

JAERI-M

8407

FREC-3：照射履歴に従った燃料棒の
応力と歪解析プログラム

——計算方法と計算モデルについて——

1979年8月

原山 泰雄・泉 文男・藤田 操

この報告書は、日本原子力研究所が JAERI-M レポートとして、不定期に刊行している研究報告書です。入手、複製などのお問い合わせは、日本原子力研究所技術情報部（茨城県那珂郡東海村）あて、お申しこしください。

JAERI-M reports, issued irregularly, describe the results of research works carried out in JAERI. Inquiries about the availability of reports and their reproduction should be addressed to Division of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken, Japan.

JAERI-M 8407

FREC-3: 照射履歴に従った燃料棒の応力と歪解析プログラム
— 計算方法と計算モデルについて —

日本原子力研究所東海研究所安全工学部

原山泰雄・泉 文男・藤田 操

(1979年8月2日受理)

プログラム FREC-3 (Fuel Reliability Evaluation Code - Version 3) は、原子炉燃料棒の設計パラメータが照射に伴ってどのように変化するかを計算し、燃料棒の安全性評価を行うことを目的としている。特に被覆管の歪の照射による変化を評価することに重点をおいている。なお、このプログラムは、米国ウエスチングハウス社で作成されたプログラム CYGRO に関し公開された報告書に基づいて開発された。この報告書は上記プログラムの計算方法およびそれに含まれるモデルについて記述する。

JAERI-M 8407

FREC-3: A Computer Program to Analyze Stress and Strain
of Fuel Rods in Accordance with Fuel-rod Irradiation History
---- Calculation Procedure and Modeling ----

Yasuo HARAYAMA, Fumio IZUMI and Misao FUJITA
Division of Reactor Safety, Tokai Research Establishment, JAERI
(Received August 2, 1979)

FREC-3 (Fuel Reliability Evaluation Code Version-3)
analyzes the changes of fuel-rod design parameters in accordance
with irradiation history, and evaluates the cladding strain,
important fuel rods safety. The program is based on reports of
the CYGRO developed by Westinghouse Electric Corporation (U.S.).

This report describes the calculation procedure and models
in FREC-3.

Keywords: FREC-3 Program, Fuel Rod, Calculation Model,
Irradiation History, Design Parameter, Safety
Evaluation, Stress, strain, Cladding, Calculation
Procedure.

目 次

1. プログラム FREC - 3 の概要	1
1.1 プログラム概要	1
1.2 計算手法	2
1.3 温度分布	8
1.4 含まれているモデル	8
2. 解析方法	11
2.1 燃料および被覆管に作用する荷重	11
2.2 リングの歪と応力	18
2.3 リングの歪エネルギーの変化	22
2.4 燃料および被覆管についてリングを単一物体に結合する方法	24
2.5 接触力速度の決定	30
3. 温度分布	35
3.1 被覆表面温度	36
3.2 被覆内温度分布	36
3.3 ギャップにおける熱伝達係数	37
3.4 燃料内温度分布	38
4. 歪速度の計算モデル	39
4.1 弾性歪速度	39
4.2 熱膨張歪速度	43
4.3 塑性およびクリープ歪速度	43
4.4 照射成長 (スウェリング) 歪速度	51
4.5 気孔の移動による歪速度	65
4.6 燃料焼きしまりによる歪速度	71
謝 辞	74
参考文献	75

Contents

1.	Outline of Program	1
1.1	Introduction	1
1.2	Calculation method	2
1.3	Temperature distribution	8
1.4	Models incorporated in program	8
2.	Theory to find solution	11
2.1	Pressure loads on fuel and clad	11
2.2	Stress and strain of ring	18
2.3	Ring strain energy	22
2.4	Joining rings to form free bodies of fuel and clad ...	24
2.5	Determination of contact load rates	30
3.	Temperature distribution	35
3.1	Clad surface temperature	36
3.2	Temperature distribution in clad	36
3.3	Gap heat transfer coefficient	37
3.4	Temperature distribution in fuel	38
4.	Models of strain rates	39
4.1	Elastic strain rate	39
4.2	Thermal strain rate	43
4.3	Plastic-creep strain rate	43
4.4	Swelling strain rate	51
4.5	Strain rate due to pore migration	65
4.6	Strain rate due to densification	71
	Acknowledgements	74
	References	75

1. プログラムFREC-3の概要

1.1 プログラム概要

プログラム FREC-3 (Fuel Reliability Evaluation Code - version 3) は、原子炉燃料棒の設計パラメータが照射に伴ってどのように変化するかを計算し、燃料棒の安全性評価を行うことを目的にしている。特に被覆管の歪の照射による変化を評価することに重点をおいている。この報告書は上記プログラムの計算手法およびそれに含まれるモデルについて記述する。プログラムの I/O 等の取扱い説明は別途にまとめることを予定している。

FREC-3 の基本的計算手法および主要モデルは、米国ウエスチングハウス社で開発された燃料棒の挙動解析プログラム CYGRO (Stress Analysis of the Growth of Cylindrical Fuel Elements) に関し公開された報告書^{1), 2), 3)} を基にしている。

プログラムで取扱う燃料棒は、現在一般に使用されている軽水冷却の発電用燃料棒である。このような燃料棒の通常運転中に発生する燃料棒内の応力と歪の分布を計算する。しかし、燃料棒内の温度分布の計算は簡略化しているので、温度の評価等に使用するのには適当でない。

燃料棒に関する計算プログラムにおける最大の問題点は、ペレットと被覆管の間のギャップの状況をいかに把握するかということである。例えば、燃料棒内の温度分布を計算する場合、ギャップにおける熱伝達をいかに評価するかということが問題となる如く、FREC-3 のように、燃料棒内応力、歪を求めることを計算の主目的とするものでは、ギャップの有無およびギャップが閉じたときの接触力の評価が最大の問題となる。何故、このようなことが問題となるのかと云うと、これらが、境界条件に関係しているためである。被覆管外面の冷却水圧力および温度は通常運転時であればこれを入力値等で与えることが可能であり、これらは被覆管外面での境界条件となる。一方、被覆管内のギャップ部でもギャップがある場合には、プレナム圧力そのものがペレットの外面(中心孔がある場合には内面でも)、被覆管内面における応力に関する境界条件となり取り扱い易いが、ギャップが閉じたような場合、接触圧力が判明しなければ、境界条件が未定のためペレット内、被覆管内の応力状態が確定できない。

すなわち、プログラム上の困難性は、このギャップ部における境界条件をプログラム内で自ら設定し応力等の分布を求めねばならないことにある。

FREC-3 は、最初中心軸に垂直であった平面が変形後も平面を保つ(二次元平面問題、Lame の条件)という仮定を設けて、接触圧力を定めプログラム内で境界条件を設定することが可能である。計算手法として上記の仮定下で有限要素法を使用する。燃料棒の変形を起す要因として、弾性(燃料ペレットのクラックを含む)、塑性、クリープ、スウェリング、燃料内の気孔の移動および焼きしまりを考慮している。

1.2 計算手法

1.2.1 計算対象

(1) プログラムが適用されるのは、燃料棒の軸方向の任意の単位長さである。プログラムでは長さの単位として cm を使用しているので、燃料棒のある 1 cm 長の部分が計算対象となる。以下 Fig. 1.1 を参照されたい。

燃料棒は、気孔を有する円柱状ペレットが金属製の長い被覆管に積み重ねて（ペレットスタック）挿入され、その両端が閉じられていると考える。具体的には、 UO_2 ペレットを燃料としたジルコニウム合金管被覆のものを考えるが、プログラムに使用した基本的考え方は他の材料の燃料棒にも拡張できる。

ペレットスタックは、被覆管と半径方向で接触する部分が生じることもあるが、その上部は被覆管の上部端面に接触することはないと考える。ただし、下部は被覆管の下部内端面に常に接していると考え。なお、ペレットスタックの自重は無視する。すなわち、ペレットにかかる軸方向の拘束力は、半径方向の接触に起因する摩擦力によって生じる。一方、プログラムは燃料棒の単位長さを計算対象とするので、ペレットスタックの接触を生じる部分より下方を計算対象として選ぶと、その部分では半径方向の接触はなく、従って軸方向の拘束力もないとしてしまう。プログラムの計算対象としては、半径方向の接触が最も起る可能性のありそうな部分とすることが望ましい。

燃料ペレットは、中実でも、中央に孔があるものでもよい。ただし、ディッシュとかチンファ等のペレット形状は計算の対象外である。なお、中央の孔には熱電対シールド管のようなもの（このプログラムではプラグと呼ぶ）が挿入されていてもよいとする。ただし、プラグは、弾・塑性はもとより熱変形等全く起さない剛体と仮定する。すなわち、プラグはいかなる状態にあっても一定の寸法を維持するものとする。しかし、プラグとペレット内面の間のギャップは許される。このギャップは、閉じてもよく、開いてもいいものとされる。また、このギャップが常時 0 としてもよい（ペレット内面がプラグ表面に常に接着している）。プラグと燃料ペレット間の半径方向接触力は考慮の対象とされるが、軸方向の拘束力は、後述する理由により考慮することが出来ない。

(2) プログラムは、(1) に述べたような構造を有する燃料棒が、照射時間の経過に伴って、どのように変化するかを問題にしている。

燃料棒は、時間に依存した燃料棒出力、冷却水温度と圧力のような外部からの条件に支配されている。これらの外部条件は、プログラム上照射履歴データとして入力される。

照射時間が進むに従い、燃料ペレットは弾性、熱膨張、スウェリング、気孔の移動や焼きしまりにより体積の変化が、クリープおよび塑性によって形状の変化が起る。被覆管もまた弾性、熱膨張、クリープおよび塑性によって体積と形状の変化が起る。特に、燃料の燃焼度の増加は、スウェリングとかペレット中の気孔内のガス量に影響を与える。これらの体積、形状の変化は与えられた外部条件（冷却水圧力等）に平衡するように求められねばならない。

最初にペレット中央に孔がなければ、気孔の移動によって中心孔が形成される場合を除き、ペレットの内径は常に 0 である。プラグが存在すると考える場合は、次の様になる。プラグにペレ

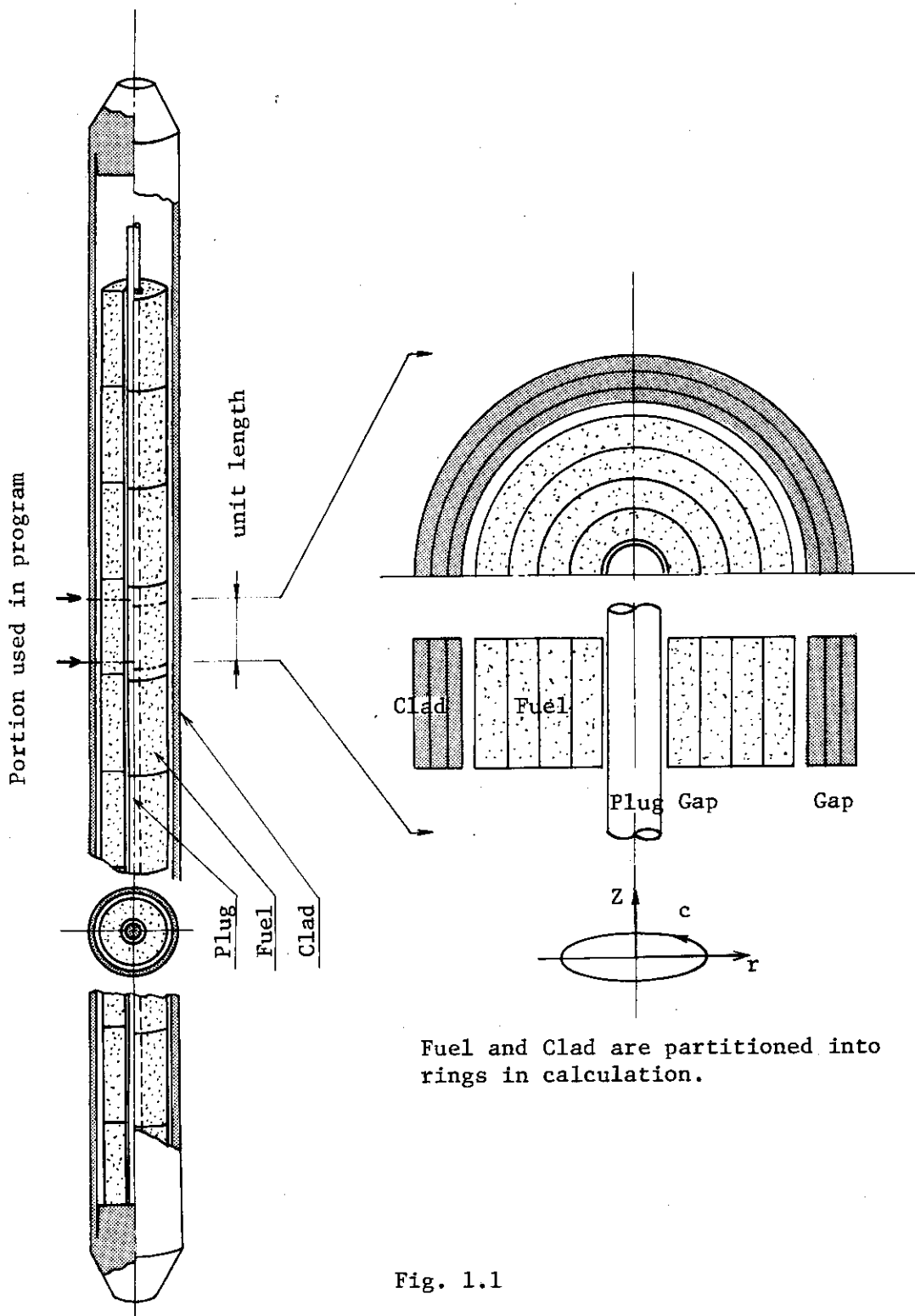


Fig. 1.1

Fuel rod geometry and coordinate system

ット内面が先に述べたように接着していると考えたときには、ペレット内径は常にプラグの半径に等しい。もし、プラグとペレット内面に接着を想定しないときには、ここにギャップが生じることも、あるいは、接触することもありうる。とされる。

プラグとペレット内面間にギャップがあれば、燃料内面上の応力はプレナム圧力に等しいが、接触している場合にはプラグとペレット内面間に作用する接触力による圧力が追加される。

ペレットと被覆管の間にギャップがあるならば、ペレット外面および被覆管の内面上の応力はプレナム圧力に等しい。ペレットにかかる軸方向の圧力はプレナム圧力で、これは圧縮力として作用する。被覆管にかかる軸方向の圧力は、プレナム圧力が引張力、冷却水圧力が圧縮力として作用する。ペレットと被覆管の間のギャップが閉じ接触が起る場合には、プレナム圧力と冷却水圧力の外に半径方向と軸方向の接触による圧力が追加されねばならない。

上記の如く、プレナム圧力と冷却水圧力は応力に関する境界条件として設定され、ペレットの変位が大きく、ギャップが閉じるようなときは、接触力が計算され、境界条件として追加されねばならない。

1.2.2 計算手法

プログラムの計算手法の基本的な仮定ならびに接触力を計算する手順等についてその概要を説明する。

なお、プログラムの流れ図を Fig. 1.2 に示すので、参照されたい。

(1) 入力

プログラムの主要な入力は、1) 燃料棒の照射履歴に関するデータ、2) 燃料棒の寸法およびペレットの諸性質（密度、気孔率等）に関するデータ、3) 燃料および被覆材の熱的、機械的性質に関するデータである。

計算手法が有限要素法によることおよび後述のプログラムの基本仮定-2により、計算の開始状態においては、すべての変数およびパラメータが既知でなければならない。従ってこれらの値は入力で与えられるか、あるいは入力データを使用して決定されていなければならない。

(2) プログラムの基本仮定-1

計算上考慮する燃料ペレットおよび被覆は中心軸に対称で、中心軸に垂直な平面は、常に平面を保つと仮定する。ただし、平面を保つのは、燃料および被覆それぞれ独立であって、両者が同一平面となるのではない。すなわち、中心対称二次元平面問題の Lamé の条件が、燃料および被覆のそれぞれに適用できると仮定する。

上記仮定の下に、中心対称二次元の有限要素法を燃料と被覆管に適用する。有限要素法の計算上の単位である要素は、単位高さで、同心状のリングである。区切られた各リングは、その内部で応力、歪および物性値が一樣な単一の物体と考える。（Fig. 1.1 参照）

(3) プログラムの基本仮定-2

計算を開始する時点（時間 t ）の初期値としての燃料および被覆の荷重、寸法、応力および歪等すべての変数とパラメータは既知であると仮定する。計算を進めるべき時間増分（ Δt 、以下この報告書ではタイムステップと呼ぶ）を設定した場合、タイムステップの間、各要素のリング内の応力速度および歪速度は一定であると仮定する。

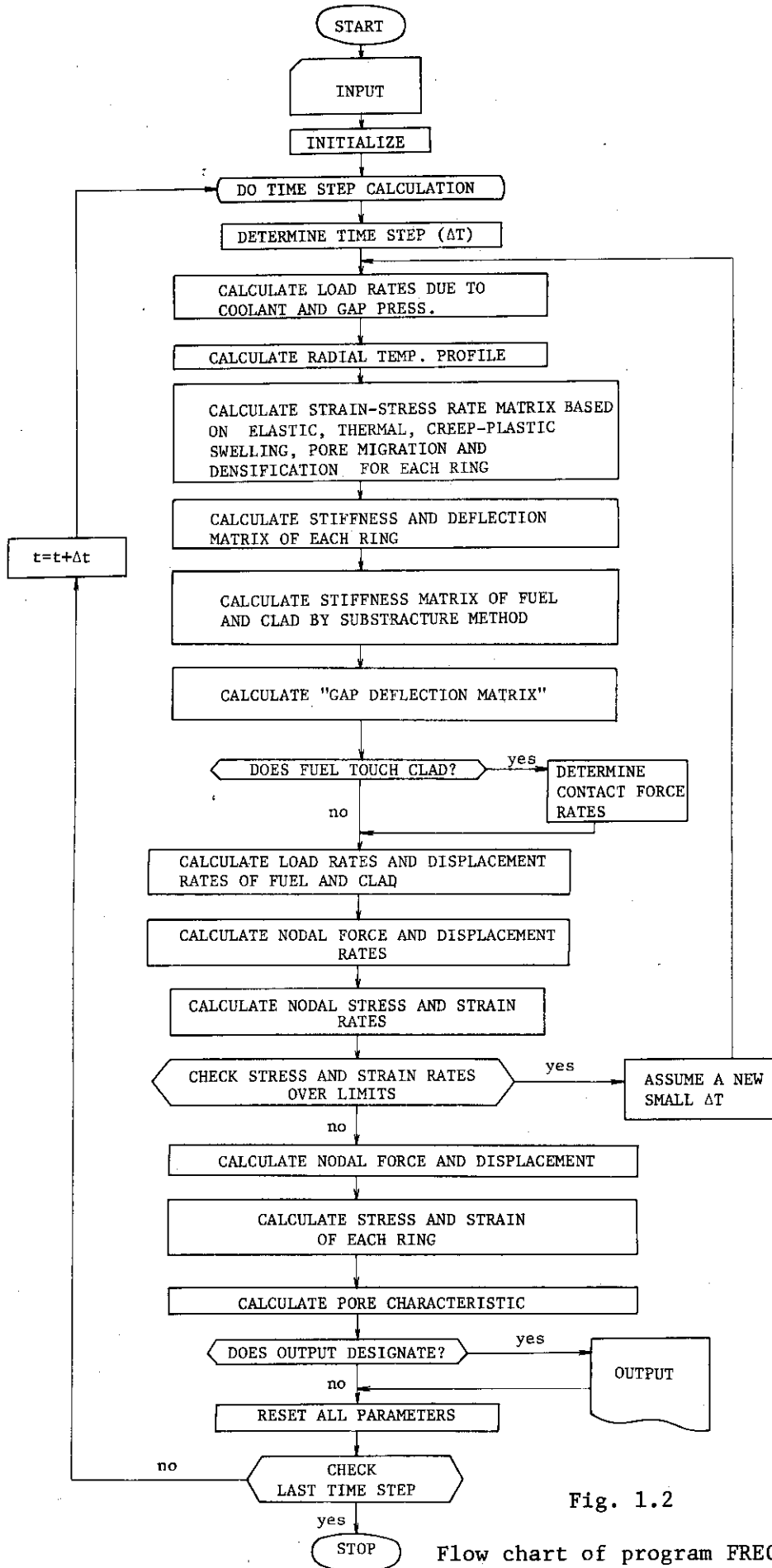


Fig. 1.2

Flow chart of program FREC-3

タイムステップは、入力で与えられた照射履歴データのうち、照射時間データから設定される。

(4) 応力速度および歪速度

前述のように時間 t においてすべて必要な変数は既知である。プログラムは、この既知の値を使用して、タイムステップ Δt の間の各変数の時間変化率を求める。プログラムの目的上、これら時間変化率のうち、応力速度と歪速度 ($\dot{\sigma}$, $\dot{\epsilon}$) が最終的に決定される。

次の時間 ($t + \Delta t$) における変数を定めるための方法を、例えば応力と歪 (σ , ϵ) について示せば $\sigma(t + \Delta t) = \sigma(t) + \dot{\sigma} \Delta t$, $\epsilon(t + \Delta t) = \epsilon(t) + \dot{\epsilon} \Delta t$ の通りである。他の変数についても全く同様な方法で定める。

(5) 構成方程式

歪速度と応力速度の間には、修正されたプラントルーロイスの構成方程式が成立すると仮定する。この構成方程式に組込む歪速度として、弾性、熱膨張、クリープ、塑性、スウェリング、気孔の移動、および焼きしまりを考える。

(6) 境界条件

燃料棒の照射によって変化してゆく応力および歪を求める場合、燃料棒の時間依存の外部条件 1) 燃料棒出力、2) 冷却水温度、および 3) 冷却水圧力が与えられねばならない。これらは、温度分布と応力分布の境界条件を構成する要素として使用される。プログラムでは、これらの値は照射履歴データの一部として入力される。なお、境界条件の 1 つであるプレナム圧力も照射履歴データの一つとして扱われる。

プレナム圧力は、本来燃料棒の照射された状態によって決まる。しかし、FREC-3 のように計算対象が燃料棒の一部分であるもので、プログラム内でプレナム圧力を推定しようとするとき、かなり多くの仮定等を設けねばならない。このため、FREC-3 はプレナム圧力も照射履歴データの一つとし時間依存の入力データとしている。

計算上、本来必要とするデータは、これら条件のタイムステップ Δt 中の時間変動率である。これを時間毎に与えられた照射履歴データから直線内挿法で設定する。

温度分布と応力および歪分布を確定するためには、上記で定められる境界条件に加えて、燃料と被覆間のギャップ熱伝達率、ギャップにおける接触圧力およびプラグがあれば燃料とプラグ間の接触圧力を必要とする。しかしながら、これらはプログラム内で決定される。云いかえれば、これらの接触圧力をいかに求めるかがプログラムの目的とするところである。

(7) 手順

1) 計算を開始するに当たり、その時間 t 状態におけるすべての変数等は既知になっている。まず、照射履歴データの照射時間より進めるべきタイムステップ Δt が設定される。

2) 燃料棒の出力、冷却水温度、冷却水圧力およびプレナム圧力に関する照射履歴データよりこれら境界条件となる値のタイムステップ中の変動率が決められ、 $t + \Delta t$ 時間における温度分布を推定する。冷却水圧力とかプレナム圧力は有限要素法を適用するため、燃料と被覆の内外面および軸方向の荷重速度として表わされる。

3) 要素の各リングに関し、弾性、熱膨張、クリープ、塑性、スウェリングおよび焼きしまりのモデルによりそれぞれの歪速度マトリックスが計算される。構成方程式によって計算された歪速度マトリックスは、歪-応力速度のマトリックスにまとめられる。

4) プログラムの基本仮定-1を利用して、歪-応力速度のマトリックスから柔性および剛性マトリックスに変換する。

5) 燃料に属する各リングの柔性および剛性マトリックスを用い、一種の部分構造法により各リングをつなぎ合せ燃料単体の柔性マトリックスが作成される。全く同様にして被覆単体としての柔性マトリックスがえられる。

この柔性マトリックスは、単体としての燃料および被覆の変位速度と荷重速度の関係を示す。荷重速度は、プレナム圧力と冷却水圧力によって決まる荷重速度と接触力の変化率（以下接触力速度と呼ぶことにする）によって構成される。なお、プレナムおよび冷却水圧力による荷重速度は、この段階で既知であるが、接触力速度は未知である。

6) 燃料および被覆についてそれぞれ単体にまとめられた柔性マトリックスを用いて、プラグと燃料および燃料と被覆間の“ギャップに関する柔性マトリックス”が作成される。これは、ギャップにおける荷重速度と変位速度の関係を定める。

荷重速度のうち、プレナムと冷却水圧力による荷重速度は既知なので、これを使用し接触力速度とギャップ変位速度に関する柔性マトリックスがえられる。

7) 先に求めた接触力速度とギャップ変位速度に関するマトリックスは、接触力速度とギャップ変位速度間の3個の方程式を定める。すなわち、プラグ-燃料間の半径方向、燃料-被覆間の半径方向と燃料-被覆間の軸方向の接触力速度とこれに対応するギャップ変位速度間の方程式である。これら接触力速度および変位速度の6個の速度は、未知数である。しかし、次のように考えることにより未知数は3個になる。

対応する接触力速度と変位速度は、もし、ギャップがあれば接触力は存在しない（接触力が0になるよう接触力速度の値を定める）、一方ギャップがなければ（そのとき変位速度は0となる）、接触力速度が未知数である。対応する変位速度と接触力速度は、そのどちらかが未知数となり、片方は既知の数値を代入することが可能である。

上記の事項を実行するためには、タイムステップ Δt の間のギャップの存在の有、無の判定を必要とする。この判定は次の方法を用いることにより可能である。すなわち、仮にタイムステップ Δt の間に接触力が失なわれるとして一旦先の方程式を解いてみる。得られた変位速度をもとにギャップ寸法の Δt 後の値を試算する。この値が正ならば、ギャップが存在し、接触力が失なわれることを意味する。一方、値が負ならば、ギャップが閉じ接触力の変化があることを意味する。

以上の方法により、ギャップに関する接触力速度および変位速度が決定される。

なお、1.2.1に述べたプラグに関する一見奇妙な仮定、剛体と考える、プラグ-燃料間の軸方向の接触力を考えない等はここに述べたことに関係している。接触力等を決定するために最終的に得られた方程式は3個の未知数を含んだ3個の方程式しかないので、プラグ-燃料間の接触力を考慮しようとするとう未知数が増え解をえることができなくなる。もちろん、プログラムの最初からこの軸方向の接触力を考慮して、理論を組立てれば不可能ではなからう。プラグを完全な剛体と考えず、半径方向への変位を考慮することは、プログラムを多少手直しすることによって可能かもしれない。しかしながら、現実の燃料棒ではプラグ（実際には熱電対等）等は一般に使われないので、上記のようなプラグに関する事項のプログラミングは行なわれ

ていない。

8) 上記7)により接触力速度が決定された。これで応力速度に関する境界条件がすべて明らかになったので、いままで述べた手続きを逆にたどることによって、各リングの荷重速度と変位速度がえられ、さらに各リングについての応力速度、歪速度がえられる。

9) タイムステップ Δt に関する必要な計算が終了したら、この小節の(4)によりすべての変数を決定し次のタイムステップに移る。この手順が入力された照射履歴データの終了までくりかえされる。

タイムステップの大きさは、照射履歴入力中の照射時間データより、プログラム内で自動的に設定される。しかし、そのタイムステップの間に増加する応力あるいは歪量が決められた制限値以上になる等の場合は、制限値以内になるようタイムステップが再設定され、計算がくりかえし行なわれる。

(8) 出力

プログラムの主要な出力は、燃料と被覆の照射履歴に従った寸法変化、応力分布および気孔の寸法と分布の変化である。

1.3 温度分布

燃料棒の出力はペレットと被覆管内の熱の発生の原因である。熱の発生によって燃料棒中の温度は、冷却水温度以上になる。プログラムは、燃料棒の通常運転状態を考え、出力の急激な変化を考えない。燃料棒内の温度を計算するに当り、熱の軸方向への移動を無視する。この結果、温度分布は比熱と軸方向熱流を無視した半径方向のみの変数を含んだ定常状態の熱伝導方程式の解として与えられる。

冷却水温度は燃料棒全体の境界条件として使用される。被覆管表面温度は、被覆管外表面における熱伝達率から計算される。この熱伝達率には膜熱伝達係数を使用する。燃料ペレット内の温度分布を定めるには、境界条件の1つとして燃料ペレット外表面温度が与えられねばならない。この表面温度を求めるため、燃料ペレットと被覆管内面間のギャップにおける熱伝達率が計算される。この熱伝達率は、輻射を考慮して定める。

燃料棒中心における温度勾配は0とする。燃料ペレットに中心孔がある場合も中心孔表面で温度勾配を0とする。しかし、プラグが挿入されており、プラグにおける熱の発生を考えるとときには、プラグ内で発生する熱が、ペレット内面での半径方向温度勾配を決定する。

燃料ペレットおよび被覆管の熱伝導率は温度依存性があると考え、これらの内部の温度はくりかえし法を使用して計算される。

1.4 含まれているモデル

プログラムに含まれている主要なモデルは、(1)クラックを含んだ弾性、(2)熱膨張、(3)塑性およびクリープ、(4)スウェリング、(5)燃料内の気孔の移動および(6)焼きしまりの6個である。これらモデルのうち(1)～(5)は CYGRO-2, 3の報告書^{1), 2), 3)}を基礎に作成した。

しかし、報告書上の明らかな誤りはともかく、考え方の誤りと考えられる点等は筆者らの検討結果に従って作成したので相違点も生じている。燃料のスウェリングモデルは、本来 CYGRO の特色をなしていたものであり、このプログラムでも特異なモデルの1つであろう。焼きしまりモデルは、CYGRO にはないモデルで、FREC-3 で追加したモデルである。しかし、後述するように未検討な点が多く修正すべき点が残っている。

なお、CYGRO-3^{2), 3)}には、燃料内の偏心した発熱による被覆管の曲り、スペーサやグリッドによる被覆管の軸方向の拘束、被覆管のつぶれ等のモデルが含まれている。これらモデルについても FREC-3 に取り入れるべく一部作成しつつあったが、途中で作成を放棄した。この主たる理由は、FREC-3 の version up プログラムである FREC-4A (仮称) で、これらのモデルを考慮した方が合理的であると考えたからである。FREC-4A は、FREC-3 を軸方向に拡張し、燃料棒全体を取扱うものである。

(1) 弾性

弾性モデルは、一般に使用される有限要素法と異ならない。しかし、燃料ペレットの如くセラミックの焼結体は、圧縮には強いが引張応力がかゝるとクラックが生じると考えられる。特に燃料棒の如く大きな温度勾配の生じるものでは熱応力で燃料ペレットの表面にクラックが生じる。

FREC-3 の弾性モデルはクラックしたときの状態の取扱いを含んでいる。クラックの取扱いは、弾性率低下法による。しかし、その場合、クラック歪の追加およびポアソン比の変更が行なわれる。さらにクラック面に圧縮応力が作用した場合はヒーリングが開始するとする。

(2) 塑性およびクリープ

燃料ペレットおよび被覆管は、塑性およびクリープによってその形状の変化を起す。特に、クリープは被覆管の形状に大きな影響を持っている。クリープ速度はペレットおよび被覆管のクリープ物性値によって決定されるが、それらの物性値は温度と照射量等に依存している。

プログラムの計算上では、考えている部分の相当応力が降伏応力を越えれば塑性状態、以下ならばクリープ変形の状態とする。応力が降伏応力をこえ塑性状態にあるとき、応力が減少しても応力と歪の関係は加工硬化曲線上にあると考える。すなわち、バウシinger 効果は考慮しない。

(3) スウェリング

スウェリングは、照射による体積の変化である。燃料の UO_2 焼結ペレットは、その内部に気孔を含んでいる。この気孔の体積変化がスウェリングの原因の1つとなる。

そこで、燃料は、球状の気孔を含んだ均質な物質であり、固体部分と気孔より構成されると仮定する (Fig. 4.3 参照)。さらに気孔のまわりには、気孔内圧力と気孔領域にかゝる圧力によって影響を受ける塑性とクリープをおこす固体領域が付属しているとする。気孔の内圧と体積は、気孔まわりの応力場、表面張力および気孔内に流入する照射によって生じるガス量と平衡していると考えられる。

このような気孔が、燃料ペレット中に N_g 種 (最大5種) あると考えることができる。各タイプの気孔は製作時の単位体積当り N_{hi} 個の個数密度をもつとする。

以上のようなことを考慮し、気孔の体積変化 (気孔によるスウェリング) がモデル化され、計算される。一方、固体部分のスウェリングも、照射量によって増加するとしてモデルに導入される。

(4) 気孔の移動

先の(3)で述べた燃料ペレット内の気孔は、温度勾配によってペレットの中心部に向かって移動することが観察されている。

これは、気孔の移動機構として蒸発移行と表面拡散移行を考えた気孔の移動速度よりモデル化されてプログラムに組込まれる。

(5) 焼きしまり

燃料ペレットは、照射初期(約2000 Mwd/MTM)に気孔体積の減少あるいは気孔の消滅によって密度上昇が起る。また、一般に径の小さな気孔程消滅すると云われている。

焼きしまりの機構については、いくつかの説が提案されているが、使い易いものではない。そこで、経験的にえられた焼きしまりの評価式から得られる体積縮小率に等しく気孔体積を縮小させるモデルを組立てた。

FREC-3 のテストランを行ってみると、スウェリングモデルのみでも照射初期には気孔体積の縮小による燃料体積の縮小が計算されることがある。しかし、実験結果等とテストランの計算結果を比較すると、なお計算上の体積の縮小の方が小さいこともある。そのため、この焼きしまりモデルを組込むことになった。しかしながら、スウェリングモデルによる体積の縮小がある場合には、焼きしまりモデルによる体積の縮小と二重評価になることも考えられる。いずれにしても、今後修正、改良を加えなければならない点が多いと考える。

2. 解析方法

プログラムの基礎になっている考え方、関係式の理論的導出方法について説明する。

プログラムは、有限要素法に基づいている。しかし、一般の有限要素法は、剛性マトリックス中心に展開されるが、FREC-3は、どちらかという柔軟マトリックスを主な計算課題としている。

プログラムの計算対象が燃料棒の単位長さであることを考慮し、この章以下燃料ペレットおよび被覆管について単に燃料および被覆と呼ぶことにする。

計算において求めるべきものは、各変数、パラメータのタイムステップ Δt 中の時間当りの変化率である。このような変化率をしばしば速度で表す。

マトリックスの記号として、列ベクトル、行ベクトルおよび長方形マトリックスをそれぞれ $\{ \}$, L , および $[]$ で表わす。

2.1 燃料および被覆管に作用する荷重

燃料および被覆の表面に働く圧力は、燃料および被覆内部の応力を解く場合の境界条件である。このような境界条件となる圧力として、FREC-3は次の三種の圧力を考慮する。

- 1) 冷却水圧力
- 2) プレナム圧力
- 3) 接触圧力

FREC-3は、有限要素法に基づいているので、これらの圧力は外表面に作用する外荷重に変換される。冷却水圧力、プレナム圧力は入力された照射履歴データよりただちに求められるが、接触圧力はひずみ速度等の計算に基づいて決定される。

2.1.1 冷却水およびプレナム圧力による荷重

タイムステップ Δt の間に変化する燃料および被覆に外部から作用する冷却水およびプレナム圧力による荷重の変化速度を決定する。

燃料および被覆の軸方向長さ (L_{mz}, L_{cz}) は、タイムステップの始めにおいて、常に単位長さであると考えられる。すなわち

$$L_{mz}(t) = L_{cz}(t) = 1 \quad (2.1.1)$$

である。燃料の単位長さ当り、プレナム圧力 P_{gap} は、Fig. 2.1に示すように燃料の内面、外面および軸方向に次式で表わされる荷重として作用する。

$$\left. \begin{aligned} F_{pma} &= 2\pi R_{ma} L_{mz} P_{gap} \\ F_{pmb} &= 2\pi R_{mb} L_{mz} P_{gap} \\ F_{pmz} &= \pi (R_{mb}^2 - R_{ma}^2) P_{gap} \end{aligned} \right\} \quad (2.1.2)$$

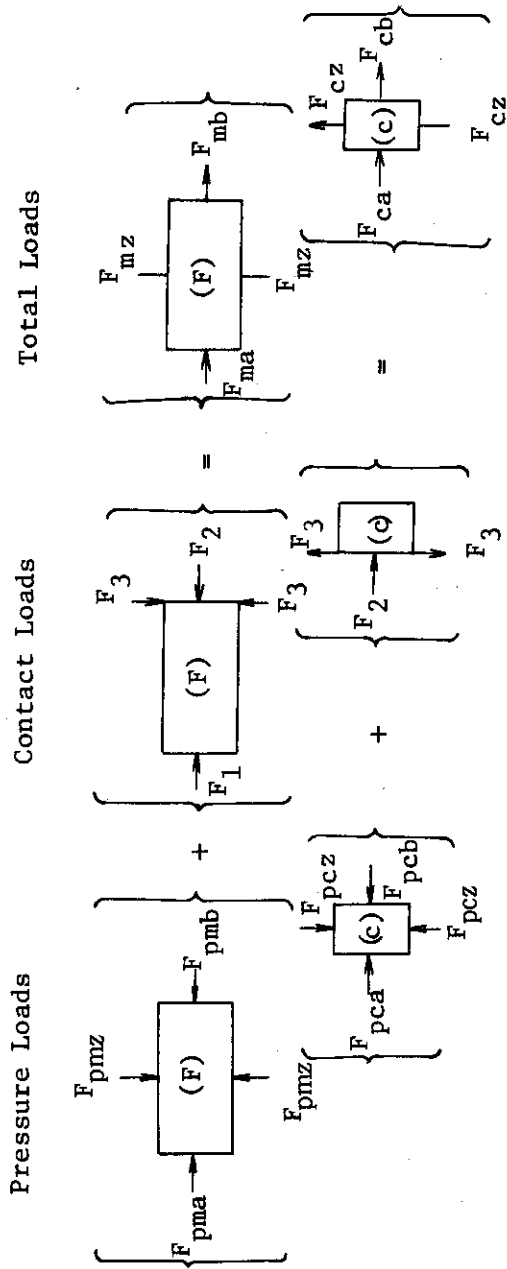


Fig. 2.1

Total Loads = Pressure Loads + Contact Loads

R_{ma} , R_{mb} は燃料の内径, 外径である。また, F_{pma} と F_{pmb} は燃料の内面および外面に作用する半径方向の荷重, F_{pmz} は軸方向についての荷重である。この段階では, 力の向きについては, あまり注意を払っていない。荷重の正, 負に関しては 2.2 において考慮される。

時間 t から $t + \Delta t$ の間のプレナム圧力の変化速度 \dot{P}_{gap} として燃料に作用する荷重の変化速度 \dot{F}_{pma} , \dot{F}_{pmb} , \dot{F}_{pmz} を次式で近似する (\dot{P}_{gap} は入力群のなかの照射履歴データより決定される)。

$$\left. \begin{aligned} F_{pma} + \dot{F}_{pma} \Delta t &= 2\pi R_{ma} L_{mz} (P_{gap} + \dot{P}_{gap} \Delta t) \\ F_{pmb} + \dot{F}_{pmb} \Delta t &= 2\pi R_{mb} L_{mz} (P_{gap} + \dot{P}_{gap} \Delta t) \\ F_{pmz} + \dot{F}_{pmz} \Delta t &= \pi (R_{mb}^2 - R_{ma}^2) (P_{gap} + \dot{P}_{gap} \Delta t) \end{aligned} \right\} \quad (2.1.3)$$

上式を \dot{F}_{pma} , \dot{F}_{pmb} , \dot{F}_{pmz} について解くことにより,

$$\left. \begin{aligned} \dot{F}_{pma} &= \{ 2\pi R_{ma} L_{mz} (P_{gap} + \dot{P}_{gap} \Delta t) - F_{pma} \} / \Delta t \\ \dot{F}_{pmb} &= \{ 2\pi R_{mb} L_{mz} (P_{gap} + \dot{P}_{gap} \Delta t) - F_{pmb} \} / \Delta t \\ \dot{F}_{pmz} &= \{ \pi (R_{mb}^2 - R_{ma}^2) (P_{gap} + \dot{P}_{gap} \Delta t) - F_{pmz} \} / \Delta t \end{aligned} \right\} \quad (2.1.4)$$

がえられる。マトリックス表示を導入し, \dot{F}_{pma} , \dot{F}_{pmb} , \dot{F}_{pmz} をマトリックス \dot{F}_{pm} の成分として,

$$\{ \dot{F}_{pm} \} = \begin{Bmatrix} \dot{F}_{pma} \\ \dot{F}_{pmb} \\ \dot{F}_{pmz} \end{Bmatrix} \quad (2.1.5)$$

と表す。

その結果, 先の (2.1.4) 式は,

$$\{ \dot{F}_{pm} \} = \begin{Bmatrix} \{ 2\pi R_{ma} L_{mz} (P_{gap} + \dot{P}_{gap} \Delta t) - F_{pma} \} / \Delta t \\ \{ 2\pi R_{mb} L_{mz} (P_{gap} + \dot{P}_{gap} \Delta t) - F_{pmb} \} / \Delta t \\ \{ \pi (R_{mb}^2 - R_{ma}^2) (P_{gap} + \dot{P}_{gap} \Delta t) - F_{pmz} \} / \Delta t \end{Bmatrix} \quad (2.1.6)$$

と表わされる。ベクトル \dot{F}_{pm} は与えられた増加時間 Δt において既知の数値のみで成立している。

プレナム圧力 (P_{gap}) は, 被覆に対し, Fig. 2.1 に示すように内表面の半径方向に $2\pi R_{ca} \cdot L_{cz} P_{gap}$ の荷重として作用し, 軸方向に $\pi R_{ca}^2 P_{gap}$ の荷重として作用する。冷却水圧力 (P_{water}) は, 被覆に対し, 外表面の半径方向に $2\pi R_{cb} L_{cz} P_{water}$ の荷重となり, 軸方向に $\pi R_{cb}^2 P_{water}$ の荷重となる。

結果として, 被覆には,

$$\left. \begin{aligned} F_{pca} &= 2\pi R_{ca} L_{cz} P_{gap} \\ F_{pcb} &= 2\pi R_{cb} L_{cz} P_{water} \\ F_{pcz} &= \pi R_{cb}^2 P_{water} - \pi R_{ca}^2 P_{gap} \end{aligned} \right\} \quad (2.1.7)$$

の外荷重が作用する。ここで、 F_{pca} と F_{pcb} は、被覆内外面に作用する半径方向荷重である。また、 F_{pcz} は被覆に作用する軸方向荷重である。ここでも荷重の向きについて、この段階ではあまり注意を払っていない。

\dot{F}_{pca} 、 \dot{F}_{pcb} 、 \dot{F}_{pcz} を成分とする行列 \dot{F}_{pc} を次のように定義する。

$$\{\dot{F}_{pc}\} = \begin{Bmatrix} \dot{F}_{pca} \\ \dot{F}_{pcb} \\ \dot{F}_{pcz} \end{Bmatrix} \quad (2.1.8)$$

先に (2.1.6) 式を求めたのと同様にして、プレナム圧力と冷却水圧力による被覆に対する荷重の変化速度 $\{\dot{F}_{pc}\}$ が次式のように求められる。

$$\{\dot{F}_{pc}\} = \left\{ \begin{aligned} &\{2\pi R_{ca} L_{cz} (P_{gap} + \dot{P}_{gap} \Delta t) - F_{pca}\} / \Delta t \\ &\{2\pi R_{cb} L_{cz} (P_{water} + \dot{P}_{water} \Delta t) - F_{pcb}\} / \Delta t \\ &\{\pi R_{cb}^2 (P_{water} + \dot{P}_{water} \Delta t) - \pi R_{ca}^2 (P_{gap} + \dot{P}_{gap} \Delta t) - F_{pcz}\} / \Delta t \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (2.1.9)$$

2.1.2 燃料および被覆に作用する接触力

燃料と被覆あるいはプラグ等に接触がなければ、2.1.1で求めた圧力による荷重が境界条件を与える。しかしながら、接触が生じた場合、接触力を考え先の境界条件を与える式を変更する必要がある。また、荷重の向きについて、2.1.1ではかなり任意にえらんだが、ここで、プログラム全体として統一性があるように修正する。

燃料および被覆にかゝる外力について、Fig. 2.2に示すようにプラグ-燃料間の半径方向接触力を F_1 、燃料-被覆の間の半径方向接触力を F_2 、燃料-被覆の間の軸方向接触力を F_3 とし、かつ、燃料中心からの半径方向を正、軸方向については引張り力となるものを正とすることにより、次の通り表示される (Fig. 2.1 および 2.2 参照)。燃料について、

$$\left. \begin{aligned} F_{ma} &= +F_{pma} + F_1 \\ F_{mb} &= -F_{pmb} - F_2 \\ F_{mz} &= -F_{pmz} - F_3 \end{aligned} \right\} \quad (2.1.10)$$

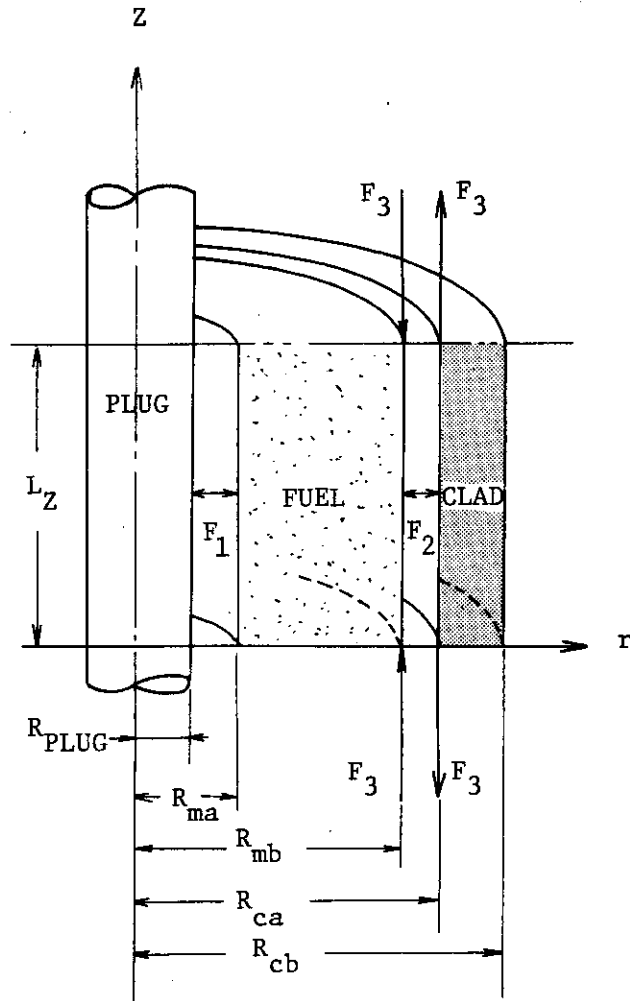


Fig. 2.2

Contact Forces

であり、被覆について、

$$\left. \begin{aligned} F_{ca} &= +F_{pca} + F_2 \\ F_{cb} &= -F_{pcb} \\ F_{cz} &= -F_{pcz} + F_3 \end{aligned} \right\} \quad (2.2.11)$$

である。後に、接触力を決定する場合、冷却水圧力による荷重 (F_{pm}, F_{pc}) と接触力 (F) とを分離して表示しておく方が便利である。そこで F_m, F_c, F 等につき、次の様なマトリックスを定義する。

$$\left. \begin{aligned} \{F_m\} &= \begin{Bmatrix} F_{ma} \\ F_{mb} \\ F_{mz} \end{Bmatrix}, & \{\dot{F}_m\} &= \begin{Bmatrix} \dot{F}_{ma} \\ \dot{F}_{mb} \\ \dot{F}_{mz} \end{Bmatrix} \\ \{F_c\} &= \begin{Bmatrix} F_{ca} \\ F_{cb} \\ F_{cz} \end{Bmatrix}, & \{\dot{F}_c\} &= \begin{Bmatrix} \dot{F}_{ca} \\ \dot{F}_{cb} \\ \dot{F}_{cz} \end{Bmatrix} \\ \{F\} &= \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{Bmatrix}, & \{\dot{F}\} &= \begin{Bmatrix} \dot{F}_1 \\ \dot{F}_2 \\ \dot{F}_3 \end{Bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (2.1.12)$$

また、 C_m, C_c というマトリックスを次の様に定義する。

$$[C_m] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad [C_c] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.1.13)$$

この $[C_m], [C_c]$ のマトリックスを使用して先の (2.1.10), (2.1.11) 式のマトリックス表示を行うと、

$$\left. \begin{aligned} \{F_m\} &= [C_m] \{F_{pm}\} + [C_m] \{F\} \\ \{F_c\} &= [C_m] \{F_{pc}\} + [C_c] \{F\} \end{aligned} \right\} \quad (2.1.14)$$

がえられる。 $[C_m], [C_c]$ のマトリックスは定数なので、燃料、被覆にかかる外力の Δt 時間当りの変化率は (2.1.14) 式よりただちにえられ、

$$\left. \begin{aligned} \{\dot{I}_m\} &= [C_m]\{\dot{F}_{pm}\} + [C_m]\{\dot{F}\} \\ \{\dot{F}_c\} &= [C_m]\{\dot{F}_{pc}\} + [C_c]\{\dot{F}\} \end{aligned} \right\} \quad (2.1.15)$$

である。変化率 $\{\dot{F}_{pm}\}$, $\{\dot{F}_{pc}\}$ は (2.1.6) および (2.1.9) によって与えられており、接触力の変化率 $\{\dot{F}\}$ は境界条件から決定される。

1) 燃料が剛体のプラグに接着していると考える場合

燃料の内径はプラグの径 R_{plug} に等しくなければならない。そして接触力 F_1 は正, 0, 負の値であり、境界条件は、

$$R_{ma} + \dot{R}_{ma} \Delta t = R_{plug}$$

が常に成立しなければならないことより、

$$\dot{R}_{ma} = (R_{plug} - R_{ma}) / \Delta t \quad (2.1.16)$$

となる。

2) 燃料が剛体のプラグと接着しないと考える場合

燃料がプラグとくっついていなくとも、接触している場合には境界条件 (2.1.16) が成立つ。これは接触力 \dot{F}_1 が正である限り成立する。燃料とプラグが分離すれば接触力は 0 とならねばならない。

$$F_1 + \dot{F}_1 \Delta t = 0$$

これより

$$\dot{F}_1 = (0 - F_1) / \Delta t \quad (2.1.17)$$

が境界条件である。これは R_{ma} が R_{plug} より大きい限り成立する。もし R_{ma} が R_{plug} より小さくなり、接触がおこれば (2.1.16) 式が境界条件としてえらばれる。

3) 燃料と被覆の間に半径方向ギャップがある場合

接触力 F_2 と F_3 は 0 でなければならない。

$$F_2 + \dot{F}_2 \Delta t = 0$$

$$F_3 + \dot{F}_3 \Delta t = 0$$

より

$$\left. \begin{aligned} \dot{F}_2 &= -F_2 / \Delta t \\ \dot{F}_3 &= -F_3 / \Delta t \end{aligned} \right\} \quad (2.1.18)$$

が境界条件となる。

4) 燃料と被覆の間に接触がおこるがスリップはおこさない場合

境界条件は、

$$(R_{ca} - R_{mb}) + (\dot{R}_{ca} - \dot{R}_{mb}) \Delta t = 0$$

$$\dot{L}_{cz} = \dot{L}_{mz}$$

より,

$$\left. \begin{aligned} \dot{R}_{ca} - \dot{R}_{mb} &= -(R_{ca} - R_{mb}) / \Delta t \\ \dot{L}_{cz} &= \dot{L}_{mz} \end{aligned} \right\} \quad (2.1.19)$$

となる。

5) 燃料と被覆が接触しており, かつ軸方向のスリップが起る場合
半径方向のギャップはないので, 4) と同様

$$(R_{ca} - R_{mb}) + (R_{ca} - R_{mb}) \Delta t = 0$$

でなければならない。一方, 4) と異りスリップが起るので $\dot{L}_{cz} = \dot{L}_{mz}$ は成立せず, 代りに軸方向の接触力について摩擦係数 μ より決まる次の制限が加わる。

$$F_3 + \dot{F}_3 \Delta t \leq \mu (F_2 + \dot{F}_2 \Delta t)$$

これより, この場合の境界条件は,

$$\left. \begin{aligned} \dot{R}_{ca} - \dot{R}_{mb} &= -(R_{ca} - R_{mb}) / \Delta t \\ F_3 + \dot{F}_3 \Delta t &\leq \mu (F_2 + \dot{F}_2 \Delta t) \end{aligned} \right\} \quad (2.1.20)$$

である。

2.2 リングの歪と応力

燃料および被覆管の両方とも同心円状のリングに区切られ, 各リングは分離した1つの単一物体と考える。(Fig. 2.3, Fig. 2.4 参照)

プログラムの基本假定により, 軸対称でかつ軸に垂直な平面は変位後も平面を保つので, 半径, 円周および軸方向の歪速度 ($\dot{\varepsilon}_r, \dot{\varepsilon}_c, \dot{\varepsilon}_z$) の微分方程式は,

$$\left. \begin{aligned} \dot{\varepsilon}_r &= \partial \dot{u} / \partial r \\ \dot{\varepsilon}_c &= \dot{u} / r \\ \dot{\varepsilon}_z &= \partial \dot{w} / \partial z \end{aligned} \right\} \quad (2.2.1)$$

である。⁴⁾ ここで, \dot{u}, \dot{w} は半径方向および軸方向の変位速度, r, z は坐標での位置である。

さて, プログラムでは, \dot{u} および \dot{w} の形状関数として

$$\left. \begin{aligned} \dot{u} &= \alpha_{10} + \alpha_{11} r \\ \dot{w} &= \alpha_{20} + \alpha_{21} z \end{aligned} \right\} \quad (2.2.2)$$

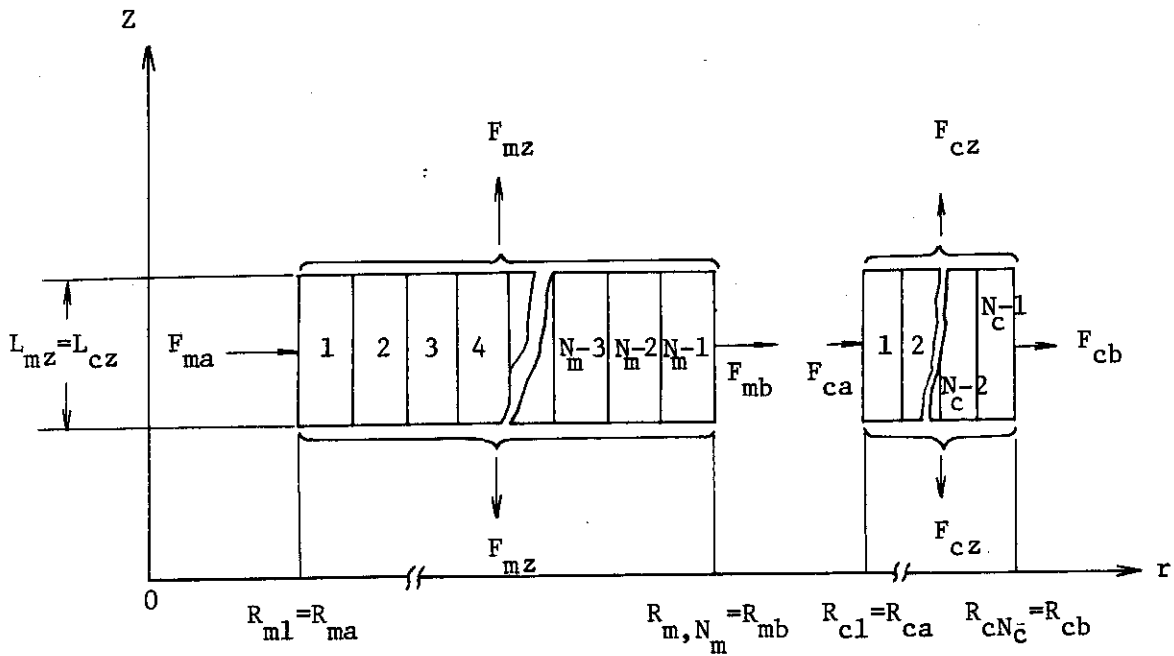


Fig. 2.3

Partitionings of Fuel and Clad into Rings

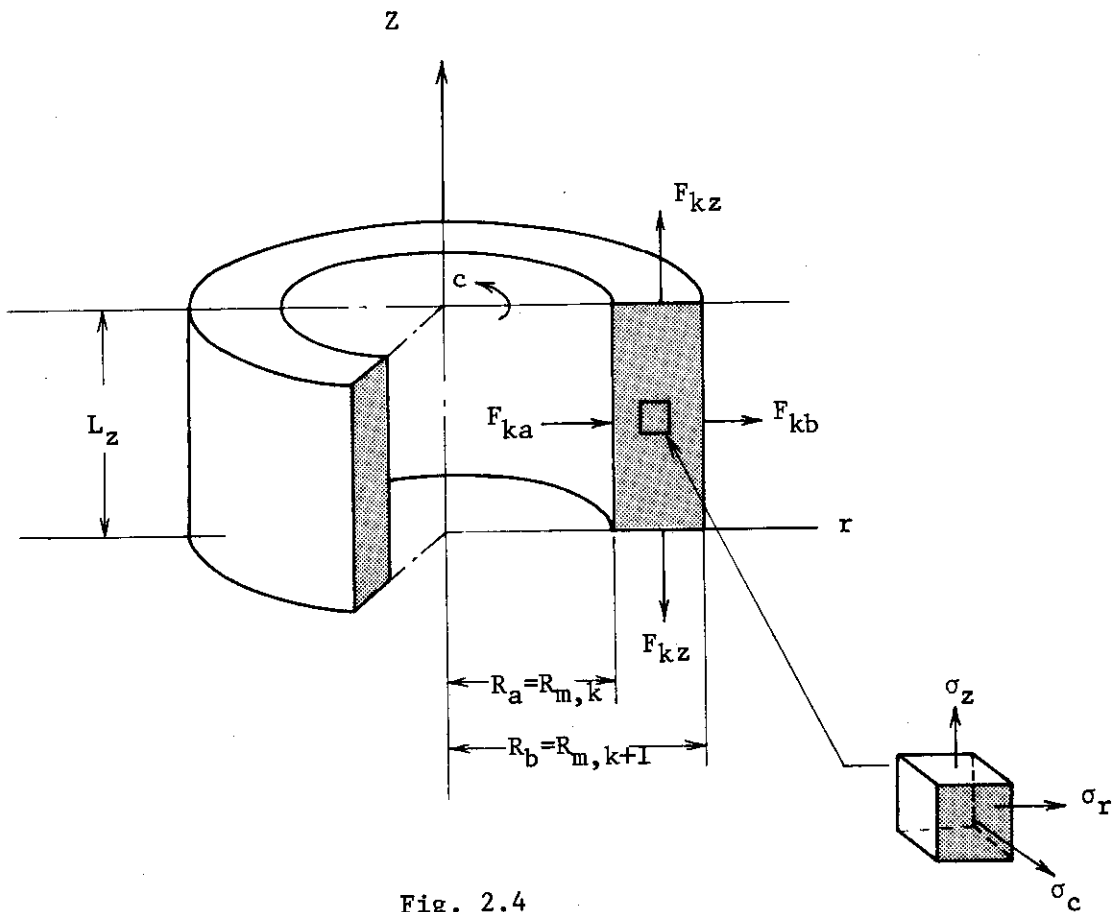


Fig. 2.4

Free body of typical ring k in fuel

を仮定する。この (2.2.2) 式にリングの内、外径 (R_a, R_b) および高さ L_z を代入することにより、

$$\alpha_{10} = \frac{\dot{R}_a R_b - R_a \dot{R}_b}{R_b - R_a}$$

$$\alpha_{11} = \frac{\dot{R}_b - \dot{R}_a}{R_b - R_a}$$

$$\alpha_{21} = \dot{L}_z / L_z$$

が求まる。

これより、リングの歪速度の近似式として、

$$\left. \begin{aligned} \dot{\epsilon}_r &= \frac{\dot{R}_b - \dot{R}_a}{R_b - R_a} \\ \dot{\epsilon}_c &= \frac{\dot{R}_b + \dot{R}_a}{R_b + R_a} \\ \dot{\epsilon}_z &= \frac{\dot{L}_z}{L_z} \end{aligned} \right\} \quad (2.2.3)$$

がえられる。ただし、 $\dot{\epsilon}_c$ は $\dot{\epsilon}_c = \alpha_{10}/r + \alpha_{11}$ であるが、 r としてリングの平均半径 $(R_a + R_b)/2$ を考えることにしている。この (2.2.3) 式は、歪速度と変位速度の関係を表している。そこで、以後の計算に利用するのに便利のようにマトリックス表示に書き直す。まず、歪ベクトル $\{D_s\}$ 、変位ベクトル $\{D_e\}$ を

$$\{D_s\} = \begin{Bmatrix} \epsilon_r \\ \epsilon_c \\ \epsilon_z \end{Bmatrix}, \quad \{D_e\} = \begin{Bmatrix} R_a \\ R_b \\ L_z \end{Bmatrix} \quad (2.2.4)$$

と定義する。さらに、 $[C_{se}]$ という連結マトリックスを

$$[C_{se}] = \begin{bmatrix} -1/(R_b - R_a) & 1/(R_b - R_a) & 0 \\ 1/(R_b + R_a) & 1/(R_b + R_a) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.2.5)$$

と定義する。これら 2 式を使用することにより、先の (2.2.3) 式は

$$\{\dot{D}_s\} = [C_{se}] \{\dot{D}_e\} \quad (2.2.6)$$

と表示することができる。

なお、プログラムの基本仮定により、ここでえられた $\{\dot{D}_s\}$ の各成分は、主歪速度である。

プログラムでは、歪速度の種類として次の6種を考慮する。

- (i) 弾性歪速度, $\{\dot{D}_s^e\}$
- (ii) 塑性およびクリープ歪速度, $\{\dot{D}_s^{pc}\}$
- (iii) 熱歪速度, $\{\dot{D}_s^t\}$
- (iv) 照射による歪 (スウェリング) 速度, $\{\dot{D}_s^i\}$
- (v) 気孔の移動による歪速度, $\{\dot{D}_s^{pm}\}$
- (vi) 焼きしまりによる歪速度, $\{\dot{D}_s^d\}$

すなわち, $\{\dot{D}_s\}$ は

$$\{\dot{D}_s\} = \{\dot{D}_s^e\} + \{\dot{D}_s^{pc}\} + \{\dot{D}_s^t\} + \{\dot{D}_s^i\} + \{\dot{D}_s^{pm}\} + \{\dot{D}_s^d\} \quad (2.2.7)$$

として求められる。各歪速度を求める方法については第4章に記述する。

$\{\dot{D}_s\}$ は、最終的に修正されたプラントル・ロイスの構成方程式を利用して次のような形にまとめられる。

$$\{\dot{D}_s\} = \{A_{st}\} + [A_{ss}]\{\dot{F}_s\} \quad (2.2.8)$$

ここで, $\{\dot{F}_s\}$ は応力速度ベクトルで,

$$\{\dot{F}_s\} = \begin{Bmatrix} \dot{\sigma}_r \\ \dot{\sigma}_c \\ \dot{\sigma}_z \end{Bmatrix} \quad (2.2.9)$$

である。 $\{A_{st}\}$ は、熱歪等を成分とする歪速度ベクトルであり, $[A_{ss}]$ は歪-応力速度マトリックスである。

(2.2.8) 式を $\{\dot{F}_s\}$ について解けば,

$$\{\dot{F}_s\} = \{B_{st}\} + [B_{ss}]\{\dot{D}_s\} \quad (2.2.10)$$

がえられる。ここで

$$\left. \begin{aligned} \{B_{st}\} &= -[A_{ss}]^{-1}\{A_{st}\} \\ [B_{ss}] &= [A_{ss}]^{-1} \end{aligned} \right\}$$

である。さらに, $\{\dot{D}_s\}$ について (2.2.6) 式を代入することにより,

$$\{\dot{F}_s\} = B_{st} + [B_{ss}][C_{se}]\{\dot{D}_e\} \quad (2.2.11)$$

がえられる。

2.3 リングの歪エネルギーの変化

前節 2.2 において、歪速度と変位速度の関係式がえられた。有限要素法を使用するのであるから、次にリングにかゝる変位速度と荷重速度とに関する式が必要である。すなわち、有限要素法で剛性方程式と云われるものである。

方程式に必要な剛性マトリックスの求め方は、通常の有限要素法と同じく歪エネルギー法である。しかし、軸対称であり、軸方向一様伸びで、せん断応力等がないので非常に簡単である。

タイムステップ Δt の始めにおいて、リングの体積、 V_0 は

$$V_0 = \pi (R_b^2 - R_a^2) L_z \quad (2.3.1)$$

である。タイムステップ Δt の最初において応力ベクトルは当然のことながら単位面積当りで定義されているので、リング中の歪エネルギー変化率 \dot{W}_s はリングの体積を乗ずることにより、

$$\dot{W}_s = V_0 \{F_s\}^T \cdot \{\dot{D}_s\} \quad (2.3.2)$$

とすることができる。(2.2.6) 式を本式に代入することにより、

$$\dot{W}_s = V_0 \{F_s\}^T \cdot [C_{se}] \{\dot{D}_e\} \quad (2.3.3)$$

がえられる。次に、リングの変位速度 $\dot{R}_a, \dot{R}_b, \dot{L}_z$ の方向に作用するリング境界面に働く荷重のベクトルを

$$\{F_e\} = \begin{Bmatrix} F_{ea} \\ F_{cb} \\ F_{ez} \end{Bmatrix} \quad (2.3.4)$$

とすると、単一のリングについて外力による仕事の変化率は

$$\dot{W}_e = F_{ea} \dot{R}_a + F_{eb} \dot{R}_b + F_{ez} \dot{L}_z$$

である。あるいは

$$\dot{W}_e = \{F_e\}^T \{\dot{D}_e\} \quad (2.3.5)$$

と表わすことができる。エネルギー保存則により、任意の変位速度 \dot{D}_e に関し、歪エネルギー変化率 \dot{W}_s は外部仕事率に等しくなければならない。(2.3.3) と (2.3.5) 式を等しいとおくことより、

$$\{F_e\}^T = V_0 \{F_s\}^T [C_{se}]$$

がえられ、

$$\{F_e\} = V_0 [C_{se}] \{F_s\} \quad (2.3.6)$$

が成立する。

タイムステップ, Δt の間, 歪エネルギー変化率 $\{F_s\}^T \{\dot{D}_s\}$ はリング体積 V_0 についての単位体積当りの内部仕事率として定義される。 V_0 はタイムステップの始における値とし, タイムステップの間変化せず一定であると仮定する。

(2.3.6) 式の成分は

$$\left. \begin{aligned} F_{ea} &= V_0 \sigma_r / (R_b - R_a) + V_0 \sigma_c / (R_b + R_a) \\ F_{eb} &= V_0 \sigma_r / (R_b - R_a) + V_0 \sigma_c / (R_b + R_a) \\ F_{ez} &= V_0 \sigma_z / L_z \end{aligned} \right\} \quad (2.3.7)$$

である。上記の仮定で V_0 を一定にして (R_a, R_b および L_z も一定と考える), 上式を微分すると

$$\{\dot{F}_e\} = V_0 \{C_{se}\}^T \{\dot{F}_s\} \quad (2.3.8)$$

となる。

(2.2.11) 式を (2.3.8) 式に代入することにより,

$$\{\dot{F}_e\} = \{B_{et}\} + [B_{ee}] \{\dot{D}_e\} \quad (2.3.9)$$

がえられる。ここで, $\{B_{et}\}, [B_{ee}]$ は

$$\left. \begin{aligned} \{B_{et}\} &= V_0 [C_{se}]^T \{B_{st}\} \\ [B_{ee}] &= V_0 [C_{se}]^T [B_{ss}] [C_{se}] \end{aligned} \right\} \quad (2.3.10)$$

である。この $[B_{ee}]$ はリングの剛性マトリックスであり, $\{B_{et}\}$ は初期歪に関係した項である。

リングの軸方向長さ (L_z) は, 各タイムステップの始めにおいて再設定されるので, 燃料 (あるいは被覆) の軸方向長さの全長は, 軸方向歪から計算されねばならない。 L_0 を燃料 (あるいは被覆) の最初の長さ, L を時間 t における長さ, ϵ_{z0} を最初の軸方向歪とする。

(2.2.3) の定義により

$$\int_{\epsilon_{z0}}^{\epsilon} d\epsilon_z = \int_{L_0}^L dL / L$$

あるいは

$$\epsilon_z - \epsilon_{z0} = \log_e (L / L_0)$$

となり, L について解いて

$$L = L_0 e^{(\epsilon_z - \epsilon_{z0})} \quad (2.3.11)$$

がえられる。これによって軸方向長さを軸方向歪から計算することができる。

2.4 燃料および被覆についてリングを単一物体に結合する方法

前節までの方法により各リングの剛性方程式がえられる。このえられた剛性方程式をもとに、燃料あるいは被覆全体の外部荷重速度 ($\dot{F}_{ma, b, c}$, $\dot{F}_{ca, b, c}$) と全体の変位速度 ($\dot{R}_{ma, b, c}$, $\dot{R}_{ca, b, c}$) とを関係づける方程式を作る。

有限要素法の方法に従えば、全体剛性方程式を作るために、大きなマトリックスを作る必要があるが、軸対称かつ軸方向一様歪の仮定を利用して、これを小さなマトリックスの操作で行う。

燃料は $N - 1$ のリングに分割され、その半径について 1 から N まで番号が付されているとしよう。 k 番目のリングの寸法と荷重について、これを次のようにマトリックス表示する。(Fig. 2.4 参照)

$$\{D_e\} = \begin{Bmatrix} R_{ka} \\ R_{kb} \\ L_{mz} \end{Bmatrix}, \quad \{F_e\} = \begin{Bmatrix} F_{ka} \\ F_{kb} \\ F_{kz} \end{Bmatrix} \quad (2.4.1)$$

(2.3.9) 式の剛性方程式を各リングに適用すれば、 $N - 1$ 組の式がえられる。それらを書き下すと、

$$\left. \begin{aligned} \dot{F}_{ka} &= (B_{et})_1^{(k)} + (B_{ee})_{11}^{(k)} \dot{R}_{ka} + (B_{ee})_{12}^{(k)} \dot{R}_{kb} + (B_{ee})_{13}^{(k)} \dot{L}_{mz} \\ \dot{F}_{kb} &= (B_{et})_2^{(k)} + (B_{ee})_{21}^{(k)} \dot{R}_{ka} + (B_{ee})_{22}^{(k)} \dot{R}_{kb} + (B_{ee})_{23}^{(k)} \dot{L}_{mz} \\ \dot{F}_{kz} &= (B_{et})_3^{(k)} + (B_{ee})_{31}^{(k)} \dot{R}_{ka} + (B_{ee})_{32}^{(k)} \dot{R}_{kb} + (B_{ee})_{33}^{(k)} \dot{L}_{mz} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (2.4.2)$$

$k = 1, 2, 3, \dots\dots\dots, N - 1$

である。

外部荷重速度は

$$\left. \begin{aligned} \dot{F}_{1a} &= \dot{F}_{ma} \\ \dot{F}_{(N-1)b} &= \dot{F}_{mb} \\ \sum_{k=1}^{N-1} \dot{F}_{kz} &= \dot{F}_{mz} \end{aligned} \right\} \quad (2.4.3)$$

である。リング間の半径方向の接触については、作用と反作用のニュートンの第3法則の適用により、

$$\dot{F}_{ka} = -\dot{F}_{(k-1)b}, \quad (k = 1, 2, 3, \dots, N-1) \quad (2.4.4)$$

が成立している。また、燃料リングの1番内側リングの内径と最外側リングの外径の変位速度について

$$\left. \begin{aligned} \dot{R}_{1a} &= \dot{R}_{ma} \\ \dot{R}_{(N-1)b} &= \dot{R}_{mb} \end{aligned} \right\} \quad (2.4.5)$$

が成立する。さらに、リング間の半径方向の連続性を保つため、

$$\dot{R}_{ka} = \dot{R}_{(k-1)b}, \quad (k = 1, 2, 3, \dots, N-1) \quad (2.4.6)$$

が成立しなければならない。

(2.4.2) ~ (2.4.6) 式で方程式の総数は $5N - 2$ 個で、未知数の総数は $5N + 1$ 個である。したがって正味の未知数は3個となる。以上の各式を使い3個の未知数を含んだ次の剛性方程式に帰着させる。

$$\{\dot{F}_m\} = \{B_{mt}\} + [B_{mm}] \{\dot{D}_m\} \quad (2.4.7)$$

ここで、 $\{F_m\}$ は燃料全体にかゝる外部荷重ベクトル、 $\{D_m\}$ は燃料全体の変位ベクトルであって、

$$\{F_m\} = \begin{Bmatrix} F_{ma} \\ F_{mb} \\ F_{mz} \end{Bmatrix}, \quad \{D_m\} = \begin{Bmatrix} R_{ma} \\ R_{mb} \\ L_{mz} \end{Bmatrix} \quad (2.4.8)$$

によって与えられる。

$5N - 2$ 式中における未知数を消去する手法は以下に述べる通りである。1から $k-1$ までのリングが、次の剛性方程式によって1個の自由な物体に結合されていると考えよう。以下 Fig. 2.5を参照されたい。

$$\{\dot{F}_{(k-1)}\} = \{B_{(k-1)t}\} + [B_{(k-1)(k-1)}] \{\dot{D}_{(k-1)}\} \quad (2.4.9)$$

ここで

$$\{F_{(k-1)}\} = \begin{Bmatrix} F_{ma} \\ F_{(k-1)b} \\ F_{1(k-1)z} \end{Bmatrix}, \quad \{D_{(k-1)}\} = \begin{Bmatrix} R_{ma} \\ R_{(k-1)b} \\ L_{mz} \end{Bmatrix} \quad (2.4.10)$$

とする。

(2.4.2) 式の k 番目のリングの剛性方程式をマトリックス表示で

$$\{\dot{F}_e^{(k)}\} = \{B_{et}^{(k)}\} + [B_{ee}^{(k)}] \{\dot{D}_e^{(k)}\} \quad (2.4.11)$$

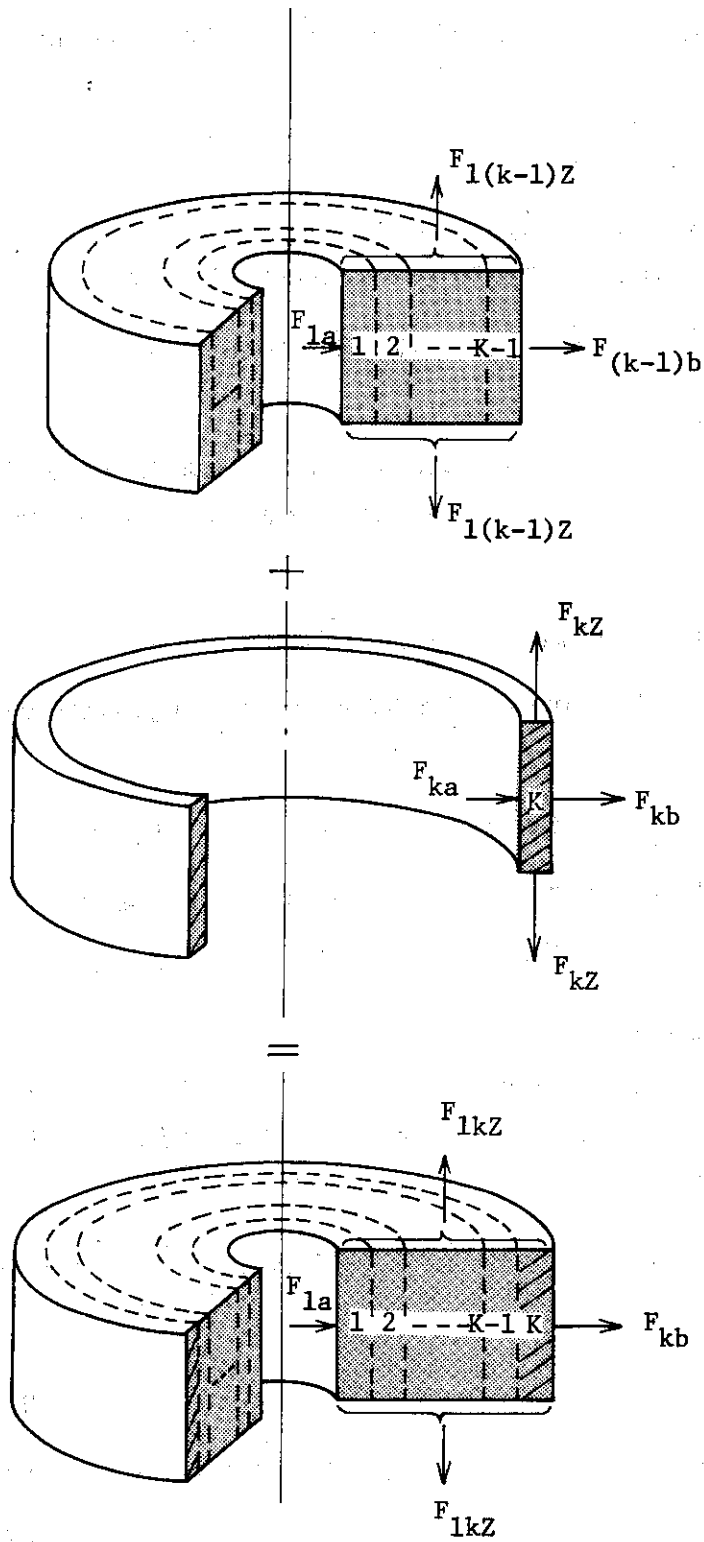


Fig. 2.5

Joining Ring k to k-1 Rings in Fuel or Clad

としよう。高さ方向の単位長さ当り、結合された $k-1$ 番目までのリングの仕事率は

$$\dot{W}_{1(k-1)} = \{F_{k-1}\}^T \{\dot{D}_{k-1}\} \quad (2.4.12)$$

である。 k 番目のリングに関する外部仕事率は

$$\dot{W}_k = \{F_e^{(k)}\}^T \{\dot{D}_e^{(k)}\} \quad (2.4.13)$$

である。1番から k 番までのリングを結合し1個のリングとしたときの総外部仕事率は、

$$\dot{W}_{1k} = \{F_{k-1}\}^T \{\dot{D}_{k-1}\} + \{F_e^{(k)}\}^T \{\dot{D}_e^{(k)}\} \quad (2.4.14)$$

となる。 $k-1$ 番目のリングと k 番目のリング間の境界において k 番目の物体に関する外部力は $F_{(k-1)b} + F_{ka}$ である。この二つのリングが結合されたとき、この力は (2.4.4) 式より 0 でなければならない。

Fig. 2.5 の二個の単一物体について、次の形式に力と変位ベクトルを考える。

$$\{D_{(k-1)k}\} = \begin{Bmatrix} R_{ma} \\ R_{kb} \\ L_{mz} \\ R_{(k-1)b} \end{Bmatrix}, \quad \{F_{(k-1)k}\} = \begin{Bmatrix} F_{ma} \\ F_{kb} \\ F_{1(k-1)z} + F_{kz} \\ F_{(k-1)b} + F_{ka} \end{Bmatrix} \quad (2.4.15)$$

これを使えば、 k 番目までのリングの仕事率は次のように表すことができる。

$$\dot{W}_{1k} = \{F_{(k-1)k}\}^T \{\dot{D}_{(k-1)k}\} \quad (2.4.16)$$

次の形の連結マトリックス $[C_{k-1}]$, $[C_e]$ を使用することにより、変位速度ベクトル $\{\dot{D}_{(k-1)}\}$ と $\{\dot{D}_e^{(k)}\}$ を $\{\dot{D}_{(k-1)k}\}$ で表すことができる。

$$\left. \begin{aligned} \{\dot{D}_{k-1}\} &= [C_{k-1}] \{\dot{D}_{(k-1)k}\} \\ \{\dot{D}_e^{(k)}\} &= [C_e] \{\dot{D}_{(k-1)k}\} \end{aligned} \right\} \quad (2.4.17)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} \{\dot{D}_{k-1}\} &= \begin{Bmatrix} \dot{R}_{ma} \\ \dot{R}_{(k-1)b} \\ \dot{L}_{mz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{R}_{ma} \\ \dot{R}_{kb} \\ \dot{L}_{mz} \\ \dot{R}_{(k-1)b} \end{Bmatrix} \\ \{\dot{D}_e^{(k)}\} &= \begin{Bmatrix} \dot{R}_{ka} \\ \dot{R}_{kb} \\ \dot{L}_{mz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{R}_{ma} \\ \dot{R}_{kb} \\ \dot{L}_{mz} \\ \dot{R}_{(k-1)b} \end{Bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (2.4.18)$$

である。

(2.4.17) 式の変位速度を (2.4.14) 式に代入することにより、

$$\dot{W}_{1k} = \{F_{k-1}\}^T [C_{k-1}] + \{F_e^{(k)}\}^T [C_e] \{\dot{D}_{(k-1)k}\} \quad (2.4.19)$$

がえられる。(2.4.19) 式と (2.4.16) 式を比較することより

$$\{F_{(k-1)k}\}^T = \{F_{k-1}\}^T [C_{k-1}] + \{F_e^{(k)}\}^T [C_e] \quad (2.4.20)$$

あるいは

$$\{F_{(k-1)k}\} = [C_{k-1}]^T \{F_{k-1}\} + [C_e]^T \{F_e^{(k)}\} \quad (2.4.21)$$

が成立する。(2.4.21) 式は恒等式であることに注意しよう。仕事率 $\dot{W}_{1(k-1)}$ と \dot{W}_k を結合して \dot{W}_{1k} を形成する過程には近似はない。(2.4.21) を時間について微分して

$$\{\dot{F}_{(k-1)k}\} = [C_{k-1}]^T \{\dot{F}_{k-1}\} + [C_e]^T \{\dot{F}_e^{(k)}\} \quad (2.4.22)$$

がえられる。(2.4.9) 式と (2.4.11) 式を (2.4.22) 式に代入することにより、次の剛性方程式をうる。

$$\{\dot{F}_{(k-1)k}\} = \{B_{(k-1)kt}\} + [B_{(k-1)k}] \{\dot{D}_{(k-1)k}\} \quad (2.4.23)$$

ここで、

$$\{B_{(k-1)kt}\} = [C_{k-1}]^T \{B_{(k-1)t}\} + [C_e]^T \{B_{et}^{(k)}\} \quad (2.4.24)$$

であり、 $[B_{(k-1)k}]$ については (2.4.17) 式を使って

$$[B_{(k-1)k}] = [C_{k-1}]^T [B_{(k-1)(k-1)}] [C_{k-1}] + [C_e]^T [B_{ee}^{(k)}] [C_e] \quad \dots\dots\dots (2.4.25)$$

である。その構成より $[B_{(k-1)k}]$ は逆マトリックスを得ることができるので、(2.4.23) 式を変位速度ベクトル $\{\dot{D}_{(k-1)k}\}$ について逆に解くことができ、

$$\{\dot{D}_{(k-1)k}\} = \{A_{(k-1)kt}\} + [A_{(k-1)k}] \{\dot{F}_{(k-1)k}\} \quad (2.4.26)$$

となる。ここで、

$$\left. \begin{aligned} \{A_{(k-1)kt}\} &= - [B_{(k-1)k}]^{-1} \{B_{(k-1)kt}\} \\ [A_{(k-1)k}] &= [B_{(k-1)k}]^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (2.4.27)$$

である。(2.4.15) 式 $\{F_{(k-1)k}\}$ の定義において説明したように第 4 番目の成分

$F_{(k-1)b} + F_{ka}$ は常に 0 である。そのため $\{\dot{F}_{(k-1)k}\}$ の第 4 番目の成分もまた常に 0 である。それ故、(2.4.26) 式の最初の 3 行は、

$$\{\dot{D}_k\} = \{A_{kt}\} + [A_{kk}] \{\dot{F}_k\} \quad (2.4.28)$$

である。ここで $\{A_{kt}\}$ は $\{A_{(k-1)kt}\}$ の最初の3つの成分で構成され、 $[A_{kk}]$ は $[A_{(k-1)k}]$ の最初の3つの行と最初の3つの列から構成されたものである。 $[A_{(k-1)k}]$ は正則行列なので、 $[A_{kk}]$ も正則行列であるから、(2.4.28)式は荷重速度 \dot{F}_k に関して逆に解くことができ、

$$\{\dot{F}_k\} = \{B_{kt}\} + [B_{kk}]\{\dot{D}_k\} \quad (2.4.29)$$

がえられる。ここで、

$$\left. \begin{aligned} \{B_{kt}\} &= -[A_{kk}]^{-1}\{A_{kt}\} \\ [B_{kk}] &= [A_{kk}]^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (2.4.30)$$

である。

(2.4.29)式は最初の1番目のリングからk番目のリングを結合し1個の自由な物体としたときの剛性方程式である。

k=1のときの(2.4.29)式の係数は、

$$\left. \begin{aligned} \{B_{1t}\} &= \{B_{et}^{(1)}\} \\ [B_{11}] &= [B_{ee}^{(1)}] \end{aligned} \right\} \quad (2.4.31)$$

である。kが2からN-1に関しては(2.4.9)から(2.4.30)式によって定められる結合の手順によって B_{kt} と $[B_{kk}]$ が決定される。そこで、k=N-1のときの(2.4.29)式が燃料に関する剛性方程式(2.4.7)式となる。すなわち、 L_{mz} が単位高さとして考えられる場合

$$\left. \begin{aligned} \{B_{mt}\} &= \{B_{(N-1)t}\} \\ [B_{mm}] &= [B_{(N-1)(N-1)}] \end{aligned} \right\} \quad (2.4.32)$$

となる。

同様な手法を被覆についても適用し、その剛性方程式を次の形で表すことができる。

$$\{\dot{F}_c\} = \{B_{ct}\} + [B_{cc}]\{\dot{D}_c\} \quad (2.4.33)$$

ここで、

$$\{F_c\} = \begin{Bmatrix} F_{ca} \\ F_{cb} \\ F_{cz} \end{Bmatrix}, \quad \{D_c\} = \begin{Bmatrix} R_{ca} \\ R_{cb} \\ L_{cz} \end{Bmatrix}$$

である。

2.5 接触力速度の決定

燃料および被覆の全体にかゝる荷重速度の式 (2.1.15) 中には、接触力速度が含まれている。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} \{\dot{F}_m\} &= [C_m] \{\dot{F}_{pm}\} + [C_m] \{\dot{F}\} \\ \{\dot{F}_c\} &= [C_m] \{\dot{F}_{pc}\} + [C_c] \{\dot{F}\} \end{aligned} \right\} \quad (2.5.1)$$

である。ここで、圧力による荷重速度 \dot{F}_{pm} と \dot{F}_{pc} は (2.1.6) と (2.1.9) 式によって与えられている。接触力ベクトル $\{F\}$ に対応する間隙の変位ベクトルは単位高さ L_{mz} と L_{cz} について、

$$\{D\} = \left\{ \begin{array}{cc} R_{ma} & - R_{plug} \\ R_{ca} & - R_{mb} \\ L_{cz} & - L_{mz} \end{array} \right\} \quad (2.5.2)$$

である。 R_{plug} (プラグの半径) は常に一定と考えるので、間隙の変位速度ベクトルは

$$\{\dot{D}\} = \left\{ \begin{array}{cc} \dot{R}_{ma} & \\ \dot{R}_{ca} & - \dot{R}_{mb} \\ \dot{L}_{cz} & - \dot{L}_{mz} \end{array} \right\} \quad (2.5.3)$$

である。計算を行うさい、 $\{\dot{D}_m\}$ と $\{\dot{D}_c\}$ とに分離しておいた方が便利なので、

$$\{\dot{D}\} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \left\{ \begin{array}{c} \dot{R}_{ma} \\ \dot{R}_{mb} \\ \dot{L}_{mz} \end{array} \right\} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \left\{ \begin{array}{c} \dot{R}_{ca} \\ \dot{R}_{cb} \\ \dot{L}_{cz} \end{array} \right\}$$

と書き直す。ここで、(2.1.13) 式で定義した連結マトリックス $\{C_m\}$ と $\{C_c\}$ を導入し、上式を書き直せば、

$$\{\dot{D}\} = [C_m]^T \{\dot{D}_m\} + [C_c]^T \{\dot{D}_c\} \quad (2.5.4)$$

がえられる。

剛性マトリックス $[B_{mm}]$ と $[B_{cc}]$ は正則マトリックスなので、(2.4.7) と (2.4.33) 式は $\{\dot{D}_m\}$ と $\{\dot{D}_c\}$ に関して逆に解くことができ、

$$\left. \begin{aligned} \{\dot{D}_m\} &= \{A_{mt}\} + [A_{mm}] \{\dot{F}_m\} \\ \{\dot{D}_c\} &= \{A_{ct}\} + [A_{cc}] \{\dot{F}_c\} \end{aligned} \right\} \quad (2.5.5)$$

がえられる。ここで

$$\left. \begin{aligned} \{A_{mt}\} &= -[B_{mm}]^{-1} \{B_{mt}\} \\ \{A_{mm}\} &= [B_{mm}]^{-1} \\ \{A_{ct}\} &= -[B_{cc}]^{-1} \{B_{ct}\} \\ \{A_{cc}\} &= [B_{cc}]^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (2.5.6)$$

である。(2.5.4)式に(2.5.5)式を代入すると、

$$\begin{aligned} \{\dot{D}\} &= ([C_m]^T \{A_{mt}\} + [C_c]^T \{A_{ct}\}) \\ &\quad + [C_m]^T [A_{mm}] \{\dot{F}_m\} + [C_c]^T [A_{cc}] \{\dot{F}_c\} \end{aligned} \quad (2.5.7)$$

となる。さらに、 $\{\dot{F}_m\}$ と $\{\dot{F}_c\}$ に(2.5.1)を代入すると、

$$\{\dot{D}\} = \{A_t\} + [A] \{\dot{F}\} \quad (2.5.8)$$

がえられる。ここで、

$$\left. \begin{aligned} \{A_t\} &= [C_m]^T \{A_{mt}\} + [C_c]^T \{A_{ct}\} \\ &\quad + [C_m]^T [A_{mm}] [C_m] \{\dot{F}_{pm}\} + [C_c]^T [A_{cc}] [C_m] \{\dot{F}_{pc}\} \\ [A] &= [C_m]^T [A_{mm}] [C_m] + [C_c]^T [A_{cc}] [C_c] \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (2.5.9)$$

である。柔性マトリックス[A]は、対称で正則マトリックスである。接触力速度 $\{\dot{F}\}$ は、(2.5.8)式を2.2節で述べた境界条件を満足するように解くことによって得られる。いま、(2.5.8)式を3つの成分方程式に分離して書き下せば、

$$\left. \begin{aligned} \dot{D}_1 &= A_{1t} + A_{11} \dot{F}_1 + A_{12} \dot{F}_2 + A_{13} \dot{F}_3 \\ \dot{D}_2 &= A_{2t} + A_{21} \dot{F}_1 + A_{22} \dot{F}_2 + A_{23} \dot{F}_3 \\ \dot{D}_3 &= A_{3t} + A_{31} \dot{F}_1 + A_{32} \dot{F}_2 + A_{33} \dot{F}_3 \end{aligned} \right\} \quad (2.5.10)$$

である。接触力速度 $\{\dot{F}\}$ を決定するには、2.2節で述べた条件によってこの連立方程式を解けばよい。もちろん、近似解法を取ってもよいけれども、たかだか三つの連立方程式にすぎないので、1つずつ条件を考えて解いてゆく。

1) 燃料とプラグ間にギャップがある場合

燃料とプラグ間にギャップがあるとき、接触力 F_1 は0でなければならない。これを実現するため、タイムステップ Δt 後に F_1 が0になるよう、 $F_1 + \dot{F}_1 \Delta t = 0$ とする。これより、 \dot{F}_1 は

$$\dot{F}_1 = (0 - F_1) / \Delta t$$

となる。 \dot{F}_1 が上式で求められるので、(4.5.10)式の第2, 第3行の式は次のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \dot{D}_2 &= \dot{A}'_{2t} + \dot{A}'_{22} \dot{F}_2 + \dot{A}'_{23} \dot{F}_3 \\ \dot{D}_3 &= \dot{A}'_{3t} + \dot{A}'_{32} \dot{F}_2 + \dot{A}'_{33} \dot{F}_3 \end{aligned} \right\} \quad (2.5.11)$$

ここで,

$$\left. \begin{aligned} \dot{A}'_{2t} &= \dot{A}_{2t} + \dot{A}_{21} \dot{F}_1 \\ \dot{A}'_{3t} &= \dot{A}_{3t} + \dot{A}_{31} \dot{F}_1 \end{aligned} \right\} \quad (2.5.12a)$$

および

$$\dot{A}'_{22} = \dot{A}_{22}, \quad \dot{A}'_{23} = \dot{A}_{23}, \quad \dot{A}'_{32} = \dot{A}_{32}, \quad \dot{A}'_{33} = \dot{A}_{33} \quad (2.5.12b)$$

である。

2) 燃料とプラグが接触している場合

燃料とプラグが接触する場合, そのタイムステップにおいて燃料とプラグ間のギャップがなく
なることから,

$$\begin{aligned} R_{ma} + \dot{R}_{ma} \Delta t &= R_{plug} \quad \text{より} \\ \dot{R}_{ma} &= (R_{plug} - R_{ma}) / \Delta t \end{aligned} \quad (2.5.13)$$

でなければならない。この式を(2.5.10)式の第1式に代入し \dot{F}_1 を求める。

$$\dot{F}_1 = B_{1t} + B_{12} \dot{F}_2 + B_{13} \dot{F}_3 \quad (2.5.14a)$$

ここで,

$$\left. \begin{aligned} B_{1t} &= [(R_{plug} - R_{ma}) / \Delta t - A_{1t}] / A_{11} \\ B_{12} &= -A_{12} / A_{11} \\ B_{13} &= -A_{13} / A_{11} \end{aligned} \right\} \quad (2.5.14b)$$

である。この求められた \dot{F}_1 を(2.5.10)式の第2, 第3式に代入すると(2.5.11)式と同
一形式となる。しかし \dot{F}_2 , \dot{F}_3 等の係数は次の通りである。

$$\left. \begin{aligned} \dot{A}'_{2t} &= \dot{A}_{2t} + \dot{A}_{21} B_{1t} & \dot{A}'_{3t} &= \dot{A}_{3t} + \dot{A}_{31} B_{1t} \\ \dot{A}'_{22} &= \dot{A}_{22} + \dot{A}_{21} B_{12} & \dot{A}'_{32} &= \dot{A}_{32} + \dot{A}_{31} B_{12} \\ \dot{A}'_{23} &= \dot{A}_{23} + \dot{A}_{21} B_{13} & \dot{A}'_{33} &= \dot{A}_{33} + \dot{A}_{31} B_{13} \end{aligned} \right\} \quad (2.5.15)$$

燃料とプラグ間の境界条件の効果にもかかわらず、(2.5.11) 式の \dot{F}_2 と \dot{F}_3 の係数は、対称で、正則マトリックスを保っている。

3) 燃料と被覆管の間に半径方向ギャップがある場合

燃料と被覆管の間にギャップがあるとき、そのタイムステップにおいては接触力は発生しない。そこで $F_2 + \dot{F}_2 \Delta t = 0$ 、 $F_3 + \dot{F}_3 \Delta t = 0$ とおくことにする。すなわち

$$\left. \begin{aligned} \dot{F}_2 &= -F_2 / \Delta t \\ \dot{F}_3 &= -F_3 / \Delta t \end{aligned} \right\} \quad (2.5.16)$$

とする。

4) 燃料と被覆の間に接触力が発生する場合

(1) 摩擦を考えなくてよいとき

摩擦を考えない場合、あるいは軸方向接触力 F_3 が $F_3 < \mu F_2$ のときは、次のようになる (μ は摩擦係数)。

燃料と被覆の間に接触力がある場合、まず、その半径方向のギャップはなくなることより、間隙の変位速度 \dot{D}_2 は $D_2 + \dot{D}_2 \Delta t = 0$ を満足しなければならない。一方、間隙の変位速度 \dot{D}_3 は、接触によって燃料と被覆の軸方向の相互の伸びが拘束され、両者共同一平面となることを考えると $D_3 + \dot{D}_3 \Delta t = 0$ でなければならない。

D_2 、 D_3 は (2.5.2) 式によって与えられているのであるから、 \dot{D}_2 と \dot{D}_3 は

$$\left. \begin{aligned} \dot{D}_2 &= (R_{mb} - R_{ca}) / \Delta t \\ \dot{D}_3 &= (L_{cz} - L_{mz}) / \Delta t = 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.5.17)$$

となる。 \dot{D}_3 が 0 となるのは、タイムステップ Δt の最初において $L_{cz} = L_{mz} = 1$ であるからである。

(2.5.11) 式の \dot{F}_2 と \dot{F}_3 の係数マトリックスは正則マトリックスなので、 \dot{D}_2 と \dot{D}_3 を (2.5.17) 式で求め、(2.5.11) 式に代入し逆に解くことが可能である。これより、接触力速度 \dot{F}_2 と \dot{F}_3 がえられる。

(2) 摩擦を考えると

軸方向の接触力 F_3 が $F_3 \geq \mu F_2$ のときには、燃料と被覆との間の軸方向にすべりが生じると考える。このときタイムステップ Δt 後において軸方向の接触力は

$$F_3 + \dot{F}_3 \Delta t \leq \mu (F_2 + \dot{F}_2 \Delta t)$$

を満足しなければならないと考える。ここで、不等号の範囲はすべりが起らない。すべりが起ることにより、軸方向の接触力 $F_3 + \dot{F}_3 \Delta t$ は $\mu (F_2 + \dot{F}_2 \Delta t)$ の値に等しくなるように変化する。ここで、 F_2 は常に $F_2 \geq 0$ で負になることはない。何故なら、このギャップにおいて接着は考えないからである。一方、 F_3 の正負の定義は 2.1.2 小節に述べた通りであるが、これは正負いずれの値もとりのう。

\dot{F}_3 を規制する関係式は

$$F_3 + \dot{F}_3 \Delta t = \pm \mu (F_2 + \dot{F}_2 \Delta t)$$

となる。ここで右辺の符号は左辺の値の正負による。しかし \dot{F}_3 の値は未知数なので、 $\dot{F}_3 \Delta t$ の変化は小さいと考え、 F_3 の正負で判定することにすれば、上式は

$$\left. \begin{aligned} F_3 + \dot{F}_3 \Delta t &= \mu' (F_2 + \dot{F}_2 \Delta t) \\ \mu' &= \text{sign}(F_3) \cdot \mu \end{aligned} \right\} \quad (2.5.17)$$

となる。

この場合の問題は、上記の式と (2.5.11) 式を連立方程式として解けばよいことになる。(2.5.17) 式から F_3 を求めて (2.5.11) 式に代入すれば

$$\left. \begin{aligned} \dot{F}_3 &= \mu' (F_2 + \dot{F}_2 \Delta t) - F_3 \quad / \Delta t \\ \dot{D}_2 &= A'_{21} + (A'_{22} + \mu' A'_{23}) \dot{F}_2 + A'_{23} \{ \mu' F_2 - F_3 \} / \Delta t \\ \dot{D}_3 &= A'_{31} + (A'_{32} + \mu' A'_{33}) \dot{F}_2 + A'_{33} \{ \mu' F_2 - F_3 \} / \Delta t \end{aligned} \right\} \quad (2.5.18)$$

がえられる。

まず、半径方向にギャップはないことより、

$$\dot{D}_2 = -D_2 / \Delta t \quad (2.5.19)$$

で \dot{D}_2 が既知の値となるので、(2.5.18) 式の第 2 行の式より \dot{F}_2 が求められる。このとき \dot{F}_2 は

$$\dot{F}_2 = [\dot{D}_2 - A'_{21} - A'_{23} \{ (\mu' F_2 - F_3) / \Delta t \}] / (A'_{22} + \mu' A'_{23}) \quad \dots\dots\dots (2.5.20)$$

である。これで、 \dot{F}_2 が決まったので、次に第 1 行の式より、 \dot{F}_3 が求められ、第 3 行の式より \dot{D}_3 を求めることができる。以上によりすべての未知数が判明する。

3. 温度分布

計算対象とした燃料棒内の温度分布は、軸対称二次元定常熱伝導方程式の近似解として求められる。この温度分布を決定する要因は1) 燃料棒の出力、2) 冷却水温度である。

出力が0のとき、被覆および燃料内の温度は冷却水温度に等しいとする。冷却水温度は入力履歴データで与えられており、任意の時間 t における冷却水温度は、入力履歴データを直線内挿して求める。燃料棒の出力および被覆表面熱伝達率の計算上必要な冷却水圧力も同様な方法で定める。

燃料棒の出力は、燃料、燃料棒内に挿入されたプラグおよび被覆内で発生する熱の和と考える。したがって、プラグ、燃料および被覆の全出力に対する比、 $Q_{g, \text{plug}}$ 、 $Q_{g, \text{meat}}$ 、 $Q_{g, \text{clad}}$ が入力されており、これらの和は1になっている。燃料棒の出力は線出力密度 (P_w / cm) で与える。以下 Fig. 3.1 を参照されたい。

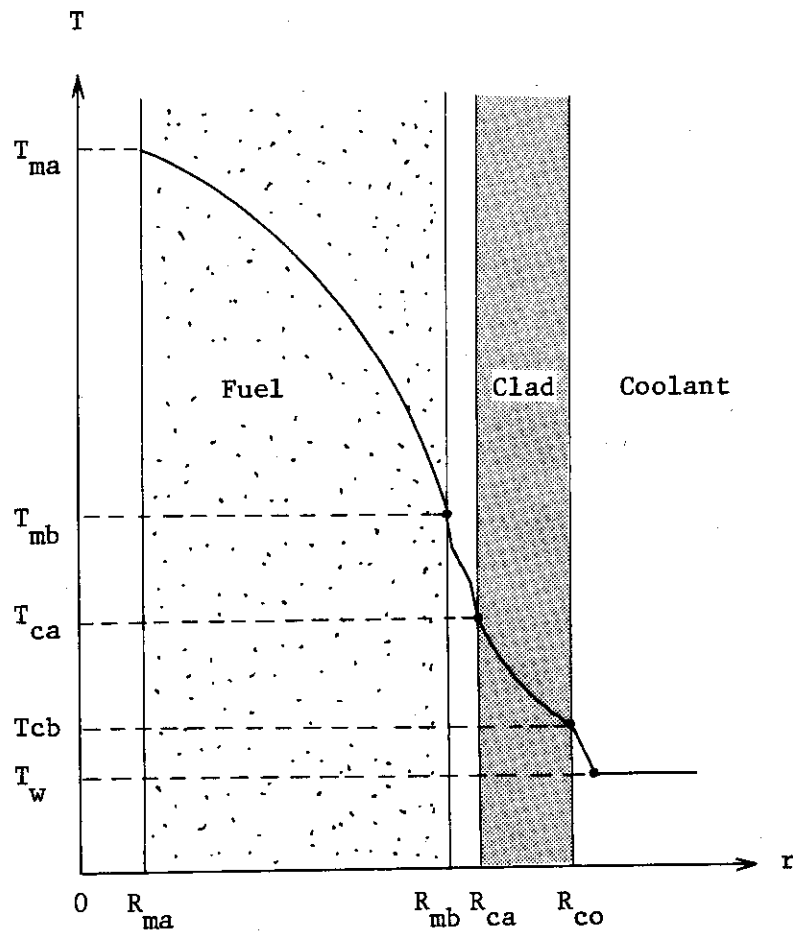


Fig. 3.1

Temperature Distribution

3.1 被覆表面温度

被覆表面温度は、まず膜熱伝達係数を使用して、

$$T_{cb} - T_w = \phi_{cb} / h_w \quad (3.1.1)$$

で求める。ここで、

$$\begin{aligned} T_{cb} &= \text{被覆表面温度 } (^{\circ}\text{C}) \\ T_w &= \text{冷却水温度 } (^{\circ}\text{C}) \\ \phi_{cb} &= \text{被覆表面熱流束 } (\text{w}/\text{cm}^2) \\ h_w &= \text{膜熱伝達係数 } (\text{w}/\text{cm}^2 \text{ } ^{\circ}\text{C}) \end{aligned}$$

である。次に冷却水圧力が 20 ~ 160 $\text{kp}/\text{cm}^2 \text{ a}$ の範囲ならば、その圧力における冷却水の飽和温度を求める。飽和温度は次の近似式によって計算される。

$$\begin{aligned} T_{sat} = W_1 + W_2 P + W_3 P^2 + W_4 P^3 + W_5 P^4 + W_6 P^5 + W_7 P^6 \\ + W_8 P^7 + W_9 P^8 \end{aligned} \quad (3.1.2)$$

ここで、

$$\begin{aligned} T_{sat} &= \text{飽和温度 } (^{\circ}\text{C}) \\ P &= \text{冷却水圧力 } (20 \sim 160 \text{ kp}/\text{cm}^2 \text{ a}) \\ W_1 &= 147.4, \quad W_2 = 41932 \\ W_3 &= -0.059187, \quad W_4 = 5.2595 \times 10^{-4} \\ W_5 &= -1.5756 \times 10^{-6}, \quad W_6 = -1.2442 \times 10^{-8} \\ W_7 &= 1.2722 \times 10^{-10}, \quad W_8 = -4.0803 \times 10^{-13} \\ W_9 &= 4.3416 \times 10^{-16} \end{aligned}$$

である。

先に求めた T_{cb} が T_{sat} より高ければ、 T_{cb} は次のように再計算される。

$$T_{cb} = T_{sub} + 7.9268 \exp(-P/633) \cdot \phi_{cb}^{1/4} \quad (3.1.3)$$

ここで、

$$T_{sub} = \text{subcool 温度 } (^{\circ}\text{C})$$

である。

3.2 被覆内温度分布

被覆は計算上リングに分割されていると考えている。被覆内で発熱があることも考慮する。この発熱は径方向の分布を持つが個々のリング内では均一であると考え。リング内外面における温度差 ($\Delta T = T_i - T_o$) は

$$\Delta T = T_i - T_o$$

$$= \frac{\phi_i r_i}{k} \ln(r_o/r_i) + \frac{q'''}{4k} (r_o^2 - r_i^2) - \frac{q'' r_i^2}{2k} \ln(r_o/r_i) \dots\dots\dots (3.2.1)$$

で与えられる。ここで、

- ϕ_i = リング内面における熱流束 (w/cm²)
- q''' = リングにおける出力密度 (w/cm³)
- k = 被覆の熱伝導率 (w/cm/°C)
- r_i, r_o = リングの内外面の半径 (cm)

である。被覆の最外のリング外面の温度を先に求めた被覆表面温度 (T_{co}) に等しいとして、上式によって被覆内面温度まで計算される。ただし、熱伝導率 k は温度依存性があると考えるので、リング内面温度が収束するまでくりかえし計算を行う。

3.3 ギャップにおける熱伝達

ギャップにおける熱伝達は、

$$h_g = h_{nogap} \cdot k_m \cdot P_c + \frac{1}{(R_{ca} - R_{mb})/C_{gap} + 1/h_{gap}} + e (T_{mb}^4 - T_{ca}^4) / (T_{mb} - T_{ca}) \dots\dots\dots (3.3.1)$$

で定める。ここで、

- h_g = ギャップ熱伝達率 (w/cm²/°C)
- h_{nogap} = ギャップが閉じたとき、接触による熱伝達率の係数 (cm/kp)
- h_{gap} = ギャップの膜熱伝達率 (w/cm²/°C)
- C_{gap} = ギャップ中の熱伝導率
- e = 燃料表面の輻射特性と被覆表面の吸収特性依存の係数 (w/cm²/°C⁴)
- k_m = $2k_c k_m / (k_c + k_m)$, (w/cm/°C)
- k_c = 被覆表面温度における熱伝導率
- k_m = 燃料外表面温度における熱伝導率
- P_c = 燃料-被覆間の接触圧力 (kp/cm²)
- R_{ca} = 被覆内面半径 (cm)
- R_{mb} = 燃料外面半径 (cm)
- T_{ca} = 被覆内面温度 (°C)
- T_{mb} = 燃料外面温度 (°C)

である。(3.3.1) 式右辺の第3項は、輻射による熱伝達である。いま、その係数 e を、

$$e = \frac{\sigma}{1/e_f + 1/e_c - 1} \dots\dots\dots (3.3.2)$$

で近似する。さらに、ステファン・ボルツマン定数 σ を $5.6685 \times 10^{-5} \text{ erg/cm}^2/\text{sec}/^\circ\text{K}^4$ とし、燃料および被覆表面の放射率 e_f, e_c を 0.4 にとれば、 e の値は、 $1.417125 \times 10^{-12} \text{ w/cm}^2/(\text{K})^4$ となる。この値はプログラムに組込まれている。

燃料外表面温度は

$$T_{mb} = T_{ca} + \phi_{gap} / h_g \quad (3.3.3)$$

より求められる。なお、ギャップにおける熱流束 ϕ_{gap} は燃料外表面および被覆内表面の算術平均値を取っている。

(3.3.1) 式は、燃料外表面温度を含んでいるので、プログラム内ではギャップ熱伝達はくりかえし計算で定められる。

3.4 燃料内温度分布

燃料内の温度分布を決定する方法は、被覆について使用した (3.2.1) 式と同じである。ただし、ペレットの中心に孔がないとき ($R_{ma} = 0$)、中心リング内側の温度 T_c は

$$T_c = T_o + \frac{q''}{4k} (r_o^2 - R_{ma}^2) \quad (3.4.1)$$

で求める。

4. 歪速度の計算モデル

4.1 弾性歪速度

弾性歪速度は通常の弾性歪の計算法で与えられるが、燃料についてはクラックおよびクラックのヒーリングを考慮する。

4.1.1 被覆の弾性歪速度

計算対象が被覆の場合、弾性歪速度は次式によって与えられる。

$$\{\dot{D}_s^e\} = [A_{ss}^e] \{\dot{F}_s\} \quad (4.1.1)$$

ここで、

$$[A_{ss}^e] = \begin{bmatrix} 1/E & -\nu/E & -\nu/E \\ -\nu/E & 1/E & -\nu/E \\ -\nu/E & -\nu/E & 1/E \end{bmatrix} \quad (4.1.2)$$

である。この式でEはヤング率、 ν はポアソン比である。Eおよび ν は温度依存性があるものとし、タイムステップ Δt 中のリングの中央における平均温度に対応する値を使用する。

4.1.2 燃料の弾性歪速度（クラックを含む）

計算対象が燃料の場合でも、クラックが起きていない時には4.1.1と同じである。FREC-3の燃料のクラックモデルは、原理上CYGRO-3の方法から発展させたものである。そこで、CYGRO-3のクラックモデルを説明し、FREC-3がこれをどのように修正しているかについて説明する。

CYGRO-3は、クラックを含んだ弾性歪速度の(4.1.1)式中の $[A_{ss}^e]$ を次の様に表わす。

$$[A_{ss}^e] = \begin{bmatrix} C_r/E & -\nu/E & -\nu/E \\ -\nu/E & C_t/E & -\nu/E \\ -\nu/E & -\nu/E & C_z/E \end{bmatrix} \quad (4.1.3)$$

クラックがないときおよびクラックがあるときを考慮してCYGRO-3は、 C_r 、 C_t 、 C_z についてTable 4.1の様な取扱い法を取る。すなわち、r、t、z方向のどれか(iで表わす)の応力が燃料の破壊応力(σ_f)より大きくなったら、(4.1.3)式中の応対する C_i に大きな数を入れるものである。すなわち、弾性率低下法であり、 C_i を無限大にすることによって、二軸応力状態を近似することができる。

FREC-3も開発当初これと同じモデルを使用していた。しかし、以下に述べるようないくつかの問題が生じた。

Table 4.1

Crack model used in CYGRO-3

Test 1	Previously Uncracked		Previously Cracked	
Test 2	$\sigma_i > \sigma_f$	$\sigma_i \leq \sigma_f$	$\sigma_i \geq 0$	$\sigma_i < 0$
Action	Become Cracked $C_i = M$	Remain Uncracked $C_i = 1$	Remain Cracked $C_i = M$	Become Uncracked $C_i = 1$

Notes: σ = stress, σ_f = fracture stress, M = large number
 C = coefficient, suffix i = direction of stress

i) このプログラムは、各タイムステップ (Δt) についての応力速度、歪速度を計算し、タイムステップの計算終了後、応力増分、歪増分を計算時間、 t の応力および歪に加算するように設計されている。Table 4.1の方法によれば、弾性率低下により、応力増分は小さくなるが、応力値そのものは低下しない。いま説明を簡単にするため1軸で説明する。時間 t においてクラックしておらず、応力が σ_f であったものが、時間 $t + \Delta t$ でクラックすると、応力増分は $\Delta \sigma = C/E \dot{\epsilon} \Delta t = C/E \Delta \epsilon$ となり、応力 σ は $\sigma = \sigma_f + E/C \Delta \epsilon$ となる。この間の関係を図示すると、Fig. 4.1の如くなる。この図から応力増分は小さくなるが、応力値そのものの低下は起らないことが分るのであろう。

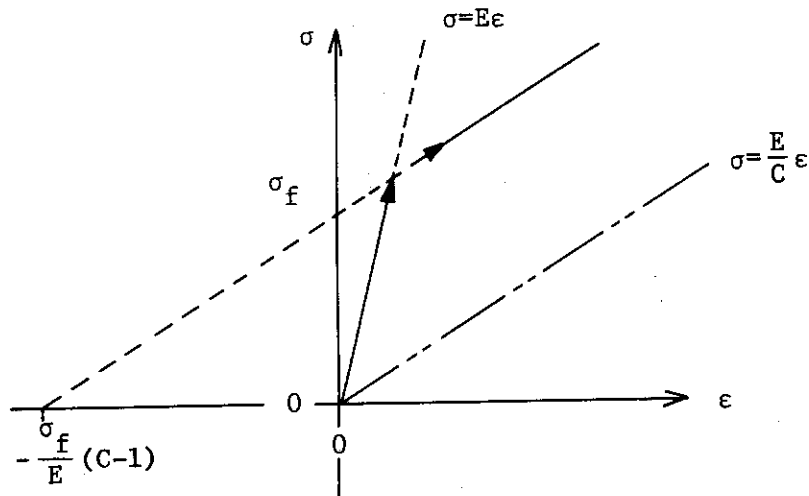


Fig. 4.1

Crack model of CYGRO-3

ii) CYGRO-3 のモデルは、クラックが生じた方向の応力 (σ_i とする) が負になったらヒーリングが完了したと見なし、通常の弾性体と考える。

Fig. 4.1 で見られるように、 $\sigma_i = 0$ になるときの歪は $\epsilon_i = -(\sigma_i/E) \cdot (C_i - 1)$ である。すなわち、歪は負になってヒーリングが完了したことになる。これを、燃料全体の体積変化としてみた場合、次の様なことが起ると考えられる。いま、応力 σ_r, σ_z が負で、 σ_t のみ σ_t より大きい場合を考える。体積変化を ΔV とすると、

$$\Delta V = \Delta \epsilon_r + \Delta \epsilon_t + \Delta \epsilon_z$$

で近似できる ($\epsilon =$ 歪, r, t, z は円柱座標のそれぞれの方向とする)。体積変化 ΔV は、

$$\Delta V = \frac{1}{E} (1 - 2\nu) \Delta \sigma_r + \frac{1}{E} (1 - 2\nu) \Delta \sigma_t + \frac{1}{E} (1 - 2\nu) \Delta \sigma_z + \frac{C'_t}{E} \Delta \sigma_t$$

$$(\because C'_t = C_t - 1) \tag{4.1.4}$$

で表わされる。ここでヒーリングが完了するまでのことを考えると $\Delta \sigma_t < 0$ でなければならない。このため、クラックを起こした方向はかなり大きな (C_t 倍になる) 体積の縮小に寄与することになる。事実、CYGRO-3 のクラックモデルだと燃料の縮小が起る計算結果となる。

上記 i), ii) の検討をもとに、クラックを含んだ FREC-3 の弾性歪速度 $\{ \dot{D}_s^e \}$ を、次の様に与える。

$$\{ \dot{D}_s^e \} = \{ A_{st}^e \} + \{ A_{ss}^e \} \{ \dot{F}_s \} \tag{4.1.5}$$

ここで、

$$\{ A_{st}^e \} = \left\{ \begin{array}{l} (\sigma_r/E) (C_r - 1) / \Delta t \\ (\sigma_t/E) (C_t - 1) / \Delta t \\ (\sigma_z/E) (C_z - 1) / \Delta t \end{array} \right\} \tag{4.1.6}$$

$$\{ A_{ss}^e \} = \begin{bmatrix} C_r / E & -\nu_t / E & -\nu_z / E \\ -\nu_r / E & C_t / E & -\nu_z / E \\ -\nu_r / E & -\nu_t / E & C_z / E \end{bmatrix} \tag{4.1.7}$$

である。クラックがない場合は、 $C_r = C_t = C_z = 1$, $\nu_r = \nu_t = \nu_z = \nu$ (ポアソン比) とする。ある方向 i にクラックが生じるとか生じている場合は、Table 4.2 の様に取り扱う (4.1.6) 式は応力値の低下を実現するために追加した項である。ただし、各方向とも一軸で求めた近似値である。Table 4.2 でクラックがある場合、ポアソン比を修正したのは、(4.1.4) 式でクラックによる体積の縮小を防止するための処置である。 $\nu_i = 0.5$ とすればよいのだが逆マトリックスを取る場合不定形となるのをさけるため $\nu_i = 0.499$ とした。

クラックが生じた場合、(4.1.5) 式で計算し、応力値の低下を計ったが、この結果、歪は不連続に増加する。その間の様子を Fig. 4.2 に示す。クラックが生じると図中の①から②に移る。すなわち、 $\sigma = E\epsilon$ で表わされる線から、 $\sigma = (E/C) \Delta \epsilon + (\sigma_i/C)$ と $\epsilon = (C/E) (\sigma_i + \Delta \sigma)$ で表わされる線に移ることになる。

Table 4.2
Crack model used in FREC-3

Test 1	Previously Uncracked		Previously Cracked	
Test 2	$\sigma_i > \sigma_f$	$\sigma_i \leq \sigma_f$	$\sigma_i \geq 0$	$\sigma_i < 0$
Action	Become Cracked $C_i = M$ $v_i = 0.499$	Remain Uncracked $C_i = 1$ $v_i = v$	Remain Cracked $C_i = M$ $v_i = 0.499$	During Healing $C_i = 1$ $v_i = v$

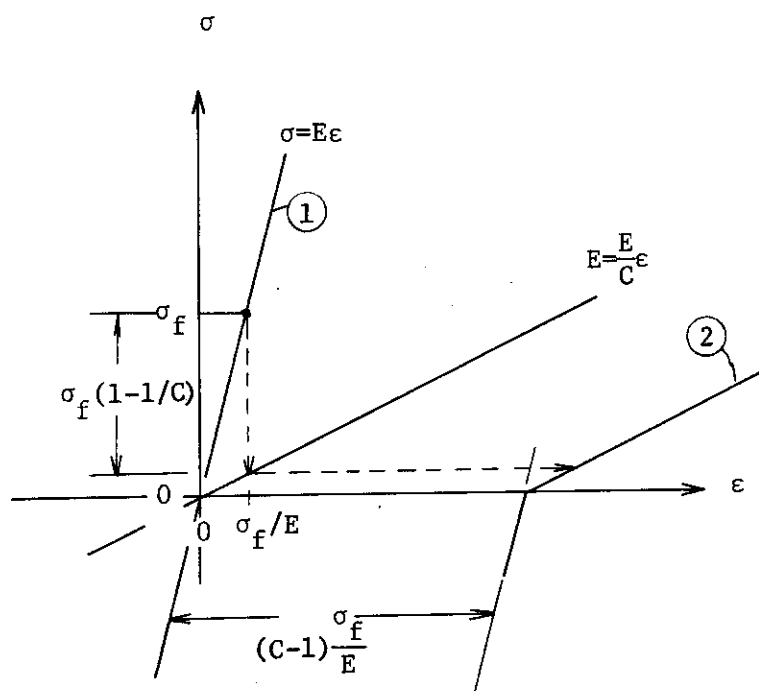


Fig. 4.2

Crack model of FREC-3

4.1.3 ヒーリング

FREC-3のヒーリングモデルは、J. B. Aincough and F. Rigbyの実験式に基づいている。Aincough and Rigbyの実験式⁵⁾は、 UO_2 ペレットのクラックが完全に癒着するまでの時間(t_h)を

$$t_h = 1.8 \times 10^{-6} \exp(32000/T) / P \quad (4.1.8)$$

で表わしている。ここで、

t_h = クラックが完全に癒着する時間 (hr)

T = クラック面の温度 (°K)

P = クラック面に作用する圧縮応力 (MPa)

である。

FREC-3は、タイムステップに応じて計算時間を進めるものであり、各タイムステップ毎に温度も応力も異なる。そこで、FREC-3のヒーリングモデルは次の様に構成した。

- 1) クラック面に垂直な方向の応力が圧縮側になったら、ヒーリングが開始される。
- 2) クラックを含むリングの温度および応力より (4.1.8) 式で t_h を計算する。
- 3) タイムステップ Δt と t_h の比 ($\Delta t / t_h$) を作り、この比の加算値、 $\sum_i (\Delta t / t_h)$ を求める。
- 4) $\sum_i (\Delta t / t_h) = 1$ になったらヒーリング完了とみなす。もちろん、途中で状態が変り応力が引張りになったら、クラック発生の初期状態にもどされる。

(4.1.8) 式で応力が 1 MPa (10.2 kg/cm²) で温度が 2000 °C, 1800 °C のときヒーリング時間はそれぞれ 2.341, 9.11 (hr) となる。

4.2 熱膨脹歪速度

熱膨脹による歪速度は次のように与えられる。

$$\{\dot{D}_s^t\} = \begin{Bmatrix} R\alpha_r \\ R\alpha_c \\ R\alpha_z \end{Bmatrix} \alpha \dot{T}_{ave} \quad (4.2.1)$$

ここで、 $R\alpha_r$, $R\alpha_c$, $R\alpha_z$ は膨脹歪の半径、円周および軸方向についての異方性の係数である。もし、等方性物性ならば、 $R\alpha_r = R\alpha_c = R\alpha_z = 1$ である。 α は線熱膨脹係数 (温度の函数) であり、 \dot{T}_{ave} はリングの平均温度の時間 Δt における変化率である。

4.3 塑性およびクリープ歪速度

プログラムは、塑性とクリープ歪速度を統一して扱う。修正されたプラントル・ロイス則により、(2.2.7) 式の塑性とクリープによる歪速度の項 $\{\dot{D}_s^{pc}\}$ は次のように表わされる。

$$\{\dot{D}_s^{pc}\} = \{C_{sg}\} \dot{\epsilon}_g \quad (4.3.1)$$

ここで、 $\dot{\epsilon}_g$ は、単軸に関する塑性あるいはクリープの歪速度である。 $\{C_{sg}\}$ は、

$$\{C_{sg}\} = \begin{Bmatrix} \frac{1}{(RP+P)\sigma_g} \{(R+P)\sigma_r - R\sigma_c - P\sigma_z\} \\ \frac{1}{(RP+P)\sigma_g} \{(RP+R)\sigma_c - RP\sigma_z - R\sigma_r\} \\ \frac{1}{(RP+P)\sigma_g} \{(P+RP)\sigma_z - P\sigma_r - RP\sigma_c\} \end{Bmatrix} \quad (4.3.2)$$

である。マトリックス $\{C_{sg}\}$ の成分を加算したのは 0 となり、塑性変形は体積変化を伴わないという仮定を満足する。 σ_g は相当応力で、 R , P という異方性パラメータにより、相当応力

σ_g は

$$\sigma_g = \frac{1}{(RP+P)^{1/2}} \{ R(\sigma_r - \sigma_c)^2 + RP(\sigma_c - \sigma_z)^2 + P(\sigma_z - \sigma_r)^2 \}^{1/2} \quad (4.3.3)$$

で表わされると考える。以下、 $\dot{\epsilon}_g$ を求める方法、および $\dot{\epsilon}_g$ を応力と関係づけて $\{ \dot{D}_g^{pc} \}$ を定める方法について述べる。

4.3.1 降伏応力

多くの金属材料の一軸引張試験の結果は、応力 σ と歪 ϵ について、

$$\sigma = K \epsilon^\mu \quad (4.3.4)$$

と表わされる。⁶⁾ここで K および μ は定数である。 μ は歪硬化指数 (strain hardening exponent) とよばれている。

プログラムでは、これを ϵ について解き、かつ次のような形に修正して使用する。

$$\epsilon_{SH} = 10^P \left(\frac{\sigma}{1000} \right)^Q \quad (4.3.5)$$

ここで、 σ の単位は psia とする。 P 、 Q は照射量、温度に依存した係数と考える。 ϵ_{SH} は、全塑性歪から定常クリープ等によって生じた歪を差引いた歪とし、かつ“加工硬化歪 (strain hardening strain)”と呼ぶことにする。これは、定常クリープ状態では、回復クリープ (recovery creep) によって、降伏応力の増加が抑えられる⁶⁾ということを考慮したものである。

プログラムは、後に述べる方法により、 ϵ_{SH} を算出し、これを基に (4.3.5) を σ について解いた値を降伏応力 σ_y と考える。すなわち、

$$\sigma_y = 1000 \left(\frac{\epsilon_{SH}}{10^P} \right)^{1/Q} \quad (4.3.6)$$

とする。

4.3.2 クリープ歪速度

構造材料の一軸における定常クリープ速度 ($\dot{\epsilon}_c$) は、しばしば 次の Bailey - Norton のクリープ法則で表わされる。すなわち、

$$\dot{\epsilon}_c = \frac{1}{\tau} \left[\frac{\sigma}{\sigma_n(T)} \right]^{n(T)} \quad (4.3.7)$$

である。⁷⁾ここで、 n 、 $\sigma_n(T)$ は温度依存の関数である。 τ は、クリープ・パラメータ σ_n に応力の次元をもたせるために導入された時間の単位をもつ一定量である。

プログラムでは、これを次のような形に修正して使用する。すなわち、

$$\dot{\epsilon}_c = 10^C \left(\frac{\sigma}{1000} \right)^G \quad (4.3.8)$$

で表わされるとする。この式の C 、 G も照射量および温度に依存した係数と考える。

第1期クリープを含むひずみ硬化クリープ法則は、

$$\dot{\epsilon}_c = \frac{1}{\tau} \left(\frac{\sigma}{\sigma_m} \right)^m \{ \epsilon_c \}^{-\mu} \quad (4.3.9)$$

あるいは,

$$\frac{d}{dt} \{ \epsilon_c \}^{1+\mu} = \frac{1+\mu}{\tau} \left(\frac{\sigma}{\sigma_m} \right)^m \quad (4.3.10)$$

と書き表わすことができる。⁷⁾ここで、 τ , σ_m , m の定義は、先の(4.3.7)式と同じである。 μ は(4.3.4)式と同じく歪硬化指数 (strain-hardening exponent) とよばれる。特に $\mu \rightarrow 0$ のとき、この式は第2期クリープに対するBailey-Nortonの法則に一致する。

これに対しても、プログラムでは次の形に変形して使用する。すなわち、

$$\dot{\epsilon}_c = 10^x \left(\frac{\sigma}{1000} \right)^w \epsilon_{SH}^z \quad (4.3.11)$$

とする。

ジルカロイに関するクリープ歪速度の関係式が燃料についても成立すると考え、燃料、被覆共同の方法でクリープ歪速度を計算する。

Nichols によって提案された方法⁸⁾によってクリープ歪速度を評価する。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} \dot{\epsilon}_{int} &= f(\epsilon_{int}, \sigma, \text{parameters } v, w, x, y, z) \\ \dot{\epsilon}_{th} &= f(\epsilon_{SH}, \sigma, \text{parameters } v, w, x, y, z) \\ \dot{\epsilon}_{climb} &= D \sigma^n \phi \\ \dot{\epsilon}_{gr} &= B \sigma \phi + B' \sigma \phi [1 - \exp\{-k(nvt)\}] \end{aligned} \right\} \quad (4.3.12)$$

である。ここで、関数 f は(4.3.11)式と同じであると仮定する。 $\dot{\epsilon}_{int}$ は、加工硬化歪がなく($\epsilon_{SH} = 0$)、照射を受けていないとき(初期状態)の歪速度である。これは、(4.3.11)式にみる如くべき関係のため、 $\epsilon_{SH} = 0$ で関数が発散するのを防止する。 $\dot{\epsilon}_{th}$ は加工硬化歪を含んだ炉外での歪速度である。 $\dot{\epsilon}_{climb}$ は照射によって引き起されたりその他の障害をうかいる転位による歪速度である。 $\dot{\epsilon}_{gr}$ は、照射成長に含まれる過程に似た過程による付加的なクリープ項である。 ϕ は高速中性子束($> 1 \text{ MeV}$)で単位は($\text{n/cm}^2 \text{ sec}$)である。 nvt はその中性子束の時間積分である。定数 D , n , B , B' と k は定数である。

これらによる、全クリープ歪速度($\dot{\epsilon}_c$)は、

$$\dot{\epsilon}_c = \left(\frac{1}{\dot{\epsilon}_{int} + \dot{\epsilon}_{th} + \dot{\epsilon}_{climb}} \right)^{-1} + \dot{\epsilon}_{gr} \quad (4.3.13)$$

で表わされる。しかしながら、上式の右辺第1項のうち最も支配的なものを取り出すことにする。すなわち、

$$\dot{\epsilon}_c = \dot{\epsilon}_{gr} + \min \{ \dot{\epsilon}_{int}, \max(\dot{\epsilon}_{climb}, \dot{\epsilon}_{th}) \} \quad (4.3.14)$$

とする。

4.3.3 加工硬化歪速度

前小節4.3.2の(4.3.14)式で与えられるクリープ歪速度の式は、第2次クリープ歪速度を含

んでいる。第2次クリープ歪は、降伏応力を増加させないと考えられるので、加工硬化歪速度は(4.3.14)式でえられたクリープ歪速度から降伏応力の増加を回復される歪速度($\dot{\epsilon}_R$)を差引かねばならない。すなわち、

$$\dot{\epsilon}_{SH} = \dot{\epsilon}_c - \dot{\epsilon}_R \quad (4.3.15)$$

である。また、回復歪速度は次の如く与えられると仮定する。

$$\dot{\epsilon}_R = 10^v \epsilon_{SH}^y \quad (4.3.16)$$

プログラムの入力として、現実に最も入手可能なデータは、1) 降伏応力(σ_y)と加工硬化歪(ϵ_{SH})の関係式(4.3.6)のP, Q, 2) 定常クリープ歪速度を与える関係式(4.3.8)式のC, Gである。一方、第1次クリープを考慮したとき、(4.3.11)式に必要な指数x, y, z および(4.3.16)式のv, y が決定されねばならない。そこで、これら指数P, Q, C, Gからx, y, z, v, y を決定することを考える。

もし、第2次の定常クリープ状態であれば、クリープ歪は回復され、加工硬化歪の増加はない($\dot{\epsilon}_{SH} = 0$)。また、このとき、クリープ歪速度は、(4.3.8)式で与えられる。すなわち、

$$\dot{\epsilon}_R = \dot{\epsilon}_c = 10^c \left(\frac{\sigma}{1000} \right)^G \quad (4.3.17)$$

となる。一方、応力 σ と加工硬化歪の間には、(4.3.6)式が成立している。すなわち、

$$\epsilon_{SH} = 10^P \left(\frac{\sigma}{1000} \right)^Q \quad (4.3.18)$$

である。

いま、(4.3.17)式の $\dot{\epsilon}_R$ と $\dot{\epsilon}_c$ に、(4.3.16)式と(4.3.11)式をそれぞれ代入し、 ϵ_{SH} を求めると、

$$\epsilon_{SH} = 10^{\frac{x-v}{y-z}} \left(\frac{\sigma}{1000} \right)^{\frac{w}{y-z}} \quad (4.3.19)$$

がえられる。この ϵ_{SH} を再び $\dot{\epsilon}_c$ を与える(4.3.11)式あるいは $\dot{\epsilon}_R$ を与える(4.3.16)式に代入することにより、

$$\dot{\epsilon}_R = \dot{\epsilon}_c = 10^{(xy-zv)/(y-z)} \left(\frac{\sigma}{1000} \right)^{wy/(y-z)} \quad (4.3.20)$$

がえられる。

このえられた(4.3.20)式と(4.3.8)式および(4.3.19)式と(4.3.18)式を比較することにより、係数間の関係式として、

$$\left. \begin{aligned} C &= (xy - zv) / (y - z) \\ G &= wy / (y - z) \\ P &= (x - v) / (y - z) \\ Q &= w / (y - z) \end{aligned} \right\} \quad (4.3.21)$$

がえられる。これを逆に解くことにより、

$$\left. \begin{aligned} v &= C - PG/Q \\ w &= G - Qz \\ x &= C - Pz \\ y &= G/Q \end{aligned} \right\} \quad (4.3.22)$$

がえられる。

与えられるデータは C, G, P, Q 4 個の値であり, 必要とする値は v, w, x, y, z の 5 個である。すなわち, 必要な値のうちどれか 1 個は未定となるので, 例えば必要な値を (4.3.22) 式の如く与える場合には, z すなわち, 歪硬化指数は別途入力等与える必要がある。しかし (4.3.4) および (4.3.9) 式に使用される歪硬化指数が等しいならば, $z = 1/Q$ である。プログラムでは z の値が入力で特に与えられない限り, $z = -1/Q$ とおかれる。

4.3.4 塑性歪速度

相当応力 σ_g が, (4.3.6) 式で与えられる降伏応力 σ_y をこえたときは, 塑性領域にあると考える。そのとき塑性歪は (4.3.5) 式で与えられる $\epsilon_p = 10^p (\sigma_g/1000)^Q$ の曲線上にあると仮定すると塑性歪速度 $\dot{\epsilon}_p$ は次のように表わされる。

$$\dot{\epsilon}_p = \frac{\partial \epsilon_p}{\partial \sigma_g} \cdot \dot{\sigma}_g \quad (4.3.23)$$

塑性領域でも加工硬化歪 ϵ_{SH} は, 温度による回復があるものとする。すなわち, 加工硬化歪速度 $\dot{\epsilon}_{SH}$ は,

$$\dot{\epsilon}_{SH} = \dot{\epsilon}_p - \dot{\epsilon}_R \quad (4.3.24)$$

で表わされるとする。ここで, $\dot{\epsilon}_R$ は回復歪速度で, 次のように表わされると仮定する。⁹⁾

$$\dot{\epsilon}_R = K \exp\left(-\frac{Q_{act}}{RT}\right) \epsilon_{SH} \quad (4.3.25)$$

ここで, K は定数, Q_{act} は活性化エネルギー, R は気体定数, T は温度である。

4.3.5 歪速度マリックス

$\dot{\epsilon}_g$ は最初に述べたように塑性とクリープによる歪速度である。(4.3.3) 式で与えられる相当応力 σ_g が (4.3.6) 式によって決まる降伏応力 σ_y 以下ならばクリープ変形が生じると考える。そのときのクリープ歪速度, $\dot{\epsilon}_c$ は (4.3.14) 式で, 加工硬化歪速度 $\dot{\epsilon}_{SH}$ は (4.3.15) および (4.3.16) 式からえられる。降伏応力以上ならば, 塑性領域にあると考え, 塑性歪速度 $\dot{\epsilon}_p$ は (4.3.23) 式で与えられ, 加工硬化歪速度 $\dot{\epsilon}_{SH}$ は (4.3.24) および (4.3.25) 式からえられる。すなわち, $\dot{\epsilon}_g$ は,

$$\dot{\epsilon}_g = \begin{cases} \dot{\epsilon}_c, & \sigma_g \leq \sigma_y \\ \dot{\epsilon}_p, & \sigma_g > \sigma_y \end{cases} \quad (4.3.26)$$

である。

この (4.3.26) 式の $\dot{\epsilon}_g$ を塑性およびクリープ歪速度を与える (4.3.1) 式に代入して歪速度

マトリックスを定めることも可能であるが、プログラムではクリープ歪速度について修正を加えて使用する。その理由はクリープ歪速度を応力速度マトリックスに関係づけるためである。

(1) クリープ歪速度

クリープ歪速度 $\dot{\epsilon}_c$ は (4.3.12) 式にみられるように、

$$\dot{\epsilon}_c = f(\epsilon_{SH}, \sigma_g) \quad (4.3.27)$$

で表わされる。しかしながら、現実の材料についての歪速度は、加工硬化歪 ϵ_{SH} ではなく、2次クリープ歪を含んだ全塑性歪 ϵ_c について与えられる。このようなことを考慮して、プログラムは ϵ_{SH} に代って相当歪 ϵ_ℓ でも $\dot{\epsilon}_c$ が計算できるようになっている。相当歪 ϵ_ℓ は、

$$\epsilon_\ell^2 = \frac{\epsilon_{gr}^2 + \epsilon_{gc}^2 + \epsilon_{gz}^2}{\left(\frac{\partial \sigma_g}{\partial \sigma_r}\right)^2 + \left(\frac{\partial \sigma_g}{\partial \sigma_c}\right)^2 + \left(\frac{\partial \sigma_g}{\partial \sigma_z}\right)^2} \quad (4.3.28)$$

で与えられるとする。ここで、 ϵ_{gr} 、 ϵ_{gc} 、 ϵ_{gz} は (4.3.1) 式の $\{\dot{D}_s^{pc}\}$ の各要素の時間積分値である。

クリープ歪速度の変数に ϵ_ℓ を使った場合、歪速度は、

$$\dot{\epsilon}_c = f(\epsilon_\ell, \sigma_g) \quad (4.3.29)$$

である。クリープ歪速度は (4.3.27) 式か (4.3.29) 式のどちらかによって求められる。

まず、(4.3.29) 式を使用する場合について説明する。時間 t から $t + \Delta t$ について (4.3.29) 式を展開すると、

$$\dot{\epsilon}_c \simeq f_{eg}(\epsilon_\ell, \sigma_g) + \left(\frac{\partial f_{eg}}{\partial \epsilon_\ell} \dot{\epsilon}_\ell + \frac{\partial f_{eg}}{\partial \sigma_g} \dot{\sigma}_g\right) \Delta t \quad (4.3.30)$$

がえられる。ここで、 $\dot{\epsilon}_\ell$ は時間 $t \sim t + \Delta t$ の間応力に変化が生じないとして、(4.3.28) 式を微分することにより、

$$\dot{\epsilon}_\ell = \frac{\epsilon_{gr} \dot{\epsilon}_{gr}}{B \epsilon_\ell} + \frac{\epsilon_{gc} \dot{\epsilon}_{gc}}{B \epsilon_\ell} + \frac{\epsilon_{gz} \dot{\epsilon}_{gz}}{B \epsilon_\ell}$$

がえられる。ここで、

$$B = \left(\frac{\partial \sigma_g}{\partial \sigma_r}\right)^2 + \left(\frac{\partial \sigma_g}{\partial \sigma_c}\right)^2 + \left(\frac{\partial \sigma_g}{\partial \sigma_z}\right)^2 \quad (4.3.31)$$

とする。 $\dot{\epsilon}_\ell$ は、

$$\dot{\epsilon}_\ell = \left(\frac{1}{B \epsilon_\ell}\right) \begin{bmatrix} \epsilon_{gr} & \epsilon_{gc} & \epsilon_{gz} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\epsilon}_{gr} \\ \dot{\epsilon}_{gc} \\ \dot{\epsilon}_{gz} \end{Bmatrix}$$

であり、(4.3.1) 式から、次のように変形できる。

$$\begin{aligned}\dot{\epsilon}_\ell &= \left(\frac{1}{B\epsilon_\ell} \right) \{D_s^{pc}\}^T \{\dot{D}_s^{pc}\} = \left(\frac{1}{B\epsilon_\ell} \right) \{D_s^{pc}\}^T \{C_{sg}\} \dot{\epsilon}_c \\ &= \left(\frac{1}{B\epsilon_\ell} \right) \{C_{sg}\}^T \{D_s^{pc}\} \dot{\epsilon}_c\end{aligned}$$

すなわち、 $\dot{\epsilon}_\ell$ は、

$$\dot{\epsilon}_\ell = C_{\ell g} \dot{\epsilon}_c \quad (4.3.32)$$

と表わされる。ここで、

$$C_{\ell g} = \left(\frac{1}{B\epsilon_\ell} \right) \{C_{sg}\}^T \{D_s^{pc}\} \quad (4.3.33)$$

とする（ただし、この導出においてはクリープのみを考えているので $\dot{\epsilon}_g = \dot{\epsilon}_c$ とした）。これらにより（4.3.30）式中の $\dot{\epsilon}_\ell$ を $\dot{\epsilon}_c$ で表わすことができる。

$\dot{\epsilon}_c$ の時間 $t + \Delta t$ における近似値として、（4.3.30）式より、

$$\dot{\epsilon}_c(t + \Delta t) \cong \left(1 + \frac{\partial f_{eg}}{\partial \epsilon_\ell} C_{\ell g} \Delta t \right) \dot{\epsilon}_c(t) + \frac{\partial f_{eg}}{\partial \sigma_g} \Delta t \dot{\sigma}_g$$

がえられる。ただし、プログラムでは、 $\frac{\partial f_{eg}}{\partial \epsilon_\ell} C_{\ell g} \Delta t \ll 1$ と考え、

$$\dot{\epsilon}_c(t + \Delta t) \cong \frac{\dot{\epsilon}_c(t)}{1 - \frac{\partial f_{eg}}{\partial \epsilon_\ell} C_{\ell g} \Delta t} + \frac{\partial f_{eg}}{\partial \sigma_g} \Delta t \dot{\sigma}_g \quad (4.3.34)$$

とする。

クリープ歪速度として、（4.3.27）式を使用する場合（4.3.30）に対応する式は、

$$\dot{\epsilon}_c(t + \Delta t) \cong f_{eg}(\epsilon_{SH}, \sigma_g) + \left(\frac{\partial f_{eg}}{\partial \epsilon_{SH}} \dot{\epsilon}_{SH} + \frac{\partial f_{eg}}{\partial \sigma_g} \dot{\sigma}_g \right) \Delta t \quad (4.3.35)$$

となる。ここで、 $\dot{\epsilon}_{SH} = \dot{\epsilon}_c - \dot{\epsilon}_R$ であることを考慮すると、（4.3.34）式に対応する式として、

$$\dot{\epsilon}_c(t + \Delta t) \cong \frac{\dot{\epsilon}_c(t)}{1 - \frac{\partial f_{eg}}{\partial \epsilon_{SH}} \Delta t} - \frac{\partial f_{eg}}{\partial \epsilon_{SH}} \Delta t \dot{\epsilon}_R(t) + \frac{\partial f_{eg}}{\partial \sigma_g} \Delta t \dot{\sigma}_g \quad (4.3.36)$$

がえられる。ただし、この式中の $\partial f_{eg} / \partial \epsilon_{SH}$ 、 $\partial f_{eg} / \partial \sigma_g$ と（4.3.34）式中の $\partial f_{eg} / \partial \epsilon_\ell$ 、 $\partial f_{eg} / \partial \sigma_g$ は、全く同一の形式である。

クリープ歪速度は、4.3.2節で述べたようにその状態によって（4.3.12）式中のどれかが（4.3.14）式によって選ばれる。各場合についての、 $\partial f_{eg} / \partial \epsilon_{SH}$ 、 $\partial f_{eg} / \partial \sigma_g$ の値を、Table 4.3 に示す。変数に ϵ_ℓ を使用する（4.3.29）式の場合は、先に述べた理由により、 ϵ_{SH} を ϵ_ℓ に変更すればよい。

Table 4.3

$\partial f_{eg} / \partial \epsilon_{SH}$ and $\partial f_{eg} / \partial \sigma_g$ in equ. (4. 3. 36)

$\dot{\epsilon}_c (= f_{eg}(\epsilon_{SH}, \sigma_g))$	$\partial f_{eg} / \partial \epsilon_{SH}$	$\partial f_{eg} / \partial \sigma_g$
$\dot{\epsilon}_{int} = 10^X \left(\frac{\sigma_g}{1000} \right)^W \epsilon_{int}^Z$	$Z \dot{\epsilon}_{int} / \epsilon_{int}$	$W \dot{\epsilon}_{int} / \sigma_g$
$\dot{\epsilon}_{th} = 10^X \left(\frac{\sigma_g}{1000} \right)^W \epsilon_{SH}^Z$	$Z \dot{\epsilon}_{th} / \epsilon_{SH}$	$W \dot{\epsilon}_{th} / \sigma_g$
$\dot{\epsilon}_{climb} = D \sigma_g^n \phi$	0	$n \dot{\epsilon}_{climb} / \sigma_g$
$\dot{\epsilon}_{gr} = B \sigma_g \phi + B' \sigma_g [1 - \exp\{-k(nvt)\}]$	0	$\dot{\epsilon}_{gr} / \sigma_g$

(2) 塑性歪速度

塑性歪速度は、(4.3.23)式で与えられ、

$$\dot{\epsilon}_p = \frac{\partial \epsilon_p}{\partial \sigma_g} \dot{\sigma}_g$$

$$\epsilon_p = 10^P \left(\frac{\sigma_g}{1000} \right)^Q$$

である。 $\dot{\sigma}_g$ は(4.3.3)式を時間について微分することにより、

$$\dot{\sigma}_g = \{C_{sg}\}^T \{\dot{F}_s\} \tag{4.3.37}$$

である。

(3) この小節で整理した塑性-クリープ歪速度はまとめて

$$\dot{\epsilon}_g = A_{gt} + A_{gg} \{C_{sg}\}^T \{\dot{F}_s\} \tag{4.3.38}$$

と表示することができる。ここで、 A_{gt} 、 A_{gg} はTable 4.4に示す通りである。

構成方程式に組込むべき塑性-クリープ歪速度マトリックスは、(4.3.38)式を(4.3.1)に代入することによってえられる。すなわち、

$$\{\dot{D}_s^{pc}\} = \{A_{st}^{pc}\} + \{A_{ss}^{pc}\} \{\dot{F}_s\} \tag{4.3.39}$$

となる。ここに、

$$\left. \begin{aligned} \{A_{st}^{pc}\} &= \{C_{sg}\} A_{gt} \\ \{A_{ss}^{pc}\} &= \{C_{sg}\} A_{gg} \{C_{sg}\}^T \end{aligned} \right\} \tag{4.3.40}$$

である。

Table 4.4

A_{gt} and A_{gg} in equ. (4. 3. 38)

σ_g		$\dot{\epsilon}_g, \epsilon_p$	A_{gt}	A_{gg}
$\sigma_g \leq \sigma_y$	creep	$\dot{\epsilon}_g = f_{eg}(\epsilon_\ell, \sigma_g)$	$\frac{f_{eg}}{1 - (\partial f_{eg} / \partial \epsilon_\ell) C_{\ell g} \Delta t}$	$\frac{\partial f_{eg}}{\partial \sigma_g} \Delta t$
		$\dot{\epsilon}_g = f_{eg}(\epsilon_{SH}, \sigma_g)$	$\frac{f_{eg}}{1 - (\partial f_{eg} / \partial \epsilon_{SH}) \Delta t} - \frac{\partial f_{eg}}{\partial \epsilon_{SH}} \dot{\epsilon}_R$	$\frac{\partial f_{eg}}{\partial \sigma_g} \Delta t$
$\sigma_g > \sigma_y$	plastic	$\epsilon_p = 10^P \left(\frac{\sigma_g}{1000} \right)^Q$	0	$\frac{\partial \epsilon_p}{\partial \sigma_g}$

4.4 照射成長(スウェリング)による歪速度

スウェリングモデルは固体状核分裂生成物と、気孔（気孔があれば）の体積変化によって起こるとするCYGRO-2のモデルを踏しゅうしている。

スウェリングを起こす物質は気孔を含んだ領域と気孔領域を除いた固体の領域から構成されると考える。固体領域および気孔領域のそれぞれについて体積歪速度を求め、これを応力の主軸方向に配分してスウェリング歪速度を確定する。

プログラムの計算上分割したリングの最初単位体積であったものの体積をVとし、Fig. 4.3に示すようにVのうち気孔に属する部分の体積をV_g、残りの固体部分の体積をV_sとする。さらにV_gは気孔の体積V_{gh}とそのまわりをとりまいた塑性クリープ領域の体積V_{gs}で構成されていると考える。かくして、次のようになる（Fig. 4.3参照）。

$$V = V_g + V_s \tag{4.4.1}$$

$$V_g = V_{gh} + V_{gs}$$

ここで、気孔に属する部分においては、弾性による体積の変化が無視されるものとする。

気孔はいくつかのタイプ（ $1 \leq i \leq N_g$ ）をもつものとする。

気孔の各タイプは、そのタイプiに関する孔の体積V_{ghi}と塑性クリープ領域の体積V_{gsi}から構成されたV_{gi}に属しているものとする。すなわち、

$$V_{gi} = V_{ghi} + V_{gsi} \tag{4.4.2}$$

であり、さらに

$$\left. \begin{aligned} V_g &= \sum_{i=1}^{N_g} V_{gi} \\ V_{gh} &= \sum_{i=1}^{N_g} V_{ghi} \end{aligned} \right\} \tag{4.4.3}$$

$$V_{gs} = \sum_{i=1}^{N_g} V_{gsi}$$

である。\$N_g\$ は気泡のタイプの数である。

4.4.1 固体部分の体積成長速度

固体部分における体積成長速度は、単位体積についての或る基準の温度と圧力における体積成長速度に圧力と温度の補正係数を乗じてえられるものとする。すなわち、\$\dot{V}_{st}\$ を単位体積についての基準温度、圧力における体積成長速度とし、補正係数を \$R_{vp}(R_{ave}, T_{ave})\$ とすれば、単位体積に関する体積成長速度 \$\dot{V}_{su}\$ は、

$$\dot{V}_{su} = R_{vp}(P_{ave}, T_{ave}) \dot{V}_{st}(t) \quad (4.4.4)$$

となる。ここで、\$R_{vp}\$ は Tabular function である。\$T_{ave}\$ はリング内外面の平均温度とする。\$P_{ave}\$ は固体部分にかかる圧縮圧力で、リング内の応力から次式で近似されると仮定する。

$$\begin{aligned} P_{ave} &= -\{R_v\}^T \{F_s\} \\ &= -(R_{vr}\sigma_r + R_{vc}\sigma_\theta + R_{vz}\sigma_z) \end{aligned} \quad (4.4.5)$$

ここで、\$R_{vr}\$、\$R_{vc}\$、\$R_{vz}\$ は半径、円周、軸方向に関する重み係数である。等方的物質については

$$R_{vr} = R_{vc} = R_{vz} = 1/3$$

とする。

この体積成長にはオプションがある。これは Greenwood - Speight の曲線¹⁰⁾ に近似させるためである。

- 1) オプション、\$E_{dogs} = 0\$ の場合
上記 (4.4.5) 式を使用する。

$$\dot{V}_{su} = R_{vp}(P_{ave}, T_{ave}) \dot{V}_{st}(t)$$

- 2) オプション、\$E_{dogs} < 0\$ の場合
体積成長速度 \$\dot{V}_{su}\$ は次式で計算する。

$$V_s + \dot{V}_{su} \Delta t = R_{vp} (V_{st} + \dot{V}_{st} \cdot \Delta t)$$

これより、\$\dot{V}_{su}\$ を求めて、

$$\dot{V}_{su} = \frac{R_{vp} V_{st} - V_s}{\Delta t} + R_{vp} \dot{V}_{st} \quad (4.4.6a)$$

となる。

- 3) オプション、\$E_{dogs} > 0\$ の場合
体積成長速度 \$\dot{V}_{su}\$ は次式で計算する。

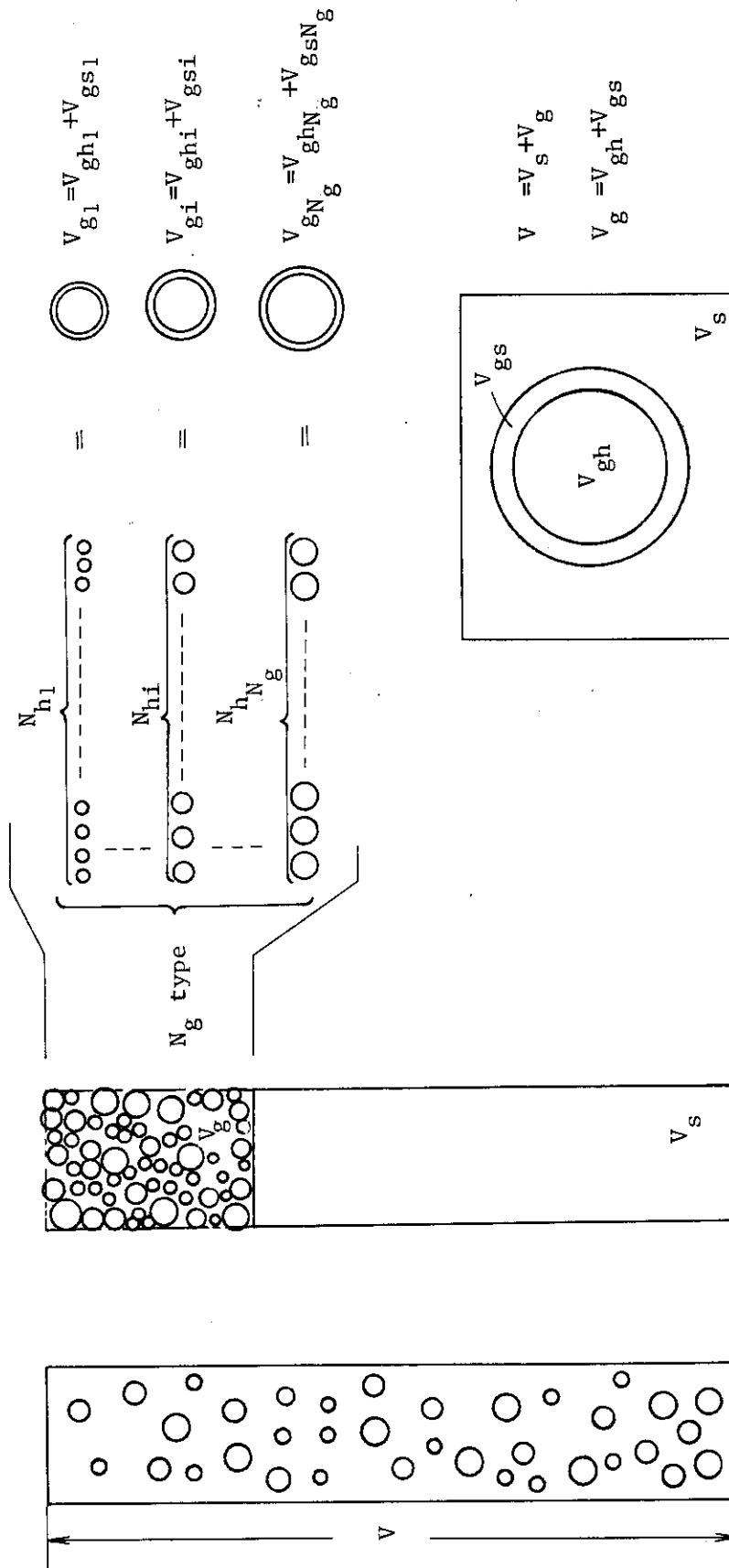


Fig. 4.3

Porous Fuel

$$V_s + \dot{V}_{su} (E_{dops} + \Delta t) = R_{vp} (V_{st} + \dot{V}_{st} \cdot \Delta t)$$

すなわち、 \dot{V}_{su} に時間おくれを考慮するものである。

これより、

$$\dot{V}_{su} = \frac{R_{vp} V_{st} - V_s}{E_{dops} + \Delta t} + R_{vp} \dot{V}_{st} \quad (4.4.6a)$$

となる。

いま求めた固体部分のスウェリングによる体積成長速度 \dot{V}_{su} は、燃料の気孔領域を除いた固体部分の単位体積についてである。最初に述べた燃料内の気孔等の構成に従えば、固体部分の体積成長速度 \dot{V}_s は、体積 V 中の V_s について考えるべきである。しかし、固体部分のスウェリングとして気孔に属する固体部分 V_{gs} をも含めた全固体部分で考える。これより、固体部分の体積成長速度は、

$$\left. \begin{aligned} \dot{V}_s &= \dot{V}_{su} (V_s + V_{gs}) \\ \text{あるいは、} \\ \dot{V}_s &= \dot{V}_{su} (V - V_{gh}) \end{aligned} \right\} \quad (4.4.7)$$

である。 V_{gs} は本来気孔領域に属する体積であり、気孔領域の体積 V_g の中でその体積変化が考慮されねばならないものである。しかし、 V_g の気孔体積変化に関しては、 V_{gs} の体積の変化はないと仮定されるので、(4.4.7)式の如くしても論理上の不統一は起さない。

4.4.2 気孔の体積成長速度

気孔がなければ、気孔体積の変化も考えられないので、これによるスウェリングも考えられない。

気孔がある場合、気孔によるスウェリングとは気孔体積の変化と考えられる。したがって、プログラム全体の構成より、まず求められねばならないものは気孔による体積成長速度である。

気孔についての圧力の平衡は、気孔内の圧力と気孔をとりまく物質内の応力とが均合しなければならぬことである。しかし、この両者をただちに等しいとおくことはできない。例えば、照射初期に燃料が高出力に達したならば、燃料内の応力はかなり高いと考えられるが、気孔の体積は照射初期に製作時の体積と大きく変化しているとは考えられず、またそこに含まれるガス量も製作時に含まれていたガス量とそれ程の相異は生じないであろう。この結果、気孔内の圧力は巨視的にみた燃料内の応力とバランスしないと考えられる。一方、照射後期では、気孔内圧力は相当大きくなると考えられているが、燃料内に発生している巨視的にみた応力は気孔内圧力に均合う程大きくない。

そこで、気孔内外の圧力の均合を保持する層が気孔まわりに存在すると考える。この気孔に属する固体部分内の応力分布によって気孔領域全体の圧力の均合が成立すると考える。

問題はいかに気孔まわりの固体部分での応力分布を定式化するかと云うことになる。しかし、気孔およびそのまわりの固体部分が最も簡単な球形と仮定してもそれ程単純ではない。そこで、

式の導出を行うに先立ちこのモデルの概要について記述しておく。

気孔によるスウェリング歪速度を定めるためには、その前段階として気孔領域の体積成長速度 \dot{V}_{gi} を必要とする。

この体積成長速度を求めるため、まず気孔に属する固体部分に関する内外の境界条件を考える。この固体部分の外側は、先の(4.4.5)式で評価される圧力がかかるとする。内側は、気孔内の圧力を固体とガスの界面における表面張力で修正した圧力とする。なお、時間 $t \sim t + \Delta t$ の間に気孔に流入するガス量によってガス量の変化があると考ええる。

気孔領域は球形であると仮定し、その領域全体の体積変化を考える。まず、気孔に属する固体部分の変形について、弾性歪を無視する。変形は塑性とクリープのみによって起るとすると、この部分での変形による体積変化はないと仮定できる。その結果、気孔領域の体積変化速度 \dot{V}_{gi} は気孔の体積変化 \dot{V}_{ghi} に等しいとおくことができる。

これらの仮定等に基づき気孔まわりの相当歪速度 $\dot{\epsilon}_{gi}$ が求められ、さらにこれは \dot{V}_{gi} で表わすことが可能となる。固体部分の相当応力が σ_{gi} であるとする、先に求めた $\dot{\epsilon}_{gi}$ より気孔に属する固体部分領域全体についての歪エネルギーの変化率がえられる。歪エネルギー変化率を境界条件よりえられる外部仕事率に等しいとおくことにより、気孔に属する固体部分の平衡方程式がえられる。さらに、この固体部分の応力は降伏応力以上にならないとの仮定、および4.3節で述べたクリープ歪速度と降伏応力についての関係式を導入することによって相当応力 σ_{gi} を \dot{V}_{gi} の関数として表わすことが可能になる。

この結果、気孔に属する固体部分の平衡方程式は、時間 t における既知なる数値と求めるべき体積成長速度 \dot{V}_{gi} の関数として表わされる。

平衡方程式の時間変化をとり、かつ \dot{P}_{ave} (外側の境界条件のタイムステップ Δt 中の変化) を一旦無視してくりかえし法によって \dot{V}_{gi} の近似値 \dot{V}'_{gi} を計算する。この近似値 \dot{V}'_{gi} より、求めるべき体積成長速度 \dot{V}_{gi} が、先に無視した \dot{P}_{ave} との関係式として定式化される。

スウェリングによる歪速度は、求めた体積成長速度を各応力方向に分配することによって定める。

a) 気孔の個数および気孔半径

気孔がなければ、当然のことながら、 $N_g = 0$ (気孔の数) であり、 V_g も常時0であるので、体積成長速度は、

$$\dot{V}_g = 0 \quad (4.4.8)$$

である。

気孔が存在する場合、気孔のタイプ i ($i = 1, 2, \dots, N_g$) について、気孔の領域中の固体状の部分は非圧縮性 (体積が変化しない) と仮定する。その結果、

$$\dot{V}_{gsi} = 0$$

となり、 $V_{gi} = V_{ghi} + V_{gsi}$ であるから

$$\dot{V}_{gi} = \dot{V}_{ghi} \quad (4.4.9)$$

となる。すなわち、 V_{gsi} は常に一定値を保つものと考えているので、 V_{ghi} は V_{gi} の関数となる。

$$V_{ghi} = V_{gi} - V_{gsi} = f_{vgh}(V_{gi}) \quad (4.4.10)$$

N_{hi} を体積 V_{gi} 中の気孔の総数とする。気孔の総数は時間の経験的関数として各リング中で変化する。これをプログラムでは、次のように処理する。いま最初の単位体積 V 当りの気泡の個数についての参考値を $N_{hi}(\text{ref})$ 、 N_{nht} を N_{hi} を決定するためのオプションとする。ただし、次節に述べる気孔の移動を考えるときには、このオプションはスキップすることが望ましい。

1) $M_{nht} = 0$ のとき

N_{hi} は各リングについていつでも

$$N_{hi} = N_{hi}(\text{ref})$$

とおかれる。

2) $M_{nht} = +1$ のとき、

$$N_{hi} = N_{hi}(\text{ref}) R_{gasn}(T_{ave})$$

とおきなおす。ただし、 $R_{gasn}(T_{ave})$ は Tabulated function である。

3) $M_{nht} = -1$ のとき

$$N_{hi} = \left\{ \begin{array}{l} \text{前回の } N_{hi} \\ N_{hi}(\text{ref}) R_{gasn}(T_{ave}) \end{array} \right\} \text{の最小値}$$

をとる。

気孔および気孔領域の形状は球形であると仮定する。したがって、気孔に属する固体部分の形状は中空円球である。

R_{ai} を体積 V_{gi} 中の気泡の半径とすると、

$$V_{ghi} = N_{hi} \times \frac{4}{3} \pi R_{ai}^3 \quad (4.4.11)$$

が成立する。(4.4.10)式を使って R_{ai} を求めれば、

$$R_{ai} = \left[\frac{V_{ghi}}{4\pi N_{hi}/3} \right]^{1/3} = \left[\frac{f_{vgh}(V_{gi})}{4\pi N_{hi}/3} \right]^{1/3} = f_{rd}(V_{gi}) \quad (4.4.12)$$

となり、 V_{gi} の関数として R_{ai} を定義することができる。

b) 気孔に属する固体部分の境界条件

気孔および気孔領域の形状は球形であると仮定された。したがって、気孔に属する固体部分の形状は中空円球である。

この固体部分の外面にかかる圧力、すなわち外面の境界条件は、先の(4.4.5)式で評価されるとする。

内面の境界条件は、気孔内圧より以下のように評価される。

M_{gi} を気孔体積 V_{ghi} 中のガスのモル数とする。ガスの量は核分裂によって増加し、物質からの漏洩によって減少する。経験上この関係は、

$$\dot{M}_{gi} = A_m \dot{F} - B_m M_{gi} D_{ft}(F, T_{ave}) \quad (4.4.13)$$

が成立する。ここで、

F = 積分した核分裂数 (fission/cc.)

\dot{F} = 核分裂数 (fission/cc. sec)

A_m = ガス生成率 (moles/fission)

B_m = ガス放出係数

D_{ft} = 放出に関する F と T_{ave} による tabular function

時間 t におけるガス量は、(4.4.13) 式を積分して決定される。

ガスのモル数を使用し、タイプ i の気孔中の圧力 P_{gi} は、ファン・デア・ヴァルスの式によって計算される。

$$P_{gi} = \frac{(T_{ave} + T_{abs}) R_{vdw}}{(V_{ghi}/M_{gi}) - A_{vdw}} - \frac{B_{vdw}}{(V_{ghi}/M_{gi})^2} \quad (4.4.14)$$

ここで、 R_{vdw} , A_{vdw} , B_{vdw} はガス定数であり、 T_{abs} は絶対温度 273.16 °C である。

再び (4.4.14) 式を (4.4.10) 式を使って書いてみると、

$$P_{gi} = \frac{(T_{ave}(t) + T_{abs}) R_{vdw}}{\frac{f_{vgh}(V_{gi})}{M_{gi}(t)} - A_{vdw}} - \frac{B_{vdw}}{\left[\frac{f_{vgh}(V_{gi})}{M_{gi}(t)} \right]^2}$$

$$= f_{pg}(V_{gi}, t) \quad (4.4.15)$$

となり、これは、 V_{gi} , t の関数である。気孔のいくつかのタイプは $M_{gi}(t) = 0$ の製作気孔を表わしている。そのようなものについては、

$$f_{pg}(V_{gi}, t) = 0$$

である。 $M_{gi}(t)$ が正であれば、気孔の体積 V_{ghi} は P_{gi} が決して負にならないということにより制限される。

気孔上の表面張力の結果として、半径 R_{ai} での固体部分と気孔の境界における圧力 P_{ai} は、Fig. 4.4(b) に示すように次の平衡方程式によって表わされる。

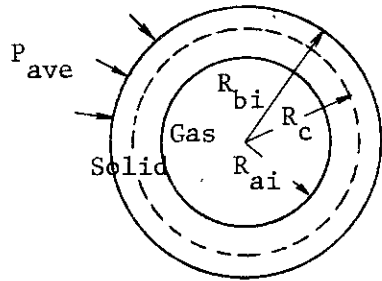
$$\pi R_{ai}^2 (P_{gi} - P_{ai}) = 2\pi R_{ai} r \quad (4.4.16)$$

これより、

$$P_{ai} = P_{gi} - \frac{2r}{R_{ai}}$$

$$= f_{pg}(V_{gi}, t) - \frac{2r}{f_{ra}(V_{gi})} \quad (4.4.17)$$

がえられる。ここで、 r は表面張力とする。



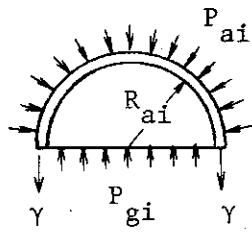
$$V_{ghi} = [(4\pi/3)R_{ai}^3]N_{hi}$$

$$V_{gi} = [(4\pi/3)R_{bi}^3]N_{hi}$$

$$V_c = [(4\pi/3)R_c^3]N_{hi}$$

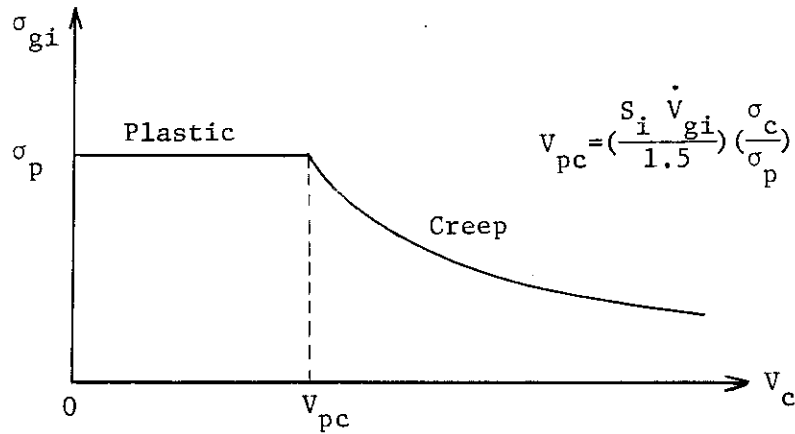
$$V_{ghi} \leq V_c \leq V_{gi}$$

(a) Gas Pore and Associated Volume



$$P_{ai} = P_{gi} - \frac{2\gamma}{R_{ai}}$$

(b) Surface Tension



(c) Equivalent Stress vs Volume

Fig. 4.4

Gas Pores

c) 気孔に属する固体部分の歪速度

R_c を体積 V_{gi} 中の気孔の中心から測った半径とし, V_c を半径 R_c の球 N_{hi} 個を合体させたときの体積とすれば (Fig. 4.4(a)参照),

$$V_c = N_{hi} \times \frac{4\pi}{3} R_c^3 \quad (4.4.18)$$

が成立する。これを微分することにより,

$$\dot{V}_c = 4\pi N_{hi} R_c^2 \dot{R}_c$$

がえられる。これを再び (4.4.18) 式を使って変形すると,

$$\dot{R}_c / R_c = \dot{V}_c / (3V_c) \quad (4.4.19)$$

が成立する。

固体状の部分の体積 $V_{g_{si}}$ は非圧縮性と仮定しているので,

$$\dot{V}_c = \dot{V}_{gi} \quad (V_{ghi} \leq V_c \leq V_{gi}) \quad (4.4.20)$$

である。(4.4.19) 式は,

$$\dot{R}_c / R_c = \dot{V}_{gi} / (3V_c) \quad (4.4.21)$$

になる。固体状の部分の体積に変化はないという仮定, および半径 R_c に垂直な二つの主軸方向の歪速度は等しく (4.4.19) 式によって与えられることから, 固体部分の体積歪速度は,

$$\dot{\epsilon}_{ri} + \frac{\dot{R}_c}{R_c} + \frac{\dot{R}_c}{R_c} = 0$$

と書ける。ここで, $\dot{\epsilon}_{ri}$ は半径方向の歪速度とする。再び (4.4.21) 式を使って,

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_{ri} &= -2 \dot{R}_c / R_c \\ &= -\dot{V}_{gi} / (1.5 V_c) \end{aligned} \quad (4.4.22)$$

がえられる。

気孔のまわりの歪の解析上, 弾性歪は無視できるものとすれば, 塑性クリープに関する相当歪速度 $\dot{\epsilon}_{gi}$ は次式によって与えられる。

$$\dot{\epsilon}_{gi} = \left[\frac{2}{3} \left\{ \dot{\epsilon}_{ri}^2 + \left(\frac{\dot{R}_c}{R_c} \right) + \left(\frac{\dot{R}_c}{R_c} \right)^2 \right\} \right]^{1/2} \quad (4.4.23)$$

(4.4.21), (4.4.22) 式を使って,

$$\dot{\epsilon}_{gi} = S_i \dot{V}_{gi} / (1.5 V_c) \quad (4.4.24)$$

となる。ここで,

$$S_i = \text{sign of } \dot{V}_{gi}$$

とする。これは $\dot{\epsilon}_{gi}$ の値が正でなければならないということに基づいている。

d) 気孔に属する固体部分の平衡方程式

気孔の体積変化における基本的問題は、圧力の変化率 \dot{P}_{ave} の線型函数として気孔体積成長速度、 \dot{V}_g を表示することであるが、これを求めるため気孔に属する固体部分の平衡方程式を考える。これは、外部荷重、および先に求めた相当歪速度と相当応力の導入によって求められる。

σ_{gi} を相当応力とする。これに歪速度 $\dot{\epsilon}_{gi}$ を乗じるとリング物質の最初の単位体積当りの塑性クリープ仕事率が得られる。体積 V_{gi} 中の固体部分の体積 V_{gsi} の歪エネルギーの全変化率は

$$\begin{aligned} \dot{W}_i &= N_{hi} \int_{R_{ai}}^{R_{bi}} \sigma_{gi} \dot{\epsilon}_{gi} 4\pi R_c^2 dR_c \\ &= \int_{R_{ai}}^{R_{bi}} \sigma_{gi} \dot{\epsilon}_{gi} N_{hi} \cdot 4\pi R_c^2 dR_c \\ &= \int_{V_{ghi}}^{V_{gi}} \sigma_{gi} \dot{\epsilon}_{gi} dV_c \end{aligned} \quad (4.4.25)$$

である。(4.4.24) 式を代入すると、

$$\dot{W}_i = S_i \dot{V}_{gi} / 1.5 \int_{V_{ghi}}^{V_{gi}} (\sigma_{gi} / V_c) dV_c \quad (4.4.26)$$

となる。これは境界の圧力 P_{ai} と P_{ave} によって固体部分の体積 V_{gsi} になされる外部仕事率に等しくなければならない、すなわち、

$$\dot{W}_i = P_{ai} \dot{V}_{ghi} - P_{ave} \dot{V}_{gi} \quad (4.4.27)$$

となるが、 $\dot{V}_{ghi} = \dot{V}_{gi}$ であるから

$$\dot{W} = (P_{ai} - P_{ave}) \dot{V}_{gi} \quad (4.4.28)$$

となる。この式と先の(4.4.26)式より、

$$P_{ai} - P_{ave} = (S_i / 1.5) \int_{V_{ghi}}^{V_{gi}} (\sigma_{gi} / V_c) dV_c \quad (4.4.29)$$

がえられる。これが気孔に属する固体部分の平衡方程式である。 $V_{gi} \geq V_{ghi}$ 、 $\sigma_{gi} \geq 0$ であるので、体積成長速度 \dot{V}_{gi} の符号 S_i は $P_{ai} - P_{ave}$ の符号と等しくなければならない。 $P_{ai} > P_{ave}$ のときは体積 V_{gi} は膨張、 $P_{ai} < P_{ave}$ であれば体積 V_{gi} は縮少している。

e) 気孔に属する固体部分の相当応力

気孔に属する固体部分の相当応力 σ_{gi} の評価を考える。 σ_{gi} は降伏応力として、4.3節に述べた(4.3.5)式の一軸に関する引張り試験の式が適用できるとする。いま、永久歪 0.2% オフセットにおける降伏応力 σ_y は次式によって与えられる。

$$0.002 = 10^P (\sigma_y / 1000)^Q$$

もし、 σ_{gi} が降伏応力以下であれば、固体部分はクリープ変形の領域にあると考える。クリープ歪速度を定めるためには応力を定めねばならないが、この応力として(4.4.29)式の平衡方程式を使い平均相当応力をとる。すなわち、(4.4.29)式の右辺に積分に関する平均値の定理を適用すると、まず

$$\int_{V_{ghi}}^{V_{gi}} (\sigma_{gi}/V_c) dV_c = \bar{\sigma}_{gi} \int_{V_{ghi}}^{V_{gi}} dV_c/V_c$$

$$= \bar{\sigma}_{gi} \ell n (V_{gi}/V_{ghi})$$

であるから、(4.4.29)式は、

$$P_{ai} - P_{ave} = (S_i/1.5) \bar{\sigma}_{gi} \ell n (V_{gi}/V_{ghi})$$

となる。これより平均相当応力 σ_{gave} として、

$$\sigma_{gave} = \bar{\sigma}_{gi} = \frac{1.5 S_i (P_{ai} - P_{ave})}{\ell n (V_{gi}/V_{ghi})} \quad (4.4.30)$$

が求まる。そして、この σ_{gave} に対応するクリープ歪速度 $\dot{\epsilon}_y$ が4.3節の(4.3.8)式より、

$$\dot{\epsilon}_y = 10^6 (\sigma_{gave}/1000)^G \quad (4.4.31)$$

として求まる。しかしながら、気孔まわりの固体部分の塑性応力 σ_p とクリープ係数 σ_c を決定するについては、取扱いの自由度を持たせるため、さらに任意の係数 R_{sp} と R_{sc} を導入する。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} \sigma_p &= R_{sp} \sigma_y \\ \sigma_c &= R_{sc} \sigma_{gave} / \dot{\epsilon}_y \end{aligned} \right\} \quad (4.4.32)$$

とする。これらの係数は、次の関係式によって相当応力 σ_{gi} を相当歪速度 $\dot{\epsilon}_g$ に関係づけるために使用される。

$$\sigma_{gi} = \begin{cases} \sigma_p & , \sigma_p \leq \sigma_c \dot{\epsilon}_g \\ \sigma_c \dot{\epsilon}_g & , \sigma_p > \sigma_c \dot{\epsilon}_g \end{cases} \quad (4.4.33)$$

ここで、 $\dot{\epsilon}_g$ を(4.4.24)式の $\dot{\epsilon}_{gi}$ でおき直すと、

$$\sigma_{gi} = \begin{cases} \sigma_p & , V_c \leq V_{pc} \\ \sigma_p V_{pc}/V_c & , V_c > V_{pc} \end{cases} \quad (4.4.34)$$

となる。ここで、 V_{pc} とは、

$$V_{pc} = \frac{S_i \sigma_c \dot{V}_{gi}}{1.5 \sigma_p} \quad (4.4.35)$$

である。

Fig. 4.4(c)に示すように、塑性-クリープ境界値 V_{pc} 以内の体積 V_c における領域では塑性変形し、 V_{pc} をこえた体積部分はクリープ領域である。

(4.4.34)と(4.4.35)式から、相当応力 σ_{gi} は体積 V_c と体積成長速度 \dot{V}_{gi} の函数となっていることが分る。すなわち、

$$\sigma_{gi} = f_{sg}(V_c, \dot{V}_{gi}) = \begin{cases} \sigma_p & , V_c \leq \frac{S_i \sigma_c \dot{V}_{gi}}{1.5 \sigma_p} \\ \frac{S_i \sigma_c \dot{V}_{gi}}{1.5 V_c} & , V_c > \frac{S_i \sigma_c \dot{V}_{gi}}{1.5 \sigma_p} \end{cases} \quad (4.4.36)$$

である。

f) 気孔領域の体積成長速度

気孔の体積成長速度 \dot{V}_{gi} は圧力の変化率 \dot{P}_{ave} の一次式として表示することができる。(4.4.10)式から V_{ghi} 、(4.4.17)式から P_{ai} そして(4.4.36)式から σ_{gi} を求めこれらを平衡方程式(4.4.29)に代入する。

$$P_{ai} - P_{ave} = (S_i / 1.5) \int_{V_{ghi}}^{V_{gi}} (\sigma_{gi} / V_c) dV_c$$

ここで、

$$\begin{cases} V_{ghi} = V_{gi} - V_{gsi} = f_{vgh}(V_{gi}) \\ P_{ai} = f_{pg}(V_{gi}, t) - 2\gamma / f_{ra}(V_{gi}) = f_{pa}(V_{gi}, t) \\ \sigma_{gi} = f_{sg}(V_c, \dot{V}_{gi}) \end{cases}$$

であるから、 P_{ave} は V_{gi} 、 \dot{V}_{gi} 、 t の函数である。

$$\begin{aligned} P_{ave} &= f_{pa}(V_{gi}, t) - \frac{S_i}{1.5} \int_{f_{vgh}(V_{gi})}^{V_{gi}} [f_{sg}(V_c, \dot{V}_{gi}) / V_c] dV_c \\ &= f_p(V_{gi}, \dot{V}_{gi}, t) \end{aligned} \quad (4.4.37)$$

いま、時間 t から $t + \Delta t$ の間に変化率が一定値であるとすれば(4.4.37)式は、

$$P_{ave} + \dot{P}_{ave} \Delta t = f_p(V_{gi} + \dot{V}_{gi} \Delta t, \dot{V}_{gi}, t + \Delta t) \quad (4.4.38)$$

と書くことができる。

ここで、 V_{gi} 、 $t + \Delta t$ は定まっているものと考えられるので、残る \dot{V}_{gi} のみの函数として、 P_{ave} を考える。

すなわち、 \dot{P}_{ave} を一旦無視して、

$$P_{ave} = f_p (V_{gi} + \dot{V}'_{gi} \Delta t, \dot{V}'_{gi}, t + \Delta t) = f'_p (\dot{V}'_{gi}) \quad (4.4.39)$$

を満足する \dot{V}'_{gi} を求める。 \dot{V}'_{gi} はくりかえし法によって求められる。いま、ニュートン・ラフソン法を取るものとすれば、 $n-1$, n 回目の近似値 $\dot{V}'_{gi, n-1}$, $\dot{V}'_{gi, n}$ は、

$$\left. \begin{aligned} \dot{V}'_{gi, n} &= \dot{V}'_{gi, n-1} - \frac{f'_p (\dot{V}'_{gi, n-1}) - P_{ave}}{\left(\frac{df'_p}{d\dot{V}'_{gi}} \right)} \\ \frac{df'_p}{d\dot{V}'_{gi}} &= \frac{f'_p (\dot{V}'_{gi, n-1}) - f'_p (\dot{V}'_{gi, n-2})}{\dot{V}'_{gi, n-1} - \dot{V}'_{gi, n-2}} \end{aligned} \right\} \quad (4.4.40)$$

で表わされる。

こうして求めた \dot{V}'_{gi} を求めるべき体積成長速度 \dot{V}_{gi} の第一近似値と考える。(4.4.38)式の右辺を \dot{V}'_{gi} についてテイラー展開し、一次の項まで取れば、

$$P_{ave} + \dot{P}_{ave} \Delta t \cong P_{ave} + (\dot{V}_{gi} - \dot{V}'_{gi}) \frac{df_p}{d\dot{V}'_{gi}}$$

がえられる。この式で $df_p/d\dot{V}'_{gi}$ を(4.4.40)式の最終回の $df'_p/d\dot{V}'_{gi}$ で代用し、 \dot{V}_{gi} を求めれば、

$$\dot{V}_{gi} = \dot{V}'_{gi} + \left[\frac{\Delta t}{df'_p/d\dot{V}'_{gi}} \right] \dot{P}_{ave} \quad (4.4.41)$$

がえられる。

しかしながら、もし気孔が膨脹中で、塑性クリープの境界体積 V_{pc} が V_{gi} より大きくなった場合には、 V_{pc} は V_{gi} に等しいとおかれ、そのときには \dot{V}_{gi} は(4.4.35)式を逆算して求める。

$$\dot{V}_{gi} = \frac{1.5 \sigma_p V_{gi}}{\sigma_c} \quad (4.4.42)$$

また、もし気孔が収縮中で V_{pc} が $10^{-6} V_{gsi}$ より小さくなった場合には、

$$V_{ghi} + \dot{V}_{ghi} \Delta t = 10^{-6} V_{gsi}$$

とし、気孔の体積は $10^{-6} V_{gsi}$ より小さくならないものとする。 $\dot{V}_{ghi} = \dot{V}_{gi}$ であるから

$$\dot{V}_{gi} = \frac{10^{-6} V_{gsi} - V_{ghi}}{\Delta t} \quad (4.4.43)$$

をもって \dot{V}_{gi} とする。

(4.4.41), (4.4.42), (4.4.43)式は次の一般形に統一できる。

$$\dot{V}_{gi} = f_{vti} + f_{vpi} \dot{P}_{ave} \quad (4.4.44)$$

ここで、 f_{vti} , f_{vpi} は次の通りである。

	f_{vti}	f_{vpi}
$V_{pc} \geq V_{gi}$	$\frac{1.5\sigma_p V_{gi}}{\sigma_c}$	0
$V_{gi} > V_{pc} > 10^{-6} V_{gsi}$	\dot{V}'_{gi}	$\frac{\Delta t}{df'_p/d\dot{V}'_{gi}}$
$V_{pc} < 10^{-6} V_{gsi}$	$\frac{10^{-6} V_{gsi} - V_{ghi}}{\Delta t}$	0

以上の考察は気孔の一種類について考えてきた。気孔全体による体積成長速度は、気孔のタイプの数 N_g について加算することにより、気孔全部による体積成長速度が求まる。すなわち

$$\dot{V}_g = \sum_{i=1}^{N_g} \dot{V}_{gi} = \sum_{i=1}^{N_g} f_{vti} + P_{ave} \cdot \sum_{i=1}^{N_g} f_{vpi}$$

であり、これを

$$\dot{V}_g = f_{vg} + f_{vp} \dot{P}_{ave} \tag{4.4.45}$$

と表す。

4.4.3 スウェリングによる歪速度マトリックス

全スウェリング体積成長速度は、固体部分による体積成長速度と気孔による体積成長速度の合計である。固体部分の体積成長速度は(4.4.7)式によって与えられ、気孔体積成長速度は(4.4.45)式によって与えられる。スウェリングによる体積成長速度 \dot{V} は、

$$\dot{V} = \dot{V}_s + \dot{V}_g$$

である。これに(4.4.45)式を代入することにより、

$$\begin{aligned} \dot{V} &= (\dot{V}_s + f_{vg}) + f_{vp} \dot{P}_{ave} \\ &= f_{vt} + f_{vp} \dot{P}_{ave} \quad (\because f_{vt} = f_{vg} + \dot{V}_s) \end{aligned} \tag{4.4.46}$$

となる。ここで、固体部分の体積成長速度 \dot{V}_s は原則上体積 V_s についてであり、気孔領域の体積成長速度 \dot{V}_g は体積 V_g についてのものであるが、全体積 $V (= V_s + V_g)$ についての体積歪速度 $\dot{\epsilon}_v$ は、

$$\dot{\epsilon}_v = \frac{f_{vt}}{V} + \frac{f_{vp}}{V} \dot{P}_{ave}$$

である。

(4.4.5)式を時間で微分することにより、スウェリングに関する圧力 P_{ave} の変化率として、

$$\dot{P}_{ave} = -\{R_v\}^T \{\dot{F}_s\} \quad (4.4.47)$$

が求まる。その結果、体積歪速度 $\dot{\epsilon}_v$ は、

$$\dot{\epsilon}_v = \frac{f_{vt}}{V} - \frac{f_{vp}}{V} \{R_v\}^T \{\dot{F}_s\} \quad (4.4.48)$$

となり、応力速度 $\{\dot{F}_s\}$ で表わすことができる。体積歪速度の三方向の成分 $\{\dot{D}_s^i\}$ (スウェリングによる歪速度マトリックス) を

$$\{\dot{D}_s^i\} = \{R_v\} \dot{\epsilon}_v \quad (4.4.49)$$

で与えたとすれば、この式の $\dot{\epsilon}_v$ に (4.4.48) 式を代入して

$$\{\dot{D}_s^i\} = \{R_v\} \left(\frac{f_{vt}}{V} \right) - \{R_v\} \left(\frac{f_{vp}}{V} \right) \{R_v\}^T \{\dot{F}_s\}$$

となる。

以上によって、スウェリングによる歪速度マトリックスを応力速度の一次式で表わすことができた。これより、スウェリングによる歪速度マトリックスは

$$\{\dot{D}_s^i\} = \{A_{st}^i\} + \{A_{ss}^i\} \{\dot{F}_s\} \quad (4.4.50)$$

と表わされる。ここに、

$$\{A_{st}^i\} = \{R_v\} \left(\frac{f_{vt}}{V} \right) \quad (4.4.51)$$

$$\{A_{ss}^i\} = -\{R_v\} \left(\frac{f_{vp}}{V} \right) \{R_v\}^T$$

とする。

4.5 気孔の移動に伴う歪速度

FREC-3 の気孔移動に伴う歪速度の基礎的な手法は、プログラム CYGRO-3^{2),3)} によっている。

4.5.1 気孔の移動速度

気孔の移動機構と気孔寸法、温度および温度勾配等による移動速度の関係式は Nichols のまとめたもの¹¹⁾ によっている。気孔の形状は 4.4 節で仮定したと同じく球形であるとする。気孔の移動は相対的にその径の大きな気孔は蒸発-凝縮による移行によって移動し、その径の小さな気孔は表面拡散による移行により移動すると考える。しかし、計算上気孔の移動速度はこれら両者の和であるとする。なお、気孔の寸法がある限界半径以下になったら、気孔の移動は起らないと仮定する。

気孔移動の駆動力として、温度勾配のみを考える。さらに温度勾配は、計算上分割されたリングの内外面温度差をその巾で除した値に等しいと仮定する。

1) 蒸発移行 (Vapor transport)

比較的大きな径を有する気孔は、蒸発-凝縮の機構によって移行し、その気孔移動速度は次の関係式で表わされるとする。

$$\rho_v = \frac{A_v}{PT^{3/2}} \cdot \frac{dT}{dr} \exp\left(-\frac{Q_v}{kT}\right) \quad (4.5.1)$$

ここで、 ρ_v = 気孔速度 (cm/hr)

A_v = 燃料と気体組成および気泡内圧力による定数 ($\text{kp} \cdot \text{K}^{1/2} / \text{hr}$)

T = 絶対温度 ($^{\circ}\text{K}$)

dT/dr = 固体内の温度勾配 ($^{\circ}\text{K}/\text{cm}$)

Q_v = 燃料1分子当りの蒸発熱量 (erg)

k = ボルツマン定数 ($1.38 \times 10^{-16} \text{erg}/^{\circ}\text{K}$)

P = 気孔内ガス圧力 ($\text{kp}/\text{cm}^2 \text{a}$)

である。

2) 表面拡散 (Surface diffusion)

小さな径を有する気孔は、気孔のまわりの物質の表面拡散の結果として移動が起るとする。その移動速度は次の関係式で表わされると考える。

$$\rho_s = 3D_s \cdot \frac{\nu \varrho Q_s^*}{rkT^2} \cdot \frac{dT}{dr} \cdot \exp\left(-\frac{Q_s}{kT}\right) \quad (4.5.2)$$

ここで、 ρ_s = 気孔速度 (cm/hr)

D_s = 表面拡散係数 (cm^2/hr)

ν = 単位表面積当りの拡散分子数 ($1/\text{cm}^2$)

ϱ = 固体の分子体積 (cm^3)

r = 気孔半径 (cm)

Q_s^* = 表面拡散に関する移行熱量 (erg)

Q_s = 表面拡散の活性化エネルギー (erg)

である。上記 (4.5.2) 式を先の (4.5.1) 式と同様な形式に修正して使用する。すなわち、

$$\rho_s = \frac{A_s}{rT^2} \cdot \frac{dT}{dr} \exp\left(-\frac{Q_s}{kT}\right) \quad (4.5.3)$$

とする。ここで、 A_s ($\text{cm}^3 \cdot \text{K}/\text{hr}$) は、(4.5.2) 式中のパラメータによって決まる定数と考える。

3) 気孔の限界寸法

気孔の半径がある限界半径以下であれば、その気孔は結晶粒界にトラップされ移動せず、その場所にとり残されると仮定する。その限界半径は、

$$r_{gb} = \left(\frac{\varrho r_{gb} T}{2Q_s^* \cdot dT/dr} \right)^{1/2} \quad (4.5.4)$$

によって与えられる。ここで、新しい変数は次の通りである。

r_{gb} = 結晶粒界にトラップされる気孔の限界半径

γ_{gb} = 結晶粒界表面エネルギー

(4.5.4) 式は次のように修正して使用される。

$$r_{gb} = r_{crit} \left(\frac{T}{2000} \cdot \frac{1000}{dT/dr} \right)^{1/2} \quad (4.5.5)$$

ここで、 r_{crit} は 2000 °K (3600 °F) の温度で、1000 °C/cm (1800 × 2.54 °F/in) の温度勾配 dT/dr における (4.5.4) 式が与える r_{gb} の値とする。(4.5.5) 式における単位は、cm と °K である。

4.5.2 気孔移動による体積変化

プログラムで考えている気孔の構成は、4.4 節に説明した通りである。燃料リング中の体積の色々な体積成分は Fig. 4.3 に示される。

スウェリングとか、この節の気孔移動のモデルについてリング全体の体積を表わすパラメータは V である。 V は燃料の製作時単位体積 ($V = 1$) であったものの体積を表わす。この V 中にタイプ i の気孔の占める体積が V_{ghi} である。

気孔の移動に関し、まず次の様な仮定を設ける。Fig. 4.5 を参照されたい。

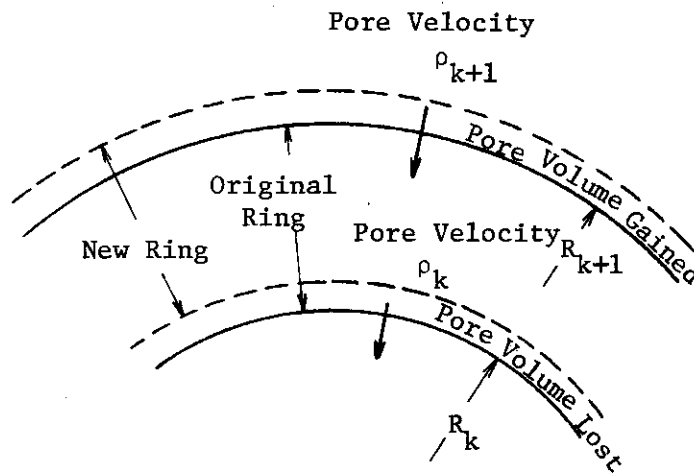


Fig. 4.5

Pore migration in elementary fuel ring

- (1) 通常運転状態におかれた燃料棒は中心部になるほど温度が高いため、気孔は k 番目のリングから $k-1$ 番目のリングへとその一部が流出する。また、 $k+1$ 番目のリングからの流入により k 番目のリングの気孔は増加する。
- (2) 気孔の移動速度は、4.5.1 で与えた蒸発移行速度 (ρ_v) と表面拡散移行速度 (ρ_s) の和 ($\rho = \rho_v + \rho_s$) であると考えられる。ただし、限界半径以下の気孔は移動しないとする。
- (3) あるタイプ i の気孔がリングの境界を横切るとき、その気孔は入るべきリングのタイプ i の気孔となり、そのリングに含まれるタイプ i の気孔の特性 (半径、ガス圧力等) をとるものと

仮定される。

k 番目の燃料リングを考える。その内外径を R_a, R_b とする。なお、リングの高さはプログラムの基本仮定より燃料に関する全リングを通じて等しい。これを L_z としよう。k 番目のリングの体積は、 $\pi(R_b^2 - R_a^2)L_z$ である。k 番目のリングの要素中タイプ i の気孔内のガス領域の体積 v_{ghi} は、次によって決定される。

$$v_{ghi} = \frac{V_{ghi}}{V} \pi (R_b^2 - R_a^2) L_z \quad (4.5.6)$$

時間 t から $t + \Delta t$ の間に、リング k からリング k-1 に移動する気孔体積 $(\Delta_1 v_g)_k$ は、気孔移動に関する断面積が $2\pi R_a L_z \cdot V_{ghi}/V$ なので

$$(\Delta_1 v_g)_k = \rho_{k,i} \Delta t \cdot 2\pi R_a L_z \frac{V_{ghi,k}}{V_k} \quad (4.5.7)$$

である

同じく、リング k+1 からリング k に流入する気孔体積 $(\Delta_2 v_g)_{k+1}$ は、

$$(\Delta_2 v_g)_{k+1} = \rho_{k+1,i} \Delta t \cdot 2\pi R_b L_z \frac{V_{ghi,k+1}}{V_{k+1}} \quad (4.5.8)$$

である。したがって、リング k における気孔タイプ i の正味の体積変化は、

$$\begin{aligned} \Delta v_{gi,k} &= -(\Delta_1 v_{gi})_k + (\Delta_2 v_{gi})_k \\ &= -\rho_{k,i} \Delta t \cdot 2\pi R_a L_z \frac{V_{ghi,k}}{V_k} + \rho_{k+1,i} \Delta t \cdot 2\pi R_b L_z \frac{V_{ghi,k+1}}{V_{k+1}} \end{aligned} \quad (4.5.9)$$

である。プログラムで取扱うものは体積 V 中の気孔体積 V_{ghi} なので上記の体積変化を V_{ghi} の変化 $\Delta V_{ghi,k}$ に換算すると、

$$\begin{aligned} \Delta V_{ghi,k} &= -\rho_{i,k} \Delta t \cdot V_{ghi,k} \frac{2R_a}{R_b^2 - R_a^2} \\ &\quad + \rho_{i,k+1} \cdot \Delta t V_{ghi,k+1} \cdot \frac{V_k}{V_{k+1}} \cdot \frac{2R_b}{R_b^2 - R_a^2} \end{aligned} \quad (4.5.10)$$

がえられる。これより、 $V_{ghi,k}$ の変化速度 ($\dot{V}_{ghi,k} = \Delta V_{ghi,k} / \Delta t$) は、

$$\begin{aligned} \dot{V}_{ghi,k} &= -\rho_{i,k} \cdot V_{ghi,k} \frac{2R_a}{R_b^2 - R_a^2} \\ &\quad + \rho_{i,k+1} V_{ghi,k+1} \cdot \frac{V_k}{V_{k+1}} \cdot \frac{2R_b}{R_b^2 - R_a^2} \end{aligned} \quad (4.5.11)$$

と導かれる。

4.5.3 気孔の移動に伴う気孔数の変化

4.5.2小節で述べた気孔体積の変化は、気孔の数およびその中に含まれるガスの移動をも引き起すと考えられる。プログラムはこの変化を考慮する。

これらの気孔の数および気孔内ガスのモル数の変化の速度 $\dot{N}_{ki,k}$ および $\dot{M}_{gi,k}$ は、(4.5.11)式と同様に表わされ、それぞれ、

$$\begin{aligned} \dot{N}_{ki,k} = & -\rho_{i,k} N_{ghi,k} \frac{2R_a}{R_b^2 - R_a^2} \\ & + \rho_{i,k+1} N_{ghi,k+1} \cdot \frac{V_k}{V_{k+1}} \frac{2R_b}{R_b^2 - R_a^2} \end{aligned} \quad (4.5.12)$$

$$\begin{aligned} \dot{M}_{gi,k} = & -\rho_{i,k} M_{gi,k} \frac{2R_a}{R_b^2 - R_a^2} \\ & + \rho_{i,k+1} M_{gi,k+1} \frac{V_k}{V_{k+1}} \frac{2R_b}{R_b^2 - R_a^2} \end{aligned} \quad (4.5.13)$$

である。

4.5.4 気孔移動に伴う歪速度マトリックス

前小節4.5.2に述べた結果として、各リングには体積の変化が起る。体積の変化は歪速度としてプログラムに組込まれる。

リングkに含まれる固体部分の総体積 $v_s(t)$ は、(4.5.6)式と同様にして、

$$v_s(t) = \left(\sum_i^{N_g} V_{gs,i} + V_s \right) \frac{\pi (R_b^2 - R_a^2) L_z(t)}{V_R(t)} \quad (4.5.14)$$

と表わされる。全く同様にして、 $t + \Delta t$ 時間後の固体部分の総体積 $v_s(t + \Delta t)$ は

$$\begin{aligned} v_s(t + \Delta t) = & \left\{ \sum_i^{N_g} V_{gs,i}(t + \Delta t) + V_s(t + \Delta t) \right\} \cdot \\ & \frac{\pi \{ R_b^2(t + \Delta t) - R_a^2(t + \Delta t) \} L_z(t + \Delta t)}{V_k(t + \Delta t)} \end{aligned} \quad (4.5.15)$$

である。

歪速度を求めるため、さらに次の仮定を追加する。

- (1) 気孔の移動を考えるとときには、固体部分のスウェリングによる寄与はないとする。
- (2) 気孔の移動により、移動するのは気孔の体積のみで、固体部分は元のリングに保存される。

この二つの仮定より、

$$\sum_i^{N_g} V_{gs,i}(t) + V_s(t) = \sum_i^{N_g} V_{gs,i}(t + \Delta t) + V_s(t + \Delta t) \quad (4.5.16)$$

$$v_s(t + \Delta t) = v_s(t) \quad (4.5.17)$$

が成立する。

仮定により成立する上記二つの式および (4.5.14) と (4.5.15) 式より、

$$\frac{(R_b^2 - R_a^2) L_z(t)}{V_k(t)} = \frac{\{R_b(t+\Delta t)^2 - R_a(t+\Delta t)^2\} L_z(t+\Delta t)}{V_k(t+\Delta t)}$$

がえられる。この式を変形すれば、

$$\frac{V_k(t+\Delta t)}{V_k(t)} = \frac{\{R_b(t+\Delta t)^2 - R_a(t+\Delta t)^2\} L_z(t+\Delta t)}{\{R_b^2(t) - R_a^2(t)\} L_z(t)} \quad (4.5.18)$$

である。ここで、左辺は、

$$\frac{V_k(t+\Delta t)}{V_k(t)} = \frac{V_k(t) + \dot{V}_k \Delta t}{V_k(t)} = 1 + \frac{\dot{V}_k}{V_k} \Delta t \quad (4.5.19)$$

と書ける。気孔の移動に関する仮定(1), (2)により V_k の変化速度 \dot{V}_k は (4.5.11) 式で表わされる気孔移動に伴う体積変化率 $\dot{V}_{ghi,k}$ に等しい。すなわち、

$$\dot{V}_k = \sum_i^{N_g} \dot{V}_{ghi,k} \quad (4.5.20)$$

である。

右辺についても左辺と同様に、リング全体の体積を v_k として、次のように書くことが可能である。

$$\frac{v_k(t+\Delta t)}{v_k(t)} = \frac{v_k(t) + \dot{v}_k \Delta t}{v_k(t)} = 1 + \frac{\dot{v}_k}{v_k} \Delta t \quad (4.5.21)$$

この式中 \dot{v}_k/v_k は体積歪速度を意味する。

以上のことより、気孔移動による体積歪速度 $\dot{\epsilon}_v$ は、

$$\dot{\epsilon}_v = \frac{1}{V_k} \sum_i^{N_g} \dot{V}_{ghi,k} \quad (4.5.22)$$

となる。

体積歪の3方向への重み係数が、4.4節の(4.4.5)式に使用した R_{vr} , R_{vc} , R_{vz} に等しいとすれば、気孔移動による歪速度マトリックス $\{\dot{D}_s^{pm}\}$ が

$$\left. \begin{aligned} \{\dot{D}_s^{pm}\} &= \{A_{st}^{pm}\} \\ \{A_{st}^{pm}\} &= \{R_v\} \dot{\epsilon}_v \end{aligned} \right\} \quad (4.5.23)$$

と導かれる。

4.6 焼きしまりによる歪速度

燃料ペレットの焼きしまり (densification) は、歪速度の構成方程式に取入れられる。このプログラムに使用する焼きしまりモデルとして、R. O. Meyer のモデル¹²⁾を採用した。しかし、プログラムに組込むに当って修正を加えた。

4.6.1 Meyer の焼きしまりモデルとその修正

プログラムに採用した R. O. Meyer の焼きしまりに関する原モデル¹²⁾は次の通りである。

$$\frac{\Delta R}{R} = -\left(\frac{1}{4}\right) \left(\frac{\Delta \rho}{\rho}\right) \frac{\ln(bu/c)}{\ln(2000/c)} \quad (4.6.1)$$

ここで、R = 初期ペレット半径 (cm)

ΔR = 半径縮少量 (cm)

$\Delta R = R_{\text{densified}} - R_{\text{initial}}$

ρ = 焼きしまり後のペレット密度 (% T.D)

$\Delta \rho$ = 焼きしまり後の密度と初期密度間の密度差 (% T.D)

$\Delta \rho = \rho_{\text{densified}} - \rho_{\text{initial}}$

bu = 燃焼度 (MWD/MTM)

c = 定数

である。c の値は、次の様に選ばれる。

ρ	c の値 (MWD/MTM)
92 % T.D. 以下	5
92 % T.D. 以上	20

この式の左辺は半径方向の歪である。右辺の係数 (1/4) は体積歪を半径方向の歪に分配する重み係数、 $(\Delta \rho / \rho)$ は焼きしまりによる最大体積歪と考えられる。 $\ln(bu/c) / \ln(2000/c)$ は燃焼度による変化を表わす。したがって、焼きしまりによる体積歪の変化を $\Delta \epsilon_{VT}$ として (4.6.1) 式を修正すれば、

$$\Delta \epsilon_{VT} = -\frac{\Delta \rho}{\rho} \cdot \frac{\ln(bu/c)}{\ln(2000/c)} \quad (4.6.2)$$

である。プログラム FREC-3 は、計算上燃焼度の単位として 4.4 節にみられる如く fission/cc を使用し、MWd/MTM を使用していない。そこで、(4.6.2) 式中的変化 bu を fission/cc に変換する。焼結ペレットの fractional density を f_d とするとき、1 MWd/MTM は $2.5876 \times 10^{16} f_d$ (fission/cc) である。最も普通に使用されている燃料ペレットの密度が $f_d = 0.95$ であることを考え、上記換算率を $f_d = 0.95$ とした $1 \text{ (MWd/MTM)} = 2.4582314 \times 10^{16}$ (fission/cc) で換算するものとする。いま、燃焼度の単位を fission/cc として (4.6.2) 式を書き直しかつ体積歪速度を $\dot{\epsilon}_{VT}$ で表わせば、

$$\dot{\epsilon}_{VT} = -\frac{1}{\Delta t} \left(\frac{\Delta \rho}{\rho} \right) \frac{\ln \{ 1 + \dot{F}/F \Delta t \}}{\ln \{ (2000 \cdot m)/(c \cdot m) \}} \quad (4.6.3)$$

となる。ここで、

F = 燃焼度 (fission/cc)

\dot{F} = 核分裂速度 (fission/cc-sec)

m = 2.4582×10^{16} (fission/cc)/(MWd/MTM)

である。

4.6.2 焼きしまりによる体積歪速度

4.6.1小節で求めた $\dot{\epsilon}_{VT}$ は、計算上分配された燃料リングk全体の焼きしまりによる体積歪速度である。一方、このプログラムは燃料について4.4節に述べたごとき構成を考えている。すなわち、燃料は固体部分と内部にガスを含んだ気孔から構成されるとする。したがって、先の $\dot{\epsilon}_{VT}$ をこの構成に従うよう変換しておかなければ、プログラムは統一性を欠くことになる。以下、この体積の修正について述べる。なお、特に断らない限り、記号等は4.4節に従うものとする。

燃料全体の焼きしまりによる体積の変化を気孔等の体積の変化に変換するにさいし、次の事項を仮定する。

- 1) 焼きしまりを考えるときには、スウェリングおよび気孔の移動による寄与はないとする。
- 2) 焼きしまりによって体積の変化がおこるのは、気孔の体積で、固体部分の体積の変化はないとする。
- 3) 各タイプの気孔において、焼きしまりによる体積変化は気孔のタイプにかかわらず等量であるとする。
- 4) 気孔の数、気孔内のガス量は、焼きしまりにより変化しないものとする。

上記の仮定2)および(4.6.3)式より、気孔を含んだ燃料全体の体積減少速度 $\dot{\epsilon}_{VT} V$ は気孔全体の体積減少速度 \dot{V}_{gh} に等しい。また、仮定3)によりタイプiの体積減少速度 \dot{V}_{ghi} は、 N_g をタイプの総数として、

$$\dot{V}_{ghi} = \dot{\epsilon}_{VT} V / N_g \quad (4.6.4)$$

となる。

焼きしまりにより体積歪速度 $\dot{\epsilon}_v$ は、仮定1)を考慮するとき、4.5節の(4.5.18)式と同様に考えられ、

$$\dot{\epsilon}_v = \frac{\dot{V}_{gh}}{V} = \frac{1}{V} \sum_{i=1}^{N_g} \dot{V}_{ghi} \quad (4.6.5)$$

となる。

(4.6.4)式を(4.6.5)式に代入すれば、ただちに分るように、 $\dot{\epsilon}_v = \dot{\epsilon}_{VT}$ である。逆に云えば、気孔の体積変化が焼きしまりによる燃料全体の体積変化に矛盾しないように(4.6.4)式を定めたものである。本来ならば、焼きしまりの機構からモデルを組立てるべきであろうが、(4.6.2)式のような経験式を使用の方が便利のため、上記の如くなった。

なお、仮定3)について付言すると、これは気孔径の小さなもの程焼きしまりによる気孔の消失が大きいとの実験的事実をモデル化しようとしたものである。すなわち、等量の体積変化としたので、体積の小さな気孔程、元の体積に対する変化の割合は大きい。

4.6.3 焼きしまりによる歪速度マトリックス

焼きしまりによる体積歪速度を決定するためには、最大焼きしまり密度を定めねばならないがこの最大焼きしまり密度としてUSAECの報告¹³⁾を参考に96.5%T.D.を採用した。

燃料の焼きしまりにより歪速度は、

- 1) 燃料の密度が96.5%T.D.以下。
- 2) 燃焼度Fが $c \cdot m \leq F \leq 2000 \cdot m$ の範囲。

の条件が成立するときに考慮される。

焼きしまりによる体積歪速度 $\dot{\epsilon}_v$ は、4.6.2に述べたところにより(4.6.3)式によりただちに

$$\dot{\epsilon}_v = - \left(\frac{1}{\Delta t} \right) \left(\frac{\Delta \rho}{\rho} \right) \frac{\ln(1 + \dot{F}/F \Delta t)}{\ln(2000/c)} \quad (4.6.6)$$

としてよい。

各方向への歪速度は重み係数 $\{R_v^d\}$ によって分配されるとすると焼きしまりによる歪速度マトリックス $\{\dot{D}_s^d\}$ は、

$$\begin{aligned} \{\dot{D}_s^d\} &= \{A_{st}^d\} \\ &= \{R_v^d\} \dot{\epsilon}_v \end{aligned} \quad (4.6.7)$$

となる。ここで、 $\{R_v^d\}$ は、

$$\{R_v^d\} = \left\{ \begin{array}{l} R_{v,r}^d \\ R_{v,c}^d \\ R_{v,z}^d \end{array} \right\} \quad (4.6.8)$$

とする。各方向への歪が等方的ならば、 $R_{v,r}^d = R_{v,c}^d = R_{v,z}^d = 1/3$ である。FREC-3では、 $R_{v,r}^d = R_{v,c}^d = 0.3$ 、 $R_{v,z}^d = 0.4$ としてプログラムに組込んでいる。

謝 辞

プログラムの作成に関し、激励と有益な助言を森島淳好氏（安工部次長）よりえた。クリーブモデルについては、川崎了氏、古田照夫氏および内田正明氏から多くの教示をえた。有限要素法に関する取扱いについて山田礼司氏と中島鉄雄氏から教示をえた。

センチュリ・リサーチ・センタ株式会社の石橋明弘、大坪直昭の両氏には、プログラムの作成およびテストに関し多くの助力をえた。

上記して謝意を表す。

参 考 文 献

- 1) C. M. Friedrich and W. H. Guilinger, "CYGRO-2: A FORTRAN IV Computer Program for Stress Analysis of the Growth of Cylindrical Fuel Elements with Fission Gas Bubbles", WAPD-TM-547, (Nov. 1965)
- 2) E. Duncome, C. M. Friedrich and J. K. Fischer, "CYGRO-3-A Computer Program to Determine Temperatures, Stresses and Deformations in Oxide Fuel Rods", WAPD-TM-961, (March 1970)
- 3) E. Duncome, C. M. Friedrich and W. H. Guilinger, "An Analytic Model for the Prediction of In-pile Behavior of Oxide Fuel Rods", Nucl. Tech. Vol.12 p.p. 194-208 (Oct. 1971)
- 4) S. Timoshenko and J. N. Godier, "Theory of Elasticity", McGraw Hill, 2nd Edition, 1951.
- 5) J. B. Ainscough and F. Rigby, "Measurement of Crack Sintering Rates in UO_2 Pellets", J. Nucl. Mater. 47 (1973) p.p. 246-250.
- 6) 横堀武夫, "材料強度学", 岩波書店 (1964)
- 7) J. Hult, "Creep in Engineering Structures", Blaisdell Publishing Co., A Division of Ginn and Co., (1966),
- 8) F. A. Nichols, "Theory of the Creep of Zircaloy During Neutron Irradiation", J. Nucl. Mater., 30, pp. 249-270 (1969)
- 9) 日本金属学会編, "金属便覧" 改訂3版, 丸善, P. 907 (1971)
- 10) G. W. Greenwood and M. V. Speight, "An Analysis of the Diffusion of Fission Gas Bubbles and its Effect on the Behavior of Reactor Fuels", J. Nucl. Mater., 10, p.p. 140-144 (1963)
- 11) F. A. Nichols, "Kinetics of Diffusional Motion of Pores in Solids", J. Nucl. Mater., 30, p.p. 143-165 (1969)
- 12) C. E. Beyer, C. R. Hann, D. D. Lanning, F. E. Panisko and L. J. Parchen, "GAPCON-THERMAL-2: A Computer Program for Calculating the Thermal Behavior of an Oxide Fuel Rod", BNWL-1898, (Nov. 1975).
- 13) U. S. AEC Regulatory staff, "Technical Report on Densification of Light Water Reactor Fuels", (Nov. 1972).