

JAERI - M
84-095

JT-60 プラズマ平衡制御の
Matrix 伝達関数解析

1984年5月

菊池 満・二宮 博正・芳野 隆治
吉田 英俊・細金 延幸・辻 俊二
関 省吾

日本原子力研究所
Japan Atomic Energy Research Institute

JAERI-M レポートは、日本原子力研究所が不定期に公刊している研究報告書です。

入手の問合せは、日本原子力研究所技術情報部情報資料課（〒319-11 茨城県那珂郡東海村）あて、お申しこしください。なお、このほかに財団法人原子力弘済会資料センター（〒319-11 茨城県那珂郡東海村日本原子力研究所内）で複写による実費頒布をおこなっております。

JAERI-M reports are issued irregularly.

Inquiries about availability of the reports should be addressed to Information Section, Division of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken 319-11, Japan.

© Japan Atomic Energy Research Institute, 1984

編集兼発行 日本原子力研究所

印 刷 株原子力資料サービス

J T - 60 プラズマ平衡制御のMatrix伝達関数解析

日本原子力研究所東海研究所大型トカマク開発部

菊池 満・二宮 博正・芳野 隆治

吉田 英俊・細金 延幸・辻 俊二

関 省吾

(1984年4月23日受理)

J T - 60 のフィードバック制御計算機によって制御されるプラズマ電流、プラズマ位置（最外殻磁気面の中心）、30度リミターと最外殻磁気面とのクリアランス、ダイバータスロートの幅の制御性の周波数特性を解析し、適正なゲイン、応答限界、プラズマのパラメータ変動による外乱応答及び制御系相互間の干渉を定量的に評価した。また、位置制御系の応答を改善するための方法、電流立ち上げ時の位置制御性の改善法及びダイバータ配位の分離制御法について定量的評価を行った。

Matrix Transfer Function Analysis of
JT-60 Plasma Equilibrium Control

Mitsuru KIKUCHI, Hiromasa NINOMIYA,
Ryuji YOSHINO, Hidetoshi YOSHIDA,
Nobuyuki HOSOGANE, Shunji TSUJI
and Shogo SEKI

Department of Large Tokamak Development,
Tokai Research Establishment, JAERI

(Received April 23, 1984)

Control characteristics of plasma current, plasma position (center of the outermost magnetic surface), clearance between 30 degree limiter and outermost closed magnetic surface and width of the divertor throat in JT-60 are analyzed in the frequency domain. Recommended gains, maximum response frequency, responses to plasma parameter variations and mutual interactions between controllers are qualitatively determined.

High response position control is realized by the hybrid control of F and V power supplies. The position controllability during plasma current rise and soft landing is improved by the hybrid control.

The throat and clearance can be controlled by the decoupling control.

Keywords: Control Characteristics, Hybrid Control, Decoupling Control, JT-60, Plasma Equilibrium

目 次

1.はじめに	1
2.計算モデル	2
3.系のMatrix伝達関数	5
4.ポロイダル磁場コイル電源のACR運転	7
5.フィードバック制御計算機(II _b) - DDC ブロック線図	8
6. R _p - I _p 制御特性	11
6.1 従来の制御方式での制御特性	11
6.2 位置高速制御のためのF-V Hybrid制御-I	17
6.3 電流立ち上げ時の位置制御のためのF-V Hybrid制御-II	17
7.ダイバータ配位制御特性	22
7.1 クリアランス・スロート幅の状態方程式	22
7.2 制御系間相互干渉	23
7.3 分離制御	26
8.まとめ	31
謝辞	31
参考文献	32
付録 I	33
付録 II	33

Contents

1.	Introduction	1
2.	Modelling	2
3.	Matrix Transfer Function of System	5
4.	ACR Operation of Poloidal Field Coil Power Supply	7
5.	Block-line Diagram of Feedback Control Computer (IIb) and DDC	8
6.	Control Characteristics of $R_p - I_p$	11
6.1	Control Characteristics of Conventional Control Method ...	11
6.2	F-V Hybrid Control I for High Response Position Control ..	17
6.3	F-V Hybrid Control II for Position Control during Plasma Current Rise	17
7.	Control Characteristics of Divertor Configuration	22
7.1	State Equation of Clearance and Throat	22
7.2	Mutual Interactions between Controllers	23
7.3	Decoupling Control	26
8.	Conclusions	31
	Acknowledgements.....	31
	References	31
	Appendix I	33
	Appendix II	33

1. はじめに

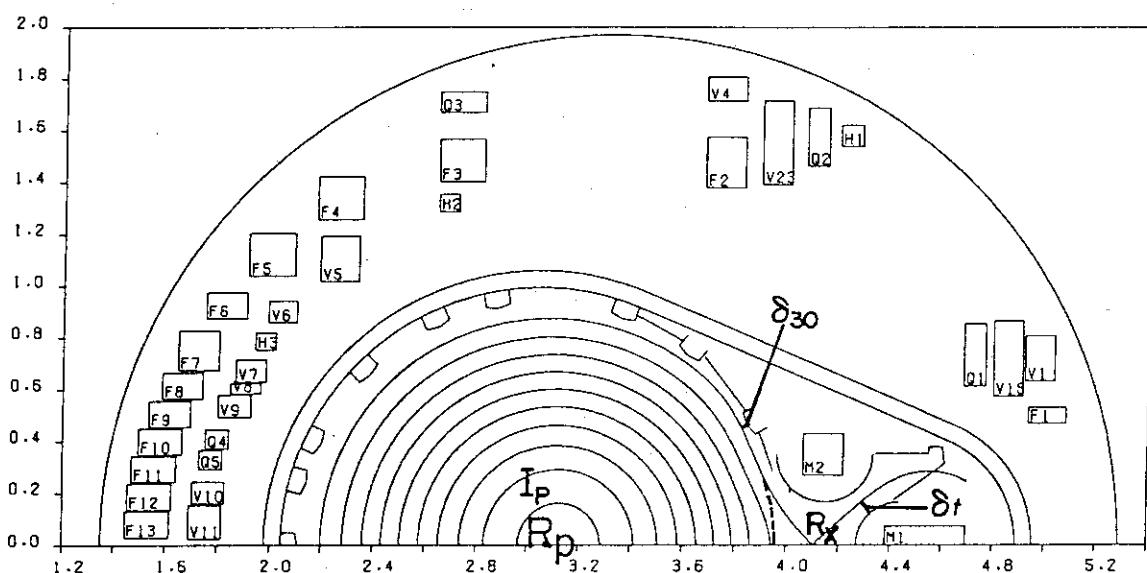
昭和60年3月から開始されるJT-60実験において、プラズマの位置、電流、プラズマ表面とリミター間のクリアランス、及びダイバータスロートの帰還制御機能は、プラズマの保持にとって最も重要な機能の1つであり、JT-60全系制御設備の中のフィードバック制御計算機(II_b)においてこの機能が遂行される。現状のフィードバック制御計算機の中の演算式の妥当性および最適な制御式を決定するために、Matrix伝達関数解析を行った。

JT-60におけるフィードバック制御解析は、文献[1]において基礎的ブロック線図が導かれ、文献[2]において、各種の制御技術のJT-60への適用法が検討され、文献[3]ではトーラス系の磁気的相互作用を回路方程式に帰着させるトカマク回路論が検討され、文献[4]において制御系の定数を決めるために使われている。

一方、JT-60の渦電流に関しては、文献[5]～[7]において詳細に集中定数化がなされており、文献[8]において制御用のデータとして選択がなされている。また、JT-60のダイバータ配位制御にとって重要な制御量は、30°固定リミターとプラズマ表面との距離 δ_{30} とセパラトリックス線のダイバータ板からの距離 δ_t であることがわかっている。これらの量の詳細なパラメータ依存性は、Buneman法を用いた高精度平衡コードによって調べられている。プラズマの最外殻磁気面の中心位置 R_p とプラズマ電流 I_p を含めた4変数の制御特性を古典制御解析の面から論じ、シミュレーション及び実験時に予想されるプラズマ制御特性を理解するのが本論文の目的である。このため、従来の一変数の古典制御理論を多変数に拡張し、Matrix伝達関数によって考察した。

2. 計算モデル

J T-60においてフィードバック制御計算機(II_b計算機)が制御対象とする物理量はプラズマ電流(I_p)、プラズマの最外殻磁気面の中心(R_p)、30°固定リミターとプラズマ表面との距離(δ_{30})、セパラトリックス線のダイバータ板からの距離(δ_t)である。これらの量を第1図に示す。



第1図 JT-60 ダイバータ配位における制御量

I_p : プラズマ電流,

R_p : 最外殻磁気面の中心

δ_{30} : 30°リミターとプラズマ表面の距離 (30°リミター表面の座標 ;

$R = 3,846\text{m}, Z = 0,465\text{m})$

δ_t : ダイバータストロートの幅 (M1コイルキャン上の固定点 ; $R = 4,3292\text{m}, Z =$

$0,127\text{m}$ からセパラトリックス線までの距離)

制御対象となる系の基礎方程式はプラズマ電流、コイル電流、渦電流に対する回路方程式とプラズマ位置、クリアランスに対する状態方程式及び検出系、フィードバック制御計算機中の演算、サイリスタの特性を考慮した電圧制御式である。

プラズマ電流(I_p)、帰還制御されるコイル電流 I_i (空心変流器コイル電流 I_F 、垂直磁場コイル電流 I_v 、四重極磁場コイル電流 I_q 及び磁気リミターコイル電流 I_m)および対角化された渦電流 \tilde{I}_e に対する回路方程式は次の方程式系によって表わされる。

プラズマ電流 I_p [A] ;

$$(L_p I_p) + (M_{pi}' I_i') + (\tilde{M}_{pe}' \tilde{I}_e') + \eta_p I_p = 0$$

コイル電流 I_i [A] ;

$$(M_{pi} I_p) + M_{ii}' I_i' + \tilde{M}_{ie}' \tilde{I}_e' + R_i I_i = V_i$$

渦電流 \tilde{I}_e [A $\sqrt{\Omega}$] ;

$$(\tilde{M}_{pe} I_p) + \tilde{M}_{ie}' I_i' + \tau_e \tilde{I}_e + \tilde{I}_e = 0$$

但し,

$$L_p = \mu_0 R_p \left(\ell_n \frac{8 R_p}{a_p} + \frac{\ell_i}{2} - 2 \right),$$

$M_{pi}(R_p)$; プラズマ-コイル間相互インダクタンス [H],

$\tilde{M}_{pe}(R_p)$; プラズマ-渦電流間相互インダクタンス [$H/\Omega^{1/2}$].

$M_{ii}', M_{pi}, \tilde{M}_{ie}, \tilde{M}_{pe}$ は JT-60 データベースとして求められている。

この方程式系は Matrix 形で次のように表わされる。

$$\frac{d}{dt} \vec{M} \vec{I} + \vec{R} \vec{I} = \vec{V} \quad (2)$$

但し,

$$\vec{M} = \begin{bmatrix} L_p & M_{pi}' & \tilde{M}_{pe}' \\ M_{ip} & M_{ii}' & \tilde{M}_{ie}' \\ \tilde{M}_{ep} & \tilde{M}_{ei}' & 0 \end{bmatrix},$$

$$\vec{R} = \begin{bmatrix} \eta_p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_i \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

ここで p, i, e は各々プラズマ, i -一番目コイル, e -一番目渦電流の略称である。

プラズマ位置 R_p に対する状態方程式は Shafranov の式 [9] を用いることにする。また、電流中心の位置の R_p からのずれは無視した。このずれは高 β_p になると重要になるので付録 I で補正方法を述べる。

$$2\pi R_p B_z = \frac{\partial M_{pi}}{\partial R_p} I_i + \frac{\partial \tilde{M}_{pe}}{\partial R_p} \tilde{I}_e$$

により、次式が R_p に対する状態方程式である。

$$\frac{\mu_0}{2} I_p \left(\ln \frac{8 R_p}{a_p} + \beta_p + \frac{\ell_i}{2} - \frac{3}{2} \right) + \frac{\partial M_{pi}}{\partial R_p} I_i + \frac{\partial \tilde{M}_{pe}}{\partial R_p} \tilde{I}_e = 0 \quad (3)$$

クリアランス δ_{so} 及びスロート幅 δ_t に対する状態方程式は 7.1 節において述べる。

ℓ_i^* ($\equiv \ell_i - \ln a_p^2$)、 β_p 及び η_p は制御系に対する外乱として取扱う。但し、 ℓ_i^* 、 β_p 、 η_p は、ガス注入、追加熱を通して部分的には制御可能であることは言うまでもない。

$$\vec{U}_d = (\ell_i^*, \beta_p, \eta_p)$$

と定義し、 \vec{U}_d を制御系に対する外乱ベクトルと呼ぶ。プラズマ位置 R_p の制御では、外乱応答をいかに小さく抑えるかが最も重要な要素になる。

3. 系の Matrix 伝達関数

系の方程式は非線形方程式であり、ここで述べる制御解析を適用するためには回路方程式を平衡状態（但し、定常とは限らない）のまわりに展開して線形化方程式を求める必要がある。

(3)式の線形化方程式を(2)式の線形化方程式に代入すると次式で表わされる。

$$\overset{\leftrightarrow}{M}_1 \frac{d}{dt} \overset{\leftrightarrow}{I} + \overset{\leftrightarrow}{Z}_1 \overset{\leftrightarrow}{I} = \overset{\leftrightarrow}{V} + \overset{\leftrightarrow}{H}_1 \frac{d}{dt} \overset{\leftrightarrow}{U}_d + \overset{\leftrightarrow}{H}_2 \overset{\leftrightarrow}{U}_d \quad (4)$$

ここで（～）は摂動量を表わし、 $\overset{\leftrightarrow}{M}_1$ 、 $\overset{\leftrightarrow}{Z}_1$ は等価的なインダクタンス行列及び抵抗行列であり、 $\overset{\leftrightarrow}{U}_d$ は制御系に対する外乱である。 $\overset{\leftrightarrow}{M}_1$ 、 $\overset{\leftrightarrow}{Z}_1$ 、 $\overset{\leftrightarrow}{H}_1$ 及び $\overset{\leftrightarrow}{H}_2$ の表式は付録IIに示す。

フィードバック制御がない場合の系の固有振動の固有値は、次の固有値方程式の根である。

$$|\lambda + \overset{\leftrightarrow}{A}| = 0 \quad (5)$$

$$\text{ここで, } \overset{\leftrightarrow}{A} = \overset{\leftrightarrow}{M}_1^{-1} \overset{\leftrightarrow}{Z}_1.$$

この固有値 λ は系の制御性に対する目安を与える。また、根軌跡の始点となる。

帰還制御は $\overset{\leftrightarrow}{V}$ を制御することによって行われる。DDC (Direct Digital Control) 計算機がポロイダル磁場コイル電源に接続されコイル電流 (ACR) もしくはコイル電圧 (AVR) を II_b 計算機からの指令値になるようにマイナーループ制御を行なう。II_b 計算機は制御量 I_p 、 R_p 、 δ_{s0} 及び δ_t の基準値と測定値との差に対して適当な演算を行ないコイル電流もしくはコイル電圧の制御指令値を求め、各ポロイダル磁場コイルに接続されている DDC 計算機に出力する。ポロイダル磁場コイル電源のサイリスタは非線形性をもっており、電圧を上げる場合と下げる場合では遅れ時間が異なる。ここでは、この非線形性を無視し、単なる無駄時間要素として近似する。詳細な検討は II_b 計算機、DDC 計算機、サイリスタの動作特性を正確に取り入れた実時間でのシミュレーションコードによって行なわれ、サイリスタの非線形性及び計算機の離散性に伴なう問題等が議論される [10]。

ここで用いる線形近似での制御系のモデルでは、電圧のラプラス変換量 $\overset{\leftrightarrow}{V}$ は、次式で表わされる。

$$\overset{\leftrightarrow}{V} = \overset{\leftrightarrow}{G} (\overset{\leftrightarrow}{X}_{ref} - \overset{\leftrightarrow}{P} \overset{\leftrightarrow}{X}) + \overset{\leftrightarrow}{G}_1 \overset{\leftrightarrow}{I} \quad (6)$$

ここで、

$\overset{\leftrightarrow}{X}_{ref}$; 制御量の基準値

$\overset{\leftrightarrow}{X}$; 制御量 ($\overset{\leftrightarrow}{I}_p$, $\overset{\leftrightarrow}{R}_p$, $\overset{\leftrightarrow}{\delta}_{s0}$, $\overset{\leftrightarrow}{\delta}_t$)

$\overset{\leftrightarrow}{G}$; 電圧制御行列

$\overset{\leftrightarrow}{G}_1$; ACR 制御行列

$\overset{\leftrightarrow}{P}$; 検出器行列

制御系の設計は最適な $\overset{\leftrightarrow}{G}$, $\overset{\leftrightarrow}{G}_1$ を決定することである。

プラズマ位置 R_p は主に垂直磁場コイル (V コイル) により制御され、プラズマ電流は主に空心変流器コイル (F コイル) により制御される。

(3)式及び7.1節に述べる δ_{s0} 及び δ_t に対する状態方程式の線形化方程式を用いると、 \tilde{X} に対する方程式を得る。

$$\tilde{X} = \overset{\leftrightarrow}{F} \tilde{I} + \overset{\leftrightarrow}{F}_d \tilde{U}_d \quad (7)$$

ここで、 $\overset{\leftrightarrow}{F}$, $\overset{\leftrightarrow}{F}_d$ は定数行列である。

(4)式をラプラス変換すると、

$$(sH_1 + Z_1) \overset{\leftrightarrow}{I} = \overset{\leftrightarrow}{V} + (sH_1 + H_2) \overset{\leftrightarrow}{U}_d \quad (8)$$

(6), (7)式を用いると、系の方程式は次の Matrix 方程式に帰着できる。

$$(1 + \overset{\leftrightarrow}{H} \overset{\leftrightarrow}{P}) \tilde{X} = \overset{\leftrightarrow}{H} \tilde{X}_{ref} + \overset{\leftrightarrow}{B} \tilde{U}_d \quad (9)$$

但し、

$$\overset{\leftrightarrow}{H} = \overset{\leftrightarrow}{F} \overset{\leftrightarrow}{D} \overset{\leftrightarrow}{G} \quad (10)$$

$$\overset{\leftrightarrow}{B} = \overset{\leftrightarrow}{F} \overset{\leftrightarrow}{D} (sH_1 + H_2) + \overset{\leftrightarrow}{F}_d \quad (11)$$

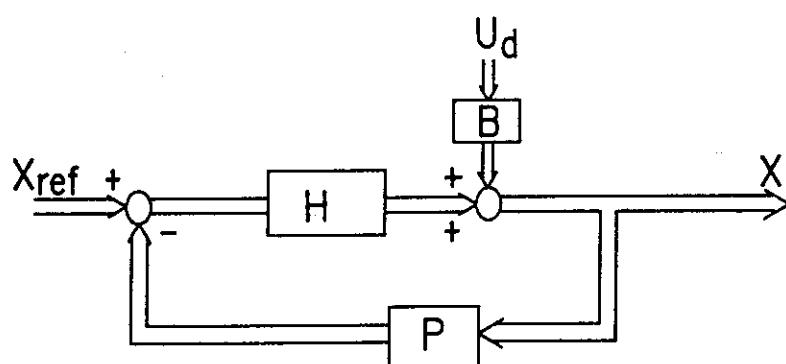
$$\overset{\leftrightarrow}{D} = (sM_1 + Z_1 - G_1)^{-1} \quad (12)$$

方程式(9)はブロック線図で書くと第2図のようになる。

制御系の閉ループMatrix 伝達関数 H_c ($\equiv \tilde{X}/\tilde{X}_{ref}$) 及び外乱に対する応答 H_d ($\equiv \tilde{X}/\tilde{U}_d$) は次の形で与えられる。

$$\overset{\leftrightarrow}{H}_c = (1 + \overset{\leftrightarrow}{H} \overset{\leftrightarrow}{P})^{-1} \overset{\leftrightarrow}{H} \quad (13)$$

$$\overset{\leftrightarrow}{H}_d = (1 + \overset{\leftrightarrow}{H} \overset{\leftrightarrow}{P})^{-1} \overset{\leftrightarrow}{B} \quad (14)$$



第2図 JT-60 フィードバック制御のベクトルブロック線図

(\tilde{X}_{ref} : 制御量の基準値, \tilde{X} : 制御量, $\overset{\leftrightarrow}{H}$: 電源-コイル-シェループラズマ Matrix 伝達関数, $\overset{\leftrightarrow}{P}$: 検出系伝達関数, \tilde{U}_d : 外乱ベクトル, $\overset{\leftrightarrow}{B}$: 外乱応答 Matrix 伝達関数)

4. ポロイダル磁場コイル電源DDCのACR運転

ポロイダル磁場コイル電源DDCのうちV, Q, MをACRオプションで用いる場合、コイル電流が定電流化されるため、コイルのもっているシェル効果を打消す可能性があるが、II_bでコイル電流をマイナーフィードバックしているためプラズマ制御系としては電圧制御と等価となる。この状況は次のようにして説明される。

第3図に示す位置制御系のモデルブロック線図に対し、1msホールド、無駄時間要素を無視して考えると、Vコイルの回路方程式及び電圧制御方程式は次のように与えられる。

$$(sL_V + \Omega_V) \tilde{I}_V = \tilde{V}_V \quad (15)$$

$$\tilde{V}_V = \Omega_V (K_V (\tilde{I}_{Vref2} - \tilde{I}_V) + \tilde{I}_{Vref2}) \quad (16)$$

ここで、 \tilde{I}_{Vref2} はV-DDCへのコマンド入力である。 \tilde{V}_V を消去して、

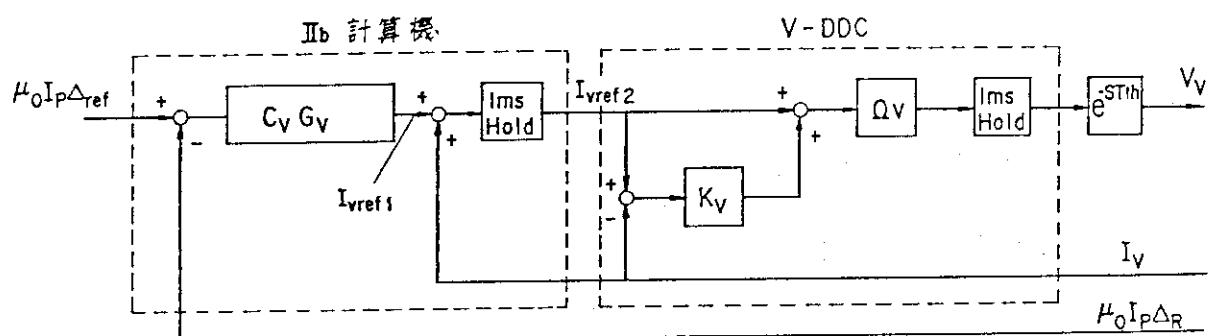
$$(sL_V + \Omega_V (1 + K_V)) \tilde{I}_V = \Omega_V (1 + K_V) \tilde{I}_{Vref2}$$

即ちDDCへのコマンド入力 \tilde{I}_{Vref2} を固定して考えると、Vコイルの抵抗は $(1 + K_V)$ 倍となり、コイルのシェル効果は低下し、定電流動作をする。

一方、II_bの電流増加指令値 \tilde{I}_{Vref1} で書き直すと、

$$sL_V \tilde{I}_V = \Omega_V (1 + K_V) \tilde{I}_{Vref1} \quad (17)$$

となり、位置制御系として見たとき、コイルは等価的に超電導ということになる。このようにII_b計算機でコイル電流をマイナーフィードバックすることによって、V-DDC内の電流制御性が打消され、フィードバック制御系として望ましい開ループ特性（開ループ伝達関数 $\propto f^{-1}$ 、(17)式参照）になり積分制御を加える必要はなくなっている。また、DDCのゲインが高いほど、位置制御系の位相特性は改善されるが、大きな効果は期待できない。



第3図 位置制御系モデルブロック線図

5. フィードバック制御計算機 (II_b) - DDC ブロック線図

F電源DDCをI_p制御オプションで用い、V, Q, M電源DDCをACRオプションで用いた場合、II_b計算機- DDCのブロック線図は第4図のようになる。

このとき、(16)式は次のように表わされる。

$$\begin{bmatrix} \tilde{V}_F \\ \tilde{V}_V \\ \tilde{V}_Q \\ \tilde{V}_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{g}_{11} & \bar{g}_{12} & \bar{g}_{13} & \bar{g}_{14} \\ \bar{g}_{21} & \bar{g}_{22} & \bar{g}_{23} & \bar{g}_{24} \\ \bar{g}_{31} & \bar{g}_{32} & \bar{g}_{33} & \bar{g}_{34} \\ \bar{g}_{41} & \bar{g}_{42} & \bar{g}_{43} & \bar{g}_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{I}_{pref} - P_1 \tilde{I}_p \\ \tilde{R}_{pref} - P_2 \tilde{R}_p \\ \tilde{\delta}_{30ref} - P_3 \tilde{\delta}_{30} \\ \tilde{\delta}_{tref} - P_4 \tilde{\delta}_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_{11}^I & & & \\ & g_{22}^I & & \\ & & g_{33}^I & \\ & 0 & & g_{44}^I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{I}_F \\ \tilde{I}_V \\ \tilde{I}_Q \\ \tilde{I}_M \end{bmatrix} \quad (18)$$

但し、

$$\left. \begin{aligned} \bar{g}_{11} &= K_F G_{SH} e^{-sT_{th}} \quad (g_{11} \equiv 0) \\ \bar{g}_{21} &= C_V \varrho_V \mu_0 (1+K_V) G_{SH}^2 e^{-sT_{th}} g_{21} \\ \bar{g}_{31} &= \varrho_Q (1+K_Q) G_{SH}^2 e^{-sT_{th}} g_{31} \\ \bar{g}_{41} &= \varrho_M (1+K_M) G_{SH}^2 e^{-sT_{th}} g_{41} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{g}_{1j} &= K_p G_{SH}^2 e^{-sT_{th}} I_p g_{1j} \quad (j=2, 4) \\ \bar{g}_{2j} &= C_V \varrho_V \mu_0 I_p (1+K_V) G_{SH}^2 e^{-sT_{th}} g_{2j} \quad (j=2, 4) \\ \bar{g}_{3j} &= \varrho_Q I_p (1+K_Q) G_{SH}^2 e^{-sT_{th}} g_{3j} \quad (j=2, 4) \\ \bar{g}_{4j} &= \varrho_M I_p (1+K_M) G_{SH}^2 e^{-sT_{th}} g_{4j} \quad (j=2, 4) \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

$$\left. \begin{aligned} g_{11}^I &= \varrho_F G_{SH} e^{-sT_{th}} \\ g_{22}^I &= \varrho_V (1+K_V) G_{SH} - K_V G_{SH} e^{-sT_{th}} \\ g_{33}^I &= \varrho_Q (1+K_Q) G_{SH} - K_Q G_{SH} e^{-sT_{th}} \\ g_{44}^I &= \varrho_M (1+K_M) G_{SH} - K_M G_{SH} e^{-sT_{th}} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

$$G_{SH} = \frac{1 - e^{-sT}}{s T} \quad (22)$$

$$C_v \equiv - \left(\frac{\ln \frac{8 R_p}{a_p} + A - \frac{1}{2}}{\frac{4 \pi R_p^2 \nu_v}{}} \right)_0 = -3.5 \times 10^3 \text{ (A/Tm²)}$$

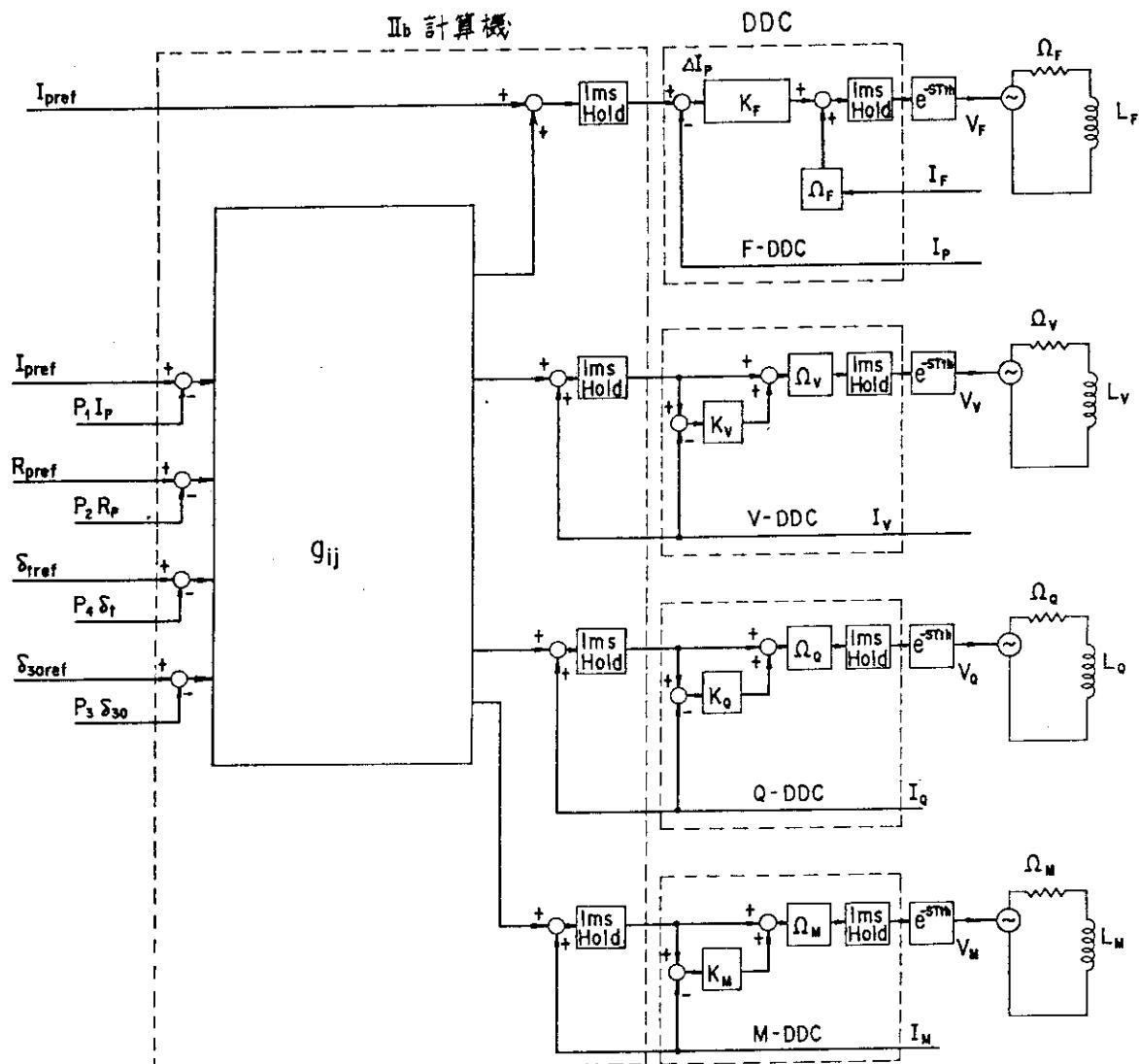
$$A = \beta_p + \frac{\ell_i}{2} - 1$$

ここで、F電源を電圧プレプロ制御で用いた場合は、 $\bar{g}_{11} = g_{11}^1 = 0$ 、Q、M電源の電流プレプロ時は、 $\bar{g}_{3j} = \bar{g}_{4j} = 0$ 、 $g_{33}^1 = -\varrho_Q K_Q G_{SH} e^{-sT_{th}}$ 、 $g_{44}^1 = -\varrho_M K_M G_{SH} e^{-sT_{th}}$ となる。また、F電源DDCのゲイン K_F は次のように規格化する。

$$K_F = - \left(\frac{L_p \varrho_F}{M_{pF}} \right)_0 G_F$$

$$\left(- \left(\frac{L_p \varrho_F}{M_{pF}} \right)_0 = -4.8 \times 10^{-4} \varrho \right)$$

サイリスタ変換器の遅れ時間 T_{th} は以下の計算では0 msとする。また、V、Q、M電源DDCのゲインはそれぞれ $K_V = 222$ 、 $K_Q = 20$ 、 $K_M = 20$ とする。



第4図 JT-60フィードバック制御計算機-DDC計算機 ブロック線図

(F-DDCでは I_p をフィードバック制御し、V, Q, M-DDCでは各コイル電流を制御する。F, V, Q, Mに対する電流指令値はフィードバック制御計算機の中で定められたMatrix演算を行なって決定される。)

6. $R_p - I_p$ 制御特性

6.1 従来の制御方式での制御特性

従来、プラズマ位置 R_p 及びプラズマ電流 I_p を制御する場合には、 R_p を V 電源で制御し、 I_p を F 電源で制御するのが通例になっている。JT-60 の固定リミタ配位及びダイバータ配位の代表的平衡形状（低 β_p ）として第 5 図に示す場合をとて、この平衡のまわりの線形制御性を第 6 図及び第 7 図に示す。

第 6 図及び第 7 図において示されている各種伝達関数のうち、重要な量は、次の諸量である。

f_{CR} ; 位置の基準値 R_{pref} に対する R_p の応答限界周波数

f_{CI} ; I_p の基準値 I_{pref} に対する I_p の応答限界周波数

α_{RI} ; 低周波域での電流制御系から位置制御系への干渉係数（低周波域で I_p 制御系から R_p 制御系への干渉 $\tilde{R}_p / \tilde{I}_{pref} \propto f$ が成立し、この領域では、 $\Delta_R \equiv \alpha_{RI} \frac{d I_p}{d t} / I_p$ と表わすことができる。）

$\alpha_{R\beta}$; 低周波域での外乱 β_p による位置偏差係数（低周波域では β_p の外乱による位置偏差は $\tilde{R}_p / \tilde{\beta}_p \propto f$ が成立し、この領域では、 $\Delta_R \equiv \alpha_{R\beta} \frac{d \beta_p}{d t}$ が成立する。）

f_β ; 外乱 β_p による位置変動が最も大きくなる周波数

$\Delta_{\beta m}$; $f = f_\beta$ における外乱 β_p による最大変位（ $\tilde{\beta}_p = 1$ で規格化）

$\Delta_{\beta 0}$; $f = \infty$ での外乱 β_p による変位

外乱 ℓ_i に対する諸量 $\alpha_{R\ell}$, f_ℓ , $\Delta_{\ell m}$, $\Delta_{\ell 0}$ も同様に定義される。外乱 ℓ_i に対する位置応答は第 6 図、第 7 図に見られるように、ある周波数近傍で急激に位置変動が小さくなったり（共振現象）、 $\Delta_{\ell 0}$ の絶対値が小さくなったり符号が変ったりする。これは ℓ_i の変化によるプラズマの起電力によって渦電流、コイルの受動電流が生成され、垂直磁場を生じ、 ℓ_i 変動による所要の垂直磁場の変化と相殺するためである。このような状況下では $f \rightarrow \infty$ でも $L_p I_p$ は保存しない。

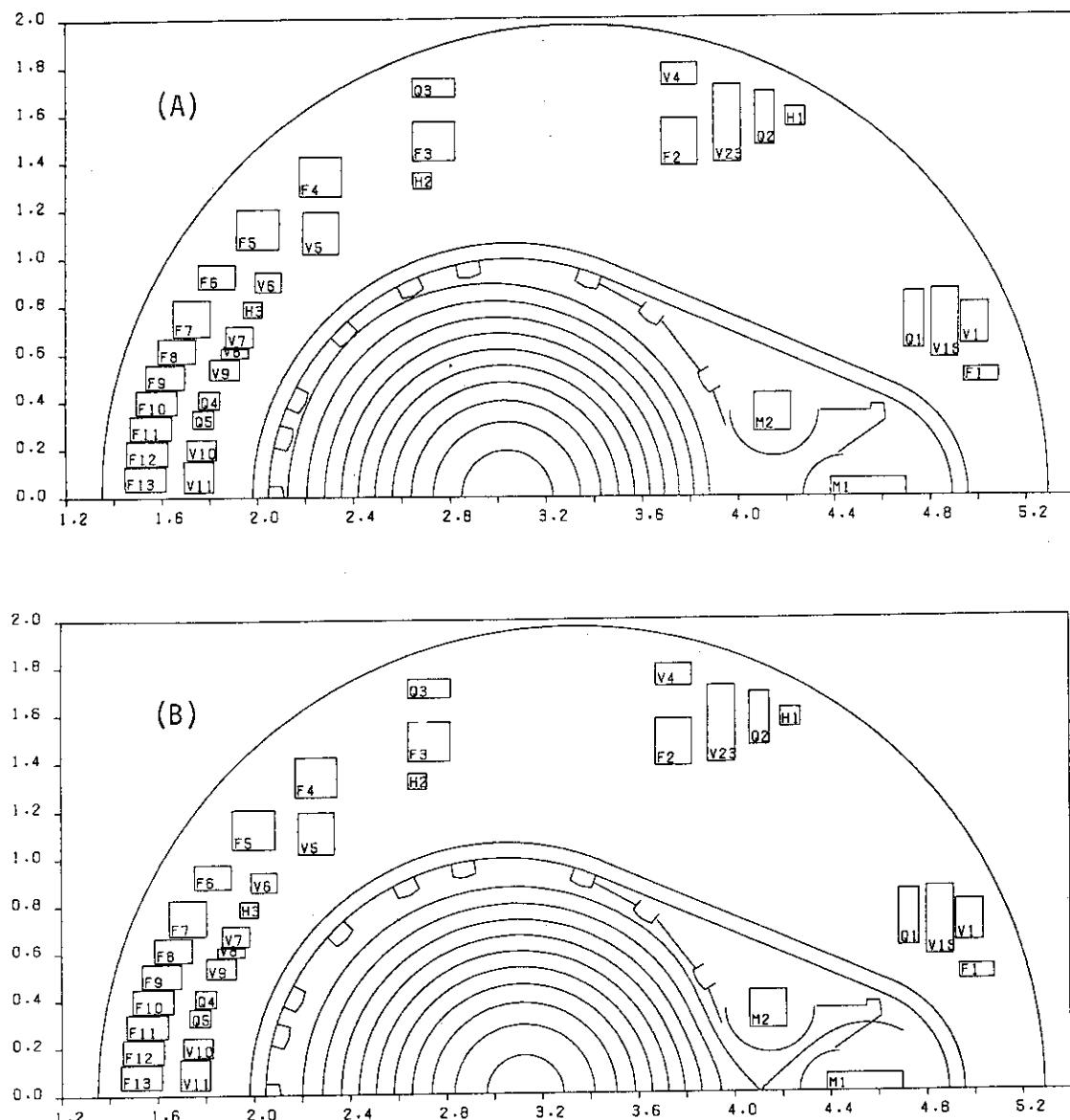
第 1 表に上記諸量を示す。この表からわかるように $f_{CR} \approx 20 \sim 30$ Hz であり、TFTR と同程度の基準値応答特性をもつ。IIb 計算機で P-D 制御を行なえば多少改善されるが Noise に弱くなることになる。また、検出系にフィルターがついている場合には微分時間をフィルター時定数程度増せばよい。

電流制御性の目安 f_{CI} はあまり大きくとると、位置制御系と干渉を起こし、不安定になるため低めにとっておくことが必要となる。

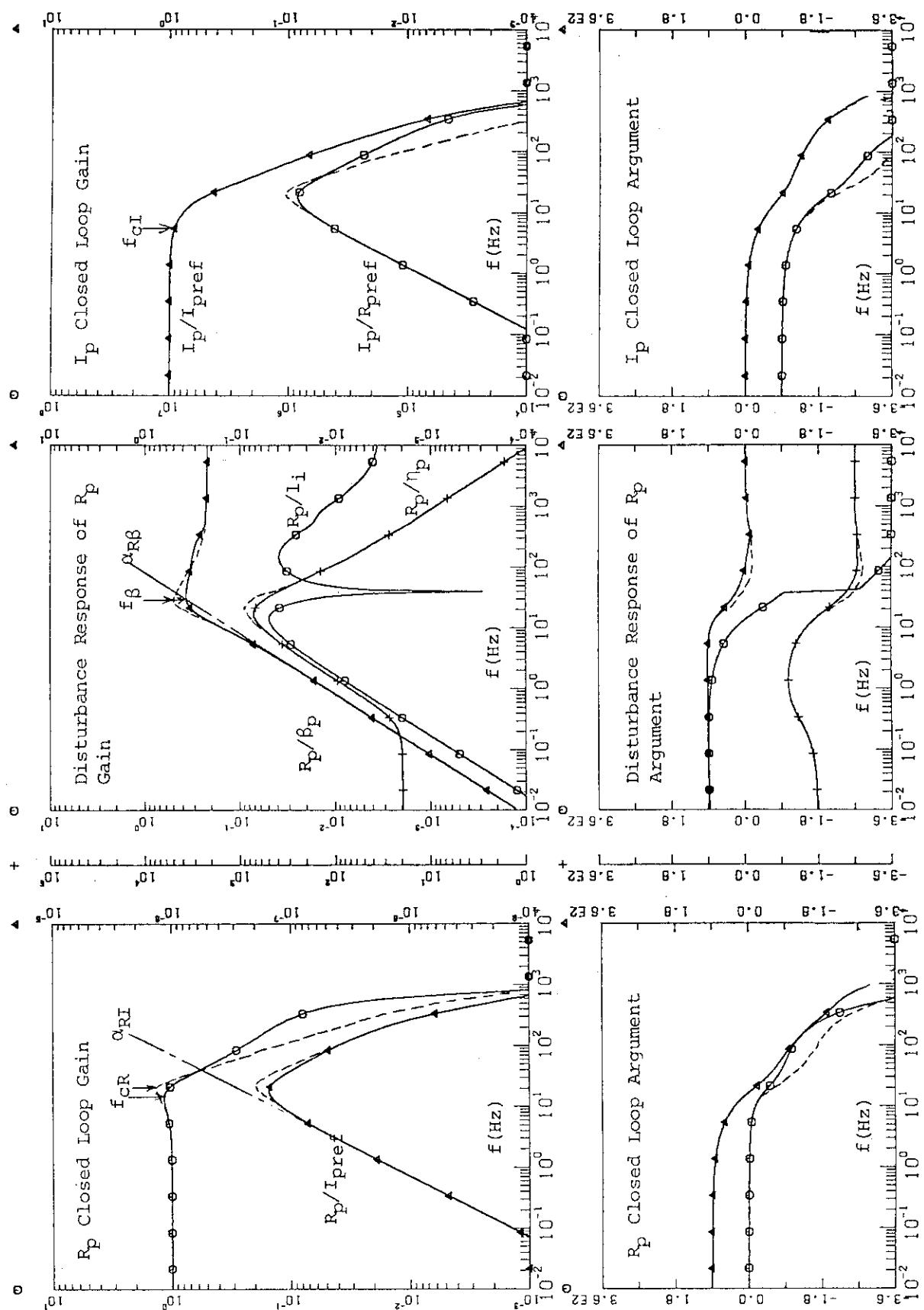
プラズマ電流制御系から位置制御系への相互干渉によって生じる位置偏差は、プラズマ電流の基準値が時間的に変化しない場合には問題にならないが、プラズマ電流の値を大きく変化させる場合には位置偏差が無視できなくなる。プラズマ電流が 1.5 MA 程度では $| \frac{d I_{pref}}{d t} | \leq 3$ MA/sec に対し、位置偏差は 1 cm 以下に抑えられ、位置制御上特に大きな問題とはならない。しかしながら、プラズマ電流が小さい場合には、位置偏差は大きくなる。この点に関しては、6.3 節において記述する。

J T - 60 の加熱 Phase では、 $\frac{d\beta_p}{dt} \simeq 1 \sim 2 \text{ sec}^{-1}$ の比較的ゆるやかな追加熱が予定されているため、外乱 β_p による位置偏差は 1 cm 以下に抑えられ、この位置偏差は補償（フィードフォアード制御）する必要性は少ない。但し、 $|\frac{d\beta_p}{dt}| \simeq 10 \text{ sec}^{-1}$ 程度のプラズマ圧力の増減が $f \leq 10 \text{ Hz}$ で存在する場合には、フィードバック制御計算機 (II_b) の上位計算機である I_b^R 計算機で位置の参照値を補償しておいた方がよい。

外乱 β_p による位置変動が大きくなる周波数帯域は、 $10 \leq f \leq 100 \text{ (Hz)}$ であり、第 1 表の Δ_{β_m} から、 f_p において $|\Delta_r| \leq 1 \text{ cm}$ であるためには、許容される β_p の変動量は 0.02 以下となる。この周波数帯は、制御コイルによる外的制御が効きにくくなり、また真空容器による安定化効果も効きにくくなっている領域である。この周波数領域での位置変動を小さくするためには、位置制御系の応答特性を改善する必要があり、この点に関しては次節で検討する。

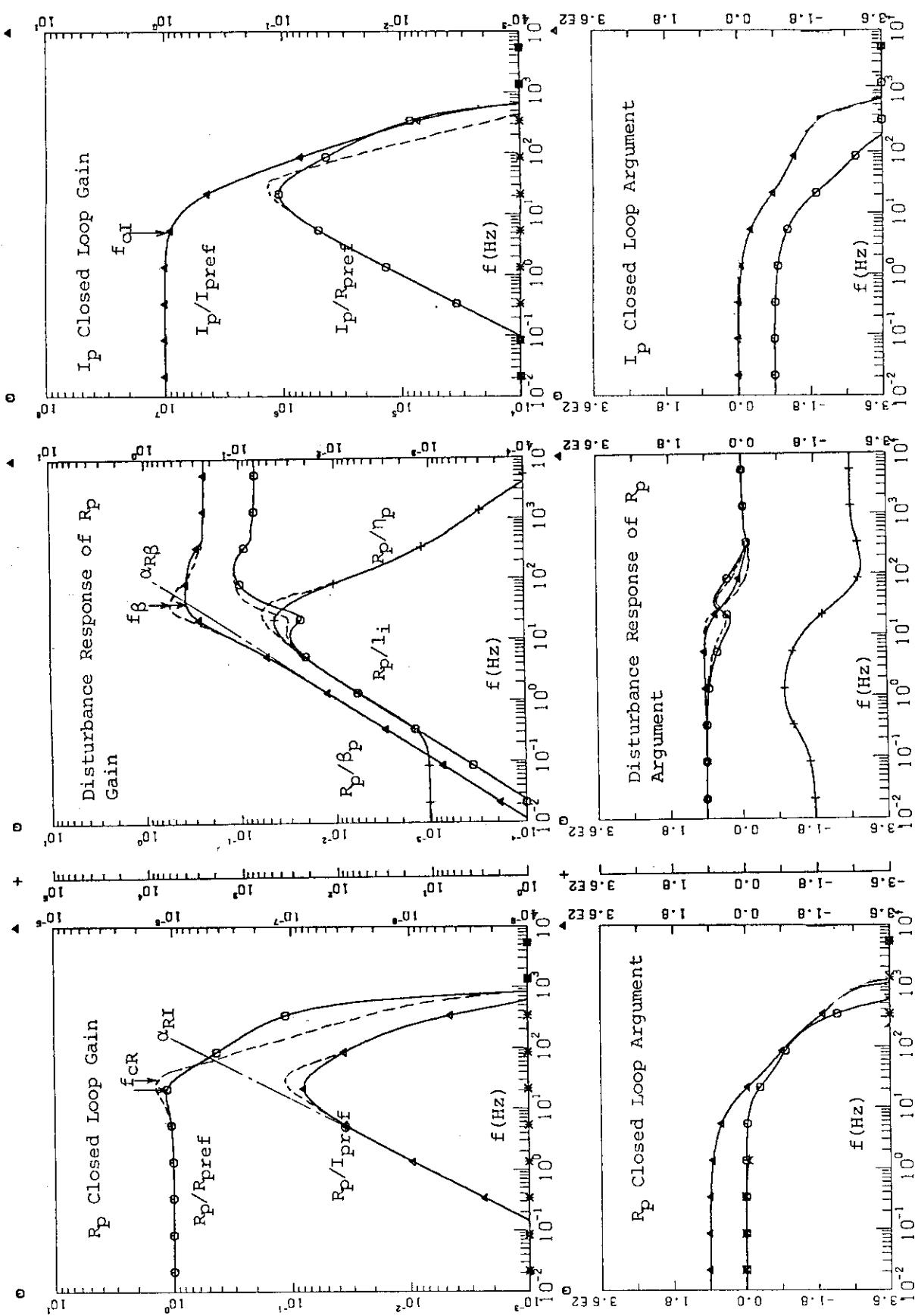
第5図 JT-60における低 β_p 平衡配位

- (A) JT-60固定リミター配位 ($R_p = 3.00\text{m}$, $a_p = 0.88\text{m}$, $I_p = 1.5\text{MA}$,
 $I_v = 20\text{ kA}$, $I_q = 0\text{ kA}$)
- (B) JT-60ダイバータ配位 ($R_p = 3.15\text{m}$, $a_p = 0.87\text{m}$, $I_p = 1.9\text{MA}$,
 $I_v = 21.3\text{ kA}$, $I_q = 18.0\text{ kA}$, $I_m = 80\text{ kA}$)



第6図 固定リミター配位(第5図(A))に対するプラズマ制御特性

($G_p = 30$, $g_{22} = 1.5$, 実線は g_{22} に微分時間 2 ms の微分割御を加えたもの,
破線は微分割御なし)。



第7図 ダイバーータ配位(第5図(B))に対するプラズマ制御特性
($G_p = 30$, $g_{22} = 2.0$, 実線は $g_{22} = 2.0$ に微分時間 2 ms の微分制御を加えたもの, 破線は微分制御なし)。

第1表 $R_p - I_p$ 制御系各種伝達関数の主要パラメータ
 (G_p : F-DDC 規格ゲイン, g_{22} : II_b計算機規格ゲイン, T_{22} : g_{22} の微分時間)

	G_p	g_{22}	T_{22} (ms)	f_{cr} (Hz)	f_{c1} (Hz)	α_{ri} (m·sec)	$\alpha_{r\beta}$ (m·sec)	f_β (Hz)	$\Delta\beta_m$ (m)	$\Delta\beta_o$ (m)
固定リミタ 第5図(A)	3 0	1.5	0.0	2 0	5	3.4×10^{-3}	2×10^{-3}	3 0	0.5	0.2 2
	3 0	1.5	2.0	1 5	5	3.4×10^{-3}	2×10^{-3}	3 0	0.3 5	0.2 2
ダイバシタ 第5図(B)	3 0	2	0.0	3 0	5	2.2×10^{-3}	1.6×10^{-3}	3 5	0.5	0.2 3
	3 0	2	2.0	2 0	5	2.2×10^{-3}	1.6×10^{-3}	3 5	0.3 6	0.2 3

6.2 位置高速制御のためのF-V Hybrid 制御—I

J T-60のダイバータ配位は第5図(B)に示す例のように 30° 固定リミターとのクリアランス(この場合 $\delta_{30} = 2.5\text{ cm}$)がかなり狭い。また、第5図(A)に示されるような固定リミタ配位の場合、位置変動に伴なうリミターとの相互作用を低減するためには位置を高速に制御することが望ましい。

J T-60真空容器は、垂直磁場の浸透時間は 15 ms 程度であるがポロイダル磁束の浸透時間は $1 \sim 2\text{ ms}$ であり、F電源はプラズマ電流をかなり速く制御できる。プラズマが変位したとき、プラズマ電流を変化させて必要な垂直磁場を変化させ、間接的にプラズマ位置を高速に制御することができる。

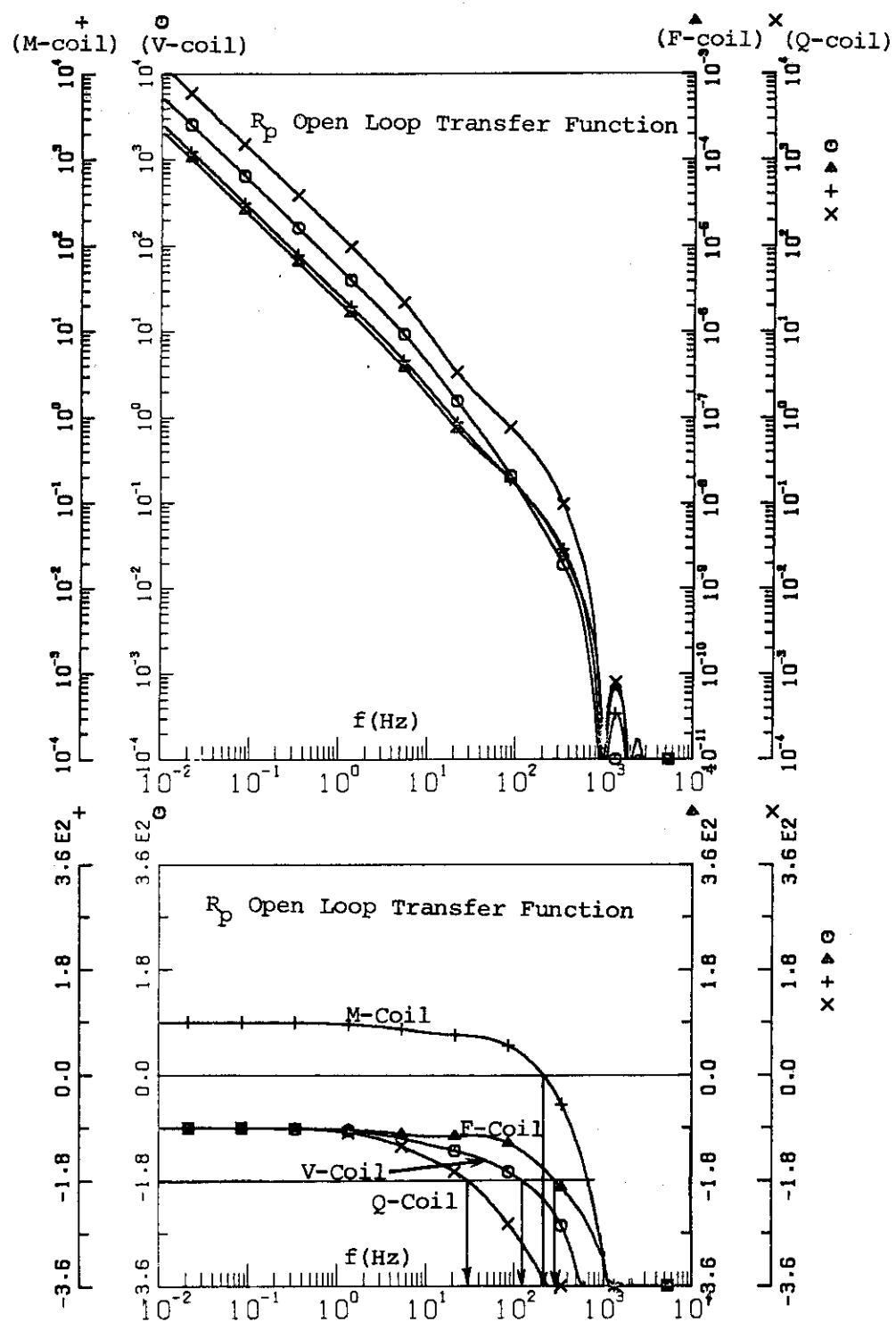
制御系の制御限界周波数(開ループ伝達関数の位相が -180° に達する周波数: f_c)は第8図からわかるようにF、M電源が高い。位置を制御するのにF、V電源を用いることによって平均的 f_c を改善する制御方式をF-V Hybrid 制御—Iと呼ぶ。この制御方式は、II_b計算機の中で g_{22} 及び g_{12} に適切な値を与えることによって実現できる。このHybrid 制御により、高い応答速度をもった位置制御が可能となる。第9図に、ダイバータ運転に対し、F-V Hybrid 制御—Iによって、位置を高速制御した場合の制御特性を示す。この図からわかるように、外乱 β_p による位置変動が半減していることがわかる。固定リミター配位に対しても同様の効果がある。

但し、F電源の現状の電源容量では、電圧リミターにかかるため電源容量の再検討が必要になる[10]。

6.3 電流立ち上げ時の位置制御のためのF-V Hybrid 制御-II

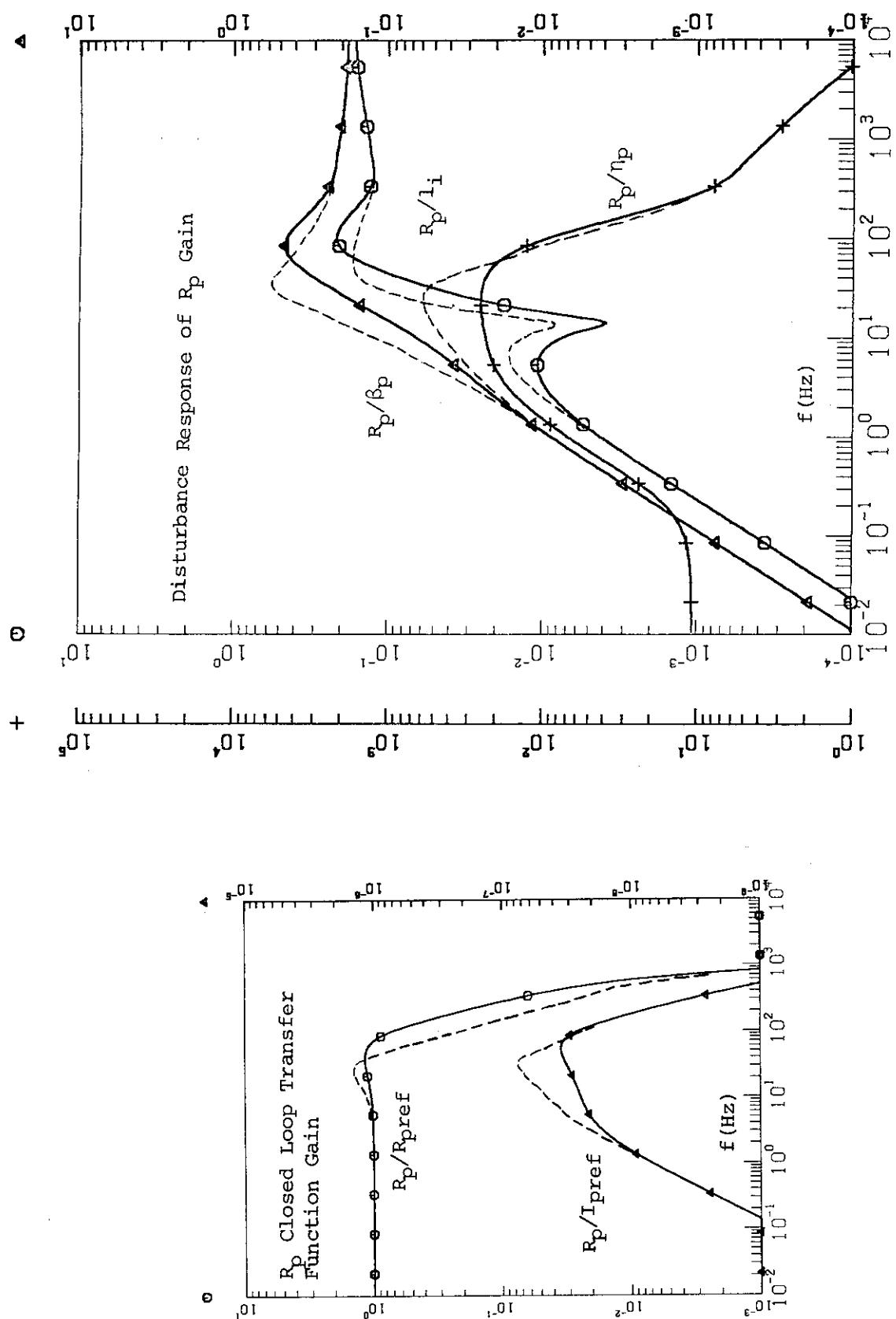
J T-60では、プラズマ電流立ち上げ時及び立ち下げ時の電流分布が表皮電流にならないようするためにプラズマ小半径の制御を行なうことも計画している。プラズマ小半径の制御は大半径の制御を通して間接的に行なわれ、位置の制御精度が強く要求される。6.1節で述べたように電流立ち上げ時及び電流立ち下げ時には電流制御系からの相互干渉により位置偏差が生じる。第10図に、これらのPhaseにおけるダイバータ運転と固定リミター運転の平衡例を示す。これらに対する位置制御特性は第11図に示すようになり、 $\frac{d I_{p\text{ref}}}{dt} = 3\text{ MA/sec}$ に対し、 $3\text{ cm} \sim 6\text{ cm}$ の位置偏差を生じることになり、干渉を除去する必要がある。

この干渉を除去するためには、プラズマ電流の制御をF、V電源を用いて位置制御系に干渉を起こさないようにすればよく、この制御方式をF-V Hybrid 制御-IIと呼ぶ。この制御方式は、II_b計算機の中で g_{21} に適切な値を与えることによって実現できる。第11図にF-V Hybrid 制御-IIにより、 I_p 制御系からの相互干渉をかなり除去した例を示す。このHybrid 制御は I_p の大きい中・小型トカマクで特に重要になる[11]。



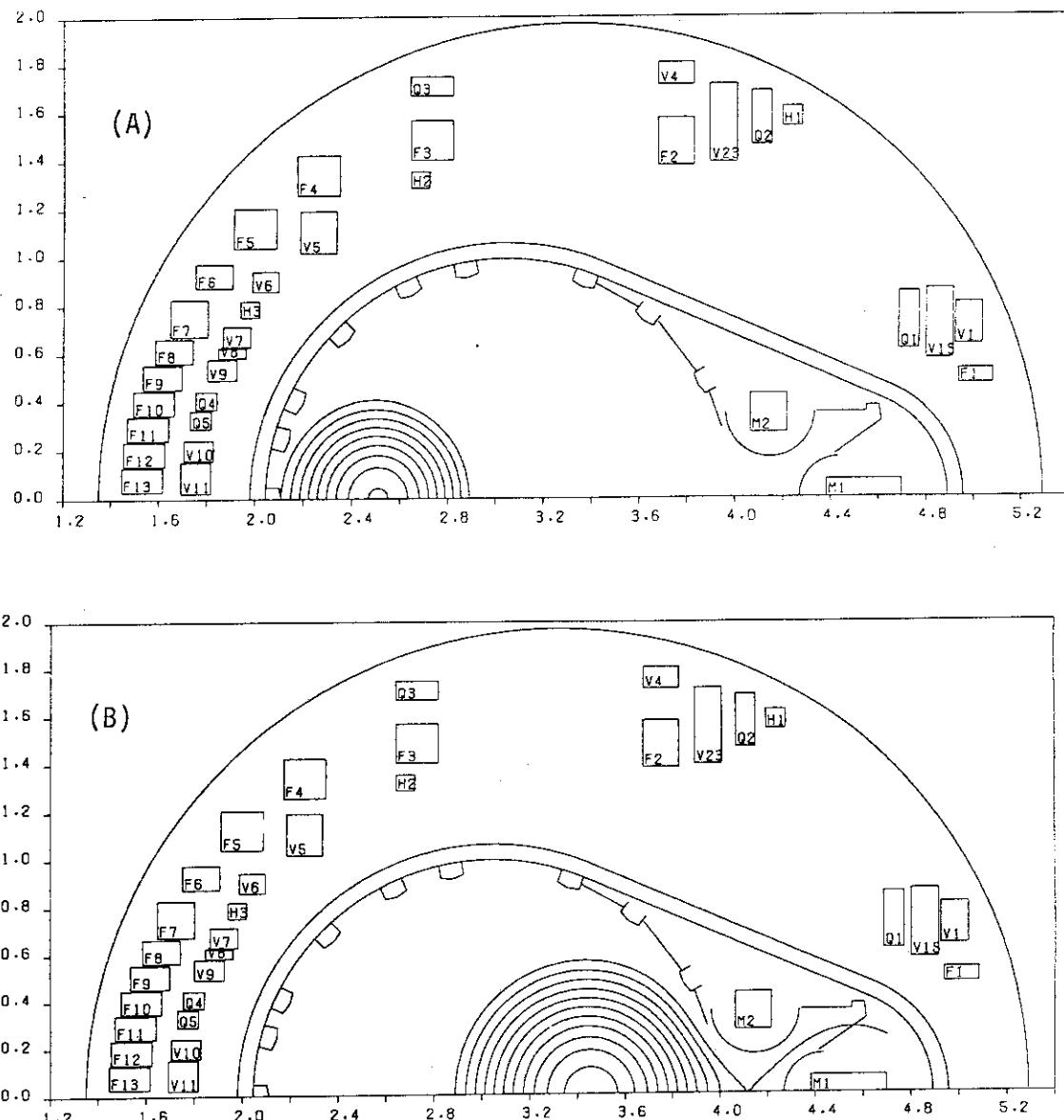
第8図 ダイバータ配位(第5図(B))に対する位置制御系開ループ特性

 $(f_{cF} = 280\text{Hz}, f_{cv} = 110\text{Hz}, f_{cq} = 30\text{Hz}, f_{cm} = 200\text{Hz})$



第9図 ダイバータ配位(第5図(B))をF-V Hybrid制御—I

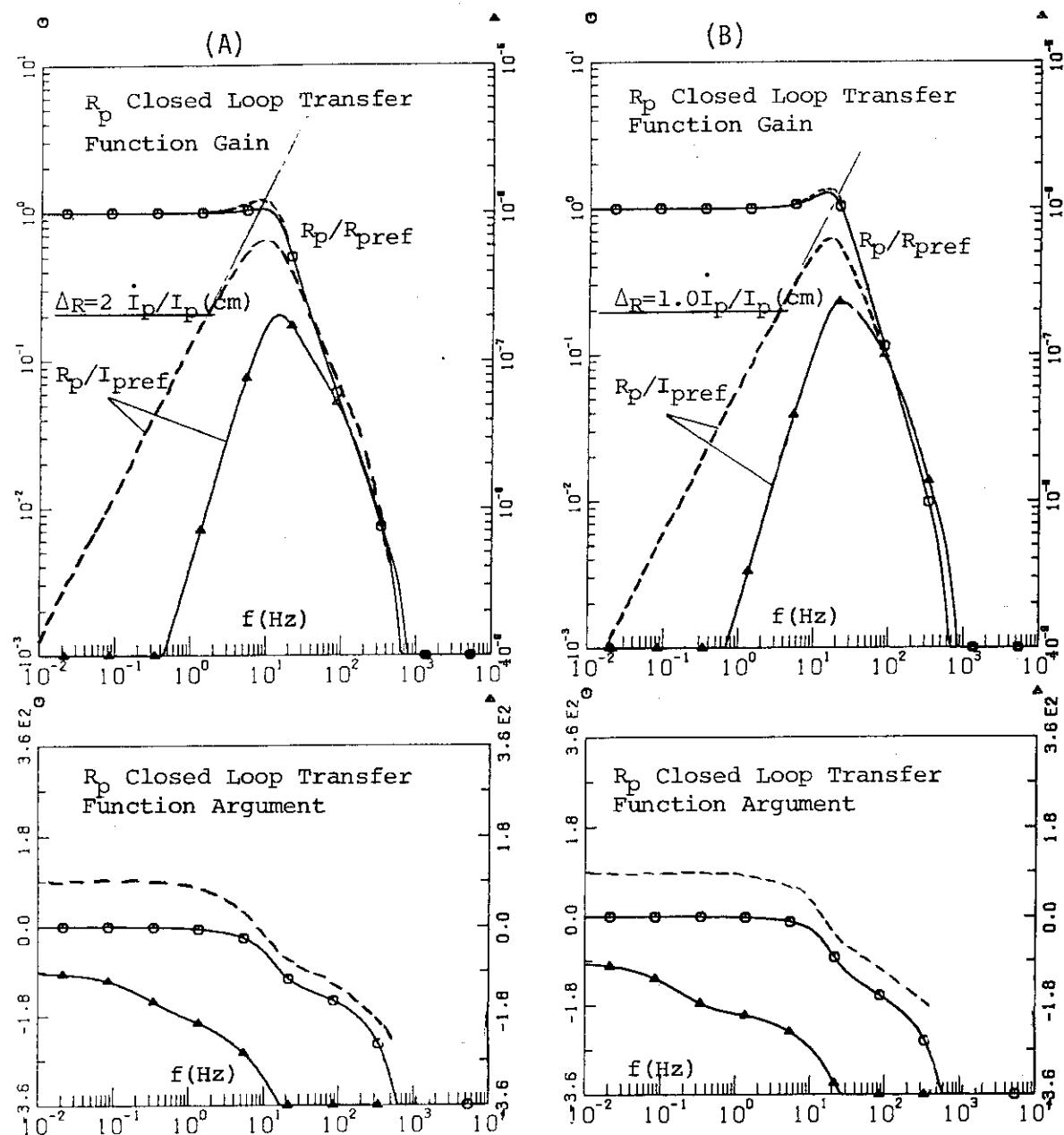
(R_p 高速制御)によって位置を高速制御した場合の制御特性。実線: R_p 高速制御 ($G_p = 20$, $g_{22} = 2.0$, $g_{12} = 1.0$),破線: 従来の制御方式 ($G_p = 20$, $g_{22} = 2.0$)



第10図 プラズマ電流立ち上げ、立ち下げ時の平衡形状例

(A) 固定リミター配位 ($R_p = 2.5\text{ m}$, $a_p = 0.40\text{ m}$, $I_p = 0.5\text{ MA}$, $I_v = 1.08\text{ kA}$, $I_o = -6\text{ kA}$)

(B) ダイバータ配位 ($R_p = 3.5\text{ m}$, $a_p = 0.55\text{ m}$, $I_p = 0.5\text{ MA}$, $I_v = 6.13\text{ kA}$, $I_q = 0\text{ kA}$, $I_m = 34\text{ kA}$)



第11図 プラズマ電流立ち上げ、立ち下げ時の制御特性

- (A) 第10図(A)に対する制御特性（破線：従来の制御方式 $G_F = 2.0$, $g_{22} = 1.0$,
実線： $F - V$ Hybrid 制御-II, $G_F = 2.0$, $g_{22} = 1.0$, $g_{21} = -0.275$ ）。
- (B) 第10図(B)に対する制御特性（破線：従来の制御方式 $G_F = 2.0$, $g_{22} = 1.0$,
実線： $F - V$ Hybrid 制御-II, $G_F = 2.0$, $g_{22} = 1.0$, $g_{21} = -0.22$ ）。

7. ダイバータ配位制御特性

7.1 クリアランス・スロート幅の状態方程式

J T - 60においてダイバータ配位を保つ上で重要な制御量は δ_{s0} と δ_t である(第1図)。この δ_{s0} と δ_t に対する線形化状態方程式は次のようにして求めることができる。

低 β_p ($\beta_p \leq 1.0$) の円形プラズマでは、電流中心の位置 R_J は次式で表わされる。

$$R_J = R_p + \delta \quad (23)$$

$$\text{但し, } \delta \equiv \frac{a_p^2}{2 R_p} \left(\beta_p + \frac{\ell_i}{2} - \frac{1}{2} \right).$$

$R = R_J$ に線電流 I_p を置き、コイルの作る磁場を重ね合わせ、数値的に X 点(第1図)を求め、 δ_{s0} 及び δ_t を求める。このようにして求めた δ_{s0} 及び δ_t は Grad-Shafranov 方程式を直接解いた値と数 mm の違いしかなくかなり良く Grad-Shafranov 方程式の解を近似している。このようにして求めたクリアランスとスロート幅のまわりに磁束関数を展開して線形化方程式を導くことができる。

磁束関数を $\Psi = R A_\phi$ (A_ϕ は ϕ 方向ベクトルポテンシャル) とする。平衡状態(渦電流 = 0 仮定)に摂動が加わったとき、セパラトリックスの X 点($R = R_x$)近傍の磁束関数 Ψ は次のように展開される。

$$\Psi = \sum_{m=p,i,e} \left(\Psi_m(R_x) + \frac{\partial \Psi_m}{\partial R_x} (R - R_x) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \Psi_m}{\partial R_x^2} (R - R_x)^2 \right) \quad (24)$$

これから摂動印加後の X 点の位置 R'_x 、セパラトリックスでの Ψ の値 Ψ'_s は次のように求まる。

$$\Psi'_s = \Psi_s + \tilde{\Psi}_p(R_x) + \tilde{\Psi}_i(R_x) + \tilde{\Psi}_e(R_x) \quad (25)$$

$$\text{但し, } R'_x = R_x - \left(\frac{\partial \tilde{\Psi}_p}{\partial R_x} + \frac{\partial \tilde{\Psi}_i}{\partial R_x} + \frac{\partial \tilde{\Psi}_e}{\partial R_x} \right) / \frac{\partial^2}{\partial R_x^2} (\Psi_p^0 + \Psi_i^0 + \Psi_e^0),$$

ここで、 $\tilde{\Psi}$ は、 \tilde{I}_p 、 \tilde{R}_p 、 $\tilde{\ell}_i^*$ 、 $\tilde{\beta}_o$ 、 \tilde{I}_i 、 \tilde{I}_e に伴なう磁束変化を示す。このとき、 30° リミター近傍及びスロート部の磁束関数は次式のように展開できる。

$$\Psi = \sum_{m=p,i,e} \left(\Psi_m(\vec{R}_c) + \frac{\partial \Psi_m}{\partial x_c} (x - x_c) \right) \quad (26)$$

但し、 \vec{R}_c は 30° リミターに最も近いプラズマ表面の位置もしくは、セパラトリックス線のスロート軸との交点であり、 x はクリアランスもしくはスロート軸方向の座標である。

(26)式が Ψ'_s に一致する条件から δ_{s0} 及び δ_t の変化分に対する表示式が次のように求まる。

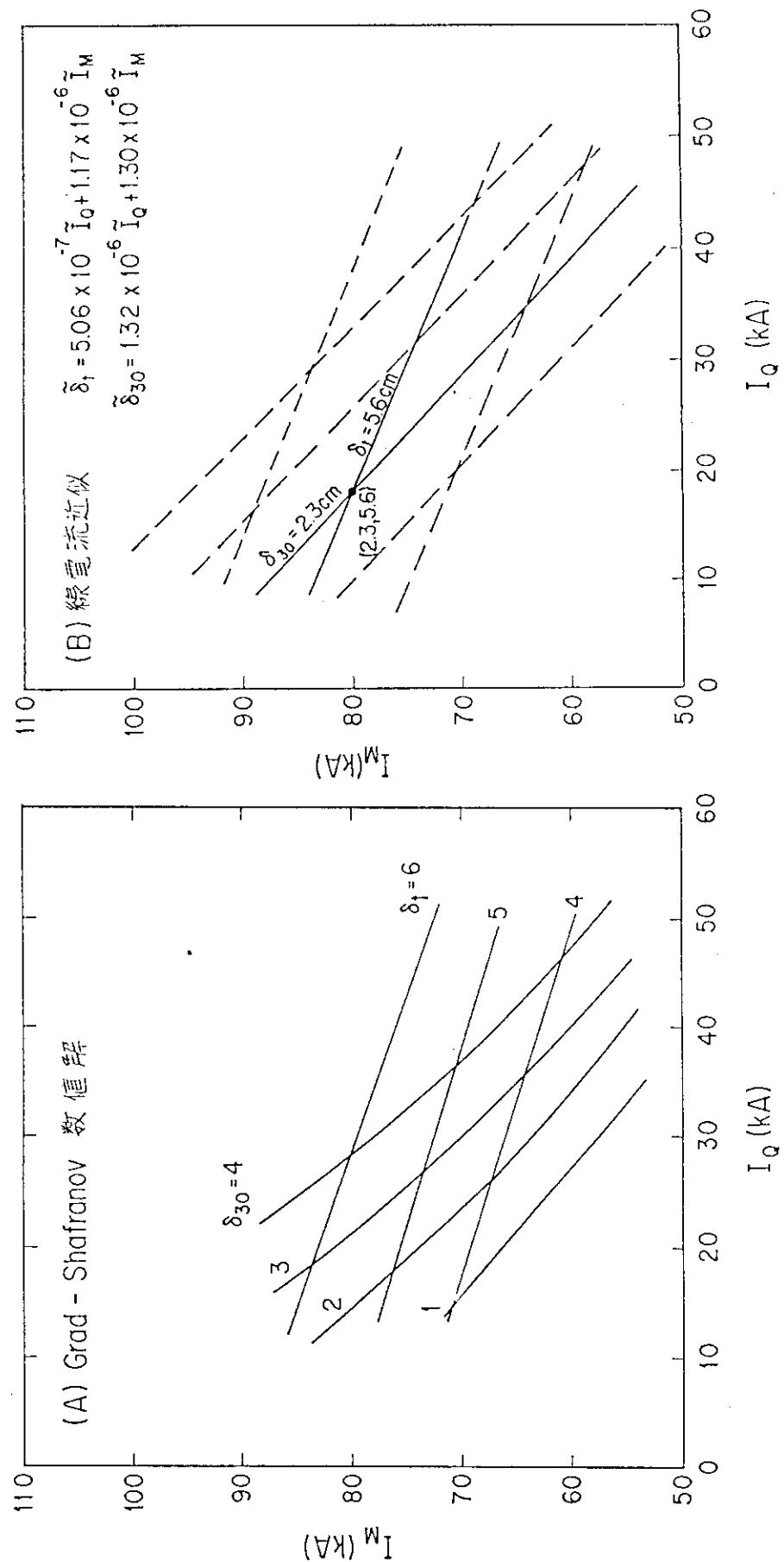
$$\tilde{\delta}_c = - \frac{\tilde{\Psi}_p(\vec{R}_c) + \tilde{\Psi}_i(\vec{R}_c) + \tilde{\Psi}_e(\vec{R}_c) - \tilde{\Psi}_p(\vec{R}_x) - \tilde{\Psi}_i(\vec{R}_x) - \tilde{\Psi}_e(\vec{R}_x)}{\frac{\partial \Psi_p}{\partial x_c} + \frac{\partial \Psi_i}{\partial x_c}} \quad (27)$$

(27)式を用いると、 I_p 、 R_p 、 δ_{s0} 、 δ_t に対する状態方程式(7)ができる。 R_p 、 I_p を固定したと

きの I_M , I_Q 平面上の (δ_{30} , δ_t) 等高線を第12図(B)に示す。この等高線は、第12図(A)に示す Grad-Shafranov 方程式の数値解による等高線と良く一致し、JT-60の δ_{30} , δ_t は線電流近似で良く近似できていることがわかる。

7.2 制御系間相互干渉

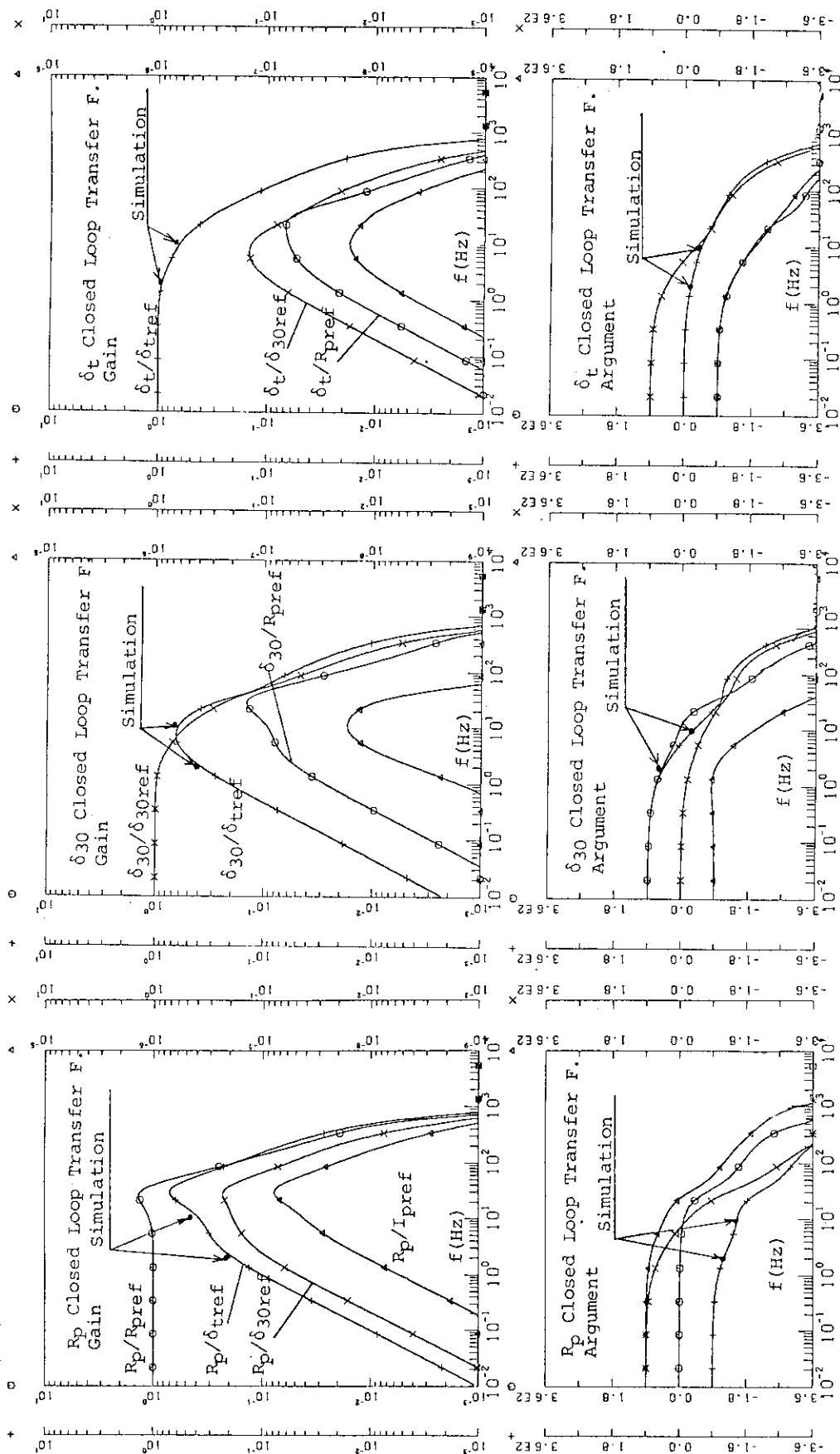
δ_{30} 及び δ_t を制御する場合には、第12図からわかるように、 δ_{30} 及び δ_t は I_Q 及び I_M の両方に依存しており、制御系間の相互干渉が大きくなる。この点を見るために δ_{30} を Q 電源で制御し、 δ_t を M 電源で制御する制御式を II_b 計算機で構成したときの R_p , δ_{30} , δ_t の制御特性を第13図に示す。この図からわかるように R_p 及び δ_{30} に対して δ_t 制御系からの相互干渉が大きく出る。この相互干渉量はシミュレーションの結果とはほぼ一致している [10]。この相互干渉は制御上望ましくないので分離制御を行なう必要がある。

第12図 低 β_p ダイバータ配位における δ_1 , δ_{30} の I_q , I_m 依存性($R_p = 3.10 \text{m}$ に固定, $\beta_p + \frac{\delta_1}{2} \approx 0.5$, $I_p = 1.9 \text{MA}$)。

(A) Grad - Shafranov 方程式の数値解

(B) 線電流近似による線形解

(第5図(B)を黒点で示す。)



第13図 $\{g_{ij}\}$ が対角行列の場合の R_p , δ_{30} , δ_t の制御特性
 $(g_{22} = 2.0, g_{33} = 0.1, g_{44} = 0.2, g_{ij} = 0 (i \neq j)$ 。
 線電流近似でのシミュレーションの結果 ($f = 2\text{Hz}, 10\text{Hz}$) を黒点で示す。

7.3 分離制御

分離制御を行なうためには、第2図におけるH行列(10式)が近似的に対角行列になるように電圧制御行列 $\overset{\leftrightarrow}{G}$ を決定してやればよい。渦電流、抵抗、無駄時間要素、サンプル・ホールドを無視してやると、

$$\overset{\leftrightarrow}{H} \approx \frac{1}{s} \overset{\leftrightarrow}{F} \overset{\leftrightarrow}{M}_1^{-1} \overset{\leftrightarrow}{G}$$

であるから、分離制御をするためには $\overset{\leftrightarrow}{F} \overset{\leftrightarrow}{M}_1^{-1} \overset{\leftrightarrow}{G}$ が対角であればよい。

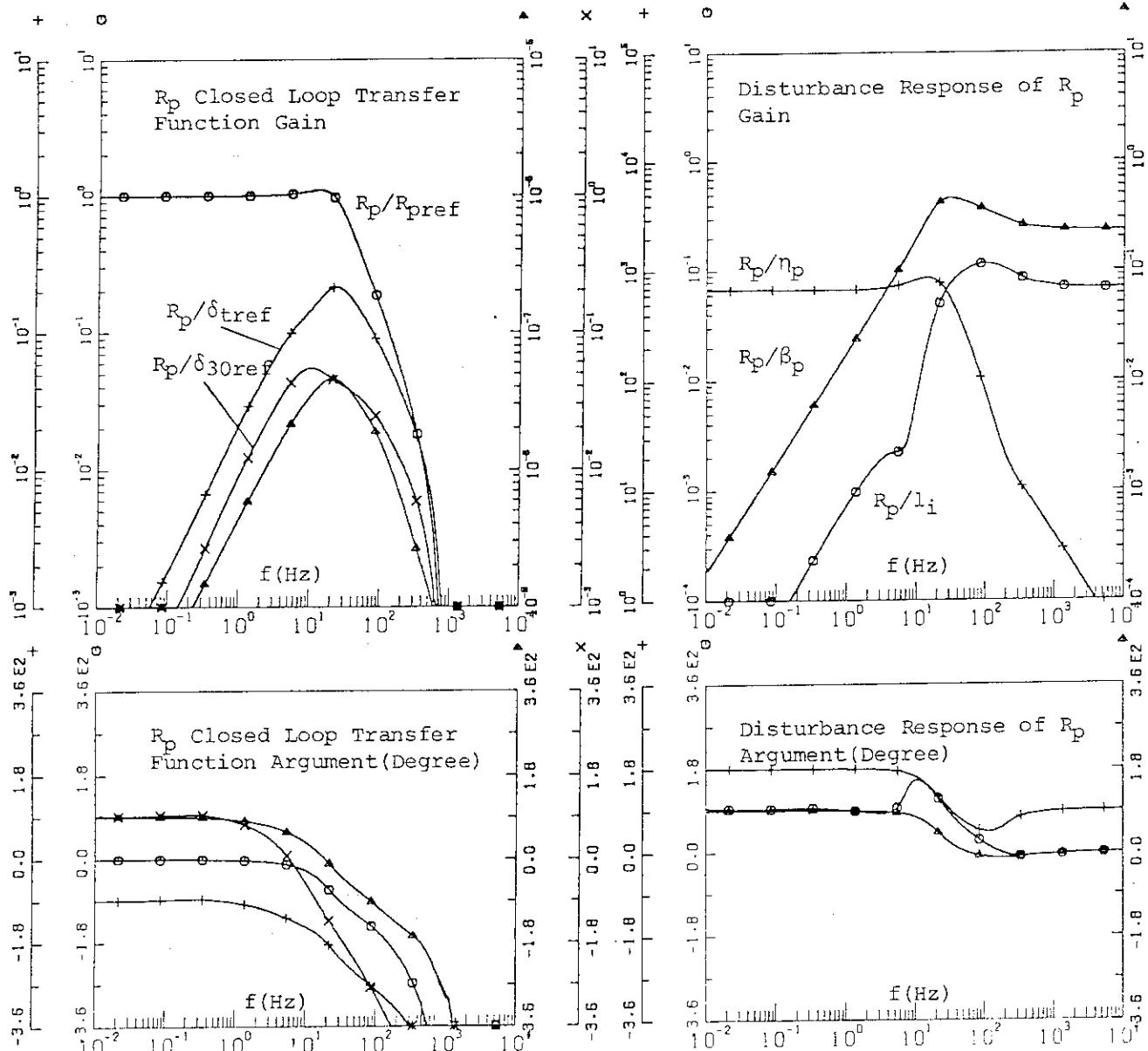
$$\overset{\leftrightarrow}{F} \overset{\leftrightarrow}{M}_1^{-1} \overset{\leftrightarrow}{G} \equiv \begin{bmatrix} G_t & 0 \\ G_R & \\ 0 & G_{30} \\ & & G_t \end{bmatrix} \quad (28)$$

とおくと、制御系の方程式(9)は近似的に次のように書き表わされる。

$$s \tilde{X} = \begin{bmatrix} G_t & 0 \\ G_R & \\ 0 & G_{30} \\ & & G_t \end{bmatrix} (\tilde{X}_{ref} - P \tilde{X}) + \overset{\leftrightarrow}{B} \tilde{U}_d \quad (29)$$

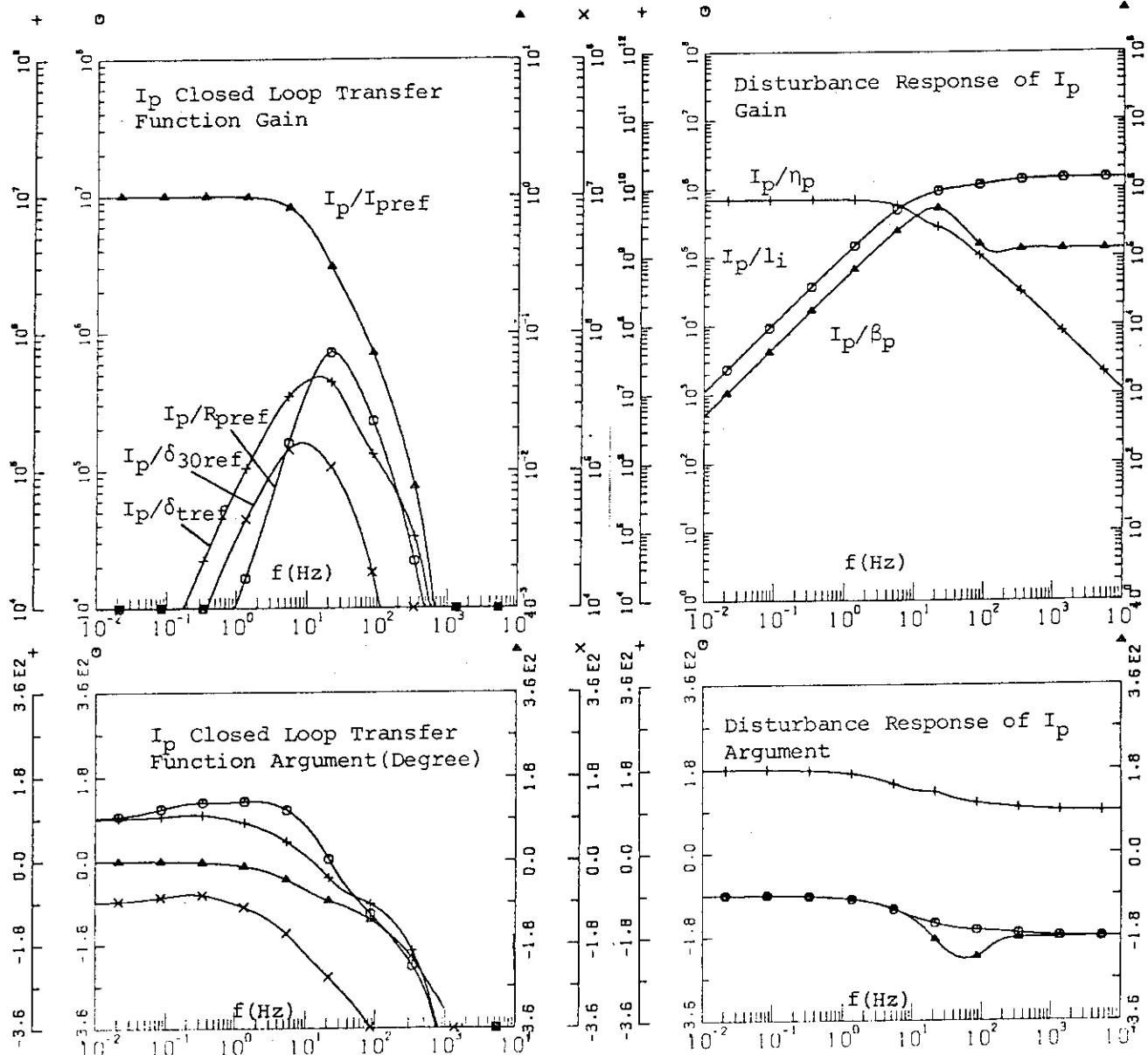
G_t, G_R, G_{30}, G_t は、 $I_p, R_p, \delta_{30}, \delta_t$ の制御時定数の逆数であり、系は低周波側で分離制御されることになる。

但し、このようにして決められたGain Matrixに対して、高周波側($f \geq 30\text{ Hz}$)では真空容器のシールド効果、サンプル・ホールド等のために、制御系の分離性が悪くなる。 G_{30}, G_t を大きくして、高周波までの制御性を要求すると、制御系間の相互作用が大きくなり、場合によっては、不安定となる。 δ_{30} 及び δ_t に対しては特に高い制御性能は要求されないので、このような不安定は実用上は問題とならない。第14図に $G_t = 50\text{ sec}^{-1}$, $G_R = 200\text{ sec}^{-1}$, $G_{30} = 50\text{ sec}^{-1}$, $G_t = 50\text{ sec}^{-1}$ の場合の分離制御特性を示す。図からわかるように、 $f \leq 10\text{ Hz}$ では、特に問題となるような制御系間の相互作用は起こらない。



(A)

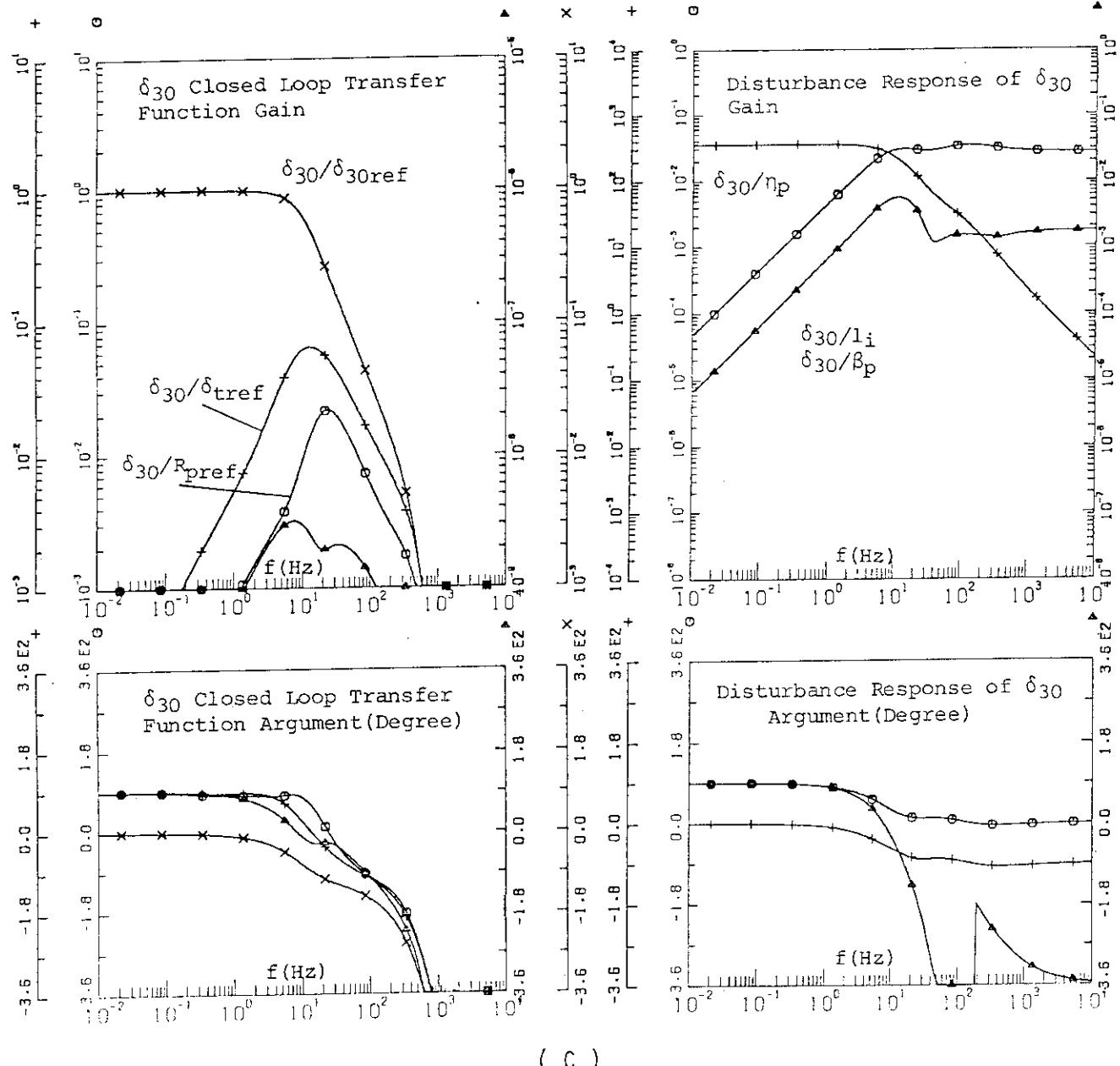
第14図 第5図(B)のダイバータ配位に対して分離制御を行なったときの
制御特性 ($G_t = 50 \text{ sec}^{-1}$, $G_R = 200 \text{ sec}^{-1}$, $G_{s0} = 50 \text{ sec}^{-1}$, $G_t = 50 \text{ sec}^{-1}$)。
(A) R_p 制御系閉ループ制御特性と外乱応答特性



(B)

第14図 つづき

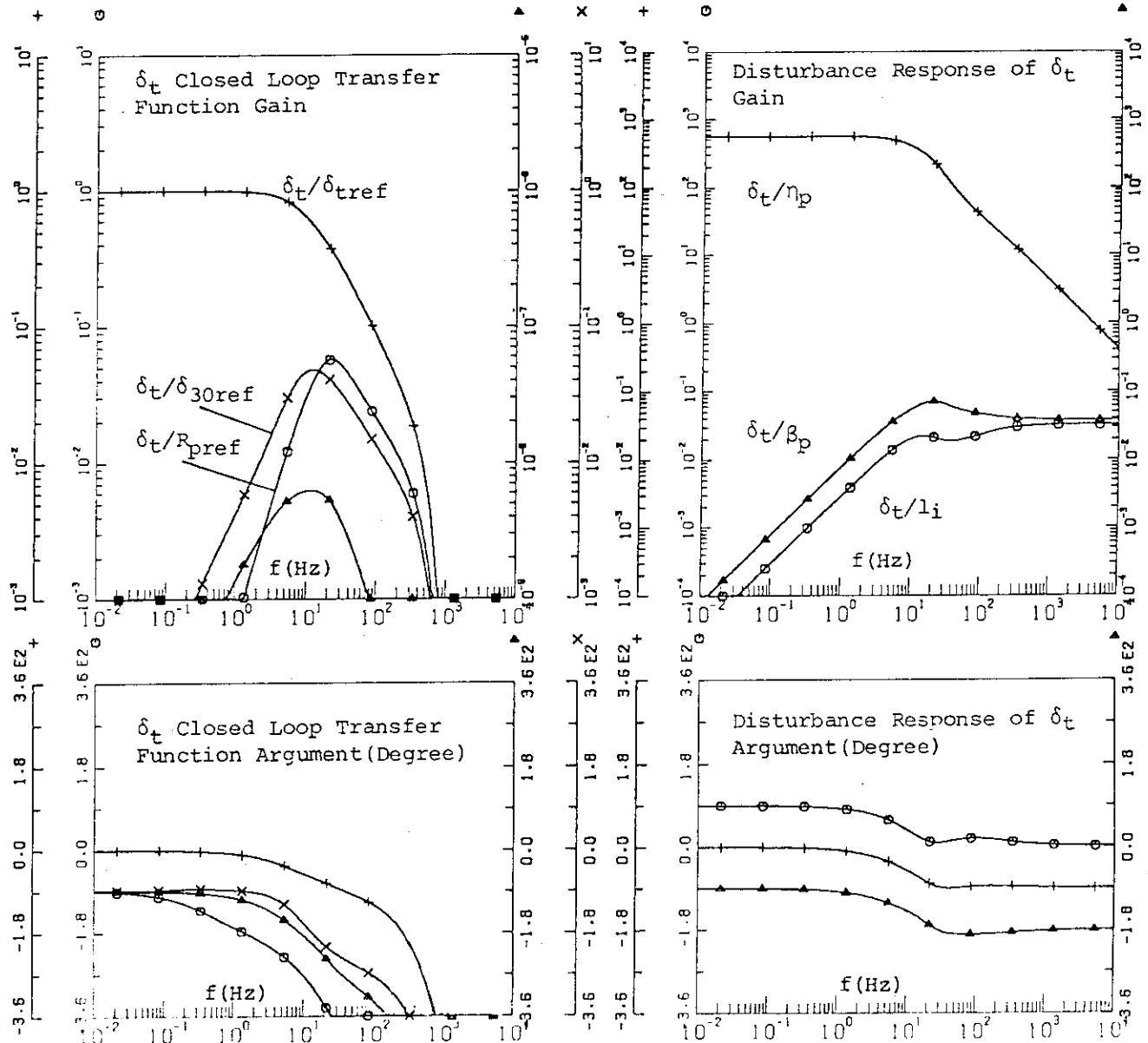
(B) I_p 制御系閉ループ制御特性と外乱応答特性



(C)

第14図 つづき

(C) δ_{30} 制御系閉ループ制御特性と外乱応答特性



(D)

第14図 つづき

(D) δ_t 制御系閉ループ制御特性と外乱応答特性

8. まとめ

J T - 60のフィードバック制御機能のうち、 II_b 計算機において遂行される制御式を決定するために、Matrix伝達関数解析を行ない、次のような結果を得た。

1. J T - 60のプラズマ位置、プラズマ電流制御系のゲインは、固定リミタ配位、ダイバータ配位ともにほぼ同程度の値で所要の制御精度が得られる。
2. 電流立ち上げ及び立ち下げ時には、F - V Hybrid制御 - IIにより、 I_p 制御系からの相互干渉を除去した方が位置制御精度が改善される。
3. 追加熱時には、外乱 β_p による位置偏差をフィード・フォアード制御した方がより良い制御特性が得られる。
4. F - V Hybrid制御 - Iによって位置制御性は改善される。
5. ダイバータ配位制御のためのクリアランス、スロート幅の制御は、分離制御法により実現できる。
6. Matrix伝達関数解析は、シミュレーション結果とよく一致し、プラズマの多変数制御解析に用いることができる。

謝 辞

この解析に対するJ T - 60計画室 下村安夫グループリーダーの示唆と助言に感謝する。計算を行なう上で、ポロイダル電源定数に関して第2開発室の電源グループの諸氏に、また、制御用計算機に関して第2開発室の制御グループの諸氏に教示いただいた。また、解析に対し助言いただいた鈴木康夫第3開発室長と近藤育朗第2開発室長代理に感謝する。

8. まとめ

J T - 60 のフィードバック制御機能のうち, I_{ϕ} 計算機において遂行される制御式を決定するために, Matrix 伝達関数解析を行ない, 次のような結果を得た。

1. J T - 60 のプラズマ位置, プラズマ電流制御系のゲインは, 固定リミタ配位, ダイバータ配位ともにほぼ同程度の値で所要の制御精度が得られる。
2. 電流立ち上げ及び立ち下げ時には, F - V Hybrid 制御 - II により, I_p 制御系からの相互干渉を除去した方が位置制御精度が改善される。
3. 追加熱時には, 外乱 β_p による位置偏差をフィード・フォアード制御した方がより良い制御特性が得られる。
4. F - V Hybrid 制御 - I によって位置制御性は改善される。
5. ダイバータ配位制御のためのクリアランス, スロート幅の制御は, 分離制御法により実現できる。
6. Matrix 伝達関数解析は, シミュレーション結果とよく一致し, プラズマの多変数制御解析に用いることができる。

謝 辞

この解析に対する J T - 60 計画室 下村安夫グループリーダーの示唆と助言に感謝する。計算を行なう上で, ポロイダル電源定数に関して第 2 開発室の電源グループの諸氏に, また, 制御用計算機に関して第 2 開発室の制御グループの諸氏に教示いただいた。また, 解析に対し助言いただいた鈴木康夫第 3 開発室長と近藤育朗第 2 開発室長代理に感謝する。

参 考 文 献

- [1] 鈴木康夫, 二宮博正, 龜有昭久: JAERI-M. 6050 (1975).
- [2] 小方 厚, 二宮博正, 龜有昭久, 相川裕史, 野田信明, 鈴木康夫: JAERI-M 6323 (1975).
- [3] Y. Suzuki, H. Ninomiya, A. Ogata et al. : Jpn. J. Appl. Phys. 16 (1977) 2237.
- [4] 都築直久, 二宮博正, 小方 厚, 相川裕史, 鈴木康夫: JAERI-M 7630 (1978).
- [5] A. Kameari and Y. Suzuki : Proc. 7th Symp. Eng. Prob. Fusion Res. (1977) 1386.
- [6] 中村幸治, 小関隆久: JAERI-M 9612 (1981).
- [7] 小関隆久, 中村幸治: JAERI-M 83-159 (1983).
- [8] 二宮博正, 小関隆久, 吉田英俊, 関 省吾: JAERI-M 84-028 (1984).
- [9] V. D. Shafranov : Plasma Physics, J. of Nucl. Energy pt. C5 (1963) 251.
- [10] 芳野隆治他: JAERI-M 84-120
- [11] K. Toi, K. Sakurai, S. Itoh, K. Matsuura, S. Tanahashi : IPPJ-441.

付録 I β_p が高いときのプラズマコイル相互作用

本文中で用いている(2)式はプラズマ電流中心が最外殻磁気面の中心 R_p と一致することを仮定しているが、実際にはプラズマ電流中心は外側に δ だけずれており、低 β_p では Shafranov の式から

$$\delta = \frac{a_p^2}{2R_p} \left(\beta_p + \frac{\ell_i}{2} - \frac{1}{2} \right) \quad (A-1)$$

で与えられ、 β_p が小さい場合には無視できるが、 β_p が高くなると無視できない量になる。

$R_J = R_p + \delta$ とおくと、 R_p を決める状態方程式は、

$$\frac{\mu_0 I_p}{2} \left(\ln \frac{8R_p}{a_p} + \frac{2R_p}{a_p^2} \delta - 1 \right) + \sum_i \frac{\partial M_{pi}}{\partial R_p} I_i + \sum_e \frac{\partial \tilde{M}_{pe}}{\partial R_p} \tilde{I}_e = 0 \quad (A-2)$$

で与えられる。プラズマとコイルの相互インダクタンスは、 R_J での値を用いる必要がある。 δ はプラズマ圧力とともに増加し、系に対する外乱として取扱うことができる。

付録 II 線形化方程式各種行列

方程式(4)の各行列は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \overset{\leftrightarrow}{M}_1 &= \left\{ \overset{\leftrightarrow}{M} + \left(\frac{\partial \overset{\leftrightarrow}{M}}{\partial R_p} \vec{I} \right) \vec{C}_1 \right\}_{eq.} \\ \overset{\leftrightarrow}{Z}_1 &= \left\{ \overset{\leftrightarrow}{Z} + \left(\frac{\partial \overset{\leftrightarrow}{M}}{\partial R_p} \vec{I} \right) \vec{C}_4 + \left(\frac{\partial \overset{\leftrightarrow}{M}}{\partial R_p} \dot{\vec{I}} + \frac{\partial \overset{\leftrightarrow}{Z}}{\partial R_p} \vec{I} + C_3 \frac{\partial \overset{\leftrightarrow}{M}}{\partial R_p} \vec{I} \right) \vec{C}_1^t \right\}_{eq.} \\ \overset{\leftrightarrow}{H}_1 &= - \left\{ \left(\frac{\partial \overset{\leftrightarrow}{M}}{\partial R_p} \vec{I} \right) \vec{C}_2^t + \left(\frac{\partial \overset{\leftrightarrow}{Z}}{\partial \ell_i^*} \vec{I} \right) (1, 0, 0) \right\}_{eq.} \\ \overset{\leftrightarrow}{H}_2 &= - \left\{ \left(\frac{\partial \overset{\leftrightarrow}{M}}{\partial R_p} \vec{I} \right) \vec{C}_5^t + \left(\frac{\partial \overset{\leftrightarrow}{M}}{\partial R_p} \dot{\vec{I}} + \frac{\partial \overset{\leftrightarrow}{Z}}{\partial R_p} \vec{I} + C_3 \frac{\partial \overset{\leftrightarrow}{M}}{\partial R_p} \vec{I} \right) \vec{C}_2 \\ &\quad + \left(\frac{\partial \overset{\leftrightarrow}{M}}{\partial \ell_i^*} \dot{\vec{I}} + \frac{\partial \overset{\leftrightarrow}{Z}}{\partial \ell_i^*} \vec{I} \right) (1, 0, 0) + \left(\frac{\partial \overset{\leftrightarrow}{Z}}{\partial \eta_p} \vec{I} \right) (0, 0, 1) \right\}_{eq.} \end{aligned} \quad (A-3)$$

但し、

$$\overset{\leftrightarrow}{Z} = \overset{\leftrightarrow}{R} + \overset{\leftrightarrow}{M}$$

$$\vec{C}_1^t = - \left\{ \frac{1}{\alpha} \left(\frac{\mu_0}{2} \left(\ln 8R_p + \frac{\ell_i^*}{2} + \beta_p - \frac{3}{2} \right), \frac{\partial M_{pi}}{\partial R_p}, \frac{\partial \tilde{M}_{pe}}{\partial R_p} \right) \right\}_{eq.}$$

$$\begin{aligned}\vec{C}_2^t &= - \left\{ \frac{\mu_0 I_p}{2 \alpha} \left(\frac{1}{2}, 1, 0 \right) \right\}_{eq.} \\ \alpha &= \left\{ \sum_i \frac{\partial^2 M_{pi}}{\partial R_p^2} \dot{I}_i + \sum_e \frac{\partial^2 \tilde{M}_{pe}}{\partial R_p^2} \dot{\tilde{I}}_e + \frac{\mu_0 I_p}{2 R_p} \right\}_{eq.} \\ C_3 &= - \left\{ \frac{1}{\alpha} \left[\left(\sum_i \frac{\partial^3 M_{pi}}{\partial R_p^3} \ddot{I}_i + \sum_e \frac{\partial^3 \tilde{M}_{pe}}{\partial R_p^3} \ddot{\tilde{I}}_e - \frac{\mu_0 I_p}{2 R_p^2} \right) \dot{R}_p \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \sum_i \frac{\partial^2 M_{pi}}{\partial R_p^2} \ddot{I}_i + \sum_e \frac{\partial^2 \tilde{M}_{pe}}{\partial R_p^2} \ddot{\tilde{I}}_e + \frac{\mu_0 I_p}{2 R_p} \right] \right\}_{eq.} \\ \vec{C}_4^t &= - \left\{ \frac{1}{\alpha} \left(\frac{\mu_0}{2} \left(\frac{\dot{R}_p}{R_p} + \dot{\beta}_p + \frac{\dot{\ell}_i^*}{2} \right), \frac{\partial^2 M_{pi}}{\partial R_p^2} \dot{R}_p, \frac{\partial^2 \tilde{M}_{pe}}{\partial R_p^2} \dot{R}_p \right) \right\}_{eq.} \\ \vec{C}_5 &= - \left\{ \frac{1}{\alpha} \left(\frac{\mu_0 \dot{I}_p}{4}, \frac{\mu_0 \dot{\tilde{I}}_p}{2}, 0 \right) \right\}_{eq.}\end{aligned}$$

ここで(・)及び(eq.)は時間微分及び平衡量の略称である。

(A-3)は次のようにして導出することができる。(2)式を書き直すと,

$$\overleftrightarrow{M} \dot{\overrightarrow{I}} + \overleftrightarrow{Z} \dot{\overrightarrow{I}} = \overrightarrow{V}$$

ここで

$$\begin{aligned}\overleftrightarrow{M} &= M(R_p, \ell_i^*) \\ \overleftrightarrow{Z} &= \overleftrightarrow{R} + \overleftrightarrow{M} = \overleftrightarrow{Z}(R_p, \dot{R}_p, \ell_i^*, \dot{\ell}_i^*, \eta_p)\end{aligned}$$

微量に～をつけると、上式の線形化方程式は次のようになる。

$$\begin{aligned}& \left(\frac{\partial \overleftrightarrow{M}}{\partial M_p} \dot{\overrightarrow{I}} \right) \dot{\overrightarrow{R}}_p + \left(\frac{\partial \overleftrightarrow{M}}{\partial \ell_i^*} \dot{\overrightarrow{I}} \right) \dot{\ell}_i^* + \overleftrightarrow{M} \dot{\overrightarrow{I}} \\ &+ \left(\frac{\partial \overleftrightarrow{Z}}{\partial R_p} \dot{\overrightarrow{I}} \right) \dot{\overrightarrow{R}}_p + \left(\frac{\partial \overleftrightarrow{Z}}{\partial \dot{R}_p} \dot{\overrightarrow{I}} \right) \dot{\overrightarrow{R}}_p + \left(\frac{\partial \overleftrightarrow{Z}}{\partial \ell_i^*} \dot{\overrightarrow{I}} \right) \dot{\ell}_i^* + \left(\frac{\partial \overleftrightarrow{Z}}{\partial \dot{\ell}_i^*} \dot{\overrightarrow{I}} \right) \dot{\ell}_i^* \\ &+ \left(\frac{\partial \overleftrightarrow{Z}}{\partial \eta_p} \dot{\overrightarrow{I}} \right) \dot{\eta}_p + \overleftrightarrow{Z} \dot{\overrightarrow{I}} = \overrightarrow{V}\end{aligned}$$

但し、

$$\frac{\overset{\leftrightarrow}{\partial M}}{\partial R_p} = \begin{bmatrix} \frac{\partial L_p}{\partial R_p} & \frac{\partial M_{pi}}{\partial R_p} & \frac{\partial \tilde{M}_{pe}}{\partial R_p} \\ \frac{\partial M_{ip}}{\partial R_p} & 0 & \\ \frac{\partial \tilde{M}_{ep}}{\partial R_p} & & \end{bmatrix}, \quad \frac{\overset{\leftrightarrow}{\partial M}}{\partial \dot{\lambda}_i^*} = \begin{bmatrix} \frac{\partial L_p}{\partial R_p} & & 0 \\ & \dots & \\ 0 & & 0 \end{bmatrix},$$

$$\frac{\overset{\leftrightarrow}{\partial Z}}{\partial R_p} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{L}_p}{\partial R_p} & \frac{\partial \dot{M}_{pi}}{\partial R_p} & \frac{\partial \dot{\tilde{M}}_{pe}}{\partial R_p} \\ \frac{\partial \dot{M}_{ip}}{\partial R_p} & 0 & \\ \frac{\partial \dot{\tilde{M}}_{ep}}{\partial R_p} & & \end{bmatrix}, \quad \frac{\overset{\leftrightarrow}{\partial Z}}{\partial \eta_p} = \begin{bmatrix} 1 & & 0 \\ & \dots & \\ 0 & & 0 \end{bmatrix},$$

$$\frac{\overset{\leftrightarrow}{\partial Z}}{\partial \dot{\lambda}_i^*} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{L}_p}{\partial \dot{\lambda}_i^*} & & 0 \\ & \dots & \\ 0 & & 0 \end{bmatrix}, \quad \frac{\overset{\leftrightarrow}{\partial Z}}{\partial \dot{\lambda}_i^*} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{L}_p}{\partial \dot{\lambda}_i^*} & & 0 \\ & \dots & \\ 0 & & 0 \end{bmatrix},$$

$$\frac{\overset{\leftrightarrow}{\partial Z}}{\partial \dot{R}_p} = \frac{\overset{\leftrightarrow}{\partial M}}{\partial R_p}$$

一方、平衡の式(3)より、

$$\begin{aligned} \tilde{R}_p &= \vec{C}_1^t \tilde{I} + \vec{C}_2^t \tilde{U}_d \\ \dot{\tilde{R}}_p &= \vec{C}_1^t \dot{\tilde{I}} + \vec{C}_2^t \dot{\tilde{U}}_d + C_3 \tilde{R}_p + \vec{C}_4^t \tilde{I} + \vec{C}_5^t \tilde{U}_d \end{aligned}$$

と書ける。これらの式を線形化方程式に代入すると(A-3)を得る。

一方、解析の対象とする平衡状態は次のようにして与えている。

与えるパラメータ；

$$I_p, I_i, \tilde{I}_e, V_i, R_p, \lambda_i, \beta_p, \eta_p, \dot{a}_p, \dot{\lambda}_i, \dot{\beta}_p$$

但し、 I_v は平衡条件(3)を満たすように与え、 a_p は固定リミター配位、ダイバータ配位を満たすように与える。

上記入力データに対し、 \dot{I} 及び \dot{R}_p は次式で決まる。

$$\dot{\vec{I}} = \left(\vec{M} + \left(\frac{\partial \vec{M}}{\partial R_p} \vec{I} \right) \vec{C}_1^t \right)^{-1} \left(\vec{V} - \left(\vec{Z}_0 + (\vec{C}_2^t \cdot \dot{\vec{U}}_d) \frac{\partial \vec{M}}{\partial R_p} \right) \vec{I} \right)$$

$$\dot{R_p} = \vec{C}_1^t \dot{\vec{I}} + \vec{C}_2^t \dot{\vec{U}}_d$$

但し、

$$\vec{Z}_0 = \vec{R} + \frac{\partial L_p}{\partial \ell_i^*} \ell_i^* \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$