

JAERI-M  
8656

単一ヘリシティ・抵抗性MHD  
不安定性解析のための高速計算  
コード“AEOLUS-R1”

1980年2月

田中 幸夫\*・安積 正史・常松 俊秀・  
竹田 辰興

この報告書は、日本原子力研究所が JAERI-M レポートとして、不定期に刊行している研究報告書です。入手、複製などのお問い合わせは、日本原子力研究所技術情報部（茨城県那珂郡東海村）あて、お申しこしてください。

JAERI-M reports, issued irregularly, describe the results of research works carried out in JAERI. Inquiries about the availability of reports and their reproduction should be addressed to Division of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken, Japan.

単一ヘリシティ・抵抗性MHD不安定性  
解析のための高速計算コード“AEOLUS-R1”

日本原子力研究所東海研究所核融合研究部  
田中幸夫\*・安積正史・常松俊秀・竹田辰興

(1979年12月22日受理)

非線形抵抗性MHDコード“AEOLUS-R1”を開発した。本コードは、MHD方程式から導かれる還元方程式をヘリカル対称性を仮定して解く。動径方向には差分法を、角変数についてはフーリエ展開を使用して数値計算した。時間積分については、Crank-Nicolson陰解法と蛙飛び法を組合せた方法を使用している。この数値計算法は、単純陽解法と比較してCPU時間を1/10～1/15程度に減少させた。また、本コードを使用して $m=1/n=1$ の鋸歯状振動、および $m=2/n=1$ の磁気島形成を調べた。

---

\* 外来研究員：富士通(株)

High-Speed Numerical Code "AEOLUS-R1" for  
Resistive MHD Instability with Single Helicity

Yukio TANAKA\*, Masafumi AZUMI, Toshihide TSUNEMATSU,  
and Tatsuoki TAKEDA

Division of Thermonuclear Fusion Research, Tokai Research  
Establishment, JAERI

(Received December 22, 1979)

The nonlinear resistive MHD code AEOLUS-R1 developed solves a set of 2-dimensional equations with helical symmetry, which is derived from full MHD equations. Finite difference method for radial direction and Fourier expansion with respect to angular variable are employed. Combination of Crank-Nicolson implicit method and leapfrog method are used for the time integration. This numerical scheme reduces CPU time to  $1/10 \sim 1/15$  that by simple explicit method. Using this code, sawtooth oscillation due to  $m=1/n=1$  mode and island formation due to  $m=2/n=1$  mode are recovered.

Keywords: Tokamak, Resistive MHD Instability, Nonlinear MHD Code  
Finite Difference Method, Fourier Expansion, Crank-  
Nicolson Implicit Method, Leapfrog Method, Sawtooth  
Oscillation, Magnetic Island Formation.

---

\* On leave from Fujitsu Co. Ltd., Shinkamata, Ohta-ku, Tokyo

## 目 次

1. はじめに .....	1
2. 基礎方程式および境界条件 .....	2
3. 数値計算法 .....	5
3.1 方程式の差分化 .....	5
3.2 差分スキームの評価 .....	7
3.3 三重対角行列方程式の解法 .....	9
3.4 初期条件 .....	11
3.5 高次モードの計算法 .....	11
4. 計算結果の例 .....	12
4.1 計算時間の比較 .....	12
4.2 計算精度の空間メッシュ数依存性 .....	12
4.3 計算精度の高次モード数依存性 .....	12
4.4 分布変化の計算例 .....	13
5. まとめと議論 .....	13
謝 辞 .....	13
参考文献 .....	14
付録A AEOLUS-R計画 .....	15
A.1 計画の概要 .....	15
A.2 還元方程式 .....	16
付録B AEOLUS-R1コードの構造 .....	22
付録C AEOLUS-R1コードの使用法 .....	22

Contents

1.	Introduction .....	1
2.	Basic equations and boundary conditions .....	2
3.	Numerical methods .....	5
3.1	Difference equations .....	5
3.2	Evaluation of the efficiency of the numerical scheme .....	7
3.3	Solution of tridiagonal matrix equation .....	9
3.4	Initial condition .....	11
3.5	Boundary condition at the center .....	11
4.	Results of test calculation .....	12
4.1	Computation time .....	12
4.2	Dependence of numerical results on mesh number .....	12
4.3	Dependence of numerical results on mode number .....	12
4.4	Example of results .....	13
5.	Summary and discussion .....	13
	Acknowledgments .....	13
	References .....	14
	Appendix A Program of the AEOLUS-R development .....	15
A-1	General description .....	15
A-2	Formulation .....	16
	Appendix B The structure of AEOLUS-R1 code .....	22
	Appendix C User's manual of AEOLUS-R1 .....	22

## 1. はじめに

トカマク・プラズマの非線形MHD現象解析の重要性が最近特に注目されて来ている<sup>1)</sup>。これはトカマク・プラズマにおける多くのMHD現象は非線形領域での理論の展開によってはじめて十分に説明し得るからである。大型のトカマク実験が行われ、より大型装置の設計が行われるようになってMHD不安定性に関する定量的データの必要性が増大し大規模MHD計算コードが作成されるようになった。これはトカマク研究から生じた需要と、近年における計算機科学、計算機技術の発展が丁度都合よく一致した結果でもある。しかしながら現在のところ、比較的汎用的に作成された広い範囲の利用者に使われている大型MHDコードは線形コードに限られている<sup>2),3)</sup>。これは線形コードが定常状態を扱うものであるのに反し、非線形コードは本質的に非定常問題を扱うもので、計算時間が格段に異なるのみならず、線形計算では問題にならなかった種々の新しい問題を含んでいることに関係ある。もちろん、非線形問題を扱うコードの研究も多数為されており、Jardinによる位置的不安定性解析<sup>4)</sup>、Rosenbluth, et al<sup>5)</sup>、Azumi<sup>6)</sup>による非線形キンクモード解析、オークリッジ・グループ<sup>7)</sup>によるテアリング不安定性解析等が例としてあげられる。しかし、これらは扱う対象の物理パラメータ分布、幾何学配位、方程式系等に関して十分な一般性をもって作成されたものではない。

これらの点に関して十分一般性を備えた総合的三次元非線形コードを作成し動かすことは、残念ながら現時点では計算機処理能力から考えてきわめてむずかしい。しかし上記個々の問題、即ち、位置的不安定性解析、非線形キンク・モード解析、テアリング不安定性解析のそれぞれについて、例えば幾何学的配位に関してのみ十分一般性を持たせた非線形コードを作成し計算するという事ならば実行可能な範囲内にある。このような観点から我々はTRITON計画<sup>7)</sup>の一環として非線形MHD現象解析コード群AEOLUSの開発に着手した。本報告書の主題は、この中の抵抗性MHD不安定性解析コード群(AEOLUS-R)であるが、他に位置的不安定性解析コード群(AEOLUS-P)および非線形キンク・モード解析コード群(AEOLUS-K)が、この開発計画に含まれている。AEOLUS-R開発の当面の目標は、任意断面の軸対称トラスの非線形抵抗性不安定性を還元方程式系(reduced set of equations)を用いて解くコードを作成することである。この開発計画の概要は付録Aにまとめてありであるが、ここで最も問題となるのは計算時間の短縮である。我々は、この重要性に鑑み、開発の第一段として円柱プラズマを対象とした単一ヘリシティ非線形コードを作成し、高速アルゴリズムの検討を行い、後にのべるように十分満足すべき成果を得た。なお、今回開発したコードはアルゴリズム検討の為に使われたのみならず、鋸歯状振動解析や二重テアリング・モード解析等の為に十分利用可能なものである。利用者の便宜をはかって、付録B、Cにそれぞれコードの構造、使用法についてまとめてある。これらの計算を実際に行った結果についての詳しい記述は、別の報告書にゆずり、本報告書では、主として基礎方程式、数値解法のアルゴリズム、簡単な使用例等に限ってのみ記述することにする。

## 2. 基礎方程式および境界条件

基礎となる方程式系は、一般的な電磁流体方程式について低ベータ・トカマク・オーダーリングを適用して得られた還元方程式系 (reduced equations) である。実際に計算コード化した式はこのようにして得られた方程式を無次元化し、単一ヘリシティ・モードに着目して2次元問題に帰着させたものである。

### 2.1 基礎方程式

基礎方程式は連続の式、運動方程式、マックスウェル方程式にオームの法則、圧力輸送の式をつけ加えたものである。即ち、

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{V}) = 0 \quad (2.1)$$

$$\rho \left[ \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} \right] = -\text{grad } P + \mathbf{j} \times \mathbf{B} \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\text{rot } \mathbf{E} \quad (2.3)$$

$$\text{rot } \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} \quad (2.4)$$

$$\text{div } \mathbf{B} = 0 \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) P = -\gamma P \text{div } \mathbf{V} \quad (2.6)$$

$$\mathbf{E} + \mathbf{V} \times \mathbf{B} = \eta \mathbf{j} \quad (2.7)$$

ここで  $\rho$ ,  $\mathbf{V}$ ,  $P$  はそれぞれプラズマの密度, 速度, 圧力,  $\mathbf{j}$ ,  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{B}$  は電流密度, 電場, 磁束密度で,  $\mu_0$ ,  $\eta$  は真空の透磁率, プラズマの比抵抗,  $\gamma$  は比熱比である。単位系はMKS単位系を用いている。

アスペクト比  $A$  ( $\equiv R/a = 1/\epsilon$ ,  $R$ : トーラス大半径,  $a$ : トーラス小半径) が十分大きく, 対象とする現象が圧縮性アルフヴェン速度よりも十分遅い場合を仮定して  $\epsilon$  に関するオーダーリングを行い,  $O(\epsilon^2)$  を無視するならば, 下に示す還元方程式が得られる (付録A参照)。

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + \mathbf{V}_\perp \cdot \nabla_\perp \psi = \eta j_z - E_0 + B_z \frac{\partial \phi}{\partial Z} \quad (2.8)$$

$$\rho \left[ \frac{\partial U}{\partial t} + \mathbf{V}_\perp \cdot \nabla_\perp U \right] = \mathbf{B} \cdot \nabla j_z \quad (2.9)$$

$$U = \nabla_\perp^2 \phi \quad (2.10)$$

$$j_z = \nabla_\perp^2 \psi \quad (2.11)$$

ここで  $U$ ,  $j_z$  は渦度, 電流の  $Z$  成分である。また  $\psi$  および  $\phi$  は磁束関数, 流れ関数であって



Z軸に垂直な面での磁束密度 $B_{\perp}$ および流体速度 $V_{\perp}$ は、それぞれ、次のように表わせる。

$$B_{\perp} = e_z \times \nabla_{\perp} \phi \quad (2.12)$$

$$V_{\perp} = e_z \times \nabla_{\perp} \phi \quad (2.13)$$

ここで $e_z$ はZ方向の単位ベクトルである。

またこの還元方程式系のエネルギー積分は次のように表わせる。

$$E_K + E_M = \int [Q_P - Q_J] dt \quad (2.14)$$

$$E_K \equiv \frac{\rho}{2} \int_V |\nabla \phi|^2 d^3 r \quad (2.15)$$

$$E_M \equiv \frac{1}{2\mu_0} \int_V |\nabla \psi|^2 d^3 r \quad (2.16)$$

$$Q_J \equiv \int_V \eta |\nabla^2 \psi|^2 d^3 r \quad (2.17)$$

$$Q_P \equiv \int_V E_Z^W \nabla^2 \psi d^3 r \quad (2.18)$$

ここで $E_Z^W$ は壁での電場のZ成分、また $E_K$ ,  $E_M$ ,  $Q_J$ ,  $Q_P$ はそれぞれプラズマの運動エネルギー、磁場エネルギー、ジュール熱損失、壁からのエネルギー束である。

計算コード作成にあたっては、(2.8), (2.9)式を直接解くかわりに、時間、速度、磁場について次のような規格化を行って得られる無次元化方程式を使う。

$$t \rightarrow \bar{t} = t/t_H \quad (2.19)$$

$$v \rightarrow \bar{v} = v/v_H \quad (2.20)$$

$$B \rightarrow \bar{B} = B/B_a \quad (2.21)$$

ここで、 $v_H = B_a / \sqrt{\mu_0 \rho}$ ,  $t_H = a/v_H$  また $B_a$ は壁面での $|B_{\perp}|$ の値である。(2.19) - (2.21)式を(2.8) - (2.11), (2.14) - (2.18)に代入して整理すれば次のような無次元化方程式が得られる。

$$\frac{\partial \phi}{\partial \bar{t}} + V_{\perp} \cdot \nabla_{\perp} \phi = \beta \nabla^2 \phi - E_0 + B_Z \frac{\partial \phi}{\partial Z} \quad (2.22)$$

$$\frac{\partial U}{\partial \bar{t}} + V_{\perp} \cdot \nabla U = B \cdot \nabla j_Z \quad (2.23)$$

$$U = \nabla^2 \Phi \quad (2.24)$$

$$j_Z = \nabla^2 \psi \quad (2.25)$$

$$E_K + E_M = \int [Q_P - Q_J] dt \quad (2.26)$$

$$E_K \equiv \frac{1}{2} \int_V |\nabla \Phi|^2 d^3 r \quad (2.27)$$

$$E_M \equiv \frac{1}{2} \int_V |\nabla \psi|^2 d^3 r \quad (2.28)$$

$$Q_J \equiv \int_V \beta |\nabla^3 \psi|^2 d^3 r \quad (2.29)$$

$$Q_P \equiv \int_V E_Z^W \cdot \nabla^2 \psi \, d^3 r \quad (2.30)$$

$$E_Z^W = \frac{\partial \psi^{(1)}}{\partial t} \quad (2.31)$$

ここで  $\beta = t_H / t_D = \eta t_H / \mu_0 a^2$

次に、摂動はヘリカル対称性をもつものと仮定する（単一ヘリシティ・モード）。即ち、摂動は径座標  $r$  とヘリカル座標  $\zeta$  のみの関数である。ここでヘリカル座標  $\zeta$  は、次のように表わせる。

$$\zeta = m\theta - \frac{n}{R} Z \quad (2.32)$$

この仮定により、式(2.22), (2.33)は次のように書き直される。

$$\frac{\partial \psi^*}{\partial t} + V_{\perp} \cdot \nabla_{\perp} \psi^* = \beta \nabla^* \psi - E_o^* \quad (2.33)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + V_{\perp} \cdot \nabla_{\perp} U = B^* \cdot \nabla_{\perp} j^* \quad (2.34)$$

ここで、

$$\psi^* = \psi - \frac{n}{m} \frac{B_Z}{R} \frac{r^2}{2} \quad (2.35)$$

$$B^* = e_z \times \nabla \psi^* \quad (2.36)$$

$$j_z^* \equiv \nabla^2 \psi^* = j_z - 2 \frac{n}{m} \frac{B_Z}{R} \quad (2.37)$$

$$E_o^* = E_o - \beta \frac{2n}{m} \frac{B_Z}{R} \quad (2.38)$$

## 2.2 境界条件

固定境界問題を考える。即ち、 $r = 1$  の位置に完全導体壁があって、この内側はプラズマによって満たされているものとする。この仮定から次式は明らかである。

$$v_r |_{r=1} = -\frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} |_{r=1} = 0 \quad (2.39)$$

$$B_r |_{r=1} = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi^*}{\partial \theta} |_{r=1} = 0 \quad (2.40)$$

従って、

$$\phi = \text{一定} \quad (\text{境界上}) \quad (2.41)$$

$$\psi^* = \text{一定} \quad (\text{境界上}) \quad (2.42)$$

全電流についての条件から

$$B_{\theta} |_{r=1} = \frac{\partial \psi}{\partial r} |_{r=1} \propto I_P \quad (2.43)$$

中心で  $v_r$ ,  $B_r$  が発散しない為には、

$$\frac{\partial \phi}{\partial \theta} \Big|_{r \rightarrow 0} = 0 \quad (2.44)$$

$$\frac{\partial \psi^*}{\partial \theta} \Big|_{r \rightarrow 0} = 0 \quad (2.45)$$

が満されなければならない。

### 3. 数値計算法

前章で得られた方程式 (2.33), (2.34), (2.24), (2.25) を境界条件 (2.41)~(2.45) のもとに、数値的に解くことを考える。計算時間の短縮をはかるために、空間変化についてはヘリカル座標とに関するフーリエ展開を採用し、時間微分の表現については、蛙飛び法と Crank-Nicolson 法の混合法を採用する。前者の有効性については ORNL における同種コードの開発過程で検証されているが<sup>1)</sup>、後者を併用することによって計算速度の面で一層の向上が見られる。以下  $\psi^*$ ,  $B^*$ ,  $E_0^*$ ,  $j^*$  を  $\psi$ ,  $B$ ,  $E_0$ ,  $j$  と表記する。

#### 3.1 方程式の差分化

まず  $\psi$ ,  $\phi$ ,  $j$ ,  $U$  を変数  $\zeta$  に関してフーリエ展開することによって (2.33), (2.34), (2.24), (2.25) 式は次の様に表わせる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi_\sigma}{\partial t} = & \frac{1}{r} \sum_{\mu+\nu=\sigma} \mu m \left( \psi_\mu \frac{\partial \phi_\nu}{\partial r} - \phi_\mu \frac{\partial \psi_\nu}{\partial r} \right) \\ & + \beta \left( \frac{\partial^2 \psi_\sigma}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi_\sigma}{\partial r} - \frac{\sigma^2 m^2}{r^2} \psi_\sigma \right) - E_0 \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial U_\sigma}{\partial t} = \frac{1}{r} \sum_{\mu+\nu=\sigma} \mu m \left( U_\mu \frac{\partial \phi_\nu}{\partial r} - \phi_\mu \frac{\partial U_\nu}{\partial r} + \psi_\mu \frac{\partial j_\nu}{\partial r} - j_\mu \frac{\partial \psi_\nu}{\partial r} \right) \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial^2 \psi_\sigma}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi_\sigma}{\partial r} - \frac{\sigma^2 m^2}{r^2} \psi_\sigma = j_\sigma \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial^2 \phi_\sigma}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi_\sigma}{\partial r} - \frac{\sigma^2 m^2}{r^2} \phi_\sigma = U_\sigma \quad (3.4)$$

ここで  $\psi_\sigma$ ,  $\phi_\sigma$ ,  $j_\sigma$ ,  $U_\sigma$  は、それぞれ、次のように定義された  $\psi$ ,  $\phi$ ,  $j$ ,  $U$  のフーリエ係数である。即ち、

$$\psi = \sum_{\sigma=-N}^N \psi_\sigma e^{i\sigma\zeta} \quad (3.5)$$

$$\phi = i \sum_{\sigma=-N}^N \phi_\sigma e^{i\sigma\zeta} \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \theta} \Big|_{r \rightarrow 0} = 0 \quad (2.44)$$

$$\frac{\partial \psi^*}{\partial \theta} \Big|_{r \rightarrow 0} = 0 \quad (2.45)$$

が満されなければならない。

### 3. 数値計算法

前章で得られた方程式 (2.33), (2.34), (2.24), (2.25) を境界条件 (2.41)~(2.45) のもとに、数値的に解くことを考える。計算時間の短縮をはかるために、空間変化についてはヘリカル座標とに関するフーリエ展開を採用し、時間微分の表現については、蛙飛び法と Crank-Nicolson 法の混合法を採用する。前者の有効性については ORNL における同種コードの開発過程で検証されているが<sup>1)</sup>、後者を併用することによって計算速度の面で一層の向上が見られる。以下  $\psi^*$ ,  $B^*$ ,  $E_0^*$ ,  $j^*$  を  $\psi$ ,  $B$ ,  $E_0$ ,  $j$  と表記する。

#### 3.1 方程式の差分化

まず  $\psi$ ,  $\phi$ ,  $j$ ,  $U$  を変数  $\zeta$  に関してフーリエ展開することによって (2.33), (2.34), (2.24), (2.25) 式は次の様に表わせる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi_\sigma}{\partial t} = & \frac{1}{r} \sum_{\mu+\nu=\sigma} \mu m \left( \psi_\mu \frac{\partial \phi_\nu}{\partial r} - \phi_\mu \frac{\partial \psi_\nu}{\partial r} \right) \\ & + \beta \left( \frac{\partial^2 \psi_\sigma}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi_\sigma}{\partial r} - \frac{\sigma^2 m^2}{r^2} \psi_\sigma \right) - E_0 \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial U_\sigma}{\partial t} = \frac{1}{r} \sum_{\mu+\nu=\sigma} \mu m \left( U_\mu \frac{\partial \phi_\nu}{\partial r} - \phi_\mu \frac{\partial U_\nu}{\partial r} + \psi_\mu \frac{\partial j_\nu}{\partial r} - j_\mu \frac{\partial \psi_\nu}{\partial r} \right) \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial^2 \psi_\sigma}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi_\sigma}{\partial r} - \frac{\sigma^2 m^2}{r^2} \psi_\sigma = j_\sigma \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial^2 \phi_\sigma}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi_\sigma}{\partial r} - \frac{\sigma^2 m^2}{r^2} \phi_\sigma = U_\sigma \quad (3.4)$$

ここで  $\psi_\sigma$ ,  $\phi_\sigma$ ,  $j_\sigma$ ,  $U_\sigma$  は、それぞれ、次のように定義された  $\psi$ ,  $\phi$ ,  $j$ ,  $U$  のフーリエ係数である。即ち、

$$\psi = \sum_{\sigma=-N}^N \psi_\sigma e^{i\sigma\zeta} \quad (3.5)$$

$$\phi = i \sum_{\sigma=-N}^N \phi_\sigma e^{i\sigma\zeta} \quad (3.6)$$

$$j = \sum_{\sigma=-N}^N j_{\sigma} e^{i\sigma\zeta} \quad (3.7)$$

$$U = i \sum_{\sigma=-N}^N U_{\sigma} e^{i\sigma\zeta} \quad (3.8)$$

ここで  $\psi$ ,  $\phi$ ,  $j$ ,  $U$  は一般に複素数であるが, 計算対象とする幾何的形狀は  $\zeta$  に対して対称なので実数となる。

次に, (3.1)~(3.4) 式の  $r$  微分を中心差分で近似して, 次式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi_{\sigma,i}}{\partial t} = & \frac{1}{r_i} \sum_{\mu+\nu=\sigma} \mu \cdot m \left( \psi_{\mu,i} \frac{\phi_{\nu,i+1} - \phi_{\nu,i-1}}{2\Delta r} - \phi_{\mu,i} \frac{\psi_{\nu,i+1} - \psi_{\nu,i-1}}{2\Delta r} \right) \\ & + \beta \left( \frac{1}{\Delta r^2} + \frac{1}{r_i \Delta r} \right) \psi_{\sigma,i+1} + \left[ 1 + \beta \left( \frac{2}{\Delta r^2} + \frac{\sigma^2 m^2}{r_i^2} \right) \right] \psi_{\sigma,i} \\ & + \beta \left( \frac{1}{\Delta r^2} - \frac{1}{r_i \Delta r} \right) \psi_{\sigma,i-1} \end{aligned} \quad (3.9)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_{\sigma,i}}{\partial t} = & \frac{1}{r_i} \sum_{\mu+\nu=\sigma} \mu \cdot m \left( U_{\mu,i} \frac{\phi_{\nu,i+1} - \phi_{\nu,i-1}}{2\Delta r} - \phi_{\mu,i} \frac{U_{\nu,i+1} - U_{\nu,i-1}}{2\Delta r} \right) \\ & + \psi_{\mu,i} \frac{j_{\nu,i+1} - j_{\nu,i-1}}{2\Delta r} - j_{\mu,i} \frac{\psi_{\nu,i+1} - \psi_{\nu,i-1}}{2\Delta r} \end{aligned} \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} & \left( \frac{1}{\Delta r^2} + \frac{1}{r_i \Delta r} \right) \phi_{\sigma,i+1} - \left( \frac{2}{\Delta r^2} + \frac{\sigma^2 m^2}{r_i^2} \right) \phi_{\sigma,i} + \left( \frac{1}{\Delta r^2} - \frac{1}{r_i \Delta r} \right) \phi_{\sigma,i-1} \\ & = U_{\sigma,i} \end{aligned} \quad (3.11)$$

$$\begin{aligned} & \left( \frac{1}{\Delta r^2} + \frac{1}{r_i \Delta r} \right) \psi_{\sigma,i+1} - \left( \frac{2}{\Delta r^2} + \frac{\sigma^2 m^2}{r_i^2} \right) \psi_{\sigma,i} \\ & + \left( \frac{1}{\Delta r^2} - \frac{1}{r_i \Delta r} \right) \psi_{\sigma,i-1} = j_{\sigma,i} \end{aligned} \quad (3.12)$$

ここで, 添字  $i$  は  $r$  方向の  $i$  番目の節点の量を示す, またメッシュ間隔は一定で  $\Delta r = r_{i+1} - r_i$  である。

最後に時間  $t$  に関して差分化を行う。時間の評価点を  $n$  においた時, 時間微分は  $n+1$ ,  $n-1$  の量を使った中心差分とする (第1図 a)。この時, 非線形項である移流項の取り扱いには通常の蛙飛び法を採用する (第1図 b)。拡散項の取り扱い方には色々の可能性があるが, 安定性を保証する為には, Crank-Nicolson 法<sup>8)</sup> (陰解法, 第1図 c) か Dufort-Frankel 法<sup>8)</sup> (陽解法, 第1図 d) が適当であると考えられる。これらの方法はいずれも任意の  $\Delta t$ ,  $\Delta x$  に対して無条件に安定であるが, 適合性および誤差の次数の点から Crank-Nicolson 陰解法の方が優れている (第1表)。また陰解法は拡散項の特徴である無限大の信号伝達速度をも持っている<sup>9)</sup>。特に, ここで扱う問題に関しては, 後に示すように同一の精度を与える計算量は陰解法による方が少ないことが評価される。このような観点から, 拡散項については Crank -

Nicolson法, 移流項については蛙飛び法を用いた混合法によって差分式を構成することにする。最終的に得られる差分式は次のとおりである。

$$\begin{aligned}
 & -\alpha\beta\left(\frac{1}{\Delta r^2} + \frac{1}{r_i\Delta r}\right)\Delta t\psi_{\sigma,i+1}^{n+1} + (1-\alpha)\left\{1 + \beta\left(\frac{2}{\Delta r^2} + \frac{\sigma^2 m^2}{r_i^2}\right)\Delta t\right\}\psi_{\sigma,i}^{n+1} \\
 & -\alpha\beta\left(\frac{1}{\Delta r^2} - \frac{1}{r_i\Delta r}\right)\Delta t\psi_{\sigma,i-1}^{n+1} \\
 & = \frac{1}{r_i}\sum_{\mu+\nu=\sigma}\mu m\left(\psi_{\mu,i}^n\frac{\phi_{\nu,i+1}^n - \phi_{\nu,i-1}^n}{2\Delta r} - \psi_{\mu,i}^n\frac{\psi_{\nu,i+1}^n - \psi_{\nu,i-1}^n}{2\Delta r}\right) \\
 & + (1-\alpha)\beta\left(\frac{1}{\Delta r^2} + \frac{1}{r_i\Delta r}\right)\psi_{\sigma,i}^{n-1} + (1-\alpha)\left[1 + \beta\left(\frac{2}{\Delta r^2} + \frac{\sigma^2 m^2}{r_i^2}\right)\right]\psi_{\sigma,i}^{n-1} \\
 & + (1-\alpha)\beta\left(\frac{1}{\Delta r^2} + \frac{1}{r_i\Delta r}\right)\psi_{\sigma,i-1}^{n-1} \tag{3.13}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 U_{\sigma,i}^{n+1} & = U_{\sigma,i}^{n-1} + \frac{1}{r_i}\sum_{\mu+\nu=\sigma}\mu m\left(U_{\mu,i}^n\frac{\phi_{\nu,i+1}^n - \phi_{\nu,i-1}^n}{2\Delta r}\right. \\
 & \left. - \phi_{\mu,i}^n\frac{U_{\nu,i+1}^n - U_{\nu,i-1}^n}{2\Delta r} + \phi_{\mu,i}^n\frac{j_{\nu,i+1}^n - j_{\nu,i-1}^n}{2\Delta r} - j_{\mu,i}^n\frac{\psi_{\nu,i+1}^n - \psi_{\nu,i-1}^n}{2\Delta r}\right)\Delta t \tag{3.14}
 \end{aligned}$$

$$\left(\frac{1}{\Delta r^2} + \frac{1}{r_i\Delta r}\right)\phi_{\sigma,i+1}^{n+1} - \left(\frac{2}{\Delta r^2} + \frac{\sigma^2 m^2}{r_i^2}\right)\phi_{\sigma,i}^{n+1} + \left(\frac{1}{\Delta r^2} - \frac{1}{r_i\Delta r}\right)\phi_{\sigma,i-1}^{n+1} = U_{\sigma,i}^{n+1} \tag{3.15}$$

$$\left(\frac{1}{\Delta r^2} + \frac{1}{r_i\Delta r}\right)\phi_{\sigma,i+1}^{n+1} - \left(\frac{2}{\Delta r^2} + \frac{\sigma^2 m^2}{r_i^2}\right)\phi_{\sigma,i}^{n+1} + \left(\frac{1}{\Delta r^2} - \frac{1}{r_i\Delta r}\right)\phi_{\sigma,i}^{n+1} = j_{\sigma,i}^{n+1} \tag{3.16}$$

ここで $\alpha$ は、陰解法の程度を示す緩和因子で $\alpha = 1, \frac{1}{2}, 0$ はそれぞれ、純陰解法, Crank-Nicolson法, 陽解法である。

### 3.2 差分スキームの評価

ここで採用した蛙飛び法とCrank-Nicolson法の混合型差分スキームを単純化した方程式に適用することによって、その安定性の検定を行い、かつ必要な計算量の評価を行う。

#### 数値的安定性

我々の扱う方程式の特長を保存した単純化した方程式として次式を考える。

$$\frac{\partial\psi}{\partial t} = -v\frac{\partial\psi}{\partial x} + \beta\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} \tag{3.17}$$

これを混合型差分スキームによって差分方程式に変換して次式を得る。

$$-\frac{\beta\Delta t}{2\Delta x^2}\psi_{i+1}^{n+1} + \left(1 + \frac{\beta\Delta t}{\Delta x^2}\right)\psi_i^{n+1} - \frac{\beta\Delta t}{2\Delta x^2}\psi_{i-1}^{n+1}$$

$$= \frac{\beta\Delta t}{2\Delta x^2} \psi_{i+1}^{n-1} + \left(1 - \frac{\beta\Delta t}{\Delta x^2}\right) \psi_i^{n-1} + \frac{\beta\Delta t}{2\Delta x^2} \psi_{i-1}^{n-1} - v\Delta t \frac{\psi_{i+1}^n - \psi_{i-1}^n}{2\Delta x} \quad (3.18)$$

ここで、 $\psi_i^n = \sum_k \hat{\psi}_k^n e^{ikx}$  を代入して、 $k$ 空間での振巾に関する方程式を求めると、

$$\begin{aligned} & \left[ -\frac{\beta\Delta t}{\Delta x^2} \cos(k\Delta x) + \left(1 + \frac{\beta\Delta t}{\Delta x^2}\right) \right] \hat{\psi}_k^{n+1} \\ & = \left[ \frac{\beta\Delta t}{\Delta x} \cos(k\Delta x) + \left(1 - \frac{\beta\Delta t}{\Delta x^2}\right) \right] \hat{\psi}_k^{n-1} + i v \frac{\Delta t}{\Delta x} \sin(k\Delta x) \hat{\psi}_k^n \end{aligned} \quad (3.19)$$

従って、

$$\hat{\psi}_k^{n+1} = \frac{1 - \frac{\beta\Delta t}{\Delta x^2} [1 - \cos(k\Delta x)]}{1 + \frac{\beta\Delta t}{\Delta x^2} [1 - \cos(k\Delta x)]} \hat{\psi}_k^{n-1} + i \frac{v \frac{\Delta t}{\Delta x} \sin(k\Delta x)}{1 + \frac{\beta\Delta t}{\Delta x^2} [1 - \cos(k\Delta x)]} \hat{\psi}_k^n \quad (3.20)$$

行列形式に表わすと、

$$\begin{pmatrix} \psi_k^{n+1} \\ \psi_k^n \end{pmatrix} = G \begin{pmatrix} \psi_k^n \\ \psi_k^{n-1} \end{pmatrix} \quad (3.21)$$

ここで、

$$G = \begin{pmatrix} \frac{B}{A} & \frac{C}{A} \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.22)$$

$$A = 1 + \frac{\beta\Delta t}{\Delta x^2} [1 - \cos(k\Delta x)] \quad (3.23)$$

$$B = v \frac{\Delta t}{\Delta x} \sin(k\Delta x) \quad (3.24)$$

$$C = 1 - \frac{\beta\Delta t}{\Delta x^2} [1 - \cos(k\Delta x)] \quad (3.25)$$

式(3.21)より容易にわかるように行列 $G$ (増巾係数行列)の固有値の絶対値が1以下ならば数値的安定性が保証される。第2図には、混合型差分スキーム、単純な陽解法を用いた時の安定領域を図示してある。

#### 計算量の評価

混合型差分スキーム(CNL法: Crank-Nicolson + Leapfrog法)とDuFort-Frankel Leapfrog法(DFL法)を比較する際、考えるべき点は精度と適合性である(第1表)が、適合性に関してCNL法が明らかにすぐれているので、ここでは同一の精度を与える上で必要な計算量を比較する。

同一の精度を与える為に必要なDFL法の時間ステップ数はCNL法に比較して、DFL法は時間精度1次、CNL法は時間精度2次であることより $1/\Delta t$ 倍となる。しかしCNL法は陰解法であるので逆行列の計算が余分に必要となる。今、 $T_{CNL}$ 、 $T_{DFL}$ 、 $T_I$ 、 $T_O$ をそれぞれCNL法、DFL法、逆行列、Fourier変数のたたみこみに要する計算時間とすると次式が得られる。

$$T_{CNL} = T_I + T_O \quad (3.26)$$

$$T_{DFL} = T_O \quad (3.27)$$

$$T_I = 3 N_R \quad (3.28)$$

$$T_O = \frac{1}{2} N_R \cdot N_F (N_F - 1) \quad (3.29)$$

$N_R$  : 径方向メッシュ数,  $N_F$  : Fourier展開数

これらより計算時間の比 $R_{CNL/DFL}$ は、

$$R_{CNL/DFL} = \frac{T_{CNL}}{\frac{1}{\Delta t} T_{DFL}} = \Delta t \frac{3 + \frac{N_F(N_F-1)}{2}}{\frac{N_F(N_F-1)}{2}} \approx \Delta t \quad (3.30)$$

今、 $\Delta t = 0.02$ とすればCNL法がDFL法に比べて約 $1/50$ の計算量で同一の精度を達成できることがわかる。

### 3.3 三重対角行列方程式の解法

(3.13), (3.15)式は三重対角行列を係数にもつ連立一次方程式である。ここでは、再帰公式によってこの方程式を解くことにする。

変数 $x_i$ によって、 $\psi_i$ または $\phi_i$ を表わせば(3.13), (3.15)式は、次のように表現できる。

$$A_i x_{i+1} + B_i x_i + C_i x_{i-1} = S_i \quad (i = 2, \dots, I-1) \quad (3.33)$$

ここで $I$ は、メッシュ点の数である。この方程式の解は両端での境界条件 $x_1$ ,  $x_I$ を与えることにより一意的に定まる。解 $\{x_i\}$ に対して、パラメータ群 $\{E_i\}$ ,  $\{F_i\}$ が次のように定義される。

$$x_{i+1} = E_i x_i + F_i \quad (i = 1, \dots, I-1) \quad (3.34)$$

(3.34)を(3.33)に代入すると、

$$x_i = -\frac{C_i}{A_i E_i + B_i} x_{i-1} + \frac{S_i - A_i F_i}{A_i E_i + B_i} \quad (i = 2, \dots, I-1) \quad (3.35)$$

(3.34), (3.35)式を比較して

$$E_{i-1} = -\frac{C_i}{A_i E_i + B_i} \quad (3.36)$$



$$F_{i-1} = \frac{S_i - A_i F_i}{A_i E_i + B_i} \quad (3.37)$$

( i = 2, \dots, I-1 )

を得る。i = Iでの境界条件より E<sub>I-1</sub>, F<sub>I-1</sub> を定めれば (3.36), (3.37)式より { E<sub>i</sub> ; i = 1, \dots, I-1 }, { F<sub>i</sub> ; i = 1, \dots, I-1 } が全て定まり, i = 1での境界条件 x = x<sub>1</sub> を使って (3.34)式を用いることにより { x<sub>i</sub> } が求まる。

この解法によって解が安定に求まる条件は

$$|E_i| \leq 1 \quad (i = 1, \dots, I-1) \quad (3.38)$$

であるが, この為の十分条件は

$$\left. \begin{aligned} A_i, C_i < 0 \\ B_i > 0 \\ B_i > -(A_i + C_i) \end{aligned} \right\} \quad (3.39)$$

である。

境界条件の議論をする時には  $\sigma = 0$  の場合と  $\sigma \neq 0$  の場合は別々に考えねばならない。まず  $\sigma \neq 0$  の場合を考える。ψ, φ は境界壁上で θ に依存しない定数である。即ち,

$$\psi_{\sigma, I} = 0 \quad (3.40)$$

$$\phi_{\sigma, I} = 0 \quad (3.41)$$

また, プラズマ中心では, いずれも 0 となる,

$$\psi_{\sigma, 1} = 0 \quad (3.42)$$

$$\phi_{\sigma, 1} = 0 \quad (3.43)$$

(3.34)式より明らかなように, 境界条件, (3.40), (3.41)から

$$E_{I-1}^{(\psi)} = 0, F_{I-1}^{(\psi)} = 0 \quad (\sigma \neq 0) \quad (3.44)$$

$$E_{I-1}^{(\phi)} = 0, F_{I-1}^{(\phi)} = 0 \quad (\sigma \neq 0) \quad (3.45)$$

次に  $\sigma = 0$  の場合を考える。ψ についての境界壁での境界条件は (2.31)式より

$$\psi_{0, I}^n - \psi_{0, I-1}^n = \psi_{0, I}^0 - \psi_{0, I-1}^0 \quad (3.46)$$

(3.34)式と比較して次式を得る。

$$E_{I-1}^{(\psi)} = 1 \quad (3.47)$$

$$F_{I-1}^{(\psi)} = \psi_{0, I}^0 - \psi_{0, I-1}^0 \quad (3.48)$$

ψ についての中心での境界条件は (2.28)式より

$$\begin{aligned} \psi_{0, 1}^{n+1} = & \psi_{0, 1}^{n-1} + 2\beta \frac{\Delta t}{\Delta r^2} (\psi_{0, 2}^{n-1} - \psi_{0, 1}^{n-1}) \\ & + 2\beta \frac{\Delta t}{\Delta r^2} (\psi_{0, 2}^{n+1} - \psi_{0, 1}^{n+1}) \end{aligned} \quad (3.49)$$

$$\begin{aligned} \psi_{0,2}^{n+1} - \left(1 + \frac{\Delta r^2}{2\beta\Delta t}\right) \psi_{0,1}^{n+1} &= -\psi_{0,2}^{n-1} + \left(1 - \frac{\Delta r^2}{2\beta\Delta t}\right) \psi_{0,1}^{n-1} \\ &\equiv S_0^{n-1} \end{aligned} \quad (3.50)$$

(3.34), (3.49), (3.50)より

$$\psi_{0,1}^{n+1} = \frac{F_1^{(\psi)} - S_0^{n+1}}{1 + \frac{\Delta r^2}{2\beta\Delta t} - E_1^{(\psi)}} \quad (3.51)$$

を得る。一方 $\phi$ に関しては $\phi_{0,i} = 0$ であるから $\sigma = 0$ の場合は解く必要がない。

### 3.4 初期条件

AEOLUS-R1は電流分布、安全係数 $q$ -分布のどちらからも平衡を求められるように作成してある。またその形状はパラメータ $\lambda$ で制御できるようになっており

$$J = J_0 \left[ 1 - (r/r_0)^{2\lambda} \right]^{1/\lambda} \quad (3.52)$$

$$q = q_0 h_0 \frac{\left[ 1 + (r/r_0)^{2\lambda} \right]^{1/\lambda+1}}{h_0 + (r/r_0)^{2\lambda}} \quad (3.53)$$

で与えられる。ここで(3.53)中の $h_0$ はダブル・テアリング・モードを解析するときの中空度を定めるパラメータである。

また初期擾動は次式のように入れてある。

$$\psi \sim r \left[ 1 - (r/r_s)^2 \right] \quad r < r_s \quad (3.54)$$

$$\phi \sim r \left[ 1 - (r/r_s)^2 \right] \quad r < r_s \quad (3.55)$$

ここで $r_s$ は $q(r_s) = m/n$ を満す $r_s$ である。

### 3.5 高次モードの計算法

AEOLUS-R1では基本となるモードとその高次モード(たとえば $m=2$ ,  $n=1$ を対象とする場合、基本モードは $(m, n) = (2, 1)$ で高次モードは $(m, n) = (4, 2)$ ,  $(6, 3)$ ,  $(8, 4)$ ……である)の相互作用を計算しているが、高次モードの中心付近に数値的な誤差が累積しやすいので、AEOLUS-R1では高次モードについては中心付近を常に零に置くようにしている。このことは中心付近で高次のモードを発生させないことに対応しており、適切であると思われる。

## 4. 計算結果の例

本計算コードAEOLUS-R1の構造と使用法は、それぞれ付録B、Cに詳しく述べられている。ここでは主としてコードの数値解析的な特性を調べる為に行なったいくつかの計算例について記述する。比較の為に用いたコードは、著者の一人(安積)によって開発されたコード<sup>7)</sup>(E-code)である。

### 4.1 計算時間の比較

AEOLUS-R1とE-codeの大きな違いは、既に述べたように前者がCNL混合法による差分化を行なっているのに対し、後者では拡散項、移流項共に空間精度2次、時間精度準2次の陽解法を使用している点にある。このことからAEOLUS-R1ではE-codeに比較して大きな時間ステップをとれることが予想される。実際にこれら両コードについて、数値的不安定性をおこさない最大の時間ステップとそのときのCPU時間の比率を求めると第3図を得る。横軸は電流分布  $j \propto (1 - r^{2\lambda})^{1/\lambda}$  を決めるパラメータ  $\lambda$  で、 $\lambda = 1, 0.75, 0.5$  のときの電流分布を第4図に示してある。また↓印はその電流分布での  $q = 2$  の位置を示す。その他のパラメータは  $S \equiv \tau_D / \tau_H = 1000$ ,  $q_0 = 1.5$ ,  $m = 2$ ,  $n = 1$  で動径メッシュ数(MESHR) = 51, フーリエ展開数(N) = 8, 物理的計算時間( $TSOP \times \tau_H$ ) = 100  $\tau_H$  で計算された。

### 4.2 計算精度の空間メッシュ数依存性

AEOLUS-R1は径方向に差分を用いているので、計算精度はメッシュ数(MESHR)に依存する。ここではメッシュ数50, 74, 100について磁気島幅の成長過程を計算してみた結果が第5図である。他のパラメータは  $j = 4(1 - r^2)$ ,  $S = 1000$ ,  $N = 8$  で  $m = 2$ ,  $n = 1$  のモードが解析された。縦棒はそれぞれメッシュ数に対応する1メッシュの大きさを示している。この結果から磁気島幅に関してはメッシュ数50程度で十分良い精度が得られている。

### 4.3 計算精度の高次モード数依存性

AEOLUS-R1では計算精度を高めるために、ヘリカル座標については差分法でなくフーリエ展開をし、その係数の時間変化を計算している。実際この方法が有効なことはORNLグループによって確かめられている<sup>1)</sup>。ここでは計算精度がフーリエ展開を用いるときの展開数(高次モード数)にどのように依存するかを調べて第6図に示してある。計算は  $S \equiv \tau_D / \tau_H = 1000$ ,  $q_0 = 1.5$ ,  $q(r) = q_0 [1 + (r/r_0)^8]^{1/4}$ ,  $q_0 = 1.378$ ,  $r_0 = 0.6$ ,  $m = 2$ ,  $n = 1$  について動径メッシュ数(MESHR) = 100で行われた。縦軸は磁気島幅  $W_{21}$  を、横軸はアルフヴェン時間  $\tau_H$  で規格化した時間で、展開数  $N = 3, 10$  の二例を示してある。磁気島幅の

時間変化は時間が100を過ぎた頃から展開数 $N$ に依存してくるが、これはこのころから非線形領域に入るためと思われる。また磁気島幅の最大値は展開数 $N$ が少ないうちは小さめに計算されることが判る。

#### 4.4 分布変化の計算例

ここでは $m=1/n=1$ モードと $m=2/n=1$ モードについての計算例を示す。

$m=1/n=1$ モードのパラメータは $q=q_0(1-r^2)$ ,  $S=10^3$ ,  $q_0=0.65$ でメッシュ数(MESHR)=50, フーリエ展開数( $N$ )=5である。第7図(a-d)には時刻0,  $50\tau_H$ ,  $70\tau_H$ ,  $150\tau_H$ での磁束, 電流分布, 流れ図を, また第7図(e)には運動エネルギーの時間変化を示す。初期の成長率は線形理論の式<sup>10)</sup>  $\nu\tau_H = (a q_a q' / q^2)^{2/3} S^{-1/3}$ から得られるものと25%程度の範囲で一致する。

$m=2/n=1$ モードのパラメータは $q=q_0 [1 + (r/r_0)^8]^{1/4}$ ,  $r_0=0.6$ ,  $S=10^4$ ,  $q_0=1.378$ でメッシュ数(MESHR)=50, フーリエ展開数( $N$ )=5である。第8図(a-d)には時刻0,  $100\tau_H$ ,  $160\tau_H$ ,  $200\tau_H$ での磁束, 電流分布, 流れ図を, また第8図(e, f)にはそれぞれ磁気島幅の変化および磁場エネルギーの変化を示す。初期の磁場の成長率は線形理論の式<sup>11)</sup>  $\nu\tau_H = 0.5 \times (a\Delta')^{4/5} (a q_a q' / q^2)^{2/5} S^{3/5}$ から得られるものと2%程度の範囲で一致する。また磁気島幅の変化はRutherford<sup>11)</sup>が指摘したように磁気島幅の成長は線形領域(指数関数的成長)から準線形領域(一次関数的成長)に移行して飽和している。

## 5. まとめと議論

非線形抵抗性MHD現象解析コード開発の一環として単一ヘリシティ抵抗性不安定性解析コードAEOLUS-R1を作成した。この種のコードでは、従来、拡散項, 移流項ともに中心差分による陽解法を用いていたが, AEOLUS-R1では拡散項の処理の為にCrank-Nicolsonの陰的差分法を用いることによって時間ステップ幅を10-15倍程度大きくとることが可能になった。この結果を基礎にして, 現在開発中の多重ヘリシティ現象の解析および非円形断面トラスプラズマ中での現象の解析が実際的な計算機利用時間内に行える見通しがついた。

### 謝 辞

本報告書を作成するにあたって有益な議論と絶えざる御激励を賜った田中正俊核融合研究部次長に, また計算機利用に関する有益な御教示をいただいた計算センター外来研究員田子精男氏に感謝いたします。終始一貫して御激励をいただいた小幡行雄核融合研究部長に感謝いたします。

時間変化は時間が100を過ぎた頃から展開数 $N$ に依存してくるが、これはこのころから非線形領域に入るためと思われる。また磁気島幅の最大値は展開数 $N$ が少ないうちは小さめに計算されることが判る。

#### 4.4 分布変化の計算例

ここでは $m=1/n=1$ モードと $m=2/n=1$ モードについての計算例を示す。

$m=1/n=1$ モードのパラメータは $q=q_0(1-r^2)$ ,  $S=10^3$ ,  $q_0=0.65$ でメッシュ数(MESHR)=50, フーリエ展開数( $N$ )=5である。第7図(a-d)には時刻0,  $50\tau_H$ ,  $70\tau_H$ ,  $150\tau_H$ での磁束, 電流分布, 流れ図を, また第7図(e)には運動エネルギーの時間変化を示す。初期の成長率は線形理論の式<sup>10)</sup>  $\nu\tau_H = (a q_0 q' / q^2)^{2/3} S^{-1/3}$ から得られるものと25%程度の範囲で一致する。

$m=2/n=1$ モードのパラメータは $q=q_0 [1 + (r/r_0)^8]^{1/4}$ ,  $r_0=0.6$ ,  $S=10^4$ ,  $q_0=1.378$ でメッシュ数(MESHR)=50, フーリエ展開数( $N$ )=5である。第8図(a-d)には時刻0,  $100\tau_H$ ,  $160\tau_H$ ,  $200\tau_H$ での磁束, 電流分布, 流れ図を, また第8図(e, f)にはそれぞれ磁気島幅の変化および磁場エネルギーの変化を示す。初期の磁場の成長率は線形理論の式<sup>11)</sup>  $\nu\tau_H = 0.5 \times (a \Delta')^{4/5} (a q_0 q' / q^2)^{2/5} S^{-3/5}$ から得られるものと2%程度の範囲で一致する。また磁気島幅の変化はRutherford<sup>11)</sup>が指摘したように磁気島幅の成長は線形領域(指数関数的成長)から準線形領域(一次関数的成長)に移行して飽和している。

## 5. まとめと議論

非線形抵抗性MHD現象解析コード開発の一環として単一ヘリシティ抵抗性不安定性解析コードAEOLUS-R1を作成した。この種のコードでは、従来、拡散項, 移流項ともに中心差分による陽解法を用いていたが, AEOLUS-R1では拡散項の処理の為にCrank-Nicolsonの陰的差分法を用いることによって時間ステップ幅を10-15倍程度大きくとることが可能になった。この結果を基礎にして, 現在開発中の多重ヘリシティ現象の解析および非円形断面トラスプラズマ中での現象の解析が実際的な計算機利用時間内に行える見通しがついた。

### 謝 辞

本報告書を作成するにあたって有益な議論と絶えざる御激励を賜った田中正俊核融合研究部次長に, また計算機利用に関する有益な御教示をいただいた計算センター外来研究員田子精男氏に感謝いたします。終始一貫して御激励をいただいた小幡行雄核融合研究部長に感謝いたします。

時間変化は時間が100を過ぎた頃から展開数 $N$ に依存してくるが、これはこのころから非線形領域に入るためと思われる。また磁気島幅の最大値は展開数 $N$ が少ないうちは小さめに計算されることが判る。

#### 4.4 分布変化の計算例

ここでは $m=1/n=1$ モードと $m=2/n=1$ モードについての計算例を示す。

$m=1/n=1$ モードのパラメータは $q=q_0(1-r^2)$ ,  $S=10^3$ ,  $q_0=0.65$ でメッシュ数(MESH) $R=50$ , フーリエ展開数( $N$ ) $=5$ である。第7図(a-d)には時刻0,  $50\tau_H$ ,  $70\tau_H$ ,  $150\tau_H$ での磁束, 電流分布, 流れ図を, また第7図(e)には運動エネルギーの時間変化を示す。初期の成長率は線形理論の式<sup>10)</sup>  $\nu\tau_H = (a q_a q' / q^2)^{2/3} S^{-1/3}$ から得られるものと25%程度の範囲で一致する。

$m=2/n=1$ モードのパラメータは $q=q_0 [1 + (r/r_0)^8]^{1/4}$ ,  $r_0=0.6$ ,  $S=10^4$ ,  $q_0=1.378$ でメッシュ数(MESH) $R=50$ , フーリエ展開数( $N$ ) $=5$ である。第8図(a-d)には時刻0,  $100\tau_H$ ,  $160\tau_H$ ,  $200\tau_H$ での磁束, 電流分布, 流れ図を, また第8図(e, f)にはそれぞれ磁気島幅の変化および磁場エネルギーの変化を示す。初期の磁場の成長率は線形理論の式<sup>11)</sup>  $\nu\tau_H = 0.5 \times (a \Delta')^{4/5} (a q_a q' / q^2)^{2/5} S^{-3/5}$ から得られるものと2%程度の範囲で一致する。また磁気島幅の変化はRutherford<sup>11)</sup>が指摘したように磁気島幅の成長は線形領域(指数関数的成長)から準線形領域(一次関数的成長)に移行して飽和している。

## 5. まとめと議論

非線形抵抗性MHD現象解析コード開発の一環として単一ヘリシティ抵抗性不安定性解析コードAEOLUS-R1を作成した。この種のコードでは、従来、拡散項, 移流項ともに中心差分による陽解法を用いていたが, AEOLUS-R1では拡散項の処理の為にCrank-Nicolsonの陰的差分法を用いることによって時間ステップ幅を10-15倍程度大きくとることが可能になった。この結果を基礎にして, 現在開発中の多重ヘリシティ現象の解析および非円形断面トラスプラズマ中での現象の解析が実際的な計算機利用時間内に行える見通しがついた。

### 謝 辞

本報告書を作成するにあたって有益な議論と絶えざる御激励を賜った田中正俊核融合研究部次長に, また計算機利用に関する有益な御教示をいただいた計算センター外来研究員田子精男氏に感謝いたします。終始一貫して御激励をいただいた小幡行雄核融合研究部長に感謝いたします。

## 参考文献

- 1) J.D.Callen, B.V.Waddell, H.R.Hicks, J.A.Holmes, D.K.Lee, S.J.Kynch, K.T.Tsang, J.C.Whitson, B.Carreras, M.Soler, M.Azumi, P.J.Catto, J.Smith, "Magnetic Islandgraphy in Tokamaks", IAEA-CN-F-1-1, Innsbruck, August, 1978.
- 2) R.Gruber, "ERATO stability code", submitted to Comput. Phys. Commun.
- 3) R.C.Grimm, J.M.Green, and J.L.Jahson, "Computation of the magnetohydrodynamic spectrum in axisymmetric toroidal confinement system", in Methods in Computational Physics, Vol.16, (Academic Press N.Y., 1976).
- 4) S.C.Jardin, J.L.Johnson, J.M.Greene, and R.C.Grimm, "Dynamical Grid Method for Time Dependent Simulation of Axisymmetric Instabilities in Tokamaks" PPPL-1359 July 1977.
- 5) M.N.Rosenbluth, D.A.Monticello, H.R.Strauss, and R.B.White, "Numerical studies of nonlinear evolution of kink modes in tokamaks" Phys.of Fluids 19, vol 12, Dec.1976.
- 6) M.Azumi, unpublished.
- 7) M.Azumi, G.Kurita, T.Matsuura, T.Takeda, Y.Tanaka, T.Tsunematsu, "A Fluid Model Numerical Code System for Tokamak Fusion Research", Fourth International Symposium on Computing Methods in Applied Sciences and Engineering, Dec.1979, Versailles (France).
- 8) Richtmyer, R.D., Morton, K.W., "Difference Methods for Initial-Value Problems (2nd Ed.)", Interscience Publications, a division of John Wiley and Sons (1976).
- 9) B.Coppi, R.Galvao, R.Pellat, M.Rosenbluth, and P.Rutherford, "Resistive internal kink modes", Fiz.Plazmy 2, 961 (1976) [Sov.J.Plasma Phys.2, 533 (1976)]
- 10) H.P.Furth, P.H.Rutherford, and H.Selberg, "Tearing mode in the cylindrical tokamak", 7, vol 16, July, 1973.
- 11) P.H.Rutherford, "Nonlinear growth of tearing mode", Phys.of Fluids, 11, vol 16, Nov.1973.

## 付録A AEOLUS-R計画

### A.1 計画の概要

AEOLUS-R計画は、トカマク・プラズマ解析の為の流体コード・システムTRITONの一環として、トカマク・プラズマにおける抵抗不安定性及びそれに併り諸現象の解析に必要なコード群の開発及びこれらのコード群を用いたシュミレーションを行なう。

プラズマの有限抵抗によって生じるMHD不安定性はFurth, Killeen及びRosenbluth達による先駆的な仕事以後数多くの人々によって取り扱われてきた。しかし、それらの多くは線型安定性に関するものであり、F·K·R理論の精密化がその中心である。一方、近年のトカマク実験及び理論は、トカマクにおける興味ある諸現象、例えば、プラズマ中心部からの軟X線信号の鋸波状振動や鋭い負電圧スパイクを生じる破壊不安定性等の有力候補として抵抗不安定性をクローズ・アップしている。しかしながら、これらの現象を解析する為には、単に不安定性の線型成長率を知るだけでなく、その非線型領域における振舞いを調べる事が重要になる。AEOLUS-Rにおいて我々が対象としているのは古典的な抵抗不安定性であるから、原理的には有限抵抗による損失項を含んだMHD方程式系を数値計算する事によって調べられるが、この直接的な方法はトカマクの様に、大きなアスペクト比を持った低ベータ・プラズマでは、方程式系の特性時間と、対象とする現象の時間スケールが違いすぎると云う問題がある。この為、AEOLUS-Rにおいては、次節に導出する「還元方程式」を用いたシュミレーションを行う。この方法はRosenbluth達によってキンク不安定性の解析に導入されて以来、内部キンク不安定性や抵抗不安定性の解析に威力を発揮してきた。しかし、これまで行なわれてきた解析は極めてモデル化されたプラズマでの解析に限られ、現象の原理的把握に重点が置かれてきた。AEOLUS-Rでは、任意形状をもった有限ベータ・軸対称プラズマと云うより現実的なプラズマ・モデルでの抵抗不安定性の解析コードの開発、及び、そのシュミレーションを行なう。AEOLUS-Rのコード開発計画は次の通りである。

#### 第1段階 AEOLUS-R1

このコードの目的は円柱・低ベータ・プラズマにおける単一モードの解析である。還元方程式の基本的な数値解法の開発がこの段階において行われる。この解法の開発にあたっては、単にこの段階における解法の最適化をはかるだけでなく、以後の段階における、より一般的なモデルでの計算を念頭において行わなければならない。本論文はこの段階に属する。このコードによる解析の対象となる現象には、 $m=1$ 抵抗不安定性による鋸歯状振動、ティアリング・モードによる磁気島形成、ダブル・ティアリング・モードによる異常表皮効果等がある。これらの現象の原理的把握については既に終わっていると考えられるが、例えば、鋸波状振動についても、電流のゆっくりとした集中化及びそれに続く急速な平坦化と云う全行程を電子・イオンのエネルギー・バランスを含めた形でシュミレーションする事は未だ為されていない等、実験結果の解析と云う意味ではまだ残された課題も多い。



## 第2段階 AEOLUS-R2

このコードの目的は円柱・低ベータ・プラズマにおける複数モードの非線型結合の影響を調べる事である。基本的な数値解法はAEOLUS-R1と同様であるが、非線型項におけるコンポリューションの処理等より一層の高速化が必須であり、この手法の開発が重要なポイントになる。このコードの対象となる現象は、AEOLUS-R1と同様、鋸状振動・破壊不安定性・異常表皮効果等であるがモード間結合による非線型不安定性や磁力線のエルゴタイゼーションと云ったAEOLUS-R1とは質的に異った問題が取り扱われる。

## 第3段階 AEOLUS-R3

このコードではAEOLUS-R計画の最終段階として任意断面形状をもった有限ベータ・軸対称プラズマと云う現実的なプラズマ・モデルにおける抵抗不安定性の解析が行われる。この段階における数値計算上の問題は平衡コードとの結合及び非直交座標におけるポアソン型微分方程式の高速解法の開発である。このコードでは、AEOLUS-Rで対象としている抵抗不安定性だけではなく、非円形断面による内部キンク不安定性や有限ベータ・プラズマにおけるバルーニング不安定性等、理想MHD不安定性の解析が可能であり、固定境界・非圧縮性の仮定のもとでの、トカマク・プラズマにおけるMHD不安定性の総合的理解が行われる。

### A.2 還元方程式

この節ではAEOLUS-Rコード群の基礎方程式である「還元されたMHD方程式系」(以下、単に「還元方程式」と呼ぶ)を導出する。本論文において取り扱われているAEOLUS-R1では円柱低ベータプラズマにおける単一モードのみを対象としているが、この節では前節に述べられたAEOLUS-Rコード群開発計画全体を念頭において、一般的な還元方程式を導出する。

基礎方程式は一流体MHD方程式である。

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot p \mathbf{v} = 0 \quad (\text{A-1})$$

$$p \left[ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \right] = -\nabla p + \mathbf{J} \times \mathbf{B} - \nabla \cdot \pi_2 \quad (\text{A-2})$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla p + \gamma p \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (\text{A-3})$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B} - \eta \mathbf{J}) \quad (\text{A-4})$$

$$\mathbf{J} = \nabla \times \mathbf{B} \quad (\text{A-5})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (\text{A-6})$$

この方程式系の特性時間は圧縮性の磁気音波によって決められる。一方、以下で我々が対象とする、トカマク・プラズマにおけるMHD現象の特徴的な時間は磁力線に沿って伝播するアルフベン波によって決められ、この両者の特性時間の比は、 $qA$ 程度になる。ここで $q$ は安全係

数,  $A = R_0/a$  はアスペクト比で,  $R_0$  及び  $a$  はトーラスの主半径及び副半径である。この大きな特性時間の比は変数の多さと共に, 式 (A-1 ~ 6) を直接解く事によってトカマクにおける MHD 現象を解析する事を困難にしている。この困難をさける一つの方法は式 (A-1 ~ 6) からトカマク・オーダーリングを用いて解析的に磁気音波の成分を取り除く事である。

トカマク・オーダーリングを始める前に式 (A-1 ~ 6) を書き直す事にする。円柱座標 ( $R, \varphi = \zeta/R_0, Z$ ) ( $R_0$  は磁気軸の位置) を用いると磁束密度  $\vec{B}$  は形式的に

$$\mathbf{B} = B_T \nabla \zeta + \nabla \zeta \times \nabla \psi + \mathbf{b}_\perp \quad (\text{A-7})$$

と書ける。ここで  $\nabla \zeta = \frac{R_0}{R} \mathbf{e}_\varphi$ , 又, 添字  $\perp$  は  $R-Z$  面内でのベクトル成分を表わす。 $B_T$  と  $\mathbf{b}_\perp$  の関係は式 (A-6) から

$$\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \frac{\partial B_T}{\partial \zeta} + \nabla_\perp \cdot \mathbf{b}_\perp = 0 \quad (\text{A-8})$$

電流密度  $\mathbf{J}$  は式 (A-5) を用いると,

$$\mathbf{J} = J_T \nabla \zeta + \nabla B_T \times \nabla \zeta - \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \nabla_\perp \frac{\partial \psi}{\partial \zeta} + \mathbf{j} \quad (\text{A-9})$$

$$J_T \equiv \Delta^* \psi = R^2 \nabla_\perp \cdot \frac{\nabla_\perp \psi}{R^2}; \quad \mathbf{J} \equiv \nabla \times \mathbf{b}_\perp$$

微分作用素  $\Delta^*$  は, 軸対称平衡を記述する Grad-Shafranov 方程式に現われるものと同じである。次に, 磁場拡散の式 (A-4) を書きかえると,

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + \mathbf{v}_\perp \cdot \nabla \psi = \frac{\partial \psi}{\partial \zeta} + \eta J_T + \left(\frac{R}{R_0}\right)^2 [\mathbf{v}_\perp \cdot \nabla \zeta \times \mathbf{b}_\perp + \eta \mathbf{J} \cdot \nabla \zeta] \quad (\text{A-10})$$

$$\frac{\partial B_T}{\partial t} = - \left(\frac{R}{R_0}\right)^2 \nabla \cdot \left[ \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 B_T \mathbf{v}_\perp - (\mathbf{v} \cdot \nabla \zeta) \mathbf{B}_\perp + \eta \mathbf{J} \times \nabla \zeta \right] \quad (\text{A-11})$$

$$\frac{\partial \mathbf{b}_\perp}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \zeta} \left[ \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 B_T \mathbf{v}_\perp - \nabla \zeta \times \nabla \psi - (\mathbf{v} \cdot \nabla \zeta) \mathbf{B}_\perp + \eta \mathbf{J} \times \nabla \zeta \right] \quad (\text{A-12})$$

ここでスカラー関数  $\phi$  を導入した。質量密度  $\rho$  及び圧力  $p$  はそれぞれ (A-1) 及び (A-3) から

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{R}{R_0}\right)^2 \rho + \mathbf{v} \cdot \nabla \left(\frac{R}{R_0}\right)^2 \rho + \left(\frac{R}{R_0}\right)^2 \rho \left[ R^2 \nabla \cdot \frac{\mathbf{v}}{R^2} \right] = 0 \quad (\text{A-13})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{R}{R_0}\right)^{2\gamma} p + \mathbf{v} \cdot \nabla \left(\frac{R}{R_0}\right)^{2\gamma} p + \gamma \left(\frac{R}{R_0}\right)^{2\gamma} p \left[ R^2 \nabla \cdot \frac{\mathbf{v}}{R^2} \right] = 0 \quad (\text{A-14})$$

最後に運動方程式 (A-2) は,

$$\rho \left[ \frac{\partial \mathbf{v}_\perp}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v}_\perp \right] = - \nabla_\perp p - (\nabla \cdot \pi_i)_\perp - \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \left[ J_T \nabla_\perp \psi + \nabla_\perp \frac{B_T^2}{2} + B_T \nabla_\perp \frac{\partial \psi}{\partial \zeta} \times \nabla \zeta \right] + B_T \mathbf{j} \times \nabla \zeta - (\mathbf{j} \cdot \nabla \zeta) \nabla_\perp \psi - J_T \mathbf{b}_\perp \times \nabla \zeta + (\mathbf{j} \times \mathbf{b}_\perp)_\perp \quad (\text{A-15})$$

$$\begin{aligned} \rho \left[ \frac{\partial v_{\zeta}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v})_{\zeta} \right] &= -\frac{R_0}{R} \frac{\partial p}{\partial \zeta} - (\nabla \cdot \pi_i)_{\zeta} - \left( \frac{R_0^2}{R} \left[ \nabla_{\perp} \mathbf{B}_T \times \nabla \psi + \frac{R_0}{R} \frac{\partial |\nabla_{\perp} \psi|^2}{\partial \zeta} \right] \right. \\ &\quad \left. + \frac{R_0}{R} \mathbf{j} \cdot \nabla \psi + \frac{R_0}{R} \mathbf{b}_{\perp} \cdot \nabla \mathbf{B}_T - \left( \frac{R_0^2}{R} \left( \nabla_{\perp} \frac{\partial \psi}{\partial \zeta} \times \mathbf{b}_{\perp} \right)_{\zeta} + (\mathbf{j} \times \mathbf{b}_{\perp})_{\zeta} \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{A-16})$$

又、式(A-15)から式(A-13)を用いて  $\nabla_{\perp} (\mathbf{B}_T^2/2)$  の項を消去すると煩雑な計算の後、

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial t} + \nabla \cdot \left[ \mathbf{U} \mathbf{v} + \left( R^2 \nabla \cdot \frac{\mathbf{v}}{R^2} \right) \left( \frac{R^2}{R_0} \right) \rho \mathbf{v} \times \nabla \zeta \right] - \nabla \left( \frac{R^2}{R_0} \right) \rho \times \nabla \cdot \frac{\mathbf{v}_{\perp}^2}{2} \cdot \nabla \zeta \\ - \frac{1}{R_0} \frac{\partial}{\partial Z} (\rho v_{\zeta}^2) - \frac{\partial}{\partial \zeta} \left( \frac{R^2}{R_0} \right) \rho \mathbf{v} \times \nabla (\mathbf{v} \cdot \nabla \zeta) \cdot \nabla \zeta \\ = \frac{2}{R_0} \frac{\partial p}{\partial Z} - \nabla \cdot \left[ \left( \frac{R^2}{R_0} \right) \nabla \cdot \pi_i \times \nabla \zeta \right] - \nabla \zeta \cdot \left[ \nabla_{\perp} \mathbf{J}_T \times \nabla_{\perp} \psi \right] \\ + \left( \frac{R^2}{R_0} \right) \mathbf{B}_T \cdot \frac{\partial \mathbf{J}_T}{\partial \zeta} + \left( \frac{R_0^2}{R} \right) \nabla_{\perp} \mathbf{B}_T \cdot \nabla_{\perp} \left( \frac{\partial \psi}{\partial \zeta} \right) + \mathbf{B} \cdot \nabla \left[ \left( \frac{R^2}{R_0} \right) \mathbf{j} \cdot \nabla \zeta \right] \\ + \nabla \cdot (\mathbf{J}_T \mathbf{b}_{\perp}) - \mathbf{j} \cdot \nabla \mathbf{B}_T \end{aligned} \quad (\text{A-17})$$

が得られる。ここで、

$$\mathbf{U} \equiv \nabla \cdot \left( \frac{R^2}{R_0} \right) \rho \mathbf{v} \times \nabla \zeta \quad (\text{A-18})$$

まず最初に低ベータ・トカマクにおける還元方程式を導出しよう。以下では全ての変数は平均トロイダル磁場  $\overline{\mathbf{B}}_T$ 、トラス副半径  $a$  及び平均質量密度  $\overline{\rho}$  を用いて規格化してある。逆アスペクト比  $\epsilon = a/R_0$  ( $\ll 1$ ) を展開パラメータとして、低ベータ・トカマクのオーダーリングは、

$$\begin{aligned} |\nabla_{\perp} \psi| \sim |\mathbf{v}_{\perp}| \sim \frac{1}{R_0} \sim \frac{\partial}{\partial \zeta} \sim \frac{\partial}{\partial t} \sim O(\epsilon) \\ p \sim b_T \sim v_{\zeta} \sim O(\epsilon^2) \\ |\mathbf{b}_{\perp}| \sim O(\epsilon^3). \end{aligned} \quad (\text{A-19})$$

ここで  $\mathbf{B}_T = 1 + \mathbf{b}_T$  とおいた。又、磁気音波は励起されないと仮定している。実際  $|\mathbf{v}_{\perp}| \sim \frac{\partial}{\partial t} \sim b_T \sim O(1)$  のオーダーリングを用いると(A-11)及び(A-15)から磁気音波が得られるが、この波が安定である事は容易にわかる。オーダーリング(A-19)を用いて式(A-7~18)を整理すると

$$\mathbf{B} = \nabla \zeta + \nabla \zeta \times \nabla \psi + O(\epsilon^2) \quad (\text{A-20})$$

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_T \nabla \zeta + O(\epsilon^2) = \left( R^2 \nabla_{\perp} \cdot \frac{\nabla_{\perp} \psi}{R^2} \right) \nabla \zeta + O(\epsilon^2) \quad (\text{A-21})$$

$$\mathbf{v} = \left( \frac{R^2}{R_0} \right) \nabla \zeta \times \nabla \psi + v_{\zeta} \mathbf{e}_{\zeta} + O(\epsilon^3) \quad (\text{A-22})$$

$$U = \left(\frac{R}{R_0}\right)^2 \nabla \cdot \left(\frac{R}{R_0}\right)^2 \rho \nabla \phi + O(\epsilon^3) \quad (A-23)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + v_{\perp} \cdot \nabla_{\perp} \psi = \frac{\partial \phi}{\partial \zeta} + \eta J_T + O(\epsilon^4) \quad (A-24)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial t} + v_{\perp} \cdot \nabla_{\perp} U - \left(\frac{R}{R_0}\right)^2 \nabla_{\perp} \left(\frac{R}{R_0}\right)^2 \rho \times \nabla_{\perp} \frac{v_{\perp}^2}{2} \cdot \nabla \zeta \\ = \frac{2}{R_0} \left(\frac{R}{R_0}\right)^2 \frac{\partial p}{\partial Z} - \left(\frac{R}{R_0}\right)^2 \nabla_{\perp} \cdot \left[ \left(\frac{R}{R_0}\right)^2 \nabla \cdot \pi_i \times \nabla \zeta \right] \\ - \left(\frac{R}{R_0}\right)^2 \nabla \zeta \cdot \nabla_{\perp} J_T \times \nabla_{\perp} \psi + \frac{\partial J_T}{\partial \zeta} + O(\epsilon^4) \end{aligned} \quad (A-25)$$

$$\begin{aligned} \rho \left[ \frac{\partial v_{\zeta}}{\partial t} + v_{\perp} \cdot \nabla_{\perp} v_{\zeta} \right] = -\frac{\partial p}{\partial \zeta} - (\nabla \cdot \pi)_{\zeta} \\ - (\nabla_{\perp} b_T \times \nabla_{\perp} \psi)_{\zeta} - \frac{\partial}{\partial \zeta} \frac{|\nabla_{\perp} \psi|^2}{2} + O(\epsilon^4) \end{aligned} \quad (A-26)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{R}{R_0}\right)^2 \rho + v_{\perp} \cdot \nabla_{\perp} \left(\frac{R}{R_0}\right)^2 \rho = O(\epsilon^3) \quad (A-27)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{R}{R_0}\right)^{2\gamma} p + v_{\perp} \cdot \nabla_{\perp} \left(\frac{R}{R_0}\right)^{2\gamma} p = O(\epsilon^5) \quad (A-28)$$

ここでUの定義を変えた事に注意しておく(式(A-23))。又、式(A-26)は $b_T$ を含んでおり、従って上記の方程式系は閉じていないが、 $v_{\zeta}$ が他の方程式に現われない事に注意すれば、式(A-26)は解く必要のない事が解かる。以下、式(A-26)は無視する。上に導いた低ベータ還元方程式系は(A-19)のオーダーリングから解かる様に、トロイダル効果については1次までの妥当性しかないが、モード間結合を通じての、MHD不安定性へのトロイダル効果は十分反映出来る。この方程式系は、 $(R/R_0)^2 \rho = 1$ 及び $V \cdot \pi = 0$ として、平衡配位における磁力線が直線となる座標系 $(r, \theta, \zeta)$ を用いると、次の様に書き換えられる。

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + [\phi, \psi] = \frac{\partial \phi}{\partial \zeta} + \eta J_T \quad (A-29)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + [\phi, U] = [p, \left(\frac{R}{R_0}\right)^2] - [J_T, \psi] + \frac{\partial J_T}{\partial \zeta} \quad (A-30)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{R}{R_0}\right)^{2\gamma} p + [\phi, \left(\frac{R}{R_0}\right)^{2\gamma} p] = 0 \quad (A-31)$$

$$\begin{aligned} U = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \left(\frac{R}{R_0}\right)^2 (g^{rr} \frac{\partial \phi}{\partial r} + g^{r\theta} \frac{\partial \phi}{\partial \theta}) \\ + \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{R}{R_0}\right)^2 (g^{r\theta} \frac{\partial \phi}{\partial r} + g^{\theta\theta} \frac{\partial \phi}{\partial \theta}) \end{aligned} \quad (A-32)$$

$$J_T = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \left( g^{rr} \frac{\partial \psi}{\partial r} + g^{r\theta} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left( g^{r\theta} \frac{\partial \psi}{\partial r} + g^{\theta\theta} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) \quad (A-33)$$

$$[a, b] \equiv \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial a}{\partial r} \frac{\partial b}{\partial \theta} - \frac{\partial a}{\partial \theta} \frac{\partial b}{\partial r} \right] \quad (A-34)$$

ここで、 $g^{ij}$  はメトリックの反変成分であり、磁力線が直線となる条件を用いて  $r = (\frac{R_0}{R})^2 / \det |g^{ij}|$  と選んだ。この座標系の有用性は (A-29~31) から解かる通り、非線形項が単純な形で表わされており、数値計算にかかりやすい形になっている事である。最後に、上に導いた低ベータ還元方程式のエネルギー積分は

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int d\tau \left[ \frac{\rho}{2} \left| \frac{R}{R_0} \nabla_{\perp} \phi \right|^2 + \frac{1}{2} \left| \frac{R_0}{R} \nabla \psi \right|^2 + \frac{p}{r-1} \right] \\ = \int d\tau \left[ \eta \left( \frac{R_0}{R} J_T \right)^2 + v_{\perp} \cdot \nabla \cdot \pi_i \right] \end{aligned} \quad (A-35)$$

左辺各項は、垂直方向の運動エネルギー・垂直方向の磁場エネルギー及び内部エネルギーを表わし、右辺は抵抗及び粘性によるエネルギー損失を表わしている。従って、散逸のない場合には、還元方程式はエネルギー保存系になっている。

次に、中間ベータ・トカマクにおける還元方程式を導く。オーダーリングは

$$\begin{aligned} |\nabla_{\perp} \phi| \sim b_T \sim p \sim v_{\perp} \sim v_{\zeta} \sim \frac{1}{R_0} \sim \frac{\partial}{\partial \zeta} \sim \frac{\partial}{\partial t} \sim O(\epsilon) \\ |b_{\perp}| \sim O(\epsilon^2) \end{aligned} \quad (A-36)$$

このオーダーリングを用いて式 (A-7~18) を書き直すと、

$$B = (1 + b_T) \nabla \zeta + \nabla \zeta \times \nabla \psi + O(\epsilon^2) \quad (A-37)$$

$$J = J_T \nabla \zeta + \nabla_{\perp} b_T \times \nabla \zeta + O(\epsilon^2) \quad (A-38)$$

$$v = \nabla \zeta \times \nabla \phi + v_{\zeta} e_{\zeta} + O(\epsilon^2) \quad (A-39)$$

$$U = \nabla_{\perp} (\rho \nabla_{\perp} \phi) + O(\epsilon^2) \quad (A-40)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + v_{\perp} \cdot \nabla \psi = \frac{\partial \psi}{\partial \zeta} + \eta J_T + O(\epsilon^3) \quad (A-41)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial t} + v_{\perp} \cdot \nabla U - \nabla \rho \times \nabla \frac{v_{\perp}^2}{2} \cdot \nabla \zeta \\ = \frac{2}{R_0} \frac{\partial p}{\partial Z} - \nabla \cdot [\nabla \cdot \pi_2 \times \nabla \zeta] - \nabla \zeta \cdot [\nabla_{\perp} J_T \times \nabla_{\perp} \psi] + \frac{\partial J_T}{\partial \zeta} + O(\epsilon^3) \end{aligned} \quad (A-42)$$

$$\rho \left[ \frac{\partial v_{\zeta}}{\partial t} + v_{\perp} \cdot \nabla v_{\zeta} \right] = - \frac{\partial p}{\partial \zeta} - (\nabla \cdot \pi)_{\zeta} - (\nabla_{\perp} b_T \times \nabla \psi)_{\zeta} + O(\varepsilon^3) \quad (\text{A-43})$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + v_{\perp} \cdot \nabla \rho = O(\varepsilon^2) \quad (\text{A-44})$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + v_{\perp} \cdot \nabla p = O(\varepsilon^2) \quad (\text{A-45})$$

$$\nabla(p + b_T) = O(\varepsilon^2) \quad (\text{A-46})$$

式(A-46)は、垂直方向の運動方程式(A-15)から得られた。従って、この中間ベータ還元方程式系は、低ベータの場合と異なり、閉じた方程式系になっている。しかし、低ベータの場合同様、 $v_{\zeta}$ は(A-43)を除いては方程式系に現われてこない。この様に、実際の計算においては、(A-43)及び(A-46)は除外する事が出来る。

## 付録B AEOLUS-R1 コードの構造

AEOLUS-R1はOLYMPUSシステムを採用しておりプログラムの構造、コーディング規約などはそれに準じている。AEOLUS-R1の階層構造、フローチャートはそれぞれ第9図、第10図に、各ルーチンの説明は以下に示す。

また、プログラムの主要部であるSTEPONについてはプログラム・リストを第11図に示す。

- MAIN ..... 主プログラム。
- BASIC ..... 入出力機番等を決める。
- COTROL ..... プログラムの流れを制御するルーチン。
- LABRUN ..... ラベルを書くルーチン。
- CLEAR ..... 初期クリアを行なうルーチン。
- PRESET ..... 入力のデフォルト値を設定するルーチン。
- DATA ..... 入力を行なうルーチン。
- AUXVAL ..... 頻出の値を計算しておくルーチン。
- INITAL ..... 物理的初期条件設定ルーチン。
- START ..... リスタートの為のルーチン。
- STEPON ..... 実際の計算を行なうルーチン。
- OUTPUT ..... 出力を制御するルーチン。
- TESEND ..... 計算終了チェックルーチン。
- ENERGY ..... 磁場エネルギー、運動エネルギー、渦電流エネルギー計算ルーチン。
- ISLAND ..... 磁気島幅計算、表示ルーチン。
- PRINT ..... 計算結果出力ルーチン。
- PRINTG ..... 計算結果のLP上でのグラフ化出力ルーチン。

## 付録C AEOLUS-R1 コードの使用法

AEOLUS-R1の入力は次の2種類である。

(i) ラベル用の入力

カード1枚分で(12A4)で読み込まれる。

(ii) プログラム制御用の入力

NAMELIST名&NEWRUNで読み込まれプログラムの主入力となる。

表2に変数名、意味、デフォルト値を示してある。また図12にデフォルト値で計算したときの出力例を示してある。

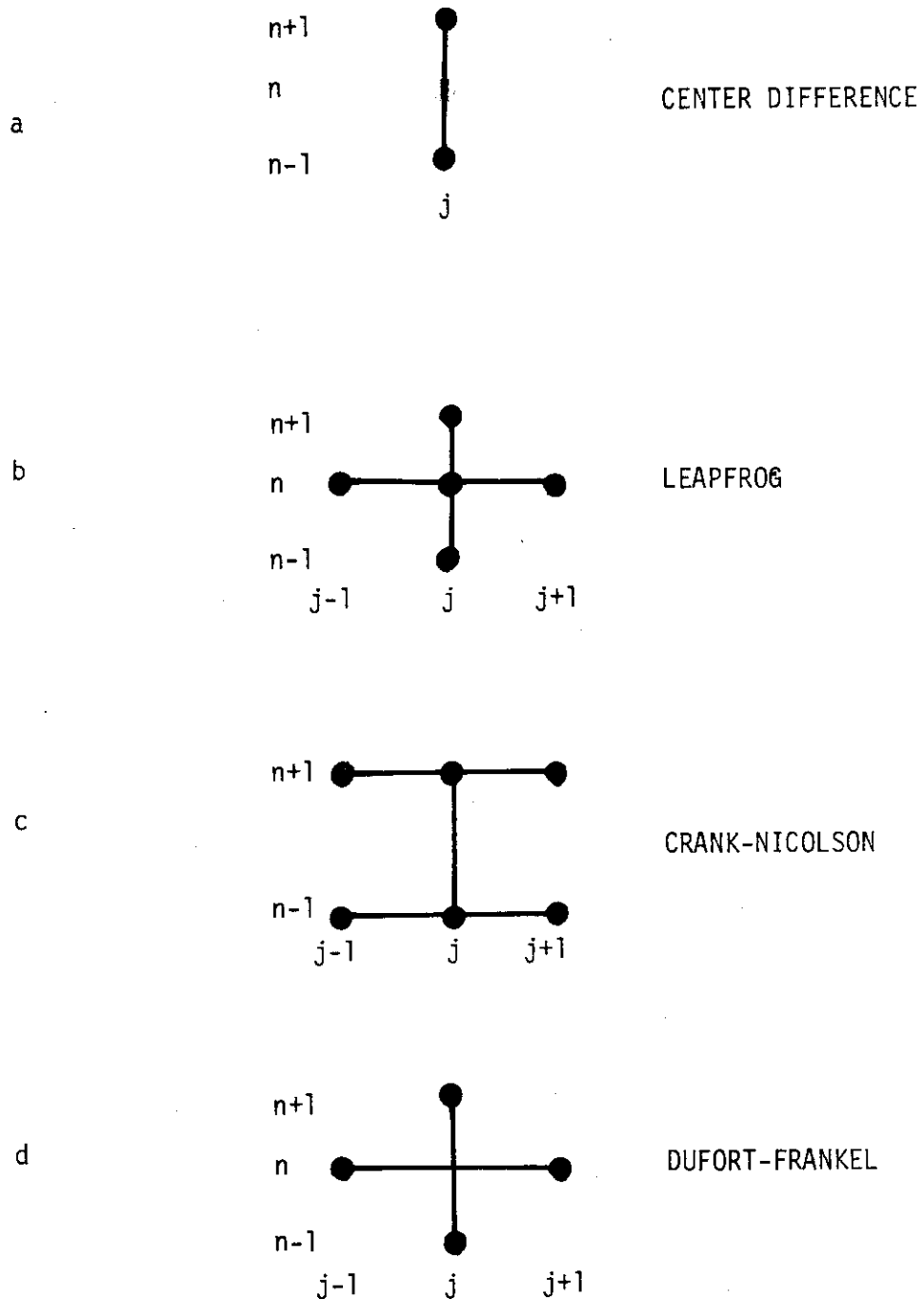


Fig.1 Diagram of numerical scheme.



第 1 表

	精 度	適 合 性	安 定 性
CNL法	$(\Delta t^2, \Delta x^2)$	$\Delta x \rightarrow 0, \Delta t \rightarrow 0,$	$\frac{\Delta x}{v} > \Delta t$
DFL法	$(\Delta t, \Delta x^2)$	$\Delta x \rightarrow 0, \Delta t \rightarrow 0, \frac{\Delta t}{\Delta x} \rightarrow 0$	$\frac{\Delta x}{v} > \Delta t$

CNL法: Crank-Nicolson-Leapfrog法

DFL法: DuFort-Frankel-Leapfrog法

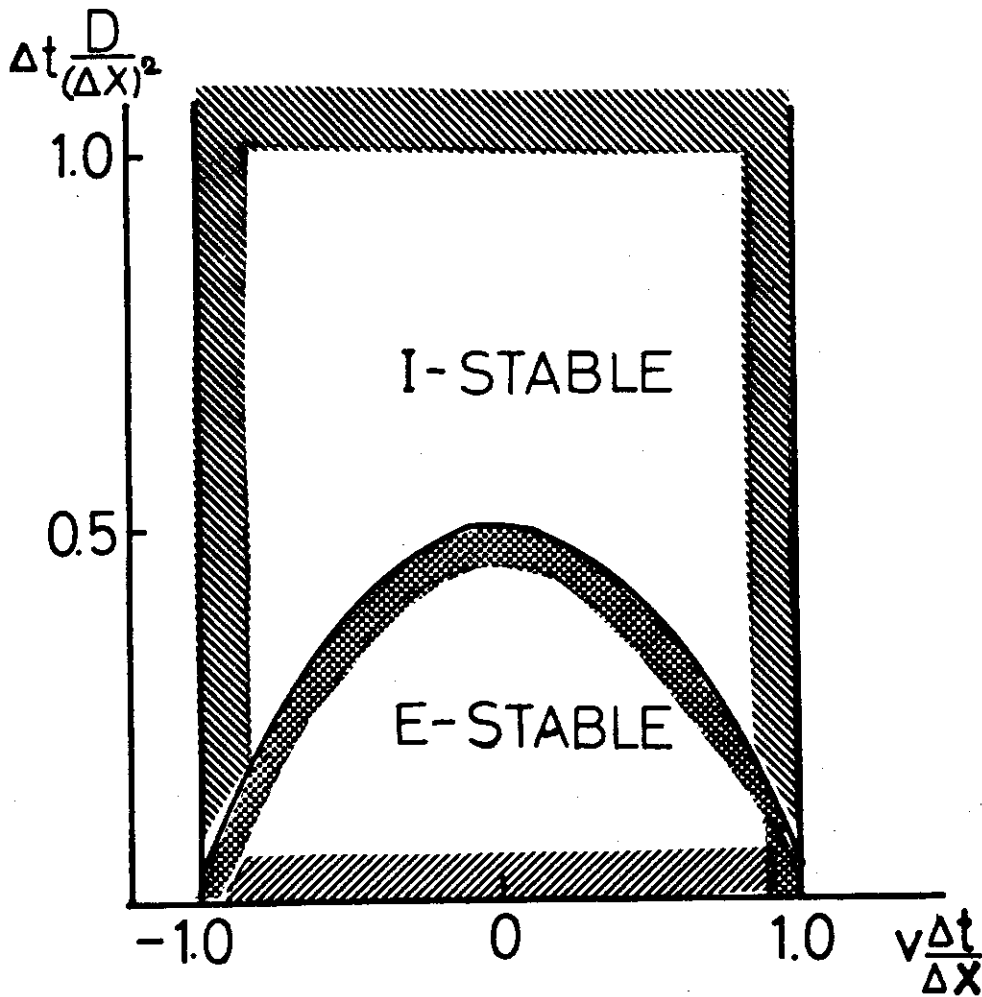


Fig.2 The stable region of implicit and explicit scheme.

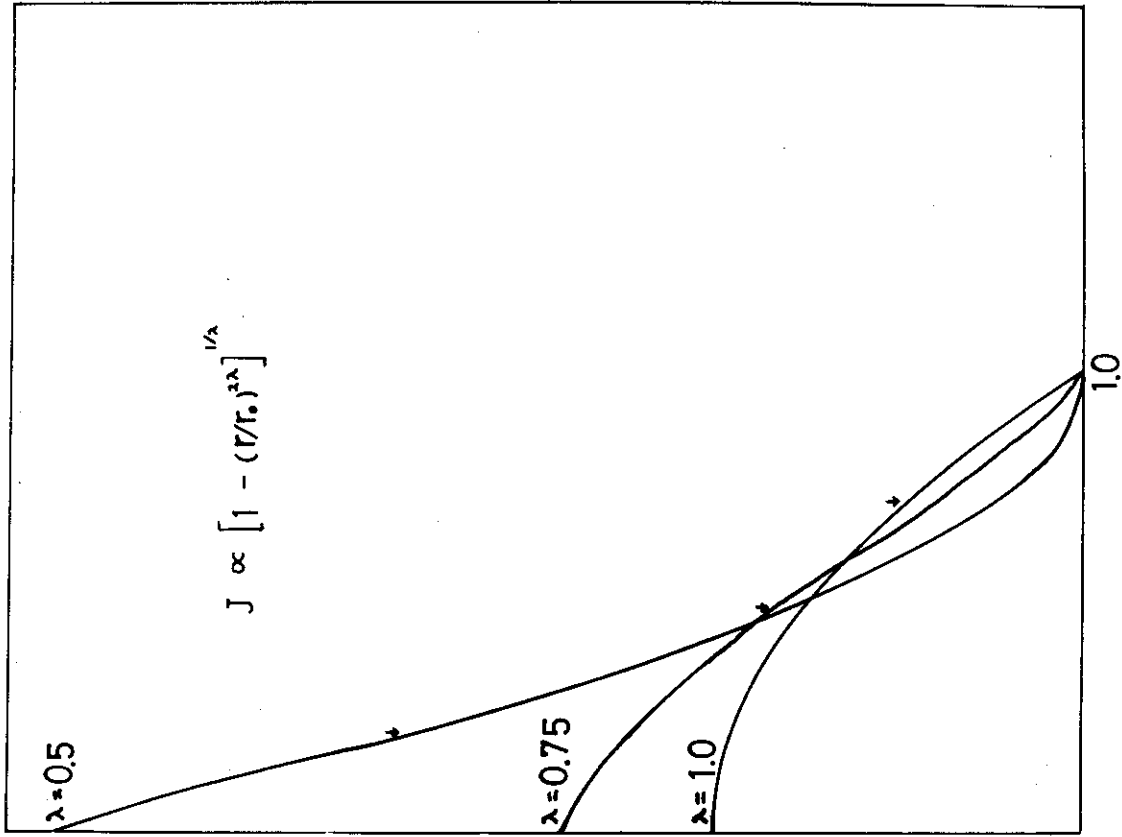


Fig. 4 Current profiles for  $\lambda=1.0, 0.75, 0.5$ , arrows indicate the positions of singular surfaces.

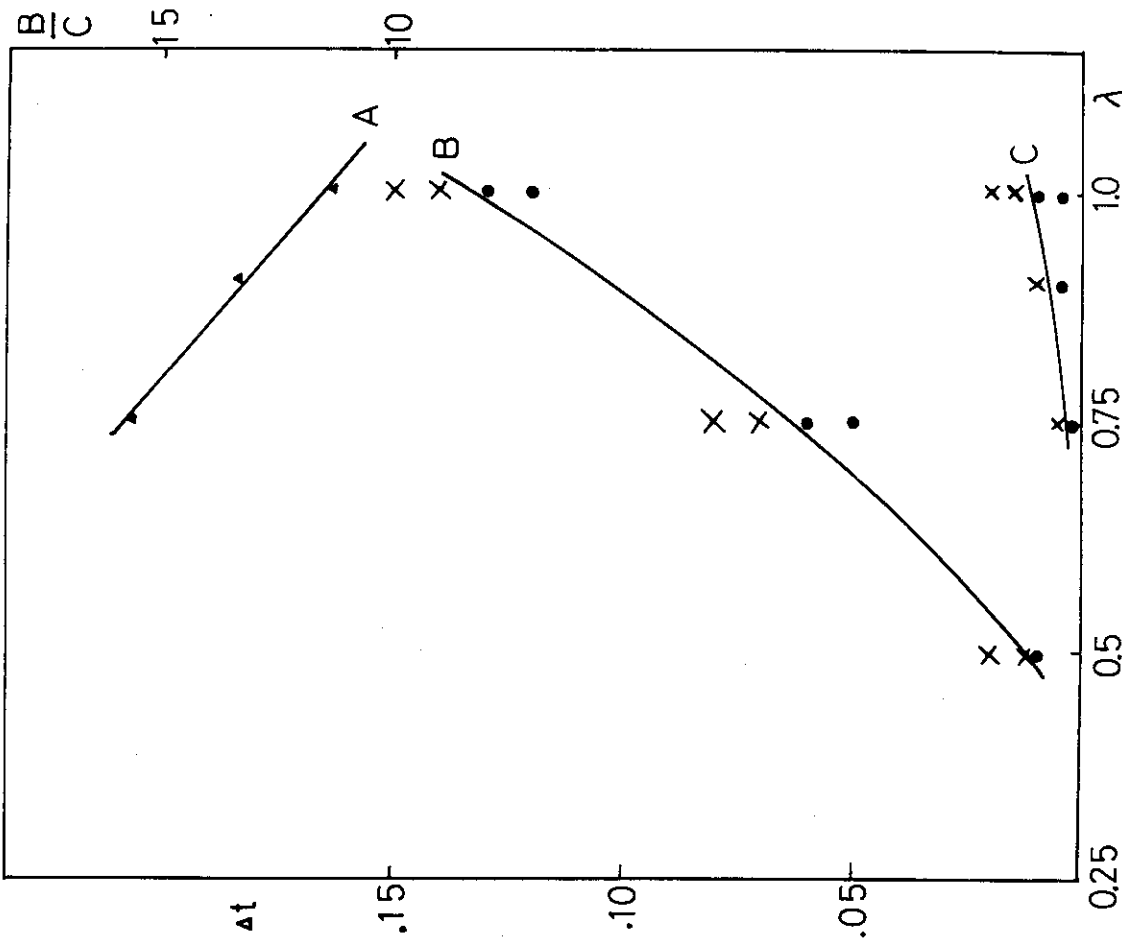


Fig. 3 Maximum time steps ( $\Delta t$ ) vs.  $\lambda$  for AEOLUS-R1 (curve B) and E-code (curve C), respectively, where  $\lambda$  is the current profile parameter ( $J = [1 - r^{2\lambda}]^{1/2}$ ). Symbols X and  $\bullet$  denote the numerical unstable and stable cases, respectively. Curve A shows the ratio of CPU time between the E-code and AEOLUS-R1 calculations.

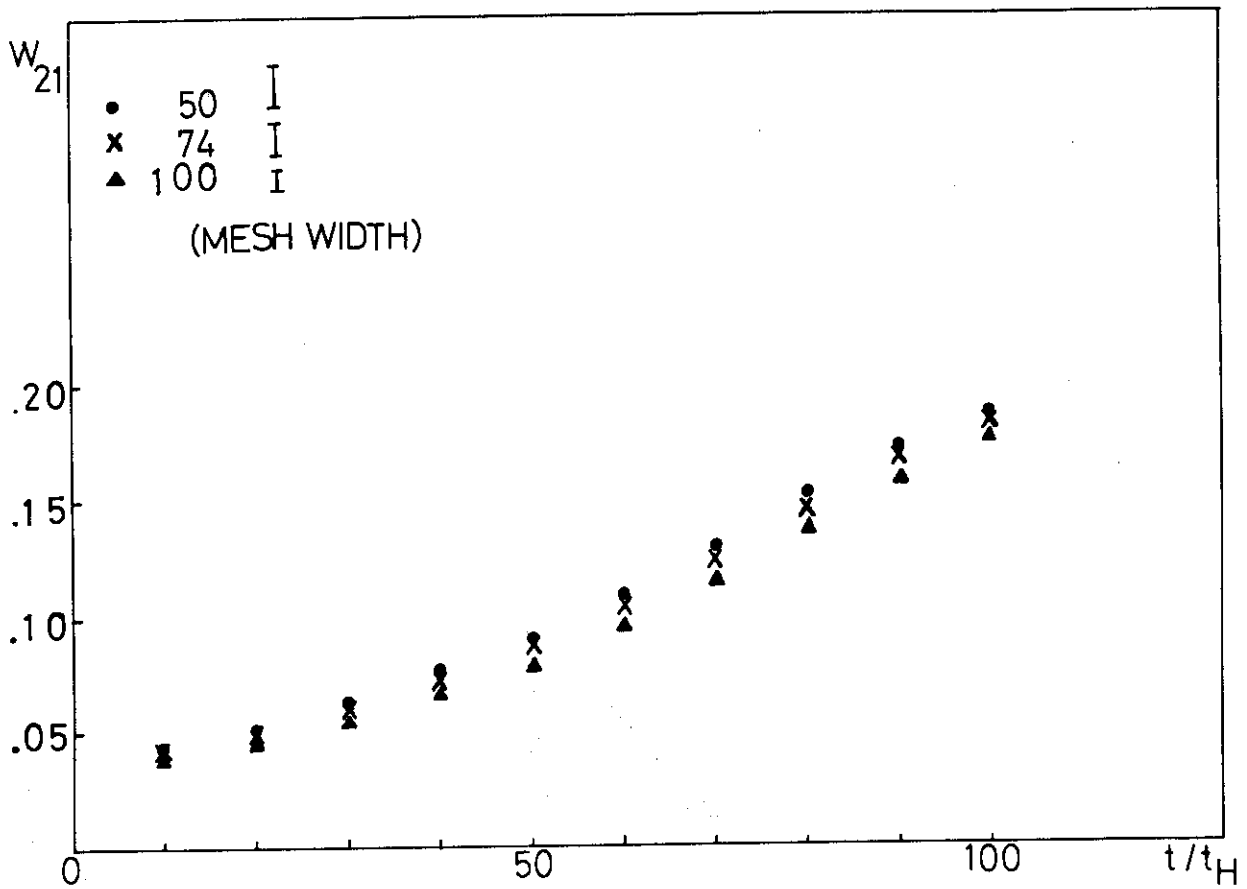


Fig.5 Dependence of island width on the radial mesh number.

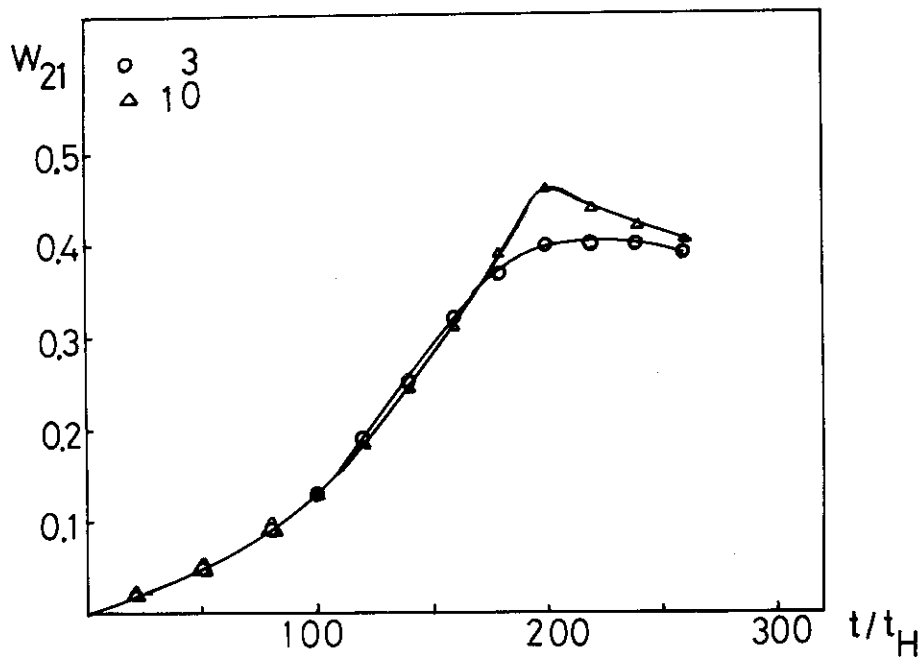


Fig.6 Island width vs. time. Symbols  $\circ$  and  $\Delta$  are the cases with  $N=3$  and  $N=10$ , respectively.

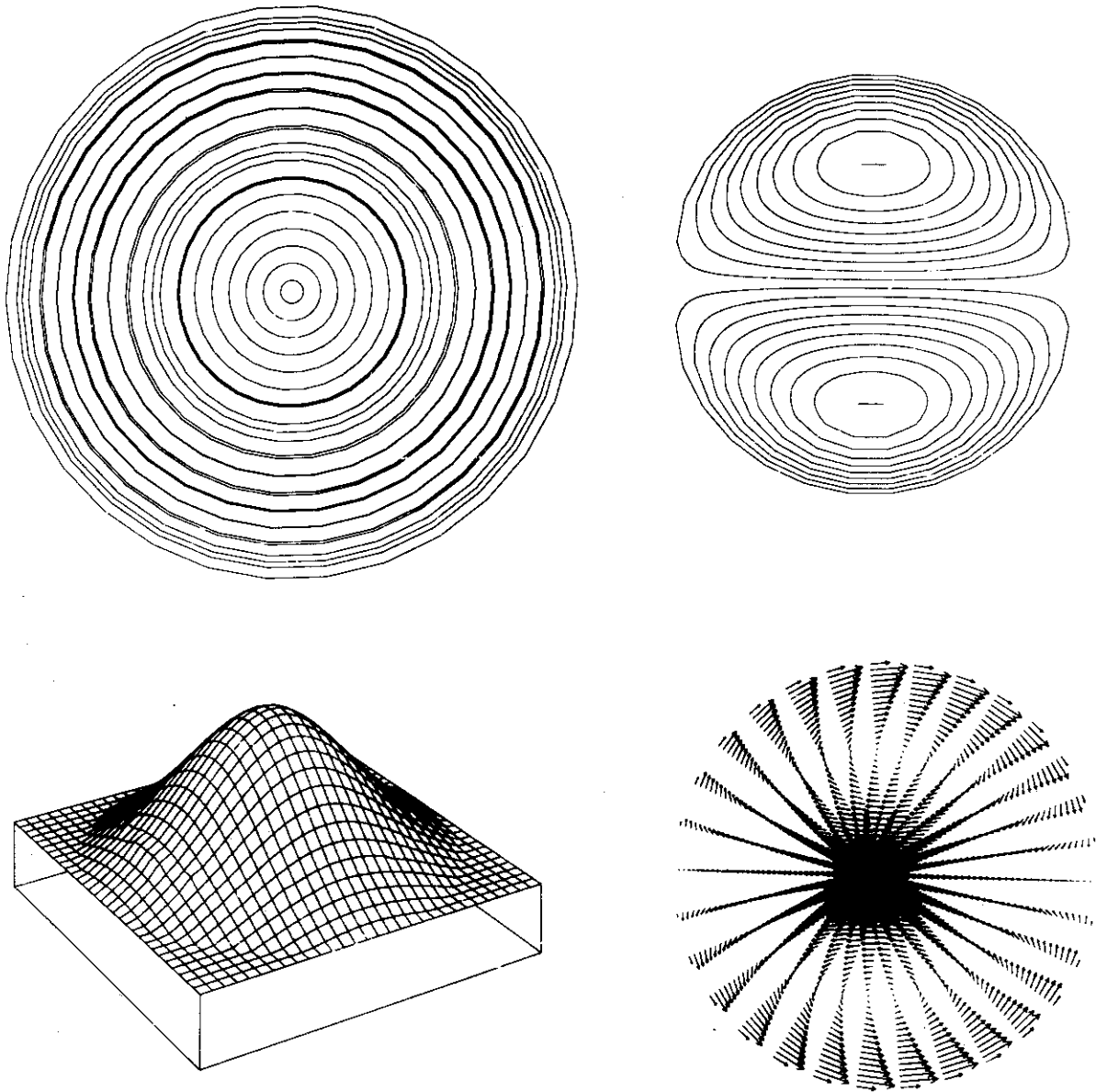


Fig.7(a) Example of results for  $m=1/n=1$  mode.

TIME = 0

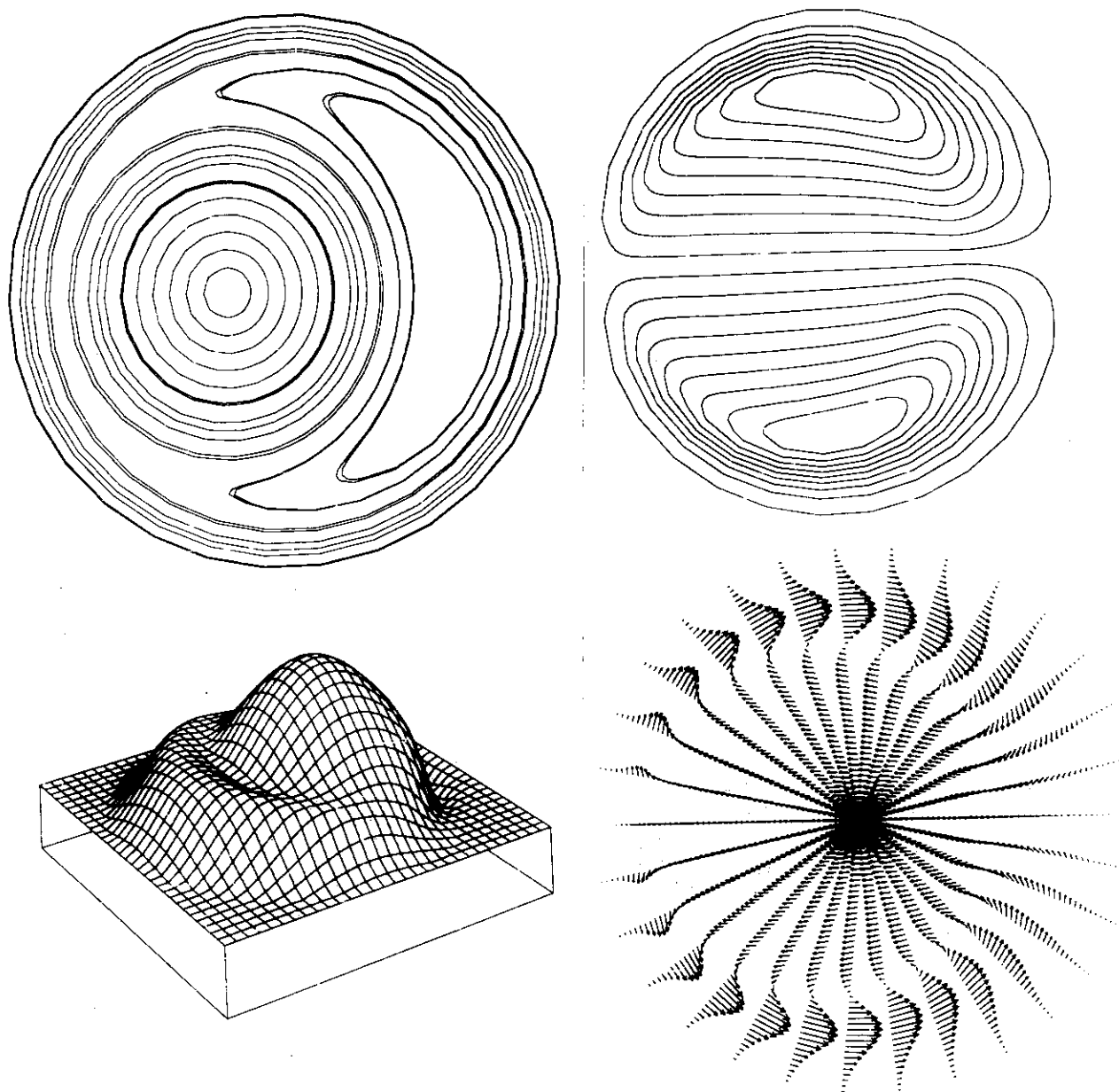


Fig.7(b) Example of results for  $m=1/n=1$  mode.

TIME = 50

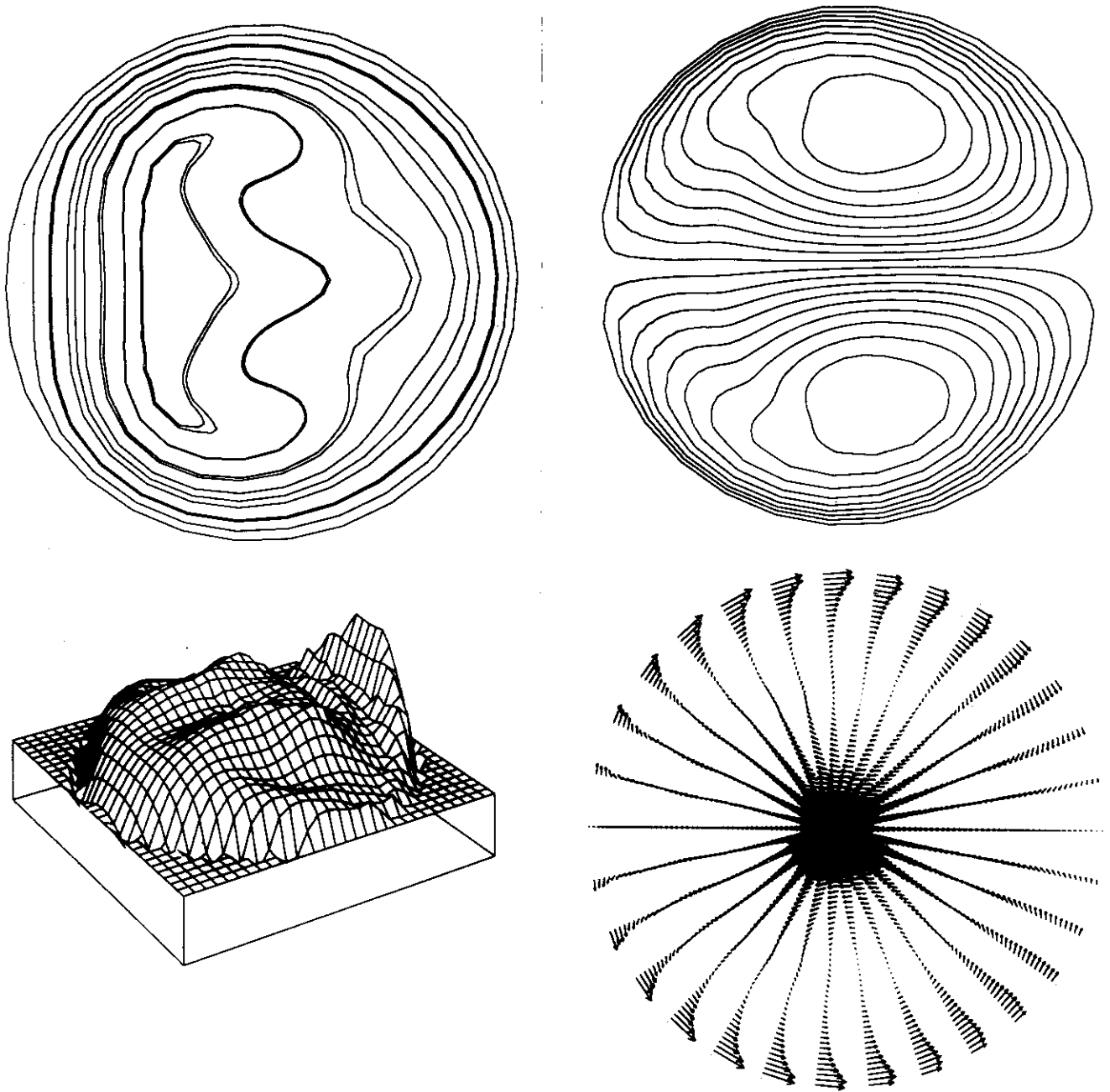


Fig.7(c) Example of results for  $m=1/n=1$  mode.

TIME = 70

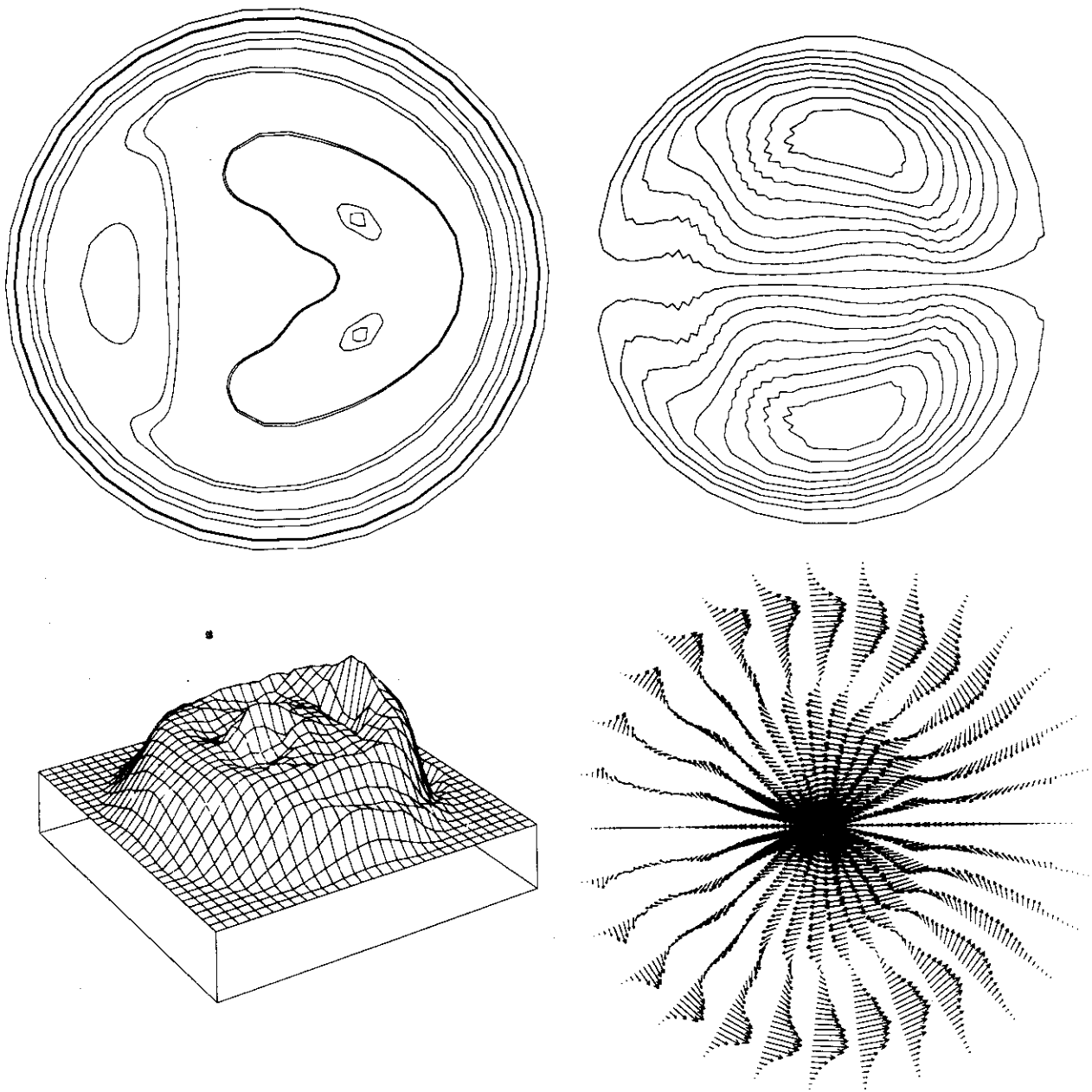


Fig.7(d) Example of results for  $m=1/n=1$  mode.

TIME = 150

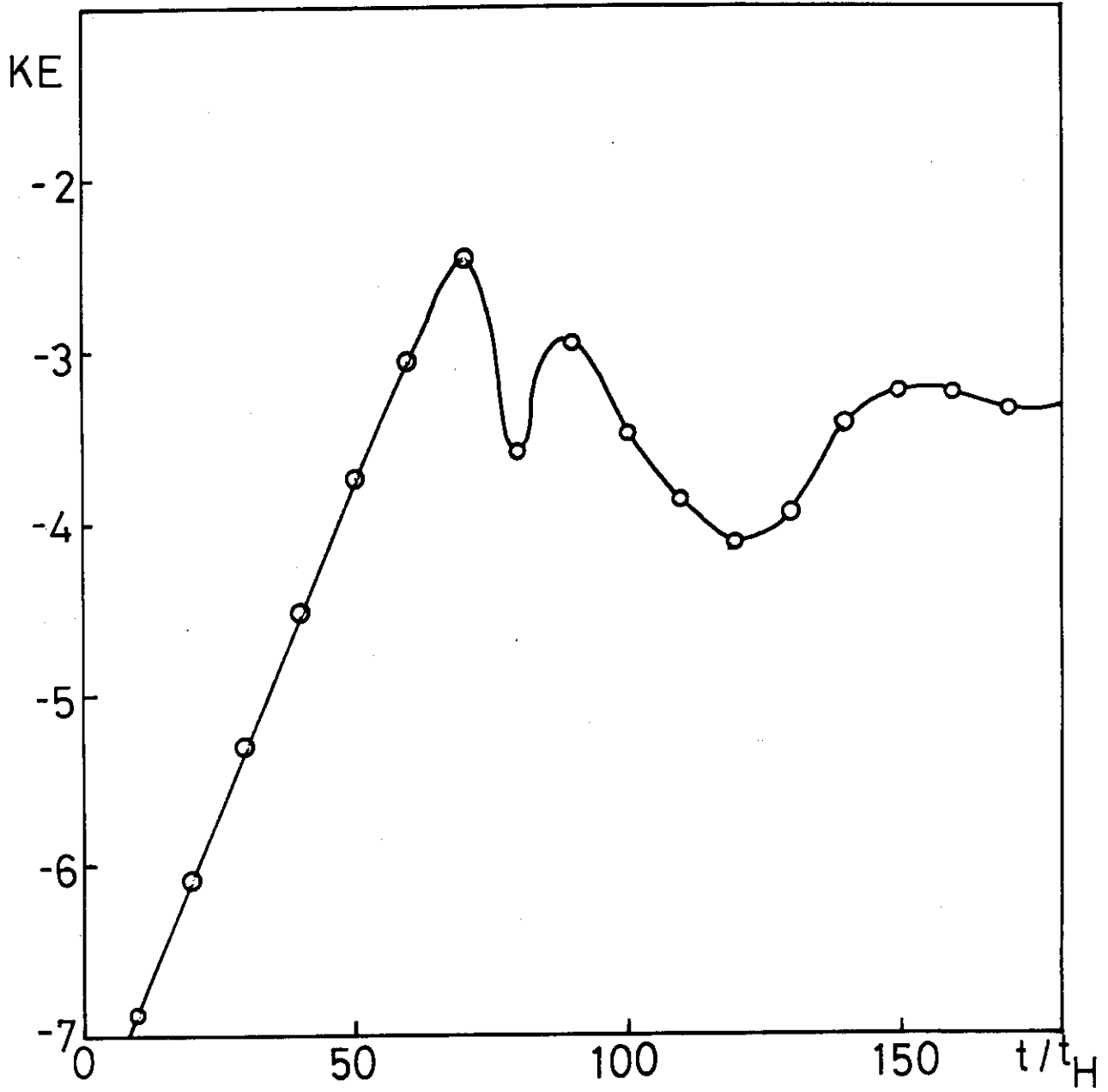


Fig.7(e) Logarithm(base 10) of fluid kinetic energy vs. time.



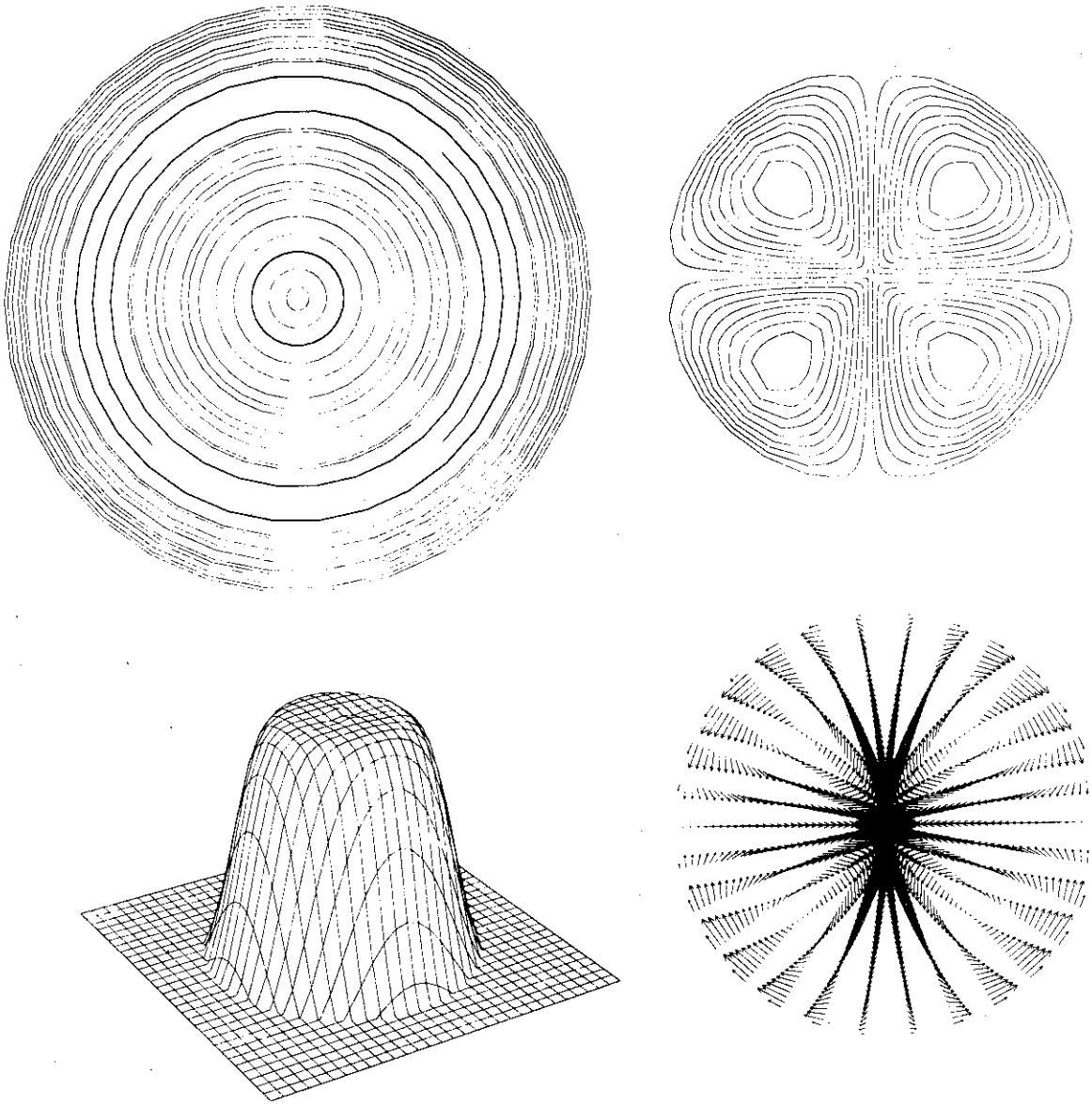


Fig.8(a) Example of results for  $m=2/n=1$  mode.

TIME=0

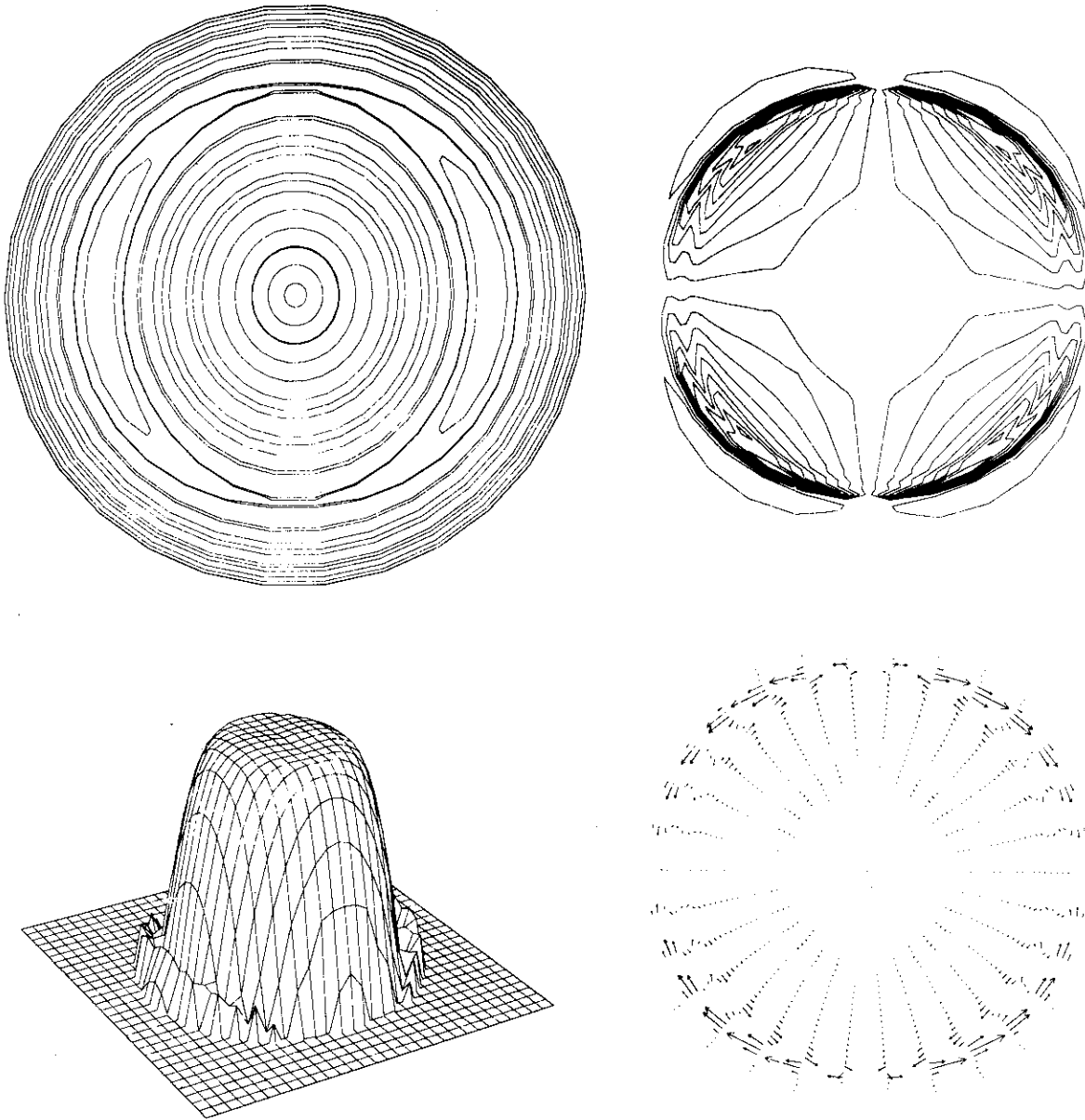


Fig.8(b) Example of results for  $m=2/n=1$  mode.

TIME=100

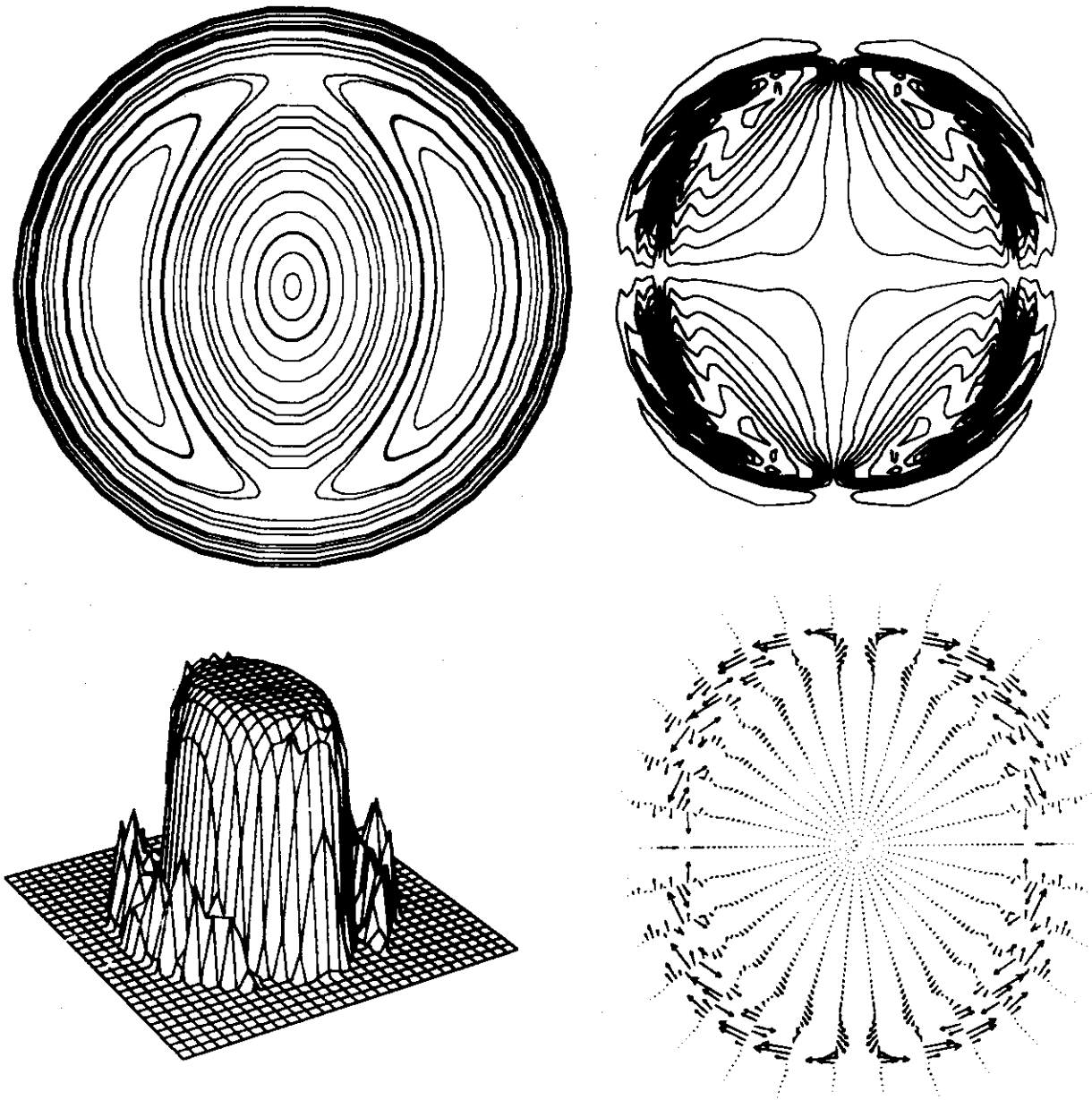


Fig.8(c) Example of results for  $m=2/n=1$  mode.

TIME=160

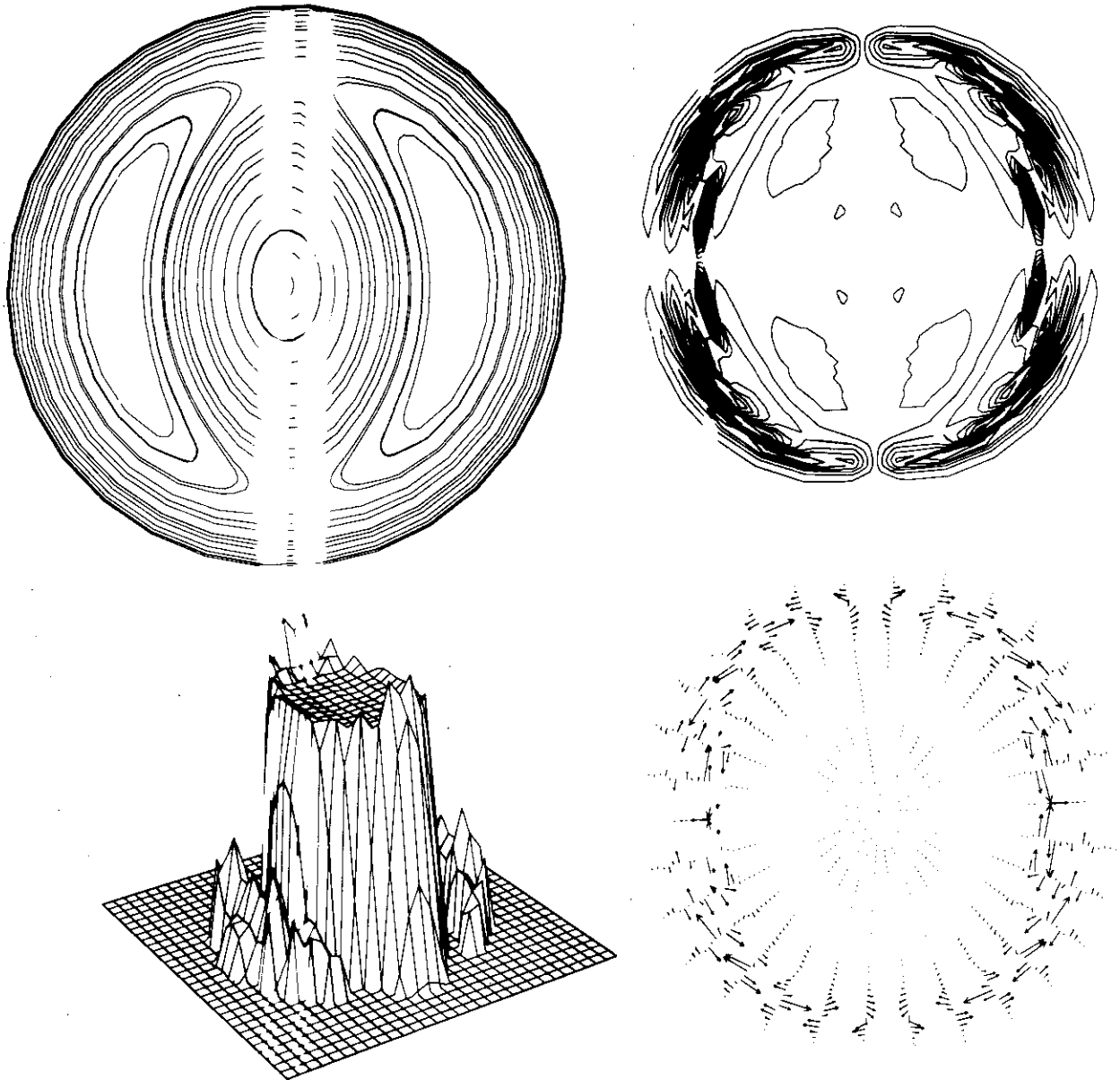


Fig.8(d) Example of results for  $m=2/n=1$  mode.

TIME=200

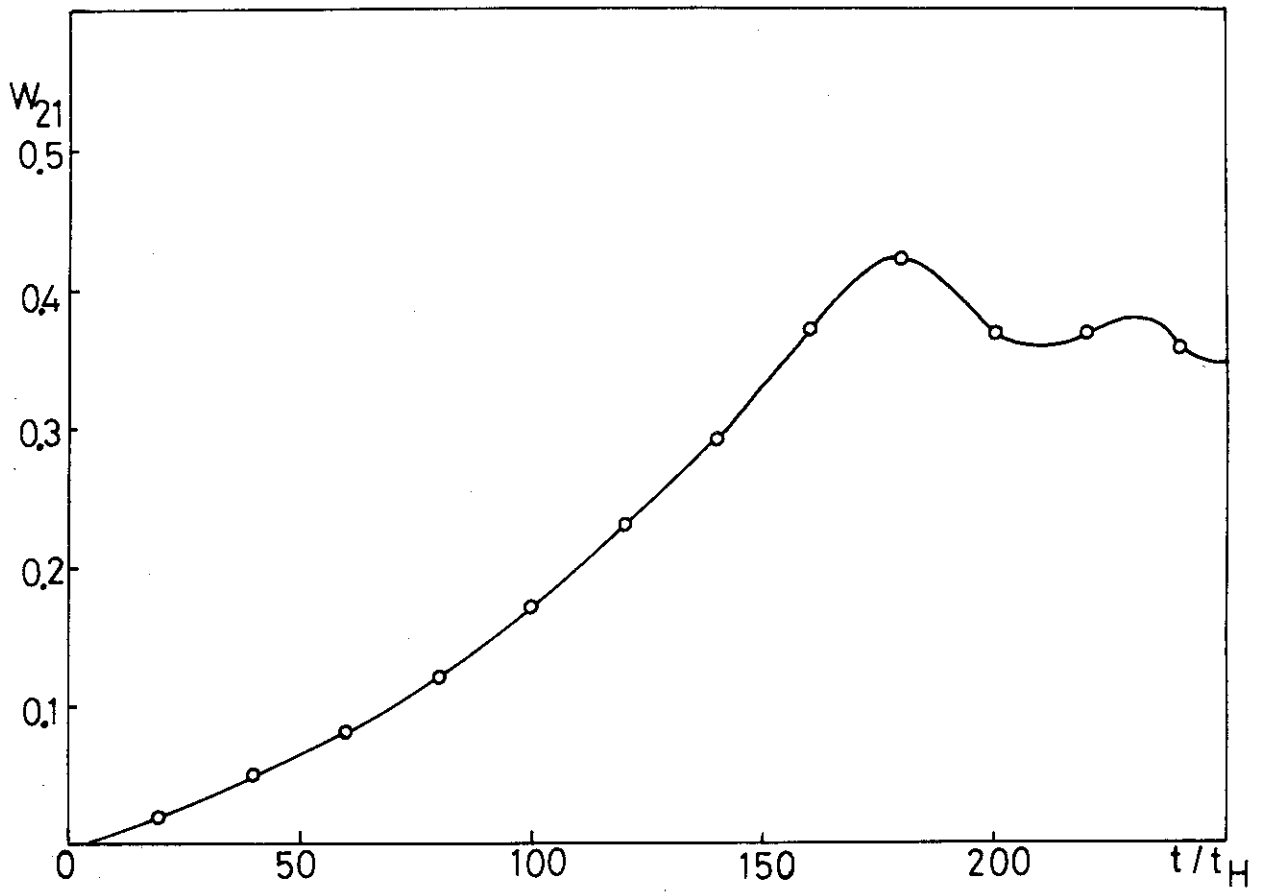


Fig.8(e) Island width vs time.

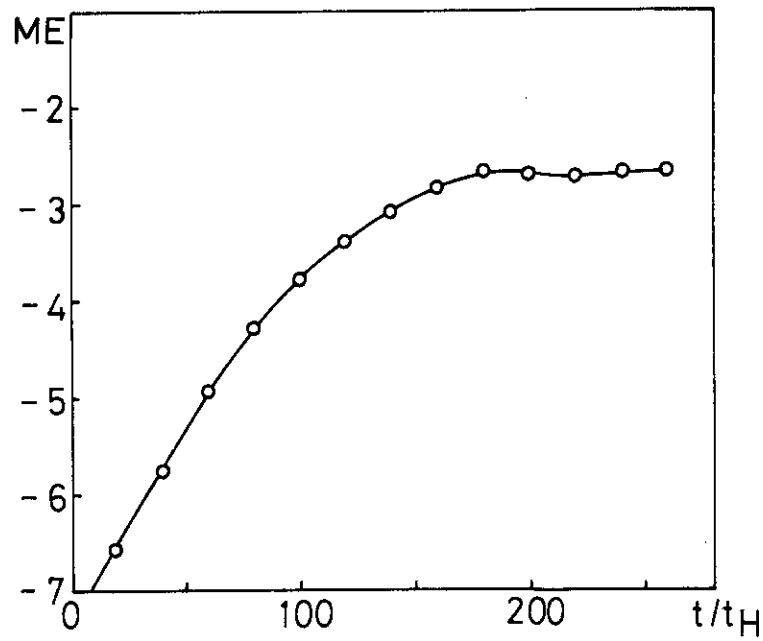


Fig.8(f) Magnetic energy of  $m=2/n=1$  mode with logarithm (base 10) scale.

## 第 2 表

変数名	意味
LABEL 1	タイトル注釈など。(12A4)にて読み込まれる。

## &amp; NEWRUN

変数名	意味	標準値
S	$q = m/n$ での $1/\beta$ 値 ( $\tau_D/\tau_H$ )	$10^3$
M0	ポロイダル・モード数 ( $m$ )	1
N0	トロイダル・モード数 ( $n$ )	1
NLEQC	.TRUE.ならば電流分布より平衡を計算する。	.FALSE.
LAMDA	電流, $q$ 分布の形状を決める。本文中(3.52)(3.53)参考。	1.0
HOL	$q$ 分布で中空度を決める。本文中(3.53)参考。	1.0
Q0	中心での安全係数。 ( $q_0$ )	0.65
R0	電流, $q$ 分布の形状を決める。 ( $r_0$ ) 本文中(3.52), (3.53)参考。	1.0
MESHR	径方向格子点数(メッシュ数+1)	51
N	フーリエ展開数	5
DT	時間刻み幅	0.01
TSTOP	計算打ち切りの物理的時間。	100
ALPHA	陰解法の程度を決めるパラメーター。	0.5
NPRINT	出力の周期	100
NDISK	図形出力のファイル機番	1
NLDISK	.TRUE.ならば図形用出力をファイル機番NDISKに出力する。	.FALSE.
NLPSI	.TRUE.ならば $\psi$ を出力。	.TRUE.
NLPHI	.TRUE.ならば $\phi$ を出力。	.TRUE.
NLCUR	.TRUE.ならば $j$ を出力。	.TRUE.
NLVTX	.TRUE.ならば $U$ を出力。	.TRUE.
NLISL	.TRUE.ならば磁気幅を出力。	.TRUE.
NLENGY	.TRUE.ならば運動エネルギー, 磁場エネルギーを出力。	.TRUE.
NLPSIG	.TRUE.ならば $\phi$ をLP上で図形にして出力。	.FALSE.

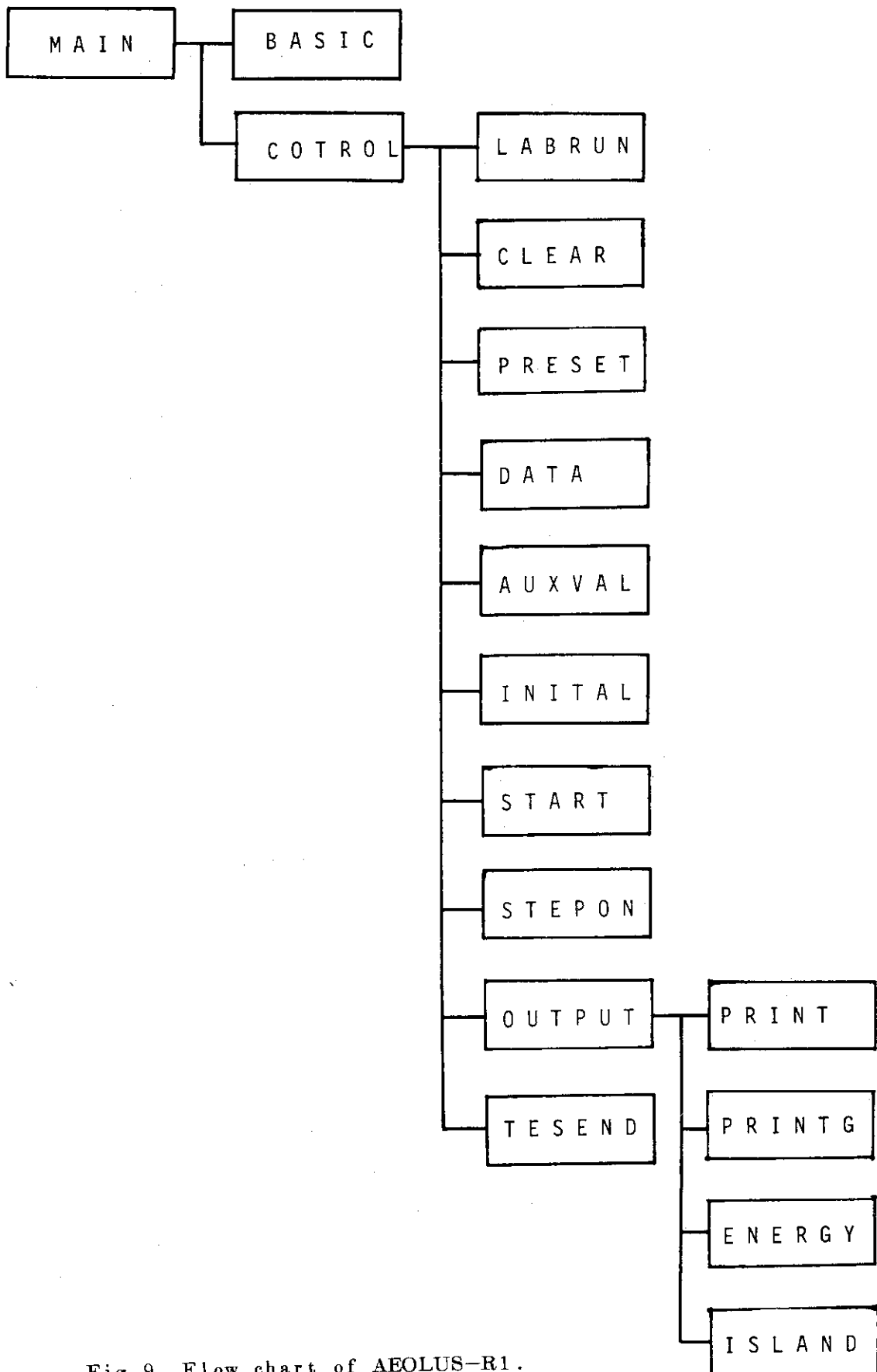


Fig.9 Flow chart of AEOLUS-R1.

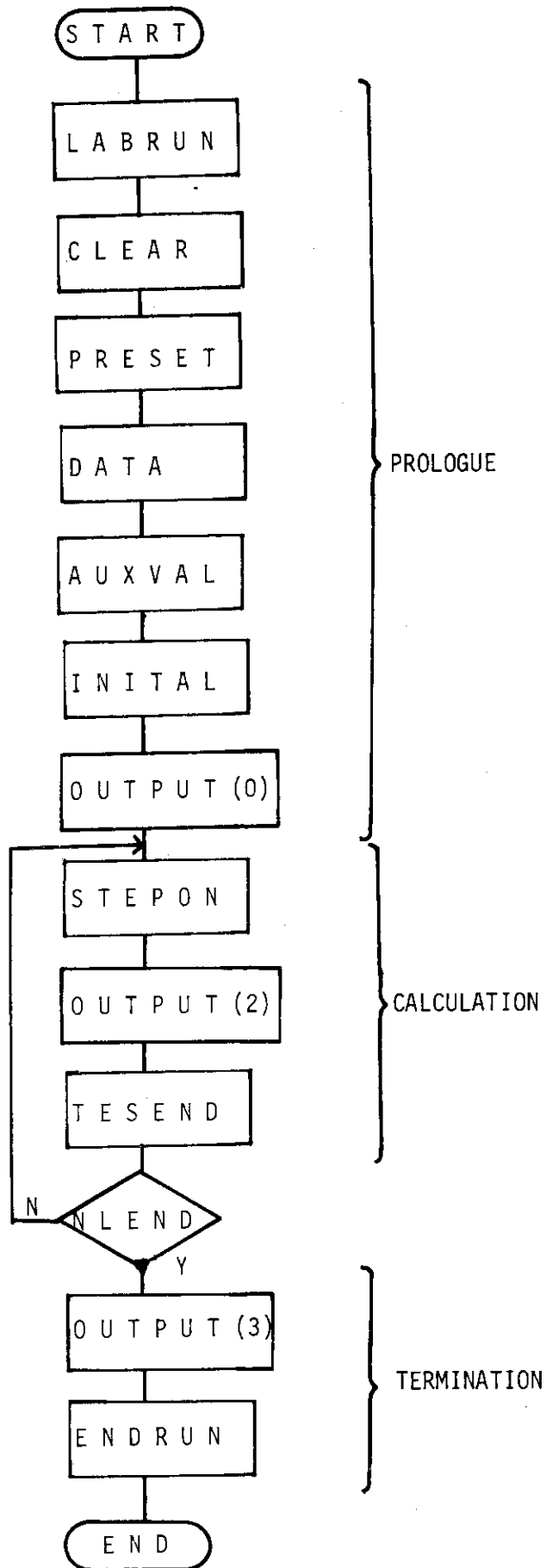


Fig.10 Program structure of AEOLUS-R1.



FACOM 230-75 M7 FORTRAN-IV H COMPILER (OPT2,CP) SOURCE PROGRAM LIST -T90420-(V02,L14) DATE 79.11.20/17:35 PAGE 27

ISN	ST-NO	SOURCE PROGRAM	SEQUENCE
1		SUBROUTINE STEPON	STE00010
2		COMMON/COMBAS/	STE00020
		+ ALTIME, CPTIME, NLEDGE, NLEND, NLRES, NONLIN,	COM00050
		+ NOUT, NPRINT, NREAD, NREC, NRESUM, NSTEP,	COM00060
		+ STIME, LABEL1, LABEL2, LABEL3, LABEL4, LABEL5,	COM00070
		+ LABEL6, LABEL7, LABEL8, NDARY, NIN, NPUNCH,	COM00080
		+ NRUN	COM00090
3		LOGICAL NLEND, NLRES	COM00100
4		DIMENSION	COM00110
	H	LABEL1(12), LABEL2(12), LABEL3(12),	COM00120
	H	LABEL4(12), LABEL5(12), LABEL6(12),	COM00130
	H	LABEL7(12), LABEL8(12)	COM00140
5		COMMON/COMEBU/	COM00150
		+ HOL, LAMDA, RO, QO, NLEOC	COM00320
		+ LOGICAL LAMDA, HOL	COM00330
6		REAL LAMDA, HOL	COM00340
7		COMMON/COMPLS/	COM00450
		+ PS1, PS2, PH1, PH2, VTX1, VTX2,	COM00460
		+ CUR1, CUR2, Q, QA, BETA, R,	COM00470
		+ S, DTHETA, EO, CUR, PSI, BT	COM00480
8		DIMENSION	COM00500
		+ PS1(17,51), PS2(17,51), PH1(17,51),	COM00510
		+ PH2(17,51), VTX1(17,51), VTX2(17,51),	COM00520
		+ CUR1(17,51), CUR2(17,51), Q(51),	COM00530
		+ BETA(51), R(51), DTHETA(17,51),	COM00540
		+ CUR(51), PSI(51), BT(51)	COM00550
9		COMMON/CONNUM/	COM00390
		+ MESH, N, MESH1, PURT, TIME, DT,	COM00400
		+ DR, TSTOP, KS, KE, DT2, ALPHA	COM00410
10		DIMENSION	COM00420
		+ KS(17), KE(17)	COM00430
11		COMMON/COMMOD/	COM00360
		+ NO, NO, MODE(17)	COM00370
12		COMMON/COMREC/	COM00380
		+ EEP, FFP, AEB, AEAP, AEBPH, AEAPH,	COM00570
		+ S1, S2, S3	COM00580
13		DIMENSION	COM00590
		+ EEP(17,51), FFP(17,51), AEB(17,51),	COM00600
		+ AEAP(17,51), AEBPH(17,51), AEAPH(17,51),	COM00610
		+ S1(51), S2(17,51), S3(51)	COM00620
14		COMMON/COMCOF/	COM00630
		+ C1, C2, C3	COM00640
15		DIMENSION	COM00650
		+ C1(51), C2(17,51), C3(51)	COM00660
16		DIMENSION	COM00670
		+ ZPSIT(17,51), ZCURT(17,51), ZPHIT(17,51),	COM00820
		+ ZVXT(17,51), ZCURR(17,51), ZPHIR(17,51),	COM00830
		+ ZPSIR(17,51), ZCUR3(17,51), ZPHI3(17,51),	COM00840
		+ ZVXR(17,51), ZCUR3(17,51), ZPHI3(17,51),	COM00850
		+ ZPSI3(17,51), ZCUR3(17,51), ZPHI3(17,51),	COM00860
		+ ZVX3(17,51)	COM00870
17		DATA	COM00880
		+ ZPSIT/ 867*0.0 /, ZCURT/ 867*0.0 /, ZPHIT/ 867*0.0 /,	COM00890
18			COM00900

ISN	ST-NO	SOURCE PROGRAM (STEPON)	SEQUENCE
		+ ZVXT/ 867*0.0 /,	COM00910
		+ ZPSIR/ 867*0.0 /, ZCURR/ 867*0.0 /, ZPHIR/ 867*0.0 /,	COM00920
		+ ZVXR/ 867*0.0 /,	COM00930
		+ ZPSI3/ 867*0.0 /, ZCUR3/ 867*0.0 /, ZPHI3/ 867*0.0 /,	COM00940
		+ ZVX3/ 867*0.0 /	COM00950
		-----	STE00110
		1. ADVANCING PHYSICAL TIME	STE00120
19		NSTEP = NSTEP + 1	STE00130
20		TIME = TIME + DT	STE00140
		-----	STE00150
		2. COMPUTE DIFFERENTIAL VALUE OF	STE00160
		PSI, PHI, VTEX, CURRENT	STE00170
		-----	STE00180
		DO 230 JR=2,MESH1	STE00190
21		DO 210 JN=N+1,2*N+1	STE00200
22		ZPSIT(JN, JR) = DTHETA(JN, JR)*PSI2(JN, JR)	STE00210
23		ZCURT(JN, JR) = DTHETA(JN, JR)*CUR2(JN, JR)	STE00220
24		ZPHIT(JN, JR) = DTHETA(JN, JR)*PHI2(JN, JR)	STE00230
25		ZVXT(JN, JR) = DTHETA(JN, JR)*VTX2(JN, JR)	STE00240
26		ZPSIR(JN, JR) = (PSI2(JN, JR-1)-PSI2(JN, JR-1))/(2.0*DR)	STE00250
27		ZCURR(JN, JR) = (CUR2(JN, JR-1)-CUR2(JN, JR-1))/(2.0*DR)	STE00260
28		ZPHIR(JN, JR) = (PHI2(JN, JR-1)-PHI2(JN, JR-1))/(2.0*DR)	STE00270
29		ZVXR(JN, JR) = (VTX2(JN, JR-1)-VTX2(JN, JR-1))/(2.0*DR)	STE00280
30		J2=(N+1)-JN	STE00290
31		ZPSIT(J, JR) =-ZPSIT(JN, JR)	STE00300
32		ZCURT(J, JR) =-ZCURT(JN, JR)	STE00310
33		ZPHIT(J, JR) =-ZPHIT(JN, JR)	STE00320
34		ZVXT(J, JR) =-ZVXT(JN, JR)	STE00330
35		ZPSIR(J, JR) =-ZPSIR(JN, JR)	STE00340
36		ZCURR(J, JR) =-ZCURR(JN, JR)	STE00350
37		ZPHIR(J, JR) =-ZPHIR(JN, JR)	STE00360
38		ZVXR(J, JR) =-ZVXR(JN, JR)	STE00370
39			STE00380
40	210	CONTINUE	STE00390
41	230	CONTINUE	STE00400
		-----	STE00410
		3. COMPUTE PSI	STE00420
		-----	STE00430
42		DO 340 JN=N+1,2*N+1	STE00440
		-----	STE00450
43		DO 320 JR1=2,MESH1	STE00460
44		JR=MESH1-JR1+2	STE00470
45		Z=0.0	STE00480
46		IF(JR,LE,JN-N-1) GO TO 315	STE00490
47		IF(JN,EO,N+1) Z=BETA(JR)*2.0*QA*FLOAT(N0)/FLOAT(M0)-EO	STE00500
48		DO 310 JE=KS(JN)*KE(JN)	STE00510
49		J=JN-JK+N+1	STE00520
50		Z=Z-ZPHIT(JK, JR)+ZPSIR(J, JR)+ZPSIT(JK, JR)+ZPHIR(J, JR)	STE00530
51	310	CONTINUE	STE00540
52	315	CONTINUE	STE00550
53		ZS=S1(JR)*PSI1(JN, JR+1)+S2(JN, JR)*PSI1(JN, JR)	STE00560
		+S3(JR)*PSI1(JN, JR-1)+Z*DT2	STE00570
54		FFPSI(JN, JR-1)=AEBPSI(JN, JR)+ZS+AEAPSI(JN, JR)+FFPSI(JN, JR)	STE00580
55	320	CONTINUE	STE00590
		-----	STE00600
		COMPUTE PSI(N=0) AT CENTER	STE00610
		-----	STE00620

Fig.11 Program list of STEPON routine.

```

ISN  ST-NO      SOURCE PROGRAM      ( STEPON )      SEQUENCE
56      ZCOV=4.0*PHI2(N,2)*PSI2(N+2,2)*DT2/(DR*DR)      STE00630
57      ZDIF=(1.0-ALPHA)*BETA(1)*(PSI1(N+1,2)-PSI1(N+1,1))*4.0/(DR*DR)      STE00640
      *DT2+2.0*BETA(1)*GA*FLOAT(N0)/FLOAT(M0)*DT2=E0*DT2      STE00650
58      ZS=PSI1(N+1,1)+ZCOV*ZDIF      STE00660
59      ZB=-4.0*ALPHA*BETA(1)*DT2/(DR*DR)      STE00670
60      ZA=1.0-ZB      STE00680
61      ZPSI3(N+1,1)=(ZS-FFPSI(N+1,1)*ZB)/(ZB*EEPSI(N+1,1)+ZA)      STE00690
      STE00700
62      DO 330 JR=1,MESHRI      STE00710
63      ZPSI3(JN, JR+1)=EEPSI(JN, JR)*ZPSI3(JN, JR)+FFPSI(JN, JR)      STE00720
64      J=2*(N+1)-JN      STE00730
65      ZPSI3(J, JR)=ZPSI3(JN, JR)      STE00740
66      330 CONTINUE      STE00750
67      340 CONTINUE      STE00760
      -----STE00770
C      4. COMPUTE CURRENT      STE00780
C      STE00790
68      DO 420 JR=2,MESHRI      STE00800
69      DO 410 JN=N+1,2*N+1      STE00810
70      ZCUR3(JN, JR)=C1(JR)*ZPSI3(JN, JR+1)+C2(JN, JR)*ZPSI3(JN, JR)      STE00820
      +C3(JR)*ZPSI3(JN, JR-1)      STE00830
71      J=2*(N+1)-JN      STE00840
72      ZCUR3(J, JR)=ZCUR3(JN, JR)      STE00850
73      410 CONTINUE      STE00860
74      420 CONTINUE      STE00870
75      ZCUR3(N+1,1)=(ZPSI3(N+1,2)-ZPSI3(N+1,1))*4.0/(DR*DR)      STE00880
76      ZCUR3(N+1,MESHRI)=CUR2(N+1,MESHRI)      STE00890
      -----STE00900
C      5. COMPUTE VOTEX      STE00910
C      STE00920
77      DO 530 JR=2,MESHRI      STE00930
78      DO 520 JN=N+2,2*N+1      STE00940
79      Z=0.0      STE00950
80      IF(JR,LE,JN-N-1) GO TO 530      STE00960
81      DO 510 JK=K5(JN),KE(JN)      STE00970
82      J=JN-JK+N-1      STE00980
83      Z=Z+ZPHI1(JK, JR)*ZVTXR(J, JR)-ZVTXT(JK, JR)*ZPHIR(J, JR)      STE00990
      +ZPSIT(JK, JR)*ZCURR(J, JR)-ZCURT(JK, JR)*ZPSIR(J, JR)      STE01000
84      510 CONTINUE      STE01010
85      J=2*(N+1)-JN      STE01020
86      ZVTX3(JN, JR)= VTX1(JN, JR)-Z*DT2      STE01030
87      ZVTX3(J, JR)=-ZVTX3(JN, JR)      STE01040
88      520 CONTINUE      STE01050
89      530 CONTINUE      STE01060
      -----STE01070
C      6. COMPUTE PHI      STE01080
C      STE01090
90      DO 630 JN=N+2,2*N+1      STE01100
91      DO 610 JR=2,MESHRI      STE01110
92      JR=MESHRI-JR+2      STE01120
93      FFPHI(JN, JR-1)=AEBPHI(JN, JR)*ZVTX3(JN, JR)      STE01130
      +AEAPHI(JN, JR)*FFPHI(JN, JR)      STE01140
94      610 CONTINUE      STE01150
95      DO 620 JR=1,MESHRI      STE01160
96      ZPHI3(JN, JR+1)=EEPHI(JN, JR)*ZPHI3(JN, JR)+FFPHI(JN, JR)      STE01170
97      J=2*(N+1)-JN      STE01180
      STE01190

```

```

ISN  ST-NO      SOURCE PROGRAM      ( STEPON )      SEQUENCE
98      ZPHI3(J, JR)=-ZPHI3(JN, JR)      STE01200
99      620 CONTINUE      STE01210
100     630 CONTINUE      STE01220
      -----STE01230
C      7. SHIFT 2 ---> 1, 3 ---> 2      STE01240
C      STE01250
101     DO 720 JR=1,MESHRI      STE01260
102     DO 710 JN=1,2*N+1      STE01270
103     PSI1(JN, JR) = PSI2(JN, JR)      STE01280
104     PSI2(JN, JR) = ZPSI3(JN, JR)      STE01290
105     PHI1(JN, JR) = PHI2(JN, JR)      STE01300
106     PHI2(JN, JR) = ZPHI3(JN, JR)      STE01310
107     VTX1(JN, JR) = VTX2(JN, JR)      STE01320
108     VTX2(JN, JR) = ZVTX3(JN, JR)      STE01330
109     CUR1(JN, JR) = CUR2(JN, JR)      STE01340
110     CUR2(JN, JR) = ZCUR3(JN, JR)      STE01350
111     710 CONTINUE      STE01360
112     720 CONTINUE      STE01370
      -----STE01380
113     RETURN      STE01390
      -----STE01400
114     END      STE01410

```

OLYMPUS SYSTEM  
 JAERI VERSION 1 APRIL 15, 1977  
 0.1 BASIC CONTROL DATA SET  
 0.2 STANDARD DATA ACCEPTED  
 DATE 79-11-20 TIME 17:38:54  
 0.3 ENTER RUN CONTROL

PROGRAM AEOLUS=R1  
 \*\*\*\*\*

EXAMPLE OF RESULTS

PLASMA PARAMETER  
 S = 1.0000E+03

MODE = 1  
 NO = 1

EQUILIBRIUM PARAMETERS  
 NLEQC = .FALSE.  
 LAMDA = 1.0000E+00  
 HOL = 1.0000E+00  
 GO = 6.5000E-01  
 RO = 1.0000E+00

NUMERICAL PARAMETERS  
 DT = 1.0000E-02  
 MESHR = 51  
 N = 5  
 TSTOP = 1.0000E+02  
 ALPHA = 5.0000E-01  
 PURT = 5.0000E-04

OUTPUT PARAMETERS  
 NLPSI = .TRUE.  
 NLCUR = .TRUE.  
 NLVTX = .TRUE.  
 NLISL = .TRUE.  
 NLENGY = .TRUE.  
 NLPSIG = .FALSE.  
 NLPHIG = .FALSE.  
 NLCURG = .FALSE.  
 NLVTXG = .FALSE.  
 NLDISK = .FALSE.  
 N DISK = 1  
 NPRINT = 100

J	R	Q	CURRENT	CURRENT*	PSI	PSI*	BETA
1	0.0	6.500E-01	4.000E+00	1.400E+00	0.0	0.0	4.175E-04
2	2.000E-02	6.503E-01	3.997E+00	1.397E+00	3.999E-04	1.399E-04	4.179E-04
3	4.000E-02	6.510E-01	3.987E+00	1.387E+00	1.599E-03	5.587E-04	4.189E-04
4	6.000E-02	6.523E-01	3.971E+00	1.371E+00	3.594E-03	1.254E-03	4.205E-04
5	8.000E-02	6.542E-01	3.949E+00	1.349E+00	6.380E-03	2.220E-03	4.229E-04
6	1.000E-01	6.565E-01	3.921E+00	1.321E+00	9.950E-03	3.450E-03	4.259E-04
7	1.200E-01	6.594E-01	3.887E+00	1.287E+00	1.430E-02	4.937E-03	4.296E-04
8	1.400E-01	6.627E-01	3.848E+00	1.248E+00	1.941E-02	6.670E-03	4.341E-04
9	1.600E-01	6.666E-01	3.803E+00	1.203E+00	2.528E-02	8.638E-03	4.392E-04
10	1.800E-01	6.711E-01	3.753E+00	1.153E+00	3.189E-02	1.083E-02	4.450E-04
11	2.000E-01	6.760E-01	3.698E+00	1.098E+00	3.922E-02	1.322E-02	4.516E-04
12	2.200E-01	6.815E-01	3.639E+00	1.039E+00	4.727E-02	1.581E-02	4.589E-04
13	2.400E-01	6.874E-01	3.576E+00	9.762E-01	5.600E-02	1.856E-02	4.670E-04
14	2.600E-01	6.939E-01	3.509E+00	9.095E-01	6.541E-02	2.147E-02	4.759E-04
15	2.800E-01	7.010E-01	3.440E+00	8.395E-01	7.548E-02	2.452E-02	4.856E-04
16	3.000E-01	7.085E-01	3.367E+00	7.667E-01	8.618E-02	2.768E-02	4.961E-04
17	3.200E-01	7.166E-01	3.291E+00	6.914E-01	9.749E-02	3.093E-02	5.074E-04
18	3.400E-01	7.251E-01	3.214E+00	6.140E-01	1.094E-01	3.425E-02	5.196E-04
19	3.600E-01	7.342E-01	3.135E+00	5.348E-01	1.219E-01	3.762E-02	5.328E-04
20	3.800E-01	7.439E-01	3.054E+00	4.542E-01	1.349E-01	4.102E-02	5.468E-04
21	4.000E-01	7.540E-01	2.973E+00	3.727E-01	1.484E-01	4.442E-02	5.618E-04
22	4.200E-01	7.647E-01	2.890E+00	2.903E-01	1.625E-01	4.780E-02	5.778E-04
23	4.400E-01	7.758E-01	2.808E+00	2.076E-01	1.770E-01	5.113E-02	5.948E-04
24	4.600E-01	7.875E-01	2.725E+00	1.248E-01	1.919E-01	5.440E-02	6.129E-04
25	4.800E-01	7.998E-01	2.642E+00	4.221E-02	2.073E-01	5.758E-02	6.321E-04
26	5.000E-01	8.125E-01	2.560E+00	-4.000E-02	2.231E-01	6.064E-02	6.524E-04
27	5.200E-01	8.258E-01	2.478E+00	-1.216E-01	2.393E-01	6.357E-02	6.739E-04
28	5.400E-01	8.395E-01	2.398E+00	-2.023E-01	2.559E-01	6.634E-02	6.965E-04
29	5.600E-01	8.538E-01	2.318E+00	-2.819E-01	2.728E-01	6.893E-02	7.205E-04
30	5.800E-01	8.687E-01	2.240E+00	-3.603E-01	2.900E-01	7.132E-02	7.457E-04
31	6.000E-01	8.840E-01	2.163E+00	-4.374E-01	3.075E-01	7.348E-02	7.725E-04
32	6.200E-01	8.999E-01	2.087E+00	-5.129E-01	3.253E-01	7.541E-02	8.002E-04
33	6.400E-01	9.162E-01	2.013E+00	-5.869E-01	3.433E-01	7.707E-02	8.296E-04
34	6.600E-01	9.331E-01	1.941E+00	-6.591E-01	3.616E-01	7.844E-02	8.605E-04
35	6.800E-01	9.506E-01	1.870E+00	-7.296E-01	3.801E-01	7.952E-02	8.929E-04
36	7.000E-01	9.685E-01	1.802E+00	-7.983E-01	3.988E-01	8.028E-02	9.269E-04
37	7.200E-01	9.870E-01	1.735E+00	-8.650E-01	4.177E-01	8.070E-02	9.626E-04
38	7.400E-01	1.006E+00	1.670E+00	-9.299E-01	4.367E-01	8.077E-02	1.000E-03
39	7.600E-01	1.025E+00	1.607E+00	-9.928E-01	4.559E-01	8.046E-02	1.039E-03
40	7.800E-01	1.045E+00	1.546E+00	-1.054E+00	4.752E-01	7.978E-02	1.080E-03
41	8.000E-01	1.066E+00	1.487E+00	-1.113E+00	4.947E-01	7.870E-02	1.123E-03
42	8.200E-01	1.087E+00	1.430E+00	-1.170E+00	5.143E-01	7.720E-02	1.168E-03
43	8.400E-01	1.109E+00	1.375E+00	-1.225E+00	5.339E-01	7.528E-02	1.215E-03
44	8.600E-01	1.131E+00	1.322E+00	-1.278E+00	5.537E-01	7.292E-02	1.264E-03
45	8.800E-01	1.153E+00	1.270E+00	-1.330E+00	5.735E-01	7.010E-02	1.315E-03
46	9.000E-01	1.177E+00	1.221E+00	-1.379E+00	5.933E-01	6.683E-02	1.368E-03
47	9.200E-01	1.200E+00	1.173E+00	-1.427E+00	6.132E-01	6.308E-02	1.423E-03
48	9.400E-01	1.224E+00	1.127E+00	-1.473E+00	6.332E-01	5.884E-02	1.481E-03
49	9.600E-01	1.249E+00	1.083E+00	-1.517E+00	6.532E-01	5.412E-02	1.542E-03
50	9.800E-01	1.274E+00	1.041E+00	-1.559E+00	6.731E-01	4.889E-02	1.605E-03
51	1.000E+00	1.300E+00	1.000E+00	-1.600E+00	6.931E-01	4.315E-02	0.0

Fig.12 Output example with standard data input.

JAERI-M 8656

INITIAL PERTUBATION		PSI	CURRENT	PHI	VORTEX
J	R				
1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
2	2.000E-02	9.993E-06	-1.644E-04	-9.993E-06	1.644E-04
3	4.000E-02	1.994E-05	-3.013E-04	-1.994E-05	3.013E-04
4	6.000E-02	2.980E-05	-4.444E-04	-2.980E-05	4.444E-04
5	8.000E-02	3.933E-05	-5.889E-04	-3.933E-05	5.889E-04
6	1.000E-01	4.909E-05	-7.341E-04	-4.909E-05	7.341E-04
7	1.200E-01	5.842E-05	-8.796E-04	-5.842E-05	8.796E-04
8	1.400E-01	6.749E-05	-1.025E-03	-6.749E-05	1.025E-03
9	1.600E-01	7.626E-05	-1.171E-03	-7.626E-05	1.171E-03
10	1.800E-01	8.467E-05	-1.317E-03	-8.467E-05	1.317E-03
11	2.000E-01	9.270E-05	-1.463E-03	-9.270E-05	1.463E-03
12	2.200E-01	1.003E-04	-1.609E-03	-1.003E-04	1.609E-03
13	2.400E-01	1.074E-04	-1.755E-03	-1.074E-04	1.755E-03
14	2.600E-01	1.140E-04	-1.901E-03	-1.140E-04	1.901E-03
15	2.800E-01	1.200E-04	-2.047E-03	-1.200E-04	2.047E-03
16	3.000E-01	1.253E-04	-2.193E-03	-1.253E-04	2.193E-03
17	3.200E-01	1.301E-04	-2.339E-03	-1.301E-04	2.339E-03
18	3.400E-01	1.341E-04	-2.485E-03	-1.341E-04	2.485E-03
19	3.600E-01	1.374E-04	-2.631E-03	-1.374E-04	2.631E-03
20	3.800E-01	1.399E-04	-2.777E-03	-1.399E-04	2.777E-03
21	4.000E-01	1.416E-04	-2.923E-03	-1.416E-04	2.923E-03
22	4.200E-01	1.426E-04	-3.069E-03	-1.426E-04	3.069E-03
23	4.400E-01	1.422E-04	-3.215E-03	-1.422E-04	3.215E-03
24	4.600E-01	1.411E-04	-3.361E-03	-1.411E-04	3.361E-03
25	4.800E-01	1.390E-04	-3.507E-03	-1.390E-04	3.507E-03
26	5.000E-01	1.359E-04	-3.653E-03	-1.359E-04	3.653E-03
27	5.200E-01	1.316E-04	-3.799E-03	-1.316E-04	3.799E-03
28	5.400E-01	1.262E-04	-3.945E-03	-1.262E-04	3.945E-03
29	5.600E-01	1.196E-04	-4.091E-03	-1.196E-04	4.091E-03
30	5.800E-01	1.118E-04	-4.237E-03	-1.118E-04	4.237E-03
31	6.000E-01	1.028E-04	-4.383E-03	-1.028E-04	4.383E-03
32	6.200E-01	9.239E-05	-4.529E-03	-9.239E-05	4.529E-03
33	6.400E-01	8.064E-05	-4.675E-03	-8.064E-05	4.675E-03
34	6.600E-01	6.749E-05	-4.822E-03	-6.749E-05	4.822E-03
35	6.800E-01	5.290E-05	-4.968E-03	-5.290E-05	4.968E-03
36	7.000E-01	3.682E-05	-5.114E-03	-3.682E-05	5.114E-03
37	7.200E-01	1.920E-05	-5.260E-03	-1.920E-05	5.260E-03
38	7.400E-01	-3.963E-12	4.734E-02	3.963E-12	-4.734E-02
39	7.600E-01	0.0	-9.777E-09	0.0	9.777E-09
40	7.800E-01	0.0	0.0	0.0	0.0
41	8.000E-01	0.0	0.0	0.0	0.0
42	8.200E-01	0.0	0.0	0.0	0.0
43	8.400E-01	0.0	0.0	0.0	0.0
44	8.600E-01	0.0	0.0	0.0	0.0
45	8.800E-01	0.0	0.0	0.0	0.0
46	9.000E-01	0.0	0.0	0.0	0.0
47	9.200E-01	0.0	0.0	0.0	0.0
48	9.400E-01	0.0	0.0	0.0	0.0
49	9.600E-01	0.0	0.0	0.0	0.0
50	9.800E-01	0.0	0.0	0.0	0.0
51	1.000E+00	0.0	0.0	0.0	0.0

TIME= 0.0  
STEP= 0

FOURIER COMPONENTS OF PSI

	0	1	2	3	4	5
1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
2	1.3992E-04	9.9927E-06	0.0	0.0	0.0	0.0
3	5.5872E-04	1.9942E-05	0.0	0.0	0.0	0.0
4	1.2535E-03	2.9803E-05	0.0	0.0	0.0	0.0
5	2.2196E-03	3.9533E-05	0.0	0.0	0.0	0.0
6	3.4503E-03	4.9087E-05	0.0	0.0	0.0	0.0
7	4.9373E-03	5.8422E-05	0.0	0.0	0.0	0.0
8	6.6704E-03	6.7495E-05	0.0	0.0	0.0	0.0
9	8.6378E-03	7.6260E-05	0.0	0.0	0.0	0.0
10	1.0826E-02	8.4675E-05	0.0	0.0	0.0	0.0
11	1.3221E-02	9.2695E-05	0.0	0.0	0.0	0.0
12	1.5805E-02	1.0028E-04	0.0	0.0	0.0	0.0
13	1.8562E-02	1.0738E-04	0.0	0.0	0.0	0.0
14	2.1473E-02	1.1395E-04	0.0	0.0	0.0	0.0
15	2.4518E-02	1.1996E-04	0.0	0.0	0.0	0.0
16	2.7678E-02	1.2535E-04	0.0	0.0	0.0	0.0
17	3.0930E-02	1.3008E-04	0.0	0.0	0.0	0.0
18	3.4252E-02	1.3411E-04	0.0	0.0	0.0	0.0
19	3.7624E-02	1.3740E-04	0.0	0.0	0.0	0.0
20	4.1020E-02	1.3990E-04	0.0	0.0	0.0	0.0
21	4.4420E-02	1.4156E-04	0.0	0.0	0.0	0.0
22	4.7799E-02	1.4235E-04	0.0	0.0	0.0	0.0
23	5.1134E-02	1.4222E-04	0.0	0.0	0.0	0.0
24	5.4402E-02	1.4112E-04	0.0	0.0	0.0	0.0
25	5.7579E-02	1.3902E-04	0.0	0.0	0.0	0.0
26	6.0644E-02	1.3587E-04	0.0	0.0	0.0	0.0
27	6.3572E-02	1.3161E-04	0.0	0.0	0.0	0.0
28	6.6342E-02	1.2622E-04	0.0	0.0	0.0	0.0
29	6.8931E-02	1.1965E-04	0.0	0.0	0.0	0.0
30	7.1319E-02	1.1185E-04	0.0	0.0	0.0	0.0
31	7.3485E-02	1.0278E-04	0.0	0.0	0.0	0.0
32	7.5407E-02	9.2389E-05	0.0	0.0	0.0	0.0
33	7.7066E-02	8.0643E-05	0.0	0.0	0.0	0.0
34	7.8443E-02	6.7495E-05	0.0	0.0	0.0	0.0
35	7.9519E-02	5.2900E-05	0.0	0.0	0.0	0.0
36	8.0276E-02	3.6815E-05	0.0	0.0	0.0	0.0
37	8.0697E-02	1.9196E-05	0.0	0.0	0.0	0.0
38	8.0765E-02	-3.9629E-12	0.0	0.0	0.0	0.0
39	8.0465E-02	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
40	7.9780E-02	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
41	7.8696E-02	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
42	7.7200E-02	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
43	7.5277E-02	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
44	7.2915E-02	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
45	7.0102E-02	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
46	6.6827E-02	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
47	6.3078E-02	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
48	5.8845E-02	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
49	5.4118E-02	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
50	4.8889E-02	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
51	4.3147E-02	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

KINETIC ENERGY 0.0 8.7537E-08 0.0 0.0 0.0  
MAGNETIC ENERGY 0.0 8.7537E-08 0.0 0.0 0.0  
JOULE ENERGY 0.0 3.6101E-08 0.0 0.0 0.0  
TOTAL KINETIC ENERGY = 8.7537E-08  
TOTAL MAGNETIC ENERGY = 8.7537E-08  
TOTAL JOULE ENERGY = 3.6101E-08

ISLAND WIDTH = 0.0

JAERI-M 8656

TIME= 0.0  
STEP= 0

FOURIER COMPONENTS OF PHI

	0	1	2	3	4	5
1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
2	0.0	-9.9927-06	0.0	0.0	0.0	0.0
3	0.0	-1.9942-05	0.0	0.0	0.0	0.0
4	0.0	-2.9803-05	0.0	0.0	0.0	0.0
5	0.0	-3.9533-05	0.0	0.0	0.0	0.0
6	0.0	-4.9087-05	0.0	0.0	0.0	0.0
7	0.0	-5.8422-05	0.0	0.0	0.0	0.0
8	0.0	-6.7495-05	0.0	0.0	0.0	0.0
9	0.0	-7.6260-05	0.0	0.0	0.0	0.0
10	0.0	-8.4675-05	0.0	0.0	0.0	0.0
11	0.0	-9.2695-05	0.0	0.0	0.0	0.0
12	0.0	-1.0028-04	0.0	0.0	0.0	0.0
13	0.0	-1.0738-04	0.0	0.0	0.0	0.0
14	0.0	-1.1355-04	0.0	0.0	0.0	0.0
15	0.0	-1.1996-04	0.0	0.0	0.0	0.0
16	0.0	-1.2535-04	0.0	0.0	0.0	0.0
17	0.0	-1.3008-04	0.0	0.0	0.0	0.0
18	0.0	-1.3411-04	0.0	0.0	0.0	0.0
19	0.0	-1.3740-04	0.0	0.0	0.0	0.0
20	0.0	-1.3990-04	0.0	0.0	0.0	0.0
21	0.0	-1.4156-04	0.0	0.0	0.0	0.0
22	0.0	-1.4235-04	0.0	0.0	0.0	0.0
23	0.0	-1.4222-04	0.0	0.0	0.0	0.0
24	0.0	-1.4112-04	0.0	0.0	0.0	0.0
25	0.0	-1.3902-04	0.0	0.0	0.0	0.0
26	0.0	-1.3587-04	0.0	0.0	0.0	0.0
27	0.0	-1.3161-04	0.0	0.0	0.0	0.0
28	0.0	-1.2622-04	0.0	0.0	0.0	0.0
29	0.0	-1.1965-04	0.0	0.0	0.0	0.0
30	0.0	-1.1185-04	0.0	0.0	0.0	0.0
31	0.0	-1.0278-04	0.0	0.0	0.0	0.0
32	0.0	-9.2389-05	0.0	0.0	0.0	0.0
33	0.0	-8.0643-05	0.0	0.0	0.0	0.0
34	0.0	-6.7495-05	0.0	0.0	0.0	0.0
35	0.0	-5.2900-05	0.0	0.0	0.0	0.0
36	0.0	-3.6815-05	0.0	0.0	0.0	0.0
37	0.0	-1.9196-05	0.0	0.0	0.0	0.0
38	0.0	3.9629E-12	0.0	0.0	0.0	0.0
39	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
40	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
41	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
42	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
43	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
44	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
45	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
46	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
47	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
48	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
49	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
50	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
51	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

TIME= 0.0  
STEP= 0

FOURIER COMPONENTS OF CURRENT

	0	1	2	3	4	5
1	1.4000E+00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
2	1.3968E+00	-1.6435-04	0.0	0.0	0.0	0.0
3	1.3872E+00	-3.0131-04	0.0	0.0	0.0	0.0
4	1.3714E+00	-4.4436-04	0.0	0.0	0.0	0.0
5	1.3493E+00	-5.8894-04	0.0	0.0	0.0	0.0
6	1.3212E+00	-7.3411-04	0.0	0.0	0.0	0.0
7	1.2872E+00	-8.7960-04	0.0	0.0	0.0	0.0
8	1.2477E+00	-1.0253-03	0.0	0.0	0.0	0.0
9	1.2028E+00	-1.1710-03	0.0	0.0	0.0	0.0
10	1.1529E+00	-1.3169-03	0.0	0.0	0.0	0.0
11	1.0982E+00	-1.4628-03	0.0	0.0	0.0	0.0
12	1.0392E+00	-1.6087-03	0.0	0.0	0.0	0.0
13	9.7616E-01	-1.7546-03	0.0	0.0	0.0	0.0
14	9.0948E-01	-1.9006-03	0.0	0.0	0.0	0.0
15	8.3954E-01	-2.0466-03	0.0	0.0	0.0	0.0
16	7.6672E-01	-2.1926-03	0.0	0.0	0.0	0.0
17	6.9141E-01	-2.3386-03	0.0	0.0	0.0	0.0
18	6.1398E-01	-2.4846-03	0.0	0.0	0.0	0.0
19	5.3481E-01	-2.6307-03	0.0	0.0	0.0	0.0
20	4.5425E-01	-2.7767-03	0.0	0.0	0.0	0.0
21	3.7265E-01	-2.9228-03	0.0	0.0	0.0	0.0
22	2.9035E-01	-3.0688-03	0.0	0.0	0.0	0.0
23	2.0765E-01	-3.2149-03	0.0	0.0	0.0	0.0
24	1.2484E-01	-3.3609-03	0.0	0.0	0.0	0.0
25	4.2210E-02	-3.5070-03	0.0	0.0	0.0	0.0
26	-4.0000-02	-3.6530-03	0.0	0.0	0.0	0.0
27	-1.2156-01	-3.7991-03	0.0	0.0	0.0	0.0
28	-2.0225-01	-3.9451-03	0.0	0.0	0.0	0.0
29	-2.8189-01	-4.0912-03	0.0	0.0	0.0	0.0
30	-3.6031-01	-4.2373-03	0.0	0.0	0.0	0.0
31	-4.3737-01	-4.3834-03	0.0	0.0	0.0	0.0
32	-5.1120-01	-4.5294-03	0.0	0.0	0.0	0.0
33	-5.8689-01	-4.6755-03	0.0	0.0	0.0	0.0
34	-6.5915-01	-4.8216-03	0.0	0.0	0.0	0.0
35	-7.2963-01	-4.9676-03	0.0	0.0	0.0	0.0
36	-7.9828-01	-5.1137-03	0.0	0.0	0.0	0.0
37	-8.6505-01	-5.2598-03	0.0	0.0	0.0	0.0
38	-9.2990-01	-5.4059-03	0.0	0.0	0.0	0.0
39	-9.9281-01	-5.5520-03	0.0	0.0	0.0	0.0
40	-1.0538+00	-5.6981-03	0.0	0.0	0.0	0.0
41	-1.1128+00	-5.8442-03	0.0	0.0	0.0	0.0
42	-1.1699+00	-5.9903-03	0.0	0.0	0.0	0.0
43	-1.2250+00	-6.1364-03	0.0	0.0	0.0	0.0
44	-1.2782+00	-6.2825-03	0.0	0.0	0.0	0.0
45	-1.3296+00	-6.4286-03	0.0	0.0	0.0	0.0
46	-1.3790+00	-6.5747-03	0.0	0.0	0.0	0.0
47	-1.4267+00	-6.7208-03	0.0	0.0	0.0	0.0
48	-1.4726+00	-6.8669-03	0.0	0.0	0.0	0.0
49	-1.5167+00	-7.0130-03	0.0	0.0	0.0	0.0
50	-1.5592+00	-7.1591-03	0.0	0.0	0.0	0.0
51	-1.6000+00	-7.3052-03	0.0	0.0	0.0	0.0

TIME= 0.0  
STEP= 0

FOURIER COMPONENTS OF VORTEX

	0	1	2	3	4	5
1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
2	0.0	1.6435E-04	0.0	0.0	0.0	0.0
3	0.0	3.0131E-04	0.0	0.0	0.0	0.0
4	0.0	4.4436E-04	0.0	0.0	0.0	0.0
5	0.0	5.8894E-04	0.0	0.0	0.0	0.0
6	0.0	7.3411E-04	0.0	0.0	0.0	0.0
7	0.0	8.7960E-04	0.0	0.0	0.0	0.0
8	0.0	1.0253E-03	0.0	0.0	0.0	0.0
9	0.0	1.1710E-03	0.0	0.0	0.0	0.0
10	0.0	1.3169E-03	0.0	0.0	0.0	0.0
11	0.0	1.4628E-03	0.0	0.0	0.0	0.0
12	0.0	1.6087E-03	0.0	0.0	0.0	0.0
13	0.0	1.7546E-03	0.0	0.0	0.0	0.0
14	0.0	1.9006E-03	0.0	0.0	0.0	0.0
15	0.0	2.0466E-03	0.0	0.0	0.0	0.0
16	0.0	2.1926E-03	0.0	0.0	0.0	0.0
17	0.0	2.3386E-03	0.0	0.0	0.0	0.0
18	0.0	2.4846E-03	0.0	0.0	0.0	0.0
19	0.0	2.6307E-03	0.0	0.0	0.0	0.0
20	0.0	2.7767E-03	0.0	0.0	0.0	0.0
21	0.0	2.9228E-03	0.0	0.0	0.0	0.0
22	0.0	3.0688E-03	0.0	0.0	0.0	0.0
23	0.0	3.2149E-03	0.0	0.0	0.0	0.0
24	0.0	3.3609E-03	0.0	0.0	0.0	0.0
25	0.0	3.5070E-03	0.0	0.0	0.0	0.0
26	0.0	3.6530E-03	0.0	0.0	0.0	0.0
27	0.0	3.7991E-03	0.0	0.0	0.0	0.0
28	0.0	3.9451E-03	0.0	0.0	0.0	0.0
29	0.0	4.0912E-03	0.0	0.0	0.0	0.0
30	0.0	4.2373E-03	0.0	0.0	0.0	0.0
31	0.0	4.3834E-03	0.0	0.0	0.0	0.0
32	0.0	4.5294E-03	0.0	0.0	0.0	0.0
33	0.0	4.6755E-03	0.0	0.0	0.0	0.0
34	0.0	4.8216E-03	0.0	0.0	0.0	0.0
35	0.0	4.9676E-03	0.0	0.0	0.0	0.0
36	0.0	5.1137E-03	0.0	0.0	0.0	0.0
37	0.0	5.2598E-03	0.0	0.0	0.0	0.0
38	0.0	-4.7343-02	0.0	0.0	0.0	0.0
39	0.0	9.7769E-09	0.0	0.0	0.0	0.0
40	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
41	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
42	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
43	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
44	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
45	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
46	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
47	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
48	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
49	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
50	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
51	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

1.8 START OR RESTART THE RUN