

JAERI-M
8420

トカマク・プラズマの一次元輸送コード (I)

1979年9月

天野 恒雄*・岡本 正雄**

この報告書は、日本原子力研究所が JAERI-M レポートとして、不定期に刊行している研究報告書です。入手、複製などのお問い合わせは、日本原子力研究所技術情報部（茨城県那珂郡東海村）あて、お申しこしてください。

JAERI-M reports, issued irregularly, describe the results of research works carried out in JAERI. Inquiries about the availability of reports and their reproduction should be addressed to Division of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken, Japan.

トカマク・プラズマの一次元輸送コード(I)

日本原子力研究所東海研究所核融合研究部

天野 恒雄^{*}・岡本 正雄^{**}

(1979年8月14日受理)

トカマク・プラズマの振舞を解析するため、半径方向1次元の輸送コード(トカマク・コード)を開発した。

本報告書では、トカマク・コードのうち最も基本的な部分のコードについてのみ、計算モデル、数値計算法、コードの使い方について述べ、テスト・ランの結果を示した。不純物、中性粒子入射、rf-加熱、 α -加熱を含むコードについては別に報告する。

*) 客員研究員：大阪大学工学部超高温理工学研究施設

***) 現在 名古屋大学プラズマ研究所

JAERI- M 8420

One-Dimensional Transport Code for Tokamak Plasmas (I)

Tsuneo AMANO* and Masao OKAMOTO**

Division of Thermonuclear Fusion Research,
Tokai Research Establishment, JAERI

(Received August 14, 1979)

A one-dimensional tokamak transport code was developed, which covers neutrals, impurity, NBI and α particle heating. Basic parts of the code are described in detail, including the simulation model, the numerical method, and the usage of the code. Results of the test run are also given.

Keywords: Tokamak, Radial Transport, Fluid Model, Plasma Heating,
One-Dimensional Code.

* Guest staff, Plasma Physics Laboratory, Faculty of Engineering
Osaka University, Suita, Osaka.

**Present Adress: Institute of Plasma Physics, Nagoya University,
Nagoya.

目 次

1. はじめに	1
2. 計算モデル	4
2.1 方程式系	4
2.2 異常輸送係数	7
2.3 新古典論	8
2.4 中性粒子	9
2.5 不純物	12
3. 数値計算法	14
3.1 差分式とその解法	14
3.2 中性粒子の取り扱い	17
3.3 初期条件・境界条件	18
4. プログラム利用法	21
4.1 INPUTの方法	21
4.2 OUTPUTの内容	21
4.3 各サブルーチンの説明	26
5. 計算例	29
謝 辞	32
文 献	32
付 録 差分式および係数 A_j, B_j, C_j, \vec{d}_j の表示	34
図 表	40

CONTENTS

1. Introduction	1
2. Simulation Models	4
2.1 Equations of The Models	4
2.2 Anomalous Transport Coefficients	7
2.3 Neoclassical Theory	8
2.4 Neutral Particles	9
2.5 Impurities	12
3. Methods for Numerical Calculation	14
3.1 Difference Schemes and Solving Methods	14
3.2 Methods for Neutral Particles	17
3.3 Initial Conditions and Boundary Conditions	18
4. Manual on The Code	21
4.1 The Input Routine	21
4.2 The Output Routine	21
4.3 On the Subprograms	26
5. Examples	29
Acknowledgements	32
References	32
Appendix Difference Equations and Expression of A_j , B_j , C_j , and d_j	34
Figures and Tables	40

1. はじめに

トカマク・プラズマの密度や温度などの空間分布の時間発展を追求し、閉じ込め時間をはじめ、トカマク・プラズマのエネルギー・バランスを求める目的で、半径方向1次元のトカマク輸送・計算機シミュレーション・コードが開発されてきた〔1〕。これらのコードは、単に、「トカマク・コード」とか、「輸送コード」とか呼ばれているが、いずれも、トカマク・プラズマをマクロに把握するのが目的で、流体方程式をその基礎においている。しかし、拡散の時間尺度での現象に注目するため、運動方程式は解かず、粒子バランスの式、エネルギー・バランスの式、および、Maxwell の式を解く。多くの場合、プラズマの磁気面の断面は円に近い場合を扱い、物理量は磁気面上で平均されたものを考え、方程式系は円筒座標系で、半径方向に一次元化して解く。トーラス効果は輸送係数を通じて入ってくる。

トカマク・プラズマを支配している輸送過程は、特に電子については、まだ十分解明されていない。輸送係数は適当に仮定をし、シミュレーションの結果を、実験データとつぎ合わせることにより、トカマク・プラズマを支配している輸送過程を推測しようとするのが、「トカマク・コード」の1つの目的である。トカマク・プラズマでは諸物理量の空間分布は重要である。密度や温度の空間分布が時間とともにどのように変化していくかを追跡することは、「トカマク・コード」の重要な課題である。例えば、電流分布や q -値を計算することにより、放電中、いつ、どのような mhd 的不安定性が生ずるかどうかを予測できる。さらに、諸量の空間分布、およびそれらの平均量の時間発展を整理することにより、エネルギー・バランスを求めることができる。すなわち、閉じ込め時間、ループ電圧、入力エネルギー、粒子損失、熱伝導損失、対流損失などが得られる。エネルギー・バランスでは、壁から放出される中性粒子や不純物などによる、荷電交換損失、放射損失なども重要な因子である。これらは、特に不純物は、プラズマ中で複雑な振舞を示し、その挙動および原子過程は十分解明されていないが、「トカマク・コード」では、適当な仮定をおいて、これらもできる限り忠実にシミュレートする方向に進んでいる。また、中性粒子入射加熱、rf-加熱、断熱圧縮の効果なども必要に応じて取り入れられている。現在、JT-60〔2〕を始め、いくつかの大型トカマクが設計されており、さらに将来のトカマク型炉も検討されているが〔3〕。これらに対しても、「トカマク・コード」はある程度、諸量の予測値を与えることができる。

我々は、不純物の挙動をできるだけ詳しく取り入れることを目的に、新たに「トカマク・コード」を開発した。トカマク中の不純物は、炭素、酸素、鉄、モリブデン、タングステン、などが考えられる。どの種類の不純物が混入しているかは、実験条件により異なるが、いずれにしても不純物は大きな放射損失を伴ない、特に、重金属不純物は、微量混入するだけで致命的な影響を与える。壁やリミターから流入する不純物原子は電離され(多価)イオンとなるが、不純物イオンがプラズマ中でどのように挙動するか十分解明されていないし、また、電離率や再結合率などの原子過程も未知な部分が多い。「トカマク・コード」では、不純物イオンは、電離・再結合項を持つ拡散方程式に従うとし、これを、プラズマの粒子バランス、エネル

ギ・バランス, Maxwell の式と組合せて解く。しかし, 電離率, 再結合率は, 電荷数や電子温度に強く依存するため, 不純物拡散方程式は, 非常に速い過程から遅い過程まで, 様々な時間尺度を含む。従って, 不純物拡散方程式を解くためには, 特別の工夫を要する。このためのアルゴリズムの基本は, 著者達によって解決された〔4〕。このアルゴリズムに沿って, 「トカマク・コード」に不純物ルーチンをつけ加えた。

本報告書の目的は, 我々の開発した, 半径方向一次元トカマク輸送シミュレーション・コードの内容とその使用法の説明である。不純物ルーチンはまだ発展中のため, これを省き, コードの最も基本となるところのみを説明する。また, Fokker Planck 方程式を解いて, 中性粒子入射加熱, D-Tプラズマ中での α 粒子加熱を評価するルーチン, rf-加熱のルーチンなども今回は割愛する。これらを含む拡張されたコードについては, 別に報告する。

2章では, コードの計算モデルについて述べる。始めに, 円筒座標での半径方向一次元の粒子バランス, エネルギー・バランスの式, Maxwell の式を与える。輸送係数は, 衝突周波数, 電気抵抗, イオンの熱伝導などは, 古典的, または, 新古典的なものを用いる。現在のトカマクの実験は, 粒子拡散や, 電子の熱輸送は, 新古典論では説明できない。電子の異常輸送係数としては, 擬古典論〔5〕, Mercier-Soubarbaramayer の経験式〔6〕, 多領域モデル〔7〕, Alcator の比例則〔8〕等がよく使われる。本コードでは, 拡散係数, 電子の熱伝導度に対して, 擬古典論, Alcator 則が一応組みこまれているが, この部分は本来, 利用者が与えねばならない。また, Hintonら〔9〕の新古典論のシミュレーション結果とつき合すため, バナナ・プラトゥ領域に限って, 新古典論をコード化した。どの輸送過程で計算するかは入力データで選ぶことができる。壁から放出される中性粒子は, 水素原子のみを考える。水素中性粒子は, プラズマ中に入りこむと, 電離, 荷電交換を受けるが, その平均自由行程は長いので流体的に取り扱えない。中性粒子に対して, Boltzman の式をたてて, Dnestrovskii〔10〕に従って, その定常解を, 平面一次的に解いてコード化する。粒子のリサイクリングの過程を簡単なモデルでコード化する。不純物の影響は, 今回の報告書では, 有効-Z, 制動放射, 電離損失の効果のみを適当に取り入れる簡単な場合についてのみ説明する。

3章では, 数値計算法を記述する。プラズマを支配する式は, 粒子拡散の式, 電子およびプラズマ・イオンに対するエネルギー・バランスの式, それに, ボロイダル磁場に対する Farady の式である。トロイダル磁場は一様と仮定する。これらの式はいずれも拡散型になるが, 非線型項を含む。方程式の中で未知変数が陽に表わされている所は, 時間間隔 Δt の間, 線型化する。線型化は Δt^2 の精度が保たれるように行う。未知変数が陰に含まれている所, すなわち, 輸送係数などの中に含まれている場合は線型化はせず, 前の時間ステップの値を使って, 方程式を解く。拡散型方程式であるため, Crank-Nicholson の方法〔11〕で差分化する。差分式は, 回帰法 (recurrence の公式)〔11〕で解き, 次のステップでの解を求める。しかし, 輸送係数などに含まれる未知変数は線型化しなかったため, Δt 後の解は, 何回かくり返し計算を行って求め直す。このように, 線型化と緩和法を組合せて, Crank-Nicholson の差分式を回帰法で解く。精度は空間メッシュ巾を Δr とすると $\Delta t^2 \cdot \Delta r^2$ である。「トカマク・コード」では, 輸送係数を適時, 取りかえることがしばしばあるが, この方法は, たやすく輸送係数を変更できる利点があり, また, 輸送係数の中の未知変数は線型化しないので, プログ

ラムもそう複雑でない。

水素中性粒子については、Boltzmann の式の平面一次元の定常解を数値計算する。水素の電離や荷電交換はプラズマの拡散現象と比べて十分速い過程なので、壁から放出された中性粒子は Δt の間に定常分布を形成するとし、 Δt の間に定常解を求め、中性粒子がないとして求められた Δt 後のプラズマの密度や温度を、中性粒子の存在によって変化する分だけ補正する。Boltzmann の式の定常解は、積分方程式であり、これを代数一次式に書き直す。一次式を解くと、各格子点上での中性粒子密度が求まる。このようにして得られた中性粒子は、荷電交換のすべての世代を含む。

4章では、プログラムの利用法について述べる。プログラムに対する全体的注意を与えた後、INPUTデータの与え方を示す。またOUTPUTの内容を列挙する。また各サブ・ルーチンの説明を簡単に述べる。

5章ではテスト・ランの結果を示す。テスト・ランは先ず、輸送係数がすべて新古典論の場合について行い、Hintonらの結果〔9〕と比較した。この時、中性粒子、不純物のルーチンは解かない。次に、異常輸送がAlcator 則であるとして、JFT-2 トカマク・プラズマのパラメータでテスト・ランを行った。この時は、中性粒子のルーチンは解くが、不純物の効果は有効Zだけとし、不純物ルーチンは解かない。

2. 計算モデル

この節では、コードにプログラムされた方程式系と輸送係数を書き下す。トカマク・プラズマを巨視的に把握するのが目的であるので、流体方程式系が基礎になる。拡散の時間尺度の現象に注目するため運動方程式は解かない。平衡は各瞬間に成立していると仮定する。磁気面の断面は同心円で近似してよいトカマクのみが扱える。CGS-単位系を用いる。

2.1 方程式系

トカマク・プラズマの輸送は、円筒座標での半径方向に1次元化された粒子保存の式、エネルギー保存の式、Maxwell の式で表わされると考える。すなわち、基礎方程式系は次のように与えられる〔12〕。

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\Gamma) + \Delta n, \quad (2.1)$$

$$\Gamma = nv = -D \frac{\partial n}{\partial r}, \quad (2.1a)$$

$$\begin{aligned} \frac{3}{2} \frac{\partial}{\partial t} (nT_e) &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r \left(\frac{1}{Z} \kappa_e \frac{\partial T_e}{\partial r} - \frac{5}{2} nv T_e \right) \right\} + v \frac{\partial}{\partial r} (nT_e) \\ &+ \frac{1}{Z} \eta j_z^2 - \frac{3m_e}{m_i} \frac{n}{\tau_e} (T_e - T_i) - W_R - W_I, \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned} \frac{3}{2} \frac{\partial}{\partial t} (nT_i) &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r \left(\kappa_i \frac{\partial T_i}{\partial r} - \frac{5}{2} nv T_i \right) \right\} + v \frac{\partial}{\partial r} (nT_i) \\ &+ \frac{3m_e}{m_i} \frac{Zn}{\tau_e} (T_e - T_i) + W_N, \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} B_\theta = c \frac{\partial}{\partial r} \eta j_z, \quad (2.4)$$

$$j_z = \frac{c}{4\pi} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rB_\theta) \quad (2.4a)$$

ここで、 n はイオンの密度 n_i で、 Z はその電荷数を示す。電子の密度 n_e は次のように与えられる。

$$n_e = Z n_i \quad (2.5)$$

Γ は粒子束で、 v は粒子の速度の r 方向(半径方向)の成分で、 D は拡散係数である。 T_e 、 T_i はそれぞれ、電子、イオンの温度で、 κ_e 、 κ_i は、電子およびイオンの熱伝導率、 η は電気抵抗、 τ_e は電子の衝突時間である。 B_θ はポロイダル磁場、 j_z はトロイダル電流を示す。トロイダル磁場は時間的・空間的に一定と仮定した。 c は光速、 m_e 、 m_i は電子およびイオンの質量である。 Δn は電離による粒子数の変化分であり、 W_R 、 W_I はそれぞれ放射損失、電離損失による電子のエネルギーの変化分であり、 W_N は中性粒子によるイオンのエネルギーの変化分を表わす。

(2.1)式から(2.4)式で、拡散係数と電子の熱伝導係数以外は(新)古典的なものを与える。その他、基本的な物理量も与えておく〔12,13,14,15,16〕。

電子、およびイオンの衝突時間

$$\left. \begin{aligned} \tau_e &= \frac{3\sqrt{m_e} T_e^{3/2}}{4\sqrt{2\pi} \ell_n A e^4 n_i} \\ \tau_i &= \frac{3\sqrt{m_i} T_i^{3/2}}{4\sqrt{\pi} \ell_n A e^4 n_i} \end{aligned} \right\} \quad (2.6)$$

クーロン対数

$$A = \begin{cases} \frac{3}{2 Z_{eff} e^3} \left(\frac{T_e^3}{\pi n_e} \right)^{1/2} & T_e \leq 36.19 \text{ eV} \\ \frac{\sqrt{3} a c \sqrt{m_e}}{Z_{eff} e^3} \frac{T_e}{(\pi n_e)^{1/2}} & T_e > 36.19 \text{ eV} \end{cases} \quad (2.7)$$

電気抵抗

$$\eta = \frac{m_e \nu_{e\eta}}{n_e e^2 f_T} \quad (2.8)$$

$$\nu_{e\eta} = \left(\frac{0.457 Z_{eff}}{1.077 + Z_{eff}} + 0.29 Z_{eff} \right) \frac{1}{\tau_e} \quad (2.8a)$$

$$f_T = 1 - \frac{1}{1 + \nu_e^*} \left\{ 1.9 \left(\frac{r}{R} \right)^{1/2} - \frac{r}{R} \right\} \quad (2.8b)$$

電子、およびイオンの衝突周波数

$$\left. \begin{aligned} \nu_e &= \frac{1}{2} (1 + Z_{eff}) \frac{1}{\tau_e} \\ \nu_i &= Z_{eff} \frac{1}{\tau_i} \end{aligned} \right\} \quad (2.9)$$

衝突パラメータ

$$\nu_{e,i}^* = \frac{\nu_{e,i} q R}{v_{Te,i}} \left(\frac{R}{r} \right)^{3/2} \quad (2.10)$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} \nu_{e,i}^* < 1 & \text{バナナ領域} \\ 1 < \nu_{e,i}^* < \left(\frac{R}{r} \right)^{3/2} & \text{プラトウ領域} \\ \left(\frac{R}{r} \right)^{3/2} < \nu_{e,i}^* & \text{Pfirsch-Schlüter 領域} \end{array} \right.$$

安全係数

$$q = \frac{r B_z}{R B_\theta} \quad (2.11)$$

熱速度

$$v_{Te,i} = \sqrt{\frac{2 T_{e,i}}{m_{e,i}}} \quad (2.12)$$

ラーモア半径

$$\rho_{e,i} = \frac{c \sqrt{2 m_{e,i} T_{e,i}}}{e_{e,i} B} \quad (2.13)$$

$$B = \sqrt{B_z^2 + B_\theta^2}, \quad e_e = e, \quad e_i = Ze$$

ポロイダル磁場で測ったラーモア半径

$$\rho_{e,i\theta} = \frac{c \sqrt{2 m_{e,i} T_{e,i}}}{e_{e,i} B_\theta} \quad (2.14)$$

イオンの熱伝導度

$$\kappa_i^{c\theta} = \frac{0.68}{1 + 0.36 \nu_i^*} \left(\frac{r}{R} \right)^{1/2} n \nu_i \rho_{i\theta}^2 + (1 + 1.6 q^2) n \nu_i \rho_i^2 \quad (2.15)$$

以上、(2.6)式から(2.15)式で、Rは大半径、 Z_{eff} は有効Z (effective-Z) で α は微細構造定数 ($\alpha^{-1}=137$)、(2.8)式での f_T は、捕捉粒子の効果による補正である。イオンの熱伝導度は(2.15)式のように与えたが、(2.15)式で、第1項は、バナナ-プラトウ領域での表示で、第2項は、Pfirsch-Schlüter 領域での値である。3つの領域をなめらかにつなぐため上記のように和の形に書いたが、実質的には、(2.15)式は値の大きい方で決ま

る。 ν_i に対する κ_i の変化の仕方からいって、この決め方は無理のないものと思われる。

2.2 異常輸送係数

トカマク・プラズマを支配している輸送現象の法則は未知な部分が多い。特に、電子の輸送について良くわかっていない。「トカマク・コード」では、輸送現象を解明することは不可能である。理論式や経験式を与えて計算し、実験結果と比較し、それらを検証するのがふつうである。本コードでは、擬古典則〔5〕, Alcator 則〔8〕がプログラム化されている。どの法則を使いかはユーザが入力で選択できる。もちろん、これら以外の法則をユーザがコードの一部を変更してプログラム化してもよい。

拡散係数、電子の熱伝導度に対する擬古典則, Mercier-Soubbramayer の経験式, Alcator 則を書き下す。

擬古典則

$$\left. \begin{aligned} D &= \alpha_p \frac{R^2 q^2}{r_N^2} \nu_e \rho_e^2 \\ \kappa_e &= \beta_p n D \end{aligned} \right\} \quad (2.16)$$

$$\left(r_N = \left(\frac{1}{n} \frac{dn}{dr} \right)^{-1} \right)$$

α_p, β_p は大きさが1程度の数因子である。(2.16)式はプラズマの中心でゼロ、 r とともに増加する。

Mercier-Soubbramayer の経験則 (modified Pfirsch-Schlüter)

$$\left. \begin{aligned} D &= \alpha_s (1 + 1.6 q^2) \nu_e \rho_e^2 \frac{1}{Z_{\text{eff}}} \\ \kappa_e &= \beta_s n D \end{aligned} \right\} \quad (2.17)$$

$$\alpha_s = 500 \sim 2000$$

Alcator 則

$$\left. \begin{aligned} D &= \alpha_A / \sqrt{q} n_e \\ \kappa_e &= \beta_A n_e D \end{aligned} \right\} \quad (2.18)$$

n_e が ($/\text{cm}^3$) の次元を持つとき

$$\alpha_A \approx 6 \times 10^{16}$$

$$\beta_A \approx 2$$

程度である。

2.3 新古典論

Hintonらは、バナナ・プラトウ領域における新古典論をコード化し、その数値計算の結果をSTートカマクの実験結果と比較した〔9〕。我々はHintonらの数値計算の結果を1つのベンチ・マークにするため新古典論をプログラム化した。バナナ、プラトウ、及びその境界附近も滑らかにつなく新古典論が次のように与えられる〔15〕。

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\Gamma) = 0 \quad (2.19)$$

$$\begin{aligned} \frac{3}{2} \frac{\partial}{\partial t} (nT_e) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rQ_e) = & -\frac{3m_e}{m_i} \frac{n}{T_e} (T_e - T_i) + E_z \frac{c}{4\pi} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rB_\theta) \\ & - \Gamma T_i \left\{ \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial r} + \left(y - \frac{3}{2}\right) \frac{1}{T_i} \frac{\partial T_i}{\partial r} \right\} \end{aligned} \quad (2.20)$$

$$\begin{aligned} \frac{3}{2} \frac{\partial}{\partial t} (nT_i) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rQ_i) = & \frac{3m_e}{m_i} \frac{n}{T_e} (T_e - T_i) \\ & + \Gamma T_i \left\{ \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial r} + \left(y - \frac{3}{2}\right) \frac{1}{T_i} \frac{\partial T_i}{\partial r} \right\} \end{aligned} \quad (2.21)$$

$$\frac{\partial B_\theta}{\partial t} = c \frac{\partial E_z}{\partial r} \quad (2.22)$$

$$\begin{aligned} \Gamma = & -n\nu_e \rho_e^2 \left(\frac{r}{R}\right)^{1/2} \left\{ K_{11} \left(1 + \frac{T_i}{T_e}\right) \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial r} + \left(-\frac{3}{2}K_{11} + K_{12}\right) \frac{1}{T_e} \frac{\partial T_e}{\partial r} \right. \\ & \left. - K_{11} \left(\frac{3}{2} - y\right) \frac{1}{T_e} \frac{\partial T_i}{\partial r} \right\} - K_{13} n \left(\frac{r}{R}\right)^{1/2} \frac{cE_z}{B_\theta} \end{aligned} \quad (2.23)$$

$$\begin{aligned} Q_e = & -n\nu_e \rho_e^2 T_e \left(\frac{r}{R}\right)^{1/2} \left\{ K_{21} \left(1 + \frac{T_i}{T_e}\right) \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial r} + \left(-\frac{3}{2}K_{21} + K_{22}\right) \frac{1}{T_e} \frac{\partial T_e}{\partial r} \right. \\ & \left. - K_{21} \left(\frac{3}{2} - y\right) \frac{1}{T_e} \frac{\partial T_i}{\partial r} \right\} - K_{23} n T_e \left(\frac{r}{R}\right)^{1/2} \frac{cE_z}{B_\theta} \end{aligned} \quad (2.24)$$

$$Q_i = -n\nu_i \rho_i^2 \left(\frac{r}{R}\right)^{1/2} K_i \frac{\partial T_i}{\partial r} + y T_i \Gamma \quad (2.25)$$

$$\begin{aligned} E_z = & \frac{\eta}{1 - \left(\frac{r}{R}\right)^{1/2} K_{33}} \left\{ \frac{c}{4\pi} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rB_\theta) + \frac{cnT_e}{B_\theta} \left(\frac{r}{R}\right)^{1/2} \left\{ K_{31} \left(1 + \frac{T_i}{T_e}\right) \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial r} \right. \right. \\ & \left. \left. + \left(-\frac{3}{2}K_{31} + K_{32}\right) \frac{1}{T_e} \frac{\partial T_e}{\partial r} - K_{31} \left(\frac{3}{2} - y\right) \frac{1}{T_e} \frac{\partial T_i}{\partial r} \right\} \right\} \end{aligned} \quad (2.26)$$

$$\begin{aligned}
 K_{11} &= \frac{1.12}{1 + 1.78 \nu_e^*} \\
 K_{12} &= \frac{1.25}{1 + 0.66 \nu_e^*} = K_{21} \\
 K_{13} &= \frac{2.44}{1 + 0.85 \nu_e^*} = K_{31} \\
 K_{22} &= \frac{2.64}{1 + 0.35 \nu_e^*} \\
 K_{23} &= \frac{4.35}{1 + 0.40 \nu_e^*} = K_{32} \\
 K_{33} &= \frac{1.9}{1 + \nu_e^*} \\
 K_i &= \frac{0.68}{1 + 0.36 \nu_i^*} \\
 y &= \frac{1.33 + 3 \nu_i^*}{1 + \nu_i^*}
 \end{aligned}
 \tag{2.27}$$

以上の式は、 $Z = 1$ のプラズマに限る。

2.4 中性粒子

壁から放出される中性粒子は、水素原子のみを考える。放出された中性粒子はプラズマ中に入りこんでいくにつれ、電離、荷電交換を受ける。この過程は、プラズマの拡散の時間尺度より十分速やかであるので、各時間ステップの間に、中性粒子は定常分布をなしていると仮定し、中性粒子に対する Boltzmann の式の定常解を求める。求まった中性粒子の密度、温度を $n_0(r)$ 、 $T_0(r)$ とすると、(2.1) の Δn 、(2.2) の W_I 、(2.3) の W_N は、

$$\begin{aligned}
 \Delta n &= n_e n_0 S_H \\
 W_I &= n_e n_0 \chi_H S_H \\
 W_N &= \frac{3}{2} T_0 n_e n_0 S_H - \frac{3}{2} (T_i - T_0) n_0 n_i C_H
 \end{aligned}
 \tag{2.28}$$

で与えられる。中性粒子は一般には、Maxwell 分布から大きくずれているのでその温度は定義できないが、それにかわる量として T_0 を後で定義する。(2.28) 式で、 S_H は水素原子

の電離係数 (ionization rate coefficients), χ_H は水素原子の電離のためのポテンシャル・エネルギー ($\chi_H = 13.64$ eV) で, C_H は荷電交換率 (charge exchange rate coefficients) で Δn は水素中性粒子が電離されたために生ずる水素イオンの個数の変化率 ($Z=1$ を仮定している。), W_i は, 中性粒子を電離するのに失う電子のエネルギー (単位時間, 単位体積当り), W_N は第1項が電離により生じた水素イオンのエネルギー (電離の過程で中性粒子の持っていたエネルギーがそのままイオンのものになると仮定), 第2項は, 荷電交換の結果イオンが失う単位時間当りのエネルギー密度である。(2.28)式で再結合過程は無視した。

Dnestrovskii らに従って [10], 以下のように Boltzmann の式を解いて中性粒子の分布を求める。定常状態での Boltzmann の式は

$$\begin{aligned} \vec{v} \cdot \vec{\nabla} f_0 = & - \int |\vec{v} - \vec{v}'| \sigma_{e_0} f_e(\vec{v}') f_0(\vec{v}) d\vec{v}' \\ & + \int |\vec{v} - \vec{v}'| \sigma_{cx} \{ f_0(\vec{v}') f_i(\vec{v}) - f_0(\vec{v}) f_i(\vec{v}') \} d\vec{v}' \end{aligned} \quad (2.29)$$

で与えられる。 f_0, f_e, f_i はそれぞれ, 中性粒子, 電子, イオンの分布函数である。第1項は電子による電離過程で, σ_{e_0} はその断面積, 第2項は荷電交換過程で, 速度 \vec{v} の中性粒子が生れる項と速度 \vec{v} の中性粒子が消滅する項の和となっている。矩形一次元の配位で (2.38) 式を解く。解析を簡単にするため, 電子は Maxwell 分布, イオンは次の δ -函数分布をしているとする。

$$f_i(\vec{v}, \mathbf{x}) = \frac{n_i}{2v_0} \left\{ \delta\left(\frac{\vec{v} + \vec{v}_{Ti}}{v_0}\right) + \delta\left(\frac{\vec{v} - \vec{v}_{Ti}}{v_0}\right) \right\} \quad (2.30)$$

ここで, v_0 は規格化定数, v_{Ti} はイオンの熱速度で, \mathbf{x} の函数である。我々は, 中性粒子の分布そのものよりも, それを平均した量のみを問題とするため, (2.30) 式の仮定は, それ程ひどいものではない。中性粒子の速さが, 平均的に, 電子やイオンの速さより小さくて無視できるとすると, (2.29) 式は次のように近似できる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} f_0(\vec{v}, \mathbf{x}) + \frac{S(\mathbf{x})}{v} f_0(\vec{v}, \mathbf{x}) &= G(\vec{v}, \mathbf{x}) \\ G(\vec{v}, \mathbf{x}) &= \frac{1}{v} F(\mathbf{x}) n_0(\mathbf{x}) \frac{1}{2v_0} \left\{ \delta\left(\frac{\vec{v} + \vec{v}_{Ti}(\mathbf{x})}{v_0}\right) + \delta\left(\frac{\vec{v} - \vec{v}_{Ti}(\mathbf{x})}{v_0}\right) \right\} \end{aligned} \quad (2.31)$$

$$\left. \begin{aligned} S(\mathbf{x}) &= n_i(\mathbf{x}) \{ Z S_H + C_H \} \\ F(\mathbf{x}) &= n_i C_H \end{aligned} \right\} \quad (2.31a)$$

$$\begin{aligned} S_H &= \langle \sigma_{e_0} v \rangle, \quad C_H = v_{Ti} \sigma_{cx}(v_{Ti}) \\ &\approx \langle \sigma_{cx} v \rangle \end{aligned} \quad (2.31b)$$

(2.31b) の $\langle \rangle$ は Maxwell 分布での平均を意味する。 S_H, C_H は (水素の) 電離率

(ionization rate coefficient), および荷電交換率 (charge exchange rate coefficient) である。

(2.31)式は、次の境界条件のもとに解く。

$$f_0(v, \pm a) = \frac{n_{ow}}{v_0} \delta\left(\frac{v \pm v_0}{v_0}\right) \quad (2.32)$$

ここで a は小半径で、 n_{ow}, v_0 は壁から放出される冷たい中性粒子の密度および速さである。

(2.31)式の解は、 $v > 0$ に対して、

$$f_0^+(v, x) = \int_{-a}^x d\xi G(v, \xi) e^{\frac{1}{v}\int_{\xi}^x s(x') dx'} + \frac{n_{ow}}{v_0} \delta\left(\frac{v-v_0}{v_0}\right) e^{-\frac{1}{v}\int_a^x s(x') dx'} \quad (2.32a)$$

$v < 0$ に対して

$$f_0^-(v, x) = \int_a^x d\xi G(v, \xi) e^{\frac{1}{v}\int_{\xi}^x s(x') dx'} + \frac{n_{ow}}{v_0} \delta\left(\frac{v+v_0}{v_0}\right) e^{-\frac{1}{v}\int_a^x s(x') dx'} \quad (2.32b)$$

中性粒子の密度分布は (2.32a), (2.32b) を積分することにより得られる。

$$n_0(x) = N_0(x) + \int_0^a K(x, \xi) n_0(\xi) d\xi \quad (2.34)$$

$$\left\{ \begin{aligned} N_0(x) &= n_{ow} \{ \Phi(x, a, v_0) + \Phi(0, x, v_0) \Phi(0, a, v_0) \} & (2.34a) \\ K(x, \xi) &= \frac{1}{2} \frac{F(\xi)}{v_{Ti}(\xi)} \{ \Phi(\xi, x, \text{sign}(x-\xi) \cdot v_{Ti}(\xi)) \\ &\quad + \Phi(0, \xi, v_{Ti}(\xi)) \Phi(0, x, v_{Ti}(\xi)) \} & (2.34b) \\ \Phi(\xi, x, v) &= e^{-\frac{1}{v}\int_{\xi}^x s(x') dx'} & (2.34c) \end{aligned} \right.$$

(2.28)式で必要な中性粒子の“温度”は次のように定義する。

$$\frac{3}{2} n_0 T_0 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2} m v^2 f_0(v, x) dv \quad (2.35)$$

積分を実行することにより、次のような表示が得られる。

$$\frac{3}{2} n_0(x) T_0(x) = E_n N_0(x) + \int_0^a K'(x, \xi) n_0(\xi) d\xi \quad (2.36)$$

$$K'(x, \xi) = T_i(\xi) K(x, \xi) \quad (2.36a)$$

$$E_n = \frac{1}{2} m_i v_0^2$$

水素原子の電離率は Post により与えられたものを用いる〔18〕。

$$S_H = 1.76 \times 10^{-7} \frac{1}{T_e^{1/2}} K_1 \left(\frac{\chi_H}{T_e} \right) \quad [\text{cm}^3/\text{s}] \quad (2.37)$$

$$K_1(x) = \int_x^\infty \frac{e^{-t}}{t} dt \quad (2.37a)$$

ここで、 T_e は〔eV〕単位で $\chi_H = 13.64 \text{ eV}$ である。水素原子の荷電交換の断面積は Riviere により与えられている〔19〕。

$$\sigma_{cx} = \frac{0.6937 \times 10^{-14} (1 - 0.155 \log_{10} E)^2}{1 + 0.1112 \times 10^{-14} E^{3.3}} \quad [\text{cm}^2] \quad (2.38)$$

E は〔eV〕単位のイオンのエネルギーで、 $E < 10 \text{ keV}$ では分母は 1 でよい。荷電交換率は次のようになる。

$$C_H = 1.57 \times 10^{-10} \sqrt{T_i} \{ (\log_{10} T_i)^2 - 14.63 \log_{10} T_i + 53.65 \} \quad [\text{cm}^3/\text{s}] \quad (2.39)$$

ここで T_i は〔eV〕単位である。

2.5 不純物

本コードでは、不純物は直接取り扱わないで、ただ単に、有効-Z、制動放射、電離損失の効果のみを適当に取り入れる。有効-Zは

$$Z_{\text{eff}} = \sum_j Z_j^2 n_j / n_e \quad (2.40)$$

$$n_e = \sum_j Z_j n_j$$

で定義される。和はすべての種類のイオンについてとる。不純物イオンの密度 n_j ($j \neq i$) は求めず、ただ Z_{eff} を適当に(実験データの値など)与える。輸送係数などで、 Z をどのよりに Z_{eff} でおきかえるかは、すでに示した。制動放射によるエネルギー損失率は

$$W_B = 1.05 \times 10^{-13} Z_{\text{eff}}^2 n_i n_e \sqrt{T_e} \quad [\text{eV}/\text{cm}^3 \cdot \text{s}] \quad (2.41)$$

で与えられる。ここで n_i, n_e は $[/\text{cm}^3]$, T_e は $[\text{eV}]$ 単位である。(2.2)式で W_R は、制動放射のみを考える。すなわち $W_R = W_B$ 。不純物を電離するために失う電子のエネルギーは(2.28)式の W_I に含める。すなわち、 χ_H を適当に大きくして(例えば $\chi_H=400\text{eV}$)、不純物電離によるエネルギー損失をとり入れる。 W_I はプラズマの周辺部分で大きいので、このやり方は、プラズマ周辺部分に不純物が多いとき、放射損失を有効的に取り入れることができる。

3. 数 値 計 算 法

3.1 差分式とその解法

方程式系 (2.1) ~ (2.4) 式, または, (2.19) ~ (2.27) 式を次の形に書き改める。

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial G}{\partial r}, \quad (3.1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_e}{\partial t} = & -\frac{T_e}{n} \frac{1}{r} \frac{\partial G}{\partial r} + \frac{1}{n} \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} - \nu(T_e - T_i) \\ & - V_{21} \frac{\partial n}{\partial r} - V_{22} \frac{\partial T_e}{\partial r} - V_{23} \frac{\partial T_i}{\partial r} - V_{24} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r B_\theta), \end{aligned} \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_i}{\partial t} = & -\frac{T_i}{n} \frac{1}{r} \frac{\partial G}{\partial r} + \frac{1}{n} \frac{1}{r} \frac{\partial Q}{\partial r} + Z \nu(T_e - T_i) \\ & - V_{31} \frac{\partial n}{\partial r} - V_{32} \frac{\partial T_e}{\partial r} - V_{33} \frac{\partial T_i}{\partial r} - V_{34} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r B_\theta), \end{aligned} \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial B_\theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial r} \varepsilon_z, \quad (3.4)$$

$$G = r \left(D_{11} \frac{\partial n}{\partial r} + D_{12} \frac{\partial T_e}{\partial r} + D_{13} \frac{\partial T_i}{\partial r} + D_{14} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r B_\theta) \right) \quad (3.5)$$

$$P = r \left(K_{21} \frac{\partial n}{\partial r} + K_{22} \frac{\partial T_e}{\partial r} + K_{23} \frac{\partial T_i}{\partial r} + K_{24} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r B_\theta) \right) \quad (3.6)$$

$$Q = r \left(K_{31} \frac{\partial n}{\partial r} + K_{32} \frac{\partial T_e}{\partial r} + K_{33} \frac{\partial T_i}{\partial r} + K_{34} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r B_\theta) \right) \quad (3.7)$$

$$\varepsilon_z = L_{41} \frac{\partial n}{\partial r} + L_{42} \frac{\partial T_e}{\partial r} + L_{43} \frac{\partial T_i}{\partial r} + L_{44} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r B_\theta) \quad (3.8)$$

例えば, (2.1) ~ (2.4) 式をこの形に書き改めると係数 D_{1i} , K_{2i} , K_{3i} , L_{4i} , V_{2i} , V_{3i} ($i = 1, 2, 3, 4$) は以下の様になる。

$$\begin{aligned}
 D_{11} &= D, \\
 K_{21} &= \frac{5}{3} T_e D, \quad K_{22} = \frac{2}{3} \frac{1}{Z} \kappa_e, \\
 K_{31} &= \frac{5}{3} T_i D, \quad K_{33} = \frac{2}{3} \kappa_i, \\
 \nu &= 2 \frac{m_e}{m_i} \frac{1}{\tau_e}, \\
 V_{21} &= \frac{2}{3} T_e D \frac{1}{n^2} \frac{\partial n}{\partial r}, \quad V_{22} = \frac{2}{3} D \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial r}, \\
 V_{24} &= -\frac{2}{3} \frac{1}{n} \eta \left(\frac{c^2}{4\pi} \right) \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r B_\theta), \\
 V_{31} &= \frac{2}{3} T_i D \frac{1}{n^2} \frac{\partial n}{\partial r}, \quad V_{33} = \frac{2}{3} D \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial r}, \\
 L_{44} &= \frac{c^2}{4\pi} \eta
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

他の係数はゼロである。新古典論の(2.19)~(2.27)式の場合には、すべての係数はゼロでなくなる(表示は省略する)。

(3.1)~(3.8)式は差分化して、初期値問題として解く。すなわち、時刻 n ですべての量が既知として、次のステップ $n+1$ での未知変数 $n^{n+1}, T_e^{n+1}, T_i^{n+1}, B_\theta^{n+1}$ を求める。差分式は次の考えをもとにして作る。

- 未知数 $n^{n+1}, T_e^{n+1}, T_i^{n+1}, B_\theta^{n+1}$ が、(3.1)~(3.8)式の中で陽に現われている非線型項はこれらを線型化する。線型化は次の公式に従う。

$$A^{n+1} B^{n+1} = A^{n+1} B^n + A^n B^{n+1} - A^n B^n + O(\Delta t^3) \tag{3.10}$$

- 輸送係数に関係した係数, D, K, L, V, ν についてはその未知変数への依存性が複雑なため線型化は行わない。そのため緩和法を併用する。
- Crank-Nicholson の方法〔11〕で差分化する。すなわち、

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \rightarrow \frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} = \frac{(\partial^2 u)_j^n + (\partial^2 u)_j^{n+1}}{2\Delta x^2} \tag{3.11}$$

$$(\partial^2 u)_j^n = u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n$$

のように差分式を作る。 j は空間格子点の番号である。これは陰解法で、数値的に常に安

定である。

- 格子点は整数格子点と半整数格子点の2種類を設ける。

$r, G, P, Q, D, K, L, \epsilon_z$ は整数格子点上に

$n, T_e, T_i, B_\theta, \nu, V$ は半整数格子点上に

それらの値をとる。このように2つに分けるのは一階微分の精度を上げるため、および原点での発散をふせぐためである。

差分式の具体的な表示は付録で与えるが、これらは次のようにまとめて書くことができる。

$$-A_j \vec{u}_{j+1} + B_j \vec{u}_j - C_j \vec{u}_{j-1} = \vec{d}_j \quad (3.12)$$

($j=2, 3, \dots, J-1$)

A_j, B_j, C_j は 4×4 のマトリックス, \vec{d}_j はベクトルでこれらの具体的な表示も付録に示す。
 \vec{u}_j は未知変数ベクトルである。

$$\vec{u}_j = \begin{bmatrix} \hat{u}_{j-1/2} \\ \hat{T}_{j-1/2}^e \\ \hat{T}_{j-1/2}^i \\ \hat{B}_{j-1/2}^\theta \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

ここで $j-1/2$ は半整数格子点であることを示す。まぎらわしくないために物理量の添字は右肩にかいた。 $\hat{}$ は時刻 $n+1$ のことである。(3.12)式は回帰法 (recurrence formula (11)) により解く。すなわち, \vec{u}_j を次の形におく。

$$\vec{u}_j = E_j \vec{u}_{j+1} + \vec{f}_j \quad (j=1, 2, \dots, J-1) \quad (3.14)$$

$$\left. \begin{aligned} E_j &= (B_j - C_j E_{j-1})^{-1} A_j \\ \vec{f}_j &= (B_j - C_j E_{j-1})^{-1} (\vec{d}_j + C_j \vec{f}_{j-1}) \end{aligned} \right\} \quad (3.15)$$

($j=2, 3, \dots, J-1$)

E_1, \vec{f}_1 は $r=0$ の境界条件から与えられる。(3.15)式によりすべての E_j, \vec{f}_j が求められる。 $r=a$ での \vec{u}_j を境界条件として与えると(3.14)からすべての格子点上で \vec{u}_j が求まる。輸送係数に関係した量は線型化を行わなかった。第1回目は、時刻 n での輸送係数を用いて(3.14)式を解く。得られた \vec{u}_j で輸送係数を表現し直して更に(3.14)式を解く。これをくり返し解 \vec{u}_j を改良していく。与えた誤差内に \vec{u}_j が収束するまでくり返す(緩和法)。

このように方程式系を(3.1)~(3.8)式の形に書き直し、差分式を、回帰法 (recurrence

formula) と緩和法 (relaxation or iteration method) とを組み合わせる方法は、複雑な輸送係数を取り扱ったり、計算実行時に輸送係数を取りかえたりするときに便利である。また、時間メッシュを Δt 、空間メッシュを Δr とするとこのやり方の精度は $\Delta t^2 \cdot \Delta r^2$ である。

3.2 中性粒子の取り扱い

中性粒子の分布は、各時間ステップ毎に Boltzman の式の定常解を求めて得る。分布が求まれば、(2.28)式が求められる。これらは次の手順で行う。

- i) 時刻 n での値 $n^n, T_e^n, T_i^n, B_\theta^n$ が与えられている。
- ii) $\Delta n=0, W_R=0, W_I=0, W_N=0$ として (2.1)~(2.4)式 を解き、 $n^{n+1}, T_e^{n+1}, T_i^{n+1}, B_\theta^{n+1}$ を求める。
- iii) 平均値を求める。

$$\left. \begin{aligned} \bar{n} &= \frac{1}{2} (n^n + n^{n+1}) \\ \bar{T}_e &= \frac{1}{2} (T_e^n + T_e^{n+1}) \\ \bar{T}_i &= \frac{1}{2} (T_i^n + T_i^{n+1}) \\ \bar{B}_\theta &= \frac{1}{2} (B_\theta^n + B_\theta^{n+1}) \end{aligned} \right\} \quad (3.16)$$

- IV) (3.16)式の平均値をプラズマの量として中性粒子の分布を求める。すなわち、積分方程式 (2.34), (2.36) を解いて $n_0(x), T_0(x)$ を求める。
- V) 求めた n_0, T_0 、および平均値 (3.16) で評価したプラズマの量を使って $\Delta n, W_I, W_N, W_R$ を計算する。
- VI) 次のようにして $n^{n+1}, T_{e,i}^{n+1}$ を改善する。

$$\begin{aligned} \hat{n} &= n^{n+1} + \Delta t \cdot \Delta n \\ \hat{T}_{e,i} &= \left\{ \frac{3}{2} (n T_{e,i})^{n+1} + \Delta t \cdot \Delta E_{e,i} \right\} / \frac{3}{2} \hat{n} \end{aligned}$$

ここで、 $\Delta E_e = -W_R - W_I$ 、 $\Delta E_i = W_N$ である。
この手順はくり返し計算が必要である。しかし、(2.34), (2.36)式を解くのはかなりの時間を要するため、プログラムではくり返し計算は行っていない。従って、求められた (3.17) 式の $\hat{n}, \hat{T}_{e,i}$ は補正值と考えるべきで、中性粒子の量があまり大きくなければ良い近似になっている。

中性粒子の密度分布 $n_0(x)$ を決める (2.34)式は、Fredholmの第2種積分方程式である。

こゝでは積分を適当に和に書き改め、(2.34)式を一次方程式にして、半整数格子点上の値 $n_{j-1/2}^0$ を求める。 $j=1$ の値は中心の境界条件から決まる ($\partial n_0 / \partial r |_{r=0} = 0, i, e, n_{1/2}^0 = n_{3/2}^0$)。未知変数は $j=2, 3, \dots, J$ である。 ($r_{J-1/2} = a$: プラズマ半径, または壁の位置)。

$$A \vec{x} = \vec{b} \tag{3.17}$$

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} n_{3/2}^0 \\ n_{5/2}^0 \\ \vdots \\ n_{J-1/2}^0 \end{bmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{bmatrix} N_{3/2}^0 \\ N_{5/2}^0 \\ \vdots \\ N_{J-1/2}^0 \end{bmatrix} \tag{3.17a}$$

壁から放出される(冷たい)中性粒子の密度 n_w とエネルギー $E_n = n_w v_0^2 / 2$ を与えると(3.18)式は解ける。(3.18)式では境界での値 $n_{J-1/2}^0$ は未知変数である。すなわち、 n_w, v_0 は境界(壁)からプラズマに向かって入りこむ中性粒子で、境界にはプラズマから壁に飛びこんでくる中性粒子もあるからである。 $n_0(x)$ が求まれば $T_0(x)$ は(2.36)式から直接求まる。このような解き方は、中性粒子の世代すべてを含む形の解が得られる。逆に第1世代、第2世代、...、というような区別はできない。

3.3 初期条件, 境界条件

初期条件

プラズマの初期値は次のように与える。

$$\left. \begin{aligned} n(r) &= (n_c - n_w) \left\{ 1 - \left(\frac{r}{a} \right)^{m_1} \right\}^{n_1} + n_w \\ T_e(r) &= (T_{ec} - T_{ew}) \left\{ 1 - \left(\frac{r}{a} \right)^{m_2} \right\}^{n_2} + T_{ew} \\ T_i(r) &= (T_{ic} - T_{iw}) \left\{ 1 - \left(\frac{r}{a} \right)^{m_3} \right\}^{n_3} + T_{iw} \\ B_z(r) &= \text{const} \\ j_z(r) &= j_{zc} \left\{ 1 - \left(\frac{r}{a} \right)^{m_4} \right\}^{n_4} \end{aligned} \right\} \tag{3.18}$$

こゝで添字 c は中心 ($r=0$) での値, w は壁 ($r=a$) での値であることを示す。 $n_c, n_w, T_{ec}, T_{ew}, T_{ic}, T_{iw}, m_1, n_1, m_2, n_2, m_3, n_3, m_4, n_4$ が入力として与えられる。 j_{zc} は与える必

要がない。すなわち、方程式系は j_z でなく B_θ を未知変数としているため、初期の $B_\theta(r)$ は次のようにして計算される。

$$B_\theta(r) = B_a \frac{a}{r} \frac{F(n_4, m_4, r)}{F(n_4, m_4, r=a)} \quad (3.19)$$

$$B_a = \frac{2 \times 10^{-7}}{a} I_p \quad [\text{Wb/m}^2] \quad (3.19a)$$

a : [m], I_p : [amp]

$$F(n_4, m_4, r) = \frac{2}{n_4 m_4 + 2} \left\{ r^2 \left(1 - \frac{r^{m_4}}{a^{m_4}} \right)^{n_4} + \frac{n_4 m_4}{2} F(n_4 - 1, m_4, r) \right\} \quad (n_4 \geq 2) \quad (3.19b)$$

$$F(n_4 = 1, m_4, r) = r^2 \left\{ 1 - \frac{2}{m_4 + 2} \left(\frac{r}{a} \right)^{m_4} \right\} \quad (3.19c)$$

こゝで I_p はプラズマ電流の初期値である。これからわかるように $j_{z,c}$ は与える必要がない。中性粒子は、時間発展の式を解かないので初期値は必要がない。

プラズマの境界条件

プラズマに対する境界条件は次のとおりである。中心 ($r = 0$) で、

$$\frac{\partial n}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial T_e}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial T_i}{\partial r} = 0, \quad B_\theta = 0 \quad (3.20)$$

これから、(3.15)式で必要な $E_{j=1}$, $\vec{f}_{j=1}$ が求まる。

$$E_{j=1} = \begin{bmatrix} 1 & & 0 \\ & 1 & \\ & & 1 \\ 0 & & & -1 \end{bmatrix}, \quad \vec{f}_{j=1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

境界 ($r = a$) で

$$\left. \begin{aligned} n &= n_w, \quad T_e = T_{e,w}, \quad T_i = T_{i,w} \\ B_\theta &= B_a, \quad B_a = \frac{2 \times 10^{-7}}{a} I_p \quad [\text{Wb/m}^2] \end{aligned} \right\} \quad (3.22)$$

a : [m], I_p : [amp]

こゝで I_p はプラズマ全電流で時間の函数である。回路方程式を解くことにより $I_p(t)$ が求

められるが、こゝでは、 $I_p(t)$ はプログラム化して与える。我々のプログラムでは図 3.1 のように直線で近似して与えている。図 3.1 で t_s は計算を開始する時刻（この時刻に初期値を与える）、 t_f は計算を終了する時刻である。 $I_{p1}, I_{p2}, I_{p3}, t_0, t_1, t_2, t_3, t_4, t_s, t_f$ を入力として与える。

中性粒子の境界条件

中性粒子の分布を決める積分方程式 (2.34) は壁から流入してくる冷たい中性粒子の密度 n_w とエネルギー E_n を与えると解が一次的に求まる。 n_w, E_n はプラズマや熱い中性粒子 (hot neutrals), 不純物などと壁との相互作用でできる。その過程は複雑であるのでこゝでは簡単に n_w, E_n を決める。つまり中性粒子発生の源を i) 蒸発 (evaporation) などによる自然発生, ii) プラズマとプラズマ中で発生した熱い中性粒子が壁をたたくことにより冷たい中性粒子が発生し流入することによる再循環過程 (recycling) の 2 つに求める。更にこの再循環過程はプラズマの全粒子数を時間的に一定に保つものとする。この時、(2.1) 式より、

$$\int_0^a \Delta n \, r \, dr = a \Gamma(r=a) \tag{3.23}$$

が成立する。この関係式を満す Δn は積分方程式 (2.34) の線型性を利用して求める。今、壁から流入する冷たい中性粒子の密度を適当にとり、それを n'_w とする。 n'_w を境界条件として (2.34) 式を解く。その解を $\Delta n'$ とすると (3.23) を満す Δn は $\Delta n = \alpha \Delta n'$ で、 α は、

$$\alpha = \frac{a \Gamma(r=a)}{\int \Delta n' \, r \, dr} \tag{3.24}$$

で計算される。i) の過程も考えれば、 n'_w を壁で発生する中性粒子の密度にとれば $\Delta n = (1+\alpha)\Delta n'$ が解である。まとめて書くと

$$\Delta n = (s+\alpha)\Delta n' \tag{3.25}$$

$$s = \begin{cases} 0 & \text{ii) の過程のみ} \\ 1 & \text{i), ii) 両過程} \end{cases}$$

$s = 0$ のときは n'_w は適当にとる (例えば $n'_w = 10^9$)。

$s = 1$ のときは n'_w は自然発生の中性粒子で、プログラムは次の形に与えている。

$$n'_w = \begin{cases} 0 & t < t_1 \\ n''_w \left(1 + \frac{t-t_1}{\tau_n}\right) & t_1 \leq t \leq t_2 \\ 0 & t > t_2 \end{cases} \tag{3.26}$$

n''_w, t_1, t_2, τ_n は入力である。 τ_n は正負どちらの符号を持ってよい。

壁から流入する冷たい中性粒子のエネルギー E_n も与えねばならない。これは入力でありふつり数 eV の値がとられる。

4. プログラム利用法

プログラムはすべてフォートランで書かれている。計算センタ組込みのSSLは使っていない。必要なSSLすべてを用意した完全プログラム (complete program) である。ワーク・ファイルは使用しない。プロッタ・ルーチンは用意されているが、問題は1次元であるためなるべくリスト上に図を書かせるようにした。殆んどの場合、リスト上のプロットで間に合うと思われるので、プロッタ・ルーチンの説明は行わない。主記憶は、実行時、およそ、80kWである。空間格子点は59までとれる。計算時間は典型的には、JFT-2トカマク・プラズマを100msec程度追うのに、10分以下である(計算機は原研計算センタのFACOM 230-75)。以下、INPUTの方法、OUTPUTの内容を述べる。入出力のデータの単位はMKSを用いた(例外もある)。最後に各ルーチンについて簡単に説明する。

4.1 INPUTの方法

INPUTはNAMELISTを用いて行い。その方法はカード・イメージで表わすと第4.1図のとおりである。第1カラムは必ず空白にしなければならない。並びは¥nameで始まり¥ENDで終り、その間にNAMELISTに登録されている変数を、図に示すように自由に入れてよい。入力データにはすべて標準値が与えられていて、読みこみの必要のない入力データは書かなくてもよい。入力データは“TORUS”という名前のNAMELISTに登録されているものと“CNTRL”という名前のものに登録されているものと2種類ある。入力データを表4.1に列挙する。defaultとあるのは標準値のことである。defaultの値でよいときには、その変数は入力しなくてよい。

4.2 OUTPUTの内容

第1ページに、タイトルとNAMELIST入力データの内容がそのまま出力される。第2ページ目に主な入力データのみが書かれる。第3ページ以下、各時刻での諸量出力される。最後に平均量、および重要な量の時間依存性が示される。出力リストをみて自明のものは以下説明を省略する。

まず、時間ステップ毎に出力されるものを列挙する。入力データが `DEBUG=.TRUE.` ならば、すべての時間ステップ毎(Δt 毎)に出力される。`DEBUG=.FALSE.`, `NPRNT=n`, なら `n-msec` 毎に出力される。たゞし、初期の分布と計算終了時の分布は必ず出力される。1つのステップで7ページ・リストされる。

1) 空間平均量

平均電子密度 \bar{n}_e (ANE)

$$\bar{n}_e = \frac{1}{\pi a^2} \int_0^a n_e(r) \cdot 2\pi r dr = \frac{2}{a^2} \int_0^a Z n(r) r dr \quad [/\text{m}^3] \quad (4.1)$$

平均温度 $\bar{T}_{e,i}$ (ATE, ATI)

$$\bar{T}_{e,i} = \frac{\int_0^a T_{e,i}(r) n_e(r) r dr}{\int_0^a n_e(r) r dr} \quad [\text{eV}] \quad (4.2)$$

ポロイダル・ベータ, 全ベータ β_p, β (BETAP, BETA)

$$\beta_p = \frac{4\mu_0}{a^2 B_a^2} \int_0^a \{n_e(r) T_e(r) + n_i(r) T_i(r)\} r dr \quad (4.3)$$

$$\beta = \beta_p \frac{B_a^2}{B_z^2 + B_a^2} \quad (4.4)$$

$$(\mu_0 = 4\pi / 10^7)$$

全プラズマ電流 I_p (IP)

$$I_p = \frac{1}{\mu_0} 2\pi a B_a \quad [\text{amp}] \quad (4.5)$$

プラズマ抵抗 R_p (RP)

$$R_p = \frac{2\pi R}{I_p^2} \int_0^a \eta_{11} J_z^2 2\pi r dr \quad [\Omega] \quad (4.6)$$

$$I_p : [\text{amp}], R, a : [\text{m}], \eta_{11} : [\Omega\text{-m}]$$

内部インダクタンス $\bar{\ell}_i$ (LI)

$$\bar{\ell}_i = \frac{8\pi^2}{\mu_0^2} \frac{1}{I_p^2} \int_0^a B_\theta^2(r) r dr \quad [\text{無次元}] \quad (4.7)$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{一様電流} & \bar{\ell}_i = 0.5 \\ \text{表皮電流} & \bar{\ell}_i = 0 \\ \text{バラボリック電流} & \bar{\ell}_i = 0.92 \end{array} \right.$$

ループ電圧 V_{loop} (V)

$$V_{loop} = R_p I_p + L_i \frac{dI_p}{dt} + \frac{1}{2} I_p \frac{dL_i}{dt} \quad \text{[Volt]} \quad (4.8)$$

$$L_i = \frac{\mu_0 R}{2} \ell_i$$

エネルギー・閉じ込め時間 τ'_E (TAUEP)

$$\tau'_E = \frac{2\pi R \int_0^a \frac{3}{2} (n_e T_e + n_i T_i) 2\pi r dr}{2\pi R E_z(a) I_p} \quad \text{[sec]} \quad (4.9)$$

粒子閉じ込め時間 (1) τ'_p (TAUPP)

$$\tau'_p = \frac{\int_0^a n_e r dr}{\int_0^a n_e n_0 S_H r dr} \quad \text{[sec]} \quad (4.10)$$

粒子閉じ込め時間 (2) τ_p (TAUP)

$$\tau_p = \frac{\int_0^a n_e r dr}{a \Gamma(a)} \quad \text{[sec]} \quad (4.11)$$

プラズマ内部エネルギー E_p (EP)

$$E_p = 2\pi R \int_0^a \frac{3}{2} (n_e T_e + n_i T_i) 2\pi r dr \quad \text{[Joule]} \quad (4.12)$$

Ohmic 入力エネルギー E_{OH} (WOH)

$$E_{OH} = \frac{4\pi^2}{\mu_0} R a E_z(a) B_a \quad \text{[Watt]} \quad (4.13)$$

放射損失 E_R (WRT)

$$\text{制動放射} \quad E_B = 4\pi^2 R \int_0^a W_B r dr \quad \text{[Watt]}$$

$$\text{電離損失} \quad E_I = 4\pi^2 R \int_0^a W_I r dr \quad \text{[Watt]}$$

$$\text{全損失} \quad E_R = E_B + E_I \quad \text{[Watt]}$$

(4.14)

荷電交換損失 $E_{CX} (WCX)$

$$E_{CX} = 4\pi^2 R \int_0^a W_N r dr \quad [\text{Watt}] \quad (4.15)$$

2) プラズマ空間分布

- j (J) : 格子点番号 (半整数格子点)
- r (R) : 半径方向位置 [m]
- $n_e(r)$ (NE) : 電子密度 [$/m^3$]
- $T_e(r)$ (TE) : 電子温度 [eV]
- $T_i(r)$ (TI) : プラズマ・イオン温度 [eV]
- $B_\theta(r)$ (BP) : ポロイダル磁場 [T]
- $j_z(r)$ (JZ) : トロイダル電流密度 [A/m^2]
- $E_z(r)$ (EZ) : トロイダル電場 [V/m]
- $q(r)$ (Q) : 安全係数
- E : 電子の新古典論の領域
- I : イオンの新古典論の領域

- E } = { B : バナナ領域
- I } = { P : プラトウ領域
- C : Pfirsch-Schlüter 領域

3) 水素中性粒子の空間分布

- j (J) : 格子点番号 (半整数格子点)
- r (R) : 半径方向位置 [m]
- $n_0(r)$ (ND) : 中性粒子密度 [$/m^3$]
- $T_0(r)$ (TN) : 中性粒子平均運動エネルギー [eV]
- $\Delta n(r)$ (DELN) : 中性粒子による n の変化 [$/m^3 s$]
- ΔE_e (DELTE) : 中性粒子による電子エネルギーの変化 [$J/m^3 \cdot s$]
- ΔE_i (DELTI) : 中性粒子によるイオンエネルギーの変化 [$J/m^3 \cdot s$]

4) プラズマの分布のプロット (1)

5) プラズマの分布のプロット (2)

プラズマ, および中性粒子の空間分布をリスト上に直接プロットする。プロットのシンボル, 軸のスケールはリスト上に打出されるが, これらは入力により変更できる。

6) エネルギー・バランスの空間分布とそのプロット

以下の量の空間分布を打ち出し, またプロットし, 各時間ステップでのエネルギー・バランスをみる。

全入力

$$P_{OH} = \frac{4\pi^2}{\mu_0} R r E_z(r) B_\theta(r) \quad [\text{Watt}] \quad (4.16)$$

電子の粒子拡散

$$P \left(\frac{dn_e}{dr} \right) = 4\pi^2 Rr \frac{3}{2} T_e(r) D(r) \frac{dn_e}{dr} \quad [\text{Watt}] \quad (4.17)$$

電子の熱伝導

$$P \left(\frac{dT_e}{dr} \right) = 4\pi^2 Rr \kappa_e(r) \frac{dT_e}{dr} \quad [\text{Watt}] \quad (4.18)$$

イオンの粒子・熱拡散

$$Q_i = 4\pi^2 Rr \kappa_i(r) \frac{dT_i}{dr} + 6\pi^2 Rr T_i(r) D(r) \frac{dn_i}{dr} \quad [\text{Watt}] \quad (4.19)$$

放射損失

$$P_R = 2\pi R \int_0^r (W_R + W_I) 2\pi r dr \quad [\text{Watt}] \quad (4.20)$$

荷電交換損失

$$P_{CX} = 2\pi R \int_0^r W_N 2\pi r dr \quad [\text{Watt}] \quad (4.21)$$

電子-イオン・エネルギー流入

$$E_{eq} = 2\pi R \int_0^r \frac{n_e}{\tau_{eq}} (T_e - T_i) 2\pi r dr \quad [\text{Watt}] \quad (4.22)$$

$$\tau_{eq} = \frac{m_i}{3m_e} \tau_c \quad (4.22a)$$

以上の量が(決められた)ステップ毎に出力されていく。TIME、GT、TMAXで計算は完了するが、最後のステップは必ず出力される。計算の間、1 msec毎に、平均量、重要な量が主記憶に蓄わえられ、最後のステップが出力された後、これらが時刻の関数として出力され、さらにプロットされる。出力は2つに分けられその内容は

- 1) $\bar{n}_e, \bar{T}_e, \bar{T}_i, E_P, E_{OH}, E_R, E_{CX}, \tau'_B, \tau'_P, \beta_p, V, vs. t$
- 2) $n_e(r=0), T_e(r=0), T_i(r=0), vs. t$

である。

4.3 各サブ・ルーチンの説明

最後に、各サブ・ルーチンの説明を行う。プログラムには、できるだけコメントを挿入したので、こゝでは、極く簡単に説明する。

メイン

プログラムの流れを制御する。

BLOCK DATA

すべてのコモン文をこゝに集め、データ文でもって、すべてのコモン変数をゼロ・クリアする。

SETD

入力データの `defamlt` をこゝで与える。`defamlt` の値は主として JFT-2 のものを与えた。また論理変数はすべて `.FALSE.` に定め、規格定数も与えている。

BOUND

図 3.1 のように与えられた入力データをもとにプラズマ電流 I_p を直線近似で求め、(3.19a) に従って、境界値 $B_z = B_\theta (r=a)$ を求める。

INPUT

`NAMELIST` に登録された変数を入力する。入力されないデータは、`SETD` で与えられた標準値 (default) がそのまま使われる。`READ` の直後、`WRITE` で `NAMELIST` 変数がすべて打ち出される。入力変数を CGS-単位に変換したあと、初期分布の計算、定数計算などを行う。`COEFF` を呼んで初期値に対する輸送係数を決定し、`SKEI` を呼んで粒子束を計算し、`NEUTP` を呼んで中性粒子の分布を求める。ただし、この時は中性粒子によるプラズマの変化は計算しない。

一組の入力データによる計算が完了すれば、流れはこのルーチンにもどり、次の組のデータを読む。読み込むべきデータがなければ `STOP` する。

OUTPUT

主たる変数を MKS-単位に変換して 4.2 節のとおり計算し出力する。平均量、および重要な量は 1 m sec 毎に主記憶に蓄積し、最後に時間の関数として出力する。

SCOMPT

recurrence formula により (3.12) 式を解いて、 $n^{n+1}, T_e^{n+1}, T_i^{n+1}, B_\theta^{n+1}$ を求める。くり返し計算を行い、さらにこの解を改良する。くり返しの回数が少なければ時間メッシュ Δt は 2 倍にし、くり返しの回数が多くても収束しない時は Δt を半分にする。これらについ

ては、図 4.2 に流れ図を示す。

$n^{n+1}, T_{e,i}^{n+1}, B_{\theta}^{n+1}$ が求めれば、NEUTP を呼んで中性粒子の分布を計算させる。NEUTP の中で $\Delta n, W_R, W_I, W_N$ を計算し、これらで $n^{n+1}, T_{e,i}^{n+1}, B_{\theta}^{n+1}$ を補正する。これにより、時刻 $n+1$ での解が求まり、OUTPUT に制御が移り出力される。

SKEI

くり返し計算を行う時、時刻 n での変数のみに依存する量と、改良されていく時刻 $n+1$ での変数を含む量とがあるが、こゝでは時刻 n の変数のみに依存する量を計算する。すなわち (3.12) 式の \vec{d}_j , (3.5)~(3.8) 式の G, P, Q, ϵ_z の時刻 n での値を計算する。SKEI は SCOMPT の中では 1 度だけ呼ばれる。

SKEISU

(3.12) 式のマトリックス係数 A_j, B_j, C_j の各要素を計算する。

TMESH

SCOMPT の中で呼ばれ、物理的に時間メッシュ Δt を決める。 Δt は

$$\Delta t = 0.25 * \min \left(\frac{(\Delta r)^2}{D}, \tau_{eq} \right) \quad (4.23)$$

こゝで τ_{eq} は equi-partition time で (4.22a) で与えられる。(4.23) で決められる Δt は Δt の最小値 Δt_{min} (入力データ DTMIN により与えられる) より大きく、最大値 Δt_{max} (入力データ DTMAX) より小さくしなければならない。SCOMPT では Δt_{min} と Δt_{max} の間で Δt を半分にしたたり 2 倍にしたたりする。 Δt が Δt_{min} より小さくなると SCOMPT からメッセージを打ち出して計算は STOP する。

COEFF

輸送係数を計算する。どの輸送係数を計算するかは次のように入力データで選択する。

- ① YUSO=.TRUE. 新古典論 (NEOC を呼ぶ)
- ② YUSO=.FALSE., YPSEUD=.TRUE. 擬古典論
- ③ YUSO=.FALSE., YPSEUD=.FALSE. Alcator 則

それぞれがどのような輸送係数であるかは、§2 で述べた。また、ユーザが独自の輸送係数でシミュレーションを行いたい時は、このルーチンを好きなように変更すればよい。3章の 3.1 で示したように輸送係数のうち $D_{1i}, K_{2i}, K_{3i}, L_{4i}$ ($i=1, 2, 3, 4$) は整数格子点上で、 V_{2i}, V_{3i} ($i=1, 2, 3, 4$) は半整数格子点上の値が計算される。

NEOC

YUSO=.TRUE. なら COEFF の中から呼ばれ、新古典論の輸送係数が計算される。

NEUTP

(2.34), (2.36)式を解いて中性粒子の分布を求める。一次方程式系はMATINVを呼んで解く。最大格子点の番号をJとすると $(J-1) \times (J-1)$ の一次方程式系を解くので、このルーチンは時間がかかる。 $n_0(r)$, $T_0(r)$ が求まると、 Δn , W_I , W_N を計算し、ついでに制動放射 W_B も計算する。 W_I は不純物の電離損失も考慮するため、電離ポテンシャルを適当に大きくする。水素の電離ポテンシャル χ_H を入力データPOTIでおきかえる。得られた Δn , $W_B (=W_B)$, W_I , W_N の変化分だけ n , T_e , T_i を補正する。

MATINV

一次方程式 $A \vec{x} = \vec{b}$ を逆行列 A^{-1} を求めることにより解く。逆行列はGauss-Jordan法により求める。

QSF

等間隔に関数値が与えられたとき、シンプソンの公式により積分を実行する。

INTGRL

積分 $\int_0^a A(r) r dr$ をQSFを用いて実行する。ただし $A(r)$ は半整数格子点上で与えられたものでなければならない。

PLOTA

$y = f(x)$ をリスト上にプロットする。 x は縦軸に、 y は横軸にとられる。4種類の $y = f(x)$ を同一リスト上に画ける。プロットされる変数のシンボル、横軸のスケールは入力である。

PLOTB

PLOTAとは逆に $y = f(x)$ を x を横軸に、 y を縦軸にプロットする。プロットされる変数は7つまでとれる。エネルギー・バランスの空間分布(4.16)~(4.22)式はPLOTBによりグラフがリスト上に画かれる。他のグラフはPLOTAによる。

5. 計 算 例

テスト・ランは(1)新古典論の場合、(2)JFT-2トカマクのパラメータの場合、の2つについて行った。いずれの場合も、不純物ルーチンは解かない。また、新古典論の場合は、中性粒子のルーチンも解かない。新古典論の場合のテスト・ランの結果はHinton等のシミュレーション結果と比較し良い一致をみた。JFT-2のパラメータで行ったテスト・ランの結果は、実験とおよそその一致は得られた。しかし、実験データの詳細な解析はこの報告書の目的ではないので、JFT-2トカマクについて行ったランのうち典型的なもののみを示す。

(1) 新古典論の場合

Hinton等は、バナナ・プラトウ領域の新古典的輸送理論の数値計算を行い、STトカマクの実験結果と比較した〔9〕。こゝでは、方程式、及び、輸送係数は2.3節に従う場合についてSTのパラメータでシミュレーションを行った。主な入力データは次のとおりである。

```
TOKAMK = 8HST-NEOC ,
RMAJ = 1.09 , RMIN = 0.14 ,
NC = 1.0E19 , NWALL = 0.2E19 ,
TEC=200.0 , TEWAL=40.0 , TiC=20.0 , TiWAL=20.0 ,
BZWMX = 3.0 ,
ZI1 = 40.0E3 , ZI2 = 40.0E3 , ZI3 = 40.0E3 ,
YUSO=.TRUE. , NEUTRL=.FALSE. ,
EPS=0.05 ,
M1=2 , L1=1 , M2=2 , L2=1 , M3=2 , L3=1 ,
```

初期の密度分布、電子温度、イオン温度はいずれも、パラボリック型で与えたことになる。全電流は一定とした。新古典論の場合、初期の電流分布の形により解が異なる。従って、初期の電流分布が①パラボリックの時 ($M4=2, L4=1$)、②peaked ($M4=2, L4=3$)、③flat ($M4=6, L4=1$)の3つの場合を計算した。また空間メッシュを変更して、NMESH=20, 30, 35, 49, 58 について計算した。空間メッシュを変更したとき最も変動の大きいのは $T_e(r=0)$ であり、その変動はおよそ3%である。また、 τ_E の変動は1%以下である。

図5.1に新古典論のテスト・ランを示す。図5.1(a)及び(b)は初期の電流分布がパラボリックの場合について、 $t=60\text{msec}$ の時の、 n_e : 密度分布、 T_e : 電子温度分布、 T_i : イオン温度分布、 J_z : 電流密度分布、 q : 安全係数の分布、 E_z : z 方向の電界強度の分布、を描いたものである。 T_e と J_z にスキーン効果がみられる。Fig. 5.1 (a), (b)ともNMESH=35で、このとき、 $T_e(r=0)=9765\text{eV}$ 、 $T_i(r=0)=4803\text{eV}$ 、 $n_e(r=0)=1.43 \times 10^{19}/\text{m}^3$ で、Hinton等の結果は、 $T_e(r=0)=999\text{eV}$ 、 $T_i(r=0)=500\text{eV}$ 、 $n_e(r=0)=1.43 \times 10^{19}/\text{m}^3$ である。また、式(4.9)から計算したエネルギー閉じ込め時間は $\tau_E'=0.145$

sec である。

新古典論では、解は、初期に与えた電流分布に依存する。これを示したのが図 5.1 (c)である。
与えた電流分布は

$$\text{Peaked} : J_z \propto \left\{ 1 - \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right\}^3 \quad (\text{入力データ } M4=2, L4=3)$$

$$\text{flat} : J_z \propto 1 - \left(\frac{r}{a} \right)^6 \quad (\text{入力データ } M4=6, L4=1)$$

の2通りである。それぞれの場合の T_e, n_e の分布を描いた。最大値は、それぞれ $T_e(\text{peaked})=20295 \text{ eV} (2060 \text{ eV}), n_e(\text{peaked})=1.85 \times 10^{19} / \text{m}^3 (1.88 \times 10^{19} / \text{m}^3),$
 $T_e(\text{flat})=998.2 \text{ eV} (1050 \text{ eV}), n_e(\text{flat})=1.297 \times 10^{19} / \text{m}^3 (1.29 \times 10^{19} / \text{m}^3),$ である。
たゞし()の中の値はHinton等の計算結果である。以上のように、我々のコードの新古典論の計算は、ほぼ、Hinton等のものと一致していると考えてよい。

(2) JFT-2 トカマクのパラメータの場合

JFT-2 トカマクについて行ったランのうち、典型的な一例のみを示す。そのときの入力データは次のとおりである。

TOKAMK=8HJFT-2,
RMAJ=0.9, RMIN=0.25,
NC=1.5E19, NWALL=0.5E19,
TEC=700.0, TEWAL=20.0, TIC=250.0, TIWAL=10.0,
BZWMX=1.8, TMIN=4.00E-3, TMAX=8.00E-3,
ZI1=100.0E3, ZI2=100.0E3, ZI3=100.0E3,
YUSO=.FALSE., YPSEUD=.FALSE., ALPHA=8.5E16, PSEUD=2.0,
NEUTRL=.TRUE., WNO=5.0E14, EVN=4.0, RECYCL=1.0,
TNEUT1=4.00E-3, TNEUT2=0.1, TAUNEU=8.00E-3,
ZEFF=3.0, POT1=400.0,
NMESH=30, EPS=0.05,
M1=2, L1=1, M2=2, L2=1, M3=2, L3=1, M4=2, L4=1,

初期の密度分布、電子及びイオン温度の分布、電流分布はすべてパラボラ型で与えた。異常輸送は、Alcator 則で、

$$D = \alpha \frac{1}{\sqrt{q} n_e} \quad (\alpha = 8.5 \times 10^{16}) \quad [\text{cm}^2 \text{ s}^{-1}]$$

$$\kappa_e = \beta n_e D \quad (\beta = 2.0) \quad [\text{cm}^{-1} \text{ s}^{-1}]$$

と与えた。中性粒子のルーチンを解き、リサイクリングは1とし、リサイクリングによりプラ

プラズマ中に入る中性粒子とは別に、式(3.26)に従って、少量の中性粒子を、壁から放出した。不純物に関しては、有効 $Z=3$ 、としかつ、中性粒子ルーチンにおいて(2.28)で計算される W_I の中の χ_H を 400 eV におきかえ($POTI=400.0$)電離による電子のエネルギーの損失を増大させた。

図5.2(a),(b)は $t=80\text{ msec}$ における空間分布である。ここで、 T_e : 電子温度の分布、 T_i : イオン温度分布、 n_e : 電子密度分布、 E_z : z 方向の電界強度、 J_z : z 方向の電流密度分布、 q : 安全係数の分布、 n_N : 中性粒子(水素)の密度分布、である。この時刻($t=80\text{ msec}$)において

ポロイダル・ベータ	$\beta_p = 0.36$
全ベータ	$\beta = 0.0007$
プラズマ抵抗	$R_p = 1.26 \times 10^{-5} \Omega$
内部インダクタンス	$\bar{\ell}_i = 1.29$
ループ電圧	$V_{loop} = 1.54\text{ Volt}$
エネルギー閉じ込め時間	$\tau'_E = 11.5\text{ msec}$
粒子閉じ込め時間	$\tau_p = 22.4\text{ msec}$
	$\tau'_p = 18.2\text{ msec}$
プラズマ・エネルギー	$E_p = 1.53 \times 10^3\text{ Joule}$
Ohmic 入力	$W_{OH} = 15.44\text{ kW}$
放射損失	$W_R = 42.5\text{ kW}$
荷電交換損失	$W_{CX} = 19.1\text{ kW}$

が得られている。放射損失が少ないため、閉じ込め時間は少し大きすぎる値になっている。図5.2(a),(b)で電子温度、分圧分布はかなり鋭い。密度分布は、中心からカラムの半分位まで平坦である。壁からの中性粒子が比較的プラズマ周辺部で電離され、周辺部でプラズマ密度が盛り上がるためと考えられる。壁から放出される中性粒子が増すと(WNO を大きくすると)密度分布にスキーンができる。このとき、中心密度がすみやかに上昇する結果は得られない。

図5.2(c),(d)に重要な量の時間依存性を示す。リサイクリングの他に中性粒子を壁から放出するため、平均電子密度 \bar{n}_e は少しずつ上昇している。

以上の結果はあくまでテスト・ランの例示であり、JFT-2トカマク・プラズマの詳細な解析結果を示すものではない。

謝 辞

「トカマク・コード」を開発・発展させるにあたって、多くの方々から助言と支援を受けました。とりわけ、田中正俊室長はじめ、理論解析研究室の研究員の方々とは、実りの多い議論をしていただき、様々な助言と御指導を受けました。大型トカマク開発部の田島輝彦氏にも、有益なる助言を受けました。計算機使用にあたっては、計算センタの浅井清氏から懇切な御指導をしていただきました。日大理工学部の川上一郎教授からは、たえず、励ましと、助言をいただきました。また、阪大工学部超高温理工学研究施設の石村勉教授からは、特に原子過程について多くの御指導を受けました。これらの方々に深く感謝いたします。

計算機は名古屋大学プラズマ研究所のHITAC-8500, 原研計算センタのFACOM 230-60, FACOM 230-75を使用しました。

文 献

- 1) 開発されたトカマク・コードをいくつかあげる。ただし、すべてを網羅したものではない。オリジナルと思われるものと、著者が特に参考にしたもののみを記す。
 - ① Yu.N.Dnestrovskii, D.P.Kostomarov and N.L.Pavlova : Proc. Int. Symp. Closed Confinement Syst., 1969.
 - ② C.Mercier and Soubbaramayer : *ibid.*
 - ③ Yu.N.Dnestrovskii, D.P.Kostomarov and N.L.Pavlova: Proc. Eur. Conf. Control. Fusion Plasma Phys., 4th, 1970, Vol. I p17.
 - ④ C.Mercier and Soubbaramayer : *ibid* Vol. I p.16.
 - ⑤ T.Tajima, T.Takeda and S. Itoh : Report of Japan Atomic Energy Research Institute, JAERI-M 4941, August 1972.
 - ⑥ D.F.Düchs, H.P.Furth and P.H.Rutherford : Technical memo of Princeton Plasma Phys. Laboratory, TM-265, Jan. 1973.

トカマク・コードの review として

 - ⑦ J.T.Hogan : "Multifluid Tokamak Transport Models", Methods in Computational Physics Vol 16 (edited by B.Alder, Academic Press Inc., 1976), p131.
 - ⑧ M.L.Watkins, M.H.Huges, K.V.Roberts and P.M.Keeping : " ICARUS -A One-Dimensional Plasma Diffusion Code", *ibid.*, p165.
- 2) M.Yoshikawa : IAEA Technical Committee Meeting on Large Tokamak Experiments, Dubna, July 4~11, 1975. (Nuclear Fusion, 15(1975)909, compiled by A.H.Spans.)
- 3) Annual Report of Division of Thermonuclear Fusion Research and Division of Large Tokamak Development, for the period of April 1, 1976 to March 31, 1977 : Report of Japan Atomic Energy Research

謝 辞

「トカマク・コード」を開発・発展させるにあたって、多くの方々から助言と支援を受けました。とりわけ、田中正俊室長はじめ、理論解析研究室の研究員の方々とは、実りの多い議論をしていただき、様々な助言と御指導を受けました。大型トカマク開発部の田島輝彦氏にも、有益なる助言を受けました。計算機使用にあたっては、計算センタの浅井清氏から懇切な御指導をしていただきました。日大理工学部の川上一郎教授からは、たえず、励ましと、助言をいただきました。また、阪大工学部超高温理工学研究施設の石村勉教授からは、特に原子過程について多くの御指導を受けました。これらの方々に深く感謝いたします。

計算機は名古屋大学プラズマ研究所のHITAC-8500, 原研計算センタのFACOM 230-60, FACOM 230-75を使用しました。

文 献

- 1) 開発されたトカマク・コードをいくつかあげる。ただし、すべてを網羅したものではない。オリジナルと思われるものと、著者が特に参考にしたもののみを記す。
 - ① Yu.N.Dnestrovskii, D.P.Kostomarov and N.L.Pavlova : Proc. Int. Symp. Closed Confinement Syst., 1969.
 - ② C.Mercier and Soubbaramayer : *ibid*.
 - ③ Yu.N.Dnestrovskii, D.P.Kostomarov and N.L.Pavlova: Proc. Eur. Conf. Control. Fusion Plasma Phys., 4th, 1970, Vol. I p17.
 - ④ C.Mercier and Soubbaramayer : *ibid* Vol. I p.16.
 - ⑤ T.Tajima, T.Takeda and S. Itoh : Report of Japan Atomic Energy Research Institute, JAERI-M 4941, August 1972.
 - ⑥ D.F.Düchs, H.P.Furth and P.H.Rutherford : Technical memo of Princeton Plasma Phys. Laboratory, TM-265, Jan. 1973.

トカマク・コードの review として

 - ⑦ J.T.Hogan : "Multifluid Tokamak Transport Models", Methods in Computational Physics Vol 16 (edited by B.Alder, Academic Press Inc., 1976), p131.
 - ⑧ M.L.Watkins, M.H.Huges, K.V.Roberts and P.M.Keeping : " ICARUS -A One-Dimensional Plasma Diffusion Code", *ibid*, p165.
- 2) M.Yoshikawa : IAEA Technical Committee Meeting on Large Tokamak Experiments, Dubna, July 4~11, 1975. (Nuclear Fusion, 15(1975)909, compiled by A.H.Spans.)
- 3) Annual Report of Division of Thermonuclear Fusion Research and Division of Large Tokamak Development, for the period of April 1, 1976 to March 31, 1977 : Report of Japan Atomic Energy Research

- Institute, JAERI-M 7479, Feb. 1978.
- 4) M.Okamoto and T.Amano : J.Compt. Phys., Vol. 26, No 1 (1978) 80.
 - 5) S.Yoshikawa : Phys. Rev. Lett. 25(1970)353.
 - 6) C.Mercier and Soubbaramayer : EUR-CEA-FC-742, May 1974.
 - 7) D.F.Düchs, D.E.Post and P.H.Rutherford : Nuclear Fusion, 17, No 3 (1977) 565.
 - 8) see for instance, G.E.Guest, R.L.Miller, W.W.Pfeiffer and R.E.Waltz : General Atomic Company Report No GA-A14831, 1978.
 - 9) F.L.Hinton, J.C.Wiley, D.F.Düchs, H.P.Furth and P.H.Rutherford : Phys. Rev. Lett., 29, No 11(1972) 698.
 - 10) Yu.N.Dnestrovskii, D.P.Kostomarov and N.L.Parlova: Atomnaya Energiya 32(1972)301.
 - 11) R.D.Richtmyer and K.W.Morton : Difference Methods for Initial-Value Problem(John Wiley & Sons, New York, 1967).
 - 12) S.I.Braginskii : Review of Plasma Physics, ed. M. Leontovich (Consultants Bureau, New York, 1965)Vol.I.
 - 13) L.Spitzer, Jr : Physics of Fully Ionized Gases(John Wiley & Sons, New York, 1962).
 - 14) M.N.Rosenbluth and R.D.Hazeltine : Phys. Fluids 15(1972)116.
 - 15) F.L.Hinton and M.N.Rosenbluth : Phys.Fluids 16(1973)836.
 - 16) R.D.Hazeltine and F.L.Hinton : Phys. Fluids 16(1973)1883.
 - 17) D.F.Düchs, H.P.Furth and P.H. Rutherford : Technical memo of Princeton Plasma Phys. Laboratory, TM-265, Jan.1973.
 - 18) R.F.Post : Plasma Physics (J.Nuclear Energy Pt.C) 3 (1961)273.
 - 19) A.C.Riviere : Nucl. Fusion 11 (1971) 363.

付録 差分式および係数 A_j, B_j, C_j, \bar{d}_j の表示

(3.1)~(3.4)式の差分式を書く。差分式の作り方は3.1節に述べた通りである。変数は以下の量により規格化する。

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{密度} \quad n_0 = 10^{13} \text{ cm}^{-3} \\ \text{磁場} \quad B_0 = 10^3 \text{ Gauss} \\ \text{時間} \quad t_0 = 10^{-3} \text{ sec} \\ \text{距離} \quad r_0 = 1 \text{ cm} \\ \text{エネルギー} \quad T_0 = 1.6021 \times 10^{-12} \text{ erg/eV} \end{array} \right.$$

これらの値はSUB, SETD で与えられている。無次元化された式の差分式を以下に書き下す。簡単のため、時刻 $n+1$ の値にはへをつける。時刻 n の値には添字を省く。

(3.1)式

$$\begin{aligned} & \hat{n}_{j-1/2} - n_{j-1/2} - \frac{\Delta t}{2} \frac{1}{r_{j-1/2}} \frac{1}{\Delta r} \left[\frac{r_j}{\Delta r} \{ \hat{D}_j^{11} (\hat{n}_{j+1/2} - \hat{n}_{j-1/2}) + \hat{D}_j^{12} (\hat{T}_{j+1/2}^e - \hat{T}_{j-1/2}^e) \right. \\ & + \hat{D}_j^{13} (\hat{T}_{j+1/2}^i - \hat{T}_{j-1/2}^i) \} + \frac{1}{\Delta r} \hat{D}_j^{14} (r_{j+1/2} \hat{B}_{j+1/2}^\theta - r_{j-1/2} B_{j-1/2}^\theta) \\ & - \frac{r_{j-1}}{\Delta r} \{ \hat{D}_{j-1}^{11} (\hat{n}_{j-1/2} - \hat{n}_{j-3/2}) + \hat{D}_{j-1}^{12} (\hat{T}_{j-1/2}^e - \hat{T}_{j-3/2}^e) \\ & + \hat{D}_{j-1}^{13} (\hat{T}_{j-1/2}^i - \hat{T}_{j-3/2}^i) \} - \frac{1}{\Delta r} \hat{D}_{j-1}^{14} (r_{j-1/2} \hat{B}_{j-1/2}^\theta - r_{j-3/2} \hat{B}_{j-3/2}^\theta) \Big] \\ & - \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial G}{\partial r} \right)_{j-1/2} = 0 \end{aligned} \quad (A.1)$$

(3.2), (3.3)式で $1/n$ に比例する項は、次のように線型化する。

$$\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{1}{n} \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} \rightarrow \frac{\hat{T} - T}{\Delta t} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{n} \left(2 - \frac{\hat{n}}{n} \right) \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} + \frac{1}{n} \frac{1}{r} \frac{\partial \hat{P}}{\partial r} \right\} \quad (A.2)$$

(3.2)式

$$\begin{aligned} & \hat{T}_{j-1/2}^e - T_{j-1/2}^e + \frac{\Delta t}{2} \frac{T_{j-1/2}^e}{n_{j-1/2}} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial G}{\partial r} \right)_{j-1/2} \left(\frac{\hat{T}_{j-1/2}^e}{T_{j-1/2}^e} - \frac{\hat{n}_{j-1/2}}{n_{j-1/2}} \right) \\ & + \frac{\Delta t}{2} \frac{T_{j-1/2}^e}{n_{j-1/2}} \frac{1}{r_{j-1/2}} \frac{1}{\Delta r} \left[\frac{r_j}{\Delta r} \{ \hat{D}_j^{11} (\hat{n}_{j+1/2} - \hat{n}_{j-1/2}) + \hat{D}_j^{12} (\hat{T}_{j+1/2}^e - \hat{T}_{j-1/2}^e) \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \widehat{D}_j^{13} (\widehat{T}_{j+1/2}^i - \widehat{T}_{j-1/2}^i) \} + \frac{1}{\Delta r} \widehat{D}_j^{14} (r_{j+1/2} \widehat{B}_{j+1/2}^\theta - r_{j-1/2} \widehat{B}_{j-1/2}^\theta) \\
 & - \frac{r_{j-1}}{\Delta r} \{ \widehat{D}_{j-1}^{11} (\widehat{n}_{j-1/2} - \widehat{n}_{j-3/2}) + \widehat{D}_{j-1}^{12} (\widehat{T}_{j-1/2}^c - \widehat{T}_{j-3/2}^c) \\
 & + \widehat{D}_{j-1}^{13} (\widehat{T}_{j-1/2}^i - \widehat{T}_{j-3/2}^i) \} - \frac{1}{\Delta r} \widehat{D}_{j-1}^{14} (r_{j-1/2} \widehat{B}_{j-1/2}^\theta - r_{j-3/2} \widehat{B}_{j-3/2}^\theta) \\
 & + \frac{\Delta t}{2} \frac{T_{j-1/2}^c}{n_{j-1/2}} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial G}{\partial r} \right)_{j-1/2} - \frac{\Delta t}{2} \frac{1}{n_{j-1/2}} \left(2 - \frac{\widehat{n}_{j-1/2}}{n_{j-1/2}} \right) \left(\frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} \right)_{j-1/2} \\
 & - \frac{\Delta t}{2} \frac{1}{n_{j-1/2}} \frac{1}{r_{j-1/2}} \frac{1}{\Delta r} \left\{ \frac{r}{\Delta r} \{ \widehat{K}_j^{21} (\widehat{n}_{j+1/2} - \widehat{n}_{j-1/2}) + \widehat{K}_j^{22} (\widehat{T}_{j+1/2}^c - \widehat{T}_{j-1/2}^c) \right. \\
 & + \widehat{K}_j^{23} (\widehat{T}_{j+1/2}^i - \widehat{T}_{j-1/2}^i) \} + \frac{1}{\Delta r} \widehat{K}_j^{24} (r_{j+1/2} \widehat{B}_{j+1/2}^\theta - r_{j-1/2} \widehat{B}_{j-1/2}^\theta) \\
 & - \frac{r_{j-1}}{\Delta r} \{ \widehat{K}_{j-1}^{21} (\widehat{n}_{j-1/2} - \widehat{n}_{j-3/2}) + \widehat{K}_{j-1}^{22} (\widehat{T}_{j-1/2}^c - \widehat{T}_{j-3/2}^c) \\
 & + \widehat{K}_{j-1}^{23} (\widehat{T}_{j-1/2}^i - \widehat{T}_{j-3/2}^i) \} - \frac{1}{\Delta r} \widehat{K}_{j-1}^{24} (r_{j-1/2} \widehat{B}_{j-1/2}^\theta - r_{j-3/2} \widehat{B}_{j-3/2}^\theta) \} \\
 & + \frac{\Delta t}{2} \{ \nu_{j-1/2} (\widehat{T}_{j-1/2}^c - \widehat{T}_{j-1/2}^i) + \nu_{j-1/2} (T_{j-1/2}^c - T_{j-1/2}^i) \} \\
 & + \frac{\Delta t}{2} \left\{ \widehat{V}_{j-1/2}^{21} \frac{1}{2\Delta r} (\widehat{n}_{j+1/2} - \widehat{n}_{j-3/2}) + V_{j-1/2}^{21} \frac{\partial n}{\partial r} \Big|_{j-1/2} \right\} \\
 & + \frac{\Delta t}{2} \left\{ \widehat{V}_{j-1/2}^{22} \frac{1}{2\Delta r} (\widehat{T}_{j+1/2}^c - \widehat{T}_{j-3/2}^c) + V_{j-1/2}^{22} \frac{\partial T^c}{\partial r} \Big|_{j-1/2} \right\} \\
 & + \frac{\Delta t}{2} \left\{ \widehat{V}_{j-1/2}^{23} \frac{1}{2\Delta r} (\widehat{T}_{j+1/2}^i - \widehat{T}_{j-3/2}^i) + V_{j-1/2}^{23} \frac{\partial T^i}{\partial r} \Big|_{j-1/2} \right\} \\
 & + \frac{\Delta t}{2} \left\{ \widehat{V}_{j-1/2}^{24} \frac{1}{2r_{j-1/2} \Delta r} (r_j [\widehat{B}_{j+1/2}^\theta + \widehat{B}_{j-1/2}^\theta] - r_{j-1} [\widehat{B}_{j-1/2}^\theta + \widehat{B}_{j-3/2}^\theta]) \right. \\
 & \qquad \qquad \qquad \left. + V_{j-1/2}^{24} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial (rB^\theta)}{\partial r} \right)_{j-1/2} \right\} \\
 & = 0 \qquad \qquad \qquad (A.3)
 \end{aligned}$$

(3.3)式

(A.3)式 において次の置換をすればよい。

$$\begin{aligned} T_i &\rightarrow T_e, \quad \nu \rightarrow Z\nu \\ K_{2\ell} &\rightarrow K_{3\ell} \quad (\text{ただし } K_{32} \leftrightarrow K_{33}) \\ V_{2\ell} &\rightarrow V_{3\ell} \quad (\text{ただし } V_{32} \leftrightarrow V_{33}) \quad \ell = 1, 2, 3, 4 \\ \frac{\partial P}{\partial r} &\rightarrow \frac{\partial Q}{\partial r} \end{aligned}$$

(3.4)式

$$\begin{aligned} &\hat{B}_{j-1/2}^\theta - \hat{B}_{j-1/2}^\theta - \frac{\Delta t}{2} \frac{1}{\Delta r^2} \left[\hat{L}_j^{41} (\hat{n}_{j+1/2} - \hat{n}_{j-1/2}) + \hat{L}_j^{42} (\hat{T}_{j+1/2}^e - \hat{T}_{j-1/2}^e) \right. \\ &+ \hat{L}_j^{43} (\hat{T}_{j+1/2}^i - \hat{T}_{j-1/2}^i) + \hat{L}_j^{44} \frac{1}{r_j} (r_{j+1/2} \hat{B}_{j+1/2}^\theta - r_{j-1/2} \hat{B}_{j-1/2}^\theta) \\ &+ \frac{\Delta t}{2} \frac{1}{\Delta r^2} \left[\hat{L}_{j-1}^{41} (\hat{n}_{j-1/2} - \hat{n}_{j-3/2}) + \hat{L}_{j-1}^{42} (\hat{T}_{j-1/2}^e - \hat{T}_{j-3/2}^e) \right. \\ &+ \hat{L}_{j-1}^{43} (\hat{T}_{j-1/2}^i - \hat{T}_{j-3/2}^i) + \hat{L}_{j-1}^{44} \frac{1}{r_{j-1}} (r_{j-1/2} \hat{B}_{j-1/2}^\theta - r_{j-3/2} \hat{B}_{j-3/2}^\theta) \left. \right] \\ &- \frac{\Delta t}{2} \frac{1}{\Delta r} (\epsilon_j^z - \epsilon_{j-1}^z) = 0 \end{aligned} \tag{A.4}$$

ただし $j=2$ のときは,

$$\begin{aligned} &\hat{B}_{j-1/2}^\theta - \hat{B}_{j-1/2}^\theta - \frac{\Delta t}{2\Delta r} \left\{ 2 \hat{L}_j^{44} \frac{\partial \hat{B}^\theta}{\partial r} \Big|_j - 2 \hat{L}_{j-1}^{44} \frac{1}{\Delta r} (\hat{B}_{j-1/2}^\theta - \hat{B}_{j-3/2}^\theta) \right. \\ &+ 2 \hat{L}_j^{44} \frac{\partial \hat{B}^\theta}{\partial r} \Big|_j - 2 \hat{L}_{j-1}^{44} \frac{1}{\Delta r} (\hat{B}_{j-1/2}^\theta - \hat{B}_{j-3/2}^\theta) \left. \right\} = 0 \end{aligned} \tag{A.4a}$$

以上の差分式をまとめて書くと(3.12)式の形になる。この式の係数 A_j, B_j, C_j, \vec{d}_j を以下に書き下す。

$$A_j^{(11)} = a_j \frac{r_j}{\Delta r} \hat{D}_j^{11}$$

$$A_j^{(12)} = a_j \frac{r_j}{\Delta r} \hat{D}_j^{12}$$

$$A_j^{(13)} = a_j \frac{r_j}{\Delta r} \widehat{D}_j^{13} \quad (A.5a)$$

$$A_j^{(14)} = a_j \frac{r_{j+1/2}}{\Delta r} \widehat{D}_j^{14}$$

$$B_j^{(11)} = 1 + A_j^{(11)} + C_j^{(11)}$$

$$B_j^{(12)} = A_j^{(12)} + C_j^{(12)}$$

$$B_j^{(13)} = A_j^{(13)} + C_j^{(13)}$$

$$B_j^{(14)} = A_j^{(14)} \frac{r_{j-1/2}}{r_{j+1/2}} + C_j^{(14)} \frac{r_{j-1/2}}{r_{j-3/2}}$$

$$C_j^{(11)} = a_j \frac{r_{j-1}}{\Delta r} \widehat{D}_{j-1}^{11}$$

$$C_j^{(12)} = a_j \frac{r_{j-1}}{\Delta r} \widehat{D}_{j-1}^{12}$$

$$C_j^{(13)} = a_j \frac{r_{j-1}}{\Delta r} \widehat{D}_{j-1}^{13}$$

$$C_j^{(14)} = a_j \frac{r_{j-3/2}}{\Delta r} \widehat{D}_{j-1}^{14} \quad (A.5c)$$

$$A_j^{(21)} = -f_j \frac{r_j}{\Delta r} \widehat{D}_j^{11} + b_j \frac{r_j}{\Delta r} \widehat{K}_j^{21} - \frac{\Delta t}{2} \widehat{V}_{j-1/2}^{21} \frac{1}{2\Delta r}$$

$$A_j^{(22)} = -f_j \frac{r_j}{\Delta r} \widehat{D}_j^{12} + b_j \frac{r_j}{\Delta r} \widehat{K}_j^{22} - \frac{\Delta t}{2} \widehat{V}_{j-1/2}^{22} \frac{1}{2\Delta r}$$

$$A_j^{(23)} = -f_j \frac{r_j}{\Delta r} \widehat{D}_j^{13} + b_j \frac{r_j}{\Delta r} \widehat{K}_j^{23} - \frac{\Delta t}{2} \widehat{V}_{j-1/2}^{23} \frac{1}{2\Delta r}$$

$$A_j^{(24)} = -f_j \frac{r_{j+1/2}}{\Delta r} \widehat{D}_j^{14} + b_j \frac{r_{j+1/2}}{\Delta r} \widehat{K}_j^{24} - \frac{\Delta t}{2} \widehat{V}_{j-1/2}^{24} \frac{r_j}{2r_{j-1/2}\Delta r} \quad (A.6a)$$

$$\begin{aligned}
 B_j^{(21)} &= -\frac{\Delta t}{2} \frac{1}{n_{j-1/2}^2} \left\{ T_{j-1/2}^c \left(\frac{1}{r} \frac{\partial G}{\partial r} \right)_{j-1/2} - \left(\frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} \right)_{j-1/2} \right\} + A_j^{(21)} + C_j^{(21)} \\
 B_j^{(22)} &= 1 + \frac{\Delta t}{2} \frac{1}{n_{j-1/2}^2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial G}{\partial r} \right)_{j-1/2} + \frac{\Delta t}{2} \hat{v}_{j-1/2} + A_j^{(22)} + C_j^{(22)} \\
 B_j^{(23)} &= -\frac{\Delta t}{2} \hat{v}_{j-1/2} + A_j^{(23)} + C_j^{(23)} \\
 B_j^{(24)} &= -f_j \frac{r_{j-1/2}}{\Delta r} \hat{D}_j^{14} - f_j \frac{r_{j-1/2}}{\Delta r} \hat{D}_{j-1}^{14} + b_j \frac{r_{j-1/2}}{\Delta r} \hat{K}_j^{24} + b_j \frac{r_{j-1/2}}{\Delta r} \hat{K}_{j-1}^{24} \\
 &\quad + \frac{\Delta t}{2} \hat{V}_{j-1/2}^{24} \frac{1}{2r_{j-1/2}}
 \end{aligned}
 \tag{A.6b}$$

$$\begin{aligned}
 C_j^{(21)} &= -f_j \frac{r_{j-1}}{\Delta r} \hat{D}_{j-1}^{11} + b_j \frac{r_{j-1}}{\Delta r} \hat{K}_{j-1}^{21} + \frac{\Delta t}{2} \hat{V}_{j-1/2}^{21} \frac{1}{2\Delta r} \\
 C_j^{(22)} &= -f_j \frac{r_{j-1}}{\Delta r} \hat{D}_{j-1}^{12} + b_j \frac{r_{j-1}}{\Delta r} \hat{K}_{j-1}^{22} + \frac{\Delta t}{2} \hat{V}_{j-1/2}^{22} \frac{1}{2\Delta r} \\
 C_j^{(23)} &= -f_j \frac{r_{j-1}}{\Delta r} \hat{D}_{j-1}^{13} + b_j \frac{r_{j-1}}{\Delta r} \hat{K}_{j-1}^{23} + \frac{\Delta t}{2} \hat{V}_{j-1/2}^{23} \frac{1}{2\Delta r} \\
 C_j^{(24)} &= -f_j \frac{r_{j-3/2}}{\Delta r} \hat{D}_{j-1}^{14} + b_j \frac{r_{j-3/2}}{\Delta r} \hat{K}_{j-1}^{24} + \frac{\Delta t}{2} \hat{V}_{j-1/2}^{24} \frac{r_{j-1}}{2r_{j-1/2}\Delta r}
 \end{aligned}
 \tag{A.6c}$$

$$\begin{aligned}
 A_j^{(41)} &= d_j \hat{L}_j^{41} \\
 A_j^{(42)} &= d_j \hat{L}_j^{42} \\
 A_j^{(43)} &= d_j \hat{L}_j^{43} \\
 A_j^{(44)} &= d_j \frac{r_{j+1/2}}{r_j} \hat{L}_j^{44} \\
 B_j^{(41)} &= A_j^{(41)} + C_j^{(41)} \\
 B_j^{(42)} &= A_j^{(42)} + C_j^{(42)}
 \end{aligned}
 \tag{A.7a}$$

$$\tag{A.7b}$$

$$\begin{aligned}
 B_j^{(43)} &= A_j^{(43)} + C_j^{(43)} \\
 B_j^{(44)} &= 1 + A_j^{(44)} \frac{r_{j-1/2}}{r_{j+1/2}} + C_j^{(44)} \frac{r_{j-1/2}}{r_{j-3/2}} \\
 C_j^{(41)} &= c_j \widehat{L}_{j-1}^{41} \\
 C_j^{(42)} &= c_j \widehat{L}_{j-1}^{42} \\
 C_j^{(43)} &= c_j \widehat{L}_{j-1}^{43} \\
 C_j^{(44)} &= c_j \frac{r_{j-3/2}}{r_{j-1}} \widehat{L}_{j-1}^{44}
 \end{aligned}
 \tag{A.7c}$$

$$\begin{aligned}
 d_j^{(1)} &= n_{j-1/2} + \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial G}{\partial r} \right)_{j-1/2} \\
 d_j^{(2)} &= T_{j-1/2}^c - \frac{\Delta t}{2} \frac{T_{j-1/2}^c}{n_{j-1/2}} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial G}{\partial r} \right)_{j-1/2} + \Delta t \frac{1}{n_{j-1/2}} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} \right)_{j-1/2} \\
 &\quad - \frac{\Delta t}{2} \left[\nu_{j-1/2} (T_{j-1/2}^c - T_{j-1/2}^i) + V_{j-1/2}^{21} \left(\frac{\partial n}{\partial r} \right)_{j-1/2} + V_{j-1/2}^{22} \left(\frac{\partial T^e}{\partial r} \right)_{j-1/2} \right. \\
 &\quad \left. + V_{j-1/2}^{23} \left(\frac{\partial T^i}{\partial r} \right)_{j-1/2} + V_{j-1/2}^{24} \frac{1}{r_{j-1/2}} \left(\frac{\partial (rB^\theta)}{\partial r} \right)_{j-1/2} \right] \\
 d_j^{(4)} &= B_{j-1/2}^\theta + e_j (\epsilon_j^2 - \epsilon_{j-1}^2)
 \end{aligned}
 \tag{A.8}$$

以上で $A^{(3\ell)}, B^{(3\ell)}, C^{(3\ell)}, d^{(3)}$ ($\ell=1, 2, 3, 4$) は書かなかったが, $A^{(2\ell)}, B^{(2\ell)}, C^{(2\ell)}, d^{(2)}$ において, すでに述べた置換 ((A.4) 式の直前に示した置換) をすれば得られるので表示は省略した。(A.5)~(A.8) 式の中の $a_j, b_j, c_j, d_j, e_j, f_j$ は次のとおりである。

$$\begin{aligned}
 a_j &= \frac{\Delta t}{2} \frac{1}{r_{j-1/2}} \frac{1}{\Delta r} & d_j &= e_j \frac{1}{\Delta r} \\
 b_j &= a_j \frac{1}{n_{j-1/2}} & e_j &= \frac{\Delta t}{2} \frac{1}{\Delta r} \\
 c_j &= e_j \frac{1}{\Delta r} & f_j &= b_j T_{j-1/2}^{(e,i)}
 \end{aligned}
 \tag{A.9}$$

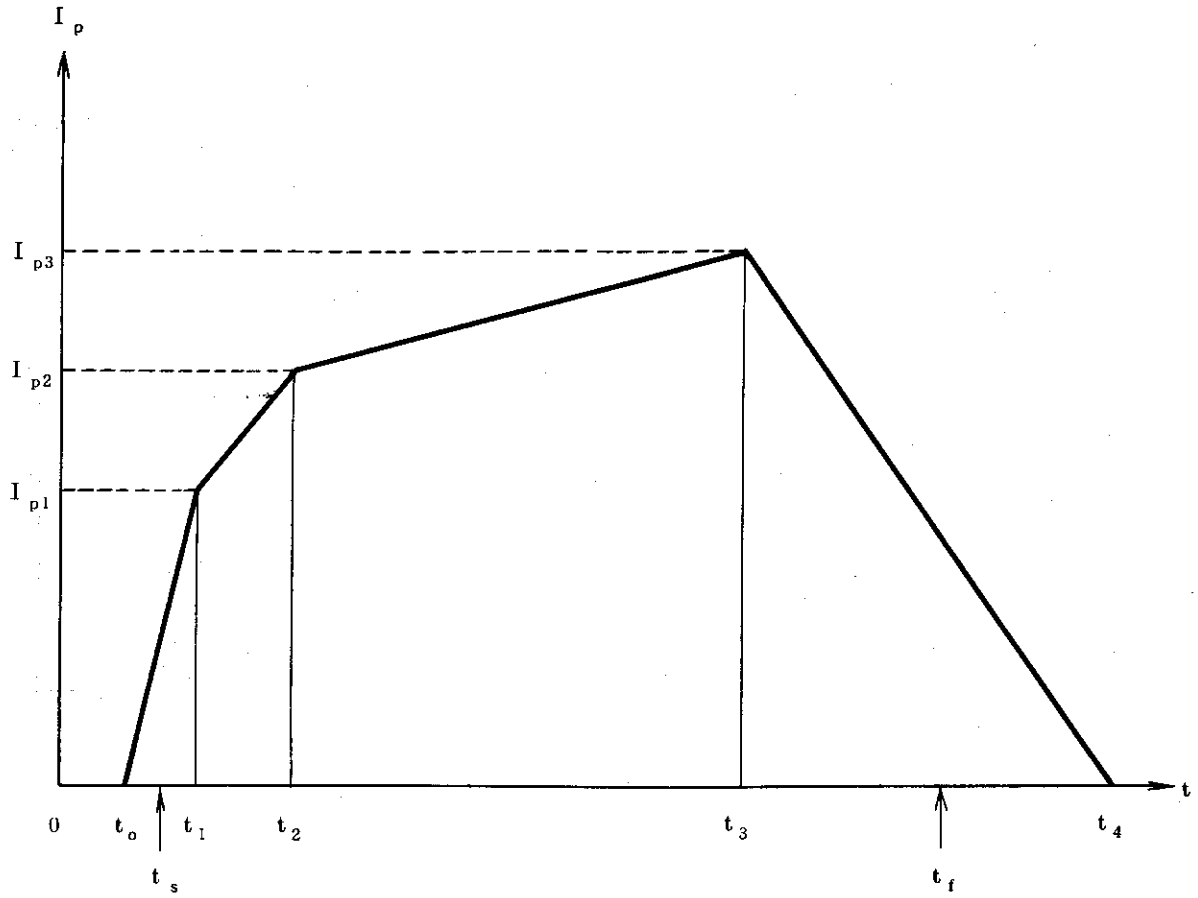


図 3.1 プラズマ全電流の与え方
 t_s は計算開始時刻， t_f は計算終了時刻

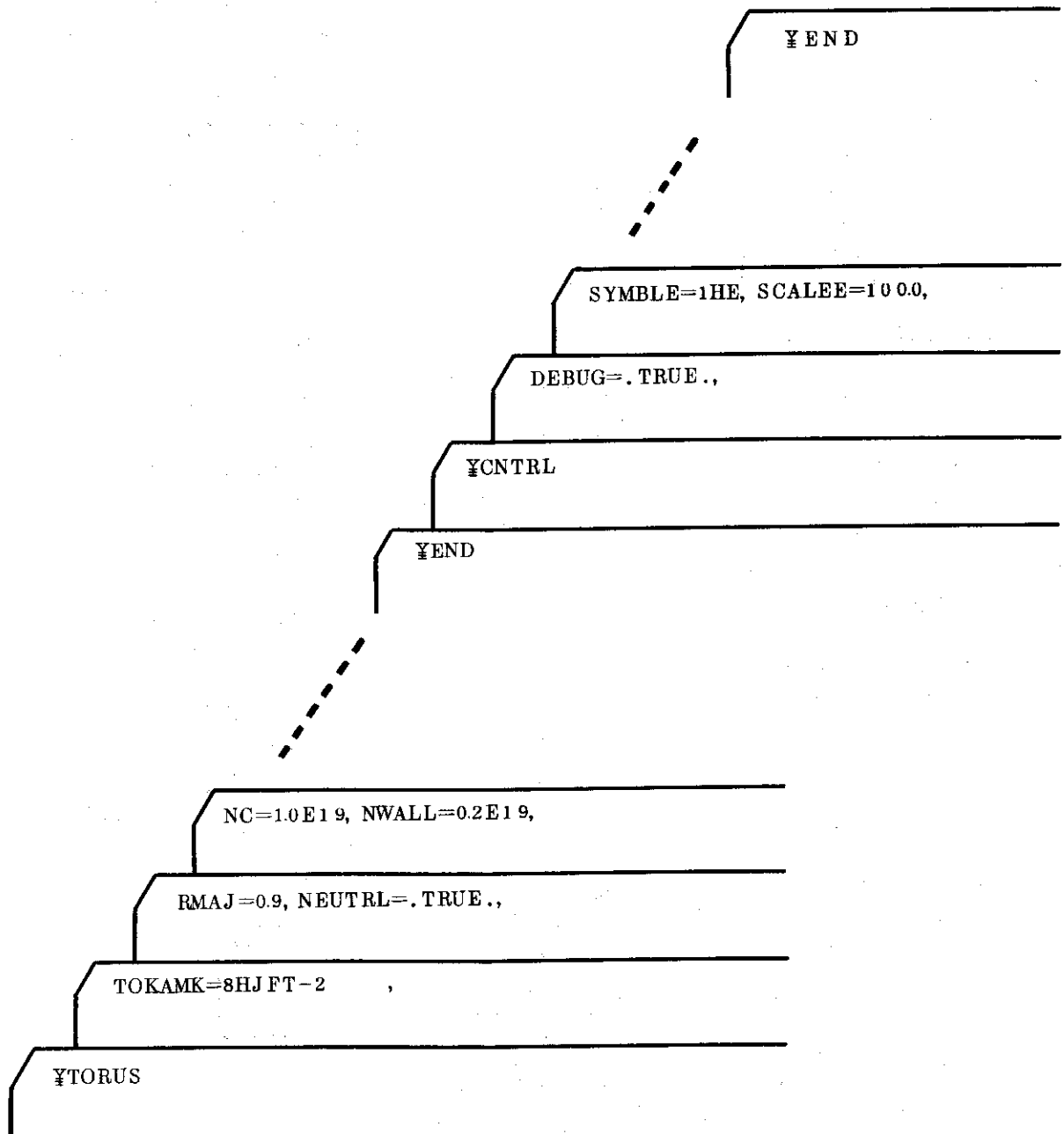


図 4.1 入力データの並び

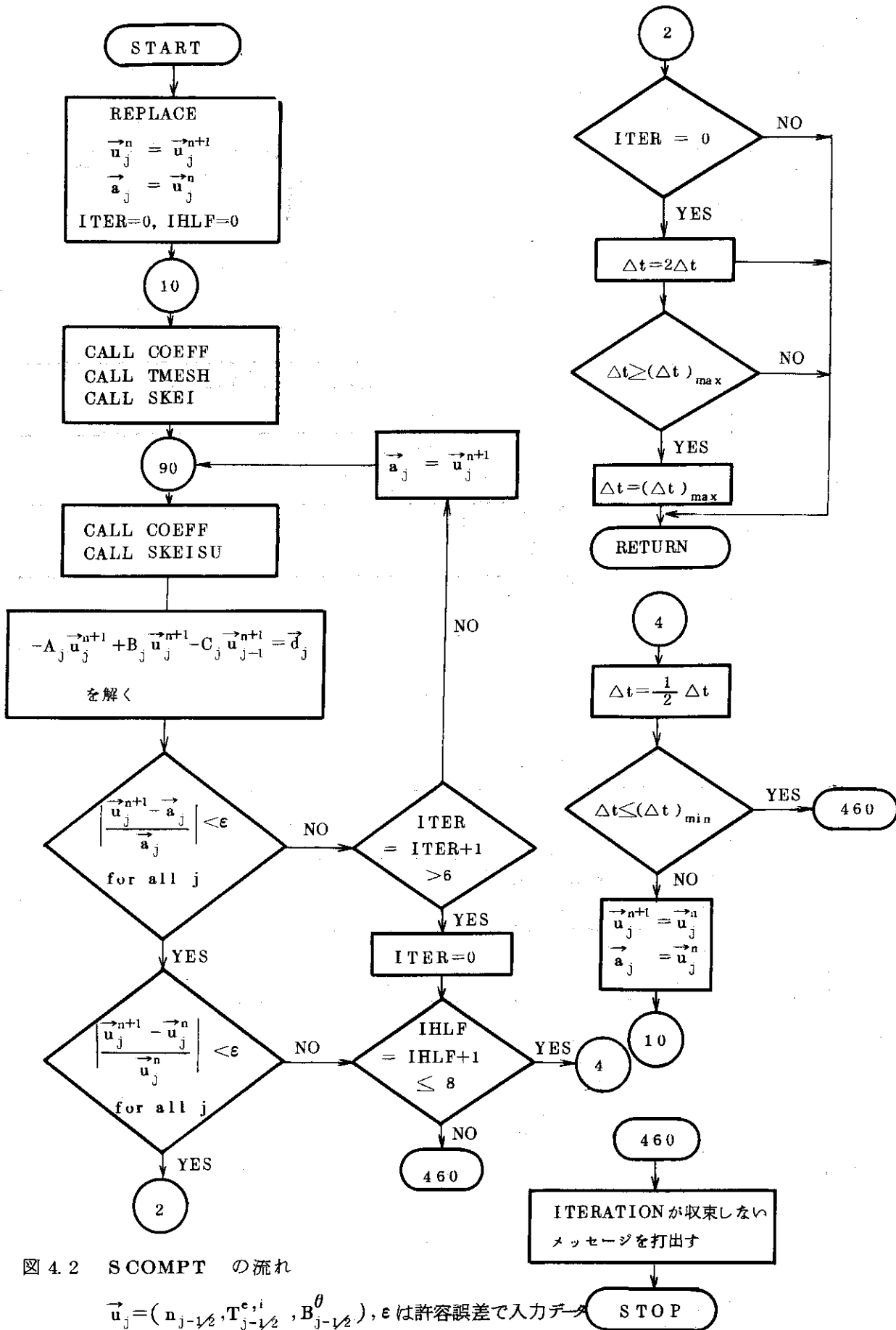


図 4.2 SCOMPT の流れ

$\vec{u}_j = (n_{j-1/2}, T_{j-1/2}^{e,i}, B_{j-1/2}^\theta)$, ϵ は許容誤差で入力データ

表 4.1 入力データ

NAMELIST/TORUS/

variables	type	default	unit	Remarks
TOKAMK	H	8HJFT-2		装置名・8文字に限る。
RMAJ	R	0.9	m	R, 主半径
RMIN	R	0.25	m	a, 小半径
NC	R	1.0E19	/m ³	n _c , r = 0 での密度の初期値
NWALL	R	0.2E19	/m ³	n _w , r = a での密度の境界値
TEC	R	100.0	eV	T _{ec} , r = 0 での電子温度の初期値 (3.18)
TEWAL	R	20.0	eV	T _{ew} , r = a での電子温度の境界値 (3.22)
TIC	R	10.0	eV	T _{ic} , r = 0 でのイオン温度の初期値
TIWAL	R	10.0	eV	T _{iw} , r = a でのイオン温度の境界値
BZWMX	R	1.8	T	B _z , トロイダル磁場
TMIN	R	1.00E-3	s	t _s , 計算開始時刻 } 図 3.1
TMAX	R	100.0E-3	s	t _r , 計算終了時刻
DT	R	1.0E-6	s	Δt, 時間メッシュの初期値
ZI	R	1.0		Z _i , プラズマ・イオンの電荷数
TT0	R	5.0E-3	s	t ₀ , }
TT1	R	20.0E-3	s	t ₁ , }
TT2	R	50.0E-3	s	t ₂ , }
TT3	R	100.0E-3	s	t ₃ , } 図 3.1
TT4	R	160.0E-3	s	t ₄ , }
ZI1	R	100.0E33	A	I _{pl}

variables	type	default	unit	remarks
ZI2	R	1400E3	A	I_{p2} I_{p3} =.TRUE. 新古典論 =.FALSE. Alcator 輸送係数の選択 =.TRUE. 擬古典論
ZI3	R	1000E4	A	
YUSO	L	.FALSE.		
YSEUD	L	.FALSE.		
ALPHA	R	1.0		(2.17) の α_s , 又は (2.18) の α_A
PSEUD	R	500.0		(2.17) の β_s , 又は (2.18) の β_A
NEUTRL	L	.FALSE.		=.TRUE. 中性粒子ルネンが働く。
WNO	R	1.0E15	/m ³	n_w ; 自然発生の中性粒子密度, (3.26)
EVN	R	3.0	eV	E_n ; 壁から放出される中性粒子のエネルギー
RECYCL	R	1.0		$s, = 0$, リサイクリングのみ, (3.25)
TNEUT1	R	1.0E-3	s	t_1 t_2 τ_n (3.26)
TNEUT2	R	2.0E-3	s	
TAUNEU	R	2.0E-3	s	
ZEFF	R	4.0		有効-Z
POTI	R	400.0	eV	人為的に増加させる電離ポテンシャル § 2-5
NMESH	I	35		空間メッシュ数
EPS	R	0.05		ϵ , くり返し計算を収束させる許容誤差
DTMIN	R	1.0E-7	s	(Δt) _{min} , Δt の最小値
DTMAX	R	2.0E-4	s	(Δt) _{max} , Δt の最大値
M1	I	2		m_1 n_1 m_2 n_2 (3.18)
L1	I	1		
M2	I	2		
L2	I	1		

図 4.2

variables	type	default	unit	remarks
M3	I	2		m ₃
L3	I	1		n ₃
M4	I	2		m ₄
L4	I	1		n ₄

NAMELIST/CNTRL/

variables	type	default	unit	remarks
DEBUG	L	.FALSE.		= .TRUE. すべての時間ステップ(Δt 毎)を出力
NPRNT	I	2		NPRNT=n msec毎に出力
NPLOT	I	1000		シヨブの番号
SYMBLE	H	1HE		T _c (r) のリストへのプロットのシンボル・マーク
SYMBL I	H	1HI		T _i (r) " "
SYMBLD	H	1HD		n _c (r) " "
SYMBLV	H	1HV		E _z (r) " "
SCALEE	R	1000	eV	T _c (r) のリストへのプロットのスケール
SCALEI	R	1000	eV	T _i (r) " "
SCALED	R	20E18	/m ³	n _c (r) " "
SCALEV	R	0.1	V/m	E _z (r) " "
SYMBLT	H	1HT		T _c (r) のリストへのプロットのシンボル・マーク
SYMBLJ	H	1HJ		J _z (r) " "
SYMBLN	H	1HN		n _o (r) " "
SYMBLQ	H	1HQ		q(r) " "
SCALET	R	200	eV	T _o (r) のリストへのプロットのスケール

variables	type	default	unit	remarks
SCALEJ	R	20E5	A/m ²	J _z (r) のリストへのプロットスケール
SCALEN	R	1.0E15	/m ³	n ₀ (r) " "
SCALEQ	R	2.0		q(r) " "
SYMATE	H	1HE		T _c のリストへのプロットスケール・マーク
SYMATI	H	1HI		T _i " "
SYMANE	H	1HN		n _c " "
SYMBTP	H	1HB		β _p " "
SCLATE	R	100.0	eV	T _c のリストへのプロットスケール
SCLATI	R	100.0	eV	T _i " "
SCLANE	R	1.0E18	/m ³	n _c " "
SCLBTP	R	0.1	T	β _p " "
SYMTEO	H	1HE		T _c (0) のリストへのプロットスケール・マーク
SYMTIO	H	1HI		T _i (0) " "
SYMNEO	H	1HN		n _c (0) " "
SYMTAU	H	1HT		τ _E " "
SCLTEO	R	200.0	eV	T _c (0) のリストへのプロットスケール
SCLTIO	R	200.0	eV	T _i (0) " "
SCLNEO	R	2.0E18	/m ³	n _c (0) " "
SCLTAU	R	2.0E-3	s	τ _E " "

注 type R:実変数, L:論理変数, H:文字変数

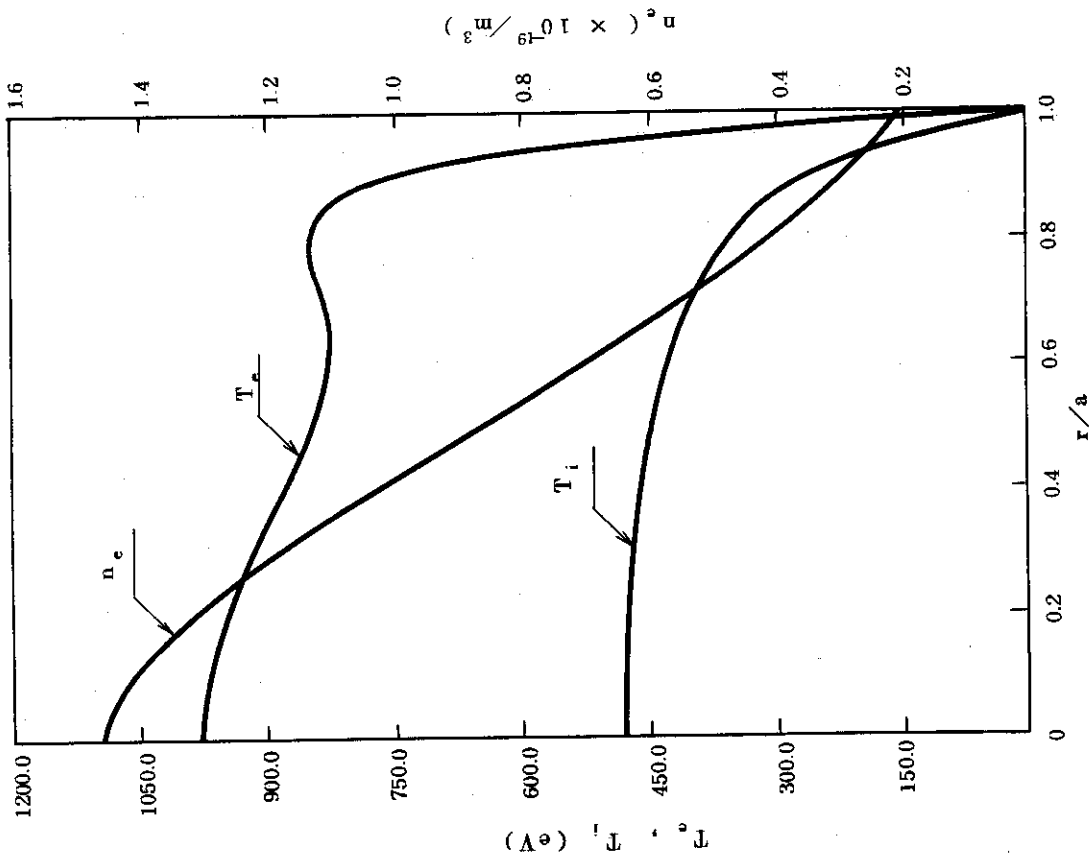


図 5.1(a) 新古典論 $t=60$ msec, $J_z(t=0) \propto 1 - (r/a)^2$
 T_e : 電子温度, T_i : イオン温度, n_e : 電子密度

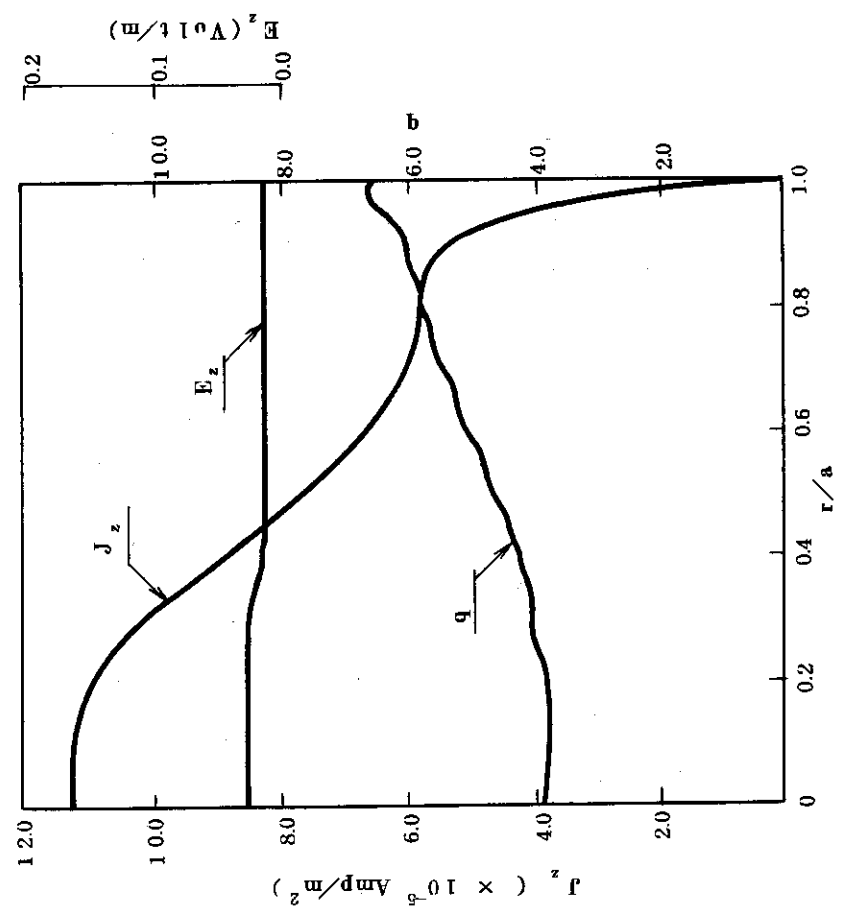


図 5.1(b) 新古典論 $t=60$ msec, $J_z(t=0) \propto 1 - (r/a)^2$
 J_z : 電流密度, E_z : z 方向の電界強度, q : 安全係数

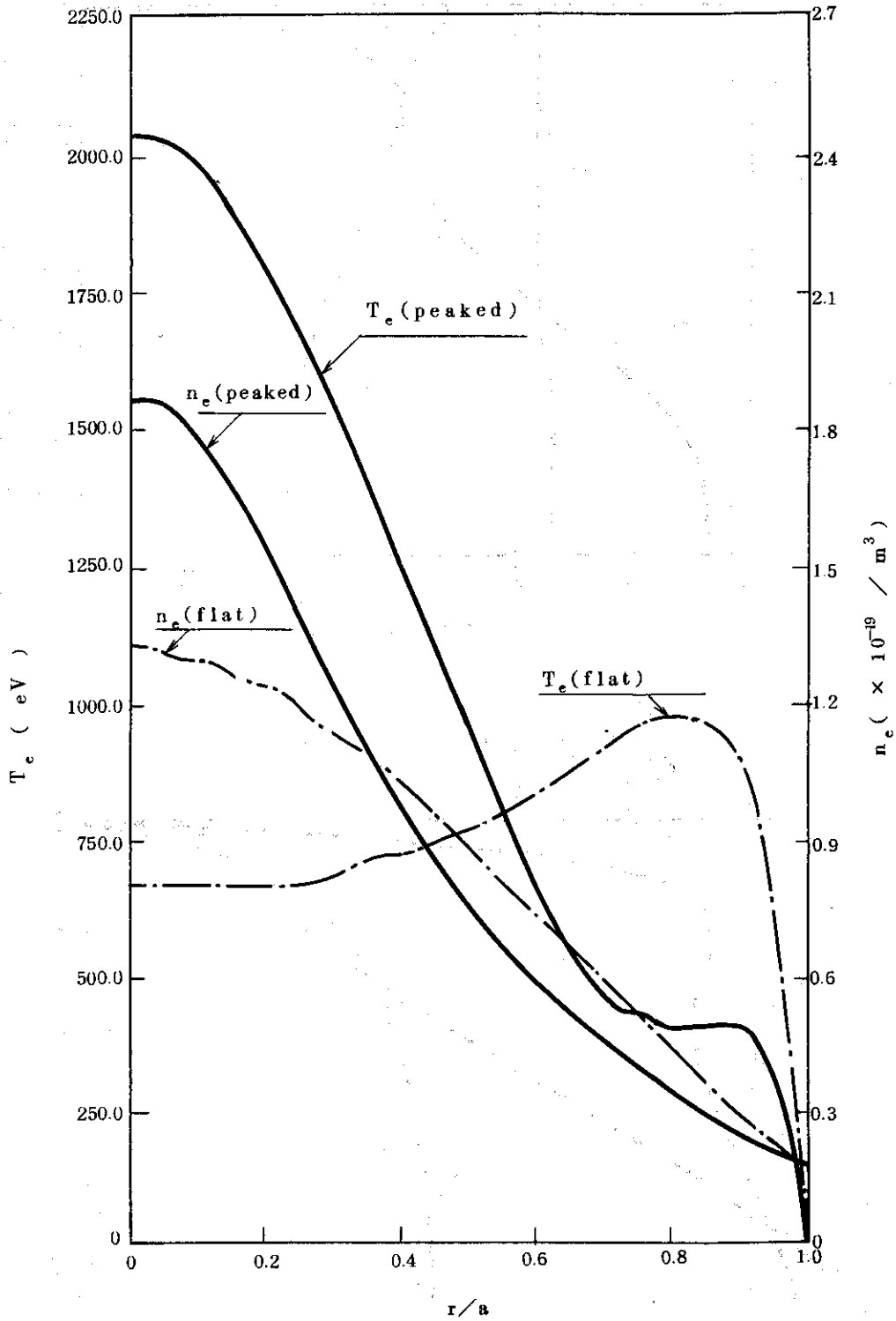


図 5.1(c) 新古典論 $t=60$ msec

peaked $J_z(t=0) \propto \{1 - (r/a)^2\}^3$

flat $J_z(t=0) \propto 1 - (r/a)^6$

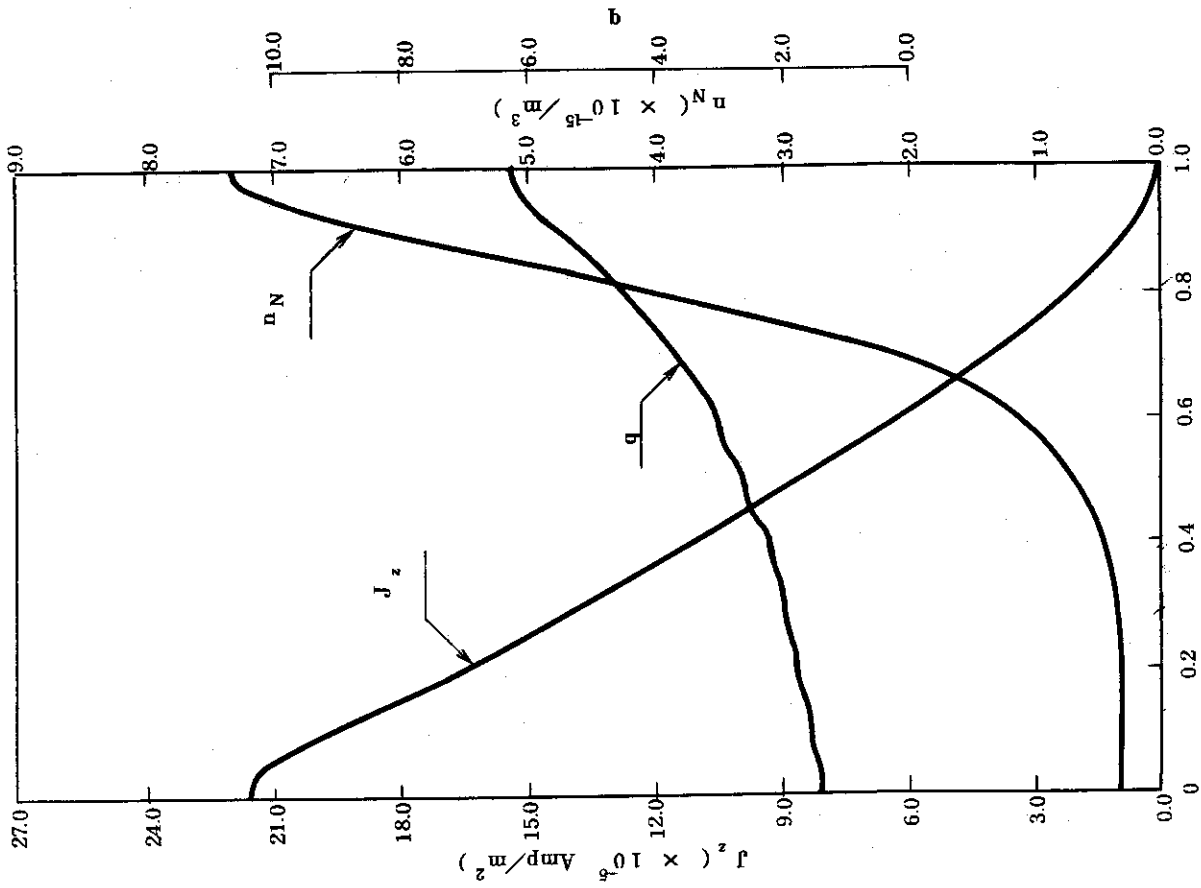


図 5.2(a) JFT-2 のパラメータ $t=80\text{msec}$
 T_e : 電子温度, T_i : イオン温度, n_e : 電子密度

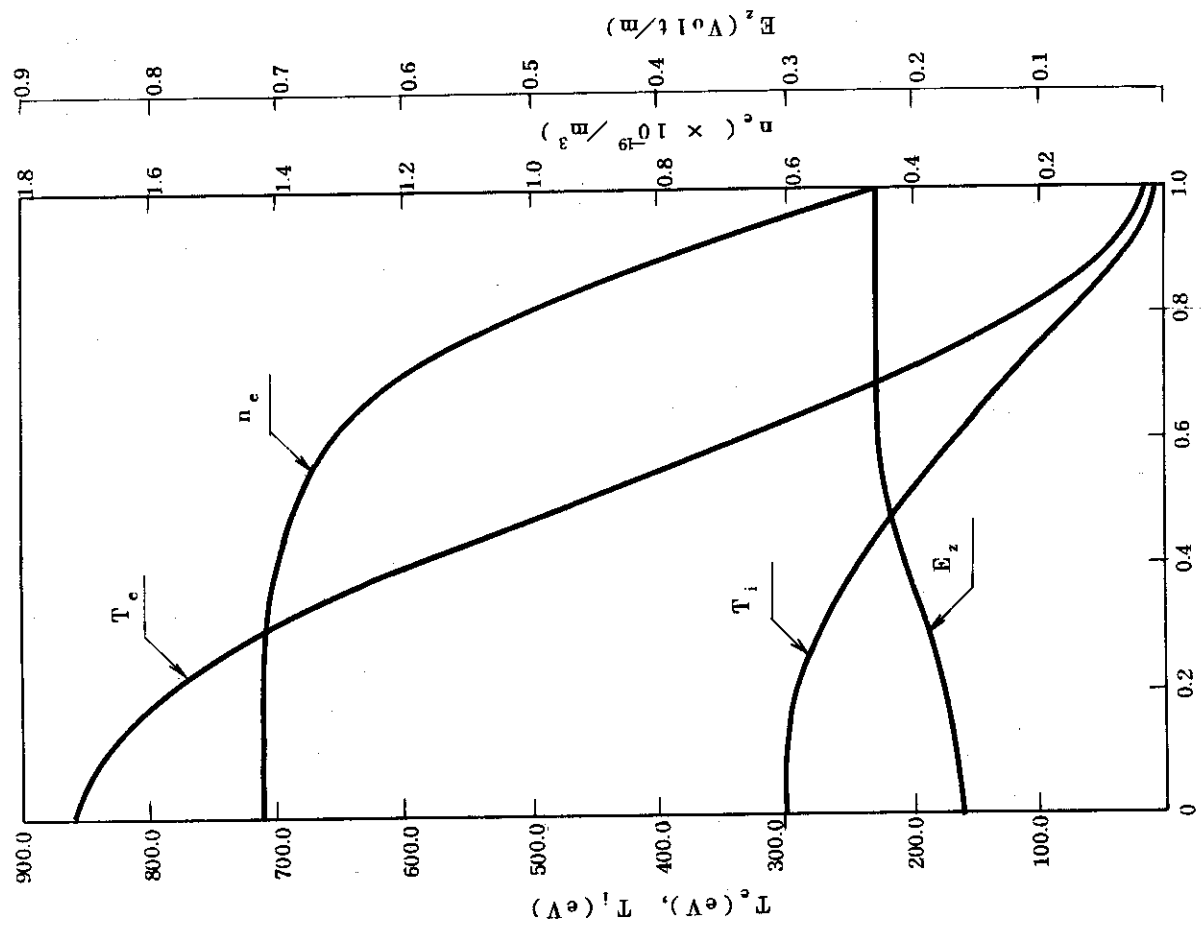


図 5.2(b) JFT-2 のパラメータ $t=80\text{msec}$
 J_z : 電流密度, q : 安全係数, n_N : 中性粒子密度

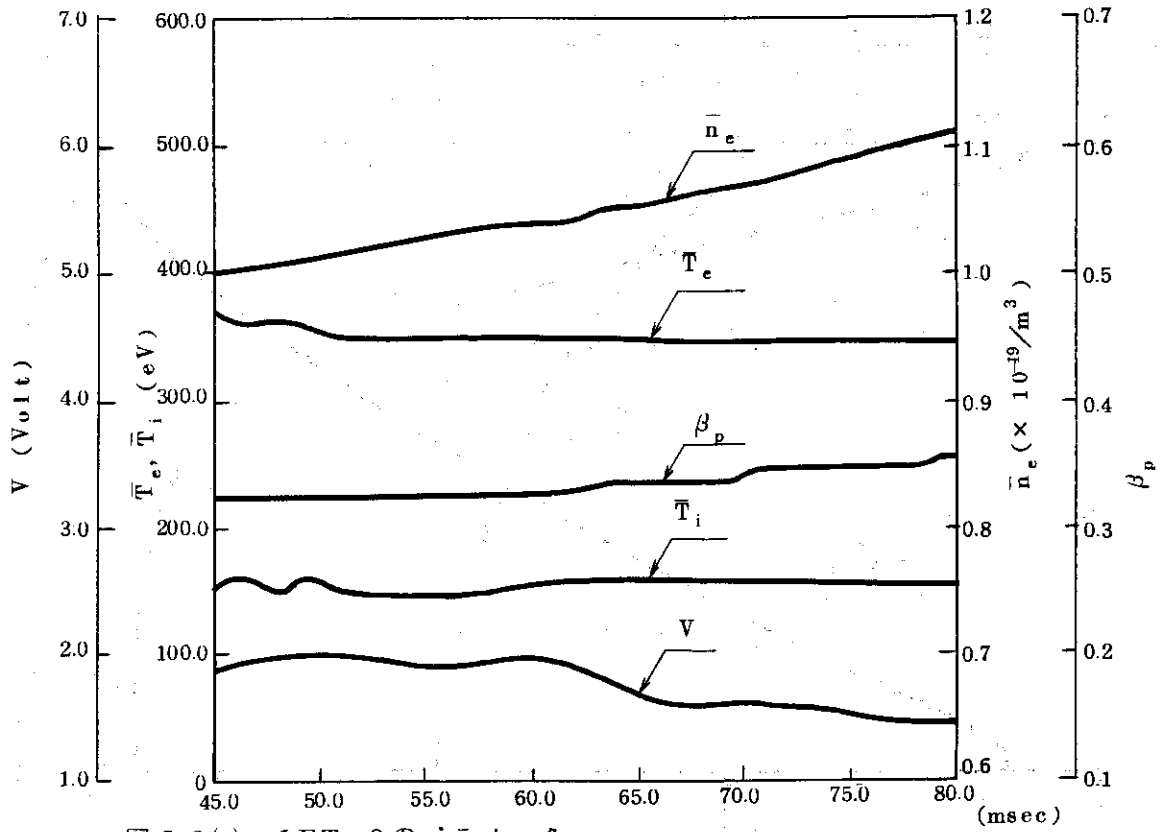


図 5.2(c) JFT-2 のパラメータ

\bar{n}_e (平均密度), \bar{T}_e (平均電子温度), T_i (平均イオン温度), β_p (ポロイダル・ベータ), V (ループ電圧) の時間依存性

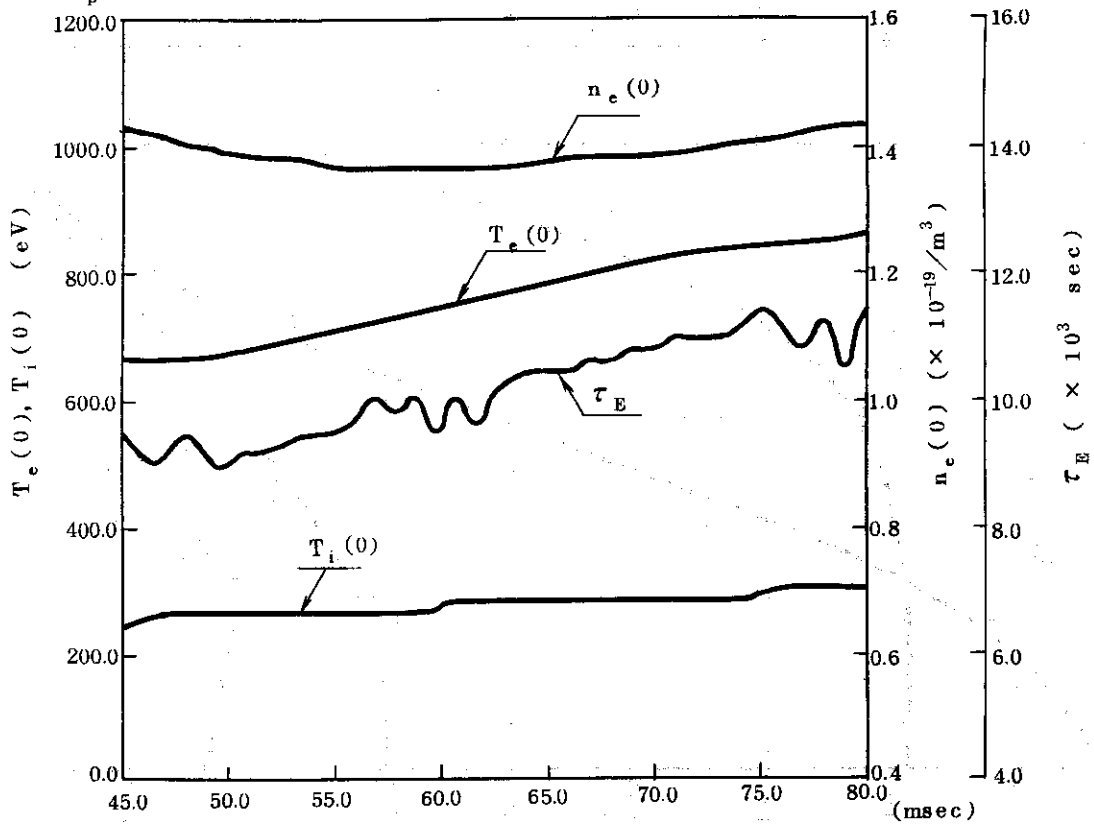


図 5.2(d) JFT-2 のパラメータ

$n_e(0)$ (中心密度), $T_e(0)$ (中心の電子温度), $T_i(0)$ (中心のイオン温度), τ_E (エネルギー閉じ込め時間) の時間依存性