

JAERI-M
84-108

複雑な放射能減衰曲線の最小自乗法
による核種同定解析

1984年6月

吉田 廣・寺田 博海・大川 浩
大津 洋

日本原子力研究所
Japan Atomic Energy Research Institute

JAERI-M レポートは、日本原子力研究所が不定期に公刊している研究報告書です。

入手の問合わせは、日本原子力研究所技術情報部情報資料課（〒319-11 茨城県那珂郡東海村）あて、お申しこしください。なお、このほかに財団法人原子力弘済会資料センター（〒319-11 茨城県那珂郡東海村 日本原子力研究所内）で複写による実費頒布をおこなっております。

JAERI-M reports are issued irregularly.

Inquiries about availability of the reports should be addressed to Information Section, Division of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken 319-11, -Japan.

© Japan Atomic Energy Research Institute, 1984

編集兼発行 日本原子力研究所
印刷 日立高速印刷株式会社

複雑な放射能減衰曲線の最小自乗法による核種同定解析

日本原子力研究所東海研究所原子炉工学部

吉田 廣・寺田 博海・大川 浩⁺・大津 洋⁺

(1984年5月24日受理)

多目的高温ガス炉の燃料破損検出法開発の一環として、日本原子力研究所大洗研究所の材料試験炉(JMTR)に設置されたガススイープキャプセル照射装置(FGS)に於て、試験用被覆粒子燃料素子を照射し、試料部を通過したスイープガス・ヘリウムの中に出現した核分裂生成核種を、ワイヤ型プレシピテータで捕獲し、その計数値の減衰曲線から、核種の同定と、各々の相対計数値の算出を行った。このために、プレシピテータの捕獲した放射能の時間変化を、複数の核種の減衰を表す式に非線形および線形の最小自乗法によりあてはめを行った。この結果として、スイープガスの流量が標準状態換算で100~600 cm³/minの範囲で、発生が予想された⁸⁸Rb, ⁸⁹Rb, ⁹⁰Rb, ¹³⁸Cs, ¹³⁹Csの内、¹³⁹Csを除く4核種の同定・相対計数値の決定を行うことができた。本報告では、この計算のために作成した線形最小自乗法の計算プログラムと、その計算式について述べる。また、線形・非線形いずれの計算に於ても、検出可能な限界以下の未知量にあてはめを行うと、正常な数値が得られないことが確められた。核種の相対計数値の検出可能な限界は、線形最小自乗法の場合で、最大計数値を示す核種の約10⁻²~10⁻³倍、非線形最小自乗法の場合で約10⁻¹~10⁻²倍であった。

⁺ 大洗研究所材料試験炉部

Least Squares Analysis of a Complex Decaying Curve
for Identification of the Nuclides

Reactor Engineering Department, Tokai Research Establishment, JAERI
Hiroshi YOSHIDA, Hiromi TERADA,
Hiroshi OHKAWA[†] and Hiroshi OHTSU[†]

(Received on May 24, 1984)

As a part of the development of fuel failure detection (FFD) system to be applied to the multi-purpose high temperature gas cooled reactors, the coated fuel particle specimens were irradiated within the Fuel Irradiation and Helium Gas Sweep Rig (FGS) constructed at Japan Material Test Reactor (JMTR) in Oarai Research Establishment of Japan Atomic Energy Research Institute (JAERI); the fission products released into the helium sweep gas past among the fuel particles were captured by the wire-type precipitator; the fission product nuclides were identified and relative counts of each one were estimated on the basis of analyzing precipitator decay curves. This report is described the linear least squares calculation program, and the equations which were applied exactly to above-mentioned calculations. Furthermore, it was confirmed that the valid values were not obtained when the decay curves were fitted to unknown terms which were less than certain sensitivity limits in the both cases of linear/non-linear least squares methods. The minimum limits capable to estimate relative counts of a nuclide are about 10^{-2} - 10^{-3} times in the case of linear least squares method, 10^{-1} - 10^{-2} times in the case of non-linear least squares method as many as the greatest counts.

KEYWORDS: Linear Least Squares Method, Non-Linear Least Squares Method, Programming, Nuclides Identification, Fission Products, Short-Life Isotopes, Fuel Failure Detection, Coated Particle Fuels, Helium Sweep Gas, High Temperature Gas Cooled Reactors

[†]Department of JMTR Project, JAERI

目 次

1. 序 論	1
2. 最小自乗法計算（その1）— 線形最小自乗法	5
2.1 線形最小自乗法の一般式	5
2.2 線形最小自乗法の実験式への適用	8
2.3 減衰曲線あてはめ用最小自乗計算プログラム“DCY8D”の概要	9
2.3.1 メイン・プログラム	10
2.3.2 サブルーチン“MATRXS”	16
2.3.3 サブルーチン“CKLIST”	17
2.3.4 サブルーチン“SWOUT”	18
2.3.5 サブルーチン“PRWGHT”	21
2.4 “DCY8D”プログラムの使用例と解析の結果	24
3. 最小自乗法計算（その2）— 非線形最小自乗法	28
3.1 非線形最小自乗計算用プログラム“DCY6A”の作成	28
3.2 “DCY6A”による解析結果	29
4. ダミー・データによる最小自乗計算プログラムのテスト	32
5. 結 論	37
謝 辞	38
参考文献	38

CONTENTS

1. Introduction -----	1
2. Least squares calculation(part 1) - Linear least squares method ----	5
2.1 Equations of linear least squares method -----	5
2.2 Application of linear least squares calculation -----	8
2.3 Outline of linear least squares calculation program "DCY8D" ----	9
2.3.1 Main program -----	10
2.3.2 Subroutine "MATRXS" -----	16
2.3.3 Subroutine "CKLIST" -----	17
2.3.4 Subroutine "SWOUT" -----	18
2.3.5 Subroutine "PRWGHT" -----	21
2.4 Output examples and results of "DCY8D" program -----	24
3. Least squares calculation(part 2) - Non-linear least squares method	28
3.1 Preparation of non-linear least squares calculation program	
"DCY6A" -----	28
3.2 Results obtained by "DCY6A" -----	29
4. Least squares calculation program test with dummy data -----	32
5. Conclusion -----	37
Acknowlegment -----	38
References -----	38

List of Tables

Table 1	Half-life and fission yield of interesting nuclides in FFD ----	4
Table 2	Resultant data obtained by linear least squares method -----	27
Table 3	Raw data obtained by non-linear least square method -----	30
Table 4	Resultant data obtained by non-linear least squares method ----	30
Table 5	Results of dummy data test -----	33
Table 6	Results of dummy data test -----	34
Table 7	Results of dummy data test -----	35
Table 8	Results of dummy data test -----	36

List of Figures

Fig. 1	Construction of FGS(Fuel Irradiation and Helium Gas Sweep Rig)	3
Fig. 2	Flow diagram of FFD experimental system -----	3
Fig. 3	Block diagram of measuring system for FFD experiment -----	4
Fig. 4	List of main program "DCY8D" -----	11
Fig. 5	List of subroutine "MATRXS" -----	16
Fig. 6	List of subroutine "CKLIST" -----	17
Fig. 7	List of subroutine "SWOUT" -----	19
Fig. 8	List of subroutine "PRWGHT" -----	23
Fig. 9	Decay curves of FP radiations captured by precipitator wire ---	25
Fig. 10	Example of "DCY8D" output -----	26
Fig. 11	Precipitator counts of fission products obtained by linear least squares calculation -----	27
Fig. 12	Precipitator counts of fission products obtained by non-linear least squares calculation -----	31

1. 序 論

多目的高温ガス炉（以下 VHTR）の計測に関する研究開発の一環として、著者らは、大洗研究所の材料試験炉（以下 JMTR）のガススイープキャプセル照射装置（FGS）を使用し、燃料破損検出法（FFD）の開発試験を行っている。その結果、冷却材ヘリウム中に放出される核分裂生成物（FP）の内、比較的短寿命の成分を、半減期の解析をもとにして、分離・検出することができた。これはサンプルガス中の FP 核種をワイヤ型プレシピテータで捕獲し、その β 線のカウント数を一定の時間間隔で計数し、計数値の経過時間に対する減衰曲線を求める。次に複数の核種の減衰曲線として最小自乗法であてはめ（Fitting）を行うことにより、FP の核種とその計数率への寄与を算出して判定したものである。

本報告は、減衰曲線に対して最小自乗法に依りあてはめを行うため、著者らが使用し、又は作成した計算プログラムについて述べるものである。

FFD 開発試験そのものについては、別に報告する予定なので^{註)}、以下本節ではその概略のみを説明する。

VHTR の被覆粒子燃料が放出する FP の量は、正常時に於ても比較的によく、かつ炉出力の変動につれて大巾に変化し、他方では破損燃料の発生に併って放出される FP の量は比較的少く、FP の全放出量の変化のみを測定する方法では、FFD が困難である。このため VHTR の FFD の構想として、

- (1) 炉心の測定領域を分割することにより、検出感度の向上を計る。
- (2) 短半減期 FP 核種を検出することにより、中・長半減期核種によるバックグラウンド成分の影響を減少させ、高い検出感度と共に、速い応答性を得る。

更に、

- (3) 炉の出力やその他の状態変数と FP の計数値とを関連づける関数、状態方程式を決定し、これにより算出された推定計数値をある限度以上に超える FP の放出があれば、破損燃料要素の発生があったものと判定し得るような、FFD システムを完成させる。

ことが計画された。

Fig. 1 に、試験用の燃料試料を炉内で照射し、スイープ・ガス（ヘリウムを使用）を送り込み、かつサンプルガスとして取り出す FGS の構成を示した。取り出されたサンプルガス中の FP の計数には、ガス冷却炉に使用実績の多い、ワイヤ型プレシピテータを使用している。

FGS 照射装置全体の Flow diagram を Fig. 2 に示す。本系統に於ては、スイープ・ガスが燃料試料の部分を通過後、サンプリングされてプレシピテータに達するまでに 10 数分を要し、後述する対象 FP 核種の半減期に比べて無視できない値となるため、最近の測定に於ては、ガスの流路を、図中に破線で示した経路でショートカットしている。またガスの流量も、従来は標準状態換算で 100 cc/min (SCCM) となっていたものを、100 SCCM ステップで 600 SCCM

註) 原子力学会昭和 58 年秋の分科会 F-14 で発表を行った。

まで増加させて測定を行った。この結果、サンプルガスが燃料試料部からプレシピテータに達するまでの到達おくれ時間 (Travelling time) は11分24秒 (流量100 SCCM時) から1分58秒 (流量600 SCCM時) と短縮された。

サンプルガス中のFPは、プレシピテータ内でワイヤに附着させられ、その娘核種が放出する β 線はシンチレータにより計数される。計数値のデータは、Fig. 3に示す測定系の、マイクロプロセッサ制御のAuto data scannerにより、磁気テープに自動的に記録される。磁気テープ上のデータは、解析に使用される、PDP-11/44ミニコンピュータシステム用の磁気ディスク・カートリッジ上のファイルにコピーされた上で処理される。

現在までの実験と解析に於て、検出が可能であると推定されるFP元素はKrとXeであり、プレシピテータでは、それぞれの娘核種であるRbとCsから発生する β 線を計数する。検出されると推定した核種は、 ^{88}Kr 、 ^{89}Kr 、 ^{90}Kr 、 ^{138}Xe および ^{139}Xe である。これらの半減期、および各々の娘核種の半減期はTable 1に示す通りである。後述するように、これら5核種の内、 ^{139}Cs (^{139}Xe の娘核種) は、本実験では検出されなかった。

Helium Gas Sweep Irradiation Rig

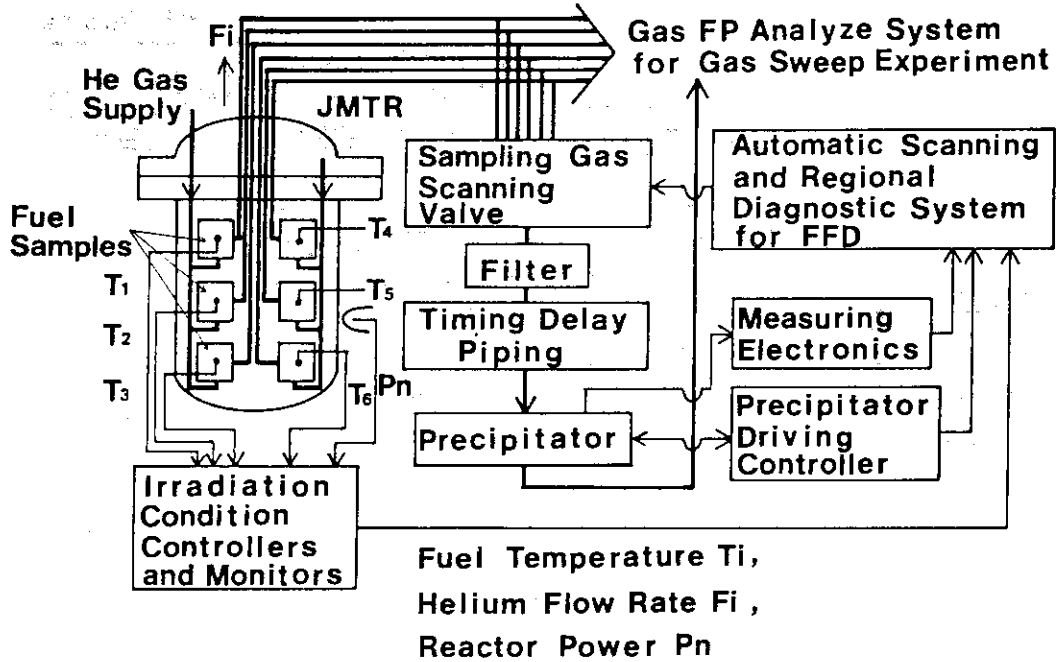


Fig. 1 Construction of FGS (Fuel Irradiation and Helium Gas Sweep Rig)

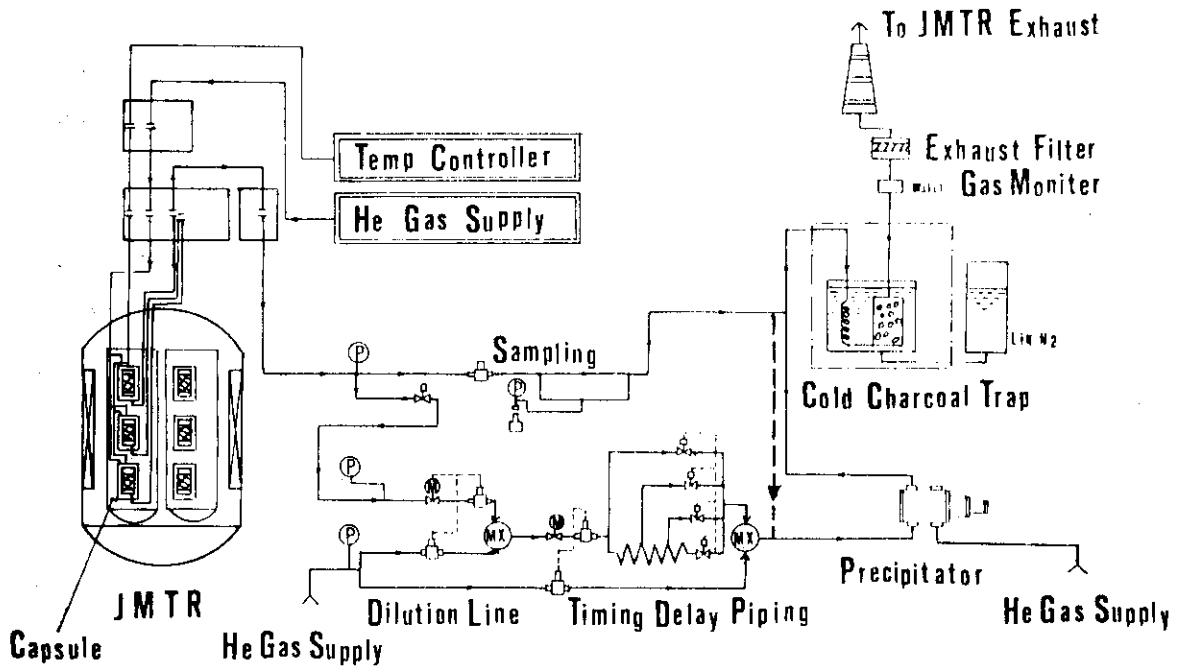


Fig. 2 Flow diagram of FFD experimental system

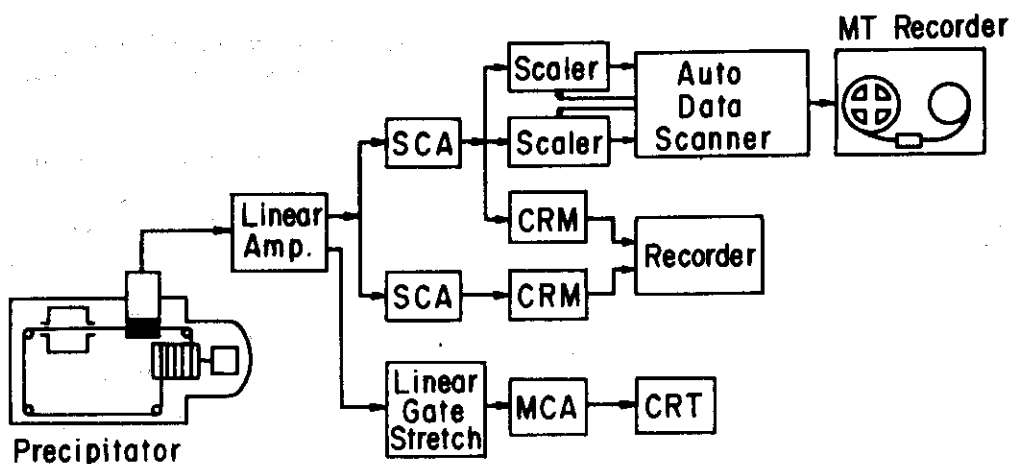


Fig. 3 Block diagram of measuring system for FFD experiment

Table 1 Half-Life and Fission Yield of Interesting Nuclides in FFD

(A)	Br	Kr	Rb	Sr
	Life (Yield, %)	Life (Yield, %)	Life	Life
88*	16.6 s (2.2)	2.84 h (2.86)	17.8 m	—
89*	4.4 s (1.28)	3.18 m(4.46)	15.2 m	50.5 d
90*	1.9 s (0.68)	32.3 s (4.9)	153 s	28.8 y
91	0.54 s(0.24)	8.6 s (3.07)	58 s	9.5 h

(A)	I	Xe	Cs	Ba
	Life (Yield, %)	Life (Yield, %)	Life	Life
138*	6.5 s (1.52)	14.1 m (6.5)	32.2 m	—
139*	2.3 s (0.53)	39.7 s (5.3)	9.5 m	82.9 m
140	0.8 s (0.2)	14.0 s (3.7)	65 s	12.79 d

2. 最小自乗法計算 (その1) - 線形最小自乗法

2.1 線形最小自乗法の一般式

最小自乗法は、測定データの解析処理に最も一般的に用いられている方法であり^{1), 2)}、本実験データの解析においても、以下のように用いている。

X, Y, …… , Tなる r 個の数を未知量, M_1, M_2, \dots, M_n を n 個の直接に測定された量とし、

$$\left. \begin{array}{l} M_1 = f_1(X, Y, \dots, T) \\ M_2 = f_2(X, Y, \dots, T) \\ \dots \\ M_n = f_n(X, Y, \dots, T) \end{array} \right\} \quad (1)$$

なる関係 (測定方程式) より、未知量の最確値 X_0, Y_0, \dots, T_0 は以下のようにして求められる。但し、関数 f_1, f_2, \dots, f_n の形はすべて与えられており (必ずしも同形でなく、また未知量のすべてを含むとは限らない)、かつ式の個数 n は未知量の個数より多い (即ち $n > r$) ものとする。

ここで残差 v_1, v_2, \dots, v_n を

$$\left. \begin{array}{l} M_1 - f_1(X_0, Y_0, \dots, T_0) = v_1 \\ M_2 - f_2(X_0, Y_0, \dots, T_0) = v_2 \\ \dots \\ M_n - f_n(X_0, Y_0, \dots, T_0) = v_n \end{array} \right\} \quad (2)$$

なる式 (残差方程式) で表すと、未知量の最確値は、残差の平方和

$$S = v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_n^2 \quad (3')$$

が最小となるという条件から求められる、以下、たとえば、

$$\sum_{i=1}^n a_i \cdot b_i \cdot \dots = [a \cdot b \cdot \dots]$$

のように表せば、(3') は

$$S = [vv] = \text{最小} \quad (3)$$

と表され、この左辺は X_0, Y_0, \dots, T_0 の関数であるから、 $S = \text{最小}$ であるという条件は、

$$\frac{\partial [vv]}{\partial X_0} = 0, \quad \frac{\partial [vv]}{\partial Y_0} = 0, \quad \dots, \quad \frac{\partial [vv]}{\partial T_0} = 0 \quad (4)$$

なる正規方程式で表される。

(1)・(2)・(4)式は、未知数の個数や、 f_1, f_2, \dots, f_n などの関数形に無関係な一般形であるが、通常は以下のような線形化の操作によって1次形に変換を行う。

未知量 X, Y, \dots, T の近似値をそれぞれ X', Y', \dots, T' とし、

$$\left. \begin{aligned} x &= X' - X \\ y &= Y' - Y \\ \dots & \\ t &= T' - T \end{aligned} \right\} \quad (a)$$

とおき、(a) を測定方程式に代入すると

$$M_i = f_i(X' - x, Y' - y, \dots, T' - t) : i = 1, 2, \dots, n \quad (\text{以下本節では同じ}) \quad (b)$$

(b) の右辺をテーラ-展開し、 x, y, \dots, t の2次以上の項を省略すれば、

$$M_i = f_i(X', Y', \dots, T') - \frac{\partial f_i}{\partial X} x - \frac{\partial f_i}{\partial Y} y - \dots - \frac{\partial f_i}{\partial T} t \quad (c)$$

ここで

$$f_i(X', Y', \dots, T') = M'_i \quad (d)$$

$$M'_i - M_i = m_i \quad (e)$$

とおけば、(c) は

$$m_i = \frac{\partial f_i}{\partial X} x + \frac{\partial f_i}{\partial Y} y + \dots + \frac{\partial f_i}{\partial T} t \quad (f)$$

となる。

(f) に於て、たとえば $\partial f_i / \partial X$ は、関数 f_i の $X = X', Y = Y', \dots, T = T'$ に於ける偏微係数であるから定数となる。従って、

$$\frac{\partial f_i}{\partial X} = a_i, \quad \frac{\partial f_i}{\partial Y} = b_i, \quad \dots, \quad \frac{\partial f_i}{\partial T} = k_i$$

とおけば、(1) の測定方程式はすべて線形化されて、

$$\left. \begin{aligned} m_1 &= a_1 x + b_1 y + \dots + k_1 t \\ m_2 &= a_2 x + b_2 y + \dots + k_2 t \\ \dots & \\ m_n &= a_n x + b_n y + \dots + k_n t \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

なる1次方程式に変換される。従って x, y, \dots, t の最確値をそれぞれ x_0, y_0, \dots, t_0 とすれば、残差方程式は、

$$\left. \begin{aligned} m_1 - (a_1 x_0 + b_1 y_0 + \dots + k_1 t_0) &= v_1 \\ m_2 - (a_2 x_0 + b_2 y_0 + \dots + k_2 t_0) &= v_2 \\ \dots & \\ m_n - (a_n x_0 + b_n y_0 + \dots + k_n t_0) &= v_n \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

となる。

(6)より、正規方程式は(4)の X_0, Y_0, \dots, T_0 の代わりにそれぞれ x_0, y_0, \dots, t_0 と置いて

$$\frac{\partial [vv]}{\partial x_0} = 0, \quad \frac{\partial [vv]}{\partial y_0} = 0, \quad \dots, \quad \frac{\partial [vv]}{\partial t_0} = 0$$

となるが、

$$v_i^2 = \{m_i - (a_i x_0 + b_i y_0 + \dots + k_i t_0)\}^2$$

であるから、

$$\frac{\partial v_i^2}{\partial x_0} = 2 \{m_i - (a_i x_0 + b_i y_0 + \dots + k_i t_0)\} \times (-a_i) = -2 a_i v_i$$

$$\therefore \frac{\partial [vv]}{\partial x_0} = -2 (a_1 v_1 + a_2 v_2 + \dots + a_n v_n)$$

従って $\frac{\partial [vv]}{\partial x_0} = 0$ なる式より、

$$a_1 v_1 + a_2 v_2 + \dots + a_n v_n = 0$$

が得られ、以下同様にして、

$$b_1 v_1 + b_2 v_2 + \dots + b_n v_n = 0$$

.....

$$k_1 v_1 + k_2 v_2 + \dots + k_n v_n = 0$$

即ち、

$$[av] = 0, \quad [bv] = 0, \quad \dots, \quad [kv] = 0 \quad (7)$$

なる r 個の式が得られる。

更に正規方程式は次のようにして求められる。(6)の両辺に順次 a_1, a_2, \dots, a_n を乗ずれば、

$$a_1 m_1 - (a_1 a_1 x_0 + a_1 b_1 y_0 + \dots + a_1 k_1 t_0) = a_1 v_1$$

$$a_2 m_2 - (a_2 a_2 x_0 + a_2 b_2 y_0 + \dots + a_2 k_2 t_0) = a_2 v_2$$

.....

$$a_n m_n - (a_n a_n x_0 + a_n b_n y_0 + \dots + a_n k_n t_0) = a_n v_n$$

これらを辺々相加えと、

$$[am] - ([aa]x_0 + [ab]y_0 + \dots + [ak]t_0) = [av]$$

ここで(7)により $[av] = 0$ であるから、この式は

$$[aa]x_0 + [ab]y_0 + \dots + [ak]t_0 = [am]$$

となる。以下同様に、両辺に順次 $b_1, b_2, \dots, b_n; \dots; k_1, k_2, \dots, k_n$ を乗じて相加える操作により、

$$\left. \begin{aligned} [aa]x_0 + [ab]y_0 + \dots + [ak]t_0 &= [am] \\ [ba]x_0 + [bb]y_0 + \dots + [bk]t_0 &= [bm] \\ \dots & \\ [ka]x_0 + [kb]y_0 + \dots + [kk]t_0 &= [km] \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

なる、未知量の個数と同じ r 個の 1 次連立方程式が得られる。従ってこれを解けば、最確値 x_0, y_0, \dots, t_0 が求められ、 X', Y', \dots, T' より、未知量の最確値 X_0, Y_0, \dots, T_0 が求められる。

2.2 線形最小自乗法の実験式への適用

プレシピテータの計数値が、バックグラウンド A_0 、測定開始時に A_1, A_2, \dots, A_r なる計数値の r 個の核種による成分の和より成るものとし、各々の崩壊常数を $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r$ と表せば、経過時刻 t に於ける計数値 $C(t)$ は、

$$C(t) = A_0 + \sum_{k=1}^r A_k \exp(-\lambda_k t) \quad (9)$$

と表される。

ここで、 n 個の測定点の i 番目に於ける $t, C(t)$ の値をそれぞれ t_i, C_i と表し、また以下本節では k は核種に対応して $0, 1, 2, \dots, r$ までの値を取るものとする ($k=0$ はバックグラウンド成分に対応)。 A_k を未知量、 λ_k, t_i, C_i は既知量として、(9)を、

$$C_i = A_0 + A_1 \exp(-\lambda_1 t_i) + \dots + A_r \exp(-\lambda_r t_i) = f_i(A_0, A_1, \dots, A_r) \quad (9')$$

と表す。

A_0, A_1, \dots, A_r の近似値をそれぞれ A'_0, A'_1, \dots, A'_r とし、

$$a_0 = A'_0 - A_0, a_1 = A'_1 - A_1, \dots, a_r = A'_r - A_r$$

とおけば、2.1 節の(c)に依り、

$$M_i = f_i(A'_0, A'_1, \dots, A'_r) - \frac{\partial f_i}{\partial A_0} a_0 - \frac{\partial f_i}{\partial A_1} a_1 \dots \dots - \frac{\partial f_i}{\partial A_r} a_r \quad (10)$$

となる。更に (d)・(e)・(f) に依り、

$$f_i(A'_0, A'_1, \dots, A'_r) = C'_i$$

とおき、

$$\begin{aligned} C'_i - C_i &= m_i \\ &= A'_0 + A'_1 \exp(\lambda_{1i} t_i) + \dots + A'_r (-\lambda_{ri} t_i) - C_i : \text{右辺} \end{aligned} \quad (11a)$$

$$\begin{aligned} m_i &= \frac{\partial f_i}{\partial A_0} a_0 + \frac{\partial f_i}{\partial A_1} a_1 + \dots + \frac{\partial f_i}{\partial A_r} a_r \\ &= 1 \cdot a_0 + \exp(-\lambda_{1i} t_i) \cdot a_1 + \dots + \exp(-\lambda_{ri} t_i) \cdot a_r : \text{左辺} \end{aligned} \quad (11b)$$

ここで $\exp(-\lambda_{ki} t_i)$ は既知量となるから、これを

$$\left. \begin{aligned} T_{ki} &= \exp(-\lambda_{ki} t_i) \\ \text{但し } T_{0i} &\equiv 1 \end{aligned} \right\} \quad (11c)$$

とおけば、(11a)・(11b) は

$$\begin{aligned} T_{0i} a_0 + T_{1i} a_1 + \dots + T_{ri} a_r &= m_i \\ \text{但し } m_i &= A'_0 T_{0i} + A'_1 T_{1i} + \dots + A'_r T_{ri} - C_i \end{aligned} \quad (11)$$

なる n 個の線形化された式となる。

正規方程式は (8) により、

$$\left. \begin{aligned} [T_{0i} T_{0i}] a_0 + [T_{0i} T_{1i}] a_1 + \dots + [T_{0i} T_{ri}] a_r &= [T_{0i} m_i] \\ [T_{1i} T_{0i}] a_0 + [T_{1i} T_{1i}] a_1 + \dots + [T_{1i} T_{ri}] a_r &= [T_{1i} m_i] \\ \dots & \\ [T_{ri} T_{0i}] a_0 + [T_{ri} T_{1i}] a_1 + \dots + [T_{ri} T_{ri}] a_r &= [T_{ri} m_i] \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

となる。ここで

$$[T_{0i} T_{1i}] = \sum_{i=1}^n T_{0i} T_{1i}$$

また (11c) により $T_{0i} \equiv 1$ であるから

$$[T_{0i} T_{0i}] = n$$

となる。(12) は未知量の個数と同じ $(r+1)$ 個の式より成るから、これを連立方程式として a_k を求めれば、 A'_k より未知量 (正確にはその最確値) A_k が求められる。

2.3 減衰曲線あてはめ用最小自乗計算プログラム "DCY8D" の概略

本データ解析用のプログラム "DCY8D" は、PDP-11/44 ミニコンピュータの FORTRAN

77を使用して作成された。本計算機システムは、3台の端末機（ドット印字式1台、CRTディスプレイ式2台）をタイム・シェアリングで使用することができる。

プログラムは、メイン・プログラム及び下記のサブルーチンより成っている。

DSKIN 4
MATRXS
CKLIST
SWOUT
PRWGHT

これらサブルーチンの内、“DSKIN 4”は、測定データを読み取る部分であり、その内容はデータの入力媒体（磁気テープ、磁気ディスク等）や、使用する計算システムによって変更される。

2.3.1 メイン・プログラム

Fig. 4にプログラム・リストを示す。左端の0001から始まる番号は、システムがリストを出力する際に附したものである。以下これを、左側の0を省略して“NST1”、“NST7~13”の如く記す^{註)}。

- 1) NST1: 共通領域/DIN/のXなる配列に2.2節で述べた t_i の値、Yなる配列に C_i の値が“DSKIN 4”サブルーチンにより入力される。計算機メモリの容量から、測定点の個数は300個までとした。配列WはYの重みの値の入力用であるが、現在の所は未使用である。
- 2) NST6: 配列HFLF 0には、下記の6種の半減期の値を設定した。8種まで設定可能であるが、余った分は0と設定してある。この内から必要な分のみを対話形式で指定する(NST35~60, 7)を参照)。

1066.886 sec (17.78min, Rb⁸⁸)

909.18 sec (15.153min, Rb⁸⁹)

153 sec (Rb⁹⁰)

1932.6 sec (32.2min, Cs¹³⁸)

571.86 sec (9.53min, Cs¹³⁹)

65.5 sec (Cs¹⁴⁰)

- 3) NST7~13: 対話形式で変数NOUTに5又は6の整数値を入力する。これにより、以後、論理機番がNOUTとなっているWRITE文の出力は、端末機(NOUT=5の時)又はライン・プリンタ(NOUT=6の時)に対して行われる。NST13に於ては、NOUT=6の時に、本システム特有のサブルーチン“ASNLUN”をコールして、ライン・プリンタの論理機番を6に設定する。

NST12で、 $\log_e(2.0)$ の値をEX2なる変数に設定し、半減期の値より崩壊定数を算出する際に使用する(NST55, 8)を参照)。

- 4) 対話形式でデータ識別用の番号(最大3桁)を入力し(NST14~18)、測定点の個数を

註) NST = Number of statement

PDP-11 FORTRAN-7 V4.0-1 10:03:17 21-Feb-84
 DCY8D.FTN;13 /F77/TR:BLOCKS/WR

Page 1

```

* DCY8D * ESTIMATE INTENSITIES OF UP TO 8 RADIOISOTOPES *
* (WITH INITIAL PARAMETERS) *
* PREPARED ON 8-AUG-1983 (H. YOSHIDA) *
* REVISED ON 12-AUG-1983 *
*
0001      COMMON /DIN/X(300),Y(300),W(300),/WXY/U(10,9)
          1 /DEV/UKP(10,9),LAMDA(8),AA(9),S,R,PP(9),RP(9)
          2 ,VARMSR,RR(9),DAA(9)
0002      COMMON /LGN/NOUT,NOUT1
0003      REAL HFLFO(8),HFLF(8),LAMDA,B(9)
0004      INTEGER ISONO(8),ISOSEL(8)
0005      LOGICAL ILL
0006      DATA HFLFO/1066.886,909.18,153.,1932.6,571.86,65.5,2*0./
          1 ,ISOND/1,2,3,4,5,6,7,8/,VARMSR/0.0/
*
*
0007      1 WRITE(5,500)
0008      500 FORMAT('OTYPE LOGICAL NO. OF OUTPUT DEVICE(COSOLE=5/LP=6): ')
0009      READ(5,501) NOUT
0010      501 FORMAT(I1)
0011      IF(NOUT.LT.5.OR.NOUT.GT.6) GOTO 1
0012      EX2=ALOG(2.0)
0013      IF(NOUT.EQ.6) CALL ASNLUN(6,'LP',0)
*
0014      50 WRITE(5,550)
0015      550 FORMAT('OTYPE PROBLEM NO. (I3): ')
0016      READ(5,560) IPNO
0017      560 FORMAT(I3)
0018      IF(IPNO.LT.0) GOTO 50
0019      100 WRITE(5,600)
0020      600 FORMAT('OTYPE NUMBER OF DATAPOINTS(I3): ')
0021      READ(5,560) NP
0022      IF(NP.LT.2) GOTO 100
0023      WRITE(NOUT,650) IPNO
0024      650 FORMAT('1* PROBLEM #',I4,' * (DCY8D) *')
*
* (DATA INPUT) *
0025      CALL DSKIN4(NP)
*
0026      WRITE(5,700)
0027      700 FORMAT('ODO YOU PRINT INPUT LIST ? [Y/N]: ')
0028      READ(5,1501) RGST
0029      IF(RGST.NE.'Y') GOTO 200
0030      WRITE(NOUT,720)
0031      720 FORMAT(10X,'X',14X,'Y')
0032      DO 150 I=1,NP
0033      150 WRITE(NOUT,750) I,X(I),Y(I)
0034      750 FORMAT(' (',I4,' )',3E15.7)
*
0035      200 KO=6 ! NUMBER OF ISOTOPES
0036      DO 250 I=1,KO
0037      250 ISOSEL(I)=ISONO(I)
0038      HFLF(I)=HFLFO(I)
0039      GOTO 450
*

```

Fig. 4(1/3) List of main program "DCY8D"

PDP-11 FORTRAN-77 V4.0-1 10:03:17 21-Feb-84 Page 2
 DCY8D.FTN:13 /F77/TR:BLOCKS/WR

```

0040   300   KO=0
0041   350   WRITE(5,850)
0042   850   FORMAT('O ISOTOPE NO. (1 - 6): ')
0043       READ(5,501) K
0044       IF(K.LT.1.OR.K.GT.6) GOTO 400
0045       KO=KO+1
0046       ISOSEL(KO)=ISONO(K)
0047       HFLF(KO)=HFLFO(K)
0048       IF(KO.LT.6) GOTO 350
0049   400   IF(KO.LT.1) GOTO 350
0050   450   WRITE(5,950)
0051   950   FORMAT('O * HALF LIVES (SELECTED) *')
0052       DO 1000 I=1,KO
0053       WRITE(5,1550) ISOSEL(I),HFLF(I)
0054   1550   FORMAT(3X,'(',I2,') ',E14.7)
0055   1000   LAMDA(I)=EX2/HFLF(I)
0056       WRITE(5,1500)
0057   1500   FORMAT('O OK ? [Y/N]: ')
0058       READ(5,1501) RGST
0059   1501   FORMAT(A4)
0060       IF(RGST.NE.'Y') GOTO 300
*
0061       WRITE(5,1600)
0062   1600   FORMAT('ODO YOU NEED BACKGROUND TERM ? [Y/N]: ')
0063       IOPT=0
0064       READ(5,1501) RGST
0065       IF(RGST.EQ.'Y') IOPT=1
0066       K1=KO
0067       N1=1
0068       IF(IOPT.GT.0) K1=KO+1
0069       IF(IOPT.GT.0) N1=2
0070       K2=K1+1
*
* (SET INITIAL VALUES) *
0071       WRITE(5,1650)
0072       IPR2=0
0073   1650   FORMAT('ODO YOU PRINT MATRIX LISTS ? [Y/N]: ')
0074       READ(5,1501) RGST
0075       IF(RGST.EQ.'Y') IPR2=1
0076       WRITE(5,1700) NP,Y(1)
0077   1700   FORMAT('O* INPUT',I4,' POINTS * Y(1) =',E15.7,' *')
0078       IF(NOUT.EQ.6) WRITE(NOUT,1700) NP,Y(1)
*
0079   1750   FORMAT('O* MATRIX *')
*
0080       DO 1300 I=1,K1
0081   1300   AA(I)=0.0
*
0082   1850   FORMAT(22H0ISOTOPE #: HALF LIFE:,3X,9HPARAM AA:,4X,
1 55HWHEIGHT OF AA: PROB'ER'OF AA: VAR. OF AA: REGION OF AA:)
0083   1860   FORMAT(1H0,5X,'(',I2,') ',E12.5,1X,012.5,1X,012.5,2X,012.5,3X,
1 012.5,' AA+- ',012.5)
0084   1870   FORMAT(1H0,11X,13H(BACKGROUND) ,012.5,1X,012.5,2X,012.5,3X,012.5
1 , ' AA+- ',012.5)
*
* (ANALYSIS) *

```

Fig. 4(2/3) (Continued)

```

PDP-11 FORTRAN-77 V4.0-1      10:03:17      21-Feb-84      Page 3
DCYBD.FTN:13                  /F77/TR:BLOCKS/WR

0085      CALL      MATRXS(NP,K0,K1,K2,IOPT)
0086      DO 1350 I=1,K2
0087      DO 1350 J=1,K1
0088      1350      UKP(I,J)=U(I,J)
0089      IF(IPR2.EQ.0) GOTO 1400
0090      WRITE(NOUT,1750)
0091      CALL      CKLIST(K1,K2)
0092      1400      CALL      SWDUT(K1,ILL)
0093      IF(ILL.EQ.FALSE.) GOTO 2200
0094      DO 1450 I=1,K1
0095      1450      AA(I)=AA(I)-U(K2,I)
0096      VARMSR=0.0
0097      CALL      PRWGHT(NP,K1,K2,IOPT,IPR2,ILL)
0098      IF(ILL.EQ.FALSE.) GOTO 2200

*
* (PRINT RESLTS) *
0099      WRITE(5,1900) IPND,S,R,VARMSR
0100      1900      FORMAT('O* PROBLEM #',14,' * RESULT * (DCYBD) *',/
1          'O* SUM OF SQUARES OF RESIDUALS S =',@12.5,' *'/
2          'O* PROBABLE ERROR OF OBSERVED VALUES R =',@12.5,' *'/
3          'O* VARIABLE OF OBSERVED VALUES =',@12.5,' *')
0101      WRITE(5,1850)
0102      I=0
0103      IF(IOPT.GT.0.AND.VARMSR.GT.0.) WRITE(5,1870) AA(1),PP(1),RP(1)
1          ,RR(1),DAA(1)
0104      IF(IOPT.GT.0.AND.VARMSR.LE.0.) WRITE(5,1870) AA(1),PP(1),RP(1)
0105      DO 2000 J=N1,K1
0106      I=I+1
0107      IF(VARMSR.LE.0.) GOTO 1090
0108      WRITE(5,1860) ISOSEL(I),HFLF(I),AA(J),PP(J),RP(J),RR(J),DAA(J)
0109      GOTO 2000
0110      1090      WRITE(5,1860) ISOSEL(I),HFLF(I),AA(J),PP(J),RP(J)
0111      2000      CONTINUE
0112      IF(NOUT.EQ.5) GOTO 2100
0113      WRITE(NOUT,1950)
0114      1950      FORMAT(///,'O',40(1H*))
0115      WRITE(NOUT,1900) IPND,S,R,VARMSR
0116      WRITE(NOUT,1850)
0117      I=0
0118      IF(IOPT.GT.0.AND.VARMSR.GT.0.) WRITE(NOUT,1870) AA(1),PP(1),RP(1)
1          ,RR(1),DAA(1)
0119      IF(IOPT.GT.0.AND.VARMSR.LE.0.) WRITE(NOUT,1870) AA(1),PP(1),RP(1)
0120      DO 2050 J=N1,K1
0121      I=I+1
0122      IF(VARMSR.LE.0.) GOTO 2040
0123      WRITE(NOUT,1860) ISOSEL(I),HFLF(I),AA(J),PP(J),RP(J),RR(J),DAA(J)
0124      GOTO 2050
0125      2040      WRITE(NOUT,1860) ISOSEL(I),HFLF(I),AA(J),PP(J),RP(J)
0126      2050      CONTINUE
0127      WRITE(NOUT,2500)
0128      2500      FORMAT('O',40(1H*),///)
*
0129      2100      WRITE(5,2550)
0130      2550      FORMAT('ODD YOU ANALYZE THIS DATA AGAIN ? [Y/N]: ')
0131      READ(5,1501) RGST
0132      IF(RGST.EQ.'Y') GOTO 200

*
0133      2200      WRITE(5,2600)
0134      2600      FORMAT('ODD YOU ANALYZE NEXT DATA ? [Y/N]: ')
0135      READ(5,1501) RGST
0136      IF(RGST.EQ.'Y') GOTO 50

*
0137      IF(NOUT.EQ.6) WRITE(NOUT,9500)
0138      WRITE(5,9500)
0139      9500      FORMAT('O*** ANALYSIS FINISHED ***')
0140      STOP
0141      END

```

Fig. 4(3/3) (Continued)

変数 NP に入力する (NST 19 ~ 22)。

- 5) NST 23 ~ 25 : ここでサブルーチン "DSKIN 4" により, ディスク上のデータファイルの内容が読み取られる。NP の値はここで実際に読み取られたデータの個数 (300 を超える時, その分の読み取りは省略される) に設定される。ここでは, オープンするファイル名や, その他所要のパラメータを対話形式で入力するようにした。
- 6) NST 26 ~ 34 : NST 27 で出力されたメッセージの直後へ文字 Y を入力すれば, $X (= t_i)$, $Y (= C_i)$ のリストがライン・プリンタ等へ出力され, それ以外の文字等を入力した時は省略される。
- 7) NST 35 ~ 60 (その 1) : プログラムは一旦 NST 50 以降へ進んで, 2) に於て設定された半減期の値に, 始めより順に番号を附したリストを端末機へ出力する。ここで NST 56 で出力されたメッセージの直後へ文字 Y を入力すれば 9) へ進む。
- 8) NST 35 ~ 60 (その 2) : 上記以外の文字等を入力した時, プログラムは NST 41 へ戻って,

ISOTOPE No (1 - 6) :

なるメッセージを端末機へ出力する。この直後へ 7) で出力されたリスト中の番号の内, 所要のものを入力して, 核種を指定する。このメッセージは, 1 ~ 6 以外の数値を入力するか, 或は入力した数値の個数が 6 に達するまで反復される。次にプログラムは, 7) の部分へ進んで, 指定された核種の分の半減期のリストを出力し, NST 56 によるメッセージが出力されるので, 当該部分で先に述べた操作を行う。

なお, このリスト出力の際に, プログラムは

$$\log_e (2) / \{ \text{半減期} \}$$

なる計算を行って崩壊定数を算出し, 配列 LAMDA (実数型) にこの数値を入力する

(NST 55)。(NST 12 - 3) と関連)

- 9) NST 61 で出力されたメッセージの直後に文字 Y を入力すれば, 変数 IOPT = 1 に設定され, バックグラウンド成分の項を持つ式が使用される。Y 以外の文字等を入力すれば, IOPT = 0 となり, バックグラウンド成分の項を省略した式が使用される。

NST 66 ~ 70 では, 指定された核種の個数 K_0 をもとに, 以下の数値を持つ変数が設定される。

$$K_1 = K_0 \text{ 但し } IOPT > 0 \text{ ならば } K_1 = K_0 + 1$$

$$N_1 = 1 \text{ 但し } IOPT > 0 \text{ ならば } N_1 = 2$$

$$K_2 = K_1 + 1$$

- 10) NST 71 ~ 81 : NST 71 で端末機へ出力される

DO YOU PRINT MATRIX LISTS ? {Y/N} :

なるメッセージの直後に文字 Y を入力すれば, 変数 IPR 2 = 1 と設定され, 後述する掃出し計算を行う度毎に, 対象となる行列の各要素の数値のリストが, ライン・プリンタ等へ出力される。それ以外の文字等を入力した時は IPR 2 = 0 となり, これらのリストは出力されない。

NST 80 ~ 81 に於て, 2.2 節, 式 (10) ~ (11a) の A'_0, A'_1, \dots, A'_r に相当する数値と

- して、ここでは配列要素 AA (1), AA (2), …… , AA (r + 1) にすべて 0 を代入する。
- 11) NST85 ~ 88 : NST85 に於て, "MATRXS" サブルーチンは, 2.2 節, 式 (11) の係数 T_{ki} の値を算出し, 次で正規方程式 (12) の係数を算出して, 配列 U に代入する。この内容は, 保存用の配列 UKP にコピーされる。
- 12) NST89 ~ 91 : この部分は配列 U の各要素の数値をライン・プリンタに出力する。10) 及び 2.3.3 節参照。
- 13) NST92 ~ 95 : "SWOUT" サブルーチンにより, 掃出し法 (Sweep out method) による計算が配列 U に対して行われ, 連立方程式の解が求められる。(2.3.4 節参照)。その結果, 配列要素
- $$U(K2, 1), U(K2, 2), \dots, U(K2, \{r+1\})$$
- の値がそれぞれ 2.2 節, 式 (12) の
- $$a_0, a_1, \dots, a_r$$
- の値となる。故に配列 AA の各要素にあらかじめ代入されていた初期値からそれぞれ $U(K2, \{i\})$ の値を引いたものが, 式 (9) の A_i の最確値となる (NST94 ~ 95)。
- なお, "SWOUT" 内での処理が正常に行われなかった時, 論理変数 ILL の値は ".FALSE." となり, プログラムは 16) の後半 (NST133) へ進む。
- 14) NST96 ~ 98 : 変数 VARMSR には, サブルーチン "PRWGHT" 内で, 測定値の分散の値が代入される。また, 同ルーチン内部では, A_i の重み・標準偏差等が算出されて, 配列 PP・RP・RR・DAA に代入される。これらについては 2.3.5 節で述べる。論理変数 ILL は, 13) で述べたものと同じ作用をする。
- 15) NST99 ~ 128 : 13) ~ 14) で算出された結果を端末機に出力し (NST99 ~ 111), 次で NOUT の値が 6 ならばライン・プリンタに出力する (NST112 ~ 128)。
- 配列 AA ~ DAA の添字が 1 のものは, バックグラウンドの項に対応する。このために, バックグラウンドの項を省略した時 (IOPT の値が 0 の時) には, この分の出力は省略される (NST103 ~ 104 及び 118 ~ 119)。また VARMSR が 0 又は負の時には, RR・DAA の値は計算されないようになっている。この場合にはこれらの出力が省略される (NST104, 110, 119, 125)。
- 16) NST129 ~ 141 : NST129 で出力されたメッセージの直後に, 文字 Y を入力すれば, プログラムは 8) へ戻る。
- NST133 で出力されたメッセージの後へ文字 Y を入力した時, プログラムは 4) へ戻る。

2.3.2 サブルーチン"MATRXS"

このサブルーチンは、2.2節の測定方程式(11)の係数 T_{ki} , m_i を算出し、次で同節(12)の正規方程式の係数を算出する。リストを Fig. 5 に示す。

- 1) NST4~9 : 配列U及びTの要素の所要の分の値を0に設定する。
- 2) NST10~29 : 配列Tに、前述の測定方程式の係数の値を代入する。バックグラウンドの項を省略した場合 (IOPTの値が0, NST11~18)と、その項を含む場合 (IOPTの値が1, NST19~29)の2通りにプログラムは分れている。
- 3) NST30~37 : 配列Tの値から、前述の正規方程式の係数を算出して、配列Uに代入する。

PDP-11 FORTRAN-77nV4.0-1rated 14:54:37 15-Feb-83
MATRXS.FTN;2 /F77/TR:BLOCKS/WR

```

* MATRXS(SUBROUTINE) * SET MATRIX ESPECIALLY FOR 'DCY8D' *
* PREPARED ON 29-JUL-1983 *
0001      SUBROUTINE MATRXS(NP, KO, K1, K2, IOPT)
0002      COMMON /DIN/X(300),Y(300),W(300),/WXY/U(10,9)
          1  ,/DEV/UKP(10,9),LAMDA(8),AA(9),S,R,PP(9),RP(9)
          2  ,VARMSR,RR(9),DAA(9)
0003      REAL LAMDA,T(10,300)
          *
0004      DO 1 I=1,K1
0005      .DO 1 J=1,K2
0006      1    U(J,I)=0.0
0007      DO 2 I=1,NP
0008      DO 2 J=1,K2
0009      2    T(J,I)=0.0
0010      IF(IOPT.GT.0) GOTO 50
          * (WITHOUT BACKGROUND TERM) *
0011      DO 30 I=1,NP
0012      DO 10 J=1,K1
0013      10    T(J,I)=EXP(-LAMDA(J)*X(I))
0014      DO 20 J=1,KO
0015      20    T(K2,I)=T(K2,I)+AA(J)*EXP(-LAMDA(J)*X(I))
0016      T(K2,I)=T(K2,I)-Y(I)
0017      30    CONTINUE
0018      GOTO 100
          * (WITH BACKGROUND TERM) *
0019      50    DO 80 I=1,NP
0020      T(1,I)=1.0
0021      DO 60 J=2,K1
0022      K=J-1
0023      60    T(J,I)=EXP(-LAMDA(K)*X(I))
0024      T(K2,I)=AA(1)
0025      DO 70 J=2,K1
0026      K=J-1
0027      70    T(K2,I)=T(K2,I)+AA(K)*EXP(-LAMDA(K)*X(I))
0028      T(K2,I)=T(K2,I)-Y(I)
0029      80    CONTINUE
          * (MATRIX NORMALIZATION) *
0030      100   DO 150 K=1,NP
0031      DO 140 I=1,K2
0032      DO 140 J=1,K1
0033      U(I,J)=U(I,J)+T(I,K)*T(J,K)
0034      140   CONTINUE
0035      150   CONTINUE
0036      RETURN
0037      END

```

Fig. 5 List of subroutine "MATRXS"

2.3.3 サブルーチン "CKLIST"

このサブルーチンは、メイン・プログラム内の配列Uの各要素の数値を、ライン・プリンタ等にリストとして出力する。リストを Fig. 6 に示す。

- 1) NST1 : 引数Nは、リストの行数(縦方向)を、引数N1は段数(横方向)を与える。
- 2) NST2 : 共通領域/WXY/内の配列Aがメイン・プログラムの配列Uに対応し、この内容がリストに出力される。なお添字は1番目が行に、2番目が段に対応する。共通領域/LGN/内のNOUTの値が5の時は端末機に、6の時はライン・プリンタにリストが出力される(2.3.1節の3)参照)。変数NOUT1は、プログラムを修正した結果不用となったものである。
- 3) NST3 : 段数が8段を超える時、リストは8段毎に分割して出力される。変数NNにはこの分割の回数が設定される。

```

PDP-11 FORTRAN-77 V4.0-1          10:05:03    21-Feb-84
DCYBD. FTM; 13                    /F77/TR: BLOCKS/WR

*
* CHEKLIST OUTPUT ROUTINE
0001      SUBROUTINE CKLIST(N, N1)
0002      COMMON /WXY/A(10,9), /LGN/NOUT, NOUT1
0003      NN=N1/8
0004      IA=1
0005      IB=8
0006      IF(NN.LT.1) GOTO 30
0007      DO 20 I=1, NN
0008          WRITE(NOUT, 500)
0009      500  FORMAT(1X)
0010          DO 10 J=1, N
0011              WRITE(NOUT, 510) J, (A(K, J), K=IA, IB)
0012      510  FORMAT(2H0(, I3, 3H ), 10G13.5)
0013      10  CONTINUE
0014          IA=IA+8
0015          IB=IB+8
0016      20  CONTINUE
0017      30  IF(IA.GT.N1) RETURN
0018          WRITE(NOUT, 500)
0019          DO 40 J=1, N
0020              WRITE(NOUT, 510) J, (A(K, J), K=IA, N1)
0021      40  CONTINUE
0022          RETURN
0023      END

```

Fig. 6 List of subroutine "CKLIST"

2.3.4 サブルーチン"SWOUT"

このサブルーチンは、配列 A (メイン・プログラムの配列 U に対応) の各要素の数値に掃出し法に依る演算を行い、A の内容を係数とする連立方程式の解を求めるプログラムである。

今、未知数 x_1, x_2, \dots, x_r の連立方程式の係数を u_{ki} とし、

$$\left. \begin{aligned} u_{11}x_1 + u_{12}x_2 + \dots + u_{1r}x_r &= u_{1(r+1)} \\ u_{21}x_1 + u_{22}x_2 + \dots + u_{2r}x_r &= u_{2(r+1)} \\ \dots & \\ u_{r1}x_1 + u_{r2}x_2 + \dots + u_{rr}x_r &= u_{r(r+1)} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

とする時、係数 u_{ki} と配列 A の各要素との対応は、

$$\left. \begin{aligned} A(1,1) &= u_{11}, A(2,1) = u_{12}, \dots, A(r+1,1) = u_{1(r+1)} \\ A(1,2) &= u_{21}, A(2,2) = u_{22}, \dots, A(r+1,2) = u_{2(r+1)} \\ \dots & \\ A(1,r) &= u_{r1}, A(2,r) = u_{r2}, \dots, A(r+1,r) = u_{r(r+1)} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

となる。また、掃出し計算が完了した時、これらの値は、

$$\left. \begin{aligned} A(1,1) &= 1, A(2,1) = 0, \dots, A(r,1) = 0, A(r+1,1) = X_1 \\ A(1,2) &= 0, A(2,2) = 1, \dots, A(r,2) = 0, A(r+1,2) = X_2 \\ \dots & \\ A(1,r) &= 0, A(2,r) = 0, \dots, A(r,r) = 1, A(r+1,r) = X_r \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

となる。 X_1, X_2, \dots, X_r はそれぞれ x_1, x_2, \dots, x_r の解である。

以下、Fig. 7 のプログラム・リストについて説明する。

- 1) NST1 : 引数 N で未知数の個数を指定する。(13) ~ (15) 式の r に相当する。従って NST6 の変数 N1 は $(r+1)$ に相当する。引数 ILL (論理型) は、掃出し計算が正常に終了した時に ".TRUE.", それ以外の場合は ".FALSE." となる。
- 2) NST2 : 2.3.3 節の 2) に同じ。
- 3) 掃出し計算の Pivot として、変数 P に $A(i,i)$ の値を設定する (NST11)。次に $A(i,i) \sim A(i,r)$ までの値を比較して、絶対値のより大なものがあれば、これが $A(i,i)$ の位置に来るように、 i から r 段目までの配列要素の入替えを行う (NST12 ~ 22)。
- 4) 更に $A(i,i)$ から $A(r,i)$ までについて同様の操作を行い、 i から r 行までの入替えを行なう。この時は、未知数との対応順も入替るため、この順序を行列 IX に記入する (NST23 ~ 34)。
- 5) 3) 4) の操作で得られた Pivot の値が 0 ならば、プログラムは 8) へ進む。
- 6) NST37 ~ 44 : ここで掃出し計算を行う。
- 7) 3) ~ 6) を、Pivot が 0 とならない限り、 $i = 1 \sim r$ まで反復する (NST9 ~ 45)。最後に 4) で入替った解の順序を復元して、本ルーチンは終了する (NST46 ~ 54)。
- 8) Pivot の値が 0 となった時は、

** SWEEP OUT STOPPED AT RANK {iの値} * (SWOUT)**
 なるメッセージが NOUT の値に応じてコンソール又はライン・プリンタに出力され、引数
 ILL の値は ".FALSE." に設定されて、メインプログラムに戻る。

PDP-11 FORTRAN-77 V4.0-1 10:04:31 21-Feb-84
 DCY8D.FTN;13 /F77/TR:BLOCKS/WR

```

*
*
* SWEEP OUT CALCULATION
0001        SUBROUTINE SWOUT(N, ILL)
0002        COMMON /WXY/A(10,9), /LGN/NOUT, NOUT1
0003        LOGICAL ILL
0004        DIMENSION IX(9)
*
0005        ILL=.TRUE.
0006        N1=N+1
0007        DO 2 I=1, N
0008        2        IX(I)=I
*
0009        DO 40 I=1, N
*        WRITE(NOUT, 502) I
*502        FORMAT('O * CHECKLIST #', I2, ' (BEFORE PIVOT SELECTION) *')
*        CALL    CKLIST(N, N1)
0010        L=0
0011        P=A(I, I)
0012        IF(I.EQ.N)GOTO 8
0013        IA=I+1
* (PIVOT SELECTION 1)
0014        DO 106 J=IA, N
0015        IF(ABS(P).GE.ABS(A(I, J))) GOTO 106
0016        P=A(I, J)
0017        DO 104 K=1, N1
0018        X=A(K, J)
0019        A(K, J)=A(K, I)
0020        A(K, I)=X
0021        104        CONTINUE
0022        106        CONTINUE
* (PIVOT SELECTION 2)
0023        DO 6 J=IA, N
0024        IF(ABS(P).GE.ABS(A(J, I)))GOTO 6
0025        P=A(J, I)
0026        JP=IX(I)
0027        IX(I)=IX(J)
0028        IX(J)=JP
0029        DO 4 K=1, N
0030        X=A(J, K)
0031        A(J, K)=A(I, K)
0032        A(I, K)=X
0033        4        CONTINUE
0034        6        CONTINUE
0035        8        L=I
*        WRITE(NOUT, 508) L
*508        FORMAT('O * CHECKLIST #', I2, ' (AFTER PIVOT SELECTION) *')
*        CALL    CKLIST(N, N1)
0036        IF(P.EQ.0.)GOTO 9000
* (SWEEP OUT CALCULATION)
0037        DO 10 K=1, N1
0038        10        A(K, I)=A(K, I)/P
0039        DO 30 J=1, N
0040        IF(I.EQ.J) GOTO 30
0041        X=A(I, J)
0042        DO 20 K=1, N1

```

Fig. 7(1/2) List of subroutine "SWOUT"

```
PDP-11 FORTRAN-77 V4.0-1      10:04:31      21-Feb-84
DCYBD.FTN:13                  /F77/TR:BLOCKS/WR

0043      20      A(K,J)=A(K,J)-A(K,I)*X
0044      30      CONTINUE
0045      40      CONTINUE
0046              DO 100 I=1,N
0047              K=IX(I)
0048              X=A(N1,I)
0049              A(N1,I)=A(N1,K)
0050              A(N1,K)=X
0051              IX(K)=K
0052              IX(I)=I
0053      100      CONTINUE
0054              RETURN

*
0055      9000     ILL=.FALSE.
0056              IF(NOUT.EQ.6) WRITE(5,9500) L
0057              WRITE(NOUT,9500) L
0058      9500     FORMAT('O ** SWEEP OUT STOPPED AT RANK =',I2,' * (SWOUT) **')
0059              RETURN
0060              END
```

Fig. 7(2/2) (Continued)

2.3.5 サブルーチン "PRWGHT"

本サブルーチンは、メイン・プログラムで算出された、2.2節(11)式で求めたパラメータ a_i [AA] (— [] はプログラム中の、相当する変数または配列であることを示す。以下本節では同じ) に対する、以下のような数値を算出する。²⁾ 引数 NP, K 1, K 2, IOPT, IPR 2 は、メイン・プログラムのものと同じである (2.3節の 5), 9), 10) 参照)。残りの引数 ILL (論理型) は、後述する 3) の部分で、掃出し計算が正常に行われなかった時に ".FALSE." なる値が設定され、その時点で本ルーチンの実行は打ち切られる。すべての掃出し計算が正常に終了すれば、この値は ".TRUE." に設置されて、本ルーチンは次の所へ進む。本サブルーチンのリストを Fig. 8 に示す。

- 1) 残差の平方和 s [S] : バックグラウンドの項が省略された場合 (IOPT=0, NST9~15) と、それを含む場合 (IOPT=1, NST16~23) とに分けて計算を行う。
- 2) 測定誤差の推定値 r [R] : 測定点の組数 n [NP], パラメータ a_i の個数 q [K1] と上記の s とから、

$$r = 0.6745 \{ s / (n - q) \}^{1/2} \tag{16}$$

なる式で求める (NST24)。

- 3) a_i [AA] の重み p_i [PP] : (12) の正規方程式に於て、 a_0, a_1, \dots, a_r を未知数とし、係数を u_{kj} ($k, j=0, 1, \dots, q$ 但し q は [K1] に相当) とし、右辺は i 番の式のみを 1、他を 0 とおく。即ち

$$\left. \begin{array}{l} u_{00}a_0 + u_{01}a_1 + \dots + u_{0q}a_q = 0 \\ \dots \\ u_{i0}a_0 + \dots + u_{i1}a_1 + \dots + u_{iq}a_q = 1 \\ \dots \\ u_{q0}a_0 + u_{q1}a_1 + \dots + u_{qq}a_q = 0 \end{array} \right\} \tag{17}$$

なる連立方程式を解いた時、 a_i の値を A_i として、

$$p_i = 1 / A_i$$

がパラメータ a_i の重みとなる (NST25~40)。

- 4) a_i [AA] の確率誤差の推定値 r_i [RP] :

$$r_i = 0.185 / (p_i)^{1/2} \tag{18}$$

により算出する (NST41~42)。

- 5) 測定値の分散 σ^2 [VARMSR] : この数値は測定データと共に入力する必要がある。現在の所は仮に s [S] の値を入力して以下の計算を行っている。以後の計算はこの値が正の時にのみ行われる (NST43)。
- 6) a_i の分散 σ_i^2 [RR] および信頼係数 0.95 の限界 [DAA] :
 a_i の分散 σ_i^2 [RR] は

$$a_i^2 = \sigma^2 / p_i \quad (19)$$

で与えられる。また、

$$a_i \mp \sigma_i \times 1.96 \quad (20)$$

は、 a_i の真の値が0.95の確率で存在する範囲となる。この右側 $\sigma_i \times 1.96$ の値が〔DAA〕である（NST44～46）。

```

* PRWGT (SUBROUTINE) * CALCULATE DEVIATIONS ETC. OF PARAMERERS *
* PREPARED ON 9-AUG-83 (H. YOSHIDA) *
*
0001      SUBROUTINE PRWGT(NP, K1, K2, IOPT, IPR2, ILL)
*
0002      COMMON /DIN/X(300),Y(300),W(300),/WXY/U(10,9)
          1  ,/DEV/UKP(10,9),LAMDA(8),AA(9),S,R,PP(9),RP(9)
          2  ,VARMSR,RR(9),DAA(9)
0003      COMMON /LGN/NDOUT,NDOUT1
0004      LOGICAL ILL
0005      REAL LAMDA
*
0006      ILL=.TRUE.
* S - SUM OF SQUARES OF RESIDUALS *
0007      S=0.0
0008      IF(IOPT.GT.0) GOTO 100
* (WITHOUT BACKGROUND TERM) *
0009      DO 30 K=1,NP
0010      V=Y(K)
0011      DO 20 J=1,K1
0012      20  V=V-AA(J)*EXP(-LAMDA(J)*X(K))
0013      S=S+V*V
0014      30  CONTINUE
0015      GOTO 150
* (WITH BACKGROUND TERM) *
0016      100 DO 130 K=1,NP
0017      V=Y(K)
0018      DO 120 J=2,K1
0019      I=J-1
0020      120  V=V-AA(J)*EXP(-LAMDA(I)*X(K))
0021      V=V-AA(1)
0022      S=S+V*V
0023      130  CONTINUE
* R - PROBABLE ERROR OF OVSERVED VALUES *
0024      150  R=0.6745*SQRT(S/(NP-K1))
* PP - WEIGHTS OF PARAMETERS AA *
0025      DO 60 K=1,K1
0026      DO 40 I=1,K2
0027      DO 40 J=1,K1
0028      40  U(I,J)=0.0
0029      DO 50 I=1,K1
0030      DO 50 J=1,K1
0031      50  U(I,J)=UKP(I,J)
0032      U(K2,K)=1.0
0033      IF(IPR2.EQ.0) GOTO 5B
0034      WRITE(NDOUT,550) K
0035      550  FORMAT('O* WEIGHT EQUATION #',I2,' (PRWGT) *')
0036      CALL CKLIST(K1,K2)
0037      5B  CALL SWDOUT(K1,ILL)
0038      IF(ILL.EQ.FALSE.) RETURN
0039      PP(K)=1.0/U(K2,K)
0040      60  CONTINUE
* RP - PROBABLE ERROR OF PARAMETER AA *
0041      DO 80 I=1,K1
0042      80  RP(I)=R/SQRT(PP(I))
* VARMSR - VARIABLE OF OVSERVATION VALUES *
0043      IF(VARMSR.LE.0.) RETURN
* RR - VARIANCE OF PARAMETERS AA *
* DAA - REGION OF AA=AA+-DAA AT 95% CONFIDENCE COEFFICIENT *
0044      DO 90 I=1,K1
0045      RR(I)=VARMSR/PP(I)
0046      90  DAA(I)=SQRT(RR(I))*1.96
0047      RETURN
0048      END

```

Fig. 8 List of subroutine "PRWGT"

2.4 “DCY8D” プログラムの使用例と解析の結果

Fig. 9 は、本報告中で解析結果を示したデータの減衰曲線である^{註)}。6本のカーブは、下より順に、サンプルガス流量100, 200, 300, 400, 500, 600 SCCM(標準状態換算cc/min)にそれぞれ対応する。縦軸(計数值)が対数目盛であるから、もし単一核種の減衰曲線であれば、バックグラウンド成分が無視できる時、これらのカーブはすべて右下りの直線にほぼ一致する筈である。しかしながら、これらのカーブには、始めの方に短半減期核種の減衰曲線による立下りが、そして終の方にはより長半減期の核種の減衰曲線による影響があるものと推定される。

プレシピテータワイヤの β 線の計数は、ガス流量100及び200 SCCMの場合、20 sec 毎に10 sec ずつ、その他の場合には25 sec 毎に20 sec ずつ行われた。以下に述べる解析は、すべて始めの300点のデータについて行った。

Fig. 10 に、サンプルガス流量100 SCCMのデータの解析例を示す。同図(a)は、全6核種およびBackgroundにあてはめを行った結果であって、核種の強度(PARAM AAと表示)が負の値となったものがある。これは後述するように(4章参照)存在量が相対的に少い成分にもあてはめを行う時に見られる結果である。3.2節で述べるような予備的な解析の結果、Backgroundを含めて、存在しないと推定される成分を除いてあてはめを行った結果が、同図(b)のリストである。

以下、サンプルガス流量200~600 SCCMの解析結果を、上述の分と共にTable 2に示す。但し数値はすべて/10 secの値に換算してある(100及び200 SCCMのデータは10 secの積算値なのでそのままとし、他はすべて20 secの積算値より換算した。)この結果を図示したものがFig. 11である。

この結果に対する考察等は、1節で述べたように、別途の報告で行う予定である。概略を述べれば以下の通りとなる。

- 1) サンプルガス流量の増加(即ち Travelling timeの減少)につれて、短半減期の $^{89}\text{Kr} - ^{89}\text{Rb}$ および $^{90}\text{Kr} - ^{90}\text{Rb}$ の寄与が明らかに増加している。
- 2) 他方、中・長半期の $^{138}\text{Xe} - ^{138}\text{Cs}$ および $^{88}\text{Kr} - ^{88}\text{Rb}$ の寄与は減少傾向にある。
- 3) $^{139}\text{Xe} - ^{139}\text{Cs}$ は、半減期・Yield等から上記の各核種と同程度に発生することが期待されるにもかかわらず、本実験では検出されなかった。OGL-1配管のガンマ線スペクトルを、ゲルマニウム検出器で測定した結果では $^{90}\text{Kr} - ^{90}\text{Rb}$ と同程度の強度で存在が認められている。この理由については検討を要する。

註) 本実験はJMTRの第60サイクル運転時に、1982年12月2日より同13日にかけて行われた。

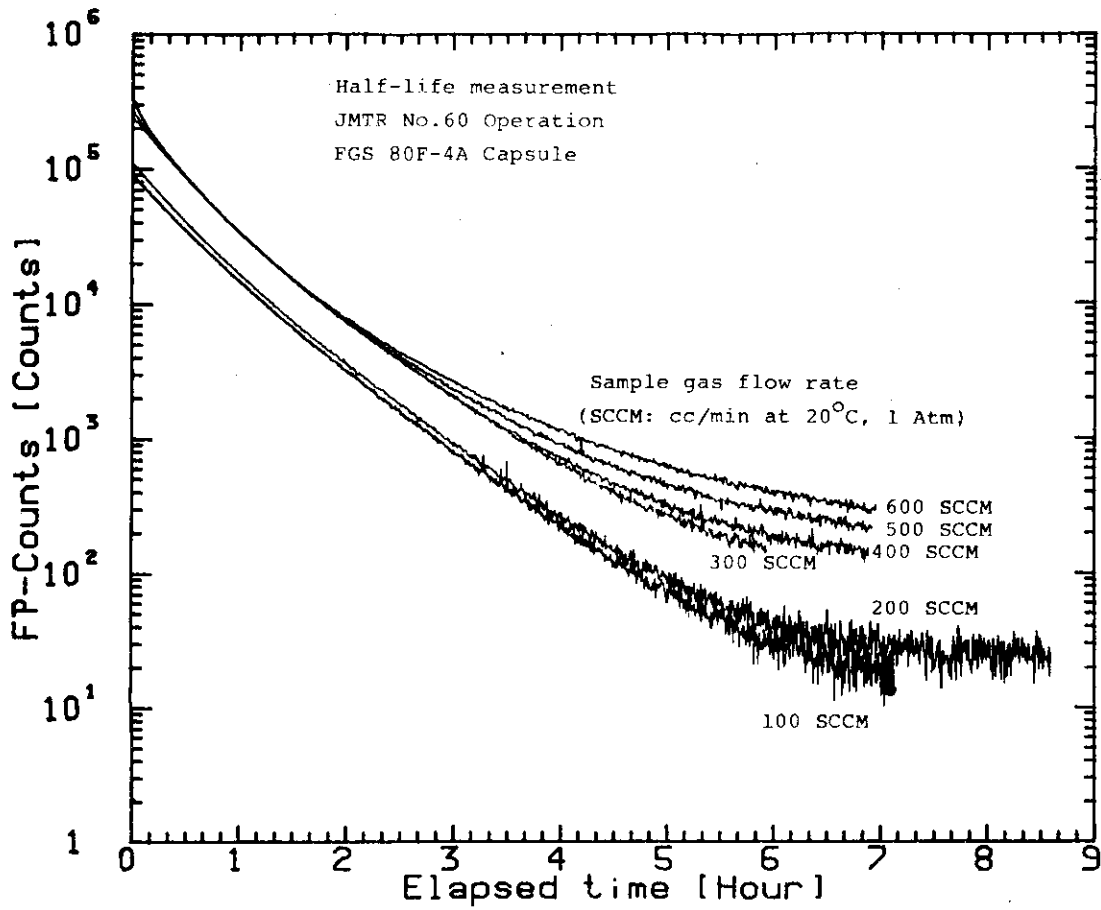


Fig. 9 Decay curves of FP radiations captured by precipitator wire

(a)

* PROBLEM # 601 * RESULT * (DCY8D) *
 * SUM OF SQUARES OF RESIDUALS S = 0.71337E+11 *
 * PROBABLE ERROR OF OBSERVED VALUES R = 10525. *
 * VARIABLE OF OBSERVED VALUES = 0.71337E+11 *

ISOTOPE #:	HALF LIFE:	PARAM AA:	WEIGHT OF AA:	PROB'ER' OF AA:	VAR. OF AA:	REGION OF AA:
(BACKGROUND)		537.83	0.45374	15624.	0.15722E+12	AA+- 0.77716E+06
(1)	0.10669E+04	0.10052E+06	0.30999E-04	0.18903E+07	0.23013E+16	AA+- 0.94025E+08
(2)	0.90918E+03	26726.	0.20739E-03	0.73082E+06	0.34397E+15	AA+- 0.36351E+08
(3)	0.15300E+03	522.94	0.40398E-01	52363.	0.17658E+13	AA+- 0.26045E+07
(4)	0.19326E+04	-48978.	0.20729E-03	0.73100E+06	0.34414E+15	AA+- 0.36360E+08
(5)	0.57186E+03	9633.7	0.83431E-03	0.36437E+06	0.85504E+14	AA+- 0.18124E+08
(6)	0.65500E+02	-741.24	0.12539	29721.	0.56891E+12	AA+- 0.14783E+07

(b)

* PROBLEM # 601 * RESULT * (DCY8D) *
 * SUM OF SQUARES OF RESIDUALS S = 0.11205E+08 *
 * PROBABLE ERROR OF OBSERVED VALUES R = 130.79 *
 * VARIABLE OF OBSERVED VALUES = 0.11205E+08 *

ISOTOPE #:	HALF LIFE:	PARAM AA:	WEIGHT OF AA:	PROB'ER' OF AA:	VAR. OF AA:	REGION OF AA:
(1)	0.10669E+04	54321.	2.9301	76.407	0.38240E+07	AA+- 3832.8
(4)	0.19326E+04	33687.	5.1933	57.392	0.21575E+07	AA+- 2878.9

Fig. 10 Example of "DCY8D" output

Table 2 Resultant Data Obtained by Linear Least Squares Method

[Cover Gas] Flow Rate (SCCM)	Travelling Time	Precipitator Counts (/10sec) and 95% Confidence Limits				
		[⁸⁸ Rb]	[⁸⁹ Rb]	[⁹⁰ Rb]	[¹³⁸ Cs]	[¹³⁹ Cs]
100	11 m 24s	54321 ±3833	—	—	33687 ±2879	—
200	5 m 44s	—	60428 ±3543	—	43250 ±2461	—
300	4 m 00s	—	70325 ±4354	2835.3 ±4105	44276 ±2518	—
400	2 m 54s	—	75560 ±6101	10202 ±5751	39691.5 ±3528	—
500	2 m 19s	—	87095 ±8271	24848 ±8462	38732 ±4750	—
600	1 m 58s	—	93035 ±13434	41967.5 ±13744	38327.5 ±7716	—

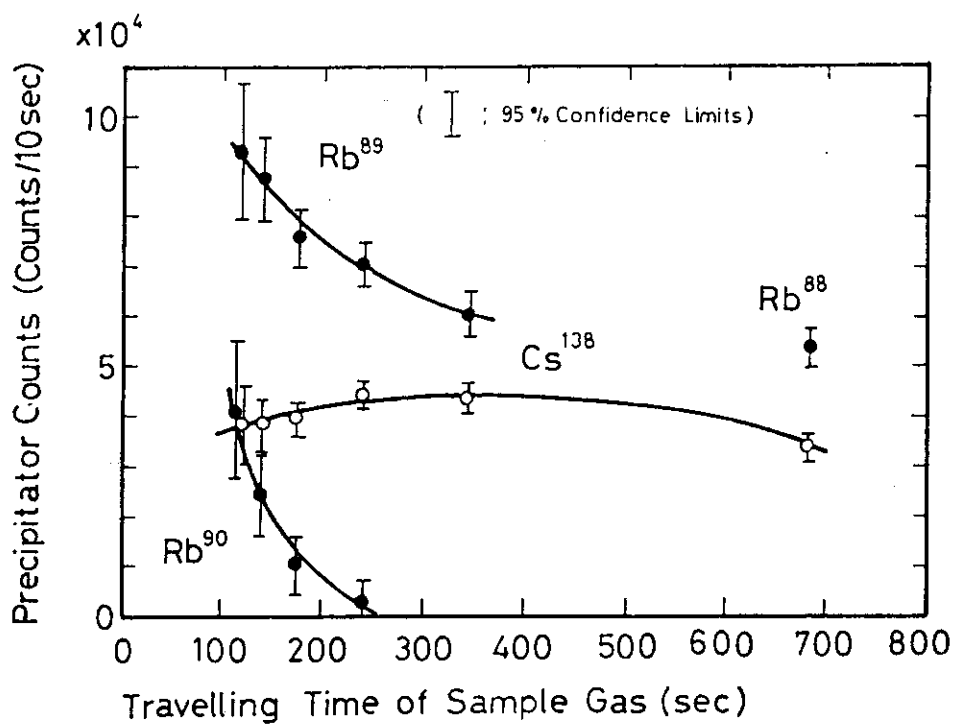


Fig. 11 Precipitator counts of fission products obtained by linear least squares calculation

3. 最小自乗法計算(その2) — 非線形最小自乗法

3.1 非線形最小自乗計算用プログラム"DCY6A"の作成

2.4節で述べた、予備的な解析を非線形最小自乗法で行うための計算プログラムとして、P. Kirkegaardが発表した"EXPOSUM"プログラム³⁾をPDP-11/44計算機用に変換して使用した。本プログラムは2.2節の(9)式

$$C(t) = A_0 + \sum_{k=1}^r A_k \exp(-\lambda_k t)$$

に於て、 λ_k の近似値が与えられた時、 t , $C(t)$ の測定値より A_i ($i = 0, 1, \dots, r$)の値を非線形最小自乗法により算出するものである。計算は通常25回まで反復される。25回以内で計算結果が収束しない時は、

CONVERGENCE NOT OBTAINED AFTER 25 ITERATIONS

なるメッセージがコンソール(ラインプリンタに結果を出力するように指定した時はその方)に出力され、次でそれまでの最終結果が出力される。算法としてはMarquardt法⁴⁾が使用されている。

また、本プログラムは、入力パラメータの値により、以下のオプションを指定することが可能である。

- (1) $C(t)$ の値の各個の重みを、
 - a. 一様に1.0とする。
 - b. 各個について所定の数値を入力する。
 - c. $1/C(t)$ とおく(Poisson weighting)。
 のいずれかに指定する。
- (2) 最終結果のみを出力する/反復毎の計算結果をも出力する。
- (3) 統計的解析を、
 - a. 行わない。
 - b. 未知の σ 値について行う。
 - c. 即知の σ 値について行う。
- (4) 定数項 A_0 の計算を
 - a. 含めない。
 - b. 含める。

オリジナルの"EXPOSUM"では、下記のすべてのデータを、カードにより入力する。即ち、

- (1) 前記のオプション指定用パラメータ。
- (2) λ_k の個数。
- (3) λ_k の各々の初期値。

- (4) 測定点の個数 (t と $C(t)$ の組数)。
- (5) t , $C(t)$ の値。

本プログラムを、PDP-11/44 システムのプログラム・ファイルに入力し、“DCY6A”なるファイル名を付した。その際に次のような改造を行った。

- (1) 前記の入力データの内、(5)の分は“DSKIN4”サブルーチン(2.3.1節の5)参照)により、磁気ディスク上のデータファイルから読み取り、他はコンソールのキーボードから対話形式で入力するようにした。
- (2) (1)に於て、 λ_k の初期値は、半減期の初期値を入力し、内部で変換の上使用するようにした。併せて結果の出力リストには、 $\lambda_k \cdot$ 半減期の両方が出力されるように変更した。

その外、プログラムの始めの方で、“DCY8D”と同様に、結果の出力と、コンソール又はライン・プリンタのいずれに対して行うかを指定する機能も附加した。

3.2 “DCY6A”による解析結果

Table 3には、2.4節に於てTable 2で解析結果を示したものと同一のデータを、DCY6Aプログラムにより解析した結果を示した。

#601は、サンプルガス流量100SCCMのデータであり、 a は半減期の近似値として1068.0s (^{88}Rb), 909.18s (^{89}Rb), 1932.01s (^{138}Cs)の3者を与えた場合であり、結果としては半減期909.18sを与えたものが507.54sとなっている。 b は採用した結果であって、与えた2個の半減期にほぼ等しい半減期が得られている。定数項(バックグラウンド分に相当)はすべて不用と判断されたので計算の対象からは除外した。

以下#602~605(サンプルガス流量200~600SCCM)についても、採用した解析結果を同Tableに示してある。

以上で得られたAの値(100, 200SCCMの分は10secの積算値、以降は20secの積算値)をすべて10sec当りの積算値に換算した結果がTable 4である。Table 2に示したDCY8Dによる解析には、これらの結果を基にして、アイソトープの種別、およびバックグラウンド項の有無を指定したものである。結果をグラフに表示したのがFig. 12であって、Fig. 11とはほぼ一致した結果が得られている。

Table 3 Raw Data Obtained by Non - Linear Least Squares Method

[Cover Gas] Flow Rate (SCCM)	Precipitator Counts (and Estimated Haft - Life in sec.)				
	[⁸⁸ Rb] (1066.9s)	[⁸⁹ Rb] (909.18s)	[⁹⁰ Rb] (153s)	[¹³⁸ Cs] (1932.01s)	[¹³⁹ Cs] (571.8s)
100. (1)	66651 (1190.7)	3575 (507.54)	—	18231 (2361.04)	—
100. (2)	49777 (1004.3)	—	—	38564 (1906.19)	—
200. (1)	—	57287 (914.98)	489 (119.06)	45927 (1857.36)	—
200. (2)	—	54564 (890.46)	—	48919 (1820.87)	—
300.	—	141289 (874.57)	—	95095 (1904.49)	—
400.	—	160301 (899.93)	18817 (159.48)	76425 (2001.39)	—
500.	—	184592 (891.27)	44768 (167.40)	69484 (2114.9)	—
600.	—	202375 (878.01)	75202 (165.93)	64943 (2245.26)	—

Table 4 Resultant Data Obtained by Non - Linear Least Squares Method

[Cover Gas] Flow Rate (SCCM)	Travelling Time	Precipitator Counts (/ 10 sec)				
		[⁸⁸ Rb]	[⁸⁹ Rb]	[⁹⁰ Rb]	[¹³⁸ Cs]	[¹³⁹ Cs]
100	11 m 24 s	49777			38564	
200	5 m 44 s		54564		48919	
300	4 m 00 s		70645		47548	
400	2 m 54 s		80151	9409	38213	
500	2 m 19 s		92296	22384	34742	
600	1 m 58 s		101188	37601	32472	

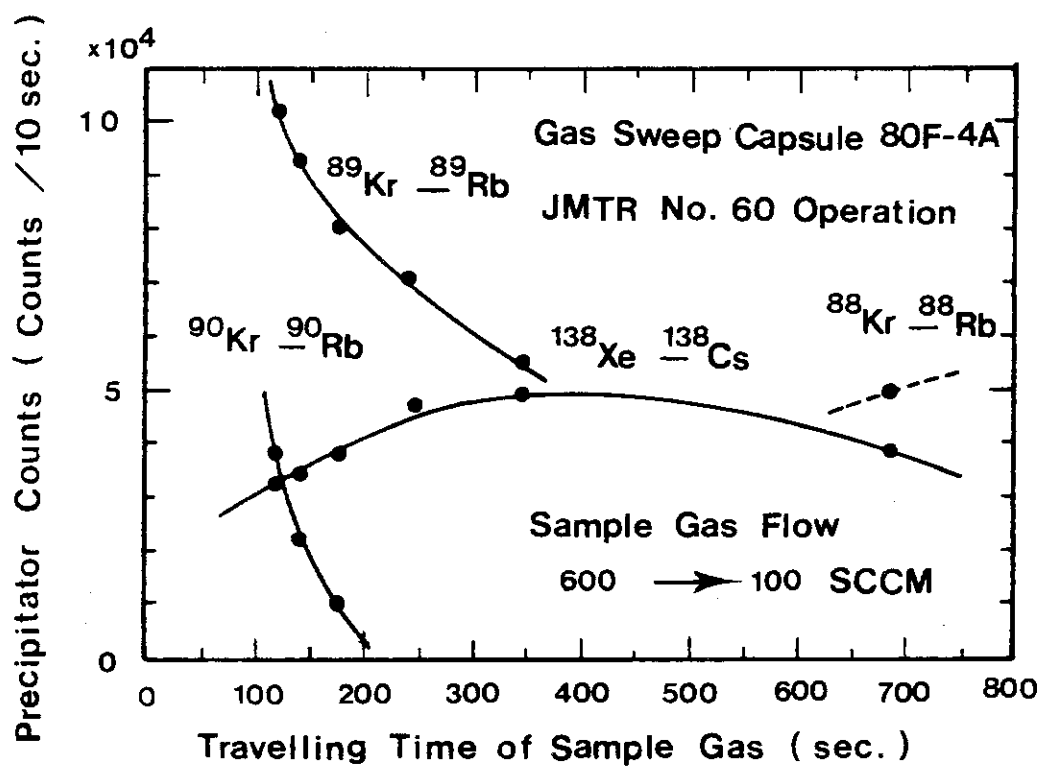


Fig. 12 Precipitator counts of fission products obtained by non-linear least squares calculation

4. ダミー・データによる最小自乗法計算プログラムのテスト

2.4節および3.2節で見られたように、式(9)の A_k の内、絶対値が他に比べ小さなものがあれば、その数値は必ずしも正常なものとはならない。正常な値が得られる限度の目安を得るために、以下のようなダミー・データによるテストを行った。

式(9)に於て、便宜上 A_0 は省略し、 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ にそれぞれ半減期1932s, 909.18s, 571.8s及び153sに相当する減衰定数(それぞれ ^{138}Cs , ^{89}Rb , ^{139}Cs , ^{90}Rb に対応)を代入する。 A_1, A_2, A_3, A_4 の内、3個の数値を 10^6 とし、残りの1個の数値を $10^5, 10^4, \dots, 10^1, 1$ とし、 t の値を15sから始めて順次20sずつ増加させ(実際の測定で最も多く使われた設定値による)て、順次

$$C(t) = A_1 \cdot \exp(-\lambda_1 t) + \dots + A_4 \cdot \exp(\lambda_4 t)$$

の値を300個算出する。この300組の $t, C(t)$ の数値を測定値の代りに、線型および非線型最小自乗法の計算プログラムで解析した結果をTable 5～Table 8である。各Tableの上半分が線形、下半分が非線形最小自乗法により得られた結果である。後者には、算出された半減期の値を()内に示した。

これらのテスト結果から、 A_k の値が正常に得られる最低限度は、線形法で $10^4 \sim 10^3$ (10^6 を単位として、大体その $10^{-2} \sim 10^{-3}$ 倍)、非線形法で $10^5 \sim 10^4$ (同じく大体 $10^{-1} \sim 10^{-2}$)程度と見ることができる。また非線形法の場合は、得られた半減期の値がその初期値と異なる分についても、正確な結果は得られないものと考えられる。

Table 5 Results of Dummy Data Test

Original Counts of ^{138}Cs (Others 10^6)	Estimated Counts			
	^{138}Cs (1932s)	^{89}Rb (909.18s)	^{139}Cs (571.8s)	^{90}Rb (153s)
(a)				
10000	9980.4	100020	99952	100050
1000	984.05	100020	99944	100050
100	102.52	99999	100030	99972
10	2.9824*	100010	99982	100020
1	-4.8437*	100010	99982	100010
(b)				
10000	9997.60 (1932.21)	99989.8 (909.21)	100016.6 (571.80)	99994.1 (153.00)
1000	997.54 (1944.08)	99951.4 (909.47)	100071.5 (571.87)	99999.5 (153.00)
100	71.72* (2115.04)*	99876.3 (909.68)	100149.4 (571.99)	100002.3 (153.00)
10	0.25573* (-6695.9)*	99967.2 (909.38)	100048.8 (571.80)	99993.6 (152.99)
1	-3.0111* (1540.28)*	99960.4 (909.30)	100044.0 (571.85)	99999.9 (153.00)

* : Invalid Result

(a): Results Obtained by Linear Least Squares Method

(b): Results Obtained by Non - Linear Least Squares Method,

() - Estimated Half Life

Table 6 Results of Dummy Data Test

Original Counts of ^{89}Rb (Others 10^6)	Estimated Counts			
	^{138}Cs (1932s)	^{89}Rb (909.18s)	^{139}Cs (571.8s)	^{90}Rb (153s)
(a)				
10000	100000	9965.6	100030	100000
1000	99971	1096.2	99909	100030
100	100010	44.919*	100050	99996
10	99982	65.408*	99947	100020
1	99979	64.226*	99941	100020
(b)				
10000	99872.1 (1932.77)	10002.2 (918.84)	100130 (571.84)	99996 (153.00)
1000	100522 (1932.25)	-273.55* (2687.41)*	100701 (573.37)	100049 (153.04)
100	100031 (1932.11)	-7.606* (1254.68)*	100078 (571.92)	99998.1 (153.00)
10	99999.9 (1932.01)	-0.1365×10^{-6} * (-228.93)*	100008 (571.83)	100001 (153.00)
1	99999.8 (1932.00)	0.4073×10^{-11} * (-126.10)*	100001 (571.80)	100000 (153.00)

* : Invalid Result

(a): Results Obtained by Linear Least Squares Method

(b): Results Obtained by Non-Linear Least Squares Method,

() - Estimated Half Life

Table 7 Results of Dummy Data Test

Original Counts of ^{139}Cs (Others 10^6)	Estimated Counts			
	^{138}Cs (1932s)	^{89}Rb (909.18s)	^{139}Cs (571.8s)	^{90}Rb (153s)
(a)				
10000	99979	100020	9923.0	100080
1000	100010	99987	1040.1	99962
100	99993	100000	81.828*	100020
10	100020	99976	88.797*	99924
1	100000	99992	25.867*	99978
(b)				
10000	100156.1 (1931.26)	100692.6 (906.46)	9174.87 (559.96)	999761.9 (152.98)
1000	99982.6 (1932.15)	100167.6 (908.95)	864.862* (538.91)*	99984.7 (152.99)
100	100031.5 (1931.86)	100053.8 (908.75)	98.923 (195.89)*	99915.7 (152.98)
10	99987.1 (1932.08)	100017.0 (909.23)	16.16* (259.26)*	99990.0 (152.99)
1	99990.3 (1932.06)	100008.1 (909.23)	11.99* (234.83)*	99991.1 (152.99)

* : Invalid Result

(a): Results Obtained by Linear Least Squares Method

(b): Results Obtained by Non - Linear Least Squares Method,

() - Estimated Half Life

Table 8 Results of Dummy Data Test

Original Counts of ⁹⁰ Rb (Others 10 ⁶)	Estimated Counts			
	¹³⁸ Cs (1932s)	⁸⁹ Rb (909.18s)	¹³⁹ Cs (571.8s)	⁹⁰ Rb (153s)
(a)				
10000	99925	100150	99913	10021
1000	99948	100060	99994	1001.4
100	99955	100030	100020	95.47
10	99959	100020	100030	1.293*
1	99957	100020	100020	-4.195*
(b)				
10000	99310.2 (1935.81)	98779.4 (917.22)	10189.9 (573.79)	10011.3 (153.07)
1000	99326.7 (1936.80)	101630.5 (910.43)	99107.0 (569.66)	937.85 (148.01)
100	99463.0 (1935.95)	101563.6 (909.51)	99016.3 (569.81)	59.42* (108.54)*
10	100319.6 (1930.52)	101194.3 (903.99)	98495.0 (570.07)	1.454* (47.86)*
1	(Program does not run)			

* : Invalid Result

(a): Results Obtained by Linear Least Squares Method

(b): Results Obtained by Non - Linear Least Squares Method,

() - Estimated Half Life

5. 結 論

複数の核種から発生する放射線の、経過時間に対するカウント数の測定データ（減衰曲線）を、存在が推定される核種の発生する放射線によるカウント数の合計と考え、まず非線形最小自乗法の計算プログラムを使用して、存在する核種の推定を行った。次に、存在が確認された核種について、著者らが作成した、線形最小自乗法の計算プログラムにより、それらの核種の各々が発生する放射線のカウント数を算出し、各々の核種のサンプルガス内に於る相対量を決定することができた。以上の計算処理の過程で、以下のことが判明した。

- (1) 最大カウント数の成分に対して、ある割合以下の成分については、正確な値が得られなくなる。概略のテストでは、最大カウントの成分の $10^{-2} \sim 10^{-3}$ 倍（線形最小自乗法の場合）、又は $10^{-1} \sim 10^{-2}$ 倍（非線形最小自乗法の場合）が正確に算出し得る限度と見られる。従って、このような成分が算出された場合は、その分を除いて、再びそのデータを解析する必要がある。
- (2) 非線形最小自乗法に於ては、概略のテストによると、得られた半減期の値が初期値とかけ離れたものについても、そのカウント数は信頼できない。他の核種で、一旦得られたものに近い値を持つ核種の半減期を与えて再びそのデータを解析し、その結果も不良であれば、その核種は検出不能と考えられる。従って以後はその分を除外して、解析を行う必要がある。

最小自乗法により、測定データを理論式にあてはめる手法は、多くの分野で使用されていると思われる。しかしながら、その計算式とプログラムの双方について、具体例を述べた報告等は少ないと思われるので、特に線形最小自乗法の計算式・プログラムについて、著者らは可能な限りの説明を試みた。この種の手法を必要とする向きの参考になれば幸いである。

なお、現在では、中川徹・小柳義夫氏らの作成した非線形最小自乗法プログラム“SALS”⁵⁾が、当研究所の計算センターのライブラリで使用可能となっている。これによる解析結果の比較も機会を見て行うつもりである。

謝

辞

本研究の実施に当り、計画立案から実験遂行、結果の評価などの面に於て御指導を給りました。原子炉計測研究室長、若山直昭氏に深く感謝致します。また、JMTRに於る実験の際には、照射第2課キャプセル運転係の方々、並びに青山功課長、新保利定課長代理、小畑雅博係長、山田忠則主査の方々に、ガススイープキャプセル装置の運転保守を担当して頂きました。ここに記して謝意を表します。

また、筆者らにこのような研究の機会を与え、かつ支援して下さいました。原子炉工学部、朝岡卓見部長および松浦祥次郎次長、材料試験炉部、神原忠則部長に深く感謝致します。

参考文献

- 1) 本間仁, 春日屋伸昌; 次元解析・最小2乗法と実験式, (コロナ社1957年1月)。
- 2) 文献1), 第3章3.1~3.2, pp. 144-173.
- 3) Kirkegaard, P.; A FORTRAN IV Version of the Sum - of Exponential Least - Squares Code EXPOSUM, Risø - M - 1279 (December 1970)。
- 4) Reference³⁾, pp. 8~11.
- 5) 中川徹, 小柳義夫; 最小二乗法による実験データ解析, プログラムSALS, (東京大学出版会1982年5月)。

謝

辞

本研究の実施に当り、計画立案から実験遂行、結果の評価などの面に於て御指導を給りました。原子炉計測研究室長、若山直昭氏に深く感謝致します。また、JMTRに於る実験の際には、照射第2課キャプセル運転係の方々、並びに青山功課長、新保利定課長代理、小畑雅博係長、山田忠則主査の方々に、ガススイープキャプセル装置の運転保守を担当して頂きました。ここに記して謝意を表します。

また、筆者らにこのような研究の機会を与え、かつ支援して下さいました。原子炉工学部、朝岡卓見部長および松浦祥次郎次長、材料試験炉部、神原忠則部長に深く感謝致します。

参考文献

- 1) 本間仁, 春日屋伸昌; 次元解析・最小2乗法と実験式, (コロナ社1957年1月)。
- 2) 文献1), 第3章3.1~3.2, pp. 144-173.
- 3) Kirkegaard, P.; A FORTRAN IV Version of the Sum - of Exponential Least - Squares Code EXPOSUM, Risø - M - 1279 (December 1970)。
- 4) Reference³⁾, pp. 8~11.
- 5) 中川徹, 小柳義夫; 最小二乗法による実験データ解析, プログラムSALS, (東京大学出版会1982年5月)。

JAERI-M 84-108 (吉田広ほか、1984年6月)
正誤表

P. 21	上より5行目	(誤)	(正)
P. 21	上より8行目	2.3節 設置	2.3.1節 設定

(以上)

(1984年7月25日 吉田)