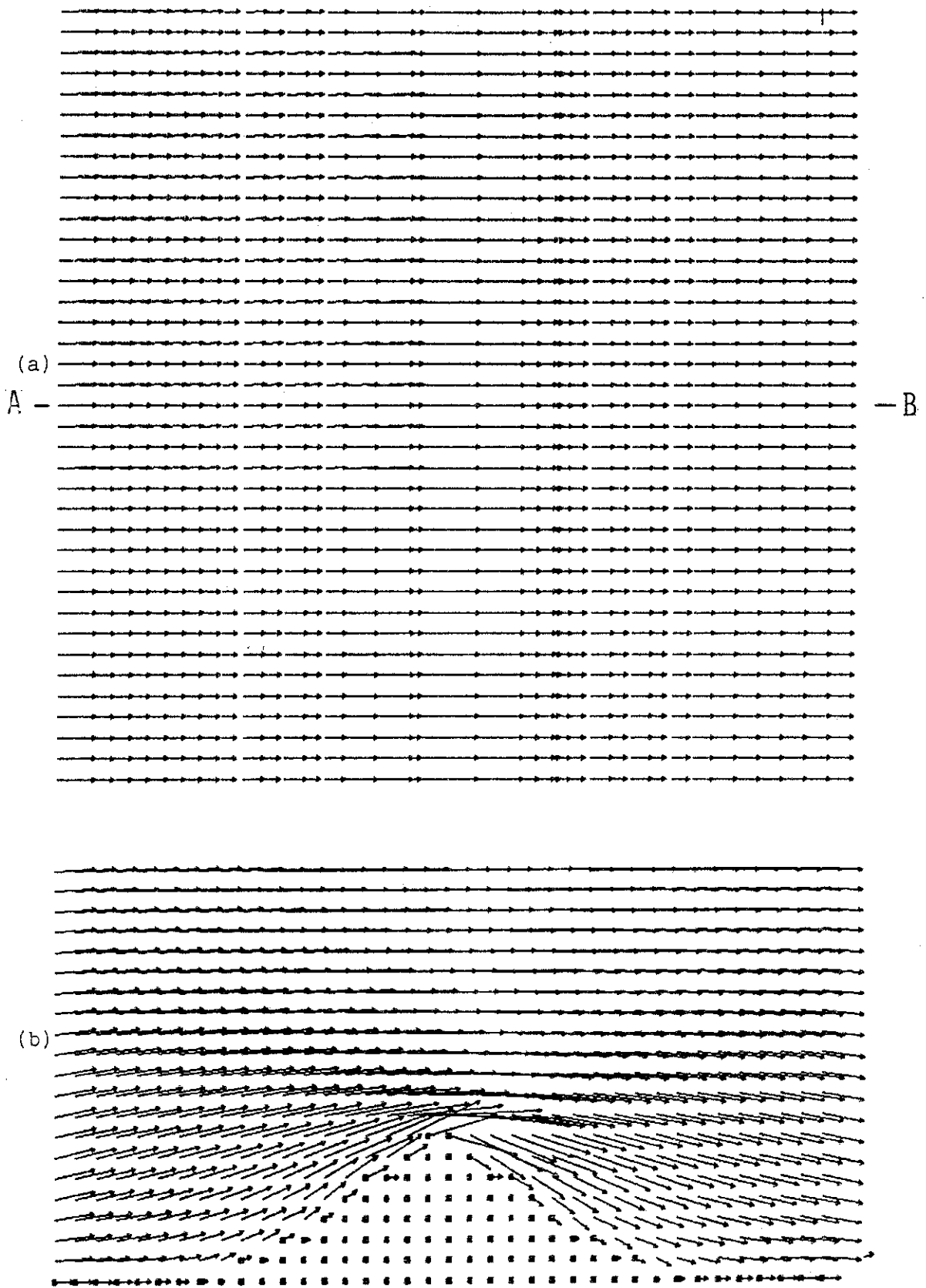


Fig. 14 Same as Figure 13, but the boundary condition $\partial \lambda / \partial n = 0$ is applied at all four lateral boundaries.

4.3 実サイトへの適用例

最後に実際の地形に適用した例を3例(東海村, 敦賀, 島根)示す。東海村の場合にはFig.2に示したサイト周辺気象観測点での気象データを用いて計算している。敦賀, 島根については仮想的な観測点と風速データを作成し, これを用いて計算した。

(a) 東海村周辺

Fig. 15に1979年5月3日11時の気象観測データ(a)と, 変分解析した結果(b)を示してある。(b)図に示したのは海拔125m面での風ベクトルの(u, v)成分である。矢印のない場所は, その格子点が地面中にある事を意味している。(a)図をみると, 大洗付近の観測点で海寄りの風(SE~ESE)が吹いているが他の観測点では陸風が吹いている。変分調節された結果ではこの観測と矛盾しない風系が得られている。但し東海付近を通り海側へ吹き出している風が, どの位東方迄続いているかは, 海上観測がない為にはっきりしない。

Fig. 16には同日13時の結果を示してある。この時間には海岸沿いの殆どの観測点では海風が吹いている。一方内陸部の観測点では北寄りの風が観測されている。修正された風速場では海風が内陸部に侵入していく様子が表現されている。

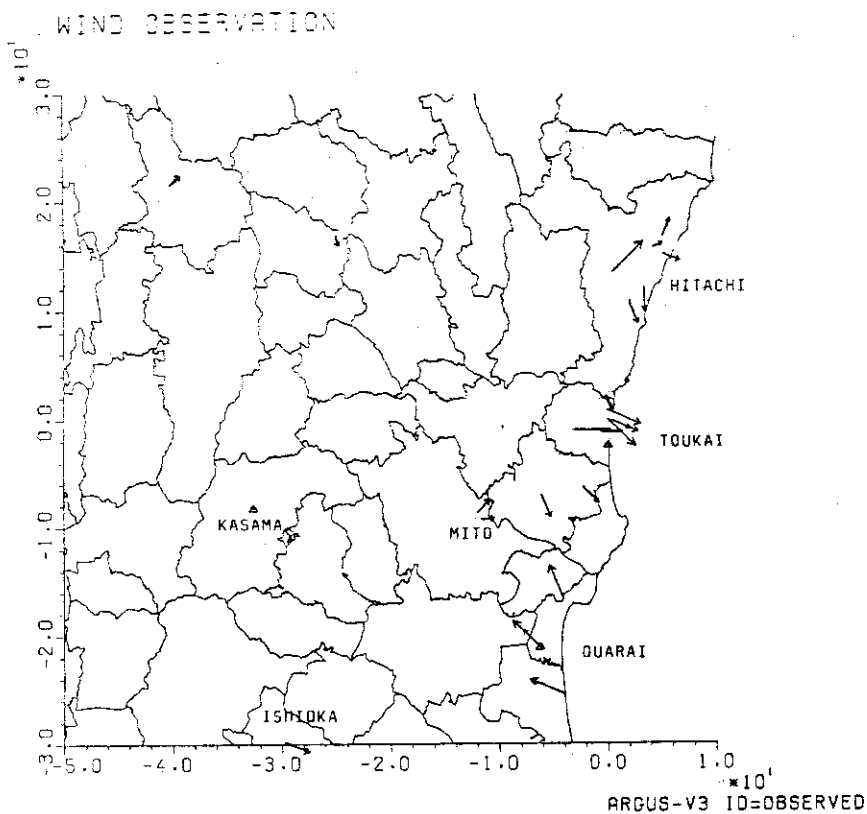
(b) 敦賀周辺

敦賀周辺での計算例をFig. 17に示してある。この計算では領域周辺の地上観測点で5m/secの北西風が観測されたとして計算している。(A)図には海拔100m面での風速の(u, v)成分を示してある。湾内で風向が北寄りに修正されている事が特徴である。図中に示した等高線からも解るように敦賀湾の周囲は急峻な崖となっている。修正された風速場はこの地形の影響を反映している。(B)図には海拔300mでの(u, v)成分を示してある。この高さでは地形の束縛は100mの時程厳しくない。その結果, 湾内の風向の修正は(A)図の場合程大きくない。またこの例では谷に沿う流れが表現されている事がわかる。

(c) 島根周辺

Fig. 18には島根周辺での計算例を示してある。ここでは領域周辺の地上観測点で5m/secの西北西の風が観測された場合を想定して計算を行った。原子力施設東方の山に当たった西北西の気流が山を迂回して流れる様子が表現されている。勿論, 気流のある部分は山を越える。(B)図に(A)図中にA-Bで示した鉛直断面での(u, w)成分を示してある。気流が山を越える様子が表現されている。気流のこのような振る舞いは, ガウスプレュームモデルや, 領域が限定される風洞実験⁽¹¹⁾では考慮されていない。このような地形の影響を考慮する事は, 緊急時の被曝評価では重要である。

(a)

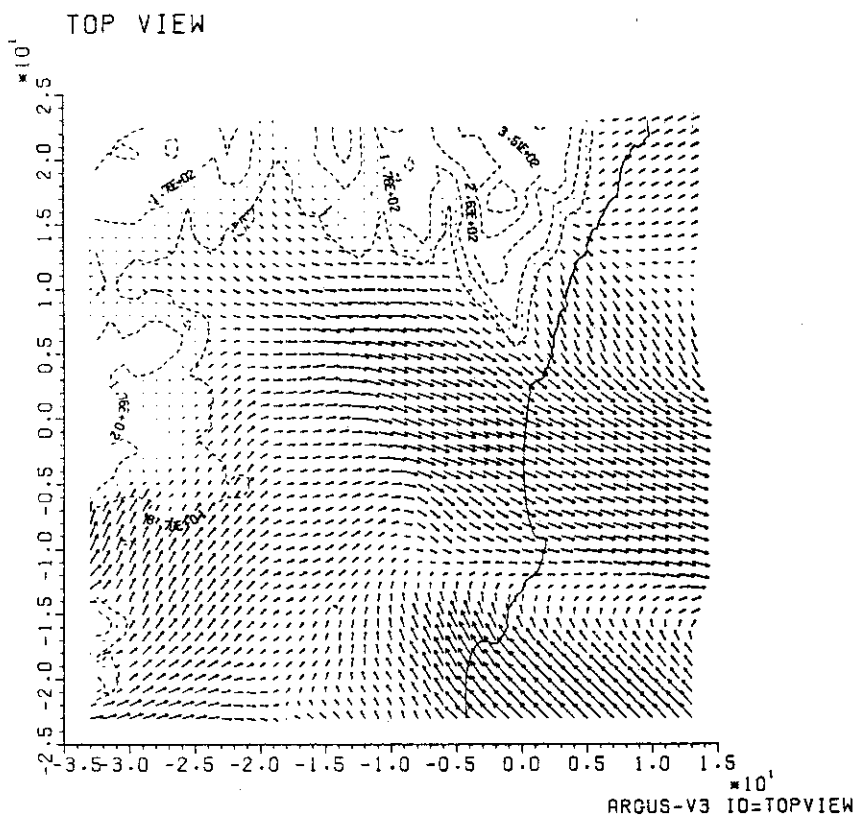


SITE =
GENKEN(T
TIME = 79050311

$|V| = 0.45E+01$
HMAX=10.0

83-04-12 1 PAGE

(b)



TYPE : DIAGNO (2)
TIME = 79050311
ESTIMATE 79050314
HEIGHT LEVEL= 125M

TOPOGRAPHIC DATA
10**0

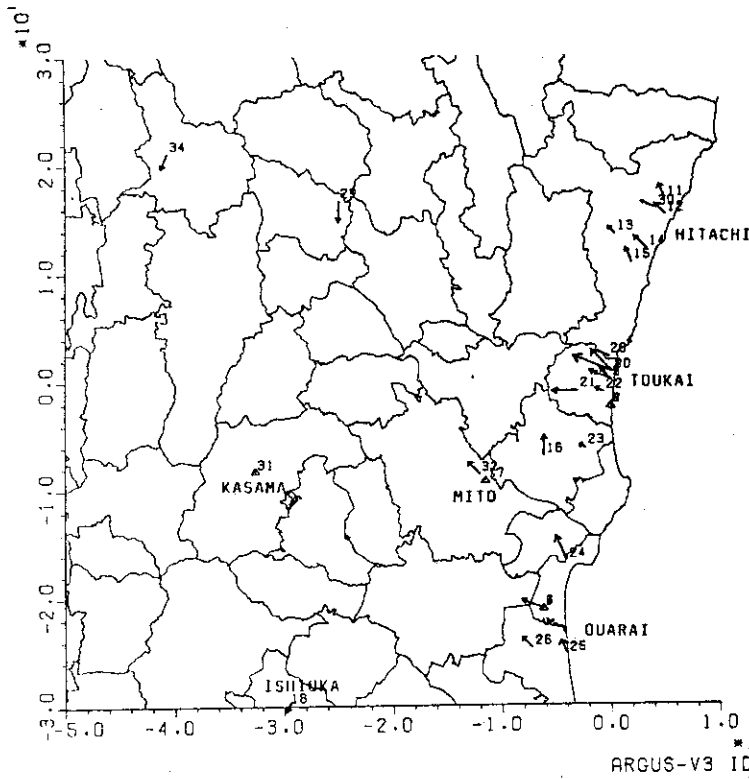
1	87.8
2	175.6
3	263.4
4	351.2
5	439.1

$|V| = 0.55E+01$
HMAX=5.0

83-04-11 1 PAGE

Fig. 15 An example of the computation around TOUKAI site. The wind observations are shown in the figure (a), and the result of the variational adjustment is shown in figure (b).

WIND OBSERVATION



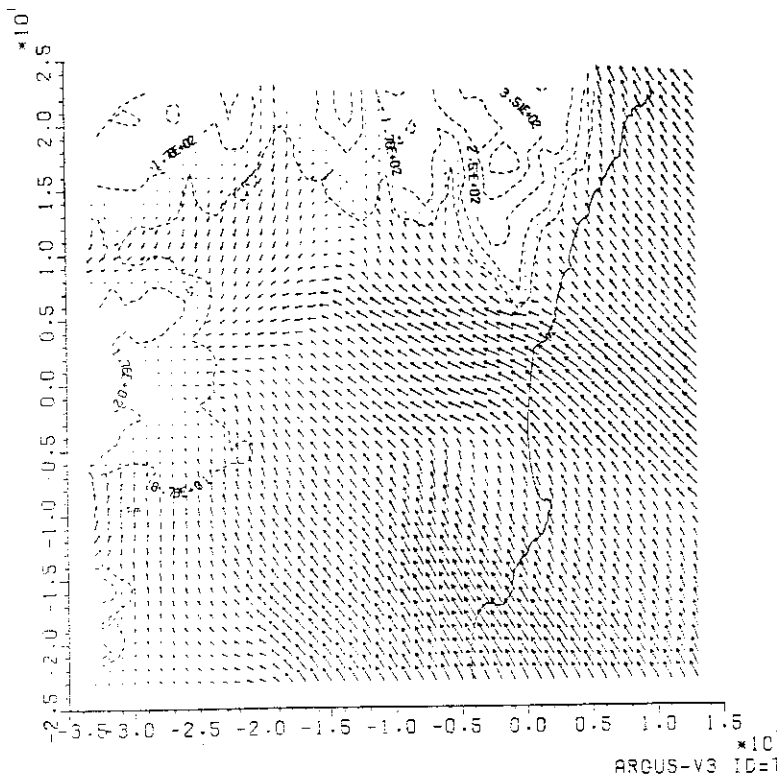
SITE =
GENKEN(T
TIME = 79050313

↑
|V| = 0.75E+01
HMAX = 10.0

ARGUS-V3 ID=OBSERVED

83-04-14 1 PAGE

TOP VIEW



TYPE : DIAGNO (2)
TIME = 79050313
ESTIMATE 79050314
HEIGHT LEVEL = 125M

TOPOGRAPHIC DATA
10**0

- 1 87.8
- 2 175.6
- 3 263.4
- 4 351.2
- 5 439.1

↑
|V| = 0.72E+01
HMAX = 5.0

ARGUS-V3 ID=TOPVIEW

83-04-11 1 PAGE

Fig. 16 Same as Figure 15 but for another time.

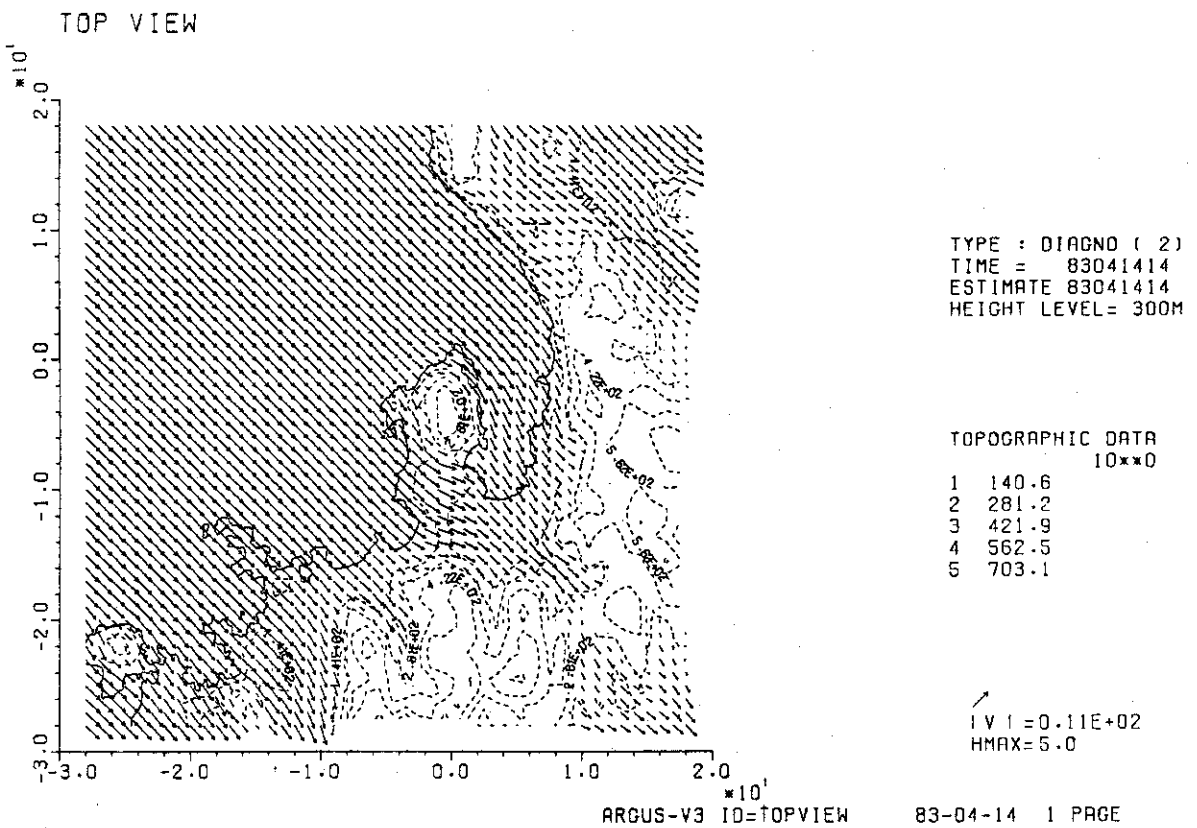
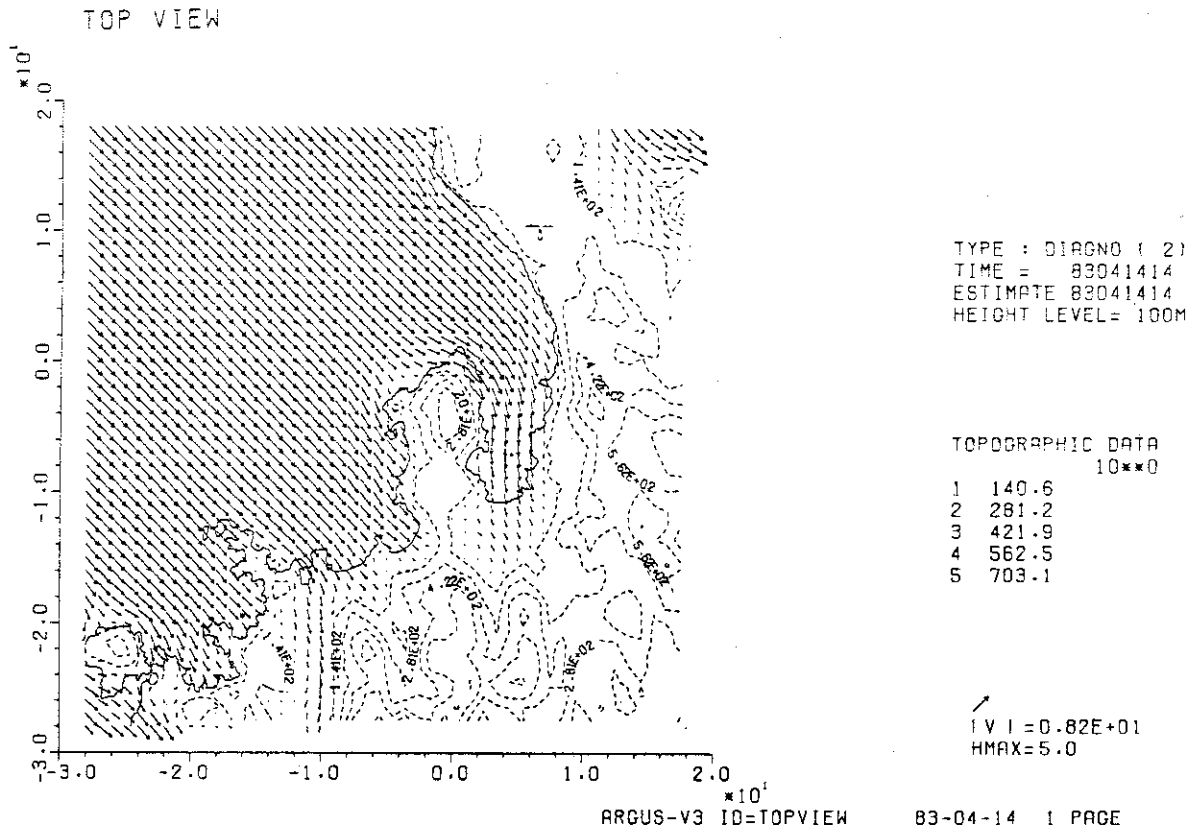


Fig. 17 An example around TSURUGA. The interpolated wind is supposed to be north-westerly everywhere. Horizontal wind field (u, v) of two different levels are shown.

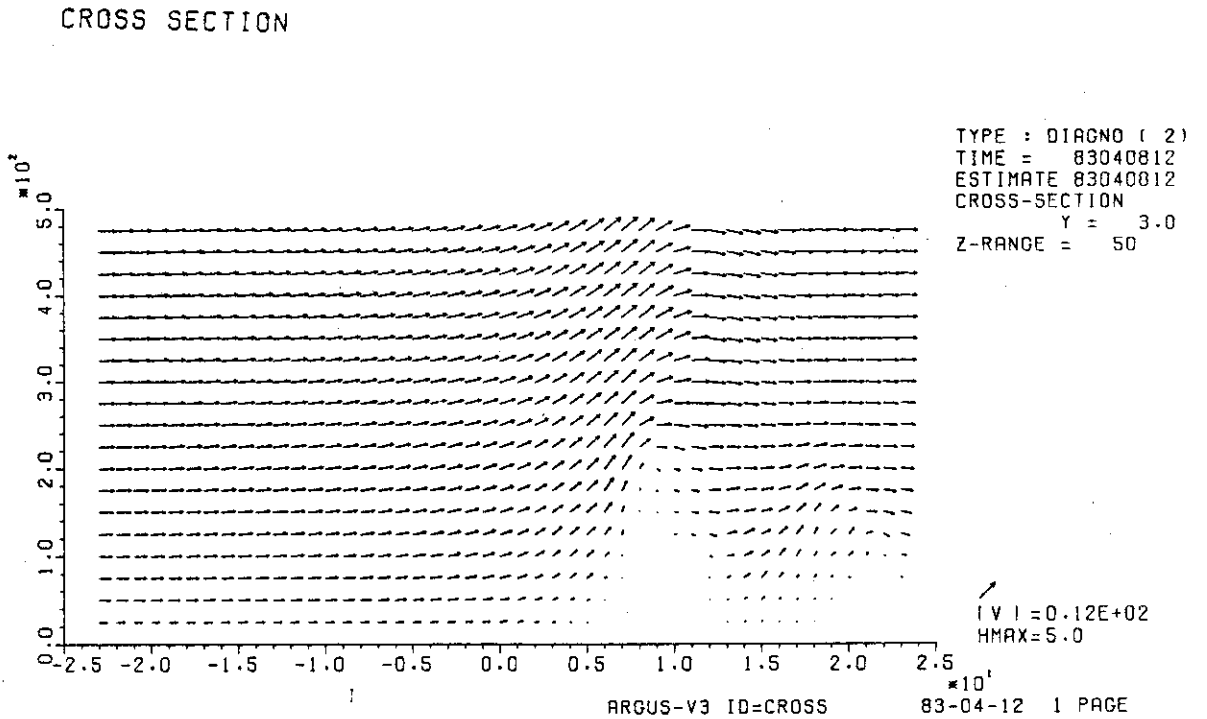
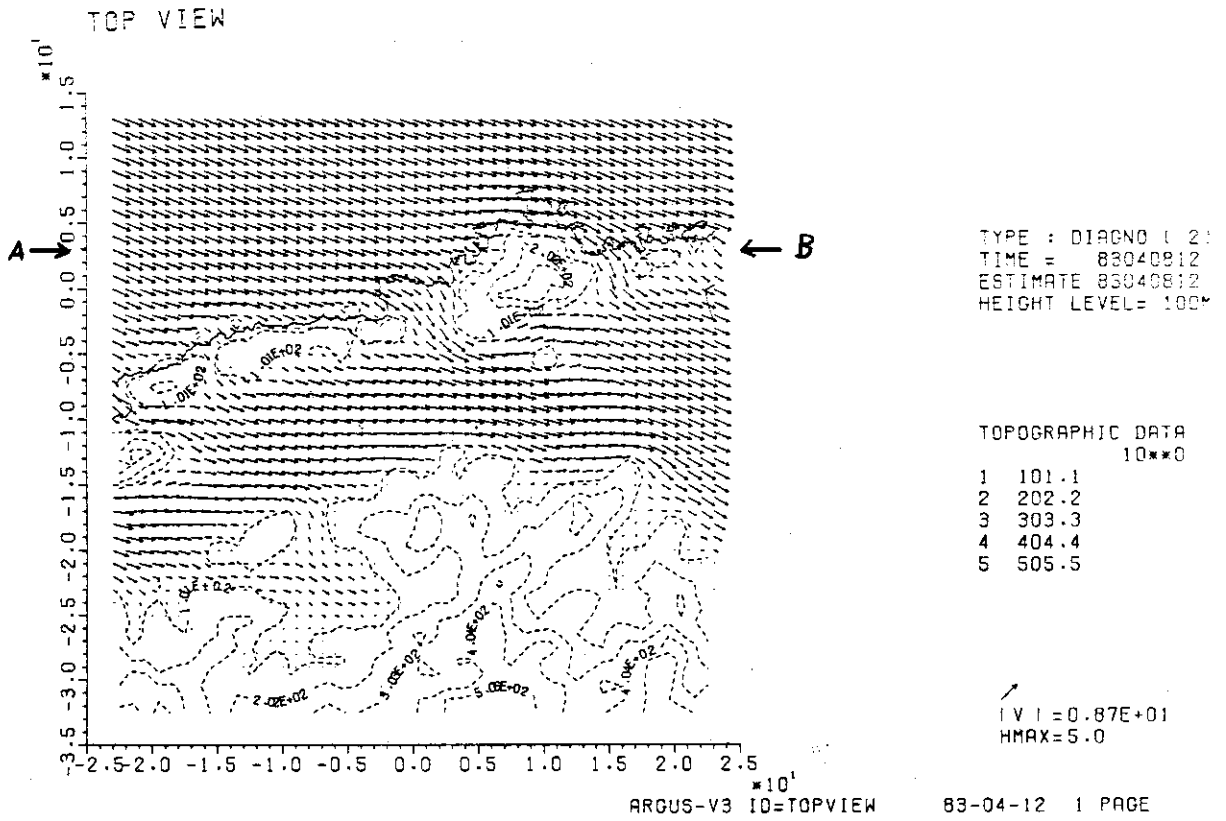


Fig. 18 An example around SHIMANE. The interpolated wind is supposed to be WNW everywhere. Both horizontal wind field and the vertical cross section A-B are shown.

5. おわりに

本報では変分法を用いた3次元風速場計算モデルを、Shermannの方法に基づいて作成し検討した結果について述べた。この方法を用いる事により地形の影響を考慮した風速場を適切に表現できる事がわかった。MATHEWとの主な相違点は、

- 1) スタッガードスキームを用い差分誤差がなくなり地形の表現が向上している事、
- 2) 収束計算を倍精度化する事により解の収束が速い事、
- 3) 境界条件を選択的に用いる事

である。

本モデルの今後の改良、発展としては以下の諸項目が考えられる。

a. 内挿法の再検討

変分解析の段階では質量保存則のみに着目するのであり、風速場の他の性質は全て観測値とその内挿法に依存する。観測点は十分に代表性の良いものを用いるべきである。空間代表性の悪いデータが観測点の疎な地域に存在する時モデルは大きな誤まりを生じるおそれがある。観測値の内挿法としては統計的手法を加味した方法等を検討する必要もある。地形が複雑な場合の上層風の内挿については現時点では適切な方法は明確でない。複雑地形での特別気象観測のデータ等を用いて現在提案されている種々の内挿式の検討を行ない、必要ならば新しい方法を開発する必要がある。

b. 重み係数 α_1 , α_2 の選択

重み係数 α_1 , α_2 の比(α_1/α_2)は、修正量の水平成分と鉛直成分の相対的な大きさを規定する為、結果にかなりの影響を与える。この比が大きいと山を越える成分が増加し、小さくなると山を迂回する成分が支配的となる。この比の値は大気安定度の関数となる。この2数比が複雑な地形上で大気安定度や地表からの高さにどのように依存するかを調べる為には、野外実験との比較、力学的数値シミュレーションとの比較を行なう必要がある。

c. 地形表現の改善

ここで示したモデルでは、地形は直方体のブロック、($\Delta x \times \Delta y \times \Delta z$)の積み重ねで表現されている。この方法はMATHEWに比べて僅かに改善されているとは言え十分なものではない。原子力に関わる環境安全評価の問題では実際に人間活動の営まれている地表付近の濃度分布が最も重要となるが、ブロック状の地形を用いる事により地表付近の濃度が人工的な影響を受ける。今後は地表面座標系の導入、あるいは有限要素法の利用により、地形を滑らかに表現できるようモデルの作成が望まれる。

ここで示した計算コードは、現在原研で開発中の緊急時環境線量情報予測システムに組み込まれ風速場の現況解析用に用いられている。実際の適用結果については濃度計算の結果とともに別に報告する予定である。

謝 辞

本研究の遂行にあたり御指導いただいた環境安全研究部今井和彦部長と環境第1研究室長森内茂氏に感謝します。

References

- (1) Dickerson, M.H. : MASCON --- A Mass-Consistent Atmospheric Flux Model for Regions with Complex Topography. J. Appl. Meteor., Vol.17, No.3, 241-253 (1978)
- (2) Shermann, C.A. : A Mass-Consistent Model for Wind Fields over Complex Terrain. J. Appl. Meteor., Vol.17, No.3, 312-319 (1978)
- (3) Dickerson, M.H. and Orphan, R.C. : Atmospheric Release Advisory Capability, Nuclear Safety, Vol.17, 281-289 (1976)
- (4) Rolf, L. : ADPIC --- A Three Dimensional Particle-in-Cell Model for the Dispersion of Atmospheric Pollutants and its Comparison to Regional Tracer Studies. J. Appl. Meteor., Vol.17, No.3, 320- (1978)
- (5) 茅野政道 : PIC (Particle-in-cell) モデルによる大気中濃度分布計算コード, JAERI-M 82-219 (1983)
- (6) Busch : Workshop on Micrometeorology (Haugen, D.A. ed.), Amer. Meteor. Soc., Boston, 2-3 (1973)
- (7) 気象庁 : 秋田湾地域大気環境調査報告書 (1976)
- (8) De Marrais, G.A. : Wind Speed Profiles at Brookhaven National Laboratory. J. Meteor., Vol.16, 181-190 (1958)
- (9) 田部井誠, 中村康弘 : 国土数値情報の変換・地図表示ソフトウェア, JAERI-M 82-041 (1982)
- (10) 高橋國夫, 茅野政道, 本間俊充, 石川裕彦, 甲斐倫明, 今井和彦, 浅井清 : 緊急時環境放射能予測計算コード ARAC の M 200 への変換, JAERI-M 82-041 (1982)
- (11) 四方 浩, 杉本 修 : 島根原子力発電所における排出ガス拡散の風洞実験, 日本原子力学会誌, Vol. 23, No 3 191-196 (1981)

謝 辞

本研究の遂行にあたり御指導いただいた環境安全研究部今井和彦部長と環境第1研究室長森内茂氏に感謝します。

References

- (1) Dickerson, M.H. : MASCON --- A Mass-Consistent Atmospheric Flux Model for Regions with Complex Topography. J. Appl. Meteor., Vol.17, No.3, 241-253 (1978)
- (2) Shermann, C.A. : A Mass-Consistent Model for Wind Fields over Complex Terrain. J. Appl. Meteor., Vol.17, No.3, 312-319 (1978)
- (3) Dickerson, M.H. and Orphan, R.C. : Atmospheric Release Advisory Capability, Nuclear Safety, Vol.17, 281-289 (1976)
- (4) Rolf, L. : ADPIC --- A Three Dimensional Particle-in-Cell Model for the Dispersion of Atmospheric Pollutants and its Comparison to Regional Tracer Studies. J. Appl. Meteor., Vol.17, No.3, 320- (1978)
- (5) 茅野政道 : PIC (Particle-in-cell) モデルによる大気中濃度分布計算コード, JAERI-M 82-219 (1983)
- (6) Busch : Workshop on Micrometeorology (Haugen, D.A. ed.), Amer. Meteor. Soc., Boston, 2-3 (1973)
- (7) 気象庁 : 秋田湾地域大気環境調査報告書 (1976)
- (8) De Marrais, G.A. : Wind Speed Profiles at Brookhaven National Laboratory. J. Meteor., Vol.16, 181-190 (1958)
- (9) 田部井誠, 中村康弘 : 国土数値情報の変換・地図表示ソフトウェア, JAERI-M 82-041 (1982)
- (10) 高橋國夫, 茅野政道, 本間俊充, 石川裕彦, 甲斐倫明, 今井和彦, 浅井清 : 緊急時環境放射能予測計算コード ARAC の M 200 への変換, JAERI-M 82-041 (1982)
- (11) 四方 浩, 杉本 修 : 島根原子力発電所における排出ガス拡散の風洞実験, 日本原子力学会誌, Vol. 23, No 3 191-196 (1981)

附 録

ラグランジェの未定乗数 λ についての境界条件の差分近似について述べる。ここでは x 方向の境界条件についてのみ記す。 y 方向, z 方向についても同様である。

インデックス i の単位格子について考えると x 方向の境界条件は,

$$(i) \quad -側の面で \lambda = 0$$

$$(ii) \quad -側の面で \partial\lambda/\partial x = 0$$

$$(iii) \quad +側の面で \lambda = 0$$

$$(iv) \quad +側の面で \partial\lambda/\partial x = 0$$

の4つがある。境界付近で λ を2次の多項式で近似する事により上記(i)~(iv)につき境界面の外側の格子での λ の値を

$$\lambda_{i-1} = -2\lambda_i + \frac{1}{3}\lambda_{i+1} \quad (A-1)$$

$$\lambda_{i-1} = \lambda_i \quad (A-2)$$

$$\lambda_{i+1} = -2\lambda_i + \frac{1}{3}\lambda_{i-1} \quad (A-3)$$

$$\lambda_{i+1} = \lambda_i \quad (A-4)$$

と表現できる。これを用いて境界面での修正された風速場は各々

$$u_i = u_i^0 + \frac{1}{2\alpha_1^2} \frac{3\lambda_i - \frac{1}{3}\lambda_{i+1}}{\Delta x} \quad (A-5)$$

$$u_i = u_i^0 \quad (A-6)$$

$$u_i = u_i^0 + \frac{1}{2\alpha_1^2} \frac{-3\lambda_i + \frac{1}{3}\lambda_{i-1}}{\Delta y} \quad (A-7)$$

$$u_i = u_i^0 \quad (A-8)$$

と表現される。また λ についてのポアソン型偏微分方程式に現われる2次微分の項

$$\frac{\partial^2 \lambda}{\partial x^2} = \frac{A\lambda_{i-1} + B\lambda_i + C\lambda_{i+1}}{(\Delta x)^2} \quad (A-9)$$

は, -側, +側の境界条件の組み合わせにより8通りのケースがある。Table A-1 に境界条件の組み合わせと係数 A, B, C との関係をまとめてある。

righthand boundary condition	A	B	C	lefthand boundary condition
regular point	1	-2	1	regular point
rigid boundary	0	-1	1	regular point
regular point	1	-1	0	rigid boundary
rigid boundary	0	0	0	rigid boundary
flow through boundary	0	-4	4/3	regular point
regular point	4/3	-4	0	flow through boundary
flow through boundary	0	-8/3	0	rigid boundary
rigid boundary	0	-8/3	0	flow through boundary

Table A-1 Coefficients of the finite difference approximation expressed in eq. (A-9).