

JAERI-M
87-133

トロイダルプラズマのMHD平衡計算コード
「EQUCIR version 3」

1987年9月

新谷 吉郎*・西尾 敏

JAERI-Mレポートは、日本原子力研究所が不定期に公刊している研究報告書です。
入手の間合わせは、日本原子力研究所技術情報部情報資料課（〒319-11 茨城県那珂郡東海村）あて、お申しこしください。なお、このほかに財団法人原子力弘済会資料センター（〒319-11 茨城県那珂郡東海村日本原子力研究所内）で複写による実費領布をおこなっております。

JAERI-M reports are issued irregularly.
Inquiries about availability of the reports should be addressed to Information Division Department of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokaimura, Naka-gun, Ibaraki-ken 319-11, Japan.

© Japan Atomic Energy Research Institute, 1987

編集兼発行 日本原子力研究所
印刷 日青工業株式会社

トロイダルプラズマのMHD平衡計算コード
「EQUCIR version 3」

日本原子力研究所那珂研究所臨界プラズマ研究部
新谷吉郎* 西尾 敏

(1987年8月6日 受理)

自由境界を持つトロイダルプラズマのMHD平衡計算コード「EQUCIR version 1, 2」に改良を加え最終的に以下の計算機能を有する「EQUCIR version 3」を開発した。

- 1) 外部導体による磁束函数を与えプラズマ平衡配位を求める計算。
- 2) プラズマと外部導体の回路方程式を作成し、Grad-Shafranov方程式と回路方程式を同時に矛盾なく解き、プラズマ平衡配位と外部導体電流の時間変化を求める計算。
- 3) 平衡配位として得たいプラズマ形状およびパラメータを与え、これを実現するために外部導体に流すべき必要な電流値の計算。このとき計算しうるプラズマはリミタ配位、ダイバータ配位のいずれも可能であり、かつ上下対称および非対称のいずれのプラズマ配置に対しても適用可能である。

上記計算はポロイダル磁場コイル系の設計上の観点から次のような考慮がされている。すなわちプラズマのポロイダル断面での形状を設定された形状に忠実に一致させる程度とコイル起磁力の大きさを制限する程度とを調整し、さらにダイバータ配位については、ヌル点の設定精度の調整が可能となっている。これら2種類の調整パラメータの効果をFERのプラズマパラメータを用いて定量的に確認し、設計上充分有用であることが明らかになった。

A Toroidal Plasma MHD Equilibrium Code "EQUCIR version 3"

Kichiro SHINYA* and Satoshi NISHIO

Department of Large Tokamak Research
Naka Fusion Research Establishment
Japan Atomic Energy Research Institute
Naka-machi, Naka-gun, Ibaraki-ken

(Received August 6, 1987)

The "EQUCIR version 3" code has been developed by improving the free-boundary toroidal MHD equilibrium code "EQUCIR version 1 & 2". The central problems addressed by "EQUCIR version 3" are;

- 1) The magnetic flux distribution of a plasma at equilibrium is determined for a given external field.
- 2) A set of circuit equations between the plasma and the external conductors are constructed. These circuit equations and the Grad-Shafranov equation are solved self-consistently and the time evolution of plasma equilibria and currents in external conductors is also determined simultaneously.
- 3) The currents in the external conductors are determined so that the plasma cross-section and plasma parameters are to be maintained at the desired values. These equilibrium calculations are available for both limiter and divertor plasma configurations, with symmetric or asymmetric configurations.

For reactor design analyses the following parameters were introduced for determining a more realistic poloidal coil current distribution.

- A compromise parameter between the fidelity of the prescribed plasma shape and the PF coil total ampere-turns
- A weight function for securing the null-points in the prescribed positions for divertor plasmas.

* Toshiba Corporation

The effects of the above two parameters were checked quantitatively for the FER single null divertor plasma as an example. By selecting the appropriate values for these parameters, we could obtain a realistic plasma equilibrium and PF coil current distribution. A convergence property was also checked and no deterioration was observed.

Keywords; Tokamak, MHD Equilibrium, Computer Code, Axisymmetric
Toroidal Plasma, Poloidal System Design, Divertor Plasma,
Null-point

目 次

1. はじめに	1
2. コイル起磁力制限とヌル点位置設定の方法	2
3. 結 果	6
3.1 γ_j の効果	7
3.2 収束性	7
3.3 σ_k の効果	8
4. 結 論	9
謝 辞	9
参考文献	9

Contents

1. Introduction	1
2. Formulation of coil current reduction and null point fixing	2
3. Results	6
3.1 Effect of γ_j	7
3.2 Convergence property	7
3.3 Effect of σ_k	8
4. Conclusion	9
Acknowledgements	9
References	9

1. はじめに

トカマク・プラズマの研究に於いて、平衡解析は基本的な実験解析手段や装置設計手段として広く用いられている。現在、原研では後者の目的に対して「EQUCIR」^{1,2)}コード群（目的に応じた複数のバージョンから成る）が多用されている。このコードはあらかじめ設定されたプラズマ形状に解が収束する様に、平衡コイルの起磁力が自動的に決定されるという利点を有する。従って、プラズマ形状（プラズマ大半径・小半径、非円形度、三角度等）と、その形状を達成するために必要な多重極磁場との一般的な関係等を議論しようとする際には、多にその威力を発揮する³⁾。ところが、現在のコードではダイバータプラズマの場合にヌル点位置を指定して計算を行うことはできない。ヌル点位置は計算の結果として求まる。このことは装置設計の立場からは、特にダイバータの設計に於いて余り好ましいことでは無い。

一方、同一の平衡磁場形状を達成するコイル起磁力分布は、コイル位置や個数、更に供給磁束の値によって変化する。又、プラズマ形状の微妙な変化に対して、コイル起磁力は大きく変化する傾向にある。従って、設定プラズマ形状を厳密に達成しようとする余り、コイル起磁力の値が技術的に可能な範囲を大きく超える事がしばしば発生する。上記の性質は何等かのうまい方法を導入すれば、コイル起磁力を実現可能な範囲内に納めて、しかもプラズマ形状が設定形状と殆んど変らないものを達成することができることを示唆している。

以上の二点の理由により、本報告では「EQUCIR」コードに新たに(i)ヌル点位置設定機能と(ii)コイル起磁力制限機能を付加する事を検討する。この機能を付加する事によって、ダイバータプラズマの平衡計算が、ヌル点位置を設定して、しかも現実的なコイル起磁力の範囲で実行できる様になる。この目的の為に新しく二個のパラメータ(σ , γ)を導入した。 σ 及び γ に明確に何等かの物理量が対応する訳では無いが、 γ については表示を若干拡張すれば平衡コイル系に蓄積される磁気エネルギーを減少させる効果に対応させる事ができる。従って、平衡コイル系に蓄積される磁気エネルギーに制限を課しているものと想定すれば、その意味を理解する事が容易になる。

2. コイル起磁力制限とヌル点位置設定の方法

EQUCIRコードはプラズマ電流分布 $J_p(R, Z)$ とコイル起磁力 $N_j I_j$ とを同時に収束計算する機能を有している。これらの収束計算は各繰返しステップに於いて、先ずコイル起磁力の修正を行い、次にプラズマ電流分布の修正を行っている。コイル起磁力とプラズマ電流分布の関係を比喩的に記述すると、コイル起磁力というポテンシャル中でのプラズマ電流分布の運動に喩えることができる。従ってコイル起磁力とプラズマ電流分布を同時に収束させる事は、ポテンシャル形状を徐々に変化させながら設定した平衡点に誘導する状況に対応する。このことから確実に収束させる為には、コイル起磁力がプラズマ電流分布より速く収束する事が望ましいと想像される。逆にプラズマ電流分布が充分速く収束し、続いてコイル起磁力が準静的に収束する場合にも確実に収束する場合にも確実に収束させる事ができると考えられる。

本報告の目的としているところは、ポテンシャルに対応するコイル起磁力の各繰返し段階での修正に際して、その絶対値が過大とならない様に制限を課すことである。制限の課し方には種々の形が考えられる。最も物理的イメージの明確なものは、平衡状態そのものが有する磁気エネルギー（プラズマとポロダイルコイルの双方）を最小化することである。この場合にはコイルの自己インダクタンスの大きいコイル、即ち大半径の大きいコイルの起磁力が重点的に制限されることになる。従って、ダブルヌルダイバータプラズマの様に、大半径のそれ程大きくないダイバータコイルの起磁力が大きくなる場合には余り効果的でない。従って今回の改良では、コイル起磁力の絶対値を直接極小化する方法を採用する。本方法の変形としては、隣接するコイル間の起磁力の差を極小化する方法も考えられる。以下にコイル起磁力を直接に極小化する場合について定式化する。

EQUCIRコードでは各繰返しステップでのコイル起磁力 $N_j I_j$ の修正 $N_j \delta_j I_j$ は、(1)式で示す設定プラズマ表面点での磁束値 Ψ_{Tk} をプラズマ表面磁束値 Ψ_s の差からなる二乗誤差を最小化する様に、最小二乗法を用いて決定される。

$$E = \sum_k^{N_s} (\Psi_{Tk} - \Psi_s)^2 W_k \quad (2-1)$$

ここで W_k は各点での重みである。

Ψ_{Tk} と Ψ_s は現繰返し段階での全ポロダイル磁束 Ψ_{Tk}^0 とプラズマ表面磁束 Ψ_s^0 、及びコイル電流 (=コイル起磁力/巻数) $I_j + \delta I_j$ を用いると次式で表示される。

$$\Psi_{Tk} = \Psi_{Tk}^0 + \sum_j^{N_c} a_{kj} \delta I_j \quad (2-2)$$

$$\Psi_s = \Psi_s^0 + \sum_j^{N_c} \eta_{sj} \delta I_j \quad (2-3)$$

ここで α_{kj} , η_{sj} は夫々 j 番目の単位コイル電流が k 番目の設定プラズマ表面点に発生するポロイダル磁束と、プラズマ表面を決めている点に発生するポロイダル磁束である。但し、(3)式に於いては次の繰返しステップでもプラズマ表面を決める点は変化しないものとしている。実際の計算に於いては必ずしもこの仮定は成立しないので、 η_{sj} は変化することになるが、このことが収束を特に悪化させることは無い。(1)~(3)式で N_s と N_c は夫々設定プラズマ表面点と独立コイルの数である。

コイル起磁力制限とヌル点位置設定の両機能と取り入れる為に、(1)式に以下の項を追加する。

$$\sum_j^{N_c} \gamma_j N_j^2 (I_j + \delta I_j)^2 + \sum_k^{N_N} \sigma_k (B_{Rk}^2 + B_{Zk}^2) + \sum_k^{N_N} \chi_k (\Psi_{Tk} - \Psi_s)^2 \quad (2-4)$$

上式で第一項がコイル起磁力制限の項、第二項が点 k がヌル点であること、第三項はこのヌル点がプラズマ表面上にあることを要求している。(4)式で B_{Rk} , B_{Zk} は次の様に δI_j を用いて表示できる。

$$B_{Rk} = B_{Rk}^0 + \sum_j^{N_c} b_{Rkj} \delta I_j \quad (2-5)$$

$$B_{Zk} = B_{Zk}^0 + \sum_j^{N_c} b_{Zkj} \delta I_j \quad (2-6)$$

第三項は(1)式と本質的に変りは無く、実際の計算では(1)式の重みが $W_k \sim O(1)$ であるのに対し、 $\chi_k \sim O(10)$ とする程度の差である。尚、 $N_N = 1$ はシングルヌル、 $N_N = 2$ はダブルヌルのダイバータプラズマに対応している。最終的に整理した形は次の様になる。

$$\begin{aligned} E = & \sum_k^{N_s} \left[\sum_j^{N_c} (\alpha_{kj} - \eta_{sj}) \delta I_j - (\Psi_s^0 - \Psi_{Tk}^0) \right]^2 W_k \\ & + \sum_k^{N_N} \left[\sum_j^{N_c} (\alpha'_{kj} - \eta_{sj}) \delta I_j \right]^2 \chi_k \\ & + \sum_k^{N_N} \left[(B_{Rk}^0 + \sum_j^{N_c} b_{Rkj} \delta I_j)^2 + (B_{Zk}^0 + \sum_j^{N_c} b_{Zkj} \delta I_j)^2 \right] \sigma_k \\ & + \sum_j^{N_c} \gamma_j N_j^2 (I_j + \delta I_j)^2 \end{aligned} \quad (2-7)$$

最小二乗法で各収束ステップの δI_j の値を決定することは、(7)式で表示される二乗誤差 E の値を最小とする δI_j ($j = 1, 2, \dots, N_c$) の組合せを求める事に対応するが、もし平衡計算の結果得られたプラズマ形状が、完全に設定プラズマ形状に一致したものとすると、 $\Psi_s^0 = \Psi_{Tk}^0$, $B_{Rk}^0 = B_{Zk}^0 = 0$, $\delta I_j = 0$ となっているので、残差は最終項の $\sum_j^{N_c} \gamma_j N_j^2 (I_j + \delta I_j)^2$

のみとなる。この場合に更にEの値を小さくしようとする $I_j + \delta I_j = 0$ ($j = 1, 2, \dots, N_C$)の無意味な解に近付こうとする。逆に $I_j + \delta I_j = 0$ 以外の解を得ようとする $I_j + \delta I_j = 0$ 以外の解を得ようとする $I_j + \delta I_j = 0$ 以外の解を得ようとする、第一項と第二項のプラズマ形状を設定形状に一致させる程度を犠牲にしなければならない。 r_j の値が大きくなる程、二乗誤差Eの中に占める $\sum_j^{N_C} r_j N_j^2 (I_j + \delta I_j)^2$ の項の寄与が大きくなるので、より小さい二乗誤差Eの値を達成しようとする $I_j + \delta I_j$ の値は小さくなりコイル起磁力の値は制限されるが、設定プラズマ形状を達成する能力は減少する。従って、実際の平衡計算に於いては r_j の値を適当に調節して双方の調和をとる必要がある。

実際に δI_j を求めるに際しては、以下の様な三ケースを考える。

- (i) 何等の制限をも課さない。
- (ii) 全コイル起磁力を一定とする。

$$I_0 = \sum_j^{N_C} N_j (I_j + \delta I_j) + \sum_j^{N_C'} N_j' I_j' \quad (2-8)$$

但し、右辺第二項はコイル起磁力を求めるもの以外のコイルで、起磁力を一定とするものも含めるコイルの起磁力の和に対応している。

- (iii) 平衡コイルの供給磁束を一定とする。

$$\psi_0 = \sum_j^{N_C} \beta_{pj} (I_j + \delta I_j) + \psi_{EO}' \quad (2-9)$$

ここで ψ_{EO}' はコイル起磁力を求めるもの以外のコイルで、供給磁束を一定とするものも含めるコイルの供給磁束の和を示している。具体的には変流器コイルが単独に存在する様な場合はこれにあたる。

以上の三ケースについて最小二乗法を適用すると、各収束ステップでのコイル電流の修正分 δI_j を求める方程式は次の様に得られる。

$$[A_{ij}] [\delta I_j] = [B_i] \quad (i = 1, \dots, N_{Cp}) \quad (2-10)$$

但し、 $N_{Cp} = N_C$ (条件(i))あるいは $N_C - 1$ (条件(ii), (iii))で、

$$\begin{aligned} A_{ij} = & \sum_k^{N_S} (\alpha_{ki} - \eta_{Si} - A_1 \xi_i) (\alpha_{ki} - \eta_{Si} - A_1 \xi_j) W_k \\ & + \sum_k^{N_N} (\alpha'_{ki} - \eta_{Si} - A_1 \xi_i) (\alpha'_{ki} - \eta_{Si} - A_1 \xi_j) \chi_k \\ & + \sum_k^{N_N} \{ (b_{Rki} - b_{RkN_C} \xi_i) (b_{Rki} - b_{RkN_C} \xi_j) \\ & \quad + (b_{Zki} - b_{ZkN_C} \xi_i) (b_{Zkj} - b_{ZkN_C} \xi_j) \} \sigma_k \\ & + A_2 \xi_i \xi_j + r_j N_j^2 \delta_{ij} \end{aligned} \quad (2-11)$$

$$\begin{aligned}
 B_i = & \sum_k^{N_S} (\alpha_{ki} - \eta_{Si} - A_1 \zeta) (\psi_S^0 - \psi_{Tk}^0 - A_1 \zeta) W_k \\
 & + \sum_k^{N_N} (\alpha'_{ki} - \eta_{Si} - A_1 \zeta) (\psi_S^0 - \psi_{Tk}^0 - A_1 \zeta) \chi_k \\
 & - \sum_k^{N_N} \left\{ (b_{Rki} - b_{RkN_C} \xi_i) (B_{Rk}^0 + b_{RkN_C} \zeta) \right. \\
 & \quad \left. + (b_{Zki} - b_{ZkN_C} \xi_i) (B_{Zk}^0 + b_{ZkN_C} \zeta) \right\} \sigma_k \\
 & + A_2 (\zeta + I_{N_C}) \xi_i - \gamma_i N_i^2 \quad (2-12)
 \end{aligned}$$

又,

$$A_1 = \alpha_{kN_C} - \eta_{SN_C}, \quad A_2 = \gamma_{N_C} N_{N_C}^2 \quad (2-13)$$

$$\xi_i = \begin{cases} 0 \\ \frac{N_i}{N_{N_C}} \\ \frac{\beta_{pi}}{\beta_{pN_C}} \end{cases} \quad \zeta = \begin{cases} 0 & \text{条件 (i)} \\ \frac{I_0 - I_0'}{N_{N_C}} & \text{条件 (ii)} \\ \frac{\psi_0 - \psi_0'}{\beta_{pN_C}} & \text{条件 (iii)} \end{cases} \quad (2-14)$$

$$\left. \begin{aligned} I_0' &= \sum_j^{N_C} N_j I_j + \sum_j^{N_C'} N_j' I_j' \\ \psi_0' &= \sum_j^{N_C} \beta_{pj} I_j + \psi_{E0}' \end{aligned} \right\} \quad (2-15)$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 0 & (i \neq j) \\ 1 & (i = j) \end{cases}$$

である。尚、最小二乗法を適用できるには、プラズマ表面点数 N_S 、ヌル点数 N_N およびコイル数 N_C との間に次式が成立する必要がある。

$$N_S + 3 N_N > N_C \quad (2-16)$$

ヌル点については磁束と磁場 (R , Z の両成分) を評価しているために $3 N_N$ となる。

繰返し回数が進んで解が収束に近着いた時点では、 $\psi_{Tk}^0 \approx \psi_S^0$, $\zeta \approx 0$ ($I_0 \approx I_0'$, 又は $\psi_0 \approx \psi_0'$), $B_{Rk}^0 \approx 0$, $B_{Zk}^0 \approx 0$ となる。この時、 $B_i \approx A_2 I_{N_C} \xi_i - \gamma_i N_i^2$ となるので $\gamma_j = 0$ で $\xi_i = 0$ (即ち条件(i)) の場合には $B_i \approx 0$ となり、次のステップでのコイル電流の

修正区分は $\delta I_j = 0$ となる。従って収束はかなり速やかに行われると予想される。一方 $r_j = 0$ で $\xi_j \neq 0$ (即ち条件ii)又はiii)あるいは $r_j \neq 0$ で $\xi_j = 0$ の場合には、常に $B_j \neq 0$ であるため収束速度は遅くなるものと思われる。 $r_j \neq 0$ で $\xi_j \neq 0$ の場合は r_j の値によって収束速度は変化することになる。

3. 結 果

前章の定式化に基づいて、コイル起磁力制限とヌル点設定の両機能の効果について述べる。但しプラズマとしてはFERのシングルヌルダイバータを選択した。プラズマパラメータを表3.1に示す。

プラズマ電流分布と圧力分布は次式に示すものを採用した。

$$j_P = R \frac{dP}{d\Psi} + \frac{1}{\mu_0 R} \frac{d}{d\Psi} \left(\frac{F^2}{2} \right) \quad (3-1)$$

$$P(\Psi) = P_0 \left(C_p + \left[\frac{1 - \{1 - (1 - a_p) \tilde{\Psi}\}^{n_p}}{1 - a_p^{n_p}} \right]^{m_p} \right) \quad (3-2)$$

$$F(\Psi) = F_0 \left(1 + C_F \left[\frac{1 - \{1 - (1 - a_F) \tilde{\Psi}\}^{n_F}}{1 - a_F^{n_F}} \right]^{m_F} \right) \quad (3-3)$$

$$\tilde{\Psi} = \frac{\Psi - \Psi_S}{\Psi_M - \Psi_S} \quad (3-4)$$

ここで Ψ_M , Ψ_S は夫々、磁気軸とプラズマ表面での全ポロイダル磁束である。 a_p , a_F はロー電流分布の平衡計算を行う場合に必要となるパラメータで、今回の計算では $a_p = a_F = 0$ とした。 $m_p = m_F = 1.5$, $n_p = n_F = 1.0$ で、プラズマ表面ではプラズマ圧力が存在しないものとして $C_p = 0$ とする。 $F_0 = R_p B_{T0}$ は真空磁場の値から決まり、 P_0 は平均プラズマ圧力が設定ベータ値 $\beta = 5.3\%$ に、 C_F はプラズマ電流値が設定値 $I_p = 8.7$ MA に等しくなる様に収束計算中に修正される。但し、 β と I_p の収束ループは二重になっており、複数回の I_p の収束繰返しに対して β の収束繰返しが行われる。以上より最終的に $P(\Psi)$, $F(\Psi)$ の形は次の様になる。

$$P(\Psi) = P_0 \tilde{\Psi}^{1.5}, \quad F(\Psi) = R_p B_{T0} (1 + C_F \tilde{\Psi}^{1.5}) \quad (3-5)$$

修正区分は $\delta I_j \approx 0$ となる。従って収束はかなり速やかに行われると予想される。一方 $r_j = 0$ で $\xi_j \neq 0$ (即ち条件(ii)又は(iii)あるいは $r_j \neq 0$ で $\xi_j = 0$ の場合には、常に $B_j \neq 0$ であるため収束速度は遅くなるものと思われる。 $r_j \neq 0$ で $\xi_j \neq 0$ の場合は r_j の値によって収束速度は変化することになる。

3. 結 果

前章の定式化に基いて、コイル起磁力制限とヌル点設定の両機能の効果について述べる。但しプラズマとしてはFERのシングルヌルダイバータを選択した。プラズマパラメータを表3.1に示す。

プラズマ電流分布と圧力分布は次式に示すものを採用した。

$$j_P = R \frac{dP}{d\Psi} + \frac{1}{\mu_0 R} \frac{d}{d\Psi} \left(\frac{F^2}{2} \right) \quad (3-1)$$

$$P(\Psi) = P_0 \left(C_p + \left[\frac{1 - \{1 - (1 - \alpha_p) \tilde{\Psi}\}^{n_p}}{1 - \alpha_p^{n_p}} \right]^{m_p} \right) \quad (3-2)$$

$$F(\Psi) = F_0 \left(1 + C_F \left[\frac{1 - \{1 - (1 - \alpha_F) \tilde{\Psi}\}^{n_F}}{1 - \alpha_F^{n_F}} \right]^{m_F} \right) \quad (3-3)$$

$$\tilde{\Psi} = \frac{\Psi - \Psi_S}{\Psi_M - \Psi_S} \quad (3-4)$$

ここで Ψ_M, Ψ_S は夫々、磁気軸とプラズマ表面での全ポロイダル磁束である。 α_p, α_F はロー電流分布の平衡計算を行う場合に必要となるパラメータで、今回の計算では $\alpha_p = \alpha_F = 0$ とした。 $m_p = m_F = 1.5, n_p = n_F = 1.0$ で、プラズマ表面ではプラズマ圧力が存在しないものとして $C_p = 0$ とする。 $F_0 = R_p B_{T0}$ は真空磁場の値から決まり、 P_0 は平均プラズマ圧力が設定ベータ値 $\beta = 5.3\%$ に、 C_F はプラズマ電流値が設定値 $I_p = 8.7 \text{ MA}$ に等しくなる様に収束計算中に修正される。但し、 β と I_p の収束ループは二重になっており、複数回の I_p の収束繰返しに対して β の収束繰返しが行われる。以上より最終的に $P(\Psi), F(\Psi)$ の形は次の様になる。

$$P(\Psi) = P_0 \tilde{\Psi}^{1.5}, \quad F(\Psi) = R_p B_{T0} (1 + C_F \tilde{\Psi}^{1.5}) \quad (3-5)$$

3.1 γ_j の効果

最初にコイル起磁力制限機能の効果調べる。プラズマ形状、特にヌル点位置が変化することによる影響を避ける為に、 $\sigma_R = 2,500$, $\chi_R = 0$ とした。シングルヌルダイバータである為 $R = 1$ で、 $\chi_R = 0$ としてもヌル点位置は正しく設定位置に収束する。ポロイダルコイルは図 3.1 に示す様に D 型の曲線上に上下対称位置に計 24 個を分布配置した。プラズマ形状設定点は 30 点とし ($N_S = 30$)、各点に対する重み W_R はヌル点近傍の 7 点を除いて全て 1 とした。ヌル点近傍の 7 点については 0.8, 0.4, 0.2, 0.2, 0.2, 0.4, 0.8 としている。図 3.1 に $\beta = 5.3\%$ とした平衡計算結果を示す。 γ_j の値は全コイルで全て等しく 1.0×10^{-17} としている。ポロイダルコイル N_C 、設定プラズマ点数 N_S 共に大きいので、本報告を調べた γ_j の値の範囲では、プラズマ形状の変化は殆んど無い。

図 3.2 に $\gamma_j = 10^{-17}$, 10^{-16} , 10^{-15} の 3 種に対するコイル起磁分布を示す。 $\gamma_j = 10^{-17}$ と 10^{-16} 又は 10^{-15} とでは分布の様子が大きく異っている。即ち $\gamma_j = 10^{-16}$ でコイル起磁力制限機能が効果的に働いたと考えられる。 γ_j^2 10^{-16} と 10^{-15} とでは起磁力分布にはそれ程の差が見られない。従って、プラズマ形状を損わずにコイル起磁力を減少するには 10^{-15} 程度が γ_j の上限値となる。当然のことながら、プラズマの寸法、ポロイダル・コイルとの相対位置、プラズマ形状 (円形か非円形か、あるいはリミタプラズマかダイバータプラズマか) によって、この上限値には差があることになる。一般的に非円形より円形が、ダイバータよりリミタの方が γ_j の上限値は大きくなる。ダイバータの中でもプラズマの上下 α どちらか一方のみにヌル点を有する、シングルヌルダイバータが上限値は大きくなる。

3.2 収束性

通常の平衡解析コードでは、コイル起磁力を固定して、プラズマ電流分布と形状を収束計算で求めるようになっているが、EQUICR ではこれ以外に、コイル起磁力を変化させてプラズマ形状を設定形状に収束させる機能を別途有している。更に、本報告とは直接の関係は無いが、ベータ値の収束機能及びプラズマ磁気軸での安定係数の収束機能を有している。本節ではプラズマ電流分布とプラズマ形状の収束性を調べる。収束誤差は夫々次式で定義する。

$$\epsilon_j = \frac{j_{ki}^n - j_{ki}^{n-1}}{I_p} \quad (3-6)$$

$$\epsilon_M = \frac{M_{pm}^n - M_{pm}^{n-1}}{M_{pm}^n} \quad (3-7)$$

ここで、 j_{ki}^n はメッシュ点 (k, l) での n 番目の繰返しでのプラズマ電流分布、 M_{pm}^n はプラズマと m 番目のコイルとの間の相互インダクタンスで次式で定義される。

$$M_{pm}^n = \frac{1}{I_p} \sum_{k,l} j_{kl}^n \phi_{klm} \quad (3-8)$$

ここで ϕ_{klm} は m 番目のコイルに単位電流が流れた時にメッシュ点 (k, l) に発生するポロイダル磁束である。(3-8)式にはプラズマ電流分布 j_{kl}^n が含まれているので、 ϵ_M にはプラズマ形状の収束性 ($\sum_{k,l}$ で示される) と同時にプラズマ電流分布の収束性の効果も入っていることに注意する必要がある。

図3.3に ϵ_j と ϵ_M の収束ステップに対する変化を示す。図で矢印で示した誤差が急増する収束ステップは、ベータ値を収束させるループに入り(3-5)式の P_0 の値が変化したことによるものである。このステップで ϵ_j と ϵ_M の値は概略等しくなるが、それ以降プラズマ形状の方が速やかに収束することが分る。図3.4に $\gamma = 10^{-15}$ と 10^{-17} の場合について、平衡磁場の主として六重極磁場を供給する機能を有する、#22のコイル起磁力の変化を示す。矢印は図3.3と同様、 P_0 が変化したステップを示している。 $\gamma = 10^{-15}$ の場合、 10^{-17} に比較してコイル起磁力の値は1/2以下と小さくなっているが、収束速度については差は見られない。

3.3 σ_k の効果

ヌル点位置設定機能の効果は、分布ポロイダルコイル配置ではなく実コイル配置について調べた。図3.5にプラズマ形状を示す。シングルヌルダイバータでヌル点位置は $R_N = 4.0$ m, $Z_N = -2.0$ mである。中心ソレノイド部の赤道面近傍に設置する6コイルについては、直列接続するものとし、1自由度と見做す。他のコイルについては個別的に制御するものとする。

図3.6に σ を1から 10^4 の範囲で変化させた場合の、平衡計算の結果として得られたヌル点位置を示す。コイル起磁力制限機能の γ_j の値は 10^{-16} を使用した。同図によると $\sigma < 100$ で設定位置からのずれがかなり大きく、 $\sigma < 1,000$ で必ずしも決定値に一致してはいないけれどもその変化は非常に少なくなっている。従って実際の計算に際しては σ の値として 10^3 オーダーの値を採用すれば良いと考えられる。尚、シングルヌルダイバータであるため、 $\chi = 0$ を用いている。

図3.7に $\sigma = 1, 10, 10^3$ の3種についてのコイル起磁力分布を示す。図3.6で σ の値が増大するにつれてヌル点の高さ Z_N が減少している(プラズマの磁気軸から遠ざかって行く)ことに対応して、ダイバータコイル(#11)の起磁力が減少している。更に、ヌル点の大半径位置 R_N が減少するため、ヌル点を装置中心に引き込む機能を有する#8, 9のコイル起磁力は逆に増大している。

4. 結 論

トカマクプラズマの平衡解析コード「EQUCTIR」を、より装置設計への使用を便利にするために、同コードにコイル起磁力制限機能とヌル点位置設定機能を導入した。これは繰返し収束計算の各ステップに於いて、コイル起磁力を最小二乗法で決める際の評価誤差の中に、コイル起磁力の二乗和と設定ヌル点位置でのポロイダル磁場の二乗和を付加することによって行った。上記の二機能の効果は、双方の二乗和に対する重み γ と σ と定量化できるが、FERのプラズマパラメータで計算した例によれば、 $\gamma = 10^{-16}$ 、 $\sigma = 10^3$ 程度で効果が顕著になる。 γ の値として 10^{-15} 以上を採用すると、ダイバータプラズマの場合には設定プラズマ形状を実現する程度が劣化する。従って、実際の設計に於いては $\gamma = 10^{-16} - 10^{-15}$ の値を採用することが適当である。 σ の値としては 10^3 程度以上の値に対してはその効果に殆んど差がなくなるので、 γ に比較してその選択範囲は広い。

γ の値は各コイルについて別個に設定することができるので、装置の構造設計や電源容量の評価と並行して特定のコイル起磁力を抑制することも可能になり、今回採用された機能の効果は非常に大きい。

謝 辞

本報告書をまとめるにあたりFER設計チームのメンバーから有益な助言を戴いたことを感謝します。

参 考 文 献

- 1) 二宮博正・亀有昭久・新谷吉郎：JAERI-M 9127(1980)
トロイダルプラズマのMHD平衡計算コード「EQUCTIR version 1」
- 2) 新谷吉郎・二宮博正：JAERI-M 9278(1981)
上下非対称トロイダルプラズマのMHD平衡計算コード「EQUCTIR version 2」
- 3) K. Shinya, H. Yokomizo, H. Ninomiya et al :
Proc. 9th Symp. Eng. Prob. Fusion Res. 3039(1981)
Shaping and Controlling Dee-shaped Tokamak Plasmas

4. 結 論

トカマクプラズマの平衡解析コード「EQUCTIR」を、より装置設計への使用を便利にするために、同コードにコイル起磁力制限機能とヌル点位置設定機能を導入した。これは繰返し収束計算の各ステップに於いて、コイル起磁力を最小二乗法で決める際の評価誤差の中に、コイル起磁力の二乗和と設定ヌル点位置でのポロイダル磁場の二乗和を付加することによって行った。上記の二機能の効果は、双方の二乗和に対する重み γ と σ と定量化できるが、FERのプラズマパラメータで計算した例によれば、 $\gamma = 10^{-16}$ 、 $\sigma = 10^3$ 程度で効果が顕著になる。 γ の値として 10^{-15} 以上を採用すると、ダイバータプラズマの場合には設定プラズマ形状を実現する程度が劣化する。従って、実際の設計に於いては $\gamma = 10^{-16} - 10^{-15}$ の値を採用することが適当である。 σ の値としては 10^3 程度以上の値に対してはその効果に殆んど差がなくなるので、 γ に比較してその選択範囲は広い。

γ の値は各コイルについて別個に設定することができるので、装置の構造設計や電源容量の評価と並行して特定のコイル起磁力を抑制することも可能になり、今回採用された機能の効果は非常に大きい。

謝 辞

本報告書をまとめるにあたりFER設計チームのメンバーから有益な助言を戴いたことを感謝します。

参 考 文 献

- 1) 二宮博正・亀有昭久・新谷吉郎：JAERI-M 9127(1980)
トロイダルプラズマのMHD平衡計算コード「EQUCIR version 1」
- 2) 新谷吉郎・二宮博正：JAERI-M 9278(1981)
上下非対称トロイダルプラズマのMHD平衡計算コード「EQUCIR version 2」
- 3) K. Shinya, H. Yokomizo, H. Ninomiya et al :
Proc. 9th Symp. Eng. Prob. Fusion Res. 3039(1981)
Shaping and Controlling Dee-shaped Tokamak Plasmas

4. 結 論

トカマクプラズマの平衡解析コード「EQUCTIR」を、より装置設計への使用を便利にするために、同コードにコイル起磁力制限機能とヌル点位置設定機能を導入した。これは繰返し収束計算の各ステップに於いて、コイル起磁力を最小二乗法で決める際の評価誤差の中に、コイル起磁力の二乗和と設定ヌル点位置でのポロイダル磁場の二乗和を付加することによって行った。上記の二機能の効果は、双方の二乗和に対する重み γ と σ と定量化できるが、FERのプラズマパラメータで計算した例によれば、 $\gamma = 10^{-16}$ 、 $\sigma = 10^3$ 程度で効果が顕著になる。 γ の値として 10^{-15} 以上を採用すると、ダイバータプラズマの場合には設定プラズマ形状を実現する程度が劣下する。従って、実際の設計に於いては $\gamma = 10^{-16} - 10^{-15}$ の値を採用することが適当である。 σ の値としては 10^3 程度以上の値に対してはその効果に殆んど差がなくなるので、 γ に比較してその選択範囲は広い。

γ の値は各コイルについて別個に設定することができるので、装置の構造設計や電源容量の評価と並行して特定のコイル起磁力を抑制することも可能になり、今回採用された機能の効果は非常に大きい。

謝 辞

本報告書をまとめるにあたりFER設計チームのメンバーから有益な助言を戴いたことを感謝します。

参 考 文 献

- 1) 二宮博正・亀有昭久・新谷吉郎：JAERI-M 9127(1980)
トロイダルプラズマのMHD平衡計算コード「EQUCTIR version 1」
- 2) 新谷吉郎・二宮博正：JAERI-M 9278(1981)
上下非対称トロイダルプラズマのMHD平衡計算コード「EQUCTIR version 2」
- 3) K. Shinya, H. Yokomizo, H. Ninomiya et al :
Proc. 9th Symp. Eng. Prob. Fusion Res. 3039(1981)
Shaping and Controlling Dee-shaped Tokamak Plasmas

Table 3.1 FER ACCS Plasma Parameters

Parameter	Notation	Value
Plasma current	I_p	8.7 MA
Major radius	R_p	4.42 m
Minor radius	a	1.25 m
Vertical offset	Z_p	0.9 m
Total beta	β	0.53 - 5.3%
Elongation *	K_{95}	1.7
Triangularity *	δ_{95}	0.2
Null point	R_N/Z_N	4.0/-2.0 m
Flux supply	Ψ_p	-20 VS

* Elongation and triangularity are the required values at 95% flux surface with averaged at upper and lower half.

FY86 ACCS < CASE 0-1 > RP=4.42 AP=1.25 ZP=0.9 IP=8.74MA VS=-20
 NC=24 BETA=0.0053,0.053 ELN=1.7 DEL=0.2 RN=4.0 ZN=-2.0 GML=1.0E-17

TIME = 1.000E 00 SEC

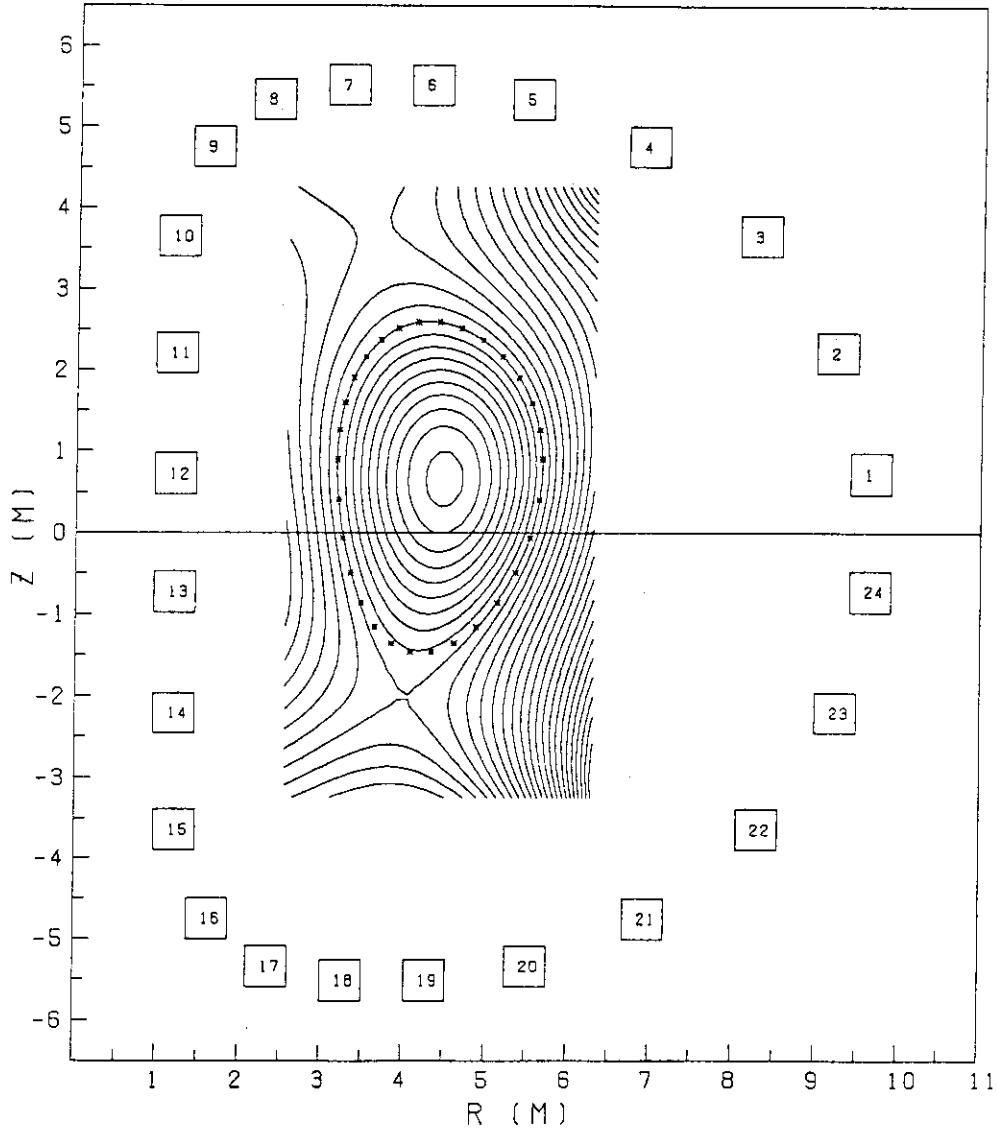


Fig. 3.1 Equilibrium plasma configuration with single null point at lower half of the plasma. Plasma parameters are chosen of the FY86 ACCS of EFR.

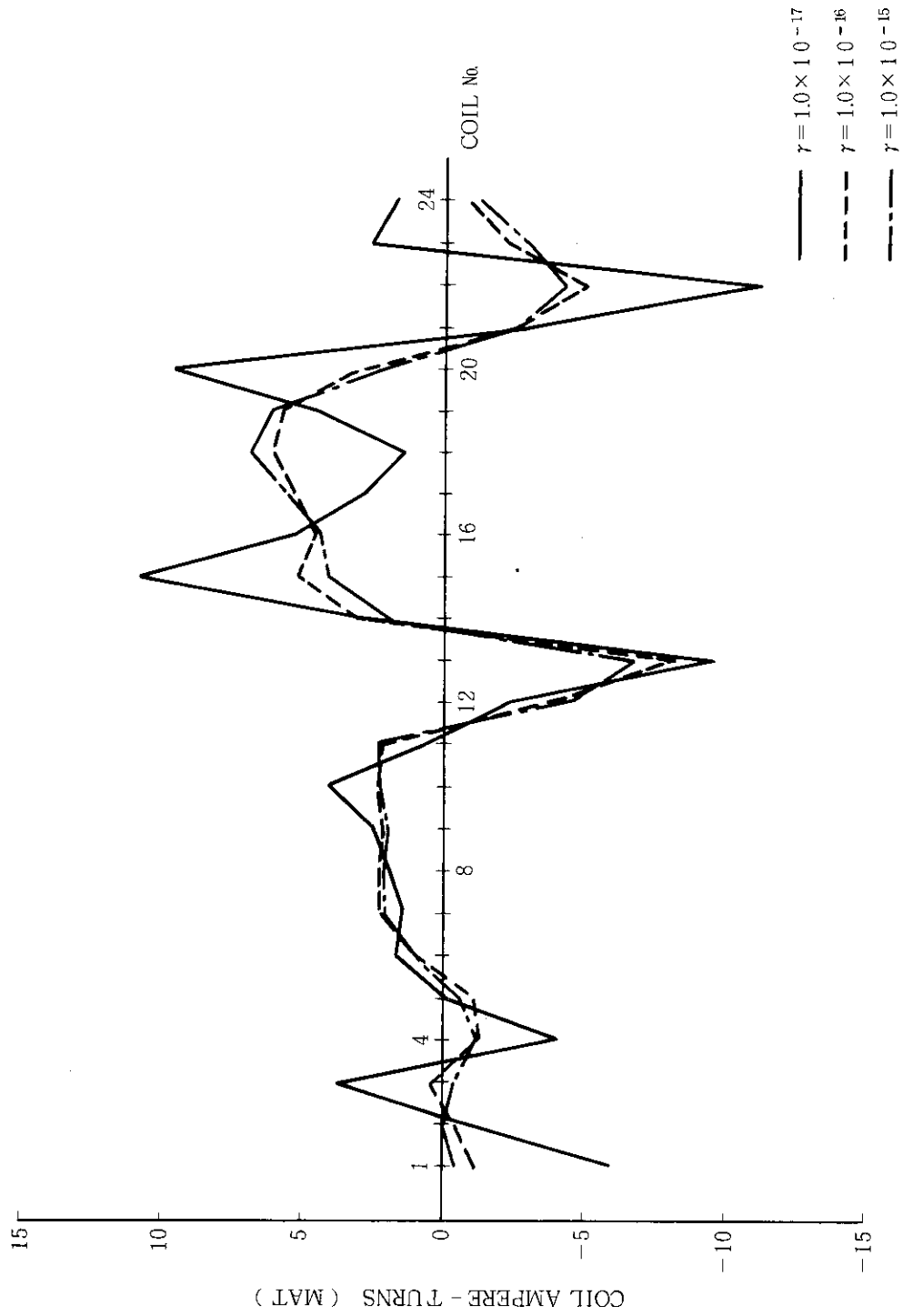


Fig. 3.2 Coil current distributions for the plasma configuration shown in Fig. 3.1 with different relaxation parameter γ .

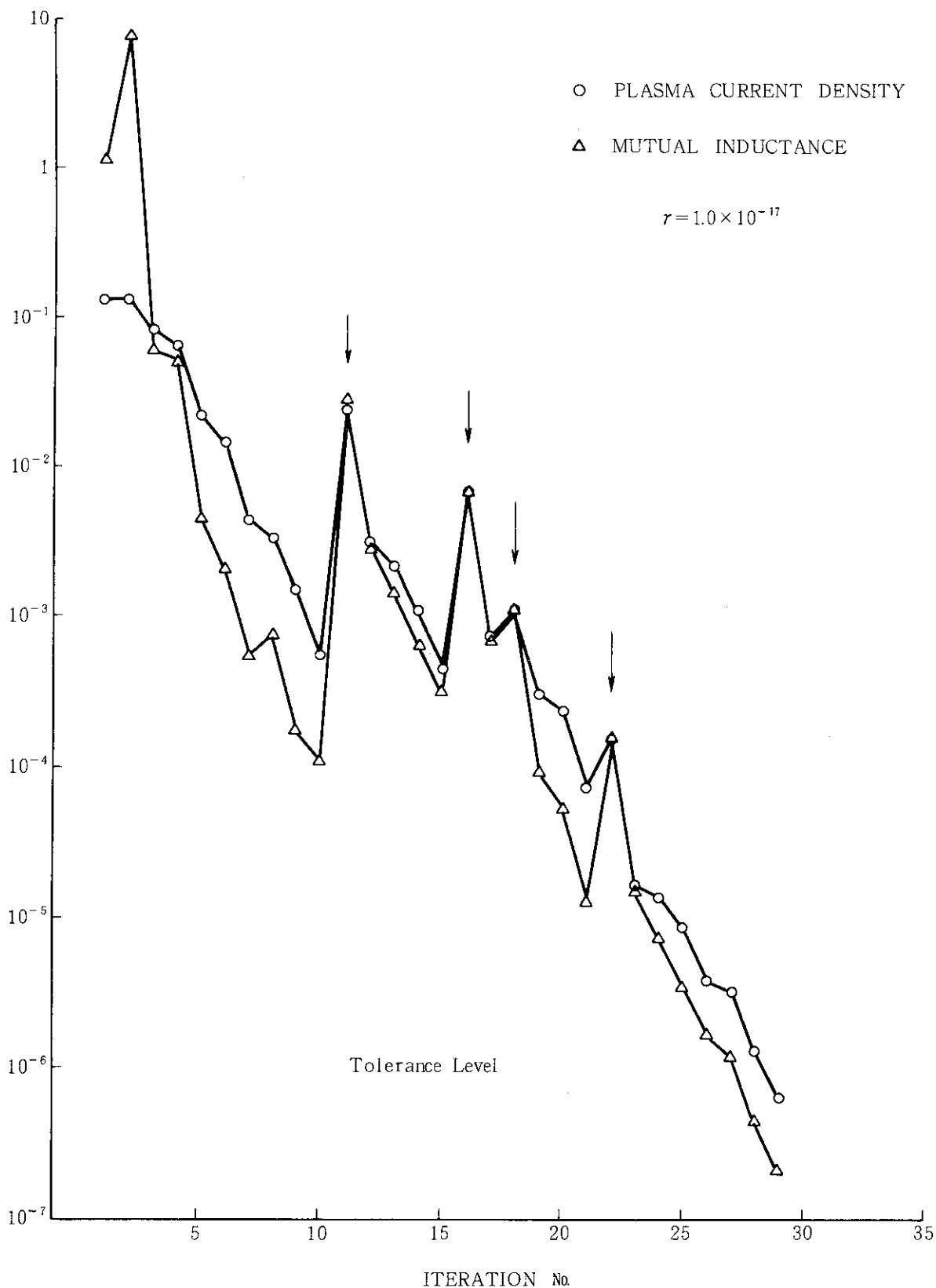


Fig. 3.3 Convergence properties of the plasma current distribution and mutual inductance between the plasma and the poloidal coil. Convergence of the mutual inductance implicitly shows the convergence of the poloidal coil currents. The arrows show entering β iteration loop.

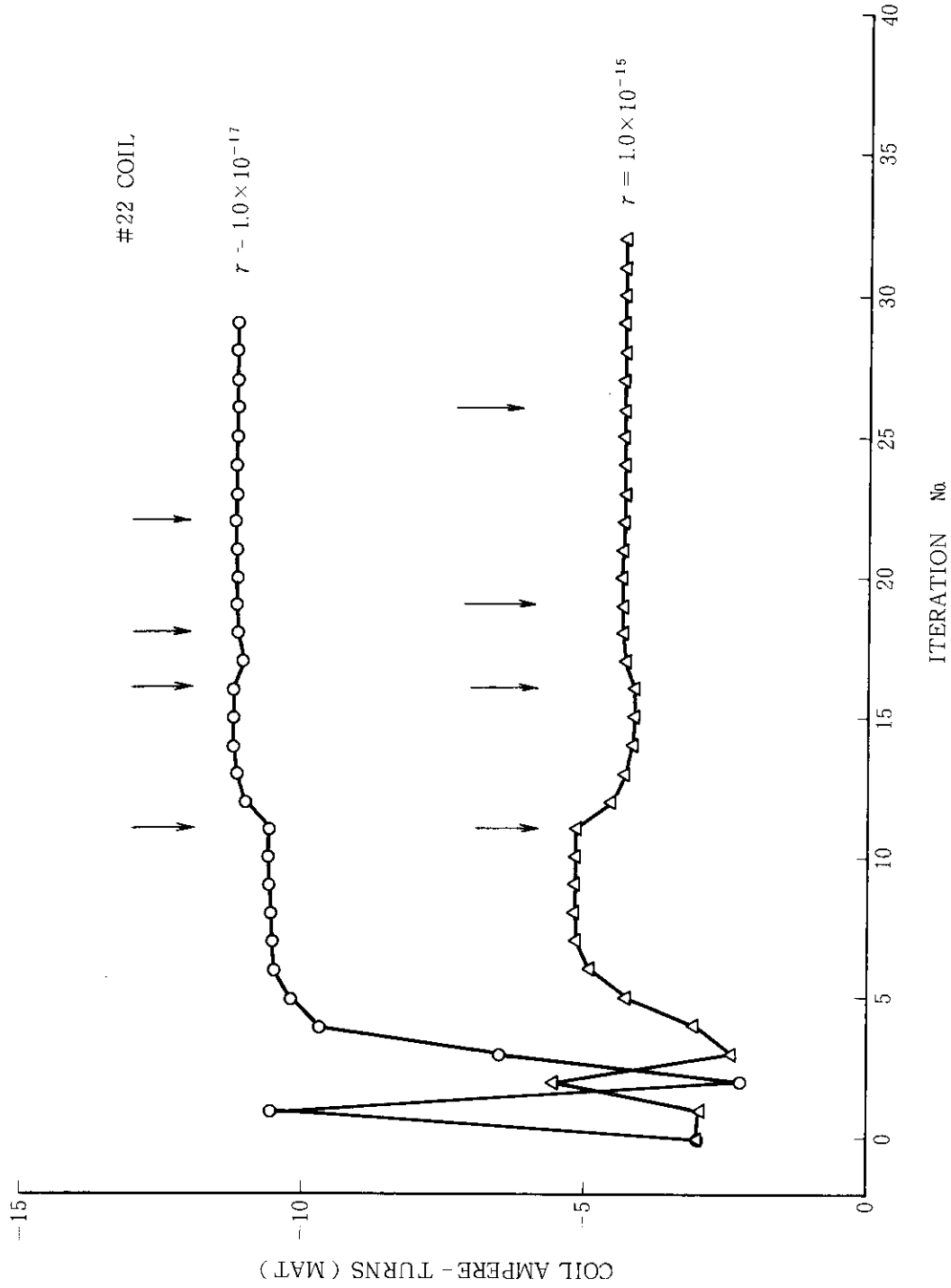


Fig. 3.4 Convergence properties of the typical coil current for different values of the relaxation parameters.

FER (FY86 ACCS) < CASE 1 > RP=4.42 AP=1.25 ZP=0.9 IP=8.74MA
 NC=13 BETA=0.053 ELN=1.7 DEL=0.2 RN=4.0 ZN=-2.0 SIGMA=1000

TIME = 1.000E 00 SEC

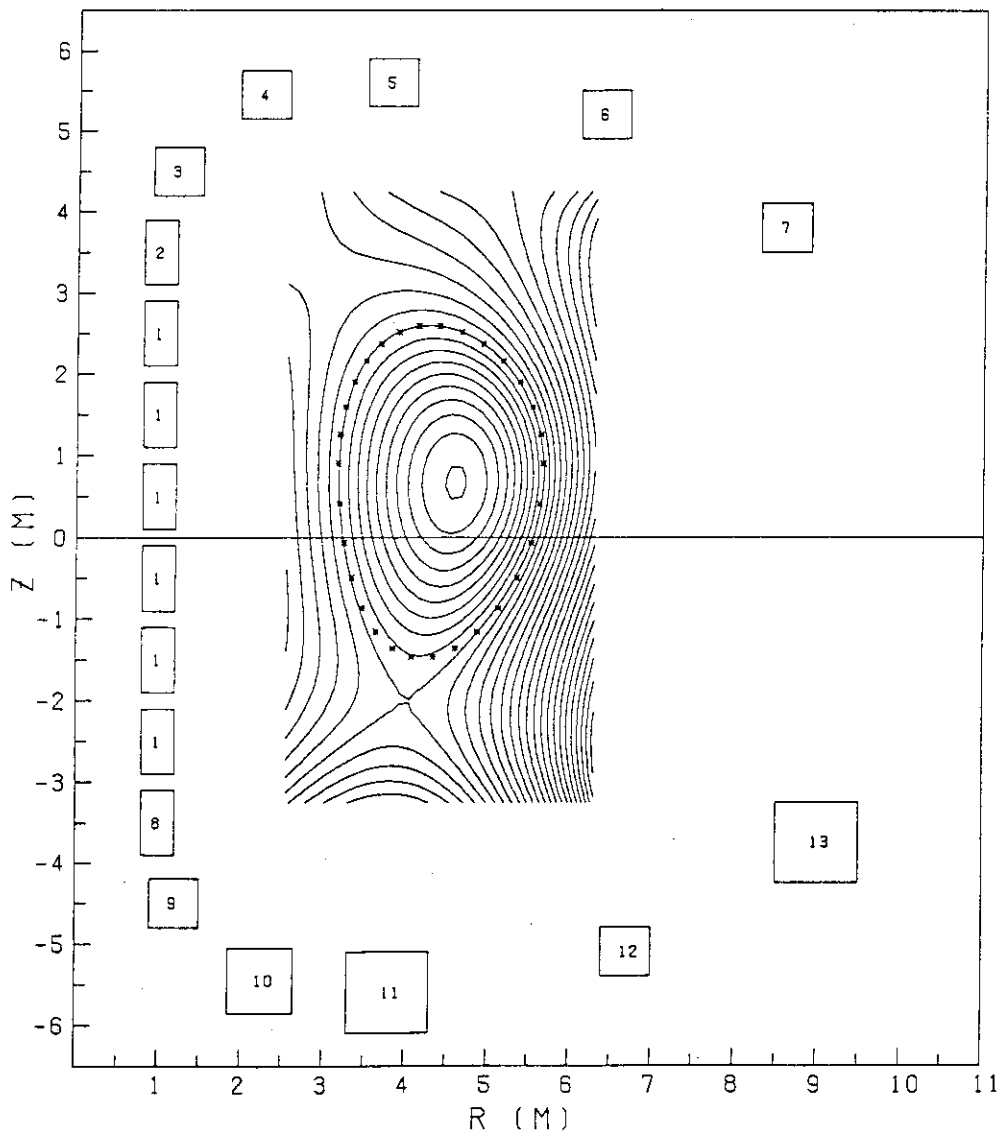


Fig. 3.5 Equilibrium plasma configuration for realistic poloidal coil configuration with six solenoid coils connected in series. The plasma parameters are the same as Fig. 3.1.

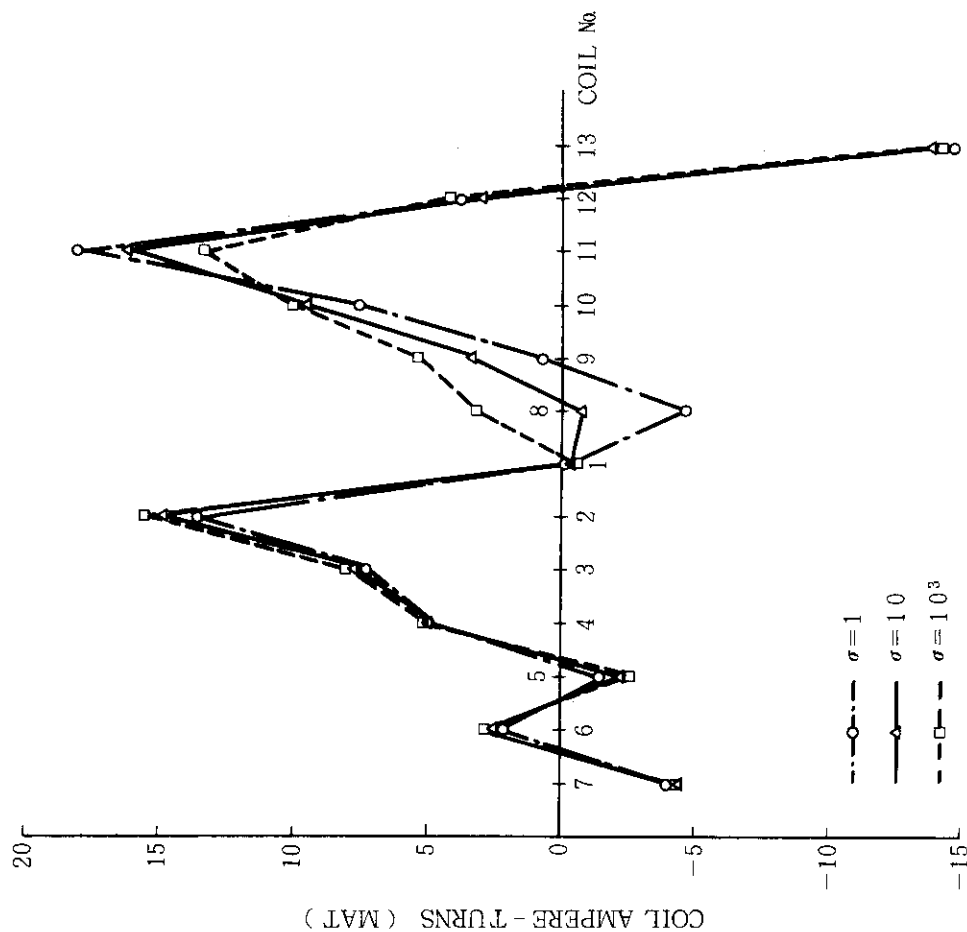


Fig. 3.7 Coil current distribution with different values of σ . Divertor coil currents are mainly different corresponding to the different positions of the null points.

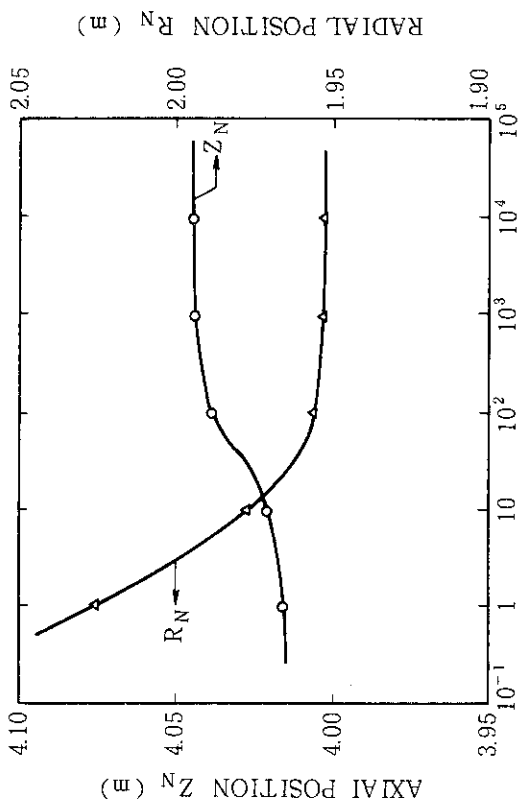


Fig. 3.6 Effect of the parameter σ . The value of the order of 1000 is required to ensure the null point to the required location.