

JAERI - M  
85-147

20MJ超電導パルスコイルの機械的検討

1985年9月

服部 泰秀\*・島本 進

JAERI-M レポートは、日本原子力研究所が不定期に公刊している研究報告書です。

入手の間合わせは、日本原子力研究所技術情報部情報資料課（〒319-11 茨城県那珂郡東海村）あて、お申しこしてください。なお、このほかに財団法人原子力弘済会資料センター（〒319-11 茨城県那珂郡東海村日本原子力研究所内）で複写による実費頒布をおこなっております。

JAERI-M reports are issued irregularly.

Inquiries about availability of the reports should be addressed to Information Division, Department of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken 319-11, Japan.

© Japan Atomic Energy Research Institute, 1985

---

編集兼発行 日本原子力研究所  
印刷 山田軽印刷所

20MJ超電導パルスコイルの機械的検討

日本原子力研究所那珂研究所核融合研究部

服部 泰秀\*・島本 進

(1985年8月26日受理)

円形タイプの超電導コイルに関し、各種モデルによる発生応力の計算手法を述べる。これらのうちの主要なものについては、マイクロ・コンピュータによるプログラムを作成した。そして、これを浸漬冷凍方式の20MJ超電導パルスコイルに適用し、コイル大型化に向けての問題点及びその解決法を指摘した。また、超電導パルスコイル特有の問題の一つである撚線タイプ導体の引張ヤング率についても言及し、その評価法を確立した。

---

\*外来研究員：三菱電機㈱

MECHANICAL STUDY OF 20 MJ SUPERCONDUCTING PULSE COIL

Yasuhide HATTORI\* and Susumu SHIMAMOTO

Department of Thermonuclear Fusion Research  
Naka Fusion Research Establishment, JAERI

( Received August 26, 1985 )

This paper describes calculation methods and computer codes of stress distribution in a circular-shaped superconducting pulsed coils. The stress problems of a large sized superconducting coil, for example, are discussed for 20 MJ pool-cooled pulse coil. Young's modulus of a stranded flat cable, low rigidity, is measured and evaluated.

Keywords : Superconducting Coil, Mechanical Properties, Young's modulus, Cryogenic, calculation Methods, Computer Codes

---

\* On leave from Mitsubishi Electric Corporation.

## 目 次

1. はじめに .....	1
2. 円形コイルの電磁応力計算 .....	2
2.1 電磁力内圧印加モデル .....	2
2.2 電磁力分布印加モデル .....	3
2.3 フリー導体モデル .....	4
3. 巻テンション, 熱応力を加味した応力計算 .....	9
3.1 解析モデル .....	9
3.2 3項方程式の解法 .....	11
3.3 解析プログラムと計算結果 .....	12
3.4 考 察 .....	13
4. 撚線タイプ導体の引張ヤング率の評価 .....	18
4.1 JA-50タイプ導体諸元 .....	18
4.2 引張ヤング率試験結果 .....	18
4.3 各種モデルによる引張ヤング率試験結果 .....	19
4.4 考 察 .....	21
5. あとがき .....	25
謝 辞 .....	25
付 録 I .....	26
付 録 II .....	28
付 録 III .....	37
付 録 IV .....	38
付 録 V .....	40
付 録 VI .....	47
参 考 文 献 .....	48

## Contents

1. Introduction .....	1
2. Electromagnetic Stress Analysis of Circular Coils .....	2
2.1 Analysis by Inner Pressure Model .....	2
2.2 Analysis by Magnetic Force Distribution Model .....	3
2.3 Analysis by Free Conductor Model .....	4
3. Stress Analysis in consideration of Initial Winding Stress and Thermal Contraction .....	9
3.1 Analysis Model .....	9
3.2 Solution .....	11
3.3 Computer Code and Calculation Results .....	12
3.4 Discussion .....	13
4. Evaluation for Young's modulus of Stranded Conductor .....	18
4.1 Main parameter of JA-50 Type Conductor .....	18
4.2 Test Results of Tensile Test .....	18
4.3 Analysis Results of Test Sample .....	19
4.4 Discussion .....	21
5. Conclusion .....	25
Acknowledgment .....	25
Appendix I .....	26
Appendix II .....	28
Appendix III .....	37
Appendix IV .....	38
Appendix V .....	40
Appendix VI .....	47
References .....	48

## 1. はじめに

核融合用超電導コイルの重要な研究課題の一つに、機械的問題がある。なかでも、超電導ポロイダルコイルは極低温下、急峻な励磁（パルス励磁）が多数回くり返し行われるという苛酷な条件のもとで使用されるにもかかわらず、低交流損失化を図るため、機械的には弱構造である平角撚りやバンドル撚り等の撚線タイプの導体の使用が考えられている。

このため、実規模サイズでは直径 20 m にもおよぶとされているポロイダルコイル超電導パルス導体及びその巻線構造が、十分長期間安定に使用できるかどうかといった機械的課題、特にコイル巻線部の強度の問題に関しては、各方面から、十分検討される必要がある。

本研究は、上記観点から、20 MJ 超電導パルスコイルの機械的課題のいくつかを、トピックス的にとりあげて検討してきたものをまとめたものである。

## 2. 円形コイルの電磁応力計算

円形の超電導コイルの発生電磁応力を評価するのに、モデル化の度合に応じていくつかの表式がある。以下その最大応力を与える表式を示す。

### 2.1 電磁力内圧印加モデル

コイルを厚肉円筒容器とみなし、発生する電磁力が全て内圧として加わるとして、発生電磁応力を概算する。コイル内磁界分布は、コイル内径面で $B_{in} + B_{out}$ 、コイル外径面で $B_{out}$ とし、その間は直線とする。

この時の最大発生応力は、コイル内径面で発生し、その最大発生張力 $\sigma_t$ は次の様になる。(式の算出は付録 I に示す)。

$$\sigma_t = \frac{\left(\frac{r_{out}}{r_{in}}\right)^2 + 1}{\left(\frac{r_{out}}{r_{in}}\right)^2 - 1} \cdot P_o \quad [\text{kg/mm}^2] \quad (2-1)$$

但し、

$$P_o = \frac{k I_{op}}{1.96 \times 10^4 r_{in} \cdot b_{con}} \cdot \left\{ B_{ex} \cdot (r_{in} + r_{out}) + \frac{B_{in}}{3} \cdot (2r_{in} + r_{out}) \right\} \quad (2-2)$$

ここで、  
 $r_{in}$  [mm] : コイル内半径  
 $r_{out}$  [mm] : コイル外半径  
 $B_{in}$  [T] : コイル内径部磁界  
 $B_{out}$  [T] : コイル外径部磁界  
 $k$  : 径方向ターン数  
 $I_{op}$  [A] : 通電々流  
 $b_{con}$  [mm] : 導体巾

この式を用いて、20 MJ 超電導パルスコイルの電磁応力を概算する。

本報告書で検討する 20 MJ コイル<sup>文献1)</sup>の諸元を表 1 に、そのコイル断面と使用導体を図 1 に、巻線構造の詳細を図 2 に示す。

式 (2-1)、(2-2) を用いると、 $B_{out} = 0$  とした時の最大発生応力は、

$$\sigma_t = 6.4 \text{ kg/mm}^2$$

となる。



## 2.2 電磁力分布印加モデル

コイル巻線を構成する導体及びターン間絶縁物，SUS導体補強部材等の影響を考慮した2次元異方性モデルで発生応力を求める。コイル磁界分布は，コイル内径面で $B_{in}$ ，コイル外径面で $B_{out}$ とし，その間は直線とする。コイル各部では，その磁界に相当した電磁力が作用するとする。

この時の最大引張応力 $\sigma_t$ は次の様になる。(式の導出と，これをプログラミング化したものを付録IIに示す)。

$$\sigma_t = \frac{w r_{in} \sqrt{n}}{a^{2\sqrt{n}} - 1} (G1 + G2) \quad [\text{kg/mm}^2] \quad (2-3)$$

但し，

$$G1 = \frac{(2 + \mu)(1 - B)}{4 - n} \left\{ (\alpha^{\sqrt{n}+2} - 1) + \alpha^{2\sqrt{n}} (\alpha^{2-\sqrt{n}} - 1) - (\alpha^{2\sqrt{n}} - 1) \frac{\sqrt{n}(1 + \frac{2\mu}{n})}{2 + \mu} \right\} \quad (2-4)$$

$$G2 = \frac{(3 + \mu)\beta}{9 - n} \left\{ (\alpha^{\sqrt{n}+3} - 1) + \alpha^{2\sqrt{n}} (\alpha^{3-\sqrt{n}} - 1) - (\alpha^{2\sqrt{n}} - 1) \frac{\sqrt{n}(1 + \frac{3\mu}{n})}{3 + \mu} \right\} \quad (2-5)$$

ここで，

$$n = \frac{E_t}{E_r} \quad (2-6)$$

$$E_t = E_{t,con} \frac{A_{con}}{A} + E_{t,ins} \frac{A_{ins}}{A} \quad (2-7)$$

$$E_r = \frac{a_{con} + a_{ins}}{E_{r,con} + \frac{a_{cu}}{P_f \cdot E_{r,ins}}} \quad (2-8)$$

$$\quad (2-9)$$

$$w = \frac{B_{in} \cdot J}{9.8 \times 10^3} \quad [\text{kg/mm}^3] \quad (2-10)$$

$$\alpha = \frac{r_{out}}{r_{in}} \quad (2-11)$$

$$\beta = \frac{B_{out} - B_{in}}{B_{in} \cdot (\alpha - 1)} \quad (2-12)$$

である。ここで、各記号の意味は次の通りである。但し、既に説明済の記号は省略する。

$\mu$	: ポアソン比
$E_{t,con}$ [kg/mm <sup>2</sup> ]	: 導体の周方向ヤング率
$E_{r,con}$ [kg/mm <sup>2</sup> ]	: " 径方向 "
$E_{t,ins}$ [kg/mm <sup>2</sup> ]	: ターン間絶縁物の周方向ヤング率
$E_{r,ins}$ [kg/mm <sup>2</sup> ]	: " 径方向 "
$A_{con}$ [mm <sup>2</sup> ]	: 導体の占積面積
$A_{ins}$ [mm <sup>2</sup> ]	: ターン間絶縁物の占積面積
$A$ [mm <sup>2</sup> ]	: 全断面積 (= $A_{con} + A_{ins}$ )
$a_{con}$ [mm]	: 導体の径方向厚さ
$a_{ins}$ [mm]	: ターン間絶縁物の径方向厚さ
$B_{out}$ [T]	: コイル外径面での磁界
$J$ [A/mm <sup>2</sup> ]	: 導体とターン間絶縁部の平均電流密度
$P_f$	: ターン間絶縁物の占積率で図 2 の場合 $P_f = 0.286$ である。

付録 II に示した解析プログラムを、図 1 に示した 20 MJ コイルのコイル中央ライン部に適用した結果を以下に述べる。中央ライン上でのコイル外径面磁界 ( $B_{out}$ ) は 1.3 T である。

表 2 は各ターン毎 (全 25 ターン) の発生応力を示している。表中、SH (kg/mm<sup>2</sup>) は導体とターン間絶縁物平均当りの周方向発生応力、SR (kg/mm<sup>2</sup>) は径方向発生応力を示している。また、U (mm) は径方向の発生変位、SH<sub>con</sub> (kg/mm<sup>2</sup>) は導体部に発生する周方向応力、SH<sub>ins</sub> (kg/mm<sup>2</sup>) はターン間絶縁物に発生する周方向応力である。

図 3 に、SH, SR, U と半径 R (mm) の関係を、図 4 に SH<sub>con</sub>, SH<sub>ins</sub> と R の関係を示す。

尚、以上の計算では、 $E_{t,con} = 6080$ ,  $E_{r,con} = 2000$ ,  $E_{t,ins} = 1000$ ,  $E_{r,ins} = 200$ ,  $J = 17.5$  とした。

図 5 は、さらに、導体部を構成する超電導ケーブルと、ステンレス鋼板との周方向発生応力を見たものである。図中、EH<sub>sus</sub> 及び EH<sub>cable</sub> は、それぞれステンレス補強板と超電導ケーブル部の周方向ヤング率 [kg/mm<sup>2</sup>]、A<sub>sus</sub> 及び A<sub>cable</sub> はその占積断面積 [mm<sup>2</sup>] で、この計算では EH<sub>sus</sub> = 19700, EH<sub>cable</sub> = 8320, A<sub>sus</sub> = 325, A<sub>cable</sub> = 1320 とした。

### 2.3 フリー導体モデル

2.1 及び 2.2 のモデルでは各導体 (あるいはターン間絶縁物、導体補強部材等) が一体となつてふるまうことを前提に、発生応力を求めたが、ここでは、各導体が全く独立に荷重を担う場合の発生応力を求める。

この時の最大引張り応力  $\sigma_t$  は次の様になる。(算出は付録 III 参照)。

$$\sigma_t = \frac{I_{op} r_{in}}{9.8 \times 10^3 a_{con} \cdot b_{con}} (B_{ex} + B_{max}) \text{ [kg/mm}^2\text{]} \quad (2-13)$$

式 (2-13) で問題になるのは、“ $a_{con} \cdot b_{con}$ ” の評価である。導体が完全に一体化されてい

るのであれば、文字通り、表1より  $a_{con} = 17.5 \text{ mm}$ ,  $b_{con} = 144.5 \text{ mm}$ となるが、ここで検討している燃り線タイプの導体では、“ $a_{con} \cdot b_{con}$ ”として導体部の実断面積を取るのが自然であろう。

この考えでいくと、 $a_{con} \cdot b_{con} = A_{SUS} + A_{cable}$ となり、前項で述べた  $A_{SUS} = 325 \text{ mm}^2$ ,  $A_{cable} = 1320 \text{ mm}^2$ を用いると、周方向最大発生応力は、

$$\sigma_t = 7.6 \text{ kg/mm}^2$$

となる。文字通り、 $a_{con} = 17.5 \text{ mm}$ ,  $b_{con} = 144.5 \text{ mm}$ として、式(2-13)に代入すると、

$$\sigma_t = 4.9 \text{ kg/mm}^2$$

になる。

最も安全サイドの考え方として、導体内部のステンレス鋼 ( $2.5 \times 130 \text{ mm}^2$ )のみを強度メンバーとした評価法もある。この時の発生応力は、

$$\sigma_t = 38.5 \text{ kg/mm}^2$$

となる。

表1 20 MJ 超電導パルスコイル諸元

コイル内半径 ( $r_{in}$ )	350 mm
コイル外半径 ( $r_{out}$ )	845 mm
コイル高さ	927 mm
通電定格電流 ( $I_{op}$ )	50 kA
コイル平均電流密度	16.4 A/mm <sup>2</sup>
コイル最大経験磁界 ( $B_{in}$ )	7.0 T
蓄積エネルギー	20 MJ
層数	6層
ターン数/層 (k)	25 ターン
導体厚さ ( $a_{con}$ )	17.5 mm
ターン間絶縁物厚さ ( $a_{ins}$ )	2.3 mm
導体巾 ( $b_{con}$ )	144.5 mm
層間絶縁巾	10.0 mm

表2 各ターン毎の発生応力及び発生変位計算結果  
(異方性ソリッドモデル)

NO.	R(mm)	SH(kg/mm <sup>2</sup> )	SR(kg/mm <sup>2</sup> )	U(mm)	SHcon(kg/mm <sup>2</sup> )	SHins(kg/mm <sup>2</sup> )
1	358.75	4.96E+00	1.59E-02	3.29E-01	5.58E+00	2.62E-01
2	378.55	4.65E+00	3.59E-02	3.25E-01	5.23E+00	2.46E-01
3	398.35	4.38E+00	3.93E-02	3.22E-01	4.92E+00	2.32E-01
4	418.15	4.13E+00	3.09E-02	3.19E-01	4.65E+00	2.19E-01
5	437.95	3.90E+00	1.43E-02	3.15E-01	4.38E+00	2.06E-01
6	457.75	3.68E+00	-7.79E-03	3.12E-01	4.13E+00	1.95E-01
7	477.55	3.46E+00	-3.35E-02	3.07E-01	3.89E+00	1.83E-01
8	497.35	3.25E+00	-6.13E-02	3.01E-01	3.65E+00	1.72E-01
9	517.15	3.04E+00	-8.98E-02	2.93E-01	3.42E+00	1.61E-01
10	536.95	2.84E+00	-1.18E-01	2.85E-01	3.19E+00	1.50E-01
11	556.75	2.63E+00	-1.45E-01	2.76E-01	2.96E+00	1.39E-01
12	576.55	2.44E+00	-1.70E-01	2.65E-01	2.74E+00	1.29E-01
13	596.35	2.24E+00	-1.92E-01	2.54E-01	2.52E+00	1.19E-01
14	616.15	2.06E+00	-2.11E-01	2.41E-01	2.31E+00	1.09E-01
15	635.95	1.88E+00	-2.26E-01	2.29E-01	2.11E+00	9.92E-02
16	655.75	1.70E+00	-2.36E-01	2.15E-01	1.92E+00	9.02E-02
17	675.55	1.54E+00	-2.41E-01	2.02E-01	1.74E+00	8.16E-02
18	695.35	1.39E+00	-2.40E-01	1.88E-01	1.57E+00	7.37E-02
19	715.15	1.26E+00	-2.33E-01	1.75E-01	1.41E+00	6.64E-02
20	734.95	1.13E+00	-2.20E-01	1.63E-01	1.27E+00	5.99E-02
21	754.75	1.03E+00	-1.99E-01	1.51E-01	1.15E+00	5.42E-02
22	774.55	9.35E-01	-1.70E-01	1.41E-01	1.05E+00	4.95E-02
23	794.35	8.64E-01	-1.34E-01	1.33E-01	9.72E-01	4.57E-02
24	814.15	8.13E-01	-8.85E-02	1.26E-01	9.15E-01	4.30E-02
25	833.95	7.84E-01	-3.43E-02	1.23E-01	8.82E-01	4.15E-02

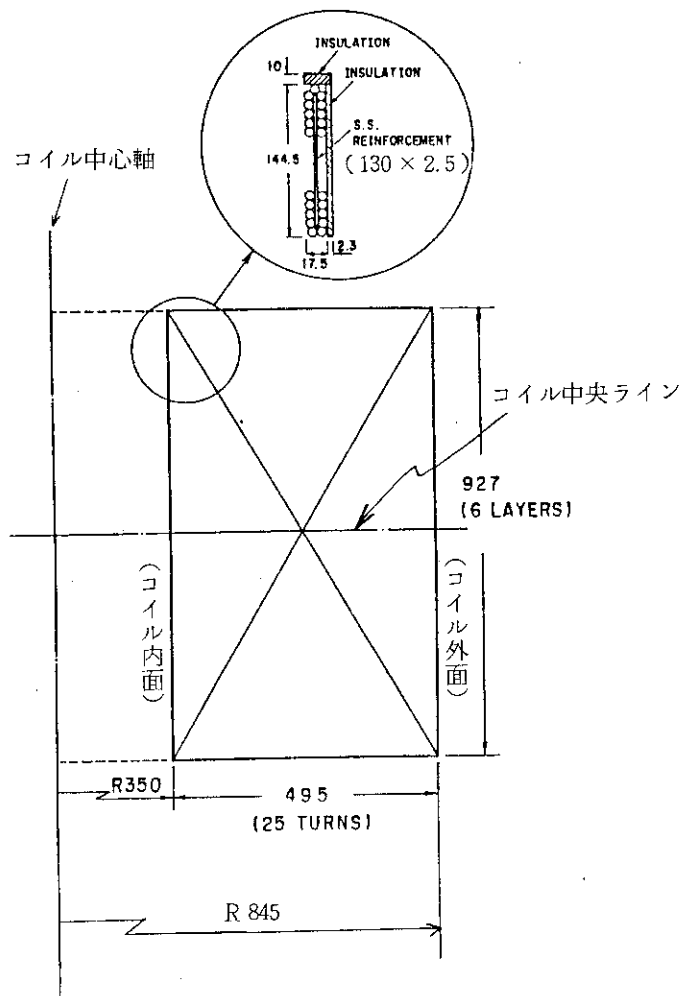


図1 20MJ 超電導パルスコイル断面及び使用導体詳細図

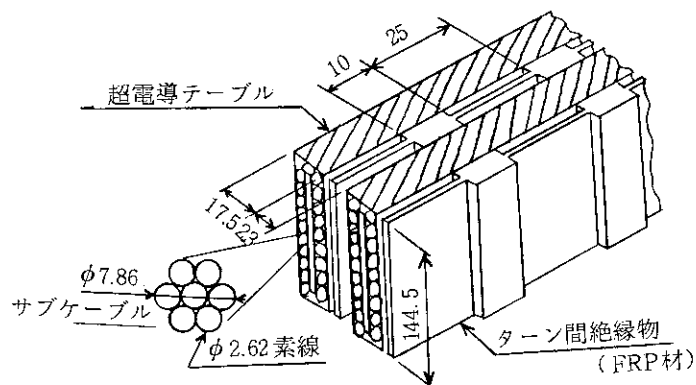


図2 20MJ 超電導パルスコイル巻線構造詳細図

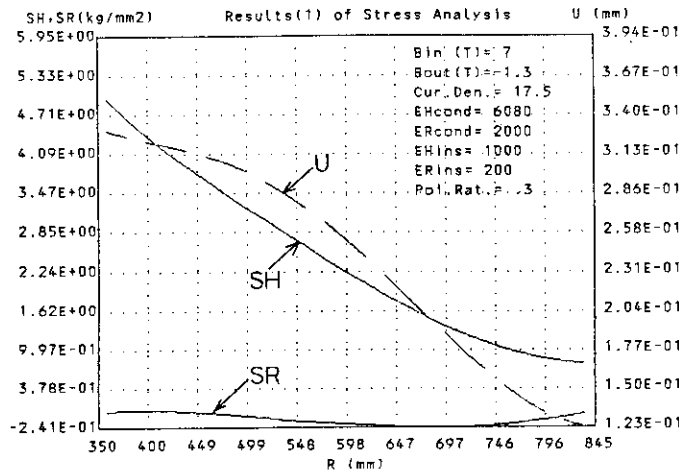


図3 均質異方性体としての周方向応力(SH), 径方向応力(SR)及び変位(U)のコイル内分布

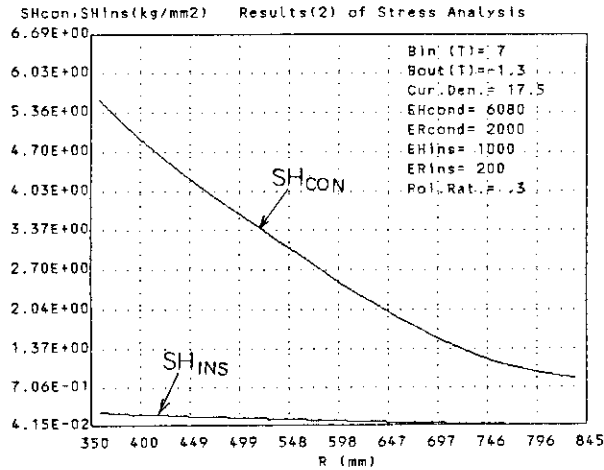


図4 導体部周方向応力(SH<sub>con</sub>)及びターン間絶縁部周方向応力(SH<sub>ins</sub>)のコイル内分布

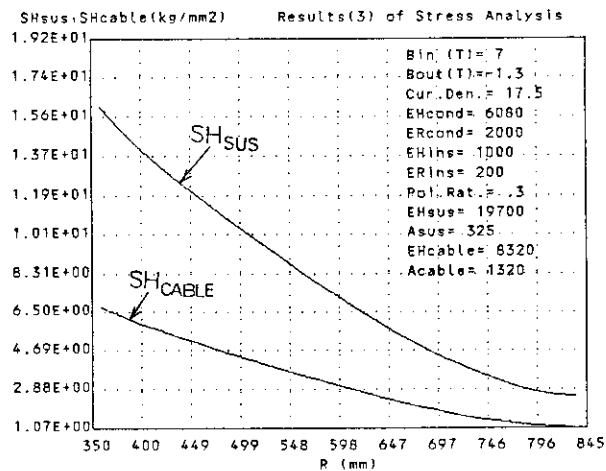


図5 導体部を構成する超電導ケーブル周方向応力(SH<sub>cable</sub>)とステンレス補強板周方向応力(SH<sub>sus</sub>)のコイル内分布

### 3. 巻テンション，熱応力を加味した応力計算

超電導コイルには，前項で述べた電磁応力の他に，

- i) コイル巻線時の巻テンションによる応力
- ii) コイル冷却による熱応力

が加わる。

コイル冷却による熱応力としては，コイル初期冷却時のコイル温度差に起因した熱応力と，コイル初期冷却完了時，コイル構成材の熱収縮差に起因した熱応力とがある。コイル励磁時には，導体とターン間絶縁物の熱収縮差による熱応力が超電導コイルの機械特性上重要な意味を持つ。

この電磁応力，巻テンションによる残留応力並びに，熱応力を同時に評価するには，コイルを構成する各導体及びターン間絶縁物を同心円状の多層リングと見なした多重リングモデルで解析する必要がある。

#### 3.1 解析モデル

図6に， $j$ 番目の導体とその両隣にある $(j-1)$ 及び $(j+1)$ 番目の導体，並びにその間にあるターン間絶縁物を示す。 $j$ 番目導体の内半径，外半径をそれぞれ， $r_{in,j}$ ， $r_{out,j}$ とし， $(j+1)$ 番目の導体のそれを， $r_{in,j+1}$ ， $r_{out,j+1}$ とする。 $r_{in,j}$ ， $r_{out,j}$ ， $r_{in,j+1}$ の半径方向変位量を，それぞれ $U_{in,j}$ ， $U_{out,j}$ ， $U_{in,j+1}$ とする。

導体自身は，第2.2項で述べた2次元異方性体より成るものとする。 $j-1$ 導体と $j$ 導体が及ぼし合う圧力を $P_{j-1}$ ， $j$ 導体とし， $j+1$ 導体が及ぼし合う圧力を $P_j$ とする。また， $j$ 導体に作用する電磁圧力並びに， $j$ 導体巻線時に生じる圧縮圧力を，それぞれ， $P_{em,j}$ ， $Q_j$ とし，温度 $T$ のときの導体及びターン間絶縁物の熱収縮率をそれぞれ $\eta_{con}$ ， $\eta_{ins}$ とする。このとき， $j$ 導体の径方向変位 $U_{in,j}$ ， $U_{out,j}$ と $j+1$ 導体の内径側変位 $U_{in,j+1}$ はそれぞれ次の様になる

$$U_{in,j} = C_{11,j} (P_{j-1} + P_{em,j}) + C_{12,j} (P_j + Q_j) + \eta_{con} T r_{in,j} \quad (3-1)$$

$$U_{out,j} = C_{21,j} (P_{j-1} + P_{em,j}) + C_{22,j} (P_j + Q_j) + \eta_{con} T r_{out,j} \quad (3-2)$$

$$U_{in,j+1} = C_{11,j+1} (P_j + P_{em,j}) + C_{12,j+1} (P_{j+1} + Q_{j+1}) + \eta_{con} T r_{in,j+1} \quad (3-3)$$

ここで， $j$ 導体と $j+1$ 導体の間にあるターン間絶縁物を一種のバネと見なすと次の関係が成り立つ。 $a_{ins}$ はターン間絶縁物の厚さ， $E_{r,ins}$ は径方向ヤング率である。

$$P_j = -\frac{E_{r,ins}}{a_{ins}} \{ U_{in,j+1} - U_{out,j} - \eta_{ins} a_{ins} T \} \quad (3-4)$$

式(3-4)に，式(3-2)，(3-3)を代入すると，圧力 $\{P\}$ に関し，次の様な方程式が成立する。

$$P_j = X_j P_{j-1} - Y_j P_{j+1} + Z_j \quad (3-5)$$

ここで,

$$X_j = \frac{C_{21,j}}{\frac{a_{ins}}{E_{r,ins}} - C_{22,j} + C_{11,j+1}} \quad (3-6)$$

$$Y_j = \frac{C_{12,j+1}}{\frac{a_{ins}}{E_{r,ins}} - C_{22,j} + C_{11,j+1}} \quad (3-7)$$

$$Z_j = \frac{Z_{1,j} - Z_{2,j}}{\frac{a_{ins}}{E_{r,ins}} - C_{22,j} + C_{11,j+1}} \quad (3-8)$$

$$\text{但し, } Z_{1,j} = C_{21,j} P_{em,j} + \eta_{con} T r_{out,j} + C_{22,j} Q_j + \eta_{ins} a_{ins} T \quad (3-9)$$

$$Z_{2,j} = C_{11,j+1} P_{em,j+1} + \eta_{con} T r_{in,j+1} + C_{12,j+1} Q_{j+1} \quad (3-10)$$

以上で,  $C_{11,j}$ ,  $C_{12,j}$ ,  $C_{21,j}$ ,  $C_{22,j}$  は付録IVより次の様になる。尚, 以下で  $\alpha_j = \frac{r_{out,j}}{r_{in,j}}$  である。

$$C_{11,j} = \frac{r_{in,j} \{ (\sqrt{n} - \mu) + (\sqrt{n} + \mu) \cdot \alpha_j^{2\sqrt{n}} \}}{E_{t,con} (\alpha_j^{2\sqrt{n}} - 1)} \quad (3-11)$$

$$C_{12,j} = \frac{-2\sqrt{n} r_{in,j} \alpha_j^{(\sqrt{n}+1)}}{E_{t,con} (\alpha_j^{2\sqrt{n}} - 1)} \quad (3-12)$$

$$C_{21,j} = \frac{2\sqrt{n} r_{in,j} \alpha_j^{\sqrt{n}}}{E_{t,con} (\alpha_j^{2\sqrt{n}} - 1)} \quad (3-13)$$

$$C_{22,j} = \frac{-r_{in,j} \alpha_j^{(\sqrt{n}+1)} \{ (\sqrt{n} - \mu) \alpha_j^{\sqrt{n}} + (\sqrt{n} + \mu) \alpha_j^{-\sqrt{n}} \}}{E_{t,con} (\alpha_j^{2\sqrt{n}} - 1)} \quad (3-14)$$

また,  $P_{em,j}$ ,  $Q_j$ ,  $n$  は次の式より与えられる。

$$P_{em,j} = \frac{J B_j a_{con}}{9800} \quad [\text{kg/mm}^2] \quad (3-15)$$

$$Q_j = \frac{D a_{con}}{r_j} \quad [\text{kg/mm}^2] \quad (3-16)$$

$$n = \frac{E_{t,con}}{E_{r,con}}$$

ここで, 各記号の意味は次の通りである。但し, 既に説明済の記号は省略する。



- $r_{in,j}$  [mm] : j 番目導体の内半径  
 $r_{out,j}$  [mm] : j 番目導体の外半径  
 $B_j$  [T] : j 番目導体中央部の磁界  
 $T$  [°C] : 冷却温度 (室温を基準)  
 $\eta$  [1/°C] : 冷却温度  $T$  の時の熱収縮率  
 $D$  [kg/mm<sup>2</sup>] : 導体巻線時の巻テンション  
 $R_j$  [mm] : j 番目導体中央部の半径

### 3.2 3項方程式の解法

式(3-5)は、いわゆる、3項方程式と呼ばれるもので、通常的大型コンピュータでは、ライブラリーとして解法が内蔵されているが、本書では、結果を全て、マイクロ・コンピュータ(NEC製PC-9801F)にて処理する様にしたので、3項方程式の求め方が、本数値計算の上でのキー・ポイントとなる。ここでは次に述べる3重対角要素のガウス消去法を用いた。以下その詳細を記す<sup>文献2)</sup>。

解くべき方程式を要素別にかくと、

$$\begin{cases}
 d_1 X_1 + f_1 X_2 & = b_1 \\
 e_2 X_1 + d_2 X_2 + f_2 X_3 & = b_2 \\
 e_3 X_2 + d_3 X_3 + f_3 X_4 & = b_3 \\
 \dots\dots\dots & \\
 e_{n-1} X_{n-2} + d_{n-1} X_{n-1} + f_{n-1} X_n & = b_{n-1} \\
 e_n X_{n-1} + d_n X_n & = b_n
 \end{cases}$$

#### (1) 前進消去ステップ

第1行目の式は、

$$X_1 + \frac{f_1}{d_1} X_2 = \frac{b_1}{d_1}$$

となる。ここで、 $f'_1 = \frac{f_1}{d_1}$  ,  $b'_1 = \frac{b_1}{d_1}$  とおくと、

$$X_1 + f'_1 X_2 = b'_1$$

となる。第2行目の式は、

$$(d_2 - e_2 \cdot f'_1) X_2 + f_2 X_3 = b_2 - e_2 \cdot b'_1$$

となる。ここで、 $d'_2 = d_2 - e_2 \cdot f'_1$  ,  $f'_2 = \frac{f_2}{d'_2}$  ,  $b'_2 = \frac{b_2 - e_2 \cdot b'_1}{d'_2}$  とおくと、

$$X_2 + f'_2 X_3 = b'_2$$

となる。以下同様にして、前進消去のステップを進めると、第  $j$  行目では、

$$(d_j - e_j \cdot f'_{j-1}) X_j + f_j X_{j+1} = b_j - e_j \cdot b'_{j-1}$$

ここで、 $d'_j = d_j - e_j \cdot f'_{j-1}$ 、 $f'_j = \frac{f_j}{d'_j}$ 、 $b'_j = \frac{b_j - e_j \cdot b'_{j-1}}{d'_j}$  とおくと、

$$X_j + f'_j X_{j+1} = b'_j$$

となる。

以上の様な前進消去のステップを第  $n$  行まで進めると、解くべき方程式は次の様に変換される。

$$\left\{ \begin{array}{l} X_1 + f'_1 X_2 = b'_1 \\ X_2 + f'_2 X_3 = b'_2 \\ X_3 + f'_3 X_4 = b'_3 \\ \dots\dots\dots \\ X_{n-1} + f'_{n-1} X_n = b'_{n-1} \\ X_n = b'_n \end{array} \right.$$

(2) 後退代入ステップ

後退代入のステップでは、逆の順序で逐次代入していく。

$$\begin{aligned} X_{n-1} &= b'_{n-1} - f'_{n-1} X_n \\ &\dots\dots\dots \\ X_j &= b'_j - f'_j X_{j+1} \\ &\dots\dots\dots \\ X_1 &= b'_1 - f'_1 X_2 \end{aligned}$$

3.3 解析プログラムと計算結果

前記 3.1 項と 3.2 項の結果を BASIC 言語を用いてプログラムしたリストを付録 V に示す。以下、このプログラムを前 2.2 項と同様、表 1 の 20 MJ 超電導パルスコイルに適用した結果を示す。

2.2 項で使用した各定数に加うるに、本章の計算では、以下の物性値が必要である。

- ① 室温を基準とした時の冷却温度 (T)
- ② 温度 T の時の導体の熱収縮率 ( $\eta_{con}$ )
- ③ " ターン間絶縁物の熱収縮率 ( $\eta_{ins}$ )
- ④ 導体巻線時の巻テンション (D)

巻テンション  $D = 0, 1 \text{ kg/mm}^2, 3 \text{ kg/mm}^2$  の 3 つのケースをパラメータとして、 $T = -286$  °C、 $\eta_{con} = 1 \times 10^{-5}/^\circ\text{C}$ 、 $\eta_{ins} = 3.6 \times 10^{-5}/^\circ\text{C}$  の場合の発生応力を検討する。

超電導コイルが経験するストレス過程は、通常、次のプロセス、即ち、

巻線による残留応力発生



冷却による熱応力発生



電磁力による応力発生

であることを考慮し、表3に示すケースで計算を行った。その計算結果を図7～図12に示す。

図7～図12で、SH (kg/mm<sup>2</sup>), SR (kg/mm<sup>2</sup>)はそれぞれ、周方向応力、径方向応力で、正の値は引張応力、負の値は圧縮応力になることを示す。ここで、径方向応力SRに着目すると、コイルはまず巻線作業により圧縮応力が残留応力として貯えられる(図7, 図8)。しかし、冷却による熱応力が加わることにより、コイルには引張りモードの径方向応力が発生するようになる(図9)が、巻テンションの値が大きいコイルでは、冷却を受けた状態においても圧縮モードを保つことが可能である(図10)。

励磁による電磁応力は径方向応力に圧縮モードの応力を発生するが、巻テンションの値が小さいコイルでは、定格励磁の状態でも、なお、導体の一部に引張応力が存在する(図11)。巻テンションの大きいコイルでは、励磁中全ターンにわたって圧縮モードの径方向応力を保つことが可能である(図12)。

周方向の発生応力SHに関しては、図11に示した4.8 kg/mm<sup>2</sup>(引張り)が最高で、これを導体当りに換算すると5.3 kg/mm<sup>2</sup>になる。これは、導体の引張強さからして問題にはならない。

### 3.4 考 察

図9, 図11に示された様な、径方向応力SRが正、即ち、“引張り”方向の径方向力が発生するという事は、導体と導体の間隔がターン間絶縁厚以上になるということで、ターン間絶縁物が無接着の場合、導体間にスキマが出来ることを意味する。特に、図11に示す様な、定格( $B_{in}=7.0$  T,  $B_{out}=1.3$  T)励磁の状態で“引張り”応力を生じている部分の導体は、第2.3項で述べた導体フリーモデルによる解析が良い近似を与え、くり返し励磁による疲労の影響を受けやすい。一方、この部分のターン間絶縁物は、導体による押えがなくなるため、所定位置からのはずれ等が生じやすく、最悪の場合、ターン間短絡事故を誘発する。

ターン間絶縁物が接着施工されたとしても、冷却による引張り力のため接着部がはがれると、上記と同様の現象が起きる。また、励磁の最中に接着部のはずれが起きると、一種のWire Motion(導体の突発的な動き)が生じることになり、超電導転移の原因になる。

この様な、重大な超電導コイル特性劣化現象を引き起こす“径方向の引張り”応力を解消するには、

- ① 導体巻線時の巻テンションを大きくする
- ② ターン間絶縁物の熱収縮率を導体の熱収縮率に近づける

の2つが有効な手法となる。特に、核融合用トロイダルコイルの様な直線部、あるいは直線に近い大きな曲線を有する大型コイルでは、巻線施工上、大きな巻テンションをかけることが出来ないため、上記②が有効な手段となる。このことを定量的に示したのが図13である。図12( $\eta_{ins} =$

$3.6 \times 10^{-5}/^{\circ}\text{C}$ ) では、 $D = 4 \text{ kg/mm}^2$  でようやく、励磁時全ての径方向応力を圧縮にすることが出来たが、 $\eta_{\text{ins}} = 1.5 \times 10^{-5}/^{\circ}\text{C}$  とすると、 $D = 1.2 \text{ kg/mm}^2$  で全ての径方向応力を圧縮することが可能であることを示している。

本章の最後に、前 2.2 項で述べた 2 次元異方性モデルとの比較のため、 $T = 0$ 、 $D = 0$  の時の計算結果リストを表 4 に、そのグラフィック結果を図 14 (図 3 に対応) に示しておく。

表4 各ターン毎の発生応力及び発生変位計算結果  
(多重リングモデル)

NO.	R (mm)	SH (kg/mm <sup>2</sup> )	SR (kg/mm <sup>2</sup> )	U (mm)
1	358.75	4.75E+00	1.41E-02	2.80E-01
2	378.55	4.60E+00	3.36E-02	2.86E-01
3	398.35	4.53E+00	3.79E-02	2.83E-01
4	418.15	4.09E+00	3.16E-02	2.80E-01
5	437.95	3.86E+00	1.79E-02	2.78E-01
6	457.75	3.64E+00	-1.02E-03	2.74E-01
7	477.55	3.43E+00	-2.33E-02	2.70E-01
8	497.35	3.22E+00	-4.75E-02	2.65E-01
9	517.15	3.02E+00	-7.24E-02	2.58E-01
10	536.95	2.81E+00	-9.73E-02	2.51E-01
11	556.75	2.62E+00	-1.21E-01	2.43E-01
12	576.55	2.42E+00	-1.43E-01	2.34E-01
13	596.35	2.23E+00	-1.63E-01	2.24E-01
14	616.15	2.05E+00	-1.80E-01	2.13E-01
15	635.95	1.87E+00	-1.93E-01	2.02E-01
16	655.75	1.71E+00	-2.02E-01	1.91E-01
17	675.55	1.55E+00	-2.07E-01	1.79E-01
18	695.35	1.40E+00	-2.07E-01	1.67E-01
19	715.15	1.27E+00	-2.01E-01	1.56E-01
20	734.95	1.14E+00	-1.89E-01	1.45E-01
21	754.75	1.04E+00	-1.71E-01	1.35E-01
22	774.55	9.51E-01	-1.46E-01	1.27E-01
23	794.35	8.81E-01	-1.14E-01	1.20E-01
24	814.15	8.31E-01	-7.38E-02	1.14E-01
25	833.95	8.23E-01	-2.60E-02	1.14E-01

表3 巻テンションを1 kg/mm<sup>2</sup>, 4 kg/mm<sup>2</sup>とした場合の発生応力計算ケース (図7~図12にその結果を示す)

巻テンション	1 kg/mm <sup>2</sup>	1 kg/mm <sup>2</sup>	1 kg/mm <sup>2</sup>
巻テンションによる残留応力	図7	図8	図10
冷却による熱応力が加わった時の応力	図9	図11	図12
さらに、励磁による応力が加わった時の応力			

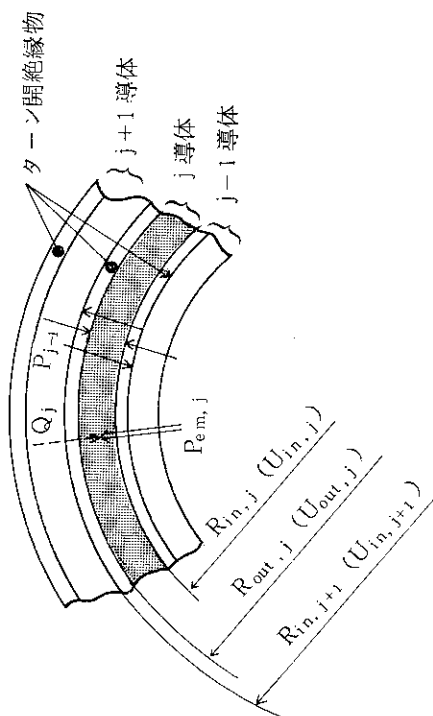


図6 多重リング解析モデル

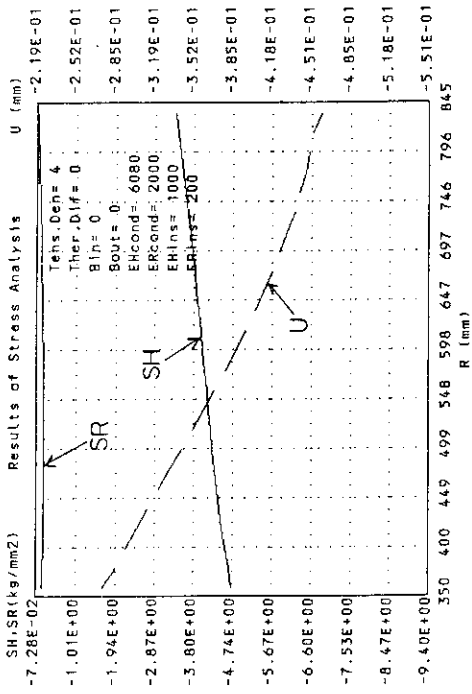


図8 4 kg/mm<sup>2</sup>の巻テンションによって発生する  
コイル内応力と変位分布

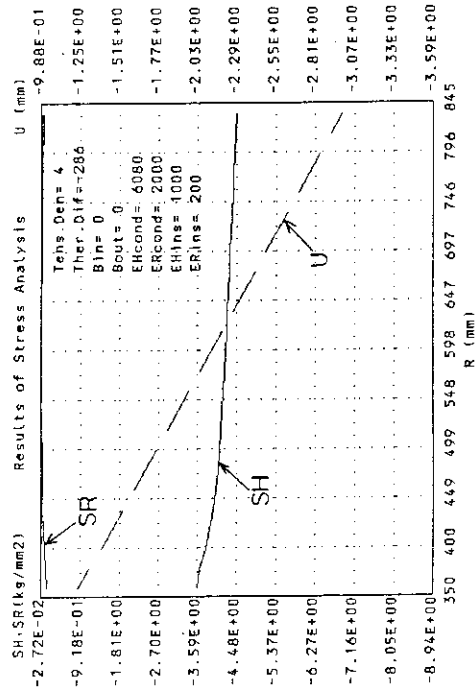


図10 4 kg/mm<sup>2</sup>巻テンションコイルを冷却した時の  
コイル内応力と変位分布

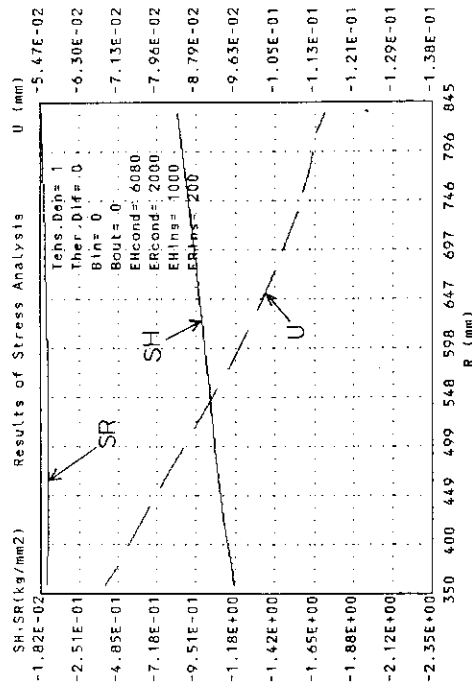


図7 1 kg/mm<sup>2</sup>の巻テンションによって発生する  
コイル内応力と変位分布

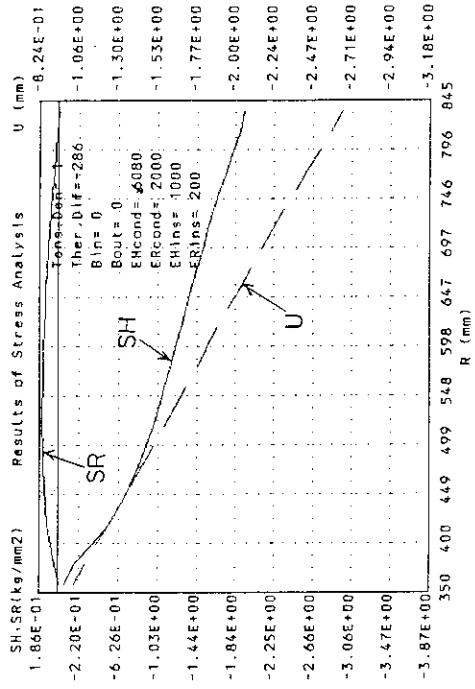


図9 1 kg/mm<sup>2</sup>巻テンションコイルを冷却した時の  
コイル内応力と変位分布

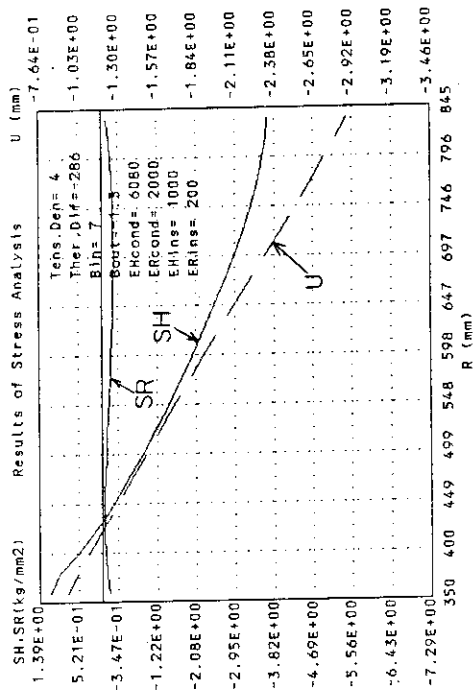


図 12 4 kg/mm<sup>2</sup>巻テンスンコイルを冷却後、定格値まで励磁した時のコイル内応力と変位分布  
( $y_{ins} = 3.6 \times 10^{-5} / ^\circ\text{C}$ の時)

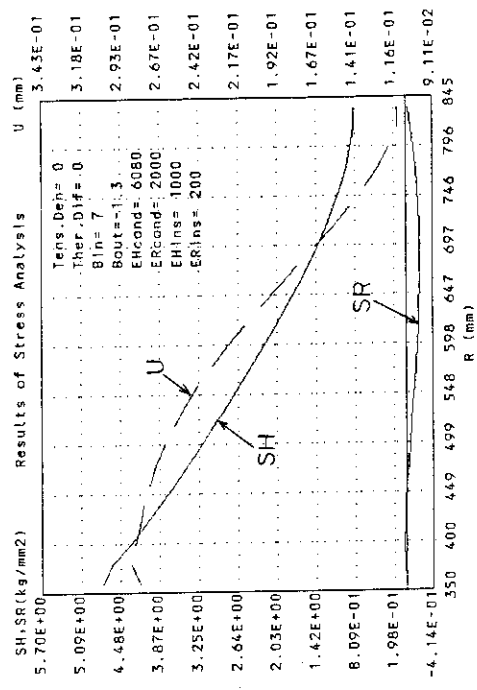


図 14 多重リングモデルで計算した電磁力のみによる周方向応力(SH), 径方向応力(SR)及び変位(U)のコイル内分布

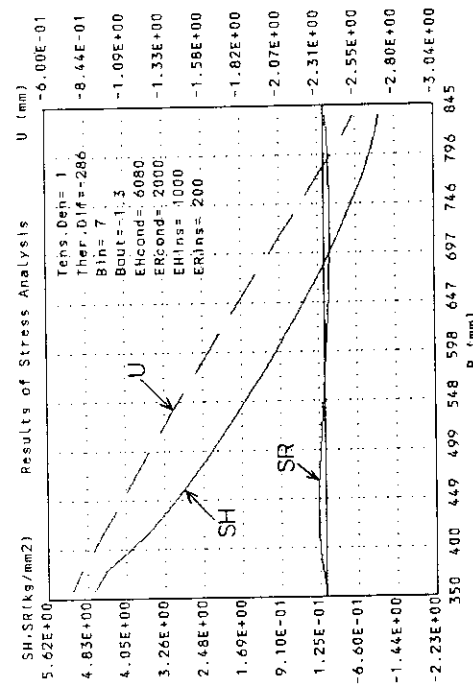


図 11 1 kg/mm<sup>2</sup>巻テンスンコイルを冷却後、定格値まで励磁した時のコイル内応力と変位分布

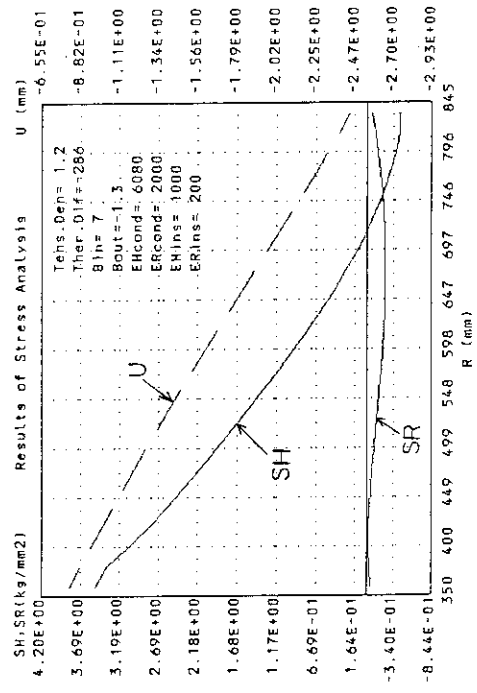


図 13  $y_{ins} = 1.5 \times 10^{-5} / ^\circ\text{C}$ にした時の、1.2 kg/mm<sup>2</sup>巻テンスンコイルの定格励磁時のコイル内応力と変位分布特性

## 4. 撚線タイプ導体の引張ヤング率の評価

前章までの検討で、コイルに発生する種々の応力の計算法について述べてきた。ここで問題になるのが、導体及びターン間絶縁物の機械的物定数値で、特に、図1に示した様な撚線タイプ導体の周方向ヤング率 ( $E_{t,con}$ )、及び径方向ヤング率 ( $E_{r,con}$ ) の値を正確に把握することは難しい。

撚線タイプ導体は、通常、機械的補強のために受けられたステンレス鋼のまわりに、超電導素線群を平角撚りして形成される。

原研では、この典型的な例としてJA-50タイプの導体を開発している<sup>文献1)</sup>。このJA-50タイプ導体(フルサイズ、 $3/5$ サイズ)の引張試験結果をベースに、各種モデルによる比較検討を行い、撚線タイプ導体の引張(=周方向)ヤング率の評価法について検討したので以下に述べる。

### 4.1 JA-50タイプ導体諸元

原研にて開発中のJA-50タイプ導体のサブケーブルの諸元を表5に、平角撚り導体であるフルサイズ導体と、 $3/5$ サイズ導体の諸元を表6に示す。またJA-50フルサイズ導体の詳細を図15に示す。

### 4.2 引張ヤング率試験結果

図16、図17に、それぞれ、JA-50タイプのフルサイズ導体と $3/5$ サイズ導体の引張試験結果を示す。

以下、図16のフルサイズ導体について、導体 total としての引張ヤング率を次の様なプロセスで求める。

- i) ステンレス補強板、超電導ケーブル部とも弾性域にある、荷重  $13 \times 10^3 \text{ kg}$  の点に着目する。
- ii) この時ステンレス補強板に加わっている加重  $Q_1$  は、ステンレス補強板のヤング率を  $19700 \text{ kg/mm}^2$  とすると、

$$\frac{Q_1}{130 \times 2.5} = 19700 \times 0.1 \times 10^{-2}$$

より、

$$Q_1 = 6403 \text{ kg}$$

となる。



iii) よって、超電導ケーブル部に加わっている加重 $Q_2$ は、

$$\begin{aligned} Q_2 &= 13 \times 10^3 - 6403 \\ &= 6597 \text{ [kg]} \end{aligned}$$

となる。従って超電導ケーブル部の等価ヤング率 $E_{\text{eff}}$ は、

$$\frac{6597}{35 \times \frac{\pi \times (2.62)^2 \times 7}{4}} = E_{\text{eff}} \times 0.06 \times 10^{-2}$$

より、

$$E_{\text{eff}} = 8324 \text{ [kg/mm}^2\text{]}$$

となる。

iv) 以上より、JA-50フルサイズ導体 total としての引張ヤング率 $E_Q$ は、

$$\begin{aligned} E_Q &= \frac{19700 \times 130 \times 2.5 + 8324 \times 35 \times \frac{\pi \times (2.62)^2 \times 7}{4}}{144.5 \times 17.5} \\ &= 6880 \text{ [kg/mm}^2\text{]} \end{aligned}$$

以上と全く同様に、 $3/5$ サイズ導体の total ヤング率 $E_Q$ を求めると、

$$E_Q = 5740 \text{ [kg/mm}^2\text{]}$$

になる。

#### 4.3 各種モデルによる引張ヤング率検討結果

まず、超電導素線6本と中心のステンレス丸鋼1本より成る丸撚りサブケーブルについて、以下のモデル、

- a) 撚りなしモデル
- b) 押し返し点固定モデル (本表式の基本的考えを付録VIに示す)
- c) コイルバネモデル

で評価し、ついで、サブケーブル35本 (フルサイズ導体)、及び21本 ( $3/5$ サイズ導体) から成る平角撚り導体について、

- a) 撚りなしモデル
- b) 押し返し点固定モデル

で評価を行う。

各種モデルの評価式は、それぞれ次の様になる。

撚りなしモデルは、文字通り各構成材が撚られてなく、ストレート状に配置しているとしたモ

デルで、

$$E_Q = \frac{NA_1 E_1 + A_2 E_2}{A} \quad (4-1)$$

となる。

押し返し点固定モデルは、

$$E_Q = \frac{NA_1 E_1 \cos \theta + A_2 E_2}{A_{\text{eff}}} \quad (4-2)$$

となる。但し、平角撚り導体では、押し返し端部の4本分にはステンレス補強板がないため、 $N-4$ とする。

コイルバネモデルは、撚線構成素線の各一本づつがコイルバネの様にふるまうとするもので、

$$E_Q = \frac{l_p}{A} (6k_1 + k_2) \quad (4-3)$$

ここで、

$$k_1 = \frac{1}{R^2 l_p \cos \theta \left( \frac{\sin^2 \theta}{G_1 I_p} + \frac{\cos^2 \theta}{E_1 I_1} \right)}$$

$$k_2 = \frac{A_2}{l_p} E_2$$

となる<sup>文献3)</sup>。

式(4-1)～(4-3)で、各記号の意味は次の通りである。

$N$	:	撚線構成素線の本数
$A_1$ [mm <sup>2</sup> ]	:	1本当りの占積面積
$E_1$ [kg/mm <sup>2</sup> ]	:	のヤング率
$A_2$ [mm <sup>2</sup> ]	:	ステンレス鋼の断面積
$E_2$ [mm <sup>2</sup> ]	:	ステンレス鋼のヤング率
$\theta$ [dag.]	:	撚線構成素線の平均撚り角度
$A$ [mm <sup>2</sup> ]	:	撚線全構成材の占積面積
$A_{\text{eff}}$ [mm <sup>2</sup> ]	:	の投影面積
$l_p$ [mm]	:	撚りピッチ長
$G_1$ [kg/mm <sup>2</sup> ]	:	撚線構成素線の横弾性率
$I_1$ [mm <sup>4</sup> ]	:	の断面2次モーメント
$I_p$ [mm <sup>4</sup> ]	:	のねじり断面2次モーメント

表7に、サブケーブル及び平角撚り導体であるフルサイズ導体、並びに<sup>3</sup>/<sub>5</sub>サイズ導体についての上記各定数値をまとめて示す。

表7をもとに、各モデルでの計算を行った。フルサイズ導体の検討結果を表8に、 $3/5$ サイズ導体の検討結果を表9に示す。表8、表9に示した( )内の値は、計算値の実測値からのずれの程度を%で示したものである。

#### 4.4 考 察

以上の検討結果より、丸撚り線、平角撚り線とも、押し返し点固定モデル(二端部固定モデル)で計算した結果が妥当な近似を与えることが分かった。これは一般の平角撚り導体にも適用され、ほぼ正しい引張りヤング率を与えるものと考えられる。

表5 JA-50タイプ導体, サブケーブル諸元

(丸撚り線)

項 目	公 称 値	備 考
外 径	$\phi$ 7.86 mm	
超電導ストランド数	6 本	
1 st コア (中芯材)		
外 径	$\phi$ 2.62	t 30 $\mu$ m ホルマール被
材 質	SUS 304	覆を含む寸法
表面処理	t 30 $\mu$ m ホルマール被覆	
ツイストピッチ	100 mm	
平均撚り角度	9.35°	

表6 JA-50タイプ導体, 平角撚り導体 (フルサイズ, 3/5サイズ) 諸元

	フルサイズ導体	3/5 サイズ導体
導 体 寸 法	144.5 $\times$ 17.5 mm	88.6 $\times$ 17.5 mm
マ ン ド レ ル		
寸 法	130 $\times$ 2.5 mm	74 $\times$ 2.5 mm
絶 縁	t 0.1 mm エポキシ含浸テープ	同 左
サブケーブル数	35 本	21 本
ツイストピッチ	1000 mm	600 mm
平均撚り角度	13.2°	16.9°

表7 引張ヤング率計算に用いた数値

	サブケーブル	平角撚り導体	
		フルサイズ	<sup>3</sup> / <sub>5</sub> サイズ
N	6 本 (超電導素線本数)	35 本 (サブケーブル本数)	21 本 (サブケーブル本数)
A <sub>1</sub>	5.39 mm <sup>2</sup>	37.73 mm <sup>2</sup>	37.73 mm <sup>2</sup>
E <sub>1</sub>	11100 kg/mm <sup>2</sup>	サブケーブルの各モデルによる	
A <sub>2</sub>	5.39 mm <sup>2</sup>	325 mm <sup>2</sup>	185 mm <sup>2</sup>
E <sub>2</sub>	19700 kg/mm <sup>2</sup>	19700 kg/mm <sup>2</sup>	19700 kg/mm <sup>2</sup>
θ	9.35°	13.2°	16.9°
A	37.73 mm <sup>2</sup>	1645.55 mm <sup>2</sup>	977.33 mm <sup>2</sup>
A <sub>eff</sub>	48.52 mm <sup>2</sup>	2528.75 mm <sup>2</sup>	1550.3 mm <sup>2</sup>
l <sub>p</sub>	100 mm	/	/
G <sub>1</sub>	4000 kg/mm <sup>2</sup>		
I <sub>1</sub>	2.3 mm <sup>4</sup>		
I <sub>p</sub>	4.6 mm <sup>4</sup>		

表8 各モデルによるフルサイズ導体の引張ヤング率検討結果  
(単位: kg/mm<sup>2</sup>)

		丸撚りサブケーブル		
		撚りなし	端部固定	コイルバネ
平角撚り導体	撚りなし	13,790 (100.4%)	11,500 (67.2%)	6,610 (-3.9%)
	端部固定	8,080 (17.4%)	6,810 (-1.0%)	4,060 (-41.0%)

注) ( ) 内の値は  $\frac{\text{計算値}-\text{実測値}}{\text{実測値}} \times 100$

表9 各モデルによる<sup>3</sup>/<sub>5</sub>サイズ導体の引張ヤング率検討結果  
(単位: kg/mm<sup>2</sup>)

		丸撚りサブケーブル		
		撚りなし	端部固定	コイルバネ
平角撚り導体	撚りなし	13,730 (139.2%)	11,420 (99.0%)	6,480 (12.9%)
	端部固定	7,230 (26.0%)	6,110 (6.4%)	3,690 (-35.7%)

注) ( ) 内の値は  $\frac{\text{計算値}-\text{実測値}}{\text{実測値}} \times 100$

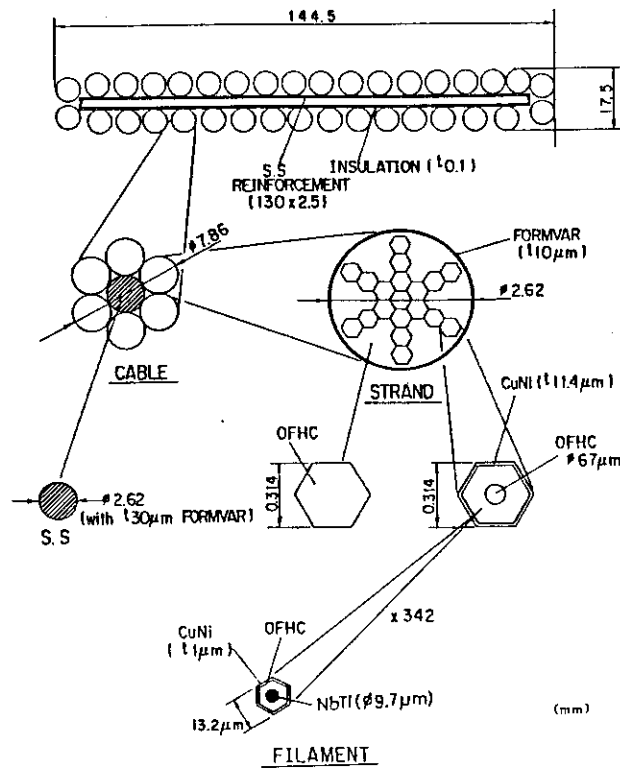


図 15 JA-50 タイプ、フルサイズ導体

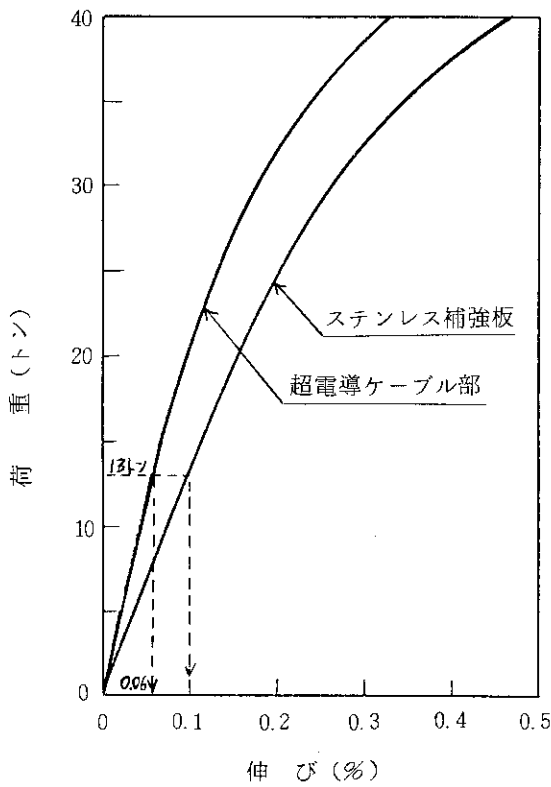


図 16 JA-50 タイプ、フルサイズ導体引張試験結果

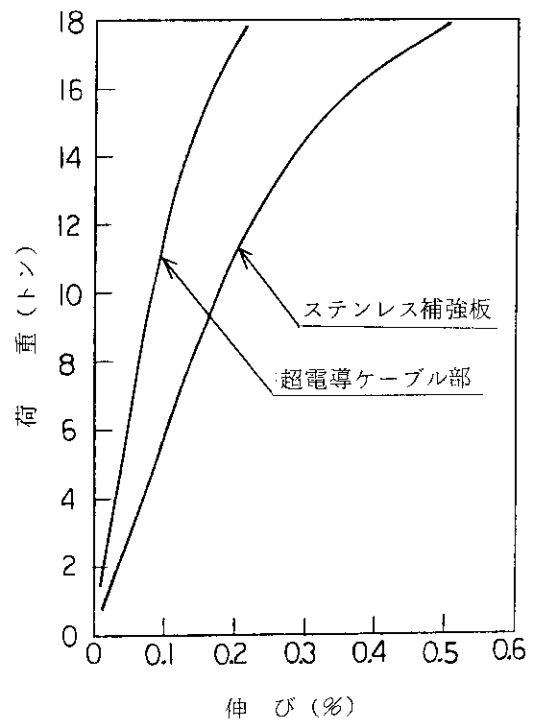


図 17 JA-50 タイプ、3/5 サイズ導体引張試験結果

## 5. あとがき

以上、超電導パルスコイルの機械的問題のいくつかについて検討してきたが、勿論、全ての機械的問題を検討しきれた訳ではない。特に、超電導コイル冷却時における各物性値、例えば、導体及びターン間絶縁物の径方向ヤング率、ポアソン比、熱収縮率等の値を正確に把握し、これらの値を正しく評価することが今後の重要な課題と考える。

## 謝 辞

本研究の機会を与えていただいた、苫米地所長、田中部長に感謝致します。又、有意義な御討論及び御助言をいただいた、超電導磁石研究室、安藤俊就、辻博史、多田栄介、吉田清、中嶋秀夫の各研究員、並びに日立製作所からの外来研究員であった高橋龍吉氏に感謝致します。

## 5. あとがき

以上、超電導パルスコイルの機械的問題のいくつかについて検討してきたが、勿論、全ての機械的問題を検討しきれた訳ではない。特に、超電導コイル冷却時における各物性値、例えば、導体及びターン間絶縁物の径方向ヤング率、ポアソン比、熱収縮率等の値を正確に把握し、これらの値を正しく評価することが今後の重要な課題と考える。

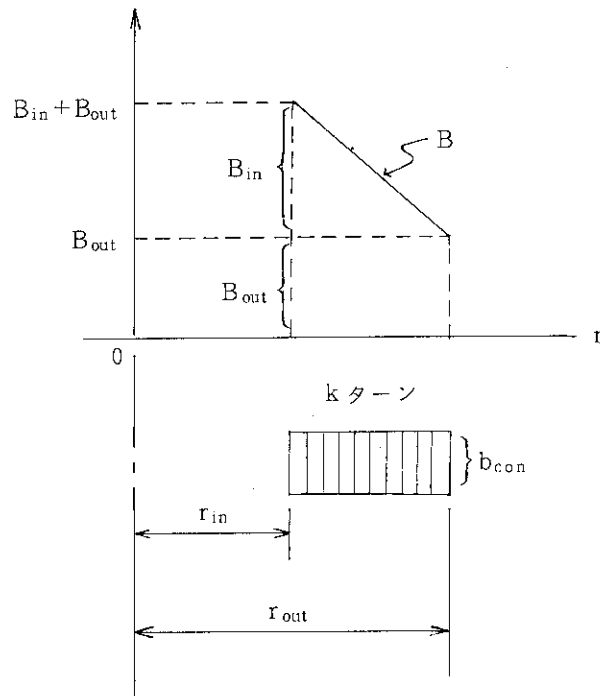
## 謝 辞

本研究の機会を与えていただいた、苫米地所長、田中部長に感謝致します。又、有意義な御討論及び御助言をいただいた、超電導磁石研究室、安藤俊就、辻博史、多田栄介、吉田清、中嶋秀夫の各研究員、並びに日立製作所からの外来研究員であった高橋龍吉氏に感謝致します。



付録一 I

右図の様な 1 パンケーキ断面の磁界分布を考える。



コイルの通電電流を  $I_{op}$  とすると、1 パンケーキ全体に発生する拡張力  $F$  (N) は、

$$\begin{aligned}
 F &= \int_{r_{in}}^{r_{out}} \frac{k I_{op}}{(r_{out} - r_{in}) b_{con}} \cdot B \cdot 2\pi r \cdot b_{con} \cdot dr \\
 &= \int_{r_{in}}^{r_{out}} \frac{k I_{op}}{(r_{out} - r_{in})} \cdot \left\{ -\frac{B_{in}}{r_{out} - r_{in}} (r - r_{out}) + B_{ex} \right\} \cdot 2\pi r \cdot dr \\
 &= \int_{r_{in}}^{r_{out}} \frac{k I_{op}}{(r_{out} - r_{in})} \cdot \left\{ -\frac{B_{in}}{r_{out} - r_{in}} (r - r_{out}) \right\} \cdot 2\pi r \cdot dr \\
 &\quad + \int_{r_{in}}^{r_{out}} \frac{k I_{op}}{(r_{out} - r_{in})} \cdot B_{out} \cdot 2\pi r \cdot dr \\
 &= \frac{B_{in} k I_{op} (2r_{in} + r_{out})}{3} \pi + k I_{op} B_{out} (r_{out} + r_{in}) \pi
 \end{aligned}$$

となる。

この力  $F$  (N) が、巾  $b_{con}$  のパンケーキ内半径 ( $r_{in}$ ) 面に加わるとすると、発生する圧力  $P_0$  ( $\text{kg}/\text{mm}^2$ ) は、

$$P_0 = \frac{k I_{op}}{1.96 \times 10^4 \cdot r_{in} \cdot b_{con}} \cdot \left\{ \frac{B_{in}}{3} (2 r_{in} + r_{out}) + B_{out} (r_{in} + r_{out}) \right\}$$

になる。(  $P_0$  を求めるとき、長さを  $m$  から  $mm$  に、力を  $N$  から  $kg$  に変換している)

## 付録一Ⅱ

## Ⅱ. 1 式の導出

r を径方向, t を周方向としたとき, 平面応力を問題とする均質直反異方性体の歪みと応力の関係は, 次の式で表わされる<sup>文献4)</sup>。

$$\epsilon_r = \frac{1}{E_r} \sigma_r - \frac{\nu_{tr}}{E_t} \sigma_t \quad (1)$$

$$\epsilon_t = \frac{\nu_{rt}}{E_r} \sigma_r + \frac{1}{E_t} \sigma_t \quad (2)$$

ここで,

$$\frac{\nu_{tr}}{E_t} = \frac{\nu_{rt}}{E_r} \quad (3)$$

である。 $\frac{E_t}{E_r} = n$  とおくと, ①, ②は

$$\sigma_r = \left( \frac{E_t}{n - \nu_{tr}^2} \right) (\epsilon_r + \nu_{tr} \epsilon_t) \quad (4)$$

$$\sigma_t = \left( \frac{E_t}{n - \nu_{tr}^2} \right) (n \epsilon_t + \nu_{tr} \epsilon_r) \quad (5)$$

となる。半径方向の変位を u とすると,

$$\epsilon_r = \frac{du}{dr}$$

$$\epsilon_t = \frac{u}{r}$$

の関係が成り立つ。これを式④, ⑤に代入すると,

$$\sigma_r = \left( \frac{E_t}{n - \nu_{tr}^2} \right) \left( \frac{du}{dr} + \nu_{tr} \frac{u}{r} \right) \quad (4')$$

$$\sigma_t = \left( \frac{E_t}{n - \nu_{tr}^2} \right) \left( n \frac{u}{r} + \nu_{tr} \frac{du}{dr} \right) \quad (5')$$

となる。

一方、付録 I と同様、右図の様な磁界分布を考える。コイル内径面で  $B_{in}$ 、外径面で  $B_{out}$  とし、その間は直線的に変化するとすると、コイル内の任意の点  $r$  の磁界  $B$  は、

$$B = B_{in} - \frac{B_{in} - B_{out}}{r_{out} - r_{in}} (r - r_{in})$$

$$= B_{in} \{ 1 + \beta (r - 1) \} \quad (6)$$

但し、 
$$\beta = \frac{B_{out} - B_{in}}{B_{in}(\alpha - 1)}$$

$$r = \frac{r}{r_{in}}$$

$$\alpha = \frac{r_{out}}{r_{in}}$$

となる。

この時のコイル内応力分布は、コイル平均電流密度を  $J$  とすると、

$$\sigma_r - \sigma_t + r \frac{d\sigma_r}{dr} + JBr = 0 \quad (7)$$

になる。

式(7)に、式(4) (5) (6)を代入し、  $r = \frac{r}{r_{in}}$ 、  $\xi = JB_{in}r_{in}$ 、  $\zeta = \frac{E_t}{(n - \nu_{tr}^2)r_{in}}$  とおくと、

$$\frac{d^2U}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dU}{dr} - n \frac{U}{r^2} = - \frac{\xi}{\zeta} \{ 1 + \beta(r - 1) \} \quad (8)$$

となる。  $n = 4$ 、  $n \neq 9$  の時の(8)式の特解  $U_p$  は

$$U_p = - \frac{\xi}{\zeta} \left\{ \frac{1 - \beta}{4 - n} r^2 + \frac{\beta}{9 - n} r^3 \right\}$$

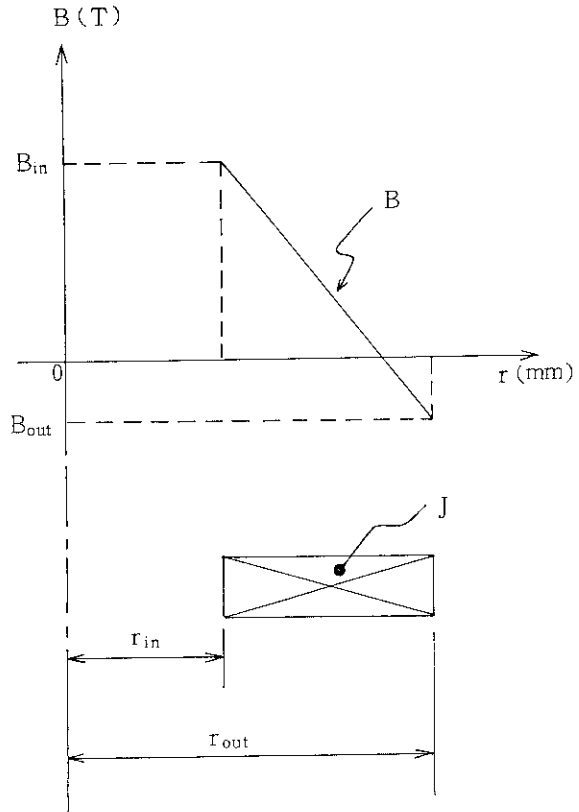
で、一般解  $U$  は、

$$U = C_1 r^n + C_2 r^{-n} - \frac{\xi}{\zeta} \left\{ \frac{1 - \beta}{4 - n} r^2 + \frac{\beta}{9 - n} r^3 \right\} \quad (9)$$

になる。

コイル内・外径面が支持されていないという境界条件、即ち、

$$\left. \begin{aligned} r = r_{in} (r = 1) \text{ で } \sigma_r = 0 \\ r = r_{out} (r = \alpha) \text{ で } \sigma_r = 0 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$



という条件で式⑨中の  $C_1$ ,  $C_2$  を求めると,

$$C_1 = \frac{\xi}{\zeta} \left\{ \frac{1}{(\nu_{tr} + \sqrt{n})(a^{2\sqrt{n}} - 1)} \right\} \\ \times \left\{ \frac{(\nu_{tr} + 2)(1 - \beta)(a^{\sqrt{n}+2} - 1)}{4 - n} + \frac{(\nu_{tr} + 3)\beta(a^{\sqrt{n}+3} - 1)}{9 - n} \right\} \quad (11)$$

$$C_2 = \frac{\xi}{\zeta} \left\{ \frac{a^{2\sqrt{n}}}{(\sqrt{n} - \nu_{tr})(a^{2\sqrt{n}} - 1)} \right\} \\ \times \left\{ \frac{(\nu_{tr} + 2)(1 - \beta)(a^{2-\sqrt{n}} - 1)}{4 - n} + \frac{(\nu_{tr} + 3)\beta(a^{3-\sqrt{n}} - 1)}{9 - n} \right\} \quad (12)$$

となる。

式⑪, ⑫を式⑨に代入して, 半径方向の変位  $U$  を求め, 式④, ⑤を用いると径方向応力  $\sigma_r$ , 周方向応力  $\sigma_t$  が次の様に求まる。

$$\sigma_r = \frac{J B_{in} r_{in} (\nu_{tr} + 2)(1 + \beta)}{(4 - n)(a^{2\sqrt{n}} - 1)} [(a^{\sqrt{n}+2} - 1) r^{\sqrt{n}-1} - a^{2\sqrt{n}} (a^{2-\sqrt{n}} - 1) r^{-(\sqrt{n}+1)} \\ - (a^{2\sqrt{n}} - 1) r] \\ + \frac{J B_{in} r_{in} (\nu_{tr} + 3)\beta}{(9 - n)(a^{2\sqrt{n}} - 1)} [(a^{\sqrt{n}+3} - 1) r^{\sqrt{n}-1} - a^{2\sqrt{n}} (a^{3-\sqrt{n}} - 1) r^{-(\sqrt{n}+1)} \\ - (a^{2\sqrt{n}} - 1) r^2] \quad (13)$$

$$\sigma_t = \frac{J B_{in} r_{in} (\nu_{tr} + 2)(1 - \beta)\sqrt{n}}{(4 - n)(a^{2\sqrt{n}} - 1)} \left[ (a^{\sqrt{n}+2} - 1) r^{\sqrt{n}-1} + a^{2\sqrt{n}} (a^{2-\sqrt{n}} - 1) r^{-(\sqrt{n}+1)} \right. \\ \left. - (a^{2\sqrt{n}} - 1) \frac{\sqrt{n}(1 + 2\nu_{tr})}{\nu_{tr} + 2} r \right] \\ + \frac{J B_{in} r_{in} (\nu_{tr} + 3)\beta\sqrt{n}}{(9 - n)(a^{2\sqrt{n}} - 1)} \left[ (a^{\sqrt{n}+3} - 1) r^{\sqrt{n}-1} + a^{2\sqrt{n}} (a^{3-\sqrt{n}} - 1) r^{-(\sqrt{n}+1)} \right. \\ \left. - (a^{2\sqrt{n}} - 1) \frac{\sqrt{n}(1 + 3\nu_{tr})}{\nu_{tr} + 3} r^2 \right] \quad (14)$$

式⑭で,  $\nu_{rt} = \nu_{tr}/n$  である。

## II. 2 プログラミング

以上の式をもとにプログラミングしたリストを以下に示す。尚, 本プログラムのファイル名は "H-STRESS" とする。

```

10 REM-----"H-STRESS" PROGRAM LIST-----
20 DIM X(60),SH(60),SR(60),UX(60),RR(60),SHC(60),SHI(60),P(60),PP(50),HSUS(50),HSTR(30),SSH(50)
30  CONSOLE 0,25,0,1
40  KEY 2,"cls 3"
50  REM -----INITIAL DRAWING-----
60  CLS 3:WIDTH 80,25
70  SCREEN 2,0
80  LINE (100,200)-(150,300), ,B:LINE (250,200)-(300,300), ,B
90  LINE (100,200)-(150,300):LINE (100,300)-(150,200)
100 LINE (250,200)-(300,300):LINE (250,300)-(300,200)
110 LINE (200,20)-(200,370):LINE (200,160)-(320,160)
120 LINE (250,300)-(250,330):LINE (300,300)-(300,370)
130 LINE (200,320)-(250,320):LINE (200,360)-(300,360)
140 LINE (250,40)-(300,140)
150 FX=80/640:FY=25/200
160 P1=200*FX:P2=2*FY
170 P3=240*FX:P4=15*FY
180 P5=290*FX:P6=65*FY
190 P7=320*FX:P8=80*FY
200 G1=220*FX:G2=140*FY
210 G3=216*FX:G4=155*FY
220 G5=235*FX:G6=170*FY
230 LOCATE P1,P2:PRINT "B(T)"
240 LOCATE P3,P4:PRINT "(B1)"
250 LOCATE P5,P6:PRINT "(B0)"
260 LOCATE P7,P8:PRINT "R(mm)"
270 LOCATE G3,G4:PRINT "(R1)"
280 LOCATE G5,G6:PRINT "(R0)"
290 LOCATE 40,0:PRINT "EH,ER=Young's Modulus in H,R-direction"
300 REM-----ANALYTICAL DATA INPUT-----
310 LOCATE 50,2:PRINT "----ANALYTICAL CONDITIONS----"
320 LOCATE 50,4:INPUT "CALCULATION NAME ",A$
330 LOCATE 50,5:INPUT "RI (mm) ",R1
340 LOCATE 50,6:INPUT "BI (T) ",BI
350 LOCATE 50,7:INPUT "BO (T) ",BO
360 LOCATE 50,8:INPUT "EHcond (kg/mm2) ",EHCON
370 LOCATE 50,9:INPUT "ERcond (kg/mm2) ",ERCON
380 LOCATE 50,10:INPUT "EHins (kg/mm2) ",EHINS
390 LOCATE 50,11:INPUT "ERins (kg/mm2) ",ERINS
400 LOCATE 50,12:INPUT "Wid.of Cond.(mm) ",WICO
410 LOCATE 50,13:INPUT "Thic.of Cond.(mm) ",THCO
420 LOCATE 50,14:INPUT "Thic.of Ins.(mm) ",THIN
430 LOCATE 50,15:INPUT "Pac.fac.of Ins. ",PFIN
440 LOCATE 50,16:INPUT "Cur.Den.(A/mm2) ",JCUR

```

```

450 LOCATE 50,17:INPUT "Poisson's Ratio " ,MXY
460 LOCATE 50,18:INPUT "Tot. No. of Layer " ,NR
470 LOCATE 50,20:INPUT "----OK? (Y/N)----" ,YN$
480 IF YN$="Y" THEN 500 ELSE 490
490 CLS 1:GOTO 230
500 LOCATE 50,22:INPUT "Copy or Go (C/G)?" ;CG$
510 IF CG$="C" THEN COPY 3 ELSE 520
520 CLS 3
530 REM -----CALCULATION-----
540 RO=RI+(THCO+THIN)*NR
550 ACON=WICO*THCO:AINS=WICO*THIN
560 EH=(EHCON*ACON+EHINS*AINS*PFIN)/(ACON+AINS)
570 ER=(THCO+THIN)/(THCO/ERCON+THIN/ERINS/PFIN)
580 W=BI*JCUR/9800:N=EH/ER
590 A=RO/RI:B=(BO-BI)/(BI*(A-1))
600 Y=W*RI:Z=EH/(N-MXY^2)*RI
610 CN=SQR(N):CA=A^(CN+2)-1
620 CB=A^(2*CN):CC=A^(2-CN)-1
630 CD=A^(2*CN)-1:CE=(1+2*MXY/N)/(MXY+2)
640 CF=A^(CN+3)-1:CG=A^(3-CN)-1
650 CH=(1+3*MXY/N)/(MXY+3):CK=CN-1
660 CI=(MXY+2)*(1-B)/(4-N)*CD:CL=-CN+1)
670 CJ=(MXY+3)*B/(9-N)*CD
680 U1=1/((MXY+CN)*CD)
690 U2=(MXY+2)*(1-B)*CA/(4-N)
700 U3=(MXY+3)*B*CF/(9-N)
710 U4=CB/((CN-MXY)*CD)
720 U5=(MXY+2)*(1-B)*CC/(4-N)
730 U6=(MXY+3)*B*CG/(9-N)
740 U7=Y*U1*(U2+U3)/Z:U8=Y*U4*(U5+U6)/Z
750 REM -----SRTESS CALCULATION-----
760 FOR J=1 TO NR
770 RR(J)=RI+THCO/2+(THCO+THIN)*(J-1) :X(J)=RR(J)/RI
780 S1=Y*CI*CN*(CA*X(J)^CK+CB*CC*X(J)^CL-CD*CN*CE*X(J))
790 S2=Y*CJ*CN*(CF*X(J)^CK+CB*CG*X(J)^CL-CD*CN*CH*X(J)^2)
800 SH(J)=S1+S2:P(J)=SH(J)*(ACON+AINS)
810 S3=Y*CI*(CA*X(J)^CK-CB*CC*X(J)^CL-CD*X(J))
820 S4=Y*CJ*(CF*X(J)^CK-CB*CG*X(J)^CL-CD*X(J)^2)
830 SR(J)=S3+S4
840 UX(J)=U7*X(J)^CN+U8*X(J)^(-CN)-Y*((1-B)*X(J)^2/(4-N)+B*X(J)^3/(9-N))/Z
850 SHC(J)=EHCON*P(J)/(EHCON*ACON+EHINS*AINS*PFIN)
860 SHI(J)=EHINS*PFIN*P(J)/(EHCON*ACON+EHINS*AINS*PFIN)
870 NEXT J
880 BEEP:CLS 3

```

```

890 REM -----CALCULATION RESULTS (PRINT)-----
900 FOR I=1 TO 3
910 PRINT SPC (15);A$;SPC (1);" CALCULATION RESULTS"
920 PRINT SPC (2);"NO.";SPC (1);" R(mm)";SPC (2);"SH(kg/mm2)";SPC (3);"U(mm)";SPC (1);"SHcont(kg/mm2)";S
PC(1);"SHins(kg/mm2)"
930 PRINT "-----"
940 FOR J=20*(I-1)+1 TO 20*I:IF J>9 THEN Q=1 ELSE Q=2
950 IF J>NR THEN 1040
960 PRINT SPC(Q);J;SPC(1);
970 PRINT USING "###.#";RR(J);
980 PRINT USING "###.#####";SH(J);
990 PRINT USING "###.#####";SR(J);
1000 PRINT USING "###.#####";UX(J);
1010 PRINT USING "###.#####";SHC(J);
1020 PRINT USING "###.#####";SHI(J)
1030
1040 NEXT J
1050 INPUT " more Print or Copy or Go (P/C/G)?";CG$
1060 IF CG$="P" THEN CLS 3:NEXT I
1070 IF CG$="C" THEN COPY 3:CLS 3
1080 CLS 3
1090 GOSUB 2490
1100 REM -----Y-AXIS NUMBERING-----
1110 LOCATE 8,0:PRINT "SH,SR(kg/mm2)"
1120 LOCATE 37,23:PRINT " R (mm) "
1130 LOCATE 62,0:PRINT " U (mm) "
1140 DMAX=SH(1):IMAX=1
1150 FOR I=2 TO NR
1160 IF DMAX<SH(I) THEN DMAX=SH(I):IMAX=I ELSE 1160
1170 NEXT I:MAX=SH(IMAX)
1180 T1=MAX*1.2
1190 CMIN=SR(1):JMIN=1
1200 FOR J=2 TO NR
1210 IF CMIN>SR(J) THEN CMIN=SR(J):JMIN=J ELSE 1210
1220 NEXT J:MIN=SR(JMIN)
1230 T2=MIN
1240 DHIG=UX(1):IHIG=1
1250 FOR I=2 TO NR
1260 IF DHIG<UX(I) THEN DHIG=UX(I):IHIG=I ELSE 1260
1270 NEXT I:HIG=UX(IHIG)
1280 T3=HIG*1.2
1290 CLOW=UX(1):JLOW=1
1300 FOR J=2 TO NR
1310 IF CLOW>UX(J) THEN CLOW=UX(J):JLOW=J ELSE 1310
1320 NEXT J:LOW=UX(JLOW)
1330 T4=LOW

```



```

1330 FOR K=0 TO 10
1340   VY=2*K+1:SN=T1-(T1-T2)*K/10
1350   LOCATE 6,VY:PRINT USING "##.##^ ^^^";SN
1360 NEXT K
1370 FOR L=0 TO 10
1380   WY=2*L+1:UN=T3-(T3-T4)*L/10
1390   LOCATE 65,WY:PRINT USING "##.##^ ^^^";UN
1400 NEXT L
1410 REM -----RESULTS DRAWING -----
1420 FOR I=1 TO NR
1430   RR(I)=400*(RR(I)-RI)/(RO-RI)
1440   SH(I)=320*(1-(SH(I)-T2)/(T1-T2))
1450   SR(I)=320*(1-(SR(I)-T2)/(T1-T2))
1460   UX(I)=320*(1-(UX(I)-T4)/(T3-T4))
1470 NEXT I
1480 FOR J=1 TO NR-1
1490   LINE (RR(J),SH(J))-(RR(J+1),SH(J+1))
1500 NEXT J
1510 FOR K=1 TO NR-1
1520   LINE (RR(K),SR(K))-(RR(K+1),SR(K+1))
1530 NEXT K
1540 FOR L=1 TO NR-1 STEP 1.5
1550   LINE (RR(L),UX(L))-(RR(L+1),UX(L+1))
1560 NEXT L
1570 LOCATE 47,2:PRINT "Bin (T)=";BI
1580 LOCATE 47,3:PRINT "Bout(T)=";BO
1590 LOCATE 47,4:PRINT "Cur.Den.=";JCUR
1600 LOCATE 47,5:PRINT "EHcond=";EHCON
1610 LOCATE 47,6:PRINT "ERcond=";ERCON
1620 LOCATE 47,7:PRINT "EHins=";EHINS
1630 LOCATE 47,8:PRINT "ERins=";ERINS
1640 LOCATE 47,9:PRINT "Poi.Rat.=";MXY
1650 LOCATE 28,0:INPUT "Results(1) of Stress Analysis ",CG$
1660 IF CG$="C" THEN COPY 3 ELSE 1670
1670 CLS 3
1680 GOSUB 2490
1690 REM -----Y-AXIS NUMBERING-----
1700 LOCATE 8,0:PRINT "SHcon,SHins(kg/mm2)"
1710 LOCATE 37,23:PRINT " R (mm) "
1720 T1=SHC(1)*1.2
1730 IF SHC(NR)<SHI(NR) THEN T2=SHC(NR) ELSE T2=SHI(NR)
1740 FOR K=0 TO 10
1750   VY=2*K+1:SN=T1-(T1-T2)*K/10
1760   LOCATE 6,VY:PRINT USING "##.##^ ^^^";SN
1770 NEXT K

```

```

1780 REM -----RESULRS DRAWING -----
1790 FOR I=1 TO NR
1800   SSHC(I)=320*(1-(SHC(I)-T2)/(T1-T2))
1810   SSHI(I)=320*(1-(SHI(I)-T2)/(T1-T2))
1820 NEXT I
1830 FOR J=1 TO NR-1
1840   LINE (RR(J),SSHC(J))-(RR(J+1),SSHC(J+1))
1850 NEXT J
1860 FOR K=1 TO NR-1
1870   LINE (RR(K),SSHI(K))-(RR(K+1),SSHI(K+1))
1880 NEXT K
1890 LOCATE 47,2:PRINT "Bin (T)=";BI
1900 LOCATE 47,3:PRINT "Bout(T)=";BO
1910 LOCATE 47,4:PRINT "Cur.Den.=";JCUR
1920 LOCATE 47,5:PRINT "EHcond=";EHCON
1930 LOCATE 47,6:PRINT "ERcond=";ERCON
1940 LOCATE 47,7:PRINT "EHins=";EHINS
1950 LOCATE 47,8:PRINT "ERins=";ERINS
1960 LOCATE 47,9:PRINT "Poi.Rat.=";MXY
1970 LOCATE 30,0:INPUT "Results(2) of Stress Analysis ",CG$
1980 IF CG$="C" THEN COPY 3 ELSE 1990
1990 CLS 3
2000 LOCATE 10,0:INPUT " Ehsus ";EHSUS
2010 LOCATE 10,1:INPUT " Asus ";ASUS
2020 LOCATE 10,2:INPUT "EHcable";EHSTR
2030 LOCATE 10,3:INPUT " Acable ";ASTR
2040 LOCATE 10,5:INPUT " OK ? (Y/N)?? ";YN$
2050 IF YN$="Y" THEN 2060 ELSE 2000
2060 CLS 1
2070 FOR J=1 TO NR
2080   PP(J)=SHC(J)*ACON
2090   HSUS(J)=EHSUS*PP(J)/(EHSUS*ASUS+EHSTR*ASTR)
2100   HSTR(J)=EHSTR*PP(J)/(EHSUS*ASUS+EHSTR*ASTR)
2110 NEXT J
2120 CLS 3
2130 GOSUB 2490
2140 REM -----Y-AXIS NUMBERING-----
2150 LOCATE 8,0:PRINT "SHsus,SHcable(kg/mm2)"
2160 LOCATE 37,23:PRINT " R (mm) "
2170 T1=HSUS(1)*1.2
2180 IF HSUS(NR)<HSTR(NR) THEN T2=HSUS(NR) ELSE T2=HSTR(NR)
2190 FOR K=0 TO 10
2200   VY=2*K+1:SN=T1-(T1-T2)*K/10
2210   LOCATE 6,VY:PRINT USING "##.##^####";SN
2220 NEXT K

```

```

2230 REM -----RESULTS DRAWING -----
2240 FOR I=1 TO NR
2250   HSUS(I)=320*(1-(HSUS(I)-T2)/(T1-T2))
2260   HSTR(I)=320*(1-(HSTR(I)-T2)/(T1-T2))
2270 NEXT I
2280 FOR J=1 TO NR-1
2290   LINE (RR(J),HSUS(J))-(RR(J+1),HSUS(J+1))
2300 NEXT J
2310 FOR K=1 TO NR-1
2320   LINE (RR(K),HSTR(K))-(RR(K+1),HSTR(K+1))
2330 NEXT K
2340 LOCATE 47,2:PRINT "Bin (T)=";BI
2350 LOCATE 47,3:PRINT "Bout(T)=";B0
2360 LOCATE 47,4:PRINT "Cur. Den.=";JCUR
2370 LOCATE 47,5:PRINT "EHcond=";EHCON
2380 LOCATE 47,6:PRINT "ERcond=";ERCON
2390 LOCATE 47,7:PRINT "EHins=";EHINS
2400 LOCATE 47,8:PRINT "ERins=";ERINS
2410 LOCATE 47,9:PRINT "Poi. Rat.=";MXY
2420 LOCATE 47,10:PRINT "EHSus=";EHSUS
2430 LOCATE 47,11:PRINT "Asus=";ASUS
2440 LOCATE 47,12:PRINT "EHCable=";EHSTR
2450 LOCATE 47,13:PRINT "Acable=";ASTR
2460 LOCATE 34,0:INPUT "Results(3) of Stress Analysis ",CG$
2470 IF CG$="C" THEN COPY 3 ELSE 2480
2480 CLS 3:GOTO 30
2490 REM -----CALCULATION RESULTS (GRAPHICS)-----
2500 VIEW (0,0)-(630,399)
2510 LINE (120,24)-(520,344), ,B
2520 VIEW (120,24)-(520,344)
2530 FOR I=1 TO 9
2540   PY=I*32:FOR J=1 TO 40:PX=J*10:PSET (PX,PY):NEXT J
2550 NEXT I
2560 FOR K=1 TO 9
2570   KX=K*40:FOR L=1 TO 32:KY=L*10:PSET (KX,KY):NEXT L
2580 NEXT K
2590 REM -----R-AXIS NUMBERING-----
2600 FOR I=0 TO 10
2610   RX=13+I*5:RN=RI+(RO-RI)*I/10:LOCATE RX,22:PRINT USING "###";RN
2620 NEXT I
2630 RETURN

```

## 付録一Ⅲ

磁界  $B_{ex} + B_{max}$  中にある、半径  $r_{in}$  の円輪に電流  $I_{op}$  が流れているとする。この時の円輪のフープ張力を  $T$  [N] とすると、

$$\int_0^\pi F_r \cdot r_{in} d\theta \sin\theta = 2T$$

ここに、 $F_r = I_{op} (B_{ex} + B_{max})$  より、

$$T = I_{op} (B_{ex} + B_{max}) r_{in}$$

となる。よって引張り応力  $\sigma_t$  [kg/mm<sup>2</sup>] は、

$$\sigma_t = \frac{I_{op} \cdot r_{in}}{9.8 \times 10^3 a_{con} \cdot b_{con}} (B_{ex} + B_{max})$$

となる。但し、 $a_{con}$  [mm]、 $b_{con}$  [mm] は、それぞれ、円輪の厚さと、巾である。

## 付録一Ⅳ

## Ⅳ. 1 式の導出

付録Ⅱで述べた均質直反異方性体の厚肉円筒の内面に  $P_{in}$ 、外面に  $P_{out}$  の圧縮力が加わる場合を考える。この時のコイル内応力分布は、

$$\frac{d^2 U}{d r^2} + \frac{1}{r} \frac{d U}{d r} - n \frac{U}{r^2} = 0 \quad (1)$$

なる式に従う。 $r$  は付録Ⅱと同じで  $r = \frac{r}{r_{in}}$ 、 $n = \frac{E_t}{E_r}$  である。また、 $\alpha = \frac{r_{out}}{r_{in}}$  とする。式①の一般解は

$$U = C_1 r^{\sqrt{n}} + C_2 r^{-\sqrt{n}} \quad (2)$$

となる。

コイル内・外面の境界条件、即ち、

$$\left. \begin{array}{l} r = r_{in} \ (r = 1) \text{ で } \sigma_r = -P_{in} \\ r = r_{out} \ (r = \alpha) \text{ で } \sigma_r = -P_{out} \end{array} \right\} \quad (3)$$

という条件から、式②中の  $C_1$ 、 $C_2$  を求めると、

$$C_1 = \frac{r_{in}}{E_t} \cdot \frac{\sqrt{n} - \nu}{\alpha^{2\sqrt{n}} - 1} (P_{in} - \alpha^{\sqrt{n}+1} \cdot P_{out}) \quad (4)$$

$$C_2 = \frac{r_{in}}{E_t} \cdot \frac{\sqrt{n} - \nu}{\alpha^{2\sqrt{n}} - 1} (\alpha^{2\sqrt{n}} \cdot P_{in} - \alpha^{\sqrt{n}+1} \cdot P_{out}) \quad (5)$$

となる。

式②、④、⑤を用いると、内圧  $P_{in}$  のみが印加したときの発生変位  $U_{内圧}$  は

$$U_{内圧} = \frac{r_{in} \cdot P_{in}}{E_t (\alpha^{2\sqrt{n}} - 1)} \{ (\sqrt{n} - \nu) r^{\sqrt{n}} + (\sqrt{n} + \nu) \alpha^{2\sqrt{n}} r^{-\sqrt{n}} \} \quad (6)$$

となり、

$r = r_{in}$  においては、

$$U_{内圧} |_{r=r_{in}} = \frac{r_{in}}{E_t (\alpha^{2\sqrt{n}} - 1)} \{ (\sqrt{n} - \nu) + (\sqrt{n} + \nu) \alpha^{2\sqrt{n}} \} P_{in} \quad (7)$$

$r = r_{out}$  においては,

$$U_{内圧} |_{r=r_{out}} = \frac{r_{in}}{E_t (\alpha^{2/\sqrt{n}} - 1)} \cdot 2\sqrt{n} \alpha^{\sqrt{n}} P_{in} \quad (8)$$

となる。

外圧  $P_{out}$  のみが印加したときの発生変位  $U_{外圧}$  は,

$$U_{外圧} = -\frac{r_{in} \cdot P_{out} \alpha^{\sqrt{n}+1}}{E_t (\alpha^{2/\sqrt{n}} - 1)} \{ (\sqrt{n} - \nu) r^{\sqrt{n}} + (\sqrt{n} + \nu) r^{-\sqrt{n}} \} \quad (9)$$

となり,

$r = r_{in}$  においては,

$$U_{外圧} |_{r=r_{in}} = \frac{r_{in}}{E_t (\alpha^{2/\sqrt{n}} - 1)} \alpha^{\sqrt{n}+1} 2\sqrt{n} P_{out} \quad (10)$$

$r = r_{out}$  においては,

$$U_{外圧} |_{r=r_{out}} = -\frac{r_{in} \alpha^{\sqrt{n}+1}}{E_t (\alpha^{2/\sqrt{n}} - 1)} \{ (\sqrt{n} - \nu) \alpha^{\sqrt{n}} + (\sqrt{n} + \nu) \alpha^{-\sqrt{n}} \} P_{out} \quad (11)$$

となる。

## 付録-V

第3章の内容をプログラミングしたリストを以下に示す。尚、本プログラムのファイル名は“H-RING”とする。

```

450 LOCATE 50,14:INPUT " Cur. Den. (A/mm2) ",JCUR
460 LOCATE 50,15:INPUT "Tens. Den. (kg/mm2) ",DTEN
470 LOCATE 50,16:INPUT "Thermal differ. (K) ",TDIF
480 LOCATE 50,17:INPUT "T. Con. of Con. (1/K) ",HTCCON
490 LOCATE 50,18:INPUT "T. Con. of Ins. (1/K) ",RTCINS
500 LOCATE 50,19:INPUT "Tot. No. of Layer ",NR
510 LOCATE 50,21:INPUT "----OK? (Y/N)----";YN$
520 IF YN$="Y" THEN 540 ELSE 530
530 CLS 1:GOTO 250
540 LOCATE 50,22 :INPUT " Copy or Go (C/G)?";CG$
550 IF CG$="C" THEN COPY 3 ELSE 560
560 CLS 3
570 REM -----CALCULATION-----
580 RO=RI+(THCON+THINS)*NR
590 N=EHCON/ERCON:SN=SQR(N)
600 D=THINS/ERINS/PFINS
610 FOR J=1 TO NR
620 RIN(J)=RI+(THCON+THINS)*(J-1)
630 ROUT(J)=RI+THCON+(THCON+THINS)*(J-1)
640 RR(J)=(RIN(J)+ROUT(J))/2
650 BR(J)=BO+(BI-BO)*(RO-RR(J))/(RO-RI)
660 A(J)=ROUT(J)/RIN(J)
670 CA(J)=A(J)^SN
680 CB(J)=A(J)^(-SN)
690 CC(J)=A(J)^(SN+1)
700 CD(J)=A(J)^(2*SN)-1:CE(J)=A(J)^(2*SN)
710 C11(J)=RIN(J)*(SN-MXY)+(SN+MXY)*CE(J)/EHCON/CD(J)
720 C12(J)=-2*SN*RIN(J)*CC(J)/EHCON/CD(J)
730 C21(J)=2*RIN(J)*SN*CA(J)/EHCON/CD(J)
740 C22(J)=-RIN(J)*CC(J)*(SN-MXY)*CA(J)+(SN+MXY)*CB(J)/EHCON/CD(J)
750 PEM(J)=JCUR*BR(J)*THCON/9800
760 Q(J)=DTEN*THCON/RR(J)
770 NEXT J
780 FOR J=1 TO NR-1
790 X(J)=C21(J)/(D-C22(J)+C11(J+1))
800 Y(J)=C12(J+1)/(D-C22(J)+C11(J+1))
810 Z1(J)=C21(J)*PEM(J)+HTCCON*TDIF*ROUT(J)+C22(J)*Q(J)+RTCINS*THINS*TDIF
820 Z2(J)=C11(J+1)*PEM(J+1)+HTCCON*TDIF*RIN(J+1)+C12(J+1)*Q(J+1)
830 Z(J)=(Z1(J)-Z2(J))/(D-C22(J)+C11(J+1))
840 NEXT J
850 P(0)=DTEN*THCON/RI
860 P(NR)=DTEN*THCON/RO
870 U1=X(1)*P(0)
880 UN=-Y(NR-1)*P(NR)

```



```

890 FOR I=1 TO NR-2
900 F(I)=Y(I)
910 NEXT I
920 FOR I=1 TO NR-1
930 D(I)=I
940 NEXT I
950 FOR I=2 TO NR-1
960 E(I)=-X(I)
970 NEXT I
980 FOR I=1 TO NR-1
990 B(I)=Z(I)
1000 IF I=1 THEN B(I)=B(I)+U1
1010 IF I=NR-1 THEN B(I)=B(I)+UN
1020 NEXT I
1030 FOR I=2 TO NR-1
1040 D(I)=D(I)-E(I)*F(I-1)
1050 F(I)=F(I)/D(I)
1060 B(I)=(B(I)-E(I)*B(I-1))/D(I)
1070 NEXT I
1080 P(NR-1)=B(NR-1)
1090 FOR JB=1 TO NR-2
1100 J=NR-1-JB
1110 P(J)=B(J)-F(J)*P(J+1)
1120 NEXT JB
1130 FOR J=1 TO NR-1
1140 U01(J)=C21(J)*(P(J-1)+PEM(J))+C22(J)*(P(J)+Q(J))+HTCCON*TDIF*ROUT(J)+RTCINS*THINS*TDIF
1150 U12(J)=C11(J+1)*(P(J)+PEM(J+1))+C12(J+1)*(P(J+1)+Q(J+1))+HTCCON*TDIF*RRIN(J+1)
1160 NEXT J
1170 U12(0)=U12(1)*RR(1)/RR(2)
1180 U01(NR)=U01(NR-1)*RR(NR)/RR(NR-1)
1190 FOR J=1 TO NR
1200 SR(J)=- (P(J-1)+P(J))/2
1210 UX(J)=(U12(J-1)+U01(J))/2
1220 SH(J)=(UX(J)/RR(J)-HTCCON*TDIF)*EHCON+MX*SR(J)
1230 NEXT J
1240 BEEP:CLS 3
1250 REM -----CALCULATION RESULTS (PRINT)-----
1260 FOR I=1 TO 3
1270 PRINT SPC(10);A$;SPC(1);" CALCULATION RESULTS"
1280 PRINT ;SPC(2);"NO.";SPC(3);"R(mm)";SPC(4);"SH(kg/mm2)";SPC(3);"SR(kg/mm2)";SPC(3);"U(mm)"
1290 PRINT "-----"
1300 FOR J=20*(I-1)+1 TO 20*I:IF J>9 THEN Q=1 ELSE Q=2
1310 IF J>NR THEN 1370
1320 PRINT ;SPC(Q);J;SPC(2);RR(J);SPC(2);

```

```

1330 PRINT USING "##.##^";SH(J);
1340 PRINT USING " ##.##^";SR(J);
1350 PRINT USING " ##.##^";UX(J)
1360
1370 NEXT J
1380 INPUT " more Print or Copy or Go (P/C/G)?";CG$
1390 IF CG$="P" THEN CLS 3:NEXT I
1400 IF CG$="C" THEN COPY 3:CLS 3
1410 CLS 3
1420
1430 GOSUB 2220
1440 REM -----Y-AXIS NUMBERING-----
1450 LOCATE 9,0:PRINT "SH,SR(kg/mm2)"
1460 LOCATE 37,23:PRINT " R (mm) "
1470 LOCATE 61,0:PRINT " U (mm) "
1480 LOCATE 48,2:PRINT "Tens.Den=";DIEN
1490 LOCATE 48,3:PRINT "Ther.Dif=";TDIF
1500 LOCATE 48,4:PRINT "Bin=";BI
1510 LOCATE 48,5:PRINT "Bout=";BO
1520 LOCATE 48,6:PRINT "EHcond=";EHCON
1530 LOCATE 48,7:PRINT "ERcond=";ERCON
1540 LOCATE 48,8:PRINT "EHins=";EHINS
1550 LOCATE 48,9:PRINT "ERins=";ERINS
1560 DMAX=SH(1):IMAX=1
1570 FOR I=2 TO NR
1580 IF DMAX<SH(I) THEN DMAX=SH(I):IMAX=I ELSE 1570
1590 NEXT I:MAX1=SH(IMAX)
1600 FMAX=SR(1):MMAX=1
1610 FOR I=2 TO NR
1620 IF FMAX<SR(I) THEN FMAX=SR(I):MMAX=I ELSE 1610
1630 NEXT I:MAX2=SR(MMAX)
1640 MAXA=MAX1-MAX2
1650 IF MAXA>0 THEN MAX=MAX1 ELSE MAX=MAX2
1660 IF MAX<0 THEN 1660 ELSE 1650
1670 T1=MAX*1.2 :GOTO 1670
1680 T1=MAX*.8
1690 EMIN=SH(1):KMIN=1
1700 FOR J=2 TO NR
1710 IF EMIN>SH(J) THEN EMIN=SH(J):KMIN=J ELSE 1700
1720 NEXT J:MIN1=SH(KMIN)
1730 CMIN=SR(1):JMIN=1
1740 FOR J=2 TO NR
1750 IF CMIN>SR(J) THEN CMIN=SR(J):JMIN=J ELSE 1740
1760 MINA=MIN1-MIN2
1770 IF MINA<0 THEN MIN=MIN1 ELSE MIN=MIN2

```

```

1770 T2=MIN*2!
1780 DHIG=UX(1):IHIG=1
1790 FOR I=2 TO NR
1800 IF DHIG<UX(I) THEN DHIG=UX(I):IHIG=I ELSE 1810
1810 NEXT I:HIG=UX(IHIG)
1820 IF HIG<0 THEN 1840 ELSE 1830
1830 T3=HIG*1.2 :GOTO 1850
1840 T3=HIG*.8
1850 CLOW=UX(1):JLOW=1
1860 FOR J=2 TO NR
1870 IF CLOW>UX(J) THEN CLOW=UX(J):JLOW=J ELSE 1880
1880 NEXT J:LOW=UX(JLOW)
1890 IF LOW<0 THEN 1910 ELSE 1900
1900 T4=LOW*.8 :GOTO 1920
1910 T4=LOW*1.2
1920 FOR K=0 TO 10
1930 VY=2*K+1:SN=T1-(T1-T2)*K/10
1940 LOCATE 6,VY:PRINT USING "##.##^";SN
1950 NEXT K
1960 FOR L=0 TO 10
1970 WY=2*L+1:UN=T3-(T3-T4)*L/10
1980 TTT=TDIF+DTEN
1990 IF TTT=0 THEN XLOC=65 ELSE XLOC=66
2000 LOCATE XLOC,WY:PRINT USING "##.##^";UN
2010 NEXT L
2020 REM -----RESULTS DRAWING -----
2030 FOR I=1 TO NR
2040 RR(I)=400*(RR(I)-RI)/(RO-RI)
2050 SH(I)=320*(1-(SH(I)-T2)/(T1-T2))
2060 SR(I)=320*(1-(SR(I)-T2)/(T1-T2))
2070 UX(I)=320*(1-(UX(I)-T4)/(T3-T4))
2080 NEXT I
2090 FOR J=1 TO NR-1
2100 LINE (RR(J),SH(J))-(RR(J+1),SH(J+1))
2110 NEXT J
2120 FOR K=1 TO NR-1
2130 LINE (RR(K),SR(K))-(RR(K+1),SR(K+1))
2140 NEXT K
2150 LEV=320*T1/(T1-T2)
2160 LINE (0,LEV)-(400,LEV)
2170 FOR L=1 TO NR-1 STEP 1.5
2180 LINE (RR(L),UX(L))-(RR(L+1),UX(L+1))
2190 NEXT L
2200 LOCATE 28,0:INPUT "Results of Stress Analysis ",CG$

```

```

2210 IF CG$="C" THEN COPY 3 ELSE 60
2220 REM -----CALCULATION RESULTS (GRAPHICS)-----
2230 VIEW (0,0)-(630,399)
2240 LINE (120,24)-(520,344), ,B
2250 VIEW (120,24)-(520,344)
2260 FOR I=1 TO 9
2270   PY=I*32:FOR J=1 TO 40:PX=J*10:PSET (PX,PY):NEXT J
2280 NEXT I
2290 FOR K=1 TO 9
2300   KX=K*40:FOR L=1 TO 32:KY=L*10:PSET (KX,KY):NEXT L
2310 NEXT K
2320 REM -----R-AXIS NUMBERING-----
2330 FOR I=0 TO 10
2340   RX=13+I*5:RN=RI+(RO-RI)*I/10:LOCATE RX,22:PRINT USING "###";RN
2350 NEXT I
2360 RETURN

```

```

10 REM -----"H-RING" PROGRAM LIST-----
20 DIM RIN(30),ROUT(30),RR(30),BR(30),A(30),CA(30),CB(30),CC(30),CD(30),CE(30),C11(30),C12(30),C21(30),C22(30),UI1(30),UI2(30),P(30)
30 DIM X(30),Y(30),Z(30),Z1(30),Z1(30),F(30),D(30),E(30),B(30),Q(30),Z2(30)
40 DIM THSA(30),SR(30),SH(30),UX(30)
50 CONSOLE 0.,25,0.,1
60 SCREEN 2,0
70 KEY 2,"cls 3"
80 REM -----INITIAL DRAWING-----
90 CLS 3:WIDTH 80,25
100 LINE (100,200)-(150,300),,B:LINE (250,200)-(300,300),,B
110 LINE (100,200)-(150,300):LINE (100,300)-(150,200)
120 LINE (250,200)-(300,300):LINE (250,300)-(300,200)
130 LINE (200,20)-(200,370):LINE (200,160)-(320,160)
140 LINE (250,300)-(250,330):LINE (300,300)-(300,370)
150 LINE (200,320)-(250,320):LINE (200,360)-(300,360)
160 LINE (250,40)-(300,140)
170 FX=80/640:FY=25/200
180 P1=200*FX:P2=2*FY
190 P3=240*FX:P4=15*FY
200 P5=290*FX:P6=65*FY
210 P7=320*FX:P8=80*FY
220 G1=220*FX:G2=140*FY
230 G3=216*FX:G4=155*FY
240 G5=235*FX:G6=170*FY
250 LOCATE P1,P2:PRINT "B(T)"
260 LOCATE P3,P4:PRINT "(BI)"
270 LOCATE P5,P6:PRINT "(BO)"
280 LOCATE P7,P8:PRINT "R(mm)"
290 LOCATE G3,G4:PRINT "(RI)"
300 LOCATE G5,G6:PRINT "(RO)"
310 REM-----ANALYTICAL DATA INPUT-----
320 LOCATE 50,0:INPUT "CALCULATION NAME",A$
330 LOCATE 50,2:INPUT "RI (mm)",RI
340 LOCATE 50,3:INPUT "BI (T)",BI
350 LOCATE 50,4:INPUT "BO (T)",BO
360 LOCATE 50,5:INPUT "EHcond (kg/mm2)",EHCON
370 LOCATE 50,6:INPUT "ERcond (kg/mm2)",ERCON
380 LOCATE 50,7:INPUT "EHins (kg/mm2)",EHINS
390 LOCATE 50,8:INPUT "ERins (kg/mm2)",ERINS
400 LOCATE 50,9:INPUT "Poisson's Ratio",MXY
410 LOCATE 50,10:INPUT "Wid.of Cond.(mm)",WICON
420 LOCATE 50,11:INPUT "Thic.of Cond.(mm)",THCON
430 LOCATE 50,12:INPUT "Thic.of Ins.(mm)",THINS
440 LOCATE 50,13:INPUT "Pac. fac. of Ins",PFINS

```

付録一 VI

押し返し点で固定されているとして、右図の様にモデル化する。構成素線 1 本当たりの断面積、ヤング率を  $A_1$ 、 $E_1$  とし、ステンレス鋼のそれを  $A_2$ 、 $E_2$  とする。

また構成素線に作用する引張り力を  $Q_1$ 、ステンレス鋼に作用する引張り力を  $Q_2$  とすると、

$$P = Q_2 + NQ_1 \cos \theta \quad \text{①}$$

となる。一方、一体変位の条件より

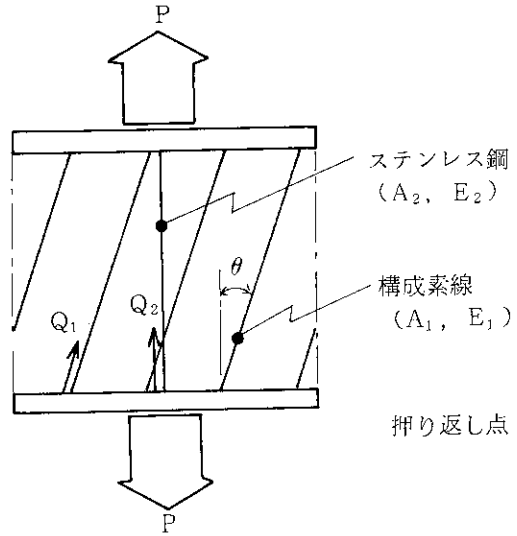
$$Q_1 = \frac{A_1 E_1}{A_2 E_2} \cos^2 \theta Q_2 \quad \text{②}$$

の関係が成り立つので、式①、②より  $Q_1$ 、 $Q_2$  を求めると、

$$Q_1 = \frac{A_1 E_1 \cos^3 \theta}{A_2 E_2 + N A_1 E_1 \cos^3 \theta} P$$

$$Q_2 = \frac{A_2 E_2}{A_2 E_2 + N A_1 E_1 \cos^3 \theta} P$$

となる。



## 参 考 文 献

- 1) 高橋龍吉, 他「20 MJ 超電導パルスコイルの交流損失評価」, JAERI-M 85-057 (1985)
- 2) 石黒美佐子, 他「線形三重対角方程式の並列計算」, JAERI-M 9703 (1981)
- 3) 鶴戸口英善, 他 訳「チモシェンコ, 材料力学, 中巻」, 東京図書株式会社発行, P264  
(1962)
- 4) 牧廣, 他「複合材料技術集成」, 産業技術センター(株)発行, P54 (1976)