

JAERI-M  
87-104

6 関節形マニピュレータに対する  
改良された逆運動学計算法

1987年7月

佐々木 忍

JAERI-M レポートは、日本原子力研究所が不定期に公刊している研究報告書です。  
入手の問い合わせは、日本原子力研究所技術情報部情報資料課（〒319-11 茨城県那珂郡東海村）  
あて、お申しこしてください。なお、このほかに財団法人原子力弘済会資料センター（〒319-11 茨城  
県那珂郡東海村日本原子力研究所内）で複写による実費頒布をおこなっております。

JAERI-M reports are issued irregularly.

Inquiries about availability of the reports should be addressed to Information Division, Department  
of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun,  
Ibaraki-ken 319-11, Japan.

© Japan Atomic Energy Research Institute, 1987

---

編集兼発行 日本原子力研究所  
印刷 山田軽印刷所

6 関節形マニピュレータに対する改良された逆運動学計算法

日本原子力研究所東海研究所原子炉工学部

佐々木 忍

(1987年6月30日受理)

6 関節形マニピュレータの逆問題を解く一法として、先に報告した24次の代数方程式への変換に基づく計算式を改良した。今回は、既報の式より8次低い16次の同種の多項式を導き出した。解の精度もより向上し得たことが判明した。

An Improved Method of Inverse Kinematics Calculation  
for a Six-Link Manipulator

Shinobu SASAKI

Department of Reactor Engineering  
Tokai Research Establishment  
Japan Atomic Energy Research Institute  
Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken

(Received June 30, 1987)

As one method of solving the inverse problem related to a six-link manipulator, an improvement was made of previously proposed calculation algorithm based on a solution of an algebraic equation of the 24-th order. In this paper, the same type of a polynomial was derived in the form of the equation of 16-th order, i.e., the order reduced by 8, as compared to previous algorithm. The accuracy of solutions was identified to be much refined.

Keywords: Inverse Kinematics, Six-Link Manipulator, Polynomial Model

## 目 次

|             |    |
|-------------|----|
| 1. はじめに     | 1  |
| 2. 変換多項式の導出 | 1  |
| 2.1 解法 その1  | 4  |
| 2.2 解法 その2  | 7  |
| 3. 結果と要約    | 9  |
| 謝 辞         | 10 |
| 参考文献        | 10 |
| 付 録         | 13 |

## Contents

|   |    |
|---|----|
| 1. Introduction                         | 1  |
| 2. Derivation of Transformed Polynomial | 1  |
| 2.1 Derivation No.1                     | 4  |
| 2.2 Derivation No.2                     | 7  |
| 3. Results and Summary                  | 9  |
| Acknowledgement                         | 10 |
| References                              | 10 |
| Appedices                               | 13 |

## 1. はじめに

一定の拘束条件の下で運動を行う空間リンク機構の解析、なかでも開ループ直列連鎖の構造をもつロボット・マニピュレータの運動記述には、各関節変位（回転または直動）を与えて指先の位置・姿勢を求める順問題（direct または、forward kinematics, または direct kinematic problem）と、逆に指先の位置姿勢から各軸の関節変位を決定する逆問題（inverse kinematics または inverse kinematic problem）が考えられる。それらの解析方法はいろいろあるが、一般的に論ずるには座標変換マトリックスを利用するのが便利である。順問題の方は、Denavit - Hartenberg の考えを基に Paul による同次座標変換法を用いると関節角と指先位置・姿勢の対応関係が統一的に記述できる。<sup>(1), (2)</sup>

一方、逆問題については、変換行列のなかに回転角の正弦、余弦が多数含まれており、連立非線形方程式を構成するため、解析解を求めることが困難であるばかりでなく、その数値計算も非常に複雑である。事実 Paul らも、逆問題については特定の構造をもったアームについて、視察によって計算の容易なものを選び出す方法を用いている。

このように、逆問題では非線形超越方程式の解を求めることが中心となり、位置と姿勢を含めた 6 変数に対する関節解を線形近似したヤコビアン法を用いて逐次反復計算で解を求める方法がよく利用されている。この方法は計算機処理の観点からそのアルゴリズムが単純なため今日一般的に利用されているものの、解の初期値依存性やヤコビ行列の特異点存在の可能性など、解を導く上で考慮すべき点がある。また、指定された位置・姿勢に対する解が実際には幾通りかある場合でも、ヤコビアン法では与えられた初期値に対して一つの解しか求まらない。

こうした事情に基づいて、所要の解を厳密かつ網羅的に解くための 1 つのアプローチとして運動学方程式を一旦代数方程式に変換する方法（以下ではこの代数方程式を変換多項式または変換方程式と呼ぶ）を提案してきた。<sup>(3)~(6)</sup> この方法で算出された関節解は全く厳密に決定されるが、変換方程式が相当高次の多項式を構成するために次数の低減化が課題であった。本報では 2 つの違った方法で変換方程式を導き出し、その次数を従来モデルに比べ 8 次低く改善することができた。当然のことながら、次数低下に伴う誤差の伝播はより低く抑えられた。

## 2. 変換多項式の導出

最初に考察の対象となる 6 リンク・マニピュレータを Fig. 1 に、また運動学方程式を式 (1) ~ (12) にまとめて書き上げる。導出過程の詳細は参考文献 (3) を参照されたい。

$$n_x = -C_6 (S_1 S_{23} C_5 + S_4 S_5 C_1 + S_1 S_5 C_4 C_{23}) + S_6 (C_1 C_4 - S_1 S_4 C_{23}) \quad (1)$$

$$n_y = C_6 (C_1 C_5 S_{23} - S_1 S_4 S_5 + C_1 C_4 C_{23} S_5) + S_6 (S_1 C_4 - C_1 C_{23} S_4) \quad (2)$$

## 1. はじめに

一定の拘束条件の下で運動を行う空間リンク機構の解析、なかでも開ループ直列連鎖の構造をもつロボット・マニピュレータの運動記述には、各関節変位（回転または直動）を与えて指先の位置・姿勢を求める順問題（direct または、forward kinematics, または direct kinematic problem）と、逆に指先の位置姿勢から各軸の関節変位を決定する逆問題（inverse kinematics または inverse kinematic problem）が考えられる。それらの解析方法はいろいろあるが、一般的に論ずるには座標変換マトリックスを利用するのが便利である。順問題の方は、Denavit - Hartenberg の考えを基に Paul による同次座標変換法を用いると関節角と指先位置・姿勢の対応関係が統一的に記述できる。<sup>(1), (2)</sup>

一方、逆問題については、変換行列のなかに回転角の正弦、余弦が多数含まれており、連立非線形方程式を構成するため、解析解を求めることが困難であるばかりでなく、その数値計算も非常に複雑である。事実 Paul らも、逆問題については特定の構造をもったアームについて、視察によって計算の容易なものを選び出す方法を用いている。

このように、逆問題では非線形超越方程式の解を求めることが中心となり、位置と姿勢を含めた6変数に対する関節解を線形近似したヤコビアン法を用いて逐次反復計算で解を求める方法がよく利用されている。この方法は計算機処理の観点からそのアルゴリズムが単純なため今日一般的に利用されているものの、解の初期値依存性やヤコビ行列の特異点存在の可能性など、解を導く上で考慮すべき点がある。また、指定された位置・姿勢に対する解が実際には幾通りかある場合でも、ヤコビアン法では与えられた初期値に対して一つの解しか求まらない。

こうした事情に基づいて、所要の解を厳密かつ網羅的に解くための1つのアプローチとして運動学方程式を一旦代数方程式に変換する方法（以下ではこの代数方程式を変換多項式または変換方程式と呼ぶ）を提案してきた。<sup>(3)~(6)</sup> この方法で算出された関節解は全く厳密に決定されるが、変換方程式が相当高次の多項式を構成するために次数の低減化が課題であった。本報では2つの違った方法で変換方程式を導き出し、その次数を従来モデルに比べ8次低く改善することができた。当然のことながら、次数低下に伴う誤差の伝播はより低く抑えられた。

## 2. 変換多項式の導出

最初に考察の対象となる6リンク・マニピュレータを Fig. 1 に、また運動学方程式を式(1)~(12)にまとめて書き上げる。導出過程の詳細は参考文献(3)を参照されたい。

$$n_x = \dots C_6 (S_1 S_{23} C_5 + S_4 S_5 C_1 + S_1 S_5 C_4 C_{23}) + S_6 (C_1 C_4 - S_1 S_4 C_{23}) \quad (1)$$

$$n_y = C_6 (C_1 C_5 S_{23} - S_1 S_4 S_5 + C_1 C_4 C_{23} S_5) + S_6 (S_1 C_4 + C_1 C_{23} S_4) \quad (2)$$

$$n_z = C_6 (C_5 C_{23} - C_4 S_5 S_{23}) - S_4 S_{23} S_6 \quad (3)$$

$$o_x = C_6 (C_1 C_4 - S_1 S_4 C_{23}) + S_6 (S_1 S_{23} C_5 + S_4 S_5 C_1 + S_1 S_5 C_4 C_{23}) \quad (4)$$

$$o_y = C_6 (S_1 C_4 + C_1 C_{23} S_4) - S_6 (C_1 C_5 S_{23} - S_1 S_4 S_5 + C_1 C_4 C_{23} S_5) \quad (5)$$

$$o_z = -C_6 (S_4 S_{23}) + S_6 (C_4 S_5 S_{23} - C_5 C_{23}) \quad (6)$$

$$a_x = S_1 (S_5 S_{23} - C_4 C_5 C_{23}) - C_1 C_5 S_4 \quad (7)$$

$$a_y = -S_1 S_4 C_5 - C_1 S_5 S_{23} + C_1 C_4 C_5 C_{23} \quad (8)$$

$$a_z = -S_5 C_{23} - C_4 C_5 S_{23} \quad (9)$$

$$P_x = -a_6 C_6 (S_1 S_{23} C_5 + S_4 S_5 C_1 + S_1 S_5 C_4 C_{23}) + a_6 S_6 (C_1 C_4 - S_1 S_4 C_{23}) \\ - a_5 (S_1 S_{23} C_5 + S_4 S_5 C_1 + S_1 S_5 C_4 C_{23}) - (a_3 + a_4) S_1 S_{23} - a_2 S_1 S_2 \quad (10)$$

$$P_y = a_6 C_6 (C_1 C_5 S_{23} - S_1 S_4 S_5 + C_1 C_4 C_{23} S_5) + a_6 S_6 (S_1 C_4 + C_1 C_{23} S_4) \\ - a_5 (C_1 C_5 S_{23} - S_1 S_4 S_5 + C_1 C_4 C_{23} S_5) + (a_3 + a_4) C_1 S_{23} + a_2 S_2 C_1 \quad (11)$$

$$P_z = a_6 C_6 (C_5 C_{23} - C_4 S_5 S_{23}) + a_6 (-S_4 S_{23}) S_6 + a_5 (C_5 C_{23} - C_4 S_5 S_{23}) \\ + (a_3 + a_4) C_{23} + a_2 C_2 + a_1 \quad (12)$$

ここで、以下の解析に使用する記号について下記の約束をしておく。

$$s_i \triangleq \sin \theta_i, \quad c_i \triangleq \cos \theta_i, \quad s_{ij} \triangleq \sin (\theta_i + \theta_j), \quad c_{ij} \triangleq \cos (\theta_i + \theta_j),$$

$n \triangleq (n_x, n_y, n_z)^T$ ,  $o \triangleq (o_x, o_y, o_z)^T$ ,  $a \triangleq (a_x, a_y, a_z)^T$ ; 指先姿勢の三方向ベクトル,

$P_x, P_y, P_z$ ; 基準座標系における指先の位置座標。

我々は、文献(3)では以前、位置・姿勢と関節角間の上記関係式をまず指先にもっとも近い回転角の正弦・余弦で整理した後、式中に現れた共通の要素を別の新しいパラメータで置き換えることで、式全体の簡素化と代数方程式への統合化を狙った。即ち、

$$A = S_1 S_{23} C_5 + S_4 S_5 C_1 + S_1 S_5 C_4 C_{23} \quad (13)$$

$$B = C_1 C_4 - S_1 S_4 C_{23} \quad (14)$$

$$C = C_1 C_5 S_{23} - S_1 S_4 S_5 + C_1 C_4 C_{23} S_5 \quad (15)$$

$$D = S_1 C_4 + C_1 C_{23} S_4 \quad (16)$$

$$E = C_5 C_{23} - C_4 S_5 S_{23} \quad (17)$$

$$F = -S_4 S_{23} \quad (18)$$



と置き換えをしたパラメータが指先に近い三角関数  $s_6$ ,  $c_6$  で表現できることから, これらと次の指先位置に関する関係式

$$\begin{aligned} -a_6 c_6 A + a_6 s_6 B - a_5 A - a_{34} s_1 s_{23} - a_2 s_1 s_2 \\ = a_6 n_x - a_5 A - a_{34} s_1 s_{23} - a_2 s_1 s_2 = P_x \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} a_6 c_6 C + a_6 s_6 D + a_5 C + a_{34} c_1 s_{23} + a_2 s_2 c_1 \\ = a_6 n_y + a_5 C + a_{34} c_1 s_{23} + a_2 s_2 c_1 = P_y \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} a_6 c_6 E + a_6 s_6 F + a_5 E + a_{34} c_{23} + a_2 c_2 + a_1 \\ = a_6 n_z + a_5 E + a_{34} c_{23} + a_2 c_2 + a_1 = P_z \end{aligned} \quad (21)$$

(但し,  $a_{34} = a_3 + a_4$  とする。)

から関節角  $\theta_6$  のみを含んだ 24 次の代数方程式を導いた。本節では,  $\theta_6$  の解を決定するための変換方程式をより低次元の形で表現することが目的である。次に 2 つのアプローチを示す。

## 2.1 解法 その1

まず, (20), (21) 式を次のようにならべかえる。

$$a_{34} s_{23} + a_2 s_2 = \{P_y - a_6 n_y - a_5 C\} / c_1 = P_1 / c_1 \quad (22)$$

$$a_{34} c_{23} + a_2 c_2 = P_z - a_6 n_z - a_5 E - a_1 = P_2 \quad (23)$$

ここで,  $P_1, P_2$  は  $\theta_6$  のみで表現した関数とし, 付録Aに詳しく記載した。

さて, (22), (23) 式の左辺を

$$(a_{34} c_3 + a_2) s_2 + (a_{34} s_3) c_2 = P_1 / c_1$$

$$(a_{34} c_3 + a_2) c_2 - (a_{34} s_3) s_2 = P_2$$

と書き換え  $c_3, s_3$  を未知数として解くと,

$$a_{34} c_3 + a_2 = \frac{\begin{vmatrix} P_1 / c_1 & c_2 \\ P_2 & -s_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s_2 & c_2 \\ c_2 & -s_2 \end{vmatrix}} = \frac{\begin{vmatrix} P_1 / c_1 & c_2 \\ P_2 & -s_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} P_2 & -s_2 \end{vmatrix}} = (P_1 / c_1) s_2 + P_2 c_2$$

$$a_{34} s_3 = (P_1 / c_1) c_2 - P_2 s_2$$

を得る。従って, 未知数  $s_3, c_3$  が  $s_2, c_2$  を使って表示された。すなわち,

$$a_{34} c_3 = (P_1 / c_1) s_2 + P_2 c_2 - a_2 \quad (24)$$

$$a_{34} s_3 = (P_1 / c_1) c_2 - P_2 s_2 \quad (25)$$

今,  $\tan \theta_{23} = s_{23} / c_{23}$  の分母分子に上で求めた (24), (25) を代入すると

$$\tan \theta_{23} = \frac{P_1 / c_1 - a_2 s_2}{P_2 - a_2 c_2} = \frac{K}{c_1} \quad (26)$$

となる。ここで,  $K$  は  $\tan \theta_{23}$  を  $\theta_6$  と  $\theta_1$  で表現した時の  $\theta_6$  のみの関係式で, 詳細は付録Aに掲載した。(26) 式を整理して

$$a_2 s_2 c_1 = P_1 - K (P_2 - a_2 c_2) \quad (27)$$

を得る。

ところで,  $s_2, c_2$  に関するもう1つの関係式として, (24), (25) 式の両辺を2乗して辺々加え合わせると,

$$P_1^2 + P_2^2 c_1^2 - 2 a_2 c_2 P_2 c_1^2 - 2 a_2 P_1 s_2 c_1 = -a c_1^2 \quad (28)$$

(但し,  $a = a_2^2 - a_{34}^2$  とする。)

が導き出せる。勿論  $s_2$ ,  $c_2$  間の関係式 (27) 式と  $s_2^2 + c_2^2 = 1$  から  $s_2$ ,  $c_2$  の解を決定することも考えられなくはないが、根号を含む複雑な形となるため (28) 式と合わせて比較的簡単な記述ができるようにする。(27), (28) 式から所望の  $s_2$ ,  $c_2$  は次のように表せる。

$$a_2 c_2 = \frac{P_2^2 c_1^2 - P_1^2 + a c_1^2 + 2 P_1 P_2 K}{2 (K P_1 + P_2 c_1^2)} = \frac{\Gamma_1}{\Gamma_3} \quad (29)$$

$$a_2 s_2 = \frac{K (P_1^2 - P_2^2 c_1^2 + a c_1^2) + 2 P_1 P_2 c_1^2}{2 (K P_1 + P_2 c_1^2) c_1} = \frac{\Gamma_2}{c_1 \Gamma_3} \quad (30)$$

(29), (30) 式を結合して、ここに1つの関係式 (31) を得る。

$$(\Gamma_1 / \Gamma_3)^2 + (\Gamma_2 / c_1 \Gamma_3)^2 = a_2^2 \quad (31)$$

最後に、付録Aに示した  $t$  に関する有理式  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $K$  を (31) 式の中に代入すると、目的の代数方程式が得られたことになる。以下、(31) 式の各項を計算すると、

$$\begin{aligned} \Gamma_1 &= \frac{1}{(1+t^2)^2} \frac{Y^2}{(X^2+Y^2)} \left\{ \left( \sum_{i=0}^2 d o_i t^i \right)^2 - (X^2+Y^2) + a (1+t^2)^2 \right. \\ &\quad \left. - \frac{2 (X^2+Y^2) (o_z + 2 n_z t - o_z t^2) \sum_{i=0}^2 d o_i t^i}{B} \right\} \\ &= \frac{1}{(1+t^2)^2} \frac{Y^2}{(X^2+Y^2)} \left\{ \sum_{i=0}^4 d_i t^i - \sum_{i=0}^4 f_i t^i + a (1+t^2)^2 \right. \\ &\quad \left. - \frac{2 \sum_{i=0}^4 f_i t^i (o_z + 2 n_z t - o_z t^2) \sum_{i=0}^2 d o_i t^i}{B} \right\} \\ &= \frac{1}{(1+t^2)^2} \frac{Y^2}{(X^2+Y^2)} \left\{ \frac{B \sum_{i=0}^4 g_i t^i - 2 \sum_{i=0}^6 h_i t^i \sum_{i=0}^2 d o_i t^i}{B} \right\} \\ &= \frac{1}{(1+t^2)^2} \frac{Y^2 \{ \sum_{i=0}^8 J_i t^i \}}{(X^2+Y^2) \sum_{i=0}^4 b_i t^i} \quad (32) \end{aligned}$$

ここに、

$$\sum_{i=0}^4 g_i t^i = \sum_{i=0}^4 (d_i - f_i) t^i + a (1+t^2)^2 \quad (33)$$

$$\sum_{i=0}^4 d_i t^i = \left( \sum_{i=0}^2 d o_i t^i \right)^2 \quad (34)$$

$$X^2 + Y^2 = \sum_{i=0}^4 f_i t^i \quad (35)$$

$$B = \sum_{i=0}^4 b_i t^i \quad (36)$$

$$\sum_{i=0}^8 J_i t^i = \sum_{i=0}^4 g_i t^i \sum_{i=0}^4 b_i t^i - 2 \sum_{i=0}^6 h_i t^i \sum_{i=0}^2 d o_i t^i \quad (37)$$

$$\sum_{i=0}^6 h_i t^i = \sum_{i=0}^4 f_i t^i (o_z + 2 n_z t - o_z t^2) \quad (38)$$

次に,  $\Gamma_2$  は,

$$\begin{aligned} \Gamma_2 &= \frac{1}{(1+t^2)^2} \frac{Y^3}{\sum_{i=0}^4 b_i t^i (X^2 + Y^2)} \left\{ - (o_z + 2 n_z t - o_z t^2) \sum_{i=0}^4 f_i t^i \right. \\ &\quad \left. + (o_z + 2 n_z t - o_z t^2) \sum_{i=0}^4 d_i t^i - a (o_z + 2 n_z t - o_z t^2) + 2 \sum_{i=0}^4 d_i t^i \sum_{i=0}^4 b_i t^i \right\} \\ &= \frac{1}{(1+t^2)^2} \frac{Y^3}{\sum_{i=0}^4 b_i t^i (X^2 + Y^2)} \left\{ (o_z + 2 n_z t - o_z t^2) \sum_{i=0}^4 (GG)_i t^i + 2 \sum_{i=0}^6 (BD)_i t^i \right\} \\ &= \frac{1}{(1+t^2)^2} \frac{Y^3}{\sum_{i=0}^4 b_i t^i (X^2 + Y^2)} \sum_{i=0}^6 (LB)_i t^i \quad (39) \end{aligned}$$

となる。

但し,

$$\sum_{i=0}^4 (GG)_i t^i = \sum_{i=0}^4 (d_i - f_i) t^i - a (1+t^2)^2 \quad (40)$$

$$\sum_{i=0}^6 (LB)_i t^i = \sum_{i=0}^6 L_i t^i + 2 \sum_{i=0}^6 (BD)_i t^i \quad (41)$$

$$\sum_{i=0}^6 L_i t^i = (o_z + 2 n_z t - o_z t^2) \sum_{i=0}^4 (GG)_i t^i \quad (42)$$

$$\sum_{i=0}^6 (BD)_i t^i = \sum_{i=0}^4 b_i t^i \sum_{i=0}^2 d o_i t^i \quad (43)$$

$\Gamma_3$  についても同様に簡略化を行うと,

$$\begin{aligned} \Gamma_3 &= \frac{2 Y^2}{(1+t^2)} \left\{ \frac{(o_z + 2 n_z t - o_z t^2)}{\sum_{i=0}^4 b_i t^i} - \frac{\sum_{i=0}^2 d o_i t^i}{(X^2 + Y^2)} \right\} \\ &= \frac{2 Y^2}{(1+t^2)} \left\{ \frac{(o_z + 2 n_z t - o_z t^2) \sum_{i=0}^4 f_i t^i - \sum_{i=0}^4 b_i t^i \sum_{i=0}^2 d o_i t^i}{\sum_{i=0}^4 f_i t^i \sum_{i=0}^4 b_i t^i} \right\} \\ &= \frac{2 Y^2}{(1+t^2)} \frac{\sum_{i=0}^6 (HH)_i t^i}{\sum_{i=0}^4 f_i t^i \sum_{i=0}^4 b_i t^i} \quad (44) \end{aligned}$$

$$\text{但し, } \sum_{i=0}^6 (HH)_i t^i = \sum_{i=0}^6 h_i t^i - \sum_{i=0}^6 (BD)_i t^i \quad (45)$$

が得られる。従って, (32), (39), (44) から

$$(F_1/F_3)^2 = \frac{1}{4(1+t^2)^2} \frac{(\sum_{i=0}^8 J_i t^i)^2}{\{\sum_{i=0}^6 (HH)_i t^i\}^2} \quad (46)$$

$$(F_2/c_1 F_3)^2 = \frac{Y^2}{4(1+t^2)^2} \frac{\{\sum_{i=0}^6 (LB)_i t^i\}^2}{\{\sum_{i=0}^6 (HH)_i t^i\}^2} \frac{(X^2+Y^2)}{Y^2} \quad (47)$$

となり、それぞれ  $t$  の有理式で記述された。両式を結びつけた最終的な多項式は、

$$\sum_{i=0}^{16} n_i t^i + \sum_{i=0}^{16} m_i t^i = 4 a_2^2 (1+t^2)^2 \{\sum_{i=0}^6 (HH)_i t^i\}^2$$

$$\sum_{i=0}^{16} q_i t^i = \sum_{i=0}^{16} p_i t^i \quad (48)$$

で表される。

ここに、
$$\sum_{i=0}^{16} q_i t^i = \sum_{i=0}^{16} (n_i + m_i) t^i \quad (49)$$

$$\sum_{i=0}^{16} p_i t^i = 4 a_2^2 (1+t^2)^2 \{\sum_{i=0}^6 (HH)_i t^i\}^2 \quad (50)$$

$$\sum_{i=0}^{16} m_i t^i = \{\sum_{i=0}^6 (LB)_i t^i\}^2 \sum_{i=0}^4 f_i t^i \quad (51)$$

$$\sum_{i=0}^{16} n_i t^i = (\sum_{i=0}^8 J_i t^i)^2 \quad (52)$$

## 2.2 解法 その2

参考文献(3)で扱った  $\psi$  の有理関数表示は、

$$\psi = \frac{c_1}{(1+t^2)(y_n - 2 a_5 o_y t + y_p t^2)} (\sum_{i=0}^4 \overline{cc}_i t^i) \quad (53)$$

であった。ここで  $\sum_{i=0}^4 \overline{cc}_i t^i$  の各係数に注意を向け再度整理しなおしてみると、

$$\begin{aligned} \overline{cc}_0 &= a_5 (n_y y_n - n_x x_n) + x_n X X - y_n Y Y = x_n (X X - a_5 n_x) + y_n (a_5 n_y - Y Y) \\ &= x_n^2 + y_n^2 \end{aligned} \quad (54)$$

$$\begin{aligned} \overline{cc}_1 &= 2 a_5 \{ (o_x x_n - o_y y_n) - a_5 (n_x o_x + n_y o_y) + o_x X X + o_y Y Y \} \\ &= 2 a_5 \{ o_x x_n - o_y y_n + o_x (X X - a_5 n_x) + o_y (Y Y - a_5 n_y) \} \\ &= 2 a_5 \{ o_x x_n - o_y y_n + o_x x_n - o_y y_n \} = 4 a_5 (o_x x_n - o_y y_n) \end{aligned} \quad (55)$$

$$\begin{aligned}
 \overline{cc}_2 &= a_5 \{ (n_x x_n - n_y y_n) + (n_y y_p - n_x x_p) + 4a_5 (o_x^2 + o_y^2) \} + x_n XX - y_n YY + x_p XX - y_p YY \\
 &= x_n (XX + a_5 n_x) - y_n (YY + a_5 n_y) + x_p (XX - a_5 n_x) + y_p (a_5 n_y - YY) - 4 a_5^2 (o_x^2 + o_y^2) \\
 &= x_n x_p + y_n y_p + x_p x_n + y_p y_n + 4 a_5^2 (o_x^2 + o_y^2) \\
 &= 2(x_n x_p + y_n y_p) + 4 a_5^2 (o_x^2 + o_y^2) \tag{56}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \overline{cc}_3 &= 2 a_5 \{ (o_x x_p - o_y y_p) + a_5 (n_x o_x + n_y o_y) + o_x XX + o_y YY \} \\
 &= 2 a_5 \{ o_x x_p - o_y y_p + o_x (XX + a_5 n_x) + o_y (YY + a_5 n_y) \} \\
 &= 2 a_5 \{ o_x x_p - o_y y_p + o_x x_p - o_y y_p \} = 4 a_5 (o_x x_p - o_y y_p) \tag{57}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \overline{cc}_4 &= a_5 (n_x x_p - n_y y_p) + x_p XX - y_p YY = x_p (XX + a_5 n_x) - y_p (YY + a_5 n_y) \\
 &= x_p^2 + y_p^2 \tag{58}
 \end{aligned}$$

となる。この  $\overline{cc}_i$  を  $\sum_{i=0}^4 f_i t^i$  の係数  $f_i$  と比較すると完全に一致していることがわかる。即ち、 $\sum_{i=0}^4 \overline{cc}_i t^i$  は  $\sum_{i=0}^4 f_i t^i$  そのものである。このことから、以前取り扱った導出過程の一部が以下のよ  
うに簡略化され次数の低下につながる。

まず、 $\psi^2 + \eta^2$  を記述する過程で

$$\psi^2 + \eta^2 = \frac{1}{(1+t^2)^2} \left\{ \frac{(\sum_{i=0}^4 \overline{cc}_i t^i)^2}{\sum_{i=0}^4 f_i t^i} + \sum_{i=0}^4 d_i t^i \right\}$$

の右辺第1項は約分できて、

$$= \frac{1}{(1+t^2)^2} \left\{ \sum_{i=0}^4 f_i t^i + \sum_{i=0}^4 d_i t^i \right\} \tag{59}$$

結果は、単に4次の有理式となる。従って、

$$\psi^2 + \eta^2 - a = \frac{1}{(1+t^2)^2} \sum_{i=0}^4 G_i t^i \tag{60}$$

と表せる。(但し、 $\sum_{i=0}^4 G_i t^i = \sum_{i=0}^4 (d_i + f_i) t^i - a(1+t^2)^2$ ) (61)

ここで、(60)式の両辺を2乗した関係式(62)を作っておく。

$$(\psi^2 + \eta^2 - a)^2 = \frac{1}{(1+t^2)^4} \left( \sum_{i=0}^4 G_i t^i \right)^2 = \frac{1}{(1+t^2)^4} \sum_{i=0}^8 (GS)_i t^i \tag{62}$$

一方、 $4 a_{34}^2 c_{23}^2 (k\eta + \psi)^2$  は、以前の式と同様に、

$$4 a_{34}^2 c_{23}^2 (k\eta + \psi)^2 = \frac{\sum_{i=0}^{12} m_i t^i}{(1+t^2)^2 \sum_{i=0}^8 L_i t^i} \quad (63)$$

となる。(62), (63) 両式を等しく置いて

$$\frac{1}{(1+t^2)^4} \sum_{i=0}^8 (GS)_i t^i = \frac{\sum_{i=0}^{12} m_i t^i}{(1+t^2)^2 \sum_{i=0}^8 L_i t^i} \quad (64)$$

$$\sum_{i=0}^8 (GS)_i t^i \sum_{i=0}^8 L_i t^i = (1+t^2)^2 \sum_{i=0}^{12} m_i t^i \quad (65)$$

を得る。これより、分母を払ってまとめた目的の多項式は、次のように記述される。

$$f(t) = \sum_{i=0}^{16} r_i t^i = 0 \quad (66)$$

### 3. 結果と要約

文献(3)では、運動学方程式から関節解の多値性が扱える変換方程式を24次の多項式として導かれていたが、本研究では、従来のこのモデルより8次低い変換多項式を2つのアプローチで個別に導出した。実施した関節解の計算結果(付録B参照)は、有効桁数内で値、個数共に24次多項式から引出された従来の結果と対比して完全に一致していることを確認した。次数を低下させたことで、計算誤差の減少がTable 1と2の比較から明らかである。2つの表は、付録Bがしめす指先軌道の途中位置における一組の関節解の結果を取上げたもので、Table 1は従来のモデル、またTable 2は今回提案したモデルから導かれたものである。表の内容について簡単に説明すると、Tは代数方程式の根を示す。INPUT VALUESの右方3行3列の数字の並びは指先の姿勢を表し、右端の3列は上から下にむけx, y, z方向の指先位置を示す入力データである。以下数字の並び方は他の場合にも同一とする。2番目のCALCULATED VALUESは上に示した関節解を使って順方向に指先姿勢とその位置を計算したものである。第3番目のABSOLUTE ERRORSが解の再現性を示す尺度として入力データと順方向に計算した値の誤差でもって表現している。

もともと、当初の高次方程式モデルは精度よく解くためにいくつかの方策や吟味がなされていたため解そのものを採用する立場からするとまったく問題はないが、同一の結果を効率よく導く上で最初から不要根が回避できる低次のモデルの方が、計算時間や丸め誤差の蓄積排除の点からしても合理的でかつ有効なものといえる。

今回導き出した変換方程式の中にはまだ解と無関係な根を含むため、今後運動学の諸関係を再整理し、新たな立場から解の誘導方法を議論することが1つの目標となるであろう。

$$4 a_{34}^2 c_{23}^2 (k\eta + \psi)^2 = \frac{\sum_{i=0}^{12} m_i t^i}{(1+t^2)^2 \sum_{i=0}^8 L_i t^i} \quad (63)$$

となる。(62), (63) 両式を等しく置いて

$$\frac{1}{(1+t^2)^4} \sum_{i=0}^8 (GS)_i t^i = \frac{\sum_{i=0}^{12} m_i t^i}{(1+t^2)^2 \sum_{i=0}^8 L_i t^i} \quad (64)$$

$$\sum_{i=0}^8 (GS)_i t^i \sum_{i=0}^8 L_i t^i = (1+t^2)^2 \sum_{i=0}^{12} m_i t^i \quad (65)$$

を得る。これより、分母を払ってまとめた目的の多項式は、次のように記述される。

$$f(t) = \sum_{i=0}^{16} r_i t^i = 0 \quad (66)$$

### 3. 結果と要約

文献(3)では、運動学方程式から関節解の多値性が扱える変換方程式を24次の多項式として導かれていたが、本研究では、従来のこのモデルより8次低い変換多項式を2つのアプローチで個別に導出した。実施した関節解の計算結果(付録B参照)は、有効桁数内で値、個数共に24次多項式から引出された従来の結果と対比して完全に一致していることを確認した。次数を低下させたことで、計算誤差の減少がTable 1と2の比較から明らかである。2つの表は、付録Bがしめす指先軌道の途中位置における一組の関節解の結果を取上げたもので、Table 1は従来のモデル、またTable 2は今回提案したモデルから導かれたものである。表の内容について簡単に説明すると、Tは代数方程式の根を示す。INPUT VALUESの右方3行3列の数字の並びは指先の姿勢を表し、右端の3列は上から下にむけx, y, z方向の指先位置を示す入力データである。以下数字の並び方は他の場合にも同一とする。2番目のCALCULATED VALUESは上に示した関節解を使って順方向に指先姿勢とその位置を計算したものである。第3番目のABSOLUTE ERRORSが解の再現性を示す尺度として入力データと順方向に計算した値の誤差でもって表現している。

もともと、当初の高次方程式モデルは精度よく解くためにいくつかの方策や吟味がなされていたため解そのものを採用する立場からするとまったく問題はないが、同一の結果を効率よく導く上で最初から不要根が回避できる低次のモデルの方が、計算時間や丸め誤差の蓄積排除の点からしても合理的かつ有効なものといえる。

今回導き出した変換方程式の中にはまだ解と無関係な根を含むため、今後運動学の諸関係を再整理し、新たな立場から解の誘導方法を議論することが1つの目標となるであろう。



## 謝 辞

本報告書作成の上で原子炉制御研究室篠原慶邦室長から有益なアドバイスをいただき深謝致します。

## 参 考 文 献

1. J. Denavit & R. S. Hartenberg : A Kinematic Notation for Low-Pair Mechanisms Based on Matrices, J. Applied Mechanics, 22, June, 215/221, (1955)
2. R. C. Paul : Robot Manipulators—Mathematics, Programming and Control, MIT Press. (1981)
3. S. Sasaki : A Method of Solving the Inverse Kinematics of a Manipulator Arm, JAERI-M 86-018, Feb, 1986.
4. S. Sasaki : Computer Code ARM1 for Solving the Inverse Kinematics of a Six-Link Manipulator Arm, JAERI-M 86-059, Mar. 1986.
5. S. Sasaki : A Rigorous Algorithm for Solving the Inverse Kinematics of a Manipulator Arm, JAERI-M 86-108, July 1986.
6. S. Sasaki et al., : Exact Solution of the Inverse Problem for a Six-Link Manipulator with a Mechanical Offset, JAERI-M 86-180, Dec. 1986.

## 謝 辞

本報告書作成の上で原子炉制御研究室篠原慶邦室長から有益なアドバイスをいただき深謝致します。

## 参 考 文 献

1. J. Denavit & R. S. Hartenberg : A Kinematic Notation for Low-Pair Mechanisms Based on Matrices, J. Applied Mechanics, 22, June, 215/221, (1955)
2. R. C. Paul : Robot Manipulators—Mathematics, Programming and Control, MIT Press. (1981)
3. S. Sasaki : A Method of Solving the Inverse Kinematics of a Manipulator Arm, JAERI-M 86-018, Feb, 1986.
4. S. Sasaki : Computer Code ARM1 for Solving the Inverse Kinematics of a Six-Link Manipulator Arm, JAERI-M 86-059, Mar. 1986.
5. S. Sasaki : A Rigorous Algorithm for Solving the Inverse Kinematics of a Manipulator Arm, JAERI-M 86-108, July 1986.
6. S. Sasaki et al., : Exact Solution of the Inverse Problem for a Six-Link Manipulator with a Mechanical Offset, JAERI-M 86-180, Dec. 1986.

Table 1 Joint Solutions by Previous Model

```

*****
NO. ----- 13 --- 1
ANSWER OF POLYNOMIAL ----- T = 0.12019D+00 < T = TAN(THETA6/2) >
ADOPT ANSWERS (DEG) -----
      THETA1 = -179.8294      THETA2 = -0.0032      THETA3 = -89.2975
      THETA4 = 166.2920      THETA5 = -89.2802      THETA6 = 13.7069

INPUT      VALUES ---      0.0          : 1.00000D+00 : 0.0          : -3.65854D-02
           0.0          : 0.0          : 1.00000D+00 : 3.50000D-01
           1.00000D+00 : 0.0          : 0.0          : 1.63100D+00

CALCULATED      VALUES ---      1.29069D-07 : 1.00000D+00 : -1.57523D-09 : -3.65853D-02
           -6.45847D-09 : 1.57523D-09 : 1.00000D+00 : 3.50000D-01
           1.00000D+00 : -1.29069D-07 : 6.45847D-09 : 1.63100D+00

ABSOLUTE      ERRORS ---      1.29069D-07 : 8.32667D-15 : 1.57523D-09 : 5.49484D-08
           6.45847D-09 : 1.57523D-09 : 4.16334D-17 : 2.80554D-09
           8.36831D-15 : 1.29069D-07 : 6.45847D-09 : 4.58755D-09
*****
    
```

Table 2 Joint Solutions by Present Model

```

*****
NO. ----- 13 --- 1
ANSWER OF POLYNOMIAL ----- T = 0.12019D+00 < T = TAN(THETA6/2) >
ADOPT ANSWERS (DEG) -----
      THETA1 = -179.8294      THETA2 = -0.0032      THETA3 = -89.2975
      THETA4 = 166.2920      THETA5 = -89.2802      THETA6 = 13.7069

INPUT      VALUES ---      0.0          : 1.00000D+00 : 0.0          : -3.65854D-02
           0.0          : 0.0          : 1.00000D+00 : 3.50000D-01
           1.00000D+00 : 0.0          : 0.0          : 1.63100D+00

CALCULATED      VALUES ---      5.04999D-12 : 1.00000D+00 : -6.16649D-14 : -3.65854D-02
           -2.52956D-13 : 6.16644D-14 : 1.00000D+00 : 3.50000D-01
           1.00000D+00 : -5.04993D-12 : 2.52957D-13 : 1.63100D+00

ABSOLUTE      ERRORS ---      5.04999D-12 : 1.38778D-17 : 6.16649D-14 : 2.14983D-12
           2.52956D-13 : 6.16644D-14 : 0.0          : 1.09940D-13
           1.38778D-17 : 5.04993D-12 : 2.52957D-13 : 1.79190D-13
*****
    
```

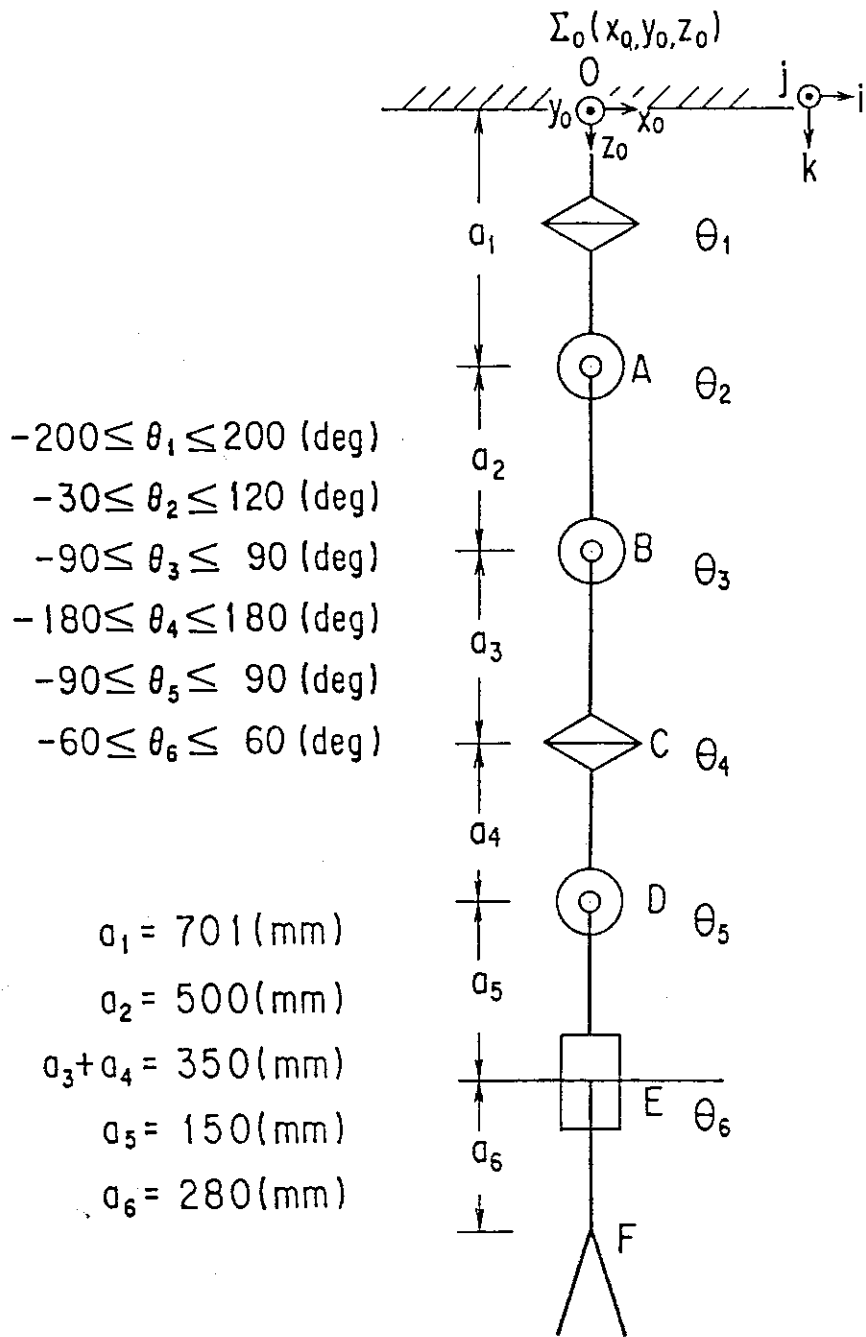


Fig. 1 A Six-Link Manipulator to be Studied

## 付 録 A

運動学方程式から多項式を導き出す過程で採用したパラメータ  $R_1$ ,  $P_2$ ,  $K$  を  $t$  の有理式で記述する。

1.  $P_1$  の表示

$$P_1 = P_y - a_6 n_y - a_5 C = P_y - a_6 n_y - a_5 (n_y c_6 - o_y s_6)$$

この式のなかにてできた三角関数を  $\tan(\theta_6/2) = t$  と置いて書き換えると、

$$\begin{aligned} P_1 &= P_y - a_6 n_y - a_5 n_y \frac{(1-t^2)}{(1+t^2)} + \frac{2 a_5 o_y t}{(1+t^2)} = YY - a_5 n_y \frac{(1-t^2)}{(1+t^2)} + \frac{2 a_5 o_y t}{(1+t^2)} \\ &= \{ YY - a_5 n_y + 2 a_5 o_y t + (YY + a_5 n_y) t^2 \} / (1+t^2) \\ &= -(y_n - 2 a_5 o_y t + y_p t^2) / (1+t^2) = -Y / (1+t^2) \end{aligned} \quad (A.1)$$

となる。ここで、

$$\begin{cases} YY = P_y - a_6 n_y \\ y_n = a_5 n_y - YY, \quad y_p = -(a_5 n_y + YY), \quad YY = P_y - a_6 n_y \end{cases} \quad (A.2)$$

2.  $P_2$  の表示

$$P_2 = P_z - a_6 n_z - a_5 E - a_1 = ZZ - a_5 (n_z c_6 - o_z s_6)$$

$$\begin{aligned} &= ZZ - a_5 n_z \frac{(1-t^2)}{(1+t^2)} + \frac{2 a_5 o_z t}{(1+t^2)} \\ &= \{ ZZ - a_5 n_z + 2 a_5 o_z t + (ZZ + a_5 n_z) t^2 \} / (1+t^2) \\ &= -(z_n - 2 a_5 o_z t + z_p t^2) / (1+t^2) = -\left(\sum_{i=0}^2 do_i t^i\right) / (1+t^2) \end{aligned} \quad (A.3)$$

$$\begin{cases} \text{但し, } ZZ = P_z - a_1 - a_6 n_z \\ z_n = a_5 n_z - ZZ, \quad z_p = -(a_5 n_z + ZZ) \end{cases} \quad (A.4)$$

3.  $K$  の表示

(14), (16) を  $s_4 c_{23}$  について解き、

$$s_4 c_{23} = D c_1 - B s_1 = (n_y s_6 + o_y c_6) c_1 - (n_x s_6 + o_x c_6) s_1 \quad (A.5)$$

また,  $s_4 s_{23}$  は式 (18) 式から

$$s_4 s_{23} = -F = -(o_z c_6 + n_z s_6) \quad (A.6)$$

を得る。(A. 5), (A. 6) から  $\tan \theta_{23}$  を求めると

$$\begin{aligned} \tan \theta_{23} &= \frac{-(o_z c_6 + n_z s_6)}{c_1 \{n_y s_6 + o_y c_6 - (n_x s_6 + o_x c_6)\} (X/Y)} \\ &= \frac{-(o_z c_6 + n_z s_6) Y}{c_1 \{ (n_y s_6 + o_y c_6) Y - (n_x s_6 + o_x c_6) X \}} \\ &= \frac{-Y \{ o_z (1 - t^2) + 2 n_z t \}}{c_1 [ \{ 2 n_y t + o_y (1 - t^2) \} Y - \{ 2 n_x t + o_x (1 - t^2) \} X ]} \\ &= \frac{-Y (o_z + 2 n_z t - o_z t^2)}{c_1 \{ (o_y Y - o_x X) + 2 (n_y Y - n_x X) t + (o_x X - o_y Y) t^2 \}} \quad (\text{A. 7}) \end{aligned}$$

$$\left( \begin{array}{l} \text{但し, } \tan \theta_1 = \frac{X}{Y} = \frac{(x_n + 2 a_5 o_x t + x_p t^2)}{(y_n - 2 a_5 o_y t + y_p t^2)} \end{array} \right. \quad (\text{A. 8})$$

$$x_n = -a_5 n_x + XX, \quad x_p = a_5 n_x + XX \quad (\text{A. 9})$$

$$XX = P_x - a_6 n_x \quad (\text{A. 10})$$

(A. 7) の分母を整理すると,

$$\begin{aligned} o_y Y - o_x X &= o_y (y_n - 2 a_5 o_y t + y_p t^2) - o_x (x_n + 2 a_5 o_x t + x_p t^2) \\ &= (o_y y_n - o_x x_n) - 2 a_5 (o_x^2 + o_y^2) t - (o_x x_p - o_y y_p) t^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2 (n_y Y - n_x X) t &= 2 n_y (y_n - 2 a_5 o_y t + y_p t^2) t - 2 n_x (x_n + 2 a_5 o_x t + x_p t^2) t \\ &= 2 (n_y y_n - n_x x_n) t - 4 a_5 (n_y o_y + n_x o_x) t^2 + 2 (n_y y_p - n_x x_p) t^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (o_x X - o_y Y) t^2 &= [ o_x (x_n + 2 a_5 o_x t + x_p t^2) - o_y (y_n - 2 a_5 o_y t + y_p t^2) ] t^2 \\ &= (o_x x_n - o_y y_n) t^2 + 2 a_5 (o_x^2 + o_y^2) t^3 + (o_x x_p - o_y y_p) t^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\text{分母}) &= [ (o_y y_n - o_x x_n) + 2 \{ (n_y y_n - n_x x_n) - a_5 (o_x^2 + o_y^2) \} t + \{ (o_x x_n - o_y y_n) \\ &\quad - (o_x x_p - o_y y_p) - 4 a_5 (n_y o_y + n_x o_x) \} t^2 + 2 \{ (n_y y_p - n_x x_p) + a_5 (o_x^2 \\ &\quad + o_y^2) \} t^3 + (o_x x_p - o_y y_p) t^4 ] c_1 \\ &= c_1 \sum_{i=0}^4 b_i t^i \quad (\text{A. 11}) \end{aligned}$$

$$\tan \theta_{23} = \frac{-Y (o_z + 2 n_z t - o_z t^2)}{c_1 \sum_{i=0}^4 b_i t^i} = \frac{K}{c_1} \quad (\text{A. 12})$$

$$K = \frac{-Y(o_z + 2n_z t - o_z t^2)}{\sum_{i=0}^4 b_n t^i} = \frac{-(y_n - 2a_s o_y t + y_p t^2)(o_z + 2n_z t - o_z t^2)}{\sum_{i=0}^4 b_i t^i} \quad (\text{A. 13})$$

## 付 録 B

今回の16次多項式モデル(P1)と従来の24次モデル(P2)による同一軌道に対するマニピュレータ各関節角の計算結果を次のTableに示す。与えた指先の軌道は、作業空間内の2点A(-0.10, 0.35, 1.63), B(0.10, 0.35, 1.63)(単位m)で方向を一定( $n_z=1$ ,  $o_y=o_z=0$ )にした運動とする。No.0が軌道開始点での対応する関節解を集めたものであり、No.41が目標点でのそれを示す。P1, P2を比較すると同じ空間位置に対する解の数, 計算値とも軌道上のすべての点で一致していることがわかる。

P1- Model

P2- Model

| THETA ( DEG ) |         | THETA ( DEG ) |          |          |         |           |         |
|---------------|---------|---------------|----------|----------|---------|-----------|---------|
|               |         | 1             | 2        | 3        | 4       | 5         | 6       |
| NO. ---       | 0       | ---           | 1        | ---      | 0       | ---       | 1       |
| -177.2467     | -0.1502 | 146.2277      | -85.7259 | -85.0428 | 33.6731 | -177.2467 | -0.1502 |
| NO. ---       | 0       | ---           | 1        | ---      | 0       | ---       | 1       |
| 2.7533        | 0.1502  | -33.7722      | 85.7259  | -85.0428 | 33.6731 | 2.7533    | 0.1502  |
| NO. ---       | 0       | ---           | 1        | ---      | 0       | ---       | 1       |
| 182.7533      | -0.1502 | 146.2277      | -85.7259 | -85.0428 | 33.6731 | 182.7533  | -0.1502 |
| NO. ---       | 0       | ---           | 2        | ---      | 0       | ---       | 2       |
| 18.0896       | 70.5747 | -18.8751      | -87.7473 | 16.2995  | -5.4810 | 18.0896   | 70.5747 |
| NO. ---       | 1       | ---           | 1        | ---      | 1       | ---       | 1       |
| -177.5756     | -0.1250 | 147.5513      | -86.0568 | -85.4780 | 32.3679 | -177.5756 | -0.1250 |
| NO. ---       | 1       | ---           | 1        | ---      | 1       | ---       | 1       |
| 2.4244        | 0.1250  | -32.4487      | 86.0568  | -85.4780 | 32.3679 | 2.4244    | 0.1250  |
| NO. ---       | 1       | ---           | 1        | ---      | 1       | ---       | 1       |
| 182.4244      | -0.1250 | 147.5513      | -86.0568 | -85.4780 | 32.3679 | 182.4244  | -0.1250 |
| NO. ---       | 1       | ---           | 2        | ---      | 1       | ---       | 2       |
| 17.3077       | 70.5241 | -18.0868      | -87.9459 | 16.6095  | -5.3335 | 17.3077   | 70.5241 |
| NO. ---       | 2       | ---           | 1        | ---      | 2       | ---       | 1       |
| -177.8831     | -0.1028 | 148.9123      | -86.3825 | -85.8978 | 31.0228 | -177.8831 | -0.1028 |
| NO. ---       | 2       | ---           | 1        | ---      | 2       | ---       | 1       |
| 2.1169        | 0.1028  | -31.0877      | 86.3825  | -85.8978 | 31.0228 | 2.1169    | 0.1028  |
| NO. ---       | 2       | ---           | 1        | ---      | 2       | ---       | 1       |
| 182.1169      | -0.1028 | 148.9123      | -86.3825 | -85.8978 | 31.0228 | 182.1169  | -0.1028 |
| NO. ---       | 2       | ---           | 2        | ---      | 2       | ---       | 2       |
| 16.5135       | 70.4751 | -17.2828      | -88.1371 | 16.9110  | -5.1715 | 16.5135   | 70.4751 |
| NO. ---       | 3       | ---           | 1        | ---      | 3       | ---       | 1       |
| -178.1690     | -0.0836 | 150.3110      | -86.7021 | -86.3012 | 29.6376 | -178.1690 | -0.0836 |
| NO. ---       | 3       | ---           | 1        | ---      | 3       | ---       | 1       |
| 1.8310        | 0.0836  | -29.6890      | 86.7021  | -86.3012 | 29.6376 | 1.8310    | 0.0836  |
| NO. ---       | 3       | ---           | 1        | ---      | 3       | ---       | 1       |
| 181.8310      | -0.0836 | 150.3110      | -86.7021 | -86.3012 | 29.6376 | 181.8310  | -0.0836 |
| NO. ---       | 3       | ---           | 2        | ---      | 3       | ---       | 2       |
| 15.7069       | 70.4277 | -16.4630      | -88.3205 | 17.2034  | -4.9951 | 15.7069   | 70.4277 |
| NO. ---       | 4       | ---           | 1        | ---      | 4       | ---       | 1       |
| -178.4327     | -0.0670 | 151.7475      | -87.0145 | -86.6876 | 28.2126 | -178.4327 | -0.0670 |
| NO. ---       | 4       | ---           | 1        | ---      | 4       | ---       | 1       |
| 1.5673        | 0.0670  | -28.2525      | 87.0145  | -86.6876 | 28.2126 | 1.5673    | 0.0670  |
| NO. ---       | 4       | ---           | 1        | ---      | 4       | ---       | 1       |



| THETA ( DEG ) |         | THETA ( DEG ) |          |          |         |   |   |
|---------------|---------|---------------|----------|----------|---------|---|---|
|               |         | 1             | 2        | 3        | 4       | 5 | 6 |
| 181.5672      | -0.0670 | -87.0145      | 151.7475 | -86.6876 | 28.2126 |   |   |
| NO. ---       | 4 ---   | 2             |          |          |         |   |   |
| 14.8882       | 70.3821 | -88.4961      | -15.6275 | 17.4859  | -4.8043 |   |   |
| NO. ---       | 5 ---   | 1             |          |          |         |   |   |
| -178.6742     | -0.0529 | -87.3186      | 153.2218 | -87.0563 | 26.7478 |   |   |
| NO. ---       | 5 ---   | 1             |          |          |         |   |   |
| 1.3258        | 0.0529  | 87.3186       | -26.7782 | -87.0563 | 26.7478 |   |   |
| NO. ---       | 5 ---   | 1             |          |          |         |   |   |
| 181.3258      | -0.0529 | -87.3186      | 153.2218 | -87.0563 | 26.7478 |   |   |
| NO. ---       | 5 ---   | 1             |          |          |         |   |   |
| 14.0575       | 70.3384 | -88.6635      | -14.7764 | 17.7577  | -4.5994 |   |   |
| NO. ---       | 6 ---   | 1             |          |          |         |   |   |
| -178.8933     | -0.0411 | -87.6132      | 154.7336 | -87.4065 | 25.2438 |   |   |
| NO. ---       | 6 ---   | 1             |          |          |         |   |   |
| 1.1067        | 0.0411  | 87.6132       | -25.2664 | -87.4065 | 25.2438 |   |   |
| NO. ---       | 6 ---   | 1             |          |          |         |   |   |
| 181.1067      | -0.0411 | -87.6132      | 154.7336 | -87.4065 | 25.2438 |   |   |
| NO. ---       | 6 ---   | 1             |          |          |         |   |   |
| 13.2151       | 70.2967 | -88.8223      | -13.9099 | 18.0179  | -4.3806 |   |   |
| NO. ---       | 7 ---   | 1             |          |          |         |   |   |
| -179.0901     | -0.0313 | -87.8971      | 156.2823 | -87.7375 | 23.7012 |   |   |
| NO. ---       | 7 ---   | 1             |          |          |         |   |   |
| 0.9099        | 0.0313  | 87.8971       | -23.7177 | -87.7375 | 23.7012 |   |   |
| NO. ---       | 7 ---   | 1             |          |          |         |   |   |
| 180.9099      | -0.0313 | -87.8971      | 156.2823 | -87.7375 | 23.7012 |   |   |
| NO. ---       | 7 ---   | 1             |          |          |         |   |   |
| 12.3611       | 70.2572 | -88.9725      | -13.0283 | 18.2659  | -4.1480 |   |   |
| NO. ---       | 8 ---   | 1             |          |          |         |   |   |
| -179.2649     | -0.0233 | -88.1689      | 157.8673 | -88.0485 | 22.1211 |   |   |
| NO. ---       | 8 ---   | 1             |          |          |         |   |   |
| 0.7351        | 0.0233  | 88.1689       | -22.1327 | -88.0485 | 22.1211 |   |   |
| NO. ---       | 8 ---   | 1             |          |          |         |   |   |
| 180.7351      | -0.0233 | -88.1689      | 157.8673 | -88.0485 | 22.1211 |   |   |
| NO. ---       | 8 ---   | 1             |          |          |         |   |   |
| 11.4961       | 70.2199 | -89.1135      | -12.1319 | 18.5006  | -3.9022 |   |   |
| NO. ---       | 9 ---   | 1             |          |          |         |   |   |
| -179.4180     | -0.0169 | -88.4272      | 159.4876 | -88.3388 | 20.5045 |   |   |
| NO. ---       | 9 ---   | 1             |          |          |         |   |   |
| 0.5820        | 0.0169  | 88.4272       | -20.5124 | -88.3388 | 20.5045 |   |   |
| NO. ---       | 9 ---   | 1             |          |          |         |   |   |
| 180.5820      | -0.0169 | -88.4272      | 159.4876 | -88.3388 | 20.5045 |   |   |
| NO. ---       | 9 ---   | 1             |          |          |         |   |   |

| THETA ( DEG ) |         | THETA ( DEG ) |          |          |         |           |         |          |          |          |         |
|---------------|---------|---------------|----------|----------|---------|-----------|---------|----------|----------|----------|---------|
| 1             | 2       | 3             | 4        | 5        | 6       | 1         | 2       | 3        | 4        | 5        | 6       |
| NO. -- 9      | 70.1851 | -89.2452      | -11.2212 | 18.7214  | -3.6435 | NO. -- 9  | 70.1851 | -89.2452 | -11.2212 | 18.7214  | -3.6435 |
| 10.6204       | ---     | ---           | ---      | ---      | ---     | 10.6204   | ---     | ---      | ---      | ---      | ---     |
| NO. -- 10     | -0.0118 | -88.6707      | 161.1419 | -88.6078 | 18.8529 | NO. -- 10 | -0.0118 | -88.6707 | 161.1419 | -88.6078 | 18.8529 |
| -179.5500     | ---     | ---           | ---      | ---      | ---     | -179.5500 | ---     | ---      | ---      | ---      | ---     |
| NO. -- 10     | 0.0118  | 88.6707       | -18.8580 | -88.6078 | 18.8529 | NO. -- 10 | 0.0118  | 88.6707  | -18.8580 | -88.6078 | 18.8529 |
| 0.4499        | ---     | ---           | ---      | ---      | ---     | 0.4499    | ---     | ---      | ---      | ---      | ---     |
| NO. -- 10     | -0.0118 | -88.6707      | 161.1419 | -88.6078 | 18.8529 | NO. -- 10 | -0.0118 | -88.6707 | 161.1419 | -88.6078 | 18.8529 |
| 180.4499      | ---     | ---           | ---      | ---      | ---     | 180.4499  | ---     | ---      | ---      | ---      | ---     |
| NO. -- 10     | 70.1527 | -89.3673      | -10.2968 | 18.9273  | -3.3725 | NO. -- 10 | 70.1527 | -89.3673 | -10.2968 | 18.9273  | -3.3725 |
| 9.7345        | ---     | ---           | ---      | ---      | ---     | 9.7345    | ---     | ---      | ---      | ---      | ---     |
| NO. -- 11     | -0.0080 | -88.8978      | 162.8287 | -88.8548 | 17.1680 | NO. -- 11 | -0.0080 | -88.8978 | 162.8287 | -88.8548 | 17.1680 |
| -179.6619     | ---     | ---           | ---      | ---      | ---     | -179.6619 | ---     | ---      | ---      | ---      | ---     |
| NO. -- 11     | 0.0080  | 88.8978       | -17.1712 | -88.8548 | 17.1680 | NO. -- 11 | 0.0080  | 88.8978  | -17.1712 | -88.8548 | 17.1680 |
| 0.3381        | ---     | ---           | ---      | ---      | ---     | 0.3381    | ---     | ---      | ---      | ---      | ---     |
| NO. -- 11     | -0.0080 | -88.8978      | 162.8287 | -88.8548 | 17.1680 | NO. -- 11 | -0.0080 | -88.8978 | 162.8287 | -88.8548 | 17.1680 |
| 180.3381      | ---     | ---           | ---      | ---      | ---     | 180.3381  | ---     | ---      | ---      | ---      | ---     |
| NO. -- 11     | 70.1229 | -89.4794      | -9.3594  | 19.1176  | -3.0898 | NO. -- 11 | 70.1229 | -89.4794 | -9.3594  | 19.1176  | -3.0898 |
| 8.8390        | ---     | ---           | ---      | ---      | ---     | 8.8390    | ---     | ---      | ---      | ---      | ---     |
| NO. -- 12     | -0.0052 | -89.1072      | 164.5461 | -89.0791 | 15.4519 | NO. -- 12 | -0.0052 | -89.1072 | 164.5461 | -89.0791 | 15.4519 |
| -179.7546     | ---     | ---           | ---      | ---      | ---     | -179.7546 | ---     | ---      | ---      | ---      | ---     |
| NO. -- 12     | 0.0052  | 89.1072       | -15.4538 | -89.0791 | 15.4519 | NO. -- 12 | 0.0052  | 89.1072  | -15.4538 | -89.0791 | 15.4519 |
| 0.2454        | ---     | ---           | ---      | ---      | ---     | 0.2454    | ---     | ---      | ---      | ---      | ---     |
| NO. -- 12     | -0.0052 | -89.1072      | 164.5461 | -89.0791 | 15.4519 | NO. -- 12 | -0.0052 | -89.1072 | 164.5461 | -89.0791 | 15.4519 |
| 180.2454      | ---     | ---           | ---      | ---      | ---     | 180.2454  | ---     | ---      | ---      | ---      | ---     |
| NO. -- 12     | 70.0958 | -89.5812      | -8.4098  | 19.2914  | -2.7963 | NO. -- 12 | 70.0958 | -89.5812 | -8.4098  | 19.2914  | -2.7963 |
| 7.9345        | ---     | ---           | ---      | ---      | ---     | 7.9345    | ---     | ---      | ---      | ---      | ---     |
| NO. -- 13     | -0.0032 | -89.2975      | 166.2920 | -89.2802 | 13.7069 | NO. -- 13 | -0.0032 | -89.2975 | 166.2920 | -89.2802 | 13.7069 |
| -179.8294     | ---     | ---           | ---      | ---      | ---     | -179.8294 | ---     | ---      | ---      | ---      | ---     |
| NO. -- 13     | 0.0032  | 89.2975       | -13.7080 | -89.2802 | 13.7069 | NO. -- 13 | 0.0032  | 89.2975  | -13.7080 | -89.2802 | 13.7069 |
| 0.1706        | ---     | ---           | ---      | ---      | ---     | 0.1706    | ---     | ---      | ---      | ---      | ---     |
| NO. -- 13     | -0.0032 | -89.2975      | 166.2920 | -89.2802 | 13.7069 | NO. -- 13 | -0.0032 | -89.2975 | 166.2920 | -89.2802 | 13.7069 |
| 180.1706      | ---     | ---           | ---      | ---      | ---     | 180.1706  | ---     | ---      | ---      | ---      | ---     |
| NO. -- 13     | 70.0714 | -89.6725      | -7.4489  | 19.4481  | -2.4926 | NO. -- 13 | 70.0714 | -89.6725 | -7.4489  | 19.4481  | -2.4926 |
| 7.0217        | ---     | ---           | ---      | ---      | ---     | 7.0217    | ---     | ---      | ---      | ---      | ---     |
| NO. -- 14     | -0.0018 | -89.4673      | 168.0639 | -89.4574 | 11.9356 | NO. -- 14 | -0.0018 | -89.4673 | 168.0639 | -89.4574 | 11.9356 |
| -179.8878     | ---     | ---           | ---      | ---      | ---     | -179.8878 | ---     | ---      | ---      | ---      | ---     |
| NO. -- 14     | 0.0018  | 89.4673       | -11.9361 | -89.4574 | 11.9356 | NO. -- 14 | 0.0018  | 89.4673  | -11.9361 | -89.4574 | 11.9356 |
| 0.1122        | ---     | ---           | ---      | ---      | ---     | 0.1122    | ---     | ---      | ---      | ---      | ---     |
| NO. -- 14     | -0.0018 | -89.4673      | 168.0639 | -89.4574 | 11.9356 | NO. -- 14 | -0.0018 | -89.4673 | 168.0639 | -89.4574 | 11.9356 |
| 180.1122      | ---     | ---           | ---      | ---      | ---     | 180.1122  | ---     | ---      | ---      | ---      | ---     |
| NO. -- 14     | 70.0500 | -89.7531      | -6.4777  | 19.5869  | -2.1798 | NO. -- 14 | 70.0500 | -89.7531 | -6.4777  | 19.5869  | -2.1798 |
| 6.1014        | ---     | ---           | ---      | ---      | ---     | 6.1014    | ---     | ---      | ---      | ---      | ---     |

| THETA ( DEG )    |                   |          |          |          |         |         |
|------------------|-------------------|----------|----------|----------|---------|---------|
| 1                | 2                 | 3        | 4        | 5        | 6       |         |
| NO. --- 15 --- 1 | -179.9314 -0.0009 | -89.6155 | 169.8590 | -89.6103 | 10.1408 | 10.1408 |
| NO. --- 15 --- 1 | 0.0686 0.0009     | 89.6155  | -10.1410 | -89.6103 | 10.1408 | 10.1408 |
| NO. --- 15 --- 1 | 180.0686 -0.0009  | -89.6155 | 169.8590 | -89.6103 | 10.1408 | 10.1408 |
| NO. --- 15 --- 2 | 5.1744 70.0314    | -89.8226 | -5.4973  | 19.7072  | -1.8588 | -1.8588 |
| NO. --- 16 --- 1 | -179.9621 -0.0004 | -89.7408 | 171.6743 | -89.7384 | 8.3256  | 8.3256  |
| NO. --- 16 --- 1 | 0.0379 0.0004     | 89.7408  | -8.3257  | -89.7384 | 8.3256  | 8.3256  |
| NO. --- 16 --- 1 | 180.0379 -0.0004  | -89.7408 | 171.6743 | -89.7384 | 8.3256  | 8.3256  |
| NO. --- 16 --- 2 | 4.2417 70.0158    | -89.8809 | -4.5090  | 19.8084  | -1.5308 | -1.5308 |
| NO. --- 17 --- 1 | -179.9821 -0.0002 | -89.8423 | 173.5064 | -89.8414 | 6.4935  | 6.4935  |
| NO. --- 17 --- 1 | 0.0179 0.0002     | 89.8423  | -6.4935  | -89.8414 | 6.4935  | 6.4935  |
| NO. --- 17 --- 1 | 180.0179 -0.0002  | -89.8423 | 173.5064 | -89.8414 | 6.4935  | 6.4935  |
| NO. --- 17 --- 2 | 3.3041 70.0033    | -89.9278 | -3.5140  | 19.8900  | -1.1968 | -1.1968 |
| NO. --- 18 --- 1 | -179.9934 -0.0000 | -89.9192 | 175.3520 | -89.9190 | 4.6480  | 4.6480  |
| NO. --- 18 --- 1 | 0.0066 0.0000     | 89.9192  | -4.6480  | -89.9190 | 4.6480  | 4.6480  |
| NO. --- 18 --- 1 | 180.0066 -0.0000  | -89.9192 | 175.3520 | -89.9190 | 4.6480  | 4.6480  |
| NO. --- 18 --- 2 | 2.3628 69.9939    | -89.9631 | -2.5138  | 19.9515  | -0.8583 | -0.8583 |
| NO. --- 19 --- 1 | -179.9986 -0.0000 | -89.9708 | 177.2073 | -89.9708 | 2.7927  | 2.7927  |
| NO. --- 19 --- 1 | 0.0014 0.0000     | 89.9708  | -2.7927  | -89.9708 | 2.7927  | 2.7927  |
| NO. --- 19 --- 1 | 180.0014 -0.0000  | -89.9708 | 177.2073 | -89.9708 | 2.7927  | 2.7927  |
| NO. --- 19 --- 2 | 1.4188 69.9876    | -89.9867 | -1.5098  | 19.9927  | -0.5163 | -0.5163 |
| NO. --- 20 --- 1 |                   |          |          |          |         |         |

| THETA ( DEG )    |                   |          |          |          |         |         |
|------------------|-------------------|----------|----------|----------|---------|---------|
| 1                | 2                 | 3        | 4        | 5        | 6       |         |
| NO. --- 15 --- 1 | -179.9314 -0.0009 | -89.6155 | 169.8590 | -89.6103 | 10.1408 | 10.1408 |
| NO. --- 15 --- 1 | 0.0686 0.0009     | 89.6155  | -10.1410 | -89.6103 | 10.1408 | 10.1408 |
| NO. --- 15 --- 1 | 180.0686 -0.0009  | -89.6155 | 169.8590 | -89.6103 | 10.1408 | 10.1408 |
| NO. --- 15 --- 2 | 5.1744 70.0314    | -89.8226 | -5.4973  | 19.7072  | -1.8588 | -1.8588 |
| NO. --- 16 --- 1 | -179.9621 -0.0004 | -89.7408 | 171.6743 | -89.7384 | 8.3256  | 8.3256  |
| NO. --- 16 --- 1 | 0.0379 0.0004     | 89.7408  | -8.3257  | -89.7384 | 8.3256  | 8.3256  |
| NO. --- 16 --- 1 | 180.0379 -0.0004  | -89.7408 | 171.6743 | -89.7384 | 8.3256  | 8.3256  |
| NO. --- 16 --- 2 | 4.2417 70.0158    | -89.8809 | -4.5090  | 19.8084  | -1.5308 | -1.5308 |
| NO. --- 17 --- 1 | -179.9821 -0.0002 | -89.8423 | 173.5064 | -89.8414 | 6.4935  | 6.4935  |
| NO. --- 17 --- 1 | 0.0179 0.0002     | 89.8423  | -6.4935  | -89.8414 | 6.4935  | 6.4935  |
| NO. --- 17 --- 1 | 180.0179 -0.0002  | -89.8423 | 173.5064 | -89.8414 | 6.4935  | 6.4935  |
| NO. --- 17 --- 2 | 3.3041 70.0033    | -89.9278 | -3.5140  | 19.8900  | -1.1968 | -1.1968 |
| NO. --- 18 --- 1 | -179.9934 -0.0000 | -89.9192 | 175.3520 | -89.9190 | 4.6480  | 4.6480  |
| NO. --- 18 --- 1 | 0.0066 0.0000     | 89.9192  | -4.6480  | -89.9190 | 4.6480  | 4.6480  |
| NO. --- 18 --- 1 | 180.0066 -0.0000  | -89.9192 | 175.3520 | -89.9190 | 4.6480  | 4.6480  |
| NO. --- 18 --- 2 | 2.3628 69.9939    | -89.9631 | -2.5138  | 19.9515  | -0.8583 | -0.8583 |
| NO. --- 19 --- 1 | -179.9986 -0.0000 | -89.9708 | 177.2073 | -89.9708 | 2.7927  | 2.7927  |
| NO. --- 19 --- 1 | 0.0014 0.0000     | 89.9708  | -2.7927  | -89.9708 | 2.7927  | 2.7927  |
| NO. --- 19 --- 1 | 180.0014 -0.0000  | -89.9708 | 177.2073 | -89.9708 | 2.7927  | 2.7927  |
| NO. --- 19 --- 2 | 1.4188 69.9876    | -89.9867 | -1.5098  | 19.9927  | -0.5163 | -0.5163 |
| NO. --- 20 --- 1 |                   |          |          |          |         |         |

| THETA ( DEG ) |         |          |           |          |         | THETA ( DEG ) |         |          |           |          |         |
|---------------|---------|----------|-----------|----------|---------|---------------|---------|----------|-----------|----------|---------|
| 1             | 2       | 3        | 4         | 5        | 6       | 1             | 2       | 3        | 4         | 5        | 6       |
| -179.9999     | -0.0000 | -89.9967 | 179.0684  | -89.9967 | 0.9316  | -179.9999     | -0.0000 | -89.9967 | 179.0684  | -89.9967 | 0.9316  |
| NO. --- 20    | ---     | 1        | 0.0001    | 0.0000   | 0.9316  | NO. --- 20    | ---     | 1        | 0.0001    | 0.0000   | 0.9316  |
| NO. --- 20    | ---     | 1        | 180.0000  | -0.0000  | 0.9316  | NO. --- 20    | ---     | 1        | 180.0000  | -0.0000  | 0.9316  |
| NO. --- 20    | ---     | 2        | 0.4731    | 69.9844  | -0.1723 | NO. --- 20    | ---     | 2        | 0.4731    | 69.9844  | -0.1723 |
| NO. --- 21    | ---     | 1        | 179.9999  | -0.0000  | -0.9316 | NO. --- 21    | ---     | 1        | 179.9999  | -0.0000  | -0.9316 |
| NO. --- 21    | ---     | 1        | -0.0001   | 0.0000   | -0.9316 | NO. --- 21    | ---     | 1        | -0.0001   | 0.0000   | -0.9316 |
| NO. --- 21    | ---     | 1        | -180.0000 | -0.0000  | -0.9316 | NO. --- 21    | ---     | 1        | -180.0000 | -0.0000  | -0.9316 |
| NO. --- 21    | ---     | 2        | -0.4731   | 69.9844  | 0.1723  | NO. --- 21    | ---     | 2        | -0.4731   | 69.9844  | 0.1723  |
| NO. --- 22    | ---     | 1        | 179.9986  | -0.0000  | -2.7927 | NO. --- 22    | ---     | 1        | 179.9986  | -0.0000  | -2.7927 |
| NO. --- 22    | ---     | 1        | -0.0014   | 0.0000   | -2.7927 | NO. --- 22    | ---     | 1        | -0.0014   | 0.0000   | -2.7927 |
| NO. --- 22    | ---     | 1        | -180.0014 | -0.0000  | -2.7927 | NO. --- 22    | ---     | 1        | -180.0014 | -0.0000  | -2.7927 |
| NO. --- 22    | ---     | 2        | -1.4188   | 69.9876  | 0.5163  | NO. --- 22    | ---     | 2        | -1.4188   | 69.9876  | 0.5163  |
| NO. --- 23    | ---     | 1        | 179.9934  | -0.0000  | -4.6480 | NO. --- 23    | ---     | 1        | 179.9934  | -0.0000  | -4.6480 |
| NO. --- 23    | ---     | 1        | -0.0066   | 0.0000   | -4.6480 | NO. --- 23    | ---     | 1        | -0.0066   | 0.0000   | -4.6480 |
| NO. --- 23    | ---     | 1        | -180.0066 | -0.0000  | -4.6480 | NO. --- 23    | ---     | 1        | -180.0066 | -0.0000  | -4.6480 |
| NO. --- 23    | ---     | 2        | -2.3628   | 69.9939  | 0.8583  | NO. --- 23    | ---     | 2        | -2.3628   | 69.9939  | 0.8583  |
| NO. --- 24    | ---     | 1        | 179.9821  | -0.0002  | -6.4935 | NO. --- 24    | ---     | 1        | 179.9821  | -0.0002  | -6.4935 |
| NO. --- 24    | ---     | 1        | -0.0179   | 0.0002   | -6.4935 | NO. --- 24    | ---     | 1        | -0.0179   | 0.0002   | -6.4935 |
| NO. --- 24    | ---     | 1        | -180.0179 | -0.0002  | -6.4935 | NO. --- 24    | ---     | 1        | -180.0179 | -0.0002  | -6.4935 |
| NO. --- 24    | ---     | 2        | -3.3041   | 70.0033  | 1.1968  | NO. --- 24    | ---     | 2        | -3.3041   | 70.0033  | 1.1968  |
| NO. --- 25    | ---     | 1        | 179.9621  | -0.0004  | -8.3256 | NO. --- 25    | ---     | 1        | 179.9621  | -0.0004  | -8.3256 |

| THETA ( DEG ) |         |          |           |          |          | THETA ( DEG ) |         |          |           |          |          |
|---------------|---------|----------|-----------|----------|----------|---------------|---------|----------|-----------|----------|----------|
| 1             | 2       | 3        | 4         | 5        | 6        | 1             | 2       | 3        | 4         | 5        | 6        |
| NO. -- 25     | 0.0004  | 89.7408  | 8.3257    | -89.7384 | -8.3256  | NO. -- 25     | 0.0004  | 89.7408  | 8.3257    | -89.7384 | -8.3256  |
| -0.0379       |         |          |           |          |          | -0.0379       |         |          |           |          |          |
| NO. -- 25     | -0.0004 | -89.7408 | -171.6743 | -89.7384 | -8.3256  | NO. -- 25     | -0.0004 | -89.7408 | -171.6743 | -89.7384 | -8.3256  |
| -180.0379     |         |          |           |          |          | -180.0379     |         |          |           |          |          |
| NO. -- 25     | 70.0158 | -89.8809 | 4.5090    | 19.8084  | 1.5308   | NO. -- 25     | 70.0158 | -89.8809 | 4.5090    | 19.8084  | 1.5308   |
| -4.2417       |         |          |           |          |          | -4.2417       |         |          |           |          |          |
| NO. -- 26     | -0.0009 | -89.6155 | -169.8590 | -89.6103 | -10.1408 | NO. -- 26     | -0.0009 | -89.6155 | -169.8590 | -89.6103 | -10.1408 |
| 179.9314      |         |          |           |          |          | 179.9314      |         |          |           |          |          |
| NO. -- 26     | 0.0009  | 89.6155  | 10.1410   | -89.6103 | -10.1408 | NO. -- 26     | 0.0009  | 89.6155  | 10.1410   | -89.6103 | -10.1408 |
| -0.0686       |         |          |           |          |          | -0.0686       |         |          |           |          |          |
| NO. -- 26     | -0.0009 | -89.6155 | -169.8590 | -89.6103 | -10.1408 | NO. -- 26     | -0.0009 | -89.6155 | -169.8590 | -89.6103 | -10.1408 |
| -180.0686     |         |          |           |          |          | -180.0686     |         |          |           |          |          |
| NO. -- 26     | 70.0314 | -89.8226 | 5.4973    | 19.7072  | 1.8588   | NO. -- 26     | 70.0314 | -89.8226 | 5.4973    | 19.7072  | 1.8588   |
| -5.1744       |         |          |           |          |          | -5.1744       |         |          |           |          |          |
| NO. -- 27     | -0.0018 | -89.4673 | -168.0639 | -89.4574 | -11.9356 | NO. -- 27     | -0.0018 | -89.4673 | -168.0639 | -89.4574 | -11.9356 |
| 179.8878      |         |          |           |          |          | 179.8878      |         |          |           |          |          |
| NO. -- 27     | 0.0018  | 89.4673  | 11.9361   | -89.4574 | -11.9356 | NO. -- 27     | 0.0018  | 89.4673  | 11.9361   | -89.4574 | -11.9356 |
| -0.1122       |         |          |           |          |          | -0.1122       |         |          |           |          |          |
| NO. -- 27     | -0.0018 | -89.4673 | -168.0639 | -89.4574 | -11.9356 | NO. -- 27     | -0.0018 | -89.4673 | -168.0639 | -89.4574 | -11.9356 |
| -180.1122     |         |          |           |          |          | -180.1122     |         |          |           |          |          |
| NO. -- 27     | 70.0500 | -89.7531 | 6.4777    | 19.5869  | 2.1798   | NO. -- 27     | 70.0500 | -89.7531 | 6.4777    | 19.5869  | 2.1798   |
| -6.1014       |         |          |           |          |          | -6.1014       |         |          |           |          |          |
| NO. -- 28     | -0.0032 | -89.2975 | -166.2920 | -89.2802 | -13.7069 | NO. -- 28     | -0.0032 | -89.2975 | -166.2920 | -89.2802 | -13.7069 |
| 179.8294      |         |          |           |          |          | 179.8294      |         |          |           |          |          |
| NO. -- 28     | 0.0032  | 89.2975  | 13.7080   | -89.2802 | -13.7069 | NO. -- 28     | 0.0032  | 89.2975  | 13.7080   | -89.2802 | -13.7069 |
| -0.1706       |         |          |           |          |          | -0.1706       |         |          |           |          |          |
| NO. -- 28     | -0.0032 | -89.2975 | -166.2920 | -89.2802 | -13.7069 | NO. -- 28     | -0.0032 | -89.2975 | -166.2920 | -89.2802 | -13.7069 |
| -180.1706     |         |          |           |          |          | -180.1706     |         |          |           |          |          |
| NO. -- 28     | 70.0714 | -89.6725 | 7.4489    | 19.4481  | 2.4926   | NO. -- 28     | 70.0714 | -89.6725 | 7.4489    | 19.4481  | 2.4926   |
| -7.0217       |         |          |           |          |          | -7.0217       |         |          |           |          |          |
| NO. -- 29     | -0.0052 | -89.1072 | -164.5461 | -89.0791 | -15.4519 | NO. -- 29     | -0.0052 | -89.1072 | -164.5461 | -89.0791 | -15.4519 |
| 179.7546      |         |          |           |          |          | 179.7546      |         |          |           |          |          |
| NO. -- 29     | 0.0052  | 89.1072  | 15.4538   | -89.0791 | -15.4519 | NO. -- 29     | 0.0052  | 89.1072  | 15.4538   | -89.0791 | -15.4519 |
| -0.2454       |         |          |           |          |          | -0.2454       |         |          |           |          |          |
| NO. -- 29     | -0.0052 | -89.1072 | -164.5461 | -89.0791 | -15.4519 | NO. -- 29     | -0.0052 | -89.1072 | -164.5461 | -89.0791 | -15.4519 |
| -180.2454     |         |          |           |          |          | -180.2454     |         |          |           |          |          |
| NO. -- 29     | 70.0958 | -89.5812 | 8.4098    | 19.2914  | 2.7963   | NO. -- 29     | 70.0958 | -89.5812 | 8.4098    | 19.2914  | 2.7963   |
| -7.9345       |         |          |           |          |          | -7.9345       |         |          |           |          |          |
| NO. -- 30     | -0.0080 | -88.8978 | -162.8287 | -88.8548 | -17.1680 | NO. -- 30     | -0.0080 | -88.8978 | -162.8287 | -88.8548 | -17.1680 |
| 179.6619      |         |          |           |          |          | 179.6619      |         |          |           |          |          |
| NO. -- 30     | 0.0080  | 88.8978  | 17.1712   | -88.8548 | -17.1680 | NO. -- 30     | 0.0080  | 88.8978  | 17.1712   | -88.8548 | -17.1680 |
| -0.3381       |         |          |           |          |          | -0.3381       |         |          |           |          |          |

| THETA ( DEG ) |         |          |           |          |          | THETA ( DEG ) |         |          |           |          |          |
|---------------|---------|----------|-----------|----------|----------|---------------|---------|----------|-----------|----------|----------|
| 1             | 2       | 3        | 4         | 5        | 6        | 1             | 2       | 3        | 4         | 5        | 6        |
| NO. -- 30     | ---     | 1        |           |          |          | NO. -- 30     | ---     | 1        |           |          |          |
| -180.3381     | -0.0080 | -88.8978 | -162.8287 | -88.8548 | -17.1680 | -180.3381     | -0.0080 | -88.8978 | -162.8287 | -88.8548 | -17.1680 |
| NO. -- 30     | ---     | 2        |           |          |          | NO. -- 30     | ---     | 2        |           |          |          |
| -8.8390       | 70.1229 | -89.4794 | 9.3594    | 19.1176  | 3.0898   | -8.8390       | 70.1229 | -89.4794 | 9.3594    | 19.1176  | 3.0898   |
| NO. -- 31     | ---     | 1        |           |          |          | NO. -- 31     | ---     | 1        |           |          |          |
| 179.5500      | -0.0118 | -88.6707 | -161.1419 | -88.6078 | -18.8529 | 179.5500      | -0.0118 | -88.6707 | -161.1419 | -88.6078 | -18.8529 |
| NO. -- 31     | ---     | 1        |           |          |          | NO. -- 31     | ---     | 1        |           |          |          |
| -0.4499       | 0.0118  | 88.6707  | 18.8580   | -88.6078 | -18.8529 | -0.4499       | 0.0118  | 88.6707  | 18.8580   | -88.6078 | -18.8529 |
| NO. -- 31     | ---     | 1        |           |          |          | NO. -- 31     | ---     | 1        |           |          |          |
| -180.4499     | -0.0118 | -88.6707 | -161.1419 | -88.6078 | -18.8529 | -180.4499     | -0.0118 | -88.6707 | -161.1419 | -88.6078 | -18.8529 |
| NO. -- 31     | ---     | 2        |           |          |          | NO. -- 31     | ---     | 2        |           |          |          |
| -9.7345       | 70.1527 | -89.3673 | 10.2968   | 18.9273  | 3.3725   | -9.7345       | 70.1527 | -89.3673 | 10.2968   | 18.9273  | 3.3725   |
| NO. -- 32     | ---     | 1        |           |          |          | NO. -- 32     | ---     | 1        |           |          |          |
| 179.4180      | -0.0169 | -88.4272 | -159.4876 | -88.3388 | -20.5045 | 179.4180      | -0.0169 | -88.4272 | -159.4876 | -88.3388 | -20.5045 |
| NO. -- 32     | ---     | 1        |           |          |          | NO. -- 32     | ---     | 1        |           |          |          |
| -0.5820       | 0.0169  | 88.4272  | 20.5124   | -88.3388 | -20.5045 | -0.5820       | 0.0169  | 88.4272  | 20.5124   | -88.3388 | -20.5045 |
| NO. -- 32     | ---     | 1        |           |          |          | NO. -- 32     | ---     | 1        |           |          |          |
| -180.5820     | -0.0169 | -88.4272 | -159.4876 | -88.3388 | -20.5045 | -180.5820     | -0.0169 | -88.4272 | -159.4876 | -88.3388 | -20.5045 |
| NO. -- 32     | ---     | 2        |           |          |          | NO. -- 32     | ---     | 2        |           |          |          |
| -10.6204      | 70.1851 | -89.2452 | 11.2212   | 18.7214  | 3.6435   | -10.6204      | 70.1851 | -89.2452 | 11.2212   | 18.7214  | 3.6435   |
| NO. -- 33     | ---     | 1        |           |          |          | NO. -- 33     | ---     | 1        |           |          |          |
| 179.2649      | -0.0233 | -88.1689 | -157.8673 | -88.0485 | -22.1211 | 179.2649      | -0.0233 | -88.1689 | -157.8673 | -88.0485 | -22.1211 |
| NO. -- 33     | ---     | 1        |           |          |          | NO. -- 33     | ---     | 1        |           |          |          |
| -0.7351       | 0.0233  | 88.1689  | 22.1327   | -88.0485 | -22.1211 | -0.7351       | 0.0233  | 88.1689  | 22.1327   | -88.0485 | -22.1211 |
| NO. -- 33     | ---     | 1        |           |          |          | NO. -- 33     | ---     | 1        |           |          |          |
| -180.7351     | -0.0233 | -88.1689 | -157.8673 | -88.0485 | -22.1211 | -180.7351     | -0.0233 | -88.1689 | -157.8673 | -88.0485 | -22.1211 |
| NO. -- 33     | ---     | 2        |           |          |          | NO. -- 33     | ---     | 2        |           |          |          |
| -11.4961      | 70.2199 | -89.1135 | 12.1319   | 18.5006  | 3.9022   | -11.4961      | 70.2199 | -89.1135 | 12.1319   | 18.5006  | 3.9022   |
| NO. -- 34     | ---     | 1        |           |          |          | NO. -- 34     | ---     | 1        |           |          |          |
| 179.0901      | -0.0313 | -87.8971 | -156.2823 | -87.7375 | -23.7012 | 179.0901      | -0.0313 | -87.8971 | -156.2823 | -87.7375 | -23.7012 |
| NO. -- 34     | ---     | 1        |           |          |          | NO. -- 34     | ---     | 1        |           |          |          |
| -0.9099       | 0.0313  | 87.8971  | 23.7177   | -87.7375 | -23.7012 | -0.9099       | 0.0313  | 87.8971  | 23.7177   | -87.7375 | -23.7012 |
| NO. -- 34     | ---     | 1        |           |          |          | NO. -- 34     | ---     | 1        |           |          |          |
| -180.9099     | -0.0313 | -87.8971 | -156.2823 | -87.7375 | -23.7012 | -180.9099     | -0.0313 | -87.8971 | -156.2823 | -87.7375 | -23.7012 |
| NO. -- 34     | ---     | 2        |           |          |          | NO. -- 34     | ---     | 2        |           |          |          |
| -12.3611      | 70.2372 | -88.9725 | 13.0283   | 18.2659  | 4.1480   | -12.3611      | 70.2372 | -88.9725 | 13.0283   | 18.2659  | 4.1480   |
| NO. -- 35     | ---     | 1        |           |          |          | NO. -- 35     | ---     | 1        |           |          |          |
| 178.8933      | -0.0411 | -87.6132 | -154.7336 | -87.4065 | -25.2438 | 178.8933      | -0.0411 | -87.6132 | -154.7336 | -87.4065 | -25.2438 |
| NO. -- 35     | ---     | 1        |           |          |          | NO. -- 35     | ---     | 1        |           |          |          |
| -1.1067       | 0.0411  | 87.6132  | 25.2664   | -87.4065 | -25.2438 | -1.1067       | 0.0411  | 87.6132  | 25.2664   | -87.4065 | -25.2438 |
| NO. -- 35     | ---     | 1        |           |          |          | NO. -- 35     | ---     | 1        |           |          |          |
|               |         |          |           |          |          |               |         |          |           |          |          |

| THETA ( DEG ) |         |          |           |          |          |  |
|---------------|---------|----------|-----------|----------|----------|--|
| 1             | 2       | 3        | 4         | 5        | 6        |  |
| -181.1067     | -0.0411 | -87.6132 | -154.7336 | -87.4065 | -25.2438 |  |
| NO. --- 35    | ---     | 2        |           |          |          |  |
| -13.2151      | 70.2967 | -88.8223 | 13.9099   | 18.0179  | 4.3806   |  |
| NO. --- 36    | ---     | 1        |           |          |          |  |
| 178.6742      | -0.0529 | -87.3186 | -153.2218 | -87.0563 | -26.7478 |  |
| NO. --- 36    | ---     | 1        |           |          |          |  |
| -1.3258       | 0.0529  | 87.3186  | 26.7782   | -87.0563 | -26.7478 |  |
| NO. --- 36    | ---     | 1        |           |          |          |  |
| -181.3258     | -0.0529 | -87.3186 | -153.2218 | -87.0563 | -26.7478 |  |
| NO. --- 36    | ---     | 2        |           |          |          |  |
| -14.0575      | 70.3384 | -88.6635 | 14.7764   | 17.7577  | 4.5994   |  |
| NO. --- 37    | ---     | 1        |           |          |          |  |
| 178.4327      | -0.0670 | -87.0145 | -151.7475 | -86.6876 | -28.2126 |  |
| NO. --- 37    | ---     | 1        |           |          |          |  |
| -1.5673       | 0.0670  | 87.0145  | 28.2525   | -86.6876 | -28.2126 |  |
| NO. --- 37    | ---     | 1        |           |          |          |  |
| -181.5672     | -0.0670 | -87.0145 | -151.7475 | -86.6876 | -28.2126 |  |
| NO. --- 37    | ---     | 2        |           |          |          |  |
| -14.8882      | 70.3821 | -88.4961 | 15.6275   | 17.4859  | 4.8043   |  |
| NO. --- 38    | ---     | 1        |           |          |          |  |
| 178.1690      | -0.0836 | -86.7021 | -150.3110 | -86.3012 | -29.6376 |  |
| NO. --- 38    | ---     | 1        |           |          |          |  |
| -1.8310       | 0.0836  | 86.7021  | 29.6890   | -86.3012 | -29.6376 |  |
| NO. --- 38    | ---     | 1        |           |          |          |  |
| -181.8310     | -0.0836 | -86.7021 | -150.3110 | -86.3012 | -29.6376 |  |
| NO. --- 38    | ---     | 2        |           |          |          |  |
| -15.7069      | 70.4277 | -88.3205 | 16.4630   | 17.2034  | 4.9951   |  |
| NO. --- 39    | ---     | 1        |           |          |          |  |
| 177.8831      | -0.1028 | -86.3825 | -148.9123 | -85.8978 | -31.0228 |  |
| NO. --- 39    | ---     | 1        |           |          |          |  |
| -2.1169       | 0.1028  | 86.3825  | 31.0877   | -85.8978 | -31.0228 |  |
| NO. --- 39    | ---     | 1        |           |          |          |  |
| -182.1169     | -0.1028 | -86.3825 | -148.9123 | -85.8978 | -31.0228 |  |
| NO. --- 39    | ---     | 2        |           |          |          |  |
| -16.5135      | 70.4751 | -88.1371 | 17.2828   | 16.9110  | 5.1715   |  |
| NO. --- 40    | ---     | 1        |           |          |          |  |
| 177.5756      | -0.1250 | -86.0568 | -147.5513 | -85.4780 | -32.3679 |  |
| NO. --- 40    | ---     | 1        |           |          |          |  |
| -2.4244       | 0.1250  | 86.0568  | 32.4487   | -85.4780 | -32.3679 |  |
| NO. --- 40    | ---     | 1        |           |          |          |  |
| -182.4244     | -0.1250 | -86.0568 | -147.5513 | -85.4780 | -32.3679 |  |

| THETA ( DEG ) |         | THETA ( DEG ) |           |          |          |           |           |          |           |          |          |
|---------------|---------|---------------|-----------|----------|----------|-----------|-----------|----------|-----------|----------|----------|
| 1             | 2       | 3             | 4         | 5        | 6        | 1         | 2         | 3        | 4         | 5        | 6        |
| NO. -- 40     | ---     | 2             |           |          |          |           | NO. -- 40 | ---      | 2         |          |          |
| -17.3077      | 70.5241 | -87.9459      | 18.0868   | 16.6095  | 5.3335   | -17.3077  | 70.5241   | -87.9459 | 18.0868   | 16.6095  | 5.3335   |
| NO. -- 41     | ---     | 1             |           |          |          | NO. -- 41 | ---       | 1        |           |          |          |
| 177.2467      | -0.1502 | -85.7259      | -146.2277 | -85.0428 | -33.6731 | 177.2467  | -0.1502   | -85.7259 | -146.2277 | -85.0428 | -33.6731 |
| NO. -- 41     | ---     | 1             |           |          |          | NO. -- 41 | ---       | 1        |           |          |          |
| -2.7533       | 0.1502  | 85.7259       | 33.7722   | -85.0428 | -33.6731 | -2.7533   | 0.1502    | 85.7259  | 33.7722   | -85.0428 | -33.6731 |
| NO. -- 41     | ---     | 1             |           |          |          | NO. -- 41 | ---       | 1        |           |          |          |
| -182.7533     | -0.1502 | -85.7259      | -146.2277 | -85.0428 | -33.6731 | -182.7533 | -0.1502   | -85.7259 | -146.2277 | -85.0428 | -33.6731 |
| NO. -- 41     | ---     | 2             |           |          |          | NO. -- 41 | ---       | 2        |           |          |          |
| -18.0896      | 70.5747 | -87.7473      | 18.8751   | 16.2995  | 5.4810   | -18.0896  | 70.5747   | -87.7473 | 18.8751   | 16.2995  | 5.4810   |