

J A E R I - M

85-017

原子力におけるソフトウェア開発研究会報告書

1985年3月

原子力コード研究委員会  
炉物理研究委員会

日本原子力研究所  
Japan Atomic Energy Research Institute

JAERI-M レポートは、日本原子力研究所が不定期に公刊している研究報告書です。  
入手の問合せは、日本原子力研究所技術情報部情報資料課（〒319-11 茨城県那珂郡東海村）あて、お申しこしください。なお、このほかに財団法人原子力弘済会資料センター（〒319-11 茨城県那珂郡東海村日本原子力研究所内）で複写による実費頒布をおこなっております。

JAERI-M reports are issued irregularly.

Inquiries about availability of the reports should be addressed to Information Division Department of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokaimura, Naka-gun, Ibaraki-ken 319-11, Japan.

©Japan Atomic Energy Research Institute, 1985

---

編集兼発行 日本原子力研究所  
印 刷 いばらき印刷株

原子力におけるソフトウェア開発研究会報告書

日本原子力研究所東海研究所  
原子力コード研究委員会  
炉物理研究委員会

(1985年1月25日受理)

原子力における種々の分野のソフトウェア開発研究を活性化するため、原子力コード委員会と炉物理研究委員会の共催による「原子力におけるソフトウェア開発研究会」が昭和59年9月27～28日、日本原子力研究所、東海研究所において開催された。この報告書はこの研究会での報告を概括したものである。今回の研究会では第1回目としての試みもあり、(i)三次元輸送コードの開発、(ii)原子力コードのベクトル化、(iii)熱水力・安全性に関する発表を行った。また、招待講演による発表も含んでいる。

Proceedings of the Seminar on Software Development  
in Nuclear Energy Research

Nuclear Code Committee and  
Committee on Reactor Physics

Tokai Research Establishment, JAERI

(Received January 25, 1985)

This report contains summaries of papers presented at the Seminar on Software Development in Nuclear Energy Research. The seminar was organized in cooperation with Japan Committee on Reactor Physics (JCRP) and Japan Nuclear Code Committee (JNCC) with the aim of stimulating software development activities related to nuclear energy and was held at Tokai-Research Establishment, Japan Atomic Energy Research Institute (JAERI) on September 27-28, 1984. The summary reports highlight (i) the three-dimensional transport code development, (ii) the nuclear code vectorization and (iii) the code development for thermo-hydraulics and safety analysis. The summary of invited paper is also included. The summaries have been compiled in one report to facilitate the open exchange of information.

Keywords: Software, Nuclear Code, Nuclear Energy, Three-Dimensional Neutron Transport, Code Vectorization, Thermo-Hydraulics, Safety Analysis Monte Carlo Method, Discrete Ordinate Method, Direct Integration Method, Finite Element Method, Shielding, Wind Field Calculation, MHD Instability, Sensitivity Analysis

---

Program Committee and Editors: Y. Ishiguro, Y. Nakahara, K. Asai,  
T. Fujimura, M. Akimoto, M. Nakagawa

## 目 次

1. 開会の辞	桂木学（原子力コード研究委員会委員長）	1
2. 三次元輸送コードの開発		5
2.1 三次元輸送計算の現状	中原康明（原研）	5
2.2 モンテカルロ法による輸送計算コード開発の現状	中川正幸（原研）	12
2.3 モンテカルロ法による遮蔽計算上の問題点	植木絢太郎（船研）	27
2.4 輸送モンテカルロと将来の計算機	Malvin H. Kalos ( ニューヨーク大学教授 )	47
2.5 S <sub>N</sub> 法による遮蔽計算	横堀仁, 西村達雄 (MAPI)	68
2.6 S <sub>N</sub> 法による三次元輸送炉心計算コード TRITAC の開発	山本敏久 (動燃), 坂東勝, 竹田敏一 (阪大)	103
2.7 二重有限要素法による三次元論送コードの開発	藤村統一郎 (原研)	120
2.8 直接積分法にもとづく三次元形状中性子輸送コードの開発	笠本宣雄 (原研)	132
3. 原子力コードのベクトル化		151
3.1 原子力コードのベクトル化経験	石黒美佐子 (原研)	151
3.2 風速場計算のベクトル化	石川裕彦 (原研)	171
3.3 MHD 不安定性解析	竹田辰興 (原研)	183
4. 熱水力・安全解析コード		217
4.1 熱水力特性解析について	成合英樹 (筑波大)	217
4.2 軽水炉安全解析コードの開発	秋元正幸 (原研)	228
4.3 高速炉安全解析コードの開発	二ノ方寿, 近藤悟 (動燃)	242
4.4 一般化感度解析手法の過度時熱水力問題への適用	白川典幸, 大田修一, 梶原晃 (NAIG)	272
5. 閉会の辞	朝岡卓見 (炉物理研究委員会委員長)	296

## Contents

1.	Opening Address	Satoru KATSURAGI (Chairman of Japanese Nuclear Code Committee)	1
2.	Development of Three-Dimensional Transport Codes		5
2.1	A Retrospective and Prospective Survey of Three-Dimensional Transport Calculations	Yasuaki NAKAHARA (JAERI)	5
2.2	Present Status of Transport Code Development Based on Monte Carlo Method	Masayuki NAKAGAWA (JAERI)	12
2.3	Problems on Radiation	Kohtaro UEKI (SRI)	27
2.4	Transport Monte Carlo and Computers of the Future	Malvin H. KALOS (Professor of New York University)	47
2.5	Application of a Three-Dimensional $S_N$ Code to shielding Calculation	Hitoshi YOKOBORI and Tatsuo NISHIMURA (MAPI)	68
2.6	Development of "TRITAC" — A Three-Dimensional Neutron Transport Code Based on $S_N$ Method	Toshihisa YAMAMOTO (PNC), Masaru BANDO and Toshikazu TAKEDA (Osaka University)	103
2.7	Development of Three-Dimensional Transport Code by the Double Finite Element Method	Toichiro FUJIMURA (JAERI)	120
2.8	Development of Three-Dimensional Neutron Transport Code Based on Direct Integration Method	Nobuo SASAMOTO (JAERI)	132
3.	Vectrization of Nuclear Codes		151
3.1	Experience with the Vectorization of Nuclear Codes	Misako ISHIGURO (JAERI)	151
3.2	Vectorization of a Computer Code for Wind Field Calculation	Hirohiko ISHIKAWA (JAERI)	171
3.3	Analyses of MHD Instabilities	Tatsuoki TAKEDA (JAERI)	183

4.	Thermohydraulics and Safety Analysis Codes .....	217
4.1	On the Analysis for Thermo-Hydraulic Characteristics in Nuclear Reactors ----- Hideki NARIAI (University of Tsukuba) .....	217
4.2	Development of Light Water Reactor Safety Analysis Code ----- Masayuki AKIMOTO (JAERI) ...	228
4.3	Review of the FBR Safety Related Thermohydraulic Analysis Codes Development ----- Hisashi NINOKATA and Satoru KONDO (PNC) .....	242
4.4	Applications of Generalized Sensitivity Analysis Method to the Transient Thermal-Hydraulic Problems ----- Noriyuki SHIRAKAWA, Shuichi OHTA and Hikaru KAZIWARA (NAIG) .....	272
5.	Closing Address ----- Takumi ASAOKA (Chairman of Japan Committee on Reactor Physics) .....	296

## 1. 開会の辞

桂木 学<sup>+</sup>

Opening Address

Satoru KATSURAGI<sup>+</sup>

With the aim of stimulating software development activities related to the nuclear energy, this seminar has been organized in cooperation with Japan Committee on Reactor Physics (JCRP) and Japanese Nuclear Code Committee (JNCC).

The developmental activities of nuclear computer codes include (i) collection and evaluation of basic data such as neutron cross sections and so on, (ii) development of input data library, (iii) development of fundamental analysis models, (iv) development of numerical methods, (v) bench-mark test to validate the models and (vi) integration of the individual codes for actual use.

There will be still many coorperative ways among the relevant committees for activating software development mentioned above.

ソフトウェア開発の活性化を目指して、原子力コード研究委員会と炉物理研究委員会合同で、今回の研究会を企画したのであります。皆様の御協力によりましてよい成果が期待できそうです。

振り替えりますと、昭和20年にフォンノイマン等によって電子計算機の基本原理の提案があり、昭和21年に最初の電子計算機ENIACが完成しました。それより先、昭和17年に世界最初の原子炉CP-1が臨界になっています。このため、電子計算機が原子炉研究開発の有用な道具として認められ、アルゴンヌ、オークリッジ、ロスアラモス等の原子力研究機関で電子計算機の開発が推進され、それ以来原子力のソフトウェアと電子計算機の間には切っても切れない関係ができたのであります。昭和34年頃には、既に約300の原子力計算コードが開発され、原子炉の研究開発及び設計に用いられております。第1表は当時の計算コードの分類を示すものであります。モンテカルロとかTransport等の分類を見ますと、今回のテーマと一致しており、25年間計算コードは少しも進歩していないかのような錯覚を感じますが、実際は、格段の進歩を遂げていることは皆様御案内のとおりであります。

我が国では、昭和33年に最初のIBM 650が、ここ日本原子力研究所東海研究所に導入され、

---

<sup>+</sup> 原子力コード研究委員会委員長, Chairman of JNCC

原子力のソフトウェア開発が始まったのであります。引き続いて、国内の研究機関や企業でもIBMマシーンを導入させるところが多く、協力して計算コードを整備開発する気運が盛り上がったのであります。やがて、昭和38年になりますと原子力コード委員会が設立され、重要でかつ緊急に必要な原子力計算コードの開発整備を促進することになりました。ここでは、多くの専門化を養成しつつ、原子力計算コードに関連した多くの問題について討論する場をつくり、充分な時間をかけて討論し、その成果をコード開発整備に反映させることができました。このような活動によって、我が国の原子力用ソフトウェア開発は格段に進歩したと思います。

昭和40年代半ばになると、電子計算機の多様化と国産化が盛んになりました。また、原子力が産業として成り立つようになりました。各機関は、それぞれの機種で使う商用の計算コードを整備し、それを営業活動に用いることになりました。したがって、計算コードの内容は他の企業には機密事項となりました。敵に塩を送るような行為として、計算コードの開発整備で協力する意味もメリットもなくなりました。僅かに、研究開発的色彩の強い、安全解析とか高速炉用ソフトウェア開発で協力が行われるようになって今日にいたっています。計算コード開発の中に含まれる多くの重要な問題について、充分な時間をかけて討論する場も機会も極端に少なくなっているのが現状のように思われます。ソフトウェア開発に従事する専門家はかなりの数に従しており、各機関とも2桁程度の人数の専門家をかかえていると思いますが、最近の分類によると、原子力計算コードの適用分野は第2表のように20もあります。この一つ一つの分野の中にも、いろいろな技術要素があります。つまり、各機関で、特定の計算コード開発に従事する専門家は全然いないか、居るとしてもほんの僅かであるということになります。

計算コード開発活動を大きく分けますと、第3表のようになると思います。この順に開発されるというのではありません。基礎データの収集・評価とは、燃料挙動及び熱水力挙動解析で必要な物性値、核特性解析で必要な中性子及び $\gamma$ 線の反応断面積、崩壊熱に関するデータ、環境評価のための基礎データ等を収集・評価する活動であります。入力用定数セットとは、計算コードの中で使いやすい、あるいは必要な形式に合致するよう、基礎データを処理して入力するデータとしてまとめたものであります。基本解析モデルとは、全体を分割して扱いやすくするためのモデルで、1次元、2次元で扱うとか、相関式をどうするか等物理的原理に基づいて導出されるものであります。数値解法も重要な問題であります。解の収束性、誤差、計算時間等を支配する、また計算機処理の方法もこの中に含まれています。ベンチマークテストとは、上の4つが妥当であるかどうかをチェックする、すなわち数値解法の妥当性、解析モデルの妥当性、データ及び定数の妥当性をチェックするものであります。総合・実用化とは、入・出力を簡単にしたり、見やすくしたり、簡便かつ速い計算で厳密な計算と同程度の精度を保証したりして、特定分野の専門家でなくとも、計算コードを容易に使いこなせるようにすることであります。多くの計算コードを連結して使うに便利なような方策を講ずることも、これに含まれるでしょう。

さて、この活動のうち、協力の可能性について考えてみたいと思います。(1)については、核データに関してシグマ委員会で協力が行われています。(3)と(5)は炉物理委員会の役割でしょう。原子力コード委員会が活性化すべき部分は、(3),(4),(6)であろうと思います。(2)は、シグマ、炉物理、コード委員会がそれぞれ関係のある活動のように思われます。

原子力コード委員会では、計算コード開発の中で、協力できる問題があるのではないか、提案

をしていただくようにたびたびお願いをしてきたのであります、その要望が専門家の方々には伝わっていなかったようあります。

というわけで、原子力コード委員会は、今回の企画は大いに歓迎するところであります。御講演に関する討論の結果、あるいはお互いのコミュニケーションの結果として、炉物理委員会は別として、沈滞している原子力コード委員会を活性化して、活発なソフトウェア開発活動が復活するようなよい協力の課題が浮び上がり、具体的な提案が出ることを期待します。今回の皆様の御協力に厚く御礼申し上げます一方で、今申し上げましたことをお含みの上、2日間を楽しく有意義にお過ごし下さいますようお願い申し上げます。

第1表 原子力計算コードの分類(1959年)

項目	内容
Burn up	燃焼による核変換
Engineering	熱伝達、応力、流量等
Group Diffusions	中性子束分布、臨界等
Kinetics	動特性
Miscellaneous	数学ルーチン等
Monte Carlo	臨界、遮蔽等
Physics	断面積の計算等
Transport	ボルツマン方程式の解

第2表 原子力計算コードの適用分野別一覧

分類	適用分野
A	核断面積、共鳴積分
B	エネルギー・スペクトル、群定数計算
C	原子炉静特性設計コード
D	原子炉燃焼計算、コスト分析、燃料管理
E	原子炉反応度解析
F	空間依存動特性、核熱水力結合原子炉シミュレータ
G	放射線安全解析、原子炉事故解析
H	伝熱工学
I	原子炉構造解析
J	遮蔽設計、 $\gamma$ 線発熱計算
K	トータル・システム解析
L	入力データ作成コード
M	データ管理
N	出力データ処理

分類	適用分野
O	実験データ処理, 機器特性
P	関数ルーチン, 特殊言語ルーチン
Q	照射損傷, 物性研究
R	環境, 地球科学
X	プラズマ物理, 核融合
Z	核データ

第3表 計算プログラムの開発

- (1) 基礎データの収集・評価
- (2) 入力用定数セットの作成
- (3) 基本(要素)解析モデル開発
- (4) 数値解法の開発
- (5) ベンチマーク・テスト
- (6) 総合・実用化

## 2. 三次元輸送コードの開発

### Development of Three-Dimensional Transport Codes

#### 2.1 三次元輸送計算の現状

中原 康明<sup>+</sup>

三次元体系内の放射線輸送計算コード開発の経過と現状についてのまとめを行う。三次元輸送方程式の代表的な数値解法であるモンテカルロ法,  $S_n$  法, 直接積分法および有限要素法に基づくコードの紹介を行う。さらにこれらの解法の特徴について議論するとともに、将来への展望を述べる。

A Retrospective and Prospective Survey  
of Three-Dimensional Transport Calculations

Yasuaki NAKAHARA<sup>+</sup>

A retrospective survey is made on the three-dimensional radiation transport calculations. Introduction is given to computer codes based on the distinctive numerical methods such as the Monte Carlo, Direct Integration,  $S_n$  and Finite Element Methods to solve the three-dimensional transport equations. Prospective discussions are made on pros and cons of these methods.

#### 1. 序論

三次元放射線輸送方程式の数値解法はいろいろ提案されているが、実用的なコード開発で採用されている代表的な方法としては、モンテカルロ法、直接積分法、 $S_n$  法と有限要素法の各々固有の特徴を持つ四種の方法にしほられる。線型偏微分方程式は等価の積分方程式に変換される。モンテカルロ法と直接積分法は積分型の輸送方程式を解く方法である。一方、 $S_n$  法と有限要素法は偏微分型の輸送方程式を離散化するのに用いられる。

モンテカルロ法においては、一次元でも三次元でも基本的な計算の手間にはほとんど差がないので、三次元コードとしては最も早い時期に開発され、1965年に先駆的なコードとして O5R<sup>(1)</sup> が発表された。ほぼこの時期からモンテカルロ・コードの開発が各所でスタートし、O5R は多

<sup>+</sup> 日本原子力研究所 Japan Atomic Energy Research Institute

かれ少なかれそれらのコードの開発に影響を与えていた。図1に示されているように、現在知られているほとんどのコードの原型が1970年前後に発表されている。

直接積分法ではアルゴリズムの構築に多大な困難を伴うため、3次元コードの開発は比較的最近のことである。この分野は、日本の独壇場であり、竹内のPALLAS<sup>2)</sup>の伝統の上に着実な進展を見せていている。

$S_n$ 法は、モンテカルロ法に次いで、三次元へ拡張が比較的容易なため、かなり制限付きとはいえる1970年には(x, y, z)体系に対する3DTコード<sup>(3)</sup>が米国で発表されている。米国ではその後THREETRANが開発されたが<sup>(4)</sup>、図2にも示されているように、最近では日本の方が研究活動は活発である。

有限要素法に基づくコードの開発は、上記の方法によるコードに比較しておくれているが、最近日本と英国における成果の一端が発表されるようになってきた。

最近の一般的傾向としては、米国ではモンテカルロ・コードの開発には依然として力を入れているが、モンテカルロ法以外の決定論的手法、たとえば、 $S_n$ 法のように本来米国で発達してきた方法によるコード開発は低調のようである。モンテカルロ法および決定論的手法は、各々、長所と短所を持っており、したがって、両方の手法に基づくコードをバランスよく開発し、相補うことが必要である。この点においては、最近の日本の状況は非常に好ましいものであり、この機運が更に発展することが望まれる。

以下の節においては、上に挙げた四つの方法の特徴を比較しつつ、コード開発の現状と今後の研究課題と展望について述べる。

## 2. 二次元から三次元へ

三次元コードについての議論を行う前に、二次元から三次元への拡張に伴う問題点について述べる。

空間メッシュ数の増加については、基本的にはメッシュという概念を必要としないモンテカルロ法では大きな変化はないが、他の決定論的手法では、第3軸(通常z軸)方向の(メッシュ数)倍になる。

微分散乱断面積の伝統的な  $P_\ell$  展開表示では

$$\begin{aligned} \sigma_S(\vec{\Omega}, \vec{\Omega}', \vec{r}) = & \frac{1}{4\pi} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1) \sigma^\ell(\vec{r}) \left[ P_\ell(\cos\theta) P_\ell(\cos\theta') \right. \\ & \left. + 2 \sum_{m=1}^{\ell} \frac{(\ell-m)!}{(\ell+m)!} P_\ell^m(\cos\theta) P_\ell^m(\cos\theta') \cos m(\phi - \phi') \right] \end{aligned} \quad (1)$$

となるが、二次元体系では $\phi$ 一対称性が成立っているため、式(1)の中で $\phi$ に依存する項として、 $\cos m(\phi - \phi') = \cos m\phi \cos m\phi' + \sin m\phi \sin m\phi'$ の $\sin$ に対応する項を考慮しなくてよいが、三次元では一般に $\phi$ 一対称性がないので、その分取扱いが複雑になる。

一般に角度分割については、二次元では $\phi$ 一対称性のために角度領域としては単位球の半球面

のみを考えればよいが、三次元では全局面が必要となる。従って、 $S_n$ 法においては、同じ近似度の角度中性子束の分点数は三次元では二次元の場合の2倍になる。直接積分法においても同様である。

反復解法を用いるコードでは、三次元になると、当然収束が遅くなる。この収束性の悪化を改善するためには、二次元の場合に比較して、三次元では加速法の工夫が一段と重要な課題となる。

### 3. 三次元輸送計算法の特徴

限られた時間内に個々のコードの紹介を行うことは不可能なので、ここではコード開発の基盤になっている上述の四種の方法の特徴について、その利点と難点についての議論を行う。

#### 3.1 モンテカルロ法

モンテカルロ・コードは核データの取扱いにより二つに分類される。一つは、群定数を用いるグループ、もう一つはいわゆる連続エネルギー定数（数千～数万のエネルギー点データ）を用いるグループである。図1でコード名に上線がついているのが群定数グループ、下線がついているのが連続定数グループである。後者の方法では、粒子と媒質との衝突過程を厳密に扱うことができ、多群実効断面積を用いることによる誤差を取除くことができる。

一方、散乱断面積を  $P_\ell$  展開表示することによる誤差（特に負の中性子束の発生など）を低減するために、近年DDX法（二重微分断面積）が注目されており、この方法を取り入れたコードも発表されている<sup>(5)</sup>。

モンテカルロ法の利点を列挙すると、次のようになる。

- (1) 連続定数やDDXの導入にみられる如く、アルゴリズムの改良が比較的容易である。
- (2) 群数の多い計算の実行が可能である。
- (3) 複雑な幾何形状の体系を精度良く模擬できる。
- (4) 注目する場所、面、点における中性子束や線量を求めることができる。
- (5) 複雑な核反応や多種の粒子の輸送過程を取扱えるように改良することができる。コード機能の拡充が比較的に容易である。

問題点すなわち今後の研究課題としては次の事項を挙げることができる。

- (1) より効果的な分散低減法の開発と色々な手法の最適利用法の開発。
- (2) 分散（variance）は本当に精度の判定に役立つか。信頼できる誤差評価法を開発できないだろうか。
- (3) 固有値問題のように反復計算を行う場合、収束判定をどう行えばよいか。収束性理論を作ることは可能だろうか。
- (4) 深部透過問題計算法の開発。半解析的手法の導入。
- (5) ベクトル・モンテカルロ法の開発。
- (6) パラレル・モンテカルロ法の開発。
- (7) モンテカルロ・コンピュータの開発。
- (8) 亂数発生法の検定法。

このようにモンテカルロ法は、新しいアルゴリズムの組込み、コードの拡充および実際のコード利用いずれの局面においても極めて柔軟性に富んでいるので、コンピュータの高性能化と相まって、将来その効果を実用性ともに増々大きなものとなろう。

### 3.2 $S_n$ 法

二次元  $S_n$  コードの開発は、LA の Lathrop グループが精力的に実施してきたが、三次元コードでは GGA の Wagner らに先を越されている。しかし、GGA のコードでは、角度分点は直方体セルの 8 個の頂点と 6 個の面の方向の 14 点に固定されている<sup>(3)</sup>。より一般性の高いコードとして開発されたのが、Lathrop らの THREE TRAN である<sup>(4)</sup>。

THREE TRAN は固有値問題、外部中性子源問題いずれをも計算できるが、散乱は等方に限定されているので、遮蔽計算には適さないであろう。MAPI で遮蔽計算用に開発されたENSEM-BLE は、高次の非等方散乱が扱え、特にストリーミング計算ができるように工夫されている<sup>(6)</sup>。 $S_n$  法コードの開発は阪大グループによっても進められている。

$S_n$  法の利点を列挙すると、次のようになろう。

- (1) アルゴリズムの定式化が比較的容易である。
- (2) 反復解の収束性、収束精度がよい。

問題点や今後の研究課題としては次の事項を挙げることができる。

- (1) 空間と角度を離散化するための分点数が 3 次元では大きくなるため、群数の多い計算は実行し難く、連続定数や DDX 法の組込みは難しい。
- (2) 複雑な幾何形状への適用は難しく、問題に応じて特別なモデルを作るなどの工夫が必要である。
- (3) 光線効果 (ray effect) の問題があるが、これは源項の工夫などによりかなり解決されている。
- (4) 非等方性の強い問題には適用が難しい点があるが、 $S_n$  分点を非対称にするなどして改善できる。
- (5) 現在の計算法では効果的なベクトル化は困難である。新しいアルゴリズムの開発が必要である。
- (6) より効果的な加速法の開発。
- (7) 実用上は問題は生じていないが、数学的基礎づけが不完全である。数値解の厳密解への収束性について一般的な証明は未だ行われていない。

こう列挙すると、如何にも  $S_n$  法には難点が多いように見えるかも知れないが、モンテカルロ・コードのような汎用性の高いものを開発するには適さない点もあるけれども、問題を限定し、そのモデル化を工夫すれば、その問題に関しては他の手法によるコードよりはるかに実用性の高いコードを作ることができ、 $S_n$  コードの開発も重要な課題である。

### 3.3 直接積分法

これは竹内によって発展させられてきた方法である<sup>(2)</sup>。この方法は、粒子の多重衝突過程を確率分布に従って統計的に追跡するモンテカルロ法とは異なり、決定論的に計算を進めるところに

特徴があり、それから利点も問題点も出てくる。三次元コードについては竹内グループ<sup>(7)</sup>と鈴木グループが独立に開発を進めている<sup>(8)</sup>。

核データの取扱いについては、一、二次元の場合には微細エネルギー群が用いられていたが、三次元でこの方法を用いるのは困難なので、PALLAS-XYZでは粗エネルギー群にスペクトル法を組合せ<sup>(7)</sup>、BERMUDA-3DNでは群定数法を用いている<sup>(8)</sup>。

直接積分法の利点に列挙すれば、次のようになる。

- (1) 散乱断面積に  $P_\ell$  展開表示を用いないので、精度が良い。
- (2) 問題を特定し、専用コードを作成すれば、幾何形状を正確に取入れることができる。
- (3) ベクトル化に適している。

問題点として次の事項を挙げることができる。研究課題はこれらを如何に克服するかということにならう。

- (1) 決定論的手法によるコードに共通の問題点として、群数の多い計算の実行は難しい。
- (2) アルゴリズムの定式化が難しく、特に扱う幾何形状に対し、汎用性の高いコードの開発には多大の困難が伴う。
- (3) (1)と(2)の理由と関連して、角度分点数に選択性を持たせるのは難しく、多大の開発労力が必要となる。

$S_n$ 法の場合と同じように、汎用コードの開発には困難があるが、問題を限定し、専用コードを開発すれば、極めて優れた実用性の高いものを作ることができる。

### 3.5 有限要素法

三次元コードの開発は日本と英国で進められている。Fletcherは  $P_\ell$  近似式に有限要素法を適用しているが<sup>(9)</sup>、藤村らは角度にも有限要素法を適用する二重有限要素法を用いている<sup>(10)</sup>。 $P_\ell$  近似を用いると、 $P_\ell$  関数の直交性により計算式が簡単になるが、負の中性子束が生じ易いことと境界条件の扱いが難しくなるため、藤村らは中性子束の角度成分の基底としてスプライン関数を採用している。このため、 $P_\ell$  近似に比較して後者の場合は計算式がかなり複雑になる。

有限要素法による定式化の基本的方法としては、輸送方程式自身に有限要素法を適用し、残差が0になるようにするガレルキン法と変分形式に有限要素法を適用する方法がある。ガレルキン法による定式化は straight forward に行えるので、比較的に容易であるが、一階の微分項である輸送項のために、解くべき代数方程式の係数行列が非対称になるため、反復収束の安定性に不安が残る。変分方式では、輸送項同志の内積の形になり、また  $P_\ell$  近似では ( $\ell - 1$ ) 次と ( $\ell + 1$ ) 次の項を消去すると、 $\ell$  次の項については二階の微分になるので、係数行列は対称になる。

有限要素法の利点を列挙すると、次のようになる。

- (1) 複雑な幾何形状を精度良く模擬できる。曲面境界を取り入れることもできる。局所的にメッシュを細くすることができます。
- (2) 角度にも有限要素法を適用することにより、光線効果を低減することができる。
- (3) 基底関数を用い、系統的に近似の精度を上げることができます。
- (4) アルゴリズムのベクトル化が比較的容易である。

問題点としては、次の事項を挙げることができる。

- (1)  $S_{\ell}$  法や直接積分法より計算に時間がかかる。
- (2) 群数の多い計算の実行は困難である。DDX 法の組込みはかなり難しい。

研究開発課題は次のようになろう。

- (1) モンテカルロ法のような幾何形状パッケージの開発整備。
- (2) (1)と密接に関連する基底関数パッケージの開発整備。
- (3) 角度基底パッケージの開発整備。
- (4) より効果的な反復法と加速法の開発。

有限要素法コードで公開されたものは未だないが、上記の研究課題が達成されれば、先述の利点を生かした極めて汎用性と実用性の高いコードが作られることになり、今後の研究の進展に期待したい。

#### 4. 結 語

以上で取上げた四つの方法についてコード開発者自身による発表があるので、ここでは個々のコードに立入った議論は行わなかった。これらの方法は、各々優れた利点を持っているので、今後も各々の仕事が着実に進展することを切望する。

#### 参考文献

- 1) Coveyou R.R., et al. : "05R, A General-Purpose Monte Carlo Neutron Transport Code," ORNL-3622(1965).
- 2) Takeuchi K. : "PALLAS-PL, SP: A One Dimensional Transport Code," Report of Ship Research Institute No.42 (1973).
- 3) Wagner M.R., Sargris D.A., Cohen S.C. : "A Numerical Method for the Solution of Three-Dimensional Neutron-Transport Problems," Nucl. Sci. Eng., 41, 14 (1970).
- 4) Lathrop K.D. : "THREETRAN: A Program to Solve the Multigroup Discrete Ordinates Transport Equation in (x, y, z) Geometry," LA-6333-MS (1976).
- 5) Nakagawa M., Mori T. : "MORSE-DD, A Monte Carlo Code Using Multi-Group Differential Form Cross Sections," JAERI-M 84-126 (1984).
- 6) Nishimura T., Tada K., Yokobori H., Sugawara A. : "Development of Discrete Ordinates  $S_N$  Code in Three-Dimensional (X, Y, Z) Geometry for Shielding Design," J. Nucl. Sci. Technol., 17 [7], 539 (1980).
- 7) Sasamoto N., Takeuchi K. : "Direct Integration Method for Solving the Neutron Transport Equation in Three-Dimensional Geometry," Nucl. Sci. Eng., 80, 554 (1982).

- 8) 森敏実, 長谷川明, 鈴木友雄: 原研所内レポート(1984)。
- 9) Fletcher J.K. : "The Solution of the Multigroup Neutron Transport Equation Using Spherical Harmonics," Nucl. Sci. Eng., 84, 33 (1983).
- 10) 藤村統一郎, 松村正弘, 中原康明: "三次元中性子輸送問題を解くガレルキン型の二重有限要素法アルゴリズム," JAERI-M 83-144 (1983)。

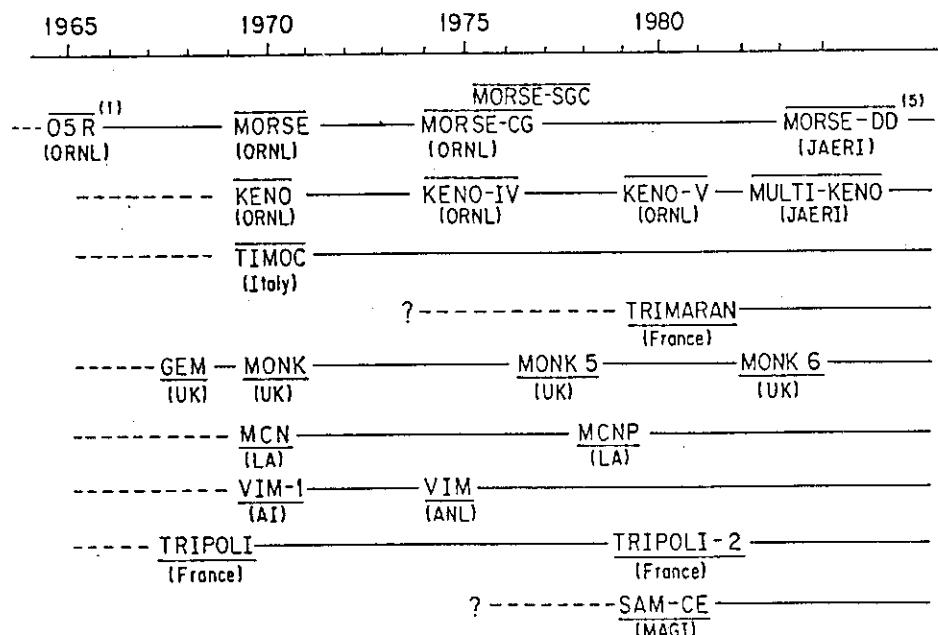


図1 三次元モンテカルロ放射線輸送コードの開発状況

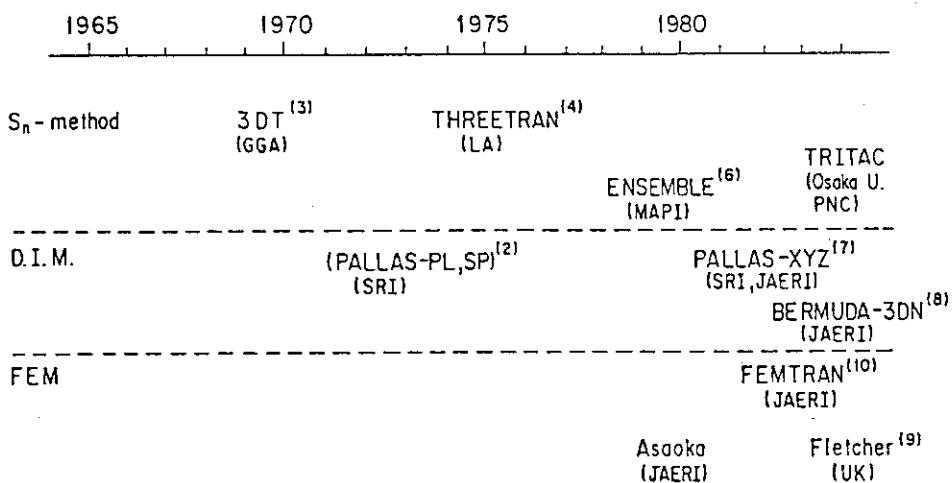


図2 決定論的手法による三次元放射線輸送コードの開発状況

## 2.2 モンテカルロ法による輸送計算コード開発の現状

中川 正幸<sup>+</sup>

モンテカルロ法を用いた輸送計算コードの現状について、主に以下の点についてレビューする。応用分野、モンテカルロ法に用いられる手法（形状表示、核データ、評価法、分散低減法）と今後の課題、代表的なモンテカルロコードの紹介、連続エネルギーモンテカルロコードの特長。

Present Status of Transport Code Development

Based on Monte Carlo Method

Masayuki NAKAGAWA<sup>+</sup>

The present status of development in Monte Carlo code is briefly reviewed. The main items are the followings; Application fields, Methods used in Monte Carlo code (geometry specification, nuclear data, estimator and variance reduction technique) and unfinished works, Typical Monte Carlo codes and Merits of continuous energy Monte carlo code.

### 1. はじめに

我国の三次元輸送計算コードの現状を見る時、決定論的手法を用いた分野では、それぞれ特色のあるコードが開発されつつあり、世界的に見ても進んでいる様に思える。一方モンテカルロ法を用いたコードに関しては、種々の努力はなされているが、残念ながら先進国に比べかなり遅れていると言わざるを得ない。勿論モンテカルロコードのユーザーが少なければそれも余り問題ではないが、現実にはかなりのユーザーが居て、それも増えつつある。そしてユーザーは現在使っているコードには決して満足していない点に問題がある。ここでは、モンテカルロ法に馴染みの少ない方にも分って頂けるように、モンテカルロコード開発の現状を分り易くレビューする。そして、今後我国においても本格的なコード開発のきっかけともなれば幸いである。主な内容は、まず現在どの様な分野でモンテカルロ計算が行われているかを見体例を挙げて示す。次に、コードの中で用いられる手法について紹介し、今後残されている課題について言及する。また、世界ではどのようなコードが開発されているかを示し、特に現在主流となっている連続エネルギーモンテカルロコードの利点について説明する。最後に我国においてもこの種のコード開発の必要性について述べる。

---

<sup>+</sup>日本原子力研究所, Japan Atomic Energy Research Institute

## 2. モンテカルロコードの応用例

モンテカルロコードの使われる分野は大きく括がりつつあり、特に精度の良い計算を行うためには不可欠になりつつある。次に具体的な応用例としてまず原研での使用例を紹介し次に、簡単に外国の例もあげる。

### 1) 高速臨界集合体における実験の解析

非常に精度の良い連続エネルギーーモンテカルロコードが開発された事によって、高速臨界集合体の全炉心を忠実に扱う計算が大変価値あるものとなった。例えば、図1に示した体系はFCAX-1<sup>1)</sup>で炉心とブランケットの二領域を有する。各領域は単位格子から構成され、その格子は、図2に示すような構造となっている。つまり構造マトリックス、引出し及び板状の燃料、ナトリウムその他から構成され、ボイド領域も存在する。モンテカルロ計算では、この格子形状と全炉心形状をほぼそのまま入力することにより幾何形状は厳密に取扱うことができる。これは、ANLで開発された連続エネルギーーモンテカルロコードVIM<sup>2)</sup>を用いて行った。約50分程度(20万ヒストリー)のCPUで $\sigma \approx 0.2\% \Delta k$ の精度を得ることが出来た。

### 2) JRR 3 改造炉心<sup>3)</sup>

原研では現在、JRR 3 の改造が行われているが、その核設計計算はSRAC システム<sup>4)</sup>で行われた。これを検証する目的もあって、この炉心全体のモンテカルロ計算がやはり VIM を使って行われている。ここでも炉心全体の構造を初め、各燃料集合体の形状がほぼそのまま計算に用いられている。今後の成果が楽しみである。

### 3) 核融合炉工学系実験の解析

核融合炉ブランケットのニュートロニクス計算では、その形状の複雑さからモンテカルロ法が使われることが多い。ここでは、原研のFNSで行われた14 MeV中性子源を用いた炉工学系実験の解析例を示す。実験は図3に示す様なコンクリートを囲まれた実験室の中央に14 MeV中性子を発生させるターゲットがあり、測定体系は壁に設けられた貫通孔に酸化リチウムをつめたものである。この体系は、中性子源が酸化リチウム体系を見る立体角が小さく、多くの中性子が実験室の壁で多重散乱を起した後、酸化リチウム体系に入ることが予想されるので、実験室全体を考慮した計算が必要となる。また、ターゲットも図4に概略を示すように複雑な形状になっており、モンテカルロ法でなければ中性子スペクトルや角度分布が計算できない。我々はこれらの形状を可能な限り模擬して解析を行った。その結果、例えば、ターゲットと壁からの反射による中性子のスペクトルの計算と実験の間の一一致は図5に示すように良い。これらの計算は、多群二重微分断面積ライブラリーを用いるモンテカルロコードMORSE-DD<sup>5)</sup>により行った。このように複雑な角度分布を有する中性子源の計算ではモンテカルロ法が大変有用である。

### 4) 臨界安全解析

臨界計算の対象となる体系は、燃料格子のような規則形状を有する場合と、再処理工場での貯蔵タンクやパイプのように不規則形状のものがある。後者の場合は形状を表わすためにはモンテカルロコードを用いることが多い。原研でも数百ケースに及ぶ計算が行われていて、モンテカルロコードの最大のユーザーとなっている。これらの計算はKENO-4又はその改訂版で行われている。

## 5) VIMコードを用いた評価テスト

連続エネルギーモンテカルロコードVIMは、その断面積ライブラリーの精度が良いことから、他の種々のコードの評価テストに用いることが出来る。原研で行われた主な例を以下に示す。

## ◦群定数作成法の検証

特にJAERI-Fast 3型の群定数作成法について評価を行った。その成果として非分離領域の値に問題がある核種が分った。

◦セル均質化コードSLAROM<sup>6)</sup>の評価

板状及びピンセルの非均質計算の精度を検証し、その精度が高いことが明らかとなった。

## ◦SRACシステムの評価

特に、高転換軽水炉の核計算の精度を評価した。この炉は、その中性子スペクトルが高速炉と従来の軽水炉の中間にあり、共鳴領域の取扱い精度が特に問題となる。この様に、従来経験のない体系の計算では、これまで用いて来た手法の精度を知ることが困難であったが、VIMを用いると大変効果的な評価が可能である。

## ◦核融合炉ニュートロニクス計算コードMORSE-DD

このコードは、多群法を用いているが従来の様にルジャンドル展開法を用いていない新しいモンテカルロコードである。この精度を、微分量、積分量についてVIMと比較した。この時はむしろVIMが10 MeV以上を扱うには、核データライブラリーに問題があることが判明し、それを修正した。その後の比較では、両者の一致は充分満足できる。ただ複数形状での比較は行っていない。

## 6) 遮蔽計算

モンテカルロ法が遮蔽計算で広く使われていることは良く知られている。特に不規則形状でストリーミングが重要な体系では不可欠と言えよう。これに関しては次の講演で詳しく述べられると思われる所以省略したい。ただ一例として、第6回遮蔽国際会議で発表された論文から、原子炉建屋内における各所での線量率を計算した体系を図6に示す<sup>7)</sup>。これは、フランスでTRIPO-LI-2<sup>8)</sup>を用いて行った計算例で、各所にストリーミングの原因となるパイプ穴があり、形状も極めて複雑であるが、モンテカルロ法を用いれば正確に扱うことができる。このような巨大な体系の遮蔽計算では、益々モンテカルロ法の利用が増加して行くであろう。

## 7) ロスアラモス研究所における例

米国のロスアラモス研究所は、古くからモンテカルロ法の研究が盛んであり、立派なコードが作られて来た。特にMCNPコード<sup>9)</sup>は最も優れたものの一つであろう。ここでのモンテカルロコードの使用実績は1980年の例では、ユーザー数が130人以上、1ヶ月の使用頻度が600回、その全使用CPUがCDCがCDC-7600で200時間となっている。いかにモンテカルロ計算が信頼され多用しているかが分る。その主な応用分野の例を図7に示す。現在では、MCNPの利用者は全米に拡がっているが、信頼性のある良いコードを作れば、多くのユーザーが使用する事を示す良い例であろう。

### 3. モンテカルロコードに用いられる手法

#### 1) ランダムウォーク

これは、粒子が固定源または核分裂によって生まれてから、体系から漏れるか吸収されるまでの飛跡を追うもので、モンテカルロコードの土台となる部分である。乱数の使用と、種々の文岐文に特徴があるが、コード間におけるアルゴリズムの差は余りない。

#### 2) 形状表示法

現在用いられている代表的な形状表示法は、combinatorial geometry(CG), 1, 2, 4-th degree surface 及び lattice geometryである。CGは、基本となるbody例えば球、直方体、円柱等の組合せから任意の形状を構成するもので入力データが作り易い。一方、surfaceで記述する方法はより一般的な表示が可能である。lattice 表示は、特に原子炉の炉心計算などに便利で、同じ格子が繰り返し現われる体系では、単位格子の記述のみを行えば済むので入力が簡単になる。通常これは、前の二者と合わせて用いることが多い。その他にも general geometry があるが、方程式で表示できる任意の曲面が表わせる一般性があるものの、係数を決めるのが不便である。

#### 3) 核データ

核データの形式としては、従来は多群断面積ライブラリーを用いて来たが、最近はポイント毎に表わす連続エネルギー表示が主流になりつつある。これは極めて精度の高い核データ表示が可能である。表1に多群形式とポイント表示形式のライブラリーの比較を示した。後者の場合は散乱後のエネルギーと飛行方向が kinematics により厳密に決めることが出来る有利さがある。また共鳴領域も精度良く各共鳴の形を表示できる。その例として図8に、 $^{239}\text{Pu}$ の220～270 eVにおける核分裂断面積を、VIMライブラリー(実線)とMCROS(RESENDに似たコードで破線で示す)で得たものを比較したもので、VIMライブラリーが精度良く共鳴を再現していることが分る。また必要とするデータの量も、例えば物質が10近くある場合には、100群程度のライブラリーを用いる多群法に比らべ余り多くなく、現在の計算機容量で充分に間に合う。

#### 4) 評価法(検出器)

代表的な評価法としては、track length collision, analog (absorption), surface crossing, point 等がある。初めの三つは固有値の評価にも使われ、最近ではこれらの平均をとることによって分散を減らす方法も用いられる。一般に track length は多くの目的に用いられ且つ信頼性も強い。point 評価法は点での flux を求める時に用いられるが、良く知られているように  $1/r^2$  の singularity があるため体系中で用いると分散が大きくなる危険性がある。これを防ぐための種々の提案もなされているが決定的な物は未だと言う感じである。勿論、ボイドや体系外で用いる時は大変有効である。出来れば track length を用いる方が無難と言えよう。評価法に関しては種々の参考文献があるのでそれらを見て欲しい。

#### 5) 分散低減法

分散低減法は、モンテカルロ法の研究では最も主要なテーマとなっている。得た結果の信頼度、精度、計算時間に深く係わって来る問題である。主な方法は次の様なものがある。

## ◦ Russian roulette と splitting

通常これは、最も確実で信頼度の高いものである。ただ最適のパラメータ値を設定するには経験と予備的なランが必要である。

## ◦ Exponential transform

特に深層透過問題を含む系の計算には有用であるが使い方にかなりの経験を要すると言われている。

## ◦ Importance sampling

これが分散低減化には強力な方法となることは分っているが、どのようにしてインポータンスを求めるかが問題である。随伴方程式を解いたり別の方法で計算して用いることが多いが、後に述べるように、現在色々な方法が研究されている。

## ◦ Correlated sampling

特に、摂動計算に用いられる。二つの少し異った体系の計算において、用いる乱数列の相関を強めることによって分散を減らす方法である。

その他にも、weight window, filter, energy and weight cut off 等の方法も用いられているが、基本は各粒子のweight をできるだけ揃えることを目的とする。

分散低減法に関する論文やレポートも多く出されているので参考にして頂きたい。

## 6) 今後に残された課題

コード開発と応用分野を拡げる上で今後の課題と考えられるものを次に挙げて見る。

## ◦ 理論的基礎付け

固有値計算におけるバイアスの問題は実用上余り問題とは思えないが、すっきりした方法を考える必要がある。また、現在得られている分散は真の意味での直値からの分散を表わしていないため（統計量がガウス分布からずれるために起る）、得た答が信頼できるか否かの判定が難しい。そのため分散に対する分散を求める方法等も研究が進められている。現在の所、経験に基づいて信頼性を判定している面が強い。

## ◦ 分散低減法の自動的選択技術の開発

ブラックボックスとしてモンテカルロコードを用いるユーザーにとって、分散低減のためにどの方法を採用し、パラメータをどう設定するかは簡単な問題ではない。今後のコードの機能としては、自動的にそれを決めることが望まれる。それも計算時間等で負担にならない事が大切である。現在提案されている方法にはrecursive法, Sapier 法等によってインポータンスをあらかじめ決めるものである。今後はこの機能の優劣がコードの質を計るパロメーターの一つとなると考えられる。

## ◦ 入力データ作成の自動化

複雑な体系の計算にモンテカルロ法を用いた経験のある方は、その入力データの多さに困った経験を持っている事と思う。特に形状表示だけで 1000 枚以上になることもある。勿論これは三次元形状を表示するのであるから止むを得ない訳であるが、出来れば省力化し、かつ誤りを少くする方法が開発されることを期待したい。グラフィック ディスプレイ機能もその為には有効であろう。

### ◦ 摂動計算法の改良

摂動計算は、モンテカルロ法の苦手とする分野である。現在幾つもの試みがなされ成果が出て来ている。近い将来に低コストで計算できることを期待したい。

### ◦ 炉心燃焼計算

燃焼計算を、輸送法を用いて行う事は決定論的手法でも殆んどないと思われるが、現在モンテカルロ法を用いた方法の開発に手が付けられつつある。何よりも計算時間の大巾な短縮が計られなければ不可能であろう。

### ◦ 計算時間の短縮

モンテカルロコードを使う上で最大の問題は、計算時間が多く必要とする点にあることは、今も変わりない。ただ、その得られる利益の大きさからその困難さをしのぎつつある。しかし、計算時間が大巾に短縮できれば、モンテカルロ法の利用範囲は飛躍的に拡がることは疑いない。得られる答の信頼度、精度、情報量の全てが計算時間と深くかかわっている。従って計算時間短縮のための努力は種々行われており、手法の改良（アルゴリズムの改良）と共にコンピューターの進歩も本質的な問題である。手法としては特に分散低減法の改良が最も重要であろう。コンピューターに関しては、特にスーパーコンピューターの登場によって一つの見通しも得られつつある。その一つは、コードのベクトル化によって、パイプライン演算方式のスーパーコンピューターの能力を最大限に使う試みである。その代表的な成功例は、ブラウン<sup>10)</sup>によってCYBER-205用に作られたMCVコードであろう。これは、未だ二次元形状しか扱えないが、炉心の格子計算では、従来のシリーズ型計算機に比らべ20～60倍の計算速度を得ている。また彼は燃焼計算も本コードで行って成功している。このコードは、ベクトル化を行うために、全く新しくプログラムを作成した。その他に、光子輸送計算専用にボブロウィッツ<sup>11)</sup>がベクトル化コードを作成し、高い効率を得ている。しかし、これは未だ特殊目的にしか使えないし、より一般的なコードにした時、倍率が変わらないかどうか不明である。またプログラムが余りにも個々の計算機の機能に依存し過ぎるとの批判もある。原研においても、KENO-4及びMORSEのベクトル化の研究が行われているが、今の所、とても彼等の様な倍率は得られそうもない。

一方、近年計算機開発の面で注目すべき動きは、並列演算方式それもMIMD方式の計算機を作る動きが活発になっている点であろう。これは多数の演算機が独立に働く方式で、中性子や $\gamma$ 線のモンテカルロ計算には、全く打ってつけの方式と言える。またその倍率もこの場合ほぼ、演算機の台数に比例しているとの報告が多く出されている。次にその計算をいくつか紹介すると

Cedar計画(イリノイ大) - 1024台

PAX(筑波大) - 128台(稼動中)

Ultra computer(ニューヨーク大) - 4096台

通産省科学技術専用計算機

特に、ニューヨーク大の計画については、ケイロス教授から詳しい紹介があると思われるのを省く。恐らくこれらのコンピューターが実用化されれば、100倍以上速くなることは間違いないであろう。我々も是非それらの事を念頭に置いてモンテカルロ法の開発に携って行く必要があろう。

#### 4. 主なモンテカルロコード

現在世界で使われている主なモンテカルロコードを表2に示す。ここに示した上から5つが連続エネルギー法を採用している。表には、開発した機関名、扱える粒子、使用する核データのタイプ、形状表示法を示した。これらの多くは既に良く知られたコードなので説明は省くが、ここで連続エネルギーモンテカルロコードの特長とその利点について触れておく。

従来の方法で炉心計算等を行う場合と連続モンテカルロコードによって行う場合の計算の流れを図9に比較した。共に評価済核データファイルから出発するが、既存の方法の場合は、まずプロセスコードによって群定数を作成する。この時、共鳴遮蔽効果や干渉効果そして断面積を平均する時に用いる荷重関数の導入等の近似を行う。この近似が適用する体系によって異なるため、通常はその用途に応じた群定数セットを作成する必要がある。次に炉心計算の時は、まず格子計算を行って均質化定数を作成し、それを用いて体系計算を行う。この時、一般に三次元輸送計算は困難であるので、拡散計算を行った後輸送補正を行う事が多い。その他メッシュサイズ効果等の補正も必要となって来る。これらを行った後、三次元輸送計算に相当する精度を持つ核特性量が求められる。一方、連続モンテカルロコードを用いる時は、このパスは極めて単純になる。即ちまずプロセスコードでポイント表示のライブラリーを作成する。そしてこれを用いてモンテカルロ計算を行えば、その結果が三次元輸送計算で得た値となる。このように、次の様な多くの利点があると言えよう。

1. 衝突後の粒子のエネルギーと角度がkinematicsにより厳密に且つ連続的に決められるので精度の良い輸送計算が可能である。
2. 核データファイルに与えられたデータをほぼそのままの精度で用いるので、断面積取扱い時の誤差が入らない。従って核データの評価にも有用である。
3. 炉定数や格子計算が不要なので、これに伴う近似が入らず、その手間も省ける。
4. 応用分野にかかわらず一種類の核データライブラリーとコードで殆どの分野の計算が可能である。
5. 多群法に比らべ計算時間は若干増えるが、許容できる範囲である。
6. 任意のエネルギー構造で出力が得られる。

以上の様に、この方法は極めて本質的な面で数多くの利点があることをわかって頂けると思う。しかし、これらのコードの開発には、多年に亘る研究、開発の積重ねがあることも事実である。例えば、MCNP、TRIPOLI、MONKと言ったコードは、1960年代から開発が始まられている。そして70年前後にはその原型が作られ、70年代を通じて改良が続けられて来た。ロスアラモス研究所では、'72年に中性子輸送を扱うMCNが、そして'78年にはphotonも扱うMCNPが完成しており、現在バージョン3が使われている。TRIPOLIも、'75年頃に連続エネルギーデータを扱うことが出来るようになり、ENDF/B4形式のライブラリーも扱うことが出来るよう改良され、その第2段が完成している。MONKコードは、'76年頃MONK5が作成された後、更に高精度を持つMONK6の開発計画が立てられ、全ての臨界体系の固有値を1%以内で予測することを目標として改良が進められている。最新のバージョンはMONK6.3と呼ばれている。これらの開発に投資された人と費用は相当な量と予想されるが、例えばMCNPは1980年までに

200 man-year 以上が投入されたと発表されている。そして開発グループは 22 名の人を抱えている。このようなコード開発の例は、日本には殆んどないと思われる。

次に日本で開発されたコードについても当然述べなければならないのだが、一から作った本格的なコードは見当らない。原研においては、いくつかの実用的なコードが作成されているが、それらはいずれも KENO-4 や MORSE から出発して改良された物である。メーカーや大学においてもコードは作成されているが、その殆んどは、特殊目的には使えるが一般的ではないと思われる。

### 5. おわりに

以上、モンテカルロコード開発の現状について見て來たが、とにかく我国で開発されたものがないのは、寂しい限りである。今後、モンテカルロ法の利用者が増加すると予想されるので是非、本格的なコードを開発したいものである。開発するとすれば、当然連続エネルギー法によるコードを作るべきであると思うが、そのために必要な、人材と資金を如何に確保するか、多くの人達で考えて頂きたい。またコードは一度完成すればそれで良いと言うものではなく、常に改良を続けなければ、そのコードは死んでしまうのである。積極的に応用してその結果を評価すること、分散低減法等の絶えざる改良、核データの更新、コンピュータの資源の進歩等によって常にコードはバージョンアップすることが大切である。この講演が、我国のモンテカルロコード開発のきっかけに少しでも役立てれば幸いである。

### 参考文献

- 1) 中野正文他：私信（1982）。
- 2) Blomquist R.N., Lell R.M. and Gelbard E.M. : ORNL/RSIC-44 (1980).
- 3) 鶴田晴通他： JAERI-M 84-099 (1984).
- 4) Tsuchihashi K. et al. : "SRAC," JAERI 1285 (1983).
- 5) Nakagawa M. and Mori T. : "MORSE-DD," JAERI-M 84-126 (1984).
- 6) 中川正幸、土橋敬一郎 : "SLAROM," JAERI-M 5916 (1974).
- 7) Champion G. et al. : Proc. 6th Int. Conf. on Radiation Shidlding, 546 (1983).
- 8) Gonnord J. : ORNL/RSIC-44, 313 (1980).
- 9) LASL Group X-6, "MCNP," LA-7396-M, Revised (1979).
- 10) Brown F.B. : Trans. Am. Nucl. Soc. 727 (1984).
- 11) Bobrowicz F.W. et al. : "Vectorized Monte Carlo Photon Transport," LA-9752-MS (1983).

表1 多群法と連続エネルギー法における核データ表示法の比較

	Multi-group	Continuous energy
Reaction x-sec.	group average	point wise
Slowing down	matrix	exact (kinematics)
Angular distribution	Legendre pol. direct represent.	kinematics(table 20-30 mesh)
Self-shielding	table	not necessary
Doppler effect	table	discrete
No. of group or point	100	300 - 15000
Typical data area	30 k' * media	(1k - 60k) * isotope

表2 代表的なモンテカルロ法による輸送計算コード

コード名	開発機関	扱える粒子	核データ	形状表示
MCNP	LANL	n, r, n-r	Point	1, 2, 4次曲面
VIM	ANL	n	Point, B/4	CG, 格子
SAM-CE	EPRI / MAGI	n, r, n-r, e	Point	CG, 格子
TRIPOLI	CEA / Saclay	n, r, n-r	Group+point	1, 2次曲面
MONK	UKAEA / Winfrith	n	Point	Hole routine
MORSE	ORNL	n, r, n-r	Group, P <sub>ℓ</sub>	CG, GG
KENO	ORNL	n	Group, P <sub>ℓ</sub>	KENO geometry, GG
TRIMARAN	CEA / Saclay	n	Group, P <sub>1</sub>	1, 2次曲面
TIMOC	Ispra / Italy	n	Group	Slab, Cylinder, GG
KIM	CNEN / Italy	n	Group + Point	CG, discrete point
TARTNP	LLL	n, r, n-r	Group, ENDL	Function

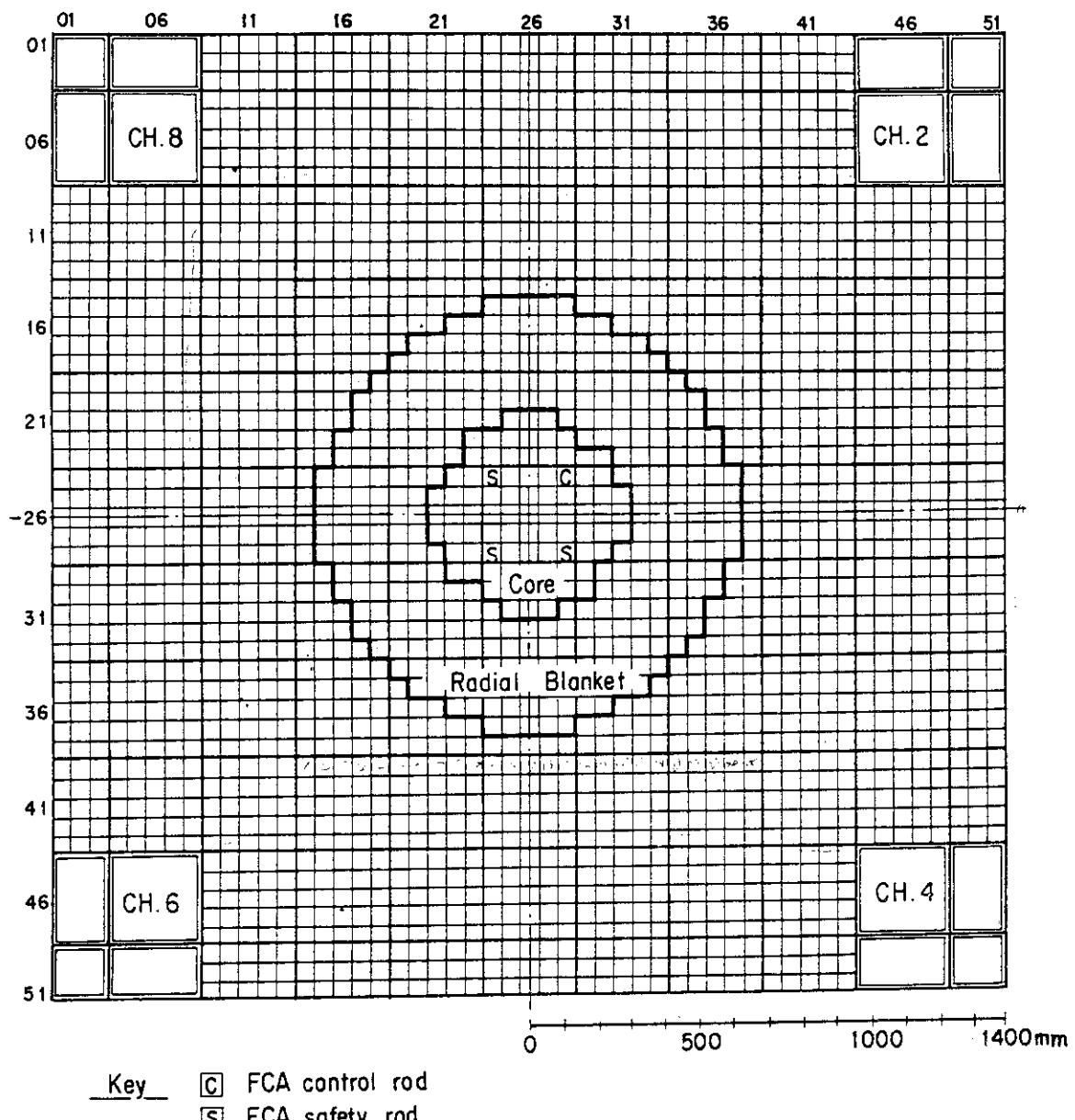


図 1 FCA X-1 炉心断面図

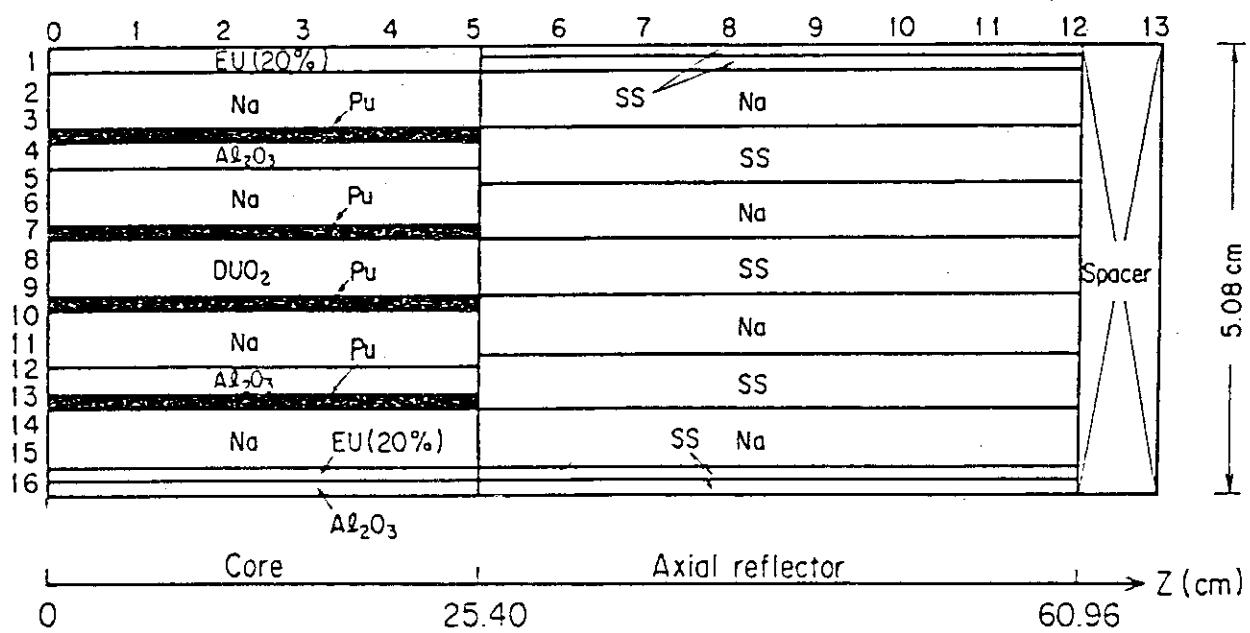
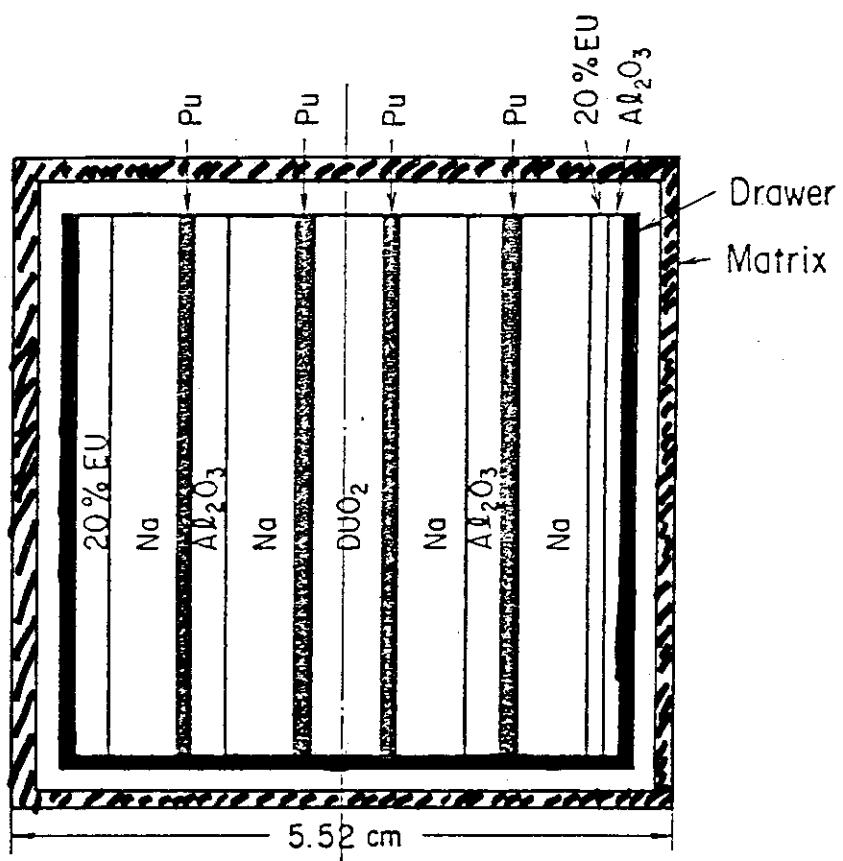
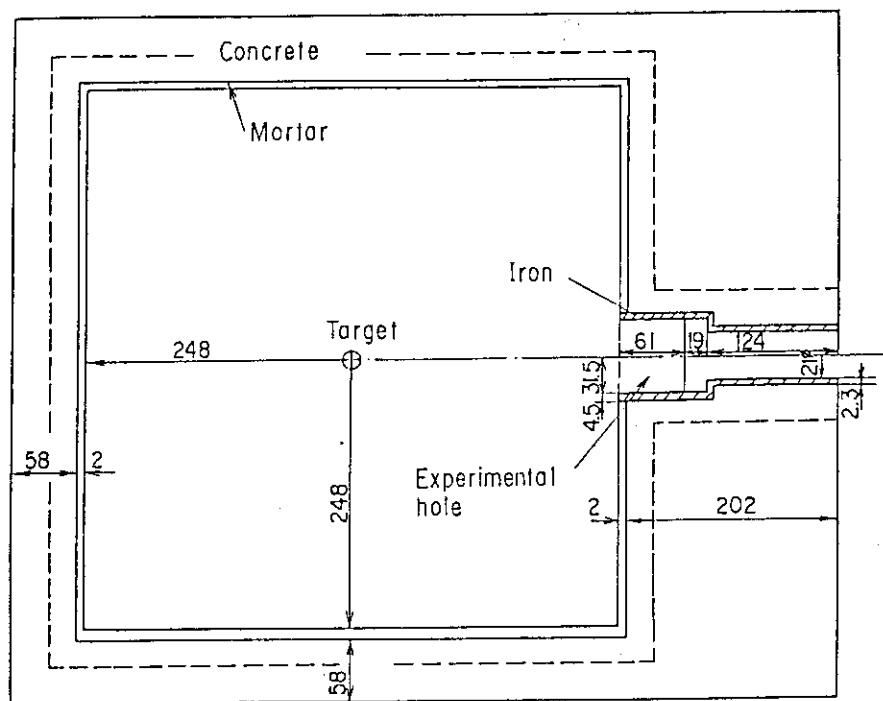


図 2 FCA X-1 炉心の格子配置図



第3図 FNS回転ターゲット室の平面図 (cm単位)

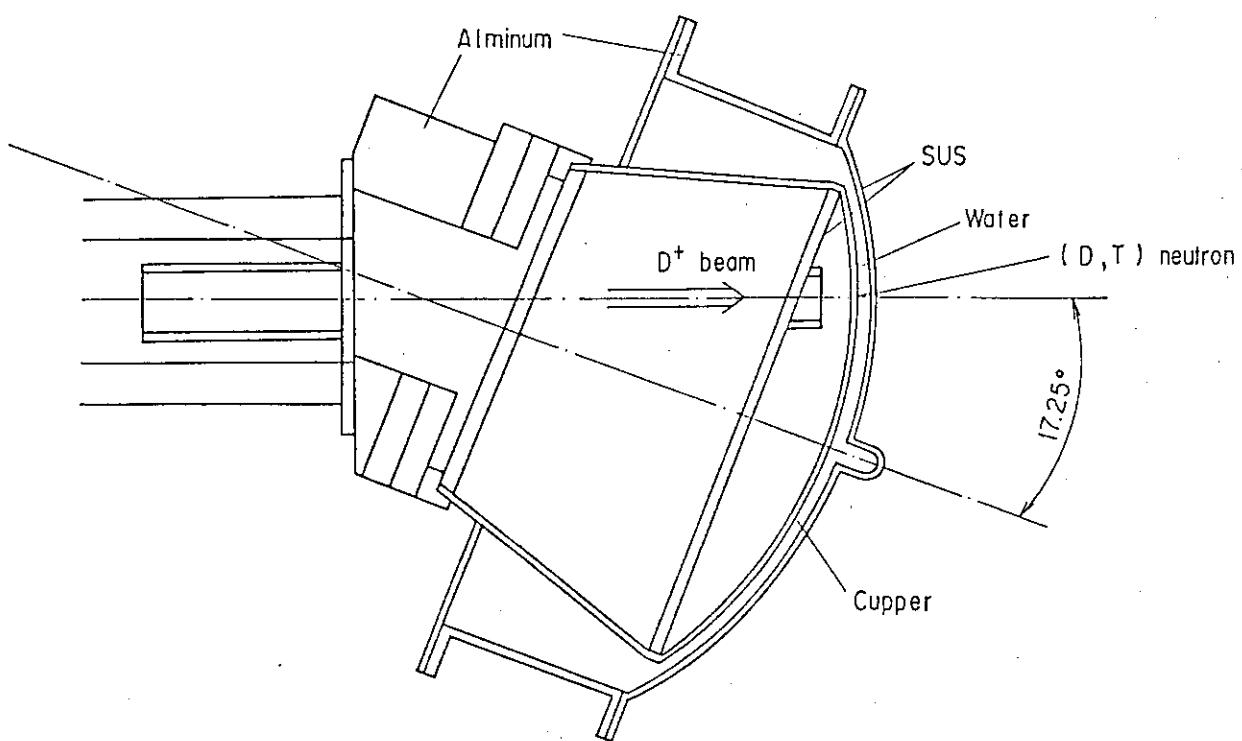


図4 回転ターゲットの断面図 (計算モデル)

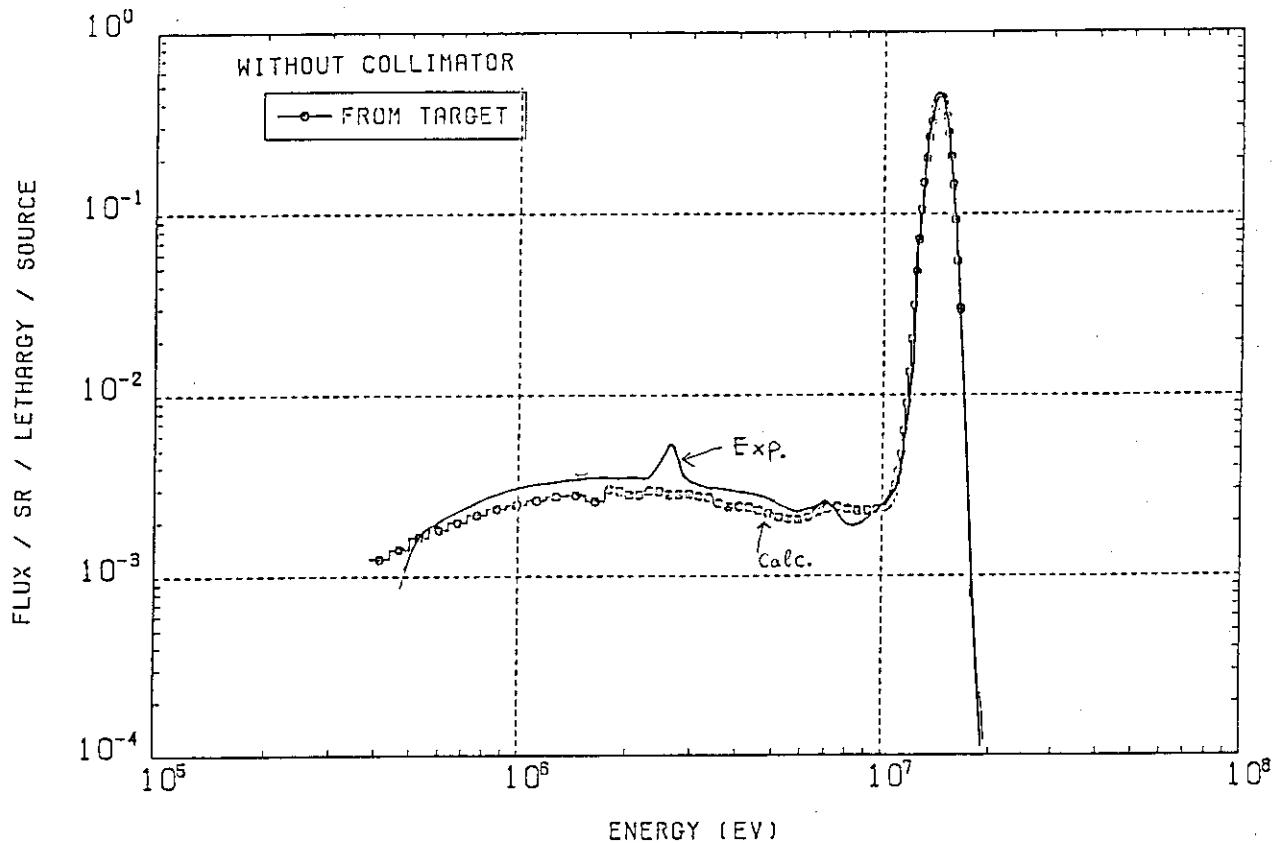
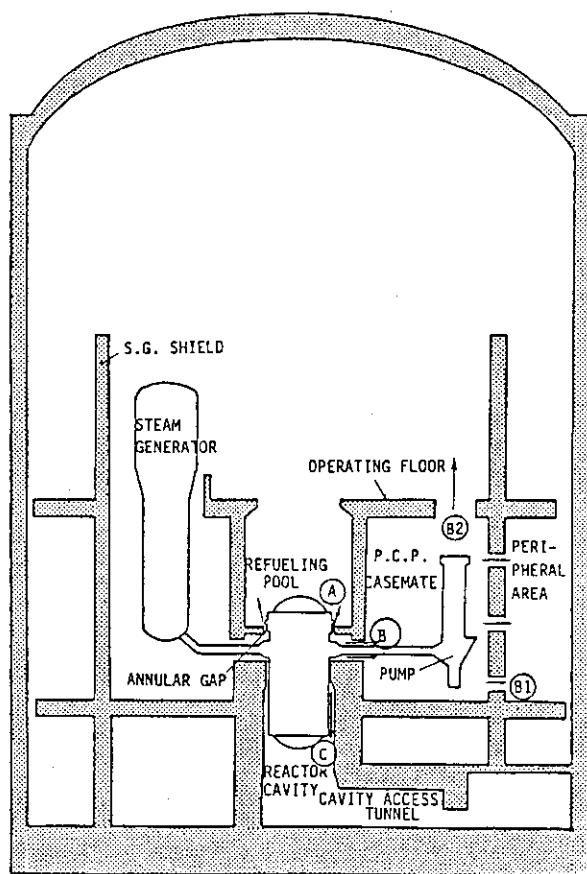


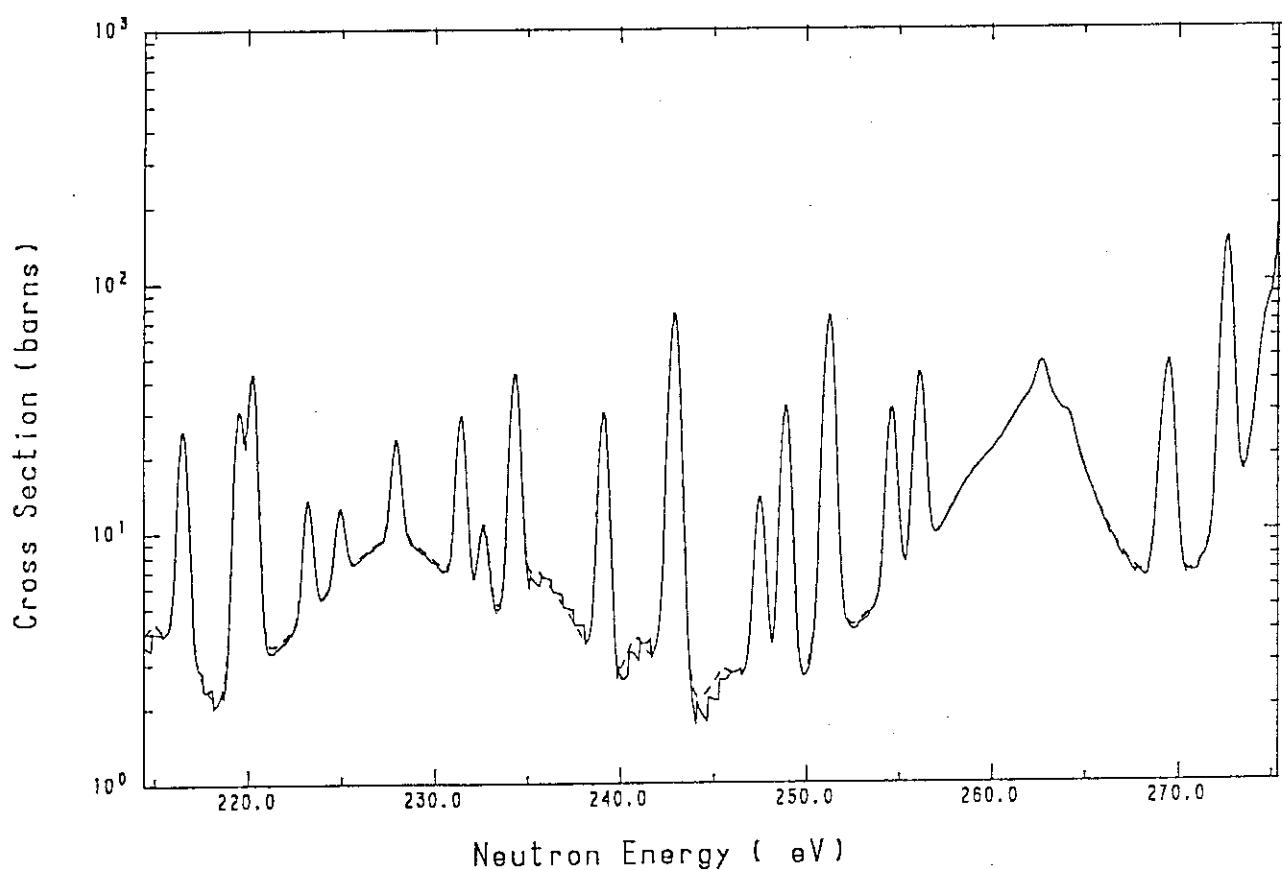
図5 ターゲット及び壁からの中性子スペクトルの比較

図6 TRIPOLI-2による原子炉建屋内の線量率計算体系  
(文献8より抜粋)

## Fields

- \* Neutronics design for magnetic fusion reactor  
EBT, Linus, RFPR, Tokamak, FMIT
- \* Shielding design  
Electron accelerator, Antares laser fusion facility
- \* Health physics  
Instrument design, radiation safety
- \* Criticality safety  
SPI
- \* Nuclear safeguard
- \* Benchmark calculation  
Shielding problem, Critical assembly
- \* Experiment analysis  
ORNL 14 MeV shielding experiments

図 7 ロスアラモス研究所におけるMCNPコードの応用分野

図 8  $^{239}\text{Pu}$ の核分裂断面積の比較 ENERGY 214.45( eV ) - 275.36( eV )

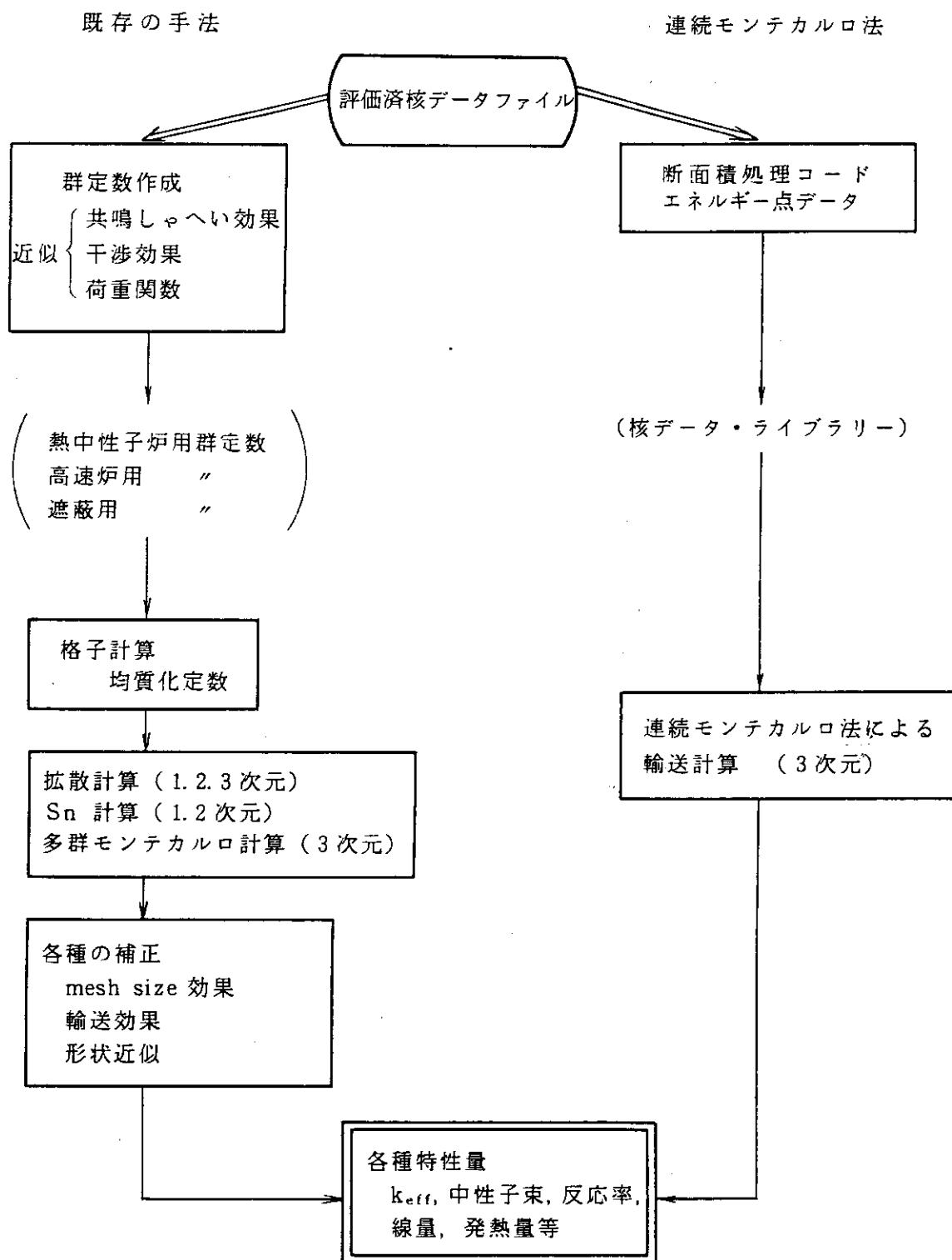


図 9 既存計算手法との対比

## 2.3 モンテカルロ法による遮蔽計算上の問題点

植木 紘太郎<sup>+</sup>

モンテカルロ法は様々な種類の放射線遮蔽問題を解くために有用な道具である。決定論的方法に対し、幾何学的複雑さはモンテカルロ計算にとってはほとんど重要な課題ではない。しかしながら、モンテカルロ計算の精度は当然のことながら推定された値のもつ統計誤差によって判定される。

本報告は、放射線ストリーミングを含んだ大きな遮蔽体系を解くための代表的課題を取り上げる。このような大型遮蔽体系を解く方法としてモンテカルロ分割結合計算法が提案された。しかし、このモンテカルロ分割結合計算法を採用した結果でも、放射線ストリーミングに直接さらされない所に置かれた検出器に対する分散はまだ十分小さくなっていない。そこで、放射線ストリーミングに直接さらされない所に置かれ検出器に対する分散を低減するための方法として、また多段曲屈ダクト中の検出器の分散を低減する方法として、本報告では、"プリズム散乱法"を提案する。

Problems in Radiation Shielding Calculations  
with Monte Carlo Methods

Kohtaro UEKI<sup>+</sup>

The Monte Carlo method is a very useful tool for solving a large class of radiation transport problem. In contrast with deterministic method, geometric complexity is a much less significant problem for Monte Carlo calculations. However, the accuracy of Monte Carlo calculations is of course, limited by statistical error of the quantities to be estimated.

In this report, we point out some typical problems to solve a large shielding system including radiation streaming. The Monte Carlo coupling technique was developed to settle such a shielding problem accurately. However, the variance of the Monte Carlo results using the coupling technique of which detectors were located outside the radiation streaming, was still not enough. So as to bring on more accurate results for the detectors located outside the streaming and also for a multi-legged-duct streaming problem, a practicable way of "Prism Scattering technique" is proposed in the study.

---

<sup>+</sup>船舶技術研究所, Ship Research Institute

## 1. まえがき

モンテカルロ法による遮蔽計算の基本式は良く知られたボルツマン輸送方程式である。モンテカルロ法の特徴は、遮蔽体系の幾何学的形状が粒子を追跡していく過程で単に粒子の幾何学的位置空間における判定条件を与えるだけであって、輸送方程式に対する解法とは直接係わり合いがない点である。そのため、かなり複雑な体系や特殊な形状（例えば、トロイダル）であっても、容易に取り扱うことができる。したがって、モンテカルロ法の最大の利点は、三次元体系中の粒子の輸送計算が他の決定論的手法（例えば、ディスクリート・オーディネート法）に比べ、容易に行える点にあると言える。

しかし、モンテカルロ法の計算原理は、粒子を1個づつその発生から消滅まで逐一追跡し、検出器に寄与する粒子の重みを記録し、解を得るので、粒子の発生源（線源）から検出器までの間で衝突密度が大きく減少するような大型遮蔽体系では、サンプリング法に何らかの工夫をしなければ、現実的な計算時間内に分散の小さな信頼性のある結果を得ることが難しくなる。

今日までの推移を見ても、モンテカルロ法が遮蔽計算法として登場した1950年代から1965年頃までは、放射線の透過やストリーミング計算よりはむしろ、放射線の境界面からの反射量であるアルベド（albedo）を求めるために多く用いられた。そして、ストリーミング問題の計算にはこのアルベドを利用したアルベドモンテカルロ法が提案され、適用されてきた。1960年代の後半から電子計算機の大容量高速化が急速に進み、有効なサンプリング法の提案や工夫と合まって、モンテカルロ法が遮蔽計算の広い分野で有力な計算法として採用されるようになった。1970年代に入ると、米国ORNLから多群汎用モンテカルロコードMORSE<sup>1)</sup>が発表され、今日に至るまで世界各国で広く採用されている。MORSEコードはモンテカルロ法が研究者による計算あるいは実験解析のための手段から1歩踏み出し、モンテカルロ法が遮蔽設計計算法としても採用されるための道を開いたコードとしても高く評価できる。また、1979年には米国LANLから連続エネルギー汎用モンテカルロコードMCNP<sup>2)</sup>が発表され、最近我が国でも利用できるようになった。今日、核融合炉設計の重要な役割を果すニュートロニクスおよび遮蔽問題の解析には、かなり大型の体系であっても、モンテカルロ法が多用されている。

以上のように、今日モンテカルロ法を遮蔽計算に適用するための環境はアナログモンテカルロ計算の項と比べれば、比較にならない程良くなっているが、モンテカルロ法固有の分散と効率についてはさらに改善を必要とする場合も多い。著者はモンテカルロ分散結合計算法（Monte Carlo coupling technique<sup>3)</sup>を提案し、大型遮蔽体系中の中性子遮蔽計算に有効であることを実験データとの比較を通して実証したが、なお、分散が十分低減されない場合もある。モンテカルロ法の命題は分散の低減の計算効率の向上にあり、この命題へのアプローチは永遠に続くであろう。

本報告は今日残された重要な課題の中からいくつかその例を取り上げ、以下のような手順での要因と解決の糸口を探る。第2章では分散（ここではFSD : fractional standard deviation）の計算法について触れ、第3章で大型遮蔽体系を従来のモンテカルロ法で計算した場合の問題点を明らかにする。次いで第4章ではモンテカルロ分割結合計算法によって解決できた課題と今後に残された課題とを整理する。第5章では第4章において明らかになった課題を解決するた

めの方法についても考察する。そして、第6章で本報告を結ぶ。

## 2. モンテカルロ計算結果の精度

まず、次のような積分をモンテカルロ計算するものとする。

$$\bar{x} = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx \quad (1)$$

ここで、

$$f(x) = x \text{に対するpdf (probability density function)}$$

$$\bar{x} = x \text{に対する期待値 (expected value)}$$

今、N個のランダムな変数 ( $x_1, x_2, \dots, x_N$ ) が  $f(x)$  に従って選ばれるものとすれば、 $\bar{x}$  についてのモンテカルロ評価 (Monte Carlo estimate) は次のようになる。

$$\hat{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (2)$$

(2)式は一般に  $\bar{x}$  についての "Crude Monte Carlo" 評価と称し、実際には次の積分をモンテカルロ評価する。

$$\bar{x} = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx \quad (3)$$

ここで、 $x$  は N 個のサンプルに対する平均値 (mean value) であり、異なった (mean value) であり、異なる N 個のサンプルセットは異なる評価値  $x$  をもたらすものと期待してよい。しかし、 $\bar{x}$  に対する積分が定義されれば、 $x$  は常に極限として  $\bar{x}$  に近づく。すなわち、

$$N \rightarrow \infty \text{において, } x \xrightarrow[N \rightarrow \infty]{} \bar{x} \quad (4)$$

これはサンプル数が大きい場合の定理である (Strong Law of Large Number)。また、 $x$  の二次モーメント (second moment)  $\bar{x}^2$  が存在すれば、 $\delta = \hat{x} - \bar{x}$  となる評価値が N が大きければ求められる。

$x$  の分散 (variance) は  $\sigma^2$  のように書かれ、以下のような定義式で表わされる。

$$\sigma^2 \equiv \overline{(x - \bar{x})^2} = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \bar{x})^2 f(x) dx \quad (5)$$

ここで、 $f(x)$  は  $x$  の pdf である。

(5)式は次のように展開できる。

$$\begin{aligned}
 \sigma^2 &= \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x) dx - 2 \bar{x} \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx + \bar{x}^2 \right] \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx \\
 &\quad \underbrace{\hspace{10em}}_{\bar{x}^2} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{\bar{x}} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_1 \\
 &= \bar{x}^2 - 2 \bar{x}^2 + \bar{x}^2 \\
 &= \bar{x}^2 - \bar{x}^2
 \end{aligned} \tag{6}$$

あるいは、

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x) dx - \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx \right]^2 \tag{7}$$

$f(x)$ が解析的に与えられれば、 $\sigma^2$ は(7)式で正確に計算できるが、そうでなければ、分散の評価値(estimate)はランダム変数  $x_i$  の  $N$  個の値から求められる。

$$\sigma^2 \cong \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \hat{x})^2 \equiv S^2(x) \tag{8}$$

$S^2(x)$ はしばしばサンプル分散(sample variance)と言われる。 $N \rightarrow \infty$ で  $x \rightarrow \bar{x}$  になるので、

$$\sigma^2 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \tag{9}$$

また、FSDは、

$$FSD = \frac{\sqrt{\sigma^2}}{\bar{x}} \tag{10}$$

のように表わされる。

FSDの目安とその評価についてTable 1<sup>4)</sup>に示す。それによれば、 $FSD \leq 0.1$ であればその結果は十分精度が高いと言えるが、 $FSD > 0.5$ になると統計的には不十分な結果であると評価される。

### 3. 大型遮蔽体系に対する従来のモンテカルロ計算の問題点

JRR-4号炉のスイミングプール中で行った円環空隙中性子ストリーミング実験を従来のモンテカルロ法で解析し測定値と比較した例について、計算上の問題点を整理する。

Fig. 1に円環空隙中性子ストリーミング実験の計算モデルを示す。測定は各種の放射化箔検出器を図のボイド中に置き、反応率を求めている。炉心の中心からボイドの中心軸までの水平距離は 121 cm である。MORSE コードによる計算と測定との比較を Fig. 2 に示すが、これは文献(6)を引用したものである。Fig. 2 ではモンテカルロ計算の FSD が示されていないので、計算精度

は不明であるが、明らかに測定値を過少評価している。計算結果は測定値に対し 2 ~ 4 衍もの過少評価になっており、この傾向は検出点が炉心に対する中心線から離れる程度強くなっている。文献(6)によれば、MORSE コードの計算出力の 1 つとしてプリントされる各領域の粒子の衝突回数を調べると、粒子は Fig. 1 のアルミ板の後方の水層までしか達しておらず、検出器が置かれたボイド領域を取り巻くステンレススチール中の衝突回数はゼロであった。

上記の計算は MORSE コードの入力マニュアルに従って入力データを作成し、点検出器評価法 (point detector estimation) を使って計算したものである。MORSE コードでは線源ルーチンや評価法ルーチンをユーザーズルーチンと称し、ユーザーが問題に応じ修正、あるいは改訂し適切なサブルーチンにしてから使用するようになっているが、本計算では既在のものを利用している。さらに、本問題では炉心から検出器までの距離がおよそ 120 cm あり、しかもその間に中性子遮蔽効果の優れた水層があるので、中性子束密度の減衰が 10 衍程度見込まれる。その結果、従来のサンプリング法の改良だけでは検出器周囲において十分な衝突密度を確保することが困難であり、過少評価や分散の大きい計算結果になることが予想される。

#### 4. 大型遮蔽体系へのモンテカルロ分割結合計算法の適用

##### 4.1 モンテカルロ分割結合計算法と誤差伝播

前章で述べたように、線源から検出器までの間で線束強度が 10 衍あるいはそれ以上の減衰があるような大型遮蔽体系中の全粒子束、エネルギー束、あるいは角度束を精度良く、しかも効果的に求めるには在来のモンテカルロ法による計算では十分でない。線源バイアス、指数変換法 (exponential transform) による飛程伸長、あるいは Weight Window 法<sup>7)</sup> 等を採用すれば、粒子の深層透過体系だけであれば相当深いところまで高い精度で計算できるものと考えられる。しかし、体系中に複雑なボイドがあり、粒子のストリーミングを含む問題では、粒子のストリーミングが開始するボイド領域との境界面（例えば、ダクトであれば線源に面したダクト入口）をよぎる粒子がボイド中の線束密度分布を支配するので、上記のような方法だけではこのようなストリーミングを含む体系において、精度の良い結果を得ることが困難である。

筆者は上記のように従来のモンテカルロ法だけでは精度良く、しかも効果的に解くことが難しい粒子のストリーミングを含む大型遮蔽体系中の粒子束密度分布を有效地に求める方法としてモンテカルロ分割結合計算法を提案し、またその結合に伴う統計誤差の伝播 (propagation of statistical error) の評価式も導いた<sup>3, 8)</sup>。モンテカルロ分割結合計算法はモンテカルロ計算を 2 段に分割（一般には N 段に分割可能）して実行し、各段の結果を合成して最終的に求める量を得る方法である。分割結合するための仮想検出器 (pseudo detector) あるいは結合面 (coupling surface) の位置、大きさ、形状等を適切に設定すれば、ダクトやスリットの形状や位置が変わっても、2 段目の計算だけで粒子のストリーミングを精度良く、しかも効果的に求めることができる。Fig. 3 に MORSE コードを使ったモンテカルロ分割結合計算法の手順を示す。

一般に、ボルツマン輸送方程式を多群で解いたとき、求める量  $\lambda$ （例えば、線量率、反応率、全粒子束）は次のように表わされる。

$$\lambda_g = \iint P_g^\phi(\bar{r}, \bar{\Omega}) \Phi_g(\bar{r}, \bar{\Omega}) d\bar{r} d\bar{\Omega} \quad (11)$$

$$\lambda = \sum_g \lambda_g \quad (12)$$

ここで、

$$\begin{aligned} \Phi_g(\bar{r}, \bar{\Omega}) &= g \text{群の角度フルーエンス} \\ &\quad (\text{粒子数} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{sr}^{-1} \cdot \text{単位線源粒子数}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_g^\phi(\bar{r}, \bar{\Omega}) &= g \text{群の角度依存レスポンス関数} \\ &= g \text{群に対する求める量} \end{aligned}$$

(11)式において、レスポンス関数  $P_g^\phi(\bar{r}, \bar{\Omega})$  が角度に依存しないものとすれば、(11)式は次のようになる。

$$\lambda_g = \int P_g^\phi(\bar{r}) \Phi_g(\bar{r}) d\bar{r} \quad (13)$$

ここで、

$$\begin{aligned} \Phi_g(\bar{r}) &= g \text{群のエネルギーフルーエンス} \\ &\quad (\text{粒子数} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{単位線源粒子数}) \end{aligned}$$

モンテカルロ計算結果は多くの場合単位線源粒子数当りの量で表示されるので、最終的に求める量を得るには実際の線源強度(粒子数・S<sup>-1</sup>)を乗ずる必要がある。ある点  $\bar{r}_i$  における求める量を  $A(\bar{r}_i)$  とすれば、 $A(\bar{r}_i)$  は次式のように書かれる。

$$A(\bar{r}_i) = S_0 \cdot \sum_g P_g^\phi(\bar{r}_i) \Phi_g(\bar{r}_i) \quad (14)$$

モンテカルロ分割結合計算では、(14)式に対応した式は以下のようなになる。

$$A(\bar{r}_i) = S_0 \left[ \sum_{g=1}^1 A_1 \cdot {}_1 \Phi_{g,1} \right] \left[ \sum_{h=2}^2 {}_2 \Phi_h(\bar{r}_i) P_h^\phi(\bar{r}_i) \right] \quad (15)$$

ここで、

- 1  $\Phi_{g,1}$  = 1段目の計算で得られた I 番目の円環における g 群のエネルギーフルーエンス
- 2  $\Phi_h(\bar{r}_i)$  = 2段目の計算の  $\bar{r}_i$  における h 群のエネルギーフルーエンス
- 1  $A_1$  = 1段目の計算における円板面検出器の I 番目の円環面積 (cm<sup>2</sup>)
- $P_h^\phi(\bar{r}_i)$  =  $\bar{r}_i$  における h 群のレスポンス関数(例えば、線量率換算係数、検出器効率、反応率)

今、(15)式の物理的見通しを良くするために、レスポンス関数として反応断面積  $R_h$  を採用し、 $R_h$  には統計誤差が含まれないものとする。このとき(15)式は以下のように書き換えられる。

$$A(\bar{r}_i) = S_0 \cdot {}_1 A \left[ \sum_g {}_1 \hat{\phi}_g \right] \left[ \sum_h {}_2 \phi_h(\bar{r}_i) R_h \right] \quad (16)$$

ここで、

$${}_1 A = \sum_I {}_1 A_I$$

$${}_1 \hat{\phi}_g = \sum_I {}_1 A_I \cdot {}_1 \phi_g, I \neq {}_1 A$$

$$R_h = h \text{ 群の反応断面積 (反応数} \cdot \text{barn}^{-1} \cdot \text{原子} 1 \text{ 個}^{-1})$$

(16)式において、1段目の計算で得られた ${}_1 \phi_g$ と2段目の計算で得られた ${}_2 \phi_h(\bar{r}_i)$ が互に独立で、相関がないとすれば、 $A(\bar{r}_i)$ の分散は次のようになる。

$$\begin{aligned} \sigma(A(\bar{r}_i)) &= S_0 \cdot {}_1 A \left[ \left\{ \phi_{1,1}(\bar{r}_i) R_1 + \dots + \phi_{1,H}(\bar{r}_i) R_H \right\}^2 \times \right. \\ &\quad \left( \sigma^2({}_1 \hat{\phi}_1) + \dots + \sigma^2({}_1 \hat{\phi}_G) \right) + \left( {}_1 \hat{\phi}_1 + \dots + {}_1 \hat{\phi}_G \right)^2 \times \\ &\quad \left. \left\{ R_1^2 \sigma^2(\phi_{2,1}(\bar{r}_i)) + \dots + R_H^2 \sigma^2(\phi_{2,H}(\bar{r}_i)) \right\} \right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (17)$$

(17)式をFSDの形で表わすと次のように書かれる。

$$F(A(\bar{r}_i)) = \left[ \frac{1}{(\sum_g {}_1 \phi_g)^2} \sum_g \{ {}_1 \hat{\phi}_g F({}_1 \hat{\phi}_g) \}^2 + \right. \\ \left. \frac{1}{\left\{ \sum_h {}_2 \phi_h(\bar{r}_i) R_h \right\}^2} \sum_h \{ R_h {}_2 \phi_h(\bar{r}_i) \cdot F({}_2 \phi_h(\bar{r}_i)) \}^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (18)$$

ここで、

$$F({}_1 \hat{\phi}_g) = {}_1 \hat{\phi}_g \text{に対するFSD}$$

$$F({}_2 \phi_h(\bar{r}_i)) = {}_2 \phi_h(\bar{r}_i) \text{に対するFSD}$$

(18)式はさらに簡単になる。

$$F(A(\bar{r}_i)) = [F^2({}_1 A) + F^2({}_2 A(\bar{r}_i))]^{\frac{1}{2}} \quad (19)$$

また、各群のエネルギーフルーエンスに対する誤差伝播は(19)式の右辺の第2項を修正し、次式で計算できる。

$$F(A_h(\bar{r}_i)) = [F^2({}_1 A) + F^2(F_h(\bar{r}_i))]^{\frac{1}{2}} \quad (20)$$

ここで、

$$_1 A = \sum_g \hat{\phi}_g$$

$$_2 A(\bar{r}_i) = \sum_h \phi_h(\bar{r}_i) R_h$$

$F(1A)$  = 1段目の全フルーエンスに対するFSD

$F(2A(\bar{r}_i))$  = 2段目の $\bar{r}_i$ におけるレスポンス関数を乗じた全レスポンスに対するFSD

(19)式は1段目では全フルーエンス、2段目では全レスポンスに対するFSDが与えられた場合に適用できる。しかし、新たなレスポンス関数の追加あるいは変更、1段目のエネルギーフルーエンスのどの領域が最終的に局める量にどの程度寄与するか、というような問題に対処するには(18)式を採用することになる。

#### 4.2 屈曲ダクト中性子ストリーミング計算への適用と問題点

モンテカルロ分割結合計算法はまずFig. 1と同じJRR-4号炉で実施した二重円環ダクト中性子ストリーミング実験を解析するために適用した。この問題はFig. 4に示すように屈曲ダクト中に多くの検出点がある。したがって、1段目の計算で得られる円板仮想検出器におけるフルーエンスを線源条件にすれば、2段目の計算だけで各点の求める量が得られるので、結合計算法の有利さが十分生かせる体系である。

Fig. 4から分るよう、1段目と2段目のモンテカルロ計算の結合面（円板仮想検出器）は炉心の中心から64cmの位置で、円環ダクトの入口から5cmだけ炉心寄りに設けた。この仮想検出器の半径は50cmであり、さらに半径方向に5個の等円環に分割し、各円環ごとにフルエンスを求め、2段目の計算に対する線源条件を用意した<sup>3)</sup>。

検出器はNi(n,p), Mg(n,p), Al(n,α), In(n,n'), Au(n,r), およびAu(n,r)/Cdの放射化箔検出器である。Fig. 5はこのうちNi(n,p)検出器についてモンテカルロ分割結合計算で求めた値と、実験値を比較したものである。なお、Fig. 5の計算値に対するFSDは2段目の計算のFSDが表示されており、誤差伝播を考慮したFSDは1段目の全フルーエンスに対するFSD、すなわち $5.592 \times 10^{-4}$ (FSD = 0.108)の0.108を用い、(20)式によって再計算する必要がある。

検出器がボイド中にあるLine B, Line C上では、ダクトが屈曲する手前までは実験値を非常に良く一致しており、FSDも誤差伝播を考慮しても0.15以内である。検出器の位置が2脚目に入っても、絶対値としてはファクター2以内で実験値と一致しており、十分評価できる計算である。しかし、FSDの方は統計誤差伝播を考慮しなくても0.5を超える検出点もあり、統計的には信頼性に欠けた結果になっている。FSDを悪化させる原因是、中性子が2脚目のダクト中に入射するにはそのほとんどが1脚目と2脚目の屈曲部付近の水中で少なくとも1回、平均90°の散乱角で散乱しなければならず、その結果高速中性子は1脚目のダクト中よりもはるかに減少し、その上、2脚目のダクト中に入射する中性子の重みは経験の差違によって大きな違いが生じ、そのため求めれる量の統計的誤差が大きくなるものと推定される。したがって、2脚目のダクト中で

FSDを低減しようとすれば、単に線源粒子数を増加されるだけでは有効でなく、屈曲部で散乱し、次のダクト方向に進行する粒子数を実質的に増加させ、しかもできるだけ粒を揃える（粒子の統計的重みを揃える）ような方法を工夫する必要があろう。

Line A上では絶対値の一致性およびFSDとともにLine B, Line C上よりも良くない。これは、Line Aは二重円環ダクトの内側のダクト中であり、水が満された場合を計算しているので、検出器がボイド中にある場合に比べ寄与する粒子数が少なく、かつ粒子の重みの差違が大きいという理由からである。

本計算は、1段目10,000個、2段目は検出器の位置により2,000～10,000個の線源中性子を追跡した。

#### 4.3 14-MeV中性子ダクトストリーミング計算への適用と問題点

この体系はFig. 6に示すように、トロイダル形状をしたプラズマ領域で発生した14 MeV中性子の円筒ダクトストリーミング問題である。このダクトはプラズマを直接観測できるようにプラズマの真下に設けられているので、D-T反応で発生する14 MeV中性子のプラズマ計測室へのストリーミングが問題になる。この計測室にはプラズマ計測用の各種の測定器が置かれるので測定器の機能が中性子場で乱されないかどうか、あるいは各種機材や周囲のコンクリート壁等の放射化量の分布を知るためにも、円筒ダクトの中心軸方向ばかりでなく、中心軸から水平方向に離れた位置における中性子束密度分布も知る必要がある。そのため、Fig. 6に示すように、ダクトのプラズマ側の入口に1段目と2段目の計算の結合面を設け、プラズマ計測室で円筒ダクト中心軸方向および水平方向の中性子束密度分布を計算した。このダクトは半径5cmで、厚さ2.5mのコンクリート床を垂直に貫通している。

プラズマ領域の外側には一般に真空容器、超電導コイル等多くの構造物があることになるが、本研究の目的は設計計算というよりはむしろ計算手法の適用性を判定することにあるので、計算モデルはFig. 6のようにプラズマ周囲の構造物を一切考慮していない。

1段目の仮想検出器はダクトのプラズマ側の入口から5cmだけ上（プラズマ寄り）に半径25cm（ダクトの半径5cmの5倍）の円板とした。この体系では検出器の大きさに比べ、線源領域（プラズマ）がはるかに大きく、かつプラズマ中では中性子が一様に等方分布しているとして計算するので、中性子束密度分布は仮想検出器の円板全体に一様な取り扱いができる。1段目の計算は40,000個の線源中性子を追跡し、仮想検出器の全フルーエンスとして $1.262 \times 10^{-6}$ （FSD = 0.030）のように統計的精度の高い結果を得た。そして、Fig. 7にプラズマ計測室における円筒ダクト中心軸に対し水平方向の中性子線量率分布を示す。この結果を得るために2段目の計算は25,000～50,000個の中性子を結合面から発生させて追跡した。Fig. 7に示したFSDは(20)式によって統計誤差の伝播を評価している。

Fig. 7の中性子線量率分布の特徴は円筒ダクトの中心軸から僅か30cm水平方面に離れただけで、中心軸上の線量率のおよそ1/1000に急激に減衰し、それ以上離れてもあまり減衰しない分布を示す点にある。このような変化の激しい中性子束密度分布計算をディスクリート・オーディネイト法で解こうとすると、角度分点数、空間分割数、あるいは散乱角のルジャンドル展開係数の次数等に問題が生じ、いわゆるray effectが発生することが多い。Fig. 7のFSDは統計誤差

伝播を考慮してあるが、水平方向の原点、すなわちストリーミング効果の最大になる円筒ダクト中心軸上では 0.06 であるが、水平方向に 15 cm 離れると 0.27 になり、50 cm 離れた位置では 0.47 になり、かろうじて 0.5 以内になっている。

本計算では上記のように FSD が全て 0.5 以内に収まっているので一応評価できるが、水平方向に離れても 0.1 をあまり大きく超えないことが望ましい。水平方向に離れるに従って、ダクトをストリーミングしてきた相対的に重みの大きな中性子の占める割合が少なくなり、代って、深層透過の過程で多数回衝突し、重みが小さくなつた中性子が多く寄与することになる。その結果、(8)式の  $(x_i - \hat{x})^2$  に各サンプル間で大きな差違が生じ、 $\sigma^2$  なる分散を大きくすることになる。本体系のように、ストリーミングに直接さらされない。いわば陰になった空間にある検出点の FSD を 0.1 程度に押えることは容易でないと考えられる。しかし、Fig. 8 に Fig. 7 の水平方向の原点の位置と 50 cm 離れた位置におけるエネルギースペクトルの比較をするが、これを見ると、両者のスペクトルの違いは 14 MeV 付近、すなわち線源中性子エネルギー付近だけであり、数 MeV 以下では相対的差違はほとんどないことが分る。また FSD も原点における検出器位置では 14 MeV 付近のスペクトルの FSD が小さいのに対し、50 cm 離れた位置ではこの付近のスペクトルの FSD がかなり大きくなっている。しかし、数 MeV 以下における FSD には両者とあまり差違がないことから、線量率に大きく寄与する線源中性子エネルギー付近の高速中性子エネルギースペクトルの FSD の大小が最終的な量の FSD を支配することが分る。したがって、FSD を低減するにはこのような高速中性子を追跡する方法をさらに工夫する必要があろう。

本計算でも Fig. 6 に示す 2.5 m 厚のコンクリート床を 50 cm づつ 5 層に分割し、各層ごとにスプリッティングおよびルシアンルーレットの重み、指数変換をするための係数およびその方向を与えるサブルーチンを作成し、MORSE-CG で計算している。また、ルジャンドルの展開係数を  $P_9$  までとった NGCP 9-70 群定数ライブラリーを新たに作成して使用したが、高速中性子についてはさらにきめ細かな、"プリズム散乱法" のような工夫が必要であろう。

なお、R-Tokamak の 14-MeV 中性子ストリーミング計算については文献(8)に投稿中であり、近く発刊の予定である。

## 5. 問題点へのアプローチ

4 章で明らかになつた問題はいわばモンテカルロ法の泣き所である。そこで、Fig. 9 のように角度依存性の高いストリーミング体系を考え、この計算に対し分散を低減するための方法を考察する。Fig. 9 で点  $P_d$  に検出器を設定したが、この点はダクトの中あるいはダクトの出口周囲の任意の位置にあるものとする。

Fig. 9 で、 $P_1$  付近に線源が分布している。また、 $P_1$  において半径  $R_1$  の球、 $P_2$  において半径  $R_2$  の球、 $P_3$  において半径  $R_3$  の球、および  $P_4$  において半径  $R_4$  の球を設ける。この球内における粒子の衝突はこのストリーミング計算を行う上で他の領域における衝突よりも重要であり、インポータンス (importance) が高いものとする。そして各球内における粒子のスプリッティングを実行するための重みをそれぞれ  $W_{R1}^{SP}$ ,  $W_{R2}^{SP}$ ,  $W_{R3}^{SP}$ ,  $W_{R4}^{SP}$  のように設定する。これらの重みはそれぞれの球の近傍の重みよりも小さく（すなわち、インポータンスが高い）設定される。まず、

球  $R_1$  中で衝突した粒子は  $W_{R_1}^{SP}$  でスプリッティングされ、粒子の重みが揃えられ、次に  $P_2$ に向って指數変換される。次いで、球  $R_2$  中で衝突した粒子は  $W_{R_2}^{SP}$  でスプリッティングされ重みが揃えられ、 $P_3$ に向って指數変換される。このような手順を繰り返し行うことによって、 $P_d$ における求める量の分散を低減させようとするアプローチである。 $W_{R_n}^{SP}$ を使った場合、 $W_{R_n}^{SP}$ を粒子の全方向に一様に適用するのではなく、 $W_{R_n}^{SP, g' \rightarrow g}$  ( $\bar{\Omega}' \rightarrow \bar{\Omega}$ )のように、衝突後の粒子の進行方向に依存した量にし、ストリーミングにそれ程寄与しない粒子の数はあまり増やさない方が効率を良くするであろう。このようなアプローチを『ブリズム散乱法』と称することにする。予備的な適用例は筆者等の文献(9)で紹介し、ある程度成功している。ただし、文献(9)では  $W_{R_n}^{SP, g' \rightarrow g}$  ( $\bar{\Omega}' \rightarrow \bar{\Omega}$ )の設定はない。

## 6. おわりに

モンテカルロ計算の評価を左右する分散の低減については、最近 Zero-Variance Biasing Schemes<sup>10, 11)</sup>、や Optimization of Splitting<sup>12)</sup>等の文献があり、分散が一般的にゼロにできるような印象を与えていた。しかし、これらの文献は数学的記述からはZero-Varianceが達成できるとしながらも、その適用例がなかったり、あっても単一物質一次元透過問題に適用したにとどまっている。このような方法がそのまま粒子のストリーミングを含む大型でしかも複雑な三次元体系にどこまで適用できるか問題である。

5章で提案したブリズム散乱法は上記の文献のような数学的華麗さはないが、実験体系を解析し結果を考察していく過程で考え出された方法である。したがって、現実的体系を扱うには有効であろう。本手法に類似したものにDXANG Angle-Biasing Technique<sup>13)</sup>があり、NCNPコードで適用された例がある。

## References

- 1) E.A. STRAKER, et al., "The MORSE code: A Multigroup Neutron and Gamma-Ray Monte Carlo Transport Code," ORNL-4585, Oak Ridge National Laborotory (1970).
- 2) Los Alamos Monte Carlo Group, "MCNP -- A General Monte Carlo Code for Neutron and Photon Transport," Los Alamos National Laboratory Report LA-7396-M (Revised 1981).
- 3) K. UEKI., Nucl. Sci. Eng., 79 253 (1981).
- 4) P.N. STEVENS, et al., "The Theory of Adjoint Monte Carlo and Its Practical Applications," Tennessee Industries Week, Univ. of Tennessee (Dec. 1977).
- 5) 日本原子力船開発事業団、日本原子力研究所、運輸省船舶技術研究所、『原子力船「むつ」遮蔽改修のためのモックアップ実験報告書』、(1976)。
- 6) 日本原子力研究所炉物理委員会・遮蔽専門部会、『Discrete Ordinates コードおよびモン

テカルロコードによる二次元遮蔽ベンチマーク計算(No.1)," JAERI - M 7799, 日本原子力研究所(1978)。

- 7) W.L. THOMPSON, et al., "Deep Penetration Calculations," ORNL/RSIC-44, Oak Ridge National Laboratory, 273 (1980).
- 8) K. UEKI, et al., Fusion Technology, 7, 90 (1985).
- 9) K. UEKI, et al., "モンテカルロコード MORSE - CGによるベンチマーク実験の解析," JAERI - M 83 - 142, 日本原子力研究所(1983)。
- 10) S.R. DWIVEDI, Nucl. Sci. Eng., 80, 172 (1982).
- 11) H.C. GUPTA, Nucl. Sci. Eng., 83, 187 (1983).
- 12) IVAN LUX, Nucl. Sci. Eng., 83, 198 (1983).
- 13) T.E. BOOTH, "A Weight Window/Importance Generator for Monte Carlo Streaming Problems," Proc. the Sixth Int. Conf. on Radiation Shielding, Vol. I, Tokyo (May, 1983).

Table 1 Fractional standard deviation for Monte Carlo calculations.

Fractional standard deviation (f.s.d.)	Descriptions
$f.s.d. \geq 0.50$	The Monte Carlo calculated result is meaningless for design.
$0.50 > f.s.d. \geq 0.20$	These results have some significant but are not generally regarded as good design data. Monte Carlo calculations performed at the present time fall into this category.
$f.s.d. \leq 0.10$	A good calculation.
$f.s.d. \approx 0.01$	Usually too expensive to achieve if the problem is deep penetration and geometric complexity. However, this value is sometimes required for a benchmark problem or for comparison of the Monte Carlo results with the experiment.

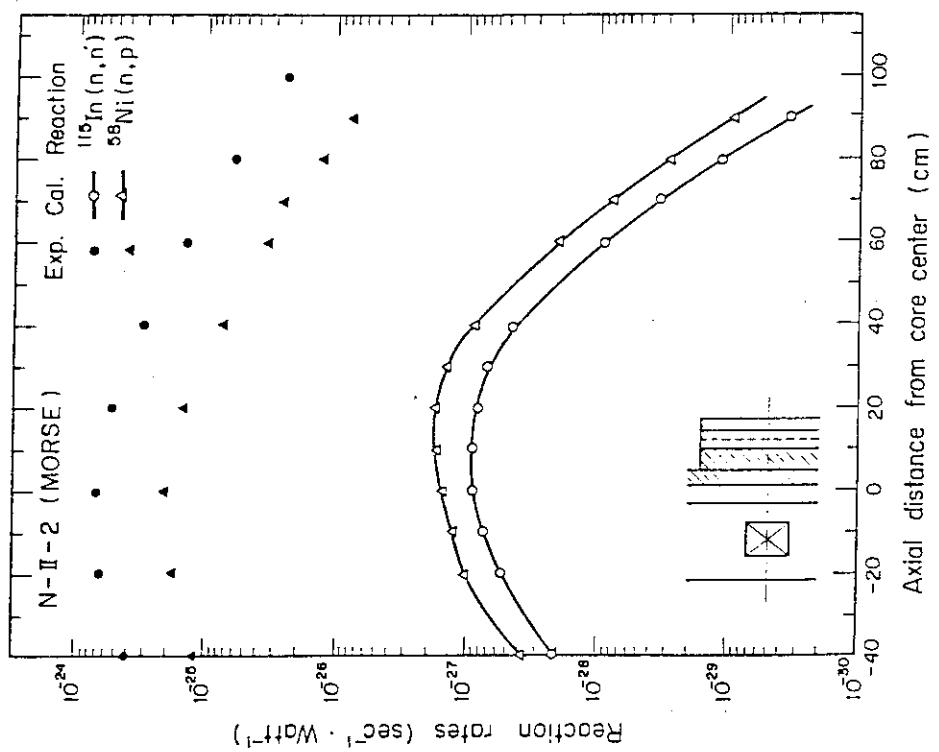


Fig. 2 Comparison of MORSE calculated reaction rates with the measured values along the dotted line in Fig. 1. of N-II-2<sup>6</sup>)

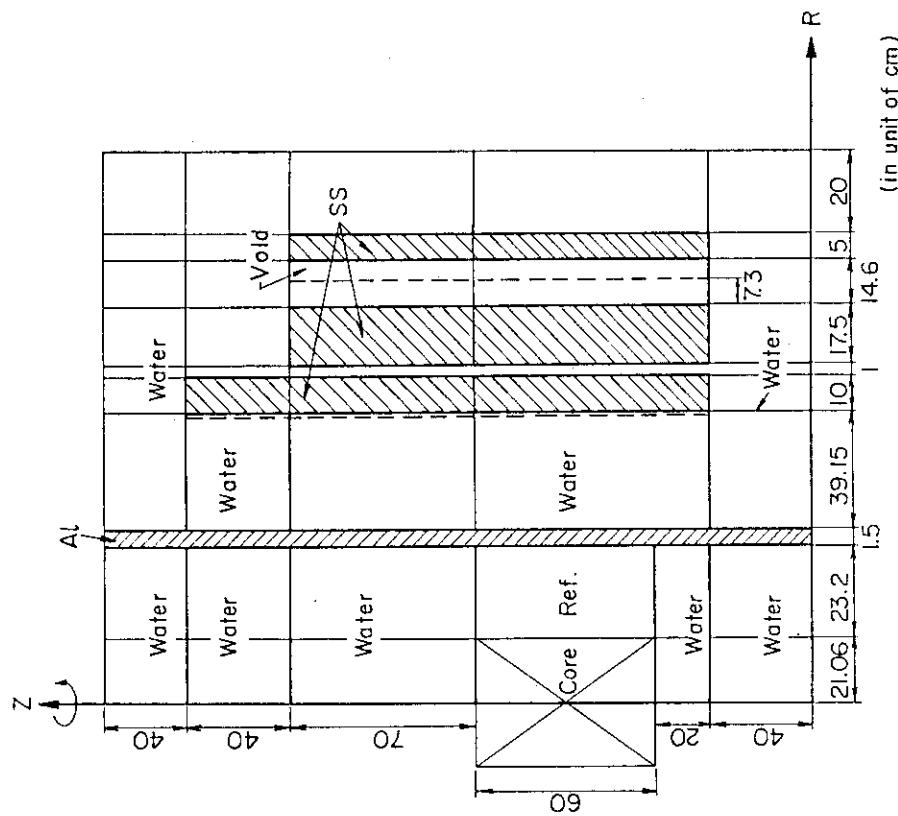


Fig. 1 Calculation model for the annular-air-gap neutron streaming experiment

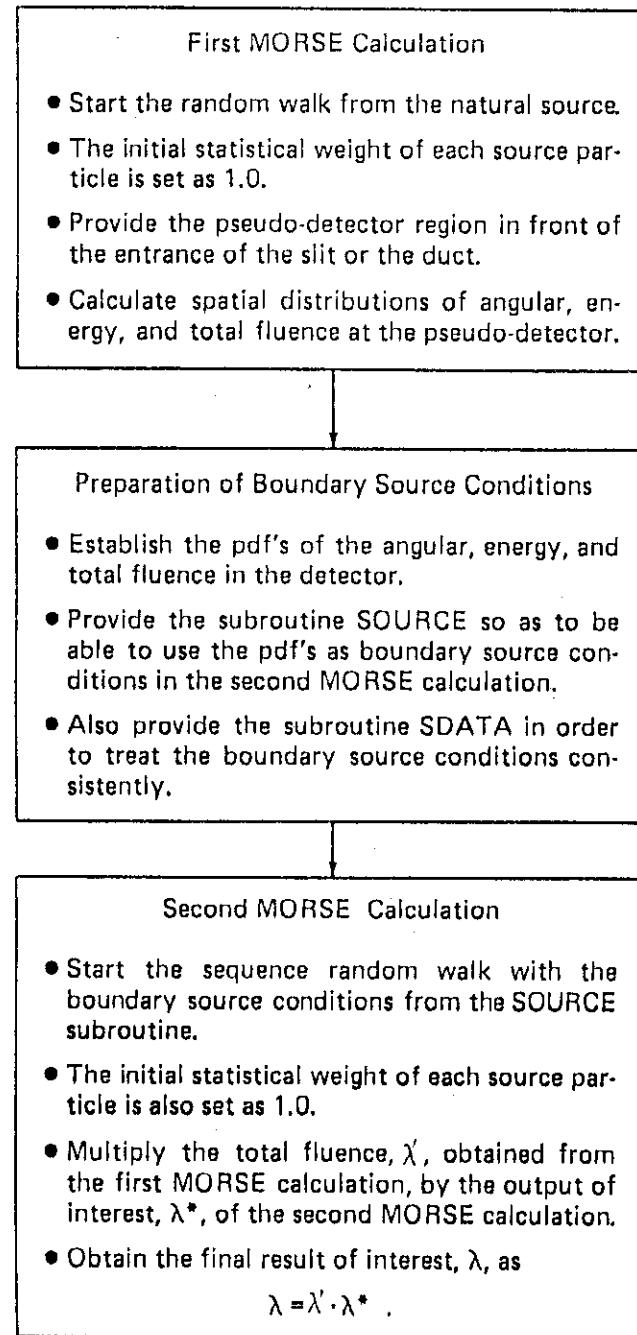


Fig. 3 Calculation sequences of the Monte Carlo coupling technique (MORSE-to-MORSE coupling code system)

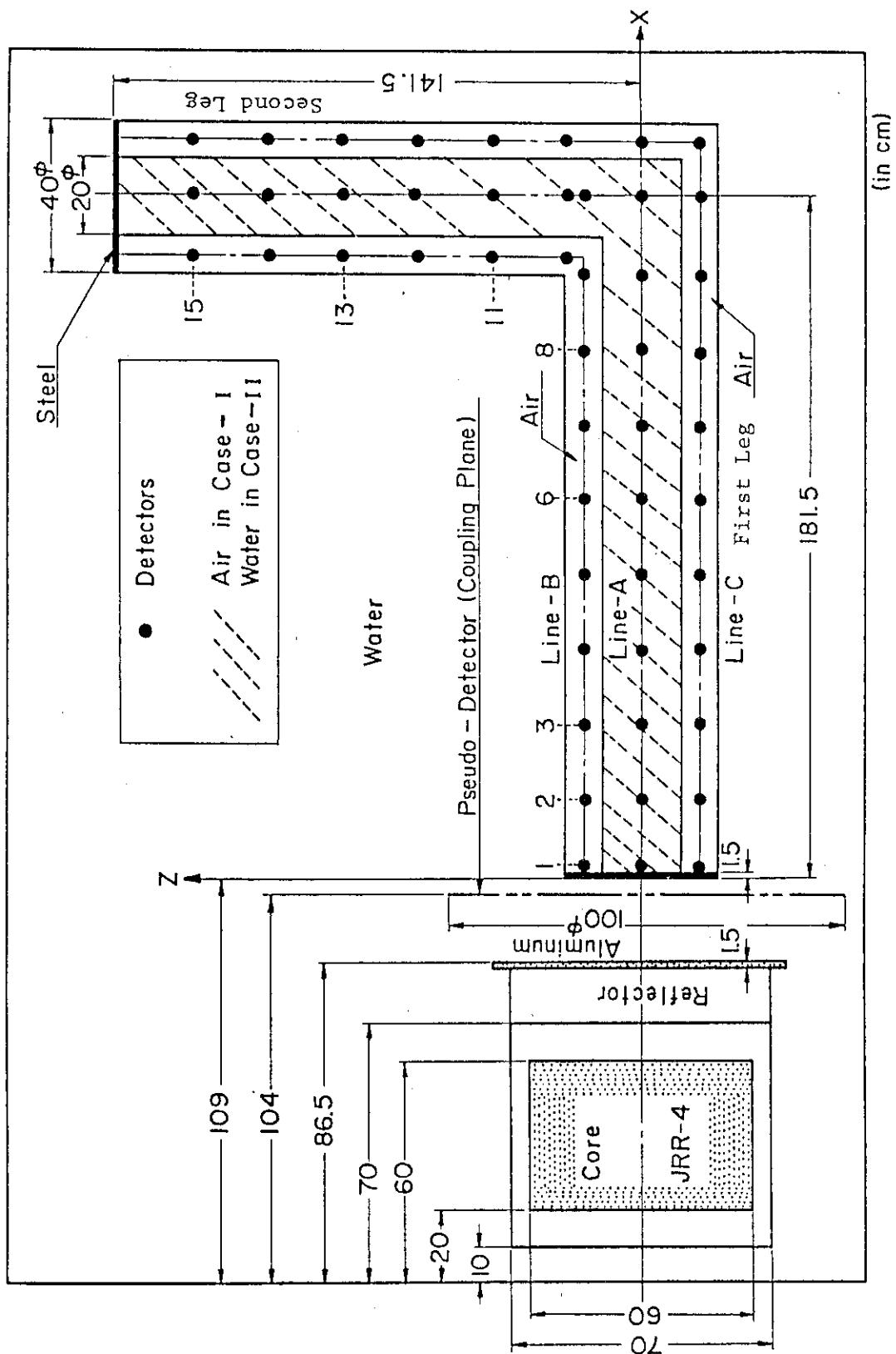


Fig. 4 Calculational model for the JRR-4 two-legged cylindrical-annular-duct streaming experiment

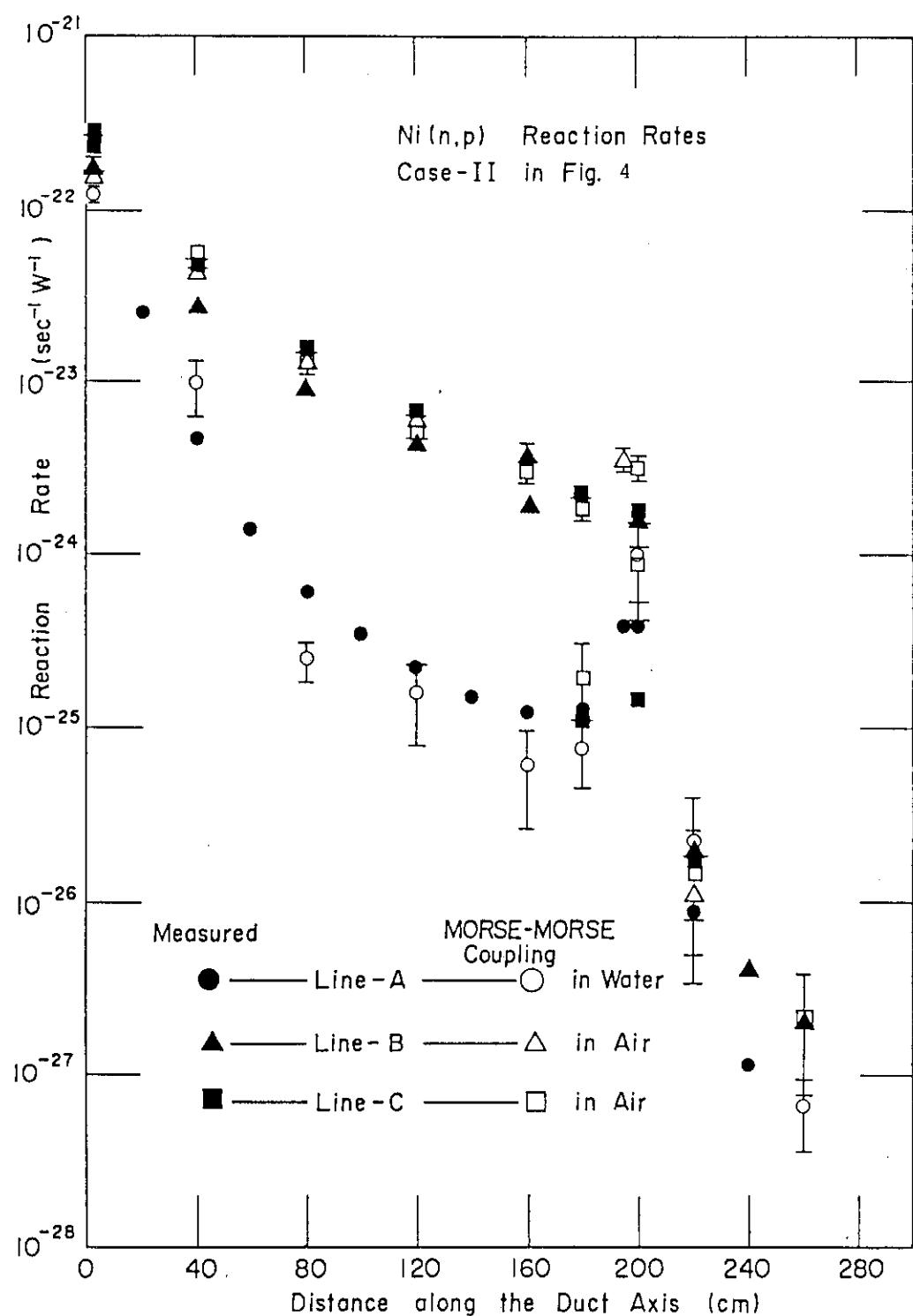


Fig. 5 Comparison of the measured with the calculated In ( $n, n'$ ) reaction rates using the Monte Carlo coupling technique

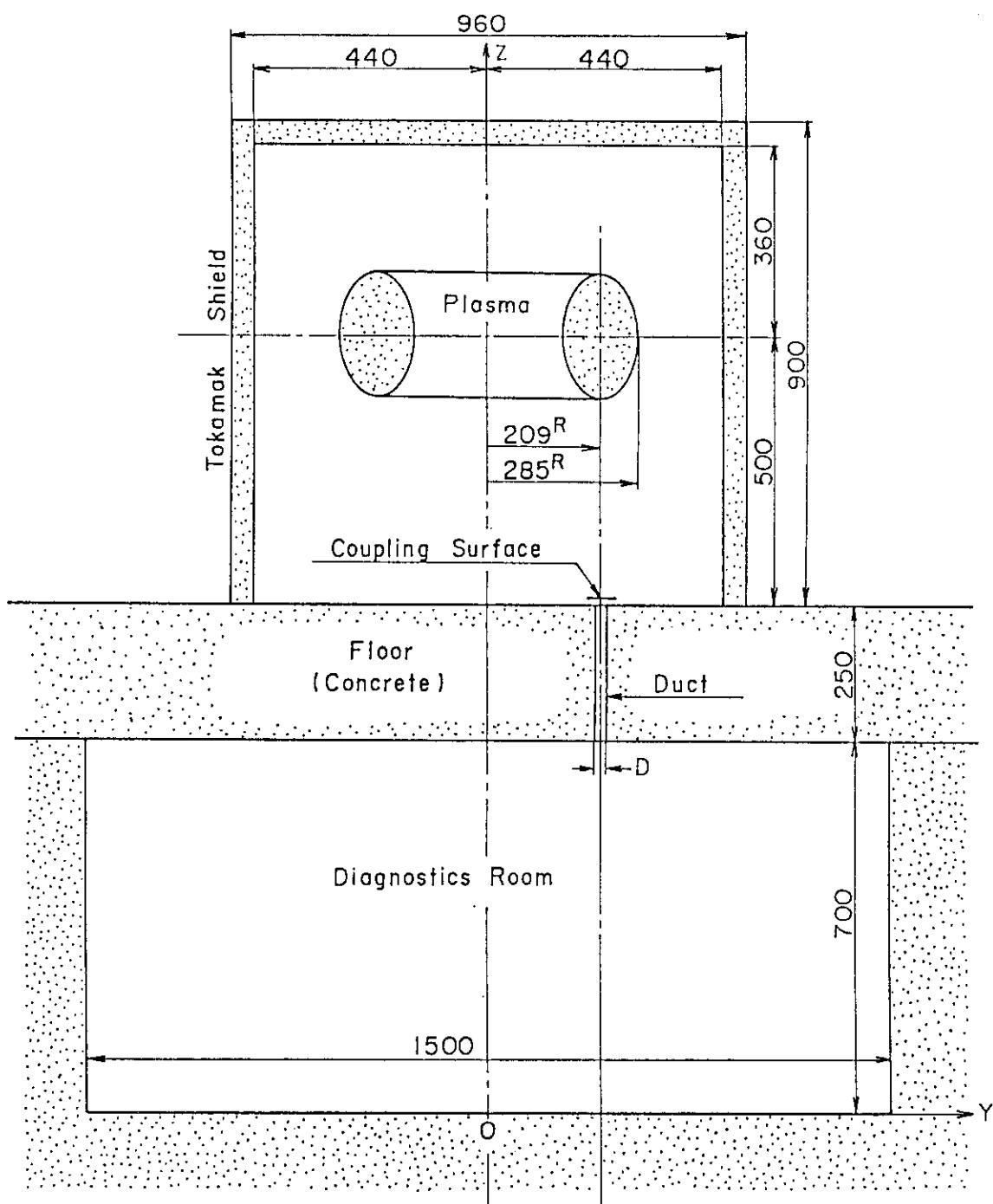


Fig. 6 Calculational model of the D-T Experimental Device (R-Tokamak)

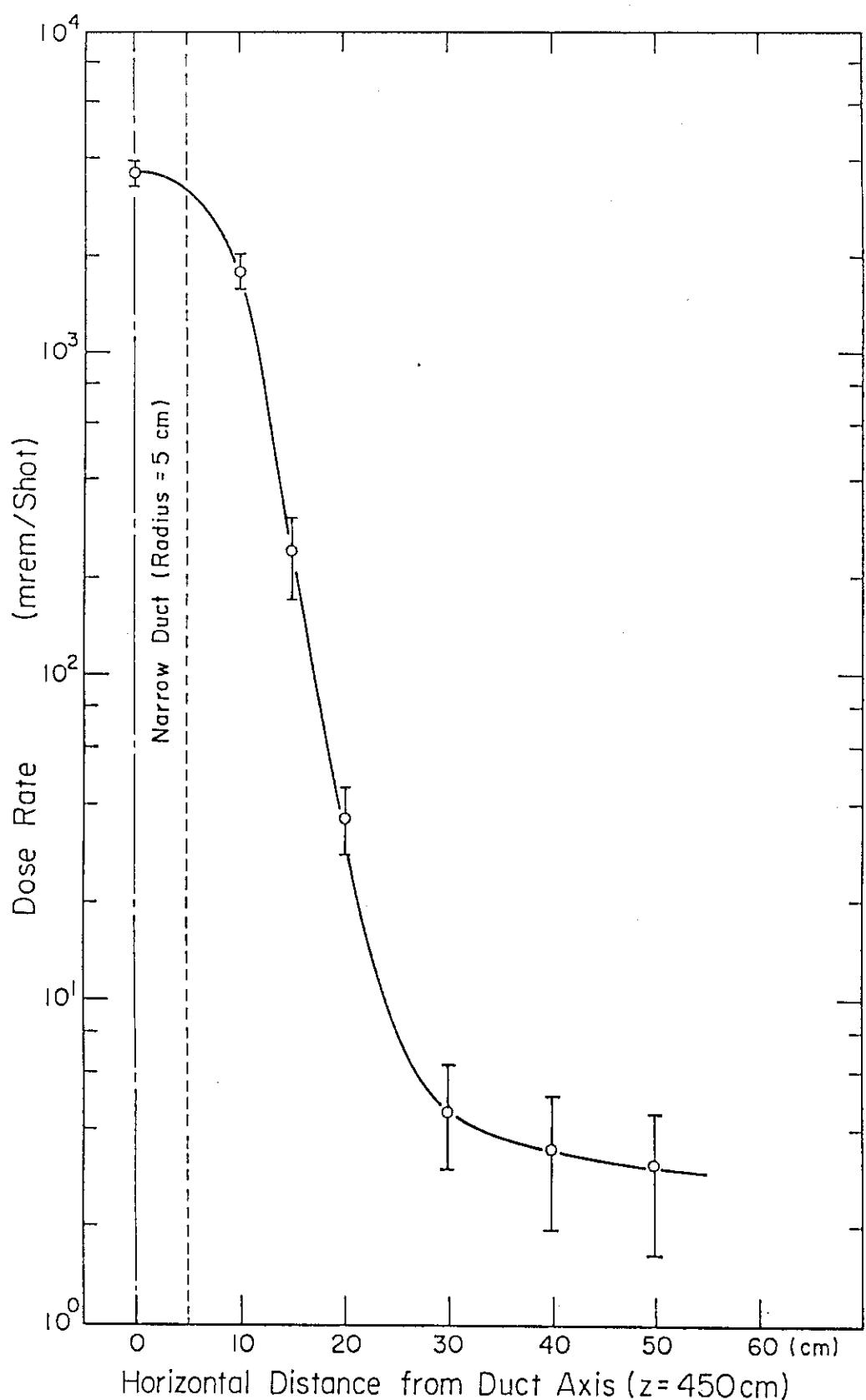
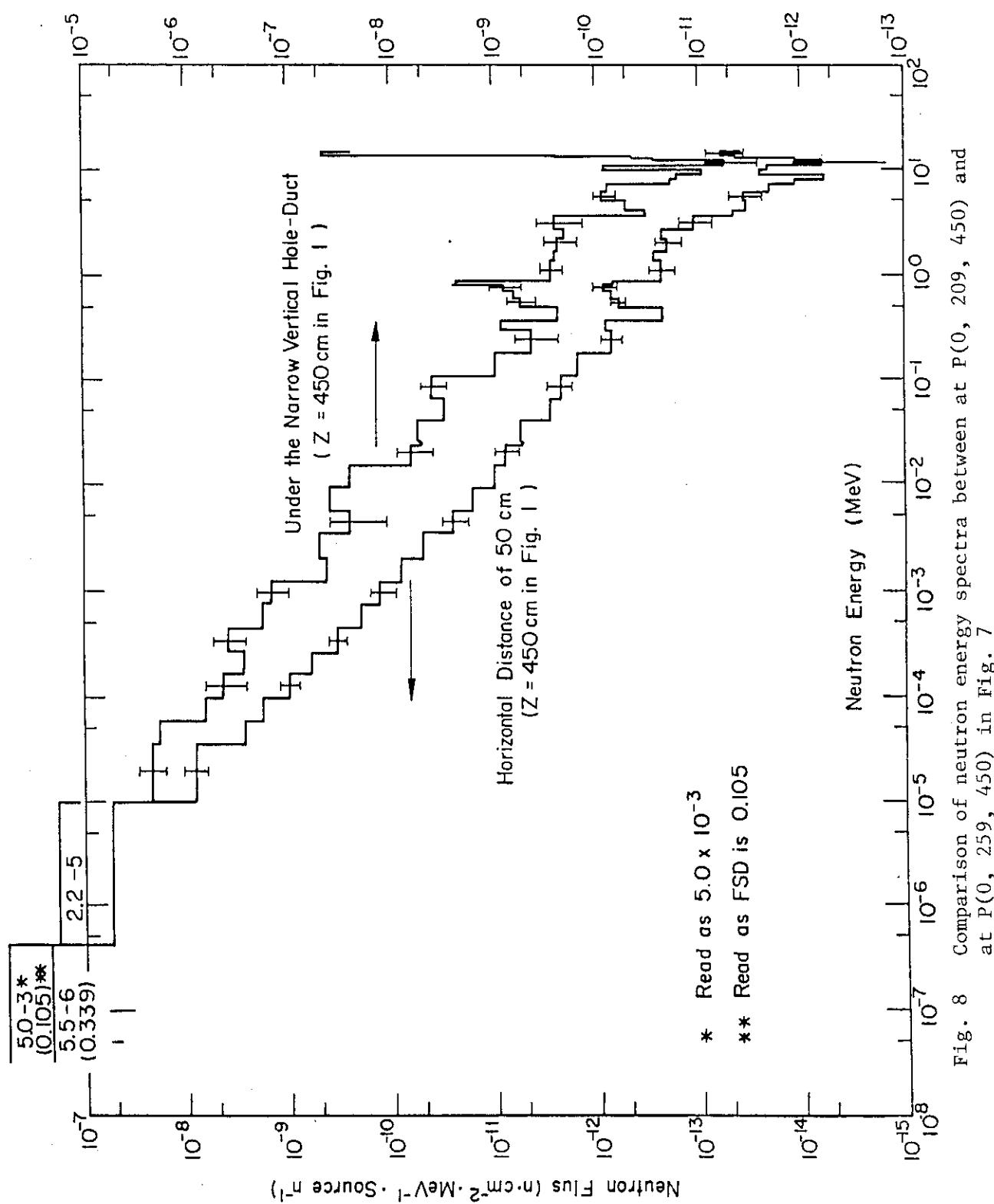
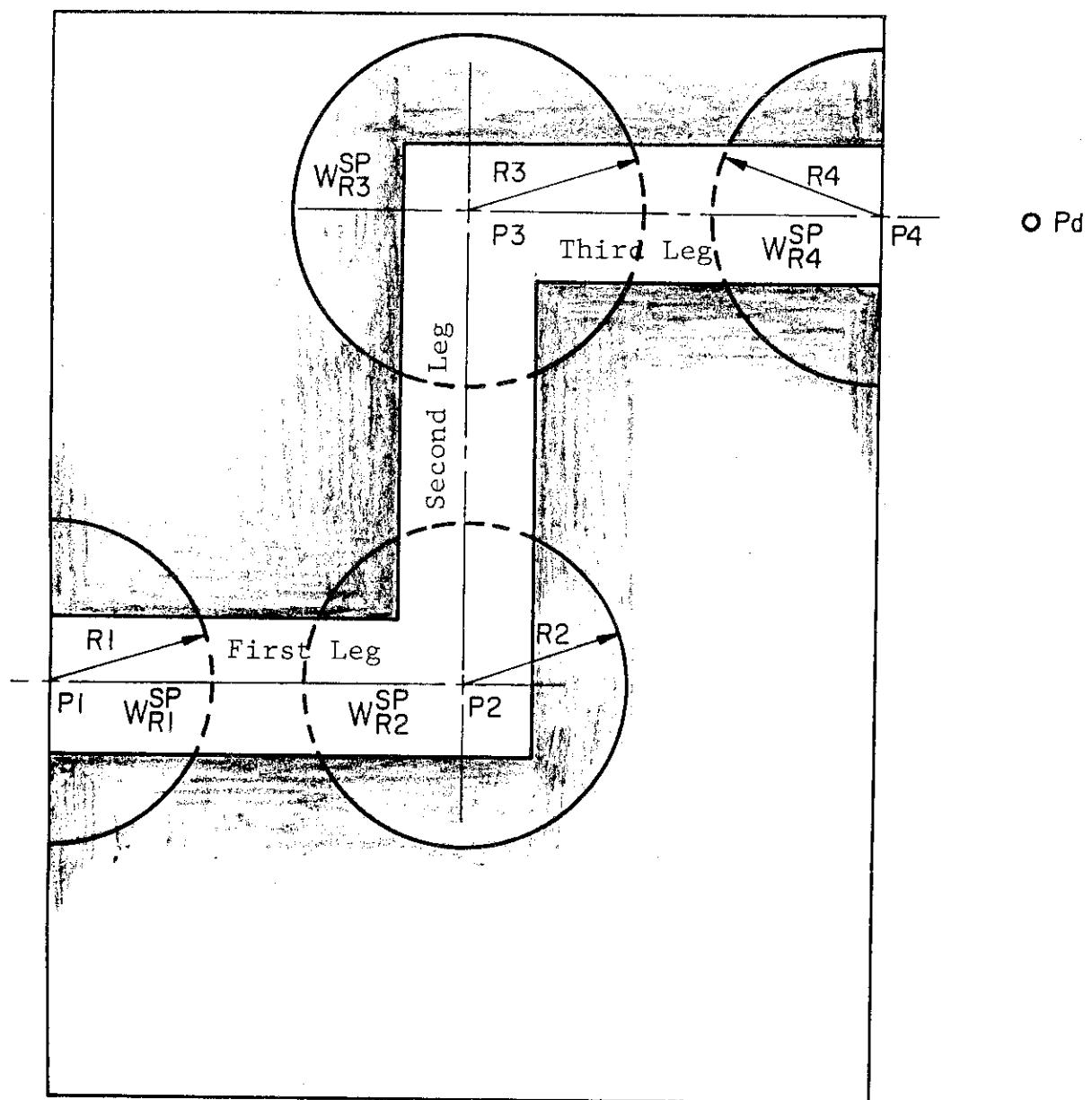


Fig. 7 Neutron dose rate distribution in the horizontal direction toward the hole-duct axis





### High Angle-Region Dependent Streaming

Fig. 9 A concept of high angle-region dependent neutron streaming problem

## 2.4 輸送モンテカルロと将来の計算機

Malvin H. KALOS<sup>+</sup>

Malvin H. Kalos 教授は、モンテカルロ法および並列処理の専門家であり、当研究会の guest speaker として、財団法人原子力データセンターにより招聘されたものである。

講演は標記の題目で行われたが、教授の承諾を得て、講演で用いられた OHP の原稿を本文とし、講演の基調となった ANS の topical meeting (1983) での招待論文を付録として掲げておく（編者）。

### 1. 講演で用いられたOHPの原稿

#### TRANSPORT MONTE CARLO AND COMPUTERS OF THE FUTURE

TRANSPORT MONTE CARLO RATHER MATURE  
COMPUTER ARCHITECTURE EVOLVING RAPIDLY  
VERY LARGE SCALE INTEGRATION (VLSI)  
MEMORY IS CHEAP (\$ 1000/MEGABYTE; WAS \$ 1,000,000  
20 YEARS AGO; WILL BE \$ 100 IN  
3 YEARS)  
LARGE SCALE LOGIC CHIPS  
MICROPROCESSORS  
3 MIP, 112 MEGAFLOP 32 BIT SOON  
20 MIP, 10 MEGAFLOP 3-5 YEARS  
CUSTOM CHIPS POSSIBLE  
COMPUTER AIDED DESIGN TOOLS (CAD)  
EVOLVING RAPIDLY

WE CAN NOW ASK: WHAT ARCHITECTURE IS BEST FOR TRANSPORT  
MONTE CARLO ?

WE MUST FIRST ASK AND ANSWER:

WHY DO WE DO TRANSPORT MONTE CARLO ?

WHAT ARE THE GENERAL FEATURES OF THE ALGORITHMS OF  
TRANSPORT MONTE CARLO ?

---

<sup>+</sup> New York University

DISADVANTAGES OF TRANSPORT MONTE CARLO (TMC)

SEEMS SLOW  
HAS STATISTICAL ERROR  
SOMETIMES HARD TO COMPARE NEAR BY PROBLEMS  
(PERTURBATION THEORY IS HARD)

ADVANTAGES OF TMC

PERMITS FLEXIBLE AND ACCURATE TREATMENT  
- OF CROSS SECTIONS AND ALL OTHER PHYSICS  
- OF GEOMETRY OF MEDIA  
- OF DETECTOR GEOMETRY AND PHYSICS  
- OF FLUCTUATION PHENOMENA  
GIVES OBJECTIVE TREATMENT OF ERROR

WE USE TMC TO GIVE GREATEST FIDELITY TO NATURE, TO EXPERIMENTS,  
TO ENGINEERING

WE MUST PRESERVE AND ENHANCE THESE IN FUTURE METHODS AND  
COMPUTERS.

WHAT DO WE NEED ?

SPEED : ALL WE CAN GET AND USE !

MEMORY :  $\sim 10^7$  words  
 $\sim 100,000$  WORDS / NUCLIDE FOR INTERACTIONS  
 $\sim 100,000$  WORDS FOR GEOMETRY  
 $\leq 10,000,000 (10^7)$  WORDS FOR FLUXES AND ERRORS

FLEXIBILITY AND PORTABILITY

ALGORITHMIC CHARACTER OF TMC

FREQUENT DATA DEPENDENT BRANCHES

(OFTEN INVOKING DIFFERENT MODULES)

PROGRAM FLOW DEPENDS ON

CROSS SECTION AND OTHER INTERACTIONS

GEOMETRICAL DATA

OTHER PROPERTIES OF MEDIA

RANDOM NUMBERS !

THERE ARE BRANCHING (BIRTH & DEATH) PROCESSES

FISSION

(n, 2n), (n, 3n) etc.

Splitting & Russian Roulette for Importance Sampling

MANY COMPUTER SCIENTISTS THINK OF "NUMERICAL CALCULATIONS" IN  
TERMS OF VECTOR, MATRIX OPERATIONS.

TMC ALGORITHMICALLY CLOSER TO SYMBOLIC PROCESSING !

IN MUCH OF TMC ORDER OF PROCESSING MAY NOT MATTER

(E.G. WHICH FISSION NEUTRON GOES FIRST ?)

COMPUTERS OF THE FUTURE WILL USE PARALLEL AND VECTOR ARCHITECTURES  
FOR SPEED

SIMD = Single Instruction stream Multiple Data stream  
= Arrays of "Lockstep Computers"

ILLIAC IV

DAP

GOODYEAR MPP

or Vector Computers

CYBER 205.

CRAY

FUJITSU VP 100, VP 200

HITACHI

NEC

TRANSPORT MONTE CARLO CAN BE VECTORIZED

E. TROUBETZKOY, H. STEINBERG, M. KALOS

TRANS. Am. Nuc. Soc. 17 260 (1973)

F.B. BROWN, VECTORIZED MONTE CARLO

(DISSERTATION, U. Mich, 1981); PROC. ANS TOPICAL  
CONFERENCE, Salt Lake City March 1983

RESULTING CODE IS

"BRITTLE" - NOT ROBUST

- DIFFICULT TO WRITE, CHECK, MODIFY
- DIFFICULT TO "PORT" TO OTHER MACHINES

MUST BE TOTALLY RESTRUCTURED AT DEEPEST LEVEL

REJECTION TECHNIQUES CANNOT BE USED

MIMD = Multiple Instruction stream Multiple Data stream  
= ARRAY OF INDEPENDENT PROCESSORS EACH CAN OPERATE ON  
DIFFERENT PHASE OF BIG PROBLEM (OR ON DIFFERENT  
PROBLEMS !)

TRANSPORT MONTE CARLO CODES CAN EASILY BE RESTRUCTURE AT HIGH  
LEVEL FOR THIS KIND OF ARCHITECTURE.

ONE MAJOR ARCHITECTURAL CHOICE REMAINS :

DISTRIBUTED MEMORY

EACH PROCESSOR HAS ATTACHED "LOCAL MEMORY"  
COMMUNICATES WITH OTHER PROCESSORS BY SHORT MESSAGES  
EASY TO BUILD  
QUICK ACCESS TO LOCAL MEMORY

SHARED MEMORY

ALL PROCESSORS ACCESS GLOBAL MEMORY  
COMMUNICATION THROUGH SHARED MEMORY  
NEEDS SIGNIFICANT COMMUNICATION NETWORK  
LATENCY TIME FOR SHARED MEMORY ACCESS

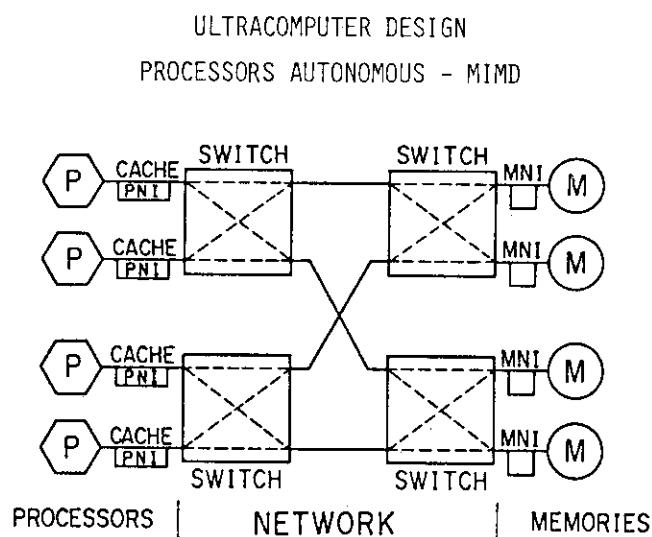
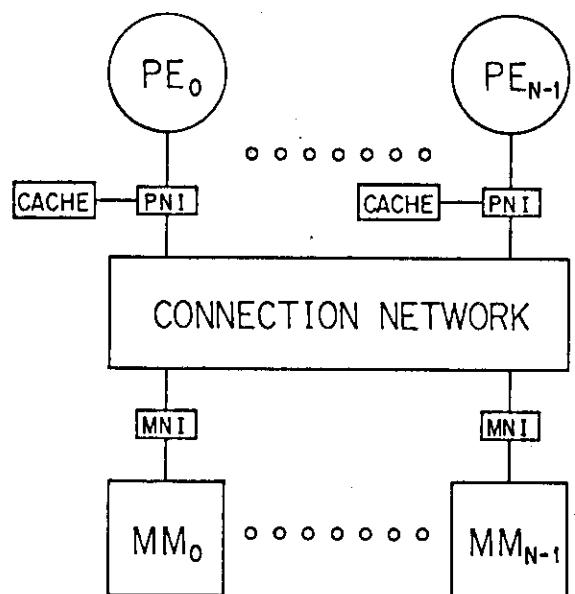
SHARED MEMORY BEST FOR TMC :

DIFFICULT, INFLEXIBLE, OR SLOW TO  
GET CROSS SECTION DATA }  
GEOMETRY DATA }  
UPDATE FLUXES } BY MESSAGES IN  
"HIERARCHICAL MEMORY"

DIFFICULT, INFLEXIBLE, OR SLOW TO  
SEND HISTORY TO WHERE DATA RESIDES  
WOULD THEN BE HARD TO "BALANCE LOAD"  
(IF MOST HISTORIES USE MINORITY OF DATA)

CAN AN EFFECTIVE SHARED MEMORY MIMD ARCHITECTURE BE BUILT ?  
IS NETWORK LATENCY SERIOUS ?  
WHAT TECHNICAL PROBLEMS REMAIN FOR TMC ?

MIMD SHARED MEMORY  
Basic System Structure



INVENTIONS :  
"SMART" SWITCHES-LINEAR BAND WIDTH  
"DEMOCRATIC" PROCESSOR ORGANIZATION  
TASK QUEUES  
DISTRIBUTED "FETCH-AND-ADD"

LARGE SCALE PARALLEL COMPUTATION

J. SCHWARTZ J. Assn. Comp. Mach. Vol 13 #1 (Jan, 1966) pp 25-32

MIMD

Shared Memory

Uniform Address Space

Modular Hardware for reliability

Special Coordination Instructions

[replace-add a little later]

Public or Private variables

Technology not ready

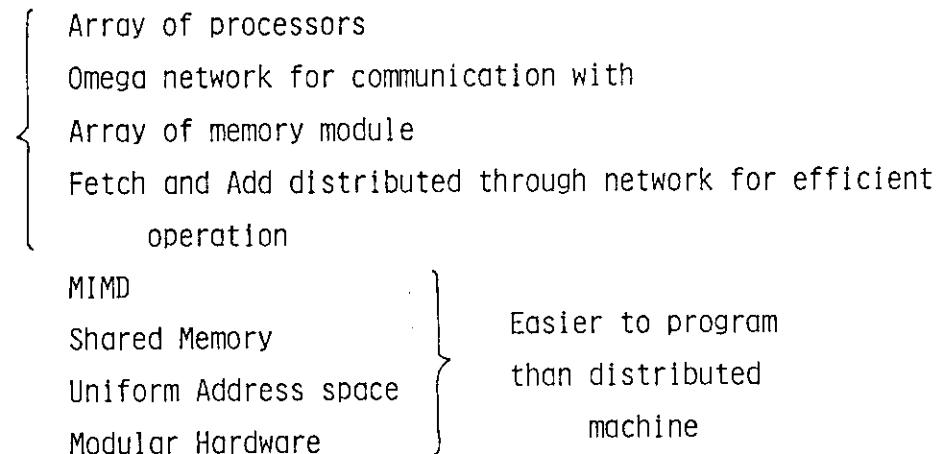
1978- Airley House meeting on VLSI

Original Ultracomputer

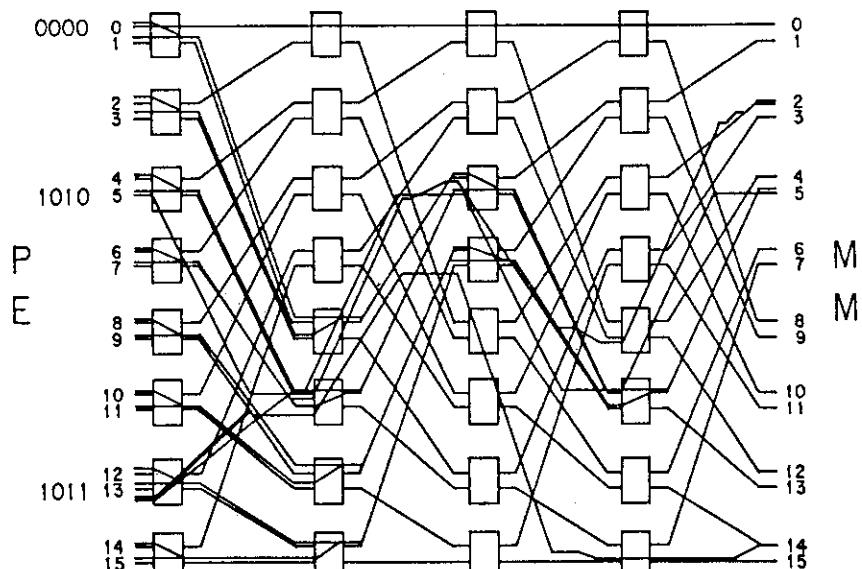
Shuffle exchange network with processors and memory at nodes

NYU Ultracomputer :

Architecture



Shuffle - Exchange Network  
(N = 16)

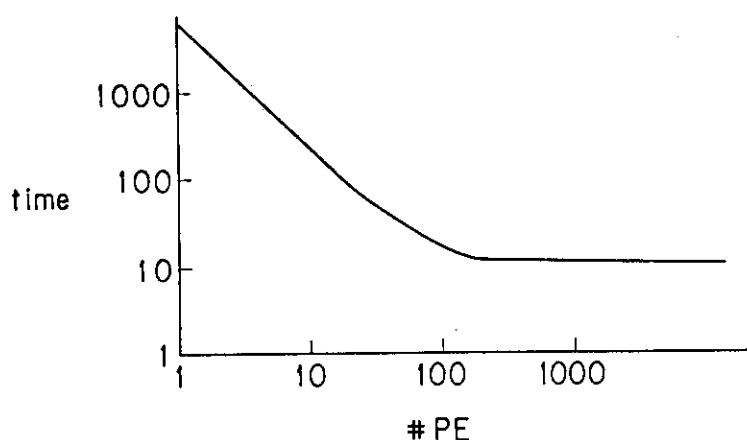


Topologically Equivalent to an  
 $\Omega$  - network

#### The Problem

The percentage of execution time spent in critical (and hence necessarily serial) code sections increases as #PE increases. Thus short critical sections (eg updating a counter), although acceptable today, may have a devastating effect on future multiprocessors.

We observed this in radiation cascade.



**" FETCH - And - Add "**

A Universal Coordination Primitive

$$Y \leftarrow \text{FAA}(V, e)$$

Expression  
 Variable

Indivisibly sets

$$\begin{cases} Y \leftarrow V \\ V \leftarrow V + e \end{cases}$$

Two (or more) concurrent FAA to same V must go as if in some serial order

Initially  $V = 0$  and separate processors initiate :

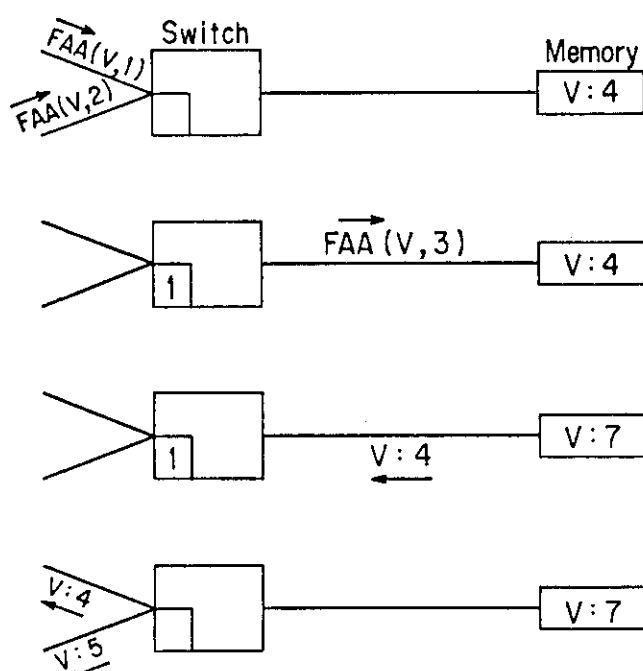
$$\begin{cases} Y_1 \leftarrow \text{FAA}(V, 1) \\ Y_2 \leftarrow \text{FAA}(V, 2) \end{cases} \text{ either } \begin{cases} Y_1 = 0 \\ Y_2 = 1 \end{cases} \text{ or } \begin{cases} Y_1 = 2 \\ Y_2 = 0 \end{cases}$$

BUT  $V = 3$  FINALLY !

Efficient hardware in network switches permits execution of many concurrent FAA's in time required for just one.

USED FOR PARALLEL QUEUING & DEQUEUING

## Combining Two Fetch-And Adds at a Switch



## Concurrently Accessible Queues

To insert item

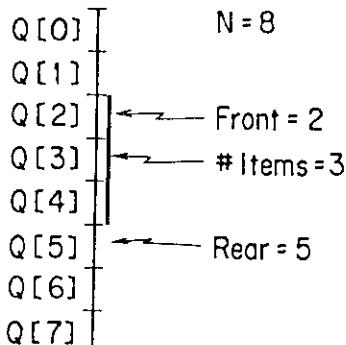
 $Q[F\#A(Rear, 1)] \leftarrow \text{Item}$ 

To remove item

 $\text{Item} \leftarrow Q[F\#A(Front, 1)]$ 

Circular Array

Perform addition mod N



To detect full and empty

Keep counters representing lower and upper bounds on number of items in queue.

Providing that the queue is neither empty nor full, arbitrary numbers of inserts and arbitrary numbers of deletes can proceed simultaneously and will all complete in the time required for just one such operation.

COMPUTATION OF EFFICIENCY $C(N) = \text{total operations / processor when } N \text{ are used}$  $C(1) = \text{total operations when 1 processor.}$ 

Optimal :

$$C_{\text{OPT}}(N) = C(1)/N$$

Efficiency for actual code using N

$$E(N) = \frac{C(1)/N}{C(N)} = \frac{C(1)}{NC(N)}$$

Loss of Efficiency comes from "load imbalance" on processors and from overhead of process creation

If  $C(1) \ll N$ ,  $C(N) \gg 1$ 

$$E \leq \frac{C(1)}{N} \ll 1$$

AT NYU WE NOW HAVE 8-PE (68010) PROTOTYPE  
+ UNIX-BASED MULTIPROCESSOR OPERATING SYSTEM

ZHONG & KALOS (UCN 46) STUDIED CONVERSION & EFFICIENCY WITH A SIMULATOR WHICH MADE A CDC 6600 ACT LIKE A MIND MACHINE. FETCH-AND-ADD EFFECTIVE FOR "SCORING" CONVERSION WAS EASY. PARALLEL COMPUTING WAS EFFICIENT FOR LARGE PROBLEMS. CAN LOSE EFFICIENCY IF SYNCHRONIZATION NECESSARY.  
AFTER GENERATIONS (EIGENVALUE) AND/OR "STATISTICAL BATCHES".  
AND IF "STRAGGLING" SERIOUS (HIGH VARIANCE OF HISTORY TIME)  
[CAN SOLVE THESE PROBLEMS]  
MUST RECONSIDER RANDOM NUMBER GENERATION  
→ MOST HAVE REPRODUCIBLE RESULTS ←  
MANY "INDEPENDENT" RN SEQUENCES  
EACH HISTORY "SEEDS" ITS SUCCESSORS AND "CHILDREN"  
NEED VERY LONG PERIODS TO PREVENT SEQUENCE OVERLAP  
CACHE EFFECTIVENESS MUST BE ASSESSED

付録 1. 講演の基調となった論文

THE NYU ULTRACOMPUTER\*

M. H. Kalos  
Courant Institute of Mathematical Sciences  
New York University  
New York, NY 10012

ULTRACOMPUTER NOTE 48

April 1983

The architecture of the NYU Ultracomputer is outlined. This is a proposed "MIMD" parallel machine comprising thousands of independently programmable fast processing elements connected to a large shared memory by a switching network. The latter has the geometry of an Omega-network, with switches each having enough memory and processing power to yield a bandwidth proportional to the number of processors. The network, which is pipelined, also supports the parallel execution of the "fetch-and-add" primitive important for process coordination. Questions relating to operating systems, programmability, and efficiency of applications codes are also discussed.

---

/\*Invited paper for the 1983 Mathematics and Computation Topical Meeting of the American Nuclear Society. Supported by the Applied Mathematical Sciences Program of the Department of Energy under grant DE-AC02-76ER03077, and by the National Science Foundation under grant NSF-MC79-07804.

INTRODUCTION

In attempting to foresee the future it is always interesting and sometimes even instructive to review the past. The evolution of modern computers can be traced along two parallel (and interacting) paths. One is the development of basic technology - from mechanical relays to VLSI chips - so as to become cheaper, smaller, and faster. The other is the logical organization of computers into increasingly sophisticated arrangements emphasizing more parallel capability. This development has ranged from parallel addition of all bits of a word, through parallel and autonomous functional units, to the effectively parallel operation of a contemporary pipelined vector processor.

One foresees, therefore, the development of parallelism at an ever higher level. But it is not clear which kind of parallelism offers the most promise. There might be four kinds. The first would use many functional units arranged so that the machine as a whole looks to the user like a sequential computer. This would be a very complex logical design and it is not clear that it could be pushed beyond about 200 million instructions per second (mips). A second approach would make vector units ever more powerful and would include autonomous functional units (as in the CRAY) for different operations. The third direction would couple together several (perhaps as many as 16) sophisticated vector processors. The fourth possible line of development lies in the use of very many simple processors tightly coupled so as to cooperate effectively on major computations. The NYU Ultracomputer is of this last type and its conception is predicated upon the ideas that it would be favored by the technical and economic evolution of computers in the near future and that it would potentially be the most easily used, at least with computer languages and compilers available now and in the foreseeable future.

NEAR TERM TECHNOLOGY

We assume the following three developments in basic computer technology between now and 1990: Microcomputers will become more powerful, faster, and probably cheaper as well; thus we assume the existence of 32 bit microprocessors on one or a very few chips, capable of 10-20 mips and costing less than \$100. We assume further that megabit memory chips will be readily available at about \$10 each, that is at less than \$100 per megabyte. Finally we assume that VLSI design of special purpose chips will be readily carried out and that these too will be cheap (perhaps \$10 each) when manufactured in quantity. On the other hand, logical designs involving many different VLSI chips with complex interconnections will remain expensive to design and construct. In other words, the cost/performance ratio will be minimized by using large numbers of each of very few chip types organized in as systematic and homogenous a design as possible.

Given this view, the question arises of how the organization of processors and memory is to be accomplished. One solution is to distribute the processors on some kind of network and to associate a portion of memory directly with each processor. This has engineering

advantages and can be used very effectively when it can be ensured that the large majority of data treated by each processor is in fact in its associated memory unit. The rest of memory is then seen from each processor in a hierarchical way. The required data structure is difficult to guarantee in general, so that an architecture in which all memory is shared equally well (or badly) by all processors is likely to be more easily programmed. Whether a truly effective version of this shared memory architecture can be built is an open question. It is clear that the ideal version, in which each processor can access any memory location in one processor clock cycle, cannot be constructed because of limitations of local connectivity (i.e., of "fan in"). Schwartz<sup>1</sup> has given the name Paracomputer to this idealized architecture.

We contend that the current design of the NYU Ultracomputer is a feasible and effective approximation to a Paracomputer.

## OVERVIEW

A simple idea of the organization is obtained by considering an array of individual processors (our nominal design calls for 4096), an equal number of memory units (containing, say, a megabyte each), and an intermediate switching network which permits any processor to reach any memory module. We propose to use an Omega network,<sup>2</sup> which is described below. Each processor will be capable of following its own instruction stream using distinct data. Such machines are often called "Multiple Instruction Stream- Multiple Data Stream (MIMD)".

Three components of secondary importance are also included: a memory-network interface (MNI), a local cache memory at each processor, and a processor-network interface (PNI). Besides the usual functions of reformatting information from or to the form required by the network, the MNI and PNI have certain novel features described below. The cache holds data local to the process which is active in the processor to which it is attached. As such it plays two roles: information can be accessed from the cache without the latency time of the network, and at the same time, the load on the network is decreased. It is worth emphasizing here that our design for the network results in a latency time under light loads of about 8 instruction times. This is moderately large, so that the use of a cache is worthwhile, but not so large as to preclude the effective use of shared data in the array of memory modules.

## THE PROCESSORS; THE FETCH AND ADD INSTRUCTION

We assume each processor to be a standard microprocessor (of the future) with at least 32 bit arithmetic including fast floating-point operations. A novel instruction called "Fetch and Add" is also assumed. The effect of this instruction is as follows: the processor

computes an increment  $e$  and an address  $a$  in shared memory. The operation

$\text{FAA}(a,e)$

returns the previous contents of  $a$  to the processor, and replaces the contents of  $a$  by its previous value increased by  $e$ . That is,

$$[a] \leftarrow [a] + e.$$

The operation of the Ultracomputer as a whole is supposed to be such that if two processors simultaneously issue an FAA for the same address  $a$ , then the outcome is as if they occurred in some serial order. That is, if processor 1 calls for  $\text{FAA}(a,e_1)$  and processor 2 for  $\text{FAA}(a,e_2)$  and  $[a]$  was originally  $A$ , then either

Processor 1 receives  $A$  and Processor 2 receives  $A + e_1$   
as though  $e_1$  had arrived first.

or

Processor 1 receives  $A + e_2$  and Processor 2 receives  $A$   
as though  $e_2$  had arrived first.

In either case,  $[a]$  becomes  $A + e_1 + e_2$  at the end. The case of three or more simultaneous FAA instructions directed at the same location works in an analogous way.

In fact the complete implementation of FAA will involve operations distributed among the PNIs, network switches, and MNIs. We remark here that were it possible to design a processor exclusively for use in an Ultracomputer, its instruction repertoire would include the FAA.\*

Additional features of microprocessors that would enhance their suitability include the ability to issue a fetch from memory and continue executing instructions until the requested datum is actually needed. Local multiprogramming capability would be useful as an additional means of hiding network latency time.

#### THE NETWORK

The Omega network connecting  $2^d$  inputs with  $2^d$  outputs requires  $d$  stages of  $2 \times 2$  switches. It has three properties that make it suitable for our purposes. Switching is very simple; at each stage a different bit of the memory module address is used to select which of the two possible output directions is to be taken. A second property is that its topology is a superposition of binary trees; each processor is the root of a tree whose  $2^d$  leaves are the memory modules and each memory module is the root of a tree whose  $2^d$  leaves are the processors.

/\*This is not absolutely essential; in our prototypes we plan to encode a FAA as a combination of existing instructions flagged by an otherwise unused address. This will be decoded by the PNI.

Finally, there is a unique path between a given processor and any memory module so that information directed simultaneously at a specific address by two processors must intersect at a switch.

In attempting to build very large processor ensembles, it is essential that the maximum total throughput of the network (i.e., its "bandwidth") be proportional to the number of processors. To ensure this asymptotically, as the number of stages grows, two properties of the network are implied. One is that the network must be packet switched. That means that requests for data from memory are inserted into the network by the PNI as short messages which travel from switch to switch. In effect such messages are pipelined to memory and back.\*

Since conflicts will occur, the second requirement on the network is that messages that cannot be transmitted because of conflicts be either combined with other messages, or stored at a switch for later transmission. That is, the switches must have some memory and some elementary processing power.

#### THE NETWORK SWITCHES

To support the requirement of large bandwidth, we have designed the network switches to be able to recognize messages aimed at the same address. If both are fetches, then only one fetch is transmitted toward memory but the identity of both processors is saved. When the fetched information returns to the switch in question, it is transmitted toward both processors. Conflicting stores are treated by suppressing one of them.

The treatment required for concurrent FAA instructions targeted at the same address is interesting. Suppose a switch receives  $FAA(a, e_1)$  and  $FAA(a, e_2)$  simultaneously. It will be programmed to save  $e_1$ , and transmit a new message, namely  $FAA(a, e_1 + e_2)$ . When the response returns with the previous contents of  $a$ , it is transmitted back toward one processor and  $[a] + e_1$  is transmitted toward the other.

Precisely because a binary tree exists between all processors and any memory module, when any number of FAA are issued simultaneously for the same  $a$ , they can combine in pairs at successive stages of the network while converging toward  $a$ , and split into different results on the way back. Thus any number of FAA's for the same address may be carried out in the same time as a single one. As we shall see, this property will be important for the coordination of very many closely coupled processes.

/\*The alternative, (a "circuit switched" network) in which a path is cleared from processor to memory and kept open while information flows both ways, will suffer from an increasing probability of interference as the network increases in size.

As indicated above, when messages arrive at a switch for different addresses, one is transmitted, one saved for later. The required memory is designed as a shifting array on a chip (i.e., as a "systolic" queue) in such a way that identical addresses can be identified associatively.

### THE MEMORY NETWORK INTERFACE

The MNI carries out the final addition associated with an  $FAA(a,e)$ . That is, the MNI retrieves [a] and transmits it back toward the requesting processor, adds e, and stores the sum in a.

### A LITTLE ABOUT SOFTWARE

#### OVERVIEW

It is impossible to include more than a sketch of the aims and accomplishments of the software research for Ultracomputer systems.

From the beginning of our research, attention has been paid to the question of how friendly the machine would prove for the ordinary scientific programmer. It is considered important that radically new languages, programming style, or user interfaces be unnecessary, and that it prove possible to transport existing major software without complete revision.

A property of an operating system which is considered highly desirable for machines of this class is the ability to handle simultaneously jobs of all sizes for many users. This would provide rapid turnaround for small jobs so necessary during program development. In addition, as we shall see below, a full complement of processors can only be used efficiently on very large problems. Economic use of such a machine requires that a subset of the available processors be readily available for work on a small or medium scale.

#### SIMULATORS, LANGUAGES, AND PROGRAMMING STYLE

A very early development in our research was a simulator called "WASHCLOTH"<sup>3</sup> in which a CDC 6600 was programmed to act like a paracomputer with 6600's as the individual processors. This was accomplished by interpreting each instruction serially, with pointers to the private memory for each processor. In this way, existing FORTRAN compilers could be used without modification. Fetch and Add was implemented as a subroutine call. Shared memory was assumed to be confined to unlabeled COMMON.

Naturally one expects that FORTRAN will have to be extended to provide the flexibility needed for an Ultracomputer. As indicated, a distinction between private and shared memory is needed. Probably still more general schemes for sharing variables with subprocesses will be used as well. In addition, commands to create parallel subprocesses, to wait for their completion, to carry out iterations entirely in parallel, and so on will have to be specified and included

in compilers. A general compiler would also include direct access to the Fetch and Add, permitting a programmer to coordinate processes more tightly than would be possible at a higher level.

It is likely that a more advanced language will emerge which will prove more natural and more expressive for controlling parallel asynchronous processes. It is my belief that this will be the product of an extended period of experiment and experience with scientific programming using lower level languages.

#### **ELEMENTS OF AN OPERATING SYSTEM**

The requirement for an operating system in which jobs can spawn cooperating tasks and for one which can support multiprogramming are not very different, at least at a basic level. For a machine like the Ultracomputer in which many thousands of tasks may be active or awaiting the attention of a processor, it will be very important that there be no centralized monitor or operating system kernel residing in a single processor, because there would be serious contention for that processor. The result would be a bottleneck at the point of creating new tasks or assigning them to idle processors. Our approach to this problem has been to assume that each processor would carry out the functions of the operating system when required. That is, when idle, a processor would access a global queue of tasks awaiting attention. Similarly any processor called upon to spawn subtasks or create entirely new jobs would make enter appropriate items in the same global queue. On the face of it, this only moves the difficulty of bottlenecks elsewhere, since the standard way of entering and deleting from queues requires that access to them be blocked (i.e., by a "critical section") to prevent more than one processor from either making a queue entry in the same slot or withdrawing the same information erroneously.

The properties of the Fetch and Add make it ideal for modifying queue pointers; that is, if  $\text{FAA}(p,l)$  is used by two processors to increment a queue pointer stored in  $p$ , then it is guaranteed that they will obtain different values as required for correct operation. The properties of both network and switches guarantee that concurrent modifications of queue pointers take place without delay.

The Fetch and Add can be used to implement all necessary coordination primitives for an operating system, including semaphores, handling of readers-writers, and so forth.

#### **STUDY OF APPLICATIONS UNDER SIMULATION**

##### **OVERVIEW**

We have carried out studies in which a number of programs written in FORTRAN were executed under control of an interpreter which made a serial computer act like a parallel computer. The simulator accumulated statistics from which one could infer the effectiveness of a particular program organization and related data. In particular, the

total number of instructions, both useful and idle, was counted. The number of references to private and thus cacheable variables relative to references to shared data was also scored to help estimate the traffic on the network. the traffic on the network.

If one considers only the narrow (but very important) issue of the efficiency of processor utilization, then only the total number of operations matters. From now on we shall assume that N processors are dedicated to a given problem so that if any of them must wait for the completion of work by other processors, it can only idle. Since, in principle, such processors could in fact carry out useful work for other jobs, we will get a conservative estimate of efficiency.

If the program in question could be divided among the N processors so that each carried out exactly  $1/N$  of the work, the job would be completed N times as fast as on a single processor. Normally this is not possible; some overhead associated with process creation, with synchronization, and with idling will occur. Let  $C(N)$  be the average number of instructions per processor when N are used. The efficiency is the ratio of the instructions per processor for the ideal parallel algorithm,  $C(1)/N$ , to  $C(N)$ . That is,

$$E = \frac{C(1)}{NC(N)}$$

It is not surprising that if  $C(1) \ll N$ , it is impossible to find an efficient parallel decomposition, since at least  $N - C(1)$  processors will have nothing to do, to say nothing of the organizational overhead required. In other words, a problem must be large enough to begin with to warrant the use of N processors. There is, of course, no lack of such problems, but it is clearly important to understand this point in extrapolating the use of very large parallel machines for problems of the size which can generally be solved today.

We have simulated the use of large parallel arrays in a variety of fields from transport Monte Carlo to incompressible fluid flow to matrix transformation algorithms. Our studies have required both writing new programs and adapting existing codes, some of the latter poorly written and documented. In every case, the difference from writing FORTRAN on a sequential machine required fairly simple, usually high-level reorganization which differed from program to program and which had to be recognized in advance by the programmer. In every case, a parallel program was created which was efficient for computing on a sufficiently large scale. Thus, while 256 processors cannot be used very effectively to transform a  $32 \times 32$  matrix to tridiagonal form, the efficiency being only 25%, they can be used with 96% efficiency for a  $256 \times 256$  matrix. In the same way large problems of three-dimensional fluid flow were found to be efficiently handled by 4096 processors.

## TRANSPORT MONTE CARLO

Monte Carlo codes of the type used in reactor and shielding calculations would seem very well suited to treatment by any parallel machine of the type we have been discussing. After all, what could be needed except the ability to follow independently and asynchronously many histories in parallel? A little reflection shows that not all possible MIMD architectures will be well suited to large Monte Carlo calculations. In particular, if we assume that it is important to treat large cross sections sets, large geometrical descriptions, and to obtain a large set of fluxes and their errors, then the limitations of hierarchical memories become obvious.

The advantages of the Ultracomputer organization are several. If, as we plan, it will be possible to flag cross section and geometrical data as cacheable without restriction (i.e., as "read only"), then most of the references to shared data can be effectively treated.

Updating particle tallies in a large number of different spatial, energy, time, and direction bins by different processors presents a serious problem in some machines. This difficulty is well resolved by the Fetch and Add instruction. The computation of statistical error remains as a problem at least when the number of bins is large.\* If one settles for errors computed from large numbers of histories taken together as a statistical batch, then the problem is easily solved by waiting for all histories in a batch to complete before proceeding. The main departure from an efficiency of 100% then comes from the straggling in the time for completion of each batch. The effect of straggling is much reduced by assigning new histories to processors as they become idle,\*\* and can be made very small by using two or more replications of the memory space reserved for recording the tallies.

These issues and others have been considered by Zhong and Kalos<sup>4</sup> for fixed source and eigenvalue calculations. They used simulations, algorithmic analysis of the simulations, and analytic treatment of approximate stochastic models of the efficiency. Their conclusion is that for large problems of this class, the efficiency becomes greater than 90%.

/\*i.e., so large that all bins for all statistical groups can not be kept in memory.

\*\*/Rather than preassigning a fixed fraction of histories to a processor.

CONCLUSIONS

At the present time we see no reason why a machine like the Ultracomputer could not be built economically and used effectively by scientific programmers. For the very large problems not being attacked now for lack of computing resources, efficiencies of close to 100% should be attainable. It is interesting to note that on vector machines good utilization of the peak computing rate is about 15%.

What remains uncertain now is whether and how fast one can proceed with more stringent examination of the practicability of such a machine. It seems clear that a fairly large model or prototype needs to be built.

REFERENCES

1. J. T. Schwartz, "Ultracomputers," ACM TOPLAS, (1980) p. 484.
2. A. Gottlieb and J.T. Schwartz, "Networks and Algorithms for Very Large Scale Parallel Computations," Computer, January 1982.
3. Allan Gottlieb, "WASHCLOTH - The Logical Successor to Soapsuds," Ultracomputer Note 12, Courant Institute, NYU, 1980.
4. Y-Q Zhong and M. H. Kalos, "Monte Carlo Transport Calculations on an Ultracomputer," Ultracomputer Note 46, Courant Institute, NYU, 1982.

2.5  $S_n$  法による遮蔽計算横堀仁<sup>+</sup>, 西村達雄<sup>+</sup>

三次元( $X, Y, Z$ )座標系と( $R, \theta, Z$ )座標系におけるボルツマンの輸送方程式を $S_n$ 法で解く計算コード群、ENSEMBLE、ENSEMBLE-RTZ及びENSEMBLE-XYZの計算機能、遮蔽設計・解析への適用例などを紹介する。

これにより三次元 $S_n$ コードは、炉物理解析に使用される汎用コードの1つと成る可能性が十分に在る事を示す。

Application of a Three-Dimensional  $S_N$ 

## Code to Shielding Calculation

Hitoshi YOKOBORI<sup>+</sup> and Tatsuo NISHIMURA<sup>+</sup>

Three-dimensional  $S_N$  code, ENSEMBLE in ( $X, Y, Z$ ) geometry and ENSEMBLE-RTZ in ( $R, \theta, Z$ ) geometry have been employed in shielding designs and shielding analyses. A recently-developed code, ENSEMBLE-XYZ, is capable of eigenvalue problem in ( $X, Y, Z$ ) geometry.

This paper summarizes recent application of the codes to practical problems as follows.

A benchmark experiment for a neutron streaming through two-bend ducts has been analysed by using a calculation technique to couple two-dimensional  $S_N$  calculations and a three-dimensional  $S_N$  calculation. The corner part of the bend duct has been analysed by ENSEMBLE and the straight parts of the bend ducts have been calculated by a two-dimensional  $S_N$  code, DOT-3.5.

ENSEMBLE-RTZ has been used to shielding analyses for JOYO to demonstrate the effectiveness of a three-dimensional  $S_N$  code.

A two-dimensional  $S_N$  code, TWOTRAN-II, has been employed to compare the eigenvalues and flux distributions with ENSEMBLE-XYZ for two-dimensional geometry problems providing a partial verification of the code. By these comparisons, the validity of the eigenvalue calculation capability in ENSEMBLE-XYZ has been partially established.

The above mentioned results reveal that a three-dimensional  $S_N$  code has a possibility to be used widely for various reactor physics problems.

---

<sup>+</sup>三菱原子力工業株、Mitsubishi Atomic Power Industries, Inc.

## 1. 序 論

先ず始めに、三次元( $X, Y, Z$ )座標系の輸送方程式を $S_n$ 法で解く計算コード・ENSEMBLE<sup>(1)</sup>を遮蔽計算用として開発した。ENSEMBLEは固定線源による中性子・ガンマ線の透過計算を行い、高次の $P_\ell$ 散乱断面積の取り扱い、分割接続計算機能や非対称型 $S_n$ 分点による計算機能などを有し、遮蔽解析に特有な条件である 1) 散乱の異方性の取り扱いが必要な事、2) 取り扱う体系が広範囲な事、3) ストリーミングの取り扱いが重要な事などに対応できる様に計画した。

しかしながら、広範囲の体系を三次元 $S_N$ コードだけで解析する事は、計算機の記憶容量や計算時間などの制約から不可能であるため、原子炉の遮蔽設計や実験解析において一般に広く用いられている二次元 $S_N$ コードとの接続計算に着目し、線源領域から大部分の遮蔽体領域は二次元 $S_N$ コードで解析し、局所的に偏在した三次元形状でしか取り扱えない領域を解析対象とした。

この様な解析の1例として、水中における2回屈曲ダクトの中性子ストリーミング実験の解析<sup>(2)</sup>が挙げられる。これは線源領域から第1段の直管部までを二次元 $S_N$ コードで解析し、三次元的形状である屈曲部を二次元 $S_N$ 計算結果に接続して三次元 $S_N$ コードで解析する方法を用いたものである。

更に三次元 $S_N$ コードの適用性を拡げるため、三次元( $R, \theta, Z$ )座標系を取り扱うENSEMBLE-RTZ<sup>(3)</sup>を開発した。これは原子炉炉体まわりに円筒形状の炉内構造機器が多く存在するため、( $X, Y, Z$ )座標系よりも( $R, \theta, Z$ )座標系の方がより正確に模擬できるためである。

ENSEMBLE-RTZの遮蔽解析への適用方法についても、ENSEMBLEと同様に二次元 $S_N$ コードとの接続計算が現状において有効な方法と考えられ、「常陽」の黒鉛遮蔽体主配管近傍切欠部の遮蔽解析<sup>(4)</sup>など幾つかの適用例がある。

また遮蔽計算のみならず固有値問題にも適用できる様にENSEMBLEを改良し(ENSEMBLE-XYZ<sup>(5)</sup>)、高速炉臨界集合体実験解析のためのセル平均断面積の作成に適用している。

この様に三次元 $S_N$ コードの炉物理解析への適用例は着実に増えており、今後設計精度や解析精度の向上が要求されて来るに連れて三次元 $S_N$ コードの適用が望まれ汎用コードとして、二次元 $S_N$ コードの組み合わせた解析などに使用されるものと予想する。

## 2. 解 法

ボルツマン輸送方程式の解法の1つである $S_N^{(6)}$ 法については良く知られているが、簡単に紹介しておく。

### 2.1 ( $X, Y, Z$ )座標系

三次元( $X, Y, Z$ )座標系の輸送方程式を次式に示す。但し線源としては固定線源のみ表示した。

$$\left( \mu \frac{\partial}{\partial x} + \xi \frac{\partial}{\partial y} + \eta \frac{\partial}{\partial z} + \sigma_t \right) \phi(E, \vec{\Omega}) = \frac{1}{4\pi} \int_{\text{ISCT}} dE' \sum_{\ell=0}^{\text{ISCT}} \sigma_\ell(E' \rightarrow E) \sum_{m=-\ell}^{\ell} U_\ell^m$$

$$(\mu, \psi) \phi_\ell^m(E') + S_{\text{dis}}(E, \vec{\Omega}) \quad \dots \quad (1)$$

ここで  $\mu$ ,  $\xi$  と  $\eta$  は角度束  $\phi(E, \vec{\Omega})$  の角度  $\vec{\Omega}$  の X, Y 及び Z 軸の方向余弦である（第 1 図 参照）。 $\sigma_t$  は全断面積,  $S_{\text{dis}}$  は固定線源を示す。

散乱遷移確率はルジャンドル級数の有限項で表現する。

$$\sigma_s(E', \vec{\Omega}' \rightarrow E, \vec{\Omega}) = \frac{1}{4\pi} \sum_{\ell=0}^{\text{ISCT}} \sigma_\ell(E' \rightarrow E) P_\ell(\mu_0), \quad \dots \quad (2)$$

$$\text{ここで } \mu_0 = \vec{\Omega}' \cdot \vec{\Omega} = \mu' \mu + (1 - \mu'^2)^{1/2} (1 - \mu^2)^{1/2} \cos(\phi' - \phi),$$

$$\sigma_\ell(E' \rightarrow E) = 4\pi \frac{2\ell+1}{2} \int_{-1}^1 d\mu_0 \sigma_s(E', \vec{\Omega}' \rightarrow E, \vec{\Omega}) P_\ell(\mu_0),$$

の関係がある。

球面調和関数  $U_\ell^m(\mu, \psi)$  の項を使用して、線束のモーメント  $\phi_\ell^m(E)$  を次式により求める  
と

$$\phi_\ell^m(E) = \int_0^{2\pi} d\psi \int_{-1}^1 d\mu U_\ell^m(\mu, \psi) \phi(E, \vec{\Omega}), \quad \dots \quad (3)$$

この時、角度束  $\phi(E, \vec{\Omega})$  は

$$\phi(E, \vec{\Omega}) \approx \frac{1}{4\pi} \sum_{\ell=0}^{\text{ISCT}} (2\ell+1) \sum_{m=-\ell}^{\ell} U_\ell^m(\mu, \psi) \phi_\ell^m(E), \quad \dots \quad (4)$$

と表わされる。尚(3)式における立体角  $\vec{\Omega}$  の積分は、X 軸の方向余弦  $\mu$  と  $\vec{\Omega}$  の X 軸まわりの方位角  $\phi$  に関する積分で行う。

(1)式における変数 E (エネルギー) を多群化すると(1)式は

$$\left( \mu_D \frac{\partial}{\partial x} + \xi_D \frac{\partial}{\partial y} + \eta_D \frac{\partial}{\partial z} + \sigma_t^g \right) \phi_D^g = \sum_{g'=1}^{1G} \sum_{\ell=0}^{\text{ISCT}} \sigma_\ell(g' \rightarrow g) \sum_{m=-\ell}^{\ell} U_\ell^m$$

$$(\mu_D, \psi_D) \phi_\ell^m(g') + S_{\text{dis}, D}^g, \quad \dots \quad (5)$$

と表わされる。

ここで表示記号 D は離散角  $\vec{\Omega}_D$  を表わし、g はエネルギー群を表わす。離散角  $\vec{\Omega}_D$  が代表する立  
体角  $\Delta \vec{\Omega}_D$  についての積分は

$$\int_{\Delta \vec{\Omega}_D} d\vec{\Omega} = \int_{\Delta \phi_D} d\phi \int_{\Delta \mu_D} d\mu = 4\pi W_D \quad (D = 1, 2, \dots, N(N+2)), \dots \quad (6)$$

で表わされ、 $N$ は $S_N$ 法において使用する離散角のセット( $S_N$ 分点)の次数を示す。 $W_D$ は重みである。

(5)式を解くために差分近似を用いる。直方体(立方体も含む)の体系を次の様にメッシュ分割する。

$$\left. \begin{array}{l} x_i < x_I < x_{i+1} \quad (I = 1, 2, \dots, IM), \\ y_j < y_J < y_{j+1} \quad (J = 1, 2, \dots, JM), \\ z_k < z_K < z_{k+1} \quad (K = 1, 2, \dots, KM) \end{array} \right\} \dots \quad (7)$$

ここで小文字の表示記号はメッシュ境界を示し、大文字はメッシュ中心を表わす。(7)式を用いて(5)式の差分形を導くと

$$\mu_D \frac{(\phi_{i+1,D} - \phi_{i,D})}{\Delta x} + \xi_D \frac{(\phi_{j+1,D} - \phi_{j,D})}{\Delta y} + \eta_D \frac{(\phi_{k+1,D} - \phi_{k,D})}{\Delta z} + \sigma_t \phi_D = S_D, \quad (8)$$

と表わされる。ここで $\Delta x = x_{i+1} - x_i$ ,  $\Delta y = y_{j+1} - y_j$ ,  $\Delta z = z_{k+1} - z_k$ の関係があり、簡略化のため、エネルギー群表示(g)を省略した。また離散角Dの( $x_{i+1}$ ,  $y_j$ ,  $z_k$ )における角度束は、 $\phi_{i+1,D}$ で表示した。(8)式の右辺にある $S_D$ は散乱源と固定線源を含んでいる。

メッシュ中心における角度束 $\phi_{I,J,K,D}$ は重みX, Y及びZを使用することにより、以下の如く表わされるものと仮定する。

$$\left. \begin{array}{ll} \phi_{I,J,K,D} = X\phi_{i+1,j,K,D} + (1-X)\phi_{i,j,K,D} & (\mu > 0) \\ \phi_{I,J,K,D} = (1-X)\phi_{i+1,j,K,D} + X\phi_{i,j,K,D} & (\mu < 0) \\ \phi_{I,J,K,D} = Y\phi_{I,j+1,K,D} + (1-Y)\phi_{I,j,K,D} & (\xi > 0) \\ \phi_{I,J,K,D} = (1-Y)\phi_{I,j+1,K,D} + Y\phi_{I,j,K,D} & (\xi < 0) \\ \phi_{I,J,K,D} = Z\phi_{I,j,k+1,D} + (1-Z)\phi_{I,j,k,D} & (\eta > 0) \\ \phi_{I,J,K,D} = (1-Z)\phi_{I,j,k+1,D} + Z\phi_{I,j,k,D} & (\eta < 0) \end{array} \right\} \dots \quad (9)$$

上記の仮定を用いると(8)式は次式の如く簡略化される。

$$\phi_{I,J,K,D} = \frac{a\phi_{i,j,K,D} + b\phi_{I,j,K,D} + c\phi_{I,j,k,D} + S_D}{a+b+c+\sigma_t} \quad (10)$$

ここで $a = |\mu_D| / (\Delta x \cdot X)$ ,  $b = |\xi_D| / (\Delta y \cdot Y)$ ,  $c = |\eta_D| / (\Delta z \cdot Z)$ の関係がある。

(10)式において $\phi_{i,j,K,D}$ ,  $\phi_{I,j,K,D}$ ,  $\phi_{I,j,k,D}$ は境界条件ないしは隣接するメッシュから得られ、従って(10)式を用いて $\phi_{I,J,K,D}$ を求めることができる。こうして得られた $\phi_{I,J,K,D}$ と(9)式の $\mu$ ,  $\xi$ ,  $\eta$ が正の方向についての関係を用いて $\phi_{i+1,j,K,D}$ ,  $\phi_{I,j+1,K,D}$ 及び $\phi_{I,j,k+1,D}$ を求め次々と $\mu > 0$ ,  $\xi > 0$ ,  $\eta > 0$ の方向に向かって隣接するメッシュに計算を進めていく。 $\mu$ が負の方向については、(10)式の $\phi_{i,j,K,D}$ を $\phi_{i+1,j,K,D}$ に置き換え(9)式の $\mu$ が負についての関係を用いて、 $\phi_{i,j,K,D}$ を求める。 $\xi$ ,  $\eta$ が負の方向についても同様な取り扱いを行い、 $\mu < 0$ ,  $\xi < 0$ ,  $\eta < 0$ の方向に向かって隣接するメッシュに計算を進めていく。

## 2.2 (R, θ, Z)座標系

三次元 (R, θ, Z) 座標系のエネルギーについて多群化し、角度について離散化した輸送方程式 ((X, Y, Z) 座標系の(5)式に対応する) を次式に示す。

$$\frac{\mu_D}{r} \frac{\partial (r \phi_D^g)}{\partial r} + \frac{\xi_D}{r} \frac{\partial \phi_D^g}{\partial \theta} + \eta_D \frac{\partial \phi_D^g}{\partial Z} - \frac{1}{r} \frac{\partial (\xi_D \phi_D^g)}{\partial \psi} + \sigma_t^g \phi_D^g = \sum_{g'=1}^{IG-1} \sum_{\ell=0}^{ISCT} \sigma_{\ell}(g' \rightarrow g) \sum_{m=-\ell}^{\ell} U_{\ell}^m(\mu_D, \phi_D^m) \phi_{\ell}^m(g') + S_{d,iS,D}^g \quad \dots \quad (11)$$

(11) 式の左辺の第4項は、座標系が円筒であることに伴う角度束に対する補正項である。

(11) 式を差分化すると

$$\begin{aligned} & \mu_D \frac{(r_{j+1} \phi_{j+1,D} - r_j \phi_{j,D})}{\Delta r} + \xi_D \frac{(\phi_{j+1,D} - \phi_{j,D})}{\Delta \theta} + \eta \frac{r_I (\phi_{k+1,D} - \phi_{k,D})}{\Delta Z} \\ & + \frac{(r_{n+1} \phi_{n+1} - r_n \phi_n)}{W_D} + \sigma_t \phi_D = S_D, \quad \dots \quad (12) \end{aligned}$$

で表わされる。ここで  $\Delta r = r_{j+1} - r_j$ ,  $\Delta \theta = \theta_{j+1} - \theta_j$ ,  $\Delta Z = Z_{k+1} - Z_k$ ,  $r_I = (r_{j+1} + r_j)/2$  の関係がある。 $r_n$ ,  $r_{n+1}$  は (11) 式の左辺第4項の展開に伴う係数であり,  $S_N$  分点において  $\eta$  が同一である離散角の表示を小文字の  $n$  で示している。

(X, Y, Z) 座標系の(9)式と同様に、メッシュ中心の角度束  $\phi_{I,J,K,D}$  は重み  $R, \theta, Z, N$  を使用することにより、以下の如く表わされるものと仮定する。

$$\left. \begin{aligned} \phi_{I,J,K,D} &= R \phi_{i+1,J,K,D} + (1-R) \phi_{i,J,K,D} \quad (\mu > 0) \\ \phi_{I,J,K,D} &= (1-R) \phi_{i+1,J,K,D} + R \phi_{i,J,K,D} \quad (\mu < 0) \\ \phi_{I,J,K,D} &= \theta \phi_{I,j+1,K,D} + (1-\theta) \phi_{I,j,K,D}, \quad (\xi > 0) \\ \phi_{I,J,K,D} &= (1-\theta) \phi_{I,j+1,K,D} + \theta \phi_{I,j,K,D} \quad (\xi < 0) \\ \phi_{I,J,K,D} &= Z \phi_{I,j,k+1,D} + (1-Z) \phi_{I,j,k,D} \quad (\eta > 0) \\ \phi_{I,J,K,D} &= (1-Z) \phi_{I,j,k+1,D} + Z \phi_{I,j,k,D} \quad (\eta < 0) \\ \phi_{I,J,K,D} &= N \phi_{I,J,K,n+1} + (1-N) \phi_{I,J,K,n} \end{aligned} \right\} \quad \dots \quad (13)$$

上記の仮定を用いると (12) 式は次式の如く簡略化される。

$$\phi_{I,J,K,D} = \frac{a \phi_{i,J,K,D} + b \phi_{i,j,K,D} + c \phi_{I,J,K,D} + d \phi_{I,J,K,\eta} + S_D}{a' + b' + c' + d' + \sigma_t} \quad \dots \quad (14)$$

$$\text{ここで } a = |\mu_D| \cdot \left( \frac{(1-R)}{R} r_{i+1} + r_i \right) / (r_I \cdot \Delta r), \quad b = |\xi_D| / (r_I \cdot \Delta \theta \cdot \theta),$$

$$c = |\eta_D| / (\Delta Z \cdot Z), \quad d = \left( \frac{(1-N)}{N} r_{n+1} + r_n \right) / (r_I \cdot W_D),$$

$$a' = |\mu_D| \cdot \left( \frac{r_{i+1}}{R} \right) / (r_I \cdot \Delta r), \quad d' = \left( \frac{r_{n+1}}{N} \right) / (r_I \cdot W_D) \text{ の関係がある。}$$

(14)式において $\phi_{i,j,k,D}$ ,  $\phi_{I,j,K,D}$ ,  $\phi_{I,J,k,D}$ は境界条件ないしは隣接するメッシュから得られ,  $\phi_{I,J,K,n}$ は同一メッシュの $S_N$ 分点における同一ノードの隣接する角度束 $\phi_{I,J,K,n+1}$ から得られる。これらを(14)式に代入し $\phi_{I,J,K,D}$ を求め, ( $X, Y, Z$ )座標系と同じ様に(13)式の $\mu$ ,  $\xi$ ,  $\eta$ が正の方向についての関係を用いて,  $\phi_{i+1,j,k,D}$ ,  $\phi_{I,j+1,K,D}$ ,  $\phi_{I,J,k+1,D}$ 及び $\phi_{I,J,K,n}$ を求め,  $\mu > 0$ ,  $\xi > 0$ ,  $\eta > 0$ の方向に向かって隣接するメッシュに計算を進めていく。 $\mu$ ,  $\xi$ ,  $\eta$ が負の方向についても $\mu < 0$ ,  $\xi < 0$ ,  $\eta < 0$ の方向に向かって隣接するメッシュに計算を進めていく。

### 3. 実験解析などへの適用

ENSEMBLE, ENSEMBLE-RTZの実験解析への適用例及びENSEMBLE-XYZの検証例について紹介する。

#### 3.1 屈曲ダクトの中性子ストリーミング実験解析

中性子ストリーミング・ベンチマーク実験としてSORINとCCR Euratom-Ispraが共同で実施した水中における2回屈曲ダクトの中性子ストリーミング実験<sup>(7)</sup>を解析した。この実験は、第2図と第3図に示すETNAのlid tank内の水中で行われた。線源は出力12MWの炉心から、thermal columnによって導かれた中性子によるウラン・コンバーター内の核分裂中性子である。

測定に用いられた検出器を第1表に示した。

##### 3.1.1 計算手順

ウラン・コンバーターからダクトの第1脚まで第4図の計算形状により二次元 $S_N$ コード・DOT-3・5<sup>(8)</sup>で計算した。第5図に示す計算手順図の接続面1における境界線束を出力する。この境界線束を処理して三次元計算用の境界条件を作成し、三次元計算を実施する。ここで接続面2における境界線束を出力する。更にこの境界線束を処理して二次元 $S_N$ 計算用の境界条件を作成し、再度二次元 $S_N$ 計算を実施する。

##### 3.1.2 屈曲部の解析

ENSEMBLEを用いて屈曲部を解析した。計算体系を第6図に、使用した断面積のエネルギー群数は9群であり群構造を第2表に示した。散乱断面積については $P_1$ を、 $S_N$ 分点は中性子の進む方向にバイアスして分点数を多くした非対称型 $S_{72}$ 分点を使用した。

得られた第7群目の中性子束等高線図を第7図に示したが、これはダクトの中心軸を含むX-Z平面における等高線を表わしており、第1脚からの直視成分が屈曲部の壁で散乱し、その散乱成分が屈曲部壁に沿って第2脚に流れ込む様子が判る。このようなダクト体系におけるストリーミング量を正確に評価するためには、第1脚からの直視成分の屈曲部における散乱を精度良く評価することが重要である。

ダクト中心軸に沿って反応率分布を求め、第8図に示した。更に屈曲部以降第2脚の代表的な中心軸位置でのC/Eを第3表に示した。第8図に示した様に屈曲部における三次元計算は測定値と良く一致している。屈曲部以降の第2脚に沿った計算値は三次元SN計算と二次元SN計算の接続による誤差がわずかに現われている。第3表によるとC/Eの値は0.5~1.76の範囲があり、設計に使用する場合には計算の誤差による余裕値としてfactor 2程度考慮すればよい。

以上の結果は屈曲ダクトのストリーミング量解析に二次元SNコードと三次元SNコードの組み合わせによる計算法が有効であることを示している。

### 3.2 「常陽」主冷却配管近傍黒鉛切欠部の解析

「常陽」炉体まわりの黒鉛遮蔽体中には入口配管の引き回しのため切欠部が存在し、その近傍での実測データが得られている。この切欠部は形状が複雑であるため二次元形状でモデル化する事ができず、三次元形状による解析が必要である。そこでENSEMBLE-RTZを切欠部に適用し測定値との比較を行った。

黒鉛遮蔽体切欠部の水平断面図を第9図に示す。この切欠部にはサーベイラン孔(Ch.C孔)が設置されており、B10カウンター、TLD等の測定器を用いた実測データが得られている。Ch.C孔におけるB10カウンターとTLDの実測値の軸方向分布を第10図に示す。

#### 3.2.1 解析条件

動燃団で実測された「常陽」炉体まわりの遮蔽解析において、黒鉛遮蔽体を含む全体系二次元一括遮蔽計算<sup>(9)</sup>が行われている。この全体系一括計算体系を第11図に示す。三次元計算は第11図の鎖線に囲まれた領域を対象とし、θ方向については黒鉛遮蔽体切欠部を含む範囲を考慮し第12図に示した。軸方向については、炉心中心レベルから123cmの高さの範囲を考慮した。以上の解析範囲をモデル化して計算形状とし第13図に示した。メッシュ数として半径方向に54、θ方向に31、軸方向に10を考慮した。SN分点はS<sub>60</sub>分点を、散乱断面積はP<sub>1</sub>を使用した。断面積のエネルギー群数は8群であり群構造を第4表に示す。

線源条件は全体系二次元一括遮蔽計算で求められた半径方向距離r=130.8cmでの外向き(SN分点セットでμ>0の方向)の境界線束を処理して三次元計算における半径方向左端境界条件として入力した。

#### 3.2.2 解析結果

三次元計算で得られた第7群と第8群の中性子束の等高線図を各々、第14と第15図に示した。次にCh.C孔を通過する半径方向に沿った減衰図を第7群と第8群について各々第16図と第17図に、Ch.C孔を通過するθ方向に沿った減衰図についても第18図と第19図に示した。また炉心中心レベルにおけるCh.C位置でのエネルギー・スペクトルを第20図に示した。

第14図と第15図の中性子束等高線図を見ると中性子が黒鉛遮蔽体における切欠部を通じてストリーミングし、黒鉛遮蔽体・普通コンクリートの間のボイド部に拡がっている様子が明らかである。またCh.C位置における中性子束が周囲の黒鉛の欠損形状や切欠部に存在する配管機器の配置や形状に影響を受けていることも判る。

半径方向及び $\theta$ 方向減衰図には全体系二次元一括計算の結果も比較図示している。第16図に示した第7群の中性子束は、黒鉛遮蔽体・普通コンクリート間のボイド部で三次元計算値の方が二次元計算値よりも高くなっているのに対し、第17図に示した第8群(熱中性子)の中性子束では二次元計算値の方が高くなっている。これは高速・中速中性子が切欠部を通じてボイド領域に流れ出す成分が、切欠部に黒鉛が充填されているものとして計算された二次元計算よりも多くなり、逆に黒鉛遮蔽体中で減速されて熱中性子となる成分が少なくなる事を表わしている。これはCh.C孔でのエネルギー・スペクトル図(第20図)においても明確に現われている。

### 3.2.3 実測値との比較

B10カウンターの測定から評価された熱中性子束と計算値を比較して第21図に示した。またこの比較より得られたC/Eを第5表に示した。第5表より熱中性子束についてのC/Eは約2.5となっている。このC/Eは全体系二次元一括計算で得られている黒鉛遮蔽体位置でのC/E(2.0~2.1)と比較しても妥当なC/E値であると考えられる。この解析は限定された狭い範囲に対するものであるが、測定値と比較した結果ほぼ妥当なC/E値が得られた事は、このような複雑な形状の領域について三次元SNコードによる中性子束の評価が可能である事を示した。

## 4. 固有値計算機能の検証例

三次元(X, Y, Z)座標系における輸送計算コードENSEMBLEを固有値問題に適用できる様に改良しENSEMBLE-XYZとして名称を付けた。ENSEMBLE-XYZの差分式については二次元SNコードTWOTRAN<sup>(10)</sup>と同種のものを採用しており、ENSEMBLE, ENSEMBLE-RTZとは異なる差分式を使用している。

ENSEMBLE-XYZの固有値計算機能の検証として、二次元に近似した形状で計算を行いTWOTRANによる計算結果と比較した。

### 4.1 計算条件

二次元に近似した計算モデルを第22図に、使用したエネルギー群数・3群の断面積を第6表に示した。使用したSN分点数はS<sub>4</sub>であり、収束の判定条件は $1 \times 10^{-5}$ である。ENSEMBLE-XYZによる三次元計算では頂部と底部の境界を等角反射条件として二次元近似計算を行った。

### 4.2 計算結果

ENSEMBLE-XYZにより得られた固有値をTWOTRANによる計算結果と比較して第7表に示した。第7表を見ると判るように両者の結果は妥当と考えられる精度内で一致している。

この検証例は、ENSEMBLE-XYZのアルゴリズムをチェックする検討の一部であり、今後実験解析に適用し計算精度を把握していくことが必要である。

## 5. まとめ

以上三次元  $S_N$  コードの遮蔽解析への適用例を中心に紹介してきた。

三次元  $S_N$  コード・THREE TRAN<sup>(1)</sup>が開発され、引き続く ENSEMBLE の開発以後数年を経るが現在では、米国ORNLや大阪大学においても三次元  $S_N$  コードが開発<sup>(12), (13)</sup>され、加速法の改良やベクトル計算機による高速化が進められており、三次元  $S_N$  コードが汎用コードの一つとなる時代が近いことを表わしている。

計算機の発達は衆知の如く著しいものがあり、ベクトル計算機でも記憶容量が2メガ・ワード相当のものが出現しており、大量の情報を扱う  $S_N$  コードの適用範囲も拡張し易い情況になっていると言える。

他方においては、三次元の複雑形状が正確に模擬できる解法としてモンテカルロ法があり、研究開発の歴史も長く、既に汎用コードとなっている。しかしながら原子力プラントなどの遮蔽設計に適用するためには、依然として幾つかの問題点が残されており、これらの問題点を補なう意味でも三次元  $S_N$  コードの存在意義は大きいものと考えられる。

## 参考文献

- 1) T. Nishimura, K. Tada, H. Yokobori and A. Sugawara, "Development of Discrete Ordinates  $S_N$  Code in Three-Dimensional (X, Y, Z) Geometry for Shielding Design," Journal of Nuclear Science and Technology, 17, pp.539-558 (1980).
- 2) H. Yokobori, T. Nishimura and K. Tada, "Application of a Three-Dimensional Discrete Ordinates Transport Code to Shielding Design and Analysis," Proceeding of the Conference 1980 Advances in Reactor Physics and Shielding, pp.414-425, Sun Valley, (1980).
- 3) T. Nishimura, K. Tada and H. Yokobori, "Development of Discrete Ordinates Transport Code in Three-Dimensional (R, θ, Z) Geometry for Shielding Design," Journal of Nuclear Science and Technology, 19, pp.80-83 (1982).
- 4) T. Nishimura, K. Tada, Z. Suzuki and H. Yokobori, "Application of Three-Dimensional Discrete Ordinates Transport Codes in (X, Y, Z) and (R, θ, Z) Geometries to Shielding Analysis," Proceeding of the 6th International Conference on Radiation Shielding, Vol. 1, pp.259-265, Tokyo, (1983).
- 5) Z. Suzuki et al., "Recent Development and Current Application of Three-Dimensional Discrete Ordinates Transport Codes," Proceeding of ANS Topical Meeting on Physics and Shielding, Chicago, (1984).
- 6) H. Greenspan, C.N. Kelber and D. Okrent, "Computing Methods in

- Reactor Physics," Chap. 3, Transport theory - The method of discrete ordinates, (1968), Gordon & Breach Sci, Publ.
- 7) B. Chinaglia, G. Bosio and D. Monti, "Study of the Neutron Streaming through Cylindrical Ducts with two Bends in Water: Experiments," EUR 4498 e, 1970.
  - 8) W.A. Rhoades and F.R. Mynatt, "The DOT-III Two-Dimensional Discrete Ordinates Transport Code," ORNL-TM-4280 (1973).
  - 9) 動燃事業団「常陽炉体まわり遮蔽解析」SN 253-79-02 (1979)。
  - 10) K.D. Lathrop and F.W. Brinkley, "TWOTRAN-II : An Interfaced, Exportable Version of the TWOTRAN code for Two-Dimensional Transport," LA-4848-MS (1973).
  - 11) K.D. Lathrop, "THREETRAN, A program to Solve the Multigroup Discrete Ordinates Transport Equation in (X, Y, Z) Geometry," LA-6333-MS (1976).
  - 12) D.E. Bartine, "The Status of Reactor Shielding Research in the United States," Proceeding of the 6th International Conference on Radiation Shielding, Vol. 1, pp.526-535, Tokyo, (1983)
  - 13) 山本敏久, 斎藤善朗, 竹田敏一, 「三次元輸送計算コードの開発」, 昭和59年日本原子力学会年会要旨集(第I分冊), D61, pp 243.

第1表 List of Detectors

Detectors	Form *	Counting	Standardization
Au (**)	disk; 0.2 g/cm <sup>2</sup> 1.2 cm	$\beta$	$\gamma$
S	disk; 0.5 cm up to 5 cm	$\beta$	$4\pi - \beta$
Al	disk; 1 + 2 mm 5 cm	$\gamma$	$\gamma$
In	disk; 0.5 mm up to 5 cm	$\gamma$	$\gamma$
Al/Dy (10%)	disk; 0.1 cm 1 cm	$\beta$	comparison with Au
Chambers FC 4-20th Century	cylind.; 2.2 cm 0.63 cm	-	-
$\gamma$ dose	Dosimeter pen	-	$\text{Co}^{60}$

\* For disks: first number thickness  
second number diameter

For cylinder: first number length  
second number diameter

(\*\*) Correction factor used for flux depression:  
 - thermal 0.9  
 - epithermal 0.22

第2表 Structure of Energy Group

Energy Group	Upper Energy (ev)	Range of Fine Energy Group
1	$1.4918 \times 10^7$	1 ~ 11
2	$4.9659 \times 10^6$	12 ~ 22
3	$1.6530 \times 10^6$	23 ~ 35
4	$4.5049 \times 10^5$	36 ~ 49
5	$1.1109 \times 10^5$	50 ~ 62
6	$4.3074 \times 10^3$	63 ~ 74
7	$2.1445 \times 10^2$	75 ~ 86
8	$1.0677 \times 10^1$	87 ~ 99
9	$4.1399 \times 10^{-1}$	100

第3表 C/E for Three-dimensional Calculation at Step 2

Z (cm)	In(n, n')			P(n, p)			Dy(n, Y)		
	exp	calc.	C/E	exp	calc.	C/E	exp	calc.	C/E
200	$8.5 \times 10^{-5}$	$1.5 \times 10^{-4}$	1.76	$1.1 \times 10^{-4}$	$1.35 \times 10^{-4}$	1.23	$1.85 \times 10^{-2}$	$1.0 \times 10^{-2}$	0.54
250	-			$1.0 \times 10^{-5}$	$1.4 \times 10^{-5}$	1.4	$4.96 \times 10^{-3}$	$2.4 \times 10^{-3}$	0.48
290	-						$1.95 \times 10^{-3}$	$1.3 \times 10^{-3}$	0.67
	toward reduction of 4 figures	1.73	toward reduction of 5 figures	1.4	toward reduction of 3 figures	1.4			0.63

第4表 Energy Group Structure for ENSEMBLE-RTZ Calculation

ENSEMBLE-RTZ and DOT(R,θ) Calculations	Corresponding Group Structure for DOT(R,Z) Calculation	Upper Energy ( eV )	Lethargy Width
1	1	1. 4918+7	1. 0
	2	5. 4881+6	0. 5
	3	3. 3287+6	0. 5
	4	2. 0190+6	0. 5
2	5	1. 2246+6	0. 5
	6	7. 4274+5	0. 5
	7	4. 5049+5	0. 5
	8	2. 7324+5	0. 5
	9	1. 6573+5	0. 9
3	10	6. 7379+4	1. 0
4	11	2. 4788+4	1. 0
	12	9. 1188+3	1. 0
5	13	3. 3546+3	1. 0
6	14	1. 2341+3	1. 0
	15	4. 5400+2	1. 0
	16	1. 6702+2	1. 25
7	17	4. 7851+1	1. 25
	18	1. 3710+1	1. 25
	19	3. 9279+0	1. 25
	20	1. 1254+0	1. 0
8	21	4. 1399-1	thermal

第5表 Comparisons between Calculated and  
Measured Thermal Neutron Fluxes in Channel C

Distance from the Core Midplane (cm)	Measured Values (n·cm <sup>-2</sup> ·sec <sup>-1</sup> ·Watt <sup>-1</sup> )	Calculated Values (n·cm <sup>-2</sup> ·sec <sup>-1</sup> ·Watt <sup>-1</sup> )	C/E
0	8.47	$2.09 \times 10^1$	2.47
50	7.11	$1.76 \times 10^1$	2.48

第6表 Po, Three-Group Cross Sections Employed for  
ENSEMBLE-XYZ and TWOTRAN-II Calculation

## Material 1

	GROUP 1	GROUP 2	GROUP 3
$\Sigma a$	4.10097E-04	8.84458E-04	4.76707E-03
$v\Sigma f$	7.69486E-04	8.95847E-04	5.53168E-03
$\Sigma t$	2.02006E-02	3.21706E-02	4.40067E-02
$\Sigma g \rightarrow g$	1.90328E-02	3.11150E-02	3.92396E-02
$\Sigma g-1 \rightarrow g$	0.0	7.57650E-04	1.71089E-04
$\Sigma g-2 \rightarrow g$	0.0	0.0	1.56655E-12

## Material 2

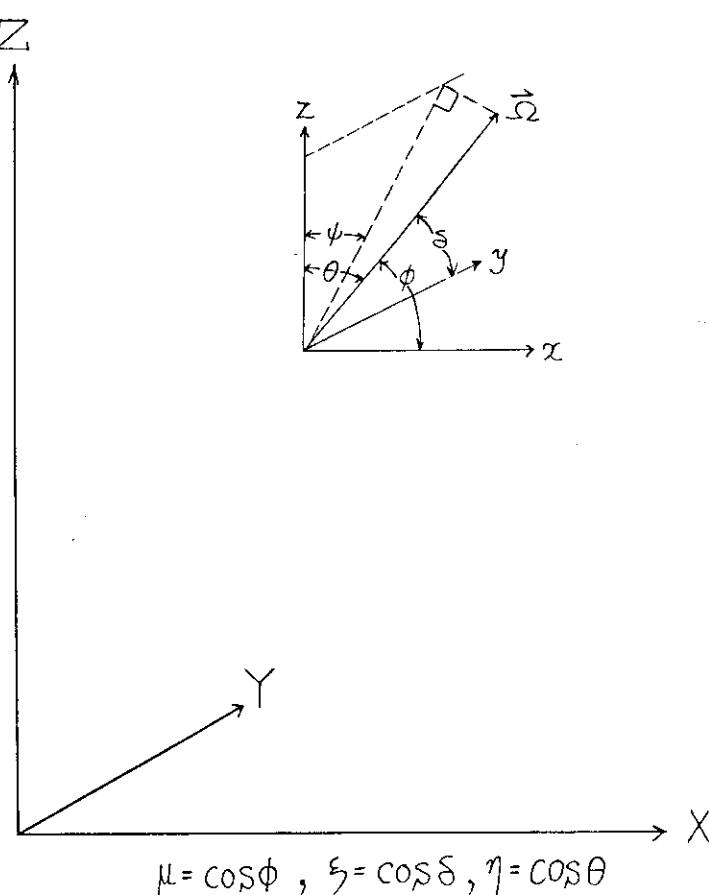
	GROUP 1	GROUP 2	GROUP 3
$\Sigma a$	2.29750E-04	6.26897E-04	1.82087E-03
$v\Sigma f$	1.40813E-04	2.25753E+05	1.29245E-04
$\Sigma t$	2.20717E-02	3.46375E-02	4.22248E-02
$\Sigma g \rightarrow g$	2.10030E-02	3.38303E-02	4.04039E-02
$\Sigma g-1 \rightarrow g$	0.0	8.38951E-04	1.80234E-04
$\Sigma g-2 \rightarrow g$	0.0	0.0	1.46191E-12

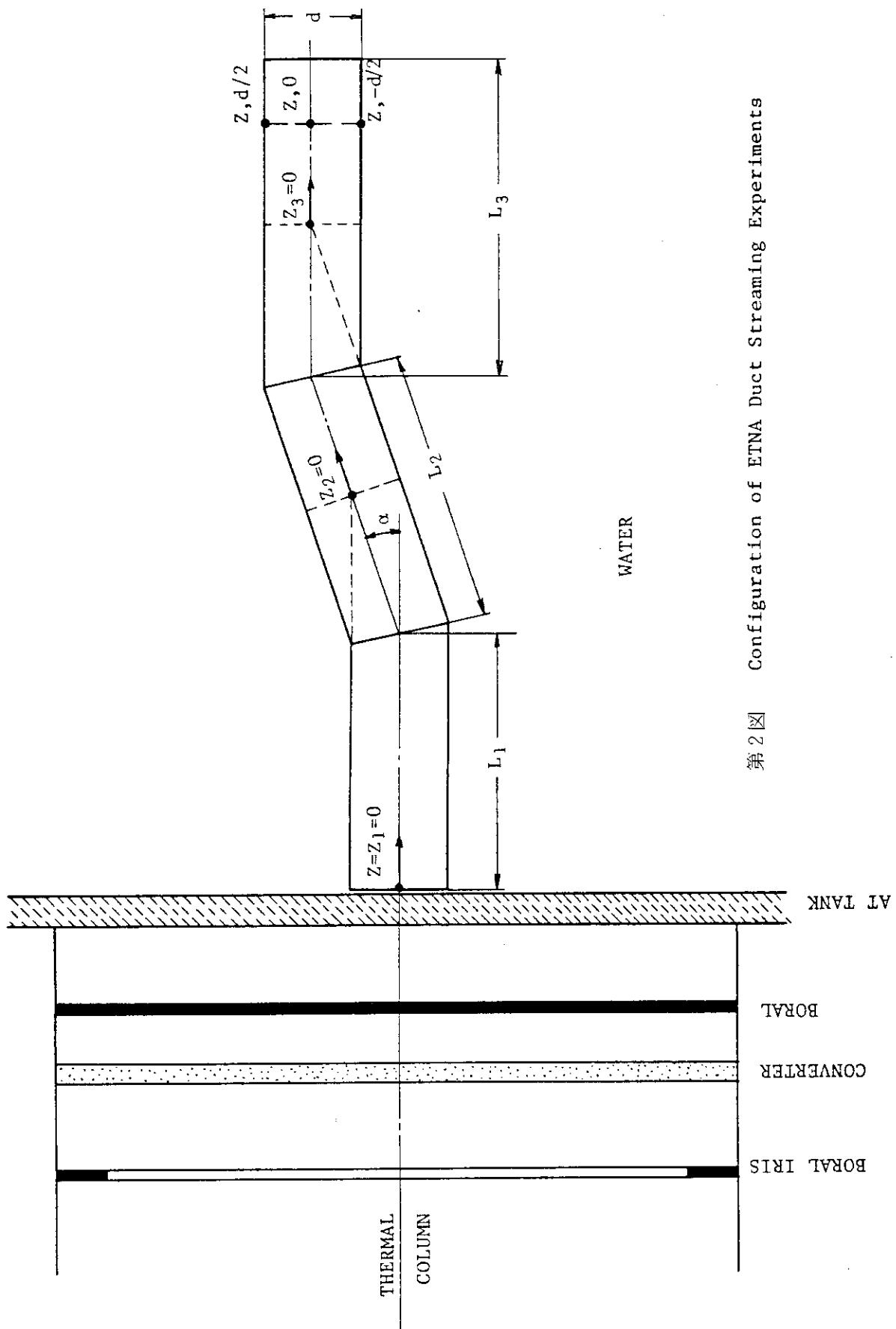
## Material 3

	GROUP 1	GROUP 2	GROUP 3
$\Sigma a$	3.40588E-05	1.71207E-04	4.31598E-04
$v\Sigma f$	0.0	0.0	0.0
$\Sigma t$	1.89890E-02	3.23309E-02	7.34086E-02
$\Sigma g \rightarrow g$	1.83513E-02	3.18316E-02	7.29770E-02
$\Sigma g-1 \rightarrow g$	0.0	6.03638E-04	3.28185E-04
$\Sigma g-2 \rightarrow g$	0.0	0.0	0.0

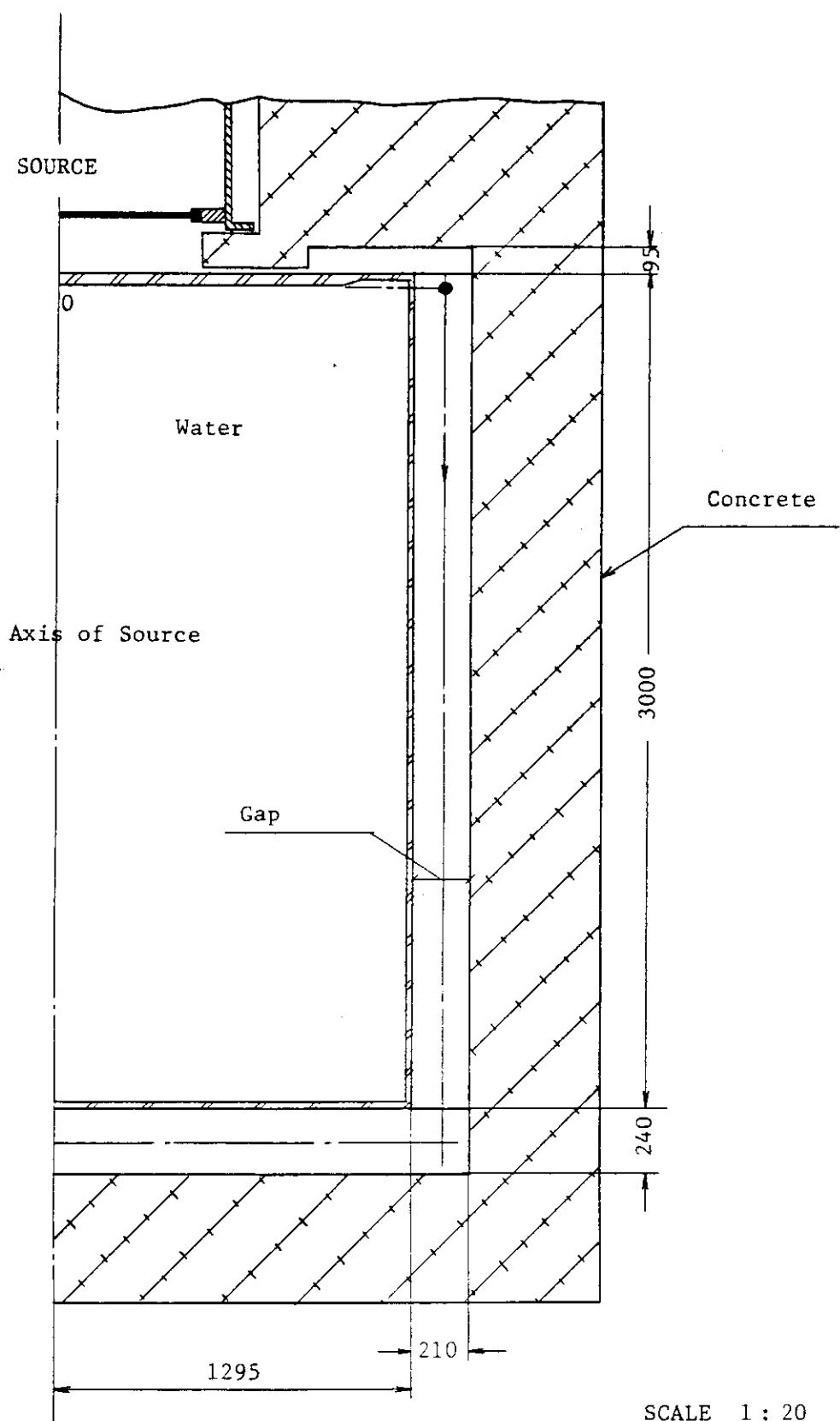
第7表 Eigenvalues Obtained from ENSEMBLE-XYZ  
and TWOTRAN-II Calculation

Convergence Criterion: $1 \times 10^{-5}$		
Code	Eigenvalue	
Cross Sections: Table 1	Table 1 $\times 10$	
TWOTRAN-II	0.34155	1.26018
ENSEMBLE-XYZ (X-Y)	0.34155	1.26021
ENSEMBLE-XYZ (Y-Z)	0.34154	1.26021
ENSEMBLE-XYZ (Z-X)	0.34154	1.26021

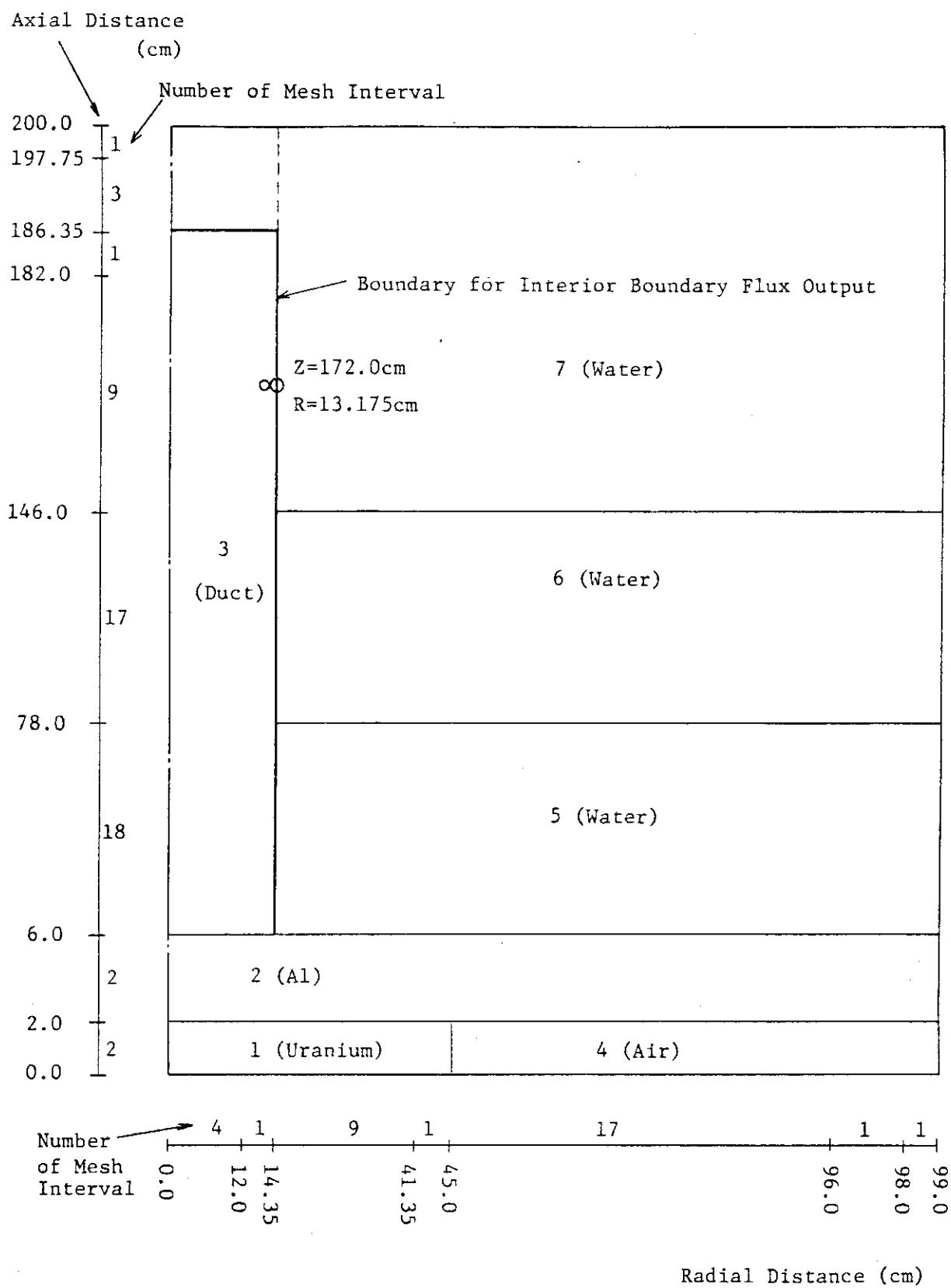
第1図 角度  $\vec{\Omega}$  の方向余弦



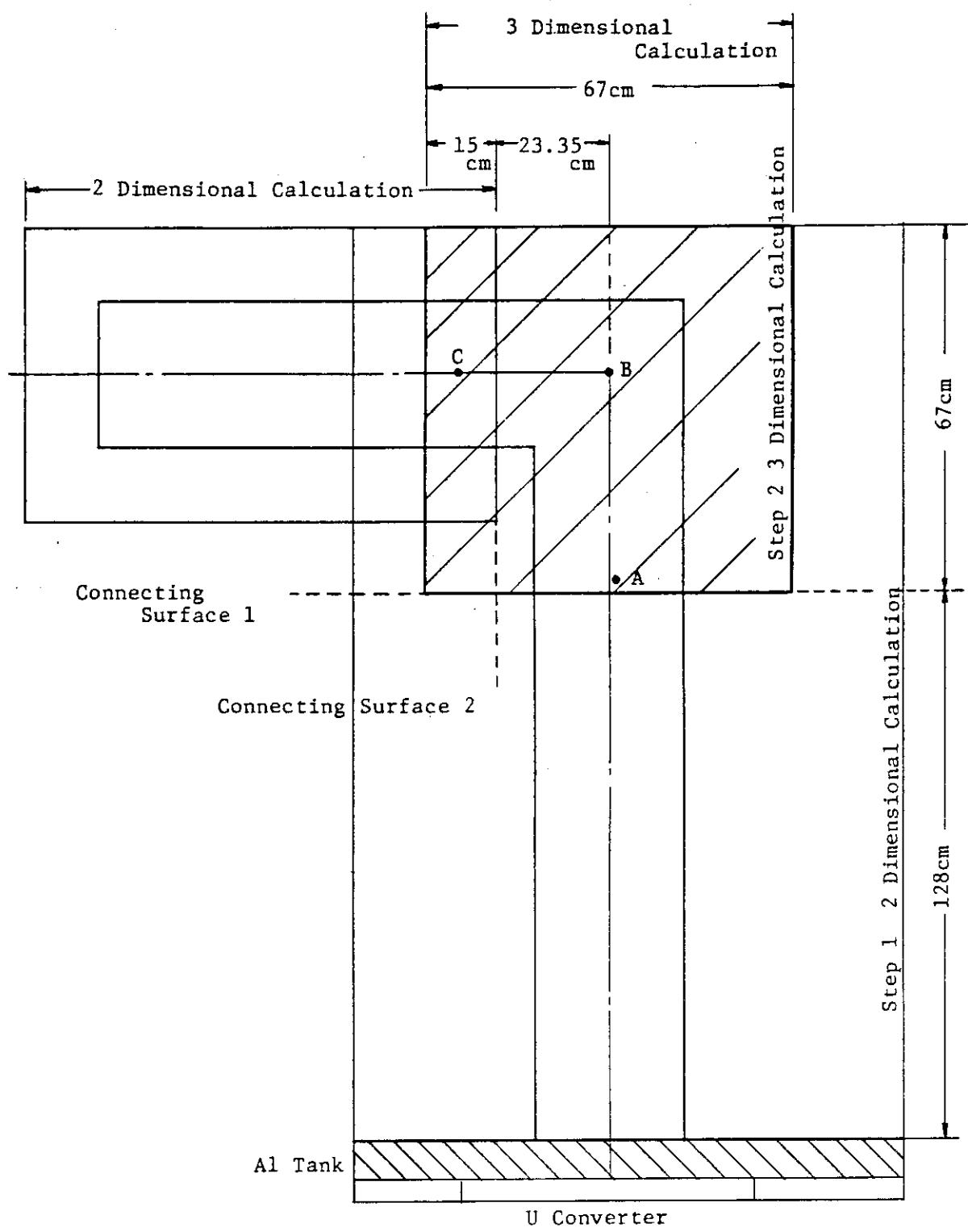
第2図 Configuration of ETNA Duct Streaming Experiments



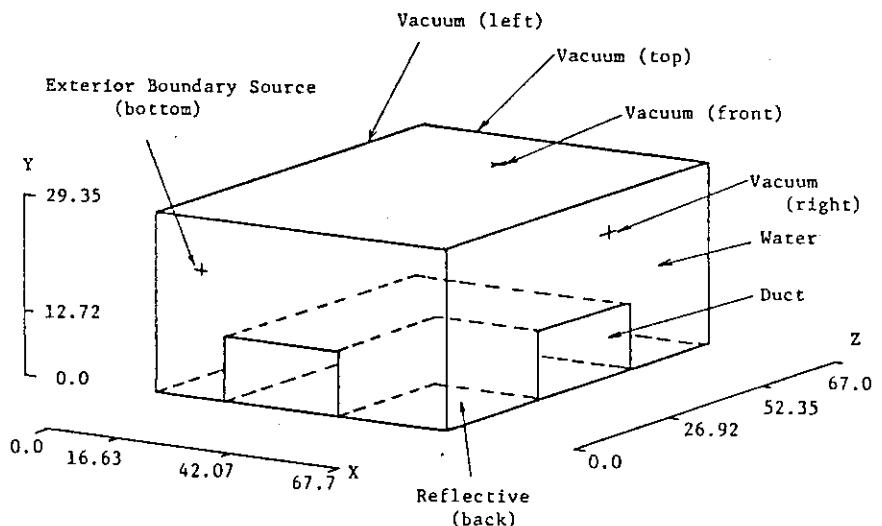
第3図 Horizontal Section of ETNA Tank



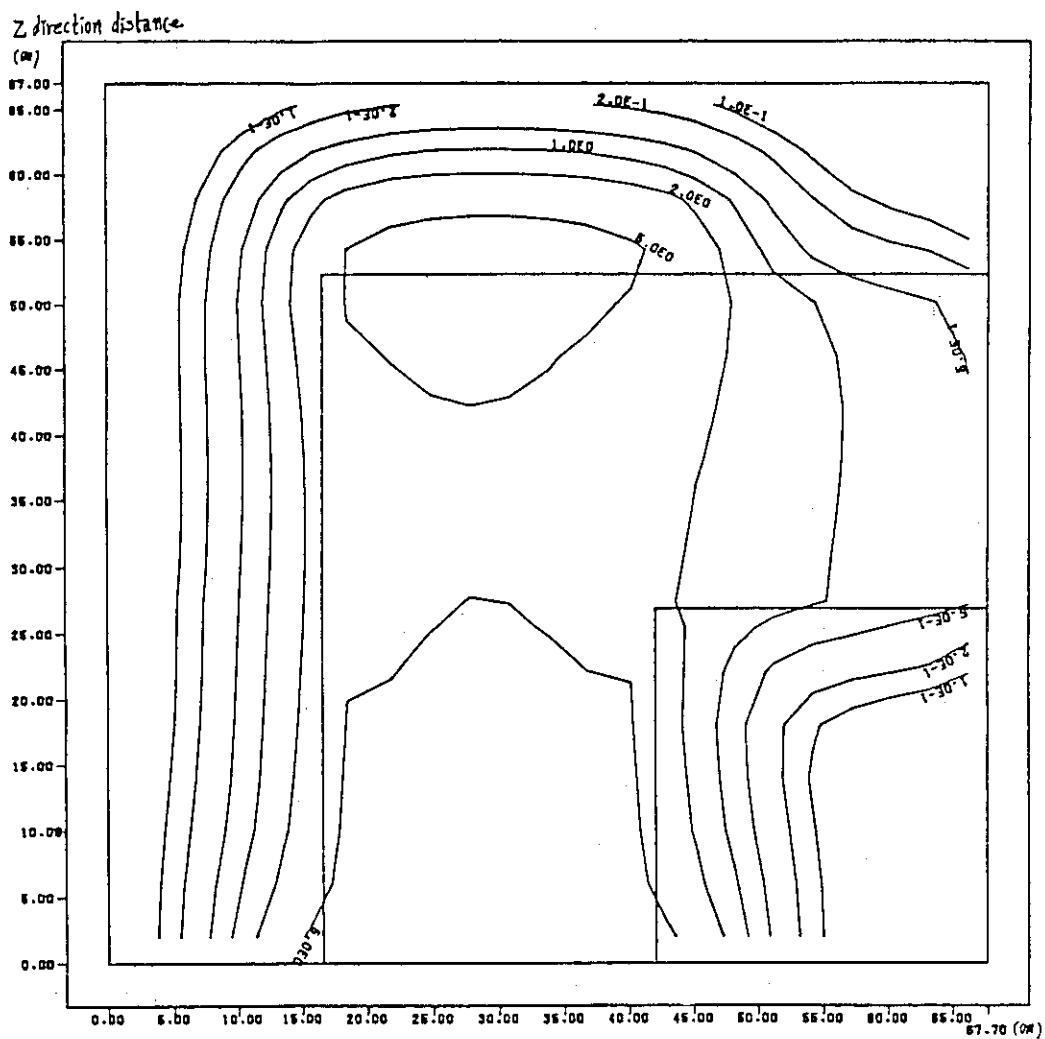
第4図 Calculation Model for Step 1 Calculation



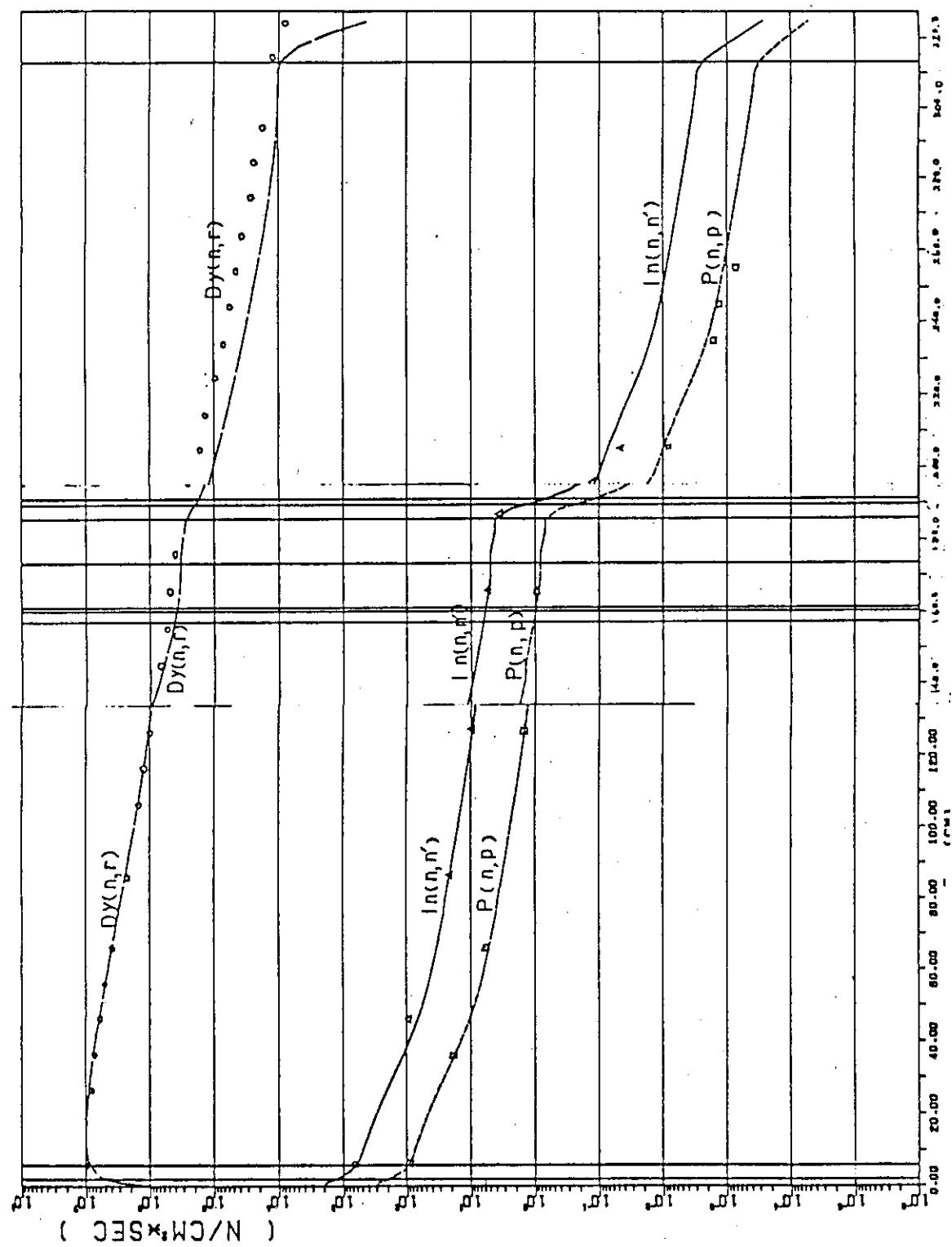
第5図 Geometry for Calculational Flow



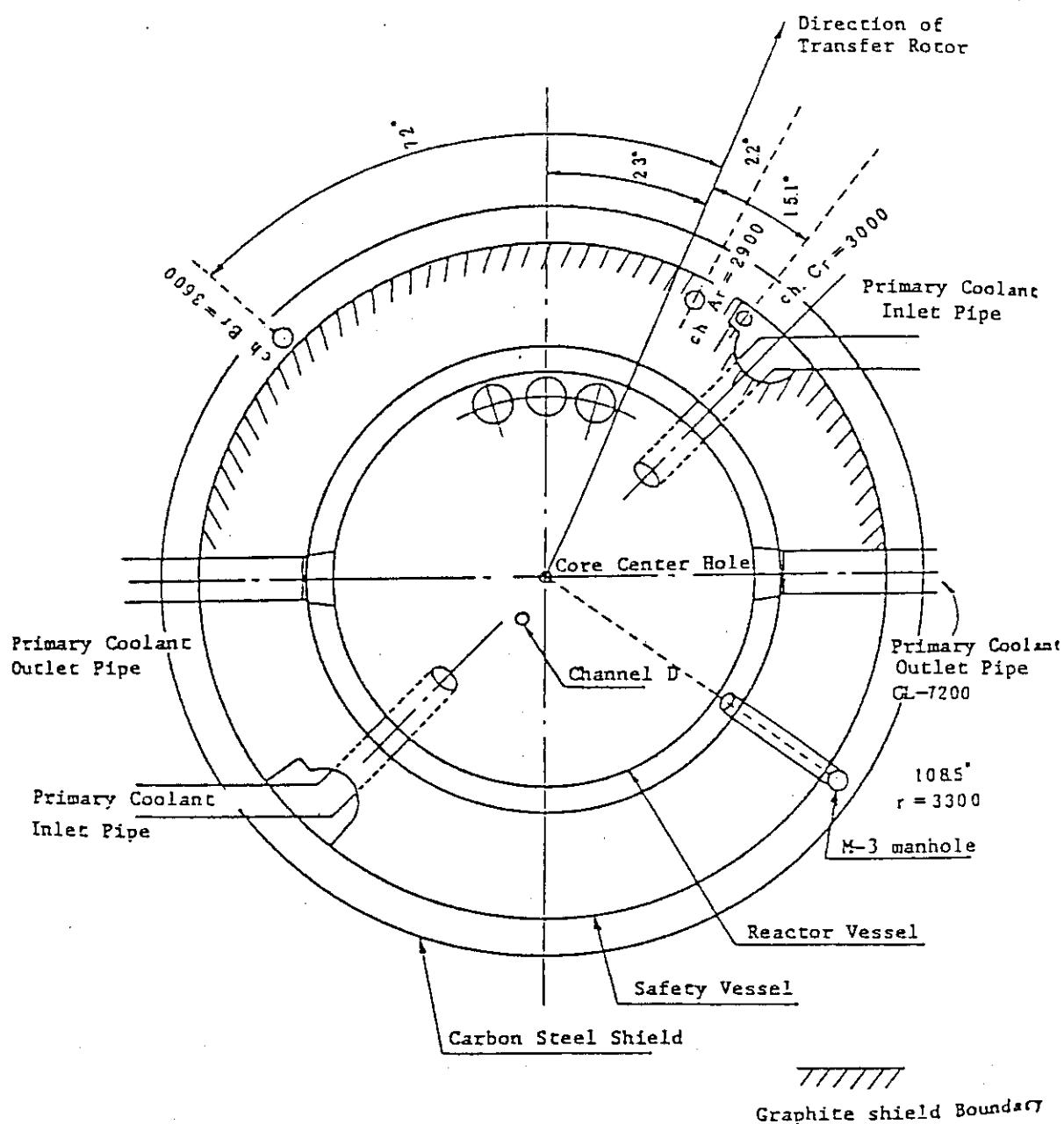
第6図 Three-Dimensional Calculation Model



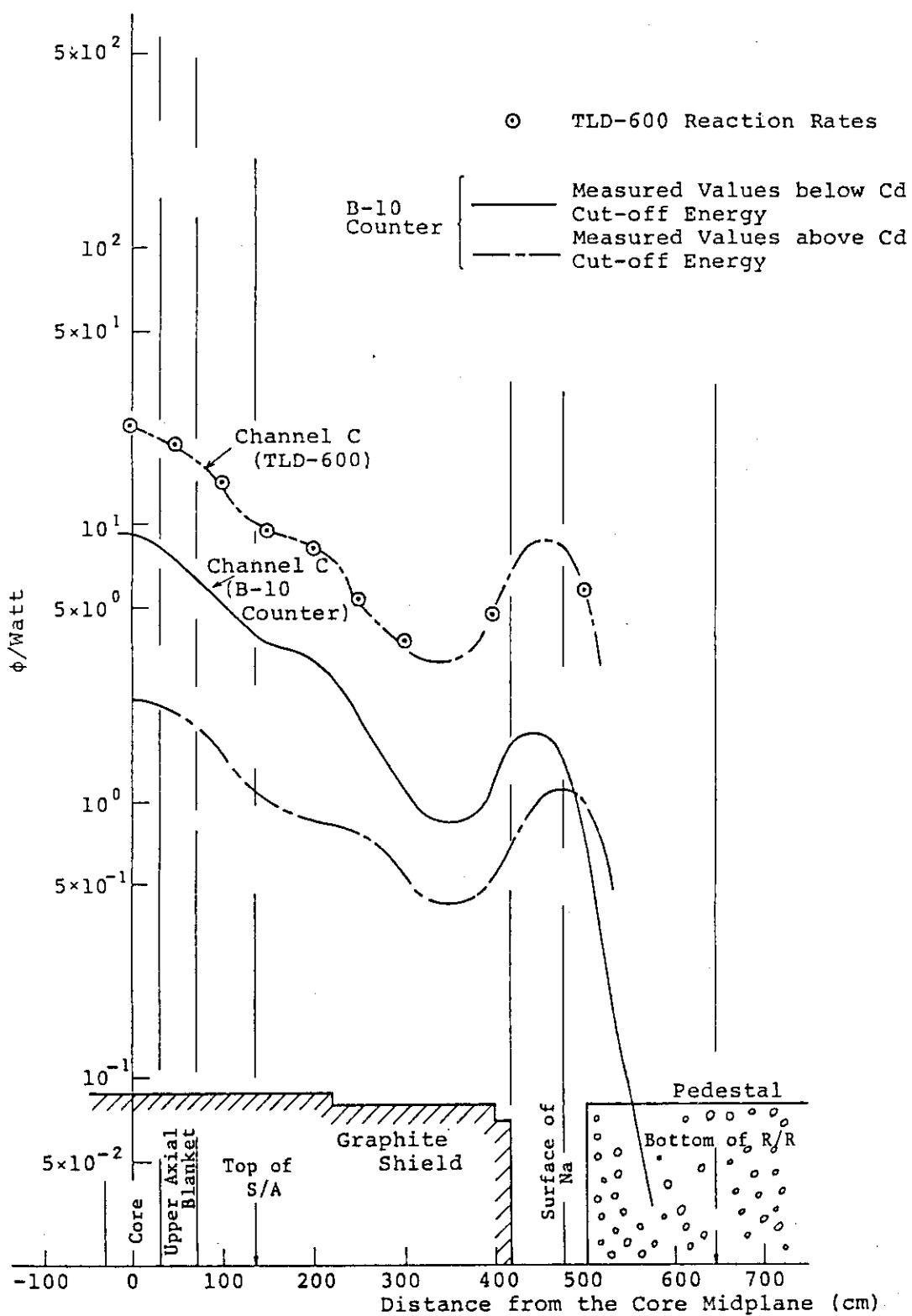
第7図 7th Group Neutron Flux Contour at Corner of the Duct



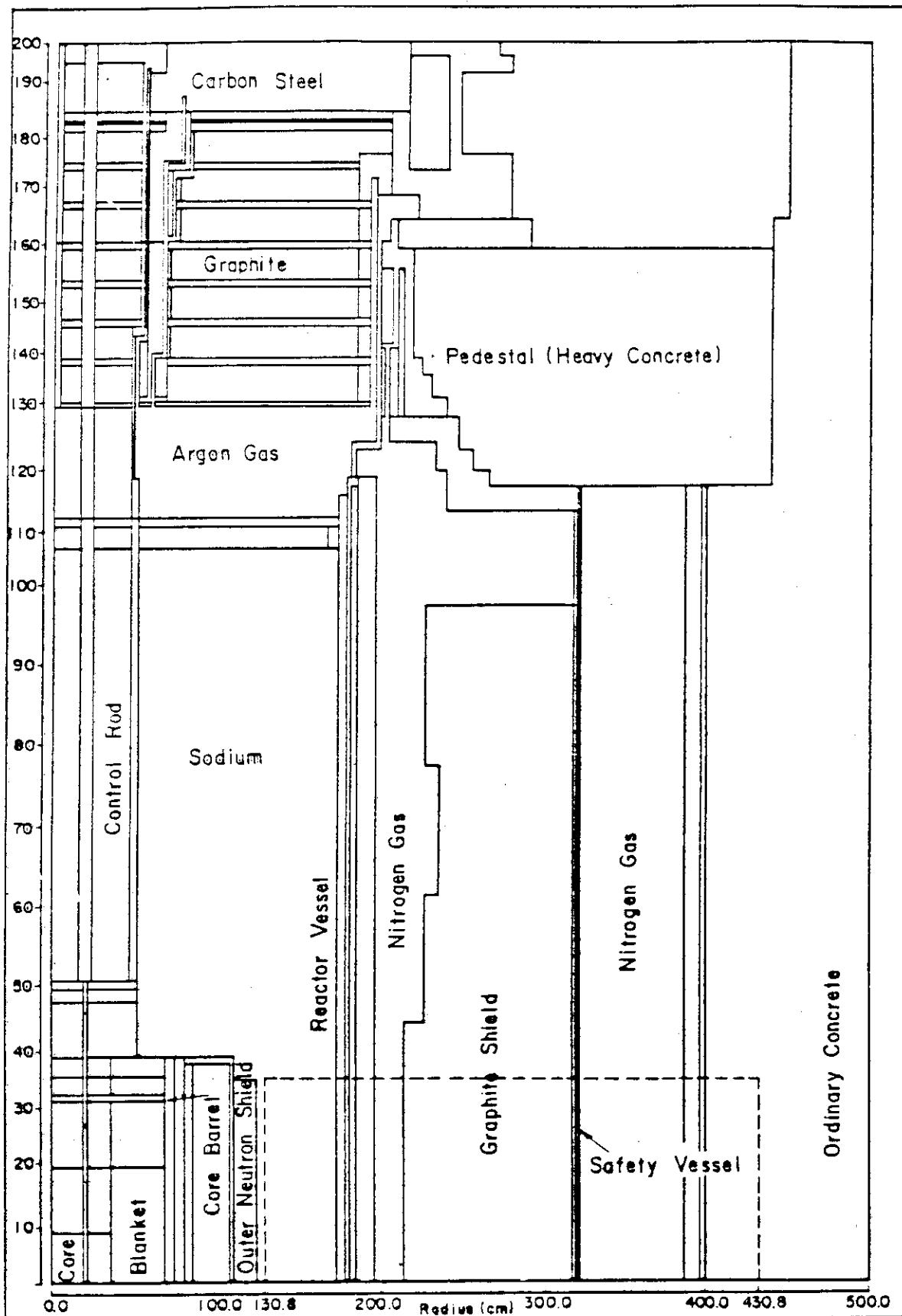
第8図 Reaction Rate Distribution along the Duct Axis



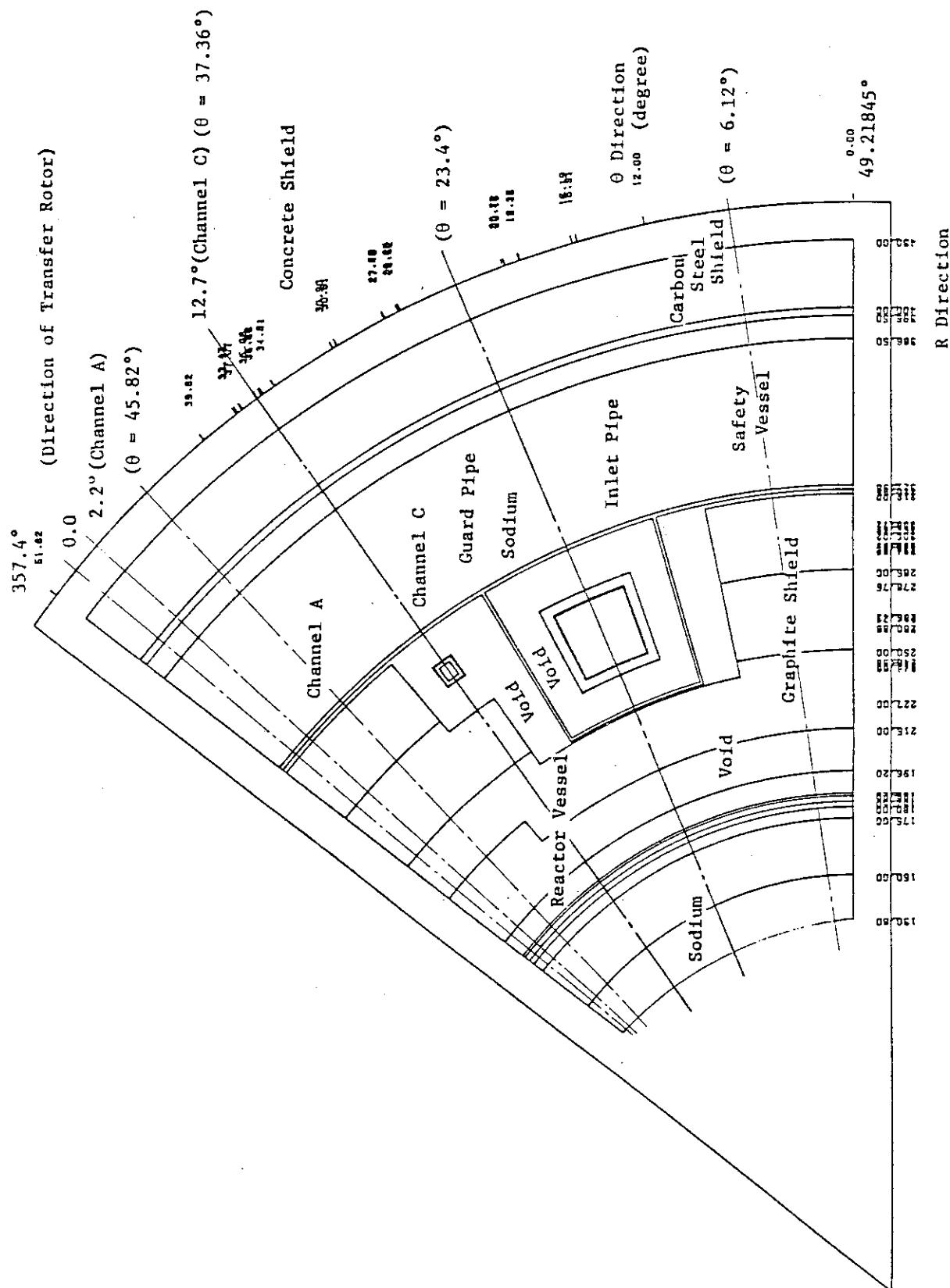
第9図 Cutouts in Graphite Shield



第10図 Measured Results in Channel C.

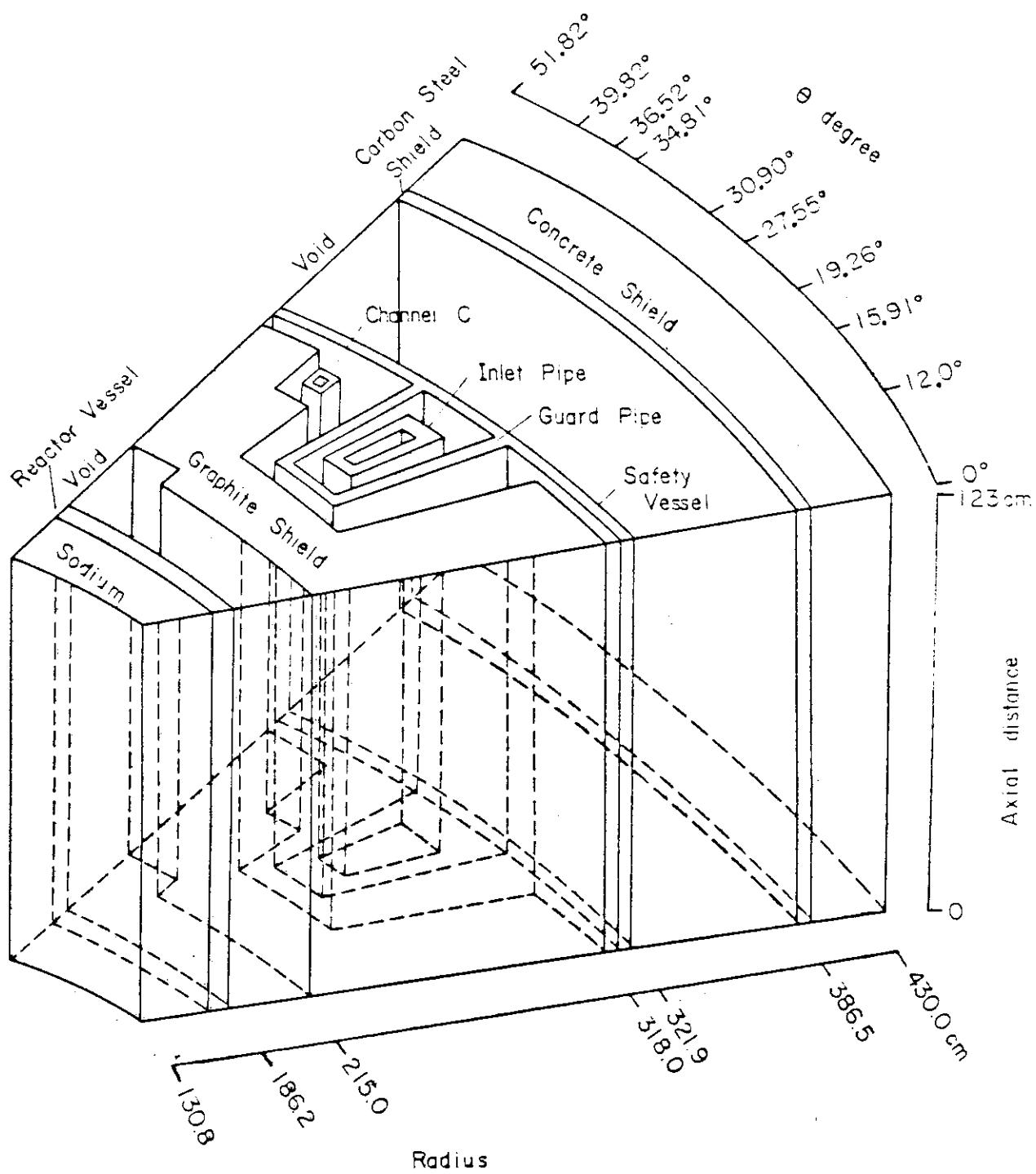


第11図 Calculational Region for ENSEMBLE-RTZ Calculation

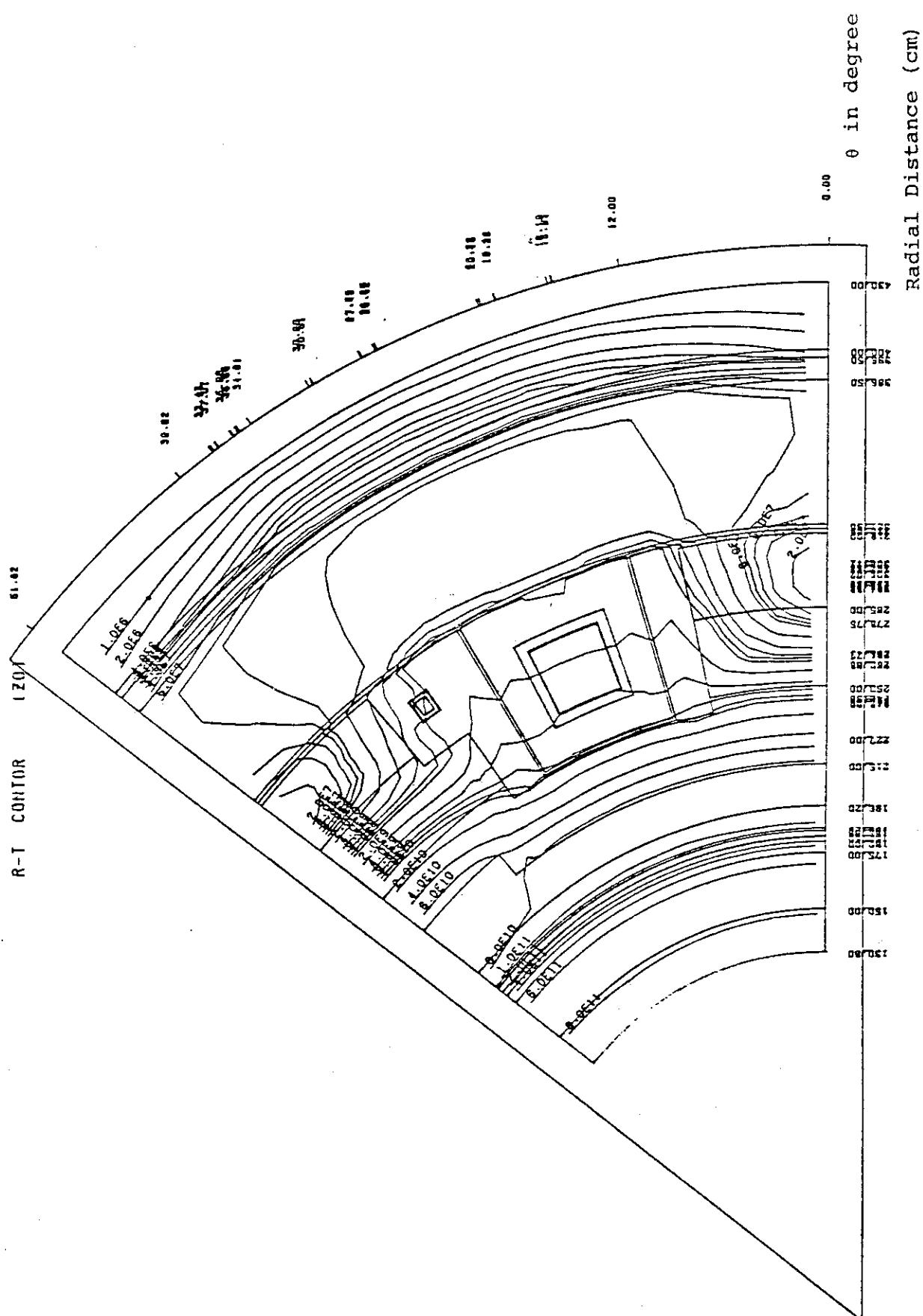


第12回

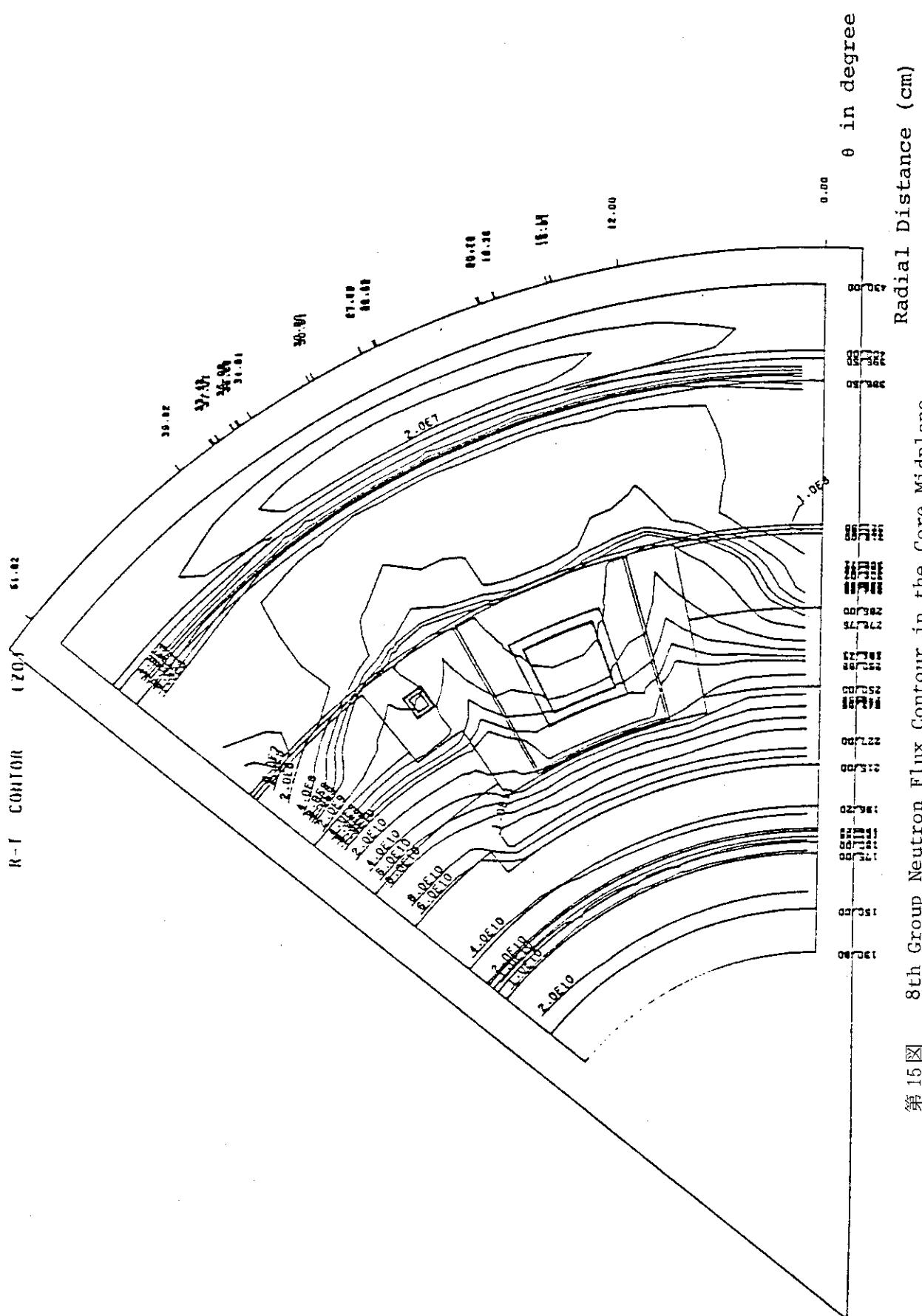
Calculational Model. (Core Midplane)



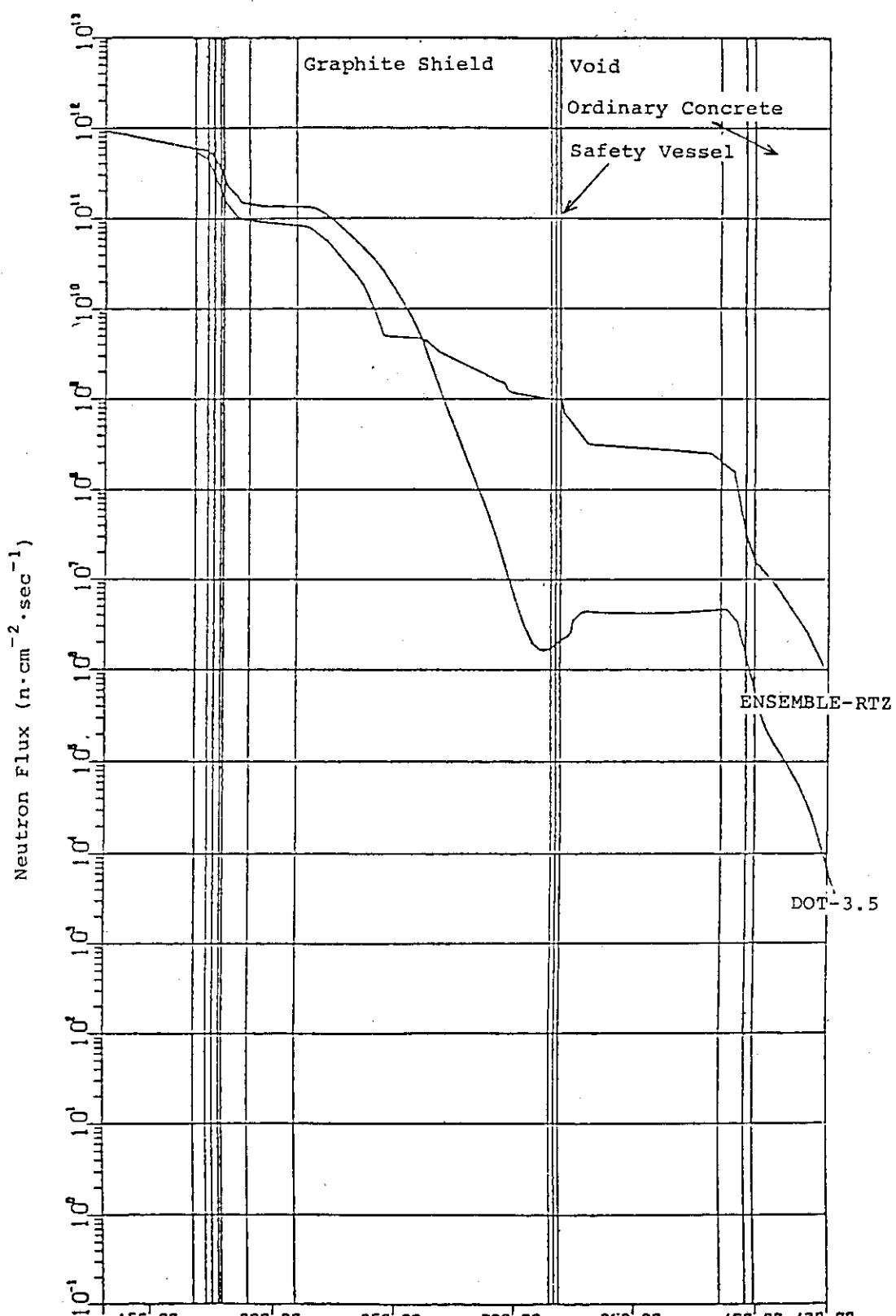
第13図 Three-Dimensional Calculational Geometry



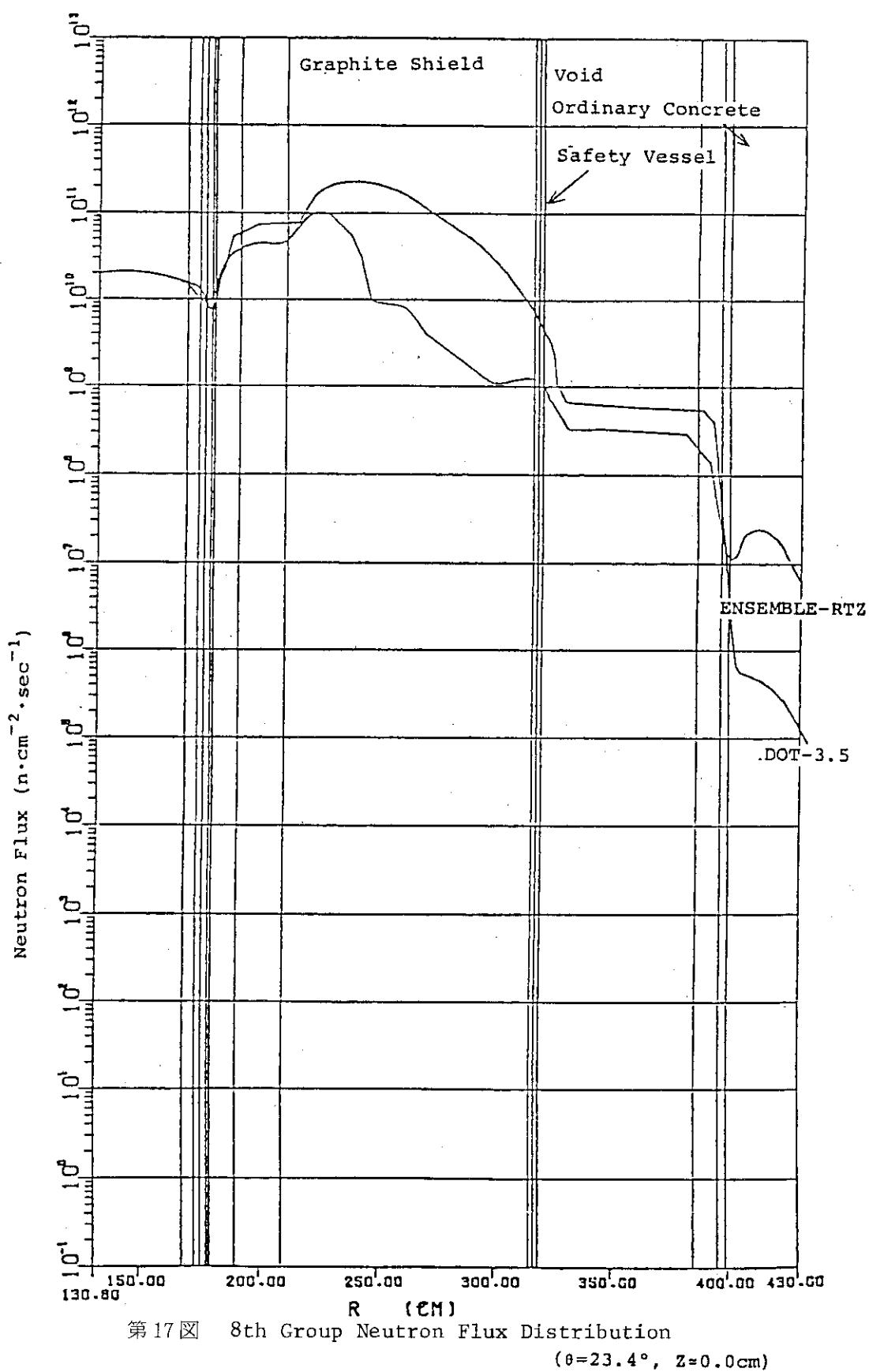
第 14 図 7th Group Neutron Flux Contour in the Core Midplane

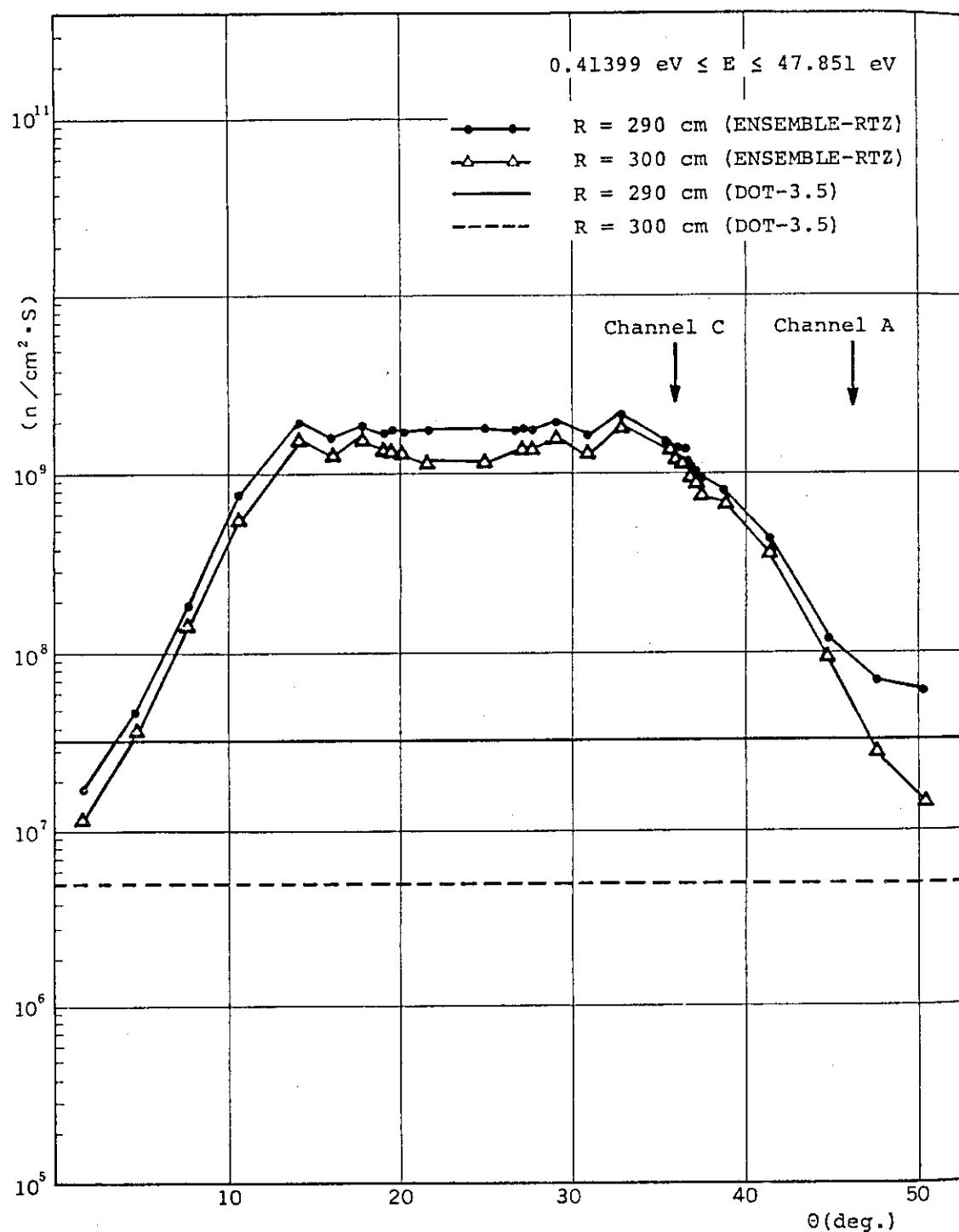


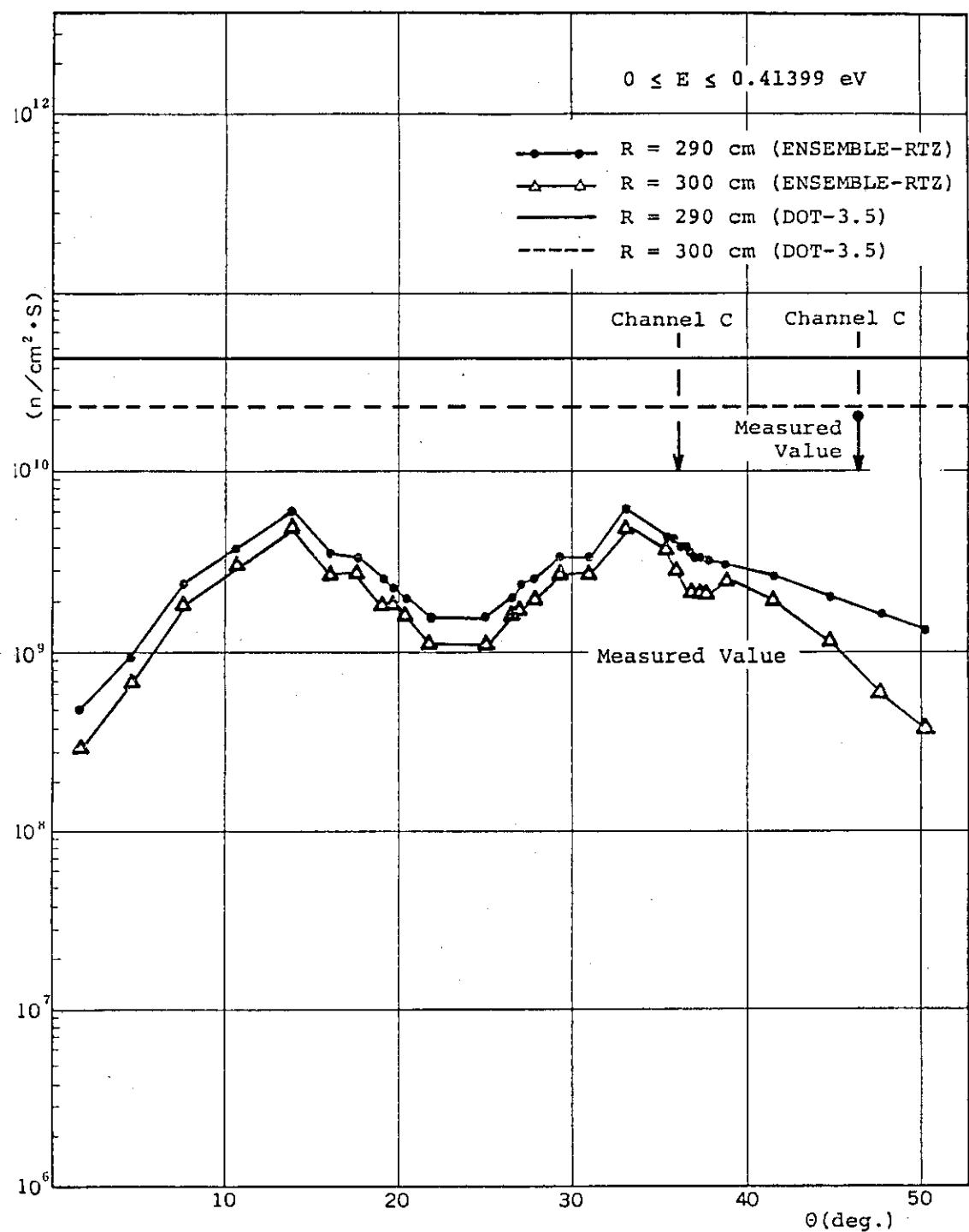
第 15 図 8th Group Neutron Flux Contour in the Core Midplane

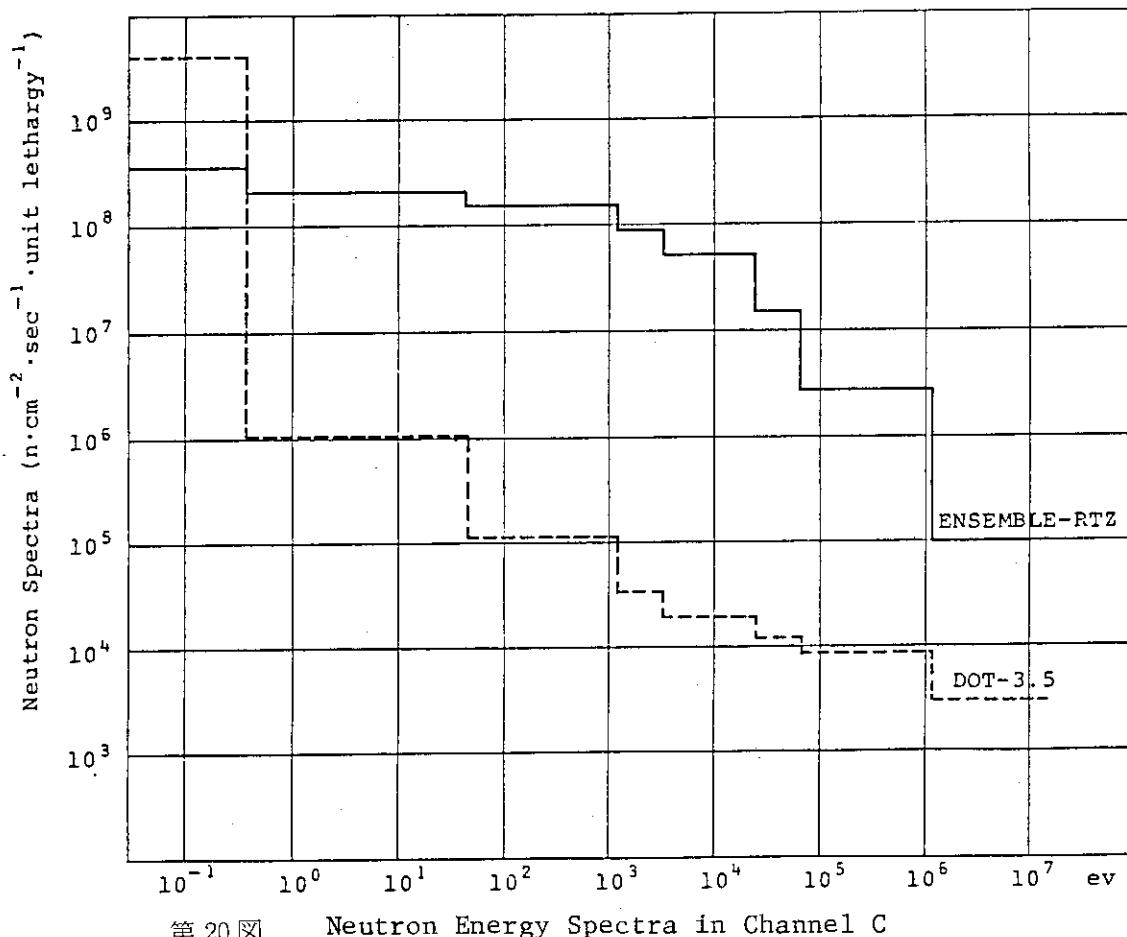


第16図 7th Group Neutron Flux Distribution  
( $\theta=23.4^\circ$ ,  $Z=0.0\text{cm}$ )

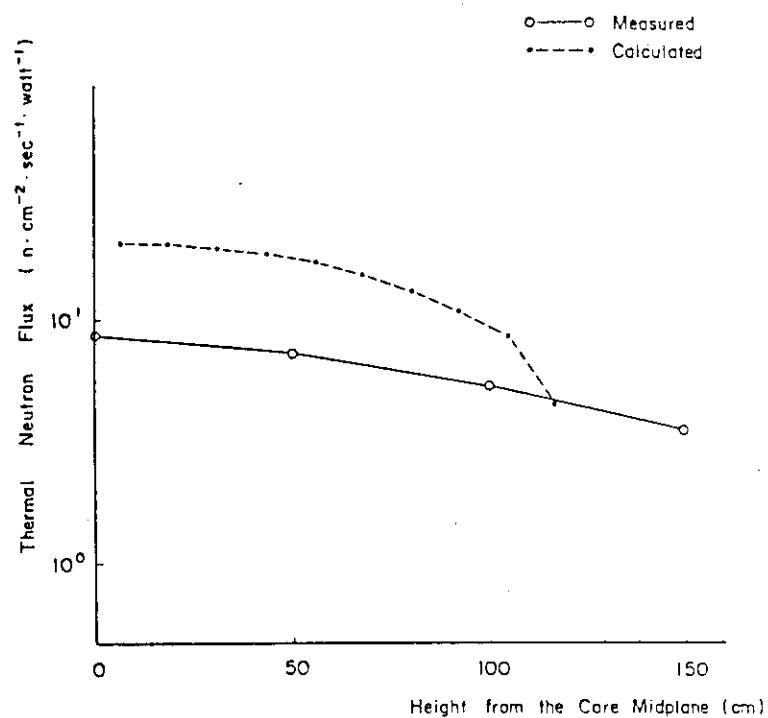


第 18 図 7th Group Neutron Flux Distribution ( $Z \approx 0.0\text{cm}$ )

第19図 8th Group Neutron Flux Distribution ( $Z \approx 0.0 \text{ cm}$ )



第20図 Neutron Energy Spectra in Channel C



第21図 Comparisons of Calculated and Measured Thermal Flux in Channel C

## VACUUM

180.	1000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000
	1 * 3 * 3 * 3 * 3 * 3 * 3 * 3 * 3 0
	1 * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * 0
150.	1 * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * 0
	1 * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * 0
	R 1 2 * 2 * 2 * 2 * 2 * 2 * 3 0
	E 1 * * * * * * * * * * * * * * * * * * 0
120.	F 1 * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * 0 V
	L 1 * * * * * * * * * * * * * * * * * * 0 A
	E 1 1 * 1 * 1 * 2 * 3 0 C
	C 1 * * * * * * * * * * * * * * * * * * 0 U
90.	T 1 * * * * * * * * * * * * * * * * * * * 0 U
	I 1 * * * * * * * * * * * * * * * * * * 0 M
	O 1 1 * 1 * 1 * 2 * 3 0
	N 1 * * * * * * * * * * * * * * * * * * 0
50.	1 * * * * * * * * * * * * * * * * * * * 0
	1 * * * * * * * * * * * * * * * * * * * 0
	1 1 \$ * 1 * 1 * 2 * 3 0
	1 * * * * * * * * * * * * * * * * * * * 0
0.	11111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111

## REFLECTION

0. 50. 90. 120. 150. 180.

Units in cm.

\$ Material Number shown in Table 1.

第 22 図 Calculational Model Employed for ENSEMBLE-XYZ  
and TWOTRAN-II Calculation

2.6  $S_N$ 法による三次元輸送炉心計算コードTRITACの開発山本敏久<sup>†</sup>, 坂東勝<sup>++</sup>, 竹田敏一<sup>++</sup>

$S_N$ 法による三次元輸送計算コードTRITACを開発した。このコードは主に炉心計算の固有値問題を解くことを目的としており、開発にあたっては特に加速法について検討を行った。加速法として、最近注目を集めている拡散合成法を三次元XYZ体系に拡張したものについても検討した。

開発したコードをFCA-X3の解析に適用した。その結果、拡散計算に一次元輸送補正を加えた結果に比べ、 $Pu^{239}$ の核分裂反応率分布において、特に炉心と反射体の境界付近で実験値とよりよい一致を示した。

Development of "TRITAC" — A Three-Dimensional Neutron

Transport Code Based on  $S_N$  Method

Toshihisa YAMAMOTO<sup>†</sup>, Masaru BANDO<sup>++</sup> and Toshikazu TAKEDA<sup>++</sup>

A three-dimensional transport code "TRITAC" for reactor core eigenvalue problems which is based on the discrete ordinate method has been developed.

Efforts were specially made upon acceleration techniques and the diffusion synthetic acceleration method was applied to the code.

Derivation of spatially differenced diffusion synthetic equations is summarized in this paper, and numerical results for a three-dimensional test problem are shown.

Experimental results of FCA-X3 have been analyzed by the TRITAC code, and a good agreement was obtained for the  $Pu^{239}$  fission rate distribution.

## 1. はじめに

$S_N$ 法による三次元輸送計算コードTRITACを開発した。現在の設計計算では、拡散近似に伴なう誤差を低減するために、拡散計算に一次元或いは二次元輸送補正を加えるという手法が用いられている。しかし、こうした手法にはモデル化による誤差が伴ない、その誤差評価についても十分に行われていないのが実情である。一方、近年の計算機の著しい能力向上により大容量かつ高速演算が可能になったことと、米国で $S_N$ 法に対する安定かつ有効な加速法である拡散合成法<sup>1), 2), 3)</sup>が開発され、実用化されていること等から、三次元 $S_N$ 計算の実用性が高まっている。

+ 動力炉・核燃料開発事業団, Power Reactor and Nuclear Fuel Development Corporation

++ 大阪大学工学部, Faculty of Engineering, Osaka University

この様な背景のもとに、我々は拡散合成法の研究と平行して三次元  $S_N$  計算コードの開発を進めてきた<sup>4), 5)</sup>。その結果、三次元  $S_N$  計算コードにおいては、拡散合成法は再釣合法に比べ  $1/4$  以下の計算時間で計算を収束させる事が明らかになった。本稿では、拡散合成法の原理と共に二次元体系での差分式も示した。

開発した計算コードの検証のため、いくつかの体系でテスト計算を行い、結果の検討を行った。今回計算した体系は、TWOTRAN コード<sup>6)</sup>との計算結果の比較を目的とした 2 つの小体系と、実規模の計算例として選んだ FCA-X 3 炉心である。その結果、小体系の計算では固有値及び中性子束分布について TWOTRAN コードとよい一致を示し、又、FCA の体系においては、拡散計算に一次元輸送補正を加えた結果に比べ、例えば  $Pu^{239}$  の核分裂反応率分布において、特に炉心と反射体の境界付近で実験値とよりよい一致を示した。

## 2. 計算手順

三次元  $S_N$  計算コードでは内側反復の手順が種々考えられ、反復の方法によって計算の収束状態等が大きく変化する。本コードの内側反復計算の手順を Fig. 1(a)～(d) に示す。以下、図の番号に従って手順を説明する。

- a) ①：ライン # 1 から矢印の方向にスイープする。  
 ②：境界上の中性子束は、境界条件に従い値をセットする。  
 ③：同じライン # 1 を逆にスイープする。  
 ④：次のライン # 2 について、①～③の処理を行う。
- b) ⑤：XY 面に接するライン # J のスイープを完了したあと、②と同じように境界上の角度  
 依存中性子束をセットする。  
 ⑥：ライン # J から①～④と同様にライン # 1 までスイープする。  
 ⑦：②と同じように、境界上のセットを行ったあと、同じラインを逆方向にスイープを行  
 う。  
 ⑧：⑥～⑦をライン # 1 まで行う。
- c) ⑨：①～⑧までスイープが完了した斜線の平面 # 1 から、次の平面 # 2 に移る。そのあと、  
 ライン # J + 1 よりライン # 2 J に向かってスイープを行う。  
 ⑩：③と同じようにスイープを行う。
- d) ⑪：⑨～⑩を繰り返して、最上面（平面 K）までスイープする。  
 ⑫：②と同じように境界値をセットする。  
 ⑬：次に、①～⑩の処理を平面 # K から平面 # 1 まで行う。

以上の計算手順は米国の THREETRAN コード<sup>7)</sup>と同じである。この手法には、向い合う境界面が両方共反射境界である場合、片方の面から若干の洩れを生ずるという問題がある。これは、X 軸に垂直な二面について例を示すと、Fig. 1 の②の操作によってスイープの折り返し点では完全に反射境界が保たれるが、スイープを開始した側の面ではスイープ前後で角度中性子束が変化する為、完全には反射条件を満たさない事による。従って、本コードで採用した反復法では内側反復計算の収束条件をより厳密に定める必要がある。この問題は特に体系が大きくなると影響が

大きくなると考えられる。後の章で、二次元XY体系に適用した計算例をTWOTRANコードの結果と比較し、この洩れの影響について検討する。

### 3. 加速法

本コードでは、内側及び外側反復計算に加速法を用いている。加速法としては、粗メッシュ再釣合法<sup>6)</sup>と拡散合成法を採用し、それぞれ独立して用いることができる。以下、2つの方法の原理及び問題点について説明する。

#### 3.1 粗メッシュ再釣合法

この方法は、計算体系をいくつかの領域に分け、その各領域の中性子束バランスをとることによって中性子束分布を収束解に近づける。という手法である。各領域の中性子束分布が各領域でバランスが取れるように再釣合係数を繰り返し計算によって求め、得られた係数を中性子束及び境界面上の角度依存中性子束に乗ずる。再釣合係数の解法や適用法はTWOTRANコードの手法を三次元に拡張したものであるが、三次元体系においてはTWOTRANコードの手法をそのまま適用しても安定性に欠き、ほとんどの場合は解が収束しない。本コードでは外側反復数回に一度の割合で再釣合法を適用する事によって安定化を図っている。Fig. 2は再釣合法を用いた場合の固有値の収束状況を示している。再釣合法の適用を外側反復5回毎とする事によって固有値が収束する事がわかる。又、詳細メッシュ再釣合法を採用すると、特に固有値が早く収束する事が示されている。

#### 3.2 拡散合成法

##### 3.2.1 原理

拡散合成法を説明するために、まずS<sub>N</sub>法の計算手順を次式で表わす。

$$\underline{\Omega} \cdot \nabla \tilde{\psi}^\ell + \Sigma_t \tilde{\psi}^\ell = \Sigma_s \phi^\ell + Q \quad (1)$$

$$\phi^{\ell+1} = \tilde{\phi}^\ell \equiv \int d\Omega \tilde{\psi}^\ell \quad (2)$$

(1)式で $\tilde{\psi}^\ell$ は、 $\ell$ 回目のS<sub>N</sub>計算で得られる変数の値である。エネルギー群、空間メッシュ、及び方向を示す添字は省略されている。

(1)式を解いて得た $\tilde{\psi}^\ell$ から(2)式により次回( $\ell+1$ 回)の繰り返し計算における(1)式右辺の計算に用いる $\phi^{\ell+1}$ を求める。(1)式のP<sub>0</sub>モーメントをとると

$$\nabla \cdot \underline{J}^\ell + \Sigma_t \tilde{\psi}^\ell = \Sigma_s \phi^\ell + Q \quad (3)$$

を得る。ここで $\underline{J}^\ell \equiv \int d\Omega \underline{\Omega} \tilde{\psi}^\ell$ は中性子流を表わす。(3)式において $\underline{J}^\ell = -D \nabla \tilde{\phi}$  ( $D=1/3 \Sigma_{tr}$ ) とすれば拡散近似となる。(1)式のP<sub>1</sub>モーメントをとると次式が得られる。

$$\frac{1}{3} \nabla \tilde{\phi}^\ell + \underline{r}^\ell + \Sigma_t \underline{J}^\ell = 0 \quad (4)$$

ここで  $\tilde{r}^\ell$  は拡散近似で無視される項であり、拡散合成法においては加速の対象にならない。(4)式を変形すると、

$$\tilde{J}^\ell = -D \nabla \tilde{\phi}^\ell + \tilde{R}^\ell \quad (\tilde{R}^\ell \equiv -\frac{\tilde{r}^\ell}{\Sigma_t}) \quad (5)$$

となり、これを(3)式に代入すると輸送方程式は

$$-\nabla \cdot D \nabla \tilde{\phi}^\ell + \Sigma_R \tilde{\phi}^\ell = Q - \nabla \cdot \tilde{R}^\ell - \Sigma_S (\tilde{\phi}^\ell - \phi^\ell) \quad (6)$$

と書き直すことができる。言いかえれば、この式は(1)式を解いて得た  $\tilde{\phi}^\ell$  から計算した新しい  $\tilde{\phi}^\ell$  が満たすべき式である。 $\ell \rightarrow \infty$  で  $\tilde{\phi}^\ell = \phi^\ell$  となることを考慮し、次の方程式を考える。

$$-\nabla \cdot D \nabla \phi^* + \Sigma_R \phi^* = Q - \nabla \cdot \tilde{R}^\ell \quad (7)$$

ここで、 $\tilde{\phi}^\ell$  は(7)式を満たさないので別の変数  $\phi^*$  に置き換えられている。当然ながら  $\ell \rightarrow \infty$  では  $\phi^* = \phi^\ell = \tilde{\phi}^\ell$  となる。(7)式は  $\tilde{R}^\ell$  が求まつていれば  $\phi^*$  について解く事ができる。

ここで、もし  $\tilde{R}^\ell$  の  $\ell$  による変化が  $\tilde{\phi}^\ell$  に比べて少ないとすれば、(7)式の解  $\phi^*$  は近似的に(1)式の収束値と見なせるから、次回 ( $\ell + 1$  回目) の反復計算においては  $\tilde{\phi}^\ell$  の代わりに  $\phi^*$  を使う。(7)式は収束の極限でバランス  $\phi^\ell = \tilde{\phi}^\ell$  を包含した方程式であるから、真値への漸近を早めることが期待できる。これが拡散合成法の原理であり、ここで紹介したものもその中でも特にソース補正法と呼ぶ。

(7)式を解いて解  $\phi^*$  を  $\phi^{\ell+1}$  として用いるが、(7)式には微分項が含まれているので、加速の計算がメッシュの取り方に敏感になる。ここでは(7)式の代わりにこれと等価な、(8)式を用いる。

$$-\nabla \cdot D^* \nabla f^{\ell+1} + \Sigma_R f^{\ell+1} = \Sigma_S (\tilde{\phi}^\ell - \phi^\ell) \quad (8)$$

但し、 $f^{\ell+1} = \phi^* - \tilde{\phi}^\ell$  であり、(8)式は(7)式から(6)式を引いて得られる。

(8)式で  $f$  が求まると

$$\phi^{\ell+1} = \tilde{\phi}^\ell + f^{\ell+1} \quad (9)$$

により  $\tilde{\phi}^\ell$  に対する加速された値  $\phi^{\ell+1}$  が計算される。(8)式を用いることにより、(7)式を数値計算する場合に大きな問題となる輸送と拡散の差分の違いに基づく加速の不安定性をある程度除くことができる。次に、以上の式を差分化する際に問題となる加速拡散方程式の整合性について述べる。三次元では繁雑となるので二次元の場合を示す。一次元では簡単に解決でき問題にならない。

### 3.2.2 加速拡散方程式の差分化

拡散合成法による輸送計算の加速において安定な加速結果を得るには、輸送方程式と拡散型加速方程式の間の整合性が必要とされる。これは Alcouffe によって最初に指摘され<sup>8)</sup>、離散化した加速拡散方程式は、離散化した輸送方程式とその差分の構造が一致していかなければならない。以下に一次元平板体系での Larsen の方法<sup>9)</sup>を二次元 XY 体系に拡張し、加速方程式を導出する。

(1)式を離散化した二次元輸送方程式は

$$\begin{aligned}
 & \frac{\mu_m}{h_j} \left( \psi_{m, i+\frac{1}{2}, j}^{\ell+\frac{1}{2}} - \psi_{m, i-\frac{1}{2}, j}^{\ell+\frac{1}{2}} \right) + \frac{\eta_m}{h_j} \left( \psi_{m, i, j+\frac{1}{2}}^{\ell+\frac{1}{2}} - \psi_{m, i, j-\frac{1}{2}}^{\ell+\frac{1}{2}} \right) \\
 & + \sigma_{tij} \psi_{mij}^{\ell+\frac{1}{2}} \\
 = & \sum_{n=0}^N (2n+1) \sigma_{Snij} \sum_{k=0}^N R_{nm}^k \phi_{nij}^{k\ell} + Q_{mij}
 \end{aligned} \tag{10}$$

ここで  $\psi_m$  は方向  $m$  の中性子束であり、 $(ij)$  は空間格子を表わす。又、半整数は格子境界上の量であることを示す。 $\ell$  は反復回数を示す。 $\mu_m$ ,  $\eta_m$  は方向  $m$  の単位ベクトル  $\Omega_m$  の、X 及び Y 方向の成分である。 $R_{nm}^k$  は方向  $m$  に対する球面調和関数値、 $\phi_{nij}^{k\ell}$  は中性子束の角度モーメントであり、

$$\phi_{nij}^{k\ell} = \sum_m W_m R_{nm}^k \psi_{mij} \tag{11}$$

の関係がある。 $W_m$  は方向  $m$  の荷重であり、次のように規格化されている。

$$\sum_m W_m = 1 \tag{12}$$

二次元  $S_N$  法で用いられるダイヤモンド差分近似式は

$$\psi_{m, i, j}^{\ell+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \left( \psi_{m, i+\frac{1}{2}, j}^{\ell+\frac{1}{2}} + \psi_{m, i-\frac{1}{2}, j}^{\ell+\frac{1}{2}} \right) \tag{13a}$$

$$= \frac{1}{2} \left( \psi_{m, i, j+\frac{1}{2}}^{\ell+\frac{1}{2}} + \psi_{m, i, j-\frac{1}{2}}^{\ell+\frac{1}{2}} \right) \tag{13b}$$

である。

加速の式は  $P_1$  方程式から導かれる。これは拡散近似が  $P_1$  近似から導かれる。これは拡散近似が  $P_1$  近似から導かれるのと同様である。(10) 式に次の三つの演算子をかけてモーメント式を作る。

$$L_0^0 = \sum_m R_{0m}^0 W_m = \sum_m W_m \tag{14a}$$

$$L_1^0 = \sum_m R_{1m}^0 W_m = \sum_m W_m \mu_m \tag{14b}$$

$$L_1^1 = \sum_m R_{1m}^1 W_m = \sum_m W_m \eta_m \tag{14c}$$

得られる三つの式の中には二次以上の高次の中性子束のモーメントが現われるが、それらの項は  $P_1$  近似が輸送厳密解となるような状況ではゼロとなる。加速の対象となる量は、二次未満のゼロ次及び一次のモーメントだけである。演算(14 a)～(14 c)によって得られた方程式に(8)式を求める場合と同等の処理、即ち、添字 ( $\ell + \frac{1}{2}$ ) 或いは  $\ell$  を ( $\ell + 1$ ) に置き換えた式から元の左を差し引くと、高次モーメントが消去され次式を得る。

$$\begin{aligned} & \frac{1}{h_i} \left( f_{1,i+\frac{1}{2},j}^{0,\ell+1} - f_{1,i-\frac{1}{2},j}^{0,\ell+1} \right) + \frac{1}{h_j} \left( f_{1,i,j+\frac{1}{2}}^{0,\ell+1} - f_{1,i,j-\frac{1}{2}}^{0,\ell+1} \right) \\ & + (\sigma_{tij} - \sigma_{s0ij}) \left( \phi_{0,i,j}^{0,\ell+1} - \phi_{0,i,j}^{0,\ell+1} \right) = \sigma_{s0ij} \left( \phi_{0,i,j}^{0,\ell+\frac{1}{2}} - \phi_{0,i,j}^{0,\ell} \right) \quad (15a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3h_i} \left( f_{0,i+\frac{1}{2},j}^{0,\ell+1} - f_{0,i-\frac{1}{2},j}^{0,\ell+1} \right) + (\sigma_{tij} - \sigma_{s1ij}) \left( \phi_{1,ij}^{0,\ell+1} - \phi_{1,ij}^{0,\ell+\frac{1}{2}} \right) \\ & = \sigma_{s1ij} \left( \phi_{1,ij}^{0,\ell+\frac{1}{2}} - \phi_{1,ij}^{0,\ell} \right) \quad (15b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3h_j} \left( f_{0,i+\frac{1}{2},j}^{0,\ell+1} - f_{0,i-\frac{1}{2},j}^{0,\ell+1} \right) + (\sigma_{tij} - \sigma_{s1ij}) \left( \phi_{1,ij}^{1,\ell+1} - \phi_{1,ij}^{1,\ell+\frac{1}{2}} \right) \\ & = \sigma_{s1ij} \left( \phi_{1,ij}^{1,\ell+\frac{1}{2}} - \phi_{1,ij}^{1,\ell} \right) \quad (15c) \end{aligned}$$

ここで  $f$  は

$$\phi_{n,i+\frac{1}{2},j}^{k,\ell+1} = \phi_{n,i+\frac{1}{2},j}^{k,\ell+\frac{1}{2}} + f_{n,i+\frac{1}{2},j}^{k,\ell} \quad (n=0,1 : 0 \leq k \leq n) \quad (16)$$

等を満たす格子境界上の量である。拡散合成法によって加速された中性子束の格子平均の値、 $\phi_{0,ij}^{0,\ell+1}$  等は、輸送方程式(10)式に(13)式を用いたのと同じ操作を(15)式に施すことによって得られる。即ち、 $\phi_{0,ij}^{0,\ell+1}$  は(15)式の解を用いて

$$\phi_{0,ij}^{0,\ell+1} = \phi_{0,ij}^{0,\ell+\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} \left( f_{0,i+\frac{1}{2},j}^{0,\ell+1} + f_{0,i-\frac{1}{2},j}^{0,\ell+1} \right) \quad (17a)$$

$$= \phi_{0,ij}^{0,\ell+\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} \left( f_{0,i,j+\frac{1}{2}}^{0,\ell+1} + f_{0,i,j-\frac{1}{2}}^{0,\ell+1} \right) \quad (17b)$$

$$\phi_{1-i,j}^{0,\ell+1} = \phi_{1-i,j}^{0,\ell+\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} \left( f_{1,i+\frac{1}{2},j}^{0,\ell+1} + f_{1,i-\frac{1}{2},j}^{0,\ell+1} \right) \quad (17c)$$

$$\phi_{1-i,j}^{1,\ell+1} = \phi_{1-i,j}^{1,\ell+\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} \left( f_{1,i,j+\frac{1}{2}}^{1,\ell+1} + f_{1,i,j-\frac{1}{2}}^{1,\ell+1} \right) \quad (17d)$$

より求まる。 $\phi_n^{k,\ell+\frac{1}{2}}$  は加速の段階では既知である。

(15)式及び(17)式の7つの式が加速の式である。文献(8)等ではこれらの式から  $f_1^0$  及び  $f_1^1$  を消去し、 $f_0^0$ に対する拡散方程式を導き、その解を用いて(17)式から中性子束モーメントの外挿を行う。しかし、得られた拡散型方程式には隣接する4格子((i, j), (i+1, j), (i, j+1), (i+1, j+1))のすべての格子境界上の変数が含まれているため(二次元XY体系では12個、三次元XYZ体系では54個)、CITATION<sup>10)</sup>等の既存の拡散コードで解くためには差分に関する新たな近似を入れて格子の角の点に計算点を移さなければならない。(Fig. 3参照)この様な近似の導入によって新たな誤差を生ずる事になるが、とりあえずこの方程式を用いる。

加速拡散方程式は以下のようになる。

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{h_{i+\frac{1}{2}}} \left\{ D_{x,i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} \left( f_{0,i+\frac{3}{2},j+\frac{1}{2}}^{0,\ell+1} - f_{0,i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{0,\ell+1} \right) - D_{x,i,j+\frac{1}{2}} \right. \\ & \left. \left( f_{0,i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{0,\ell+1} - f_{0,i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{0,\ell+1} \right) \right. \\ & -\frac{1}{h_{j+\frac{1}{2}}} \left\{ D_{y,i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} \left( f_{0,i+\frac{1}{2},j+\frac{3}{2}}^{0,\ell+1} - f_{0,i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{0,\ell+1} \right) - D_{y,i+\frac{1}{2},j} \right. \\ & \left. \left( f_{0,i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{0,\ell+1} - f_{0,i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}^{0,\ell+1} \right) \right. \\ & + \sigma_{R,i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} f_{0,i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{0,\ell+1} = \frac{1}{4h_{i+\frac{1}{2}}h_{j+\frac{1}{2}}} \left( g_{0,i,j}^{0,\ell+\frac{1}{2}} + g_{0,i+1,j}^{0,\ell+\frac{1}{2}} \right. \\ & \left. + g_{0,i+1,j}^{0,\ell+\frac{1}{2}} + g_{0,i+1,j+1}^{0,\ell+\frac{1}{2}} \right) \\ & - \frac{1}{2h_{i+\frac{1}{2}}h_{j+\frac{1}{2}}} \left\{ \left( g_{1,i+1,j+1}^{0,\ell+\frac{1}{2}} + g_{1,i+1,j}^{0,\ell+\frac{1}{2}} \right) - \left( g_{1,i,j+1}^{0,\ell+\frac{1}{2}} + g_{1,i,j}^{0,\ell+\frac{1}{2}} \right) \right\} \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2h_{i+\frac{1}{2}}h_{j+1}} \left\{ \left( g_{1,i+1,j+1}^{1,\ell+\frac{1}{2}} + g_{1,i,j+1}^{1,\ell+\frac{1}{2}} \right) - \left( g_{1,i+1,j}^{1,\ell+\frac{1}{2}} + g_{1,i,j}^{1,\ell+\frac{1}{2}} \right) \right\} \quad (18)$$

ここで

$$h_{i+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} (h_i + h_{i+1}), \quad h_{j+1} = \frac{1}{2} (h_j + h_{j+1}) \quad (19a,b)$$

$$D_{x,i,j+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2h_{j+\frac{1}{2}}} (D_{i,j+1}h_{j+1} + D_{i,j}h_j) \quad (19c)$$

$$D_{y,i+\frac{1}{2},j} = \frac{1}{2h_{i+\frac{1}{2}}} (D_{i+1,j}h_{i+1} + D_{i,j}h_i) \quad (19d)$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3(\sigma_{tij} - \sigma_{s1ij})} \quad (19e)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{R,i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} &= \frac{1}{4h_{i+\frac{1}{2}}h_{j+\frac{1}{2}}} (\sigma_{Rij}h_ih_j + \sigma_{R,i+1,j}h_{i+1}h_j \\ &\quad + \sigma_{R,i,j+1}h_ih_j + \sigma_{R,i+1,j}h_{i+1}h_{j+1}) \end{aligned} \quad (19f)$$

$$\sigma_{Rij} = \sigma_{tij} - \sigma_{s1ij} \quad (19g)$$

$$g_{0,ij}^{0,\ell+\frac{1}{2}} = \sigma_{s1ij} \left( \phi_{0,ij}^{0,\ell+\frac{1}{2}} - \phi_{0,ij}^{0,\ell} \right) h_i h_j \quad (20a)$$

$$g_{1,ij}^{0,\ell+\frac{1}{2}} = \frac{\sigma_{s1ij}}{\sigma_{tij} - \sigma_{s1ij}} \left( \phi_{1,ij}^{0,\ell+\frac{1}{2}} - \phi_{1,ij}^{0,\ell} \right) h_j \quad (20b)$$

$$g_{1,ij}^{1,\ell+\frac{1}{2}} = \frac{\sigma_{s1ij}}{\sigma_{tij} - \sigma_{s1ij}} \left( \phi_{1,ij}^{1,\ell+\frac{1}{2}} - \phi_{1,ij}^{1,\ell} \right) h_i \quad (20c)$$

であり、また(17)式の代わりに次式を用いる。

$$\begin{aligned} \phi_{0,ij}^{0,\ell+1} &= \phi_{0,ij}^{0,\ell+\frac{1}{2}} + \frac{1}{4} \left( f_{0,i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{0,\ell+1} + f_{0,i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}^{0,\ell+1} + f_{0,i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{0,\ell+1} \right. \\ &\quad \left. + f_{0,i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}^{0,\ell+1} \right) \end{aligned} \quad (21a)$$

$$\phi_{1,ij}^{0,\ell+1} = \phi_{1,ij}^{0,\ell+\frac{1}{2}} - \frac{D_{ij}}{2h_i} \left( f_{0,i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{0,\ell+1} + f_{0,i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}^{0,\ell+1} - f_{0,i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{0,\ell+1} \right)$$

$$= f_{0, i-\frac{1}{2}, j-\frac{1}{2}}^{0, \ell+1} \quad (21\text{ b})$$

$$\phi_{1, ij}^{1, \ell+1} = \phi_{1, ij}^{1, \ell+\frac{1}{2}} - \frac{D_{ij}}{2 h_j} \left( f_{0, i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}}^{0, \ell+1} + f_{0, i-\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}}^{0, \ell+1} - f_{0, i+\frac{1}{2}, j-\frac{1}{2}}^{0, \ell+1} \right)$$

$$= f_{0, i-\frac{1}{2}, j-\frac{1}{2}}^{0, \ell+1} \quad (21\text{ c})$$

内側反復計算では、まず(10)式および(13)式から  $\phi_{mij}^{\ell+\frac{1}{2}}$  を計算し(20)式の拡散、ソース項の計算を経て(18)式で外挿量  $f_{0, i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}}^{0, \ell+\frac{1}{2}}$  を求め、最後に(21)式で  $\phi_{0, ij}^{0, \ell+1}$ ,  $\phi_{1, ij}^{0, \ell+1}$ ,  $\phi_{1, ij}^{1, \ell+1}$  を外挿する。

もし  $\phi_{0, ij}^{0, \ell+1}$  が負になることがあれば、その回は外挿をやめて、次の(10)式の右辺ソース項には  $\phi_{0, ij}^{0, \ell+1}$  に代えて  $\phi_{0, ij}^{0, \ell+\frac{1}{2}}$  そのものを用いる。

#### 4. 計算結果と検討

TRITAC の評価の為に下に示す 4 ケースの計算を行った。ケース 1 及び 2 は計算値の妥当性を評価する為で、TWOTRAN コードの結果と比較した。但しここでは加速法には再釣合法を用いている。ケース 3 は拡散合成法の評価を三次元体系で行った。ケース 4 は実体系に近い体系の計算例として FCA-X 3 体系の計算を行った。加速法としては再釣合法を用いた。収束条件は、中性子束変化率、固有値変化率共に、ケース 1～3 については  $10^{-5}$ 、ケース 4 については  $10^{-4}$  とした。

ケース 1 は、Fig. 4 に示す水反射体付きの XY 二次元体系である。メッシュは  $10 \times 10, S_4, 3$  群計算とした。Table 1 は中性子バランスを比較したものである。経験的に再釣合法は水体系では安定性に問題のある事が多く、発散する場合もあるが、ここでは収束条件の範囲で両者の結果は一致している。Table 1 において BOTTOM とある項は Z 方向の面であり、三次元計算では反射境界条件が与えられているが、TRITAC では若干の洩れを生じている。これは、2 章で述べたスイープの順序に伴なう誤差によるものであるが、大きさは全体のバランスに対して収束精度以下であり、結果に及ぼす影響は十分に小さい。

ケース 2 は、Fig. 5 に示すような、高速実験炉「常陽」クラスの高速炉炉心を模擬した体系である。メッシュ数は  $8 \times 8 \times 6, S_4, 4$  群計算とした。比較の対象として TWOTRAN による  $8 \times 6$  メッシュの RZ 計算を行った。TRITAC では現在 XYZ 座標しか扱えない為、三次元計算と二次元計算の体系は完全に同一ではない。Fig. 6 は、径方向及び軸方向の出力分布を比較したものである。Fig. 6 の径方向分布における TRITAC の結果はメッシュ点の中心軸からの距離を横

軸に取って示してある。両者の分布はよく一致している。

Table 2 は、以上の 2 つのテスト計算について、固有値と必要とした計算時間及び計算機容量をまとめたものである。ケース 2 で固有値に 1 % のずれを生じているのは、計算体系のエッジ効果のためと考えられる。Table 2 において計算機容量と計算時間の AVERAGE とあるのは、計算体系の大きさで規格化するために、( メッシュ点 × 群数 × S<sub>N</sub> 分点の数 ) で T<sub>TOTAL</sub> の値を割って得た値である。ケース 2 については、計算時間、計算機容量共に TWOTRAN と同程度、もしくはそれ以下の値で計算が行われているのがわかる。ケース 1 については TRITAC の計算体系では TWOTRAN の計算体系には現われない Z 方向の面上の角度依存中性子束が未知数に取られており、その収束に要する分だけ、計算時間・計算機容量共に大きくなっている。

ケース 3 は、三次元軽水炉均質体系であり、メッシュ数は  $10 \times 10 \times 10$  とり、S<sub>4</sub>、3 群計算とした。Table 3 に問題の収束に要した外側反復数と計算時間を示す。拡散合成法では再釣合法に比べて計算時間が 1/4 以下に短縮されているのがわかる。固有値も収束条件の精度で一致している。

ケース 4 の FCA の計算体系を Fig. 7 に示す。メッシュ数は  $18 \times 18 \times 26$  とし、S<sub>4</sub>、7 群計算である。中性子束分布は、拡散計算の結果を初期値として用い、計算時間は動燃大洗工学センターの FACOM - M 200 で約 60 分であった。使用した計算機容量は約 1.2 MB である。

Fig. 8 は、制御棒チャンネルにおける軸方向の Pu<sup>239</sup> 核分裂反応率分布の実験値と計算値を比較したものである。Fig. 8 に三次元輸送補正とあるのは、TRITAC の結果である。拡散計算に一次元輸送補正を加えたものに比べて、炉心と反射体の境界付近で、実験値により近づく結果が得られた。

### 三次元輸送計算コード TRITAC を開発した。

特に加速法については、拡散合成法を重点的に検討した。簡単な例題と FCA の体系を計算し、計算値の妥当性について検討した。また、三次元 S<sub>N</sub> 計算コードにおける拡散合成法の適用が有効である事が確認された。

今後は、拡散合成法の実用性の評価を中心として、コードの改良を続けていきたいと考えている。

### 謝 辞

高速増殖炉開発本部炉物理グループリーダー・白方敬章氏には絶えざる激励と助言をいただき深謝致します。また、同グループ・大谷暢夫氏、及び山本正昭氏には本研究を進めるにあたって多大なる指針と助言をいただきました。ここに謝意を表します。

### 参考文献

- 1) Reed W.H. : Nucl. Sci. Eng., 45, 245 (1973).
- 2) Gelbard E.M. and Hageman, L.A. : Nucl. Sci. Eng., 37, 288 (1969).

- 3) Morel J.E. : Nucl. Sci. Eng., 82, 34 (1982).
- 4) 坂東勝・齊藤善朗・竹田敏一：日本原子力学会 昭和59年度年会予稿集 D 54 (1984)。
- 5) 山本敏久・齊藤善朗・竹田敏一：日本原子力学会 昭和59年度年会予稿集 D61 (1984)。
- 6) Lathlop K. and Brinkley, F. : LA-4848-MS (1973).
- 7) Lathlop K. : LA-6333-MS (1976).
- 8) Alcouffe R.E. : Nucl. Sci. Eng., 64, 344 (1977).
- 9) Larsen E.W. : Nucl. Sci. Eng., 82, 47 (1982).
- 10) Fowler T.B., Vondy D.R. and Cunningham G.W. : ORNL-TM-2496, Rev. 2  
(1971).

TABLE 1 COMPARISON OF NEUTRON BALANCE IN TWO-DIMENSIONAL CALCULATION

GROUP	ABSORPTION	NET LEAKAGE		
		RIGHT	FRONT	BOTTOM
1	6.932 -2	4.989 -3	4.989 -3	—
	6.932 -2**	4.990 -3	4.989 -3	-2.623 -6
2	2.050 -1	2.014 -3	2.014 -3	—
	2.050 -1	2.014 -3	2.013 -3	-1.073 -6
3	6.829 -1	1.359 -2	1.359 -2	—
	6.829 -1	1.360 -2	1.359 -2	-2.384 -6
TOTAL	9.572 -1	2.060 -2	2.060 -2	—
	9.572 -1	2.060 -2	2.059 -2	-6.080 -6

\* TWOTRAN (XY)

\*\* TRITAC (XYZ)

TABLE 2 COMPARISON OF STORAGE AND CALCULATION TIME REQUIRED IN TEST CALCULATIONS

$S^4$ 3G	X-Y 10x10	TWOTRAN	EIGENVALUE	STORAGE		CALCULATION TIME*	
			TOTAL	AVERAGE**	TOTAL	AVERAGE**	
			1.06456	9.2 KB	2.6 B	15 SEC	4.2 msec
X-Y-Z 10x10x1	TRITAC		1.06457	22.4	3.1	82	11.4
$S^4$ 4G							
R-Z 8x6	TWOTRAN		1.09006	6.8	3.0	6.7	2.9
X-Y-Z 8x8x6	TRITAC		1.08009	33.6	0.9	88	2.4

\* CPU TIME ON ACOS-1000;

\*\* VALUES PER NUMBER OF ANGULAR FLUXES.

Table 3 Comparison of Acceleration Effect in 3D X-Y-Z Geometry

(Convergence Criterion  $\Delta\phi/\phi < 10^{-5}$ )

	Eigenvalue	Number of Outer Iterations	Calculational Time (sec)†
D.S.A.*	1.03532	22	73
Reb.	1.03533	49	319

\* D.S.A. = Diffusion Synthetic Acceleration

Reb. = Rebalance Acceleration

† CPU Time on ACOS-1000

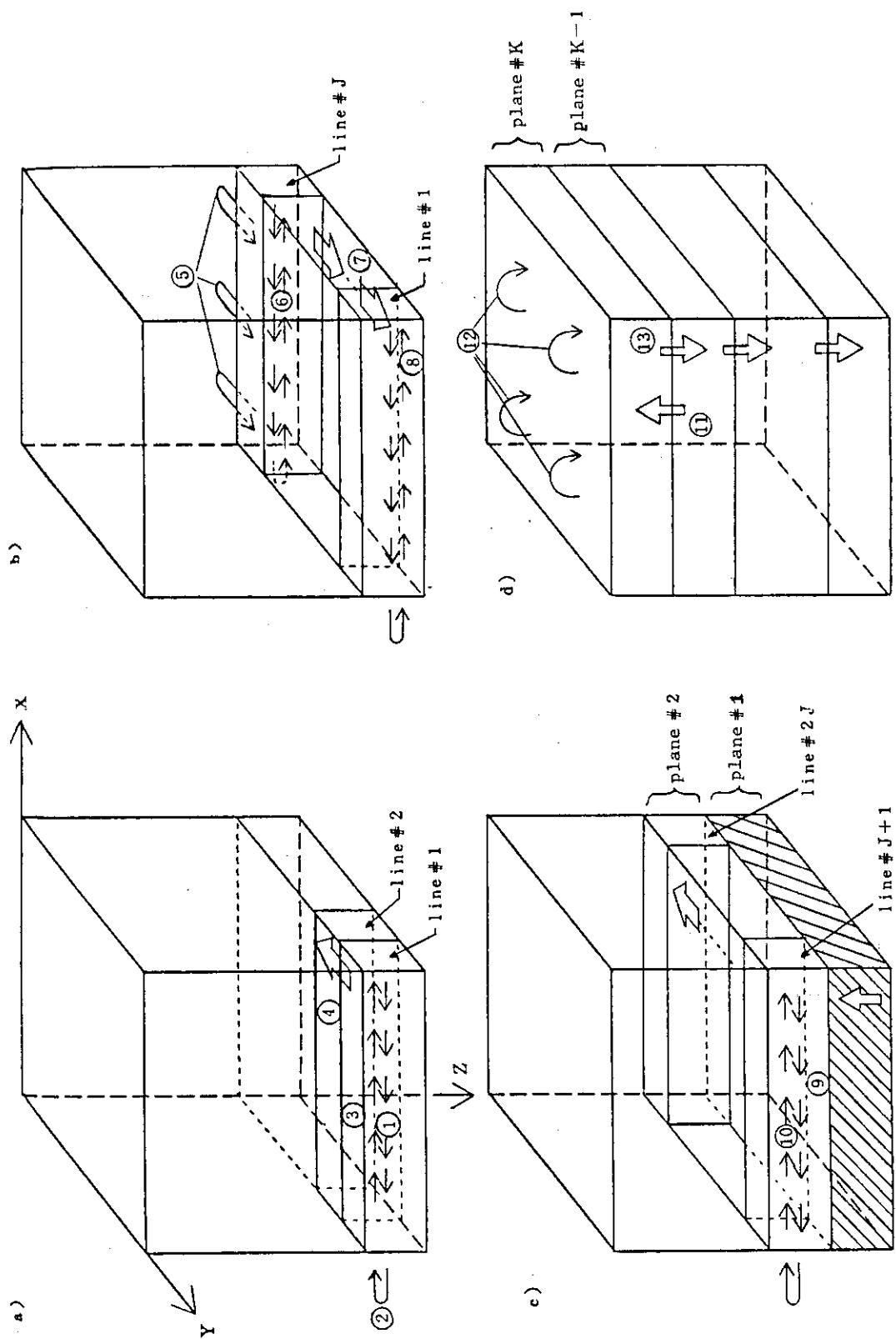


Fig. 1 Inner sweep procedure in TRITAC

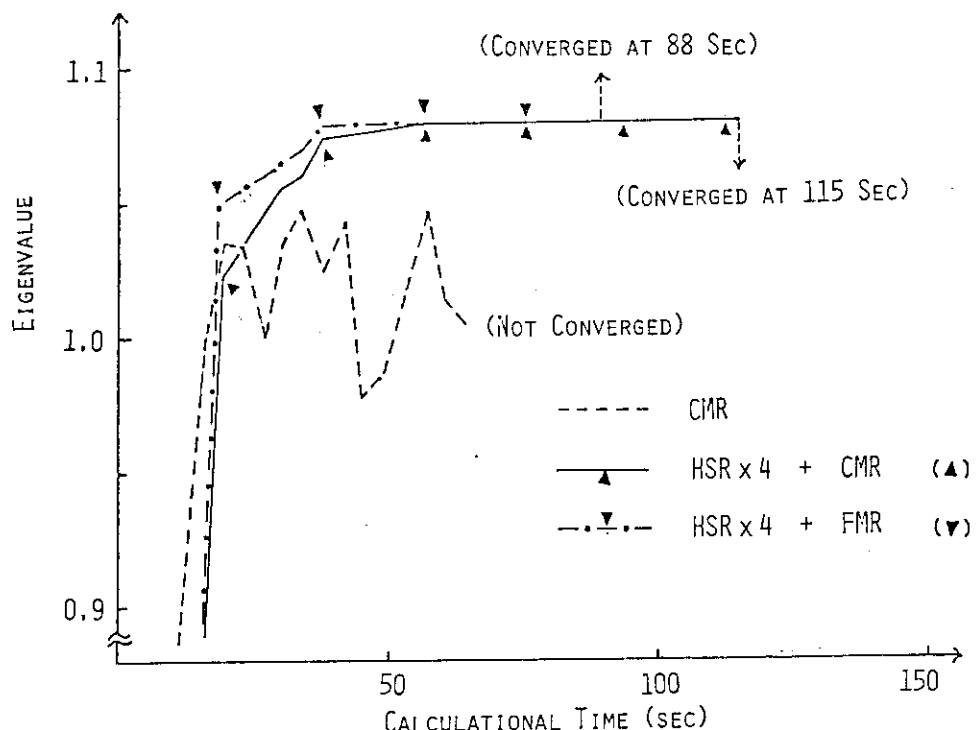


FIG. 2 COMPARISON OF EIGENVALUE CONVERGENCE FOR  
THREE COMBINATIONS OF REBALANCE METHODS.

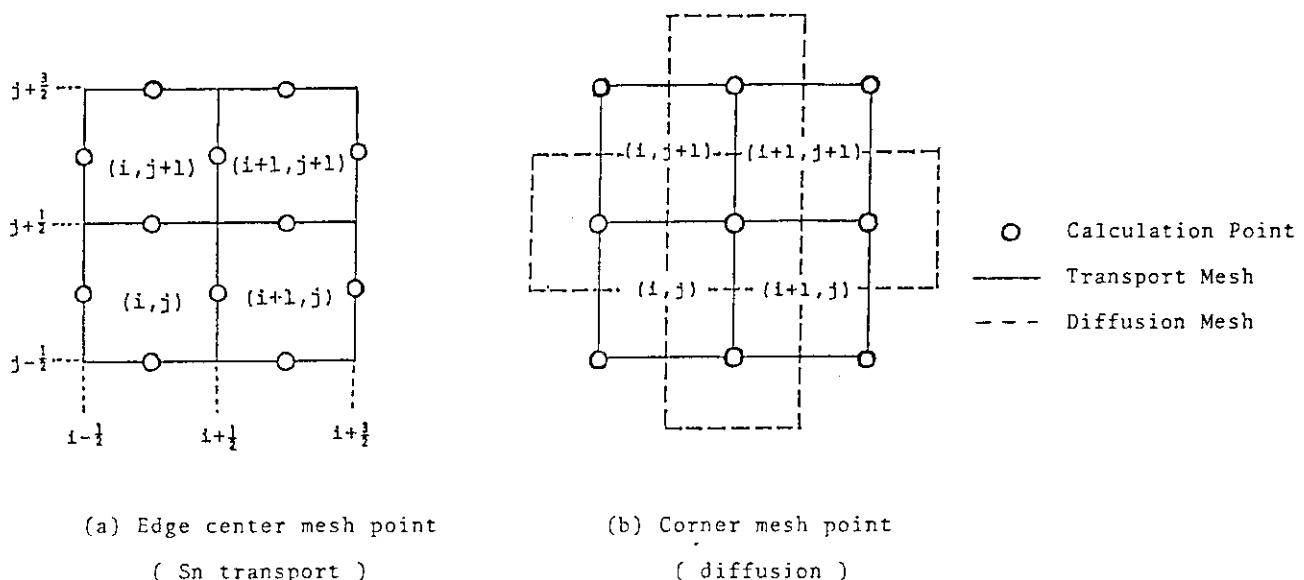


Fig. 3 Mesh Point for Diffusion Synthetic Method in 2-Dimensional Geometry

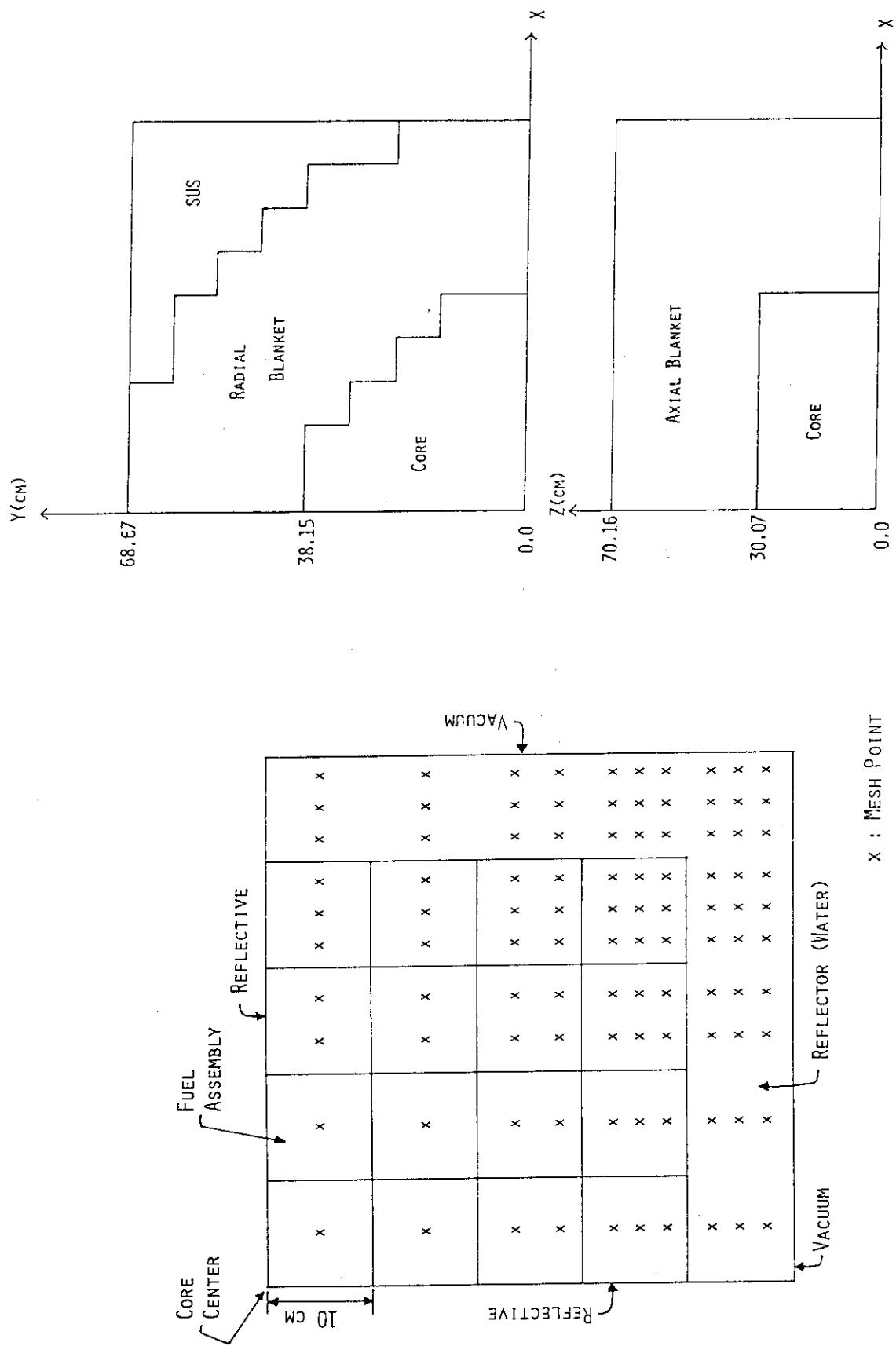


FIG. 4 TWO-DIMENSIONAL MODEL FOR TEST CALCULATION.

FIG. 5 THREE DIMENSIONAL MODEL FOR TEST CALCULATION

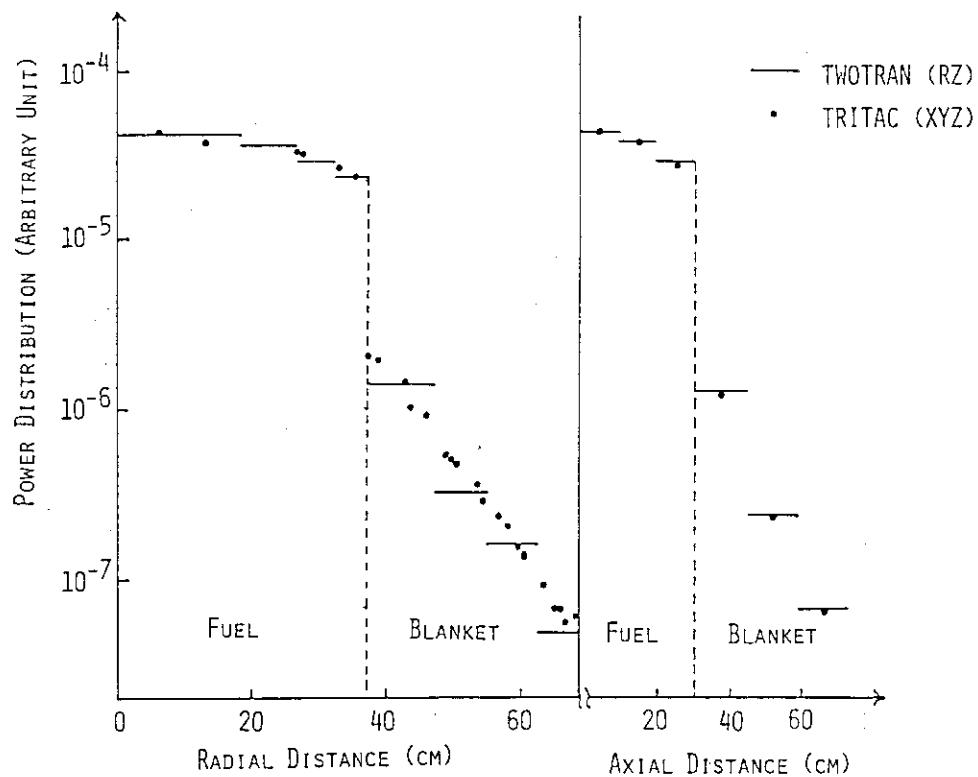


FIG. 6 COMPARISON OF POWER DISTRIBUTIONS IN THREE-DIMENSIONAL TEST MODEL BETWEEN TWOTRAN (RZ) AND TRITAC (XYZ).

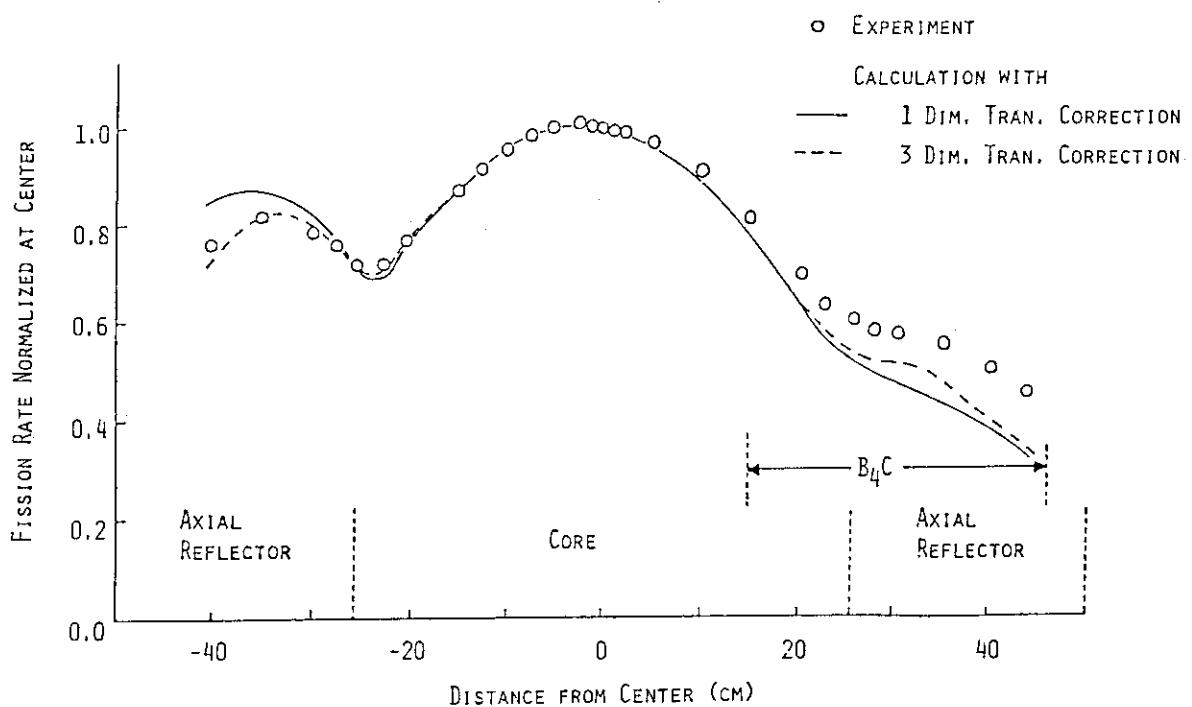
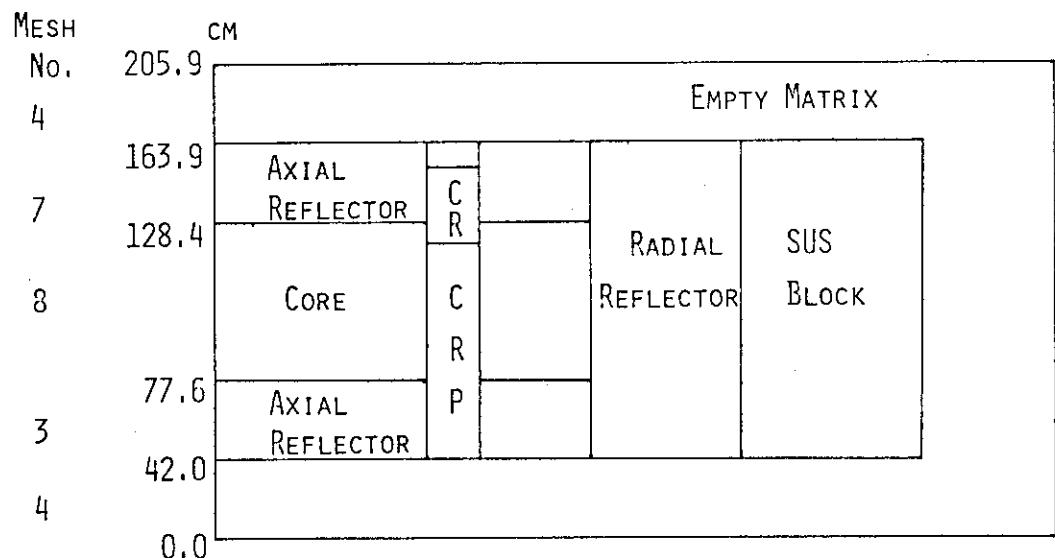
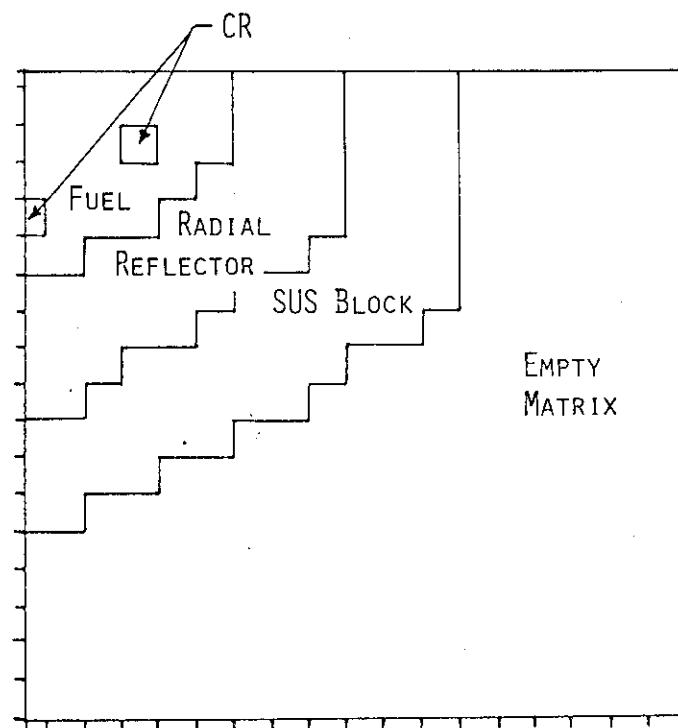


FIG. 8 AXIAL FISSION RATE DISTRIBUTION OF  $\text{Pu}^{239}$  IN FCA-X3 WITH B<sub>4</sub>C CHANNEL

FIG. 7 XYZ MODEL OF FCA-X3 WITH  $B_4C$  CHANNELS

## 2.7 二重有限要素法による3次元輸送コードの開発

藤 村 統一郎<sup>+</sup>

二重有限要素法による3次元中性子輸送コードの開発について述べる。数値解法としてはガルキン法と変分法を採用し、その特徴を対比する。また、変分法の一手法として開発した選点法による計算結果を  $S_n$  コードとの比較のもとに示す。

Development of Three-Dimensional Transport Code

by the Double Finite Element Method

Toichiro FUJIMURA<sup>+</sup>

Development of a three-dimensional neutron transport code by the double finite element method is described. Both of the Galerkin and variational methods are adopted to solve the problem, and then the characteristics of them are compared. Computational results of the collocation method, developed as a technique for the variational one, are illustrated in comparison with those of an  $S_n$  code.

## 1. はじめに

原子炉をはじめとする、大型で複雑な構造を持つ核燃料施設における放射線の挙動を解析する場合、従来は2次元輸送計算や3次元拡散計算が行われてきた。しかし、高性能大型計算機の出現により、3次元輸送計算も活発化してきた。3次元輸送方程式の数値解法は種々あるが、本報告書の別の項で、これらのコードの開発状況まで含めたレビューがなされるので、ここでは二重有限要素法 (Double Finite Element Method, DFEM) によるコード開発について述べる。

有限要素法 (FEM) は元来機械工学の分野で発達したものであるが<sup>1)</sup>、1970年代に入ってから核計算への応用が試みられ<sup>2)</sup>、以来盛んに研究が行われている。輸送方程式の様々な解法のうち、FEMは計算時間はかかるが、決定論的な解を与え、複雑な形状が扱えるという長所を有している。また、角度変数にもFEMを適用するとray effect を和らげるということが知られており<sup>3)</sup>、並列演算による計算高速化も期待できる<sup>4)</sup>ことから、DFEMによる3次元輸送コードの開発を行ってきた。

DFEMには、ガルキン法と変分法の二通りの定式化が考えられる。本稿では、これらをコード化するときの特徴について述べるとともに、様々な検証計算の結果を  $S_n$  法による TWOTRAN-II コード<sup>5)</sup>の結果と比較しつつ検討を加える。

<sup>+</sup> 日本原子力研究所, Japan Atomic Energy Research Institute

## 2. 二重有限要素法の輸送方程式への適用

### 2.1 角度中性子束の近似

いま、輸送方程式を慣習的記号<sup>6)</sup>により

$$\begin{aligned} & \vec{\Omega} \cdot \nabla \Psi^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) + \sigma_t^g(\vec{r}) \Psi^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) \\ &= \sum_{g=1}^G \int \sum_{\ell=0}^3 \left( \frac{2\ell+1}{4\pi} \right) P_\ell(\mu_0) \sigma_s^g \chi_g(\vec{r}) \Psi^{g'}(\vec{r}, \vec{\Omega}') d\vec{\Omega}' \quad (1) \\ &+ \frac{\chi^g}{\lambda} \sum_{g=1}^G \nu \sigma_f^{g'}(\vec{r}) \phi^{g'}(\vec{r}) + Q^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) \quad (g = 1 \sim G) \end{aligned}$$

と書くことにしよう。このとき、境界条件として真空条件

$$\Psi^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = 0 \quad \text{for } \vec{r} \in \Gamma_v, \vec{\Omega} \in S_- \quad (2)$$

と反射条件

$$\Psi^g(\vec{r}, \vec{\Omega}') = \Psi^g(\vec{r}, \vec{\Omega}'') \quad \text{for } \vec{r} \in \Gamma_r, \vec{\Omega}' = \vec{\Omega}'' - 2(\vec{\Omega}'' \cdot \vec{n}) \vec{n} \quad (3)$$

の二通りを考えることにする。

一般に、原子炉等の形状は角柱または円柱で構成されることが多い、Fig. 1 のような多角柱で模擬することができる。このとき、全体系領域Dを三角柱と四角柱で分割し、節点iに対する基底関数を  $\phi_i(\vec{r})$ としたとき、各要素内で linear で、

$$\phi_i(\vec{r}_{i'}) = \delta_{ii'} \quad \text{for } \vec{r}_{i'} \in D \quad (4)$$

を満たすようになる。この基底は3次元拡散コードのFEM-BABELでも使われている<sup>7)</sup>。

一方、角度の基底関数は、Fig. 2 に示される6つの方向  $\vec{\Omega}_j$  ( $j = 1 \sim 6$ )に対応して与える。即ち、

$$\chi_j(\vec{\Omega}_{j'}) = \delta_{jj'} \quad \text{for } i, j' = 1 \sim 6 \quad (5)$$

であり、 $\chi_j$  は  $\vec{\Omega}$  に関して滑らかな関数とする<sup>6) 8)</sup>。ここでは3次元非等方解乱源問題を扱うので、 $\chi_j$  は全角度空間 (4πステラジアン) で定義しなければならないが、等方散乱源問題や低次元の非等方散乱源問題の場合には、定義域が小さくて済む<sup>5) 9)</sup>。

以上より、全空間節点数を I、点  $r_i$  の  $\vec{\Omega}_j$  方向の第 g 群の角度中性子束を  $c_{ij}^g$  とすれば、任意の点  $(\vec{r}, \vec{\Omega})$  での値は

$$\Psi^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^6 c_{ij}^g \phi_i(\vec{r}) \chi_j(\vec{\Omega}) \quad (6)$$

と近似できる。 $P_\ell$  法では角度変数に関する展開にルジャンドル多項式を使うが、直交関係が使えて便利な反面、負の中性子束を生じ易く、境界条件の記述も複雑となる<sup>10) ∼ 12)</sup>。

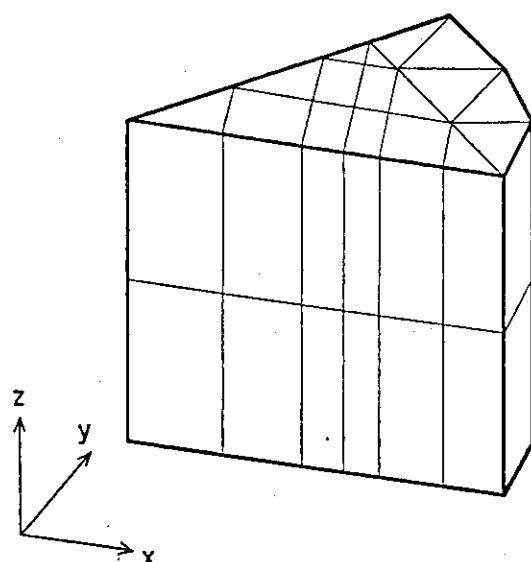


Fig. 1 An example of partitioning of a reactor into triangular and quadrangular prism elements

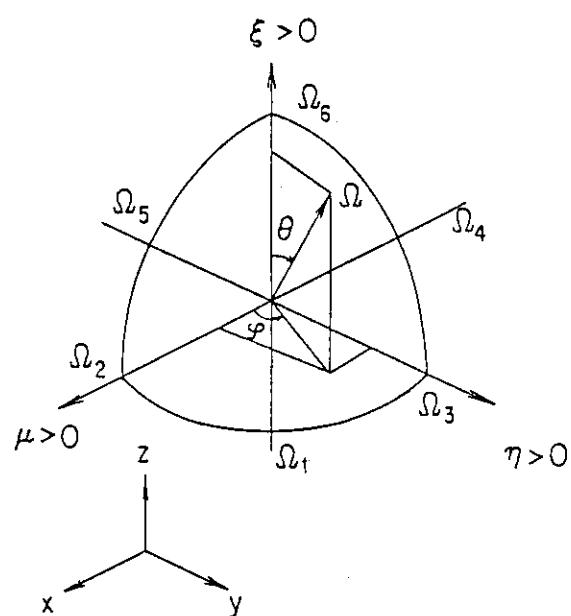


Fig. 2 Angular co-ordinate system and six representative directions

## 2.2 ガレルキン法

(6)式を(1)式に代入したとしよう。この式は近似的に成り立つものであり、ガレルキン法では基底関数を重みとして残差  $R(\vec{r}, \vec{\Omega})$  が

$$\int_D \frac{1}{4\pi} \int_S R \phi_i \chi_j d\vec{r} d\vec{\Omega} = 0 \quad (7)$$

となるよう  $c_{ij}^g$  を定める。ここに、Sは全角度空間である。これを  $c_{ij}^g$  について整理すれば、体系方程式

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J A_{ij}^{g,i'} c_{i'j'}^g = b_{ij}^g \quad (i = 1 \sim I, j = 1 \sim 6) \quad (8)$$

を得るが、境界条件は次のように設定される。

まず、簡単な上方境界から考えてみよう。Fig. 3を見ると、上面が真空条件をみたすとき

$$c_{i1} = 0, \quad (9)$$

反射条件をみたすとき

$$c_{i1}^g = c_{i6}^g \quad (10)$$

と記述できることが分る。これらの条件は(6)式の対応する  $(i-1)*6 + 1$  番目の式を(9)式または(10)式に置き換えることにより適用される。次に、Fig. 4の場合を考えてみよう。節点  $i$  のある側面が真空条件をみたすとき

$$c_{i2}^g = c_{i5}^g = 0, \quad (11)$$

反射条件をみたすとき

$$c_{i2}^g = c_{i3}^g, \quad c_{i4}^g = c_{i5}^g \quad (12)$$

と書ける。これらの場合には、(6)式の  $(i-1)*6 + 2$  番目の式と  $(i-1)*6 + 5$  番目の式を置き換える。なお、境界の節点における法線  $\vec{n}$  が座標軸に対して  $45^\circ$  でない場合等の処置は別稿<sup>6) 8)</sup>を参照されたい。

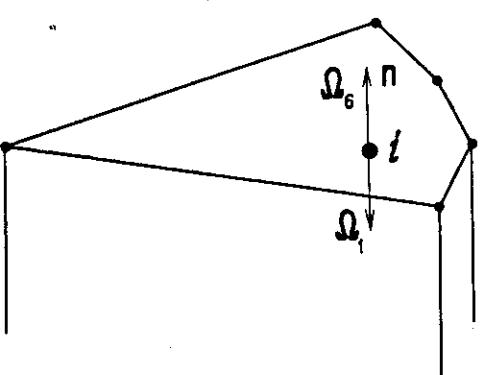


Fig. 3 Normal direction of the top boundary

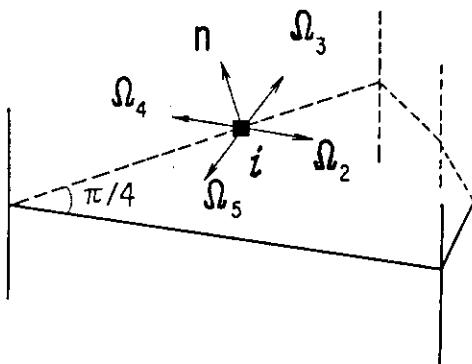


Fig. 4 Normal direction of the back boundary

このように、境界条件を適用したあとの各群の体系方程式は通常の内側反復法で解かれる。しかし、各内側反復では、一度に全節点を扱うには無理があるため、Fig. 1に示されるように(x, y)平面に平行な平面ごとに節点を分け、下の平面から順にsweepする方法を探っている。これを平面反復法と呼ぶことにする。各平面内の節点値はback-and-forth SOR法で求めるとともに、各群の間は通常の外側反復を行う。なお、このとき用いる収束加速法は粗メッシュ再釣合法、中性子源外挿法などである。

以上にカレルキン法を概観したが、アルゴリズムが簡単な反面、輸送項のため体系方程式が非対称となること、それに境界条件の記述が厳密でないこと等難点があるため 次章に掲げる変分法による定式化を試みた。

### 2.3 變分法

変分法では角度中性子束を

$${}^e\psi^g(\vec{\Omega}) = \{ \psi^g(\vec{\Omega}) + \psi^g(-\vec{\Omega}) \} / 2, \quad (13)$$

$${}^o\psi^g(\vec{\Omega}) = \{ \psi^g(\vec{\Omega}) - \psi^g(-\vec{\Omega}) \} / 2 \quad (14)$$

のように偶数パリティ中性子束 ${}^e\psi^g$ と奇数パリティ中性子束 ${}^o\psi^g$ に分ける<sup>8) 10)</sup>。この操作は中性子源に対しても同様に行ない、元の式(1)はこれらの連立方程式

$$\vec{\Omega} \cdot \nabla {}^o\psi(\vec{\Omega}) + \sigma_t {}^e\psi(\vec{\Omega}) = \int_s {}^e K_s(\mu_0) {}^e\psi(\vec{\Omega}) d\vec{\Omega} + {}^e S(\vec{\Omega}), \quad (15)$$

$$\vec{\Omega} \cdot \nabla {}^e\psi(\vec{\Omega}) + \sigma_t {}^o\psi(\vec{\Omega}) = \int_s {}^o K_s(\mu_0) {}^o\psi(\vec{\Omega}) d\vec{\Omega} + {}^o S(\vec{\Omega}), \quad (16)$$

になる。ここに、右辺の第1項は群内散乱源、第2項は群外散乱源、核分裂源および外部中性子源であり、空間変数 $\vec{r}$ と群の指数 $g$ は省略されている。この式から ${}^e\psi$ を消去すると

$${}^o\psi(\vec{\Omega}) = \frac{1}{\sigma_t} \{ -\vec{\Omega} \cdot \nabla {}^e\psi(\vec{\Omega}) + {}^o S(\vec{\Omega}) \}$$

$$+ \frac{1}{\sigma_t} \left[ \sum_{\ell}^{\text{odd}} \frac{\sigma_{s\ell}}{\sigma_t - \sigma_{s\ell}} \sum_{m=-\ell}^{\ell} Y_{\ell m}(\vec{\Omega}) \int_s \{-\vec{\Omega}' \cdot \nabla^e \Psi(\vec{\Omega}') + {}^0S(\vec{\Omega}')\} \right. \\ \left. \bar{Y}_{\ell m}(\vec{\Omega}') d\vec{\Omega}' \right] \quad (17)$$

を得る。また、変分法の真空条件と反射条件はそれぞれ

$$^e\Psi(\vec{\Omega}) + {}^0\Psi(\vec{\Omega}) = 0 \quad (\vec{\Omega} \cdot \vec{n}) < 0, \quad (18)$$

$$^e\Psi(\vec{\Omega}) - {}^0\Psi(\vec{\Omega}) = 0 \quad (\vec{\Omega} \cdot \vec{n}) > 0 \quad (19)$$

および

$$^e\Psi(\vec{\Omega}) = {}^e\Psi(\vec{\Omega}'), \quad (20)$$

$${}^0\Psi(\vec{\Omega}) = {}^0\Psi(\vec{\Omega}') \quad (21)$$

と書けることが分る。

次に、体系方程式の導出について述べよう。例えば(17)式を(15)式に代入すれば<sup>e</sup> $\Psi$ のオイラー方程式が得られ、境界条件を適用しながら汎関数を求めるに、最終的に

$$^eF = -\frac{1}{2} \int_D \int_S \left[ \frac{1}{\sigma_t} (\vec{\Omega} \cdot \nabla^e \Psi)^2 + \sigma_t ({}^e\Psi)^2 \right. \\ - {}^e\Psi \int_{\vec{\Omega}'} {}^eK_s {}^e\Psi(\vec{\Omega}') + (\vec{\Omega} \cdot \nabla^e \Psi) \int_{\vec{\Omega}'} {}^e g \{ \vec{\Omega}' \cdot \nabla^e \Psi(\vec{\Omega}') \} \\ \left. - \frac{2}{\sigma_t} (\vec{\Omega} \cdot \nabla^e \Psi) {}^0S - 2 {}^e\Psi {}^0S - 2 (\vec{\Omega} \cdot \nabla^e \Psi) \int_{\vec{\Omega}'} {}^e g {}^0S(\vec{\Omega}') \right] d\vec{r} d\vec{\Omega} \\ + \int_{\Gamma_v} \int_s |\vec{\Omega} \cdot \vec{n}| ({}^e\Psi)^2 d\vec{r} d\vec{\Omega} \quad (22)$$

を得る。この停留点は、次のように係数Cの数を減してから求める。まず、新しい係数と角度の関数を

$${}^eC_{i1} = (c_{i1} + c_{i6})/2, \\ {}^eC_{i2} = (c_{i2} + c_{i4})/2, \quad (i = 1 \sim I) \quad (23) \\ {}^eC_{i3} = (c_{i3} + c_{i5})/2$$

および

$${}^e\zeta_1 = \chi_1 + \chi_6, \\ {}^e\zeta_2 = \chi_2 + \chi_4, \quad (24) \\ {}^e\zeta_3 = \chi_3 + \chi_5$$

で定義すれば、(13)式から  $\ell\psi$  は

$${}^e\psi(\vec{\Omega}) = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^H {}^e c_{ij} \phi_i {}^e \zeta_j(\vec{\Omega}) \quad (25)$$

と表わせる。これを(22)式に代入すれば  ${}^e F$  の停留点を与える式は

$${}^e A \vec{c} = \vec{b} \quad (26)$$

となる。ここに、 $\vec{c} = ({}^e c_{11}, \dots, {}^e c_{I3})^t$  であり、 $\vec{b}$  は源の項に対応している。

これらの導出は奇数パリティの場合も同様であり、 $\vec{c} = ({}^o c_{11}, \dots, {}^o c_{I3})^t$  として

$${}^o A \vec{c} = \vec{b} \quad (27)$$

を得る。この式と(26)式が体系方程式であり、ガレルキン法のとき各群  $I \times 6$  次の非対称方程式を解くのに比べ、変分法では連立した  $I \times 3$  次の方程式を解くことになる。

さて、これらの扱い方であるが、最初に試みた方法は2式とも反復法で解くことであった。この場合の反復法とは、ガレルキン法のとき用いた、平面内および平面間の sweep のことであるが、方程式が対称のため、前者に適応的加速法<sup>13)</sup>が利用できることに特徴がある。しかし、体系によっては奇数パリティ方程式の平面内の反復の収束が悪く、次の手段として各パリティの各平面の方程式を直接法で解く方法を用いた。この場合は、各平面方程式の解の精度に問題はなかったが、必要な記憶領域が定めにくく計算時間もかかるため、現在は次に述べる選点法 (collocation method)ともいうべき方法を探っている。これは奇数パリティの方程式(27)を解くのではなく、前以って(26)式より得られている偶数パリティ中性子束を(17)式に代入する方法である。しかし、(17)式の右辺は  $\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^3 {}^o c_{ij} \phi_i {}^o \zeta_j$  の形に整理できないため、6つの方向  $\vec{\Omega}_j$  ( $j = 1 \sim 6$ )について(17)式の左辺と右辺が一致するよう  $\psi$  の節点値を定めるようにする。

選点法という場合の偶数パリティ中性子束の求め方は最初に述べた反復法をそのまま使用する。また、外側反復やその他の収束加速法の適用については、ガレルキン法のときと同じである。

### 3. 計算例と検討

ガレルキン法および変分法を適用したコードを開発する段階において、モデル問題から実在規模の原子炉の例まで様々な問題を扱った。これらは主に固有値問題であり、以下に二三の計算例を紹介し、検討を加える。

Fig. 5 はFCA-V-2 炉心の要素分割例を示したもので、TWOTRAN-II<sup>5)</sup>の( $r, z$ )計算と比較するため、体系を円柱状として扱う。この問題では、2群、 $P_0$ 計算において、要素分割を細かくすることによって固有値の  $k_{eff}$  がどのように収束するかを調べる。Fig. 6 は、選点法による結果を示したもので、点線はTWOTRAN-IIによる  $S_8$ 、 $40 \times 40$  メッシュ計算の、 $EPS = 10^{-4}$ としたときの値を参考値として掲げたものである。この例を見ると、固有値が下側から参考値よりやや小さい値に収束している。この差が生じる主な原因として、形状誤差のほか、次のような誤差が考えられる。

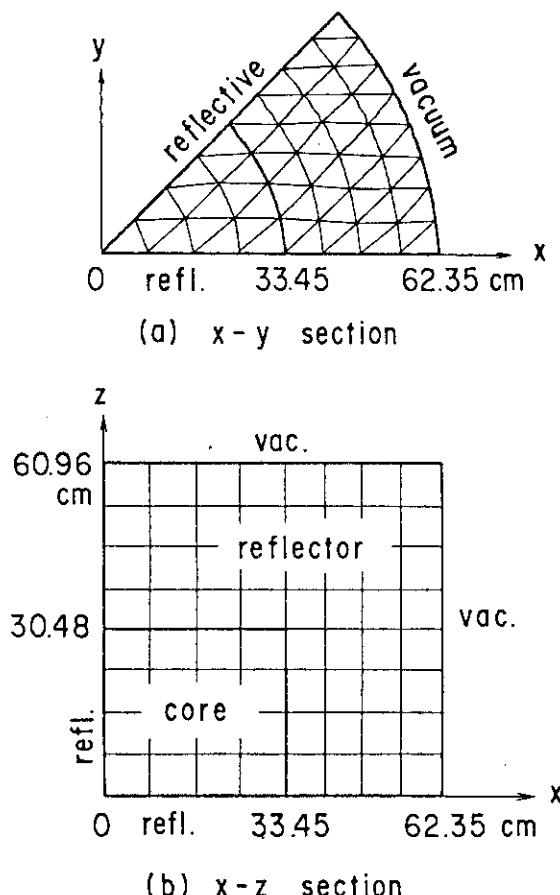


Fig. 5 Element partitioning for the FCA-V-2 calculation

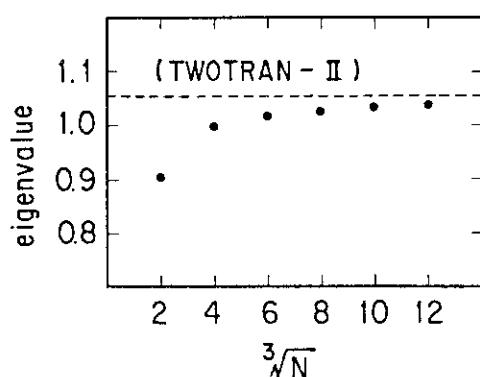


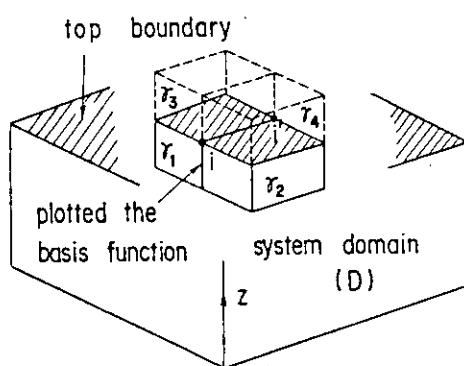
Fig. 6 Dependency of the eigenvalue on the number of elements N

いま、(22)式の汎関数  $\ell_F$  の第2項である  $-\frac{1}{2} \int_D \int_S \sigma_t \ell \psi^2 d\vec{r} d\vec{\Omega}$  を採り上げてみよう。体系方程式を表わす(26)式の係数行列において、この項に対応する  ${}^e\mathbf{A}$  の成分  ${}^e\mathbf{A}_2$  の各行列要素は

$$({}^e\mathbf{A}_2)_{ij-ij'} = \int_D \sigma_t \phi_j \phi_{j'} d\vec{r} \cdot \frac{1}{4\pi} \int_D {}^e\zeta_j {}^e\zeta_{j'} d\vec{\Omega} \quad (28)$$

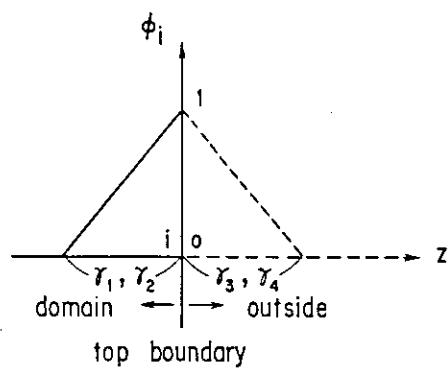
となっている。ここで、節点  $i$  および  $i'$  が上面境界にあり、その近くが Fig. 7(a) のように要素分割されている例を考える。この図の場合、積分  $\int_D \sigma_i \phi_i d\vec{r}$  は体系内にある要素の  $\gamma_1$  および  $\gamma_2$  においてのみ行われるが、厳密には、上面境界の外側にある要素の  $\gamma_3$  および  $\gamma_4$  においても行われなければならない。

換言すれば、Fig. 7(b)に示されるように、基底関数の体系外側部分が無視された訳で、このような原因で生じる誤差を打切り誤差という。



(a) element partitioning at the top boundary

Fig. 7 Truncation of basis functions at outside the top boundary (1/2)



(b) basis function  $\phi_i$  along the line indicated in Fig. 7 (a)

Fig. 7 Truncation of basis functions at outside the top boundary (2/2)

FCA-V-2 炉心の例では、各群の半径方向の中性子束についても TWO TRAN-II の結果と比較した。これらはおおむね良い一致を示したが、境界付近での差が大きいので、やはり打切り誤差の改善が急務と思われる。なお、この問題については 6 群計算も行った。このときの TWO-TRAN-II による  $S_8$ ,  $40 \times 40$  メッシュ計算の、 $\text{EPS} = 10^{-4}$ としたときの固有値は 1.01571 であった。これに対する選点法の結果と計算条件を参考のため Table 1 に掲げておく。

Table 1 Computational results for 6-group calculations of the FCA-V-2 reactor for various element partitioning

Number of elements	$(1+1)^3$	$(2+2)^3$	$(3+3)^3$	$(4+4)^3$
Core storage requirement (word)	3458	10486	20708	34736
CPU time (sec)	23.079	28.953	56.527	119.770
Eigenvalue	0.90973	0.99173	1.00571	1.01208

その他の計算例として、次の 2 つを簡単に紹介しておこう。Fig. 8 はある燃料ピンのセル計算を行ったときの要素分割を示したものであり、z 方向に無限な角柱形状である。このときの選点法の計算条件は、2 群、 $P_0$ 、17 要素である。また、Fig. 9 は MOZART 炉心を模擬したものでこのときは、3 群、 $P_1$ 、900 要素の計算である。Table 2 は、前の例と同様な充分細かいメッシュによる TWOTRAN-II の計算とこれらの固有値を比較したもので、ともにほぼ 1 % 以内の一致を示した。

Table 2 Comparisons of the eigenvalue in two sample calculations

Sample	Fuel pin cell (Fig. 8)	Modified MOZART (Fig. 9)
TWOTRAN-II	1.366	0.9968
Galerkin		1.0002
Collocation	1.357	1.0071

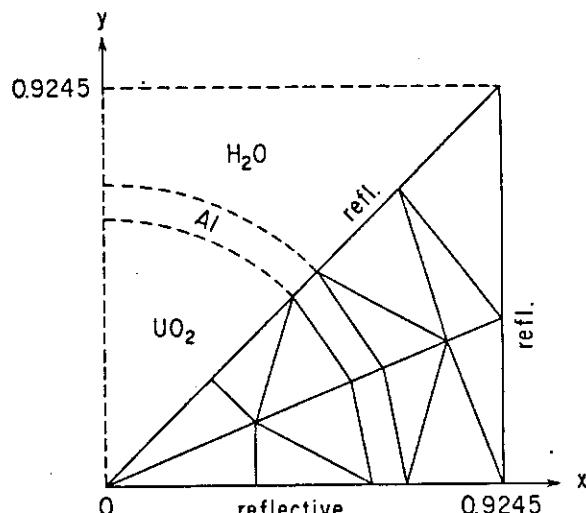
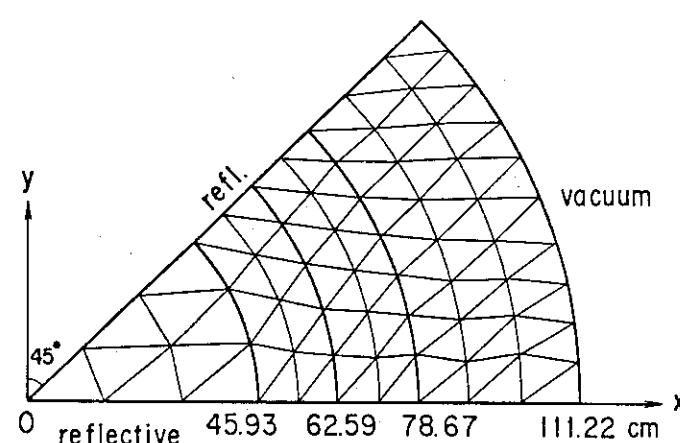
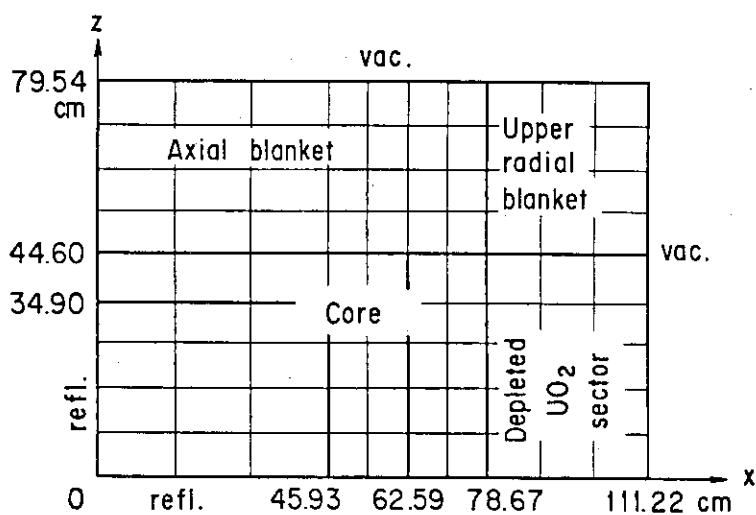


Fig. 8

Element partitioning for the cell calculation of a fuel pin



(a) x-y section



(b) x-z section

Fig. 9 Configuration of a fast reactor and the partitioning into 900 elements

#### 4. おわりに

前章まで、二重有限要素法によるコード開発に関し、その解法アルゴリズムと計算例について概観した。ガレルキン法と変分法の特徴についてまとめると、前者はアルゴリズムが簡単であるが、境界条件の設定やマトリックス解法に難点があり、将来並列演算をめざすことを考えると、後者の方が利点が多いと言える。

一方、変分法によるコード開発にも課題は多く、まず中性子束ならびに固有値の精度向上が急がれる。この中心は先に述べた、体系境界での打切り誤差の解消であるが、形状誤差や空間および角度の基底関数の誤差の評価や低減化も併せて行うことが望まれる。また、直接法から選点法へ移行することにより大巾な計算時間の改善が見られたが、他のコードに比べ更に高速化が必要であろう。

この研究は、数名の共同で行われたものであるが、筆者が代表して報告した。その後、報告書作成中にプログラム・バグを見付け、計算結果の大巾な改善が得られたので、本稿の内容もそれに伴ない修正されている。

なお、コード開発にあたり、日本原子力研究所・筒井恒夫氏より有益な助言と協力を得た。ここに謝意を表したい。

#### 参考文献

- 1) Zienkiewicz O.C. and Cheung Y.K. : "The Finite Element Method in Structural and Continuum Mechanics," McGraw-Hill, New York, (1967).
- 2) Ohnishi T. : "Proc. Conf. New Developments Reactor Mathematics and Applications, Idaho Falls," (1971).
- 3) Briggs L.L., Miller W.F. Jr. and Lewis E.E. : Nucl. Sci. Eng., 57, 205 (1975).
- 4) Cloudean J.F. : Proc. IEEE, vol. 72, No.1 (1973).
- 5) Lathrop K.D. and Brinkley F.W. : LA-4848-MS (1973).
- 6) 藤村統一郎・中原康明：『三次元中性子輸送問題を解くガレルキン型の二重有限要素法アルゴリズム』，JAERI -M 83-144 (1983)。
- 7) Ise T., Yamazaki T. and Nakahara Y. : "FEM-BABEL, A Computer Program for Solving Three-Dimensional Neutron Diffusion Equation by the Finite Element Method," JAERI 1256 (1978).
- 8) Fujimura T., Nakahara Y. and Matsumura M. : "Proc. Int. Conf. Radiation Shielding, Tokyo," (1983).
- 9) Kaper H.G., Leaf G.K. and Lindeman A.J. : ANL-8126 (1974).
- 10) Tomlinson E.T. and Robinson J.C. : Nucl. Sci. Eng., 63, 167 (1977).
- 11) 朝岡卓見・久保諒洋・小山謹二・宮坂駿一：所内資料 (1980)。
- 12) Fletcher J.K. : Nucl. Sci. Eng., 84, 33 (1983).
- 13) Fujimura T. and Matsui Y. : Nucl. Sci. Eng., 77, 360 (1981).

## 2.8 直接積分法にもとづく三次元形状中性子輸送計算コードの開発

笹 本 宣 雄<sup>+</sup>

三次元( $x, y, z$ )形状に対する中性子輸送方程式の直接積分法に基づく数値解法を導出した。現実の三次元輸送計算に適用可能な手法の確立を目指し、いくつかの新手法の開発を行った。これらの新手法の導入により、粗いエネルギーおよび空間メッシュによる計算でも、詳細メッシュ計算並の精度が得られることが明らかになった。本手法にもとづき、三次元( $x, y, z$ )形状に対する中性子輸送計算コードPALLAS-XYZを開発し、その妥当性を、PCA遮蔽ベンチマーク実験の解析を通して検証した。

Development of Three-Dimensional neutron Transport

Code Based on Direct Integration method

Nobuo SASAMOTO<sup>+</sup>

A numerical method is presented for calculating neutron transport problems in three-dimensional ( $x, y, z$ ) geometry based on a method of direct integration of the transport equation. Several new techniques are introduced to the method to make it well adapted to practical neutron transport calculations in the three-dimensional geometry. These techniques are found to enable one to calculate with coarser meshes of both energy and space, without reducing calculational accuracies. Based on the present method, PALLAS-XYZ, a neutron transport code in the three-dimensional ( $x, y, z$ ) geometry is developed, of which validity is verified through analyzing a PCA shielding benchmark experiment.

## 1. まえがき

複雑な3次元形状における、非等方角度分布をもつ放射線の挙動の解明は、放射線遮蔽の重要なテーマの一つである。これまで複雑形状を正確にモデル化できる輸送コードは、モンテカルロコードだけであった。しかし、モンテカルロコードを現実の大規模な遮蔽設計に適用するには、現在の電子計算機の能力をもってしても、なお計算時間の点で不十分である。また3次元形状を取り扱えるDiscrete Ordinates Snコードも開発されているが、このコードの計算は、ぼう大な計算時間と主記憶容量とを必要とするため、実用計算への適用はごく限定された空間領域にならざるを得ない現状である。

一方、別の輸送計算手法として、Discrete Ordinates直接積分法がある<sup>1)</sup>。この手法は、数値解法上はCharacteristic法と呼ばれる手法に分類されるもので<sup>2)</sup>、特に、散乱積分計算にル

<sup>+</sup>日本原子力研究所, Japan Atomic Energy Research Institute

ジャンドル展開近似を用いない、空間メッシュ間の輸送計算は解析的に行う、などの特徴を有する。

そこで、筆者は直接積分法にもとづく3次元( $x, y, z$ )形状中性子輸送計算コードPALLAS-XYZの開発を行った。ところが従来の直接積分法では、群モデルを使用しないため、エネルギー-メッシュを細く選ぶ必要があった。また、空間メッシュについても、Snコードのような厳しい制約はないものの、やはり粗い空間メッシュの計算では誤差が増大することは明らかであり、そのままで本コードを実用計算に適用するのは困難であった。そこで実用的な3次元遮蔽計算に適用可能な解析法を確立するために、新しい計算手法を開発した<sup>3)</sup>。線源項の空間分布を指數関数で近似する手法の導入により、計算精度を損わずに粗空間メッシュの計算が可能となった。さらに、1次元輸送計算により求めた領域毎のエネルギースペクトルの勾配を利用して3次元散乱線源計算を行う手法を開発した。本手法の導入により、粗エネルギー-メッシュの計算で、細かいエネルギー-メッシュの計算なみの計算精度が保証されることを示した。

最後に、PALLAS-XYZコードの計算精度を検証するため、軽水炉の圧力容器の領域までを模擬したPCAベンチマーク実験の解析を行い<sup>4)</sup>、実験値および各種Snコード、モンテカルロコードによる計算値との比較を行った。

## 2. 直接積分法の理論式

積分型輸送方程式は、慣用記号を用いて次式で表わすことができる。

$$\begin{aligned} \phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E) = & \phi(\vec{r} - R\vec{\Omega}, \vec{\Omega}, E) \exp \left[ - \int_0^R \Sigma_t(\vec{r} - R'\vec{\Omega}, E) dR' \right] \\ & + \int_0^R dR' s(\vec{r} - R'\vec{\Omega}, \vec{\Omega}, E) \exp \left[ - \int_0^{R'} \Sigma_t(\vec{r} - R''\vec{\Omega}, \vec{\Omega}, E) dR' \right] \\ & + \int_0^R dR' \int_0^{4\pi} d\vec{\Omega}' \int_{E'}^\infty dE' \Sigma_s(\vec{r} - R'\vec{\Omega}; E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) \\ & \times \phi(\vec{r} - R'\vec{\Omega}, \vec{\Omega}', E') \exp \left[ - \int_0^{R'} \Sigma_t(\vec{r} - R''\vec{\Omega}, \vec{\Omega}, E) dR'' \right] \quad (1) \end{aligned}$$

本式に対応する空間ベクトル座標系をFig. 1に示す。

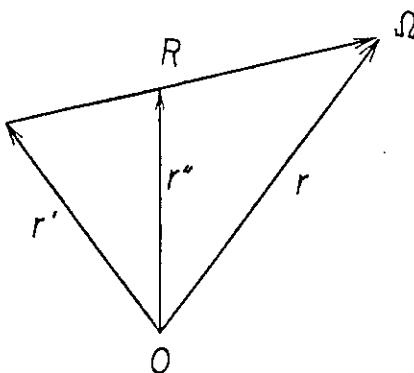


Fig. 1 Vector system adopted

(1)式を、線束表示の代りにエネルギー束表示を用いて書き直すと(2)式を得る。

$$I(\bar{r}, \bar{\Omega}, E) = G(\bar{r}, \bar{\Omega}, E) + AI(\bar{r}, \bar{\Omega}, E), \quad (2)$$

ここで、積分作用素  $AI$  は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} AI(\bar{r}, \bar{\Omega}, E) &= \int_0^R dR' \int d\bar{\Omega}' \int dE' \Sigma_s(\bar{r}'; E' \rightarrow E, \bar{\Omega}' \rightarrow \bar{\Omega}) \\ &\times I(\bar{r}', \bar{\Omega}', E') (E/E') \exp[-\tau(\bar{r}, \bar{r}', E)], \end{aligned} \quad (3)$$

一方、 $G$  の計算式は以下の通りである。

$$\begin{aligned} G(\bar{r}, \bar{\Omega}, E) &= I(\bar{r}, \bar{\Omega}, E) \exp[-\tau(\bar{r}, \bar{r}', E)] \\ &+ \int_0^R dR S(\bar{r}', \bar{\Omega}, E) \exp[-\tau(\bar{r}, \bar{r}', E)], \end{aligned} \quad (4)$$

ここで

$$\begin{aligned} \bar{r}'' &= \bar{r} - R' \bar{\Omega}, \quad I = E \phi, \quad S = Es, \\ \tau(\bar{r}, \bar{r}', E) &= \int_0^{|\bar{r} - \bar{r}'|} \Sigma_t(\bar{r} - R' \bar{\Omega}, \bar{\Omega}, E) dR \end{aligned} \quad (5)$$

である。(5)式の  $\tau(\bar{r}, \bar{r}', E)$  はエネルギー  $E$  に対する空間点  $\bar{r}'$  と  $\bar{r}$  の間の光学距離と呼ばれる量である。

次に散乱線源項  $Q(\bar{r}, \bar{\Omega}, E)$  の評価法を考える。 $Q(\bar{r}, \bar{\Omega}, E)$  はエネルギー束表示にもとづいて次式で与えられる。

$$Q(\bar{r}, \bar{\Omega}, E) = \int d\bar{\Omega}' \int dE' \cdot \Sigma_s(\bar{r}; E' \rightarrow E, \bar{\Omega}' \rightarrow \bar{\Omega}) I(\bar{r}, \bar{\Omega}', E') (E/E'). \quad (6)$$

$Q(\bar{r}, \bar{\Omega}, E)$  は、弹性散乱線源  $Q_{el}(\bar{r}, \bar{\Omega}, E)$  および非弹性散乱線源  $Q_{in}(\bar{r}, \bar{\Omega}, E)$  から成り立っている。微分散乱断面積は、弹性散乱、非弹性散乱それぞれについて以下の通り表わされる。

$$\begin{aligned} \Sigma_s(\bar{r}; E' \rightarrow E, \bar{\Omega}' \rightarrow \bar{\Omega}) &= \Sigma_{el}(\bar{r}, E') f_{el}(E', \mu) \delta(\cos \theta - \alpha) \cdot \frac{(A+1)^2}{2AE}, \quad (\text{弹性散乱}) \end{aligned} \quad (7)$$

$$\Sigma_{in}(\bar{r}, E') \cdot \frac{f_{in}(E' \rightarrow E)}{4\pi} \quad (\text{非弹性散乱}) \quad (8)$$

ここで、 $\Sigma_{el}(\bar{r}, E)$ ,  $\Sigma_{in}(\bar{r}, E)$  はそれぞれ全弹性散乱断面積、全非弹性散乱断面積をあらわし、 $A$  は標的核の質量数、 $\mu$ 、 $\alpha$  はそれぞれ重心系および実験室系における弹性散乱の散乱角余弦で

ある。さらに、 $f_{el}(E, \mu)$ は弾性散乱分布関数、 $f_{in}(E' \rightarrow E)$ は非弾性散乱エネルギー分布を表わす。

$Q_{el}(\vec{r}, \overline{\Omega}, E)$ を弾性散乱項とすると、(6)式は次のように表現できる。

$$Q_{el}(\vec{r}, \overline{\Omega}, E) = \int d\mu \int d\Psi \cdot \Sigma_{el}(\vec{r}, E') f_{el}(E', \mu) I(r, \Omega', E')$$

$\mu$ に関する数値積分はガウス求積法により行う。この時  $f_{el}(E; \mu)$  は一定の角度分点  $\mu_m$  ( $m = 1, 2, \dots, M$ ) における値  $f^m(E)$  で表現される。一方、方位角  $\Psi$ に関する積分は次に述べる方法により行われる。

まず中性子の飛行方向  $\overline{\Omega}$  を次のように離散表示する。

$$\overline{\Omega}_{pq} \equiv \overline{\Omega}(\omega_p, \phi_{pq}),$$

ここで  $\omega_p, \phi_{pq}$  はそれぞれ Fig. 2 に示すように  $p$  番目の極角の余弦および  $p$  番目の極角レベル上の  $q$  番目の方位角である。方位角  $\Psi$  は、散乱前の中性子飛行方向の余弦  $\omega_n$  に対応して、離散メッシュ  $\Psi_n$  として近似される。 $\Psi$  に関する積分における  $\Psi_n$  ( $n = 1, 2, \dots, N$ ) に対する重み  $w_n$  は、Fig. 3 を参照して次式で与えられる。

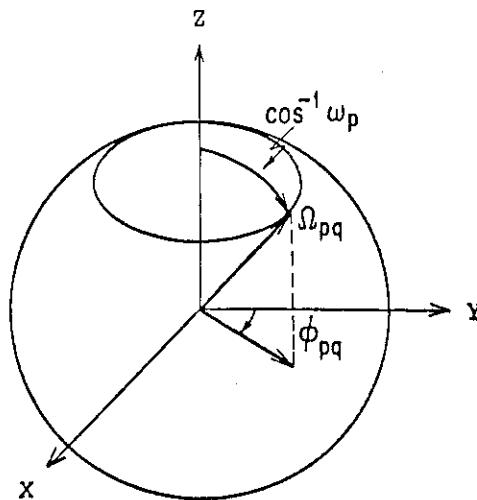


Fig. 2 Discrete ordinates representation of radiation flight direction

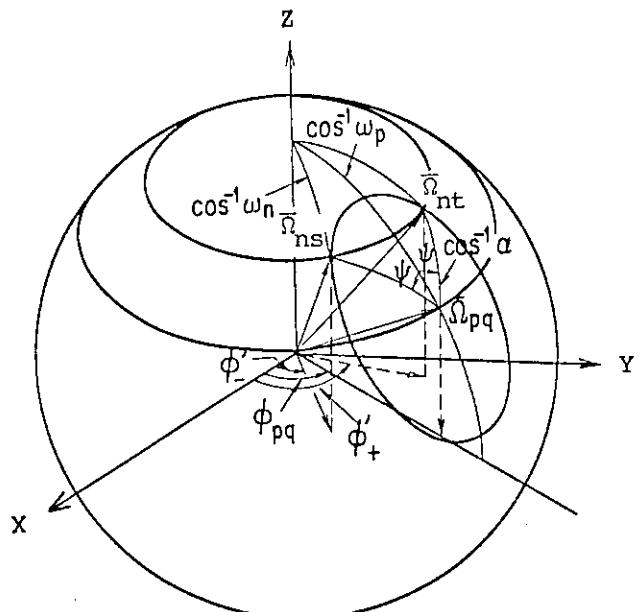


Fig. 3 Variation of azimuthal angle of the radiation path in, before, and after scattering.

$$w_n = \left| \cos^{-1} \frac{\omega_n^+ - \omega_p \alpha_m}{[(1-\omega_p^2)(1-\alpha_m^2)]^{1/2}} - \cos^{-1} \frac{\omega_n^- - \omega_p \alpha_m}{[(1-\omega_p^2)(1-\alpha_m^2)]^{1/2}} \right| \quad (10)$$

ここで  $\omega_n^+$ ,  $\omega_n^-$  はそれぞれ  $\omega_n$  領域の上限, 下限を意味する。さらに,  $\alpha_m$  は次式を使って求められる。

$$\alpha_m = \frac{A \mu_m + 1}{(A^2 + 2A \mu_m + 1)^{1/2}} \quad (11)$$

したがって(9)式は  $\bar{\Omega} = \bar{\Omega}_{pq}$  に対し, 次式を用いて数値計算をすることができる。

$$Q_{el}(\bar{r}, \bar{\Omega}_{pq}, E) = \sum_m \sum_n w_m w_n \sum_{el} (\bar{r}, E_{(m)}) f^m(E_{(m)}) I(\bar{r}, \bar{\Omega}'_n, E_{(m)}), \quad (12)$$

ここで  $w_m$  はガウス求積法の  $\mu_m$  での重みである。

次に, 衝突前飛行方向  $\bar{\Omega}_n(\omega_n, \phi')$  を決定するために, 方位角  $\phi'$  を, Fig. 3 を参照して散乱公式から次式のように定義する。

$$\phi'_{\pm} = \phi_{pq} \pm \cos^{-1} \left\{ \frac{\alpha_m - \omega_p \omega_n}{[(1-\omega_p^2)(1-\omega_n^2)]^{1/2}} \right\} \quad (13)$$

Fig. 3 に示したように, 散乱前方向  $\bar{\Omega}_n$  は  $\bar{\Omega}_{ns}(\omega_n, \phi'_-)$ ,  $\bar{\Omega}'_{nt}(\omega_n, \phi'_+)$  で与えられる。(12) 式であらわされる散乱前中性子エネルギー  $E_{(m)}$  は, 重心系における運動エネルギーと散乱角の関係から,  $E = E_j$  および  $\mu = \mu_m$  に対して次式で評価される。

$$E_{(m)} = E(\mu_m) = \frac{(A+1)^2}{A^2 + 2A \mu_m + 1} \cdot E_j \quad (14)$$

実際の計算では,  $E_{(m)}$  が  $g$  番目のエネルギー群にあると  $E_{(m)}$  は  $E_{(g)}$  に置きかえる。したがって,  $E_{(m)}$  での  $\sum_{el}(E)$ ,  $f^m(E)$ ,  $I(E)$  はすべて  $\sum_{el}(E_g)$ ,  $f^m(E_g)$ ,  $I(E_g)$  を用いる。以上のことから, (9) 式の積分計算は次式の数値計算に置きかえる。

$$Q_{el} = \sum_{g=1}^j \sum_{m \in g} F_{el}(\bar{r}, E_{(m)}, E_j) \sum_n w_n [I(\bar{r}, \bar{\Omega}_{ns}, E_g) + I(\bar{r}, \bar{\Omega}'_{nt}, E_g)], \quad (15)$$

ここで

$$F_{el}(\bar{r}, E_{(m)}, E_j) = \sum_{el}(\bar{r}, E_g) W_m f^m(E_g) \quad (16)$$

上式に導入した仮定は,  $g$  番目のエネルギー区間内においてエネルギー束が一定（すなわち  $1/E$  スペクトル）であることを意味する。

他方, 非弾性散乱線源は, 実験室系において等方散乱を仮定して次式により計算できる。

$$Q_{in}(\bar{r}, \bar{\Omega}_{pq}, E_j) = \sum_{g=1}^j F_{in}(\bar{r}, E_g, E_j) I_0(\bar{r}, E_g), \quad (17)$$

ここで

$$F_{in}(\bar{r}, E_g, E_j) = \Sigma_{in}(\bar{r}, E_g) \cdot \frac{f_{in}(E_g, E_j)}{4\pi} \left( \frac{E_j}{E_g} \right) \Delta E_g \quad (18)$$

$\Delta E_g$  : g 番目のエネルギー・メッシュ幅,

$$I_0(\bar{r}, E_g) = \int_{4\pi} d\Omega I(\bar{r}, \bar{\Omega}, E_g). \quad (19)$$

以上により、中性子散乱線源  $Q$  は次式により数値計算することができる。

$$Q(\bar{r}, \bar{\Omega}_{pq}, E_j) = \sum_{g=1}^j \left\{ \sum_{m \in g} F_{el}(\bar{r}, E_m, E_g) \cdot \sum_n w_n [I(\bar{r}, \bar{\Omega}_{ns}, E_g) + I(\bar{r}, \bar{\Omega}_{nt}, E_g)] + F_{in}(\bar{r}, E_g, E_j) I_0(\bar{r}, E_g) \right\} \quad (20)$$

次に、(2)式の右辺第一項の  $G(\bar{r}, \bar{\Omega}, E)$  の計算方法を考える。この計算を実行する際、次の2つの仮定を設ける。

1. 空間区間  $[\bar{r}, \bar{r}']$ において、 $\Sigma_t(\bar{r} - R\bar{\Omega}, \bar{\Omega}, E)$  が一定となるように区間を設定する。
2. 外部線源  $S(\bar{r} - R\bar{\Omega}, \bar{\Omega}, E)$  の空間分布は、 $[\bar{r}, \bar{r}']$ において線型関数で近似できる。

以上の仮定のもとに、中性子の飛行距離  $R = |\bar{r} - \bar{r}'|$  を用いて  $G(\bar{r}, \bar{\Omega}, E)$  は次式で計算される。

$$G(\bar{r}, \bar{\Omega}, E) = I(\bar{r}', \bar{\Omega}, E) \exp(-cR) + S(\bar{r}, \bar{\Omega}, E) B_1(\bar{r}, \bar{r}', E) + S(\bar{r}', \bar{\Omega}, E) B_2(\bar{r}, \bar{r}', E), \quad (21)$$

ここで

$$B_1(\bar{r}, \bar{r}', E) = [cR + \exp(-cR) - 1]/c^2 R, \quad (22)$$

$$B_2(\bar{r}, \bar{r}', E) = [1 - (1 + cR) \exp(-cR)]/c^2 R, \quad (23)$$

$$c = \Sigma_t(\bar{r} - R\bar{\Omega}, E).$$

$A I(\bar{r}, \bar{\Omega}, E)$  の積分計算も、上記の手順と同様にして次式を用いて行うことができる。

$$A I(\bar{r}, \bar{\Omega}, E) = Q(\bar{r}, \bar{\Omega}, E) B_1(\bar{r}, \bar{r}', E) + Q(\bar{r}, \bar{\Omega}, E) B_2(\bar{r}, \bar{r}', E). \quad (24)$$

次に新たに  $H(\bar{r}, \bar{\Omega}, E)$  を次のように定義する。

$$H(\bar{r}, \bar{\Omega}, E) = S(\bar{r}, \bar{\Omega}, E) + Q(\bar{r}, \bar{\Omega}, E). \quad (25)$$

上式を用いて、次式により最終計算式が得られる。

$$I(\bar{r}, \bar{\Omega}, E) = I(\bar{r}', \bar{\Omega}, E) \exp(-cR) + H(\bar{r}, \bar{\Omega}, E) \cdot B_1(\bar{r}, \bar{r}', E)$$

$$+ H(\bar{r}, \bar{\Omega}, E) \cdot B_2(\bar{r}, \bar{r}; E). \quad (26)$$

上式は、空間区間  $[r', r]$  が大きくなると誤差が増大する。その場合は、 $H(r, \Omega, E)$  の  $[r', r]$  での空間分布を指数関数近似することにより次式で与えられる別の形の最終計算式を得る。

$$\begin{aligned} I(\bar{r}, \bar{\Omega}, E) &= I(\bar{r}, \bar{\Omega}, E) \exp(-cR) \\ &+ H(\bar{r}, \bar{\Omega}, E) \cdot B_3(\bar{r}, \bar{r}; E) \{ \exp[B_4(\bar{r}, \bar{r}; E)] - 1 \}, \end{aligned} \quad (27)$$

ここで

$$B_3(\bar{r}, \bar{r}; E) = R / B_4(\bar{r}, \bar{r}; E), \quad (28)$$

$$B_4(\bar{r}, \bar{r}; E) = \ln[H(\bar{r}, \bar{\Omega}, E) / H(\bar{r}, \bar{\Omega}, E)] - cR. \quad (29)$$

Lee 等の手法<sup>5)</sup>を用いて直接積分法の理論的誤差を評価した結果、着目している点  $\bar{r}$  およびその両隣りの点  $\bar{r}', \bar{r}''$  での情報をもとに  $[\bar{r}, \bar{r}']$  での線源分布を 2 次関数で近似する方が、2 点  $\bar{r}, \bar{r}'$  で線形あるいは指数関数近似する場合よりも理論誤差が改善されることが結論づけられた。  
 $|\bar{r}'' - \bar{r}| = |\bar{r} - \bar{r}'| = R$  となるように、 $\bar{r}$ を中心 3 点  $\bar{r}, \bar{r}', \bar{r}''$  をえらび、線源項が

$$H(\bar{r}, \bar{\Omega}, E) = \alpha D^2 + \beta D + \gamma \quad (30)$$

で近似できるとすると、 $\bar{r}$  におけるエネルギー束  $I$  は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} I(\bar{r}, \bar{\Omega}, E) &= I(\bar{r}, \bar{\Omega}, E) \exp(-cR) \\ &+ \frac{1}{c} \left\{ \alpha \left[ \frac{2}{c^2} - \exp(-cR) \sum_{r=0}^2 (-1)^r \cdot \frac{2!R^{2-r}}{(2-r)!(-c)^r} \right] \right. \\ &+ \beta \left[ \frac{1}{c} - \exp(-cR) \sum_{r=0}^1 (-1)^r \cdot \frac{1!R^{1-r}}{(1-r)!(-c)^r} \right] \\ &\left. + \gamma [1.0 - \exp(-cR)] \right\}. \end{aligned} \quad (31)$$

ここで

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{1}{-2R^3} \begin{vmatrix} H(\bar{r}', \bar{\Omega}, E) & |\bar{r}'| & 1 \\ H(\bar{r}, \bar{\Omega}, E) & |\bar{r}| & 1 \\ H(\bar{r}'', \bar{\Omega}, E) & |\bar{r}''| & 1 \end{vmatrix}, \\ \beta &= \frac{1}{-2R^3} \begin{vmatrix} |\bar{r}'|^2 & H(\bar{r}', \bar{\Omega}, E) & 1 \\ |\bar{r}|^2 & H(\bar{r}, \bar{\Omega}, E) & 1 \\ |\bar{r}''|^2 & H(\bar{r}'', \bar{\Omega}, E) & 1 \end{vmatrix}, \end{aligned}$$

$$r = \frac{1}{-2R^3} \begin{vmatrix} |\bar{r}'|^2 & |\bar{r}'| & H(\bar{r}; \bar{\Omega}, E) \\ |\bar{r}|^2 & |\bar{r}| & H(\bar{r}, \bar{\Omega}, E) \\ |\bar{r}''|^2 & |\bar{r}'| & H(\bar{r}'', \bar{\Omega}, E) \end{vmatrix}.$$

である。

次に決定すべき変数は、(26), (27), (31)式で用いられている $\bar{r}'$ の座標と、飛行距離 $R = |\bar{r}' - \bar{r}|$ である。そこで $(x, y, z)$ 座標系に対して $\bar{r}'(x', y', z')$ を求めてみる。Fig. 4に飛行方向 $\bar{\Omega}(\theta, \phi)$ と $\bar{r}' \equiv \bar{r}_{i-1}$ との関係が図示されているが、 $\bar{\Omega}(\theta, \phi)$ が与えられると、その方向に応じて $(x-y)$ ,  $(y-z)$ ,  $(x-z)$ 平面のいずれの面に $\bar{r}'$ が存在するかにより、 $\bar{r}'$ は幾何学的関係から次のように決定される。

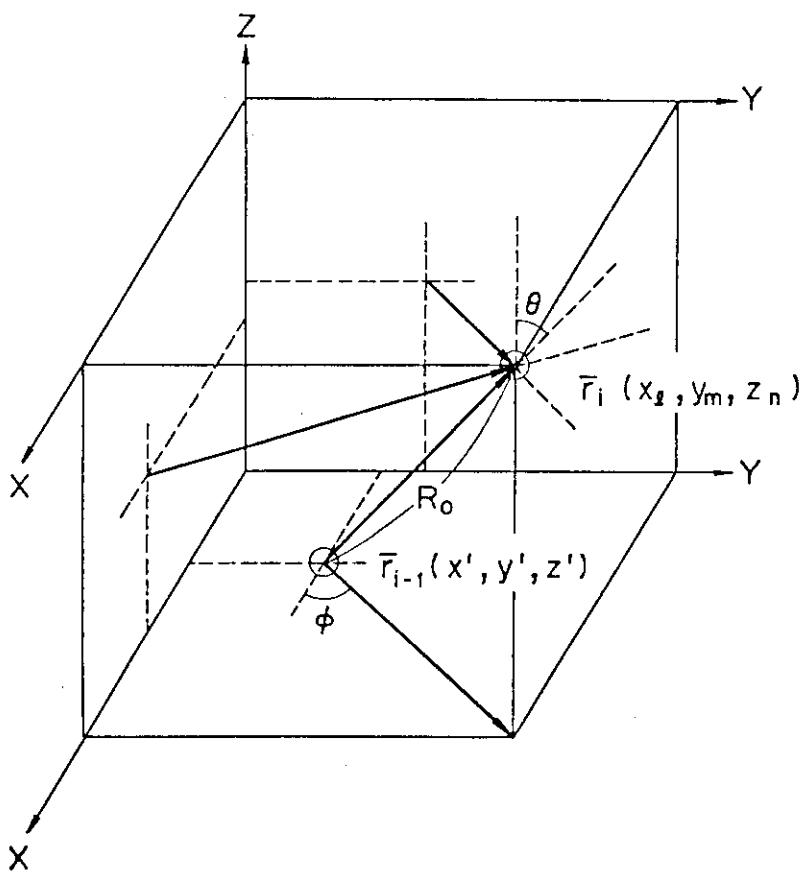


Fig. 4 Representation of neutron flight direction in three-dimensional  $(x, y, z)$  geometry

1)  $\bar{r}'$ が( $x-y$ )平面上にある場合：

$$(z' = z_{n\pm 1}, x_{\ell-1} \leq x' \leq x_{\ell+1}, y_{m-1} \leq y' \leq y_{m+1}) . \quad (32)$$

$$\begin{aligned} x_{\ell} - x' &= (z_n - z_{n\pm 1}) \cdot \frac{\cos \phi \cdot \sin \theta}{\cos \theta} , \\ y_m - y' &= (z_n - z_{n\pm 1}) \cdot \frac{\sin \phi \cdot \sin \theta}{\cos \theta} , \end{aligned} \quad (33)$$

2)  $\bar{r}'$ が( $y-z$ )平面上にある場合：

$$(x' = x_{\ell\pm 1}, y_{m-1} \leq y' \leq y_{m+1}, z_{n-1} \leq z' \leq z_{n+1})$$

$$y_m - y' = (x_{\ell} - x_{\ell\pm 1}) \tan \phi , \quad (34)$$

$$z_n - z' = (x_{\ell} - x_{\ell\pm 1}) \cdot \frac{\cos \theta}{\cos \phi \cdot \sin \theta} . \quad (35)$$

3)  $\bar{r}'$ が( $x-z$ )平面上にある場合：

$$(y' = y_{m\pm 1}, x_{\ell-1} \leq x' \leq x_{\ell+1}, z_{n-1} \leq z' \leq z_{n+1})$$

$$x_{\ell} - x' = (y_m - y_{m\pm 1}) \cdot \cot \phi , \quad (36)$$

$$z_n - z' = (y_m - y_{m\pm 1}) \cdot \frac{\cos \theta}{\sin \phi \cdot \sin \theta} . \quad (37)$$

また、飛行距離Rは次式で与えられる。

$$R = [(x_{\ell} - x')^2 + (y_m - y')^2 + (z_n - z')^2]^{1/2} . \quad (38)$$

Fig 4 から明らかなように、上で求めた $\bar{r}'(x', y', z')$ は、 $(x_i, y_j, z_k)$ で定義される三次元空間メッシュ点とは一致しないため、(26), (27), (31)式において用いられている $\bar{r}'$ におけるエネルギー束および線源を、周辺のメッシュ点での値をもとに内挿計算により決定する必要がある。その際、エネルギー束および線源の二次元的変化を考慮する必要から、Lagrangeの内挿公式を採用した。

任意の( $\xi, \eta$ )平面上に、任意のデータセットF( $\xi_i, \eta_j$ )( $i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$ )が定義されると、その平面上の任意の点( $\xi, \eta$ )での関数値F( $\xi, \eta$ )は次式から計算できる。

$$F(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n W_{ij} F(\xi_i, \eta_j) , \quad (39)$$

ここで

$$W_{ij} = U_i(\xi) V_j(\eta) , \quad (40)$$

$$U_i(\xi) = \frac{(\xi - \xi_1) \cdots (\xi - \xi_{i-1})}{(\xi_i - \xi_1) \cdots (\xi_i - \xi_{i-1})} \frac{(\xi - \xi_{i+1}) \cdots (\xi - \xi_m)}{(\xi_i - \xi_{i+1}) \cdots (\xi_i - \xi_m)}, \quad (41)$$

$$V_j(\eta) = \frac{(\eta - \eta_1) \cdots (\eta - \eta_{j-1})}{(\eta_j - \eta_1) \cdots (\eta_j - \eta_{j-1})} \frac{(\eta - \eta_{j+1}) \cdots (\eta - \eta_n)}{(\eta_j - \eta_{j+1}) \cdots (\eta_j - \eta_n)}. \quad (42)$$

上式において(39)式の最大次数m, nを大きくすると、物理的に無意味な振動解を算出する可能性があるため、実際の計算では、計算に利用できるメッシュ点数に応じてm=n=2又は3を用いている。

### 3. 直接積分法の改良

#### 3.1 指数関数法<sup>6)</sup>

(2)式の右辺第2項の積分に際し、相隣る空間メッシュ間における線源の空間分布を適当な関数で近似する必要がある。従来の直接積分法では、線型関数による近似を採用していた。通常、放射線の減衰は指数関数的である。そのため、線型近似の場合、空間メッシュを細くとらないと誤差が大きくなる傾向をもっていた。そこで、新たに線型近似の代りに、指数関数で近似する方法を提案した。

$$H(\vec{r} - R' \vec{\Omega}, \vec{\Omega}, E) = a(\vec{r}) \exp [b(\vec{r})R'] \quad (43)$$

ここで

$$a(\vec{r}) = H(\vec{r}, \vec{\Omega}, E)$$

$$b(r) = \frac{1}{R} \ln \frac{H(\vec{r}', \vec{\Omega}, E)}{H(\vec{r}, \vec{\Omega}, E)}$$

$$R = |\vec{r} - \vec{r}'|, R' = |\vec{r} - \vec{r}''|$$

である。(43)式を(2)式に代入して(27)式を得ることができる。この指数関数法の妥当性を検証するために、本手法を組込んだ1次元PALLASコードを用いて実証計算を行った。計算は線型近似および指数関数近似それぞれについて、厚さ200cmの水層平板での中性子透過問題を、空間メッシュ巾を2.0cmから12cmまで変化させ、標準解との差を調べたものであり、その結果をFig. 5に示す。線型近似に比較して指数関数近似の方が、メッシュ巾を大きくしても計算精度が悪化しないことを示している。したがって、このことから、本手法の三次元輸送コードPALLAS-XYZへの導入により、必要な空間メッシュ数の節減が可能となり、実用計算への適用上有効な手段となった。

#### 3.2 スペクトル形状評価法(Spectral Shape Estimation Technique)

弾性散乱線源は(12)式を用いて計算できるが、結果を求めようとするエネルギー・メッシュをE<sub>j</sub>とした時、散乱前エネルギーE<sub>(m)</sub>が、E<sub>j-1</sub>>E<sub>(m)</sub>>E<sub>j</sub>の場合、I<sub>j</sub>(\vec{r}, \vec{\Omega}, E<sub>(m)</sub>)を直接評価す

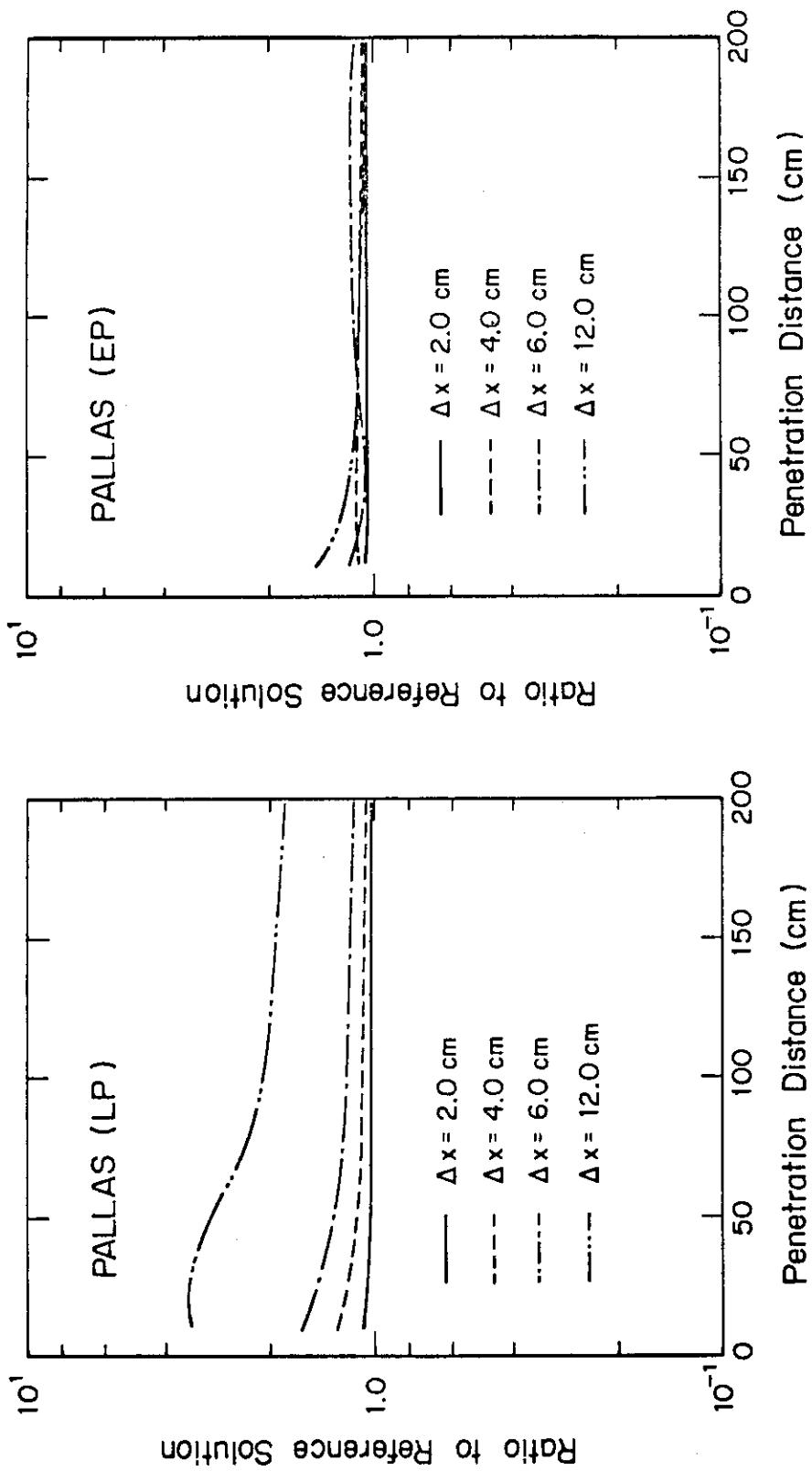


Fig. 5 Numerical errors of PALLAS calculation due to spatial meshes for a problem of normally incident fission neutrons penetrating a 200-cm-thick water slab. LP and EP denote numerical schemes to represent the source distribution by linear function (LP) and by a combination of linear and exponential functions (EP).

ることはできない。そのため、従来の直接積分法では、 $E_{j-1} \geq E \geq E_j$ において

$$I(\bar{r}, \bar{\Omega}, E_{(m)}) = I(\bar{r}, \bar{\Omega}, E_{j-1}) \quad (44)$$

の仮定を設け、(15)式により線源計算を行っている。上記の仮定は、Fig. 6 の左図から明らかに、エネルギー meshes 間隔を細かくすれば、一応妥当であると見なすことができるが、逆に同図の右図のようにエネルギー meshes 間隔が大きいと、 $I(\bar{r}, \bar{\Omega}, E_{j-1})$  は  $I(\bar{r}, \bar{\Omega}, E_{(m)})$  にくらべ明らかに過少評価となる。三次元計算においては、主記憶容量、計算時間の点から、細かいエネルギー meshes を採用することは非現実的である。そこで、あらかじめ一次元輸送計算により細いエネルギー meshes に対して評価した近似スペクトルを利用して、三次元計算の  $I(\bar{r}, \bar{\Omega}, E_{(m)})$  を推定する方法を導出した。

第1番目の領域の一次元エネルギースペクトル  $f_i(E_k)$  ( $k = 1, 2, \dots, K$ ) を定義し、それらの線型内挿計算から  $E_{(m)}$  でのスペクトル  $f_i(E_{(m)})$  を決定する。 $f_i(E_{(m)})$  と  $f_i(E_{j-1})$  の情報から比例配分により  $E_{(m)}$  での3次元スペクトル  $I(\bar{r}, \bar{\Omega}, E_{(m)})$  が次式により計算される。

$$I(\bar{r}, \bar{\Omega}, E_{(m)}) = I(\bar{r}, \bar{\Omega}, E_{j-1}) \times f_i(E_{(m)}) / f_i(E_{j-1}) \quad (45)$$

本手法では三次元計算に入る前に、重み関数としてのエネルギースペクトルを決定するための一元輸送計算を行わなければならないが、そのために必要な計算時間は、三次元計算に比べれば無視できる程度である。

本手法の妥当性を検証するために、PALLAS-XYZ を用いて中性子の鉄遮蔽体深部透過実験の解析を実施した。実験体系は Fig. 4 に示すように、厚さ約 150 cm の鉄供試体とウランコンバータの線源から構成される。代表的な結果の例として、Fig. 8 に供試体表面から 56.6 cm の深さでの 0.1 MeV 以上の中性子スペクトルの計算値と測定値の比較を示す。同図には本手法を用いたケース (Weighted) と用いていないケース (Non-Weighted) についての 0.4 レザージー巾エネルギー meshes の計算結果を示す。Non-Weighted の結果は実験値にくらべて約 2 枠の過小評価となるのに対し、Weighted の計算ではこの過小評価を完全に解消し、実験値と非常に良い一致を示した。

以上見てきたように、指數関数法は空間 meshes の節減につながり、スペクトル形状評価法はエネルギー meshes の節減を可能にすることがわかった。この 2 つの新手法を、三次元輸送コード PALLAS-XYZ に導入することにより、はじめて本コードの実用遮蔽計算への適用が可能となった。

#### 4. 三次元 PALLAS-XYZ コードによる PCA ベンチマーク実験の解析<sup>4)</sup>

米国 ORNL にある PCA (Pool Critical Assembly) を用いて、軽水炉の圧力容器中の中性子輸送計算法の精度評価のためのベンチマーク実験が行われた。Fig. 9 に実験体系の全体像を示すが、全体系が PCA のプール水に完全に浸された構成になっている。本体系は同図から明らかに、ほとんどすべて ( $x, y, z$ ) 座標系を用いて正確にモデル化できる体系である。加えて、本体系は比較的小さい体系であり、計算上、Z 軸に垂直方向への体系からの中性子の洩れを正確

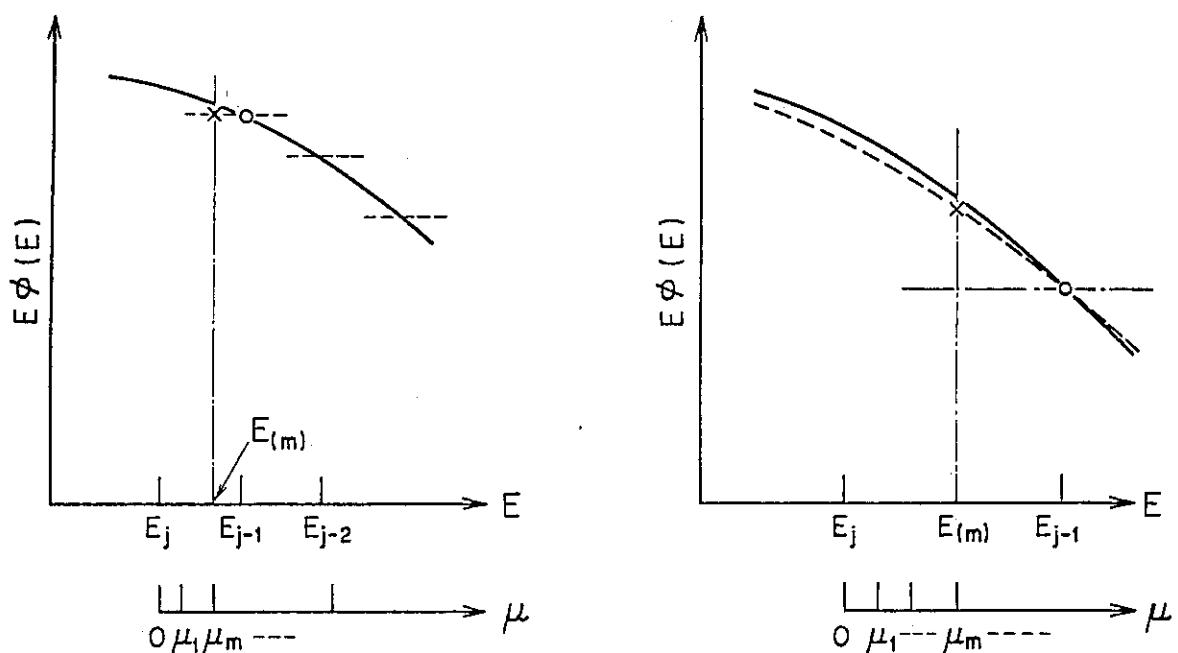


Fig. 6 Determination of energy flux at an energy point  $E_{(m)}$  defined at  $\mu=\mu_m$ . The left curve is for a  $1/E$  spectrum approximation and the right is for a one-dimensional spectral shape approximation.

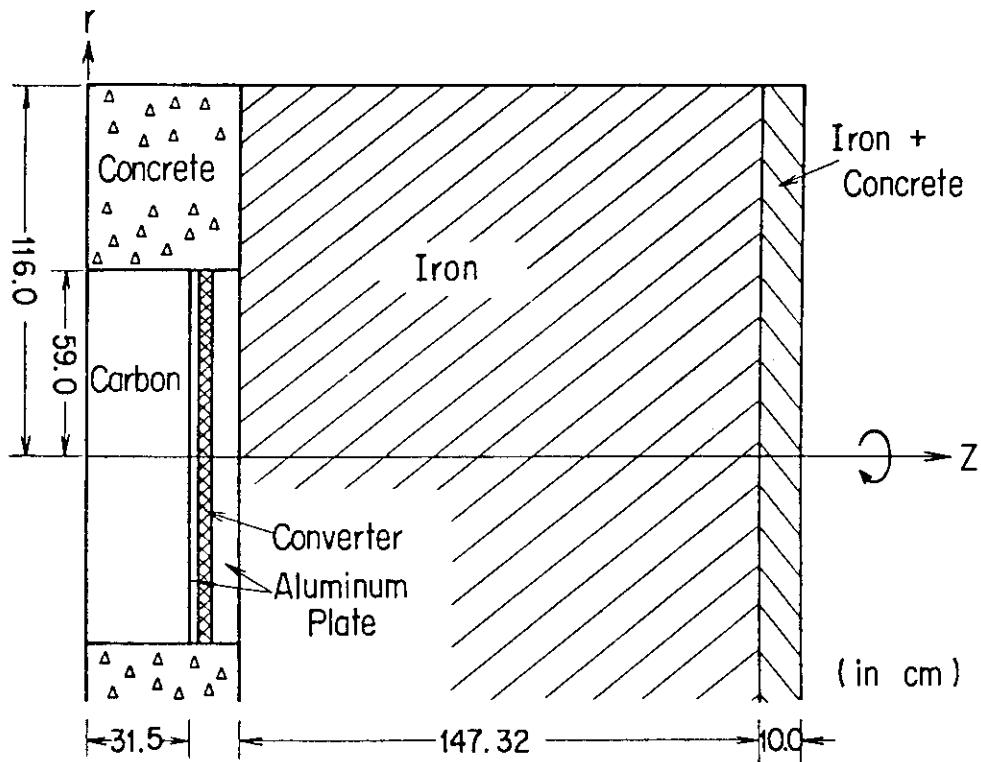


Fig. 7 Simplified configuration of neutron deep penetration experiment through iron slab.

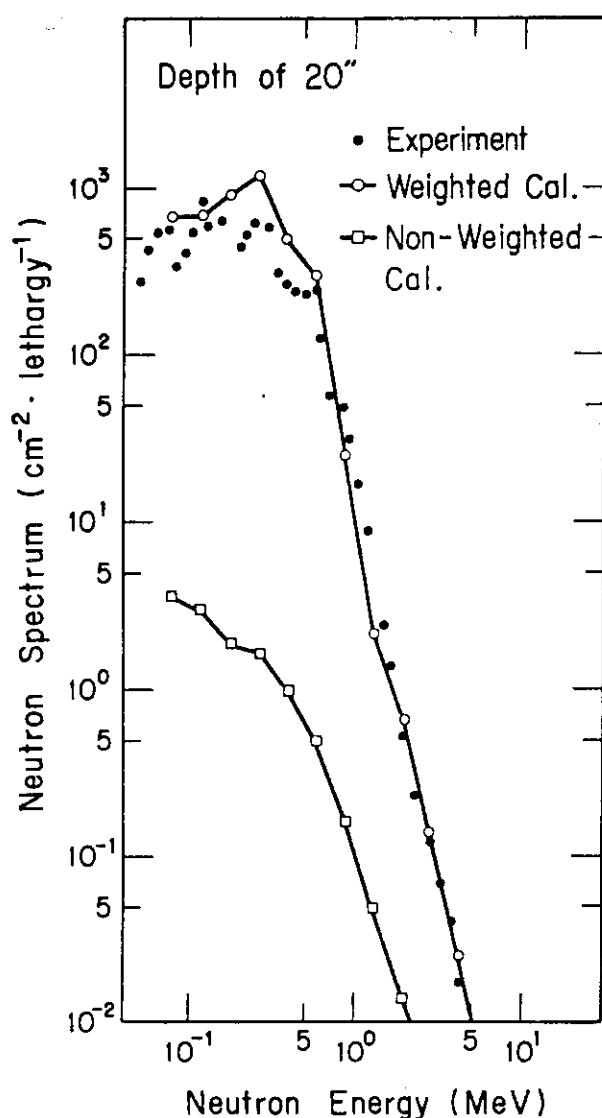


Fig. 8 Comparison of PALLAS calculated with the experimental neutron spectra at a penetration of 20 in.

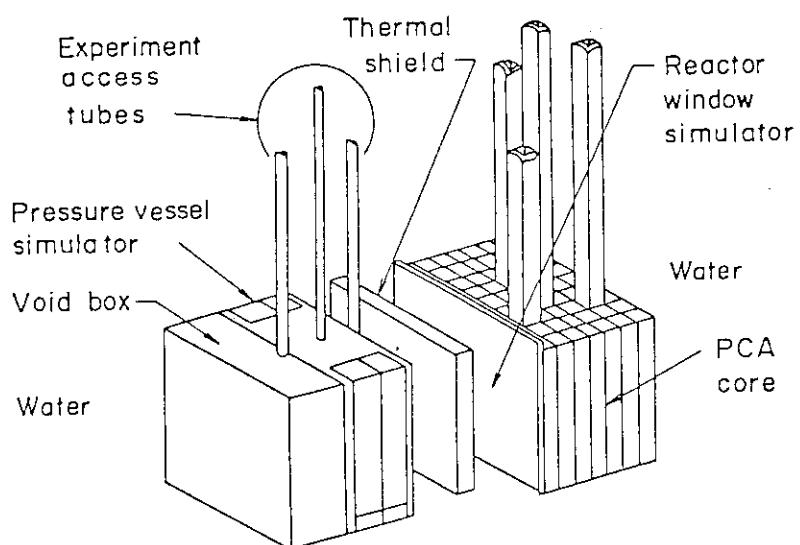


Fig. 9 Experimental setup of the PCA experiment

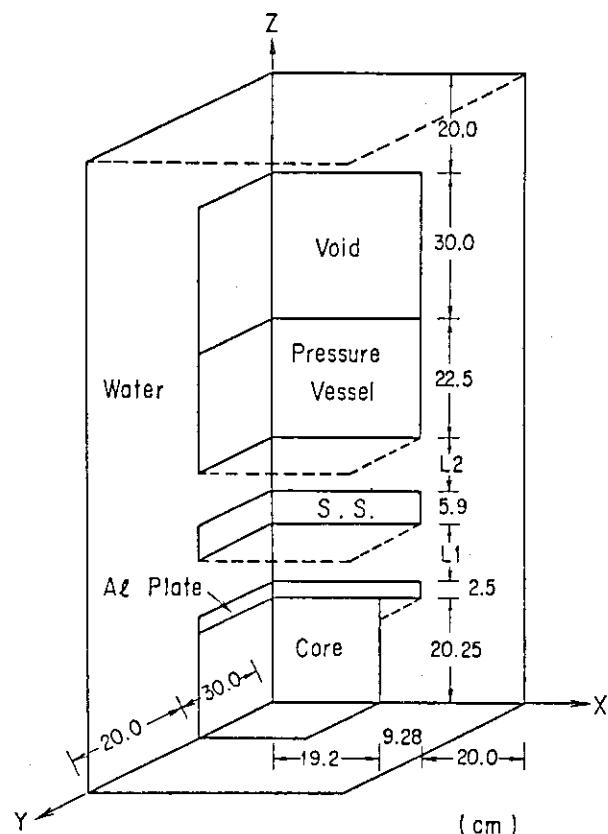


Fig. 10 Calculational model of the PCA experiment for PALLAS-XYZ.  
PCA(8/7) and PCA(12/13) configurations are respectively  
defined by designating L1/L2 as 8.4/6.7 and 12.3/12.8.

に考慮しなければならない。以上の点からこのPCA実験は、三次元中性子輸送計算の検証に適していると考えられる。本実験は、米国NRCの指揮のもとに、軽水炉の圧力容器サーベイランスの精度評価の関連で、中性子計算法の現状を評価するために実施したブラインドテストの課題として使用されたものであり、PALLAS-XYZの計算値もこれに応募した。したがってPALLAS-XYZの計算値を実験値とともに他の輸送計算(Sn法、モンテカルロ法)の計算値と比較できるという点からも、本実験の解析は有意義である。

Fig. 10に、実験軸をZ軸に一致させて、(x, y, z)座標でモデル化した実験体系図を示す。本モデルは、X軸、Y軸、Z軸それぞれに対称条件を用いているため、実際の体系の $\sqrt{8}$ 体系だけを考慮したものである。実験体系は、炉心表面と熱遮蔽の間のギャップ(L1)、熱遮蔽と圧力容器内側表面の間のギャップ(L2)のちがいにより、PCA(8/7), PCA(12/13)の両体系について実験が行われたが、本稿ではPCA(12/13)体系の解析のみを取り上げた。核データは、ENDF/B-IVライブラリデータをRADHEAT-V3で処理して作成したPALLASライブラリ<sup>7)</sup>を参照した。計算は、 $1.06 \text{ MeV} \leq E_n \leq 14.2 \text{ MeV}$ で0.2レザージー巾、 $63 \text{ keV} \leq E_n \leq 1.06 \text{ MeV}$ で0.4レザージー巾のエネルギーmeshを用いて、固定線源問題として取り扱った。PCA炉心内の固定線源の相対分布は、安全棒、調整棒の挿入による線源分布のひずみを正しく表現するために

$$S(x, y, z) = S(x, z) \times S(y)$$

の表現を採用した。計算に用いた空間mesh巾は、実験軸に沿った領域については2.5～6.0cm、その他の外側領域については、3.75～10.0cmである。

Table 1に、速中性子反応率のPALLAS-XYZによる計算値と実験値の比(C/E)を、他のSnコード、モンテカルロコードの結果とともに示す。また、Table 2は、積分中性子束およびdpa(displacement per atom)について、反応率と同様に実験値と比較したものである。図中で空間位置を示す記号、A1, A3(A3M), A4, A5, A6はそれぞれ、熱遮蔽体前面の水中、圧力容器前面の水中、圧力容器中の深さ1/4, 2/4, 3/4の位置を示す。反応率に関しては、PALLAS-XYZの結果は約20%の精度で実験値を再現しており、他の計算値と比較しても、計算値間のバラツキの範囲のはば中間に位置することがわかった。積分中性子束、dpaに関しては、誤差は20%以下になり、反応率の計算精度よりも全般的に良好な結果を得ている。これは、積分中性子束の計算値が誤差を相殺する結果であろうと考えられる。他の計算値と比較すると、反応率計算の場合と同様の傾向が得られることがわかった。すなわち、しきい反応の反応率、dpa、1.0 MeV以上および0.1 MeV以上の積分中性子束の計算精度の検討から、PALLAS-XYZは体系からの洩れの補正をすることなく、ほぼ実験誤差以内におさまる精度で0.1 MeV以上の中性子の輸送計算が可能であることが認められた。

本体系の計算は、FACOM M200で、1時間45分強のCPU計算時間と、約1900 kBの主記憶容量を必要とした。

Table 1 C/E Ratios of Reaction Rates Based on Equivalent Fission Fluxes for the PCA (12/13)

Code*	Location					Location					
	A1	A3M**	A4	A5	A6	A1	A3M*	A4	A5	A6	
	$^{237}\text{Np}$ (n,f)					$^{238}\text{U}$ (n,f)					
PAL3	0.98	0.98	1.06	1.09	1.09			0.84	0.80	0.77	
C1	0.81	0.82	0.74	0.71	0.70			0.72	0.67	0.64	
C2	1.01	1.15	1.17	1.14	1.09			1.07	1.01	0.94	
C3	0.92	1.05	1.15	1.14	1.11			1.05	1.01	0.96	
C4	1.04	0.82	0.85	0.85	0.83			0.86	0.85	0.83	
C5	0.79	0.72	0.77	0.73	0.67			0.75	0.71	0.66	
C6	0.87	0.85	0.83	0.82	0.81			0.71	0.65	0.60	
C7	0.75	0.80	0.72	0.71	0.70			0.62	0.57	0.52	
C8	0.88	0.95	0.81	0.80	0.75			0.81	0.79	0.75	
C9	0.77	0.74	0.83	0.77	0.83			0.89	0.84	0.94	
C10	0.83	0.95	0.94	0.91	0.85			0.90	0.86	0.82	
C11	0.87	0.90	0.89	0.86	0.83			0.82	0.76	0.72	
	$^{103}\text{Rh}$ (n,n')						$^{58}\text{Ni}$ (n,p)				
PAL3	1.13	1.03	1.06	1.06	1.05		1.00	0.97	0.87	0.84	0.87
C1	0.96	0.89	0.80	0.77	0.75		0.97	1.00	0.79	0.73	0.73
C2	1.19	1.27	1.27	1.24	1.18		1.18	1.36	1.17	1.12	1.12
C3	1.08	1.15	1.23	1.22	1.19		1.07	1.27	1.17	1.14	1.15
C4	1.24	0.91	0.95	0.95	0.94		1.19	0.99	0.97	0.96	1.00
C5	0.93	0.80	0.84	0.81	0.74		0.93	0.89	0.86	0.82	0.82
C6	1.04	0.94	0.88	0.87	0.85		1.08	1.07	0.79	0.71	0.69
C7	0.89	0.88	0.76	0.75	0.73		0.87	0.96	0.65	0.58	0.55
C8	1.05	1.05	0.90	0.88	0.84		1.06	1.16	0.92	0.87	0.84
C9	0.92	0.84	0.93	0.88	0.94		0.91	0.98	1.05	0.99	1.16
C10	0.98	1.04	1.02	1.00	0.94		0.98	1.15	1.03	0.99	1.01
C11	1.03	0.99	0.96	0.93	0.91		1.03	1.12	0.93	0.87	0.88
	$^{115}\text{In}$ (n,n')						$^{27}\text{Al}$ (n, $\alpha$ )				
PAL3	1.06	1.04	1.00	0.97	0.96		0.89	0.86	0.82	0.81	0.82
C1	0.92	0.93	0.82	0.77	0.76		0.91	0.95	0.78	0.73	0.71
C2	1.14	1.31	1.24	1.18	1.14		1.13	1.31	1.15	1.11	1.11
C3	1.03	1.17	1.21	1.18	1.16		1.07	1.35	1.26	1.27	1.29
C4	1.18	0.93	0.97	0.97	0.97		1.07	0.95	0.95	0.91	0.89
C5	0.89	0.83	0.86	0.82	0.77		0.91	0.89	0.86	0.84	0.84
C6	1.00	0.97	0.83	0.78	0.75		1.15	1.16	0.88	0.81	0.77
C7	0.85	0.91	0.74	0.70	0.67		0.84	0.96	0.56	0.48	0.45
C8	1.01	1.09	0.92	0.90	0.89		0.96	0.97	0.80	0.70	0.61
C9	0.87	0.88	0.99	0.94	1.02		0.86	1.25	1.24	0.83	1.31
C10	0.95	1.08	1.03	0.99	0.96		0.97	1.20	1.12	1.11	1.13
C11	0.99	1.03	0.95	0.90	0.88		1.07	1.13	0.92	0.83	0.78

\*) Code PAL3 indicates the calculation with PALLAS-XYZ, while C2 and C7 mean the ones with ANISN, C9 with Monte Carlo code McBEND and other codes with DOT or TWOTRAN in (x,y) geometry with leakage corrections.

\*\*) Location A3M is closer to the core than location A3.

Table 2 C/E Ratios of Integral Parameters Based on Equivalent Fission Fluxes for the PCA (12/13) Configuration

Code*	Location				Location				Displacements per Atom			
	A1	A3	A4	A5	A1	A3	A4	A5	A1	A3	A4	A5
									Flux ( $E \geq 1.0$ MeV)			
PAL3	1.03	0.97	1.14	1.08	1.18	1.08	0.97	1.04	1.00	0.99	1.05	0.95
C1	0.87	0.78	0.76	0.73	0.72	0.89	0.82	0.80	0.76	0.75	1.11	1.00
C2	1.07	1.12	1.25	1.23	1.19	1.13	1.18	1.25	1.19	1.15	1.48	1.56
C3	0.97	1.02	1.17	1.14	1.12	1.03	1.08	1.23	1.20	1.19	1.13	1.18
C4	1.12	0.83	0.91	0.92	0.92	1.15	0.82	0.93	0.93	0.94	1.13	0.83
C5	0.82	0.69	0.81	0.78	0.78	0.87	0.73	0.83	0.79	0.75	0.91	0.79
C6	0.91	0.83	0.91	0.90	0.90	0.97	0.86	0.83	0.78	0.75	1.10	0.99
C7	0.79	0.78	0.74	0.73	0.73	0.83	0.81	0.74	0.71	0.68	0.94	0.92
C8	0.94	0.93	0.85	0.82	0.78	0.99	0.97	0.92	0.91	0.91	1.42	1.37
C9	0.81	0.68	0.84	0.81	0.84	0.87	0.77	0.95	0.91	0.97	0.83	0.75
C10	0.90	0.85	0.93	0.90	0.87	0.96	0.91	0.93	0.88	0.86	1.20	1.10

\*) Same as those in Table 1

参考文献

- 1) Takeuchi K. and Sasamoto N. : Nucl. Sci. Eng., 80, 536 (1982).
- 2) Sanchez R. and McCormick N. J. : Nucl. Sci. Eng., 80, 481 (1982).
- 3) Sasamoto N. and Takeuchi K. : Nucl. Sci. Eng., 80, 554 (1982).
- 4) McElroy W.N., et al. : "LWR Pressure Vessel Surveillance Dosimetry Improvement Program: PCA Experiments and Blind Test," NUREG/CR-1861 (HEDL-TME 80-87, R5), Hanford Engineering Development Laboratory (1981).
- 5) Lee S.M. and Vaidyanathan R. : Nucl. Sci. Eng., 76, 1 (1980).
- 6) Sasamoto N. and Takeuchi K. : Nucl. Sci. Eng., 71, 330 (1979).
- 7) 笹本宣雄, 田中俊一, 竹内清:「PALLAS コード用多群中性子群定数ライブラリー」, JAERI - M 7445 (1977)。

### 3. 原子力コードのベクトル化

#### Vectorization of Nuclear Codes

##### 3.1 原子力コードのベクトル化経験

石 黒 美佐子<sup>+</sup>

ベクトル計算型スーパーコンピュータを有効に利用するために、ベクトル計算機能を生かすようにプログラムを最適化することが重要である。そこで、原研計算センターでは、種々の原子力コードに対し、それらのベクトル計算適応性を検討してきた。ここでは、そのベクトル化経験を述べる。特に、軽水炉LOCA解析コードについては詳しく述べる。この他にも、代表的な原子力コード：CITATION（中性子拡散），FEM-BABEL（有限要素法による中性子拡散），TWOTRAN-II（中性子輸送），SAP-V（構造解析）のベクトル化法について述べる。

速度向上率、VP-100に対するM-380の計算時間が、22件の原子力コードに対して示される。

#### Experience with the Vectorization of Nuclear Codes

Misako ISHIGURO<sup>+</sup>

In order to make efficient use of a vector supercomputer, it is vital to optimize programs to the vector architecture. Hence, applicability of vector processing has been investigated to the various nuclear codes at the computing center in JAERI. Here we describe experience with the code vectorization, especially on a LWR LOCA transient analysis code RELAP5 in detail. We also present the vectorizing methods in use for other typical codes: CITATION (neutron diffusion), FEM-BABEL (neutron diffusion by finite element method), TWOTRAN-II (neutron transport), and SAP-V (structural analysis). Speed-up gains, given by the time ratios of FACOM M-380 to vector supercomputer FACOM VP-100, are shown for twenty-two nuclear codes.

##### 1. はじめに

1976年にロスアラモス研究所にベクトル処理型スーパー・コンピュータCRAY-1が導入され以来7年を経て、昨年秋から国内での国産スーパー・コンピュータの利用が開始された。原研においては、FACOM F230-75 APUを利用して、1977年頃から原子力コードのベクトル計算への適応性を調査してきたが、最近は、特に、近い将来のベクトル計算機の利用に的を絞り、計算

<sup>+</sup> 日本原子力研究所, Japan Atomic Energy Research Institute

センターが中心となってよく使われる計算コードのベクトル化の準備を進めている。

現在、スーパー・コンピュータと呼ばれているものは、パイプライン型ベクトル計算機で、その仕組については(1), (2)ほかの文献で報告されている。

ベクトル計算機では、一連の演算が配列要素に対しベクトル命令で並列に実行される。ベクトル計算機におけるプログラムの相対処理速度（スカラ比）Pは、次式で表わされる。

$$P = \frac{1}{(1-V) + \frac{V}{\alpha}} \quad (1-1)$$

V ベクトル化率（プログラムのうちベクトル命令で処理される割合）

$\alpha$  ベクトル計算効率（ベクトル／スカラ速度比で数倍から数10倍）

Vはプログラムに依存するが、ベクトル化コンパイラのベクトル化能力によっても差が出る。

$\alpha$ は、計算機のアーキテクチャにも依存するが、一般に次の場合に大きくなる。

- (1) ベクトル長が長い。
- (2) 連続したデータの引用（例えばFACOM VPでは、連続、一定間隔、間接番地が可能）。
- (3) DOループ中の演算子数が多い（演算パイプラインの並列動作を可能にする）。

以下では、原研で良く使われる代表的な原子力コードをいくつか選び、ベクトル化方法とその効果について述べる。

## 2. 3次元中性子拡散コード CITATION<sup>(3)</sup>

### 2.1 コードの概要

拡散方程式を差分法によって離散化し、実効増倍係数（K-effective）を固有値、中性子束を固有ベクトルとして、固有値問題として解く。計算は図2-1のような2重反復計算によるが、計算時間のかかる内側反復計算には、逐次線過大緩和法（SLOR法）が使用されている。

### 2.2 ベクトル化方法<sup>(4)</sup>

中性子源、固有値を計算する外側反復計算は、エネルギー群(g)と3次元空間メッシュ(i,j,k)の4重ループ構造が多く、3次元メッシュを1次元化し全メッシュ点を並列に計算するように変更することによってベクトル長を長くすることができる。

中性子束計算のための内側反復計算は、SLOR法に基づくオリジナル版では、図2-2に示すごとく、最内ループがjに関する再帰的データ参照関係を持つのでこのままではベクトル計算できない。このため、ベクトル化版では、i, kに関する2重ループを1重化し最内ループとするがそのままでは収束までの反復回数が1.5～2倍増加する<sup>(5)</sup>。S<sub>i, j, k</sub>をj, kについて並列に計算しようとすると、 $\phi_{j, i-1, k}^{(m)}$ ,  $\phi_{j, i, k-1}^{(m)}$ を使うべきところを、1回前の計算値である $\phi_{j, i-1, k}^{(m-1)}$ ,  $\phi_{j, i, k-1}^{(m-1)}$ という風にヤコビ法に近い計算にならざるを得ないからである。

これを回避するためのベクトル化方法としては、偶数添字(i+k=even)を計算するときは、奇数添字(i+k=odd)しか参照しないという性質を利用して、奇数/偶数を交互に計算するodd/even法(図2-3)が適用できる。これによって反復計算の劣化が抑えられると共にベクトル計算が可能となる。ベクトル化のための再構成版は図2-4下に示される。

## 2.3 ベクトル化効果

表2-1には、原研4号炉3群、 $x-y-z$  ( $51 \times 56 \times 24$ ) 形状を計算した場合のVP-100とVP-200で実行した計算速度向上<sup>(4)</sup>について示す。ベクトル化によって添字計算が増加し、スカラ計算レベルでは計算量が多少増加している。

境界上の中性子束計算の特殊性を制御するために、現在間接番地方式を採用しているが、これを配列の取り方の工夫で連続番地化すればこの速度向上倍率は上がる可能性がある。また、SLOR法の代りに逐次点過大緩和法(SOR法)を用いれば、計算が単純でベクトル化の観点からも取扱い易いので速度向上が期待できる。

Table 2.1 Computing time of the CITATION code

計算機	M 380	M 380	VP 100	VP 200
プログラム	オリジナル版	ベクトル化版	ベクトル化版	ベクトル化版
コンパイラ	FORT 77 OPT 3	FORT 77 OPT 3	FORT 77 VP ADV(EVL)	FORT 77 VP ADV(EVL)
実行時のCPUタイム	4 m 35 s	5 m 19 s	1 m 14 s	0.51 s
速度倍率	1.0	0.86	3.72	5.39

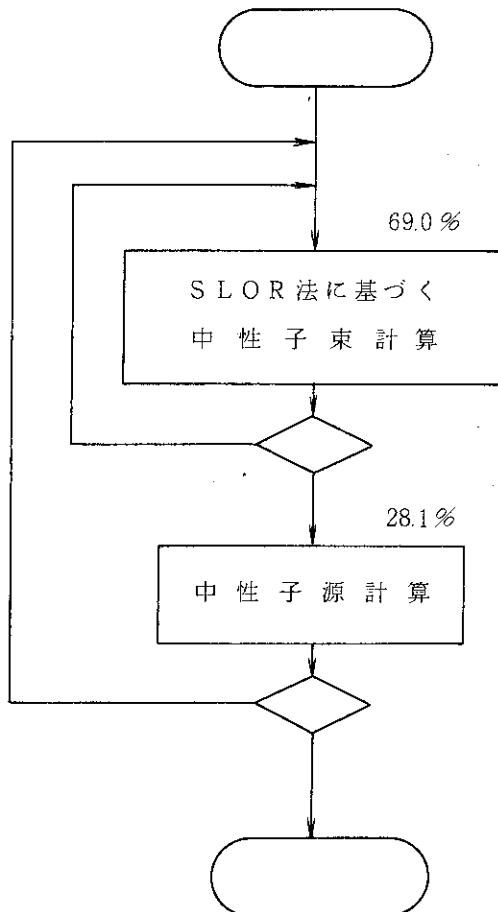


Fig. 2.1 Flow diagram and time cost of the CITATION code

(オリジナル版)

```

for k=1,kmax
  for i=1,imax
    . . .
    for j=2,jmax
      βj,i,k = (Sj,i,k + fδj-1,i,kβj-1,i,k) / g
      δj,i,k = g / (ρ + r - fδj-1,i,k)
    
```

(前進消去)

Fig. 2.2 Partial coding of SLOR in the original code

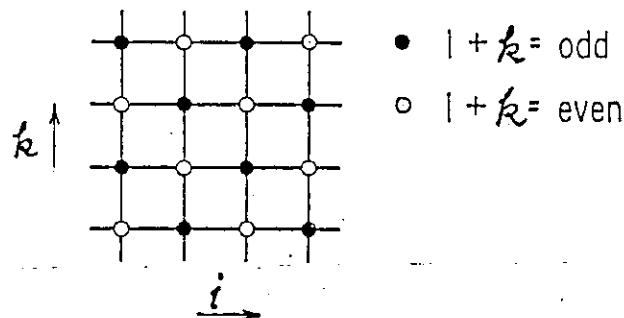


Fig. 2.3 Odd-even ordering method

```

for k=1,kmax (オリジナル版)
  for i=1,imax
    for j=1,jmax [m : iteration]
      Sj,i,k=a+bφ(m)j,i,k-1+cφ(m-1)j,i,k+1
                  +dφ(m)j,i-1,k+eφ(m-1)j,i+1,k
  
```

```

for j=1,jmax
  for ik=1,ikmax,2 (奇数インデックス)
    Sik,j=a+bφ(m-1)ik-imax,j+cφ(m-1)ik+imax,j
              +dφ(m-1)ik-1,j+eφ(m-1)ik+1,j
  
```

```

for j=1,jmax (偶数インデックス)
  for ik=2,ikmax,2
    Sik,j=a+bφ(m)ik-imax,j+cφ(m)ik+imax,j
              +dφ(m)ik-1,j+eφ(m)ik+1,j
  
```

Fig. 2.4 Odd-even ordering method applied to the calculation of the constant term S

### 3. 有限要素法による中性子拡散コード FEM-BABEL<sup>(6)</sup>

#### 3.1 コードの概要

拡散方程式をガレルキン型有限要素法を使って離散化し、固有値問題として解く。CITATION コードの場合と同様な 2 重反復計算（図 2-1）が用いられるが、BABEL コードでは内側反復にはSOR 法が使用されている。

#### 3.2 ベクトル化方法

BABEL では、有限要素法の利点である自由な形状の取扱いが前提となっているので、柔軟な節点番号付けを許している。例えば、CITATION では、方形なメッシュ番号づけのため、3 次元  $x-y-z$  問題の離散化後の係数行列は図 3-1 に示すクーストライプ行列で得られるが、BABEL ではこれが帯状行列として取扱われる。つまり係数 0 も計算対象となる。高速炉形状を模擬するための 6 角形格子  $x-y$  平面は、図 3-2 のような節点番号づけを与えている。この場合、偶数添字部分と奇数添字部分がうまく交互に参照し合えるような関係には到底ならないので、odd/even 法は適用できない。

以上のことから、BABEL では、 $x-y$  平面に対してヤコビ法によってベクトル計算するが、 $z$ -軸方向は逐次性を保つ。ヤコビ法での中性子束計算は次式となる。

$$\phi_i^{(n)} \leftarrow a_i + \sum_{l=1}^{NB} b_l \phi_l^{(n-1)} \quad i, l \text{ は } x-y \text{ 平面上の節点, NB はバンド巾}$$

(3-1)

(3-1) 式では、1 回前の値に基づく計算となるため、収束までの反復回数が 1.3~1.5 倍増加するが<sup>(5)</sup>、 $z$ -軸上で逐次計算のため、必ずしも収束には到る。

#### 3.3 ベクトル化効果

表 3-1 には、例題として、前記の高速炉 6 群計算で図 3-2 に示した 6 角形状の  $x-y$  平面を持つ 3 次元形状 ( $233 \times 12$  節点) を VP-100 で実行した結果を示す。内側反復計算を部分的に SOR 法からヤコビ法に変えたことにより 1.55 倍の計算時間となり、ベクトル化で得た速度向上 (6.5 倍) を一部相殺している。

Table 3.1 Computing time of the FEM-BABEL code

計算機	M 380	M 380 (ベクトル化版)	VP 100
計算時間	1 m 49 s	2 m 48 s	26 s
速度倍率	1.0	0.65	4.2

ベクトル化率 95 %

ベクトル長 223

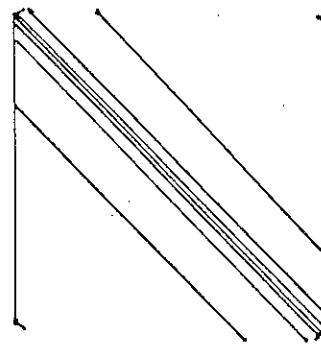


Fig. 3.1 7-stripe matrix for a  
three-dimensional neutron  
diffusion problem

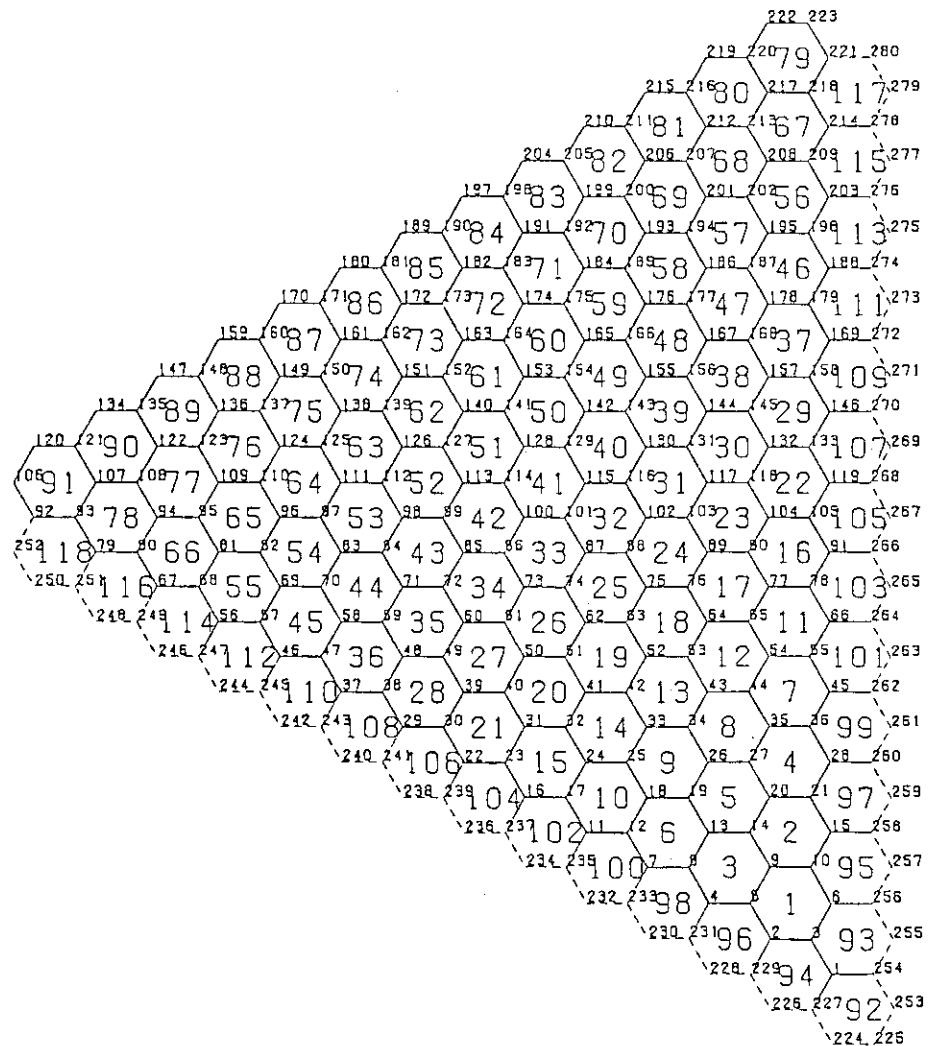


Fig. 3.2 Element and node point mapping for a hexagonal geometry  
(1/6 section on the x-y plane)

#### 4. 中性子輸送コード TWOTRAN<sup>(7)</sup>

##### 4.1 コードの概要

ボルツマンの輸送方程式を角度依存性を考慮して解く。中性子散乱時の角度、エネルギーを差分法で離散化し、エネルギー群、角度分点、空間メッシュ点について方程式を連立させて解き、実刻増倍係数と中性子束分布を求める。拡散計算の場合と同じく2重反復計算(図2-1)が使用されている。

##### 4.2 ベクトル化方法

中性子束計算に用いられる離散化式は、既知の境界値から逐次隣の値を計算していく漸化式で与えられ、2次元問題では、次の5点階差式となる(図4-1上)。

$$\begin{aligned} \phi_{ijk}^{(n)} &\leftarrow a_{ijk} + b_{ijk} \phi_{i-1,j,k}^{(n)} + c_{ijk} \phi_{i,j-1,k}^{(n)} + d_{ijk} \phi_{i,j,k-1}^{(n)} \\ &+ e_{ijk} \phi_{i,j,k+1}^{(n-1)} \end{aligned} \quad (4-1)$$

ここで、 $i, j$ は空間メッシュ方向、 $k$ は角度方向添字を示す。

(4-1)式を $i, j, k$ 或いはそれらの組合せでベクトル化することは、データの再帰的参照関係から不可能である。しかし、 $x-y$ 形状では、拡散項 $\nabla Q\phi$ の計算が角度微分を含まない式となるため、(4-1)式の $d_{ij}$ と $e_{ij}$ が0となり、角度添字 $k$ に関してベクトル計算が可能となる。  
 $r-z$ 或いは、 $r-\theta$ 形状については、(4-1)式は前回の値 $\phi_{i-1,j,k}^{(n-1)}, \phi_{i,j-1,k}^{(n-1)}$ を利用するヤコビ法にならざるを得ない。しかし、ヤコビ法では著しい反復回数の増加をもたらし実用に耐えない。特に固有値計算を行わないソース問題では解は収束しない。

拡散コードとの階差式の違いが輸送コードのベクトル化を不利なものにしている。例えば、拡散方程式では2次元問題は次の5点階差式で与えられる。

$$\phi_{ij}^{(n)} \leftarrow a_{ij} + b_{ij} \phi_{i-1,j}^{(n)} + c_{ij} \phi_{i,j-1}^{(n)} + d_{ij} \phi_{j+1,j}^{(n-1)} + e_{ij} \phi_{i,j+1}^{(n-1)} \quad (4-2)$$

輸送方程式では、(4-1)で見たように空間的には、前3項しか関係しない。この式の差は、拡散項 $\nabla Q\phi$ が、拡散方程式では2次の偏微分 $-\nabla D\nabla\phi$ に置き代わることから来る。

図4-1は、斜め方向に計算するハイパー・プレーン法(図4-1下)を用いることによってベクトル化ができる。しかし、メッシュ数が多くないと十分なベクトル長が望めない。現在のところ、プログラムの手直しが大きいためTWOTRANではテストしていない。

##### 4.3 ベクトル化効果

$x-y$ 形状については、角度分点方向をベクトル化する。 $(r-z)$ 形状では、再帰的部分(プログラム中約10%の時間)をスカラ計算し、残りを徹底的にベクトル化するという方法を用いた。表4-1にVP-100での実測結果を示す。

負数の中性子束値を出さないように補正する機能があり、このためのサブルーチンFIXUPの呼出しをオリジナル・コードでは中性子束計算のためのループ中に置いていた。CALL文は、現

在のベクトル化コンパイラではベクトル化できないので、FIXUPを呼出すのをやめて、負の場合は0に置換える変更を行いベクトル化を推進させている。

Table 4.1 Computing time of the TWOTRAN code

例題	x-y S <sub>8</sub>	x-y S <sub>16</sub>	R-Z S <sub>8</sub>
エネルギー群	9	9	3
x-y or R-z	20×20	20×20	36×26
ベクトル長	10	36	36
ベクトル化率	0.90	0.95	0.75
計算時間M 380	0.63m	1.91	0.96
” VP-100	0.53	0.52	0.36
速度倍率	1.2倍	3.7	2.8

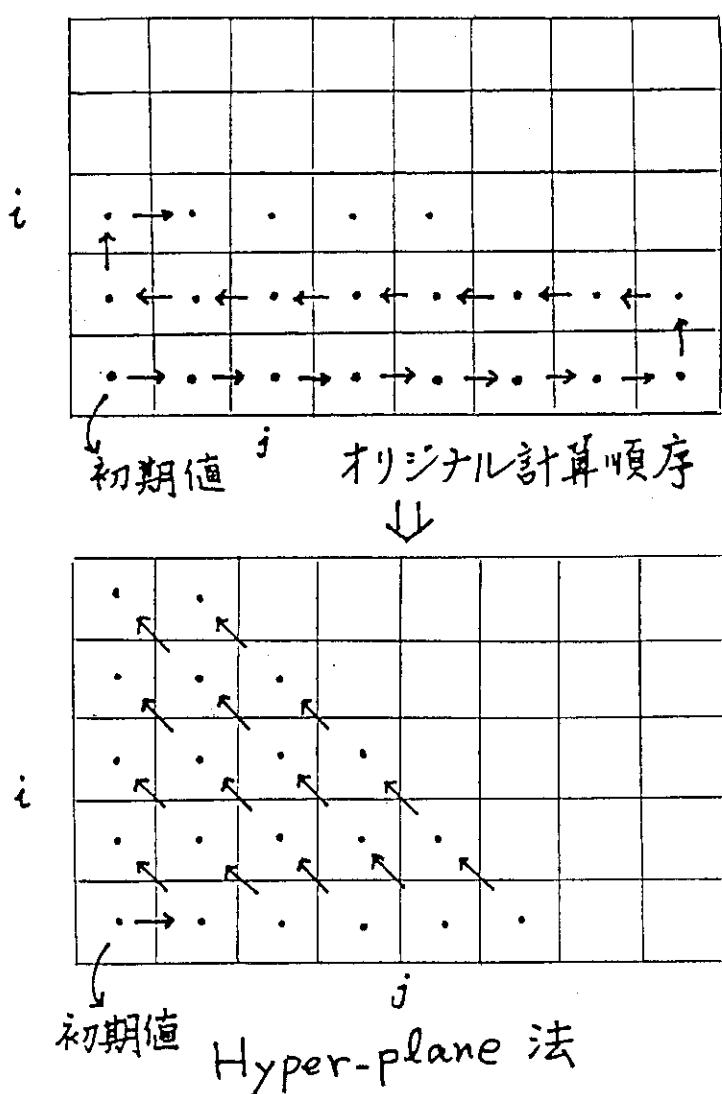


Fig. 4.1 Hyper-plane method applied to a two-dimensional neutron transport problem

## 5. 構造解析プログラム SAP5<sup>(8)</sup>

### 5.1 コードの概要

SAP5は、原研では大型トカマク開発、多目的高温ガス炉開発で構造物の設計のためによく利用されている。SAPの機能としては、種々あるが、固有値解析、応答履歴解析、応答スペクトル解析のように固有値問題に帰着するものに過大な計算時間を要する。

### 5.2 ベクトル化方法

$$K\phi = M\phi A \quad (n \text{ 次元}, n \text{ は節点数}) \quad (5-1)$$

において、最低次から順に  $q$  個の固有値とそれに対応する固有ベクトルを求める。ここで、

$$\begin{aligned} A &= \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_q) && \text{固有値} \\ \phi &= (\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_q) && \text{固有ベクトル} \end{aligned}$$

(5-1) 式を部分空間反復法 (Subspace iteration 法, 図5-1) により、 $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_q$  の張る  $q$  次元空間  $F_\infty$  を見つける。剛性行列  $K$  のバンド巾を  $n$  とすると、部分空間反復法の各ステップにおける演算数は表 5-1 で示すとおりとなる<sup>(9)</sup>。

この式は、このままでベクトル計算が可能である。しかし、部分空間反復の部分では、ベクトル長がバンド巾の分しかないので、小さい体系の問題ではそれ程のベクトル化効果は期待できない。

### 5.3 入出力回数の減少化

SAP5は、小規模計算機での実行を意図しているので実用規模の問題では入出力回数が数万から数10万と多く、CPU使用時間よりも、入出力に要する実行経過時間になる典型的なコードである。原研版では、ベクトル化を機会に入出力を見直し、剛性行列の常駐化をはかった。この結果、入出力回数を約  $1/10$  に減少できた。ただし、この変更で、剛性行列の分

$$\text{節点数} \times \text{バンド巾} \times 8 \quad (\text{バイト})$$

の記憶容量が新たに必要となる。

### 5.4 ベクトル化および入出力減少による効果

主記憶の利用が合計 5 M (メガ) バイト程度の中規模問題についてテストした結果を表 5-2 に示す。経過時間として、原研M380 システムで40分程度要していたが、入出力の減少化によって 6 分程度となる。

ベクトル化による速度向上倍率は上記問題で M 380 に較べて 4 倍程度となるが、もっと大きな体系 (要素数 1914, 節点数 5091, バンド巾 831) を VP-200 で実行した場合には 13.5 倍の速度向上となる<sup>(9)</sup>。この場合、約 25 M バイトの主記憶容量が必要である。

Table 5.1 Vector length and time cost for the subspace iteration method

計算式	計算式	計算式	V L
K の 分解	$K = LDL^T$	$(nm + 3nm)/2$	$1 \sim m$
	$K \cdot \bar{x}_{k+1} = Y_k$	$nq(2m + 1)$	$\frac{1}{2} \sim q$
	$K_{k+1} = \bar{x}_{k+1}^T \cdot Y_k$	$nq(q + 1)/2$	$n$
部分 空間 反復	$\bar{Y}_{k+1} = M \cdot \bar{x}_{k+1}$	$nq$	$n$
	$M_{k+1} = \bar{x}_{k+1}^T \cdot \bar{Y}_{k+1}$	$nq(q + 1)/2$	$n$
	$K_{k+1} \cdot Q_{k+1} = M_{k+1} \cdot Q_{k+1} \cdot \Delta_{k+1}$	$O(q^3)$ は無視	
スケル ル公 式の交 換	$\bar{Y}_{k+1} = \bar{Y}_{k+1} \cdot Q_{k+1}$	$nq^2$	$n$
	$\bar{K} = K - \mu M$	$n$	$n$
	$\bar{K} = LDL^T$	$(nm + 3nm)/2$	$1 \sim m$
逆 差 評価	$\frac{\  E \cdot \phi \  - \lambda \  \cdot M \cdot \phi \ }{\  K \cdot \phi \ }$	$5nm + 2n$	$n$

$K\Phi = M\Phi\Delta$  (n次元) に方等しい。順次から順に、  
q個の固有値と対応する固有ベクトルを求める。  
 $\Phi = (\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_q)$   
 $\Delta = diag(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_q)$  ( $q \ll n$ )

$K\Phi = M\Phi\Delta$  (n次元)  $\rightarrow$  部分空間反復により、  
 $(\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_q)$  の張る綱型部分空間  $F^\infty$  (q次元) を見つける。

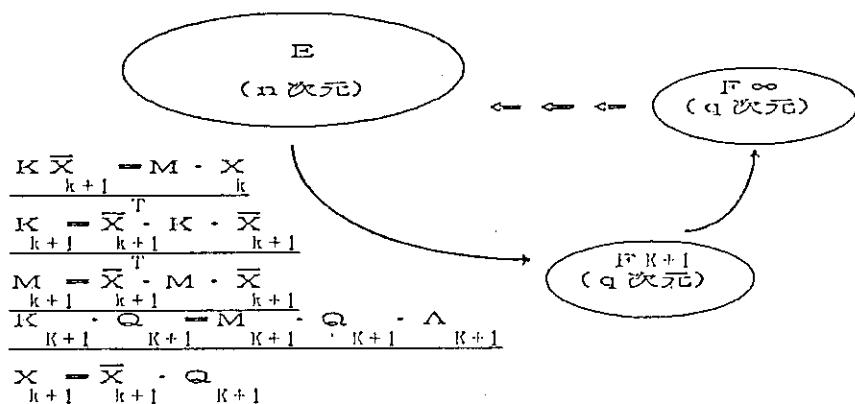


Fig. 5.1 Subspace iteration method applied to SAP V code

Table 5.2 Comparison of CPU, I/O and main memory for  
the problem of mode extraction

elements 481, equations (num. of nodes) 1800, bandwidth 231,  
eigenvalues 9, error=10\*\*(-5)

Method	Num. of blk	Data area words	CPU time M:S	Elapsed time M:S	I/O times	Num. of iter.	Time/ iter. Sec.	Total area byte	Eigenvalue of the first mode
Determinant search	-	850K	28:41	111:33	3911	-	-	7048K	9.05525176 D+2
Subspace iteration	17	50K	1:22	40:52	32996	7	6.93	1292K	9.05525078 D+2
Subsp.iter. in-core(*1)	2	650K	1:39	48:14	38626	9	7.44	5976K	9.05525079 D+2
Subsp.iter. in-core	1	525K+ (*2)	0:51	6:21	3046	7	4.04	5248K	
Subsp.iter. in-core VP-100(*3)	1		0:12	5:16	1956	6	0.48	5660K	9.05525077 D+2

\*1 Program is modified so that the stiffness matrix resides on  
the main memory.

\*2 Data area for stiffness matrix + others.

\*3 VP-100 is used at the Institute of Plasma Physics of  
Nagoya University, while M380 is used for other cases.

## 6. 安全性評価コード **RELAP 5/MOD 1**<sup>(9)</sup>

### 6.1 コードの概要

RELAP 5は、原子炉の事故時の過度現象の時間経過をシミュレーションするためのものであり、特に小破断が取扱える点に特徴がある。

基礎方程式は、質量と運動量保存式に関しては、気、液相の2相に分けて、エネルギー保存式は混合体で計5式から成り立つ。この他に非圧縮気体、非融解液体なども取扱われる。圧力(P)、スタティック・クオリティ(X)、エネルギー(U)、密度( $\rho$ )、流速( $v_f, v_g$ )の6状態変数に関する連立方程式を解くことによって1タイム・ステップの状態が計算される。

原子炉システム(建屋)は、まず、“コンポーネント”と呼ばれる部品に分割される。例えば、原子炉容器は、10~20のコンポーネントに、配管は数個のコンポーネントに分割される。コンポーネントはまたいくつかの“ボリューム”に分割され、ボリュームの結合関係は“ジャンクション”で定義される。

解法の特徴は、時間に関しては、Semi-implicit法が、空間に関しては、Staggered mesh法(図6-1)とDonor cell法が使用される。

RELAP 5/MOD 1では、5つの基礎方程式が代入によって圧力のみの方程式に式の上で簡略化され直接法を用いて解かれる。この場合、密度とエネルギーは一緒になった  $\rho U$  で求められ、これらの値を分離するために、状態関係式(State relationships)が使われる。

プログラム・フローと計算時間分布は図6-2で示される。計算時間分布はROSAⅢのLOFT計算で物理時間の初めの100秒分について示される。方程式の求解そのものよりも、前のタイム・ステップの状態量に基づいて、基礎方程式の係数を整えるのに多くの計算時間を費やしていることがわかる。

### 6.2 ベクトル化方法

熱水力計算では、圧力に関する最終方程式を解く部分(タイム・コストは約6%)を除いて、ボリュームまたはジャンクションに関し相互干渉のない計算内容となっている。図6-1で示したように、空間はボリュームとジャンクション番号がつけられ、ボリューム或いはジャンクションに関し潜在的に大部分が並列に計算できる。

一方、熱伝達計算でも、熱構造体(Heat structures)及びその細分である熱メッシュに対し、潜在的には並列に計算できる。

しかしながら、現在のプログラム構造を見ると、ベクトル化のための手直しに非常に手間がかかる上に、ベクトル化してもそれ程のベクトル化効果が期待できないと思われる点がいくつかある。

#### (1) IF文の多いDOループ

流体の状態に依存して計算内容が異なることから、多種多様な計算への分岐は避けられない。

#### (2) CDCパック語の多用

原研のM 380バージョンでは、CDCパック語がアセンブラー関数の呼出しによって実行されており、これがベクトル化の大きな妨げとなっている。

## (3) ベクトル化に向きなプログラム構造

状態関係式の評価（STATA以下）部分で見られるコンポーネントとそのボリュームという2重DOループ、熱伝達計算（HTADV以下）で見られる熱構造体ループが熱計算関係サブルーチン（約30ルーチン）の木構造の最上位に位置するなど、ベクトル化するためには大巾なプログラムの構成変えが必要となる。

上記(1), (2), (3)に対処するために種々のベクトル化の工夫が施されたが、これについては別の機会で述べる。結果的には、

- (1) 短いベクトル長
- (2) リスト・ベクトルの多用
- (3) DOループ切断による演算密度の低下

などが起り、第1章で述べたベクトル計算効果の低下原因を合せ持つ形となってしまった。

## 6.3 ベクトル化効果

250個あるサブルーチンのうち、31個（10,000行、タイム・コスト91%）が書換えられた。ベクトル化率は約75%となる。

前記のROSAⅢのLOFT計算では、各部分のベクトル化率とベクトル長を表6-1に示す。表6-2には、上記データを以下の3つの方法で計算した結果を示す。

- (1) オリジナル版をM 380で（速度倍率1）
- (2) ベクトル化版をM 380で（　　〃　1.67）
- (3) ベクトル化版をVP-100で（　　〃　2.73）

(1)から(2)に到る計算速度向上は、CDCパック語の処理のうち全タイム・ステップを通じて不变なものは、パック語から前もって取り出し、別に独立語に置くことによる計算量の減少効果である。(2)から(3)に到る速度向上はベクトル化によるものである。

ベクトル化に際する計算順序の変更に、計算値が非常にシビアに反応するため、一部ベクトル化を取り止めた所もある。出力リストに表れる5～6行については、M 380上、オリジナル版とベクトル化版が完全に一致するような範囲に計算順序の変更を留めている。VP-100では、データにもよるが、流速、温度などで1～2%の誤差が生じる。

Table 6.1 Vectorized rate and vector length for transient subroutines (ROSA III 100 second LOFT run)

Subrou-tines	Contents	Time rate	Vectoriz-ing rate	Vector length
DTSTEP	Time-step control and set time-step	0.0497	0.35	Volume 107 Junction 114
STATE(0)	Compute state equation for reset calculation	0.0	(0.0)	
TRIP	Test and set trip conditions	0.0013	(0.0)	
HTADV	Get heat transfer rate and heat structure advance	0.0677	0.70	Heat struc. 40, mesh 265
HTCOND	Get boundary conditions	0.1124	(0.0)	
STATE(-1)	Compute state equation for time dependent volumes	0.0032	(0.0)	
JPROP(-1)	Get donor properties	0.0309	0.87	Junction 88-114
VOLVEL	Calculate average volume velocities	0.0529	0.80	Junction 89
MDOT	Compute mass transfer between liquid and vapor	0.0187	0.90	Volume 50-107
FIDRAG	Compute interface drag terms	0.0891	0.45	Volume 98 Junction 114
HZFLOW	Compute horizontal flow	0.0227	0.48	Junction 33-114
FWDRAG	Compute wall drag terms	0.0473	0.99	Volume 22-94
HLOSS	Get heat loss due to abrupt area exchange	0.0136	0.60	Junction 30
VEXPLT	Compute choking theory and explicit velocities	0.1400	0.87	Junction 50-114
JPROP(1)	Get new donor properties	0.0291	0.87	Junction 88-114
PRESEQ	Load pressure matrix	0.0725	0.81	Volume 98 Junction 114
SYSSOL	Solve matrix for change in pressure	0.0591	0.15	Volume 98-308
VFINL	Get final velocities	0.0163	0.99	Junction 114
EQFINL	Get final energy and mixture density, etc.	0.0396	0.58	Junction 114 Volume 98
STATE(1)	Get new thermodynamic density from state equation	0.1355	0.85	Volume 30-98
RKIN	Advance space independent factor kinetics	0.0	(0.0)	
CONVAR	Advance control variables over a time-step	0.0	(0.0)	

( ) not vectorized

Table 6.2 Computing time of the RELAP5/MOD1  
(ROSA-III LOFT 100 SEC)

===== M380 =====				===== VP100 =====				
-ORIGINAL VERSION-				-----VECTOR VERSION-----		-----VECTOR VERSION-----		
SUBROUTINE	ENTRIES	TIME(SEC)	ENTRIES	TIME(SEC)	RATIO	ENTRIES	TIME(SEC)	RATIO
DTSTEP	38015	242.442	38015	58.400	4.151	38011	31.903	7.599
STATE(0)	5	0.077	5	0.084	0.917	3	0.020	3.850
TRIP	38009	6.484	38009	6.592	(0.984)	38007	6.399	(1.013)
HTADV	38014	329.858	38014	259.827	1.270	38010	145.392	2.269
HTCONO	1520000	547.875	38000	420.020	1.304	38000	427.360	1.282
STATE(-1)	38014	15.549	38014	15.702	(0.990)	38010	15.880	(0.979)
JPROP(0)	38014	150.562	38014	71.436	2.108	38010	41.773	3.604
VOLVEL	38014	257.886	38014	80.073	3.221	38010	25.182	10.241
MOOT	38014	90.907	38014	29.320	3.101	38010	10.534	8.630
FIDRAG	38014	434.407	38014	152.943	2.840	38010	124.075	3.501
HZFLOW	38014	111.675	38014	51.835	2.154	38010	49.155	2.272
FWDRAG	38014	230.321	38014	203.437	1.132	38010	75.668	3.044
HLOSS	38014	66.403	38014	41.105	1.615	38010	43.696	1.520
VEXPLOT	38014	682.450	38014	412.990	1.652	38010	179.866	3.794
JPROP(1)	38014	141.866	38014	63.865	2.221	38010	42.792	3.315
PRESEQ	38014	353.199	38014	90.151	3.918	38010	31.361	11.262
SYSSOL	38014	288.199	38014	179.763	1.603	38010	175.471	1.642
VFINL	38014	79.382	38014	19.132	4.149	38010	5.391	14.725
EQFINL	38014	193.061	38014	67.257	2.870	38010	43.967	4.391
STATE(1)	38014	650.710	38014	646.913	1.006	38010	289.315	2.249
RKIN	0	0.000	0	0.000	(0.0 )	0	0.000	(0.0 )
CONVAR	0	0.000	0	0.000	(0.0 )	0	0.000	(0.0 )

JOB CPU TIME        81:31.29        48:08.99    1.693        29:42.48    2.744

\* RATIO = CPUTIME(ORIGINAL VERSION , M380) / CPUTIME(VP VERSION)  
; ( ) DENOTES A VALUE OF UNCHANGED SUBPROGRAM

NUMBER OF COMPONENTS : 58  
NUMBER OF VOLUMES : 107 ( 98 )  
NUMBER OF JUNCTIONS : 114  
NUMBER OF HEAT STRUCTURES : 40

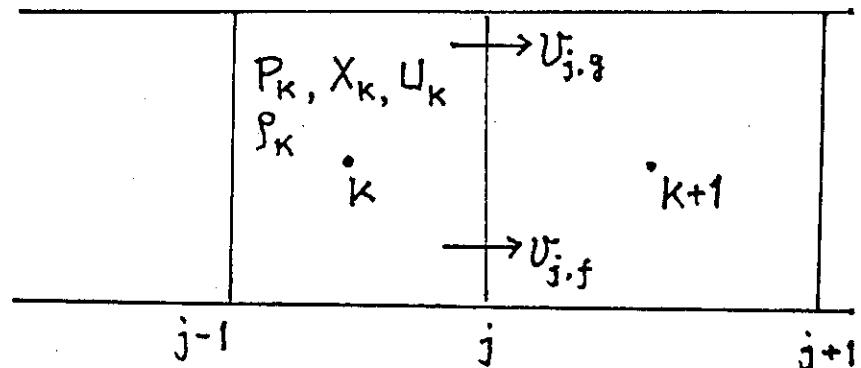


Fig. 6.1 Staggered mesh method applied to the RELAP5

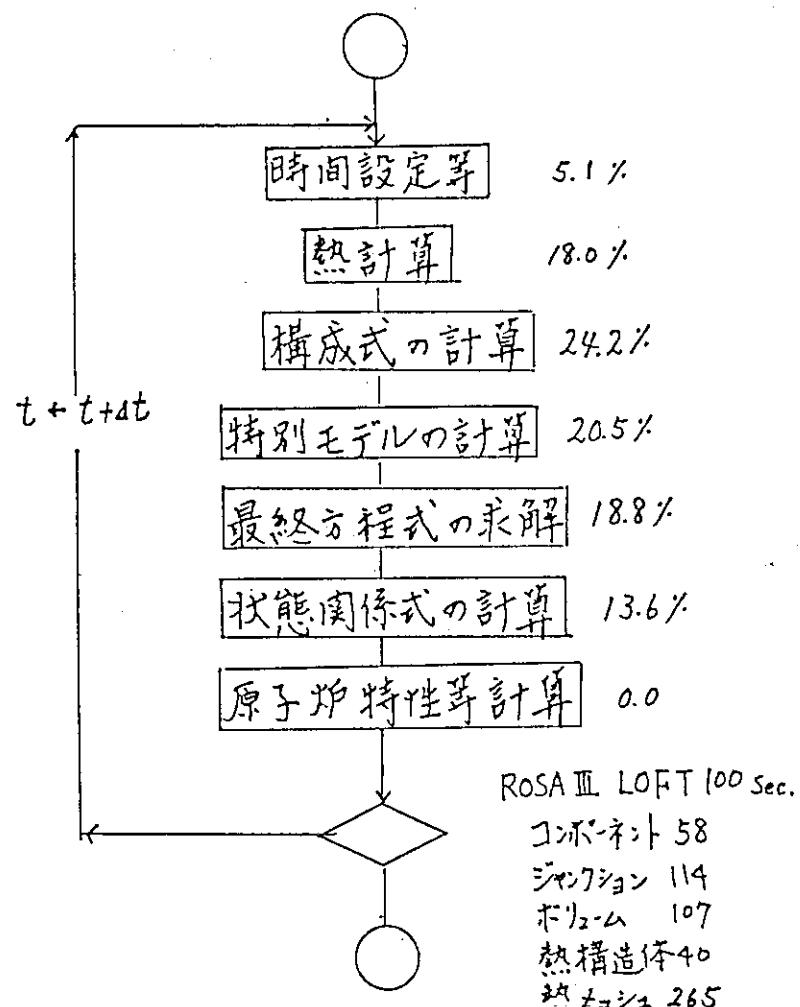


Fig. 6.2 Flow diagram and time cost for the RELAP5/MOD1 in a case of ROSA III 100 second LOFT run

## 7. 原子力コードのベクトル化一覧

58年度後半から、名古屋大学プラズマ研究所にVP-100が導入されたのを機会に、プラズマ研究所の共同研究に参加する形で、原子力コードのベクトル化効果の実測が可能となった。現時点での実測した21コードに対する結果を表7-1で示す。オリジナル・コードに較べての速度向上倍率は単純平均で5.4倍である。この倍率には、ベクトル化の過程で生じたスカラ・レベルでの速度向上または低下も含まれる。

ベクトル化効果が現在上っていないのは、モンテカルロ法を使用した中性子輸送コードKENO N、中性粒子の挙動解析コードDICONの他、差分による1次元中性子輸送コードANISNなどがある。TRUMP、SALE、SOLA-ICEについては、実規模計算を行えばベクトル化効果は大いに期待できる。

### References

- 1) Hockney, R.W. and Jesshope C.R. : Parallel Computers, Adam Hilger Ltd, Bristol (1983).
- 2) 浅井, 石黒, 松浦 : スーパーコンピュータの原子力計算への適応性, 日本原子力学会誌, Vol. 25, No. 3 (1983)
- 3) Flower, T.B., et al. : Nuclear Reactor Analysis Code; CITATION, ORNL-TM-2496 (1969).
- 4) 原田裕夫 : 大型計算プログラムのベクトル化事例, 情報処理第28回全国大会, 東京 (1984年3月)
- 5) 原田, 石黒, 他 : FACOM 230-75 APUによる原子力コードのベクトル化, JAERI-M 83-024 (1983)
- 6) 石黒, 樋口 : 有限要素法における6角要素の高速炉・3次元拡散問題への応用, JAERI-M 82-071 (1982)
- 7) Lathrop, K.D., et al. : TWOTRAN II ; An Interfaced, Exportable, Version of the TWOTRAN II code for TWO-Dimensional Transport, LA-4848-MS (1973).
- 8) Bathe, K.J., et al. : A Structural Analysis Program for static and Dynamic Response of Linear System, EERC-73-11 (1973).
- 9) 内藤公敏 : 汎用アプリケーションコードのベクトル化, サイエンティフィック・システム研究会VP分科会, 東京 (1984)
- 10) Wagner, R.J., et al. : RELAP5/MOD1 Code Manual, NUREG/CR-1826, EGG-2070 (1980).

Table 7.1 List of vectorized nuclear codes

コード名 (分野)	計算内容 (基礎方程式)	数値解法	ソースライン数 演算精度	ベクトル化率 (%)	CPU時間 CPU時間 (0.380)オリジナル版 = $\alpha / r$ (0.380)再構成版 = $\beta / r$ (VP)再構成版 = $\gamma / r$	速度向上 $U = \alpha / r$ $P = \beta / r$ (倍)	ソース 修正率 (%)	メモリ 増加率 (倍)	備考
RELAPS/MOD1 (安全性)	軽水炉安全性解析 (流体方程式、熱力学的状態方程式)	有限差分法 node-junction モデル	50000 倍精度	70	10~100 $\alpha = 4.5\text{分}2.3\text{秒}$ $\beta = 2.9\text{分}1.3\text{秒}$ $r = 1.8\text{分}0.6\text{秒}$ (VP100)	$U = 2.5$ $P = 1.6$	15	1.1	オーバレイ
EDDYTORUS (核融合)	JT-60 聖空容器上の過渡的な磁場の 解析 (電気回路方程式)	有限回路要素法、ガウス ・ルジャンドル4節線分 ・バイセクション法, 逆べき法	4250 単精度	95	81 $\alpha = 2\text{分}2.4\text{秒}0$ $\beta = 2\text{分}5.8\text{秒}8$ $r = 1.8\text{秒}6\text{秒}6$ (VP100)	$U = 7.8$ $P = 9.6$	25	1.1	
TOROID (核融合)	インダクタンス・磁場計算 (ノイマン、ビオ・サバールの式)	ガウス・ルジャンドル級 分	1100 単精度	99.8 5336	10752 $\alpha = 7\text{分}4.0\text{秒}0$ $\beta = 1\text{分}2.2\text{秒}8$ $r = 6\text{秒}6\text{秒}6$ (VP100)	$U = 69.0$ $P = 12.4$	30		
ANISN (炉工学)	1次元中性子輸送計算 (中性子輸送方程式)	有限差分法	3000 単精度	66	106 $\alpha = 2\text{分}2.9\text{秒}$ $\beta = 1\text{分}3.8\text{秒}$ (VP100)	$P = 1.5$	23		
TMOTRAN (炉工学)	2次元中性子輸送計算 (中性子輸送方程式)	有限差分法 X-Y形状	7000 単精度	95(X-Y)	36 $\alpha = 1\text{分}5.7\text{秒}$ $\beta = 3.1\text{秒}$ (VP100)	$P = 3.7$	5	1.2	
CITATION (炉工学)	R-Z形状		80(R-Z)	36	$\alpha = 2.2\text{秒}$ (VP100)	$P = 2.7$	5	1.2	S S 研究会
	3次元中性子輸送計算 (中性子輸送方程式)	有限差分法 → 0DD-EVEN法	29000 単精度	93	6712-68544 $\alpha = 4\text{分}3.5\text{秒}$ $\beta = 5\text{分}1.9\text{秒}$ $r = 1\text{分}1.4\text{秒}$ $r = 0\text{分}5.1\text{秒}$ (VP100) (VP200)	$U = 3.7$ $P = 4.3$ $O2 = 5.4$ $P2 = 6.3$	4	2.1	
PEN-BABEL (炉工学)	3次元中性子輸送計算 (中性子輸送方程式)	有限要素法 SOR法 → JACOBI法	5140 単精度	95	223 $\alpha = 1\text{分}4.9\text{秒}$ $\beta = 2\text{分}4.8\text{秒}$ $r = 2.6\text{秒}$ (VP100)	$U = 4.2$ $P = 6.5$	1.5		
KENO4 (安全性)	3次元、多軸中性子遮界計算	モンテカルロ法	7600 単精度	現在 60 将来 80	$\alpha = 6\text{分}2.0\text{秒}$ $\beta = 8\text{分}3.0\text{秒}$ $r = 7\text{分}5.5\text{秒}$ (VP100)	$U = 0.9$ $P = 1.1$			
SAP5 (多目的炉)	構造物の線形・非線形解析 (動的解析、静的解析) (力学的平衡方程式)	有限要素法 連立一次方程式 固有値問題 SUBSPACE反復法	16000 倍精度	90	50~200 $\alpha = 4.6\text{秒}$ $\beta = 1.2\text{秒}$ (VP100)	$P = 4.1$			
SOLA-ICE (多目的炉)	液体の速度分布計算 (流体方程式)	有限差分法 SOR法 → 0DD-EVEN法 → HYPER PLANE法	500 倍精度	90	$\alpha = 1\text{分}1.0\text{秒}$ $\beta = 1\text{分}2.0\text{秒}$ $r = 4.5\text{秒}0$ (VP100)	$U = 1.6$ $P = 1.8$ $U = 1.7$ $P = 1.8$	3	1.0	

ベクトル計算機による原子力コードの実行結果 (2/2)

コード名 (分野)	計算内容 (基礎方程式)	数値解法	ソースライン数 演算精度	ベクトル化率 (%)	ベクトル算	C P U時間	達成向上 ソース 修正率 (%)	メモリ 増加率 (%)	備考
GRNUL	丁極断熱遮断の計算	ガウス積分	2000 重精度	90	30-100 $\alpha = \sigma / r$ $\beta = \rho / r$ $\gamma = t$	20	60.4KB 2.7		
SCOPE	電子断熱遮断シミュレーション	アーベラスン コシボリッシュ	240 重精度	99	101 $\alpha = \sigma / r$ $\beta = \rho / r$ $\gamma = t$	64.0KB 1.1			
AEOLUS-R3 (体結合)	非構造MHD不安定性解析 (非構造MHD方式)	有限差分法 コシボリッシュ	4197 重精度	95	206 $\alpha = \sigma / r$ $\beta = \rho / r$ $\gamma = t$	10	4.0	S 5.4JB	
AEOLUS-R (体結合)	外部キソクモードの非構造計算 (MHD直接方式)	有限差分法 アーベラスン	2000 重精度		200 $\alpha = \sigma / r$ $\beta = \rho / r$ $\gamma = t$	10	4.0		
DICON	ダイバータチャンペ内の中性粒子の運動解析	モンテカルロ法	5000 重精度	80	1-500 $\alpha = \sigma / r$ $\beta = \rho / r$ $\gamma = t$	50	3.5		
MATTHEW	3次元風速場計算 (流体方程式)	有限差分法 SOR法 一一→000-EVEN法	3000 重精度	98	50-1260 $\alpha = \sigma / r$ $\beta = \rho / r$ $\gamma = t$	50	3.5		
WIND4	3次元風速場計算 (流体方程式)	有限差分法 SOR法 一一→000-EVEN法	500 重精度	95	50-1260 $\alpha = \sigma / r$ $\beta = \rho / r$ $\gamma = t$	50	3.5		
SFIN	2次元ISINGモデルにおけるスピノンの出現、比燃、自由エネルギーの計算	総和計算(統計力学的処理) 有限差分法	2600 重精度	97	60-55000 $\alpha = \sigma / r$ $\beta = \rho / r$ $\gamma = t$	12	4.0		
ENDURANT	導体上の漏電流損失の計算	有限差分法 有限差分法 有限差分法	2200 重精度	95	50-63000 $\alpha = \sigma / r$ $\beta = \rho / r$ $\gamma = t$	50	3.5		
SOLE	液体の速度分布計算 (流体方程式)	有限差分法 一一→000-EVEN法	3100 重精度	95	25 $\alpha = \sigma / r$ $\beta = \rho / r$ $\gamma = t$	25	2.0		
TRUMP	核容器の熱解析 (熱応答方式)	有限差分法 有限差分法 有限差分法	7000 重精度	80 $\alpha = \sigma / r$ $\beta = \rho / r$ $\gamma = t$	80 $\alpha = \sigma / r$ $\beta = \rho / r$ $\gamma = t$	U = 5.0 P = 4.8	1.0		
EPIC/IV	構造物の伝塑性解析 (力学的平面方程式)	有限差分法 共役勾配法							
UD13.5	2次元中性子輸送計算 (中性子輸送方程式)	有限差分法 X-Y形状	7000 重精度	60 $\alpha = \sigma / r$ $\beta = \rho / r$ $\gamma = t$	60 $\alpha = \sigma / r$ $\beta = \rho / r$ $\gamma = t$	U = 1.8 P = 2.0	1.1		
FENIX-I-111	燃料のふるまい解析 (安全性)	有限差分法	12200 重精度	60 $\alpha = \sigma / r$ $\beta = \rho / r$ $\gamma = t$	60 $\alpha = \sigma / r$ $\beta = \rho / r$ $\gamma = t$	U = 1.93 P = 1.43	1.3		

(注1) \*は作業中の原子力コードである。

(注2) AEOLUS-R3, AEOLUS-Eは当初から並列化を意識して作成(体結合型論理解析研究室)したコードである。

## 3.2 風速場計算コードのベクトル化

石川 裕彦<sup>+</sup>

緊急時環境線量情報予測システム、SPEEDI、の中で用いられている3次元風速場計算コードをベクトル化し、計算時間の短縮を図った。ベクトル化に際してはベクトル化の障害となる実行文の修正ばかりではなく、効率のよいベクトル計算が行えるようアルゴリズムの変更を行った。この結果計算速度は10倍程度向上し、緊急時に於けるより迅速な対応が可能となった。

Vectorization of a Computer Code for Wind Field Calculation  
+  
Hirohiko ISHIKAWA

A computer code for the calculation of three dimensional wind field, which is used in SPEEDI (System for Prediction of Environmental Emergency Dose Information), is vectorized in order to reduce its computational time. The original code was partly revised so as to fit the vector computer. The algorithm of the computation was also changed in some parts. The computational time reduced to a tenth of that expensed by the original code.

## 1. 序論

原子炉事故が発生し環境中に放射性物質が異常放出されるような事態が生じた場合に、環境及び公衆への影響を迅速かつ的確に予測して防災対策の立案に資する情報を提供する事を目的として、緊急時環境線量情報予測システム SPEEDI<sup>1)</sup> (System for Prediction of Environmental Emergency Dose Information) の開発が原研で行われてきた。SPEEDI システムによる計算の流れ図を Fig. 1 に示す。システムとの会話型処理により風速場の計算、拡散計算、線量計算、計算結果の図形表示等を事故の経過に即して行えるように設計されている。計算に使われる各種の物理データ、原子力サイト周辺の地形データ等も整備されている。

SPEEDI システムは、地形の複雑な海岸沿いに立地する我国の原子力サイトに於いても精度の高い評価を行う為に、3次元モデルを中心に構成されている。3次元モデルを用いる事は計算時間の増加を必然的に生じるが、SPEEDI システムには限られた時間内に結果を出す事が要求される為、一連の3次元計算コードの実行に際し時間的制約がある。

事故発生時に SPEEDI システムがどのような時間的対応ができるかを調べる目的で、昭和58年8月に東海村周辺で実施された大気拡散実験を模擬事故と想定し、SPEEDI システムの実時間運

---

+ 日本原子力研究所, Japan Atomic Energy Research Institutl

用試験を行った。拡散実験の進捗とともに SPEEDI システムが運用された経過を Fig. 2 に示す。トレーサー・ガス ( $SF_6$ , 六沸化硫黄) は午前10時から3時間放出され, 11時30分と12時30分より各々30分づつ2回の空気サンプリングが行われ, 濃度測定が行われた。SPEEDI による計算は, 10時, 11時, 12時の東海研及び周辺の気象観測データを入力とし, 風速場の計算, 一時間後の濃度分布の計算を WIND 04<sup>2)</sup>, PRWDA<sup>3)</sup> を用いて実行した。各々のジョブについて実行開始時刻と終了時刻とを線図で示してある。括弧で示してある数字は, 実行に要した CPU 時間である。使用した計算機は原研の FACOM M 380 である。計算機がタイムシェアリングで運用されている為各々の計算の経過時間にはかなり相違があるが, 実行時間の方は風速場計算で1分30秒程度, 拡散計算で2分~4分である。実際の事故時には線量計算(実行時間は約5分)が行われる為, 1時間後の線量分布を予測する時に必要となる実行時間の総計は10分内外である。気象データの入手に20分程度を費やすとしても, 計算機の使用環境が良好であれば1時間後の予測計算は現状でも十分実行できる。しかしこの実時間運用試験は事前に放出する事が分っている, いわゆる計画放出に対応する例である。事故発生情報の遅れ等により SPEEDI システムの起動が遅れた場合にはこの遅れを取り戻す為のより速い計算が必要である。また予測期間を数時間先まで延長する為にも計算時間の短縮が求められる。以下では, 風速場計算コード(WIND 04)のベクトル化について述べる。

## 2. 計算コードの概要

WIND 04 は質量保存則を満たすような3次元風速場を, 気象観測データを入力として計算するコードである。同種の計算コードとしては Sherman<sup>5)</sup> の作成した, MATHEW コードが有名である。

WIND 04 を用いた風速場計算の概念を Fig. 3 に示す。計算の前半では風向・風速の観測データを内(外)挿する事により, 3次元格子各点での風ベクトルの初期推定値( $u^0, v^0, w^0$ )を求める。このようにして求められた初期推定値は, 当然ながら, 流体の支配方程式系を満たす保障はない。計算の後半では変分法を応用して初期推定値を修正する事により, 流体の質量保存則

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (1)$$

を満たす風ベクトル( $u, v, w$ )を求める。修正の方法は無限に存在するがその中で修正量の体積積分

$$\int_V [\alpha_1^2 (u - u^0)^2 + \alpha_1^2 (v - v^0)^2 + \alpha_2^2 (w - w^0)^2] dv \quad (2)$$

が最小となるような修正を選ぶ。(1)式を満たしかつ(2)式を最小とするような( $u, v, w$ )は,

$$E = \int_V \left[ \alpha_1^2 (u - u^0)^2 + \alpha_1^2 (v - v^0)^2 + \alpha_2^2 (w - w^0)^2 + \lambda \cdot \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right] dv, \quad (3)$$

を最小とするような( $u, v, w$ )である。上式中で,  $\alpha_1, \alpha_2$  は重み係数,  $\lambda$  はラグランジエの未定乗数である。Eが最小となる条件は境界条件

$$\lambda \delta(u) \cdot n = 0, \quad \lambda \delta(v) \cdot n = 0, \quad \lambda \delta(w) \cdot n = 0. \quad (4)$$

のもとで,

$$u = u^0 + \frac{1}{2\alpha_1^2} \cdot \frac{\partial \lambda}{\partial x} \quad (5)$$

$$v = v^0 + \frac{1}{2\alpha_1^2} \cdot \frac{\partial \lambda}{\partial y} \quad (6)$$

$$w = w^0 + \frac{1}{2\alpha_2^2} \cdot \frac{\partial \lambda}{\partial z} \quad (7)$$

and

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (8)$$

が成立する事である。(5)～(8)式は各々  $u, v, w, \lambda$  についての E の変分がゼロとなる条件である。

(5)～(8)式より  $\lambda$  についてのポアソン方程式、

$$\frac{\partial^2 \lambda}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \lambda}{\partial y^2} + \frac{\alpha_1^2}{\alpha_2^2} \cdot \frac{\partial^2 \lambda}{\partial z^2} = -2\alpha_1^2 \cdot \left( \frac{\partial u^0}{\partial x} + \frac{\partial v^0}{\partial y} + \frac{\partial w^0}{\partial z} \right) \quad (9)$$

を得る。(9)式を満たす  $\lambda$  を求め、これを(4)～(6)式へ代入して、修正された風速場 ( $u, v, w$ ) を得る。入力データと計算結果の例を、Fig. 4, Fig. 5 に示す。Fig. 5 は Fig. 4 の観測データを用いて計算した 3 次元風速場の海拔 100 m での様子である。

### 3. 計算コードのベクトル化

#### 3.1 原プログラムのコスト分布と修正の方針

原プログラムの実行に要する計算コストの分布をサブルーチン単位で Table 1 に示す。サブルーチン RELUX で全体のおよそ 95% のコストを占める事がわかる。このサブルーチンは前節(9)式のポアソン方程式を SOR (Successive Over Relaxation) 法で解く部分である。サブルーチン RELUX を高速化する事が WIND 04 の時間短縮の為の主な課題である。

緩和計算の時間短縮について、従来の研究は最適な加速係数を選ぶ事によりなるべく少ない繰り返し回数で解を収束させることに重点が集中しているが、今回は観点を変えて、並列処理の導入による演算速度の向上を図ることにする。

サブルーチン RELUX 内でのさらに詳しいコスト分布を Fig. 6 に示す。緩和計算で用いられる諸係数を決める為の手続き (part 1) でサブルーチン全体の 23%，緩和計算の主要演算部 (part 2) で 57%，解の収束判定に関する部分 (part 3) で 18% のコストを占める。

原プログラムを何の修正も加えずにベクトル・コンパイラを通した結果も示してある。各実行文の先頭にある S, M, V は各々、対応する実行文がベクトル化されない事、実行文の 1 部分がベクトル化される事、実行文が完全にベクトル化される事を示している。原プログラムを並列処理する為の問題点をまとめると以下の 3 点となる。

- (1) 差分式の係数を決める時の整数割り (part 1)<sup>注)</sup>
- (2) 緩和計算の主要部 (part 2) での回帰的な引用関係

---

注) 最新のコンパイラではこの部分もベクトル化される。

(3) 収束判定を行う部分 (part 3) での変化量 DEL の引用関係。

さらに原プログラムでは高さ方向 (K) に関するループが最内ループとなっていて、DO ループのくり返し回数が 20 以下である。ベクトル計算の効率はベクトル長に大きく依存する為、ベクトル長を長くする工夫が必要である。

### 3.2 係数行列の定義 (part 1 の変更)

ポアソン方程式(9)を解く際には

$$R = \frac{(a_l \lambda_{i-1,j,k} + c_l \lambda_{i+1,j,k}) + (a_m \lambda_{i,j-1,k} + c_m \lambda_{i,j+1,k}) (\frac{\Delta x}{\Delta y})^2 + (a_n \lambda_{i,j,k-1} + c_n \lambda_{i,j,k+1}) (\frac{\Delta x}{\Delta y})^2 (\frac{\alpha_1}{\alpha_2})^2 - 2\alpha_1^2 \varepsilon_{i,j,k}^0}{b_l + b_m \cdot \frac{\Delta x}{\Delta y} + b_n \frac{\Delta x}{\Delta z} (\frac{\alpha_1}{\alpha_2})^2}$$

$\lambda_{i,j,k}$

$$\varepsilon_{i,j,k}^0 = \frac{u_{i+1,j,k}^0 - u_{i-1,j,k}^0}{\Delta x} + \frac{v_{i,j+1,k}^0 - v_{i,j-1,k}^0}{\Delta y} + \frac{w_{i,j,k+1}^0 - w_{i,j,k-1}^0}{\Delta z}$$

で残差を計算し

$$\lambda_{i,j,k}^{\text{NEW}} = \lambda_{i,j,k}^{\text{OLD}} + \omega \cdot R \quad (11)$$

で新しい  $\lambda$  を計算する。上式中の  $a, b, c$  の係数は、各々の格子点の属性により異った値をとる。この為オリジナルプログラムでは、各格子点で計算を実行する時に随時定義する様にコーディングしてある。これらの係数定義は緩和ループの外へ出す事ができる。方法は、

- (1) 各格子点での差分式に対応する 7 つの 3 次元係数配列を作成し、緩和ループの前で値を設定しておく方法、
  - (2) リストベクトルを用いる方法、
- とがある。(2)の方法は、浅井他<sup>6)</sup>による MATHEW のベクトル化の中で既に用いられており、ベクトル化の効率があまり良くない事が分っている。今回は(1)の方法を用いた。この改良に伴なう主記憶領域の増加は、約 1 メガバイトである。

### 3.3 DO ループの変更

緩和計算のアルゴリズムの変更を、

- (1) ベクトル長を大きくする為の DO ループの入れ換えと、配列の 2 次元化、

- (2) 回帰的引用を避ける為の ODD-EVEN 法の採用、

の 2 点について行った。

原プログラムでは地表面下の格子での計算を避ける為に高さ方向に関するループを最内ループとしてある。改良後は要素数の少ない K ループを一番外側とし、さらに I, J に関する 2 重ループを、

$$IJ = I + (J - 1) * IMAX \quad (12)$$

に関する単ループとする。この変更により、IJに関するDOループの要素数は2601となる。この変更により地面下の格子点でも計算を行う事になるが、ダミー計算となるように係数を調整すればよい。DO ループの順序の入れ換えを Fig. 7 に図示してある。

回帰的引用を避ける為には ODD-EVEN 法を用いた。これは 1 つのインデックス（この場合は IJ）についての計算を、奇数インデックスに関するループと偶数インデックスに関するループに分けて実行する方法である。すなわち Fig. 8 の中で、黒い格子について先に計算を行ない、次に白い格子に関する計算を行う。一見すると普通の SOR 法と大きく異なっている様に見える。しかし実際には、本来解かれるべき連立一次方程式の式の順序と項の順序を入れ換えた方程式を SOR 法で解く事に過ぎない。5 元の連立方程式を例に記述すると、普通の SOR 法で

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & 0 & 0 \\ 0 & a_{32} & a_{33} & a_{34} & 0 \\ 0 & 0 & a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ 0 & 0 & 0 & a_{54} & a_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \\ \psi_4 \\ \psi_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ b_5 \end{bmatrix} \quad (13)$$

を解くとすれば、ODD-EVEN 法では方程式の並び順と、未知変数の並び順を入れかえた

$$\begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & a_{21} & 0 \\ 0 & a_{33} & 0 & a_{32} & a_{34} \\ 0 & 0 & a_{55} & 0 & a_{54} \\ a_{21} & a_{23} & 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & a_{43} & a_{45} & 0 & a_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_3 \\ \psi_5 \\ \psi_2 \\ \psi_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_3 \\ b_5 \\ b_2 \\ b_4 \end{bmatrix} \quad (14)$$

を SOR 法で解く事になる。

### 3.4 解の収束判定

解の収束判定は  $\lambda$  の相対変化

$$\left| \frac{\lambda_{\text{NEW}} - \lambda_{\text{OLD}}}{\lambda_{\text{OLD}}} \right| < \epsilon \quad (15)$$

で行う。判定に関するプログラムを簡略化する為、

$$|\lambda_{\text{NEW}} - \lambda_{\text{OLD}}| < |\lambda_{\text{OLD}}| \cdot \epsilon \quad (16)$$

と変更した。

### 4. 実行結果の比較

オリジナルと改良版とを同一の条件で実行し、計算速度の向上率を求めた。改良版については、スカラー演算とベクトル演算の両方について行った。結果を Table 2 にまとめてある。まずオリジナルと改良版のスカラー演算の結果を比較する。改良版の方が、収束に要する緩和回数が多くまた地中の格子点での計算を行っているにも関わらず計算時間が短かい。これは主に、係数行列を用いた事の効果である。ベクトル演算結果ではスカラー演算の場合の約 7.7 倍の計算速度の向上が見られる。オリジナルと比べるとおよそ 10 倍の速さである。

## 5. 結 語

風速場計算コードの計算時間短縮について、ベクトル化を中心に述べた。CPU時間で5.5秒という値は実用的には十分な速さと考えられる。尚、今回の計算例では収束加速係数は1.9を用いている。この値は最適な加速係数に近い数値である。緩和法を用いた計算では最適な加速係数を選ぶ事は非常に重要である。例えば、今回の例で加速係数を1.8とすると約2倍の計算量を必要とする。最適な加速係数を求める研究が今後必要である。

最後にWIND04のベクトル化を勧めて下さった計算センターの浅井清氏、ベクトル化についてお教え頂いた計算センター外来研究員の篠沢尚久氏に深く感謝します。またベクトル計算機による計算は名古屋大学プラズマ研究所のFACOM M380 VP100を用いて行われました。関係者各位に感謝します。

## 参考文献

- 1) 茅野政道他 ; SPEEDI : 緊急時環境線量情報予測システム, JAERI-M 84-050  
(1984)
- 2) 石川裕彦 ; 変分法を応用した3次元風速場計算コード(WIND04), JAERI-M 83-113 (1983)
- 3) 茅野政道 ; DPRW(Discrete Parcel Random Walk)法による大気中濃度分布計算モデル, JAERI-M 83-084 (1983)
- 4) 甲斐倫明 ; 任意の濃度分布をもつ放射性雲からの外部被曝線量計算コード(CIDE), JAERI-M 84-006 (1984)
- 5) Sherman C.A. ; A mass consistent model for wind field calculation over complex terrain, J. Appl. Meteor., 17, 312-319 (1978).
- 6) 浅井清他 ; 放射性物質大気中移流・拡散・外部被曝線量計算コードのベクトル計算処理, JAERI-M 82-218 (1983)

Table 1 Computational cost of WIND04.

## 各サブルーチン毎のコスト分布

FORTUNE V10L10			
=ROUTINE=	=EXECUTIONS=	=COST=	%
*MAIN	1	116077	0.0
TOP00	1	5592557	0.9
WIND0	1	4	0.0
READDT	1	68	0.0
GCVX	33	7755	0.0
GCVY	33	9735	0.0
HORWIN	1	4259531	0.7
VERWIN	1	1682952	0.3
PWWIND	88263	1853523	0.3
WINDAD	1	8698860	1.4
RELUX	1	576063354	95.2
WINDSF	1	2605160	0.4
DIVOUT	4	1405143	0.2
DIVCNT	4	2664641	0.4

Table 2 Comparison of the CPU time and the memory between the original version and the revised version.

## 実行結果

	収束回数	CPU(秒)	主記憶(MB)
オリジナル *)	152	56.56	2.848
改良版(S) *)	167	42.88	3.740
改良版(V) **)	167	5.55	3.812

\*) 原研 FACOM M380

\*\*) 名大プラズマ研 FACOM M380 VP100

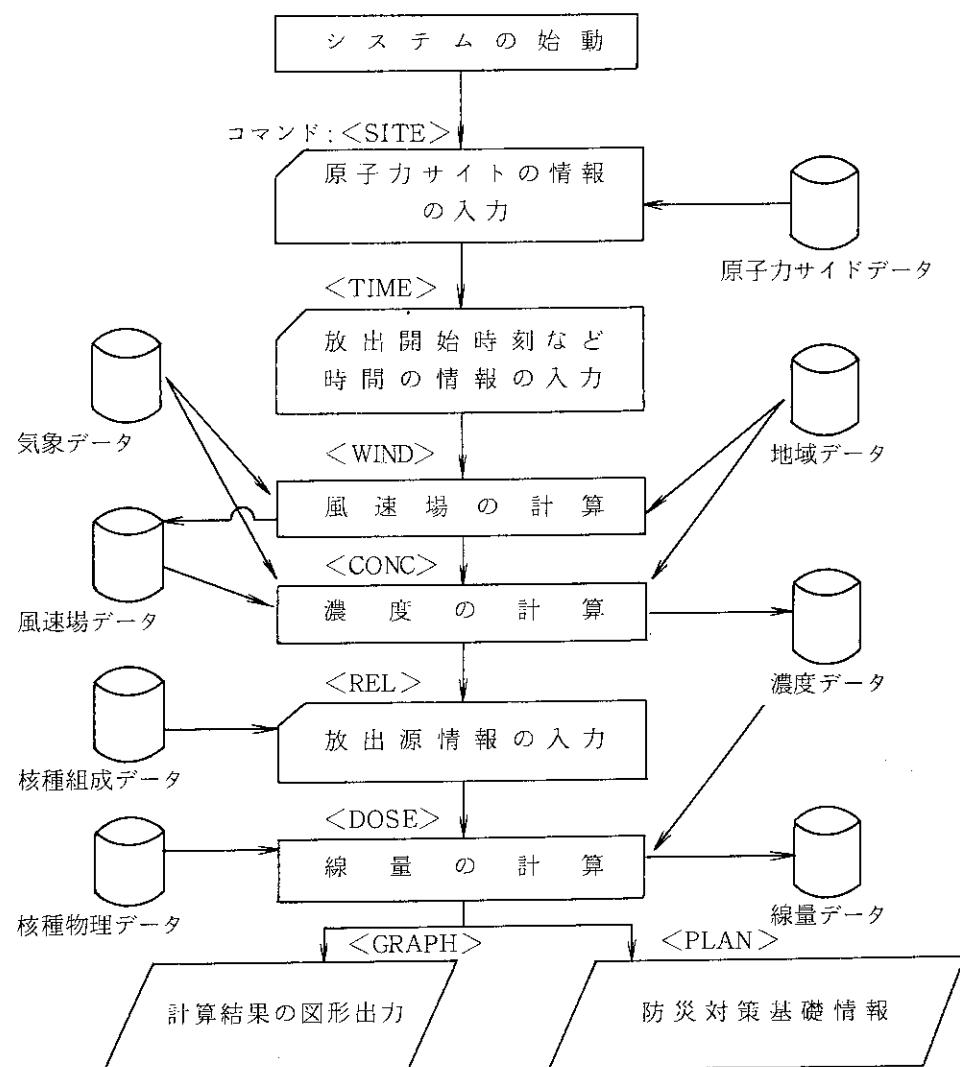


Fig. 1 Calculational flow of SPEEDI.

時 刻	気象D・P・作成	SPEEDI	J O B	核 散 実 験
10 : 00		システム起動 ( 9:50 )		放出開始
	10 : 05	初期データ設定		
	10 : 19	→観測風出力 ( 10:30 )	10:27 WIND 04 ( 1' 33" )	
		→風速場出力 ( 10:45 )	10:38 PRWDA ( 2' 13" )	
11 : 00	11 : 05	→濃度出力 ( 0:59 )	10:40 10:51	
	11 : 05	→観速風出力 ( 11:20 )	11:17 WIND 04 ( 1' 34" )	第1回 サンプリング
		→風速場出力 ( 11:35 )	11:25 PRWDA ( 4' 16" )	
		→濃度出力 ( 11:52 )	11:30 11:47	
12 : 00	12 : 11	→観測風出力 ( 12:20 )	12:22 WIND 04 ( 1' 24" )	
	12 : 15	→濃度出力 ( 12:41 )	12:26 PRWDA ( 3' 32" )	12:30 第2回 サンプリング
13 : 00				放出終了

• Performed in FY 1983.

Fig. 2 Progress with time of real-time operation of SPEEDI.

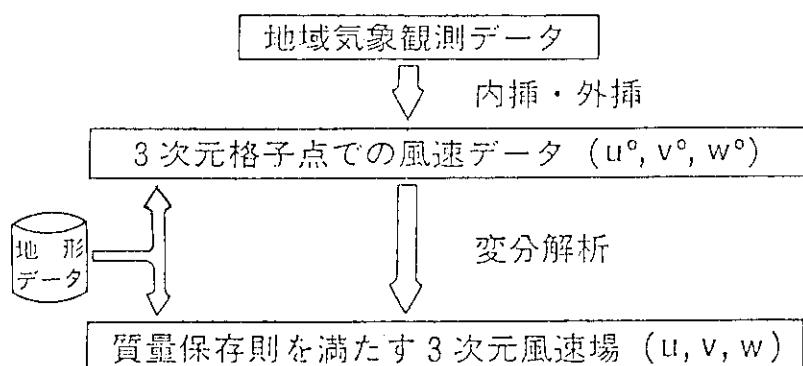
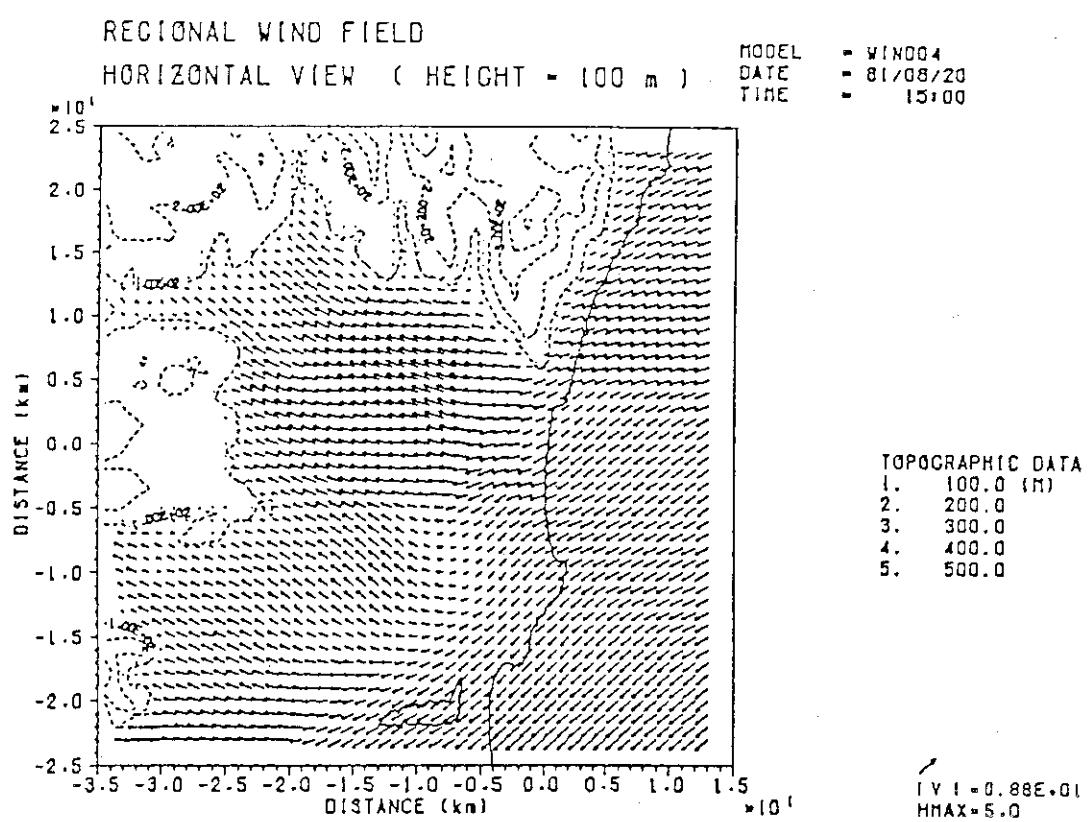
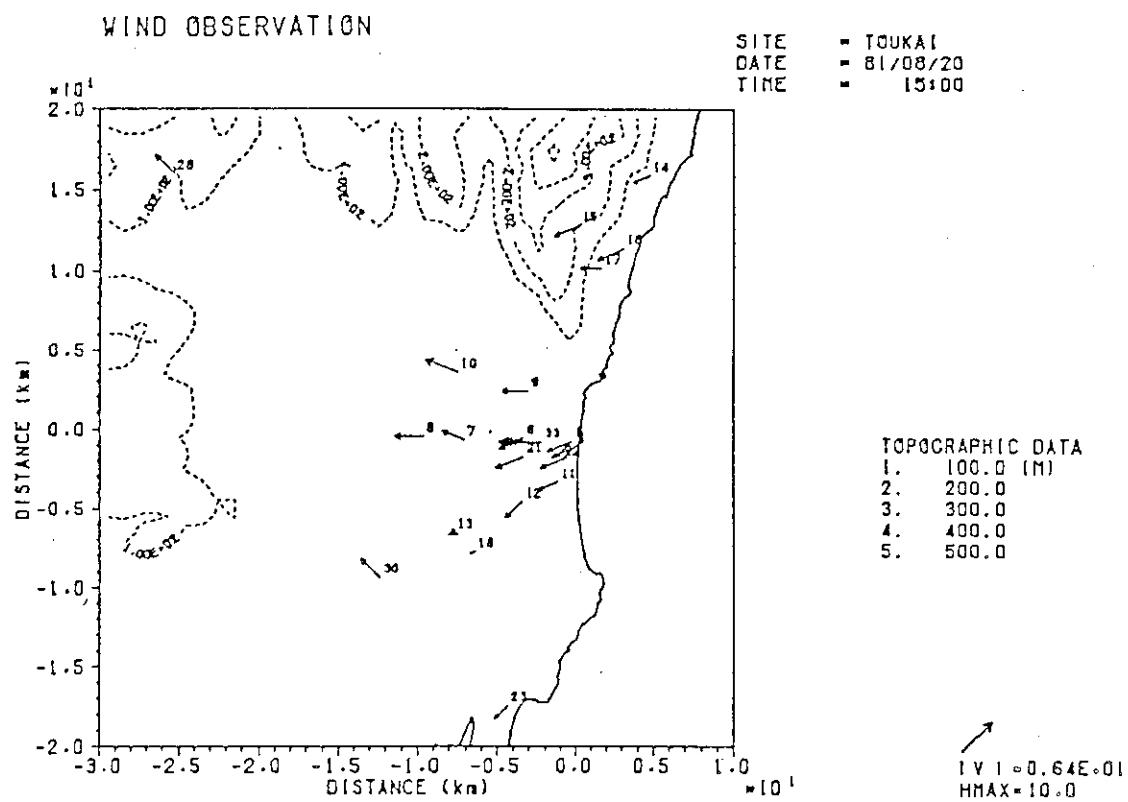


Fig. 3 Overall concept of the wind field calculation.



```

1 IN0=0
C IF(IN0.GT.LIMIT1) ON1=1.0
S DO 10 I=2,INAX-1
      KST=KO(I,J)
      IF(KST.GE.KMAX) GO TO 20
      DO 30 K=KST,KMAX-1
          L=MOD(IGC(I,J,K),10)
          N=MOD(IGC(I,J,K),100)/10
          N=IGC(I,J,K)/100
          R=(A(L)*EL(I+1,J,K)+C(L)*EL(I-1,J,K)
             +(A(N)*EL(I,J+1,K)+C(N)*EL(I,J-1,K))*CY
             +(A(N)*EL(I,J,K+1)+C(N)*EL(I,J,K-1))*CZ+DIV(I,J,K)*CD)
          / (B(L)+B(N)*CY+B(N)*CZ)
          ELOD=EL(I,J,K)
          EL(I,J,K)=(100-QNT)*EL(I,J,K)+R*QNT
          IF(ELOD.EQ.0.) DEL=ABS(EL(I,J,K))
          IF(ELOD.NE.0.) DEL=ABS((EL(I,J,K)-ELOD)/ELOD)
          IF(DEL.GE.PR) ICON=ICON+1
          IF(DEL.GE.PR.AND.ABS(EL(I,J,K)).GT.PR2) ICON=ICON+1
          IN0=IN0+1
          CONTINUE
          S 20 CONTINUE
          S 10 CONTINUE
          V
C      WRITE(6,2000) IN0,ICON
      IF(ICON.NE.0) GO TO 1
      
```

Fig. 6 Distribution of the computational cost in the subroutine RELUX.

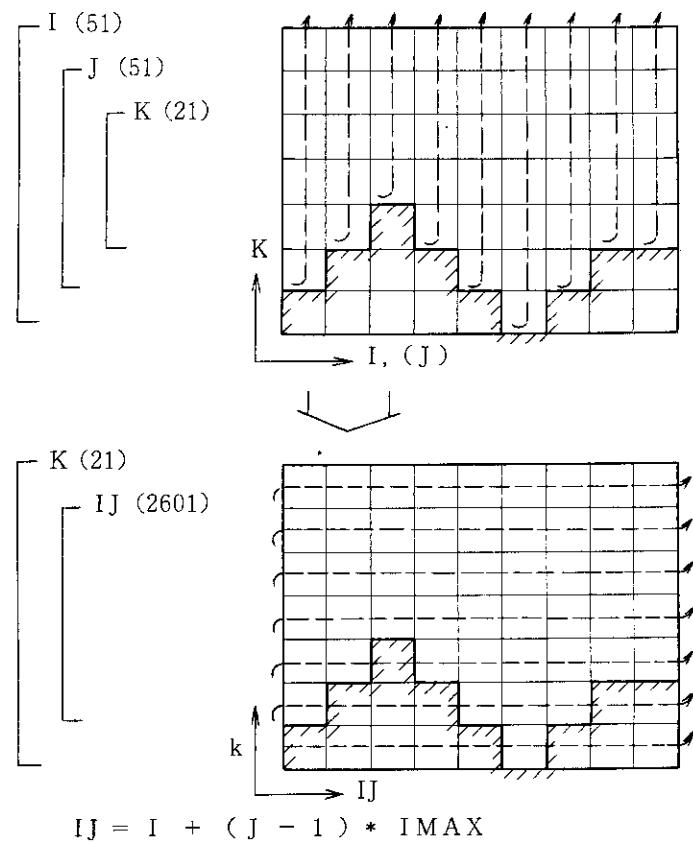


Fig. 7 Rearrangement of DO-loops.

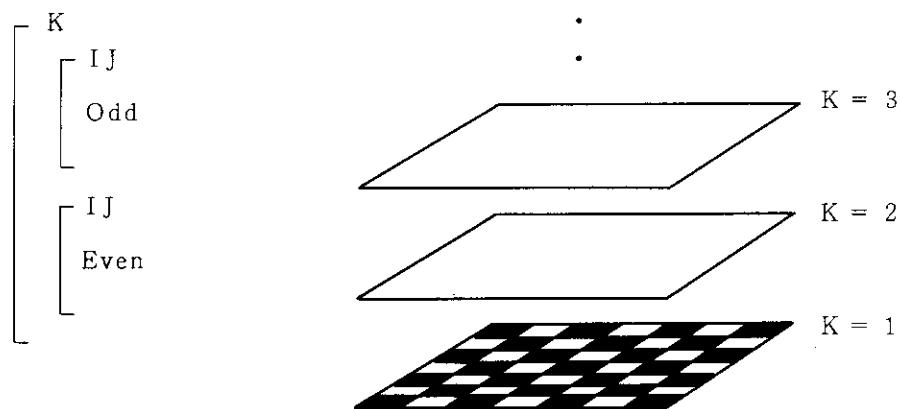


Fig. 8 Odd-even method.

## 3.3 MHD 不安定性解析

竹田辰興<sup>+</sup>

核融合プラズマの巨視的な挙動を支配している重要な要因の一つであるMHD 安定性について数値解析の観点から記述する。まず、安定性解析の基礎となるMHD 平衡の高精度解析について述べ、次いで、トカマク・プラズマ等の限界ベータ値に深い関係があると見られている線形MHD 不安定性解析について述べる。安定なトカマク・プラズマを達成するにはディスラプティブ不安定性を制御することが重要であるが、これは非線形MHD 不安定性に深い関係のある現象である。最後に、MHD コードをベクトル化した経験について記す。これらの核融合プラズマ解析用のMHD コードは、比較的要素的コードで、計算負荷の大きな部分が狭い範囲に集中しており、また、コードの開発者と利用者が同一人であることもあって高いベクトル効率が達成されている。

## Analyses of MHD Instabilities

Tatsuoki TAKEDA<sup>+</sup>

In this article analyses of the MHD stabilities which govern the global behavior of a fusion plasma are described from the viewpoint of the numerical computation. First, we describe the high accuracy calculation of the MHD equilibrium and then the analysis of the linear MHD instability. The former is the basis of the stability analysis and the latter is closely related to the limiting beta value which is a very important theoretical issue of the tokamak research. To attain a stable tokamak plasma with good confinement property it is necessary to control or suppress disruptive instabilities. We, next, describe the nonlinear MHD instabilities which relate with the disruption phenomena. Lastly, we describe vectorization of the MHD codes. The above MHD codes for fusion plasma analyses are relatively simple though very time-consuming and parts of the codes which need a lot of CPU time concentrate on a small portion of the codes, moreover, the codes are usually used by the developers of the codes themselves, which make it comparatively easy to attain a high performance ratio on the vector processor.

+ 日本原子力研究所, Japan Atomic Energy Research Institute

## 1. 核融合研究と MHD 数値解析

核融合炉を実現するためには、通常、高温で高密度のプラズマを長時間保持することが必要とされている。密度と保持時間については、その積が十分大きければよいので、保持するプラズマの密度領域の違いによって、いくつかの種類のプラズマ閉込め装置が考えられる。経済的採算のとれる核融合炉を開発するには、今後多くの課題を解決しなければならないが、核融合炉を目指す道程にある最も先進の装置が、トカマク型プラズマ閉込め装置である。トカマクは、軸対称トーラス型磁気閉込め装置に分類されるもので、プラズマ・パラメータとしては、温度 1 億度、密度  $10^{20} \text{ m}^{-3}$ 、エネルギー閉込め時間 1 秒程度以上が目標とされている。装置の概念図を第 1 図に示してある。トカマク・プラズマは、トーラス形状をしており、この中を大円周の方向（トロイダル方向）に流れる強い電流で小円周の方向（ポロイダル方向）にできる磁場により、高温プラズマの平衡状態を実現する。更に、プラズマ電流と同じ方向にかけた強いトロイダル磁場によって安定化され、プラズマは長時間安定に保持される。トロイダル磁場とポロイダル磁場による磁力線は、トーラスを螺旋状にめぐり、トーラスの中から外へ入れ子構造を持った面（磁気面）を構成する（第 2 図）。入れ子構造をとる磁気面群の中心にあるのが磁気軸で、これらは MHD 解析において重要な意味を持つ。プラズマは磁力線方向には容易に動くが、磁力線を横切っては動きにくいので、トカマクのように閉じた磁気面のある装置では良い閉込めを達成しやすい。また、プラズマを構成するイオンや電子の速度空間を見ると、このような系ではマックスウェル分布がほぼ成立しているので、磁気流体力学（MHD）モデルに基いてプラズマを記述することが妥当である。核融合プラズマの挙動を理解する上で、プラズマ構成要素の粒子的振舞いを理解する必要がある場合もあるが、トーラス装置中のプラズマの基本的性質は MHD モデルを使っておむね良く表現できる。トカマクによる核融合研究の進展と共に MHD モデルに基いてプラズマの挙動を詳しく解析するための数値計算が盛んに行われるようになり、また、これに伴って新しい数値解析技術も多数開発されて来ている。

磁気流体力学の数値計算が通常の流体力学の数値計算と異なる理由は、次に示すような MHD モデルの特質に起因している。

### i) MHD 演算子の持つスペクトルの範囲が広いこと。

この特徴は、時間尺度の長い現象のシミュレーションを行う時大きな障害となる。このような計算ではベクトル計算機が有効に使われるが、それでも、現在の計算機の能力では、トカマク・プラズマのような単純な軸対称トーラス形状を持つプラズマについてさえも MHD 方程式の完全系を積分することは困難である。そこで、通常は、後に述べるような簡単化を行ってモデルを再構成して数値計算を行う。

### ii) 理想的 MHD 演算子は固有値零の近くに連続スペクトルを持つ。

電気抵抗等の散逸効果のない磁気流体モデルを理想的 MHD モデルと言うが、このようなモデルを記述する演算子は、固有値零の近くに連続スペクトルを持っており、これが固有値零の近くのスペクトルの振舞が重要な線形 MHD 安定性解析を行う際に困難な問題を呈する。

### iii) 磁力線方向と垂直方向の間に非等方性があること。

理想的磁気流体では、流体が完全に磁力線に凍結していて、磁力線方向にしか動けないため

に、磁気流体の性質は、磁力線方向と垂直方向で異って来る。この性質は、必ずしも数値解析を困難にするものではないが、解析のための座標軸の1つとして磁気面のラベル（通常、磁気面に囲まれる部分の体積  $V$  やその部分に含まれる磁束  $\Psi$ ）を用いることが必要になる。一般には、デカルト座標、円柱座標等実空間の普通用いられる座標系を用いて解析しても極めてみじめな結果しか得られない。

ここで考えるMHD方程式を一般的な形で表わすと次のようになる。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (\text{連続の式}), \quad (1.1)$$

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\nabla p + \mathbf{J} \times \mathbf{B} \quad (\text{運動方程式}), \quad (1.2)$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E} \\ \nabla \times \mathbf{B} = \mathbf{J} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \end{array} \right\} \quad (\text{マックスウェル方程式}), \quad (1.3)$$

$$\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} = \eta \mathbf{J} \quad (\text{オームの法則}), \quad (1.4)$$

$$\frac{D}{Dt}(p \rho^{-\Gamma}) = 0 \quad (\text{断熱方程式}), \quad (1.5)$$

ここで、 $\rho$ ,  $\mathbf{v}$ ,  $\mathbf{J}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\eta$  は、それぞれ、プラズマの質量密度、速度、圧力、電流密度、磁束密度、電気抵抗率である。 $\Gamma$  は比熱比で3次元流体の場合は  $\frac{5}{3}$ 、また、微分作用素  $D/Dt$  は流体の動きに沿った時間微分で、 $D/Dt = \partial/\partial t + \mathbf{v} \cdot \nabla$  である。高温の核融合プラズマでは、 $\eta$  が非常に小さく、多くの現象は  $\eta = 0$  とした理想的MHDモデルで記述できるが、後に述べるように、プラズマ抵抗の存在が本質的な現象もあって、この場合は有限の抵抗を考慮にいれた抵抗性MHDモデルを使わなければならない。

以下、MHD不安定性解析の基礎となるMHD平衡解析、線形MHD不安定性解析、および非線形MHD不安定性解析について述べ、それらについてのベクトル計算機の適用について述べる。

## 2. MHD 平衡解析

トーラス・プラズマのMHD平衡を求める目的は色々ある。工学的な応用としては、プラズマ・パラメータやプラズマ形状を与えて、ある平衡を実現するのに必要な外部磁場を設計し、外部コイルの配置やコイル電流を決めることがある。これを更に進めると、与えられた電気回路や幾何学的条件のもとで平衡が所定のものから変化した時、望ましい平衡形態へどのように戻すかというプラズマ実時間制御の問題に発展する。一方、プラズマの巨視的パラメータや外部条件を与えて、その安定性を計算する上で必要な色々の局所的な量を計算するための平衡解析がある。前者は、多くの場合、積分量や平均量といった大域的な量を求めることが目的なので、計算精度よりも、系の工学的複雑さへの対処や実時間応答のための高速性が問題になるが、後者はMHD不安定性解析の特質上、超高精度の計算を必要とするという特徴がある。ここでは、主として、安定性解析のための平衡解析を念頭に話を進める。

プラズマのMHD平衡方程式は運動方程式(1.2)において慣性項を零にしたものとマックスウェル方程式から得られるが、トカマク・プラズマのような軸対称トーラス系では、無視できる座標 $\varphi$ (第3図)があるため、磁場 $\mathbf{B}$ は、発散零の条件から、次のように表わせる。

$$\mathbf{B} = \nabla \varphi \times \nabla \Psi + \mathbf{T} \cdot \nabla \varphi, \quad (2.1)$$

ここで、 $\Psi$ 、 $T$ は、それぞれ、磁束関数、トロイダル磁場関数と呼ばれる量で、いずれも、軸対称性から、 $\varphi$ に無関係な量である。これらを使うと、平衡方程式群は、次のような1個の二階偏微分方程式であるグラド・シャフラン方程式(Grad-Shafranov equation)に帰着される。

$$\Delta^* \Psi \equiv \frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} = -r j_\varphi, \quad (2.2)$$

$$j_\varphi = r \frac{dp}{d\Psi} + \frac{1}{r} T \frac{dT}{d\Psi}. \quad (2.3)$$

軸対称トーラス・プラズマの平衡解析コードの目的は、この方程式を解くことであるが、境界条件、拘束条件、メッシュ形状や離散化の方法等によって、いくつもの変形が存在する(第1表)。

グラド・シャフラン方程式の特徴は、磁気面ラベルの関数として定義された右辺を持つ方程式を、磁気面ラベル $\Psi$ を未知数として解くことで、この事情は、Gradによって一般化微分方程式と呼ばれた次のような形式に変形してみるとよくわかる<sup>1)</sup>。

$$\begin{aligned} -\nabla \left( \frac{1}{r^2} \nabla \psi \right) &= \left( \frac{d\Psi}{dV} \right)^{r-2} \left( \frac{d\mu}{dV} \cdot \frac{d\Psi}{dV} + \Gamma \mu \frac{d^2\Psi}{dV^2} \right) \\ &+ \frac{1}{r^2} \frac{q}{M} \frac{d}{dV} \left( \frac{q}{M} \frac{d\Psi}{dV} \right), \end{aligned} \quad (2.4)$$

ここで、

$$\mu(V) = p(V) \left( \frac{d\Psi}{dV} \right)^{-1}, \quad (2.5)$$

$$M(V) = \int_V \frac{d\tau}{4\pi^2 r^2 |\nabla V|}, \quad (2.6)$$

$$q(V) = T(V) \cdot M(V) \left( \frac{d\Psi}{dV} \right)^{-1} \quad (2.7)$$

一般化微分方程式を解くことは、 $r$ 空間の関数 $\psi(r)$ と $V$ 空間の関数 $\psi(V)$ について、 $\psi(r) = \psi(V(r))$ となる(2.4)式の解を求めることがある。この形の方程式を解くには、 $\mu(V)$ 、 $q(V)$ の関係式を具体的に与えることが必要で、このような拘束条件で解いた平衡を磁束保存トカマク(FCT)平衡と呼ぶ<sup>2)</sup>。トカマク・プラズマの平衡や安定性にとって安全係数 $q$ の分布は重要であるので、このような平衡は安定性解析の際、特に有用である。実際に数値解析を行うに際しては、磁気面で平均をとり次の随伴常微分方程式を得て、常微分方程式と偏微分方程式を逐次近似的に交互に解く。

$$-\frac{d}{dV} \left( K \frac{d\Psi}{dV} \right) = \left( \frac{d\Psi}{dV} \right)^{r-2} \left( \frac{d\mu}{dV} \frac{d\Psi}{dV} + \Gamma \mu \frac{d^2\Psi}{dV^2} \right) + 4\pi^2 q \frac{d}{dV} \left( \frac{q}{M} \frac{d\Psi}{dV} \right), \quad (2.8)$$

ここで、

$$K = \int_V |\nabla V| d\tau. \quad (2.9)$$

このような変形を行わず、(2.2, 2.3)式を直接解く方法として非線形固有値解法(NEP)がある。これは、(2.3)式において、

$$j_\varphi = \lambda j_{\varphi_0}(\varphi, r), \quad -1 \leq \varphi \leq 0 \quad (2.10)$$

として、 $-1 \leq \varphi < 0$ の領域で解を求める。最終的に必要な解は、このようにして得られた解に尺度変換  $\varphi$  をほどこして得られる。

高精度の平衡コードの特徴の一つは、メッシュ構成に関して見られる。MHD 安定性解析には、磁気面に依った座標系(( $\psi$ ,  $\chi$ )座標)で2階までの微分量が必要であるので、どのような座標系で解いた解も( $\psi$ ,  $\chi$ )空間へ写すことが必要となる。例えば、( $r$ ,  $z$ )空間のメッシュから( $\psi$ ,  $\chi$ )空間のメッシュへの写像を考えると第4図から容易にわかるように、磁気軸付近や磁気面の込んだ付近で精度が悪くなることが予想される。これをさける為の方法の1つが、逆平衡解法と呼ばれる方法で最初から( $\psi$ ,  $\chi$ )空間でメッシュを切って解く。これには、グラド・シヤフラノフ方程式自身を( $\psi$ ,  $\chi$ )を独立変数とする形に変形するもの<sup>3)</sup>と、方程式はそのまままで、メッシュだけ( $\psi$ ,  $\chi$ )座標系に合せながら解く方法<sup>4)</sup>がある。後者は、原研においてSELENE 10, 50として開発された。言うまでもなく、( $r$ ,  $z$ )空間では不規則メッシュとなるので有限要素法が用いられる。メッシュ構成の例を第5図に示す。高精度の平衡解を得る直接的な方法は、単にメッシュ数を増大すればよい。しかし、このためにはCPU時間を多量に必要とするので、方程式ソルバーに何らかの工夫を加える必要がある。現在、原研においてMHD 安定性解析のための平衡コードとして主として用いられているSELENE 40コードでは、高速ポアソン・ソルバーの技術のダブル・サイクリック・リダクション法(DCR)が用いられている。

### 3. 線形MHD 不安定性解析

トカマク・プラズマの限界ベータ値を定量的に解析する上で、線形理想的MHD 不安定性解析は重要である。トカマクのような軸対称トーラスの解析のためには、一般的な線形理想的MHD 不安定性解析コードがある。このようなコードの一つが、Gruber らによって開発されたERATO コード<sup>5)</sup>である。また、原研には、このコードに大巾な改良を加えて性能を向上したERATO - J<sup>6)</sup>がある。

ERATO コードは、プラズマの運動方程式を線形化して作ったエネルギー積分を基礎にして、系のラグランジアンを有限要素表示とした後、ラグランジアンが停留値をとる条件から固有値を求めて安定性を解析するコードである。この解析の概要は次のように示される。まず、線形化した運動方程式は次式で表わせる。

$$\rho_0 \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = F(\xi) \quad (3.1)$$

$$F(\xi) = \nabla(\xi \cdot \nabla p_0 + \Gamma p_0 \operatorname{div} \xi) + \{\operatorname{rot} \mathbf{B}_0 \times \operatorname{rot} (\xi \times \mathbf{B}_0) + \operatorname{rot} [\operatorname{rot} (\xi \times \mathbf{B}_0)] \times \mathbf{B}_0\}, \quad (3.2)$$

ここで、 $\xi$ は変位を表わす。この式から、プラズマのポテンシャル・エネルギーが、次のようにして求まる。

$$W_p = -\frac{1}{2} \int \xi \cdot F(\xi) d\tau, \quad (3.3)$$

若干の式の変形を行って、プラズマ境界のエネルギー  $W_s$ 、真空領域のエネルギー  $W_v$  を考慮に入れる系全体のポテンシャル・エネルギー  $W$  は、次のように表示される。

$$W = W_p + W_v + W_s, \quad (3.4)$$

$$W_p = \frac{1}{2} \int_P [ \mathbf{Q}^2 + \mathbf{j} \cdot (\xi \times \mathbf{Q}) + (\xi \cdot p) \operatorname{div} \xi + \Gamma p (\operatorname{div} \xi)^2 ] d\tau, \quad (3.5)$$

ここで、 $\mathbf{Q} = \operatorname{rot} (\xi \times \mathbf{B})$ ,  $(3.6)$

$$W_v = \frac{1}{2} \int_V (\operatorname{rot} \mathbf{A})^2 d\tau, \quad (3.7)$$

$$W_s = \frac{1}{2} \oint_S \xi_n^2 [ \nabla \left( \frac{1}{2} \mathbf{B}_e^2 \right) - \nabla (p_0 + \frac{1}{2} \mathbf{B}_i^2) ] \cdot \mathbf{n} dS, \quad (3.8)$$

また、境界条件は、

$$\mathbf{n} \times \mathbf{A} = -\xi_n \mathbf{B}_e \quad (\text{プラズマ表面}), \quad (3.9)$$

$$\mathbf{n} \times \mathbf{A} = 0 \quad (\text{導体壁}), \quad (3.10)$$

で与えられる。プラズマの運動エネルギーは

$$\omega^2 K = \frac{\omega^2}{2} \int_P \rho_0 |\xi|^2 d\tau, \quad (3.11)$$

である。計算領域を有限要素に分割し、離散化変数を適当に並べて、数ベクトル  $\mathbf{x}$  を作るとラグランジアン  $L$  は、次のように有限要素近似される。

$$L \equiv W - \omega^2 K \sim {}^T \mathbf{x} A \mathbf{x} - \omega^2 {}^T \mathbf{x} B \mathbf{x}. \quad (3.12)$$

これより、変分をとり、 $L$  の停留値を求める操作  $\delta L = 0$  から、

$$(A - \omega^2 B) \mathbf{x} = 0, \quad (3.13)$$

が得られ、不安定性解析は、次のような行列の一般固有値問題の解析に帰着する。

$$|A - \omega^2 B| = 0. \quad (3.14)$$

このような方法に従って線形理想的MHD 不安定性解析コードを作成するに当っては、いくつかの注意すべき点があるが、最も特徴的なことは、普通によく用いられている有限要素法によつては、満足な結果が得られないことである。これは、既に述べたMHD 演算子の特質に関係するもので、変位  $\xi$  の三成分に対して同じ次数の基底関数を用いては、 $\operatorname{div} \xi \cong 0$  となる振動モードを表現できず、スペクトル汚染 (spectrum pollution) という現象を呈することに関係している。<sup>7)</sup> 詳細について述べる余裕がないので、簡単なモデル・プラズマについての解析例を示すに止める。第6図は、一様円柱プラズマについて、メッシュ数を変えて全ての固有値を計算したもので、各固有値の解析解は図の左端のメッシュ数  $\infty$  の値に一致する。本来一点に縮退している連続固有値モード (Alfvén) が、他の固有値の存在する領域を汚染して、正しい数値解を得られなくしている。この解析は、変位  $\xi$  を三成分  $X, V, Y$  に分けて各成分について、通常の一次基底関数を用いた有限要素法を適用して行ったものであるが、これでは、 $|\partial X / \partial r + mV| \equiv 0$  となる可能性が禁じられているために、このような汚染がおこることが判っている。そこで、成分  $X$  についてはテント形基底関数、他の成分については定数形基底関数を使うことが考えられ、汚染の防止に成

功した(第7図)<sup>7)</sup>。このような基底関数をとる有限要素法を正規有限要素法(regular finite element method)と呼んでいる。

以上は、独立変数が円柱プラズマの半径方向座標だけの1次元問題であるが、軸対称トーラス・プラズマを解析するERATOコードでは、座標として磁気面変数 $\zeta$ と角度変数 $\chi$ をとった2次元問題となる。この場合には上に述べた正規有限要素法は適用できず、各変数および必要な $\psi$ 、 $\chi$ 微分が要素内で全て一定値をとるようにした混成有限要素法(finite hybrid element method)が用いられている<sup>5)</sup>。未知変数と評価点の関係は、第8図に示すようなもので、微分量は評価点での差分値で代表する。

数値計算の結果得られる固有値 $\lambda$ は、周波数 $\omega$ の自乗であるが、この解析で興味のあるのは、不安定モードが得られる場合、即ち、 $\lambda = \omega^2 < 0$ となる時である。この時、 $r^2 = -\omega^2$ となる $r$ は、そのモードの成長率である。このようなわけで、解析の対象となるのは、代数的に最小となる固有値1個である。ERATOでは大次元疎行列を解析するために逆べき法が用いられている。また、精度のよい解を得るために、普通は、メッシュ数についての収束計算を行い、メッシュ数無限大的解を外挿する。その一例を第9図に示す。このような計算を多数行って第10図に例示するような安定領域を求めるのがこのコードの目的である。

#### 4. 非線形MHD 不安定性解析

トカマク・プラズマの研究において、非線形MHD現象に關係した最も大きな課題の1つがディスラプションの解析である。ディスラプションは破壊不安定性とも呼ばれ、プラズマの条件によって色々の現われ方をする不安定性で、必ずしも单一のシナリオで全てのディスラプションが説明できるものとは考えられていない。第11図に示した例は、大ディスラプションと呼ばれるものの典型的な例の1つで、鋭いスパイク状の負電圧の発生、それに伴う温度降下、プラズマ電流の減少とプラズマ消失等で特徴づけられる。プラズマ温度が低下したり、プラズマが消失することは、プラズマ閉込め装置として最も望ましくないことであるが、更に、これに伴う大きな電気力の発生やプラズマ粒子による真空容器壁の損傷は、装置が大きくなればなる程重大である。そこで、ディスラプションの発生機構を解明し、その制御や抑制の方法を見出すことが閉込め解析の大きな課題となっている<sup>8)</sup>。

非線形MHD現象を解析する上で最も障害となるのは、MHD系のスペクトルの巾が広いこと、即ち、最大時定数と最小時定数の比がきわめて大きいことである。このため、トカマク・プラズマの普通のパラメータ領域では(1.1)～(1.5)式で表わされるMHD方程式の完全系を直接時間積分して非線形MHD現象を解析しようという試みは、現在の計算機能力のもとでは、事実上不可能に近いといえる。そこで、色々の工夫がなされるわけであるが、その一つが、ここで述べる簡約方程式系を導きフーリエ展開法を使ってコードを作成する方法である<sup>9)</sup>。簡約方程式系は、非圧縮性の仮定と逆アスペクト比(小半径/大半径)展開によるトカマク・オーダリングによって、最小時定数モードを除去した方程式系で、次のように、表わされる。

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla_{\perp} \Psi = B_0 \frac{\partial \Phi}{\partial \zeta} + \eta J - E_w(t), \quad (4.1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial t} + v \cdot \nabla U &= \nabla \zeta \cdot \nabla P \times \nabla_{\perp} \left( \frac{R}{R_0} \right)^2 \\ &+ \left( \frac{R}{R_0} \right)^2 \nabla \zeta \cdot \nabla_{\perp} \Psi \times \nabla_{\perp} J + B_0 \frac{\partial J}{\partial \zeta} \end{aligned} \quad (4.2)$$

$$\frac{\partial P_*}{\partial t} + v \cdot \nabla P_* = 0, \quad (4.3)$$

$$B = B_0 (\nabla \zeta + \nabla \zeta \times \nabla \Psi), \quad (4.4)$$

$$v = \left( \frac{R}{R_0} \right)^2 \nabla \zeta \times \nabla_{\perp} \phi, \quad (4.5)$$

$$J = \left( R^2 \nabla_{\perp} \frac{\nabla_{\perp} \Psi}{R^2} \right) \nabla \zeta, \quad (4.6)$$

$$U = \left( \frac{R}{R_0} \right)^2 \nabla_{\perp}^2 \phi, \quad (4.7)$$

$$P_* = \left( \frac{R}{R_0} \right)^2 P, \quad (4.8)$$

ここで、 $U$ ,  $\Psi$ ,  $\phi$ は、それぞれ、渦度、ポロイダル磁束関数、流れ関数を表わし、また、 $\zeta = R_0 \phi$ 、および  $\nabla_{\perp} \equiv \nabla R \cdot \partial / \partial R + \nabla Z \cdot \partial / \partial Z$  である。このような簡約方程式系を採用することで、最小時定数が大きくなるばかりではなく、未知数の数も減るので計算量は大巾に減るのであるが、それでも未だ容易な計算ではない。そこでトロイダル方向およびポロイダル方向にフーリエ展開をして計算量を更に減少させる。フーリエ展開した簡約方程式系は次のように表わされる。

$$\frac{\partial \Psi_{m/n}}{\partial t} = [\Psi, \phi]_{m/n} + \frac{B_0}{R_0} n \phi_{m/n} + \eta J_{m/n} - E_{m/n}, \quad (4.9)$$

$$\frac{\partial U_{m/n}}{\partial t} = [U, \phi]_{m/n} + [J, \Psi]_{m/n} - \frac{R_0}{B_0} n J_{m/n} + [F, P]_{m/n}, \quad (4.10)$$

$$\frac{\partial P_{*m/n}}{\partial t} = [\phi, P_*]_{m/n}, \quad (4.11)$$

ここで、

$$r = \left( \frac{R}{R_0} \right)^2 \sqrt{g}, \quad (4.12)$$

$$\Psi(r, \theta, \zeta) = \sum_{m, n} \Psi_{m/n}(r) \exp i(m \theta - \frac{\eta}{R_0} \zeta), \quad (4.13)$$

$U$ ,  $P_*$ についても同様、また、

$$[\Psi, \phi]_{m/n} = \sum_{\substack{m=m'+m'' \\ n=n'+n''}} \frac{m'}{r} \left( \Psi_{m'/n'} \frac{d}{dr} \phi_{m''/n''} - \phi_{m'/n'} \frac{d}{dr} \Psi_{m''/n''} \right) \quad (4.14)$$

$$\begin{aligned} J_{m/n} &= \frac{1}{r} \sum_{m=m'+m''} \left[ \frac{d}{dr} \left( G_{m'}^{r\theta} \frac{d}{dr} \Psi_{m''/n} \right) - m'' \frac{d}{dr} \left( G_{m'}^{r\theta} \Psi_{m''/n} \right) \right. \\ &\quad \left. - m G_{m'}^{r\theta} \frac{d}{dr} \Psi_{m''/n} - m m'' G_{m'}^{\theta\theta} \Psi_{m''/n} \right] \end{aligned} \quad (4.15)$$

$$U_{m/n} = \frac{1}{r} \sum_{m=m'+m''} \left[ \frac{d}{dr} \left( H_{m'}^{rr} \frac{d}{dr} \Phi_{m''/n} \right) - m'' \frac{d}{dr} \left( H_{m'}^{r\theta} \Phi_{m''/n} \right) - m H_{m'}^{r\theta} \frac{d}{dr} \Phi_{m''/n} - mm'' H_{m'}^{\theta\theta} \Phi_{m''/n} \right] \quad (4.16)$$

$$\left( \frac{R}{R_0} \right)^2 = \sum_m F_m(r) \exp im\theta, \quad (4.17)$$

$$rg^{ij} = \sum_m G_m^{ij}(r) \exp im\theta, \quad (4.18)$$

$$r \left( \frac{R}{R_0} \right)^2 g^{ij} = \sum_m H_m^{ij}(r) \exp im\theta. \quad (4.19)$$

このような定式化のもとで、原研では AEOLUS-R コード群と呼ばれる一連の非線形 MHD 安定性解析コードが開発されている（第2表）。数値的安定性を確保しつつ高速で計算を行うために時間積分の方法には十分配慮が必要である。現在用いられている準陰解法によって一応満足すべき成果は得られているが、一層の高性能化を目指して新解法の開発が続けられている。フーリエ展開法に関して特に注意すべき点は、物理的に意味のあるフーリエ・モードを、あらかじめ、あるいは、計算しながら定めて行き、計算の対象とするフーリエ・モードの数を必要最小限にしていることである。第12図は、このようにして選ばれた計算の対象となるフーリエ・モードの例である。また、これらのモードのうち、ヘリシティ  $h = m/n$  が同一のモードについては、混在して相互に結合していてもヘリカル対称性がある。そこで、各フーリエ・モードをヘリンティ毎にグループ化して考えるのが便利である。例えば、磁気島の概念はこの種の解析を行う上できわめて重要であるが、これは各ヘリシティ毎に考えることのできるものである。また、不安定性によつては、単一のヘリンティだけが重要な場合もあって、この時には、計算が著しく簡単化される。

このような計算の例として、円柱プラズマ中での大ディスラプションのシミュレーション結果を示す<sup>10)</sup>。この節の冒頭にも述べたようにディスラプションの発生機構は、今の所、完全に明確にされたとは言い難い。ここに示す例は、オーク・リッジ国立研究所のグループによって提案されたモデルに基くもので、典型的な大ディスラプションを比較的よく再現することが可能である。ディスラプションのシナリオを第13図に示す。既に述べたように、平衡状態では、磁気面は同心円状の整然とした配位を示すが、不安定性の発展とともにこの配位に乱れが生じて来る。ある時点を固定してヘリシティ毎の磁気面変化への寄与を図示することは興味深い（第14図）。セパラトリクスに囲まれた島状の領域を磁気島と呼ぶが、異なるヘリシティの磁気島の重なり合いによって非線形不安定化がおこり、ディスラプションへ発展していく様子が見られる。これは、磁気島の径方向巾を時間的にプロットすることでよく理解できる（第15図）。図中の数字はヘリシティを表わしている。第15図(a)は、ヘリシティ  $2/1$  と  $3/2$  のモードを別々に計算（单一ヘリシティ計算）して、同一図上に描いたもので、当然の事ながら、2つの磁気島は全く独立に時間発展している。これに対して、異なるヘリシティ間の結合を入れて全体をまとめて計算したものが第15図(b)である。2つの磁気島が接触するまでは、(a)と同じ時間経過をたどるが、接触後は不安定化が急速に進んでいる様子がわかる。これは、フーリエ展開した空間での話であるが、実空間でどのようなことがおこっているかを見るには、磁力線の動きを見るのが適当である。第16図は、一本

の磁力線が一つのポロイダル面を横切る度に点を描いたものである。この図にはないが、平衡状態ではこれらの点は円形磁気面の上に並ぶことは言うまでもない。不安定性発展の初期において、未だ磁気島が接触していない時には、比較的はっきりした  $m = 2$  磁気島の存在が見える ( $m = 3$  磁気島が見えないのは選んだ磁力線が  $q = 2$  磁気面近傍のものだからである) が、不安定性の発展と共に磁力線の軌跡は乱雑化して、ついには磁気面が消失してしまう様子が理解できる。このような状態になると温度の急速な低下、電流破壊等の激しい現象が観測されるようになる。

## 5. MHD 数値解析へのベクトル計算機利用

本報告で述べて来た MHD 計算は、いずれも大量の計算時間を必要とするもので、常にコードの高性能化の努力が続けられている。特に、最後に述べた非線形 MHD 計算については、その計算量は格段に大きく、計算機の性能が数桁向上したとしても計算が完了するどころか、むしろ、質的に新しい展望も加わり膨大な需要がつきないものと考えられる。幸いなことに、原研における核融合プラズマ解析のための MHD コードについては、昭和 55, 56 年度に FACOM 230-75 APU (F75APU と略記) を用いて行われたベクトル計算に関する共同研究を通じて、MHD 計算コードのベクトル化に関する経験の蓄積を得た。新しいタイプのベクトル計算機の効率的利用は今後の課題であるが、以下では、F75APU を使って得られたベクトル化の経験について簡単に記す<sup>11)</sup>。

平衡計算コードに関しては、現在線形安定性解析のために標準的に使っており完成度も高い SELENE 40 コードのベクトル化を行った。このコードの主要部分はボアソン方程式型のグラド・シャフラン方程式のソルバーの部分であって、高速解析のためにダブル・サイクリック・リダクション法 (DCR 法)<sup>12)</sup> が用いられている。類似の方法に、一自由度に関してはフーリエ展開を用いたフーリエ解析サイクリック・リダクション法 (FACR 法)<sup>12)</sup> があるが、いずれの方法もデータの並びの規則性を生かしたきわめて洗練された方法となっており、必ずしもベクトル計算機向きの方法とは言えない。これら 2 つの方法について F75APU でスカラー・モードとベクトル・モードでの性能比較を行った結果を示したものが第 3 表である。コードがコンパクトで必要記憶容量が小さくてよいという点を除けば、DCR より FACR がすぐれており、特にベクトル計算機でその差が目立つ。

線形 MHD 安定性解析コード ERATO-J において計算機 CPU 時間を最も使用する主要部分は実対称帶行列の固有値解析プログラム (ERATO4) である。ここで扱う行列は、プラズマ断面の径方向、角度方向のメッシュ数を  $N_\psi, N_\chi$  とする時、次元数  $N_{\text{dim}}$ 、帯巾  $N_{\text{band}}$  が

$$N_{\text{dim}} = 2(3N_\psi + 1)(N_\chi + 1), \quad (5.1)$$

$$N_{\text{band}} = 8(N_\chi + 1), \quad (5.2)$$

で表わされる巨大行列である。実際  $N_\psi = N_\chi = 100$  とするならば、 $N_{\text{dim}} \sim 60,000$ 、 $N_{\text{band}} \sim 800$  にも達する。また、既に述べたように興味ある固有値は、代数的に最小の値を持つもの 1 つだけである。このようなわけで ERATO では、固有値解析のために逆べき乗法を採用している (第 17 図)。このようなアルゴリズムを採用する限り、ベクトル化は比較的容易で、よいベクトル処理効率を得ることができる<sup>13)</sup>。第 18 図および第 19 図に示してあるのが、ERATO 4 における分解

(変形コレスキーフ分解)と逆べき乗法1回のベクトル処理効率である。このように、ベクトル処理効率の面では高い値が得られたのであるが、実際にメッシュ数  $N_\psi = N_x = 100$  程度の計算を行おうとすると他に大きな障害がある。それは、膨大なディスク容量とそれに伴って大きな入出力回数が必要となることである(第4表)。このように入出力系に大きな負担をかけることは、当然の結果として経過時間を長くすることになり、解析を進める上で大きな問題となる。問題の根源は、解くべき行列の構造にある(第20図)。対象とする帶行列の帯巾は、角度方向のメッシュ数の増大に伴い(5.2)式に従って増加するが、帶内の非零要素の数は常に22に保たれている。このため、帶行列とは言え、メッシュ数が大きくなると帶内はほとんど零要素ばかりの疎行列になってしまう。このような事実にもかかわらず、零ばかりの行列要素の演算と入出力に努力を費やしていることに問題がある。そこで、現在実用化している改訂版 ERATO-J<sup>6)</sup>においては、スコット(Scott)・アルゴリズム<sup>14)</sup>によって行列圧縮を行い、この問題を一挙に解決している。詳細は、他にゆずるが、この圧縮法では変数の再順序付けを行い、各節点毎にまとめてあった変数のうちVとYをひとまとめにして、ブロックの先頭を持って来ることによって、行列の構造を第21図(a)のように変更する。この行列をコレスキーフ分解すると第21図(b)のようになる。このように改良することによってERATO-Jの性能を飛躍的に向上させることができた。しかし、この改訂版ERATO-Jをベクトル化するに当っては問題がないわけではない。まず第1はベクトル長が短くなっていることであり、第2は最新鋭のベクトル計算機ではやはり入出力に費やす時間が制限となって経過時間が短縮できない可能性があることである。これらについては、今後、実際に高性能のベクトル計算機を用いて調査・改良していくことだろう。

非線形MHD 安定性計算はベクトル計算機が最も有効に利用できる分野の1つである。F75 APU及びFACOM VP-100を使ってAEOLUS系コードの実行が多数行われている。ここでは、円柱プラズマの單一ヘリシティ・コード AEOLUS-R1を例にとってベクトル化の経験を述べる。AEOLUS-R1コードの主要部分は、 $\Psi$ ,  $J$ ,  $U$ ,  $\Phi$ を時間的に追跡する部分から構成されている(第22図)。この主要部分に含まれる各LOOPの計算量をスカラー・モードおよびベクトル・モードについて実測して比較したものが第5表である。ベクトル化を行う際どのような演算に着目するかということは、きわめて重要である。第23図は、LOOP 500について、オリジナル・ソース・プログラム(a)およびF75 APU用のベクトル化ソース・プログラム(bおよびc)を示したものであるが、再構成プログラム(b)は径メッシュ・ベクトルについて、(c)は内積演算についてベクトル化を行ったものである。結果は、第6表に示すとおりで径メッシュについてベクトル化すべきことが歴然としている。このようなわけで、第5表のデータも、径メッシュに関してベクトル化を行ったものである。ベクトル処理効率の径メッシュ数依存性を示したものが第24図であるが、実用的な計算条件のもとでF75 APUでは6.5倍の性能を達成することができた。新しいタイプのベクトル計算機についてAEOLUS-R1のベクトル処理については、現在のところ未だ系統的な研究はされていないが、最近、松浦等によりFACOM VP-200での性能比較が試みられ、44倍という驚異的な数値が報告されている(第7表)<sup>15)</sup>。

## 6. おわりに

核融合プラズマ解析のためのMHD コードは、原子力コードの関係者の中でも比較的なじみが薄いと思われる所以、やや基礎的な事も含めて報告書を作成してみた。MHD コードは、多くの大型原子力コードに比べて後発であることも幸いして、最近の計算機の発達に密接に追隨して開発が進められて来た。核融合コードはベクトル計算機によくマッチすると言われるのは、このような事情による所が大きい。もう 1 つ重要なのは、現在のMHD コードは、いかに大規模計算であると言っても、きわめて要素的なコードであって工学的複雑さを持たないことがある。ベクトル計算機で数10時間の計算を必要とする AEOLUS 系のコードであっても、負荷の集中するのは、ほんの一にぎりのサブルーチンである。今後、核融合のコードも工学的意味で複雑化するに従って、良いベクトル効率を得るために努力を一層はらわねばならないようになるかも知れない。AEOLUS-R1で達成された44倍という数値も、更に一般的なコード AEOLUS-RTでは達成は困難であると思われる。しかし、高いベクトル効率を達成するための努力をすれば、多くの場合、その努力が報われることは確かで、核融合プラズマの解析のための MHD コードでは一応満足のできるベクトル処理効率を達成できそうである。

本報告書をまとめるにあたって種々有益な議論をしていただいた理論解析研究室常松俊秀氏およびベクトル計算に関して有益な議論をしていただいた富士通(株)松浦俊彦氏に感謝いたします。

## References

- 1) H. Grad et al., Proc. Nat. Acad. Sci. USA 72 (1975) 3785.
- 2) R.A. Dory and Y. K-N. Peng, Nucl. Fusion 17 (1977) 1.
- 3) P.N. Vabishevich et al., Sov. Phys. Plasma Phys. 4 (1978) 554.
- 4) T. Takeda and T. Tsunematsu, "A numerical code SELENE to calculate axisymmetric MHD equilibria," JAERI-M 8042 (1979).
- 5) R. Gruber et al., Comput. Phys. Commun. 21 (1981) 323.
- 6) 徳田伸二他, "改訂版 ERATO-J による MHD 安定性解析", JAERI-M 9899 (1982).
- 7) R. Gruber and F. Troyon, Proc. IRIA Symposium, Paris, (Springer, Heidelberg, 1979) Lecture Notes Phys. 91 (1979) p.288.
- 8) B.B. Kadomtsev, Plasma Phys. and Controlled Fusion 26 (1984) 217.
- 9) H.R. Hicks et al., "3D nonlinear calculation of resistive tearing modes," ORNL/TM-7132 (1981).
- 10) G. Kurita et al., "Major disruption process in tokamak," JAERI-M 9788 (1981).
- 11) T. Matsuura et al., Comput. Phys. Commun. 26 (1982) 377.
- 12) R.W. Hockney, "The potential calculation and some applications," in Methods in Computational Physics (Academic Press, N.Y., 1970) Vol.9, p.135.

- 13) T. Tsunematsu et al., "Stability analysis by ERATO code," JAERI-M 8616 (1979).
- 14) D.S. Scott and R. Gruber, "Implementing sparse matrix technique in the ERATO code," Lausanne Report LRP 181/81 (1981).
- 15) T. Matsuura et al., "Supervector performance without toil --- FORTRAN implemented vector algorithm on the VP-100/200 ---," Proc. VAPP-II , Oxford, Aug. 28-31, 1984.

第1表 MHD 平衡解析コードの分類

項目	分類
境界条件	固定境界 自由境界 { 形状指定 { 位置指定 無指定
拘束条件	磁束保存トカマク平衡 (FCT; q-given) 非線形固有値平衡 (NEP; T-given)
変数空間	順解法 (( $r'$ , $z$ ) 空間) 逆解法 (( $\Psi$ , $\chi$ ) 空間)
メッシュ形状	矩形メッシュ 三角形・四辺形メッシュ
離散化法	FDM FEM

第2表 MHD安定性解析コード

## Models, Codes and Problems

	Linear analyses		Nonlinear analyses	
	Cylindrical plasma	Toroidal plasma	Cylindrical plasma	Toroidal plasma
Full set of ideal MHD equations	THALIA *m=2,3 ideal modes	ERATO-J, TERA *internal kink mode *ballooning modes *positional inst.	(AEOLUS-P) *positional instability	
Full set of resistive MHD equations	NOTUS-C1 *effects of compressibility	(NOTUS-CT) *resistive ballooning modes		
New reduced set of resistive MHD equations	NOTUS-II *m=1 resistive internal mode *transition of m=2,3 ideal-resistive modes	NOTUS-IT *m=1 mode in whole $\beta_p$ regimes *resistive ballooning modes	AEOLUS-II *m=1 resistive internal mode *finite $\beta$ effect on major disruption	(AEOLUS-IT) *m=1 mode in whole $\beta_p$ regimes *resistive ballooning modes
Reduced set of resistive MHD equations	NOTUS-R1 *transition of m=2,3 ideal-resistive modes	NOTUS-RT *0( $\varepsilon$ ) finite $\beta$ effect on m=1 resistive internal mode *shape effects on m=2,3 modes	AEOLUS-R1 *sawtooth oscillation *effects of aspect ratio and $\beta$ on major disruption	AEOLUS-RT *0( $\varepsilon$ ) finite $\beta$ effect on m=1 resistive internal modes *shape effects on m=2,3 modes
Reduced set of resistive MHD equations with diamagnetic effects	NOTUS-D1 *m=1 mode *m=2 mode	(NOTUS-DR)	AEOLUS-D1 *nonlinear saturation of m=1 mode	(AEOLUS-DR)

第3表 MHD平衡コードのベクトル化による性能向上

(Mesh : 128 × 64)

Equilibrium solver	Scalar mode (FORTRAN-H)	Vector mode (AP-FORTRAN)	Performance ratio (APU/CPU)
DCR method	1668 ms	916 ms	1.82
FACR method	1119 ms	286 ms	3.91

表 4.a ディスク容量

$N_s/N_x$	$D_7, D_9$	$D_{33}$	新/旧( $D_7 + D_9 + D_{33}$ )
30/30	46(390)	65(390)	0.134
60/60	180(3000)	350(3000)	0.079
100/100	600(13700)	1600(13700)	0.068

単位はトラック (1 TRK = 19000 バイト) である。 $D_7, D_9, D_{33}$  はそれぞれ  $A - \lambda_0 B, B, LDL^T$  を意味する。一般式は次の通りである。

$$D_7, D_9 = 58 N_s (2N_x + 2) \times 8 / 19000 \text{ TRK.}$$

$$D_{33} = N_s (N_x + 1) (2N_x + 105) \times 8 / 19000 \text{ TRK.}$$

表 4.b 時間と入出力回数.

$N_s/N_x$	CPU [秒]	経過時間 [秒]	I/O 回数
30/30	31(77)	(380)	2320(6610)
	86	720	2720
60/60	350(1090)	(3400)	6480(51000)
		1530	7353
100/100	2050(7940)	(18700)	16200(240000)
	2240	6020	17900

上段は ERATO 4 のみ、下段は ERATO 1 - ERATO 5 の合計である。ERATO 4 の逐次近似は 3 回である。経過時間は込み具合によって違う。

表 4.c メモリ容量.

$N_s/N_x$	ERATO 1	ERATO 2	ERATO 3	ERATO 4	ERATO 5
60/60	1056	136	564	828	752
100/100	1068	228	1012	1644	1396

単位は KB。ERATO 2 は新版である。

第 4 表 新・旧 ERATO-J コードの計算機資源必要量

改訂版 ERATO コードの実行に必要な計算機資源の概要を以下の表で示す。表 4.a は行列  $A - \lambda_0 B, B, LDL^T$  を格納するファイルの容量を、表 4.b は、CPU および経過時間と入出力回数を、表 4.c はメモリ容量を示している。カッコの中の数値は旧版 ERATO コードのものである。

第5表 AEOLUS-R1 主要部分のスカラー・モード、  
ベクトル・モード処理効率の比較。  
径メッシュ数 = 300, フーリエ・モード数 = 20  
(F75 APU)。

	Scalar mode (FORTRAN-H) (ms)	Vector mode (AP-FORTRAN) (ms)	Performance ratio (APU/CPU)
LOOP 200	94.0	10.0	9.4
LOOP 300 <sup>a,b</sup>	700.0	93.0	7.5
LOOP 400	31.0	3.0	10.3
LOOP 500 <sup>a</sup>	734.0	133.0	5.5
LOOP 600 <sup>b</sup>	78.0	13.0	6.0
LOOP 700	59.0	7.0	8.4
Total	1696.0	259.0	6.55

<sup>a</sup> Convolution.<sup>b</sup> Recurrence.

第6表 ベクトル化演算の違いによるベクトル処理効率  
の違い。径メッシュ数 = 51, フーリエ・モード  
数 = 5 (F75 APU)。

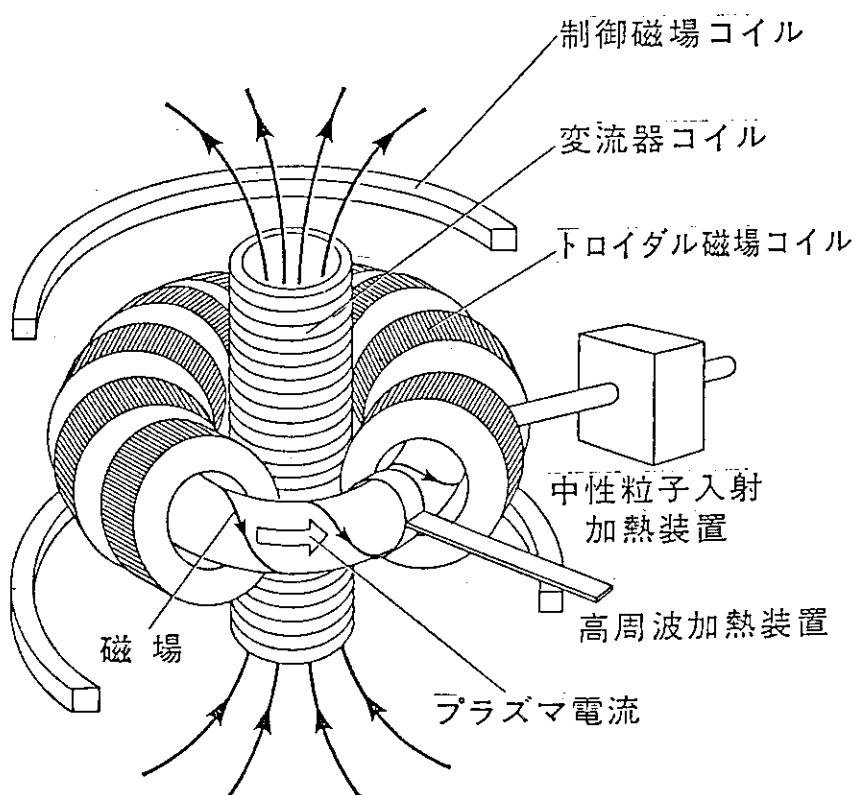
( Input Data ; MESH\_R=51, N=5 )

	SCALAR MODE		VECTOR MODE (AP-FORTRAN)	
	( FORTRAN-H )		Convolution	Convolution
		Inner Product	Vectorization for Radial Mesh	
LOOP 200	5. msec	1. msec	1. msec	1. msec
LOOP 300	16.	18.		8.
LOOP 400	1.	0.		0.
LOOP 500	11.	26.		5.
LOOP 600	1.	1.		1.
LOOP 700	3.	1.		1.
TOTAL	37. msec	47. msec		16. msec
-----				
PERFORMANCE RATIO	1.0	0.83		2.17

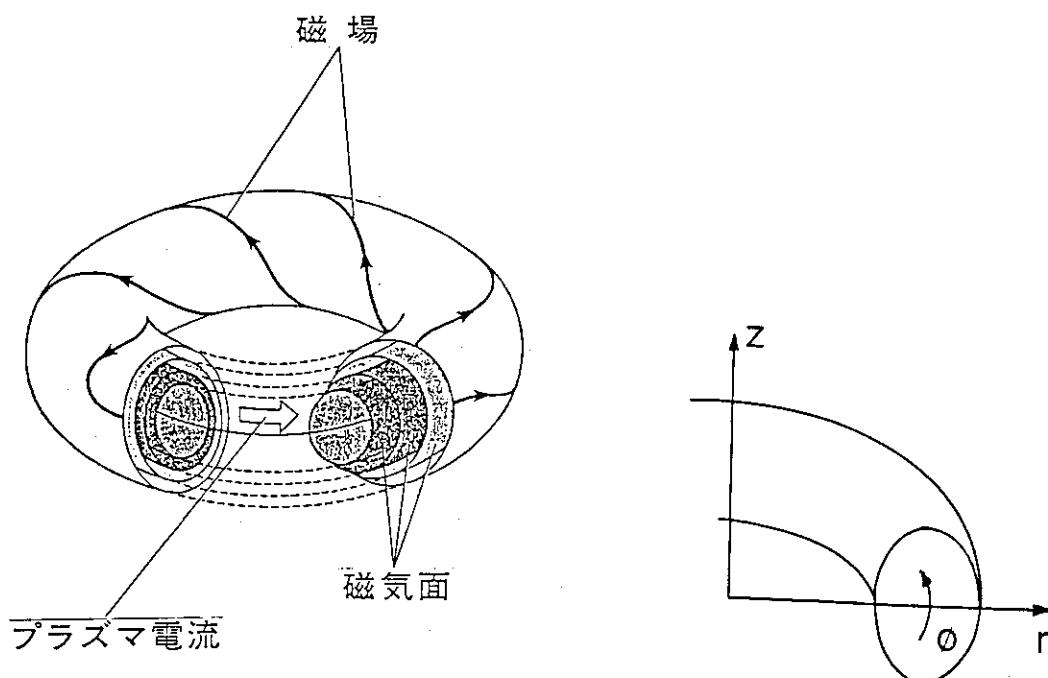
第7表 F75 APUとFACOM VP-200によるAEOLUS  
-R1コードのベクトル化効率の違い。

		230-75APU	VP-200
loop 200	S	94.0 ms	16.749 ms
	V	10.0	0.438
	S / V	9.4	38.2
loop 300	S	700.0	120.232
	V	93.0	2.940
	S / V	7.5	40.9
loop 400	S	31.0	3.633
	V	3.0	0.106
	S / V	10.3	34.3
loop 500	S	734.0	197.773
	V	133.0	3.275
	S / V	5.5	60.4
loop 600	S	78.0	6.978
	V	13.0	0.983
	S / V	6.0	7.1
loop 700	S	59.0	14.843
	V	7.0	0.444
	S / V	8.4	33.4
total	S	1696.0	360.208
	V	259.0	8.186
	S / V	6.5	44.0

## トカマク装置

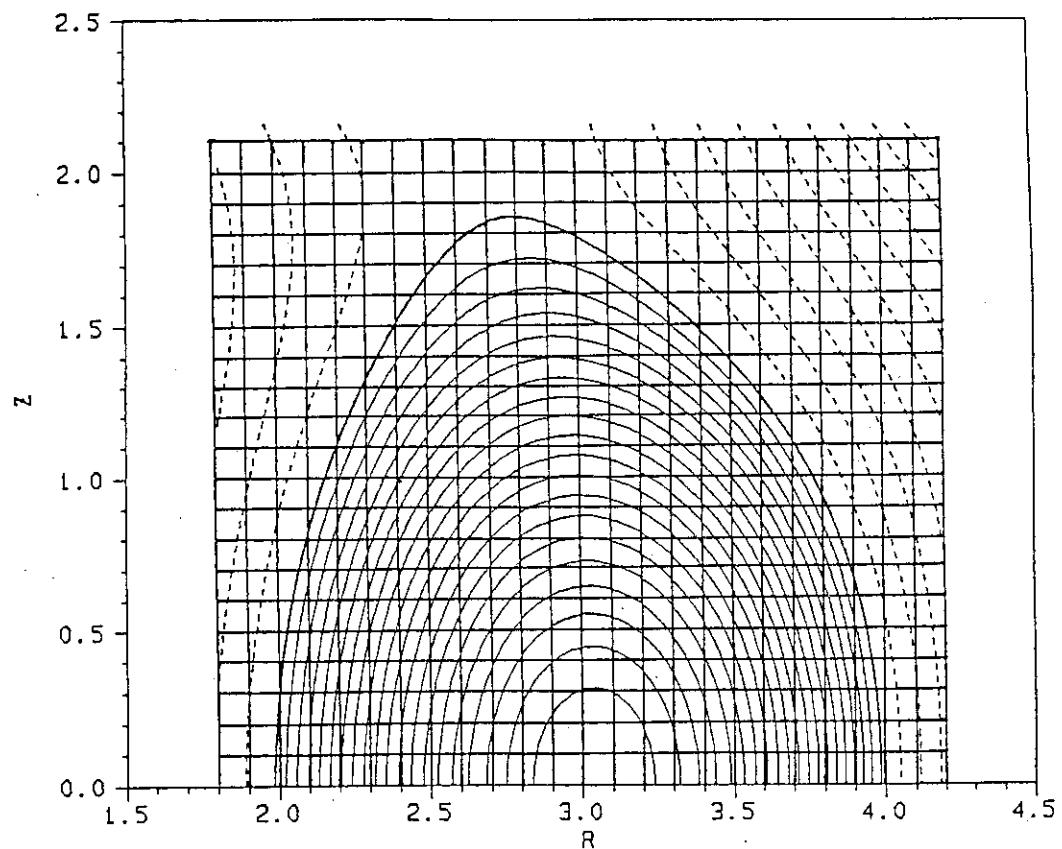


第1図 トカマク型核融合プラズマ閉込め装置概念図。

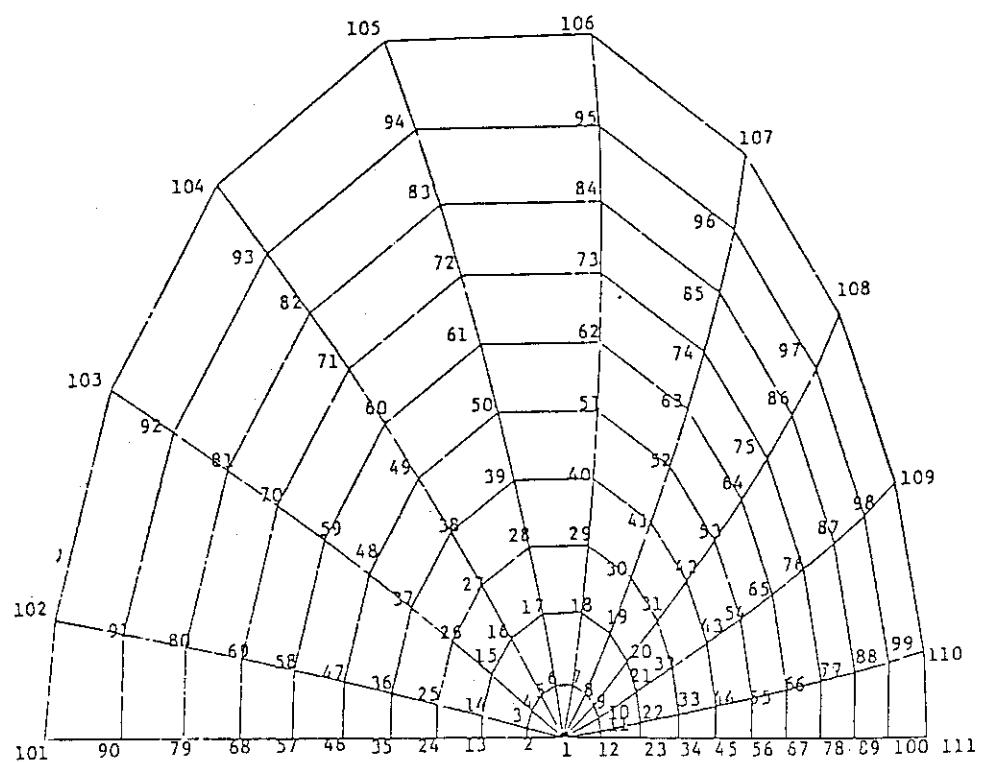


第2図 トカマク・プラズマの磁気面構造。

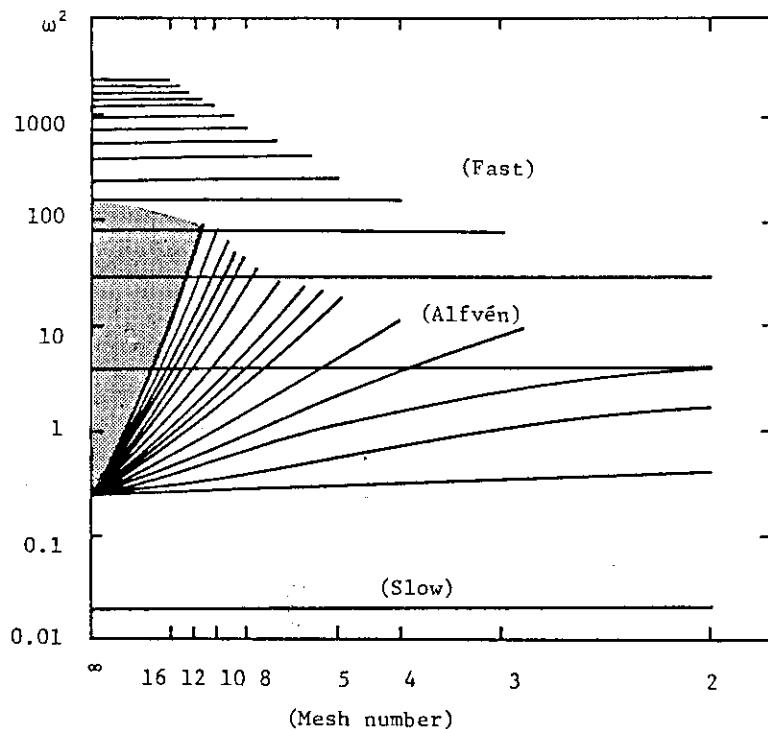
第3図 トカマク・プラズマ解析のための座標系。



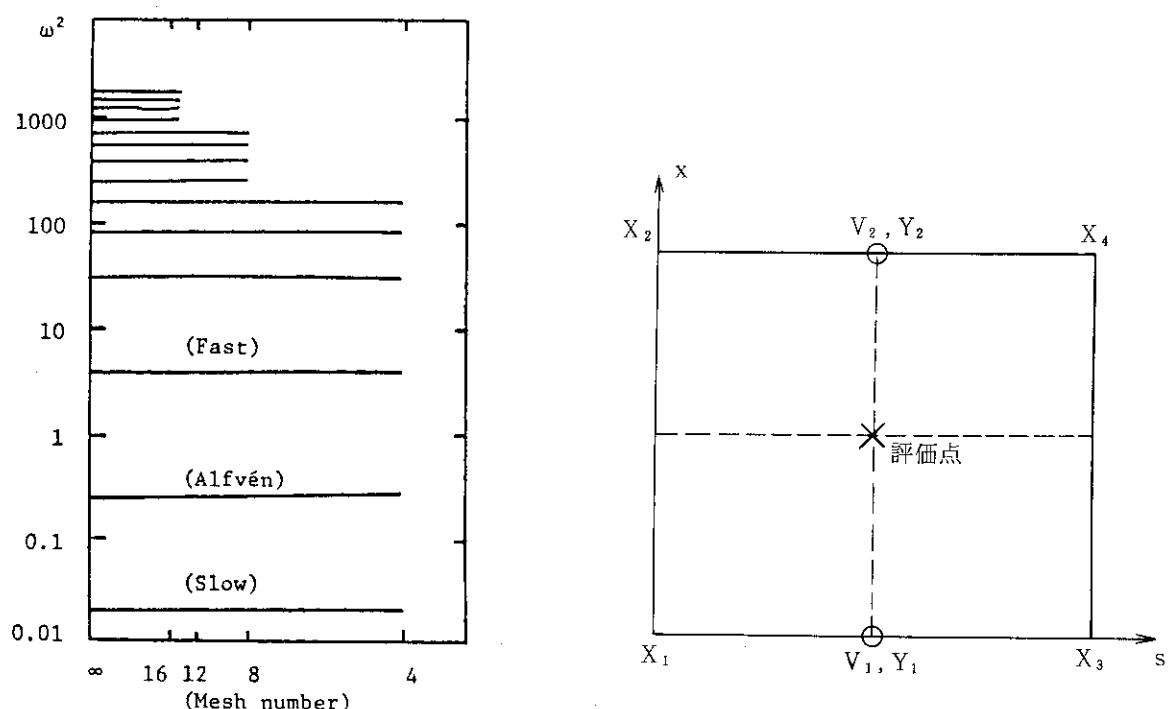
第4図  $(r, z)$  矩形メッシュと磁気面。



第5図 逆平衡メッシュの例。

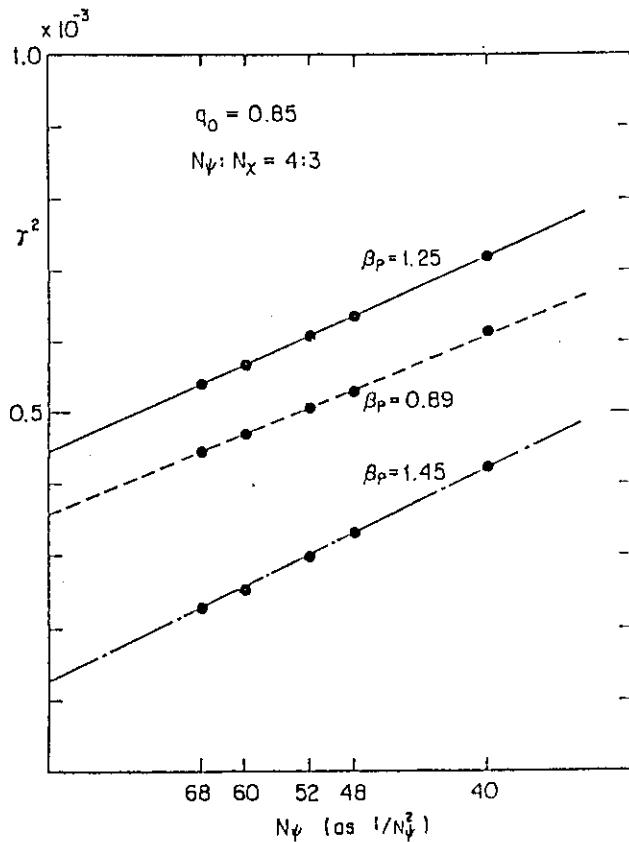


第6図 一様円柱プラズマの解析におけるスペクトル汚染の例。



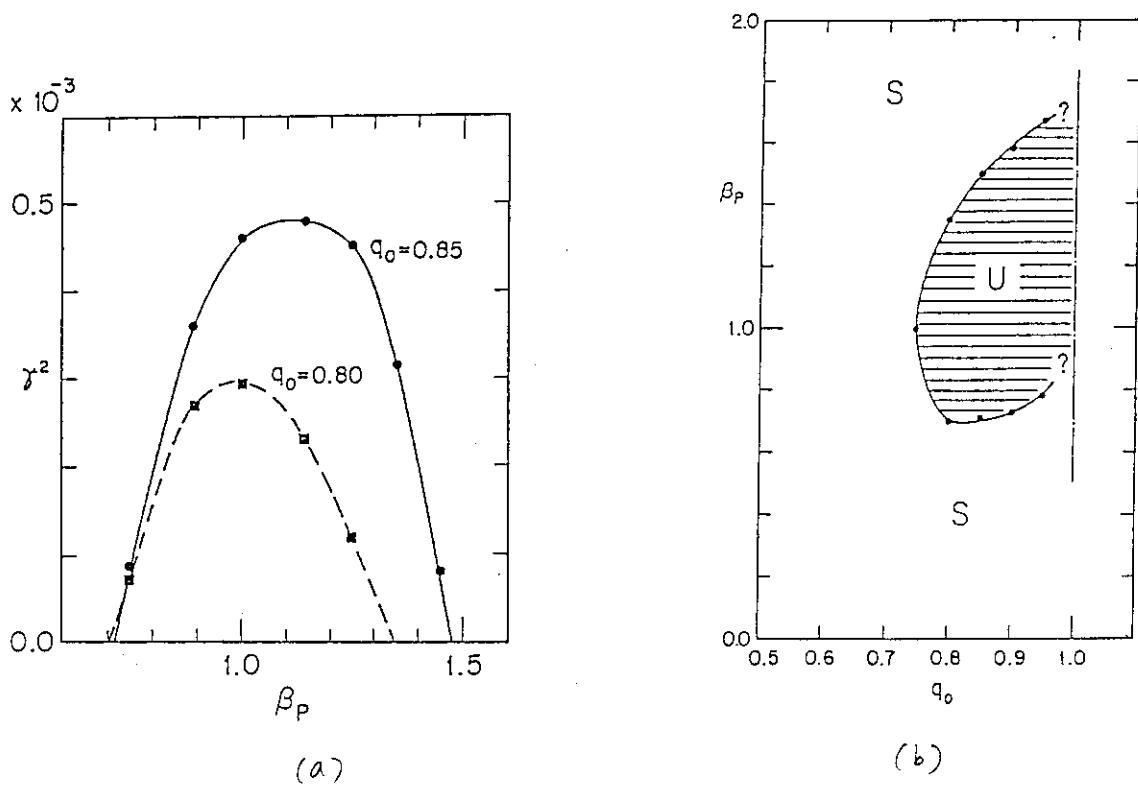
第7図 正規有限要素法を用いて第6図のスペクトル汚染を排除した例。

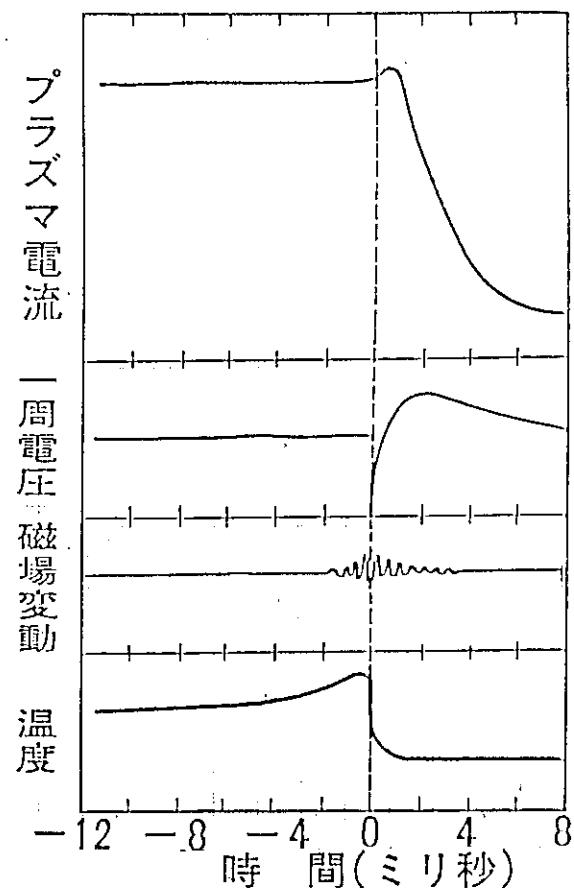
第8図 混成有限要素法と評価点。



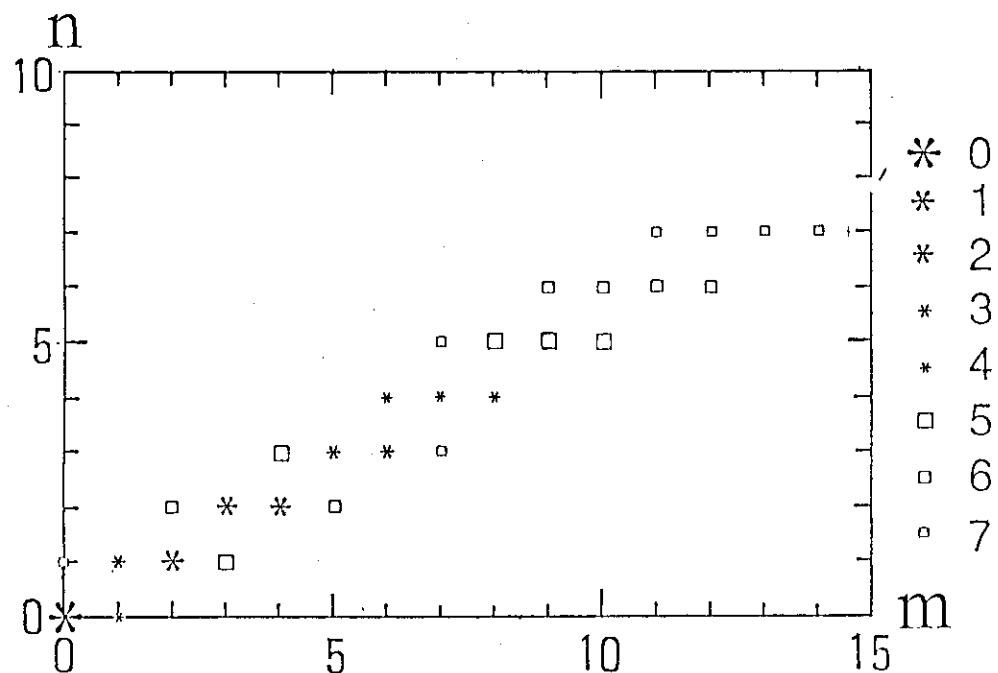
第9図 ERATO-Jコードによる収束計算の例。

$$N_p / N_x = \frac{3}{4} \text{ としてある。}$$

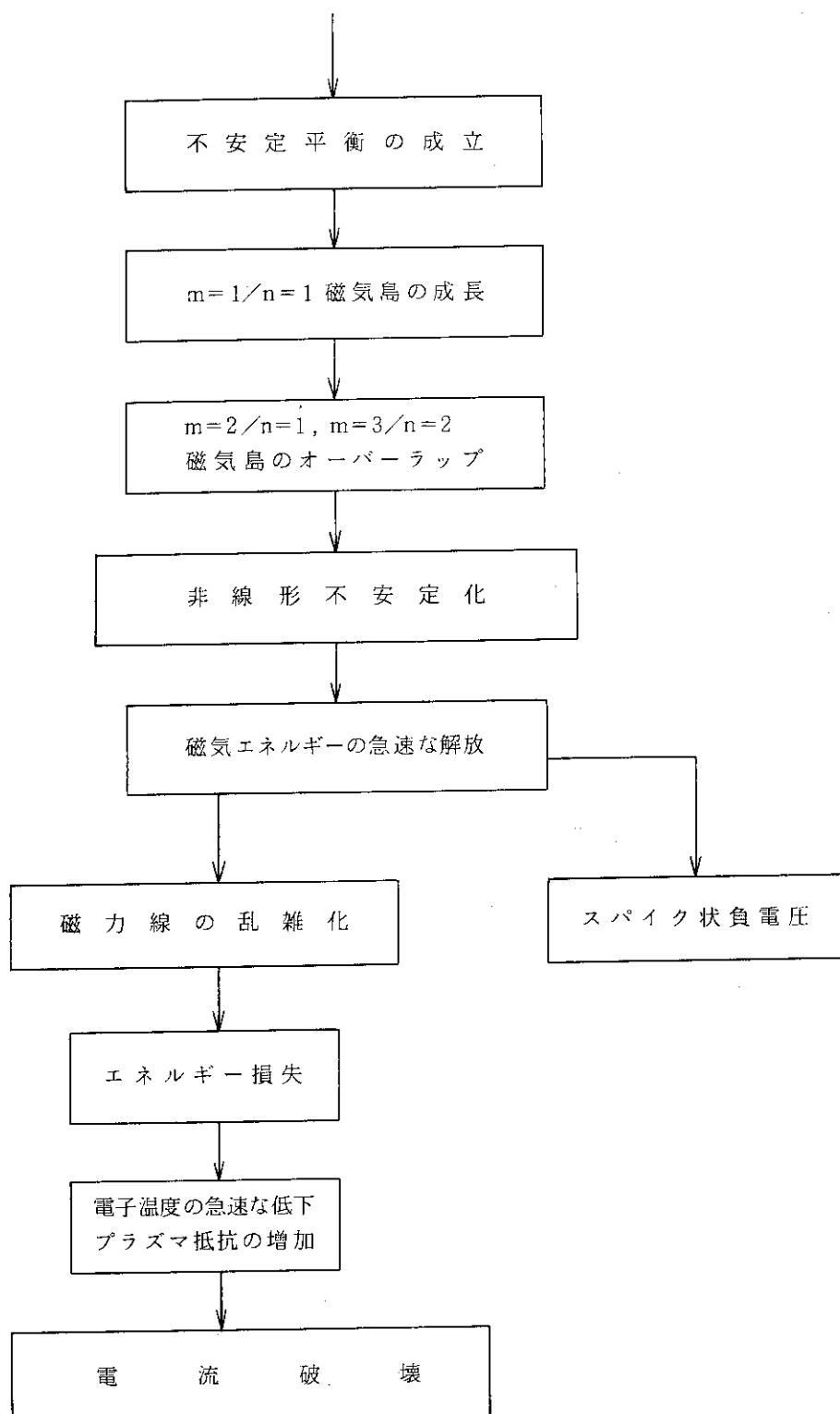
第10図 ERATO-Jコードによる  $n=1$  内部キンク・モード不安定性の成長率(a)と、これより求めた  $(\beta_p, q_0)$  空間での安定領域(b)の例。



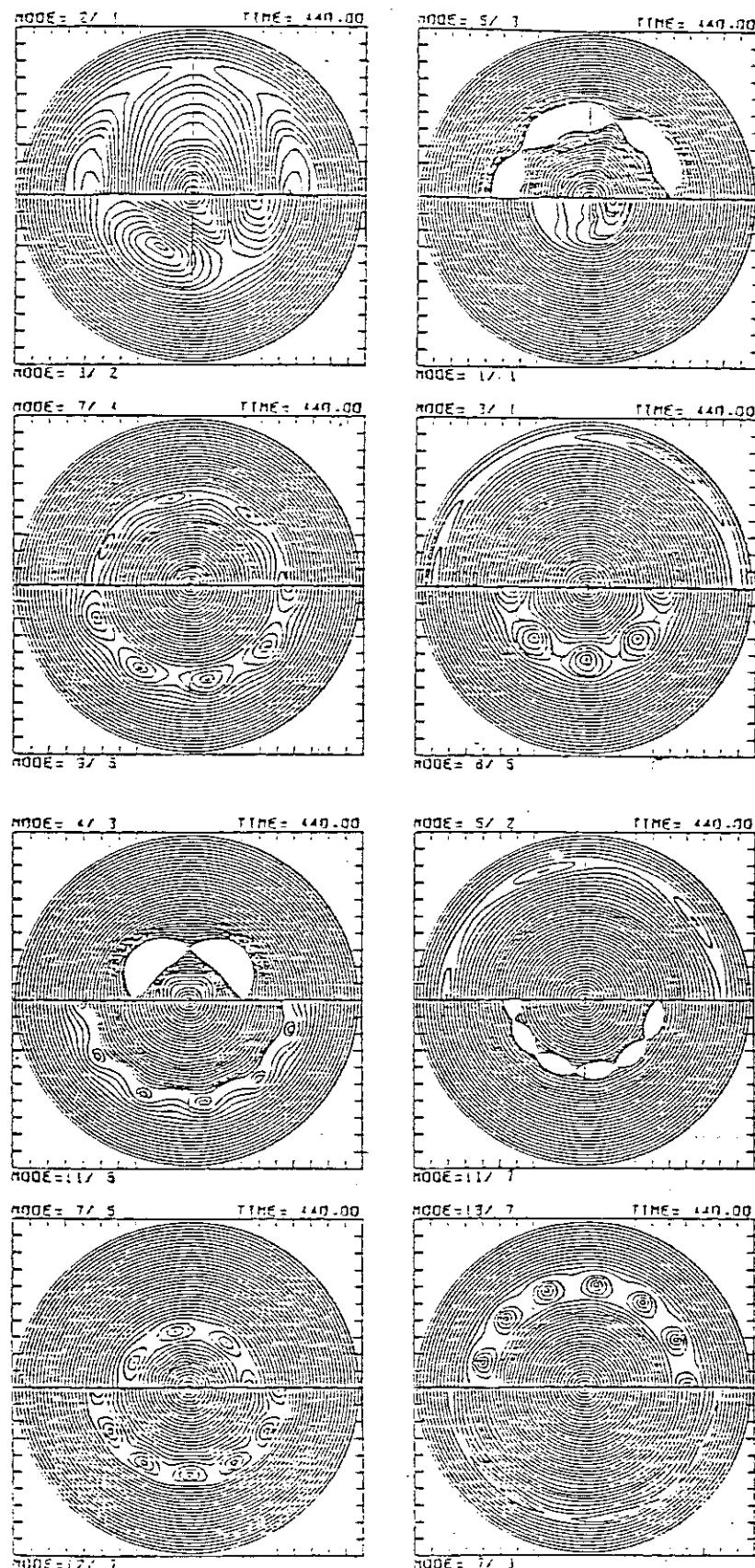
第11図 トカマク・プラズマで観測される  
大ディスラプションの例。



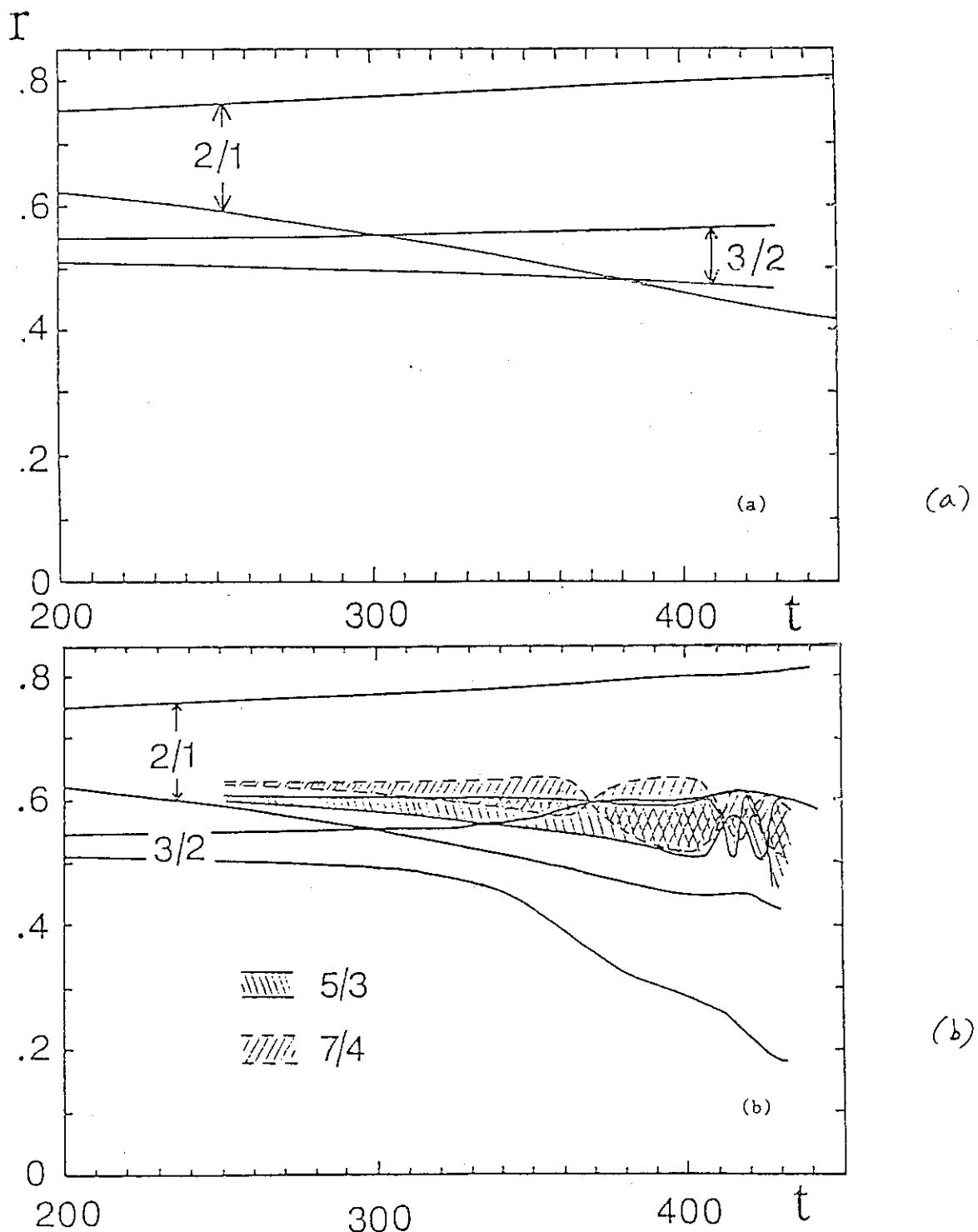
第12図 AEOLUSコードのフーリエ・モード選択。



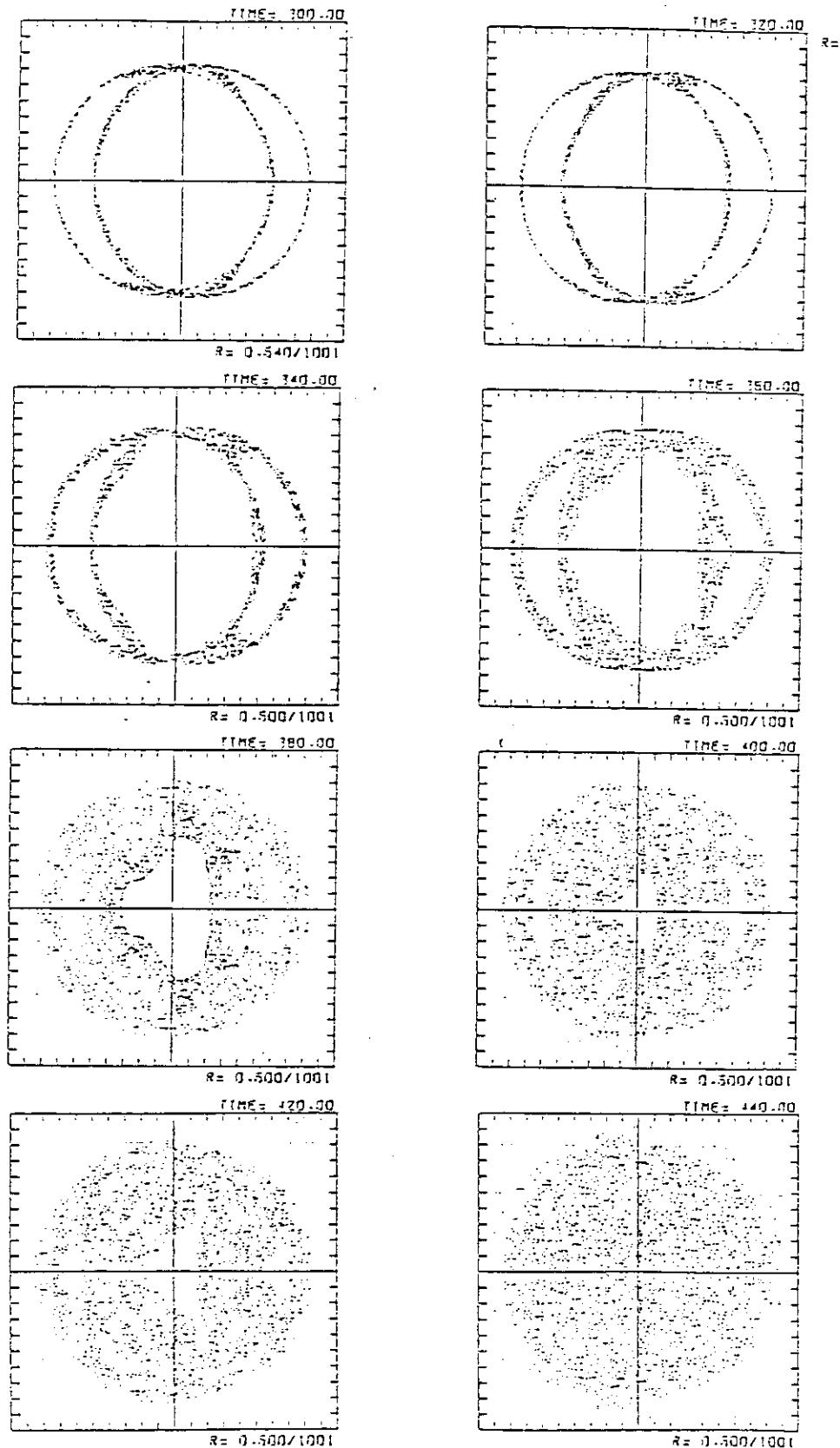
第13図 大ディスラプション発生のシナリオの例。



第14図 ヘリシティ別ヘリカル磁気面。



第 15 図 磁気島の時間変化。(a) 単一ヘリシティ計算の結果。(b) 多ヘリシティ計算の結果。



第 16 図 磁力線軌跡の時間変化。

Number of  
floating operations

---

```

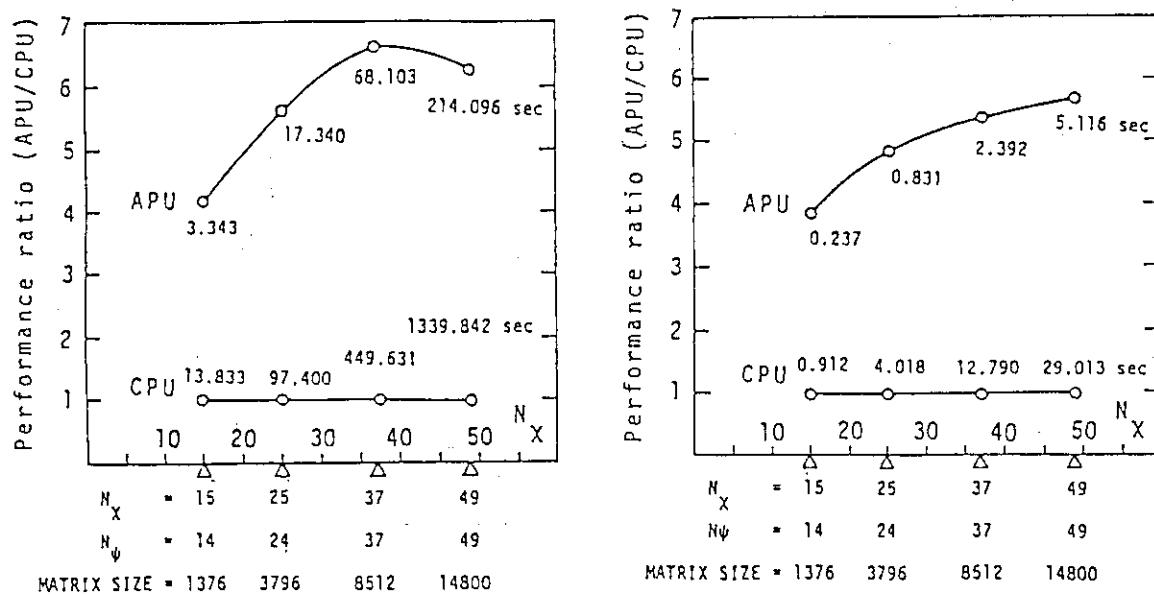
 $Ax = \lambda Bx$ 
 $A' = A - \lambda_0 B$  (Shift spectrum origin)
 $A' = LDL^T$  (Decomposition) :
set  $x^{(0)}$   $\propto N_\psi (N_x + 1)^3$ 

→ for  $i = 1, 2, 3, \dots$  :
    solve  $Lu^{(i)} = Bx^{(i-1)}$  :
    solve  $Dv^{(i)} = u^{(i)}$  } (Iteration loop) :
    solve  $L^T x^{(i)} = v^{(i)}$   $\propto N_\psi (N_x + 1)^2 \times ITR$ 
check convergence
if converged, then

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda = \frac{(x^{(i)}, Ax^{(i)})}{(x^{(i)}, Bx^{(i)})} + \lambda_0 \\ x = x^{(i)} \end{array} \right.$$

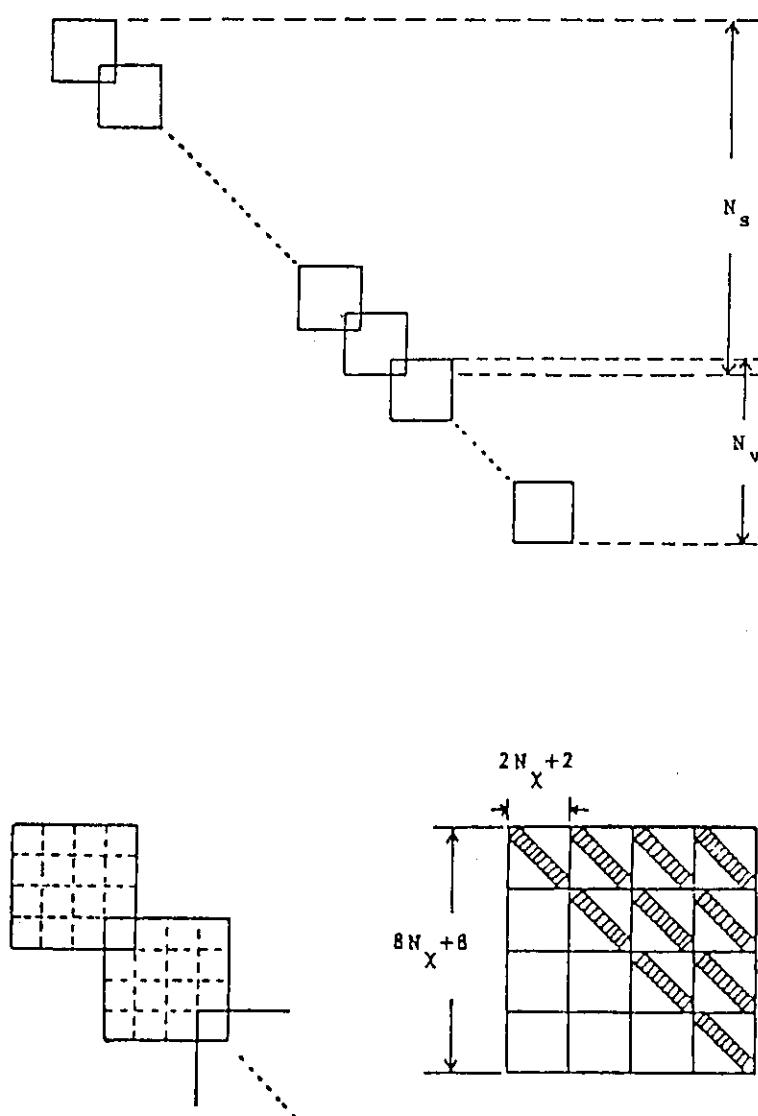

```

第17図 ERATOで採用されている固有値解法の流れ図。

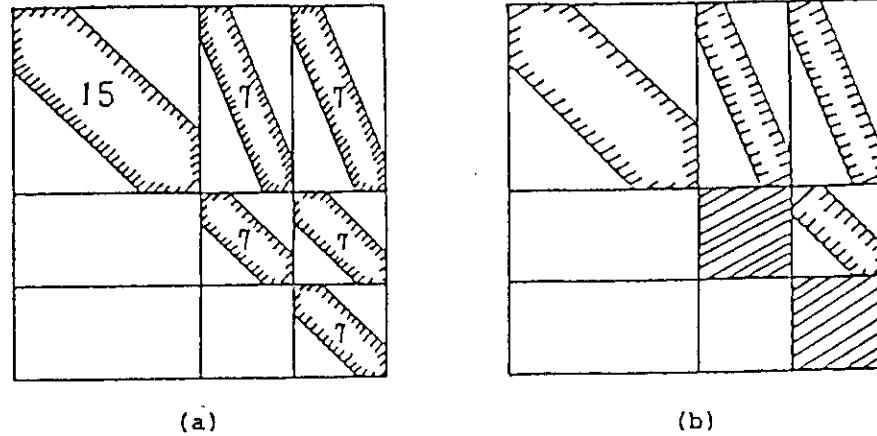


第18図 ERATOにおける変形コレスキーディー分解のベクトル処理効率。

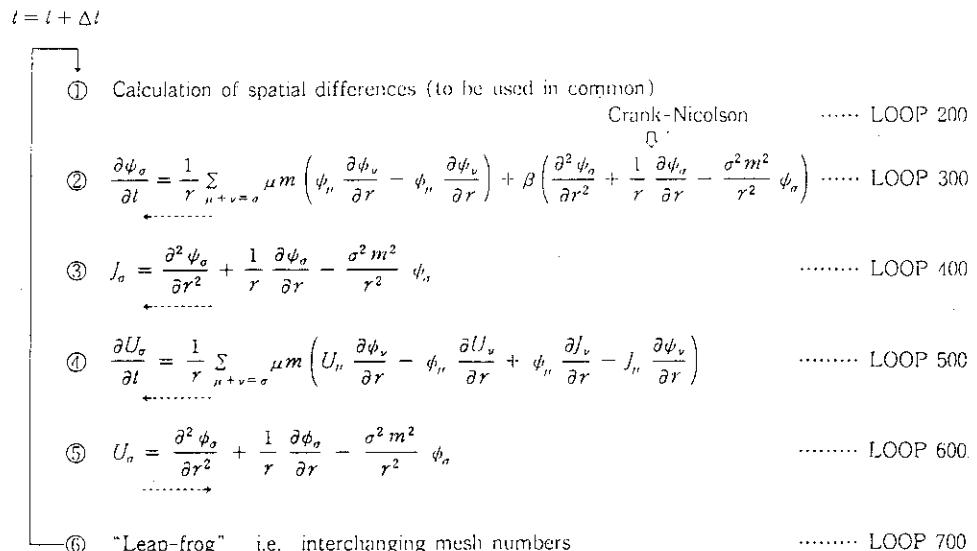
第19図 ERATOにおける逆べき乗法1回当たりのベクトル処理効率。



第 20 図 ERA TO-Jで扱う行列の構造。



第 21 図 ERATO の圧縮行列の構造。(a) コレスキー分解前。(b) コレスキー分解後。



e.g., Mesh size  $r = [r_1, r_2, \dots, r_{MESH}] \rightarrow 300$ : Number of mesh points

Fourier component  $\sigma = [1, 2, \dots, N] \rightarrow 20$  modes ( $2N + 1 = 41$ )

第 22 図 AEOLUS-R1 コードの主要部分の流れ図。

## LOOP 500

FORTRAN (original)

```

DO 530 JR=2,MESHRL
DO 520 JN=N+2,2*N+1
Z=0.0
IF(JR.LE.JN-N-1) GOTO 530
DO 510 JK=KS(JN),KE(JN)
J=JN-JK+N+1
Z=Z+ZPHIT(JR,JK)*ZVTXR(JR,J )-ZVTXT(JR,JK)*ZPHIR(JR,J )
+ZPSIT(JR,JK)*ZCURR(JR,J )-ZCURT(JR,JK)*ZPSIR(JR,J )
510 CONTINUE
J=2*(N+1)-JN
ZVTX3(JR,JN)= VTX1(JR,JN)-Z*DT2
ZVTX3(JR,J )=-ZVTX3(JR,JN)
520 CONTINUE
530 CONTINUE

```

第23図 (a)

AP-FORTRAN (restructured and vectorized following prescription A)

```

DIMENSION ZTEMP(201,21),ZSUM(201)
INDEX JKX/JKS,JKE/, JRX4/JRMIN,MESHRL/
      .
      .
      .
DO 550 JN=N+2,2*N+1
JRMIN=MAX0(2,JN-N)
JKS=KS(JN)
JKE=KE(JN)
JJ=2*(N+1)-JN
DO 520 JK=JKS,JKE
J=JN-JK+N+1
ZTEMP(JRX4,JK)
=ZPHIT(JRX4,JK)*ZVTXR(JRX4,J )-ZVTXT(JRX4,JK)*ZPHIR(JRX4,J )
+ZPSIT(JRX4,JK)*ZCURR(JRX4,J )-ZCURT(JRX4,JK)*ZPSIR(JRX4,J )
520 CONTINUE
C
DO 530 JR=JRMIN,MESHRL
ZSUM(JR)=VSUM(ZTEMP(JR,JKX))
530 CONTINUE
C
ZVTX3(JRX4,JN)= VTX1(JRX4,JN)-ZSUM(JRX4)*DT2
ZVTX3(JRX4,JJ)=-ZVTX3(JRX4,JN)
550 CONTINUE

```

第23図 (b)

AP-FORTRAN (restructured and vectorized following prescription B)

```
DIMENSION WKZ(201,21),WPSIR(21),WPHIR(21),WVTXR(21),WCURR(21)
INDEX JKX/JKS,JKE/, JRX4/JRMIN,MESHRL/
```

```
.....
DO 530 JR=2,MESHRL
DO 520 JN=N+2,2*N+1
IF(JR.LE.JN-N-1) GOTO 530
JKS=KS(JN)
JKE=KE(JN)
DO 510 JK=JKS,JKE
J=JN-JK+N+1
WVTXR(JK)=ZVTXR(JR,J )
WPHIR(JK)=ZPHIR(JR,J )
WCURR(JK)=ZCURR(JR,J )
WPSIR(JK)=ZPSIR(JR,J )
```

510 CONTINUE

C

```
WKZ(JR,JN)
.=AIPD(ZPHIT(JR,JKX),WVTXR(JKX))-AIPD(ZVTXT(JR,JKX),WPHIR(JKX))
.+AIPD(ZPSIT(JR,JKX),WCURR(JKX))-AIPD(ZCURT(JR,JKX),WPSIR(JKX))
```

520 CONTINUE

530 CONTINUE

C

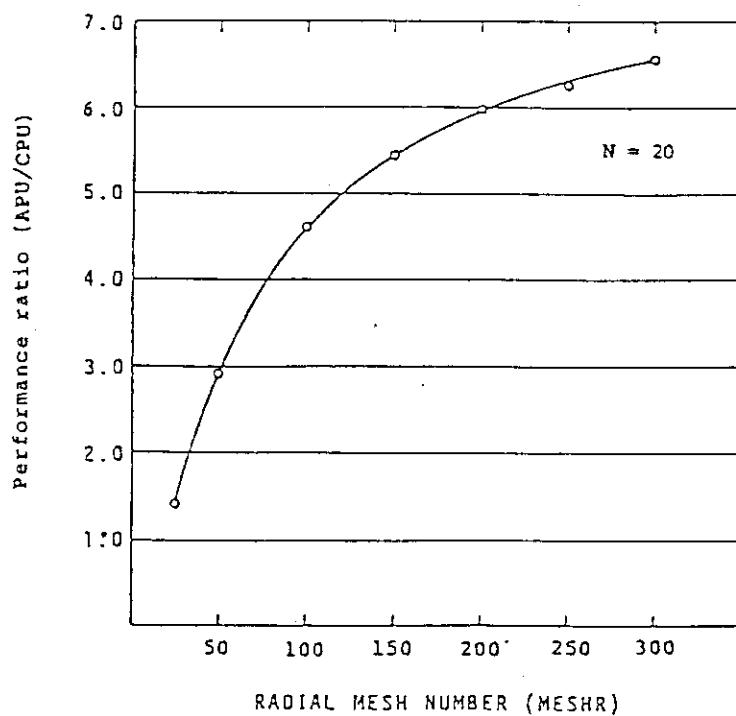
```
DO 550 JN=N+2,2*N+1
JRMIN=MAX0(2,JN-N)
J=2*(N+1)-JN
ZVTX3(JRX4,JN)= VTX1(JRX4,JN)-WKZ(JRX4,JN)*DT2
ZVTX3(JRX4,J )=-ZVTX3(JRX4,JN)
```

550 CONTINUE

第23図 (c)

## 第23図 LOOP 500 のソース・プログラム。

- (a) オリジナル・ソース・プログラム, (b) 径メッシュについてベクトル化したプログラム, (c) 内積についてベクトル化したプログラム。  
 (b), (c) は, F75 APU用のAPUフォートラン言語でベクトル命令がはっきり意識された形で書かれている。



第24図 AEOLUS-R1のベクトル処理効率の径メッシュ数依存性(F75 APU)。

## 4. 热水力・安全解析コード

Thermohydraulics and Safety Analysis Codes

### 4.1 热水力特性解析について

成合英樹<sup>+</sup>

热水力特性が問題となる原子炉システムは多岐にわたっており、軽水炉、高速増殖炉、高温ガス炉、重水炉、核融合炉などがある。これらの各原子炉システムに対する热水力特性解析の数値解析の観点からみた場合、軽水炉の热水力安全解析が最も歴史が古く完備したものである。

本稿では複雑な热水力現象と解析コードとの歴史的なかかわりを、軽水炉の安全性を例として考えてみる。

On the Analysis for Thermo-Hydraulic  
Characteristics in Nuclear Reactors

Hideki NARIAI<sup>+</sup>

Characteristics of thermo-hydraulic are important in various nuclear reactor systems such as Light Water Reactor (LWR), Fast Breeder Reactor (FBR), High Temperature Gas Cooled Reactor (HTGR), and Fusion Reactor (FR). From the view point of numerical analysis for thermo-hydraulic analyses of these reactor systems, efforts have been made mostly to LWR safety analysis for past two decades since LWR was developed. In this report, a historical view of thermo-hydraulic phenomena and related computer codes will be presented for LWR safety.

### 1. 序

最近、原子炉の热水力現象の数値解析に対する関心が各方面で極めて高い。例えば、この热水力数値解析の現状調査を目的に、日本原子力学会は熱流動数値解析研究専門委員会を1983年12月に発足させたが、1～2ヶ月に1度の会合は極めて盛況であって大学、研究機関、メーカー、ソフト会社という広範な分野の研究者・技術者が参加し活発な討論を行っている。原子炉における热水力現象は、現象を支配する因子が多く複雑であって実験的に現象解明を行わざるを得ない場

---

<sup>+</sup> 筑波大学, University of Tsukuba

合が多い点に特徴があるが、以上のような数値解析に対する関心は、この20年間の電子計算機の飛躍的な発達、あるいは今後の発展が、これらの現象の多くの解析を可能にしつつあることに対する期待と深く関係がある。

一口に原子炉の熱水力特性と言っても、対象とする原子炉システムは多岐にわたっており、軽水炉、高速増殖炉、高温ガス炉、重水炉、核融合炉のほか、廃棄物処理施設やキャスクなど関連システムも含まれる。これらのうち、熱水力特性に関連するものの代表的な例は、軽水炉では冷却材喪失事故 (Loss-of-Coolant Accident, LOCA) に関するもので、大破断 (Large Break) LOCA、小破断 (Small Break) LOCA、それらに結びつく非常用炉心冷却系 (Emergency Core Cooling System, ECCS) などがあり、過渡2相流や自然循環特性などが現在特に注目されている現象である。高速増殖炉では、Na沸騰など安全解析に関係するもの、あるいは、タンク型高速炉におけるタンク内の熱流動特性として熱的成層化や自然循環特性に関心が集まっている。

以上のような各種原子炉のいろいろな熱水力現象の多くは、実際に原子炉を使っての実験的検証が困難なため、模擬実験と計算シミュレーションにより検討が行われている。計算シミュレーションは大型計算機用解析コードを用いて行われるが、現象が複雑なため解析コードも極めて大型になる。この計算シミュレーションは事象予測（把握）が主目的であり、事故時の事象予測は安全評価にも用いられる。これらの解析コードの現状を原子炉別に大まかに分類してみると次のようになる。

軽水炉など現在運転・建設中の原子炉では、安全性評価コードなどはすでに存在しており、現在は、現象をできるだけ忠実に記述する Best Estimate (BE) コードの精度向上を目指した開発が行われている。

高速炉、高温ガス炉、重水炉等、我国で現在開発をすすめている原子炉では、安全性の考え方や解析手法の確立がはかられており、そのほか、安全評価用解析コードの独自の開発や海外との技術交流が行われている。

核融会炉等具体的なシステムがはっきりしていないものでは、熱流動現象の把握が今後の課題であり、安全性の考え方の確立や解析コードの開発はまだ先のことである。

すなわち、数値解析の観点からみた場合、軽水炉の安全解析が最も歴史が古く完備したものであり、次いで高速炉の安全解析がよく検討されており、これら2つの現状は、別稿に記されている。本報告は、それら2つの報告の序論として、複雑な熱水力現象と解析コードとの歴史的なかわりを、軽水炉の安全性を例として考えてみることにする。

20年以上にわたる軽水炉開発と安全性研究の歴史を例に次の4つの時代に分けてみる。

- (i) 安全研究れいめい時代
- (ii) ブローダウン時代
- (iii) ECCS時代
- (iv) TMI 対応時代

以下に、これらの時代順に安全研究の発展と解析コードの発達を記す。（表1参照）

## 2. 安全研究れいめい時代

1955年以降、原子炉の開発が我が国でも開始された。原子炉設計に関する当初の熱水力現象の最大の関心事は、軽水炉の燃料棒冷却に関するものであり、沸騰熱伝達現象や冷却限界に関するバーンアウト現象であった。日本機械学会では、1961年4月より64年4月まで沸騰熱伝達調査研究分科会を一色主査のもとで開き、国内外の研究の調査を行ったが、その成果は「沸騰熱伝達」<sup>1)</sup>として出版された。引続いて、1967年まで、橋主査のもとにバーンアウト研究分科会が設置され、国内7ヶ所の機関で同一試験体によるバーンアウト試験が行われた。これらの活動は、その後の我が国における沸騰伝熱研究の活性化の最大の要因となった。

この間、1963年には原研において動力試験炉JPDRの建設が行われ、また我が国の実用第1号発電炉である日本原子力発電の東海1号炉（ガス冷却炉）の建設も着々とすすめられたが、一方、1962～66年頃の原子炉の開発は、いわゆるスローダウン期と呼ばれる時期にあった。特筆されるべきことは、この時期に、軽水炉の実用化時代に備えて工学的安全防護装置の実験的研究の重要性が指摘されたことで、原子力産業会議の安特研にSAFE Project小委員会が内田主査のもとで、1963年～66年までの間設置された。ここでは、軽水炉の冷却材喪失事故時の事象を模擬実験的に明らかにしようとするもので、日立、三菱原子力（MAPI）、日本原子力事業（NAIG）の3社を実施会社として以下の各項目が行われた。

- (i) 一次冷却系破断後の圧力容器ならびに格納容器内の過渡現象と温度・圧力変化についての理論的研究と模擬実験（日立）
- (ii) 電気加熱による模擬燃料要素に対する炉心スプレーの冷却効果（NAIG, 日立）
- (iii) コンテナスプレーによる核分裂生成物（特に沃素）に対する除染効果と容器内の冷却減圧効果を知るための模型容器を用いた実験（日立, MAPI）
- (iv) 格納容器をケーブルなどが貫通する部分のガスの気密性（MAPI）
- (v) 冷却材喪失事故解析（内田主査, 各社）
- (vi) 圧力抑制装置に関する研究（NAIG）

これらの多くは現在でも相変わらず重要な問題として取上げられる課題であって、当時としては世界に先がけたかなり大規模な熱水力実験であった。そして、基礎的研究成果として、例えば、2相臨界流に対する小笠原の理論、炉心スプレーの水膜境界移動速度に対する山内の式、ブローダウン時格納容器内凝縮熱伝達に対する内田のデータ、佐川のデータ、田上の式など、後の安全解析に直接利用される成果も多く得られた。

SAFE Projectでは、実験的成果と共に、冷却材喪失事故解析の原型的研究も行われた。しかし、この時代は計算機の発達も十分でなく、かつ冷却材喪失事故事象の把握も十分でなかつたため、複雑なシミュレーションモデル化は行われず、圧力容器や格納容器内の流体を均質と考えた1点モデルで近似する解析が主流となっていた。温度や圧力の過渡応答の実験との比較は、定性的な議論にとどまる場合が多かった。

以上のSAFE Project研究は、後の原研におけるROSA計画や米国のLOFT計画への参加などへと発展していった。

### 3. ブローダウン時代

1966年に入ると日本原子力発電の東海1号の運転が開始されたが、この頃原子力界はようやくスローダウン期を脱し、電力各社の軽水炉の発注が行われるようになった。

冷却材喪失事故に備える工学的安全防護装置に関する研究は、この時期しばらくは、主としてブローダウン現象に关心が持たれ、電気試験所のブローダウン実験の後、日本原子力発電敦賀1号、関西電力美浜1号の運転開始で軽水炉時代に入った1970年より原研でROSA-I計画が開始された（～73年）。この研究の主内容は、気液2相流の圧力容器からの過渡的な流出現象に関するものであって、2相臨界流の各式の評価、圧力容器内流体の挙動や臨界流の流出係数に関する実験定数の決定などが具体的な検討材料であった。ROSA-Iからは後に、2相臨界流のMoodyモデルに対する薄刃オリフィスにおける流出係数としての傍島の式などの成果が得られた。

一方、この1966年頃より、米国において冷却材喪失事故のシミュレーション解析のためのブローダウン解析コードが開発されはじめた。加圧水型炉（PWR）のブローダウン解析コードとして、FLASHとRELAPSEが同年に発表されたが、後者はその後改良され、RELAP-2を経て1970年にはRELAP-3として完成された。これらの解析は、ブローダウン時のPWR一次系内の流体挙動をボリューム・ジャンクション法により解析しようとするもので、燃料棒から冷却材への伝熱に関する実験式も組み込まれている。この時期の伝熱の式は、それまでの沸騰や2相流伝熱の定常状態に対する各実験式を用いるもので、過渡的変化も準定常として取扱うようになっている。表2は、RELAP-3と米国各社の当時の解析コードで使用された熱伝達の各関係式を、伝熱様式ごとに示す。

以上のようにして、ブローダウン時の原子炉一次系内の流体挙動が一応計算上取扱えるようになり、事故シーケンスも、特に最大想定事故を対象として示すことができるようになった。このようなLOCA現象の解析について、Ybarondo<sup>2)</sup>は“Calculated Loss-of-Coolant Accident”というレポートに1972年にまとめている。

事故事象はこのようにたどれるようになったが、用いている実験式の適否等十分究明されていない部分も多く、この解析を安全評価に用いる場合には、不確定なところはできるだけ安全側に見積ることにより行われた。また、解析コードの実証のための大型模擬実験の必要性も要求されるようになった。

### 4. ECCS時代

このような時、1971年に米国LOFTのセミスケール実験装置でECCSの効果に関する問題が持った。これは、セミスケール実験で、ループの模擬破断口からブローダウンを生じさせてECC水を注入したところ、ECC水は炉心へうまく注入されず、破断口から直接流出する割合が計算より多いというものであった。現象ができるだけ忠実にとらえるように実験定数等を与えて計算を行えば実験とよくあうわけであるが、実験体系のモデル化や大型実験による実験定数の知識に若干不正確な点があったものである。我国では各新聞の一面トップで報じられたため技術的問題点以上に広く知られることとなったが、このECCS問題は安全研究の重要性を社会に認識させる契

機となった。

原研では、ROSA - I を改良して PWR ループと ECCS を模擬する ROSA - II 計画、ECCS による再冠水効果試験、の他に、NSRR の建造と試験研究が1973年より開始され、また、これらの研究を行うため安全工学部が設置された。

一方、このECCS問題が発端となって、米国AECおよび我国の原子力委員会は ECCS に対する新しい評価指針を定めた。これは

- (i) 燃料被覆管温度の計算値の最高値は 1200 °C 以下、
- (ii) 燃料被覆管の全酸化量の計算値は、燃料被覆管厚さの 15% 以下。
- (iii) ジルコニウム - 水反応による発生水素量は、格納容器の健全性確保のため十分低い。
- (iv) 崩壊熱除去が長期間十分行えること。

の 4 項目である。そして、LOCA時のブローダウン過程、リフィル過程、再冠水過程、ヒートアッププロセスに対する解析を、RELAP - 3 を一步すすめた RELAP - 4 コードにより行う方法が示された。米国 NRC は、1974~75年にかけ、LOCA時のこれらの評価モデルをまとめて WREM (Water Reactor Evaluation Model) というパッケージを作成した。我国の原子炉安全専門審査会でもこれを導入・整備することとし、WREMの問題点、ECCS 評価指針への適合状況などを検討した WREM 検討報告書をまとめた。このようにして、原子炉の安全評価において解析コードが重要な位置付けを得るようになったのである。

1974年に入ると、我国では原子力開発体制のあり方に国民の不信感を増すような事件が相次いだ。第 1 が分析研のデータねつ造事件であり、第 2 は漁民の反対を押し切って出港した原子力船「むつ」の出力上昇試験中放射線もれである。さらに、美浜 1 号炉の蒸気発生器細管損傷や BWR の SCC 問題など原子力発電所の稼動率低下をもたらす故障も相次いだ。

これに対し、一方では行政のあり方の見直し（米国の ERDA と NRC の発足、我国では1976年の原子力安全局、1978年の原子力安全委員会の発足）があり、他方、安全研究の一層の充実と信頼性向上への努力（1976年の原子力工学試験センター設置や軽水炉の改良・標準化など）がすすめられた。原研においても、格納容器スプレー効果試験、日・米・西独三国協力の大型再冠水試験、BWR の圧力抑制系実証試験、BWR の LOCA に対する ROSA - III 試験などの大型試験が順次行われた。

このようにして、安全研究の一層の活発化と共に、全世界の研究成果は次第に蓄積され、現象に対する理解も深まり、LOCA時のブローダウン過程とそれに続く再冠水過程についてある程度詳細なシミュレーションができるようになった。それと共に、従来、安全評価用に用いられてきた解析コードに対し、実際の現象をできるだけ忠実に予測しようとするいわゆる Best Estimate コードが、特に大破断 LOCA に対し開発されるようになった。1978年の RELAP 4 / Mod 6 はこの BE コードの 1 つであって、伝熱実験式としてブローダウン過程と再冠水過程とを分けたものが与えられている。また、この10年間の LOCA 現象の安全解析の発展の間に、計算機の発達は特に目ざましいものがあった。それとともに解析も次第に複雑なものができるようになり、気液 2 相流体に対する非平衡非均質モデルの開発が行われるようになった。1 つはボリューム・ジャンクション法による RELAP - 5 であり、他の 1 つは、ループ内の 2 相流動系を差分により解く TRAC コードである。非平衡非均質モデルは現象のモデル化をより正確に行えるのであるが、そ

のかわり、実験式等の関係式が余計に必要となるため、これらの関係式の精度向上をはからねばならず、また計算時間がかかるなどの問題が残った。

以上、ECCS 時代の成果は、文献(3)～(8)に示す教科書やシンポジウムボリュームに詳細にのせられている。表 2 には、この ECCS 時代の解析コードに用いられている各伝熱実験式の例も示してある。機械学会では、「原子炉安全解析に関する実験式の調査・検討分科会」（山崎主査）を 1978 年～81 年にかけて行い、以上のような LOCA-ECCS の解析コード等にあらわれる各伝熱関係式の相互比較、並びに評価を行い、1981 年に報告書<sup>9)</sup>を出した。

## 5. TMI 対応時代

大破断 LOCAを中心とする安全研究の進展と大型解析コードの開発がすすめられている時、1979 年 3 月に米国で TMI 事故が発生した。この事故は、従来のどちらかというと hard に片寄っていた原子炉の安全対策に対し、ヒューマンエラー、又は人間と機械との相互作用により一層の配慮をはらうべきことを示唆するものであった。さらに、大破断 (LB) 又は Major LOCA に片よりがちであった LOCA 研究に対し、小破断 (Small Break) LOCA の現象把握も重要であること、運転制御の面からも現象を忠実に予測する計算シミュレーションの精度向上が必要であること、などの問題点も指摘された。

我国においては、原子力安全委員会の設置した特別委員会が、原子力プラントの安全対策に反映させるべき 52 項目の事項を摘出した。その中に、熱水力現象に関する安全研究事項として以下の 3 点があげられている。

- (i) Small LOCA 時の 2 相流の実験と解析
- (ii) 自然循環炉心冷却に関する研究
- (iii) 流量停滞時における炉心冷却機能に関する研究

これらの項目は、従来の解析モデルで精密な結果を得るにはまだ不十分であって、実験などによってさらに検討が必要とされるものと考えられた。そして、米国の LOFT では第 2 期実験の 1 つとして小破断実験を実施し、さらに我国においても原研で ROSA-N 計画がすすめられた。

表 3 は、当時 NRC にいた Hsu が、1980 年のサラトガの熱水力現象に関する国際トピカルミーティングにおいて Major LOCA と Small Break Accident における熱水力問題として、問題点を整理したものである。これらのいくつかは、20 年以上にわたる息の長い問題であり、また、ECC バイパス、CCFL のように ECCS 時代の問題、Level Swelling、Natural Circulation のように TMI 以後特に重要視されるようになった問題もある。

TMI 以後特に複雑な事象を正確に計算シミュレーションで予測することが要求されるようになり、熱水力現象もこの数年、米国や我国を含み世界的に広く研究が行われている。研究開発の特徴をまとめると以下のようになる。

- (i) Hsu が整理したような、いわゆる各種 Separate Effect の現象把握と解析コードへの組み込みに対する基礎的研究
- (ii) 非平衡非均質モデルを含む大型解析コードの開発
- (iii) 大規模実験によるコードの検証

そして、複雑な現象に対するモデルの詳細化に伴う問題として特に今後重要な点は、

(i) 過渡時や層状流などを含む2相流のモデル化

(ii) 計算機の発展に対応させた数値解析手法

などであろう。Wulff<sup>10)</sup>は、大部分Major LOCA用に開発された現在の解析コードについて次のように整理している。

(i) 通常運転状態に近い運転過渡の計算は、engineering accuracyで計算できよう。

(ii) Large Break LOCAの計算はまあまあのところにきた。

(iii) しかし、Small Break LOCAの計算は、phase separationやtwo phase mixture level motionなどの問題が残っていて信頼できず、また長時間の現象なので計算費がかかる難点がある。

以上のように、今後現象把握と解析モデル化に一層の努力が必要である。

## 6. まとめ

以上、軽水炉の安全に関する熱水力現象とその解析モデルについて歴史的な展望を行った。

米国では早くから、軽水炉の安全解析における解析コードの重要性を認識し、その開発と実験的検証を中心とした熱水力研究体制をとってきた。そして、大学、研究機関、メーカー、ソフト会社共にその分担と協力が十分に行えるようになっており、例えば研究もBasic Research, Separate effect試験、System総合試験と分け、大学は主にBasic Researchを行い、System総合試験は国際協力で行うような方法をとってきた。従って、最近の米国の熱水力現象の研究の多くは大学の研究といえど解析コードへの適用を念頭においたものがほとんどである。

一方我が国では、大型解析コードは海外からの導入からスタートした。従って、実験屋と解析屋が協力して開発する基盤が弱く、かつ解析コードを安全評価や現象予測用に十分使いこなすのに時間がかかった。そして極端にいえば、

(i) 我国の大学の多くの熱水力研究者のbasic researchは、現象把握のみに終り、解析コードとは無関係になっている。

(ii) 解析屋の多くは、導入した解析コードの運用にせい一ぱいで、実際の現象についてあまり知識がない。

(iii) 最近、大型実験を行うグループが解析コードの開発を行う場合があり、かなりの成果をあげているが、ニーズとの関連がまだあいまいである。

(iv) メーカー各社は、社内にいろいろな分野の技術者・研究者がおり、解析コードの開発から運用をやり易い立場にあるが、しかし、時間のかかるbasic researchや検証用の大型実験データが得にくい、などの弱点がある。

今後、原子炉の熱水力現象に対する数値解析の重要性は増々高まると考えられるが、大学、研究機関、民間会社が十分な分担と協力をを行い、かつ、学会等で情報交換を行っていくことが重要と考えられる。

参考文献

- 1) 日本機械学会 ; “沸騰熱伝達”, (1965).
- 2) Ybarondo, L.J. et al. : "The "Calculated" loss-of-coolant accident: a review," AICHE Monograph Series, Am. Inst. Chem. Engrs, (1972).
- 3) Lahey, R.T. Jr. et al. : "The Thermal-Hydraulics of a Boiling Water Nuclear Reactor," ANS (1977).
- 4) Tong, L.S. et al.: "Thermal Analysis of Pressurized Water Reactor, 2nd ed.," ANS (1979).
- 5) Jones, O.J. Jr. et al. : "Thermal and Hydraulic Aspects of Nuclear Reactor Safety, Vol. 1, Light Water Reactors," ASME (1977).
- 6) "Heat and Fluid Flow in Water Reactor Safety," Inst. Mech. Engrs, (1977).
- 7) "The Japan-U.S. Seminar on Two-Phase Flow Dynamics," Kobe, Japan, (1979).
- 8) "Proceedings of the International Topical Meeting on Nuclear Reactor Thermal Hydraulics," ANS/ASME/NRC, Saratoga Springs, (1980).
- 9) “原子炉安全解析に関する実験式の調査検討分科会報告書”日本機械学会, (1981).
- 10) Wulff W. : EPRI WS-81-212 (1981).
- 11) Merilo M. : "Proceedings on Nuclear Reactor Thermal-Hydraulics, Vol. 1 and 2," ANS/ASME/AICHE, Santa Barbara, (1983).
- 12) "The Japan-U.S. Seminar on Two-Phase Flow Dynamics," Lake Placid, (1984).

Table 1 Historical View of Water Reactor Safety Issues

年	時代	安全性研究と学会活動	主な解析コード	トピックス	軽水炉開発
1961		日本機械学会			
1962		沸騰分科会			
1963	安全研究 れいめい時代	原産安特研 SAFE Project			原研JPDR
1964		電気試験所 「沸騰熱伝達」		ジュネーブ国際会議	
1965		プローダウン			
1966		実験	FLASH, RELAPSE		(原電東海-1) (福島1-1, 美浜-1, 島根発注)
1967			FLASH-2		
1968	プローダウン時代		RELAP-2		
1969			FLASH-4		
1970	R O S A I	米国LOFT Ybarrodo セミスケール実験	RELAP-3	LOFTセミスケール実験の ECCS問題	原電敦賀-1, 関電美浜-1
1971					東電福島1-1
1972					関電美浜-2
1973			RELAP-4	原研安全工学部設置 米AEC, ECCS新基準	
1974	E C C S 時代	一次元再冠水 マルピケン計画 参加		ラスマッセン報告 「むつ」放射線もれ BWRのSCC問題	中国電島根, 東電福島1-2, 関電高浜-1
1975	ROSA-II (PWR-LOC)	N S R 試 驗 研 究	RELAP 4 / Mod. 3	米ERDAとNRC発足 ECCS安全評価指針 ラスマッセン最終報告	九電玄海-1 関電高浜-2
1976		L O F T 第 一 期	RELAP 4 / Mod. 5	原子力安全局 原子力工学試験センター WREM検討報告書	中部電浜岡-1 福島1-3 美浜-3
1977	ROSA-III (BWR-LOC)	T RAC			四国電伊方-1
1978		B W R 原 子 機 械 學 會	RELAP 4 / Mod. 6 RETRAN	原子力安全委員会	福島1-4, 1-5 浜岡-2, 東海-2
1979	ROSA-III (BWR-LOC)	大型再冠水試験 圧力抑制系実証試験	RELAP-4 / Mod. 7 RELAP-5 TRAC-P1A	TMI事故	関電大飯-1, -2 福島1-6 (動燃ふげん)
1980	T M I 対 応 時 代	ROSA-N		原子力安全解析所	
1981					玄海-2
1982					福島2-1 伊方-2
1983			原子力学会 熱流動 数値解析 研究専門 委員会	TRAC-BD1 TRAC-PF1	福島2-2

Table 2 Heat Transfer Correlations Used in Computer Programs

	THETA-1-B 1971	GE 1971	Westing- house CRAFT 1971	B&W CRAFT 1971	WREM 1974	Griffith 1977	Tong-Weisman 1976	E 1976	C 1976	S 1976	Hf 代 4)	TMI XfJFHF
Single phase heat transfer to liquid	Dittus-Boelter, Sieder-Tate,	Dittus-Boelter, Sieder-Tate,	Dittus-Boelter, Boelter,	Dittus-Boelter, Boelter,	Dittus-Boelter, Boelter,	Sieder-Tate, Boelter, Rohsenow-Choi,	Dittus-Boelter, Boelter,	Dittus-Boelter, Boelter,	Dittus-Boelter, Boelter,	Dittus-Boelter, Boelter,	Hsu 1980	
Nucleate Boiling	Thom, Jens-Lottes,	Jens-Lottes, Jens-Lottes,	Jens-Lottes, Jens-Lottes,	Jens-Lottes, Jens-Lottes,	Jens-Lottes, Jens-Lottes,	Thom, Chen, Chen, Chen,	McAdams, Chen, Chen, Chen,	McAdams, Chen, Chen, Chen,	McAdams, Chen, Chen, Chen,	McAdams, Chen, Chen, Chen,	P)	
Forced Convection Vaporization	Mod. Barnett, B&W-2, Mod. Barnett, B&W,	Mod. Barnet, Macbeth, Barnett, Becker, Mod. Barnett, B&W,	Mod. Barnet, Hench-Levy Input parameter, Jansen ,	Mod. Barnet, Barnett, Becker, Mod. Barnett, B&W,	Mod. Barnet, B&W-2, Mod. Barnett, Barnett, Becker, Mod. Barnett, B&W,	Biassi, Smith- Griffith, Mod. Zuber, Smith- Griffith,	Tong W-3, Hsu-Beckner Mod. W-3, Mod. Zuber, Smith- Griffith,	Biasi, CISE, Griffith-Zuber, Chen, Hsu,				
Critical heat flux	McDonough-Milich-King, not considerer,	McDonough-Milich-King, not considerer,	Westing-house property,	Quin, Bishop, Sandley, Tong, Dougal-Rohsenow, Groenveld, Miroslsky,	McDonough-Milich-King, Quin, Bishop, Sandley, Tong, Dougal-Rohsenow, Groenveld, Miroslsky,	Griffith, Mod. Groenveld, Condie-Bengston, Hsu,	Tong-Young Hsu, Mod. Groenveld (inverse) Condie-Bengston, Hsu,	Tong-Young Hsu, Mod. Groenveld (inverse) Condie-Bengston, Hsu,	Tong-Young Hsu, Mod. Groenveld (inverse) Condie-Bengston, Hsu,	Tong-Young Hsu, Mod. Groenveld (inverse) Condie-Bengston, Hsu,	Tong-Young, Chen, Hsu,	
Film boiling	Dougal-Rohsenow, Groenveld, Miroslsky	Dougal-Rohsenow, Groenveld, Miroslsky	Dougal-Rohsenow, Groenveld, Miroslsky	Quin, Bishop, Sandley, Tong, Dougal-Rohsenow, Groenveld, Miroslsky	Quin, Bishop, Sandley, Tong, Dougal-Rohsenow, Groenveld, Miroslsky	Groenveld, Mod. Groenveld, Condie-Bengston, Hsu,	Groenveld, Mod. Groenveld, Condie-Bengston, Hsu,	Groenveld, Mod. Groenveld, Condie-Bengston, Hsu,	Groenveld, Mod. Groenveld, Condie-Bengston, Hsu,	Groenveld, Mod. Groenveld, (inverse) Condie-Bengston, Hsu,	Mod. Bronley-Pomeranz, (inverse) Groenveld-Groenveld-Deimore, Chen,(dispersed)	
Steam heat transfer	Dittus-Boelter, Sieder-Tate, Boelter,	Dittus-Boelter, Sieder-Tate, Boelter,	Dittus-Boelter, Sieder-Tate, Boelter,	Hansen, Kays, McEligot,	Quin, Hansen, Kays, McEligot,	Dittus-Boelter, Sieder-Tate, Boelter,	Chen(FB), natural convection, McAdams,	Chen(FB), natural convection, McAdams,	Chen(FB), natural convection, McAdams,	Chen(FB), natural convection, McAdams,	Groenveld, Condie-Bengston, natural convection,	

Table 3 Thermal-Hydraulic Phenomena in Major LOCA  
and Small Break Accident<sup>8)</sup>

MAJOR LOCA		SMALL BREAK ACCIDENT	
<u>Stages</u>	<u>Thermal Hydraulic Phenomena</u>	<u>Stages</u>	<u>Phenomena</u>
Blowdown	Critical discharge  CHF (Critical Heat Flux) and Post-CHF  Steam heat transfer	Break	Critical discharge  Phase separation  Level swelling
Refill	ECC (Emergency Core Cooling) bypass  CCFL (Counter Current Flow Limitations)  Entrainment/de-entrainment		Dryout  Post-CHF  Steam heat transfer
Reflood	Steam heat transfer  Film boiling (dispersed flow and inverted annular flow)  Transition boiling  Quenching  Steam generator	Reflood  Long term cooling	Core reflood  Natural circulation  Steam generator condensation

## 4.2 軽水炉安全解析コードの開発

秋元正幸<sup>+</sup>

軽水炉安全解析のうち、熱水力現象を扱う解析について、解析されるべき事象とモデル開発の進展に伴うコード開発の経緯およびコードの評価について述べる。また熱水力現象のモデルには多くの実験相関式が含まれており、この精度がコード全体の精度を支配してしまう。モデル評価用コードMINCS-PIPEの開発についても簡単に紹介する。

Development of Safety Analysis Codes for Light Water Reactor

Masayuki AKIMOTO<sup>+</sup>

An overview is presented of currently used major codes for the prediction of thermohydraulic transients in nuclear power plants. The overview centers on the two-phase fluid dynamics of the coolant system and the assessment of the codes. Some of two-phase phenomena such as phase separation are not still predicted with engineering accuracy. MINCS-PIPE are briefly introduced. The MINCS-PIPE code is to assess constitutive relations and to aid development of various experimental correlations for 1V1T model to 2V2T model.

## 1. はじめに

供用中の原子炉設備の設計には、基本方針として深層防護（Defense-in-depth）の考え方方が基本方針として採用されている。即ち次の三つのレベルで安全設計を行っていることである。

- (i) 事故のような異常事態が決して生じないように努める（Prevention）。
- (ii) 異常事態が生じた場合には、安全上問題になる事態に発展する以前にそれを検知して、原子炉を安全に停止する（Protection）。
- (iii) 事故に発展した場合を想定して、その事故の拡大を防止し得る防護装置を設置する（Mitigation）。

原子力発電プラントにおいて、このような多重の安全対策がとられているのは、原子炉に内蔵するエネルギーが莫大であり、また多量の放射性物質を内蔵するので、この潜在的危険性を顕在化させないようにするためにある。特に(iii)のMitigation対策は原子炉設備における特徴的なものである。しかしこの対策をどこまで考慮すれば十分であるかは“ How safe is safe enough ? ”という問題と密着しており、TMI-2号炉の事故後、“ Safety goal ”は何かという点で

---

<sup>+</sup> 日本原子力研究所, Japan Atomic Energy Research Institute

議論の対象となっている。

原子炉施設の設計上の安全評価では、主として上記の Protection と Mitigation のための安全設備の性能が十分発揮できることを示すことである。このために、代表的な事故や異常事象 (DBE : Design basis event) を想定し、これを解析することによって安全設備の性能評価を行うことが安全解析の中心をなしている。例えば、非常用炉心冷却系 (ECCS) の性能評価では、冷却材喪失事故 (LOCA) を想定し、1 次冷却材の流出に伴って、炉心の冷却能が低下したとき、ECCS の作動により、炉心の冷却可能な形状 (Coolable geometry) を維持しつつ、これを冷却し、放射性物質（核分裂生成分）の周辺への放出が抑制されることを確認するものである。

通常、安全解析で考えている DBE は次の 2 つに分類される。即ち(i)運転時の異常な過渡変化と(ii)これを越えるもので事故と呼んでいる。これらの DBE 解析では、十分な安全余裕を見込んだ、いわゆる評価モデル (Evaluation Model) が用いられる。これに対し各事象中の個々の現象ができるだけ忠実に再現するための解析モデルを最適予測 (Best-estimate) モデルである。

以上、安全設備の性能評価という観点から安全解析の概略を述べたが、TMI 2 号炉の事故がひとつの中機となり、原子炉の安全運転のため機器・システムの信頼性の一層の向上を図るべきことが指摘されている。これらを反映して、DBE を越える事象（損傷炉心、格納容器の健全性、多重故障）や実際に起こった事故および確率論的リスク評価のため事象などに対する安全解析の重要性も増している。

このように安全解析の範囲は広いものであるが、本稿では、主として DBE に関する事象の解析のうち、熱水力学的現象を中心に扱っている計算コードの開発について述べる。まず、計算コードによって解析される現象とそれらに含まれる主な現象を述べ、これらの現象のモデル化の進展と熱水力安全解析コードの開発経緯と代表的コード及びコードの精度評価について述べる。また熱水力現象（特に二相流）のモデル化には、実験データに基づく相関式が多く用いられており、コードの精度向上にはこれらの評価が極めて重要である。現在、原研、安全解析部で開発を進めている各種二相流モデル評価用コード MINCS-PIPE について簡単に紹介する。

## 2. 解析されるべき過渡現象

安全評価に含まれる熱水力過渡現象の範囲は広く、LBLOCA (大破断冷却材喪失事故) から運転時の異常な過渡変化 (Operational Transient) にわたっている。過渡状態や事故のタイプによって、支配的な現象が異り、これによって過渡期間中の変化が特徴づけられる。例えば、加圧水型動力炉 (PWR) における、DBA のひとつである LBLOCA で考えられる支配的な現象は次のとおりである。(a)破断口からの流出質量 (エネルギー) 流量、(b)炉心における熱伝達、特に DNB に到達する時刻と DNB 後の熱伝達、(c)下部プレナムへの ECC 水の蓄積、(d)再冠水時の炉心のクエンチ・フロントの伝搬、などである。当然のことながら、LOCA が起こる前の定常状態も含まれる。

安全評価で重要な過渡現象をまとめると次の 5 つの一般的なタイプに分けられる。

- (1) 反応度挿入 (スクラム、制御棒落下など) による過渡状態。これらの過渡状態の解析で重要な現象 (解析モデル) は、以下のとおりである。

- ・即発、遅発中性子束の変化
- ・崩壊熱の変化
- ・ボロン挙動
- ・制御棒の移動による反応度変化
- ・冷却材中のボイドの生成 (Subcool沸騰, ボイドの消滅)
- ・ドップラ・ボイド反応度フィードバック

(2) 冷却材インペントリの減少による過渡状態。これらの状態は、冷却材配管の破断

(LBLOCA), バルブの損傷や計装ラインの破断 (SBLOCA), 蒸気発生器細管破断 (SGTR) などによる。この状態における重要な現象 (解析モデル) は次のとおりである。

- ・非平衡沸騰
- ・気-液相分離とボイド分布
- ・破断口からの臨界流 (非平衡フラッシング)
- ・炉心クエンチ
- ・蒸気のサブクール水中の凝縮
- ・SG (蒸気発生器) 細管破断口からの流量
- ・燃料挙動

(3) ヒート・シンクの喪失による過渡状態。 PWR における SG の故障 BWR におけるタービン・トリップによって起こる。これにスクラム失敗が重なるといわゆる ATWS (Anticipated Transients Without Scram) となる。プラントの過圧、炉心の過熱に到る可能性がある。

(4) PWR における過冷却による過渡状態。 タービン・トリップ後の原子炉スクラムがこの状態をひき起こす可能性がある。タービン・トリップによって給水加熱がなくなり、給水温度の減少によって一次冷却材を冷却し、減圧の結果一次系の減圧沸騰を起こす。

(5) 一次冷却材 (再循環) ポンプの起動、停止、故障による過渡状態。 この過渡状態ではポンプ挙動のモデルが重要である。特に二相流時のポンプの過渡特性 (正、逆回転、揚程、トルク) を明らかにする必要がある。

(6) その他の過渡状態。 (1)～(5)の組 合せや、その他の起因事象による多くの過渡現象が考えられる。

### 3. 熱水力安全解析コードの開発経緯

過渡事象中には、種々複雑な热水力現象が起こる。一例として、PWR (加圧水型原子炉) の LOCA 時の重要な現象が原子炉プラントのどのようなコンポーネントで起こるかを第 1 表に示す。このような種々の热水力現象を模擬するのに最も困難で、しかも重要な部分は過渡二相流のモデルである。このモデルの如何んによって解析できる現象の範囲が限定されていることを、先ず銘記せねばならない。

PWR と BWR (沸騰水型原子炉) では定常運転時の冷却材状態が大きく異なるものの、過渡状態では共通する二相流現象が多い。そのうち基本的なものは、(i)重力あるいは慣性による気-液相間のスリップ、(ii)気-液混合水位の形成、(iii)気-液対向流制限、(iv)相間の非平衡質量輸送、(v)

相間のエネルギーと運動量の交換である。これらの基本的現象で、主として問題となる点は次のとおりである。

### (1) 流体の保存式

問題となるすべての流体、即ち冷却材である水、蒸気、さらに必要なら非凝縮性ガスである空気や水素などがすべて十分な保存式の数で表現されていること、又は保存式が適当な形式になっていることが必要である。

第2表には、基本二相流モデルの構成を示す。表から分るように、二相流モデルは使用される保存式の数、構成式に含まれる相間の交換項の表示などによって特徴づけられる。方程式系を閉じるために必要な仮定（例えば気-液各相の温度は等しいとする）の数は保存式の数が多くなれば減少する。一方、保存式の数が多くなれば、必要な構成式の数は増加する。例えば最も単純な均質平衡モデル（1V1T）では気-液が混合している状態について質量、エネルギー、運動量の3つの保存式を考えるが、気-液の温度、流速、圧力は共に等しいという仮定がつく。これに対し非平衡ドリフト・フラックスモデル（1VD2T）では、二相間の相対速度であるスリップ相関式を構成式として付加することにより、両相の流速が等しいという仮定が除かれ、さらに相間の熱伝達と相変化量を構成式として付加することにより、両相の温度が等しいという仮定も除かれる。蒸気-水について6つの保存式を考える二流体モデル（2V2T）には特別な仮定はなく、より完全なモデルに見える。

ここで注意しなければならないことは、保存式の数を増やしても、それだけでは二相流挙動に関してより精度の良い情報が得られる訳ではないと言うことである。保存式の数の増加に伴って、方程式系を閉じるために必要な構成式の数が増え、個々の構成式に含まれる実験相関式の信頼性が問題となるためである。

以上、二相流モデル開発の進展にともなって、熱水力安全解析コード開発も1V1Tモデルに基づくRELAP 4から3V2Tモデルに基づくCOBRA-TFへと至っている。次に、より詳細なモデルで問題となる構成式について簡単に述べる。

### (2) 構成式と実験相関式

第2表に示したように、TRACコードで用いられている二流体モデルでは、構成式の数は相間の質量、運動量およびエネルギー輸送の関係式が3個、各相と流路壁の摩擦と熱伝達が4個で合計7個必要である。これらの構成式と保存式の関係を示したのが第1図である。図に示すように、流動様式、相間および各相と流路壁との交換量はすべて実験相関式に依存している。従って、実験相関式作成の基礎となる実験の精度が重要な訳であるが、すべての実験パラメータを精度よく測定することは、たとえ実験室規模の好ましい状態でも極めて困難なことである。これまでの経験から言えば二流体モデルが精度よく適用されるのは、測定が容易な水平層状流などの比較的単純な流れの場合である。相関式に対する精度よい実験データが十分でないままに、二流体モデルを一般的に適用しようすれば、コード上何らかの調整が余儀なくされる恐れがある。一例を述べると、実炉模擬実験の解析において、実験データに一致するように相関係数を調整しているのを、しばしば見掛ける。このような調整は物理的な意味が無いことは勿論、同種の異なった実験に対して有効性が期待できない。

以上二流体モデルに含まれる構成式の持つ問題点の一端を紹介したが、実は第2表に示した

二相流モデルの構成式すべてに同じことが言えるのである。コード評価の最も重要で困難な部分は実験相関式により表現される構成式の部分なのである。使用されている実験相関式が十分な実験データ・ベースに基づくと共に、実炉に対して、(i)スケールを拡大したときの適用性、(ii)予想される種々の熱水力学的状態での適用性、が十分に検証されていることが必要である。

#### 4. コードの精度評価

実験解析の結果からコードの妥当性を評価する上で、一般に行われている方法は、圧力や温度など多くの変数について実験と解析の結果を比較し、測定誤差を考慮して一致の程度を調べ結論を導くことである。勿論このような方法が基本であるが、より客観的に妥当性を評価することを目的としたデータの比較、処理法に関する提案もある。本節では米国NRCのS. Fabic等の提案とそれに基づくTRAC/PD2コードの評価結果を紹介すると共に、安全解析の現状を踏まえ、筆者等のコード精度評価の考え方を述べる。

##### (1) S. Fabic等の提案<sup>(1)</sup>

S. Fabic等は、一致の程度の指標を得るために、比較すべきデータと比較の方法を提案している。この提案では、比較すべきデータを次の2つに分けている。即ち、(i)PCT(最高燃料被覆管温度)などの過渡期間中に炉心全体として着目すべき単一の値と、クエンチ開始温度など実際の条件に支配されるが、コード上では一般的取扱いを受ける単一の値、(ii)極く重要なデータについての時間変化、である。これらのデータの比較法として具体的な作図を示している。単一の値の比較例を第2図に示す。この方法の最終結果は同図に示すような、測定値と予測計算値の差の確率分布関数を求めることがある。この分布が正規分布であれば標準偏差が精度のひとつの指標になる。時間変化の比較については第3図示するような作図例を示している。図中の斜線部分の総面積が不一致の程度を示すもので、この面積を各不一致点に重み付けして求め、それを精度の指標とする方法である。

##### (2) 米国NRCによるTRAC/PD2の評価結果<sup>(8)</sup>

NRCでは大破断LOCAに対して、規制値に対するTRAC/PD2 BE解析の安全裕度を確かめるための評価を次の諸点に着目して行った。即ち、(i)PCTなどの予測計算値の不確さは、対応する実験値の不確さと同程度かそれより小さいこと、(ii)解析モデルとスケール効果に起因する不確さが重要パラメータの予測計算値に大きな変動を与えること、かつ現象が十分妥当に理解されること、(iii)安全裕度を確かめる意味で、PCTなどの重要パラメータの予測計算値はその不確さも含めて、規制値より十分小さいこと、である。

この評価の目的とするところは、PCTが規制値である1473Kを越える確率が十分小さいことを主張するためのもので、種々の不確さに対してPCTが正規分布であることを前提として行った。第4図に示すように、PCTの持つ平均値が規制値より十分小さければ、計算上より大きな不確さ、つまり大きな標準偏差が許されるが、平均値が規制値に近い場合には、標準偏差が十分小さくなければならないという考え方である。

LOFT、セミスケールなど15ケースの実験をTRAC/PD2により解析した結果、PCTの測定値と予測計算値の差の標準偏差は80Kであり、PCTなど重要パラメータは規制値より十分小さか

った（規制値より約 550 K 低い）。

## 5. 各種二相流モデル評価コードMINCS-PIPE の開発

ここ10年間に、軽水炉プラントの過渡熱水力現象を解析する多くのシステムコードが開発されている。これらのコードは原子炉プラントの設計のみならずプラントの安全性評価のために重要である。特に、安全関連の実験室規模の小型実験から実規模の大型実験の結果を系統的に解析し、実炉の挙動を精度よく予測する上で、システムコードは不可欠である。しかし、これまでのシステムコードは大破断LOCA解析に偏重していた嫌いがあり、特に二相流モデルの性能はいまだ不十分な点が多くある。

二相流モデルの開発は三次元非平衡二流体モデルのようなより複雑な方向へ進んでいるが、現象によっては必ずしも常に複雑なモデルが有効とは限らない。これはモデルに含まれる実験相関式の精度が不十分なためである。二相流の計測技術と現象に即したモデルが有効である。

第1, 2章において述べたように二相流挙動の解析には種々の要素が入り組んでおり複雑である。このため二相流挙動を解析するに際しては、扱う現象に則した、あるいは実験により得られた相関式に合った定式化が必要になる。二相流挙動の解析で行われる保存方程式の定式化としては、大別して、二相状態での気相と液相それぞれ別個に定式化する二流体モデルと、気液二相混合で考える二相混合モデルの2つに大別される。前章すでに述べたように、これらのモデルはそれぞれ異った特性を有しているため、これまでも質量、運動量およびエネルギーのそれぞれの保存方程式について二流体モデルと二相混合モデルを適当に組み合わせて使用している。これらの組み合わせを保存方程式の数と構成式の数によって分類すると第3表のように分類できる。ここで表中の1Vとは扱う流体系の中に流速を1つのみ扱うモデルを示し、従って二相状態においても気相と液相の速度が等しいとするものである。2Vとは気相と液相に別々に運動保存式を立て、流速をそれぞれの相に対して求めるモデルである。また、1VDとは運動量保存式は二相混合として扱い1つであるが、気相と液相の相対速度を構成式で規定する、いわゆるドリフト・フラックス・モデルの適用を意味している。一方、Tとは流体の温度を示し、1Tとは扱う流体系内の温度は1つ、即ち二相状態においても気相と液相の温度が等しいことを意味する。2Tとは気相、液相の温度を別々のエネルギー式によって求めるモデルである。更に1.5Tとは、エネルギー収支を二相混合で扱うが、気相と液相のエネルギーの分配を何らかの仮定に従って行い、各相の温度を決めるモデルである。

このように種々の二相流モデルが使われて来たが、必ずしもこれらの基本的特性が明確になっているとは言えない。二相流挙動を解析する際に遭遇する種々の問題点を解決し、予測精度を向上させるためには、これらのモデルの基本的特性を把握することが極めて重要である。また、二相流モデルに含まれる種々の実験相関式を他のモデルで使用するために拡張したり、各相関式間の特性の違いを把握することも重要な事柄である。

以上の観点から、(i)均質平衡流(1V1T)から二速度二温度の二流体モデル(2V2T)までの種々の二相流モデルの基本的特性を系統的に調べ、(ii)種々のモデルによる二相流現象の解析によ

り現象に則した有効なモデルの開発、および、(iii)基礎実験などの結果を基に構成式に含まれる相関式の開発に役立てる目的で計算プログラム MINCS-PIPE の開発を行った。

MINCS-PIPE の特徴を列挙すると以下のようである。

- (i) 任意の傾きのパイプ状ダクト内の過渡二相流を扱う。
- (ii) 第 2 表に示す 1V1T から 2V2T までの 9 個のモデルが選択できる。
- (iii) 流路壁内の熱伝導と流体への熱伝達を考慮できる。
- (iv) ダクト両端で任意の境界条件を与えることができる。
- (v) 初期条件としての定常計算が可能である。
- (vi) 各種構成式はプログラム使用者が与えるのが原則であるが、簡単な構成式パッケージが準備されている。
- (vii) 二流体モデルに対して過渡的抗力 (Added mass force) と Dynamic pressure force を考慮できる。
- (viii) 数値解法は有限差分法によるが、数値解の安定性を重視して相関式の係数以外のすべての項を陰的に扱い、非線型差分方程式をニュートン法によって解く。相関式の係数もオプションによって陰的に扱える。

## 6. おわりに

軽水炉熱水力安全解析の範囲、解析されるべき具体的な事象および代表的解析コードの二相流モデルに着目した開発経緯を簡単に述べた。またこれらのコードは実炉適用の信頼性向上のため系統的な精度評価が重要であり、これについても米国の活動の一端を紹介した。しかし熱水力解析コードの一層の精度向上のためには、実験データに基づく多くの相関式の精度向上を図らなければならない。この点に着目した各種二相流モデルを評価する計算コード MINCS-PIPE の開発について簡単な紹介を行った。

最後に、MINCS-PIPE を用いて行うべきモデル評価についてまとめておく。

- (i) できるだけ二相流実験の測定データと直接比較できるモデルによって実験の解析を行い、そのモデルの構成式を検討する。
- (ii) 異ったモデル用に(i)で作成された構成式を拡張する計算を行う。この際、既存の構成式（実験相関式）と比較し評価する。
- (iii) 同一実験の各種モデルによる解析を比較して、モデルの良否を判定する。

などである。尚上記の解析を行う場合注意すべき点は、まず、検討すべき現象を決め、境界条件と初期条件、装置の幾何学的スケールの異ったものを選択することである。これは実験相関式のスケール効果を検討する上で、重要である。

### 参考文献

- 1) Fabic, S., Anderson, P.S. : "Plano for Assessment of Best Estimate LWR System Codes," NUREG-0676 R2, R4, (1978).
- 2) 秋元他：“過渡熱水力解析コードMINCSの開発－MINCS-PIPEの開発－”，JAERI-M 84-202, (1984).

第1表 PWRの主な熱水力過渡現象と発生するコンポーネント

現象	炉心	上部プレナム	下部プレナム	タウンカマー	バイブレーター	加圧器	SG-1 次側	ECC注入系	主冷却材ポンプ	構造材	リード	SG-2 次側
・蒸発、凝縮	-X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
・フローレジーム (対向流, CCFL)	-X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
・相分離 (混合水位)	-X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
・ボイド分布	-X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
・3D効果	-X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
・熱伝達	-X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
・DNB、ドライアウト リウェット	-X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
・クエンチ・フロント伝搬	-X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
・エレメント	-X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
・デントレンメント	-X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
・過熱蒸気	-X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
・液相キャリオーバー	-X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
・蒸気-水混合	-X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
・振動流	-X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
・圧力損失	-X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
・バイパス	-X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
・自然循環	-X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
・温度分布	-X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
・臨界流	-X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
・液滴凝縮	-X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
・熱力学的非平衡	-X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
・熱伝導	-X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
・未臨界流	-X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
・気-水分離器特性	-X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
・蒸気ドライヤー	-X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
・単、2相ポンプ挙動	-X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

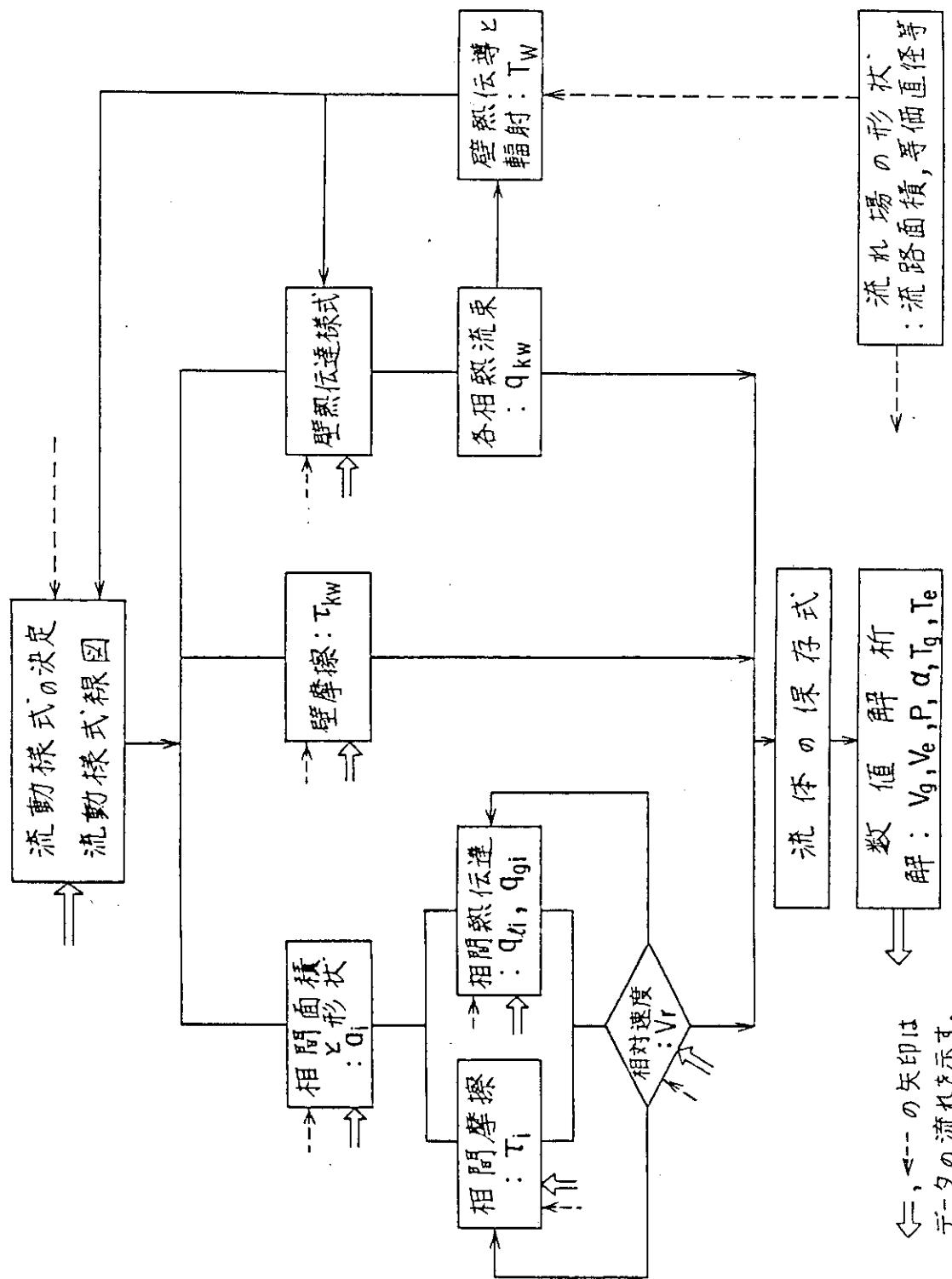
第2表 種々の二相流モデル

モデル	保存式の数			構成式の数		基本変数の数	コード例
	質量	運動量	エネルギー	相間	壁		
1V1T	1	1	1	0	2	3(P, h <sup>m</sup> , V)	RELAP4他
1V1.5T	2	1	1	2	2	4(P, X, h <sup>m</sup> , V)	
1V2T	2	1	2	2	3	5(P, α, T <sub>g</sub> , T <sub>l</sub> , V)	
1VD1T	1	1	1	1	2	3(P, h <sup>m</sup> , V)	
1VD1.5T	2	1	1	3	2	4(P, X, h <sup>m</sup> , V)	THYDE-P, W
1VD2T	2	1	2	3	3	5(P, α, T <sub>g</sub> , T <sub>l</sub> , V)	TRAC(1次元)/PD2
2V1T	1	2	1	1	2	4(P, h <sup>m</sup> , V <sub>g</sub> , V <sub>l</sub> )	
2V1.5T	2	2	1	3	2	5(P, X, h <sup>m</sup> , V <sub>g</sub> , V <sub>l</sub> )	RELAP5/MOD1
2V2T	2	2	2	3	4	6(P, d, h <sub>g</sub> , h <sub>l</sub> , V <sub>g</sub> , V <sub>l</sub> )	TRAC(Vessel, PF1) RELAP5/MOD2
3V2T	3	3	2	6	5	8(P, α, α <sub>d</sub> , h <sub>g</sub> , h <sub>l</sub> , V <sub>g</sub> , V <sub>d</sub> , V <sub>l</sub> )	COBRA-TF

第3表 Two-Phase Flow Models Solved in MINCS-PIPE

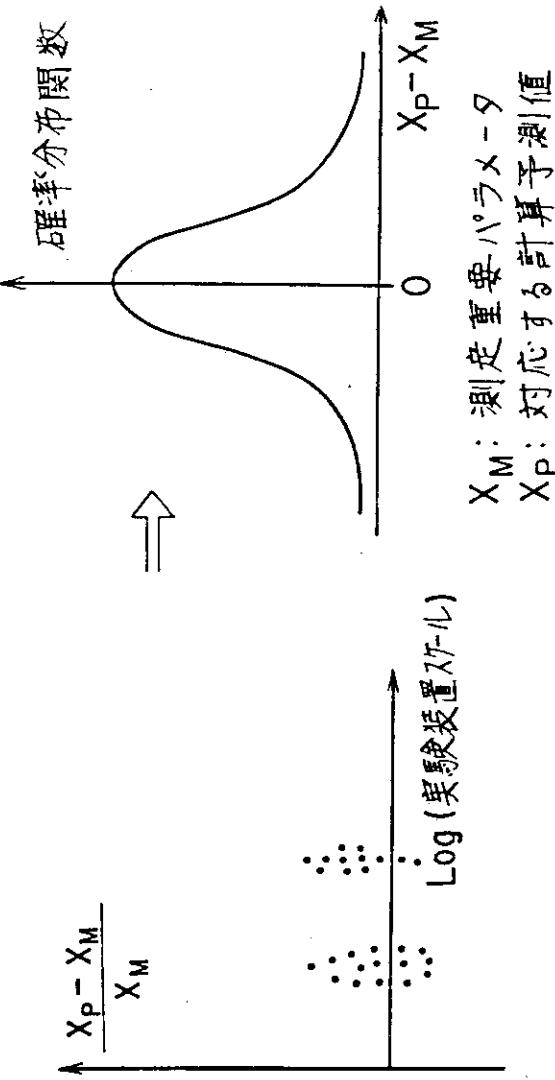
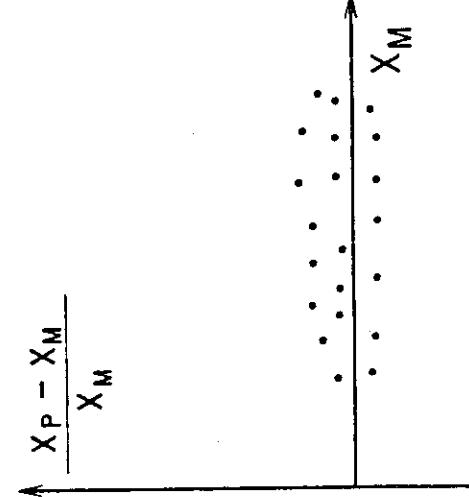
二相流モデル	質	H	運動量	エネルギー	相間壁	MINCS処理の構成式の数	MINCS処理の		モデル上課される制限とその数
							基本微分変数	基本微分変数	
1V1T	1	1	1	1	0	2	P, $h_m$ , $U(=U_g=U_l)$	$U_g=U_l, h_g, h_l$	3
1V1.5T	2	1	1	1	2	2	P, $h_m$ , $x$ , $U(=U_g=U_l)$	$U_g=U_l, h_g$ or $h_l$	2
1V2T	2	1	2		2	3	P, $\alpha$ , $h_g, h_l$ , $U(=U_g=U_l)$	$U_g=U_l$	1
1VD1T	1	1	1	1	1	2	P, $h_m$ , $U_g$ (or $U_l$ )	$U_g=U_l, h_g, h_l$	3
1VD1.5T	2	1	1	1	3	2	P, $h_m$ , $x$ , $U_g$ (or $U_l$ )	$U_g=U_l, h_g$ or $h_l$	2
1VD2T	2	1	2		3	3	P, $\alpha$ , $h_g, h_l$ , $U_g$ (or $U_l$ )	$U_g=U_l$	1
2V1T	1	2	1	1	1	2	P, $h_m$ , $U_g$ , $U_l$	$h_g, h_l$	2
2V1.5T	2	2	1	3	2	P, $h_m$ , $x$ , $U_g$ , $U_l$	$h_g$ or $h_l$	1	
2V2T <sup>(a)</sup>	2	2	2	2	4	4	P( $P_g$ or $P_l$ ), $\alpha$ , $h_g, h_l$ , $U_g, U_l$		0

(a) 2V2T以外のモデルでは気相と液相の圧力は等しいと仮定



第1図 流体保存式と構成式の関係

$\leftarrow\rightleftharpoons$  の矢印は  
データの流れを示す。

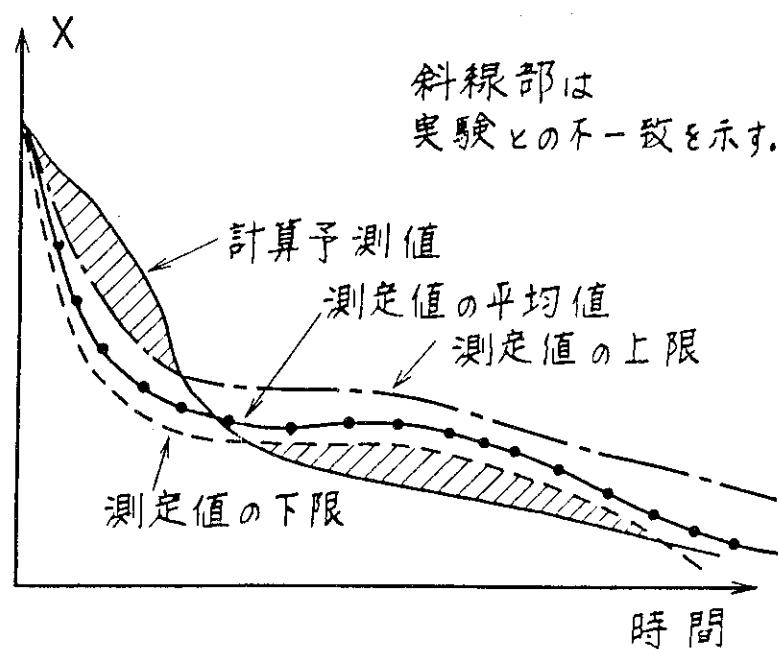


(b) 同一装置による相対誤差

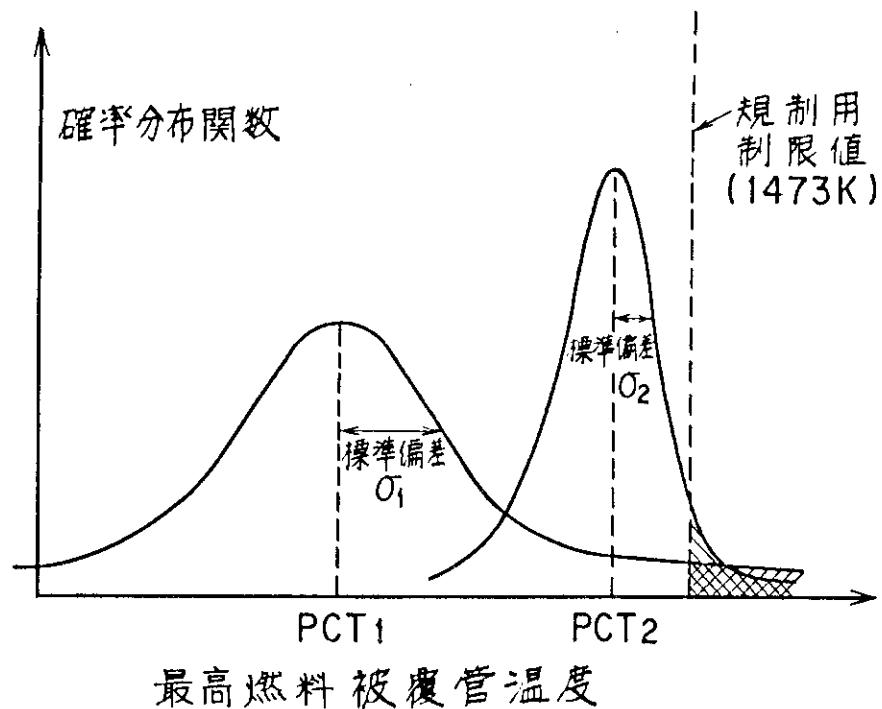
(b) 複数装置による相対誤差

(c) 相対誤差の確率分布

第2図 単一値の計算予測値の比較例



第3図 時間変化量の比較例



第4図 最高燃料被覆管温度の確率分布と規制値

## 4.3 高速炉安全解析コードの開発

二ノ方 寿<sup>+</sup>, 近藤 悟<sup>+</sup>

高速増殖炉の安全性研究のうち，i) 沸騰以前のナトリウム単相流れによる熱輸送，ii) 沸騰した場合の炉心除熱，iii) 炉心損傷に至らしめる起因事象，iv) 炉心崩壊に至る過程についての解析に関し，動燃事業団に於ける代表的な計算コードの開発・検証事例の紹介と，解析手法の概説を，主に伝熱流動解析の立場から行う。

Review of the FBR Safety Related Thermohydraulic  
Analysis Code Development

Hisashi NINOKATA<sup>+</sup> and Satoru KONDO<sup>+</sup>

An overview is presented of current mechanistic approaches to LMFBR safety in connection with models and codes currently used or being developed at Power Reactor and Nuclear Fuel Development Corporation (PNC) for the prediction of thermohydraulic behavior of LMFBR systems. Of interests in this review are the following areas of LMFBR safety:

- i) single-phase thermohydraulic mechanism in the primary transport system,
- ii) heat removal mechanism in boiling two-phase flow situation,
- iii) initiating phase leading to the reactor core damage, and
- iv) core disruption phase of Hypothetical Core Disruptive Accidents (HCDAs).

## 1. 序論

高速増殖炉の安全性評価に当っては，プラントに加わる外乱（起因事象）を想定し，つづいて引き起こされる事象発展の過程を把握して，結果を予測する必要がある。従って安全性研究においては，まず起因事象の選定と事象進展の過程を定性的に検討し主要な現象を抽出すること，次に，これらの現象を定量的に評価し，事象進展過程を解析する手法，および解析コードを開発することが目的となる。

この事象進展過程では，例えば冷却材の熱流力的挙動，原子炉出力の変動，燃料ピンや構造物の熱的挙動，構造力学的挙動等を扱い，しかもそれらが相互に干渉し合っているという様な，現象論的に複雑な事象を解析対象とする場合が多い。その範囲は広く，原子炉の通常運転時から運転時の異常な過渡変化，事故時および仮想的な炉心崩壊事象にわたる多様なフェーズの原子炉の挙動を取り扱うことになる。従って個々の現象を把握し，解析に使用する物理モデルを作成する目的で行なう分離効果実験，原子炉プラント内で生じる各種現象についてできるだけ相似性を考慮した試験等をもとにして，解析コードの作成，評価を行い，更に解析コードが事象進展過程を正しく追跡し，結果を予測し得ることを確認するための総合的検証が必要となる。

---

+ 動力炉・核燃料開発事業団 Power Reactor and Nuclear Fuel Development Corporation

本稿では、上記安全性評価範囲のうち、炉心崩壊過程に於て発生する機械的エネルギーに対する構造物応答過程や、事故後崩壊熱除去に関する解析的研究を除いた事象の進展過程についての解析コード開発・検証を中心に述べることとする。まず第2章では、炉心構造物が健全な場合のナトリウム単相流による熱輸送の解析について述べ、第3章で沸騰する場合の冷却材挙動解析の機械論的アプローチについて概説する。第4章では、炉心損傷事象について、その起因過程解析と、炉心崩壊過程の解析に用いられる解析コードの開発・改良・検証を概説する。

Table 1に、関係する主な解析コード名、熱流動モデル、主な特徴について列挙する。

## 2. プラント過渡事象に関する熱流動解析

### 2.1 はじめに

LMFBRの熱流動安全解析コードシステム開発の最終的目標は、設計基準事故に対して、炉心の除熱能力の確認および燃料集合体の健全性を確認することである。更に、一部設計基準外事象に対しても事象の推移を機械論的に説明しうる手段を提供することも含まれる。そのうちプラント動特性解析、炉心燃料集合体解析、炉容器内流動解析等は相互関連が強く、各機器レベルでの解析の有機的結合を考慮して研究開発を行うことが重要である。自然循環時の除熱能力確認に対してはACS（Auxiliary Cooling System）系又は水蒸気系までをも含んだプラントシステム解析が必要となる場合もあり炉心内の熱流動状況は、集合体間熱移行、上／下プレナム流動の影響等に、大きく左右される。集合体間の過渡流量再配分は、集合体間の熱移行、集合体内の過渡流量再配分等に強く影響される。故に单一集合体内の伝熱流動解析もこの場合重要で、この項は3.2節に於て説明される。動燃においては、以上のような総合的な解析を可能とすべく、コードの開発・導入・改良整備・検証を進めてきた（Fig. 1）。特に、検証については、実験と、コード開発を同じ大洗工学センターに於て一元的に実施するための体制が整備された。検証されたものについては、原型炉を含む実機の熱流動安全解析に適用され、システム固有の安全性、事象展開の定量的把握に使用される。

### 2.2 炉容器内総合熱流動解析

#### 2.2.1 COMMIX-1 A 概要

FBR熱流動安全解析においては、特に自然対流下を含む広範囲な流動様式に対し、以下のあらゆる影響・効果を考慮して問題を解く必要がある。

1. 炉容器内の流動と温度分布の結合の程度、2. 多次元効果、3. 炉心燃料、ブランケット、制御棒アセンブリー間の熱移行の程度、4. 炉心、上部プレナム、下部プレナムの結合効果、5. 過渡計算に於ける、炉内構造物の与える熱慣性の効果。

これらの効果について、独立の単体コードを組み合わせて評価するよりは、一個の計算コードで全てを解析する方が好ましい。この目的のために1982年、動燃は、米国NRCよりCOMMIX-1 Aコードを導入し、現在整備、改良、検証を実施中である。COMMIX-1 Aコードの概略は以下の通りである。

定型化：通常の Navier-Stokes 方程式を任意の計算セル (Control Volume, CVと略す) に於

て体積積分すると，Volume porosity  $r_V$ ，Surface permeability  $r_i$ の概念を用いて以下の差分式を得る。

質量保存式

$$\frac{\partial}{\partial t} (r_V \rho) + \frac{\Delta (r_i \rho u)}{\Delta x} + \frac{\Delta (r_j \rho v)}{\Delta y} + \frac{\Delta (r_k \rho w)}{\Delta z} = 0$$

運動量保存式

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} (r_V \rho u) + \frac{\Delta (r_i \rho u^2)}{\Delta x} + \frac{\Delta (r_j \rho v u)}{\Delta y} + \frac{\Delta (r_k \rho w u)}{\Delta z} \\ &= -r_V \frac{\Delta (p)}{\Delta x} + r_V \rho g_i - r_V R_i + \frac{\Delta (r_i \tau_{ii})}{\Delta x} + \frac{\Delta (r_j \tau_{ij})}{\Delta y} + \frac{\Delta (r_k \tau_{ik})}{\Delta z} \quad (2) \end{aligned}$$

エネルギー保存式

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} (r_V \rho h) + \frac{\Delta (r_i \rho u h)}{\Delta x} + \frac{\Delta (r_j \rho v h)}{\Delta y} + \frac{\Delta (r_k \rho w h)}{\Delta z} \\ &= r_V \frac{d(p)}{dt} + r_V (\dot{Q} + \dot{Q}_s) + \frac{\Delta (r_i \lambda \frac{\partial T}{\partial x})}{\Delta x} + \frac{\Delta (r_j \lambda \frac{\partial T}{\partial y})}{\Delta y} + \frac{\Delta (r_k \lambda \frac{\partial T}{\partial z})}{\Delta z} \quad (3) \end{aligned}$$

但し

$$\frac{\Delta (\quad)}{\Delta x} \equiv \frac{(\quad)_{x+\frac{1}{2}\Delta x} - (\quad)_{x-\frac{1}{2}\Delta x}}{\Delta x}.$$

$r_V, r_i$ の意味は，各計算セル総体積に占める流体の体積割合，及び  $i$ -方向の表面積に占める流路面積の割合となる。 $R_i$ は固体壁と流体の摩擦を考慮した項である。

解析：運動量式(2)は書き換えると以下の式となる。

$$u_0^{n+1} = \frac{\sum a_1 u_1^{n+1} + b_0}{a_0} + d_u \Delta p^{n+1} = u + d_u \cdot \Delta p^{n+1} \quad (4)$$

(4)式を質量保存式(1)に代入して圧力方程式(5)を得る。

$$a_0^u u_0^{n+1} - \sum_{i=1}^6 a_i^u u_1^{n+1} - b_0^u - a_0^u d_u \Delta p^{n+1} = 0 \quad (5)$$

Spalding らの SIMPLE 法 (Ref. 5.1)との相異点は(2)式を陰的に解く代わりに，ICE 法と同等の手順をふんで，流速 (4)式)を求めるところにある。(5)式は，基本的には，点SORで解く。得られた解を用いて，エネルギー式を解き，各変数の変化量及び質量残量に基づいて収束判定を行う。この操作を収束する迄繰り返す訳であるから，一応，非線型方程式を陰的に解く，と称してよい。但し，この解法は，Newton-Raphson 法の場合と異なり，必ずしも収束が保障されない

が単相計算の場合は、特に問題はない。

収束加速の工夫：点SORを、複雑な構造物が入りこんだ膨大な計算体系に適用すると、当然のことながらCPU時間は膨大なものとなる。（COMMIX-1Aは、規則的な形状のみでなく任意の形状境界条件に適用できる、という特徴を、行列解法を犠牲にして実現している）。従って、体系を粗メッシュに分けて、質量のリバランスをとって圧力方程式の解の収束加速をはかっている。

原子炉容器内の流動解析では、複雑な構造物体系をどう模擬するかも問題であるが、オイラー座標系での風上差分に伴う数値拡散は、更に深刻な問題である。動燃に於ては、この拡散を定量的に評価し、少なくとも、流れの方向に拡散を限定した場合の数値実験を実施してみた（傾斜風上差分）。この結果を図-2に示す。いずれの図も計算座標系は流れの主方向に45°傾いている。図-2(a)は、通常の風上差分、(b)は、部分風上差分、(c)は、傾斜風上差分で、数値拡散が(c図)の場合、充分制御されていることが判る。終極的には、数値拡散の少ない差分形式を導入すべきであるが、この場合、正確な乱流モデルの組込みが必須となってくる。これらのコード改良作業は、動燃内で進展中である。

### 2.2.2 COMMIX-1A 応用例

動燃にCOMMIX-1A導入以来、数多くの計算ケースを経験した。ここに、それらのうちの数例を紹介する。

#### (1) 多次元熱流動解析コードのベンチマーク解析

FBR原型炉「もんじゅ」の開発過程において、SKORT-II（動燃/MAPI）、THAUPR-III（動燃/東芝）、THERVIS-II（日立）等、有限差分法による単相多元熱流動解析コードが各種開発、検証され、実機設計に用いられてきた。これらのコードを用いて多次元熱流動解析コードのベンチマーク解析を実施した結果の一部を紹介する。例として、原子炉容器上部プレナム流動試験用装置（1/10モデル）の実験例に対する解析結果をFig.3とFig.4に示す。この例では、コードによる解析結果の違いは著しくなく、いずれのコードもある程度の誤差を許容すれば実験値をほぼ妥当に再現できることを示している。しかしながら、全ケースを詳細に評価するとプレナム内の渦のパターンや温度場に若干の相違が認められ、また、流動の違いが強く現れる内筒フローホールの流量割合の解析結果に大きな違いが認められている。

いずれのコードが精度上優れているかについては、現時点で結論づけることは困難であるが、本解析結果を問題点摘出と位置付け、それぞれの改良をはかることが必要である。また、COMMIX-1Aは汎用性の点で最も完備しているため、この利用範囲を広げると共に、改良、標準化に活用していくことが今後の課題である。

#### (2) 「常陽」自然循環試験解析

「常陽」MK-I自然循環試験から1MWt定出力、ポンプ停止条件（試験C）及び75MWt定格運転条件下での炉心スクラム・ポンプ停止条件（試験E）の2ケースを選び、COMMIX-1Aによる炉容器内全体の熱流動解析を行った。例としてFig.5に試験Eのフローパターンと等温線図及び中心列集合体出口温度の解析結果を示す。本解析によって、上部プレナムから集合体上部への冷却材の流れ込み、炉心部の浮力に起因するブランケット及び反射体領域での

逆流現象、ホットショック・コールドショックを与える上部プレナム内の特徴的なフローパスと温度場の過渡変化等、多くの知見が得られた。また、炉心燃料集合体の最高温度を予測する上で重要な集合体出口温度に対して、実測値と解析値が比較的良好に一致することが明らかにされた。

今後、1次元プラント動特性解析コードSSC-LとCOMMIIX-1Aを適切に組み合わせ、FBR自然循環解析評価システムを整備する予定である。

## 2.3 プラントシステム総合熱流動安全解析

### 2.3.1 SSC-L概要

SSC-L (Super System Code -Loop Version) は、FBRの運転異常過渡変化時、事故時の冷却材挙動について、炉心、熱輸送系、エネルギー変換系を包括的に解析するコードである。その解析対象とするものは、特定のプラントに限定されず、主冷却系、2次系、水蒸気系ループ内の機器配置、システム構成を入力で指定できるため、基本的には任意のプラントとなる。炉心は、多チャネル近似とし、上部プレナムは多層近似、下部プレトム一点近似、一次系、二次系、水蒸気系、各ループ・コンポーネントは、一次元の質量、エネルギー、モメンタム保存式で表わす。各保存式は、流路長に沿って積分されて、所期の差分表示式を得る。これらの式は、多くのサブシステム毎に分割され、各々異なった時間刻み中で過渡方程式が解かれる。主なサブシステムとしては、(1)一次、二次系の流動、(2)一次、二次系の伝熱、(3)燃料ピン熱伝導及び出力計算、(4)炉心内熱流動、そして(5)水蒸気系計算部である。これらの方程式系を閉じるために、当然数多くの構成方程式が必要であるが、特に、自然循環解析では、構成方程式の信頼性が直接計算結果に影響を及ぼしていることが判明している。

### 2.3.2 SSC-Lの改良・検証

動燃では、SSC-L (Version III) を米国BNLより導入以来、原型炉の事故解析、特に冷却材流量喪失事故 (LOF) 配管破損事故 (LOPI) の解析を目的として、様々な改修を施してきたが、その中で特に、崩壊熱除去に関わるACS系のモデル化、及びヘリカルコイル型蒸気発生器モデルの組み込みが主なものである。以上の改修及び単体モデルの検証を終了し、現在SSC-Lは、長期間の崩壊熱除去の問題、自然循環による除熱能力の定量的評価を可能とすべく更に改良を実施中である。

SSC-LのFBRプラントへの適用解析として、全ポンプ駆動力の喪失とスクラムを同時に行った場合の100%負荷から自然循環に至る現象を選定して感度を調べた。その結果、特に、流量のコストダウンはポンプの回転数に支配され、50%流量以下になると軸摩擦トルクの影響が大きくなる。更に自然循環流量を支配する要因として、炉心、逆止弁、停止したポンプの圧損特性があることが示された。同時に、常陽の自然循環試験（試験E）に適用され、実験結果と比較して良好な結果を得ている (Fig. 5(b))。

一方、米国ブルックヘブン国立研究所 (BNL) では、動燃の委託研究として、SSC-Lに対し以下の機能追加を行ってきた。(イ)低熱流束、低流量時の熱流動現象解析、特に、燃料集合体間の熱移行の解析、(ロ)低熱流束条件下での炉心沸騰解析能力。特に(ロ)に関し、沸騰の不安定性に伴うドライアウトの機構が明らかにされた。しかし、炉心沸騰の解析モデルは、均質流を仮定して

おり、動燃で行われた低熱流束沸騰実験に適用して機能検証を行ったところ、沸騰領域の拡大を過大に計算し、ドライアウトの予測も非現実的に早かった。しかし、この解析結果は、伝熱の観点からは充分に保守的な評価になっており、又、比較的安定な解が得られているため、モデルは当面の実用には耐えうる。しかし SSL-Lに組み込まれた沸騰モデルの改良は今後の課題として残された。

#### 2.4 まとめ

多次元単相熱流動解析コードの開発は、今後、COMMI X-1Aで養われた多くの知見と、問題点の克服によって動燃内の標準計算コードプログラム作成として方向付ける。具体的には、(イ)流動抵抗要素、伝熱要素分布モデルを実験の裏付けによって改良する、(ロ)乱流モデルを追加する、(ハ)数値計算法の改良により大幅な計算時間の短縮をはかる、等である。この種のコードに対する機器設計サイドからの需要も多いが、FBR 安全工学部に於ては、特に安全解析、各種実験の事前・事後解析に適用してゆく予定である。プラント熱流動解析コードSSC-Lの主な機能追加項目は、(イ)上部プレナムの多次元モデル化、(ロ)下部プレナムの多領域モデル化、(ハ)配管系から雰囲気への熱伝達モデル、(ニ)DRACSモデル、等である。SSC-Lは、主として各種事象（LOF、LOPI、他）の他、特に PRA の物理的側面をつめる手段として用いられる一方、常陽の自然循環解析、各種プラント過渡事象模擬の実験事前・事後解析を通じて検証していく予定である。

### 3. プラント事故事象に関する熱流動解析

#### 3.1 はじめに

局所事故の引金となり得るものとしては、燃料集合体内の事故事象があげられる。

高速炉の炉心燃料集合体でナトリウムが沸騰する可能性のある仮想的起因事象としては、炉停止系の同時故障を想定した、(イ)冷却材流量喪失事故（LOF）、ならびに(ロ)過渡出力上昇事故（TOP）、炉停止系の作動を前提とした(ハ)配管破損事故（LOPI）(ニ)崩壊熱除去系機能喪失事故（LOHS）、それに定常運転条件での(ホ)局所閉塞、被覆管破損に伴う FP ガス放出等の局所事故（LF）がある。これまで大洗工学センターで実施された試験研究としては、上記のうち、LOF、LOHS ならびに LF があり、TOP については、海外（CABRI）の実験データを使って対応した。

LOPI については、今後詳細な試験研究を行う予定である。

これらの事象評価に必要な熱流動安全解析コード群の開発も試験と並行して進められてきた。事象評価は、単一燃料集合体の健全性評価に終始するのではなく、事故時のプラントシステムの熱流動挙動から始まって、全炉心、そして単一燃料集合体の健全性を評価する一貫した流れが必要であり、現在その方向で開発を進めている。

本節に於ては、主として、燃料集合体伝熱流動解析の手法、解析例の紹介を行い、炉心損傷に至る可能性のある事象解析については、後節に譲る。

### 3.2 集合体伝熱流動解析コードの開発

高速炉炉心燃料集合体内の冷却材が沸騰する可能性を有する仮想的な初期事象のうち LOF, TOP, LF では、冷却材の沸騰が起こるとすれば高熱流束条件下、LOHS では、低流量、低熱流束条件下である。一方 LOPI では、スクラム・タイミングにも依存するが、急速な流量減少過程での高熱流束条件下、自然循環力を含んだ流量回復後の低流量、低熱流束条件下時で想定される。強制対流下での沸騰と、自然対流下での沸騰は、過渡変化の度合や沸騰領域近傍のサブクール度により流動は異なる様相を呈する。従って各々の沸騰 2 相流現象について別々にモデルを適用するのではなく、できる限り統一的なモデリングを行うのが最も望ましい。高速炉炉心内の沸騰の他の特徴は、軽水炉の場合と比較してシステム圧が低く、液相と気相の密度比が $10^3$  のオーダーになることである。このことは、僅かな相変化量（蒸発・凝縮）でも流体の挙動に大きな影響を及ぼし計算の不安定性を招来し易い。しかも相変化量は系のエンタルピ（又は内部エネルギー）、圧力、ボイド率の変動に対して敏感である。以上のようなことを勘案して各国に於て過去様々な努力が Na 沸騰流の解析コード開発に注がれてきた。動燃においては、沸騰計算を行うには、まず高精度の単相過渡計算が重要であることを認識し、サブチャネル解析コード ASFRE の開発を実施した。並行し、コードにワイヤラップ効果の解析および単相各流動様式に対応する解析能力を付加してきた。さらに沸騰解析能力を持たせるべく、各種の 2 相流モデルを評価し、同時に、数値計算法の選択を行って、現在最も妥当と考えられる 2 流体モデル（6 一方程式）を採用したサブチャネル沸騰解析コード SABENA を開発し、検証中である。

炉心の沸騰に至るまでの事象の経過は、その多くの場合、全プラントシステムレベルの流動や、炉容器内の 3 次元的伝熱流動に大きく影響される。従って Table 2 に示すような、プラントシステム、全炉心各レベルでの解析と結合して燃料集合体内熱流動解析が実施されるように体制が組まれている。しかし現在では、炉心での沸騰を最確的 (Best Estimate) に評価しうる解析コードの開発が先決で、緊急度が高いのが実情である。

### 3.3 単相サブチャネル過渡解析コード ASFRE

ASFRE コードは元来大規模炉内安全性試験計画 (TREAT / SLSF) に動燃が参加したことにより、開発されたサブチャネル解析コードである。コードは流体計算部分と燃料ピン内伝熱計算部分に分けられ、通常の解析機能の他に、任意の閉塞条件下での熱流動解析、混合対流下における集合体内流量再配分の解析能力を追加した。特に後者の能力は、ワイヤスペーサのもたらす各種流動効果を分布抵抗要素モデルの中に組みこんだものである。但し現状では、強制対流領域においては実験による流速分布測定例と極めて良好な一致を示すが、低流量時には必ずしも実験との一致をみない。このようなモデル上の欠点を補うために更に検討が行われている。

解くべき差分方程式は、式(1), (2), (3)と同等である。但し、サブチャネル解析の場合、積分領域は流体部分のみで、従って  $r_A = 1$ ,  $r_v = 1$  となる。COMM IX では直交座標系に対する定式化であるが、ここでは燃料ピンの三角配列を念頭に於て、水平断面方向は三角メッシュを採用する。即ち、横方向への物理量の輸送は三角柱の側面での各保存を考え、三方向を区別しながら一括して横方向輸送方程式として記述する。一般に、COBRA コード等の先駆的な記述と同一である。数値解法としては、SIMPLE 法と同様な手順をふむが、各タイムステップ毎の反復収束計

算を行う代わりに，fractional time step法を採用し，計算速度の向上を図っている。但し，この場合精度を犠牲にするのは止むを得ない。定常計算を行う上では，単純に time stepを重ねるだけでよいから特に問題はない。

行列解法は plane-by-plane の Gauss-Seidel 法と同等であるが，一般的に行列要素数が多くなると収束が悪い。現在，解法の変更を検討中である。

ASFRE コードによる局所閉塞解析は，既に第 9 回（1980 年 6 月），第 10 回 LMBWG（1982 年 10 月）におけるベンチマーク・コンテスト参加によってその計算の有効性が示されている。例えば，第 10 回 LMBWG においては 169 本ピン束の 21% 片側閉塞問題であったが，冷却材が Na の場合，およびリークフローのあるポーラスな閉塞の場合（水）ともに良好な結果を示している。

Fig. 6 にポーラスな閉塞の解析結果比較例を示す。又 ASFRE コードは，動燃で実施された 37 本ピン束 LOF 型沸騰試験に適用された（37 FC-34）。各部の温度変化は，実験と解析は充分な精度で一致した。又，沸騰の 3 次元的拡大の様子は，沸騰開始時点でのエンタルピー分布に大きく依存するため，単相の計算をいかに正確に行うかが，沸騰 2 相流解析を続いて行うための必須条件であることが指摘された。

### 3.4 沸騰解析コード SABENA

動燃に於ては，過去にいくつかのナトリウム沸騰解析コードが存在したが，あらためて過去における動燃及び世界各国の沸騰 2 相流解析コードの開発をレビューし，各種の沸騰流モデル，及び数値解析の洗い直しを行った。特に，マルチスラブモデルに代表される 1 次元沸騰モデルや，均質流モデルには，モデルの近似度，計算の安定性，精度上，広範囲な条件下での適用には改良の余地が残る。現象を最確的に評価するにはより高度のモデル化が必要で，ある程度，式が複雑になることが避けられない。多くの手法を検討の結果，6 一方程式による半陰的な定式化と非線型方程式系を直接ニュートンラフソン法で解く解析の組み合わせが現在迄のところ最善であることが判明した。この組み合わせは，モデルテスト用の 1 次元解析コード SABENA-1D によって選択された。SABENA-1D は更に，沸騰がその周辺の境界条件によって大きく左右されることから，ネットワーク解析機能が追加された（SABENA-LOOP）。コードは，モデルの妥当性を確認するため，軽水炉のブローダウン・ベンチマーク問題に適用され，圧力，流量に関し実験と完全な一致をみた。更に，動燃や KFK の Na 沸騰の炉外実験に対しても適用されたが，1 次元計算であるため，ボイドの軸方向拡大を過大評価する。これは，炉外ピン束実験では，沸騰挙動が冷却材の半径方向の温度分布に大きく依存しているためである（radial incoherency）。しかし SLSF-W1 テストに対し，インパイル・ループを模擬して適用解析を行ったところ，実験データ（入口流量の時間変化）と充分な精度で一致し，基本的なモデルの正しさが証明されている（Fig. 7）。SABENA コードは，1 次元版を土台に 2，3 次元版に拡張され，燃料集合体内的沸騰，ドライアウトがより現実的に評価することが可能となった。当初危惧された多次元化による計算の困難さは，旧来の手法によるものと比較して問題ない。むしろ，沸騰現象そのものの多次元性と相俟ってより安定な解が得られる傾向のあることは，手法の正しさを示しているものと理解される。1 D，3 D コードとも，PNC, KFK の 37 本ピン束 LOF 実験，PNC の低流量低熱流束実験に適用され，充分な精度で各種計測値と一致をみている。

### 3.5 まとめ

Naの沸騰解析では以下の現象を正確に評価する必要がある：(イ)集合体での軸方向，半径方向での温度分布変化，(ロ)半径方向へのボイド分布の拡がり，(ハ)燃料ピン表面のドライアウト，(ニ)FPの放出効果と，局所閉塞。このためには，まず，沸騰直前迄の単相計算，が重要となり，沸騰2相流の2，3次元モデル化，及び限界熱流束に対するメカニズムの正しいモデル化が要求される。

3次元沸騰計算法の確立は，今後，第11回 LMBWG ベンチマークコンテスト参加（1984年10月）や，各種実験解析を実施することによって行ってゆく予定である。更に，2流体モデルに含まれる各種物理モデル，特に相間及び，低流量，低熱流束沸騰時の流体-壁間の運動量の交換関数はこの分野で今後に課題が残されているところであり，かつ2相流の挙動に大きな影響を及ぼしていることが判明している。今後この種のモデル改良にも努力を傾注する必要がある。

更に59年度より，有限要素法を用いた単相詳細3次元解析コードの開発を開始した。このコードは，燃料ホットスポットの評価の他に，サブチャネルコードやポーラス・メディア・コード等に内包する物理モデルの不確定性に対し，実験では得られない情報を提供する手段として用いられる予定である。

以上のような，個別的なコードを開発しFBR安全解析，特に各種事故事象に適用していくことは，現在詳細な沸騰解析の手段が確立されていないことからみると意義深いことである。しかし，飽くまで個別的なコードの集合としてコードシステムを体系づけるよりは，炉心各集合体を含む炉容器内全冷却材の挙動について，その沸騰時の各保存式を解くことが，本研究の次の大規模開発目標となるべきであろう。

## 4. 全炉心事故に関する安全解析

### 4.1 はじめに

FBRの全炉心事故の内，結果として炉心の損傷に至る可能性のある事象は，一般に仮想的炉心崩壊事故（HCDA : hypothetical core disruptive accident）と呼ばれる。これは，通常は設計基準を越える事象として位置付けられるが，「技術的に起こるとは考えられないが，仮に起きたとすると結果が重大であると想定される事象」<sup>(2)</sup>の一つとして，放射性物質の放散が適切に抑制されることを確認する意味で評価が行われる場合もある。HCDAにおける損傷炉心条件においては，冷却材に加えて燃料，構造材の溶融・移動も重要なことから，解析の上でも多相・多成分系に対する伝熱流動を取扱わねばならない。加えて，炉心物質の移動と温度変化による原子炉の反応度変化が事故進展に大きな影響を持つことが，FBRの安全性の大きな特色となっている。即ちFBRのHCDA解析においては，炉心の核熱流力挙動の総合的な評価が要求されることになる。

HCDAに至る起因事象としては，結果が厳しくなると予想され，かつ他の事象を包含するとして，炉心流量減少事故（LOF : loss of flow without scram）及び反応度挿入事故（TOP : transient overpower without scram）の2種が通常想定されるが，評価に当ってはFig. 8に示す様に事故シーケンスをいくつかの過程（phase）に分けて解析するのが通例である。ここ

では、HCDA解析に用いられる種々の計算コード<sup>(3)(4)</sup> の内で、特に大型で世界的にも広い利用実績を持つ、起因過程（initiating phase）解析コードSAS3D及び炉心崩壊過程（core disruption phase）解析コードSIMMER-IIにつき、その物理モデルを中心に概説する。

## 4.2 起因過程解析コードSAS3D

### 4.2.1 SAS3Dのモデル概要

起因過程は定常運転状態から始めて、ある程度の炉心損傷が起るまで（あるいは炉心が損傷しないか又は部分的な損傷で早期に事故が終止するまで）のHCDAの初期の過程である。起因過程において生じる重要な過渡現象としては、LOF型事故ではナトリウム沸騰、被覆材溶融移動、ポイド化集合体での燃料溶融移動等、TOP型事故では燃料ピン過渡挙動、破損、溶融燃料-冷却材相互作用（FCI: fuel coolant interaction）等が挙げられる。これらの物理現象に対して開発された物理モデルを有機的に結合し、一次冷却系挙動、核的動特性モデルと合わせて総合化したのがSAS3Dコードである。SAS3Dコードは米国アルゴンヌ研究所（ANL）で開発され、1979年にDOEとの協定で動燃に導入して以来各種改良を重ねつつ使用している。SAS3Dでは炉心を10～20程度のチャンネルで代表させ（各チャンネルは何体かの集合体の平均的燃料ピンと冷却材流路および構造材をモデル化する），チャンネル間は入口、出口プレナムを通じて水力学的に、反応度フィードバックと1点近似動特性を通じて核的に結合される。以下に主要なモデルについて説明する。又各モデル間の関係をFig.9に示す。

#### (1) 1点近似動特性

原子炉の反応度、出力変化は反応度フィードバックを1次摂動で考慮した1点近似動特性モデルで評価する。考慮し得る反応度効果は、①外部挿入反応度（スクラム、制御棒引抜き等）、②Doppler反応度、③冷却材密度およびポイド反応度、④燃料軸方向膨張反応度、⑤燃料移動による反応度、⑥被覆材（スティール）移動による反応度の6種である。これらの計算で必要となる各物質の反応度値の分布は一般の3次元定常核計算で求めるか、あるいはDIF3DSコードをSAS3Dの定常計算と結合する場合には内部で自動的に計算することも可能である。

#### (2) 燃料ピンモデル

燃料の再組織化、スエリング、FPガスの生成と放出等の定常照射挙動、燃料ピン内の2次元温度分布（径方向1次元熱伝導、軸方向は冷却材温度を通じて結合）、過渡変形挙動等を計算する。

#### (3) ナトリウム沸騰モデル（Fig.10）

LOF型の条件に典型的な流動様式であるとされている1次元多気泡スラグ流モデルを採用している。1次元モデルで蒸気泡が液膜を残して流路全面に拡大すると仮定しているため、沸騰初期に見られるバンドル効果は表現できないが全炉心解析における手法としては十分な精度を持っていると考えられる。気泡内の蒸発・凝縮による圧力勾配と蒸気流、蒸気流との摩擦による液膜の運動とドライアウトも考慮できる。各チャンネルの沸騰を含む冷却材の流動は出入口プレナムにより水力学的に結合される。

#### (4) 溶融被覆材移動モデル（Fig.11）

ナトリウム液膜のドライアウト後の溶融被覆材の運動を、1次元ラグランジエ型モデルによ

り、チャンネル内圧力分布、重力、蒸気流との摩擦、燃料ペレットとの摩擦を考慮した上で計算する。また移動したスティールの再固化、流路閉塞、移動に伴なう反応度変化も計算される。

#### (5) ポイド化チャンネルの燃料移動モデル (Fig. 12)

ポイド化したチャンネル内の燃料ペレットの breakup とその後の運動を 1 次元ラグランジェ型圧縮性流体方程式で記述する。破損領域はチャンネル全断面に拡がると仮定し、その運動は、重力、摩擦、各成分の蒸気圧、FP ガス圧等を駆動力としてモデル化する。気液間のスリップはドラグの関係式により扱われる。又、炉心上部に健全ピンセグメントが存在する場合の運動（落下）もモデル化されている。燃料移動に伴なう反応度変化は最も重要であるが、凝集モードが支配的であればプラス、分散モードが支配的であればマイナスの効果を持つ。

#### (6) 燃料-冷却材相互作用モデル (Fig. 13)

冷却材が存在するチャンネルでの燃料ピン破損、燃料ピンキャビティからの溶融燃料の放出、冷却材流路中の FCI、燃料移動がモデル化されている。ピン破損基準としては、燃料溶融率、被覆管温度、内圧、被覆管応力等数種のオプションが選択できる。燃料ピンキャビティ、FCI 領域は共に一様であると仮定した 1 点近似であり、FCI 自体の取扱いはいわゆる Cho-Wright モデルによる。反応度効果としては、燃料ピン内外の燃料移動と FCI による冷却材ポイド発生が計算されるが、殊に燃料ピン破損の軸方向位置と FCI の激しさが重要となる。

### 4.2.2 SAS 3D の適用と検証

SAS 3D コードは、高速増殖原型炉「もんじゅ」の HCDA の起因過程を始めとして、LOF、TOP 等の事故解析に広く使用されている。又、炉心損傷に至らない異常な過渡変化および事故の解析に対しても当然適用可能である。これらの実機の炉心の安全解析に加えて、SAS 3D は炉内、炉外の多くの実験解析に使用され、検証が進められている。Table 3 に主な実験と検証された現象についてまとめる。さらに近年 CABRI 試験（フランスの単ピン炉内実験）の解析が精力的に実施され、SAS 3D の有効性と実機評価で想定している仮定の保守性が確証されつつある現状にあるといえる。

SAS 3D の適用範囲は、集合体管壁の溶融が起るまで、即ち物質の運動が 1 次元モデルで記述できる範囲とされており、その後の事故進展（炉心崩壊過程）は VENUS-PM、SIMMER-II により計算する。そのために接続コードである SAVE、SAME コードを開発し、全体的な計算効率の改善を計っている。

### 4.3 炉心崩壊過程解析コード SIMMER-II

#### 4.3.1 SIMMER-II コードのモデル概要

HCDA の炉心崩壊過程は、炉心物質の大規模な運動、相変化（溶融-固化、蒸発-凝縮）、物質間の熱流力相互作用とそれに伴なう炉心の核的状態の変化を含む非常に複雑な過程である。特に高速炉の場合、炉心物質の再配置による反応度挿入の可能性が無視できないことから、再臨界の発生とその結果の機械的エネルギーの放出（energetics と呼ぶ）の評価が安全解析の重要なテーマとなっている。SIMMER-II コードは米国ロスアラモス研究所（LANL）で開発され、1980 年に NRC との協定により動燃に導入され、以来各種事故解析に使用されている。SIMM

ER (S<sub>n</sub>, Implicit, Multifield, Multicomponent, Eulerian, Recriticality)はその名が示す通り、空間-時間依存の核動特性と、多速度場、多成分、オイラー型流体力学とを結合した計算コードである。通常の事故解析コード（例えばSAS）では重要な現象に関するモデルを総合化してコードシステム化するのに対し、SIMMERでは炉心物質の起り得る全ての質量、運動量、エネルギーの輸送・交換の過程を非常に一般的に解くのが特徴であり、小規模な実験体系から全炉心事故に至るまでの広い適用分野と汎用性を有している。

SIMMER-IIでは高速炉における基本物質（燃料、スティール、ナトリウム、制御材、FPガスの5種）を構造材場（燃料ピン、集合体管壁とそれらに固着した物質を含む静止した場）、液体場（液体物質と可動な固体粒子）、蒸気場（物質の蒸気、FPガス）の3つの場でモデル化する。各場に含まれる成分の一覧をTable 4に示す。1例として構造材場成分を考えると、燃料の内ペレット状のものと再固化したものを分け、さらに領域毎の濃縮度の違いを考慮するためfertile / fissileに分けている。又ペレット内のFPガスを結晶粒内と粒間に分け、質量的には合計9種の成分（密度成分と呼ぶ）を考えることになる。一方、温度的にはfertile / fissileは区別できず、又FPガスの内部エネルギーは無視し得ることから5種の成分（エネルギー成分と呼ぶ）を考えれば良いことになる。液体場および蒸気場に対しても考え方は同じであるが、燃料、スティールの固体粒子が液体場に含まれる点、ならびに蒸気場の温度が蒸気混合物に対して定義される点が特徴である。結局SIMMERで解くべき基礎方程式は、質量が23、運動量が2、エネルギーが12ということになるが、2相流モデルの観点からは2流体モデル的な取扱いであるといえる。計算体系は1次元、X-Y 2次元、又はR-Z 2次元で、後者に対する体系のイメージをFig. 14に示す。基礎方程式の係数となり方程式を関係付けているのが交換関数（又は構成方程式）と状態方程式である。基礎式の解法は部分ドナーセル差分を用いたIMF (implicit multi-field) 法を採用している。

次に交換関数モデルにつき説明する。SIMMERの過渡解析では溶融と固化により構造材場成分の質量が時間的に変化するため、先ず構造材場成分の配置を決定し成分間の熱伝達経路、面積、係数、および流路の等価直径を動的に評価する。次にSIMMERでは2相流の流動様式として分散液滴流（連続した蒸気流中を液体が液滴として流れる）を採用しているが、この時の液滴径を局所的な流動条件（例えば臨界We 数、液滴間の合体等）から評価する。SIMMER-IIでモデル化されている交換関数を模式的にFig. 15に示す。質量交換では、①固体成分の破損（必ずしも完全に溶融しなくても良い）による液体場への質量移行、②逆に液体成分の固化による固体場への質量移行、③燃料ペレットからのFPガスの放出、④液体-固体粒子間の質量移行、⑤蒸発-凝縮による気液間の質量移行（伝熱律速による非平衡簡易モデル）がモデル化されている。運動量交換では、①液体場、蒸気場と固体壁との摩擦（2相流圧損はMartinelliのmultiplier、固体粒子の存在による粘性増加効果も考慮）、②気液間のドラグ（ドラグ係数を用いた関係式）、③オリフィス圧損がモデル化されている。又、摩擦による熱発生も考慮される。最後にエネルギー交換は考え得る全ての成分間で計算される。使用される関係式は構造材成分間は熱伝導、壁と流体間はNu数の関係式、液体成分間は液滴同志の衝突を考えた特殊なモデルとなっている。又気液間の伝熱は蒸発-凝縮により起こる。以上まとめると、SIMMER-IIの交換関数は摩擦係数、熱伝達係数の様な比較的簡単な工学的関係式（経験式）から非平衡の蒸発-凝縮モデルの様

に非常に複雑なモデルまでを含み、さらに数値解を安定化するために implicit に評価しなければならないモデルもある。

最後に核計算モデルであるが、多群の  $S_n$  近似輸送、拡散、又は 1 点近似動特性のオプションが選択できる。時間依存の取扱いは準静的近似を用いる。通常の核計算手法と異なるのは断面積の取扱いで、SIMMER の過渡計算では物質の組成と温度が時間的に変化することから、自己遮蔽の計算と実効巨視的断面積の評価を必要な時間点毎に行う必要がある点である。

#### 4.3.2 SIMMER-II の適用と検証

SIMMER-II による実機安全評価の分野は HCDA の炉心崩壊過程における以下の 3 分野に集約できる。

- (1) 機械的炉心崩壊過程 (disassembly phase) : 即発臨界に達した炉心に出力バーストが生じ、短時間に熱発生、分散、炉停止が起る過程で、VENUS-PM コードとの良い対応が示されている。
- (2) 遷移過程 (transition phase) : 起因過程が energetic でない場合の比較的ゆっくりとした事故進展、即ち炉心の核熱流力挙動を再臨界の可能性を含め、総合的に評価する。この過程の解析は SIMMER-II の開発により初めて可能となつたが、全炉心の解析に加えて、集合体内の燃料移動、炉心物質の固化挙動、沸騰挙動、崩壊炉心の核的挙動等多くの個別効果解析が実施されている。
- (3) 炉心膨張過程 (core expansion phase) : 出力バーストにより生じた高温の炉心が膨張することにより機械的エネルギーが発生する過程である。SIMMER-II の適用により、機械的エネルギーが従来の評価値（熱力学的簡易計算）に比べ大きく低減する可能性が示されている。

コードの検証面では、炉心物質を用いた大規模な実験が事实上不可能であることから、模擬物質を用いた実験と個別効果を調べるために小規模実験の解析しかできないのが現状である。全体的な流体力学モデルと核計算モデルの妥当性はほぼ検証されたと考えられており、現在の焦点は伝熱、相変化等の rate processes と遷移過程における個別効果の研究に集められ精力的にコード検証が進められている。

#### 4.3 まとめ

高速炉の HCDA 解析のために、大型の計算コードである SAS3D、SIMMER-II が開発され、HCDA のいわゆる mechanistic な解析が可能となってきた。今後さらに安全解析における余裕度を減じ、より best estimate を目指した評価を追究するためには、コードの実験的検証とモデルの詳細化をさらに進める必要がある。

最後に本稿で記述できなかつたが、現在良く使われる計算コードにつき簡単にまとめる。先ず起因過程では、単チャンネルモデルではあるが、SAS よりも詳細な燃料ピンモデル、破損基準、FCI モデルを有し、CABRI 試験の解析に使用される PAPAS コードが挙げられる。又、SAS3D の改良版である SAS4A も最初の version が完成し現在動燃において導入・整備が進められている。次に機械的炉心崩壊過程の解析のためには、ラグランジエ型の比較的簡単な流体力学モ

モデルを1点近似動特性モデルと結合したVENUS-PMが従来より使用されている。

### 参考文献

- 1) S.V. Patankar, "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow," McGraw-Hill Book Co. 1981.
- 2) 原子力安全委員会："高速増殖炉の安全性評価の考え方について"，1980年11月。
- 3) 中井 他："高速増殖炉の安全解析に用いる計算コードについて"，動燃事業団報告書 PNC N 241 81-28, 1981年11月。
- 4) 吉川 他："高速炉の炉心安全解析コード開発の現状と課題,(II)仮想的炉心崩壊事故解析コード"，日本原子力学会誌，24, 670 (1982)。

Table 1 主な解析コードおよび特徴

沸騰に至らない場合の解析コード		炉心集合体 沸騰解析コード 熱流動解析コード (3 D)		炉心集合体内 沸騰解析コード (1D, 2D, サブチャンネル)		起因過程 解析コード (マルチチャンネル)		炉心崩壊過程 解析コード (2 D)		
コード名	ASFRE	COMMIX-1A	SSC-L	SABENA	PNC	SAS-3D, 4A	ANL	SI MMER-II	LANL	
開発機関	PNC	ANL	BNL	ナトリウム液相 (沸騰モデルもある)	ナトリウム液相 / 蒸気相	多相 / 多成分	モジュール依存	× 23	×	
流 体	ナトリウム液相	ナトリウム液相	ナトリウム液相 (沸騰モデルもある)	ナトリウム液相 / 蒸気相	多相 / 多成分	多相 / 多成分	モジュール依存	×	×	
支配方程式の数	× 1	× 1	× 1	× 1	× 2	× 2	モジュール依存	×	×	
質量保存	× 1	× 1	× 1	× 1	× 2	× 2	モジュール依存	×	×	
モーメンタム 保存	× 1	× 1	× 1	× 1	× 2	× 2	モジュール依存	×	×	
エネルギー保存	× 1	× 1	× 1	× 1	× 2	× 2	モジュール依存	×	×	
流れの場	液单相流 (乱流・層流) (混合対流)		液单相流 (乱流・層流) (自然対流)		液单相流 (乱流・層流) (自然対流)		液相流 / 蒸気流コア (エヌラーミスト流) (気泡流)		液滴流, 蒸気相流, 構造物流れ場	
基本的な解法	• Fractional two-step method, • Modified ICE法		• SIMPLEST法 • 逐次代入法による非 線型式の近似解 • Newton-Raphson 法 による非線型方程式の 解		• コントロール ボリューム ジャンクション法 • Modifed ICE • Semi implicit • Newton-Raphson 法 による非線型方程式の 解		• モジュール依存 (燃料 ビン定常過渡挙動, 沸 却消沸腾, 被覆管溶融 移動, 燃料溶融移動, 燃料冷却材相互作用, 1次冷却系, 点近似動 特性を結合)		• Implicit multi field method • Sn transport, diffusion on point kinetics (Quasi - static)	
主な特徴	• ワイヤラップモデル • 強制対流, 混合対 流, 自然対流での 解析可能 • 局所閉塞解析可 能		• ポーラスマディアア プローチによる定式 化 • 各種過渡解析可能 • 各種定常感度解析可 能		• 入力指定によって任 意のループ型FBPブ ランクシステムを模 擬可能 • 各種過渡解析可能 • 各種定常感度解析可 能		• 低流量低熱流束 沸騰解析可能 • LOF, LOP, TOP型 沸騰解析可能 • 多次元沸腾解析および CHF予測		• HCDAの遷移過程, Disassembly, 炉心 膨張過程解析 • HCDAの起因過程 (LOF, TOP, etc) 解 析 • 各種炉内外試験解析 • 集合体内1次元運動の み	

Table 2 热流动安全解析コードシステムの開発整備

	单一燃料集合体 健全性評価 (2,3次元解析)	全炉心熱流动 解析評価 (3次元解析)	プラント熱流动 解析評価 (1次元解析)
非沸騰計算 (強制対流→自然循環)	ASFRE-2P (ワイヤラップ効果)	COMMIX-IA (プレナム炉心結合効果)	SSC-L (プラント全熱輸送系考慮)
沸騰計算 (高熱流束→低熱流束)	SABENA	〈SABENA機能拡大〉	〈SSC-L機能拡充〉

&lt; &gt; 実施予定

Table 3 SAS 3 Dの実験的検証例

実験名	実験の内容	現象				
		燃料ピン過渡伝熱	冷却材伝熱・流動 (沸騰)	被ふく管溶融・移動	燃料溶融・移動	燃料・冷却材相互作用
SLSF(P3A)	FTRのLOF模擬, 37ピンバンドル	○	○	○		
SLSF(W1)	CRBRのLOPI模擬, 19ピンバンドル	○	○			
TREAT(L6)	LOF/TOP, 3a/o burnup, 3本ピン, $P_{max}/P_0 \sim 10$	○	○		○	
TREAT(L7)	LOF/TOP, 3a/o burnup 3本ピン, $P_{max}/P_0 \sim 20$	○	○		○	
TREAT(L8)	LOF/TOP, 2.6a/o burnup 3本ピン, $P_{max}/P_0 \sim 75$	○	○			○
CABRI(B1)	LOF模擬, 新燃料, 単ピン	○	○	○		

Table 4 SIMMER-II のエネルギー成分  
(密度成分)

構造材場	液体場	蒸気場
燃料ペレット(2)	液体燃料(2)	温度: 蒸気混合物 1点
固化燃料 (2)	液体スティール	(燃料蒸気-(2))
被覆管	液体ナトリウム	(スティール蒸気)
集合体壁	液体制御材	(ナトリウム蒸気)
制御材	固体燃料粒子(2)	(制御材蒸気)
(FPガス-(2))	固体スティール粒子	(FPガス)

各場・成分間の質量、運動量、エネルギーの移行—交換関数として一般的にモデル化

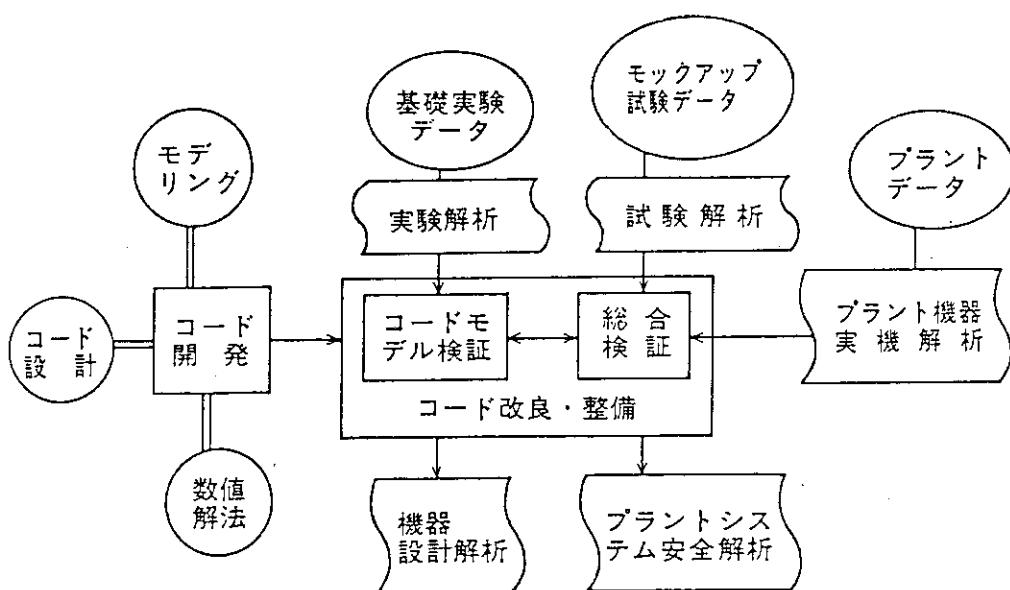


Fig. 1 热流动解析作業の流れ

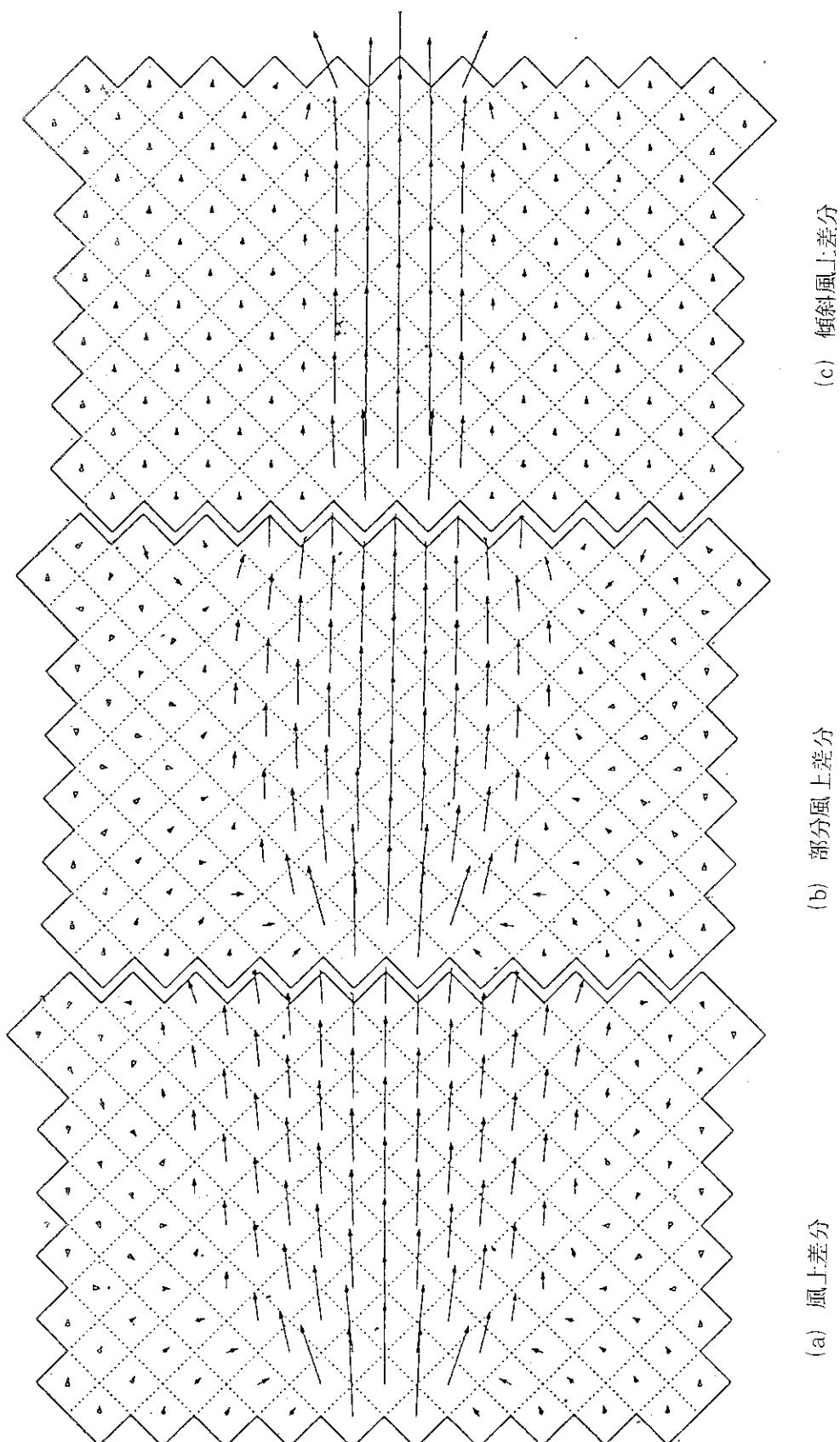


Fig. 2 流れが、計算座標系に対し  $45^\circ$  傾斜している場合の  
流速分布計算比較

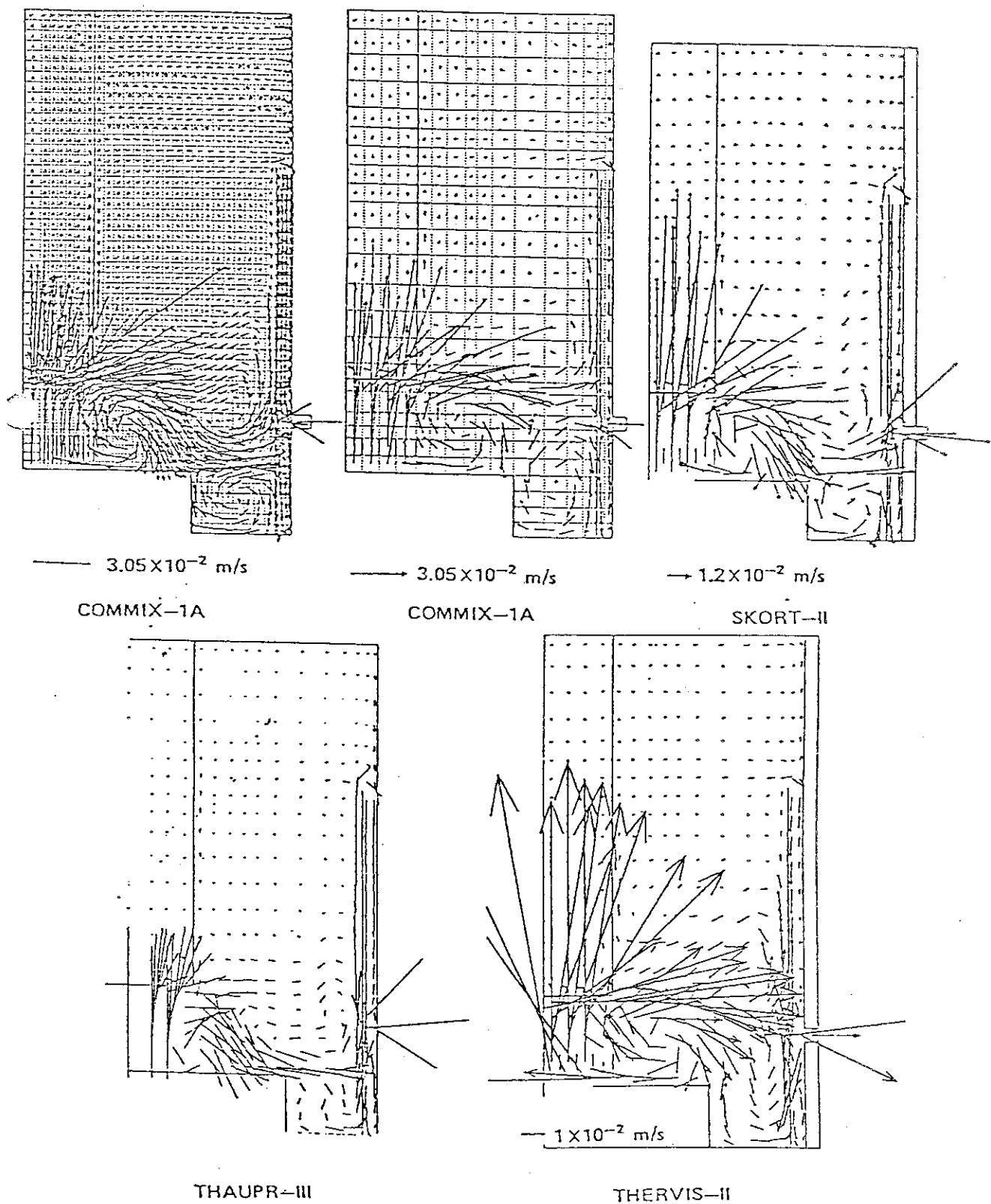


Fig. 3 多次元熱流動解析コードのベンチマーク解析結果  
( $1/10$  モデル,  $t = 400$  secのフローパターン)

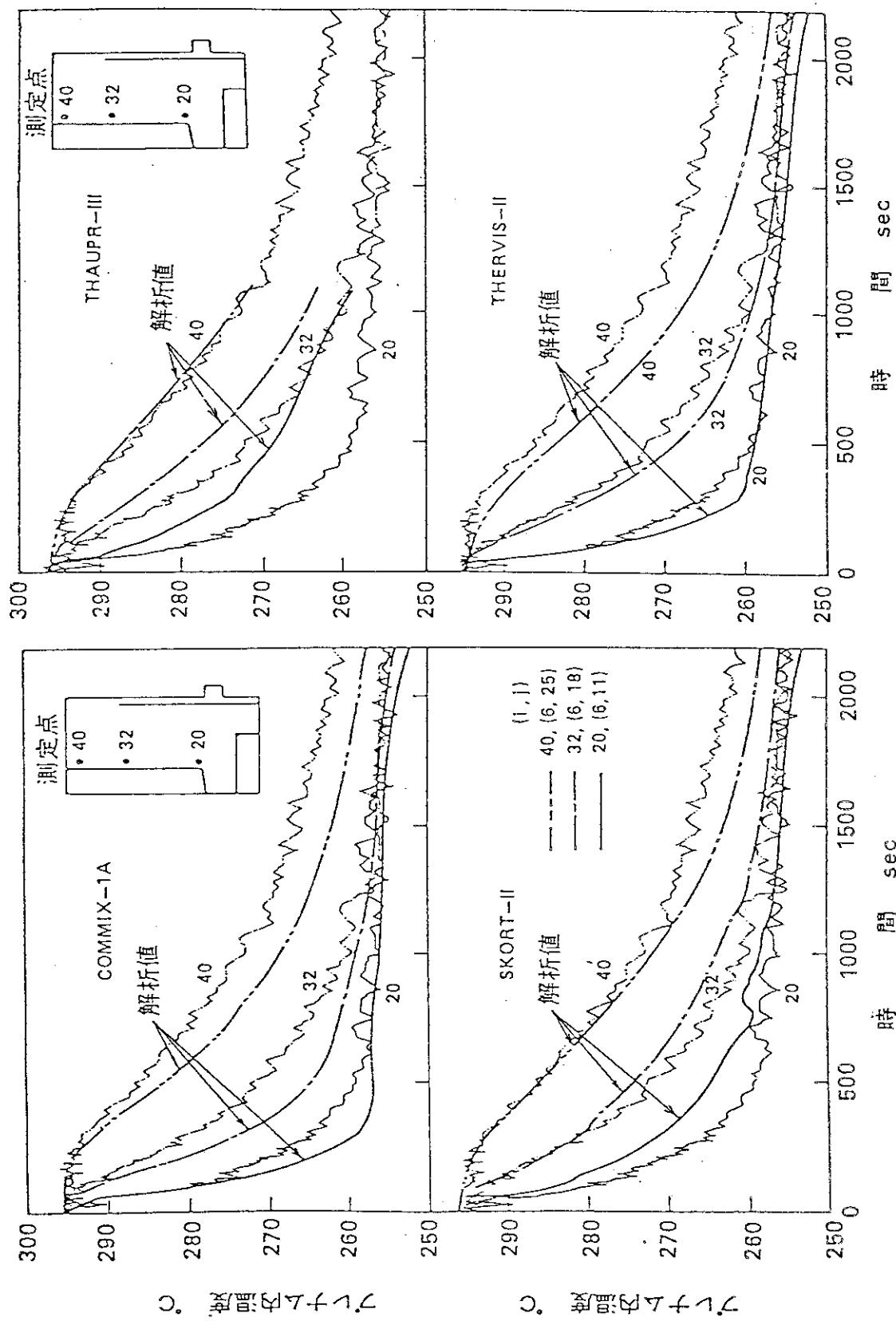


Fig. 4 多次元熱流動解析コードのベンチマーク解析結果  
(1 / 10 モデルのプレナム内温度変化)

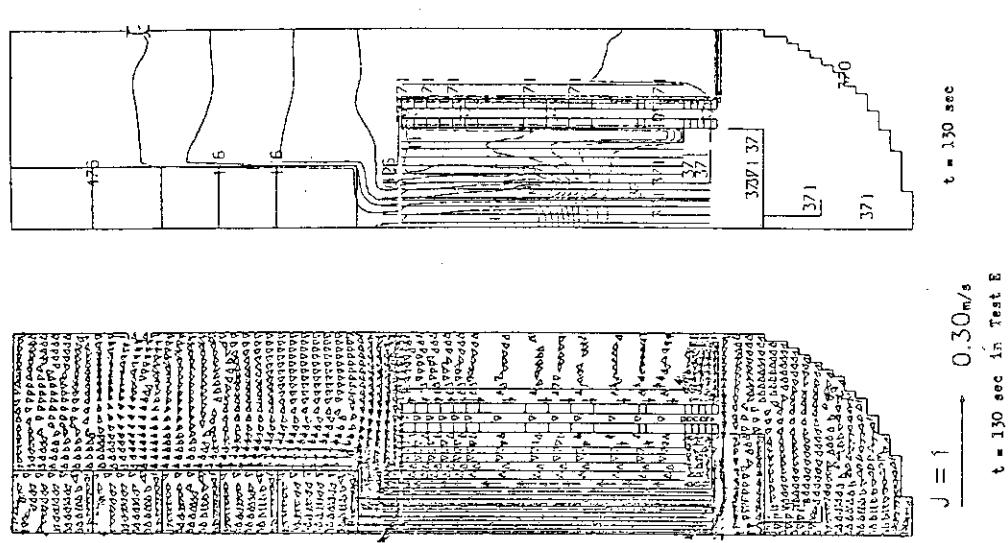


Fig. 5(a)  $t = 130$ 秒での冷却材流動および  
温度分布

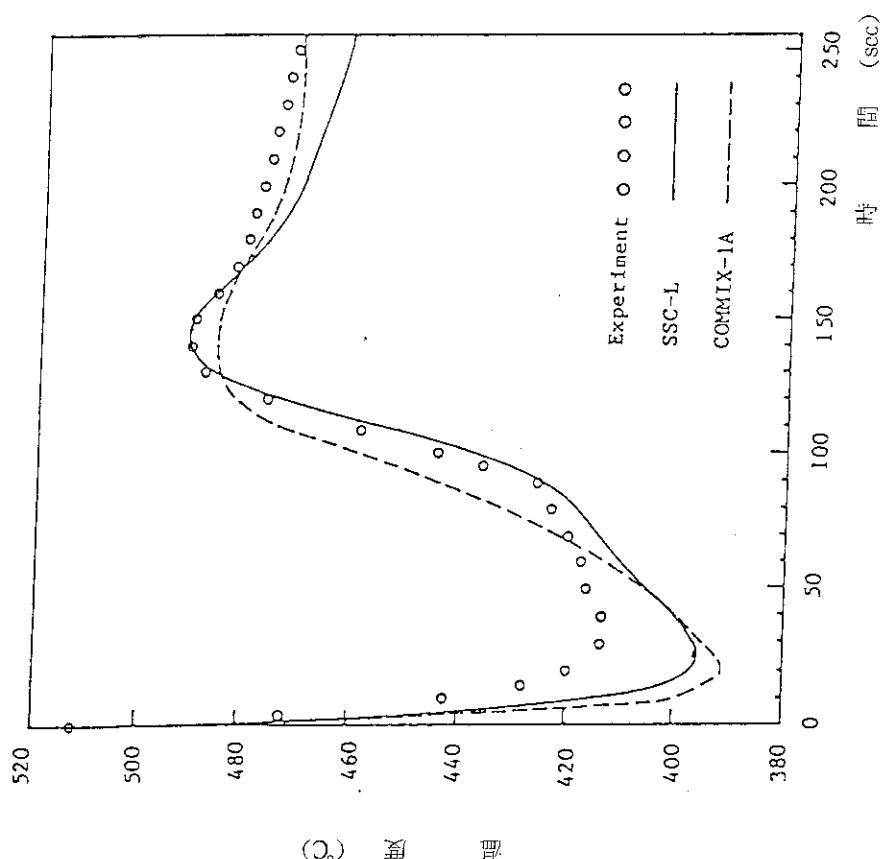


Fig. 5(b) 中心列集合体出口温度の時間変化

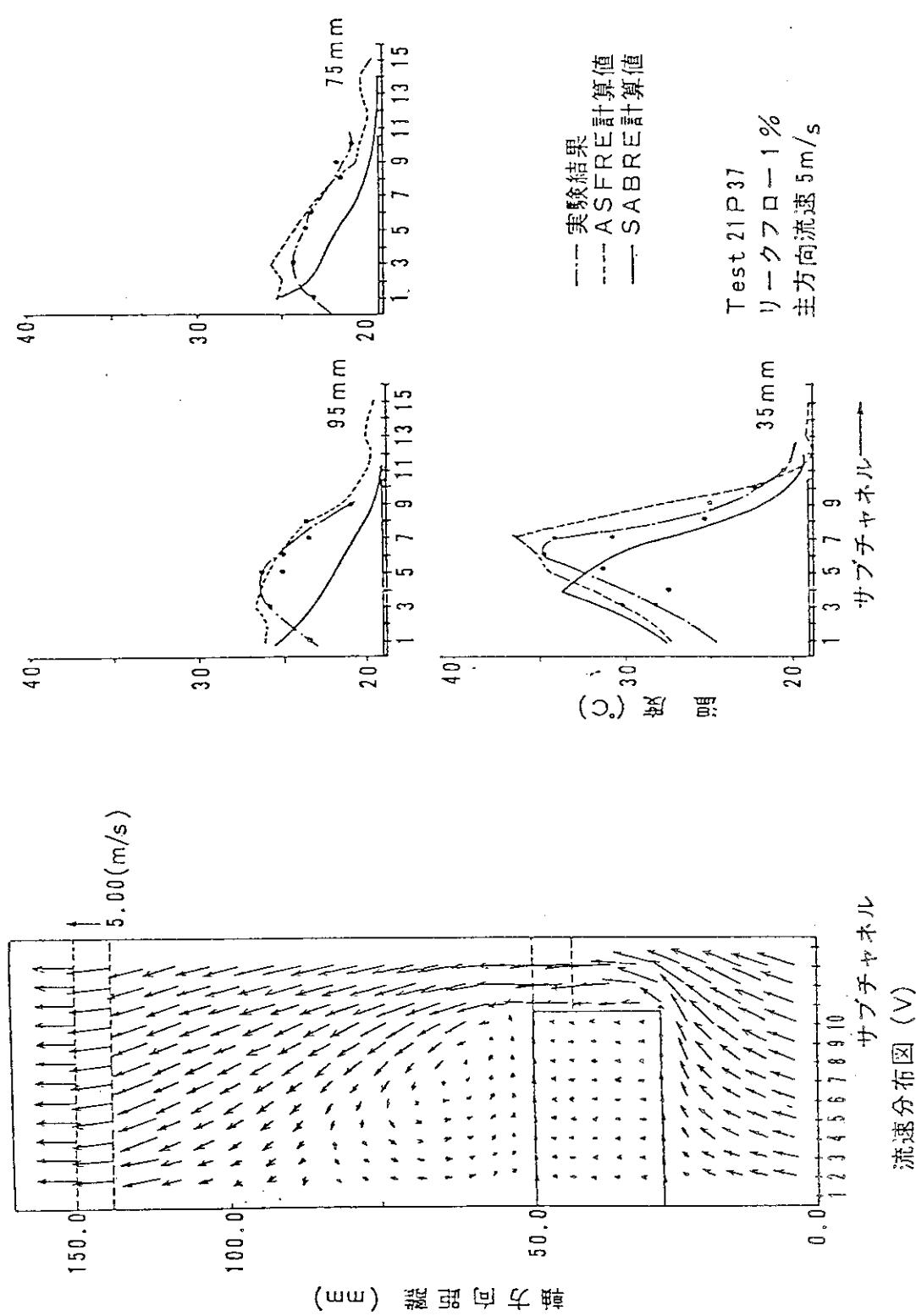
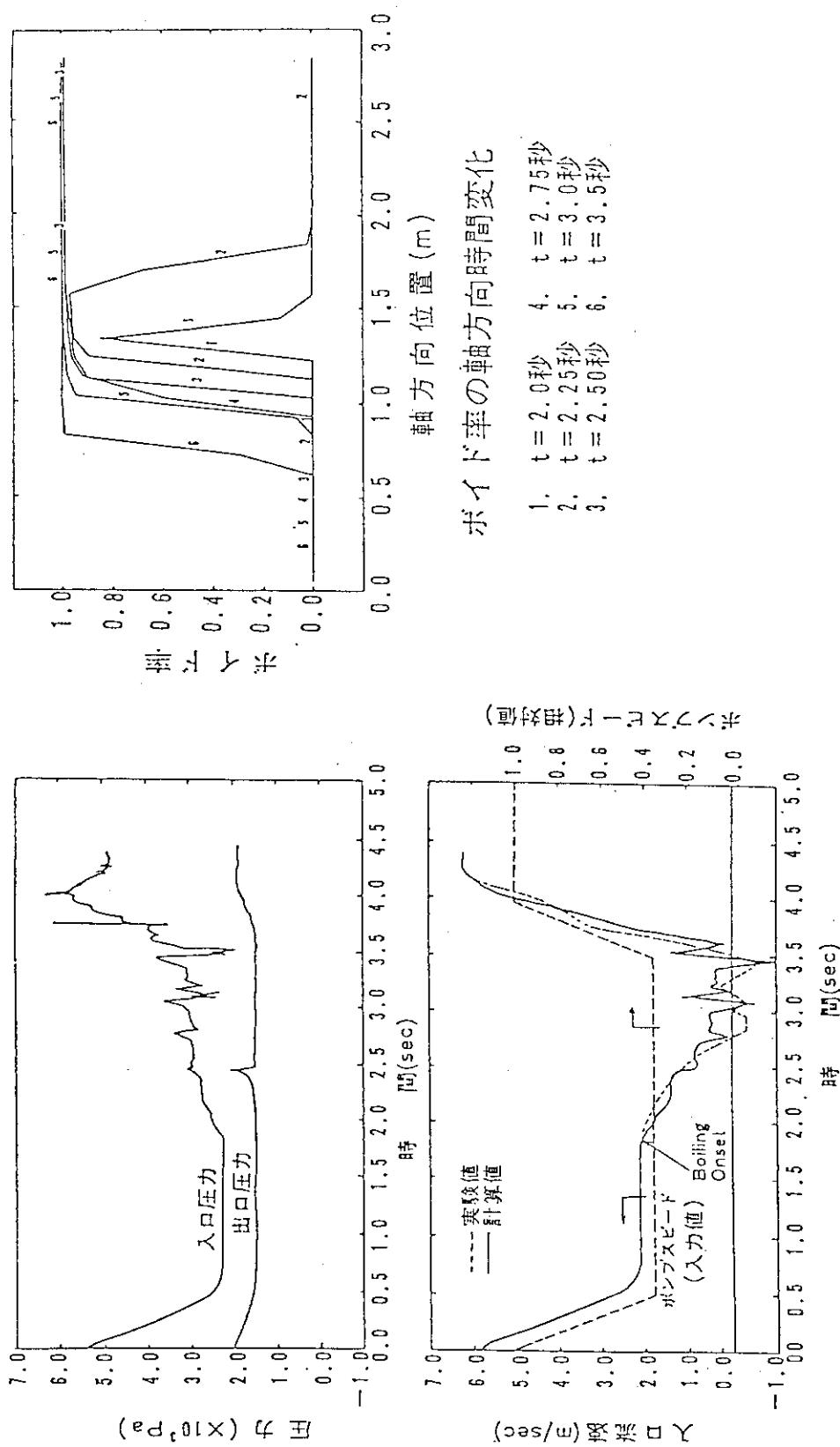


Fig. 6 ASFRE - 2 Pによる 21 % ポーラス片側閉塞計算例と  
LMBWGベンチマークの結果例



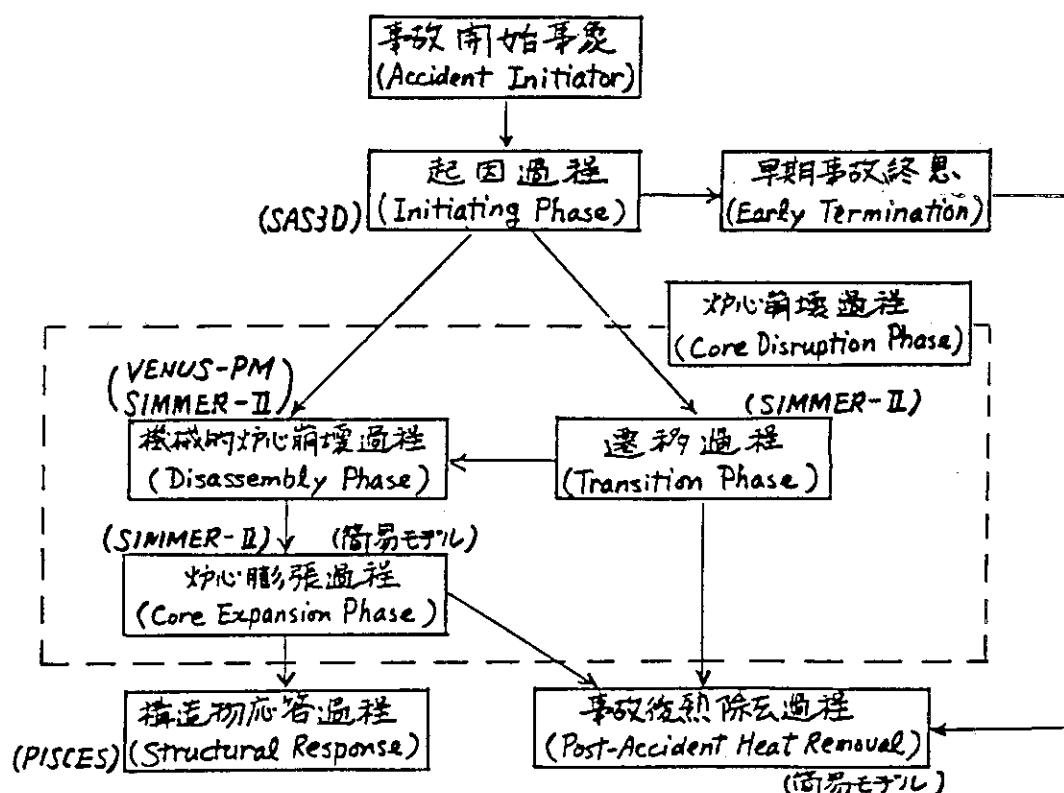


Fig. 8 HCDAの事故シーケンスと安全解析コード

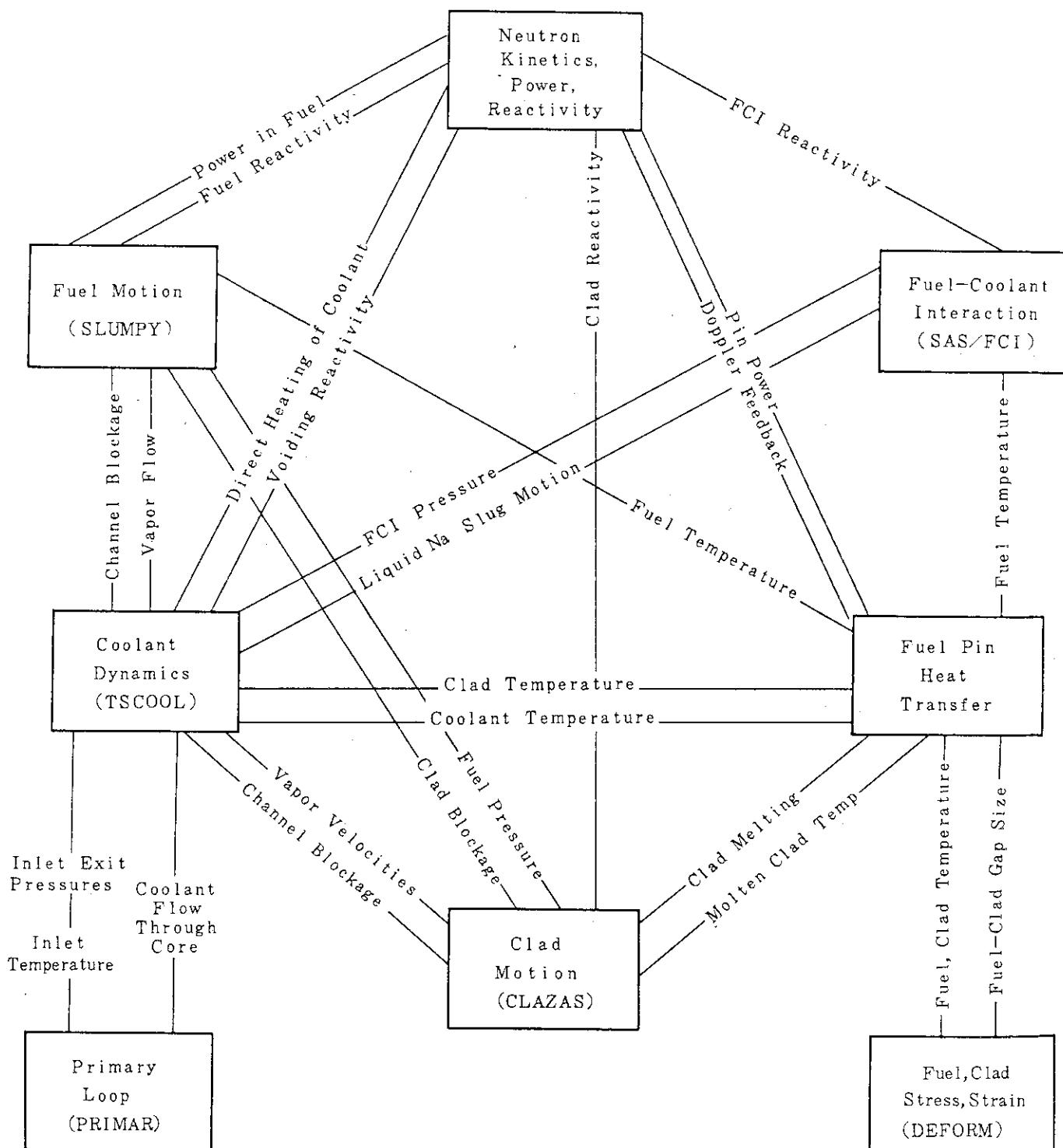


Fig. 9 SAS 3Dのコード構成とモデル間の結合

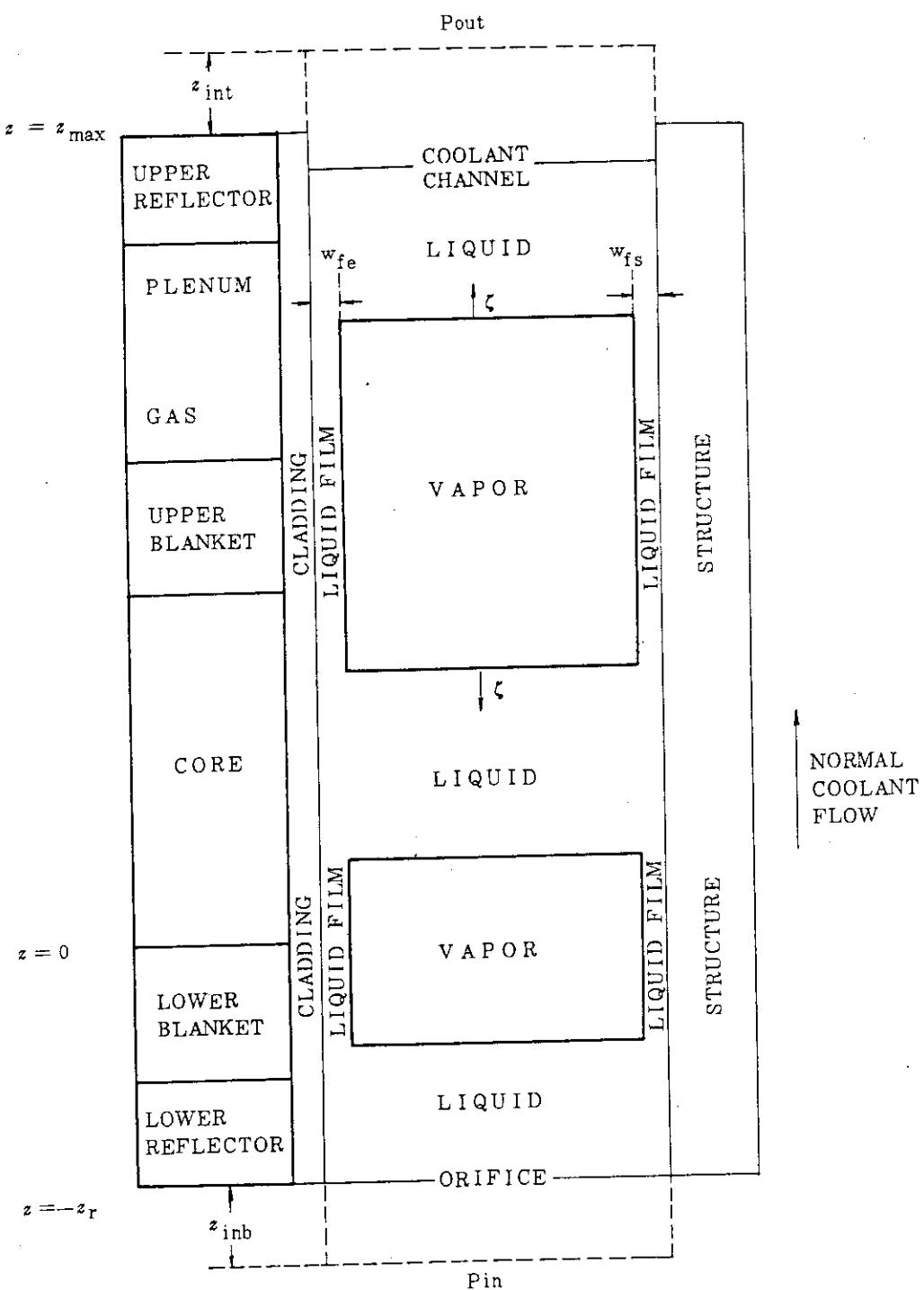


Fig. 10 SAS 3 Dの冷却材沸騰モデル

CLAD MOTION IDEA

FORCE BALANCE

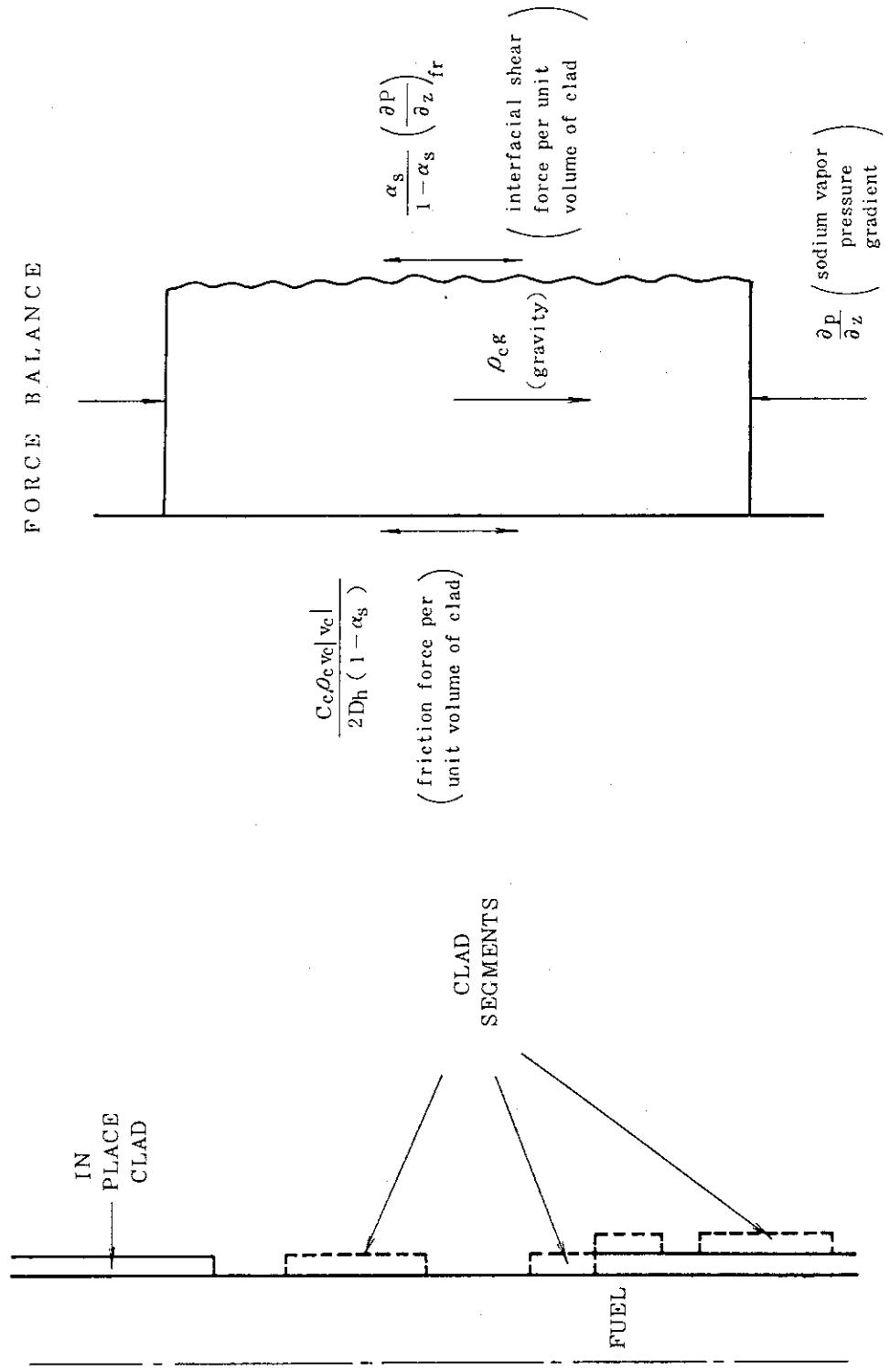


Fig. 11 SAS 3D被ふく管移動モード

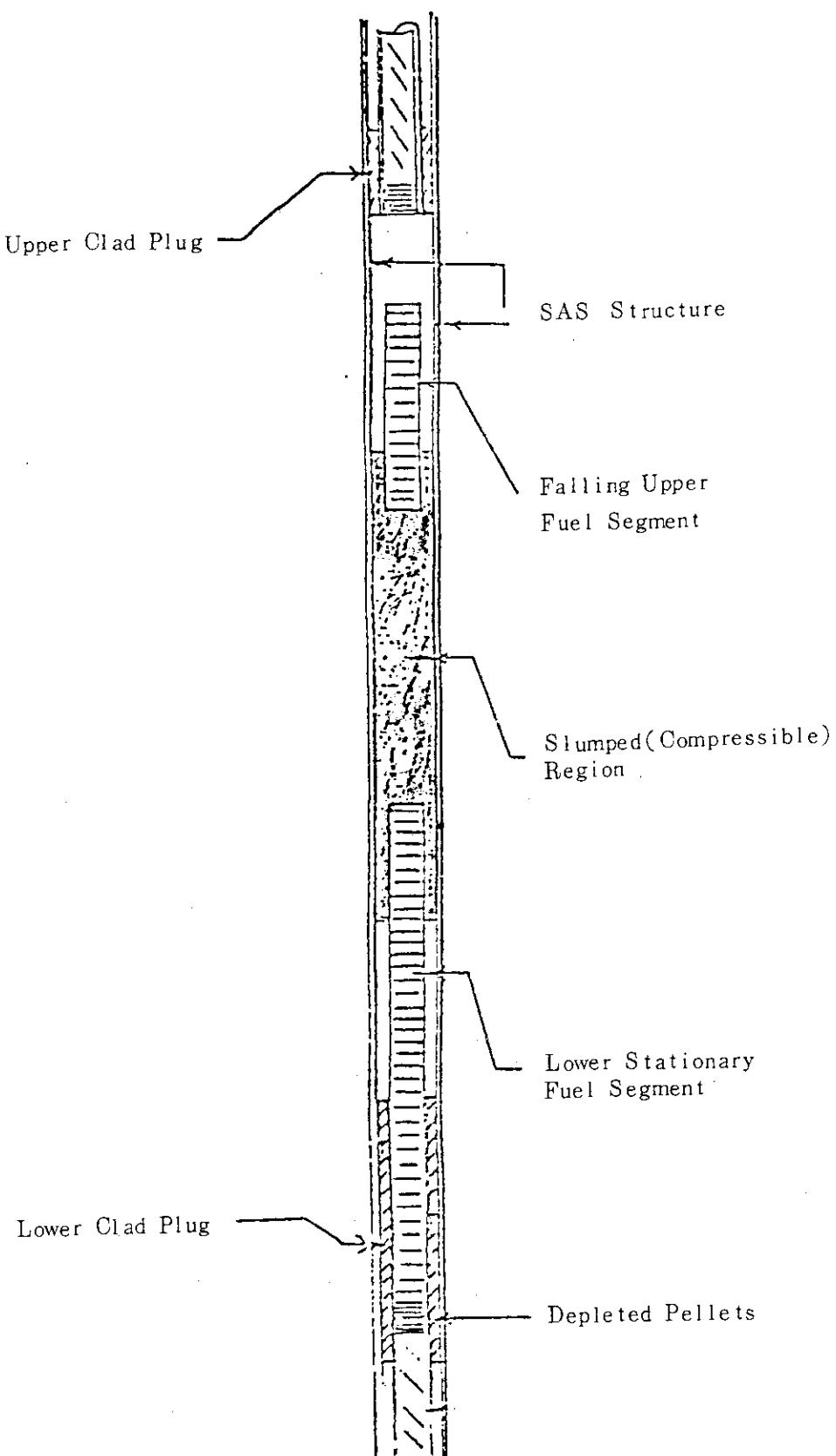


Fig. 12 SAS 3 Dの燃料スランピングモデル

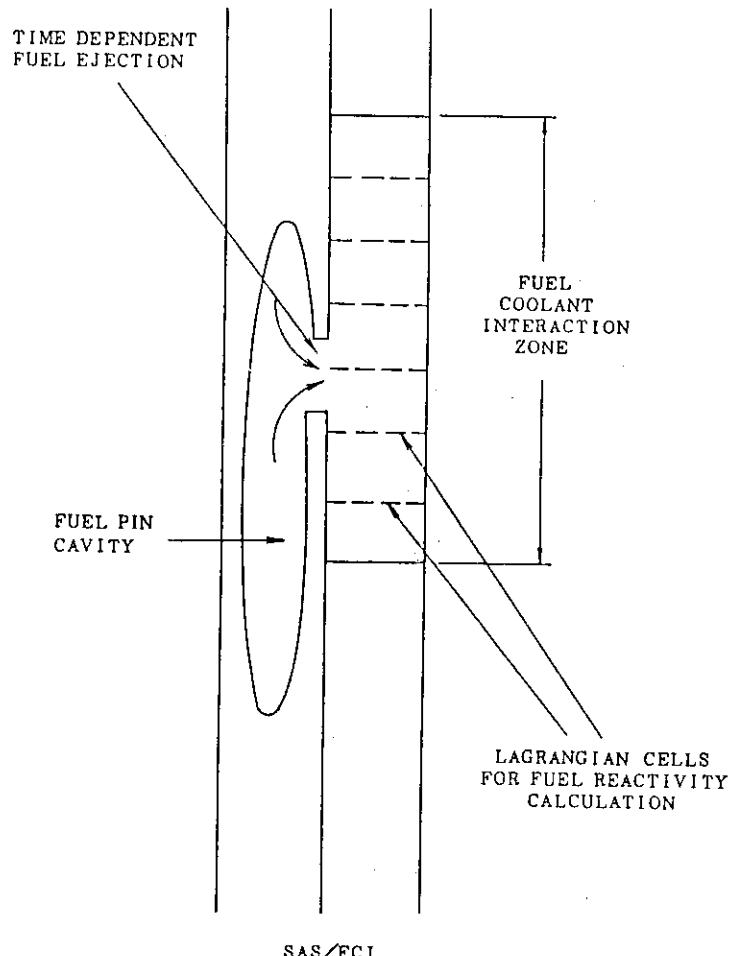


Fig. 13 SAS 3 DのFCI モデル

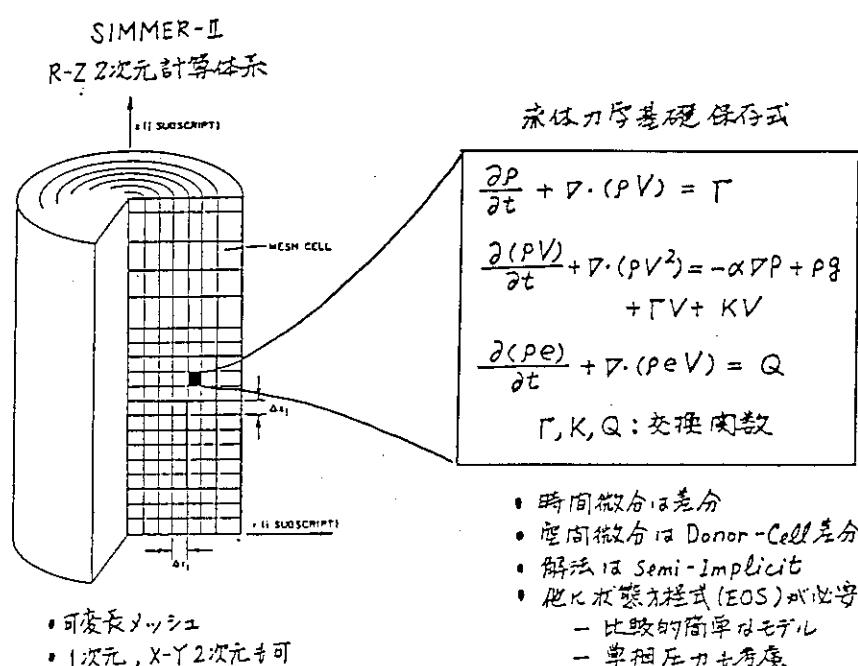


Fig. 14 SIMMER-II の計算体系と基礎式

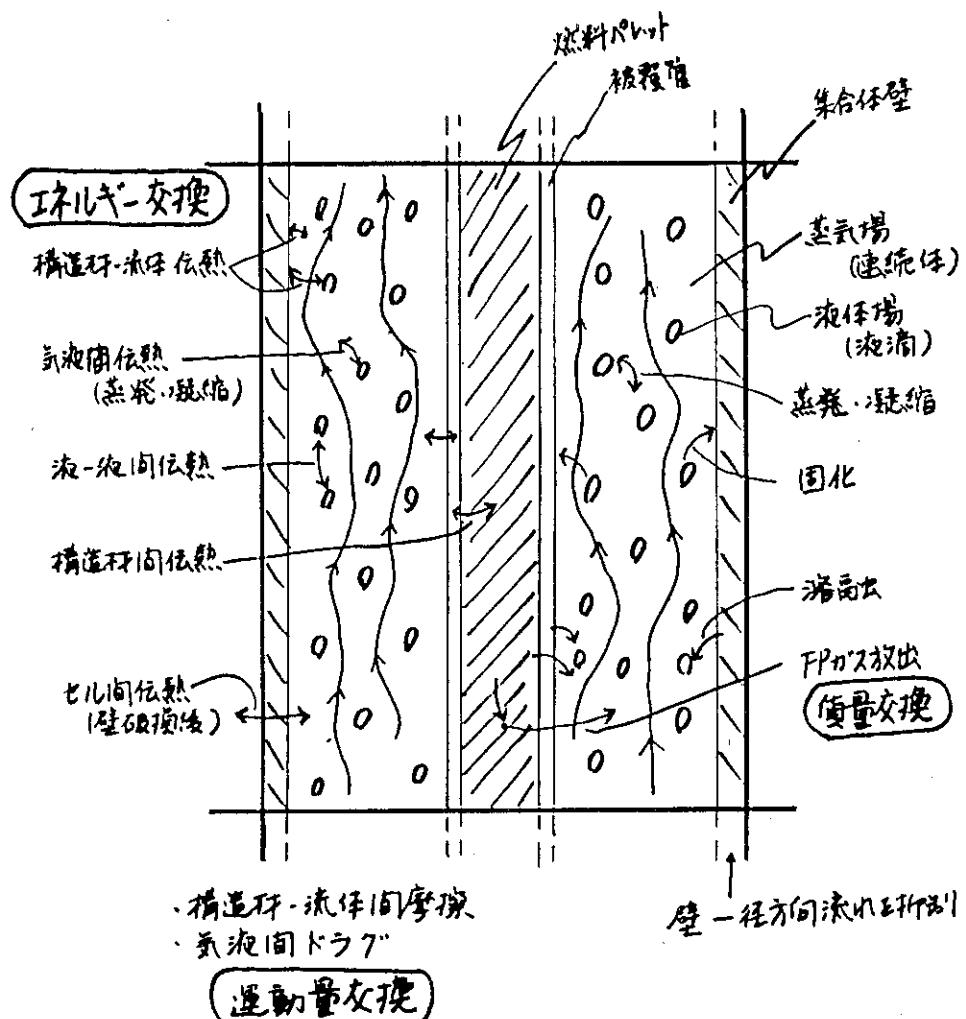


Fig. 15 SIMMER-II の交換関数モデルの模式図

## 4.4 一般化感度解析手法の過渡時熱水力問題への適用\*

白川典幸<sup>+</sup>, 大田修一<sup>+</sup>, 梶原 晃<sup>+</sup>

一般化感度解析手法は、解析対象方程式系が含む種々のパラメータの指定された応答に対する線型感度を対象方程式の解とその随伴解を利用して求めるものである。随伴系は、対象系のパラメータに関する微分をとった系について構成される。この手法によると系が含む全てのパラメータの感度が、前進解と、指定した応答に対する随伴解を用いて1度の計算で求められる。ここでは非線型系に対して展開された本手法の基礎理論を、関数解析の立場から明らかにし、簡単な過渡時熱水力問題への適用例を説明する。

## Applications of Generalized Sensitivity Analysis Method

to the Transient Thermal-Hydraulic Problem

Noriyuki SHIRAKAWA<sup>+</sup>, Shuichi OHTA<sup>+</sup> and Hikaru KAZIWARA<sup>+</sup>

The generalized sensitivity analysis method (GSAM) generates linear sensitivities of system parameters to a designated response functional by utilizing forward and adjoint solutions. The adjoint system is derived with regard to the forward system differentiated by any system parameters. This method provides us with all the parameter sensitivities in a single forward and adjoint calculation. Basic theory of the GSAM is described here in terms of functional analysis. And then the application of the GSAM to a simple thermal-hydraulics problem is described.

## 1. 序論

原子力開発に用いられる解析コードは近年ますます大型化し、設計・解析に欠くことのできない感度解析に要するコストは膨大なものになりつつある。一般化感度解析手法（以下GSAMと略す）は、感度解析のコスト低減のために開発された手法のひとつで、ORNALで理論展開と解析コードへの適用が継続してきた。

GSAMは、解析対象方程式系が含む種々のパラメータの指定された応答に対する線型感度を、随伴系を利用して求める手法である。指定された応答汎関数について一度随伴解を求めておけば、全てのパラメータの感度が前進解と随伴解を用いた数値積分で得られることが、この手法の特徴である。また随伴解は、時空間上の或る位置に置かれた測定器（以下の例では熱電対）への、一

\* PNC大洗工学センター安全工学部炉心安全工学室からの受託研究 (SJ 901 84-07) の一部を許可を得て引用した。

<sup>+</sup> NAIG総合研究所

種の importance 分布を示しており、実験解析等に強力な情報を提供すると考えられる。

ここでは、E. M. Oblow<sup>(1)</sup>とD. G. Cacuci<sup>(2)</sup>の研究に基いて、第2節で基礎理論を説明する。第3節では関数解析の立場から随伴系のソース項の同定について説明する。また GSAM を適用する際の手順を示す。第4節で1次元過渡熱水力問題に対する定式化を述べる。随伴解及び感度計算結果は第5節で示す。また GSAM を用いて対象系のパラメータ構造をサーチする例を示す。

## 2. 理論展開(1)

### (1) 問題の設定

#### (i) 対象方程式系 (Forward System)

$$N[X(\rho), \alpha] = Q[X(\rho), \alpha] \quad (2-1)$$

$$B[X(\rho^s), \alpha] = 0 \quad (2-2)$$

$\rho = (\rho_1, \dots, \rho_J)^T$  : 位相空間の位置ベクトル

$\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_I)^T$  : 感度パラメータベクトル

$X(\rho) = [X_1(\rho), \dots, X_K(\rho)]^T$  : 状態ベクトル

$N = [N_1, \dots, N_K]$  : 任意の非線型オペレータ

$\rho^s$  : 位相空間上の境界

#### (ii) 応答汎関数

$$R[X, \alpha] = \int_{\rho} F[X(\rho), \alpha(\rho), \rho] d\rho \quad (2-3)$$

$F$  : 任意の関数

#### (iii) 問題

$\Gamma = (X, \alpha)$ ,  $\Gamma + \delta \Gamma = (X + \delta X, \alpha + \delta \alpha)$  として,

$$\begin{aligned} \delta R[\Gamma; \delta \Gamma] &= \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{R[\Gamma + \epsilon \delta \Gamma] - R[\Gamma]}{\epsilon} \\ &= \frac{d}{d\epsilon} R[\Gamma + \epsilon \delta \Gamma] \Big|_{\epsilon=0} \quad (\text{1次 Gateau 微分})^{(*)} \\ &= \int_{\rho} F'_x \delta X(\rho) d\rho + \int_{\rho} F'_\alpha \delta \alpha(\rho) d\rho \\ &= \langle F'_x, \delta X \rangle + \langle F'_\alpha, \delta \alpha \rangle \end{aligned} \quad (2-4)$$

を求める ( $F'_x$  は  $F$  の  $X$  に関する Fréchet 微分)。

### (2) GSAMによる定式化

#### (i) Differential Forward Systemの導入

(2-1), (2-2) 式の Fréchet 微分をとる;

\* 定義は本節末尾の (注) に述べた。

$$N'_x \delta X = (Q'_\alpha - N'_\alpha) \delta \alpha \quad (2-5)$$

$$B'_x \delta X = -B'_\alpha \delta \alpha \quad (2-6)$$

$L \equiv N'_x$ ,  $S \equiv Q'_\alpha - N'_\alpha$  とおくと,

$$L \delta X = S \delta \alpha \quad (2-7)$$

(2-7), (2-6) 式は  $\delta X$  に関して線型系。

この段階で  $\delta X$  を求める手法を Forward Sensitivity Analysis という。但し、

$$\delta X = X'_\alpha \delta \alpha \quad (2-8)$$

であるから、ひとつのベクトル  $\delta \alpha$  に対して、1回計算が必要。

### (ii) 随伴オペレータ $L^*$ の導入

$$\langle L^* \phi, \delta X \rangle = \langle \phi, L \delta X \rangle + P[\phi, \delta X] \quad (2-9)$$

$\phi$  :  $\delta X$  の随伴関数

$P$  : 境界積分項

$$\langle \phi, \varphi \rangle \equiv \int_{\partial} \phi \varphi d\rho$$

### (iii) 随伴系のソースと境界条件の設定

$$L^* \phi = S^* \quad (2-10)$$

$$B^* \phi = 0 \quad (2-11)$$

$B^*$  は次のように決定する;

①  $B^*$  は  $\delta \alpha$ ,  $\delta X$  に依存しない、

② 境界積分項に含まれる未知量  $\delta X$  を消去する。

→ 随伴系の境界条件の設定から時空反転系が自然に導入される。

境界条件から  $\phi$  の関数のみとなった境界積分項を  $\hat{P}$  で表わすと、(2-9) 式は、

$$\langle S^*, \delta X \rangle = \langle \phi, L \delta X \rangle + \hat{P}[\phi]. \quad (2-12)$$

(2-4) 式と比較すると、随伴系のソースを、

$$S^* = F'_x \quad (2-13)$$

とすると、(2-12) 式は  $\delta R_x = \langle F'_x, \delta X \rangle$  となる。

故に  $\delta R_\alpha = \langle F'_\alpha, \delta \alpha \rangle$  とおくと、結局 (2-4) 式は、

$$\delta R = \delta R_\alpha + \langle \phi, S \delta \alpha \rangle + \hat{P}[\phi]. \quad (2-14)$$

→  $\phi$  が求まれば、任意の  $\delta \alpha$  について  $\delta R$  が求まる。

但し、(2-14) 式の計算には、Forward 解  $X$  が必要。

\* ) (注)

① Gâteau 微分

線型ノルム空間  $X$  の部分集合  $D$  で定義された汎関数を  $J$  で表わす。 $x \in D$ ,  $h \in X$  なるベクトルとして、

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{J(x + \epsilon h) - J(x)}{\epsilon} = \frac{d}{d \epsilon} J(x + \epsilon h) \Big|_{\epsilon=0}$$

が存在するとき、これを  $\delta J(x, h)$  と書き  $J$  の  $x$  での Gâteau 微分と呼ぶ。

## ② Fréchet 微分

$J$  を上記の汎関数として,

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{J(x+h) - J(x) - dJ(x; h)}{\|J\|} = 0$$

なる連続線型汎関数  $dJ(x; h)$  が存在するとき  $J$  は  $x$  で Fréchet 微分可能という。この条件は次のように書いてもよい;

$$\left. \begin{aligned} J(x+h) &= J(x) + dJ(x; h) + E(x; h) \|h\| \\ \lim_{h \rightarrow 0} E(x; h) &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Fréchet 微分の線型性

$$dJ(x; a_1h_1 + a_2h_2) = a_1 dJ(x; h_1) + a_2 dJ(x; h_2),$$

及び連続性

$$|dJ(x; h)| \leq M \|h\| \quad (M: \text{定数}),$$

より,  $J$  が Fréchet 微分可能なら, Gâteau 微分も存在して,

$$\delta J(x; h) = dJ(x; h)$$

が成立つ;

$$\frac{J(x+\varepsilon h) - J(x)}{\varepsilon} = dJ(x; h) + E(x; \varepsilon h) \frac{\|h\| - |\varepsilon|}{\varepsilon},$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} E(x; \varepsilon h) \frac{|\varepsilon|}{\varepsilon} = 0 \quad \text{であるから}$$

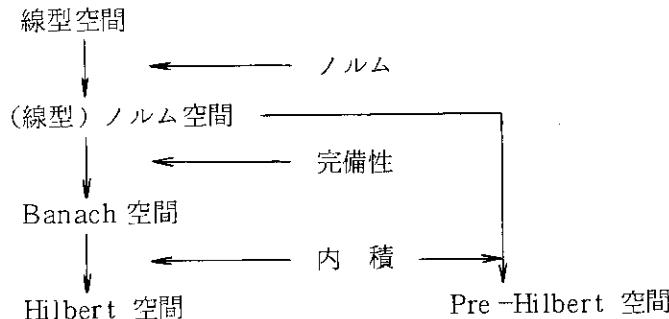
$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{J(x+\varepsilon h) - J(x)}{\varepsilon} = dJ(x; h).$$

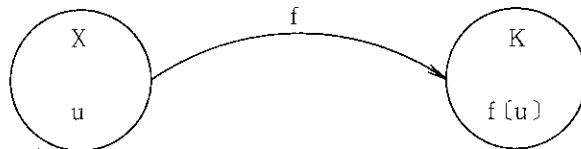
## 3. 理論展開(2)

(1) 理論展開(1)での仮定;

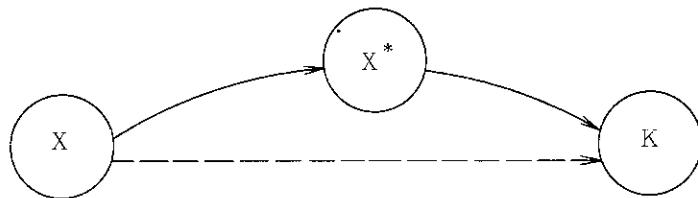
- ①  $N, Q, B, F$  の Fréchet 微分の存在,
- ②  $X, \alpha, L, L^*$  等は Hilbert 空間の要素である。

(2) 用語の説明



(i) 汎関数；関数空間  $X$  から数空間  $K$  への写像

(ii) 共役空間；線型ノルム空間  $X$  から  $Y$  への線型写像の集合を  $L(X, Y)$  で表わす。 $X$  が関数空間のとき， $L(X, K)$  は線型汎関数の集合となり，これを  $X$  の共役空間  $X^*$  という。



## (3) 随伴系のソース項の同定

(2-13) 式は，随伴系のソース項は応答関数  $F$  の  $X$  に関する Fréchet 微分に等しいことを示している。随伴系のソース項の同定には，以下に示すロジックが在り，このロジックは実際問題に GSAM を適用する際の指針となり得るものである。

2つの線型ノルム空間  $X, Y$  を考える (Fig. 1a 参照)。  $X$  から  $Y$  への線型写像  $T$  によって  $u \in X$  は  $Tu \in Y$  に写像される。ここで， $X, Y$  を Hilbert 空間に制限すると， $Y$  から実数空間  $K$  への写像は内積で表わされ，

$$\langle Tu, f \rangle = \alpha \in K$$

を充す  $Y$  の共役空間  $Y^*$  の元  $f$  が unique に存在する (Riesz の表現定理)。 $\langle Tu, f \rangle$  は  $u$  の線型汎関数でもあるから，

$$\varphi(u) = \langle Tu, f \rangle$$

なる  $X^*$  の元  $\varphi$  が存在する。従って再び Riesz の表現定理により，

$$\varphi(u) = \langle u, \varphi \rangle = \langle Tu, f \rangle = \alpha$$

となる。これより

$$\varphi = T^* f$$

となることが分る。以上の関係が Fig. 1a に示してある。

次に GSAM の場合を考える (Fig. 1b 参照)。2つの Hilbert 空間  $X, Y$  に対して， $\delta X \in X$  から  $S \delta \alpha \in Y$  への線型写像  $L$  が  $X$  上で定義されている。Fig. 1a と同様に， $Y$  から  $K$  への写像を考えると，上記  $\alpha$  を  $\delta R_x$  として

$$\langle \phi, S \delta \alpha \rangle = \delta R_x \in K$$

なる  $\phi$  が unique に存在する。一方，(2-4) 式より

$$\delta R_x = \langle F'_x, \delta X \rangle$$

であったから， $F'_x$  は  $X^*$  の元で，

$$\langle F'_x, \delta X \rangle = \langle \phi, S \delta \alpha \rangle$$

が成立つ。従って Fig. 1b によれば，

$$F'_x = L^* \phi$$

を得る。即ち、 $L$ の共役写像 $L^*$ は、 $Y$ の共役空間 $Y^*$ の元 $\phi$ に作用し、そのソース項は $F'_x$ であることが分った。要は、 $S\delta\alpha$ から $K$ への写像に際して、 $\delta R_x \in K$ を選ぶと、 $Y^*$ の元 $\phi$ がunique に定まり、 $L^* \phi$ のソース項は $F'_x$ に限定されるということである。

なお、Fig. 2にGSAMを適用する際のスキームをまとめておいた。

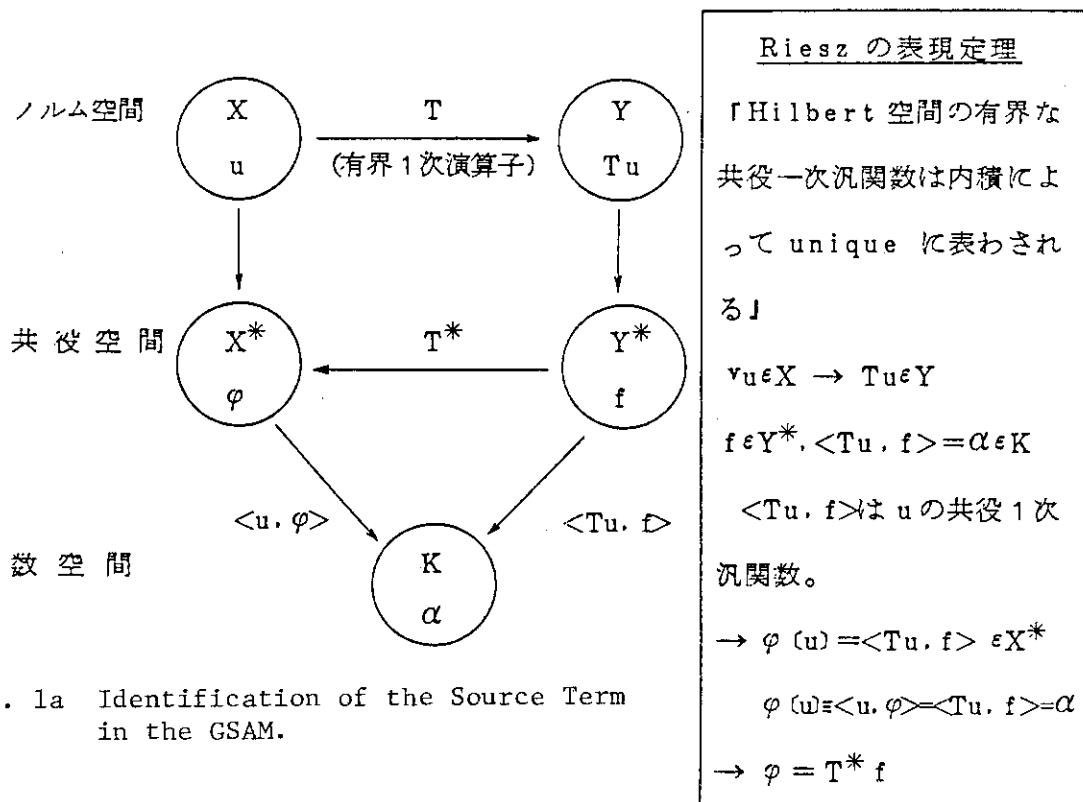


Fig. 1a Identification of the Source Term in the GSAM.

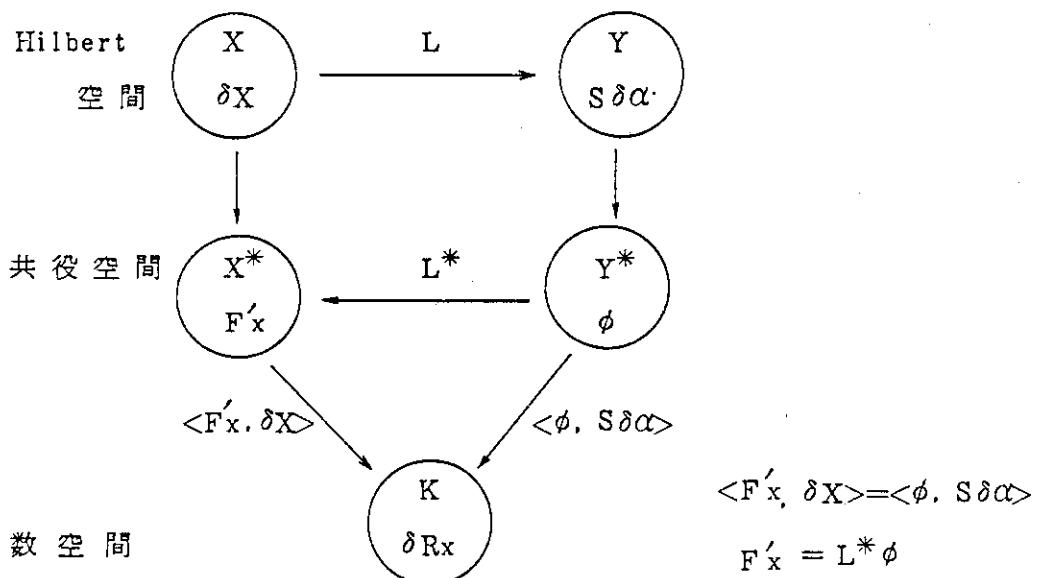


Fig. 1b Identification of the Source Term in the GSAM.

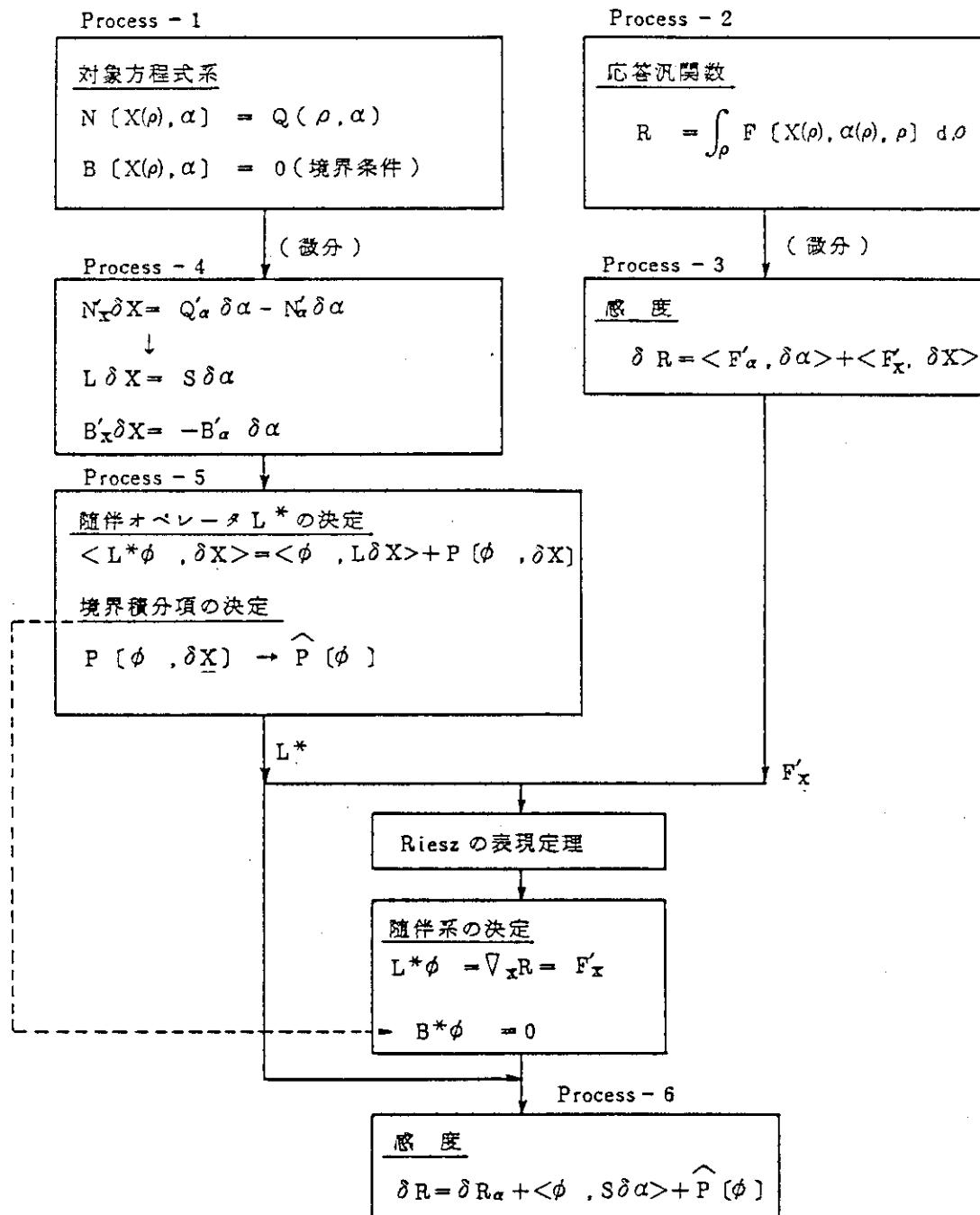


Fig. 2 Procedure of GSAM

#### 4. 1次元過渡熱水力問題への適用

所謂単ピン単チャネルモデルにGSAMを適用する。計算体系図をFig. 3に示す。チャネル周囲のstructureはモデルに含めていない。基礎式は通常の表記法に従っているので説明は省略する。式の展開は、GSAMの適用過程を示したFig. 2に従っている。なお、前節で用いた記号 $\phi$ は本節の(4-22)式等においては $\phi^*$ に相当していることに注意されたい。随伴系の境界条件は(4-25), (4-27)式から分るように、forward系の初期条件に相当して、「終」条件が現われ、入口温度境界条件に対して出口温度境界条件が現われる。このことから示唆されるように、随伴系を解くときは、時空反転を行うとforward系の数値計算法と殆ど同じスキームを用いることができる(Fig. 4参照)。

以下に述べる式の展開で、定常状態は省略したが、過渡時の境界項の計算には、定常随伴解が必要であり、(4-34)式から定常随伴系のソースが決まることを付け加えておく。

##### (1) Process - 1 ……方程式系の設定

###### (a) 燃料ピン

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r k \frac{\partial T}{\partial r}) = Q \quad (4-1)$$

$$(0 < r < R_f, R_g < r < R, 0 < z < L, 0 < t < t_f)$$

$$T(r, z, 0) = T_0(r, z) \quad (0 < r < R, 0 < z < L)$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0 \\ r k \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R_f} = r k \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R_g} \\ k \frac{\partial T}{\partial r} + h_g T \Big|_{r=R_f} \\ k \frac{\partial T}{\partial r} + h_c T \Big|_{r=R} = h_c T_c \end{array} \right\} \quad (4-2)$$

$$(0 < z < L, 0 < t < t_f)$$

###### (b) 冷却材

$$\frac{\partial}{\partial t} (A \rho C_p T_c) + \frac{\partial}{\partial z} (w C_p T_c) + 2 \pi R h_c T_c = 2 \pi R h_c T(R, z, t) \quad (4-3)$$

$$(0 < z < L, 0 < t < t_f)$$

$$\left. \begin{array}{l} T_c(z, 0) = T_{co}(z) \quad (0 < z < L) \\ T_c(0, t) = T_{ci}(t) \quad (0 < t < t_f) \end{array} \right\} \quad (4-4)$$

## (2) Process - 2 .....応答の設定

$$R = 2 \pi \int_r \int_z \int_t f(r, z, t) T(r, z, t) dr dz dt + \int_z \int_t g(z, t) T_c(z, t) dz dt \quad (4-5)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} f(r, z, t) = \frac{1}{2 \pi r} \delta(r - r_0) \delta(z - z_0) \delta(t - t_0) \\ \text{但し, } r_0, z_0, t_0 \text{ 位相空間に於ける燃料ピン温度の位置} \end{array} \right. \quad (4-6)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} g(z, t) = \delta(z - z_1) \delta(t - t_1) \\ \text{但し, } z_1, t_1 \text{ 位相空間に於ける冷却材温度の位置} \end{array} \right. \quad (4-7)$$

## (3) Process - 3 .....応答の微分

$$F_p[X(\rho), \alpha(\rho), \rho] = f(r, z, t) T(r, z, t) \quad (\text{燃料ピン}) \quad (4-8)$$

$$F_c[X(\rho), \alpha(\rho), \rho] = g(z, t) T_c(z, t) \quad (\text{冷却材}) \quad (4-9)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} F'_{p\alpha} = \frac{\partial f}{\partial \alpha} \cdot T + f \cdot \frac{\partial T}{\partial \alpha} = 0 \\ F'_{px} = f(r, z, t) \end{array} \right. \quad (4-10)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} F'_{c\alpha} = 0 \\ F'_{cx} = g(z, t) \end{array} \right. \quad (4-11)$$

## (4) Process - 4 .....方程式系の微分, ソース項の決定

## (a) 燃料ピン

$$\frac{\partial T(r, z, t)}{\partial \alpha} \equiv \phi \quad (4-12)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho C_p \phi) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \frac{\partial (k \phi)}{\partial r}) = S_\phi \quad (4-13)$$

$$\phi(r, z, 0) = \phi_0(r, z)$$

$$\left. \begin{array}{l} \left[ \frac{\partial}{\partial r} (k \phi) \right]_{r=0} = 0 \\ \left[ r \frac{\partial}{\partial r} (k \phi) \right]_{r=R_f} = \left[ r \frac{\partial}{\partial r} (k \phi) \right]_{r=R_g} + a \\ \left[ \frac{\partial}{\partial r} (k \phi) + h'_g \phi \right]_{r=R_f} = [h'_g \phi]_{r=R_g} + b \end{array} \right\} \quad (4-14)$$

$$\left[ \frac{\partial}{\partial r} (k \phi) + h_c \phi \right]_{r=R} = h'_c \chi + c$$

$$\begin{aligned} \phi_0 &= \frac{\partial T_0}{\partial \alpha} \\ a = a(z, t) &\equiv \left[ r \frac{\partial k}{\partial \alpha} \frac{\partial T}{\partial r} \right]_{r=R_g} - \left[ r \frac{\partial k}{\partial \alpha} \frac{\partial T}{\partial r} \right]_{r=R_f} \\ b = b(z, t) &\equiv \left[ \frac{\partial h_g}{\partial \alpha} T \right]_{r=R_g} - \left[ \frac{\partial h_g}{\partial \alpha} T + \frac{\partial k}{\partial \alpha} \frac{\partial T}{\partial r} \right]_{r=R_f} \quad (4-16) \\ c = c(z, t) &\equiv \left[ -\frac{\partial h_c}{\partial \alpha} (T - T_c) - \frac{\partial k}{\partial \alpha} \frac{\partial T}{\partial r} \right]_{r=R} \\ h'_g = h'_g(z, t) &= h_g + \frac{\partial h_g}{\partial T} T \\ h'_c = h'_c(z, t) &= h_c - \frac{\partial h_c}{\partial T_c} (T - T_c) \quad |_{r=R} \end{aligned}$$

(b) 冷却材

$$\frac{\partial T_c(z, t)}{\partial \alpha} \equiv \chi \quad (4-18)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} [(A\rho C_p)' \chi] + \frac{\partial}{\partial z} [(wC_p)' \chi] + 2\pi R h' c \chi = 2\pi R h c \phi(R, z, t) + S_\chi \quad (4-18)$$

$$\begin{aligned} \chi(z, o) &= \chi_0(z) \\ \chi(o, t) &= \chi_1(t) \end{aligned}$$

$$S_\chi = S_\chi(z, t) \equiv \left[ 2\pi R \frac{\partial h_c}{\partial \alpha} (T - T_c) \right]_{r=R} - \frac{\partial}{\partial t} \left[ T_c \frac{\partial}{\partial \alpha} (A\rho C_p) \right] - \frac{\partial}{\partial z} \left[ T_c \frac{\partial}{\partial \alpha} (wC_p) \right] \quad (4-20)$$

$$\begin{aligned} (A\rho C_p)' &= (A\rho C_p)'(z, t) \equiv A\rho C_p + T_c \frac{\partial}{\partial T_c} (A\rho C_p) \\ (wC_p)' &= (wC_p)'(z, t) \equiv wC_p + T_c \frac{\partial}{\partial T_c} (wC_p) \end{aligned}$$

$$\chi_0 = \frac{\partial T_{co}}{\partial \alpha}$$

$$\chi_1 = \frac{\partial T_{ci}}{\partial \alpha}$$

(5) Process-5 における  $L^*$  及び境界積分項  $P[\phi^*, \phi]$ ,  $P'[\chi^*, \chi]$  の決定

$$(\phi^*, L\phi) = (L^*\phi^*, \phi) - P[\phi^*, \phi] \quad (4-22)$$

$$(\chi^*, M\chi) = (M^*\chi^*, \chi) - P'[\chi^*, \chi] \quad (4-23)$$

(a) 燃料の随伴方程式と境界条件

(随伴方程式)

$$L^*\phi^* \equiv -(\rho C_p) \frac{\partial \phi^*}{\partial t} - \frac{1}{r} k \frac{\partial}{\partial r} (r \frac{\partial \phi^*}{\partial r}) = f \quad (4-24)$$

(境界条件)  $t_f$  : final time

$$[\phi^*]_{t=t_f} = 0 \quad (0 < r < R, 0 < z < L)$$

$$[\frac{\partial \phi^*}{\partial r}]_{r=0} = 0$$

$$[rk \frac{\partial \phi^*}{\partial r}]_{r=R_f} = [rk \frac{\partial \phi^*}{\partial r}]_{r=R_g} \quad \left. \right\} (0 < z < L, 0 < t < t_f) \quad (4-25)$$

$$[k \frac{\partial \phi^*}{\partial r} + h'_g \phi^*]_{r=R_f} = [h'_g \phi^*]_{r=R_g}$$

$$[k \frac{\partial \phi^*}{\partial r} + h_c \phi^*]_{r=R} = h_c \chi^*$$

(b) 冷却材の随伴方程式と境界条件

(随伴方程式)

$$M^*\chi^* \equiv -(A\rho C_p)' \frac{\partial \chi^*}{\partial t} - (wC_p)' \frac{\partial \chi^*}{\partial z} + 2\pi Rh'_c \chi^* \\ = g + [2\pi h'_c (r \phi^*)]_{r=R} \quad (4-26)$$

(境界条件)

$$[\chi^*]_{t=t_f} = 0 \quad (0 < z < L) \quad (4-27)$$

$$[\chi^*]_{z=L} = 0 \quad (0 < t < t_f)$$

(c) 境界項 :  $P[\phi^*, \phi]$ ,  $P'[\chi^*, \chi]$ 

$$P_0 [\phi^*, \phi] = \int_0^L \int_0^{R_f} [\rho C_p \phi \phi^*]_{t=0} 2\pi r dr dz$$

$$+ \int_0^L \int_{R_g}^R [\rho C_p \phi \phi^*]_{t=0} 2\pi r dr dz \quad (4-28)$$

$$P'_0 [\chi^*, \chi] = \int_0^L [(\Lambda \rho C_p)' \chi \chi^*]_{t=0} dz \quad (4-29)$$

$$P_t [\phi^*] = 2\pi \int_0^{t_f} \int_0^L [(a - R_f b) \phi^*]_{R_g^+} + [R_f b \phi^*]_{R_f^-} + c (\chi \phi^*)_R dz dt \quad (4-30)$$

$$P'_t [\chi^*] = \int_0^{t_f} [\chi^* \chi (w C_p)']_{z=0} dt \quad (4-31)$$

$$P [\phi^*, \phi] = P_0 [\phi^*, \phi] + P_t [\phi^*] \quad (4-32)$$

$$P' [\chi^*, \chi] = P'_0 [\chi^*, \chi] + P'_t [\chi^*] \quad (4-33)$$

(d) 定常の境界項 :  $P_0 [\phi^*, \phi]$ ,  $P'_0 [\chi^*, \chi]$

$$\begin{aligned} \frac{d \tilde{R}}{d \alpha} &\equiv P_0 [\phi^*, \phi] + P'_0 [\chi^*, \chi] \\ &= \int_0^L \int_0^{R_f} [\rho C_p \phi^* \tilde{\phi}]_{t=0} 2\pi r dr dz + \int_0^L \int_{R_g}^R [\rho C_p \phi^* \tilde{\phi}]_{t=0} 2\pi r dr dz \\ &+ \int_0^L [(\Lambda \rho C_p)' \chi^* \tilde{\chi}]_{t=0} dz \\ &= \langle \rho C_p \phi^*, \tilde{\phi} \rangle + \langle (\Lambda \rho C_p)' \chi^*, \tilde{\chi} \rangle \\ &= \langle \tilde{\phi}^*, \tilde{S}_\phi \rangle + \langle \tilde{\chi}^*, \tilde{S}_\chi \rangle + \tilde{P} [\tilde{\phi}^*, \tilde{\phi}] + \tilde{P}' [\tilde{\chi}^*, \tilde{\chi}] \quad (4-34) \end{aligned}$$

但し,  $\tilde{\phi}, \tilde{\phi}^*$  .....定常状態に於ける燃料ピッキン温度の微分 ( $= \partial T / \partial \alpha$ ) 及びその随伴関数 (但し,  $\phi^*$  は  $t=0$  に於ける過渡時の随伴関数の値であり一般に  $\tilde{\phi}^*$  とは異っている)

$\tilde{\chi}, \tilde{\chi}^*$  .....定常状態に於ける冷却材温度の微分 ( $= \partial T_c / \partial \alpha$ ) 及びその随伴関数 ( $\chi^*$  も  $\phi^*$  と同様)

$\tilde{P} [\tilde{\phi}^*, \tilde{\phi}]$  .....燃料ピッキンに対する境界積分項

$\tilde{P}' [\tilde{\chi}^*, \tilde{\chi}]$  .....冷却材に対する境界積分項

(6) Process - 6 .....感度の計算

$$\begin{aligned} \delta R &= \langle \phi^*, S_\phi \rangle_f + \langle \phi^*, S_\phi \rangle_{cl} + \langle \chi^*, S_\chi \rangle_c \\ &+ P[\phi^*, \phi]_f + P[\phi^*, \phi]_{cl} + P[\chi^*, \chi]_c \end{aligned}$$

但し, サフィックス  $\begin{cases} f = \text{燃料温度} \\ cl = \text{被覆管温度} \\ c = \text{冷却材温度} \end{cases}$

[感度係数]

$$\frac{dR}{d\alpha} = \frac{\partial R}{\partial \alpha} + \frac{\partial R}{\partial Q} + \frac{\partial R}{\partial (\rho C_p)_p} + \frac{\partial R}{\partial k_p} + \frac{\partial R}{\partial h_g} + \frac{\partial R}{\partial h_c} + \frac{\partial R}{\partial (AC_p\rho)_c}$$

$$+ \frac{\partial R}{\partial (wC_p)_c} + \frac{\partial R}{\partial (T_{ci})}$$

$$\frac{\partial R}{\partial \alpha} \equiv \text{(Direct term)}$$

$$= 2\pi \int_0^R \int_0^L \frac{\partial f}{\partial \alpha} T r d r d z d t + \int_0^L \int_0^{t_f} \frac{\partial g}{\partial \alpha} T_c d z d t$$

$$\frac{\partial R}{\partial Q} \equiv \text{(燃料又は発熱量に対する感度係数)}$$

$$= 2\pi \left\{ \int_0^{t_f} \int_0^L \int_0^{R_f} \phi^* \frac{\partial Q}{\partial \alpha} r d r d z d t + \int_0^L \int_0^{R_f} \tilde{\phi}^* \frac{\partial Q}{\partial \alpha} r d r d z \right\}$$

$$= 2\pi \left\{ \int_0^{t_f} \int_0^L \int_{R_g}^R \phi^* \frac{\partial Q}{\partial \alpha} r d r d z d t + \int_0^L \int_{R_g}^R \tilde{\phi}^* \frac{\partial Q}{\partial \alpha} r d r d z \right\}$$

$$\frac{\partial R}{\partial (\rho C_p)_p} \equiv \text{(燃料, 被覆管の熱容量に対する感度係数)}$$

$$= -2\pi \int_0^{t_f} \int_0^L \int_0^{R_f} \phi^* \frac{\partial T}{\partial t} \frac{\partial}{\partial \alpha} (\rho C_p)_p r d r d z d t$$

$$-2\pi \int_0^{t_f} \int_0^L \int_{R_g}^R \phi^* \frac{\partial T}{\partial t} \frac{\partial}{\partial \alpha} (\rho C_p)_p r d r d z d t$$

$$\frac{\partial R}{\partial k_p} \equiv \text{(燃料, 被覆管の熱伝導率に対する感度係数)}$$

$$= -2\pi \left\{ \int_0^{t_f} \int_0^L \int_0^{R_f} \frac{\partial k}{\partial \alpha} \frac{\partial T}{\partial r} \frac{\partial \phi^*}{\partial r} r d r d z d t + \int_0^L \int_0^{R_f} \frac{\partial k}{\partial \alpha} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \alpha} \frac{\partial \tilde{\phi}^*}{\partial \alpha} r d r d z \right\}$$

$$-2\pi \left\{ \int_0^{t_f} \int_0^L \int_{R_g}^R \frac{\partial k}{\partial \alpha} \frac{\partial T}{\partial r} \frac{\partial \phi^*}{\partial r} r d r d z d t + \int_0^L \int_{R_g}^R \frac{\partial k}{\partial \alpha} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \alpha} \frac{\partial \tilde{\phi}^*}{\partial \alpha} r d r d z \right\}$$

$$\frac{\partial R}{\partial h_g} \equiv \text{(ギャップコンダクタンスに対する感度係数)}$$

$$= -2\pi \int_0^{t_f} \int_0^L \frac{\partial h_g}{\partial \alpha} R_f \{ T(R_f) - T(R_g) \} \{ \phi^*(R_f) - \phi^*(R_g) \} d z d t$$

$$-2\pi \int_0^L \frac{\partial h_g}{\partial \alpha} R_f \{ T(R_f) - T(R_g) \} \{ \tilde{\phi}^*(R_f) - \tilde{\phi}^*(R_g) \} d z$$

$$\frac{\partial R}{\partial h_c} \equiv \text{(冷却材熱伝達係数に対する感度係数)}$$

$$= -2\pi \int_0^{t_f} \int_0^L \frac{\partial hc}{\partial \alpha} [r (T - T_c) (\phi^* - \chi^*)]_{r=R} dz dt$$

$$- 2\pi \int_0^L \frac{\partial hc}{\partial \alpha} [r (\tilde{T} - \tilde{T}_c) (\tilde{\phi}^* - \tilde{\chi}^*)]_{r=R} dz$$

$$\frac{\partial R}{\partial (A\rho C_p)_c} \equiv (\text{冷却材熱容量に対する感度係数})$$

$$= - \int_0^{t_f} \int_0^L \chi^* \frac{\partial}{\partial t} [T_c \frac{\partial}{\partial \alpha} (A\rho C_p)_c] dz dt$$

$$\frac{\partial R}{\partial (wC_p)_c} \equiv (\text{冷却材(流量) \times (比熱)に対する感度係数})$$

$$= - \int_0^{t_f} \int_0^L \chi^* \frac{\partial}{\partial z} [T_c \frac{\partial}{\partial z} (wC_p)_c] dz dt$$

$$- \int_0^L \tilde{\chi}^* \frac{\partial}{\partial z} [\tilde{T}_c \frac{\partial}{\partial z} (wC_p)_c] dz$$

$$\frac{\partial R}{\partial (T_{ci})} \equiv (\text{冷却材入口温度に対する感度係数})$$

$$= \int_0^{t_f} \frac{\partial T_{ci}}{\partial \alpha} [\chi^* (wC_p)'_c]_{z=0} dt + \frac{\partial \tilde{T}_{ci}}{\partial \alpha} [\tilde{\chi}^* (wC_p)'_c]_{z=0}$$

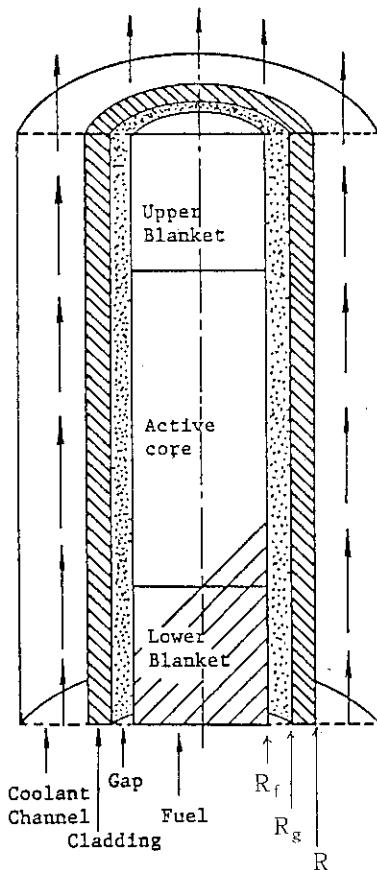


Fig. 3 Typical Geometric Configuration  
of a Fuel-coolant Channel

〈数値解析方法〉

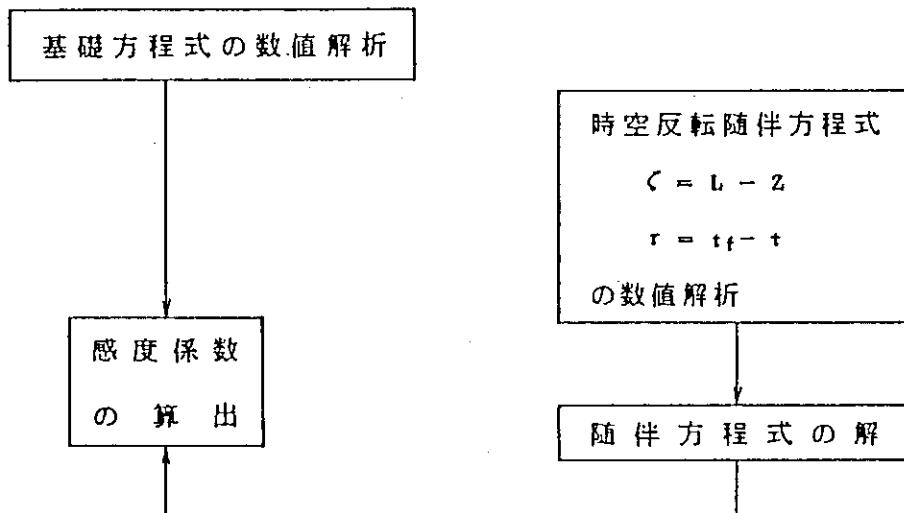


Fig. 4 Numerical Calculation Scheme in the GSAM

## 5. 随伴解と感度解析結果

例題として、Fig. 5 に示すような緩やかな TOP 事象を解析した。Forward 解の過渡挙動を Fig. 6 に示す。ピーク温度に対するパラメータ感度を見るため図示した位置で応答汎関数を定義した。

定常 forward 解（即ち空間温度分布）を Fig. 7 に示す。定常での応答は、最大燃料（及び被覆管）温度位置で定義している。Fig. 8 は最大燃料温度位置に置かれた感度測定器に対する一種の importance 分布であり、単位は  $(^{\circ}\text{C} / \text{w})$  で表示されている。この importance は定式化から分るように任意のパラメータが応答に及ぼす測度であり、個別パラメータの感度は前述の感度定式化に従って計算される。Fig. 9 は最大被覆管温度位置に置かれた測定器への importance 分布を示す。

Fig. 10 は過渡時のピーク燃料温度位置への importance の時空分布を示す。同図(a), (b)の矢印は対応する位置を示している。Fig. 11 はピーク被覆管温度位置への importance 分布を示す。同図(a), (b)の矢印は Fig. 10 と同様である。同図(a)' は(a)を反対方向から見たものである。

ここで示した importance 分布は、解析モデルの特性と物理現象に対する洞察を与えてくれる。Table 1 は一例としてピーク燃料温度に対する各種パラメータの感度係数を示したものである。同表には、パラメータを変動させた時の直接計算結果も示してある。Case - 1 は  $k_f$ ,  $\rho C_p$  等の物性値の温度依存性を除いて定数を用いた場合の結果で、直接計算との一致は非常に良い。Case - 2 は物性値の温度依存性を取り入れた場合の結果で  $Q_f$ ,  $k_f$ ,  $h_g$  のように温度への影響の非線型性が強いパラメータでは 20 %程度変動させると 1~2 %程度の差異を生ずる。

このように見えてくると、GSAM では直接計算で確認しなければ非線型性を把握できない印象を与えるかも知れないが、そうではない。そこで次に解析対象系のパラメータ構造の把握に GSAM がどの程度有効であるかを述べておく。Fig. 12 は 2 つのパラメータについて応答との関連を図示したものである。 $X_1 = (X_{i1}, X_{j1})$  で直接計算を行い、対応する随伴系を解くことにより 1 次の感度が求まったとする。それは  $X_1$  で応答面の接平面が求められたことである。次に他のもう 1 点 ( $X_2$ ) で接平面を求めたとする。パラメータの感度が  $X_1$  と  $X_2$  で変化しなければ、それは応答に関して線型パラメータであり、他のパラメータとの相関も無いことを意味している。変化すれば、高次項の寄与が存在することになる。Table 2 は  $k_f$  と  $Q_f$  について、このような 2 点での直接計算から感度を求めた結果である。Table 2 の Case - a は、パラメータを変化させないいわゆる Base Case で、Case - b は 2 つのパラメータを同時に、燃料中心温度の上昇する方向へシフトさせたケースである。同表で  $S(X_1)$  と  $S(X_2)$  が  $X_1$  と  $X_2$  で計算された感度係数であり、 $k_f$  で約 5 %,  $Q_f$  で約 8 % 变動している。Table 3 は上記 2 点での 1 次微分から 2 次微分を近似して温度応答を求めた結果であり、直接計算との比較で判るようにかなり改善されている。

このように GSAM は、Base Case と、全てのパラメータを変動させた 2 点での計算で、相関の無い線型パラメータを全て摘出でき、その後 1 次感度の大きい順に、非線型パラメータを変動させて計算を続けて行くと非常に効率良くパラメータ構造を把握する手段となり得る。

Table 1 Response of Each Parameter for the Peak Fuel Temperature

Position in Phase Space:  $\left\{ \begin{array}{l} I=1 \\ J=12 \end{array} \right. \text{(Fuel Center)}$   
 Time=0.76 sec

Case-1  
 Original Response  
 $=2230.0^{\circ}\text{C}$

System Parameter $\alpha$	$dR/R$	$\Delta\alpha$	R ( $\alpha+\Delta\alpha$ )		$\frac{R_1-R_2}{R_2}$ (%)
			$\alpha$ (%)	GSAM Direct calculation ( $R_1$ )    ( $R_2$ )	
Fuel	Qf (Power)	0.8251	-5.0	2138.0 2137.9	< 0.005
			5.0	2321.9 2322.1	< 0.009
			10.0	2413.9 2414.1	< 0.008
Fuel	$(C_{pp})_f$ (Heat Capacity)	-0.02606	-5.0	2232.9 2232.5	< 0.018
			5.0	2227.0 2227.6	< 0.027
			10.0	2224.1 2225.5	< 0.063
Fuel	$k_f$ (Thermal Conductivity)	-0.5468	-5.0	2290.9 2294.2	< 0.14
			5.0	2169.0 2171.9	< 0.13
			10.0	2108.0 2119.0	< 0.52
Gap	$h_g$ (Gap Conductance)	-0.1899	-5.0	2251.1 2252.2	< 0.049
			5.0	2208.8 2209.8	< 0.045
			10.0	2187.6 2191.5	< 0.18
Cladding	$(C_{pp})_{cl}$ (Heat Capacity)	$-6.369 \times 10^{-6}$	-5.0	2230.0 2230.0	< 0.005
			5.0	2230.0 2230.0	< 0.005
			10.0	2230.0 2230.0	< 0.005
Cladding	$R_c$ (Thermal Conductivity)	-0.01872	-5.0	2232.0 2232.2	< 0.009
			5.0	2227.9 2228.0	< 0.005
			10.0	2225.8 2226.2	< 0.018
Coolant	$h_c$ (Heat Transfer Coeff.)	-0.01020	-5.0	2231.1 2231.2	< 0.005
			5.0	2228.8 2228.9	< 0.005
			10.0	2227.7 2227.9	< 0.009
Coolant	$(C_{pp})_c$ (Heat Capacity)	$-2.19 \times 10^{-4}$	-5.0	2230.0 2230.0	< 0.005
			5.0	2230.0 2230.0	< 0.005
			10.0	2230.0 2230.0	< 0.005
Coolant	$(wC_p)_c$ (Mass Flow Rate) $\times$ (Heat Capacity)	-0.03896	-5.0	2234.3 2234.5	< 0.009
			5.0	2225.6 2225.9	< 0.013
			10.0	2221.3 2222.1	< 0.036
Coolant	$T_{in}$ (Inlet Temperature)	0.1759	-5.0	2210.3 2210.6	< 0.014
			5.0	2249.6 2249.4	< 0.009
			10.0	2269.2 2268.8	< 0.018
Case-2	Fuel	Qf (Power)	0.7772	-5.0	2200.0 2200.0
				5.0	2377.0 2374.0
				20.0	2644.0 2613.0
Case-2	Fuel	$(C_{pp})_f$ (Heat Capacity)	-0.02373	-30.0	2305.0 2304.0
				-5.0	2291.0 2290.0
				5.0	2286.0 2287.0
Case-2	Fuel	$k_f$ (Thermal Conductivity)	-0.5005	-20.0	2518.0 2566.0
				-5.0	2346.0 2349.0
				5.0	2231.0 2232.0
Case-2	Gap	$h_g$ (Gap Conductance)	-0.1767	-30.0	2410.0 2450.0
				-5.0	2309.0 2309.0
				5.0	2268.0 2269.0

Table 2 Sensitivities Obtained by Different Parameter Sets

	Original Response	Parameter	$\Delta X/X$ (%)	$S(X_1)$ (*1)	$R'(X_1)$ (*2)	$S(X_2)$ (*1)	$R'(X_2)$ (*2)	$R^*(X_1, X_2)$ (*3)
Case-a	2288	kf	0	-.5005	-1145.3	—	—	—
		Qf	0	.7772	1778.5	—	—	—
Case-b	2587	kf	-10	—	—	-.4784	-1375.2	2298.7
		Qf	+10	—	—	.7144	1680.3	-982.6

$$*1) S(X_i) = \frac{dR/R}{dX/X} \Big|_{X=X_i} \quad *2) R'(X_i) = \frac{dR}{dX} \Big|_{X=X_i} \quad *3) R^*(X_1, X_2) = \frac{R'(X_1) - R'(X_2)}{X_1 - X_2}$$

Table 3 Approximated Responses up to the Second-order Perturbation

System Parameter	$S(X_1)$	$\frac{\Delta X}{X}$ (%)	Direct Calculation (°C)	1-st order GSAM (*1)	Compound 2-nd order GSAM (*3)
kf	-0.500466	-20	2566	2518	2563 (Case-b)
Qf	0.777174	+20	2613	2644	2624 (Case-b)

$$(*1) R(X_1 + \Delta X) = R(X_1) [1 + (\frac{\Delta X}{X}) S(X)] \Big|_{X=X_1}$$

$$(*2, *3) R(X_1 + \Delta X) = R(X_1) [1 + (\frac{\Delta X}{X}) S(X) + \frac{1}{2} (\frac{\Delta X}{X})^2 R \cdot \frac{X^2}{R}] \Big|_{X=X_1}$$

$$R^* = \frac{R'(X_1) - R'(X_2)}{X_1 - X_2}$$

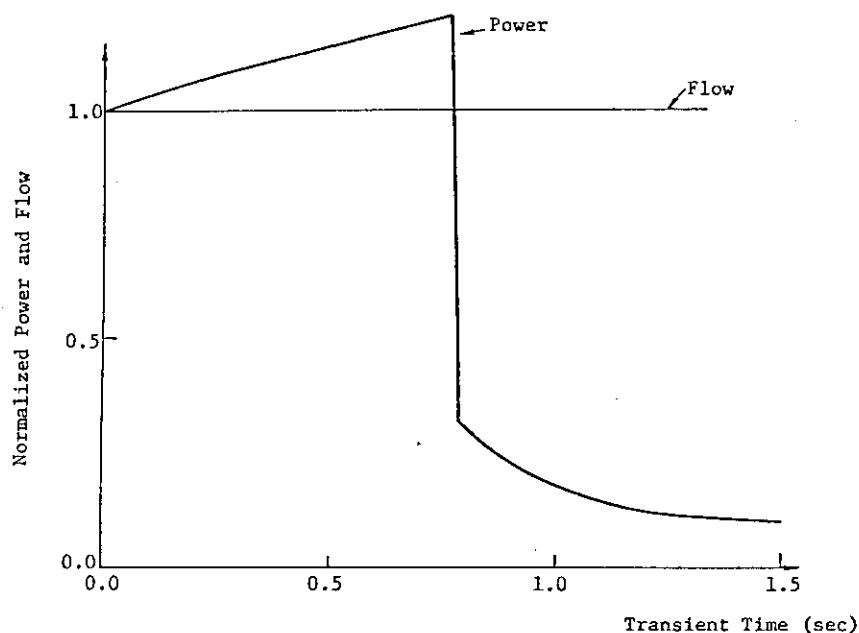


Fig. 5 Transient Power & Flow vs. Time

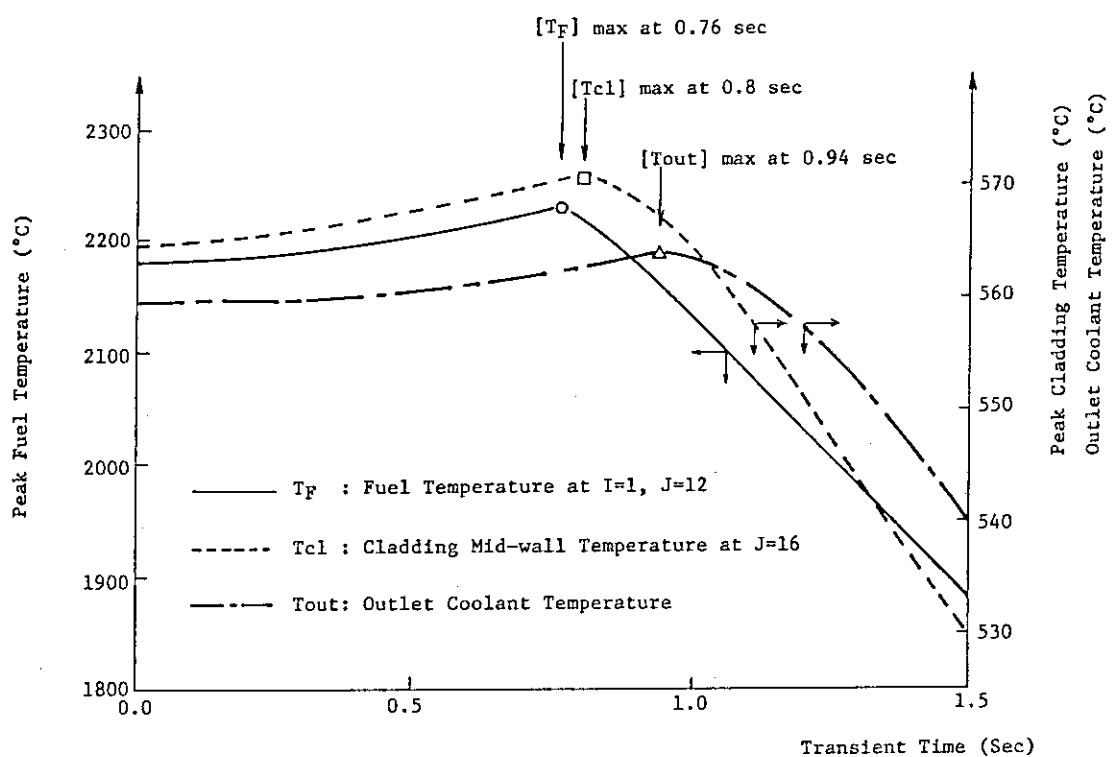


Fig. 6 Peak Temperature vs. Time

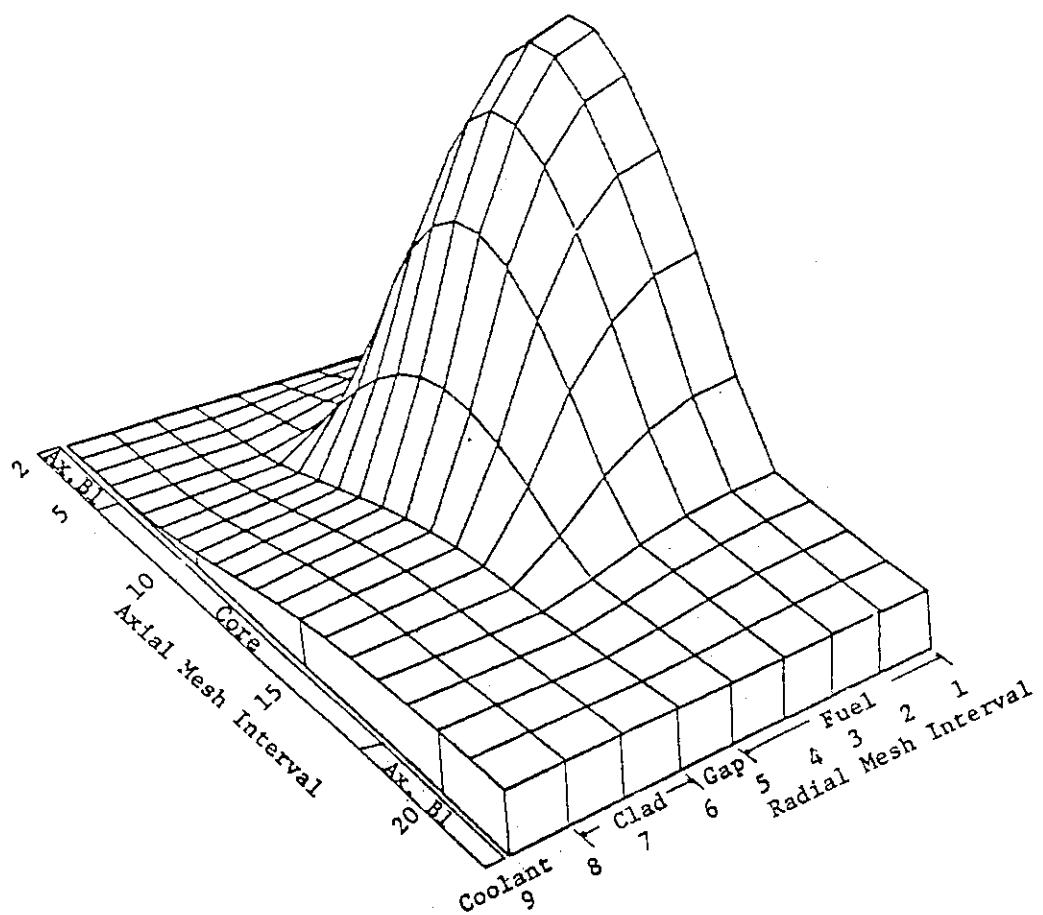


Fig. 7 Forward Temperature Solution in Steady State

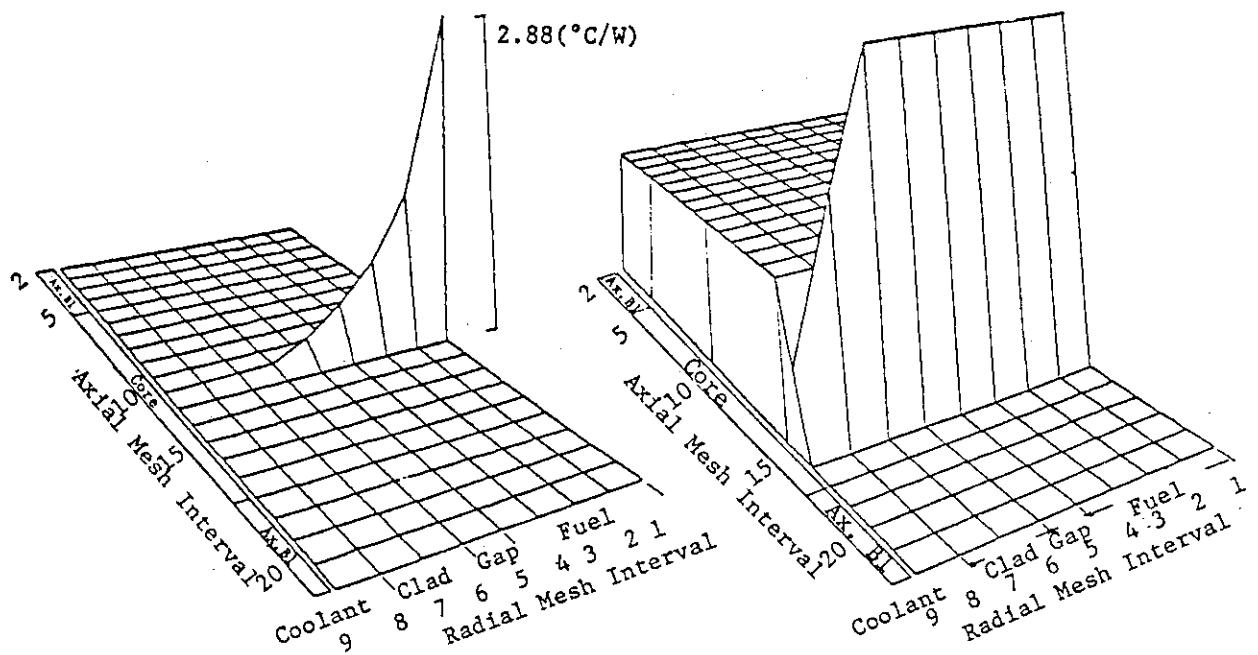


Fig. 8 Adjoint Solution for the Maximum Fuel Temperature in Steady State

Fig. 9 Adjoint Solution for the Maximum Cladding Temperature in Steady State

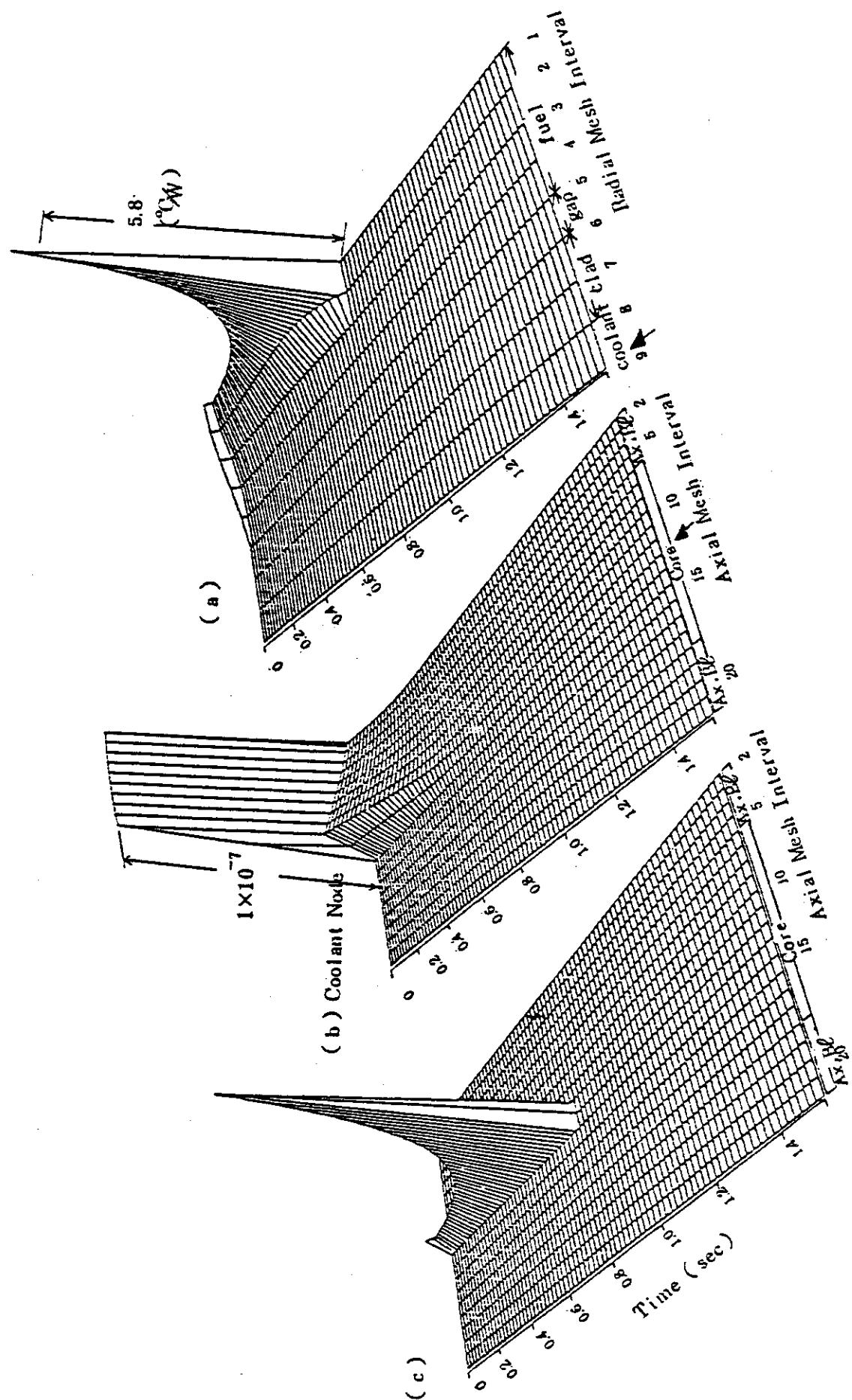


Fig. 10 Adjoint Solution for the Peak Fuel Temperature

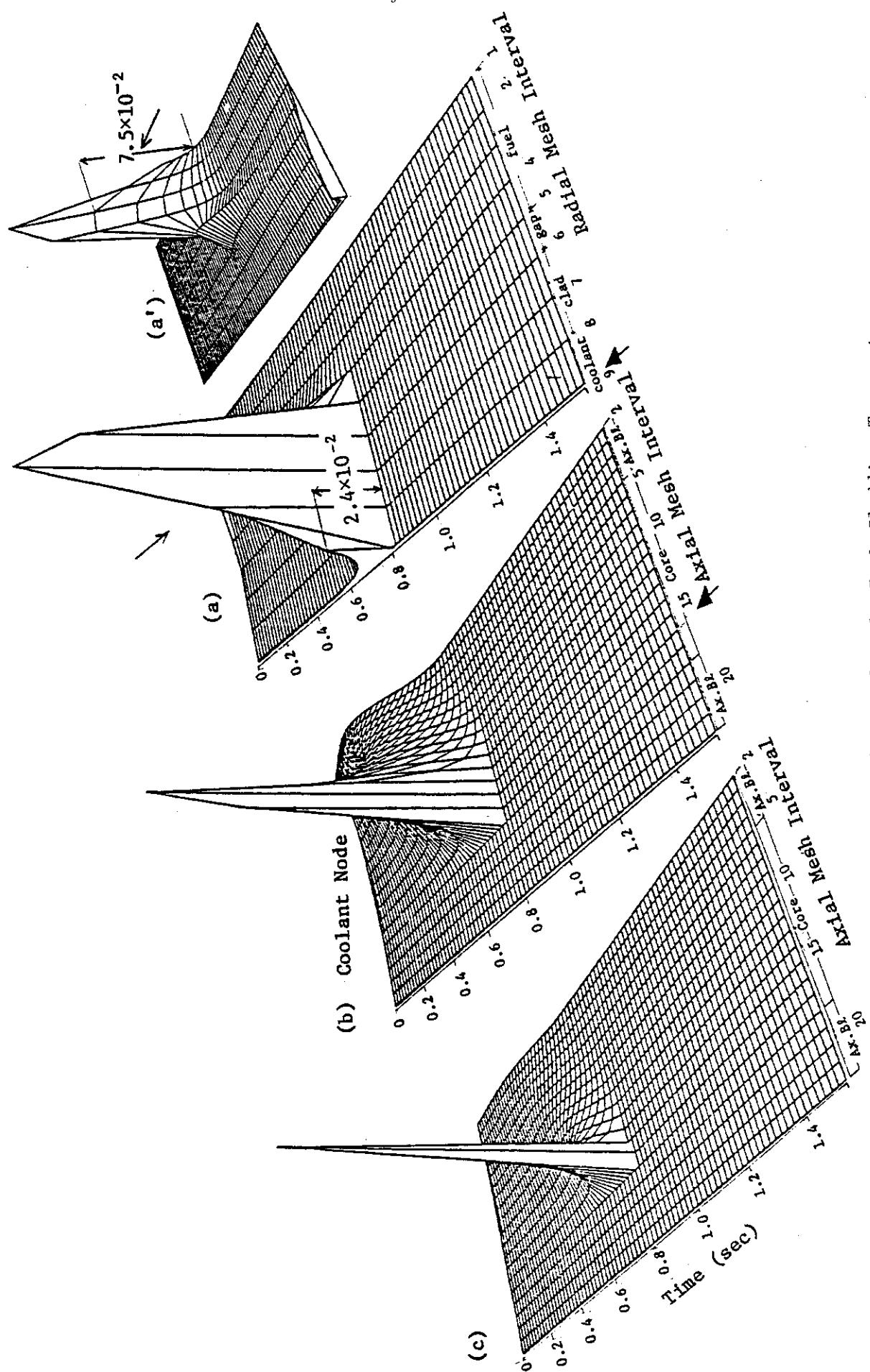


Fig. 11 Adjoint Solution for the Peak Cladding Temperature

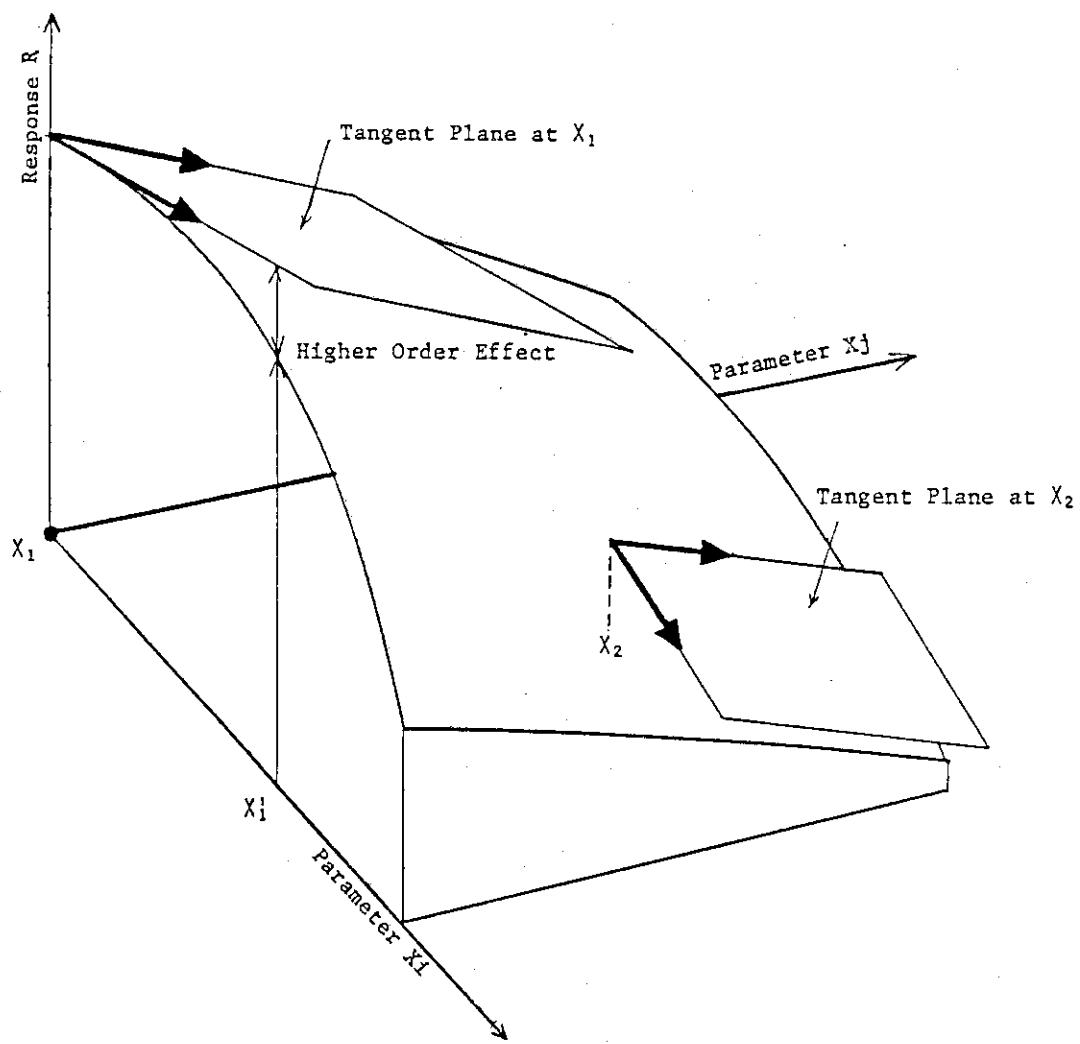


Fig. 12 Direct Calculations of the Second-Order Sensitivities  
at the Two Different Parameter Sets

## 6. 結論

一般化感度解析手法 (GSAM) の基礎理論と簡単な適用例について解説した。ここで述べた内容は、その後適用分野の拡張という形で発展している。

Ref [4] は MELT-III コードの随伴系の開発について述べており、一点近似動特性方程式、一次系ループ運動方程式まで含んでいる。またパラメータの変動により、過渡出力挙動が変動し、スクラム開始時刻がシフトする効果も一次摂動の範囲で随伴系にとり入れられている。

Ref [3] は、均質二相流への適用例であるが、均質モデルとしては成功しているものの、相転移は含まれていない。

このように適用分野は広がっているが、非線型性の強いパラメータに関しては、第 5 節で述べたような工夫、或いは高次摂動展開が必要となるであろう。しかし高次摂動を含めると式の展開が非常に煩雑になることが予想され、統一的な処理ダイアグラムの開発が望まれる。また、相転移のように、計算途中で方程式系が変更される現象に対して GSAM を適用することは未解決の問題である。

## 謝辞

本研究を進めるにあたり、PNC 大洗工学センター炉心安全工学室の野中信之氏、丹羽元氏の御助言を頂き議論に加わって頂きました。深く感謝致します。

## References

- 1) E.M. Oblow, "Sensitivity Theory for Reactor Thermal-Hydraulics Problems," *Nucl. Sci. Eng.*, 68, 1978.
- 2) D.G. Cacuci, "Sensitivity Theory for Nonlinear Systems. I. Nonlinear Functional Analysis Approach," *J. Math. Phys.*, 22, 1981.
- 3) D.G. Cacuci, "Adjoint Sensitivity Analysis for Transient Two-Phase Flow," *Nucl. Sci. Eng.*, 82, No. 4, 1982.
- 4) D.G. Cacuci et al., "Adjoint Sensitivity Analysis of Extremum-Type Responses in Reactor Safety," *Nucl. Sci. Eng.*, 83, No. 1, 1983.

## 5. 閉会の辞

朝岡 卓見<sup>+</sup>

Closing Address

Takumi ASAOKA<sup>+</sup>

This seminar on the development of softwares related to nuclear energy has given a good opportunity to see the future of the three dimensional transport code development, the nuclear code vectorization and the code development for thermo-hydraulic and safety analysis, on the basis of the review on the present status.

原子力コード研究委員会と炉物理研究委員会の合同の初めての企画として、「原子力におけるソフトウェア開発」という標題を掲げて研究会を開催しましたが、皆様の御協力により成功裡に終ることができました。今回は最初であったこともあり、3次元輸送コード、原子力コードのベクトル化、及び熱水力・安全性関係解析コードの3テーマを取り上げ、現状と問題点をレビューしたわけあります。

まず3次元輸送コード開発の我が国の現状については、モンテカルロ法は除き、 $S_N$ 法、直接積分法、有限要素法等のdeterministic methodについては、世界をリードするまでに到っているということは、大変喜ばしいことであります。モンテカルロ法については、New York大学のMelvin H. Kalos教授も述べられたように、その計算に適用したコンピュータの開発を指向しており、ソフトウェア開発も、ハードウェア開発と直接的関連をとりながら進めなければならない段階になっていることが痛感させられました。また、これに伴い、バイアスとかエスティメータ等も変質していくのではないかと考えます。3次元 $S_N$ コードについては、米国Los Alamos研究所で開発されたTHREETRANが、いま1つ実用化されていない状態の中で、ENSEMBLEの有用性が示され、世界的な注目を浴びております。従来、米国コードの導入を主とした日本にとって、直接積分法による遮蔽計算コードPALLASとともに、日本の財産としての位置を築かれることを希望したいと思います。その他、3次元 $S_N$ コードは動燃事業団、阪大等でも開発されており、ようやく競争の原理が適用される良い状態になってきたと考えます。一方、二重有限要素法コードの開発も順調に進んでいますが、有限要素法は、輸送計算に対する有望性は国内外各所で言われていますが、まだ充分実用化されていません。今後、コードのベクトル化などをてこにして飛躍していくことを待ちたいと思います。

2日目の原子力コードのベクトル化は、最近におけるトピックスの1つであり、皆様の興味が大きいことが伺えました。この40年来のノイマン型アーキテクチャのもとで発展してきたコンピュータが、ベクトル処理あるいは並列処理機能をもつものに変ってきており、原子力コード研究

---

+ 炉物理研究委員会委員長, Chairman of JCPR

委員会、炉物理研究委員会の我々も、これに対処する必要に迫られているわけです。すなわち、従来のノイマン型コンピュータを前提として、堂々と研究を積上げて開発してきた原子力コードのアルゴリズムを、ベクトル演算あるいは並列演算を前提とした新しいアルゴリズムに変質させる必要があるわけですが、すでにその方向への研究が進み、それに関する明かるい経験を聞くことができて心強く感じております。当然ですが、この方向での計算コスト低減への努力は、さらに進めていく必要があると考えます。

さて、最後の熱水力・安全性関連の解析コードの現状につきましては、炉物理関連コードとは異なり、まだ混沌としている感じが致しました。すなわち、こちらの方は、コンピュータ・アーキテクチャとの関連より、まだ経験式で表現される基礎物理量を基礎とした物理的モデリングが大きな課題のようであり、ソフトウェア開発は、このモデリングの検証のための実験というハードウェアとの関連で進んでいる印象を受けました。今回のような横断的な研究会での、炉物理、安全解析、熱水力並びにコンピュータ関連の各研究者間の意見交換により、熱水力・安全性関連分野のソフトウェア開発が、一層発展することを願いたいと思います。

以上のように本研究会は、原子力におけるソフトウェア開発について、現状をふまえて将来をみていく好い機会の1つになったと考えます。しばらくは、同じ標題の下で毎年1回研究会を開催していく予定ですので、御意見等をお寄せいただければありがたいと考えます。

最後になりましたが、本研究会への皆様の御協力、とりわけ発表者、座長の方々、並びに幹事及び事務局の方、さらにKalos教授を招へい下さった財団法人原子力データーセンターに感謝の意を表明し、閉会の辞を終らせていただきます。