

JAERI-M
87-149

解析解に基づく2次元1群中性子拡散
プログラム:SICO2D

1987年9月

板垣 正文

JAERI-M レポートは、日本原子力研究所が不定期に公刊している研究報告書です。

入手の問い合わせは、日本原子力研究所技術情報部情報資料課（〒319-11 茨城県那珂郡東海村）あて、お申しこしてください。なお、このほかに財団法人原子力弘済会資料センター（〒319-11 茨城県那珂郡東海村日本原子力研究所内）で複写による実費頒布をおこなっております。

JAERI-M reports are issued irregularly.

Inquiries about availability of the reports should be addressed to Information Division, Department of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken 319-11, Japan.

© Japan Atomic Energy Research Institute, 1987

編集兼発行 日本原子力研究所
印 刷 山 田 軽 印 刷 所

解析解に基づく2次元1群中性子拡散プログラム：SICO 2D

日本原子力研究所むつ事業所原子力船技術部

板垣 正文

(1987年8月25日受理)

原子炉プラント現場の小型電子計算機を用いて効率的な炉心シミュレーション計算を実行する目的で、2次元1群中性子拡散プログラムSICO 2Dが開発された。本プログラムは1群拡散方程式の解析解に基づいている。x y 平面をいくつかの長方形ノードに分割し、2次元拡散方程式を各ノードで積分することにより、x 軸及びy 軸方向に1次元の拡散方程式が得られる。個々の1次元拡散方程式は解析的に解かれ、また臨界固有値及び対応する1次元中性子束分布を迅速に求める為に射撃法の一つが使われる。これら1次元中性子束分布をノード別バックリング反復により2次元分布に合成している。

軽水炉の2次元IAEAベンチマーク問題を対象として行なったテスト計算の結果、本プログラムは中性子束の解析解を用いていることに起因して、従来の詳細メッシュ差分法によるCITATIONプログラムに比べ計算時間、必要計算機容量ともに大幅に少なくて済むことが示される。

Two-Dimensional, One-Group Neutron Diffusion Calculation
Program Based on Analytic Solutions: SICO2D

Masafumi ITAGAKI

Department of Nuclear Ship Engineering
Mutsu Establishment
Japan Atomic Energy Research Institute
Toranomon, Minato-ku, Tokyo

(Received August 25, 1987)

A two-dimensional, one-group neutron diffusion program SICO2D has been developed for the purpose of efficient core simulations by means of an on-site minicomputer. This program is based on analytic solutions of the one-group diffusion equation. The XY-plane is divided into rectangular nodes, and integrating the two-dimensional (2-D) diffusion equation over a node results in two (X- and Y-directional) 1-D equations. Each 1-D equation is solved analytically and a type of shooting method is used in determining the critical eigenvalue and the corresponding flux distribution. The 2-D flux distribution is calculated using a nodewise buckling iteration.

Results obtained in some test calculations for the IAEA 2-D PWR benchmark problem indicate that this program, as a consequence of the analytic flux representation, can achieve a significant reduction in computing time and required computer memory in comparison with the conventional fine-mesh program CITATION.

Keywords: Minicomputer, Core Simulation, SICO1D, SICO2D, Neutron Diffusion Equation, Analytic Solution, Shooting Method, Nodewise Buckling Iteration, CITATION

目 次

1. 序 言	1
2. SICO 2D に用いられる計算法の概説	2
2.1 多重1次元平板体系における1群中性子束の解析表示	2
2.2 射撃法による固有値の探索	4
2.3 出力分布の規格化	6
2.4 ノード別バックリング反復による2次元問題への拡張	6
3. 計算の流れ及びサブルーチン構成	9
4. 入力形式	11
5. 出力量	14
6. テスト計算及び議論	15
6.1 実効増倍率及び出力分布の計算	15
6.2 より高精度な出力分布計算	20
6.3 反射体境界条件	21
7. 結 言	24
謝 辞	24
参考文献	25
附録A 1群縮約核定数の作成	26
附録B L字型反射体境界における対数微分値	26
附録C サンプル入出力	27

CONTENTS

1. Introduction	1
2. Calculation Methods Used in SICO2D	2
2.1 One-Group Analytic Flux Representation in Multi-Layered 1-D Slab System	2
2.2 Eigenvalue Search Using Shooting Technique	4
2.3 Normalization of Power Distribution	6
2.4 Extension to Two-Dimensional Problems by Nodewise Buckling Iteration	6
3. Calculation Flow and Program Structure	9
4. Input Data Format	11
5. Output	14
6. Test Calculation Results and Discussion	15
6.1 Critical Eigenvalue and Power Distribution	15
6.2 More Accurate Power Distribution	20
6.3 Reflector Boundary Conditions	21
7. Conclusion	24
Acknowledgement	24
References	25
Appendix A One-Group Collapsed Nuclear Constants	26
Appendix B Logarithmic Derivative for a L-shaped Reflector Boundary	26
Appendix C Sample Input and Output	27

1. 序 言

原子力船「むつ」のような舶用炉は、陸上の支援が得られないという離隔条件下におかれており、炉心監視のためには船上搭載の小型電子計算機により炉物理計算を実行することが必須となる。しかしながら、このような小型計算機は、その性能に制限が課せられており、通常的大型電子計算機を用いる場合のような大掛かりな炉物理計算は困難である。したがって経済性に優れた炉物理計算手法を採用する必要がある、またこの場合、計算モデルのある程度の簡素化（1群近似や反射体計算の省略等）は已むを得ない。

CITATION¹⁾のような在来の詳細メッシュ拡散コードは小型計算機による使用に向かない。FLARE型のノード法²⁾は1群近似の低コスト計算モデルとして知られているが、拡散理論に基づいておらず、拡散近似によるより高精度な計算結果と整合を図るのが必ずしも容易ではない。一方、拡散理論に基づく粗メッシュ法の多くはオンサイト計算の目的には依然としてコスト高である。計算コストを低減化させようとする多くの試みの中で、中性子束分布を拡散方程式の解析解で表現する手法は有効な解決策のひとつと考えられる。このようなことから拡散方程式の解析解に基づく炉心監視用1次元プログラムSICO1D³⁾が開発されている。SICO1Dでは、中性子束解析解に含まれる未知係数と領域境界の対数微分条件との間の単純な代数関係を基礎としており、この単純さにより計算プログラムのサイズを最小化することを可能としている。さらに、一種の射撃法を用いることにより、臨界固有値及び対応する中性子束分布を通常の中性子源反復法よりも迅速に探索することに成功している。

SICO1Dにおける1群中性子束解は簡単な三角関数又はハイパボリック関数で与えられており、個々の均質領域におけるバックリングは全く代数的に与えられる。このことから、もし、ノード別バックリング反復法^{4)~7)}を導入すれば、SICO1Dは極めて容易に2次元へ拡張できることが示唆される。このような考え方に基づいて、著者は既に2次元1群中性子拡散方程式を解く新しい計算手法を提案した⁸⁾。本報は、この計算手法に基づいて開発された2次元1群中性子拡散プログラムSICO2Dについて、その機能と物理モデル、プログラム構造、さらに入力データの作成法等につき詳述するものである。第2章1~3節ではまず、1次元計算部分に用いられている手法（SICO1Dと共通）についてレビューし、第4節でノード別バックリング反復法による2次元問題への拡張について記述される。第3章で計算の流れ及びサブルーチン構成、第4章で入力データの作成法、さらに第5章では計算出力のあらましについて述べる。第6章では、軽水炉の2次元IAEAベンチマーク問題を例題として、本プログラムの計算効率及び得られる結果の精度が詳細差分計算コードCITATIONとの比較により議論される。また、本プログラム利用者の理解を助けるため、サンプル入出力を付録に加えた。

2. SICO2Dに用いられる計算法の概説

2.1 多重1次元平板体系における1群中性子束の解析表示

1次元平板体系に対する1群拡散方程式は次の形式にかける。

$$-D \frac{d^2 \phi}{dz^2} + (\Sigma_a + DB_{\perp}^2) \phi = \frac{\nu \Sigma_f}{k_{\text{eff}}} \phi \quad (1)$$

ここに通常の記号を使用しており、 DB_{\perp}^2 は垂直方向の中性子漏洩断面積である。多重平板系における任意の均質領域 i について一様なバックリング、

$$B_i^2 = \{ \nu \Sigma_{fi} / k_{\text{eff}} - (\Sigma_{ai} + D_i B_{\perp i}^2) \} / D_i \equiv -\lambda_i^2 \quad (2)$$

を使えば(1)式は、

$$\frac{d^2 \phi_i(z)}{dz^2} + B_i^2 \phi_i(z) = 0, \quad (3)$$

のように単純化される。(3)式の一般解は、

$$\phi_i(z) = a_i \{ \psi_i(z) + w_i \theta_i(z) \}, \quad (4)$$

$$J_i(z) \equiv -D_i \frac{d \phi_i(z)}{dz} = -D_i \cdot a_i \{ \psi_i'(z) \}, \quad (5)$$

のように表現される。ここに関数 $\psi_i(z)$ 及び $\theta_i(z)$ は Table 1 に示すものである。一般に(4)(5)式中の未知係数 a_i 及び w_i は中性子流と中性子束の連続条件から決めることができる。これらの係数を効率的に決めるために、ここでは Buckler が多重反射体領域中の高速中性子束分布を表現するのに用いた方法⁹⁾を採用する。

Table 1 Functions in 1-D solutions for a slab system

	$\psi_i(z)$	$\theta_i(z)$	$\psi_i'(z)$	$\theta_i'(z)$
$B_i^2 > 0$	$\sin B_i z$	$\cos B_i z$	$B_i \cdot \cos B_i z$	$B_i \cdot \sin B_i z$
$B_i^2 < 0$	$\sinh \lambda_i z$	$\cosh \lambda_i z$	$\lambda_i \cdot \cosh \lambda_i z$	$\lambda_i \cdot \sinh \lambda_i z$

$$B_i^2 = -\lambda_i^2$$

Fig. 1 に示すように多重平板体系中の任意の領域 i を考える。この領域の左端境界における対数微分値 $r_i \equiv J_i(z_i) / \phi_i(z_i)$ は(4), (5)式より、

$$r_i = -D_i \frac{\psi_i'(z_i) + w_i \theta_i'(z_i)}{\psi_i(z_i) + w_i \theta_i(z_i)}, \quad (6)$$

と表わされる。この表現で係数 a_i が打ち消されている。(6)式を w_i について解くと、

$$w_i = - \frac{D_i \psi_i'(z_i) + r_i \psi_i(z_i)}{D_i \theta_i'(z_i) + r_i \theta_i(z_i)}, \quad (7)$$

が得られる。領域 i の右側境界では対数微分値は、

$$r_{i+1} = -D_i \frac{\psi_i'(z_{i+1}) + w_i \theta_i'(z_{i+1})}{\psi_i(z_{i+1}) + w_i \theta_i(z_{i+1})}, \quad (8)$$

である。左側境界 ($z = z_i$) で r_i が与えられれば(7)式より係数 w_i が得られ、 w_i によって(8)式より右側境界 ($z = z_{i+1}$) の r_{i+1} が得られる。左端外部境界 ($z = z_1$) の境界条件がいったん与えられれば上記の手続きが体系中を領域から領域へと繰り返され、最終的には最右端領域 N で w_N と r_{N+1} の組が得られる。

(4), (5)式中の未知係数 a_i は各領域境界での中性子束の連続性から決められる。領域 i の左側境界で次の関係がある。

$$\begin{aligned} \phi_{i-1}(z_i) &\equiv a_{i-1} \{ \psi_{i-1}(z_i) + w_{i-1} \theta_{i-1}(z_i) \} \\ &= a_i \{ \psi_i(z_i) + w_i \theta_i(z_i) \} \equiv \phi_i(z_i). \end{aligned} \quad (9)$$

したがって $\phi_{i-1}(z)$ が既知となれば a_i は次のように決められる。

$$a_i = \phi_{i-1}(z_i) / \{ \psi_i(z_i) + w_i \theta_i(z_i) \}. \quad (10)$$

既知の a_i より $\phi_i(z_{i+1})$ が決まるから、隣の領域の a_{i+1} が同様にして得られる。 a_i に関する上記の手続きを実行する為、 a_i のあるひとつの値を基準値に選ばねばならない。例えば a_1 を 1 と置くようにである。

最左端境界条件として $\phi(z_1) = 0$ または $J(z_1) = 0$ が与えられる場合は、係数 w_i は次のように決められる。

$$\phi(z_1) = 0 \text{ に対して: } w_1 = -\psi_1(z_1) / \theta_1(z_1) \quad (11)$$

$$J(z_1) = 0 \text{ に対して: } w_1 = -\psi_1'(z_1) / \theta_1'(z_1). \quad (12)$$

以上が Buckler による手法の概略である。しかしながら、この手法をそのままプログラミング化すると、(4)式及び(5)式で z に比較的大きな値が代入された時にハイパボリック関数が非常に大きな値となり、このことが原因して数値的不安定を生じる場合がある。これを避けるために、以下に示す新しい修正を導入する。即ち、

$$\left. \begin{aligned} B_i z &\rightarrow B_j (z - Z_i) \\ \lambda_i z &\rightarrow \lambda_i (z - Z_i) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

である。ここに $Z_i = (z_i + z_{i+1})/2$, 即ち領域 i の中点である。新しい表現によると,

$$\begin{aligned} |B_i(z - Z_i)| &\leq |B_i(z_{i+1} - z_i)|/2, \\ |\lambda_i(z - Z_i)| &\leq |\lambda_i(z_{i+1} - z_i)|/2, \end{aligned}$$

となり, Table 1 中の $\psi_i(z)$ 及び $\theta_i(z)$ の値が指数的に大きく増大することはない。

(13)式で与えられる修正にはもうひとつの利点がある。この修正を採用すると領域 i では以下の対称関係

$$\left. \begin{aligned} \psi_i(z_{i+1}) &= -\psi_i(z_i), & \theta_i(z_{i+1}) &= \theta_i(z_i), \\ \psi_i'(z_{i+1}) &= \psi_i'(z_i), & \theta_i'(z_{i+1}) &= -\theta_i'(z_i). \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

があらわれる。解析解に基づくこの手法では計算時間の大部分が基本関数の計算に費やされるので, (14)式を適用することで計算すべき基本関数の数を半分に減らすことができ, 計算時間を半減化できる。

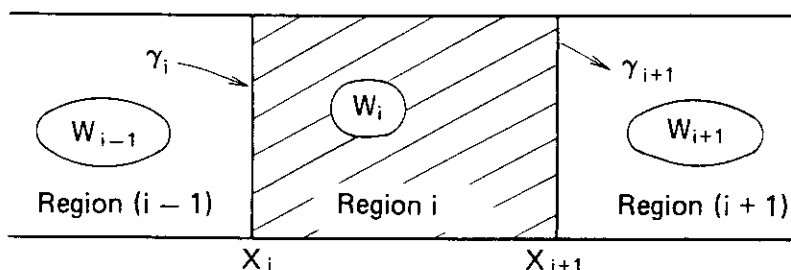


Fig.1 Schematic representation of 1-D calculation method

2.2 射撃法による固有値の探索

第 2.1 節では, 最左端境界条件が与えられた時に中性子束の解析解を結んでいく方法を示した。しかし, (2)式に示されるように拡散パラメータ B_i^2 及び λ_i^2 には臨界固有値 k_{eff} — 計算開始の時点では未知数 — が含まれている。したがって最左端及び最右端の両方の境界条件を満足する k_{eff} を見出す必要がある。 k_{eff} を探索するため一種の射撃法¹⁰⁾を用いる。多くの種類の射撃法が提案されているが, 射撃法の主要概念は与えられた境界値問題を初期値問題に変換して解くことにある。今回の方法に適用される射撃法の概略は以下の通りである。

k_{eff} の最初の推定がなされると, 第 2.1 節で述べた係数 w_i , γ_i 及び a_i を決定するための領域間計算が最左端境界から開始される。この手続きの最後に最右端境界値が計算され, 境界条件の設定値と比較される。もし一致しなければ k_{eff} の新しい推定値を使ってこの手続きが繰り返される。最左端及び最右端の両方の境界条件を満足する射撃法の軌跡が真の中性子束分布であり, この時の k_{eff} の入力値が体系の臨界固有値である。もうひとつの追加条件として, 中性子束はいたるところで正でなければならない。

最右端境界へ向かう途中で負の中性子束が検知されるか否かに応じて k_{eff} の推定値の更新の

やり方が2通りある。

(i) 負の中性子束が検知された時

この時の推定固有値を $k_{eff}^{(i-1)}$ としよう。明らかに真の固有値は $k_{eff}^{(i-1)}$ より大きいので、新しい推定値 $k_{eff}^{(i)}$ は

$$k_{eff}^{(i)} = \omega \cdot k_{eff}^{(*)} + (1 - \omega) \cdot k_{eff}^{(i-1)}, \quad (0 < \omega < 1) \quad (15)$$

と見積もられる。ここに $k_{eff}^{(*)}$ は負の中性子束を与えなかった旧い k_{eff} のうち最小のものである。この手続きは負の中性子束がもはや検知されなくなるまで繰り返される。

(iii) 負の中性子束が検知されず最右端境界値が得られた時

この場合、次のように Newton 法が使える。(i - 1) 回及び (i - 2) 回の繰返しにおいて推定値 $k_{eff}^{(i-1)}$, $k_{eff}^{(i-2)}$ が得られている時、新しい推定値 $k_{eff}^{(i)}$ が直線外挿を使って

$$k_{eff}^{(i)} = k_{eff}^{(i-1)} - \{ k_{eff}^{(i-1)} - k_{eff}^{(i-2)} \} \frac{f^{(i-1)}}{f^{(i-1)} - f^{(i-2)}} \quad (16)$$

のように見積もられる。ここに $f^{(i)}$ は最右端境界における判定値、即ち最右端境界条件の種類に応じて中性子束値、中性子流値、及び対数微分値の設定値からの偏差である。射撃法による繰返しは $f^{(i)}$ が収束判定条件、例えば 10^{-3} を下回るまで反復される。推定固有値とそれに対応する中性子束分布が徐々に収束していく実際例を Fig. 2 に示す。

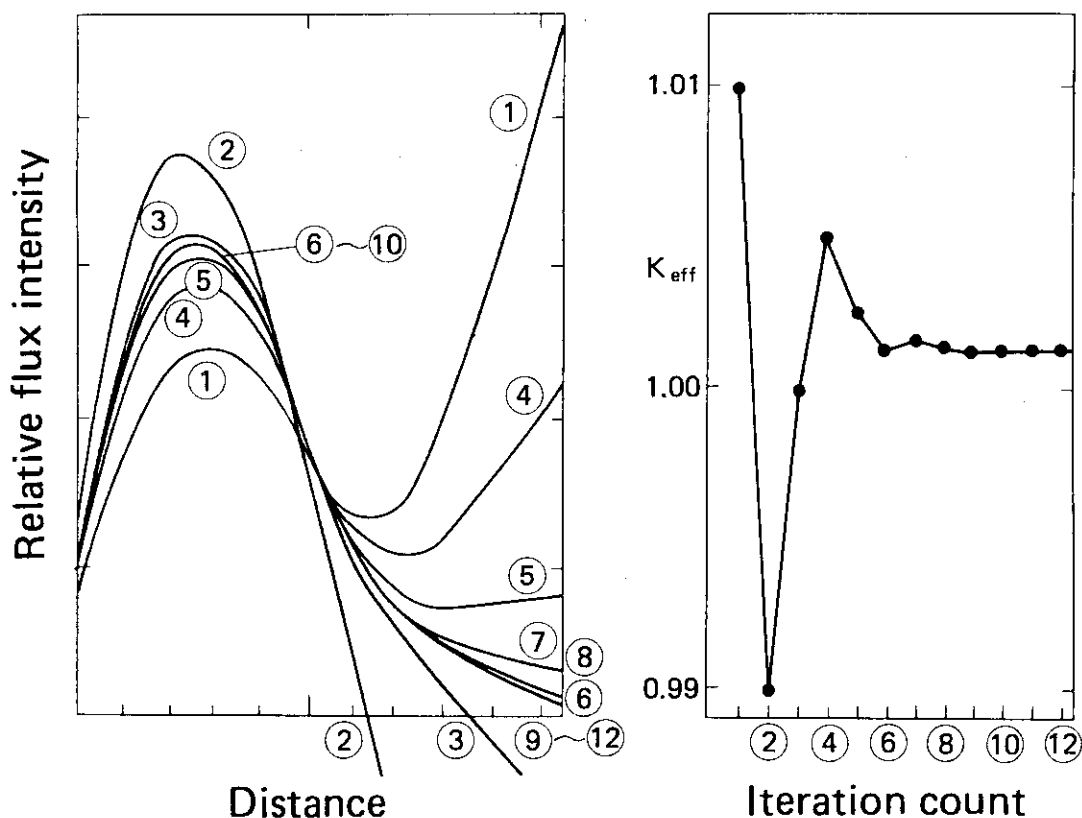


Fig.2 Convergence behavior of shooting iteration

2.3 出力分布の規格化

最終的にアウトプットされる出力分布は、その平均値を1.0に規格化しておくのが便利である。この場合も出力分布が解析的に表示されていることが利点となる。 $b_i = a_i \cdot w_i$ とするとき、規格化前の出力分布が領域 i で

$$\tilde{\phi}_i(z) = a_i \psi_i(z) + b_i \theta_i(z) \quad (17)$$

と計算されていたとする。炉心発熱長を L とすれば、出力の平均値は

$$\tilde{\phi}_{AV} = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^{IMAX} \int_{\ell_i}^{\ell_{i+1}} \{ a_i \psi_i(z) + b_i \theta_i(z) \} dz \quad (18)$$

で与えられる。したがって、炉心平均を1.0に規格化した出力分布は

$$\begin{aligned} \phi_i(z) &= \tilde{\phi}_i(z) / \tilde{\phi}_{AV} \\ &= (a_i / \tilde{\phi}_{AV}) \psi_i(z) + (b_i / \tilde{\phi}_{AV}) \theta_i(z) \end{aligned} \quad (19)$$

で与えられる。すなわち、 $(a_i / \tilde{\phi}_{AV})$ 、 $(b_i / \tilde{\phi}_{AV})$ を新たな係数とすればよい。

2.4 ノード別バックリング反復による2次元問題への拡張

これまでに述べた1次元計算法はノード別バックリング反復技法 (nodewise buckling iteration)^{4)~7)} を使って2次元問題に拡張できる。デカルト座標を仮定すれば、1群2次元拡散方程式は次のように単純化できる。即ち、

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + B_M^2 = 0 \quad (20)$$

ここに、 $B_M^2 = (\nu \Sigma_f / k_{eff} - \Sigma_a) / D$ である。炉心をFig. 3に示すように均質の長方形ノードに分割する。各々のノードについて(20)式を各座標に垂直な方向に積分すると以下のように2つの1次元方程式が得られる。

$$\frac{d^2 \psi_x}{dx^2} + (B_M^2 - B_y^2) \psi_x = 0, \quad (21)$$

$$\frac{d^2 \psi_y}{dy^2} + (B_M^2 - B_x^2) \psi_y = 0. \quad (22)$$

ここでノード毎に平均化された中性子束 ψ_x 、 ψ_y 及び垂直方向バックリング B_x^2 、 B_y^2 は次のように定義される。

$$\psi_x = \int_{\Delta y} \phi dy / \Delta y, \quad (23)$$

$$\psi_y = \int_{\Delta_x} \phi dx / \Delta_x, \quad (24)$$

$$B_x^2 = -\frac{d^2 \psi_x}{dx^2} / \psi_x, \quad (25)$$

$$B_y^2 = -\frac{d^2 \psi_y}{dy^2} / \psi_y, \quad (26)$$

ここに Δ_x , Δ_y は着目ノードの x 方向, 及び y 方向長さである。

第 2.1 節で述べたように, ψ_x と ψ_y は三角関数またはハイパボリック関数の線形結合であるので, バックリング B_x^2 及び B_y^2 はノード毎に一定である。(20)式と(21)(22)式の組との間の整合性を保証する為には, 次の 2 つの条件が同時に満足されねばならない。

$$(i) \quad B_x^2 + B_y^2 = B_m^2 \quad (27)$$

$$(ii) \quad \int_{\Delta_x} \psi_x dx / \Delta_x = \int_{\Delta_y} \psi_y dx / \Delta_y \quad (28)$$

B_x^2 と B_y^2 のみが(21)式と(22)式を結び付けているので, (21)(22)式は B_x^2 と B_y^2 を交互に更新することで解ける (ノード別バックリング反復手法)。 B_x^2 と B_y^2 とが代数的に与えられ, ノード毎に一定であるという事実がこの手続きを簡単なものになっている (有限差分法に基づく他のノード別バックリング反復はノード平均バックリングを見積もる為に中性子束及び漏れの数値積分を必要とする)。

上で述べた手法は Naito 等の「中性子漏洩繰返し法⁴⁾」に類似しているが, (21)(22)式には有限差分中性子減反復で現われるような中性子源項 ($A\phi(k) = S(k)$ の型式でかけられる k 番目の中性子源反復における $S(k)$) のないことが彼等の方法と異なる。したがって, 我々の方法では 2 次元中性子束分布の規格化に特別の考慮を払わねばならない。ここで採用する規格化法を以下に示す。

炉心を Fig. 3 に示すように $IMAX \times JMAX$ 個の長方形ノードに分割した場合を考える。この場合, $JMAX$ 個の x 方向 1 次元中性子束分布と $IMAX$ 個の y 方向 1 次元中性子束分布が計算される。ノード (i, j) における 2 通りの平均中性子束が次のように定義される。

$$\tilde{\psi}_x(i, j) = \frac{1}{\Delta x_i} \int_{\Delta x_i} \phi x^j(x) dx, \quad (29)$$

$$\tilde{\psi}_y(i, j) = \frac{1}{\Delta y_j} \int_{\Delta y_j} \phi y^i(y) dy, \quad (30)$$

ここに $\phi x^j(x)$, $\phi y^i(y)$ は x 方向及び y 方向の 1 次元中性子束分布である。次の係数

$$c_i = \tilde{\psi}_y(i, 1) / \tilde{\psi}_x(i, 1), \quad (31)$$

$$d_j = \tilde{\psi}_x(1, j) / \tilde{\psi}_y(1, j), \quad (32)$$

$$e = \tilde{\psi}_y(1, 1) / \tilde{\psi}_x(1, 1) \quad (33)$$

を使えば、2次元平面内で規格化された、以下に示す2通りのノード平均中性子束が計算できる。即ち、

$$\psi_x(i, j) = C \tilde{\psi}_x(i, j) / d_j \quad (34)$$

$$\psi_y(i, j) = C \tilde{\psi}_y(i, j) / c_i / e \quad (35)$$

である。ここにCは、炉心平均出力が1になるように決められる規格化因子である。バックリング反復が十分に収束すれば

$$\psi_x(i, j) \sim \psi_y(i, j)$$

の関係が見出される。

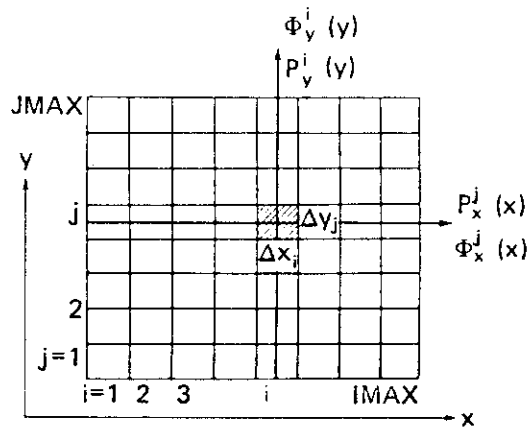


Fig. 3 Partition of two-dimensional plane for nodewise buckling iteration

3. 計算の流れ及びサブルーチン構成

SICO 2D プログラムは Fig. 4 に示すようなツリー構造をしている。

サブルーチン XHOK, 及び YHOK は各々, x 方向, y 方向の 1 次元計算を制御する。またサブルーチン AKSL ではノード別バックリング反復の加速を行なう。

サブルーチン ONED では射撃法による固有値反復を, 負中性子束検出及び Newton 法によって制御しており, 1 次元プログラム SICO1D のメインルーチンに相当する。射撃法に基づいて推定される個々の固有値に対して 1 次元領域間計算をサブルーチン RRUN で制御する。一連の射撃繰り返し計算が収束したとみなされる時, サブルーチン IRUN により逆方向に領域間計算を行なう。これは有効桁数の少ない, やや精度のおちる小型計算機で領域数の多い問題を扱う際に, 固有値が全く収束しているにもかかわらず終端境界条件が設定境界条件と完全には一致しない場合があるための措置である。左端境界からはじまる領域間計算と右端境界からはじまる領域間計算の結果を比較して, 左右の境界条件を完全に満足するように出力分布を修正する。サブルーチン NORM では出力分布を規格化する。

サブルーチン EDIT では, 以上のようにしてなされる 1 次元中性子束分布の計算結果を(31)式~(35)式で示される手順にしたがって 2 次元分布に合成する。さらに計算出力の編集を行なう。

サブルーチン毎の機能を Table 2 に示す。

Table 2 サブルーチン別機能一覧

サブルーチン名	機 能	Master	Slave
Main	a. 入力データの読み取り b. ノード別バックリング反復計算の制御 c. 計算全体の流れの制御		XHOK YHOK AKSL EDIT
XHOK	a. x-方向1次元計算の制御	Main	ONED
YHOK	a. y-方向1次元計算の制御	Main	ONED
ONED	a. 1次元計算部分で射撃法による固有値反復の制御 (SIC01D 1次元プログラムのメインルーチンに相当)	XHOK YHOK	RRUN IRUN NORM
RRUN	a. 与えられた固有値より領域毎の λ^* , λ , κ の算出 b. 基本関数 $\psi_i, \theta_i, \psi_i', \theta_i'$ の計算 c. 左端境界での係数 w_i, a_i, b_i の決定 ($\phi=0, J=0$, 及び $\gamma=\gamma_0$ の時) d. 領域間 $\gamma_i \leftrightarrow w_i$ 計算の制御 e. 領域境界での中性子束連結 f. 負中性子束の検知 g. 右端境界値の計算	ONED	----
IRUN	a. 中性子束分布修正の為に逆方向領域間計算	ONED	----
NORM	a. 出力分布の規格化	ONED	----
AKSL	a. ノード別バックリング反復の加速 b. 1次元中性子束分布の計算結果を(31)式~(35)式で示される手順により2次元分布に合成	Main	----
EDIT	a. アウトプットの編集及び印刷	Main	FUNC

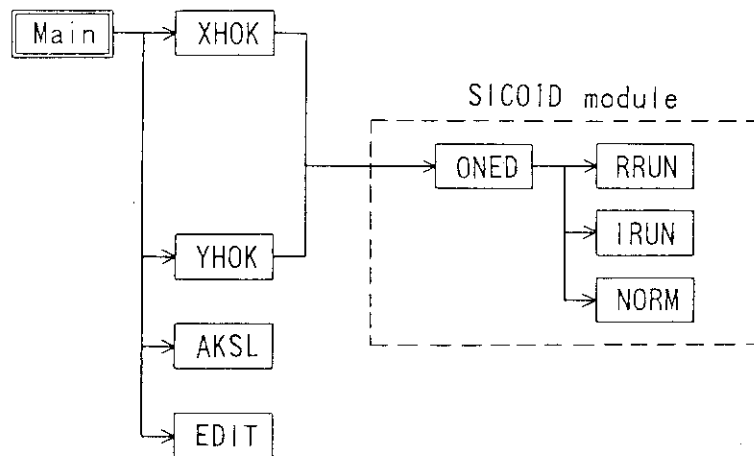


Fig. 4 Tree structure of SIC02D program

4. 入力形式

0) (TITL(L), L = 1, 18) (18A4)

TITL = 表題

1) IMAX, JMAX, ITXY, IXLB, IXRB, IYLB, IYRB, MTMP (16I5)

IMAX = x 方向領域の最大数

JMAX = y 方向領域の最大数

ITXY = ノード別バックリング反復の打ち切り回数

IXLB = x 方向左端境界条件 (1/2/3) = ($\phi = 0/J = 0/r = r_0$)

IXRB = x 方向右端境界条件 (1/2/3) = ($\phi = 0/J = 0/r = r_0$)

IYLB = y 方向左端境界条件 (1/2/3) = ($\phi = 0/J = 0/r = r_0$)

IYRB = y 方向右端境界条件 (1/2/3) = ($\phi = 0/J = 0/r = r_0$)

MTMP = 詳細印刷を開始するバックリング反復回 (詳細印刷が不要の時 $MTMP \geq ITXY$)

2) ITRX, KTYP, ITH1, ITH2, KWR1, KWR2, ISYM, IBND (16I5)

ITRX = 1次元計算部分で射撃法による固有値計算繰返しの最大数

KTYP = 核定数タイプの数

ITH1 = 加速パラメータを初期値 (TETA, S1, S2) から2番目の設定値 (TET1, S1H1, S2H1) に変更するバックリング反復回

ITH2 = 加速パラメータを2番目の設定値 (TET1, S1H1, S2H1) から3番目の設定値 (TET2, S1H2, S2H2) に変更するバックリング反復回

KWR1 = チェックライト1 (1/0) = (する/しない)

KWR2 = チェックライト2 (1/0) = (する/しない)

ISYM = 対称性 $B_x^2(I, J) = B_y^2(J, I)$ を利用した計算オプション (8/0) = (する/しない)

IBND = 反射体境界条件の入力法 (0/1)

3 (IMX(J), J = 1, JMAX) (16I5)

IMX(J) = 列Jにおける1次元ノードの最大数 (反射体境界までのノード数)

4 (JMX(I), I = 1, IMAX) (16I5)

JMX(I) = 列Iにおける1次元ノードの最大数 (反射体境界までのノード数)

5 ZZK1, ZZK2, OMGA (3E11, 4)

ZZK1 = 射撃法繰返しにおける固有値の初期第1推定値

ZZK2 = 射撃法繰返しにおける固有値の初期第2推定値

OMGA = (15)式における調整因子 ω (= 0.50)

6) TETA, S1, S2 (7E 11.4)

バックリング反復加速パラメータの初期値

(TETA \sim -0.3, S1 \sim 0.3, S2 \sim 0.4)

7) TET1, S1H1, S2H1 (7E 11.4)

バックリング反復加速パラメータの2回目の設定値

(TET1 \sim -0.3, S1H1 \sim 0.6, S2H1 \sim 0.4)

8) TET2, SIH2, S2H2 (7E 11.4)

バックリング反復加速パラメータの3回目の設定値

(TET2 \sim -0.3, S1H2 \sim 0.7, S2H2 \sim 0.4)

IBND \neq 0の時, # 9) \sim # 12)を読み, # 13) \sim # 20)を読まない。

IBND = 0の時, # 9) \sim # 12)を読まず, # 13) \sim # 20)を読む。

IXLB = 3の時,

9) (XGML(J), J = 1, JMAX) (7E 11.4)

XGML(J) = 列Jにおける左端対数微分境界条件 ($r_0 = J_0 / \phi_0$)

IXRB = 3の時,

10) (XGMR(J), J = 1, JMAX) (7E 11.4)

XGMR(J) = 列Jにおける右端対数微分境界条件 ($r_0 = J_0 / \phi_0$)

IYLB = 3の時,

11) (YGML(I), I = 1, IMAX) (7E 11.4)

YGML(I) = 列Iにおける左端対数微分境界条件 ($r_0 = J_0 / \phi_0$)

IYRB = 3の時,

12) (YGMR(I), I = 1, IMAX) (7E 11.4)

YGMR(I) = 列Iにおける右端対数微分境界条件 ($r_0 = J_0 / \phi_0$)

IXLB = 3の時,

13) XLB (7E 11.4)

14) (IXL(J), J = 1, JMAX) (16I5)

XLB = 平板型反射体境界の対数微分値 ($r_0 = J_0 / \phi_0$)

IXL(J) = 列 J における左端反射体境界のタイプ (平板型 / L字型 = 1/2)

IXRB = 3 の時,

15) XRB (7 E 11.4)

16) (IXR(J), J = 1, JMAX) (16I5)

XRB = 平板型反射体境界の対数微分値 ($r_0 = J_0 / \phi_0$)

IXR(J) = 列 J における右端反射体境界のタイプ (平板型 / L字型 = 1/2)

IYLB = 3 の時,

17) YLB (7 E 11.4)

18) (IYL(I), I = 1, IMAX) (16I5)

YLB = 平板型反射体境界の対数微分値 ($r_0 = J_0 / \phi_0$)

IYL(J) = 列 I における左端反射体境界のタイプ (平板型 / L字型 = 1/2)

IYRB = 3 の時,

19) YRB (7 E 11.4)

20) (IYR(I), I = 1, IMAX) (16I5)

YRB = 平板型反射体境界の対数微分値 ($r_0 = J_0 / \phi_0$)

IYR(I) = 列 I における右端反射体境界のタイプ (平板型 / L字型 = 1/2)

21) (XCOD(I), I = 1, IMAX + 1) (7 E 11.4)

XCOD(I) = x 方向領域 I の左端座標 (cm)

(XCOD(1) = 0.0, XCOD(IMAX + 1) = x 方向領域 IMAX の右端座標)

22) (YCOD(J), J = 1, JMAX + 1) (7 E 11.4)

YCOD(J) = y 方向領域 J の左端座標 (cm)

(YCOD(1) = 0.0, YCOD(JMAX + 1) = y 方向領域 JMAX の右端座標)

23) (ITYP(I, J), J = 1, JMAX) (7 E 11.4)

ノード (I, J) における核定数のタイプ (# 24 に対応する)

(このデータは IMAX 組必要)

24) TXD(K), TXA(K), TXSF(K) (7 E 11.4)

TXD(K) = タイプ K の拡散係数 (cm)

TXA(K) = タイプ K の吸収断面積 (cm^{-1})

TXSF(K) = タイプ K の ν × 核分裂断面積 (cm^{-1})

(このデータは KTYP 組必要)

5. 出力量

SICO2D プログラムによって出力される主要な情報を以下に記述する。

① 反射体境界条件

出力の第1ページではまず、反射体境界における対数微分値がx方向及びy方向につき接する炉心ノード毎に印刷される。

② x座標とy座標

x方向及びy方向につき、各ノードの左端、右端の座標が連続的に印刷される。

③ 物質領域マップ

各炉心ノードに設定される核定数の識別番号が2次元マップとして印刷される。

④ 領域依存核定数

③の物質領域マップで与えた識別番号に対応する拡散係数、吸収断面積などの1群核定数が印刷される。

⑤ ノード別バックリング反復に関する情報

出力の第2ページで、ノード別バックリング反復に関する情報が与えられる。毎回の反復で実効増倍率の最少値と最大値、及びその偏差‘BPS-K’が与えられる。反復が進むにつれ、実効増倍率の最少値と最大値は接近していく。反復が進むにつれ、あるノードの平均出力はx方向1次元計算による結果とy方向1次元計算による結果とで差が少なくなっていく。両者の偏差のうち炉内で最も大きい値‘EPS-P’が印刷される。‘TETA’、‘S1’及び‘S2’はバックリング反復に関する加速パラメータである。

⑥ バックリング反復の収束結果

‘** SUMMARY OF CALCULATION RESULTS’と標照のついたページではまず、ノード別バックリング反復の収束結果、即ち、反復最終回における実効増倍率の最少値と最大値、偏差(EPS-K)及び‘EPS-P’が与えられる。

⑦ ノード別出力分布

炉内のノード別にノード平均出力分布が2次元マップで与えられる。

⑧ ノード別バックリングの分布

炉内のノード別にx方向及びy方向のバックリングが各々、2次元マップで与えられる。

SICO2D プログラムの出力例を付録C「サンプル入出力」に示す。

6. テスト計算及び議論

6.1 実効増倍率及び出力分布の計算

前章までに示した手法の計算効率と信頼性を調べるために、同一の軽水炉問題に対してSICO2Dプログラムと在来型有限差分法コードCITATION¹⁾による計算結果を比較した。テスト計算は大型電子計算機HITAC H-8680と小型計算機PANAFACOM U-100を使ってなされた。U-100はわずかに32キロバイト(kB)の記憶量しかなく、SICO2Dのテストランにのみ使用され、CITATIONによる計算実行はこの計算機では不可能だった。

Fig. 5に示す2次元IAEAベンチマーク問題⁶⁾⁷⁾をSICO2Dプログラム検証の為にとりあげた。この問題は加圧水型原子炉を単純化したモデルである。2領域炉心が一辺20cmの燃料集合体177体より構成されており、厚さ20cmの水反射体に取り囲まれている。全挿入された9組の制御棒は各々単一の燃料集合体中に希釈された吸収材として扱われる。

参照すべき2群計算がCITATIONコードを使ってなされた。燃料集合体あたり12×12メッシュ($\Delta x = \Delta y = 1.67\text{cm}$)がとられた。SICO2D計算に必要な1群核定数は、Fig. 5に示される2群データをもとに、附録Aに示す縮約手続きを使って作成された。 r_p 及び r_l を各々、平坦な反射体境界、境界面を2体の燃料集合体に接する“L字型”反射体境界の対数微分条件とする。 $r_l = r_p / \sqrt{2}$ の簡単な関係を仮定(「附録B」参照)し、調整により $r_p = 0.089$ が設定された。

Fig. 6は①式または②式で表わされる1次元計算で出現する最大及び最小の $keff$ が、バックリング反復の進行につれて互いに徐々に接近していく様子を示している。この傾向により、Fig. 7に示される通り、1次元計算で要する射撃反復の平均回数はバックリング反復が進むにつれて徐々に減少していく。63回のバックリング反復の後には、射撃反復は全て3回以内で収束している。

収束条件

$$\text{Max} \left| \left(\int \psi_x dx / \Delta x - \int \psi_y dy / \Delta y \right) / \int \psi_x dx / \Delta x \right| < 10^{-3}$$

を満足するのに要したバックリング反復数は110回であった。この時、

$$\text{Max}(keff) - \text{Min}(keff) < 2.3 \times 10^{-5},$$

及び

$$\text{Max} \left| (P(110) - P(109)) / P(109) \right| < 9.5 \times 10^{-5}$$

が示された。ここで $P(n)$ は n 回目のバックリング反復における集合体出力である。これに対し、2群CITATION参照計算では $\Delta keff / keff < 10^{-5}$ 及び $\Delta P / P < 10^{-4}$ の条件を満たすのに96回の中性子源反復を要した。

Fig. 8は、2群CITATION計算とSICO2D計算とから得られる出力分布の比較を示してい

る。SICO 2D 計算における集合体出力の誤差は平均偏差で 3.3%，最大偏差で 12.5%である。最大誤差は水反射体に隣接する集合体に生じている。上記の精度は、セル平均の k_{∞} 及び移動面積を使ってなされる FLARE 型の 1 群計算で見られるのと同程度である。

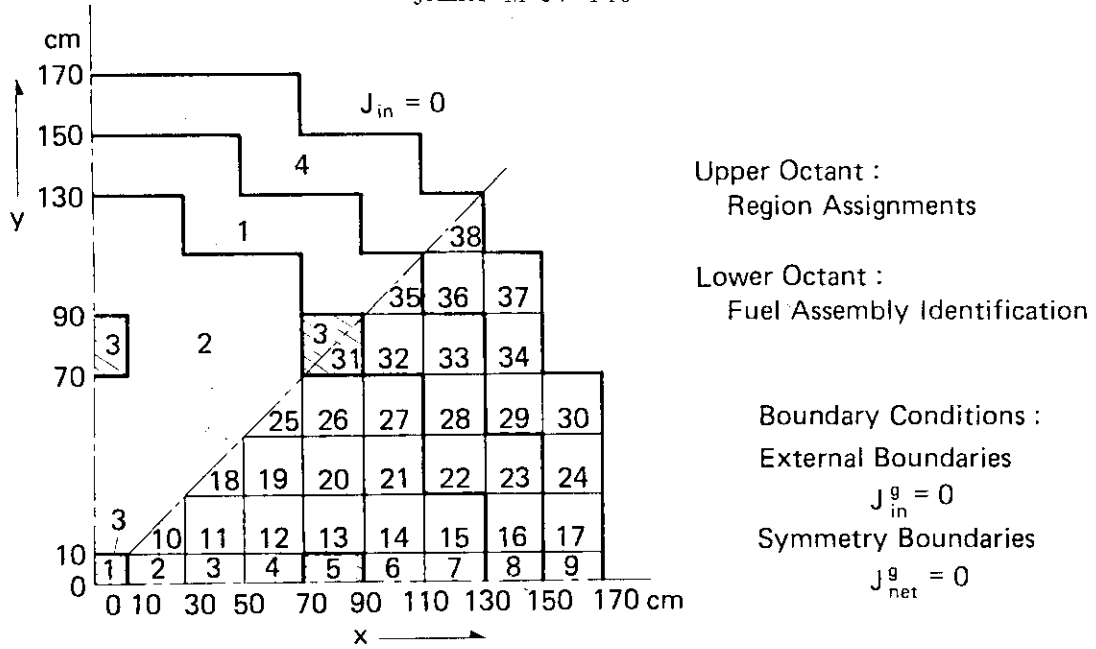
集合体出力の上記の誤差は殆ど使用した 1 群核定数に依存していると考えられる。このことは、Fig. 9 に示される通り、同一の反射体境界条件を用いてなされた SICO 2D 計算及び 1 群 CITATION 計算で得られた出力分布の比較により確認される。Fig. 9 における各集合体出力の僅かな誤差はノード内でバックリングが図式のように分離可能と仮定していることによると考えられる。

これら 2 次元計算の結果は Table 3 に要約される。ケース C とケース E の比較により、SICO 2D 計算に必要な計算時間は 2 群 CITATION 計算のその約 1/100 であることがわかる。この計算時間低減化の原因は、①解析的な中性子束解を用いていること、② 1 群近似によっていること、③反射体計算を省略していること、さらに④ノード別バックリング反復の進行につれ射撃法による 1 次元計算部分の固有値反復回数が減少していくこと等による。上述の SICO 2D による計算は近年のオンサイト小型計算機よりもかなり小規模（容量 32 kB）な小型計算機 U-100 で可能であった。

Table 3 Summary of test calculation results for 2-D IAEA benchmark problem

Case	Method	Execution time	keff	Computer	Symmetry	Boundary condition
A	SICO2D	< 40(min)	1.0298	U-100	1/8 Core	$\gamma_r = 0.089$, $\gamma_l = \gamma_r / \sqrt{2}$
B	SICO2D	0.97(s)	1.0298	H-8680	1/8 Core	$\gamma_r = 0.089$, $\gamma_l = \gamma_r / \sqrt{2}$
C	SICO2D	1.86(s)	1.0298	H-8680	1/4 Core	$\gamma_r = 0.089$, $\gamma_l = \gamma_r / \sqrt{2}$
D	SICO2D	0.95(s)	1.0293	H-8680	1/8 Core	$\gamma_r = 0.080$, $\gamma_l = 0.080$
E	CITATION (2G)	187.19(s)	1.0295	H-8680	1/4 Core	$J_{1,n} = 0$ at outside surface of reflectors
F	CITATION (1G)	70.15(s)	1.0288	H-8680	1/4 Core	$\gamma_r = 0.080$, $\gamma_l = 0.080$

The "1/8 core" means that the y-directional 1-D calculations are omitted by using the symmetric relationship $B_y^2(i, j) = B_x^2(j, i)$.



Group Constants for the 2-D IAEA Benchmark Problem

Region	D_1	D_2	$\Sigma_{1,2}$	Σ_{a1}	Σ_{a2}	$\nu\Sigma_{f2}$	
1	1.5	0.4	0.02	0.01	0.08	0.135	Fuel 1
2	1.5	0.4	0.02	0.01	0.085	0.135	Fuel 2
3	1.5	0.4	0.02	0.01	0.13	0.135	Fuel 2 + Rod
4	2.0	0.3	0.04	0	0.01	0	Reflector

$\chi_1 = 1.0, \chi_2 = 0.0, \nu\Sigma_{f1} = 0$ for all regions.

Constant axial buckling $B_z^2 = 0.8 \times 10^{-4}$ is given for all regions and energy groups.

Fig. 5 Specifications of IAEA 2-D benchmark problem

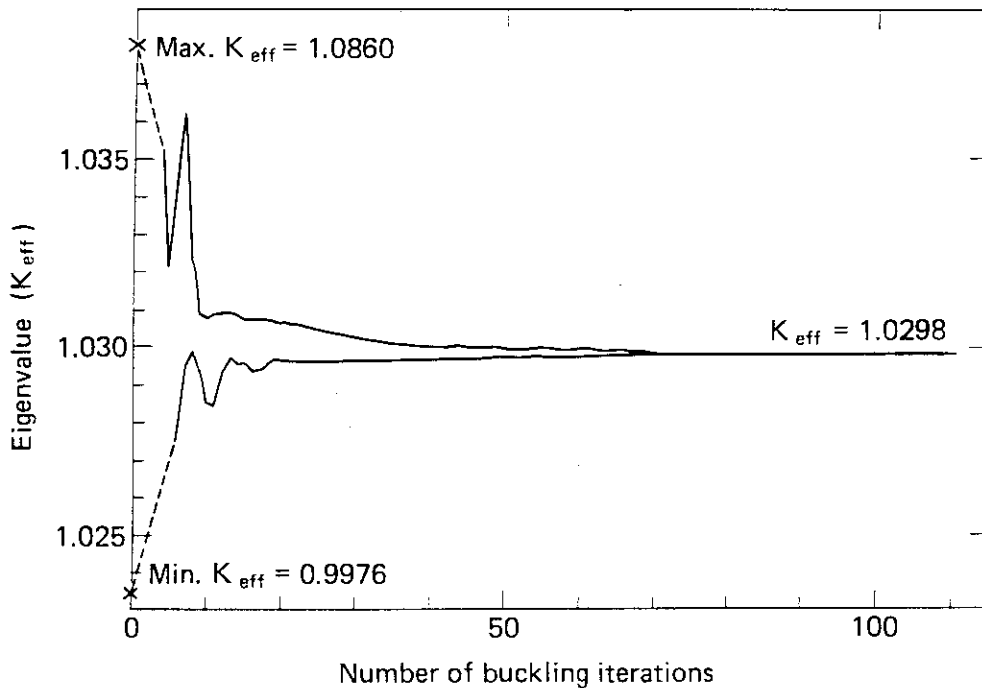


Fig. 6 Behavior of maximum and minimum eigenvalues according to number of buckling iterations

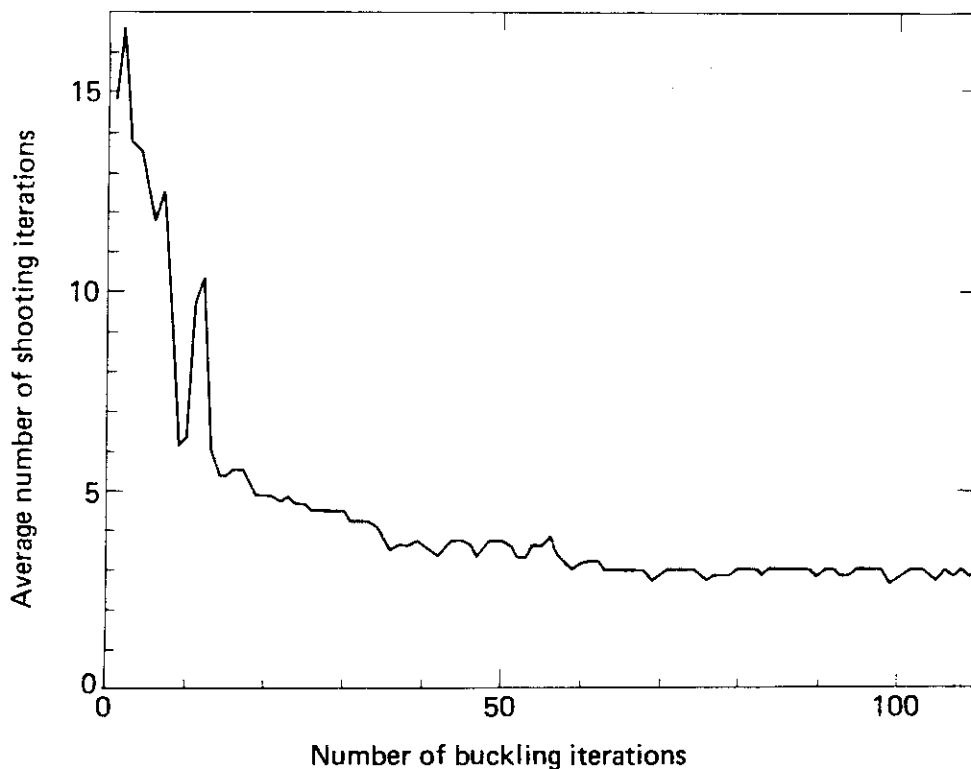


Fig. 7 Behavior of average number of shooting iterations according to number of buckling iterations

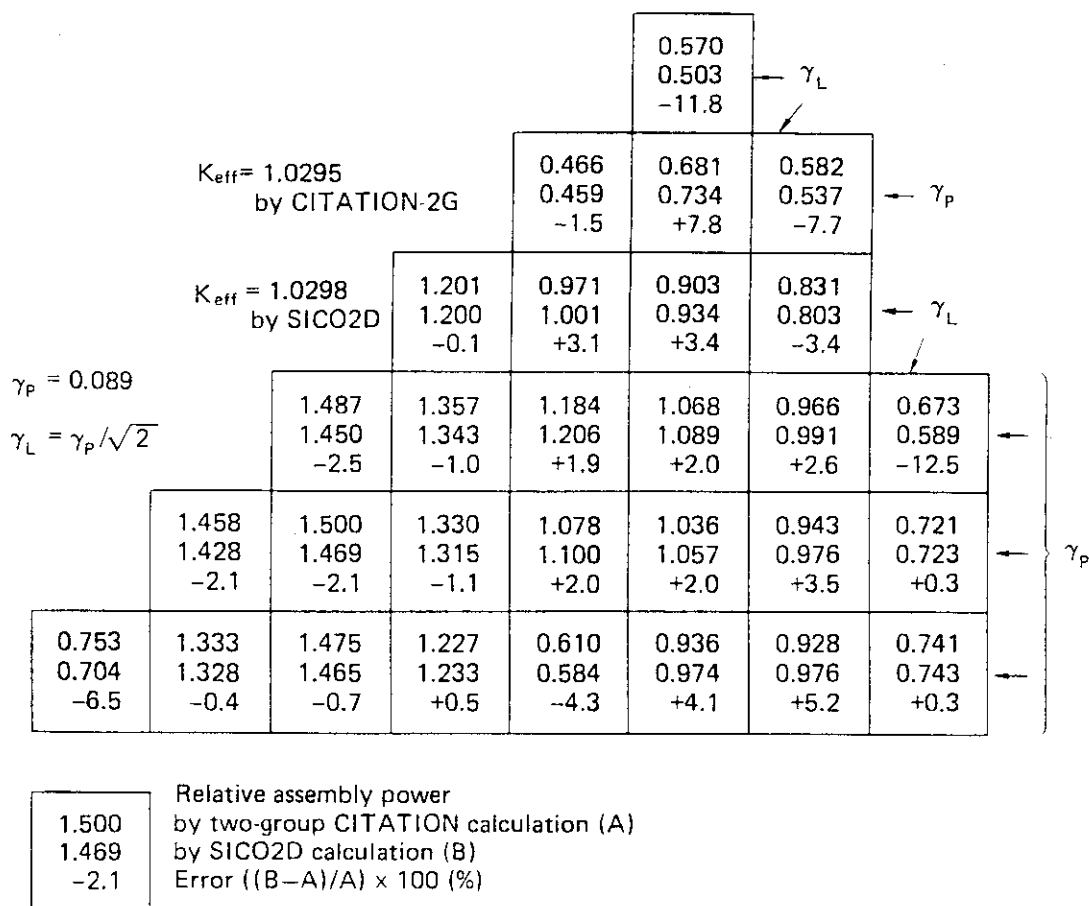


Fig. 8 Comparison of assembly power distributions obtained by SICO2D and two-group CITATION calculations for IAEA 2-D benchmark problem

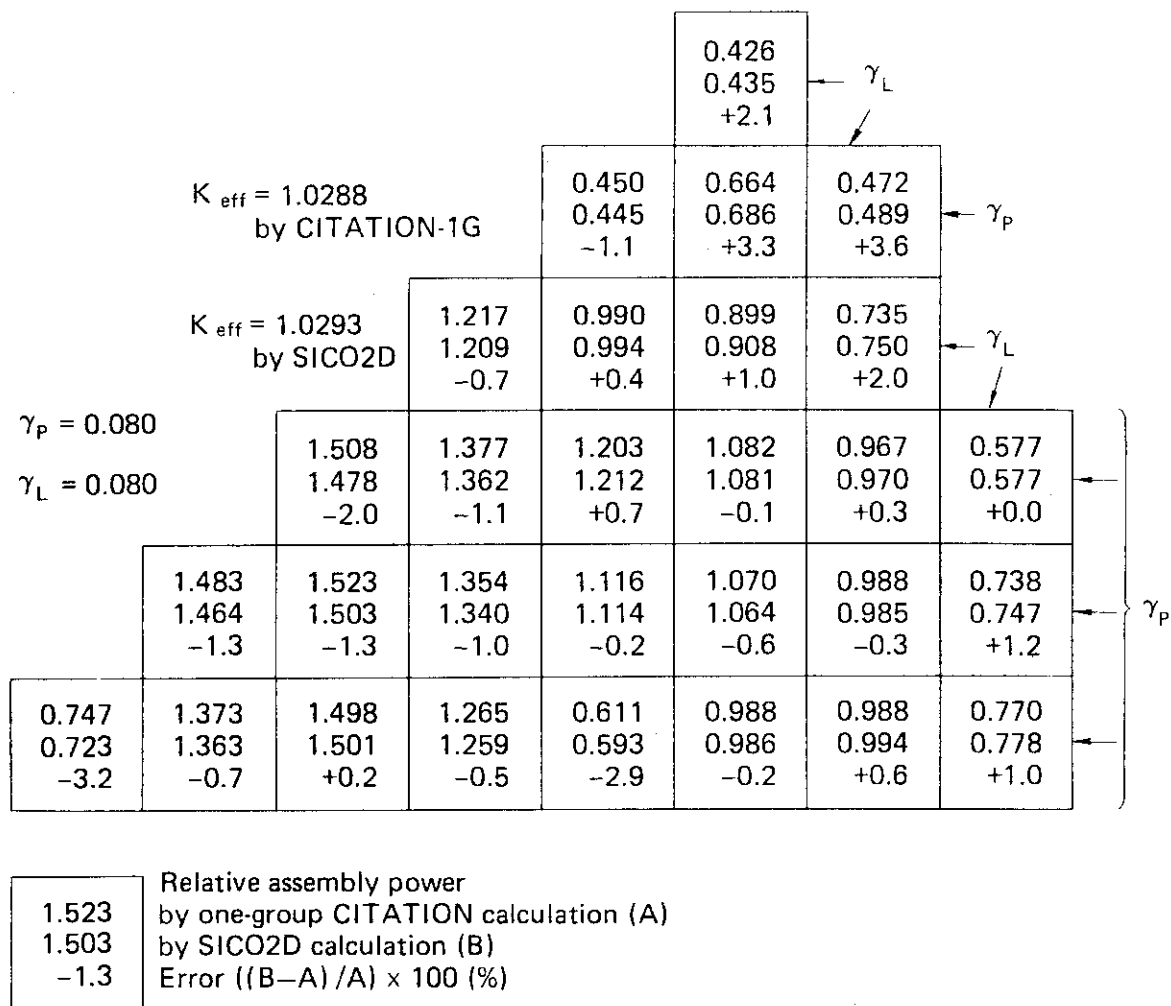


Fig. 9 Comparison of assembly power distributions obtained by SICO2D and by one-group CITATION calculations for IAEA 2-D benchmark problem

6.2 より高精度な出力分布計算

Fig. 8 にみられる SICO 2D による出力分布精度は、同じく 1 群の FLARE 型コードによる場合と同程度であり、炉心-反射体境界近傍で精度が悪いことも類似している。しかしながら、反射体近傍領域等、材料定数の違いの大きい領域が隣接する個所の 1 群核定数をスペクトル効果が考慮されるよう補正してやれば出力分布精度を改善できる。このことを確認するため、第 6.1 節でとりあげたベンチマーク問題に対して、モデル化を以下のように改めた SICO 2D 計算を試みた。まず、燃料集合体あたり 4 個のノードに細分割、即ち、 $\Delta x = \Delta y = 10 \text{ cm}$ とした。次に反射体に隣接するノード、及び制御棒が挿入されているノードの 1 群核定数を CITATION 2 群計算から得られる 1 群 / 2 群中性子束比に基づいて縮約して求めたものに変更した。その他のノードについては第 6.1 節で用いた 1 群核定数をそのまま変更無しに使った。また新しい対数微分境界条件は $\gamma_p = 0.145$ 、 $\gamma_L = \gamma_p / \sqrt{2}$ とした。

新しい計算結果は Fig. 10 に示す通りであり、燃料集合体出力の誤差は平均 2.1%，最大 5.6% に改善されている。

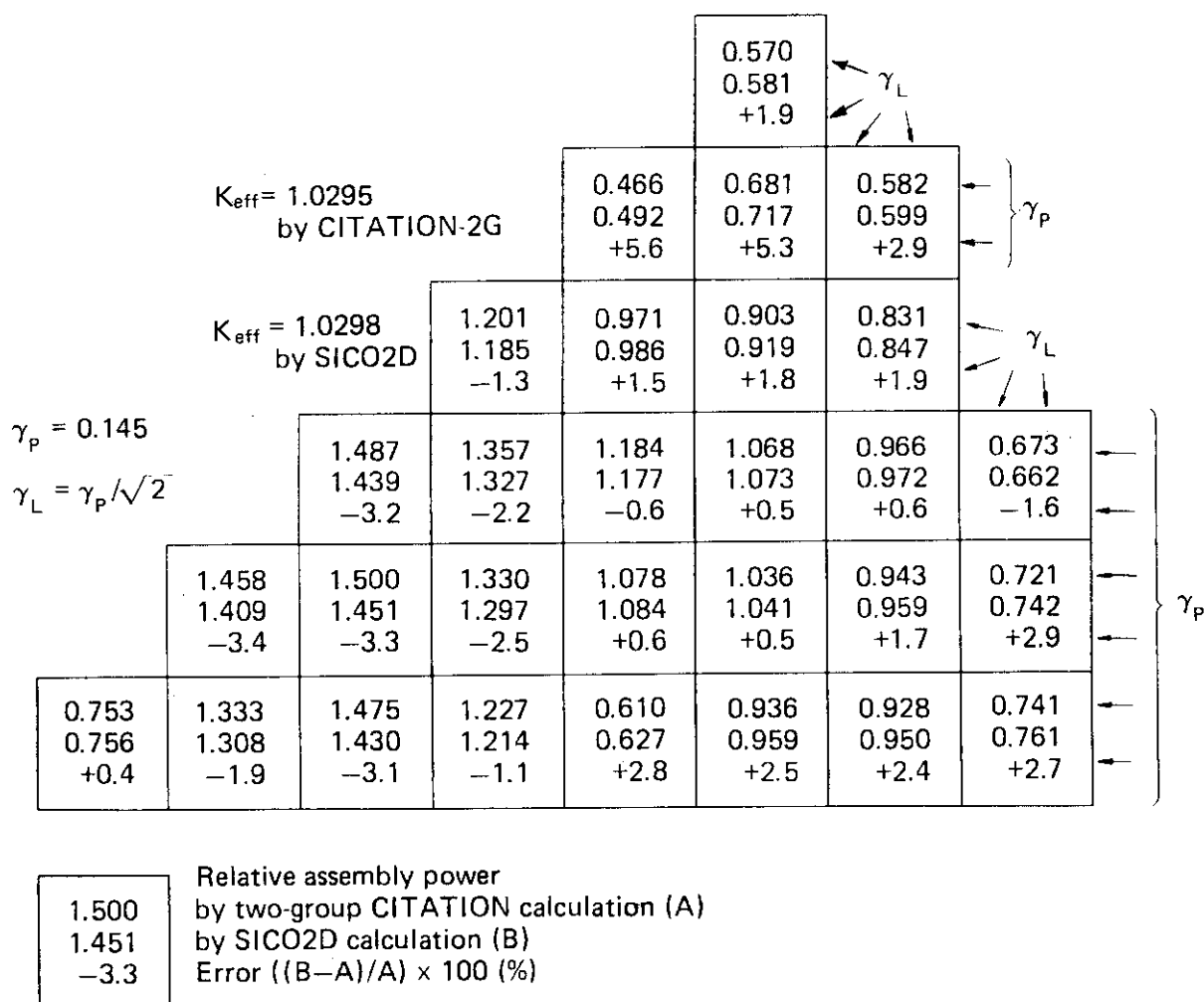


Fig. 10 Modified results of assembly power distribution calculated by SICO2D with comparison of two-group CITATION calculations for IAEA 2-D benchmark problem

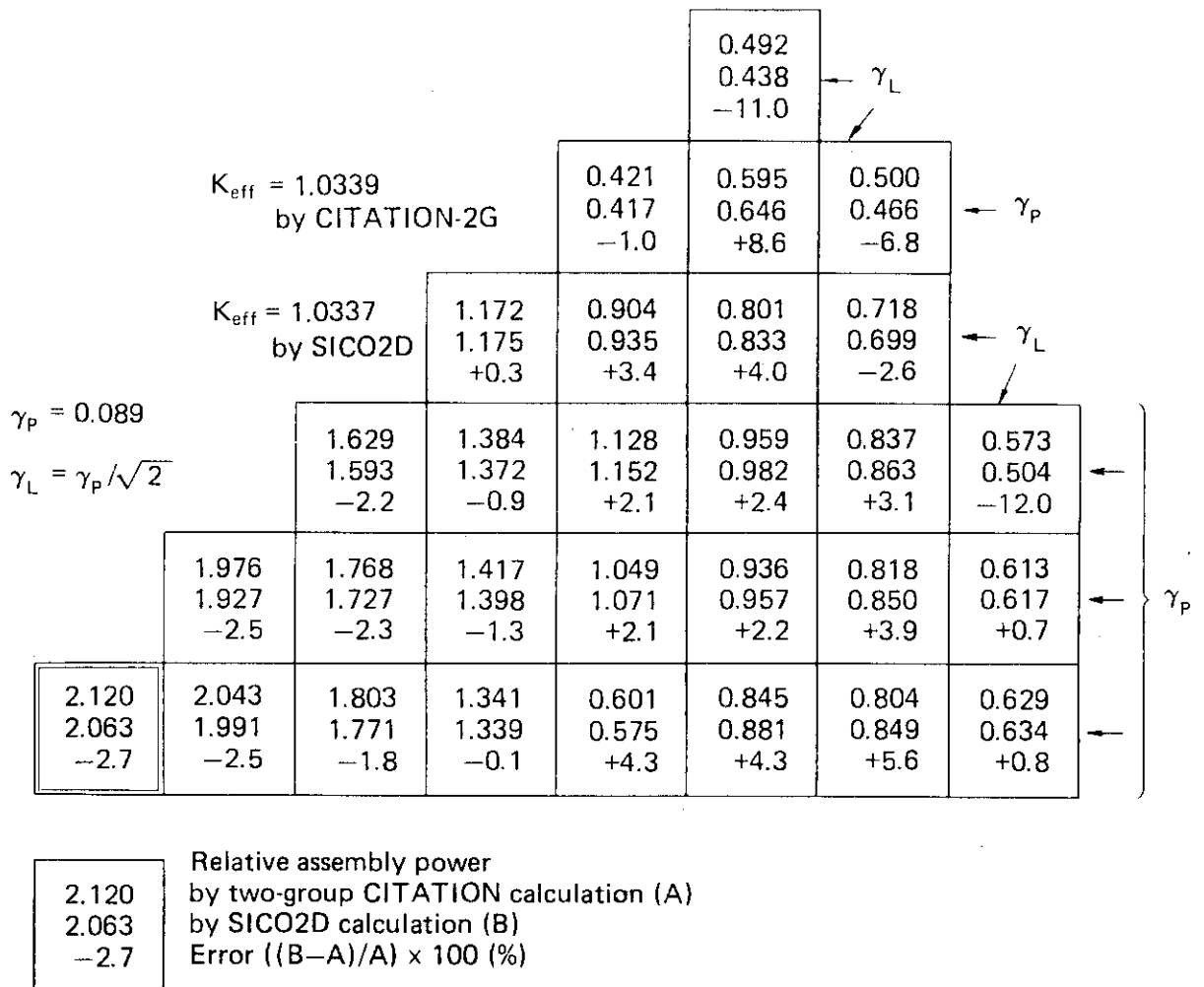
6.3 反射体境界条件

本プログラムはエネルギー1群モデルなので、軽水炉で反射体近傍のスペクトル変化を考慮することができない。したがって反射体領域を設けるよりも、炉心と反射体との境界に適当な対数微分値を設定するほうが实际的である。この反射体境界条件は、FLARE型の1群プログラムで用いられる「アルベド境界条件」と類似している。1群計算よりは高精度な少数群拡散計算あるいは実際の原子炉運転で得られる出力分布や反応度が整合するようにSICO2Dの反射体境界条件を定める。このために、SICO2Dによるサーベイ計算を何回か実行しなければならない。しかしながら、この境界条件が一旦、妥当な値に設定されれば、制御棒パターンの変更などを含め異なる種々の原子炉運転条件に対しても、炉内出力分布や反応度を常に同一水準の精度で求められる。言い換えれば、異なる種々の原子炉運転条件に対して反射体境界条件を求め直す必要はない。このことを確認するため、以下のテスト計算を行なった。

2次元IAEAベンチマーク問題を再度考える。第6.1節の場合と同様に反射体境界条件を $\gamma_p = 0.089$ 、 $\gamma_r = \gamma_p/\sqrt{2}$ と定める。この境界条件を一定として、制御棒パターンを以下の3通り変えてSICO2Dによる出力分布計算を行なった。

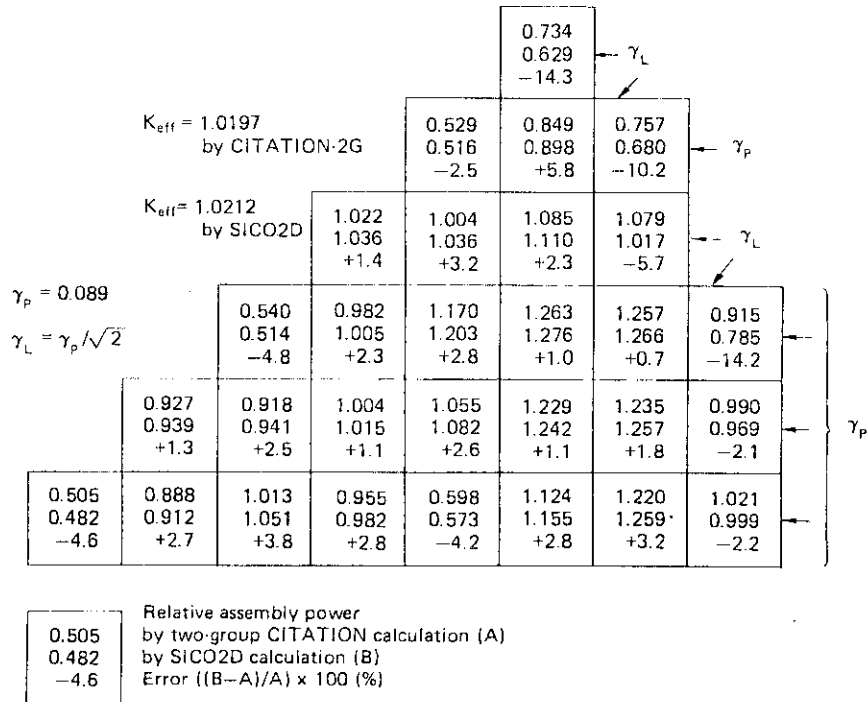
- ケース1) Fig.4で領域1の制御棒を引き抜く(領域1の核定数をNo.3からNo.2に標更する)。
- ケース2) Fig.4で領域18の制御棒を挿入する(領域18の核定数をNo.2からNo.3に変更する)。
- ケース3) Fig.4で領域31の制御棒を引き抜く(領域31の核定数をNo.3からNo.1に変更する)。

結果の要約をFig.11～13に示す。何れのケースとも、実効増倍率及び出力分布の誤差の傾向は第6.1節でとりあげたオリジナルの2次元IAEAベンチマーク問題の場合と同程度であることがわかる。以上のことから、炉心-反射体境界条件は一回定めておけば、広範な原子炉運転パターンに対して変更する必要のないことがわかる。



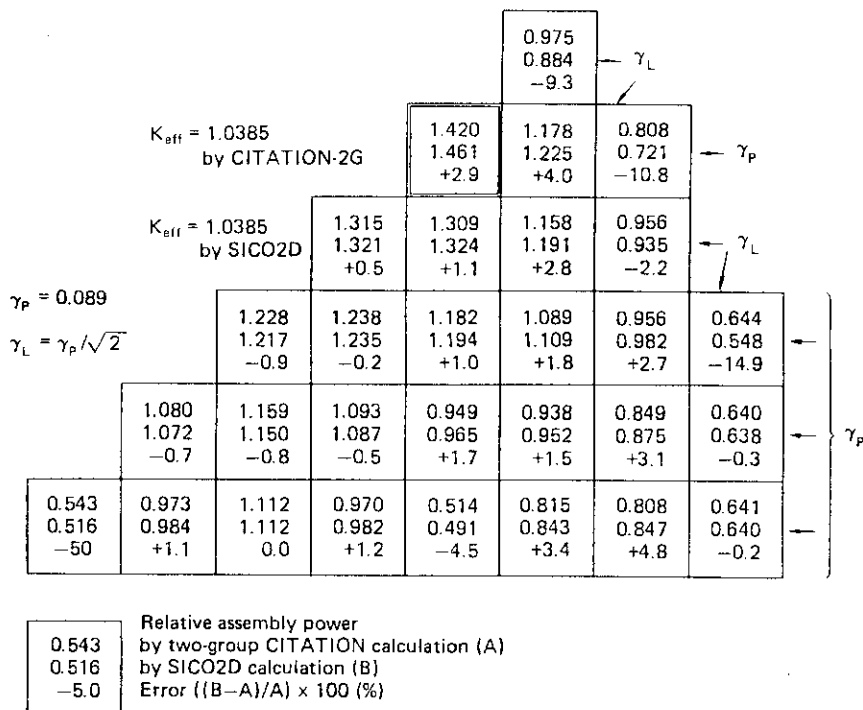
(a) Control rod of region 1 is withdrawn.

Fig. 11 Comparison of assembly power distributions obtained by SICO2D and by one-group CITATION calculations for 'perturbed' IAEA 2-D benchmark problems (1) ----- Control rod of region 1 is withdrawn



(b) Control rod of region 18 is inserted.

Fig. 12 Comparison of assembly power distributions obtained by SICO2D and by one-group CITATION calculations for 'perturbed' IAEA 2-D benchmark problems (2) ----- Control rod of region 18 is inserted



(c) Control rod of region 31 is withdrawn.

Fig. 13 Comparison of assembly power distributions obtained by SICO2D and by one-group CITATION calculations for 'perturbed' IAEA 2-D benchmark problems (3) ----- Control rod of region 31 is withdrawn

7. 結 言

2次元1群拡散方程式を効率的に解く新しいプログラムSICO2Dが開発された。このプログラムは、中性子束の解析表示と射撃法に基づく1次元計算プログラムSICO1Dをノード別バックリング反復により2次元化したものである。テスト計算の結果から、本コードは計算時間及び必要計算機容量が少なくて済み、オンサイト小型計算機を用いた炉心シミュレーションの目的に有効である。

Fig. 6に示されるように、1次元計算部分で射撃法による固有値反復の回数がバックリング反復の進行につれて減少しており、計算の節約になっている。これは、もとの1次元プログラムSICO1Dが、固有値探索に中性子減反復法ではなく射撃法を採用していることによる。このようなことは、1次元計算部分に通常の中性子減反復法を用いた場合には起こらない。SICO2Dでは2次元問題を取り扱っているが、中性子束の解析表示と射撃法に基づく1次元計算プログラムSICO1Dをノード別バックリング反復によりさらに3次元に拡張することも可能であろう。この場合も、バックリング反復の進行につれて射撃法による固有値反復回数が減少することから計算効率の高いプログラムを設計できると考えられる。

謝 辞

SICO2Dプログラムの開発を最初にてがけたのは著者が(旧)日本原子力船研究開発事業団(昭和60年日本原子力研究所と統合)に在職中のことだった。当時の事業団は大型電子計算機を保有しておらず、日本情報サービス株式会社のH-8680計算機を使用するにあたり同社の阿部純一氏にはCITATIONコードの運用も含め、お世話になりました。日本原子力研究所燃料安全工学部の内藤倅孝プラント安全解析研究室長には本稿の懇切なる閲読をしていただきました。本研究をプログラムマニュアルとして公刊するよう勧められ、終始激励載いた日本原子力研究所原子力船技術部の石塚信部長、同落合政昭試験課長に感謝致します。

7. 結 言

2次元1群拡散方程式を効率的に解く新しいプログラムSICO 2Dが開発された。このプログラムは、中性子束の解析表示と射撃法に基づく1次元計算プログラムSICO 1Dをノード別バックリング反復により2次元化したものである。テスト計算の結果から、本コードは計算時間及び必要計算機容量が少なく済み、オンサイト小型計算機を用いた炉心シミュレーションの目的に有効である。

Fig. 6に示されるように、1次元計算部分で射撃法による固有値反復の回数がバックリング反復の進行につれて減少しており、計算の節約になっている。これは、もとの1次元プログラムSICO 1Dが、固有値探索に中性子減反復法ではなく射撃法を採用していることによる。このようなことは、1次元計算部分に通常の中性子減反復法を用いた場合には起こらない。SICO 2Dでは2次元問題を取り扱っているが、中性子束の解析表示と射撃法に基づく1次元計算プログラムSICO 1Dをノード別バックリング反復によりさらに3次元に拡張することも可能であろう。この場合も、バックリング反復の進行につれて射撃法による固有値反復回数が減少することから計算効率の高いプログラムを設計できると考えられる。

謝 辞

SICO 2Dプログラムの開発を最初にてがけたのは著者が(旧)日本原子力船研究開発事業団(昭和60年日本原子力研究所と統合)に在職中のことだった。当時の事業団は大型電子計算機を保有しておらず、日本情報サービス株式会社のH-8680計算機を使用するにあたり同社の阿部純一氏にはCITATIONコードの運用も含め、お世話になりました。日本原子力研究所燃料安全工学部の内藤倅孝プラント安全解析研究室長には本稿の懇切なる閲読をしていただきました。本研究をプログラムマニュアルとして公刊するよう勧められ、終始激励載いた日本原子力研究所原子力船技術部の石塚信部長、同落合政昭試験課長に感謝致します。

参考文献

- 1) Fowler, T. B. and Vondy, D. R., "Nuclear Reactor Core Analysis Code: CITATION," ORNL-TM-2496 (1969).
- 2) Delp, D. L., et al. "FLARE, A Three-Dimensional Boiling Water Reactor Simulator," GEAP-4598 (1964).
- 3) Itagaki, M., "One-Dimensional, One-Group Diffusion Calculation Program Based on Analytic Solutions for On-Site Core Simulations: SICO1D," JAERI-M 87-089 (1987).
- 4) Naito, Y., Maekawa, M. and Shibuya, K., "A Leakage Iterative Method for Solving the Three-Dimensional Neutron Diffusion Equation," Nucl. Sci. Eng., 58, 182 (1975).
- 5) Bonalumi, R., Giorcelli, M. M. and Vimercati, G., "COMETA: An Ultra-Coarse-Mesh Three-Dimensional Diffusion Code," Trans. Am. Nucl. Soc., 20, 362 (1975).
- 6) Makai, M. and Maeder, C., "SEXI - A Fast Diffusion Program Based on Exponential and Trigonometric Interpolation," EIR-401 (1980).
- 7) Lawrence, R. D. and Dorning, J. J., "New Coarse-Mesh Diffusion and Transport Theory Methods for the Efficient Numerical Calculation of Multidimensional Reactor Power Distribution," Proc. OECD-Meeting Calculation of 3-Dimensional Rating Distributions in Operating Reactors. Paris, p. 383 (1979).
- 8) Itagaki, M., "Analytic Solution Technique for Solving One-Group Diffusion Equations for Core Simulations," J. Nucl. Sci. Technol., 20[8], 627 (1983).
- 9) Buckler, A. N., "An Analytical Treatment for Multi-Layered Reflector Regions in Neutron Diffusion Codes," AEEW-R 1242, (1979).
- 10) Aktas, Z. and Stetter, H. J., "A Classification and Survey of Numerical Methods for Boundary Value Problems in Ordinary Differential Equations," Int. J. Num. Meth. Engng., 11, 771 (1977).

附録 A 1 群縮約核定数の作成

第6章のテスト計算で用いられた1群核定数は、材料組成のみで決まる漸近スペクトルを用いて元の2群核定数から縮約された。この漸近スペクトル（中性子束比）は通常の記法を用いて、2群モデル及び3群モデルの時、次のように表現される。

$$2 \text{ 群モデルの時: } \phi_1 / \phi_2 = \frac{\Sigma_{T2} + D_2 B^2}{\Sigma_{R1}} \quad (A1)$$

$$3 \text{ 群モデルの時: } \phi_1 / \phi_2 = \frac{\Sigma_{T2} + \Sigma_{R2} + D_2 B^2}{\Sigma_{R1}}, \quad \phi_2 / \phi_3 = \frac{\Sigma_{T3} + D_3 B^2}{\Sigma_{R2}} \quad (A2)$$

B^2 は「裸の原子炉」の概念から導かれるエネルギーに依存しない材料バックリングである。具体的には、2群又は3群の拡散方程式に対応する特性方程式（代数方程式）の根のうち、絶対値が最小の実数根から決まる。(A1)(A2)式で定義されるスペクトルは、通常の燃料セル計算時に1群縮約核定数を直接求める際のスペクトルに相等しいと考えることができる。

附録 B L字型反射体境界における対数微分値

第6章のテスト計算で、L字型反射体境界に対する対数微分値 r_L と平板型反射体境界に対する対数微分値 r_P との間には $r_L = r_P / \sqrt{2}$ の関係があるとした。この簡単な関係式は以下のようにして導出される。いま、反射体領域で2次元拡散方程式は

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} - K^2 \phi = 0 \quad (A3)$$

の形式にかける。ここで以下の仮定を設ける。

(i) 平板型反射体境界では、境界に沿った方向の中性子漏れは無視し得る、即ち、 $\partial^2 \phi_P / \partial y^2 = 0$ と仮定する。

(ii) L字型反射体境界では、中性子漏れがx方向とy方向に等分配される、即ち、 $\partial^2 \phi_L / \partial x^2 = \partial^2 \phi_L / \partial y^2$ と仮定する。

これらの仮定により、(A3)式を単純化した以下の二つの式が得られる。

$$\frac{\partial^2 \phi_P}{\partial x^2} - K^2 \phi_P = 0, \quad \frac{\partial^2 \phi_L}{\partial x^2} - \frac{K^2}{2} \phi_L = 0 \quad (A4)$$

無限遠境界に対する条件 $\phi_P(x \rightarrow \infty) = 0$, $\phi_L(x \rightarrow \infty) = 0$ より、(A4)式の解が以下のようを得られる。

$$\begin{aligned} \phi_P &\propto \exp(-Kx), & J_P &\propto DK \exp(-Kx), \\ \phi_L &\propto \exp\{-(K/\sqrt{2})x\}, & J_L &\propto DK \exp\{-(K/\sqrt{2})x\} / \sqrt{2}. \end{aligned}$$

したがって以下の二通りの対数微分条件が得られる。

$$\gamma_P = DK \quad , \quad \gamma_L = DK/\sqrt{2}$$

これらより $\gamma_L = \gamma_P/\sqrt{2}$ の関係が得られる。

以上は対数微分値に関するものであるが、Bonalmi 等⁵⁾は反射体境界のアルベド境界条件について同様の関係を彼等の1群拡散プログラムに適用している。

附録C サンプル入出力

C.1 サンプル入力

```

IAEA 2-D BENCHMARK PROBLEM *** 1-NODE/ASSEMBLY ***
  8  8 120  2  3  2  3 120
 20  4  20  40  0  0  8
  8  8  8  7  7  6  5  3
  8  8  8  7  7  6  5  3
1.0000E+00 1.0500E+00 0.5000E+00
-0.3000E+00 0.3000E+00 0.4000E+00
-0.3000E+00 0.6000E+00 0.4000E+00
-0.3000E+00 0.7000E+00 0.4000E+00
8.9000E-02
  1  1  1  2  1  2  2  2
8.9000E-02
  1  1  1  2  1  2  2  2
0.0000E+00 1.0000E+01 3.0000E+01 5.0000E+01 7.0000E+01 9.0000E+01 1.1000E+02
1.3000E+02 1.5000E+02
0.0000E+00 1.0000E+01 3.0000E+01 5.0000E+01 7.0000E+01 9.0000E+01 1.1000E+02
1.3000E+02 1.5000E+02
  3  2  2  2  3  2  2  1
  2  2  2  2  2  2  2  1
  2  2  2  2  2  2  1  1
  2  2  2  2  2  2  1  4
  3  2  2  2  3  1  1  4
  2  2  2  2  1  1  4  4
  2  2  1  1  1  4  4  4
  1  1  1  4  4  4  4  4
1.2820E+00 2.3978E-02 2.6759E-02
1.2913E+00 2.4331E-02 2.5610E-02
1.3510E+00 2.6364E-02 1.8288E-02
4.5455E-01 9.1273E-03 0.0000E+00

```

C.2 サンプル出力

**** <<< SIC02D >>> A TWO-DIMENSIONAL ONE-GROUP NEUTRON DIFFUSION CALCULATION
 BASED ON ANALYTIC SOLUTION TECHNIQUE AND NODEWISE BUCKLING ITERATION ****

IAEA 2-D BENCHMARK PROBLEM *** 1-NODE/ASSEMBLY ***

*** INPUT DESCRIPTION

LOG-DERIV. (X-DIRECT. RIGHT BOUNDARY)= 8.900E-02 8.900E-02 8.900E-02 6.293E-02 8.900E-02 6.293E-02 6.293E-02 6.293E-02
 LOG-DERIV. (Y-DIRECT. RIGHT BOUNDARY)= 8.900E-02 8.900E-02 8.900E-02 6.293E-02 8.900E-02 6.293E-02 6.293E-02 6.293E-02

X-DIRECT. COORDINATES (CM)= 0.0 1.000E+01 3.000E+01 5.000E+01 7.000E+01 9.000E+01 1.100E+02 1.300E+02 1.500E+02
 Y-DIRECT. COORDINATES (CM)= 0.0 1.000E+01 3.000E+01 5.000E+01 7.000E+01 9.000E+01 1.100E+02 1.300E+02 1.500E+02

CORE MAP OF MATERIAL IDENTIFICATIONS

		CORE MAP OF MATERIAL IDENTIFICATIONS							
		J= 1 2 3 4 5 6 7 8							
i=		1	2	3	4	5	6	7	8
1	I	3	2	2	2	3	2	2	1
2	I	2	2	2	2	2	2	2	1
3	I	2	2	2	2	2	2	1	1
4	I	2	2	2	2	2	2	1	4
5	I	3	2	2	2	3	1	1	4
6	I	2	2	2	2	1	1	4	4
7	I	2	2	1	1	1	4	4	4
8	I	1	1	1	4	4	4	4	4

*** NUCLEAR CONSTANTS ***

TYPE	DIFFUSION	ABSORPTION	NU-FISSION
1	1.2820E+00	2.3978E-02	2.6759E-02
2	1.2913E+00	2.4331E-02	2.5610E-02
3	1.3510E+00	2.6364E-02	1.8288E-02
4	4.5455E-01	9.1273E-03	0.0

**** NODEWISE BUCKLING ITERATION RECORD ****

NUMBER OF BUCKLING IT.	K-EFF		EPS-K	EPS-P	TETA	S1	S2
	MIN.	MAX.					
1	9.97562468E-01	1.08595657E+00	8.8610E-02	5.7054E+00	-3.000E-01	3.000E-01	4.000E-01
2	1.01531410E+00	1.04607487E+00	3.0297E-02	5.8756E-01	-3.000E-01	3.000E-01	4.000E-01
3	1.02136135E+00	1.03814507E+00	1.6433E-02	7.2519E-01	-3.000E-01	3.000E-01	4.000E-01
4	1.01421738E+00	1.03521633E+00	2.0705E-02	4.5843E-01	-3.000E-01	3.000E-01	4.000E-01
5	1.02202892E+00	1.03219509E+00	9.9470E-03	3.0766E-01	-3.000E-01	3.000E-01	4.000E-01
6	1.02763271E+00	1.03470802E+00	6.8851E-03	2.5512E-01	-3.000E-01	3.000E-01	4.000E-01
7	1.02940941E+00	1.03617954E+00	6.5767E-03	2.7113E-01	-3.000E-01	3.000E-01	4.000E-01
8	1.02986050E+00	1.03225327E+00	2.3234E-03	1.3177E-01	-3.000E-01	3.000E-01	4.000E-01
9	1.02930737E+00	1.03089046E+00	1.5380E-03	1.4085E-01	-3.000E-01	3.000E-01	4.000E-01
10	1.02855682E+00	1.03079796E+00	2.1789E-03	1.5752E-01	-3.000E-01	3.000E-01	4.000E-01
11	1.02842045E+00	1.03083515E+00	2.3480E-03	1.7850E-01	-3.000E-01	3.000E-01	4.000E-01
12	1.02923107E+00	1.03091049E+00	1.6317E-03	1.8714E-01	-3.000E-01	3.000E-01	4.000E-01
13	1.02966976E+00	1.03090477E+00	1.1994E-03	1.7801E-01	-3.000E-01	3.000E-01	4.000E-01
14	1.02949905E+00	1.03081322E+00	1.2765E-03	1.7081E-01	-3.000E-01	3.000E-01	4.000E-01
15	1.02952099E+00	1.03072357E+00	1.1681E-03	1.6740E-01	-3.000E-01	3.000E-01	4.000E-01
16	1.02936077E+00	1.03069496E+00	1.2961E-03	1.6640E-01	-3.000E-01	3.000E-01	4.000E-01
17	1.02942085E+00	1.03070545E+00	1.2479E-03	1.6466E-01	-3.000E-01	3.000E-01	4.000E-01
18	1.0295532E+00	1.03070450E+00	1.1162E-03	1.6175E-01	-3.000E-01	3.000E-01	4.000E-01
19	1.02941254E+00	1.03067780E+00	1.0346E-03	1.5833E-01	-3.000E-01	3.000E-01	4.000E-01
20	1.02960968E+00	1.03063965E+00	1.0003E-03	1.5428E-01	-3.000E-01	3.000E-01	4.000E-01
21	1.02959919E+00	1.03060627E+00	9.7813E-04	1.5056E-01	-3.000E-01	6.000E-01	4.000E-01
22	1.02958870E+00	1.03056908E+00	9.5220E-04	1.4546E-01	-3.000E-01	6.000E-01	4.000E-01
23	1.02960968E+00	1.03053188E+00	8.9588E-04	1.3973E-01	-3.000E-01	6.000E-01	4.000E-01
24	1.02961636E+00	1.03049183E+00	8.5029E-04	1.3339E-01	-3.000E-01	6.000E-01	4.000E-01
25	1.02960777E+00	1.03044605E+00	8.1417E-04	1.2685E-01	-3.000E-01	6.000E-01	4.000E-01
26	1.02960873E+00	1.03039837E+00	7.6693E-04	1.2031E-01	-3.000E-01	6.000E-01	4.000E-01
27	1.02961540E+00	1.03035545E+00	7.1876E-04	1.1350E-01	-3.000E-01	6.000E-01	4.000E-01
28	1.02962399E+00	1.03031731E+00	6.7337E-04	1.0717E-01	-3.000E-01	6.000E-01	4.000E-01
29	1.02962971E+00	1.03028297E+00	6.3447E-04	1.0135E-01	-3.000E-01	6.000E-01	4.000E-01
30	1.02963257E+00	1.03024864E+00	5.9834E-04	9.5891E-02	-3.000E-01	6.000E-01	4.000E-01
31	1.02963352E+00	1.03021812E+00	5.6778E-04	9.0261E-02	-3.000E-01	6.000E-01	4.000E-01
32	1.02963543E+00	1.03018951E+00	5.3814E-04	8.5124E-02	-3.000E-01	6.000E-01	4.000E-01
33	1.02964497E+00	1.03016186E+00	5.0201E-04	8.0140E-02	-3.000E-01	6.000E-01	4.000E-01
34	1.02965832E+00	1.03013611E+00	4.6403E-04	7.5772E-02	-3.000E-01	6.000E-01	4.000E-01
35	1.02966785E+00	1.03011513E+00	4.3439E-04	7.1848E-02	-3.000E-01	6.000E-01	4.000E-01
36	1.02966976E+00	1.03009796E+00	4.1586E-04	6.8053E-02	-3.000E-01	6.000E-01	4.000E-01
37	1.02969766E+00	1.03008080E+00	3.9919E-04	6.4314E-02	-3.000E-01	6.000E-01	4.000E-01
38	1.02967453E+00	1.03006077E+00	3.7511E-04	6.1261E-02	-3.000E-01	6.000E-01	4.000E-01
39	1.02968407E+00	1.03004265E+00	3.4824E-04	5.7919E-02	-3.000E-01	6.000E-01	4.000E-01
40	1.02968788E+00	1.03003025E+00	3.3250E-04	5.4934E-02	-3.000E-01	6.000E-01	4.000E-01
41	1.02969551E+00	1.03002071E+00	3.1582E-04	5.2531E-02	-3.000E-01	7.000E-01	4.000E-01
42	1.02970123E+00	1.03001404E+00	3.0378E-04	4.9540E-02	-3.000E-01	7.000E-01	4.000E-01
43	1.02970314E+00	1.03001213E+00	3.0008E-04	4.6688E-02	-3.000E-01	7.000E-01	4.000E-01
44	1.02970886E+00	1.03000736E+00	2.8989E-04	4.3851E-02	-3.000E-01	7.000E-01	4.000E-01
45	1.02971745E+00	1.02999783E+00	2.7229E-04	4.1420E-02	-3.000E-01	7.000E-01	4.000E-01
46	1.02971840E+00	1.02998352E+00	2.5747E-04	3.9370E-02	-3.000E-01	7.000E-01	4.000E-01
47	1.02971363E+00	1.02997017E+00	2.4914E-04	3.7070E-02	-3.000E-01	7.000E-01	4.000E-01
48	1.02972031E+00	1.02996922E+00	2.4172E-04	3.5012E-02	-3.000E-01	7.000E-01	4.000E-01
49	1.02974129E+00	1.02996971E+00	2.3153E-04	3.2929E-02	-3.000E-01	7.000E-01	4.000E-01
50	1.02974606E+00	1.02996854E+00	2.3246E-04	3.1351E-02	-3.000E-01	7.000E-01	4.000E-01
51	1.02974510E+00	1.02996826E+00	2.1671E-04	2.9638E-02	-3.000E-01	7.000E-01	4.000E-01
52	1.02972507E+00	1.02996379E+00	2.0560E-04	2.7896E-02	-3.000E-01	7.000E-01	4.000E-01
53	1.02973175E+00	1.02995962E+00	1.8245E-04	2.6075E-02	-3.000E-01	7.000E-01	4.000E-01
54	1.02976704E+00	1.02993298E+00	1.6114E-04	2.4605E-02	-3.000E-01	7.000E-01	4.000E-01
55	1.02977180E+00	1.02995682E+00	1.7966E-04	2.3160E-02	-3.000E-01	7.000E-01	4.000E-01
56	1.02977657E+00	1.02995682E+00	1.7503E-04	2.1931E-02	-3.000E-01	7.000E-01	4.000E-01
57	1.02975559E+00	1.02992725E+00	1.6670E-04	2.0924E-02	-3.000E-01	7.000E-01	4.000E-01
58	1.02975273E+00	1.02989769E+00	1.4077E-04	1.9301E-02	-3.000E-01	7.000E-01	4.000E-01
59	1.02977562E+00	1.02989101E+00	1.1206E-04	1.8199E-02	-3.000E-01	7.000E-01	4.000E-01

**** SUMMARY OF CALCULATION RESULTS

NUMBER OF BUCKLING IT.	K-EFF		EPS-K	EPS-P
	MIN.	MAX.		
111	1.02983856E+00	1.02988338E+00	4.3524E-05	9.3044E-04

** FINAL RESULTS OF 2-D NODEWISE POWER DISTRIBUTION **

I=	J=1	2	3	4	5	6	7	8
1	7.0406E-01	1.3279E+00	1.4654E+00	1.2331E+00	5.8448E-01	9.7384E-01	9.7561E-01	7.4283E-01
2	1.3279E+00	1.4277E+00	1.4694E+00	1.3152E+00	1.1004E+00	1.0570E+00	9.7629E-01	7.2259E-01
3	1.4654E+00	1.4694E+00	1.4496E+00	1.3428E+00	1.2056E+00	1.0892E+00	9.9095E-01	5.8894E-01
4	1.2331E+00	1.3152E+00	1.3428E+00	1.2006E+00	1.0006E+00	9.3666E-01	8.0264E-01	0.0
5	5.8448E-01	1.1004E+00	1.2056E+00	1.0006E+00	4.5901E-01	7.3385E-01	5.3651E-01	0.0
6	9.7384E-01	1.0570E+00	1.0892E+00	9.3366E-01	7.3385E-01	5.0290E-01	0.0	0.0
7	9.7561E-01	9.7629E-01	9.9095E-01	8.0264E-01	5.3651E-01	0.0	0.0	0.0
8	7.4283E-01	7.2259E-01	5.8894E-01	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

** X-DIRECTIONAL BUCKLING DISTRIBUTION (EDB2) **

I=	J=1	2	3	4	5	6	7	8
1	-4.3031E-03	-8.7005E-04	-4.1523E-05	-7.8366E-04	-4.2884E-03	-9.7802E-04	1.3737E-05	1.0820E-04
2	1.4067E-03	2.6840E-04	2.4580E-05	2.6253E-04	1.4289E-03	2.8029E-04	-4.8678E-05	3.1151E-04
3	5.7847E-04	5.1250E-04	2.6869E-04	4.8136E-04	6.0177E-04	6.9854E-04	7.6012E-04	1.8381E-03
4	1.3204E-03	2.7441E-04	5.5673E-05	2.6844E-04	1.3172E-03	2.6564E-04	1.0418E-04	0.0
5	-4.3177E-03	-8.9240E-04	-6.4889E-05	-7.8051E-04	-4.3032E-03	-3.5606E-04	6.9507E-04	0.0
6	1.5146E-03	2.5641E-04	-1.6149E-04	2.7117E-04	2.3613E-03	1.0027E-03	0.0	0.0
7	5.2243E-04	5.8504E-04	1.2452E-03	1.9008E-03	1.3098E-03	0.0	0.0	0.0
8	1.8965E-03	1.6932E-03	1.6708E-04	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

** Y-DIRECTIONAL BUCKLING DISTRIBUTION (FDB2) **

I=	J=1	2	3	4	5	6	7	8
1	-4.3031E-03	1.4067E-03	5.7847E-04	1.3204E-03	-4.3177E-03	1.5146E-03	5.2243E-04	1.8965E-03
2	-8.7005E-04	2.6840E-04	5.1250E-04	2.7441E-04	-8.9240E-04	2.5641E-04	5.8504E-04	1.6932E-03
3	-4.1523E-05	2.4580E-05	2.6869E-04	5.5673E-05	-6.4889E-05	-1.6149E-04	1.2452E-03	1.6708E-04
4	-7.8366E-04	2.6253E-04	4.8136E-04	2.6844E-04	-7.8051E-04	2.7117E-04	1.9008E-03	0.0
5	-4.2884E-03	1.4289E-03	6.0177E-04	1.3172E-03	-4.3032E-03	2.3613E-03	1.3098E-03	0.0
6	-9.7802E-04	2.8029E-04	6.9854E-04	2.6564E-04	-3.5606E-04	1.0027E-03	0.0	0.0
7	1.3737E-05	-4.8678E-05	7.6012E-04	1.0418E-04	6.9507E-04	0.0	0.0	0.0
8	1.0820E-04	3.1151E-04	1.8381E-03	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0