

JAERI-M
8676

荷電交換過程の理論の現状
—高電離重イオンの関与する場合—

1980年3月

松澤 通生*

この報告書は、日本原子力研究所が JAERI-M レポートとして、不定期に刊行している研究報告書です。入手、複製などのお問い合わせは、日本原子力研究所技術情報部（茨城県那珂郡東海村）あて、お申しこしてください。

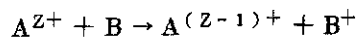
JAERI-M reports, issued irregularly, describe the results of research works carried out in JAERI. Inquiries about the availability of reports and their reproduction should be addressed to Division of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken, Japan.

荷電交換過程の理論の現状
—高電離重イオンの関与する場合—

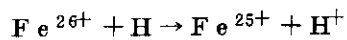
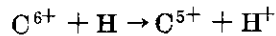
松澤通生*

(1980年1月9日受理)

高電離重イオンの関与する荷電交換過程



に関する種々の理論的モデルの現状について調査した。各モデルの適用限界、相互の関係について議論し、評価を行なった。特に、次の二つの一電子系における荷電交換過程



を例とし、各モデル間の詳細な比較を行った。核融合への応用上重要な荷電交換断面積のスケーリング則、UVまたはX線レーザーへの応用上重要な荷電交換後の高電離重イオンの終状態の分布について、各モデルから得られる理論的予言をまとめ相互の比較を行なった。理論の結果と現在入手可能なデータとの比較も試みた。

* 電気通信大学物理工学科

この報告書は、昭和53年度に日本原子力研究所より電気通信大学に委託した調査の報告書を改めてまとめたものである。

この報告書のための文献収集は昭和54年2月に終了した。

Review of Theories of Charge Transfer
Processes Involving Highly Stripped Heavy Ions

Michio Matsuzawa*

(Received January 9, 1980)

A review is made of various theoretical models to study charge transfer processes involving highly stripped heavy ions $A^{z+} + B \rightarrow A^{(z-1)+} + B^+$. The limitations of applicability of these models are critically discussed. Detailed comparison is made between theories for examples of $C^{6+} + H \rightarrow C^{5+} + H^+$ and $Fe^{26+} + H \rightarrow Fe^{25+} + H^+$. Scaling rules of the charge transfer cross section with respect to Z and theoretical predictions of the distribution over the final states of the highly stripped heavy ion are summarized, which are important for application to nuclear fusion and to X-ray laser. The theoretical results are compared with the experimental data available at present.

Keywords: Charge Transfer, Nuclear Fusion, Impurity Ion, Highly Stripped Heavy Ion, Scaling Rule, Theoretical Model

*Department of Engineering Physics,
The University of Electro-Communications
Chofu-shi, Tokyo 182, Japan

This work was supported by a research contract of Japan Atomic Energy Research Institute with The University of Electro-communications in fiscal year 1978-79. This report is herewith published for its value to scientific community.

With a few exceptions, the work described here was published prior to March 1979.

目 次

1. はじめに	1
2. 理論的モデル及びその限界	3
2.1 摂動を受けた定常状態の方法	3
2.2 Landau-Zener型モデル	10
2.3 トンネル効果モデル	13
2.4 原子波動関数展開による強結合法	16
2.5 モンテカルロ法	17
2.6 摂動論	19
3. スケーリング則	24
4. 重イオン終状態の分布	29
5. むすび	29
文 献	31

Contents

1. Introduction	1
2. Theoretical Models and their Limits of Applicability	3
2.1 Perturbed Stationary State Method	3
2.2 Landau-Zener Model	10
2.3 Tunnel Effect Model	13
2.4 Close Coupling Method based on the Atomic Orbital Expansion	16
2.5 Monte Carlo Method	17
2.6 Perturbative Approach	19
3. Scaling Laws	24
4. Population Distribution over the Final States of the Heavy Ion	29
5. Concluding Remarks	29
References	31

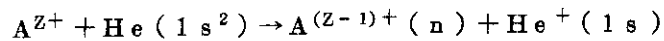
1. は じ め に

この数年急速に高電離重イオン A^{Z+} の関与する荷電交換過程

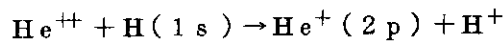


の理論的及び実験的研究が盛んになってきた。(但し Z はイオンの荷電数) これは以下のような種々の実用上の要請, すなわち, i) 極端紫外及びX線レーザーの開発, ii) プラズマ核融合への応用, iii) 天体物理等の分野からの強い要請による。

Vinogradov と Sobel'men¹⁾ は荷電交換過程



についての断面積は Z が大になると大きくなり終状態は選択的に励起されうる事を示した。 n はイオンを水素型とした場合の主量子数である。従って $A^{(Z-1)+}$ イオンのレベルに反転分布が生じ得るので、X線レーザーの発振の可能性を指適した。同じく Louisell 等²⁾ も



において同様な可能性を指適した。

一方核融合の分野においてはトカマク型核融合炉の高エネルギーのH又はDによる中性粒子の打込みによるプラズマの加熱, 燃料補給が考えられている。(例えば Barnett³⁾) この方法については通常壁その他から出てくるC, N, O, Si, Mo, 又はWのような重金属の高電離重イオンが数%存在する事により次のような困難が生ずる。打込まれた入射高エネルギーH又はDは(1)のような荷電交換過程, 又はイオン化により電子を失ない H^+ , D^+ となる確率が高い。しかし, 一部のH, Dは磁場により曲げられず, 直接に壁をたたき, 更に不純物イオンがたたき出される。その結果としてこれら高電離イオンからの線スペクトルによる光の放出により多量のエネルギーを失ないプラズマの加熱が非常にむずかしくなる。

更に比較的 Z が小の場合も含めて, 熱エネルギー領域での荷電交換過程(1)は, 星間物質中の種々のイオンのイオン化平衡に強く影響すると考えられる。すなわちこの荷電交換過程は天体物理におけるプラズマの研究に重要であると考えられている。(Steigman⁴⁾, Dalgarno and Butler⁵⁾)

以上のような理由から, 特に, エネルギー問題に関連した核融合の分野からの強い要請でエネルギー領域が $5 \sim 200 \text{ keV/amu}$ での荷電交換過程(1)についての研究がこの二, 三年急速に盛んになった。

高電離重イオンを作るためには加速器が必要であり, 世界でもまだ小数の実験室からしかこのイオンの衝突過程についての実験データが発表されていない。従ってこの過程に対しての理論的研究が重要である。特に完全に電離したイオンのHに対する衝突すなわち



は一電子問題であり, 理論的にはもっとも信頼度の高い結果が期待出来る。

1977年パリで開催された原子衝突国際会議において Presnyakov⁶⁾ によって行われた荷電交換過程(1)に対する総合講演で引用された理論的モデルに関する文献はわずか三論文(Pr-

esnyakov and Ulantsev⁷⁾ Chibisov⁸⁾ 及び Salop and Olson⁹⁾) にすぎなかった。

それ以後の発展は目覚しい。又我国では、龍福と渡部^{10), 11)} による研究が行われた。これの逆過程については藤原^{12), 13)} の仕事がある。以下特に一電子問題である Z が比較的大きい荷電交換過程(2)に重点を置きつつ理論の現状を報告する。

2. 理論的モデル及びその限界

まず(1)及び(2)の衝突系の特徴をあげておくと、

i) 終状態にはクーロン斥力があるが、始状態にはなく、この状態は原子の分極力によりわずかに引力的であるにすぎない。このために通常核間距離 R が大の所でポテンシャル曲線の交叉が起る。

ii) 通常 $A^{(Z-1)+}$ の励起状態の結合エネルギーは B の基底状態の結合エネルギーより大きいものが多数存在し従って特に Z が大の場合は多くの交叉点が存在する。

以上の系のクーロン斥力も含めたポテンシャル曲線 $U(R)$ を概念的に Fig. 1 に示す。この状況は特にこの衝突系の活性電子の軌道速度 v_{el} (荷電交換過程(2)では初期状態 $H(1s)$ の束縛電子の速度で $v_{el} \simeq 1au (= e^2/\hbar = 2.18 \times 10^8 \text{ cm/sec} = 25 \text{ keV/amu})$), この速さをしばしば v_0 と略記する。) にくらべて遅い領域において重要と考えられる。以下特にことわらない限りは荷電交換過程(2)について述べる。

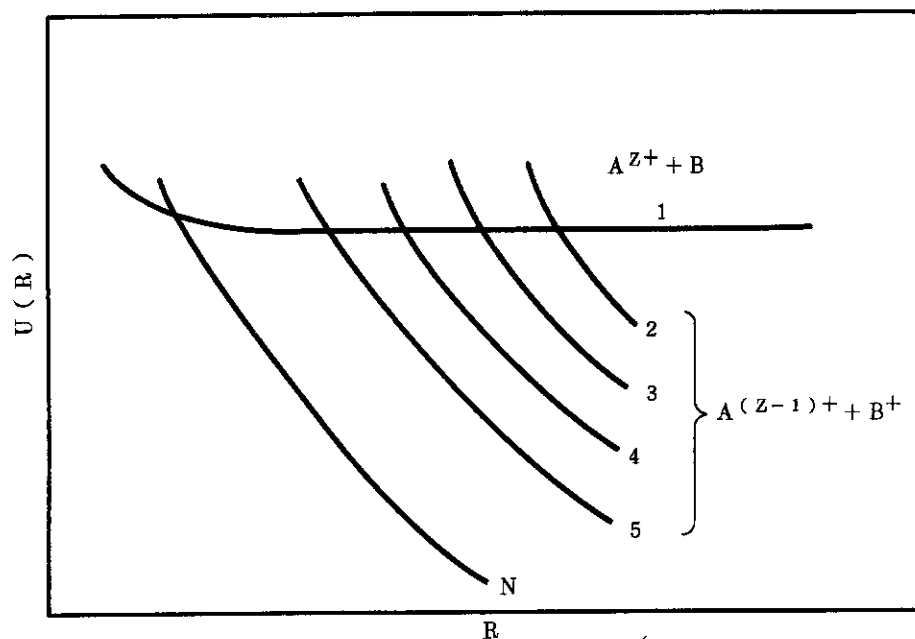


Fig. 1 Schematical potential diagram of the systems $A^{Z+} + B$ and $A^{(Z-1)+} + B^+$

2.1 摂動を受けた定常状態の方法 (PSS法)

軌道電子の速度 v_0 にくらべて遅い衝突エネルギーでのもっとも正統的かつ標準的な方法は摂動を受けた定常状態の方法 (Perturbed Stationary State Method, 以下PSS法と略記する。)である。これは衝突が起っている際に電子が衝突速度にくらべてはるかに速く動いた

めに、衝突系は一種の準分子を形成し、遷移はこれら準分子レベル間の遷移として起ると考える。従って全系の波動関数をこれら準分子の波動関数 $x_i(\vec{r}; R)$ で展開する。但し $x_i(\vec{r}; R)$ は R のゆっくり変化する関数である。

通常この報告で興味のある速度領域ではイオン-原子間の相対運動はそのドブロイ波長が十分短いために（例えば $v \sim 2 \times 10^8$ cm/sec で、 $C^{6+} + H$ で $\lambda \approx 3 \times 10^{-4}$ Å）古典的に扱える。又軌道の曲がりも十分小さく直線軌道と考えられる。今 j 状態から k 状態への遷移の行列要素は

$$\langle x_j | \left[\frac{\partial}{\partial t} \right] x_k \rangle = M_{jk}^{rad}(\rho, R) + M_{jk}^{rot}(\rho, R) \quad (3)$$

但し

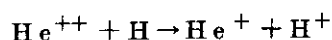
$$M_{jk}^{rad}(\rho, R) = v_R \langle x_j | \left[\frac{\partial}{\partial R} \right] x_k \rangle \quad (4)$$

及び

$$M_{jk}^{rot}(\rho, R) = \frac{v\rho}{R^2} \langle x_j | iL_y | x_k \rangle \quad (5)$$

で与えられる。ここに ρ は衝突径数、 v_R は動径方向の速度、 v は $R = \infty$ における相対運動の速さ L_y は衝突面に垂直な軸のまわりの相対運動の角運動量演算子である。前者は動径結合、後者は回転結合と呼ばれる。前者は準分子の分子軸の方向の運動と電子の運動の結合によるものであり、特に断熱ポテンシャル曲線の擬交叉点の近傍で起りやすい。これはある程度衝突の速さがまずと電子は断熱的に運動を変える事が出来なくなり、他のレベルに遷移する事による。一方回転結合は分子軸の回転と電子の運動の結合である。物理的には重心系における分子軸は大きく回転するのに対してこれに電子雲がついていけなくて取残される事による。動径結合は対称性（角運動量、スピン、パリティ）が等しい状態を結びつけるのに対して回転結合は軌道角運動量が1単位異なる状態間の遷移をもたらす。非常に低速の場合はこれらの準分子の二状態間の確率が十分小さいので摂動論的取扱でもよいが、応用上重要な速度領域ではこれらの分子状態を十分な数を取り入れて強結合の方法で解く必要がある。得られる精度はこの分子状態の数及び如何なる状態を取り入れるかに強く依存する。

この方法によりいくつかの系が研究された。Table 1 に文献等をまとめて示す。なお Table 1 には



についても代表的な計算を加えてある。

Salop と Olson¹⁴⁾, Vaaben と Briggs¹⁵⁾ は



について詳細な計算を行なったのでこれについてくわしく述べる。

Fig. 2 に $(CH)^{6+}$ イオンのクーロン反撥力を除いた電子エネルギー部分の断熱ポテンシャル曲線を示す。初期状態 $R = \infty$ での $C^{6+} + H(1s)$ に対応する分子状態は $6h\sigma$ 状態であり $R \approx R_c = 20 a_0$ ($a_0 = 0.529 \times 10^{-8}$ cm : Bohr) の近傍で $5g\sigma$ 状態と擬交叉する。ここではこの二つの曲線のエネルギー差は十分小さく、本報告で興味のあるエネルギー領域ではほとんど確率が1で透熱的に $6h\sigma$ 状態から $5g\sigma$ 状態に遷移する。従って Salop と Olson¹⁴⁾ は R が R_c より大の所の $6h\sigma$ の状態と R が R_c より小の $5g\sigma$ 状態を透熱的に結んだ

Table 1 Theoretical models for the charge transfer processes of the one-electron systems $A^{Z+} + H \rightarrow A^{(Z-1)} + H^+$ and examples to which these models are applied.

Methods and remarks	Systems	References
a) PSS method $v \lesssim 2 \times 10^8$ cm/sec $Z \lesssim 10$	$He^{++} + H(1s)$ $Be^{4+} + H(1s)$ $B^{5+} + H(1s)$ $C^{6+} + H(1s)$ $O^{8+} + H(1s)$	Piacentini and Salin (44) Winter and Lane (45) Harel and Salin (16) " Salop and Olson (14) Vaaben and Briggs (15) Greenland (17) Harel and Salin (16)
b) L-Z model 6×10^6 cm/sec $\lesssim v \lesssim 7$ $\times 10^7$ cm/sec $Z \lesssim 20$ Absorbing sphere model $v \leq 1 \times 10^8$ cm/sec $Z \gtrsim 10$	$C^{6+} + H(1s)$ $N^{7+} + H(1s)$ $O^{8+} + H(1s)$ $Ne^{10+} + H(1s)$ $Si^{14+} + H(1s)$ $Ar^{18+} + H(1s)$ $C^{6+} + H(2s)$ $N^{7+} + H(2s)$ $4 \leq Z \leq 54, AE$	Salop and Olson (9) " " " " " Salop (22) " Olson and Salop (23)
c) Tunnel effect model $v \lesssim 3 \times 10^8$ cm/sec $Z \gtrsim 10$	$Z \gtrsim 10, AE$ "	Chibisov (8) Grozdanov and Janev (26)

Table 1 (Continued)

Methods and remarks	Systems	References
d) Close coupling method based on the atomic orbital expansion	$\text{He}^{++} + \text{H}(1s)$	Rapp (27)
$5 \times 10^6 \text{ cm/sec} \lesssim v \lesssim 5 \times 10^8 \text{ cm/sec}$	$Z = 10, 20$	Presnyakov and Ulantsev (7)
$v \lesssim 8 \times 10^8 \text{ cm/sec}$	$Z = 2 - 18$	Botcher (28)
	$A^{Z+} + \text{H}(2s)$	"
	($Z = 2 - 18$)	
e) Monte Carlo method	$\text{He}^{++} + \text{H}(1s)$	Olson and Salop (30)
$2 \times 10^8 \text{ cm/sec} < v < 6 \times 10^8 \text{ cm/sec}$	$\text{Li}^{3+} + \text{H}(1s)$	"
	$\text{Be}^{4+} + \text{H}(1s)$	"
	$\text{B}^{5+} + \text{H}(1s)$	Olson and Salop (30), Salop (31)
	$\text{C}^{6+} + \text{H}(1s)$	" "
	$\text{O}^{8+} + \text{H}(1s)$	" "
	$\text{Ne}^{10+} + \text{H}(1s)$	Olson and Salop (30)
	$\text{Si}^{14+} + \text{H}(1s)$	"
	$\text{Ar}^{18+} + \text{H}(1s)$	"
	$\text{Fe}^{26+} + \text{H}(1s)$	"
	$\text{Kr}^{36+} + \text{H}(1s)$	"
f) Perturbation		
$v > 2 \times 10^8 \text{ cm/sec}$		
Born (B.K.)	AE	For example, Nikolaev (37)
Born (J.S.)	$\text{He}^{++} + \text{H}(1s)$	Golden McGuire and Omidvar (38)
	$\text{Be}^{++} + \text{H}(1s)$	"
Glauber	AE	Chan and Eichler (40)
UDW, DW	$\text{He}^{2+} + \text{H}(1s)$	Ryufuku and Watanabe (10)

Table 1 (Continued)

Methods and remarks	Systems	References
UDW, DW	$\text{Li}^{3+} + \text{H}(1s)$	Ryufuku and Watanabe (1)
	$\text{Be}^{4+} + \text{H}(1s)$	"
	$\text{B}^{5+} + \text{H}(1s)$	"
	$\text{C}^{6+} + \text{H}(1s)$	"
	$\text{O}^{8+} + \text{H}(1s)$	Ryufuku and Watanabe (10)
CDW	$\text{F}^{9+} + \text{H}(1s)$	Belkic' and McCarrol (4)

Symbol "AE" means that the result is given in an analytical expression.

"Z=10" stands for " $\text{A}^{10+} + \text{H}(1s)$ ".

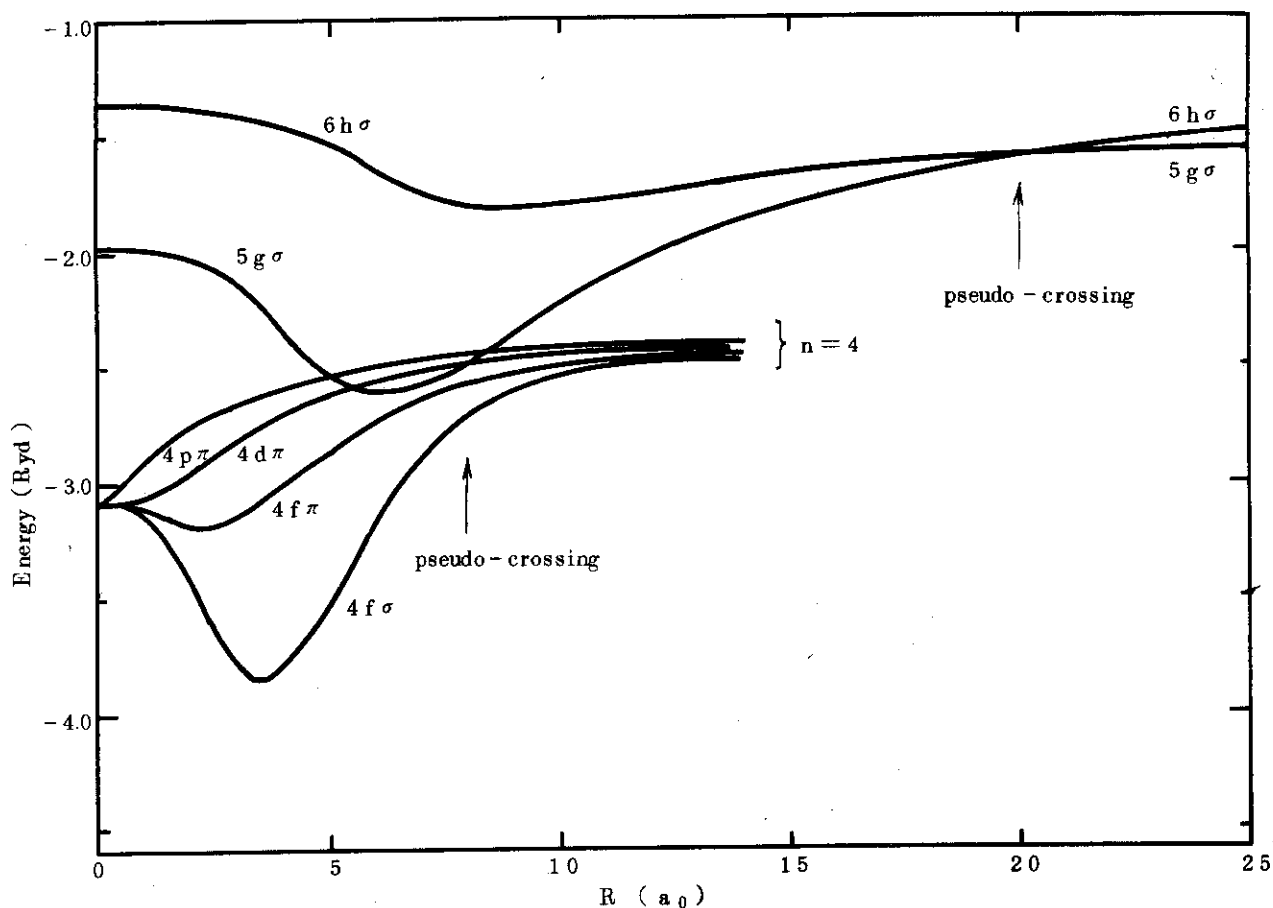


Fig. 2 Potential curves of $(\text{CH})^{6+}$. The Coulomb repulsion is subtracted. Only the states and the range of the internuclear distance, which are important for the following discussion, are shown in this figure.

状態（以下簡単のために $5g\sigma'$ 状態と言う）を初期状態とした。又この場合 $R \approx 8a_0$ の $5g\sigma$ 状態と $4f\sigma$ 状態の擬交叉点の近傍での動径結合による遷移が重要と考えられる。従ってまず $5g\sigma'$ と $4f\sigma$ の二状態をとり入れた計算及び回転結合による効果を考慮するために $4f\pi$ 、他に三つの π 状態を含めた計算を行なった。これらによる全荷電交換断面積を Fig. 3 に示す。回転結合を生ずる π 状態のうちでは特に $4f\pi$ 状態が重要である。

一方 Vaaben と Briggs¹⁵⁾ は、荷電交換過程(6)について更に詳細な計算を行った。まず $5g\sigma'$ と $4f\sigma$ 状態の他に $3d\sigma$ 状態を考慮した結果では $3d\sigma$ 状態は無視出来る事がわかった。ここでは上記 $5g\sigma'$ 、 $4f\sigma$ 及び $3d\sigma$ 状態に加えて $4s\sigma$ 、 $4p\sigma$ 、 π 、 $4d\sigma$ 、 π 、 δ 、 $4h\pi$ 、 ϕ の 9 状態をも更に考慮した結果を Fig. 3 に示す。なお図中の小さい周期で振動する曲線は Vaaben Briggs¹⁵⁾ による二状態 ($5g\sigma'$ と $4f\sigma$) の計算であるが、これは Olson Salop¹⁴⁾ の二状態近似の結果と一致しない。原因はわかっていない。Olson と Salop¹⁴⁾ の 6 状態の結果と Vaaben と Briggs¹⁵⁾ の 11 状態の結果とは $v \sim 3 \times 10^7$ m/sec でかなり差があるが大勢は一致していると考えられよう。断面積は $v \approx 5 \times 10^7$ cm/sec で $\sigma \approx 3 \times 10^{-15}$ cm² の程度である。以上で Olson と Salop の取扱いは電子の移動による運動量の変化が考慮されていない。この事から上記の結果の適用限界は $v \lesssim v_0$ ($= 2.18 \times 10^8$ cm/sec) と考えられている。又はこの事に関連して座標の原点を C^{6+} にとるか、 H^+ にとるか、重心にとるかで結果が変化し H^+ にとった場合に比べて C^{6+} にとった場合がもっとも小さく 30% 位小となる。同じくこの事に関連して Vaaben と Briggs¹⁵⁾ は、 R 大での結合行列要素が不合理な結果を与えるのをさけるために衝突中に C^{6+} から重心へ、更に衝突後には又 C^{6+} に順次移動させているが、この場合も電子の運動エネルギーを無視した事によりやはり有効領域は $v \lesssim v_0 = 2 \times 10^8$ cm/sec と考えられる。

以上の結果では C^{5+} ($n=4$) の状態へ荷電移動が選択的に起る事が示された。Harel と Salin¹⁶⁾ はこの事に注目して $O^{8+}+H(1s)$ 、 $B^{5+}+H(1s)$ 及び $Be^{4+}+H(1s)$ の系について PSS の計算を σ 状態のみを考慮して行い、各々選択的に $n=5$ 、 4 、及び 3 の状態へ荷電移動が主として起る事を示した。又 Greenland¹⁷⁾ は PSS 法の考えに基づき σ 状態間の擬交叉の近傍の動径結合が重要な場合について、これらをパラメーター化して二状態近似のもとに解を求める方法を提案し $C^{6+}+H(1s)$ 系について Vaaben と Briggs の二状態の計算の近似をよく再現する事を示した。

なお二電子系以上では、配位間相互作用を考慮した波動関数を用いて、三電子系に関しては Olson 等⁴⁹⁾ の $B^{3+}+H(1s)$ 、 $C^{4+}+H(1s)$ について、四電子系については Crandall 等¹⁹⁾ 及び Shipsey 等¹⁸⁾ によって、 $B^{3+}+He(1s^2)$ 、 $C^{4+}+He(1s^2)$ に対して、この方法による計算が行われている。例えば $C^{4+}+He$ の場合 v 小では二電子移動断面積が大となる。一電子移動については実験との一致はあまりよくない。

Harel と Salin¹⁶⁾ は擬交叉点の存在する理由については多電子系と一電子系の差はなく、又遷移は比較的 R が大の所で起るから電子相関効果も小さいためすでに述べた一電子系での結果があまり修正せずに多電子系にも適用されると指摘している。

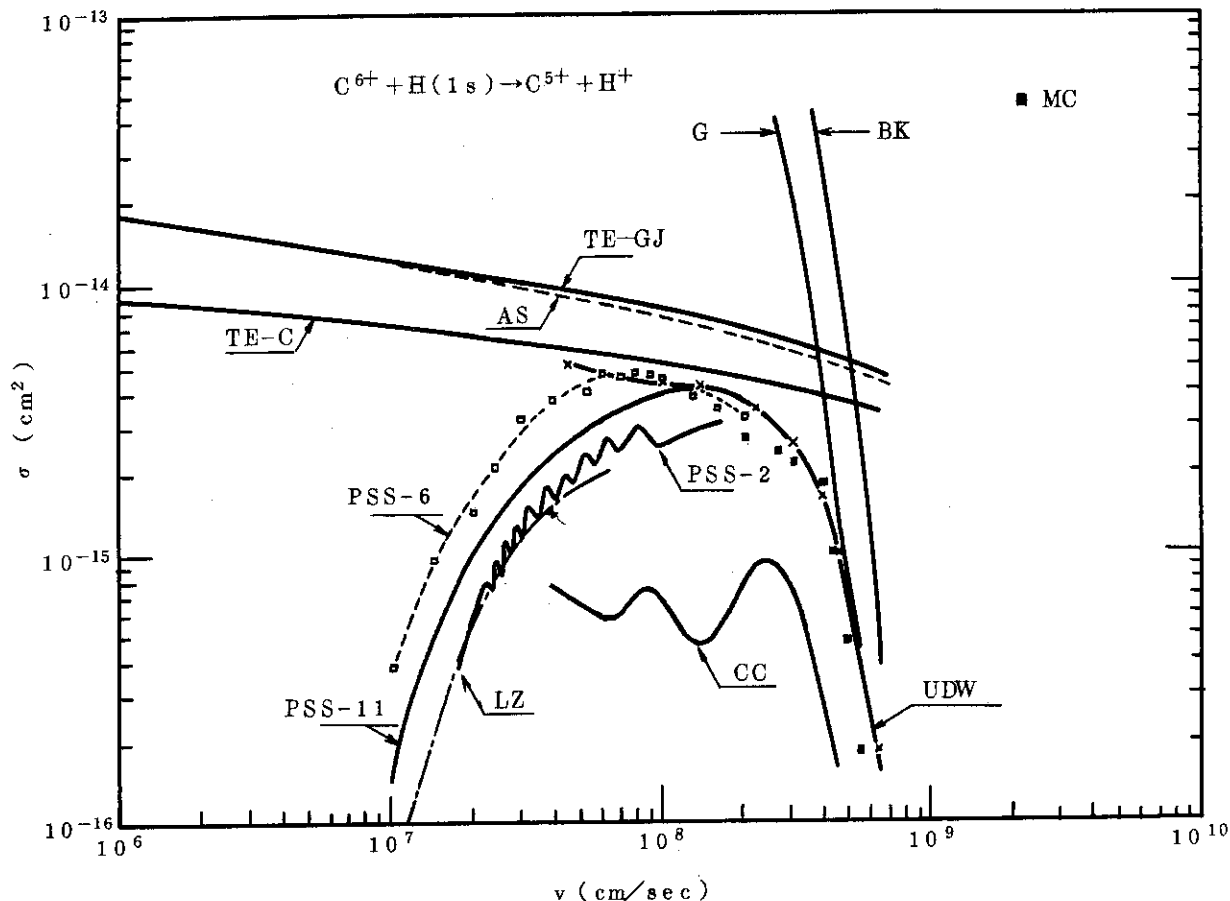


Fig. 3 Total charge transfer cross sections for $C^{6+} + (1s) \rightarrow C^{5+} + H^+$.

PSS-2	———	Vaaben and Briggs (15), PSS method 2 state
PSS-6	---□---	Salop and Olson (14), " 6 "
PSS-11	———	Vaaben and Briggs (15), " 11 "
LZ	-----	Salop and Olson (9), Landau-Zener model
AS	-----	Olson and Salop (23), Absorbing sphere model
TE-C	———	Chibisov (8), Tunnel effect model
TE-GJ	———	Grozdanov and Janev (26), "
CC	———	Botcher (28), Close coupling method
MC	■	Olson and Salop (30), Monte Carlo method
BK	———	Brinkman and Kramers (35), Perturbation
G	———	Chan and Eichler (40), Glauber approximation
UDW	—x—	Ryufuku and Watanabe (11), Unitarized distorted wave approximation

2.2 Landau - Zener 型モデル

PSS法は精度はよいがZが大きく関与する状態の数が多くなる場合や、又多くの系について計算して全体の傾向を議論するには不適當である。このために従来からよく知られているLandau - Zenerの公式(Landau²⁰), Zener²¹)がこの問題に応用された。この公式によれば核間距離R_cにおける二つの断熱状態1と2の擬交叉での遷移の確率p(言い換えれば交叉する透熱状態で、始めのレベルにとどまる確率)は

$$p = \exp\left(-\frac{2\pi H_{12}^2}{\hbar v_R \Delta F}\right) \quad (7)$$

で与えられる。ここにΔFは二つの透熱ポテンシャル曲線の勾配の差v_Rは交叉点における動径方向の速さである。すなわち

$$\Delta F = \frac{d}{dR} (U_{11} - U_{22}) \Big|_{R=R_c}$$

$$v_R = v \left[1 - U_{11}(R_c)/E - \rho^2/R_c^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

でありU₁₁(R), U₂₂(R)は透熱ポテンシャル, H₁₂(R)はこの二つのレベル間の結合行列要素, E, vはR=∞での相対運動エネルギー, 速度, ρは衝突径数である。二つの透熱状態のみが存在し交叉点があたは一つある場合は遷移の可能な場合が二通りあるので一つの交叉点で最終的に状態1から2に移る確率は

$$P = 2p(1-p) \quad (8)$$

で与えられる。この場合U₁₂≠0なるために、状態を指定する量子数が等しくなければならぬから、(8)式では動径結合による遷移しか考慮出来ない。又量子力学的なトンネル効果も無視している。(これについては後述する。)

今Fig. 1のように初期状態を1とし、これと交叉する終状態を2, 3, 4...Nで表わし、各々の交叉点R_jでレベル1にとどまる確率をp₂, p₃...p_Nと表わすと始状態から各終状態(j=2-N)に行く確率P_{1j}は簡単な計算により

$$P_{1j} = (p_2 p_3 \dots p_j) (1-p_j) \left\{ 1 + (p_{j+1} p_{j+2} \dots p_N)^2 + (1-p_{j+1})^2 \right. \\ \left. + [p_{j+1}(1-p_{j+2})]^2 + [p_{j+1} p_{j+2} (1-p_{j+3})]^2 + \dots \right. \\ \left. + [p_{j+1} p_{j+2} \dots p_{N-1} (1-p_N)]^2 \right\} \quad (9)$$

$$j < N-1$$

$$= (p_2 p_3 \dots p_{N-1}) (1-p_{N-1}) [1 + p_N^2 + (1-p_N)^2], \quad j = N-1$$

$$= 2 p_2 p_3 \dots p_N (1-p_N), \quad j = N$$

と与えられる。

荷電交換過程(2)では始状態の分子軌道の対称性はσ状態なのでこれと動径結合により相互作用する終状態はすべてσ状態であり、PSS法における回転結合は完全に無視されている。SalopとOlson⁹⁾及びSalop²²⁾はこの方法(以下L-Z法と略記する)を用いて荷電交換過程(2)及び



を調べた。水素型の波動関数を用いてU_{ij}, R_c等を求めた。又(AH)^{Z+}イオンの断熱ポテン

シャル曲線から R_c を推定し、又そのエネルギー差はもし二状態のみを考慮すればよい場合は $2 U_{1j}$ に等しい事から U_{1j} を求めて前述の水素の波動関数から計算した結果とほぼ一致する事を確かめた。以上の結果を用いて過程(2)の O^{6+} , N^{7+} , O^{8+} , Ne^{10+} , Si^{14+} 及び Ar^{18+} について及び過程(10)について O^{6+} , N^{7+} について計算を行った。 $O^{6+} + H(1s)$ の結果は Fig. 3 に、Fig. 4 に以上の荷電交換過程(1), (10)の結果をまとめて示す。ここで速度領域は $6 \times 10^6 \text{ cm/sec} < v < 7 \times 10^7 \text{ cm/sec}$ とした。この方法ではやはり考慮されていない運動量移動の効果は $v \lesssim v_0 (= 2.2 \times 10^8 \text{ cm/sec})$ ならば無視出来ると考えられるので上限は上記のように選ばれた。又下限は Landau - Zener の公式は $E > U_{12}(R_c)$ で適用可能である事により決まる。

結果は N^{7+} を除いて一定の傾向を示す。すなわち Z が大になるについて σ の極大の速度が増加し断面積は増大する。特に $v = (3 \sim 4) \times 10^7 \text{ cm/sec}$ では断面積は計算の結果から

$$\sigma \approx 1.4 \times 10^{-16} Z^{\frac{3}{2}} \text{ cm}^2 \quad (11)$$

と与えられる。 N^{7+} の場合は σ に寄与する交叉点が二つあり、そのうちの一つが $v = 6 \times 10^6 \text{ cm/sec}$ で σ に極大を与えるため、他と異なる挙動を示す。又 H の $2s$ 準安定状態については断面積は基底状態にくらべて $v \approx 3 \times 10^7 \text{ cm/sec}$ でほぼ一桁増大し $\sigma \approx 3 \times 10^{14} \text{ cm}^2$ の程度となる。(Salop²²⁾)

以上のような簡単化を行なっても Z が 30 とか 40 となると計算は容易ではない。Olson と Salop²³⁾ は上記 $L-Z$ モデルをその近以の精神を生かしつつ更に次のような簡単な近以的方法を提案した。 Z が大になると終状態の状態密度は非常に大となり Fig. 1 の状態 1 との交叉点が非常に多くなる。そのために交叉パラメータによりきまるある限界核間距離 R_c 。(すなわち多くの交叉点を一つの有効な交叉点で置き換える。)を定義し、 $R < R_c$ では荷電交換反応が確率 1 で起ると考える。これは吸収球モデル (absorbing sphere model) と呼ばれている。

この方法によると断面積は

$$\sigma = \pi R_c^2 \quad (12)$$

と与えられる。

R_c は経験的に

$$0.15 = \frac{2\pi H_{12}^2(R_c)}{\hbar |\Delta F(R_c)| v} \quad (13)$$

によりきめる。(13)式は Olson²⁴⁾ によりイオン-イオンの相互中性化について経験的にたしかめられている。ここで(13)の ΔF は終状態のクーロン反撥力のみを考慮して

$$\Delta F = (Z-1) e^2 / R^2 \quad (14)$$

と与えられる。一方 $H_{12}(R_c)$ については $A^{Z+} + H(1s)$ の断熱ポテンシャルの計算結果から、何回かの試行錯誤の結果次式を得た。

$$H_{12}^*/R_y = 18.26 \exp(-1.324 R_x^*/a_0) \quad (15)$$

但し

$$H_{12}^* = Z^{\frac{1}{2}} H_{12}, \quad R_x^* = R_x / Z^{\frac{1}{2}} \quad (16)$$

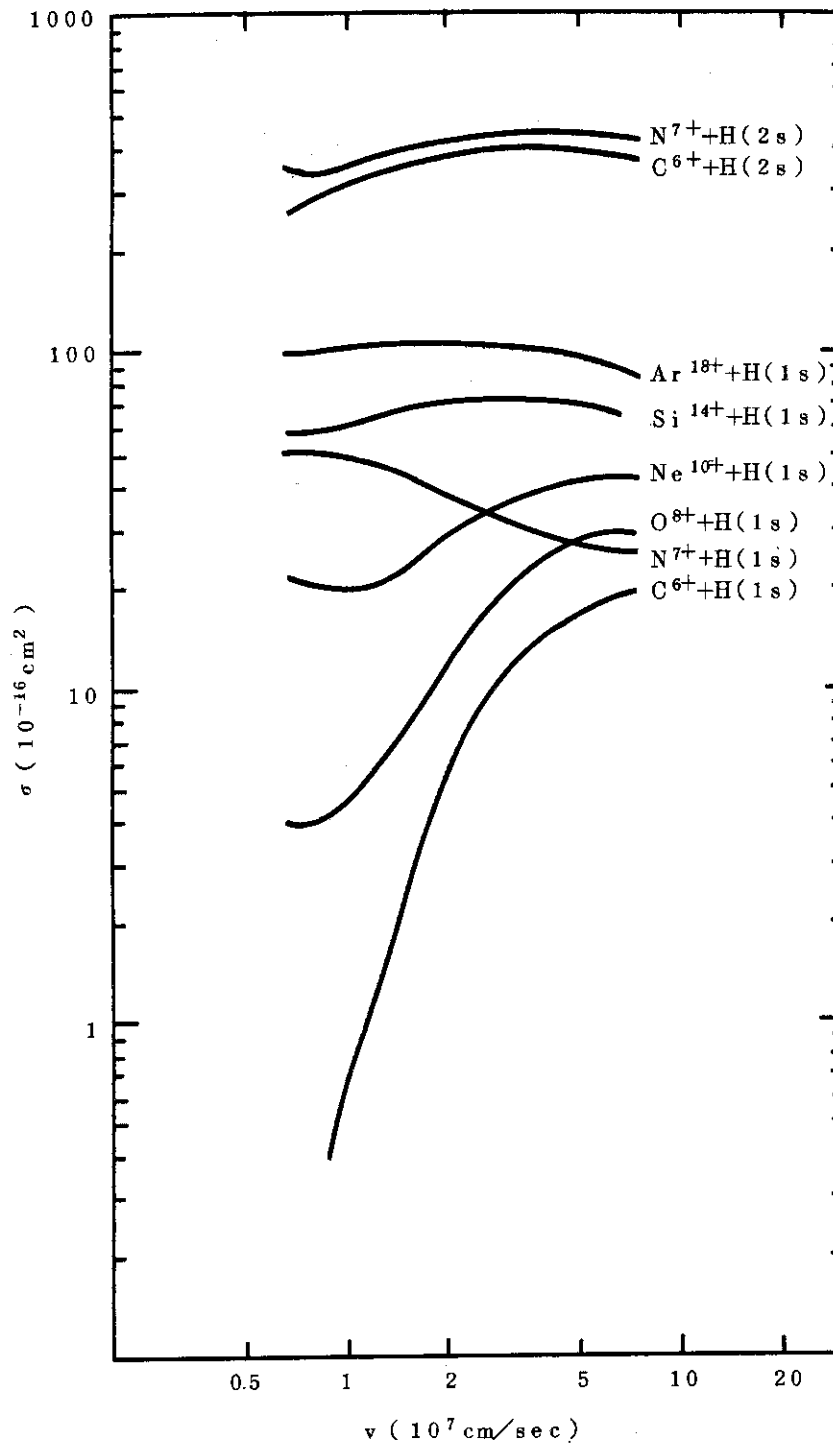


Fig. 4 Total charge transfer cross sections for $A^{Z+} + H(1s, 2s) \rightarrow A^{(Z-1)+} + H^+$ Landau-Zener model (Salop and Olson⁹)..

であり $R_y (=13.6 \text{ eV})$ はリドベルグ定数である。関数形(14)からの平均のずれは17%である。標的が $H(1s)$ でない一般の場合(1)式の B のイオン化ポテンシャルを $I_B(\text{eV})$ とし、 B が分子の場合は振動レベル間の特定の遷移の Franck - Condon 因子を q とすると(15)式は

$$H_{12}^*/R_y = 1.826 q^{\frac{1}{2}} \exp(-1.324 r R_x^*/a_0) \quad (17)$$

となる。但し $r = (I_B/R_y)^{\frac{1}{2}}$ である。(13), (14), (17)式を用いると

$$(R_c/a_0)^2 e^{-2.648r(R_c/Z^2 a_0)} = 2.864 \times 10^{-4} Z(Z-1)(v/v_0)/q \quad (18)$$

を得る。

(18)の超越方程式を解き得られた R_c の近傍に実際のポテンシャル曲線の交叉点が多く存在すれば(18)式により容易に断面積の計算が出来る。そうでない場合は通常 Z が小の場合 σ の計算に内側の交叉点のグループに近い R_c をとれば誤差は増すが一応の評価は出来る。 $L-Z$ モデルは量子力学的トンネル効果, 及び回転結合を考慮していなかったのに対し吸収球モデルではこれらを暗黙のうちにすべて含めた結果が得られていると考えられるから, $L-Z$ モデルは断面積の下限を, 又吸収球モデルは上限を与えられられる。(6)及び Z が大の場合の1例として



についてのこの方法の結果を Fig. 5 に示す。

このモデルを用いた計算の結果によると, (2)に対して $v \approx 7 \times 10^7 \text{ cm/sec}$ で経験的に

$$\sigma \propto Z \quad (20)$$

なるスケーリング則を得る。(11)とは一致しないが, (20)は吸収球モデルの近似の精神から Z が大で信頼度がますと考えられる。

2.3 トンネル効果モデル

低エネルギー領域 ($v \lesssim v_0$) での PSS 法は Z が比較的小ならば十分精度のよい計算が出来る。(Vaaben と Briggs の例参照) Z が大きくなると荷電交換過程(2)で電子が捕獲されるレベルは A^{Z+} の $n \approx Z$ またはそれよりすこし小さい所であるが, 考慮すべきレベルの数は非常に多くなり PSS 法の計算を精度よく実行するのが事実上困難になる。つまり電子が捕獲されるレベルの近傍の $A^{(Z-1)+}$ の状態密度が非常に高くなる。これは前節の吸収球モデルでも考慮されたが, この事実をより積極的にとり入れて Chibisov⁸⁾ は Radtsig と Smirnov²⁵⁾ が始め正イオンと負イオンの間の荷電交換過程に適用したモデルを過程(1)及び(2)に適用した。すなわちこのモデルによれば, 荷電交換は始状態の原子 B 中に束縛されている電子は原子のポテンシャルからトンネル効果によりポテンシャル障壁を通り抜け多価重イオンのほとんど連続なレベルへ遷移する事により起ると考える。言い換えれば, 多価重イオンの存在を原子にかかるとはほぼ一様な電場とみなしこの電場中での束縛電子のイオン化の確率, 従ってレベルの巾 $\Gamma(R)$ を計算する。これを用いて次式により荷電交換過程の断面積を次式で評価する。

$$\sigma = 2\pi \int_0^\infty \rho d\rho \left[1 - \exp\left\{ -\frac{1}{\hbar} \int_{-\infty}^\infty \Gamma(R(t)) dt \right\} \right]$$

Chibisov⁸⁾ の取扱いではこの電場は全く一様であるとし, $v \approx v_0$ に対して次のような近似式を得た。

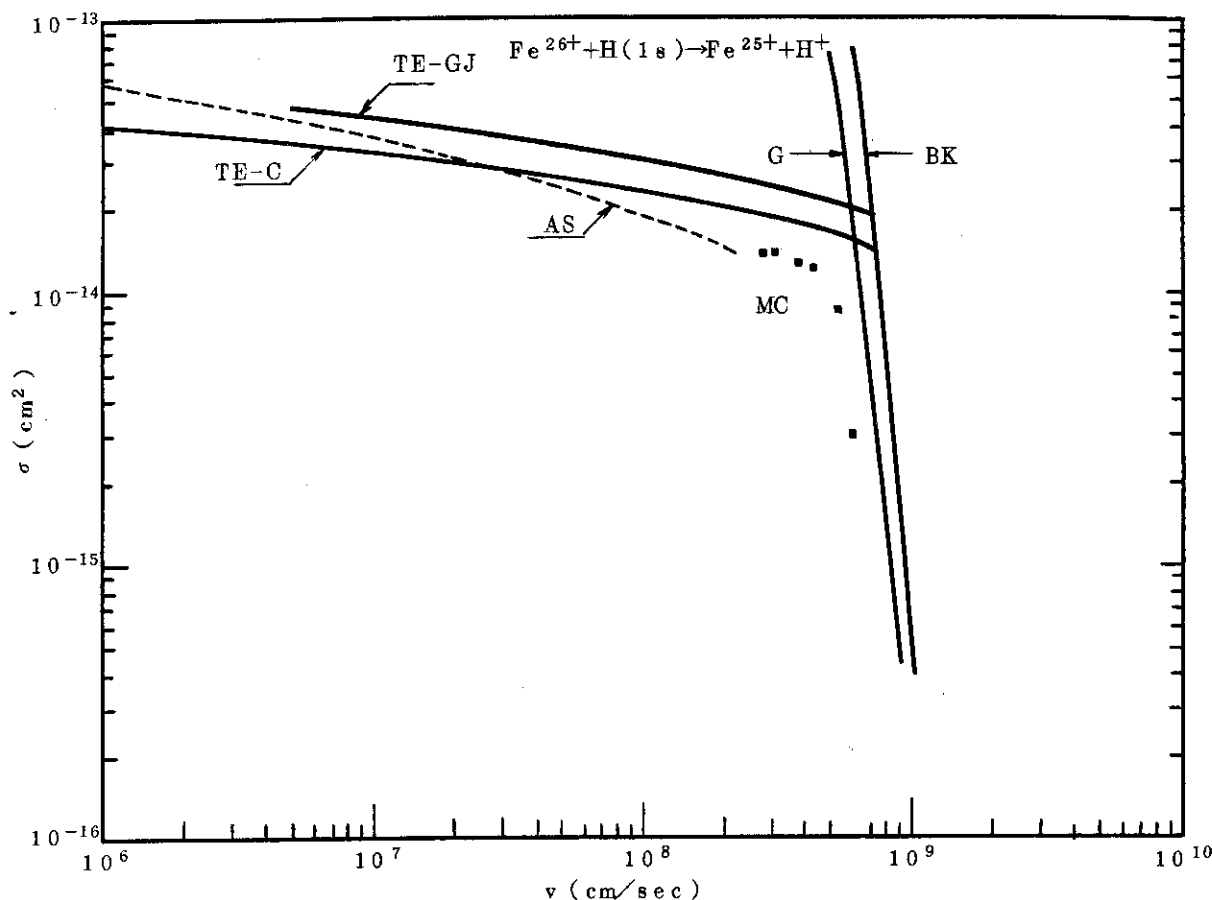


Fig. 5 Total charge transfer cross sections for $Fe^{26+} + H(1s) \rightarrow Fe^{25+} + H^+$. See also figure captions of Fig. 3.

$$\sigma = \frac{3}{2} \pi a_0^2 n_B^3 Z \ln \left\{ \frac{c \sqrt{Z}}{(v/v_0)} \left[\ln \frac{c \sqrt{Z}}{(v/v_0)} \right]^{2n_B Z_B^{-1}} \right\} \quad (2)$$

但し

$$c = \frac{b^2 e^{0.577}}{6} \sqrt{\frac{\pi}{2}} (3 n_B)^{2n_B Z_B + \frac{1}{2}} \frac{m! (2\ell + 1)(\ell + m)!}{3^m (\ell - m)!}$$

ここで n_B は B を水素型と仮定した場合の有効主量子数

$$n_B = \sqrt{R_y / I_B}$$

又 I_B (eV) は原子 B のイオン化ポテンシャル, Z_B は B のイオン芯の電荷 (従って中性の場合は $Z_B = 1$), ℓ, m は束縛電子の角運動量, 磁気量子数, b は活性電子の波動関数を水素型と仮定した時の原子の波動関数の漸近形

$$\phi_B \approx \frac{b}{a_0^{\frac{3}{2}}} \left(\frac{r_B}{a_0} \right)^{n_B Z_B^{-1}} \exp(-Z_B r_B / (n_B a_0))$$

の振巾で水素原子の基底状態については $b = 2$ である。この表式によれば, n_B, v を一定にすると断面積の Z 依存性は対数の中の対数の Z 依存性を無視すれば $Z \ln Z$ なる依存性を示す。

この取扱いで Chibisov はポテンシャルを通り抜ける確率, 従って, $\Gamma(R)$ の強い依存性

を考慮すると選択的に主量子数 n_{max}

$$n_{max} = \left[\frac{n_B Z}{1 + 2 n_B \sqrt{\frac{2 Z}{3 n_B^3 f_1(v/v_0 \sqrt{Z})}}} \right]^{1/2} \quad (22)$$

の状態に移ると言う結果を得ている。但し Δn は 1 の程度であるとの事である。ここで f_1 は

$$f_1(t) = \ln \left\{ \frac{c}{t} \ln \left(\frac{c}{t} \right)^{2 n_B Z_B^{-1}} \right\}$$

なる関数である。これらの結果を $C^{6+}+H$ と $Fe^{26+}+H$ について Fig. 3, Fig. 5 に示す。速度依存性はあまり強くはない。勿論 $C^{6+}+H$ については Z が小さいため近似の精神から言って信頼度は少なく、又 v が v_0 より非常に大の領域も当然よくない。

Chibisov の (22) 式により $v \approx 3 \times 10^8$ cm/sec で $Z = 10$ で、 $n_{max} = 6$ 、 $Z = 20$ で $n_{max} = 10$ 、及び $Z = 30$ で $n_{max} = 14$ となる。近似の仮定から言って上の速度はこの方法の適用限界の上限に近いと考えられる。

Grozdanov と Janev²⁶⁾ は Chibisov⁸⁾ のモデルを高電離重イオンによるクーロン場の非一様性を考慮する事により改良し、 $\Gamma(R)$ を計算し次のような解析的な近似式を与えている。

$$\sigma = \pi a_0^2 Z x_0 / \gamma^3 \quad (23)$$

但し γ は束縛電子の速度を原子単位 v_0 ではかったものであり $\gamma = (I_B/R_y)^{1/2}$ と与えられる。 x_0 は以下の超越方程式

$$x_0^{2-1-m} e^{-x_0} f_2(\alpha_0) = \frac{(v/v_0)}{B} e^{\varphi(\alpha_0) - C} \left(\frac{f_2(\alpha_0)}{\pi} \frac{\gamma^3}{Z} \right)^{1/2} \quad (24)$$

の解でありここに、 $C (= 0.5777\dots)$ はオイラー一定数で、

$$B = A^2 \gamma (2\gamma)^{-2/\gamma} Z^{2(2/\gamma-1-m)} \frac{(2\ell+1)(\ell+m)!}{m!(\ell-m)!}$$

$$f_2(\alpha) = [1 - \ln(\sqrt{1+\alpha} + \sqrt{\alpha}) / \sqrt{(1+\alpha)}] / \alpha$$

$$\varphi(\alpha) = 2(2/\gamma-1-m) \alpha \ln(\sqrt{1+\alpha} + \sqrt{\alpha}) / \sqrt{\alpha(1+\alpha)}$$

$$\alpha_0 = \frac{1}{2} (\gamma x_0 / Z)^{1/2}$$

$$A = \gamma (2\gamma)^{1/\gamma} [\Gamma(1/\gamma + \ell + 1) \Gamma(1/\gamma - \ell)]^{-1/2} \quad (25)$$

と与えられる。これらの結果も Fig. 3 と Fig. 5 に示す。Chibisov の結果とほぼ同じ速度依存性を示すが $C^{6+}+H$ で 2 倍程度、 $Fe^{26+}+H$ で大体 1.2 ~ 1.3 倍程度大である。Grozdanov と Janev²⁶⁾ によれば、 σ は Z 大でほぼ Z に比例する。又 Z 小で断面積を過大評価する傾向がある。又以上のモデルでは実は電子損失の全断面積を求めていた事になり、荷電変換過程(2)について言えば A^{Z+} の $H(1s)$ の直接のイオン化を無視していた事になるが通常これは断熱的な低エネルギーでは無視出来る。又このモデルは $A^{(Z-1)+}$ イオンの種々の終状態への荷電変換過程への和のみを評価しているので低エネルギー領域における PSS 法の例えば $C^{6+}+H$ の荷電交換の断面積とその依存性は異なる。つまり Z 大の場合終状態の状態密度が大のた

め、始状態とエネルギー的に共鳴しているレベルがほとんど常に存在するから v が 0 の極限でも σ はある値を持ちうるのに対して Z 小の場合はそのようなレベルが必ずしも存在しない事と関係がつけられよう。この事は $L-Z$ モデルの場合にすでに見られた現象である。いずれにしてもこのモデルはすでに述べたように Z 小では断面積を過大評価する。Chibisov⁸⁾ によって与えられた(2)式に対して、Grozdanov と Janev²⁶⁾ はこのモデルでは、荷電交換断面積は $A^{(Z-1)}$ イオンの終状態によらないと述べており、互に一致しない結果を得ているが論文のみからその詳細を比較する事は出来ない。彼等は $H(1s)$ を多電子原子に拡張する場合は、 r を Hartree Fock の結合エネルギーから決めた値を用いれば、(2)式が適用可能である事、及び B が分子の場合への拡張も可能である事を指適している。

2.4 原子波動関数展開による強結合法

以上低エネルギーから中程度のエネルギー領域 ($v \simeq v_0 = 2 \times 10^8$ cm/sec $E \simeq 25$ keV/amu) について成立つ近似について述べてきた。中-高エネルギー領域でのもっとも正統的な近似法は原子波動関数により全系の波動関数を展開する方法である。この場合も通常は衝突における相対運動は古典的に扱い運動の軌道は直線軌道として近似する。

荷電交換過程(1), (2)については Rapp²⁷⁾ が $He^{++} + H(1s)$ 系について行なったようなこの方法による典型的な計算はない。このままでは考えるべき状態の数が多くなりすぎる事による。しかし Presnyakov と Ulantsev⁷⁾ は始めこの方法から出発して次のような近似を行なった。終状態 $A^{(Z-1)+}$ の主量子数が $n_0 = Z n_B$ ($n_B = (Ry/I_B)^{1/2}$) の近傍の励起状態間の相互作用は無視出来る事を示した上で始状態と終状態のうちの一つの状態をとり出しその状態間の遷移の確率を用いると、強結合の方程式を解いて得られる荷電交換過程の確率 P を表わす事が出来る事を示した。分極力を無視すれば $n = n_0$ では Fig. 1 で始状態と $R = \infty$ でエネルギー的に一致し、 $n < n_0$ では Fig. 1 の如くレベルの交叉が起るのに対して $n > n_0$ では起らない。 $n < n_0$ では確率 P はレベルの交叉による寄与と量子力学的トンネル効果による寄与があるが、 $n > n_0$ では後者のみが存在するとして断面積を $Z = 10, 20$ の場合について評価した。数値計算の結果によれば終状態のイオンの主量子数 n についての和をとると荷電交換断面積は

$$\sigma = \pi a_0^2 \left(\frac{I_H}{I_B} \right)^2 Z^2 \bar{\sigma} \quad (26)$$

の如く与えられ、ここで $\bar{\sigma}$ は $v \lesssim v_0 (= 2.18 \times 10^8$ cm/sec) では入射速度にあまりよらない。これは吸収球モデル、トンネル効果モデルでみたように種々の終状態が寄与するためと考えられる。 $\bar{\sigma}$ の計算結果を Fig. 6 に示す。終状態の $A^{(Z-1)+}$ イオンの n を指定すると速度依存性が出てくる事がわかる。又 $\bar{\sigma}$ の Z 依存性も小さいから $\sigma \propto Z^2$ なるスケールリング則が成立つ事になる。

Bottcher²⁸⁾ は原子波動関数によって表わされた透熱状態の波動関数を用いて過程(2)についてのレベル交叉が有限個ある場合について始め強結合の近似から出発し、更に S 行列についてのユニタリー近似を用いて断面積を評価した。 $O^{6+} + H(1s)$ の結果を Fig. 3 に示す。

Bottcher の結果によると $n > Z$ では終状態への分布は一様となる。但し Bottcher の

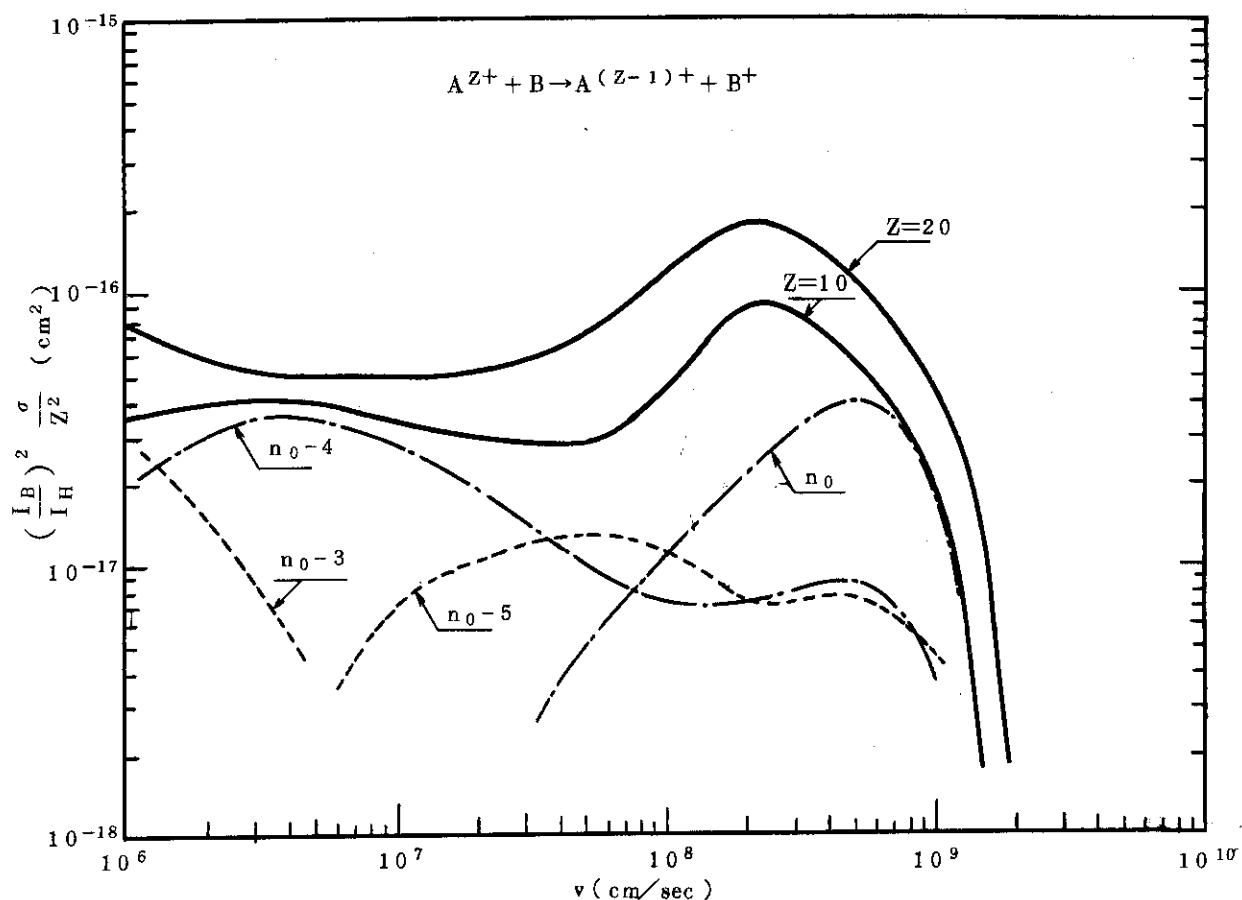


Fig. 6 The scaled total charge transfer cross sections for $A Z^+ + B \rightarrow A^{(Z-1)+} + B^+$. n_0-i stands for the cross sections of the each final principal quantum number n_0-i for $Z=10$. Close coupling method (Presnyakov and Ulantsev (7))

結果は多くの近似をしたために精度が粗いと考えられる。他の研究の結果とあまり一致はよくない。又以上の取扱いはPSS法の所で述べた運動量移動の効果は無視されており、 $v \approx v_0$ ではこの点が不十分のように思われる。又Bottcherはこの方法によりHの2s状態が関与する場合を調べやはり基底状態にくらべて、Landau - Zenerモデルによる評価と同じく、ほぼ一桁大きい値を得ている。

2.5 モンテカルロ法

以上述べたように軌道電子の速度領域は量子力学的方法の適用が通常そう容易ではない領域である。その事情はすでに2.1と2.4で述べた。最近の計算機の進歩により、特に過程(2)のような簡単な三体系については以下のモンテカルロ法が軌道電子の速度と同じかやや大きい領域で有効である。すなわち、 $A Z^+$ 、 e 及び H^+ の三つの間は単純なクーロン力であり、これらについて古典的なハミルトンの正準方程式を速度をきめて衝突径数 ρ 等の初期条件は乱数を発生させて設定し、運動方程式を数值的に解く。初期状態では電子は、 H^+ に束縛されており、Hの基底状態になっている。AbrinesとPercival²⁹⁾は球対称のH(1s)は統計力学的に言えば

micro canonical ensemble で表わされる事を示した。従って相対運動の初期条件の他にHの基底状態の電子の位置、速度も乱数を発生させて上記の条件をみたすように初期条件を設定し上記ハミルトンの正準方程式を数値的に解けばよい事になる。十分離れた所(大体10 $Z a_0$ 程度)で電子がまた A^{Z+} についていれば荷電交換が起きたとし、 H^+ にまだ束縛されていれば無反応、 A^{Z+} , H^+ のいずれにも束縛されていなければイオン化とする。従ってこの方法によればイオン化、電子損失の断面積も同時に求まる。通常統計的な誤差を十分小さくするために、1000~2000回の試行を必要とする。電子が A^{Z+} と H^+ の中間をうろうろしてどちらに束縛されるかなかなか判明しない場合も生ずるが、その場合1000 $Z a_0$ 位迄方程式をとく必要がある。以上の方法だと荷電交換過程の全断面積が求まる事になる。この方法を用いてOlsonとSalop³⁰⁾等は多くの系について計算を行なった。 $C^{6+}+H(1s)$ 、及び $F^{26+}+H(1s)$ の結果をFig. 3及びFig. 5に示す。又Table 1に(2)について計算が行われた系及び文献を示す。この方法では速度があまり大きくなると荷電交換過程の確率が小さくなりすぎ試行回数を非常に多くしないと統計的に精度を保つ事が出来なくなり、事実上適用不可能になる。又低エネルギーではすでに述べたような準分子状態間の遷移と考えられるので古典力学は適用出来ない。従ってZにも依存するが大体 $v = (1 \sim 10) \times 10^8$ cm/secの領域で適用可能である。これは大体 $v \simeq v_0$ から断面積が急速に減少しはじめる領域に対応する。Zが大になると σ がますから適用可能な速度領域の上限は増大すると考えられる。

以上に述べた方法では(2)の全荷電交換断面積しか決定出来ないが、Salop³¹⁾はモンテカルロ法により以下のように終状態の n , ℓ 分布を決定出来る事を示した。すなわち上の方法により運動方程式を解いた最後の点で A^{Z+} に束縛された電子の古典的なエネルギー E 及び角運動量 L を計算する。その結果

$$E = -\frac{Z^2 R_y}{n^2}$$

$$L = \hbar \sqrt{\ell(\ell+1)}$$

と置き、 n , ℓ を求める。但しこのままでは、 n , ℓ は連続変数であるから、ある整数に0.5ずつの巾をつけその中に入ったものはその整数値をとると考えて量子化を行う。この結果によると(2)の荷電交換過程で終状態の O^{7+} では $n=5$ 、 C^{5+} では $n=4$ 、 B^{4+} では $n=3$ 又は4である。又角運動量については $\ell = n-1$ がもっとも分布が大となる。これらの分布は速度がますとひろがる傾向がある。この場合方法は古典力学によっているために $\ell > n-1$ への寄与も存在するがこれは大体無視出来る。

多電子イオン A^{Z+} についても活性電子が有効電荷 Z_{eff} を感ずるとして取扱う事が出来る事がPhaneuf等³²⁾によって示された。但しこの場合はPauliの排他律に反する事実、すなわちすでに占有されている状態に捕獲電子が入ると言う事が生ずる。これは $Fe^{10+}+H$ では7%位でこれは実際の計算では補正されている。しかし $Z_{eff} \geq 15$ ではほとんど無視出来るとの事である。

Olson³³⁾は完全電離イオンとHeの



について、He中の活性電子の有効電荷数 Z_{eff} を1.69ととって、やはり三体のモンテカル

計算を行った。Guffey 等³⁴⁾ の $Z = 5, 6, 7, 8$ の場合の $v = (6 - 8) \times 10^8 \text{ cm/sec}$ のデータとかなりよい一致をみている。

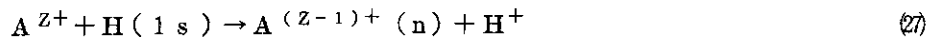
スケーリング則については速度 v によってかなり異なる結果が得られている。第3節でよりくわしく検討する。

なおこの方法によれば、相対速度 v の関数として断面積を評価すると H と D について荷電交換過程(2)では同位体効果はない。(Olson and Salop³⁰⁾)

2.6 振動論

速度 $v \gg v_0 (= 2.18 \times 10^8 \text{ cm/sec})$ の領域になってくると振動論的取扱いが有効である。この速度領域では速度が増大すると断面積は急速に減少する。これはすでに述べた荷電交換の際に電子は速度にして v 、運動量にして $m_e v$ の変化を受けるが、非常な高速ではこのような大きな運動量変化が起りにくい事による。従って以下述べる理論的取扱いは一々述べないがこの事情は考慮されている。又以下のすべての取扱いは非相対論の枠内で行われている。まずボルン近似には二つの流儀があり、一つは、始状態と終状態の波動関数の直交性を仮定して A^{Z+} と $H(1s)$ の相互作用から原子核同志の相互作用を無視する Brinkman Kramers³⁵⁾ の方法(以下BK法と略記する)と実際これらの波動関数は直交していないのでこれをそのまま残して考慮する Jackson Schiff³⁶⁾ の方法(以下JS法と略記する。)がある。 $H^+ + H$ の対称電荷移動についてはBKは断面積を過大評価するがJSはほぼ実験と一致することがわかっている。

BK法では過程(2)の終状態の主要子数 n を指定した



に対して次のような解析的な式が得られる。(Brinkman and Kramers³⁵⁾)すなわち、

$$\sigma_{BK}(n) = \pi a_0^2 \frac{Z^8}{5} \frac{1}{(v/v_0)^2} \frac{Z^5}{n^3 \left[\frac{1}{4} \left\{ \frac{v_0}{v} \left(1 - \frac{Z^2}{n^2} \right) + \frac{v}{v_0} \right\}^2 + \frac{Z^2}{n^2} \right]^5} \quad (28)$$

と与えられる。従って非常に評価が簡単なので Nikolaev³⁷⁾ は経験的に Z によらないスケーリング因子 $\alpha(v)$ を導入して、(27)に対して、

$$\sigma(Z, v) = \alpha(v) \sigma_{BK}(Z, v) \quad (29)$$

但し $\alpha(v) = 0.1 \sim 0.4$ とすると実験的事実をよく説明する事を見出している。又この近似では終状態の n, ℓ の分布についても簡単に計算が出来る。一方JSについてはあまり評価は簡単ではないので計算はそう行われてはいない。Golden 等³⁸⁾ は He^{++} , Be^{++} , 等について終状態の n, ℓ 分布をBKとJSの結果を比較した。 Z が1より大になると両者の分布は非常に異なってくる。

Glauber 近似 (Glauber³⁹⁾) は高速で成立つ近似であるが小角散乱では高次の項迄とり入れられている。最近 Chan と Eichler⁴⁰⁾ はこの Glauber 近似から出発して更に二、三の近似を行い(2)の荷電交換過程に対して次式を得た。

$$\sigma(Z, v) = \alpha(Z, v) \sigma_{BK}(Z, v) \quad (30)$$

但し

$$\alpha(Z, v) = \frac{\pi \eta}{\sinh(\pi \eta)} \exp\left[-2\eta \tan^{-1}\left(\frac{1}{2} \frac{v}{v_0} - \eta \epsilon_{AH}\right)\right] \\ \times \left\{ \frac{23}{48} + \left(\frac{1}{6} + \frac{5}{6} \epsilon_{AH}\right) \eta^2 + \frac{5}{12} \epsilon_{AH}^2 \eta^4 \right\} \quad (31)$$

$$\eta = v_0/v, \quad \epsilon_{AH} = \frac{1}{2} (1 - Z^2/n^2)$$

ここで係数 $\alpha(Z, v)$ は Z にあまり依存せず v についてはゆるやかに変化する関数で 3×10^8 cm/sec $\lesssim v \lesssim 3 \times 10^9$ cm/sec で $\alpha = 0.1 \sim 0.4$ となる。これは Nikolaev のスクエリング因子の導入に対する一つの理論的な正当化を与えると考えられる。部分的に電離したイオンについても有効核電荷を仮定して(31)を計算すると実験との一致もかなりよい事が確かめられた。BKの結果と Eichler 等の結果を $C^{6+}+H$, $F^{26+}+H$ について Fig. 3 と Fig. 5 に示す。Glauber の結果はいわゆる摂動論とは異なるが、Table 1 にまとめて示す。又 Belkić と Mc Carrol⁴¹⁾ は最初 Cheshire によって提案された連続状態歪曲波近似 (the Continuum distorted wave method, 以下 CDW と略す) を用いて荷電交換過程



の断面積を評価した。この方法は入射及び散乱イオンによる束縛電子の歪みを考慮したもので、Belkić と Mc Carrol の計算結果によれば速度一定として終状態の主量子数 n が比較的 1 に近い場合は Z 小では BK は CDW より大であるが Z 大では前者は後者より小となる。これは全断面積の場合についての Glauber の結果とは異なる。なお(32)の結果を F^{9+} と H_2 の衝突における F^{8+} 励起 X 線の測定から得られた断面積 (Hopkins, Little and Cue⁴²⁾) を H_2 は自由な二個の H と仮定して比較すると F^{9+} の入射エネルギー $E = 20 \sim 50$ MeV $\sigma = 1.0 \times 10^{-19} \sim 2 \times 10^{-21}$ cm² となりよく合う。高エネルギーではしばしば H_2 との荷電交換過程の実験的断面積と比較される。

最近、龍福と渡部^{10), 11)} は(2)式の比較的 Z の小さい ($Z \lesssim 8$) 場合について歪曲波 (Distorted Wave 以下 DW と略記) 近似の計算を行なった。ここでは原子波動関数で展開するが始状態、終状態の波動関数の直交性は考慮されている。この時得られる荷電交換の確率を p とすると、 S 行列のユニタリー化を行い二三の近似の後遷移の確率として

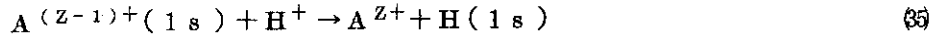
$$P(\rho) = \sin^2 \rho^{\frac{1}{2}} \quad (33)$$

を得た。これはユニタリー化された歪曲波 (Unitarized distorted Wave, 以下 UDW と略記) 近似と呼ばれる。一方もう一つの極限として一度 A^{Z+} に移動した電子はもとにもどらないと仮定すると

$$P(\rho) = 1 - e^{-\rho} \quad (34)$$

の表式が得られこれは吸収反応モデル (Absorbing Reaction Model, 以下 AR と略記) と呼ばれる。これは断面積の上限を与えると考えられる。 $C^{6+}+H(1s)$ についての UDW の結果を、Fig. 3 に示す。 $v = (2 \sim 8) \times 10^8$ cm/sec でモンテカルロの結果と $v \approx 10^8$ cm/sec で PSS の結果とつながる事がわかる。 $O^{8+}+H(1s)$ の場合も同様な結果が得られている。

藤原^{12), 13)}はこのエネルギー領域で(2)の逆過程である。



について始状態のクーロン反撥力を考慮してCoulomb Born近似により種々の重イオン(C, O, Ne, Ar, Fe, Cu, Nb及びMo)について計算を行なったこの場合(3)はZ大の時吸熱反応なので断面積は小さくなり $V \sim 4.4 \times 10^9 \text{ cm/sec}$ で $\sigma \sim 10^{-24} \text{ cm}^2$ の程度である。又最近Golden等³⁸⁾及び藤原及び戸嶋⁴³⁾によって荷電変換過程(2)やその逆過程(3)について特にZが大の非対称な場合上記の事情とも関連して、ボルン近似の有効性についての疑問が提出されているが、まだ最終的な結論には達していない。

以上2.1から2.6において相対速度が低速度領域から高速度領域にわたって種々の近似法モデルを概観した。以上の結果を荷電交換過程(2)について、モデルの適用限界の概念図としてFig. 7に示す事を試みた。すでに述べたモデルをすべて図に示す事は複雑になりすぎるので次のようにグループに分ける。

I. PSS法, L.Zモデル; $v \lesssim v_0$, Z小

L.Zモデルは分子状態のポテンシャル曲線から出発しているのでPSS法の更に近似を行なったものとする。そのためにZがある程度大の場合へ拡張可能となる。図ではPSS-L.Zとして示す。

II. 吸収球モデル, トンネル効果モデル; $v \lesssim v_0$, Z大

モデルの基本的発想でかなり違っている点もあるが、終状態の状態密度が大である事をモデルの基本としている点が本質的に類似している。図ではAS-TE(Absorbing Sphere Model, Tunnel Effect Modelの略)として示す。

III. 原子軌道展開による強結合法; $v \approx v_0$, Z小

通常は扱えるレベルの数が限られるからZは比較的小でなければならないが、PresnyakovとUlantsev⁷⁾のように更に近似を行えばZが20位迄は結果は得られる。但しこの著者等が有効であると主張している速度領域の低速側では上のI, II.のモデルよりよいとは考えられない。図ではCC(Close Couplingの略)として示す。

IV. モンテカルロ法; $v \approx v_0$

実際のこの方法の計算では、Z=36位迄行われているから事実上Zの制限はないと考える。図ではMCとして示す。

V. 振動論

これは多くの方法があり、例えば龍福、渡部等の取扱いはユニタリー化の結果 $v \approx v_0$ の領域迄拡張出来る事がわかるが、ここではすでに述べたように一応この中に入れて考える。図では全体としてP(Perturbation)として示す。Glauber近似はこの図には示さないが更に低速側にその領域が広がりMC及びCCとかなり重なる事になる。

Zの大小の境界は次のように決めた。これはFig. 4のLandau-Zenerの結果からわかるように、 Ne^{10+} から Si^{14+} の近傍で低エネルギーの断面積が増大する。Fig. 6のZ=10の場合もこのような状況を示していると考えられる。これは終状態の状態密度がまし、吸収球

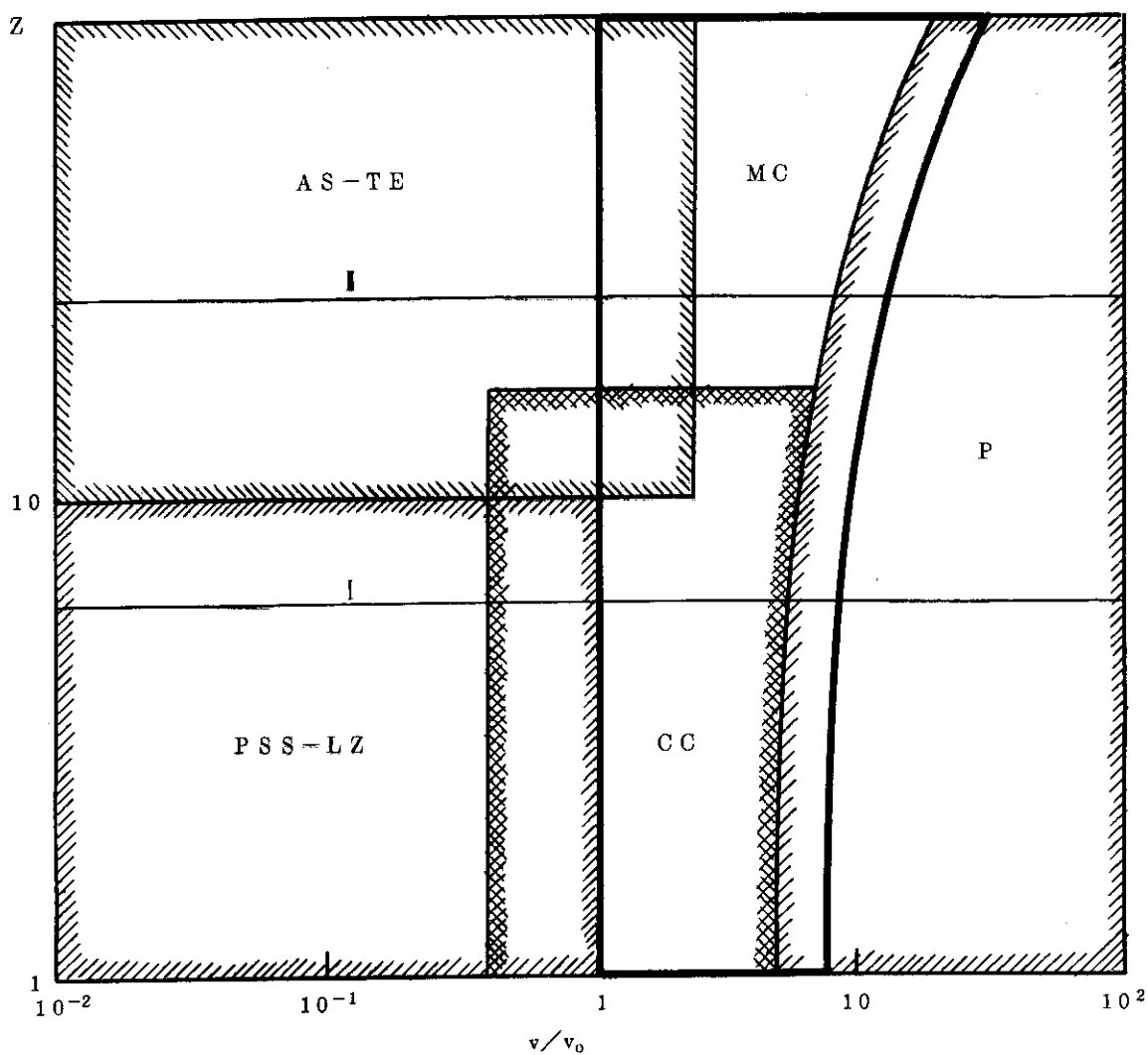


Fig. 7 Schematic diagram of the region of applicability for the various theoretical models for $A^{Z+} + H(1s) \rightarrow A^{(Z-1)} + H^+$.

PSS-LZ : PSS method, Landau Zener model

AS-TE : Absorbing sphere model, Tunnel effect model

CC : Close coupling method based on the atomic orbital expansion

MC : Monte Carlo method

P : Perturbation

モデルや、トンネル効果モデルの仮定がみたされてくる事に対応する。従ってこの大小の境界として $Z=10$ をとった。なおモンテカルロ法の結果をみると Z が大になるにつれて同じ速度領域では荷電交換断面積が大となる。この事は Z が大になると $H(1s)$ に対する A^{Z+} の効果が大となり摂動論が適用出来るためにはより速度が大とならなければならない事によると考えられる。この事情は f) の最後の所で述べたボルン近似の有効性とも関連していると思われる。従ってモンテカルロ法と摂動論の境界を速度が大になると Z が大になる。一応の目安は、モンテカルロの計算 (Olson and Salop³⁰) において電子損失の断面積にくらべて、荷電交換断面積が 10 分の 1 程度とすると、 $Z=1$ で $v \approx 4 \times 10^8$ cm/sec, $Z=10$ でその境界は $v \approx 6 \times 10^8$ cm/sec となるからこの状況を定性的に図で示してある。強結合法と摂動論についても同様と考えられる。他のモデル間の境界にも同様な状況が存在する可能性があるが現段階では定かでないので $v = \text{一定}$ として表わしてある。なおこの図での境界等の設定はすでに述べた各モデルの限界等も考慮したが本報告者の独断による所も多く極く概念的、かつ定性的なものである事をおことわりしておく。

Fig. 3 及び Fig. 5 は Fig. 7 の I 及び II の実線上の様子を示している事になる。以下では応用上重要であるスケーリング則すなわち Fig. 7 の $v = \text{一定}$ とした場合、断面積がどのように変化するか又 $A^{(Z-1)+}$ の終状態の分布、特にその選択性について以下簡単にまとめておく。

3. スケーリング則

核融合への応用として荷電交換断面積の Z 依存性すなわちスケーリング則を知る事は重要である。これについて今迄提案されているスケーリング則をまとめて Table 2 に示す。Fig. 7 からわかるように $v = \text{一定}$ として Z を変化させるとある理論的モデルから他のモデルへ移るのが通常である。つまり荷電交換のメカニズムが変化することになる。従ってある速度ですべての Z についての一つの解析的な表式を得ると言うのは不可能と考えられる。故に Presnyakov と Ulantsev⁷⁾ のスケーリング則 $\sigma \propto Z^2$ は低速領域で正しいとは考えにくい。モンテカルロ法は一種の計算機実験であるのでこの方法による結果は個々の場合について経験的に得られるものであって、場合によって異なる。例えば Phaneuf 等³²⁾ は $N^{Z+} + H(1s)$ について部分的に電離した場合 Z_{eff} を N^{3+} で 2.5, N^{4+} で 3.2, N^{5+} で 4.1, N^{6+} で 6, ととり $3 \leq Z \leq 7$ について、 Z_{eff}^2 のスケーリング則を得ているが、 Z が大の時はかなり異なる結果を与える。又その他のモデルにおいてはトンネル効果モデルの Chibisov の表式及び摂動論の表式が解析的に得られた表式から支えられたものである他は計算の結果から経験的に得られたものである。勿論前節で述べたように各モデル間の結果も境界で滑らかにつながらない事も起るからスケーリング則についても同様な事が生ずる。荷電変換過程(2)について $v = 7 \times 10^7$ cm/sec と $v = 3 \times 10^8$ cm/sec での二、三のモデルのスケーリングを Fig. 8 に示す。Presnyakov と Ulantsev の場合を除いて Z 依存性はほぼ一致しているが絶対値はかなり異なる。今迄の所部分的に電離したイオンについての実験との比較では適用範囲が重なった領域でも、どのスケーリング則が正しいか決める事は出来ていない。(Presnyakov⁶⁾)更に多くの実験との比較が必要であろう。

これに対して龍福と渡部¹⁾ は電子が荷電交換の結果もっとも移りやすい終状態の主量数 n_{max} の Z の依存性を次のように得た。(4 参照)

$$n_{\text{max}} = Z^{0.774} \quad (66)$$

従って終状態の束縛電子の速度 v_{e1} は

$$v_{e1} = \frac{Z}{n_{\text{max}}} v_0 = Z^{0.226} v_0 \quad (67)$$

であるから相対速度を水素の $1s$ 状態の束縛電子の速度 v_0 を基準にして測る代りに(67)を基準とし、 $v/Z^{0.226}$ とスケールすると彼等の計算結果は $Z \leq 8$ に対して低速の場合を除いて、次のような

$$\tilde{\sigma}(\tilde{v}) = \sigma(v)/Z^{1.12} \quad \tilde{v} = v/Z^{0.226} \quad (68)$$

一つの曲線にのる事が経験的に示された。 Z 大の実験データも低速の場合を除いてかなりよくスケール出来る。この結果を部分的に電離したイオンの二、三のデータと共に Fig. 9 に示す。但し龍福、渡部の取扱いでは高速でイオン化のチャンネルを考慮していないために過大評価になっている。上記の取扱いでは終状態の電子の速度を基準としたが(68)式は(2)式の Z が大の場合は活性電子の衝突中の有効速度を何らかの方法で評価すれば低速の場合にも同様なスケーリング

Table 2 Scaling rules

Scaling rules	Theoretical model	Range of applicability	References
I) $v = \text{const.}$			
$\sigma \propto Z^{\frac{3}{2}}$	L-Z	v slow, Z small and intermediate	Salop and Olson (9)
$\sigma \propto Z$	AS	v slow, Z large	Olson and Salop (23)
$\sigma \propto Z \ln Z$	TE	v slow and intermediate, Z large	Chibisov (8)
$\sigma \propto Z$	"	"	Grozdanov and Janev (26)
$\sigma \propto Z^2$	CC	v intermediate, $Z \lesssim 20$	Presnyakov and Ulansev (7)
$\sigma \propto Z_{\text{eff}}^2$	MC	v intermediate,	Phaneuf et al (32)
$\sigma \propto Z_{\text{eff}}^{2.9 \pm 0.1}$	"	v high, $Z = 10-25$	Berkner et al (46)
$\sigma \propto Z^2$	P	v high	Brinkman and Kramers (39) Jackson and Schiff (36)
II) $v \neq \text{const.}$			
$\sigma(v) = Z^{1.12} \bar{\sigma}(v/Z^{0.226})$	UDW	v intermediate and high	Ryufuku and Watanabe (11)

The following abbreviations are used.

L-Z : Landau - Zener model

AS : Absorbing sphere model

TE : Tunnel effect model

CC : Close coupling method based on the atomic orbital expansion

MC : Monte Carlo method

P : Perturbation

UDW : The unitarized distorted wave method

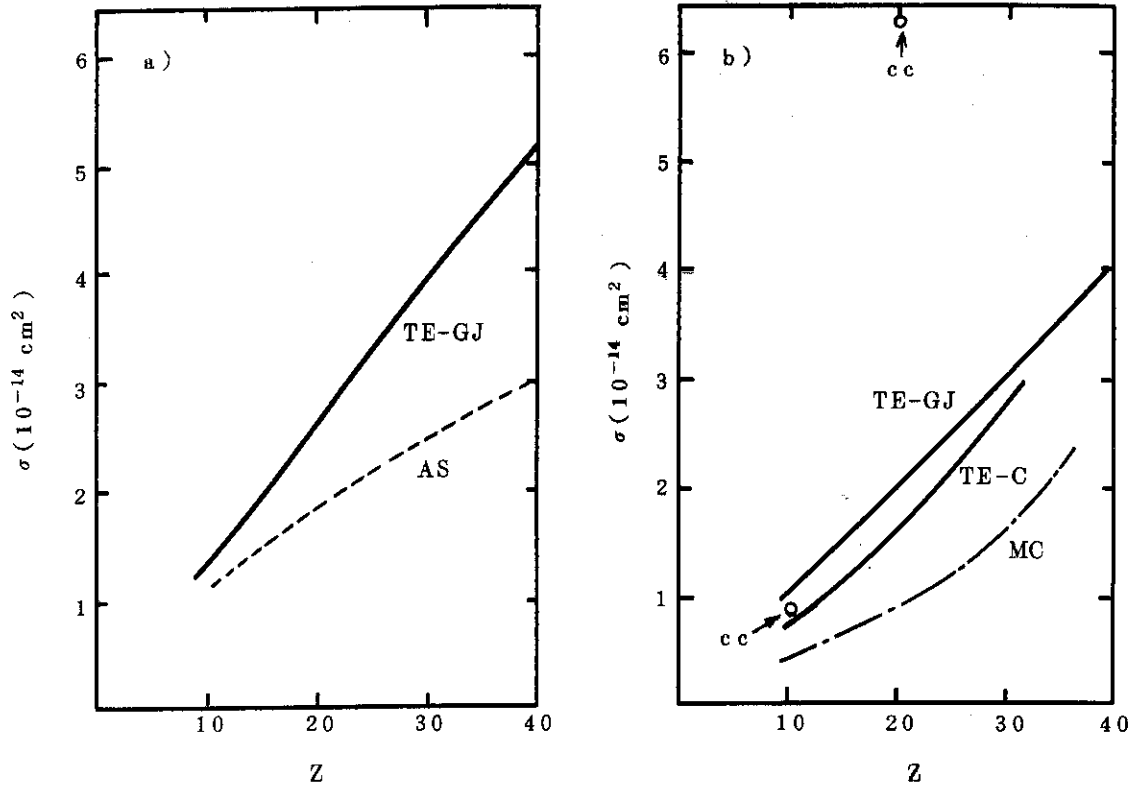


Fig. 8 The Z scaling rules for the charge transfer processes $A^{Z+} + H(1s) \rightarrow A^{(Z-1)} + H^+$.

a) $v = 7 \times 10^7$ cm/sec

b) $v = 3 \times 10^8$ cm/sec

- AS : Absorbing sphere model (Olson and Salop (23))
- TE-GJ : Tunnel effect model (Grozdanov and Janev (26))
- TE-C : " (Chibisov (8))
- MC : Monte Carlo method (Olson and Salop (30))
- o CC : Close coupling method (Presnyakov and Ulantsev

(7))

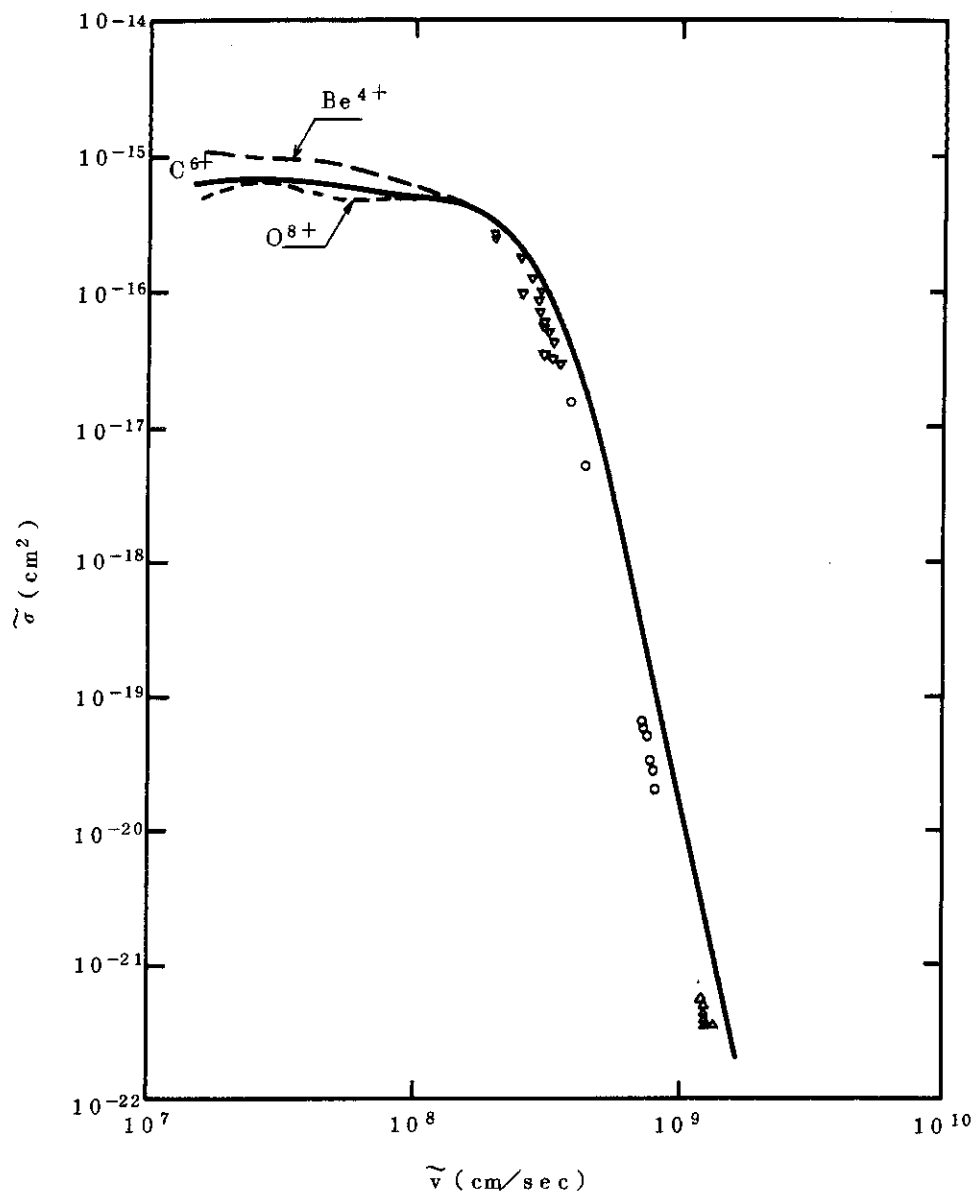


Fig. 9 The scaling rules for the charge transfer processes
 $A^{Z+} + H(1s) \rightarrow A^{(Z-1)+} + H^+$

$$\tilde{\sigma}(\tilde{v}) = \sigma(v/Z^{0.226}) / Z^{1.12} \text{ (Ryufuku and Watanabe (1))}$$

▽ $Fe^{9+ \sim 15+} + H$ Meyer et al (47)

○ $Fe^{9+ \sim 22+} + H_2$ Berkner et al (46)

△ $Fe^{20+ \sim 25+} + H_2$ Berkner et al (48)

則が得られる可能性を示唆する。但し Z が小の場合は分子イオン $(AH)^{(Z-1)+}$ の個性が強く表われるから、スケーリング則からの例外がかなり出てくると考えられる。Fig. 4 の $N^{7+}+H$ (1s) の低速領域の挙動はその一例である。

又 Fig. 7 の横軸はこの Z に依存するスケールした有効速度で目盛りを作ればより合理的な概念図が得られよう。

4. 重イオン終状態の分布

(2)式の荷電交換過程によりX線レーザーの可能性を考える場合は、この状態の重イオン励起状態が選択的に励起される事が必要である。そこでTable 3に二、三の例について種々の理論的なモデルの予言をまとめてある。

同じトンネル効果モデルでもChibisov⁸⁾の結果によれば終状態で主量子数が特定のレベル(大体(2)の場合は $n \approx Z/2$)が選択的に励起される(図式参照)のに対して、GrozdanovとJanev²⁶⁾は選択性が存在しないと言う相矛盾する結果を得ている。同様な事はBottcher²⁸⁾の結果では選択的励起が起らないとしているが、PresnyakovとUlantsev⁷⁾の結果はFig. 6に示すように v を一定とすると明らかに n についての選択性が存在する。

Z 小の場合は終状態の状態密度が小さいのでより選択的な励起が起る可能性がある。他のモデルで大体エネルギー的に共鳴したレベル $n = Z$ から1又は2だけ小さい主量子数に入る傾向がある。これらについてTable 3にあげた低・中・高の速度領域について有効な各モデルの予言は互に一致している。例えば $C^{6+} + H(1s)$ では $n = 4$ に入る。上記の例についてSalop³¹⁾のモンテカルロの計算によると $v = 2.2 \times 10^8$ cm/secで全荷電交換断面積は 3.04×10^{-15} cm²であるが $n = 4$ に入る断面積は 1.77×10^{-15} cm²である。 v が増大すると分布は広がる傾向がある。

角運動量 ℓ についてはTable 3のモデルのうちLandau - Zenerは一様な分布を与えるがモンテカルロ法(Salop³¹⁾)は $\ell = n - 1$ が最大の分布を与える。従って C^{5+} の場合は分布が最大値をとるのは $4f$ 状態となる。 $C^{6+} + H$, $v = 2.2 \times 10^8$ cm/sec, $n = 4$ で f 状態に入る確率は30%程度である。この場合も速度がますと分布が増大する傾向がある。

5. む す び

本報告では近年急速に盛んになった高電離重イオンの関与する荷電変換過程に対する理論的研究について現状調査を行なった。この二、三年間に理論的研究においては著しい進歩があったと言ってよいであろう。しかしモデルの理論的予言が相互に不一致を示したりする例がまだしばしばある。特にスケーリング則については応用上の要請も考えると、より一層の研究が必要であると共に理論的にもっとも信頼のおける一電子系荷電交換過程(2)についての結果と実験的データとの比較検討が望まれる。

本報告の方法モデルの評価、資料の作成の一部は電気通信大学理工学科、伊東直幸、西尾光弘両君の卒業研究の一環として行われた。

なおFig. 7の作成に関して原研龍福廣氏より有益な助言を、又同中井洋太氏には文献収集について御援助を載いた。ここに謝意を表する。

4. 重イオン終状態の分布

(2)式の荷電交換過程によりX線レーザーの可能性を考える場合は、この状態の重イオン励起状態が選択的に励起される事が必要である。そこでTable 3に二、三の例について種々の理論的なモデルの予言をまとめてある。

同じトンネル効果モデルでもChibisov²⁵⁾の結果によれば終状態で主量子数が特定のレベル(大体(2)の場合は $n \approx Z/2$)が選択的に励起される(図式参照)のに対して、GrozdanovとJanev²⁶⁾は選択性が存在しないと言う相矛盾する結果を得ている。同様な事はBottcher²⁸⁾の結果では選択的励起が起らないとしているが、PresnyakovとUlantsev²⁷⁾の結果はFig. 6に示すように v を一定とすると明らかに n についての選択性が存在する。

Z 小の場合は終状態の状態密度が小さいのでより選択的な励起が起る可能性がある。他のモデルで大体エネルギー的に共鳴したレベル $n = Z$ から1又は2だけ小さい主量子数に入る傾向がある。これらについてTable 3にあげた低・中・高の速度領域について有効な各モデルの予言は互に一致している。例えば $C^{6+} + H(1s)$ では $n = 4$ に入る。上記の例についてSalop³¹⁾のモンテカルロの計算によると $v = 2.2 \times 10^8$ cm/secで全荷電交換断面積は 3.04×10^{-15} cm²であるが $n = 4$ に入る断面積は 1.77×10^{-15} cm²である。 v が増大すると分布は広がる傾向がある。

角運動量 ℓ についてはTable 3のモデルのうちLandau - Zenerは一様な分布を与えるがモンテカルロ法(Salop³¹⁾)は $\ell = n - 1$ が最大の分布を与える。従って C^{5+} の場合は分布が最大値をとるのは $4f$ 状態となる。 $C^{6+} + H$, $v = 2.2 \times 10^8$ cm/sec, $n = 4$ で f 状態に入る確率は30%程度である。この場合も速度がますと分布が増大する傾向がある。

5. む す び

本報告では近年急速に盛んになった高電離重イオンの関与する荷電変換過程に対する理論的研究について現状調査を行なった。この二、三年間に理論的研究においては著しい進歩があったと言ってよいであろう。しかしモデルの理論的予言が相互に不一致を示したりする例がまだしばしばある。特にスケーリング則については応用上の要請も考えると、より一層の研究が必要であると共に理論的にもっとも信頼のおける一電子系荷電交換過程(2)についての結果と実験的データとの比較検討が望まれる。

本報告の方法モデルの評価、資料の作成の一部は電気通信大学物理工学科、伊東直幸、西尾光弘両君の卒業研究の一環として行われた。

なおFig. 7の作成に関して原研龍福廣氏より有益な助言を、又同中井洋太氏には文献収集について御援助を戴いた。ここに謝意を表する。

Table 3 The maximum value n_{max} for the distribution of the final states over n after the charge transfer
 $A^{Z+} + H(1s) \rightarrow A^{(Z-1)+}(n) + H^+$

Models Systems	PSS	L-Z	MC	UDW
Li ³⁺ +H(1s)				2, 3 ^g
Be ⁴⁺ +H(1s)	3 ^a			3 ^g
B ⁵⁺ +H(1s)	4 ^a		3, 4 ^e	3, 4 ^g
C ⁶⁺ +H(1s)	4 ^b	4 ^c	4 ^e	4 ^g
N ⁷⁺ +H(1s)		4, 5 ^c		
O ⁸⁺ +H(1s)	5 ^a	4-6 ^c	5 ^e	5 ^f
C ⁶⁺ +H(2s)		7-9 ^d		
N ⁷⁺ +H(2s)		7-10 ^d		
References	a) Harel and Salin (16) b) Salop and Olson (14)	c) Salop and Olson (9) d) Salop (2)	e) Salop (3)	f) Ryufuku and Watanabe (10) g) Ryufuku and Watanabe (11)

The following abbreviations are used.

PSS : The perturbed stationary state method.

L-Z : Landau-Zener model.

MC : Monte Carlo method.

UDW : The unitarized distorted wave method.

References

- (1) Vinogradov A.V. and Sobelman I.I. : Zh. Eksp. Teor. 63 2113 (1972), (Sov. Phys. JETP 36 1115 (1973)).
- (2) Louisell W.H. Scully M.O. and McKnight W.B. : Phys. Rev. A 11 989 (1975).
- (3) Barnett C.F. : The Physics of Electronic and Atomic Collisions, ed by J. Risley and R. Geballe (Seattle, University of Washington Press) p 846 (1975).
- (4) Steigman G. : Astrophys. J. 199 642 (1975)
- (5) Dalgarno A. and Butler S.E. : Comm. Atom. Molec. Phys. 7 129 (1978).
- (6) Presnyakov L.P. : Electronic and Atomic Collisions, Invited papers and progress reports, XICPEAC, ed by G. Watel (North Holland, Amsterdam) p 408 (1978).
- (7) Presnyakov L.P. and Ulantsev A.D. : Kvant. Electron 1 2377 (1974) (Sov. J. Quant. Electron 4 1320 (1974)).
- (8) Chibisov M.I. : Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. 24 56 (1976) (Sov. Phys. JETP. Lett. 24 46 (1976)).
- (9) Salop A. and Olson R.E. : Phys. Rev. A 13 1312 (1976).
- (10) Ryufuku H. and Watanabe T. : Phys. Rev. A 18 2005 (1978).
- (11) Ryufuku H. and Watanabe T. : Phys. Rev. A 19 1538 (1979).
- (12) Fujiwara K. : J. Phys. Soc. Japan 41 1350 (1976).
- (13) Fujiwara K. : J. Phys. Soc. Japan 45 1053 (1978).
- (14) Salop A. and Olson R. E. : Phys. Rev. A 16 1811 (1977).
- (15) Vaaben J. and Briggs J. S. : J. Phys. B Atom. Molec. Phys. 10 L521 (1977).
- (16) Harel C. and Salin A. : J. Phys. B Atom. Molec. Phys. 10 3511 (1977).
- (17) Greenland P.T. : J. Phys. B Atom. Molec. Phys. 11 L191 (1978).
- (18) Shipsey E.J., Browne J.C. and Olson R.E. : Phys. Rev. A 15 2166 (1977).
- (19) Crandall D.H., Olson R.E., Shipsey E.J. and Browne J.C. : Phys. Rev. Lett. 36 858 (1976).
- (20) Landau L. : Phys. Z. Sowjet Union 2 46 (1932).
- (21) Zener C. : Proc. Roy. Soc. London A 137 696 (1932).
- (22) Salop A. : Phys. Rev. A 13 1321 (1976).
- (23) Olson R.E. and Salop A. : Phys. Rev. A 14 579 (1976).

- (24) Olson R.E. : J. chem. Phys. 56 2779 (1972).
- (25) Radtsig A.A. and Smirnov B.M. : Zh. Eksp. Teor. Fiz 60 521 (1971) (Sov. Phys. JETP 33 282 (1971)).
- (26) Grozdanov T.P. and Janev R. K. : Phys. Rev. A 17 880 (1978).
- (27) Rapp D. : J. chem. Phys. 61 3777 (1974).
- (28) Bottcher C. : J. Phys. B Atom. Molec. Phys. 10 L213 (1977).
- (29) Abrines B. and Percival I. C. : Proc. Phys. Soc. London 88 861 (1966).
- (30) Olson R. E. and Salop A. : Phys. Rev. A 16 531 (1977).
- (31) Salop A. : J. Phys. B Atom. Molec. Phys. 12 919 (1979).
- (32) Phaneuf R.A., Meyer F.W., McKnight R.H., Olson R.E. and Salop A. : J. Phys. B Atom. Molec. Phys. 10 L425 (1977).
- (33) Olson R. E. : Phys. Rev. A 18 2464 (1978).
- (34) Guffey J.A., Ellesworth L. D. and MacDonald J.R. : Phys. Rev. A 15 1963 (1977).
- (35) Brinkman M.C. and Kramers H.A. : Proc. Acad. Sci. Amst. 33 973 (1930).
- (36) Jackson J. D. and Schiff H. : Phys. Rev. 89 359 (1953).
- (37) Nikolaev V.S. : Zh. Eksp. Teor. Fiz 51 1263 (1966) (Sov. Phys. JETP 24 847 (1967)).
- (38) Golden J.E., McGuire J.E. and Omidvar K. : Phys. Rev. A 18 2373 (1978).
- (39) Glauber R.J. : Lectures in Theoretical Physics, ed by WE Brittain (Interscience) p 315 (1959)
- (40) Chan F.T. and Eichler J. : Phys. Rev. Lett. 42 58 (1979).
- (41) Belkić Dz and McCarrol R. : J. Phys. B Atom. Molec. Phys. 10 1933 (1977).
- (42) Hopkins F., Little A. and Cue N. : Phys. Rev. A 14 1634 (1977).
- (43) Fujiwara K. and Tosima N. : Preprint (1979).
- (44) Piacentini R.D. and Salin A. : J. Phys. B Atom. Molec. Phys. 10 1515 (1977).
- (45) Winter T.G. and Lane N.F. : Phys. Rev. A 17 66 (1978).
- (46) Berkner K.H., Graham W.G., Pyle R.V., Schlachter A.S., Stearns J.W., and Olson R.E. : J. Phys. B Atom. Molec. Phys. 11 875 (1978).
- (47) Meyer F.W., Phaneuf R.A., Kim H.J., Hvelplund P., Stelson P.H. : Phys. Rev. A 19 515 (1979).
- (48) Berkner K.H., Graham W.G., Pyle R.V., Schlachter A.S. and Stearns J.W. : Phys. Lett. 62A 407 (1977)

- (49) Olson R.E. Shipsey E.J. and Browne J.C. J. Phys. B Atom Molec. Phys 11 699 (1978)