

J A E R I - M
87-156

使用済核燃料輸送容器の構造解析
プログラムの調査

1987年10月

矢川 元基*・幾島 豪

日本原子力研究所
Japan Atomic Energy Research Institute

JAERI-Mレポートは、日本原子力研究所が不定期に公刊している研究報告書です。

入手の問合せは、日本原子力研究所技術情報部情報資料課（〒319-11 茨城県那珂郡東海村）あて、
お申しこしください。なお、このほかに財団法人原子力弘済会資料センター（〒319-11 茨城県那珂郡
東海村日本原子力研究所内）で複写による実費領布をおこなっております。

JAERI-M reports are issued irregularly.

Inquiries about availability of the reports should be addressed to Information Division Department
of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokaimura, Naka-gun, Ibaraki-
ken 319-11, Japan.

© Japan Atomic Energy Research Institute, 1987

編集兼発行 日本原子力研究所
印 刷 日青工業株式会社

使用済核燃料輸送容器の構造解析

プログラムの調査

日本原子力研究所東海研究所燃料安全工学部

矢川 元基*・幾島 毅

(1987 年 9 月 4 日受理)

本報告書は、日本原子力研究所の委託により、日本機械学会研究協力部会 RC-62 「キヤスク構造解析研究分科会」の研究成果についてまとめたものである。

得られた成果の内容は次の通りである。

- (1) 構造解析法の調査では、衝撃解析用計算プログラムの特徴や解析例の文献調査を行い、HONDO, STEALTH, DYNA3Dなどの2次元ないしは3次元の有限要素法並びに有限差分法の計算プログラムを評価した。
- (2) 計算プログラムの性能を比較・検討するため、鉛円柱およびステンレス鋼被覆付き鉛円柱の9m落下解析についてベンチマーク計算を行った。鉛のひずみ速度の影響を評価する計算も行った。
- (3) 計算プログラムの衝撃解析アルゴリズムの調査を行い、今後の開発される計算プログラムの要求項目および今後の研究の指標が明らかになった。

Investigation on Structural Analysis Computer Program
of Spent Nuclear Fuel Shipping Cask

Ganki YAGAWA* and Takeshi IKUSHIMA

Department of Fuel Safety Research
Tokai Research Establishment
Japan Atomic Energy Research Institute
Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken

(Received September 4, 1987)

This report describes the results done by the Sub-Committee of Research Cooperation Committee (RC-62) of the Japan Society of Mechanical Engineers under the trust of the Japan Atomic Energy Research Institute.

The principal fulfilments and accomplishments are summarized as follows:

- (1) Regarding the survey of structural analysis methods of spent fuel shipping cask, several documents, which explain the features and applications of the exclusive computer programs for impact analysis on the basis of 2 or 3 dimensional finite element or difference methods such as HONDO, STEALTH and DYNA-3D, were reviewed.
- (2) In comparative evaluation of the existing computer programs, the common benchmark test problems for 9 m vertical drop impact of the axisymmetric lead cylinder with and without stainless steel clads were adopted where the calculational evaluations for taking into account the strain rate effect were carried out.
- (3) Evaluation of impact analysis algorithm of computer programs were conducted and the requirements for computer programs to be developed in future and an index for further studies have been clarified.

Keywords: Computer Program, Nonlinear Dynamic Analysis, Impact Analysis, Shipping Cask, Finite Element Method, Structural Analysis, Nuclear Fuel Cask, Computer Code

* Tokyo University

目 次

序 文	1
1. キャスク構造解析法の調査	2
1.1 まえがき	2
1.2 軸対称体の動的非線形・有限要素解析コード	3
1.3 固体・構造・熱流体解析のための陽的ラグランジエ差分コード	10
1.4 シッピング・キャスクの非線形衝撃解析	29
1.5 有限要素ラグランジエコードの最近の進歩	44
1.6 あとがき	50
2. キャスクベンチマーク問題	51
2.1 まえがき	51
2.2 試計算例題	52
2.3 ベンチマーク問題〔I〕：クラッドなし鉛円柱の垂直落下	53
2.4 ベンチマーク問題〔II〕：クラッド付鉛円柱の垂直落下	58
2.5 あとがき	60
3. ベンチマーク問題の解析と評価	61
3.1 まえがき	61
3.2 試計算例題	63
3.2.1 STEALTH-2D	63
3.2.2 MARC(B)	67
3.2.3 ABAQUS	71
3.2.4 ADINA(A)	77
3.2.5 ADINA(B)	82
3.2.6 NEUTDC-02	85
3.2.7 まとめ	89
3.3 ベンチマーク問題〔I〕	93
3.3.1 STEALTH-2D	93
3.3.2 MARC(A)	103
3.3.3 MARC(B)	110
3.3.4 ABAQUS	123
3.3.5 ADINA(A)	132
3.3.6 ADINA(B)	143
3.3.7 DYNA3D	152
3.3.8 DYNA2D	157
3.3.9 HONDO-II	161
3.3.10 NEUTDC-02	167

3.3.11 ANSYS	173
3.3.12 まとめ	179
3.4 ベンチマーク問題〔II〕	197
3.4.1 MARC	197
3.4.2 PISCES(A)	211
3.4.3 PISCES(B)	221
3.4.4 ABAQUS	234
3.4.5 DYNA3D	245
3.4.6 DYNA2D	252
3.4.7 まとめ	258
3.5 あとがき	267
3.5.1 試計算例題	267
3.5.2 ベンチマーク問題〔I〕	267
3.5.3 ベンチマーク問題〔II〕	267
4. 解析・計算プログラムの開発・整備に関する検討	269
4.1 まえがき	269
4.2 衝撃解析アルゴリズムの検討	270
4.2.1 衝撃解析の定式化に関する調査	270
4.2.2 材料(ひずみ速度依存型構成方程式)	273
4.2.3 時間積分法	279
4.2.4 主な解析プログラムの時間積分機能表	292
4.2.5 動的接触	294
4.3 キャスク構造解析コードに要求される機能	297
4.3.1 まえがき	297
4.3.2 定式化	297
4.3.3 材料非線形性	298
4.3.4 時間積分法	298
4.3.5 接触	299
4.4 あとがき	300
結言	301
謝辞	302
執筆者	303
委員構成	305
委員名簿	307
参加会社委員名簿	310

Contents

Preface - - - - -	1
1. Investigation of structural analysis methods for spent nuclear fuel shipping cask - - - - -	2
1.1 Introduction - - - - -	2
1.2 Nonlinear dynamic FEM computer program for axi-symmetric body - - - - -	3
1.3 Explicit lagrange FED computer program for solid, structure and fluid analysis - - - - -	10
1.4 Nonlinear impact analysis for shipping cask - - - - -	29
1.5 Recent development of FED lagrange computer program - -	44
1.6 Concluding remarks - - - - -	50
2. Benchmark problems for cask - - - - -	51
2.1 Introduction - - - - -	51
2.2 Test benchmark problem - - - - -	52
2.3 Benchmark problem [1]: Vertical drop analysis for lead cylinder without clad - - - - -	53
2.4 Benchmark problem [II]: Vertical drop analysis for lead cylinder with clad - - - - -	58
2.5 Concluding remarks - - - - -	60
3. Calculations and evaluations of benchmark problems - - - -	61
3.1 Introduction - - - - -	61
3.2 Calculation results of test benchmark problem - - - -	63
3.2.1 STEALTH-2D - - - - -	63
3.2.2 MARC(B) - - - - -	67
3.2.3 ABAQUS - - - - -	71
3.2.4 ADINA(A) - - - - -	77

3.2.5 ADINA(B) - - - - -	82
3.2.6 NEUTDC-02 - - - - -	85
3.2.7 Summary - - - - -	89
3.3 Calculation results of benchmark problem [I] - - - - -	93
3.3.1 STEALTH-2D - - - - -	93
3.3.2 MARC(A) - - - - -	103
3.3.3 MARC(B) - - - - -	110
3.3.4 ABAQUS - - - - -	123
3.3.5 ADINA(A) - - - - -	132
3.3.6 ADINA(B) - - - - -	143
3.3.7 DYNA-3D - - - - -	152
3.3.8 DYNA-2D - - - - -	157
3.3.9 HONDO-II - - - - -	161
3.3.10 NEUTDC-02 - - - - -	167
3.3.11 ANSYS - - - - -	173
3.3.12 Summary - - - - -	179
3.4 Calculation results of benchmark problem [II] - - - - -	197
3.4.1 MARC - - - - -	197
3.4.2 PISCES(A) - - - - -	211
3.4.3 PISCES(B) - - - - -	221
3.4.4 ABAQUS - - - - -	234
3.4.5 DYNA-3D - - - - -	245
3.4.6 DYNA-2D - - - - -	252
3.4.7 Summary - - - - -	258
3.5 Concluding remarks - - - - -	267
3.5.1 Test benchmark problem - - - - -	267
3.5.2 Benchmark problem [I] - - - - -	267
3.5.3 Benchmark problem [II] - - - - -	267

4. Investigation of computer programs development	269
4.1 Introduction	269
4.2 Algorithm for impact analysis	270
4.2.1 Study for formulation of impact analysis	270
4.2.2 Material data (Constitutive equations for strain rate dependent data)	273
4.2.3 Time integration method	279
4.2.4 Time integration methods of computer programs	292
4.2.5 Dynamic contact	294
4.3 Capability of computer programs required of cask structural analysis	297
4.3.1 Introducing remarks	297
4.3.2 Formulation	297
4.3.3 Material nonlinearity	298
4.3.4 Time integration method	298
4.3.5 Contact	299
4.4 Concluding remarks	300
Conclusions	301
Acknowledges	302
Authors' list	303
Committee members	305
Name and address of committee members	307
Name and address of company members	310

序 文

一般的の機器や構造物に対する事故時の構造健全性は、機器や構造物の完成後、実験などによって保証されてきた。しかし、構造健全性に、極めて厳しい条件が与えられている原子力機器や構造物においては、経済上からも、上記の方法は適用し難いものとなっている。特に、使用・未使用の核燃料輸送容器（CASK：キャスク）に対しては、事故時条件において、9 m自由落下後の構造健全性が、設計段階において要求される。従来、実機などによるモックアップ・テストで、保証してきた事故時の構造健全性を、科学計算用の超大型計算機の発達や、それに伴うFORTRANに代表される高級言語の充実、及び種々の解析手法の研究・開発などを背景として、計算機シミュレーションによって行なうことが注目されている。

このような要求に対して、キャスク構造解析研究分科会・第1小委員会では、前年に引き続き、現行の衝撃解析専用コードや、汎用弾塑性構造解析コードの機能と特徴を、文献調査及びベンチマーク計算の実行などを通して調査・検討してきた。その結果、衝撃解析に対する数値解析手法の現状が認識されるとともに、各々の手法の適用範囲・特質及び欠点が明らかとなり、将来、開発される可能性のあるキャスク構造解析専用コードが持つべき機能と特性が指摘された。

本編は、第1小委員会の本年度のこうした活動を取りまとめたものである。

第1章には、キャスクの事故時における構造健全性の解析手法に対する文献調査結果をまとめた。主に、衝撃解析専用コードの特徴の解説、及び実際の解析例に関する文献である。ここでは、2次元有限要素法衝撃解析コード：HONDO-II、2次元・3次元有限差分法コード：STEALTH、及び3次元有限要素法コード：DYNA-3Dが紹介される。各々の文献は、各コードの特徴を示すだけではなく、衝撃問題解析に共通した問題点・困難さについて解説し、さらに、それらを緩和、あるいは克服する解析手法を明らかにしている。例えば、1.5節は、DYNAコードの開発を紹介したが、内容は、空間離散化手法から最近、Flanaganらが開発した衝撃解析用2次元・3次元ひずみ要素の解説まで含まれている。

第2章では、解析コードの現状を比較・調査するために本委員会が設定したベンチマーク問題を解説した。昨年度同様、以下の2つの問題が設定された。

- (1) 鉛円柱の30 ft. 落下解析
- (2) ステンレス鋼被覆付き鉛円柱の30 ft. 落下解析

昨年度の解析・調査結果を踏まえて、問題[1]の解析には、第2小委員会の調査から得られたひずみ速度依存型構成方程式（修正ロビンソン式）が用いられ、ひずみ速度効果を可能な限り忠実に評価することが試みられた。これに先立ち、ひずみ速度効果を評価する手法の調査・確立を目的とした試計算が、同種の比較的簡単な問題に対して行なわれた。また、昨年度、問題設定の不手際から、解析が等しい境界条件の下で行なわれず、結果に思わぬバラツキをみた問題[2]に対しては、解析者に改めて問題の統一を諮り、解析を実行した。さらに、問題[1]及び[2]において、解析者に対し、比較・検討の項目を予め明確にしておくことで、問題設定の意図が結果に反映することを目指した。

第3章は、第2章で設定されたベンチマーク問題に対する各解析参加コードによる解析結果とその比較・検討結果をまとめたものである。

第4章は、第1章及び第3章の結果の総合的な検討と、第1小委員会内に、本年度新たに設けられた衝撃解析アルゴリズムに対する調査活動をまとめたものである。これにより、2年間の調査・研究の成果が明らかにされると共に、将来開発される衝撃解析コードに対する要求とそれに対する今後の研究指針がある程度明確にされた。

1. キャスク構造解析法の調査

1.1 まえがき

本章では、前年度に引き続いだ行なわれた文献調査をまとめるものであり、本年度は特に陽的解法を採用した解析プログラムに着目し、以下の論文を調査した。

調査対象とした文献名	抄訳担当
① HONDO-II : 軸対称体の動的非線形有限要素コード	C R C
② STEALTH : 固体・構造・熱流体解析のための陽的ラグランジュ差分コード	N D C
③ キャスク衝撃問題の非弾性大変形解析	東 大
④ 有限要素ラグランジュコードの最近の進歩	I H I

1.2 軸対称体の動的非線形・有限要素解析コード

第1版に対する前がき（要約）

HONDOは，“A Nonlinear Finite Element Code for Analyzing the Blast Response of Underground Structures,” U.S.Army Waterways Experiment Station, Contract Report N-70-1, January 1970. I. Farhoomand and E. L. Wilson

をベースに作られた。特徴としては、次のものが掲げられる。

- (i) Storageについては1次元配列を用いており、非常にコンパクトである。
- (ii) 応力を要素内で一定としている。
- (iii) 時間積分は、explicitとしている。
- (iv) 応力伝播を制御するのに人工粘性を用いている。
- (v) 5つの材料挙動を扱う。

第2版に対する前がき（要約）

追加された機能

- (i) 滑り接触 (sliding interfaces)
- (ii) エネルギバランスの計算
- (iii) 要素 generator QMESHとのインターフェース
- (iv) リスタート

改良された機能

- (i) 弹塑性モデルに対する数値解法の改良
- (ii) 要素内一定応力要素の他に4つのGauss点での応力が評価される bilinear要素の追加。

(1) はじめに

HONDOは、2次元場における、大変形・非弾性問題の動的応答を解析する有限要素法プログラムである。有限ひずみを用い、空間離散化には4節点アイソパラメトリック要素を用いてる。時間積分は、中央差分を用いており、時間ステップの大きさが、積分の安定性に影響するので、プログラム内で自動的に制御している。材料については、5種類の材料挙動を扱う。すなわち、弾性、粘弾性、弾塑性、crushable foam および土の挙動が扱える。初期条件は、速度で与え、変位では与えない。圧力荷重が与えられる。熱荷重は考慮しない。プログラムはインコアで機能し、剛性行列の計算およびストレージは行なわないので、比較的大次元の問題も取扱える。

(2) 運動、ひずみ、応力およびエネルギーの関係式

(a) 運動方程式

$$\dot{x}^i = x^i(X^a, t)$$

X^a ; 粒子の identity, 物質座標, 時間に関し変化しない

x^i ; 粒子 X^α の変形後の位置の座標

仮想仕事

$$\delta \pi = \int \rho \dot{x}^k \delta x_k dV + \int t^{km} \delta x_{k,m} dV - \int \rho s^k \delta x_k dV - \int s^k \delta x_k da \quad (1)$$

(b) ひずみ

Green のひずみテンソルを用いる (Fig. 1 参照)。

$$E_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} (C_{\alpha\beta} - G_{\alpha\beta}) \quad (2)$$

ここに,

$$F_\alpha^k = \frac{\partial x^k}{\partial X^\alpha} (X^\beta, t) \quad (3)$$

$$C_{\alpha\beta} = F_\alpha^k F_\beta^m g_{km} \quad (4)$$

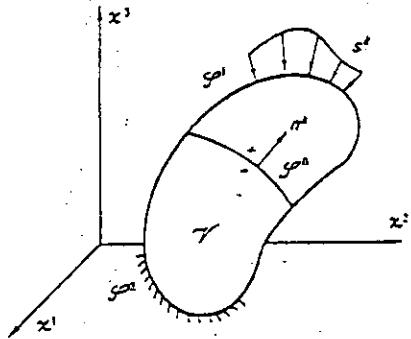


Fig. 1

$G^{\alpha\beta}$ および $g_{\alpha\beta}$ はそれぞれ変形前、後の計量テンソル

ひずみの他の測り方として Truesdell と Toupin の論文に示されたものを考える。この測り方に比べると、式 (2) は、微小なひずみに対する記述であることがわかる。

速度 V^k を次のように定義する。

$$V^k (X^\alpha, t) = \frac{\partial x^k}{\partial t} (X^\alpha, t) \quad (5)$$

物質座標による速度を用いて、加速度および変形勾配速度は、次のように与えられる。

$$\dot{x}^k (X^\alpha, t) = \frac{\partial V^k (X^\alpha, t)}{\partial t} + \left\{ {}^k_{pm} \right\} V^p (X^\alpha, t) V^m (X^\beta, t) \quad (6)$$

$$\dot{F}_\alpha^k (X^\beta, t) = V_\alpha^k (X^\beta, t) = \frac{\partial V^k}{\partial X^\alpha} (X^\beta, t) + \left\{ {}^k_{pm} \right\} F_\alpha^p V^m \quad (7)$$

$\left\{ {}^k_{pm} \right\}$ は Christoffel の記号で直角座標系や、軸対称問題では消える。

stretch および spin の速度は次のように与えられる。

$$d_{km} = \frac{1}{2} (V_{k,m} + V_{m,k}) \quad (8)$$

$$W_{km} = \frac{1}{2} (V_{k,m} - V_{m,k}) \quad (9)$$

ひずみ速度は次のように表わされる。

$$\dot{C}_{\alpha\beta} = 2 \dot{E}_{\alpha\beta} = 2 F_\alpha^k F_\beta^m d_{km} \quad (10)$$

(c) 応力の関係式 (Stress Relations)

ひずみは始めの参照形状 (X^α) に関する Green のひずみを用いており、これに対応して 2nd Piola-Kirchhoff の応力 $T^{\alpha\beta}$ を用いる。運動方程式は Cauchy の応力 t^{km} を用いる。両者の関係は次のように表わされる。

$$t^{km} = |\det \underline{F}|^{-1} F^k_\alpha T^{\alpha\beta} F^m_\beta \quad (11)$$

(i) Kirchhoff Elastic: 大回転でもひずみが小さいとき、線形弾性挙動を一般化して適用する。ひずみは有限ひずみを用いる。

$$T^{\alpha\beta} = (\lambda G^{\alpha\beta} G^{\gamma\delta} + 2\mu G^{\alpha\gamma} G^{\beta\delta}) E_{\gamma\delta} \quad (12)$$

(ii) Continuum Rubber: Blatz と Ko が静的ひずみに対して拡張したものを用いている。

$$J_3 = |\det(F^k_\alpha)| = \frac{\rho R}{\rho} \quad (13)$$

$$t^{rs} = \mu \left(J_3^{-1} B^{rs} - J_3^{-\frac{1}{1-2\nu}} g^{rs} \right) \quad (14)$$

μ : Shear modulus

ν : ポアソン比 0.463

(iii) Plasticity: β は降状面の広がり方に関係するパラメータで、 $0 < \beta < 1$ の値をとる (Fig. 2 参照)。

$$\sqrt{2} k = \beta \frac{2}{3} H + d^p_{rs} \quad (15)$$

等方硬化の場合 $\beta = 1$ 移動硬化の場合 $\beta = 0$ となる。流れ則は次のように表わされる。

$$d^p_{rs} = \lambda \frac{\partial \varphi}{\partial t^{rs}} = \lambda \zeta'_{rs} \quad (16)$$

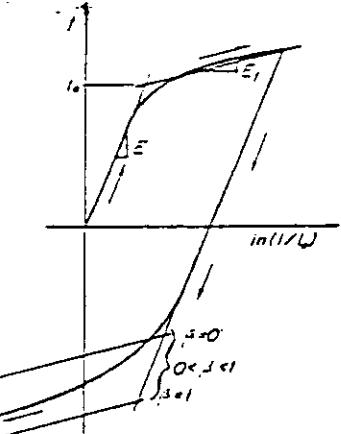
降状条件は Von Mises の降状条件を用いる。降状応力が、ひずみ速度に依存する場合は、Symonds と Ting の方法により修正する。ここに t_0 は、ひずみ速度 0 のときの降状応力である。

$$t_y = t_0 \left(1 + \left(\frac{n^{mn} d_{mn}}{D} \right)^{1/p} \right), \quad n^{mn} = \frac{\zeta'^{mn}}{\sqrt{2} k (1 + H/3\mu)} \quad (17)$$

(iv) Soils :

降状条件；次の 2 つの関数の積で定義される (Fig. 3 参照)。

Fig. 2



$$\begin{aligned} \varphi_s &= \frac{1}{2} t'_{rs} t'^{rs} - (a_0 + a_1 p + a_2 p^2) \\ \varphi_p &= p - f(\gamma) \end{aligned} \quad (18)$$

ここに

$$p = \begin{cases} f(\gamma) & \text{for } \varphi_p \geq 0, \dot{\gamma} \leq 0 \quad \text{Loading} \\ p(t_u) - k_0 \int_{t_u}^t \dot{\gamma} dt & \text{for } \varphi_p \leq 0, \dot{\gamma} > 0 \quad \text{Unloading} \end{cases} \quad (19)$$

f ; Volumetric hardening τ ; Volumetric strain ($\dot{\tau} = d_k^k$)

flow rule は associate なものを用いる。

(V) Viscoelasticity : bulk 挙動は、弾性とし、偏差成分は粘弹性として扱う (Fig. 4 参照)。

$$T_{\alpha}^{\alpha} = 3 k E_{\alpha}^{\alpha} \quad (20)$$

$$T'_{\alpha\beta} = 2 \int_0^t \varphi(t-\tau) \frac{\partial E'_{\alpha\beta}(\tau)}{\partial \tau} d\tau \quad (21)$$

 $\varphi(t)$ は、緩和関数で次のように与える。

$$\varphi(t) = G_{\infty} (G_0 - G_{\infty}) e^{-\beta t} \quad (22)$$

(d) エネルギー

全エネルギーは、内部エネルギーと運動エネルギーの和で表わされ、これは、初期の運動エネルギーと外力のなす仕事に等しい。

15% の内の誤差なら許容されると考えている。

$$\begin{aligned} T &= K_0 + \int_0^t (\int \rho \dot{a} dv) d\tau \\ &= K_0 + \int_0^t (\oint_{\varphi_1} s^k v_k ds + \int f^k v_k dv) d\tau \end{aligned} \quad (23)$$

$$E = \int_0^t (\int \rho \dot{e} dv) d\tau = \int_0^t (\int \rho t^r s d_{rs} dv) d\tau \quad (24)$$

$$K = \int_v \frac{1}{2} \rho v^k v_k dv \quad (25)$$

$$K + E = T$$

(3) 空間の離散化

Galerkin 法による有限要素法で定式化する。アイソパラメトリック要素を用いる。

$$x^k = \sum_{\alpha=1}^A x^{k\alpha}(t) \varphi_k^{\alpha} \quad (26)$$

$$v^k = \sum_{\alpha=1}^A \dot{x}^{k\alpha}(t) \varphi_k^{\alpha} \quad (27)$$

$$\ddot{x}^k = \sum_{\alpha=1}^A \ddot{x}^{k\alpha}(t) \varphi_k^{\alpha} + \left\{ \frac{k}{pm} \right\} v^p v^m \quad (28)$$

$$\int_v \rho \dot{x}^k \varphi_k^{\alpha} dv + \int_v t^{km} \varphi_{k,m}^{\alpha} dv - \int_v \rho f^k \varphi_k^{\alpha} dv - \oint_{\varphi_1} s^k \varphi_k^{\alpha} da = 0 \quad (29)$$

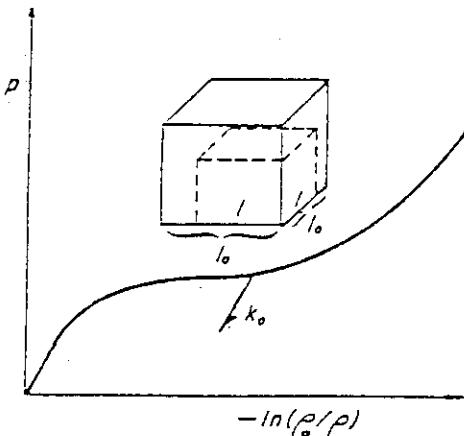


Fig. 3

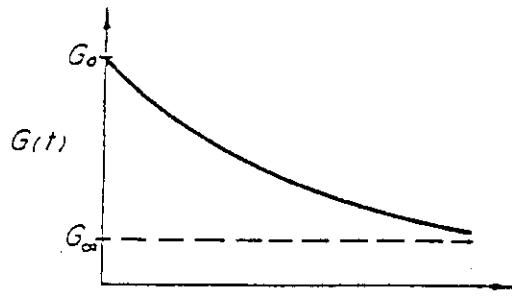


Fig. 4

$$(25)$$

(4) 時間積分

直交座標系の場合、式(27)の加速度の式で、速度の積の項は消える。式(28)を次のように書き直す。

$$\dot{M} \ddot{q} = F - T \quad (29)$$

ここで

$$\ddot{q} = [\ddot{x}^{k\beta}(t)] \quad , \quad \text{a vector}$$

$$M = \int_v \rho \varphi_k^\alpha \varphi_k^\beta dv \quad , \quad \text{a matrix}$$

$$F = \int_v \rho f^k \varphi_k^\alpha dv + \oint_{\varphi_1} s^k \varphi_k^\alpha da \quad , \quad \text{a vector}$$

$$T = \int_v t^{km} \varphi_{k,m}^\alpha dv \quad , \quad \text{a vector}$$

(a) 中央差分法

$$\dot{M} \ddot{q}_n = F_n - T_n \quad (30)$$

$$p_{n+1/2} = p_{n-1/2} - 1/2 (\Delta t_{n-1/2} + \Delta t_{n+1/2}) M_d^{-1} (F_n - T_n)$$

$$q_{n+1} = q_n + \Delta t_{n-1/2} p_{n+1/2} \quad (31)$$

Δt は、伝播速度、メッシュサイズの変化を考慮して、可変としている。 M_d は、lumped Mass matrix で、 $t = 0$ のときについて求め、一度だけ inverse をとればよい。この方法は、explicit であり、また非常にコンパクトである。

$t = n + \frac{1}{2}$ における速度 $p_{n+1/2}$ が求まると、 $n + 1$ における形状が求まる。応力、ひずみを求めるため式(8)より F_α^k が求まるが、むしろ式(7)より F_α^k を求め式(32)で $(F_\alpha^k)_{n+1}$ を求める。この方法のはうが、積分がやりやすい。

$$(F_\alpha^k)_{n+1} = (F_\alpha^k)_n + \Delta t_{n+1/2} (\dot{F}_\alpha^k)_{n+1/2} \quad (32)$$

(b) 人工粘性

応力波伝播は、解の不連続性を生じさせる。FEM はスムーズな解に対する近似解法と考えられる。この不連続性を解消するため人工粘性を導入して、Shock wave の先端の傾きは鋭いが、有限な傾きをもたせる。(Bertholf と Benzley による)

(5) 軸対称および平面ひずみ解析

(a) 補間関数 (Fig. 5 参照)。

$$g = \sum_{i=1}^4 g^i \varphi^i(a, b) \quad (33)$$

$$\varphi^1 = (1-a)(1-b)/4$$

$$\varphi^2 = (1+a)(1-b)/4$$

$$\varphi^3 = (1+a)(1+b)/4$$

$$\varphi^4 = (1-a)(1+b)/4$$

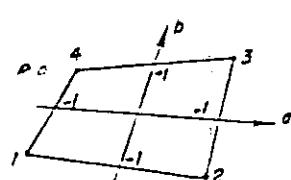


Fig. 5

(b) Mass matrix

集中マスを用いる。

$$\begin{aligned} m_{11} = m_{22} &= \int_{v_n} \rho \varphi^1 dv \\ m_{33} = m_{44} &= \int_{v_n} \rho \varphi^2 dv \\ m_{55} = m_{66} &= \int_{v_n} \rho \varphi^3 dv \\ m_{77} = m_{88} &= \int_{v_n} \rho \varphi^4 dv \end{aligned} \quad (35)$$

(c) 物体力

考慮しない。

(d) 表面力

考慮される。

(e) 数値積分

2×2 Gauss 積分を用いる。

(f) 応力の近似 (Stress Approximation)

簡略化のため要素内で応力一定とする。ひずみは要素中心のものを用いる。

Fig. 6 は考えられる 8 つの変形モードを示している。

1, 2 は並進, 3 は回転の剛体モード, 4, 5, 6 は一様応力ひずみ状態で, 4 は純粋な膨張, 5, 6 は一定体積である。

7, 8 では, 要素中心のひずみで応力を求めると, 応力が生じない。7, 8 はその形から "keystone" (要石) と呼ばれる。

FDM では指摘されている問題である。

(g) Artificial Keystone Viscosity

Keystone モードの無応力を除去するため人工粘性を導入する。

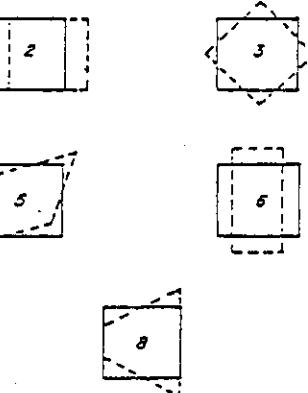


Fig. 6

$$p_{rz} = \rho \delta B_3 C (d_{rz} - d_{rz0}) \quad (36)$$

ρ : density

δ : 要素の最小長さ

B_3 : 粘性係数

C : 伝播速度

d_{rz}, d_{rz0} : Gauss point および要素中心のひずみ

β_3 : 0.01 程度, Keystone が生じないときは 0 にしておく

(h) 安定性

時間積分の安定性は Δt の大きさに依存する。 Δt_{cr} は, Benzley により求め, この 0.9 を次のステップに使用する。

$$\Delta t_{crit} = \frac{\delta}{B_2 C + (B_1)^2 \delta \left| \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} \right| + \sqrt{\left[B_2 C + (B_1)^2 \delta \left| \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} \right| \right]^2 + C^2}} \quad (37)$$

(i) 変位境界条件

変位の拘束条件、あるいは一定速度の条件は、その方向の加速度を0にセットして与えている。Fig.7 のように角度 Ψ で傾いた面に垂直方向に fix、接線方向にすべる場合は、

$$\begin{aligned} a_t &= a_r \cos \Psi + a_z \sin \Psi \\ a_n &= 0 \end{aligned} \quad (38)$$

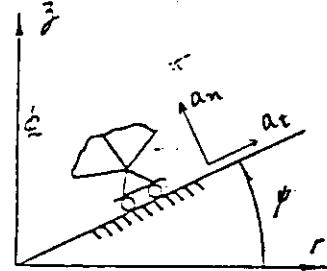


Fig. 7

(j) 剛体壁の条件

節点 p が剛体壁 z_{min} を通過したとき、バネ反力を生じさせる(Fig.8参照)。

$$F = K(r_p + 1)(z_{min} - z_p) \quad (39)$$

r_p, z_p は点 p の r, z 座標、 K はバネ定数で、mass, 材料によらず、各点で同じ値を用いている。

(k) 滑り接触 (Sliding Interface)

物体間での滑り接触を考慮する。要素が他方の物体にめりこまないようにする。マサッカを考慮できる。

滑り接触の取り扱い方には、幾可学的な方法と力による方法がある。幾可学的な方法では、めりこまない状態にもどすように、節点速度を与える。一方力による方法は、同じことを、節点力で行なう。ここでは力による方法を用いている(Fig. 9 参照)。

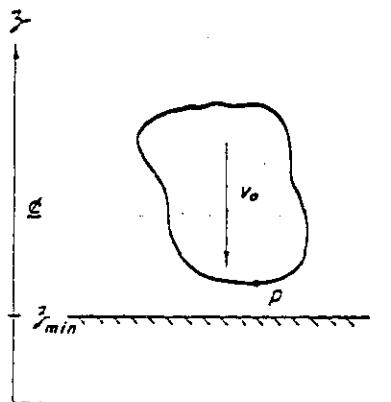


Fig. 8

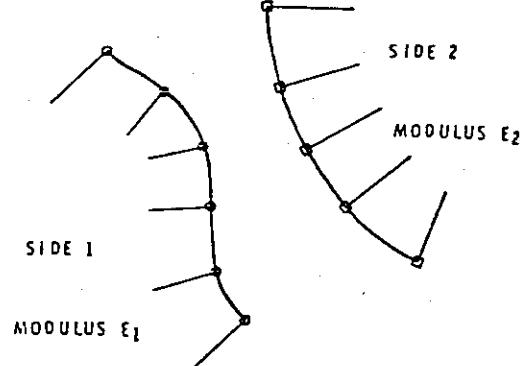


Fig. 9

1.3 固体・構造・熱流体解析のための陽的ラグランジエ差分コード

(1) はじめに

STEALTH は、過渡的、準静的非線形挙動を取り扱うための公開陽表示有限差分プログラムであり、固体、流体及び混合体を含む一般連続体に対して、Lagrange 表示により定式化されている。しかしながら、Euler 表示あるいは、Lagrange-Euler の混合表示で計算を行うことのできるALE (Arbitrary Lagrange Eulerian) の様な RE-ZONER 機能も含んでいる。

EPRI の STEALTH コードは、水撃、土と構造物の相互作用、ミサイルの衝突、混合相流体の衝撃現象、流体と構造物の相互作用等への適用が期待される。最新バージョンでは、1次元、2次元はもとより、3次元コードも使用できる。また十分なプロット機能も備えている。

将来の発展計画には、陰表示機能、subcycling、異なる形式のコードとの組合せが予定されている。

(2) STEALTH コード概要

(a) 特 徴

STEALTH コードは、次の様な 3 つの連続体力学の解析コード、3 つのデータアライザ、及び 1 つのグラフィックパッケージから構成されている。

STEALTH 1D	ADAPRO 1D
STEALTH 2D	ADAPRO 2D
STEALTH 3D	ADAPRO 3D
GRADIS	

STEALTH1D~3D は、連続体力学の時間依存、非線形熱力学偏微分方程式を数値的に解く陽表示有限差分コードである。離散化方程式は、Lagrange 系を用いて、様々な座標系に整合され、時間的、空間的中央差分式により 2 次の正確さで解を得る。

圧力の不連続性 (shocks) は、von Neumann の 2 次人工粘性をすりあわせて取扱い、Zone から Zone への振動 (noise) は、線形人工粘性を用いることによって減衰させ、グリッドの不安定性 (hourgassing) は、“tensor-triangle” 人工粘性により制御される。

zone の乱れは、各時刻ステップごとに働く Rezoner によってコントロールされ、解の安定性は、Courant の安定条件によって自動的に調整される。

ADAPRO1D~3D は、STEALTH1D~3D に対応する Archive DAta PROcessors であり、GRADIS は、GRAphic DISplay の略で、STEALTH 及び ADAPRO のどちらの プログラムにも用いられる。

STEALTH1D の入力形式としては、以下のものがあげられる。

(i) 平面ひずみ (平面对称)

(ii) 円筒 (線対称)

(iii) 球 (点対称)

(iv) 平面的パイプ管網

(v) 円筒、可変高さ形状

(vi) 薄い棒形状

vii) 薄い平板形状

STEALTH2Dでは、次の3つの幾何形状がある。

- (i) 2次元平面ひずみ
- (ii) 2次元平面応力
- (iii) 軸対称

STEALTH3Dでは、非対称形状となっている。

材料モデルでは、状態方程式（平均特性）強度（偏差力学特性）及び熱移動（温度特性）を入力できる。標準的なオプションは、次のものである。

状態方程式（平均特性）

圧力は、相対体積（あるいは密度）及び内部エネルギー（あるいは温度）の関数として定義できる。

強度（偏差力学特性）

偏差応力は、ひずみ、ひずみ速度の関数として定義できる。降伏応力、せん断係数、スパール条件は、温度、圧力、密度等の変数の関数として定義できる。塑性流れ則の標準的なアルゴリズムは、2次の偏差応力不变量を用いる Prandtl-I - Reuss 流れ則である。

熱移動（温度特性）

熱流束は、温度とユーザーが定義した物理量の関数として入力できる。標準的な熱流束モデルは、温度依存をともなうフーリエの熱伝導法則である。

境界条件として次の2種のオプションがある。

力学的境界条件

あらかじめ設定した圧力、速度の時刻歴を任意の境界に加えることができる。相互作用する境界では、摩擦のないすべり、開閉する擬似的なすきまを入れることができる。相互作用は、2つのグリッド間、あるいは、前もって規定された幾何学的境界条件（例えば剛壁）の間で発生する。

熱的境界条件

あらかじめ指定した温度、熱流束履歴を任意の境界に入れることができる。等温（isothermal）及び断熱（adiabatic）は、これらの例である。

STEALTHコードにおける基本的な設計思想は、他のLogicから成るコードと相互関連できる能力を持たせることにある。剛体やLagrange Gridとの相互作用はすでにプログラム化が行なわれており、有限要素コード、Shellコード、Eulerコードと組合せるためのLogicが開発される予定である。STEALTH-2Dにおいては、すでに陽表示の有限要素Shellコードである WHAMSとの組合せが行なわれている。

Lagrange-Eulerのカップリングでは、接触面を rezoneするため、各時刻ステップごとに rezoneする rezoner (tickle rezoner) を用いており、流体と固体の大変形問題の両方に有用な ALE の様な特性をもたせている。

この tickle rezonerの基本的な考え方は、より適切な位置に格子点の座標をゆっくりと連続的に変化させることである。点から点への移動は、時間に対して自動的に作用する様に設計された。内部の点の位置が、新しい場所に移動した時、その点をとりまく ZONEは、質量と内部エネルギーが保存されたまま、rezoneされる。自由境界では、質量の保存とエネルギーの流出が保持される。

標準オプションでは、rezoneした点の速度が、速度場を保つように変化した時、その領域の運動量あるいは、運動エネルギーを保存するように隣の点の速度を変化させることができる。

STEALTHには、このtickle rezonerの他に様々な機能があり、例えば、リスタート時に内部のメッシュラインを移動させることもできる。これは、ZONEを併合する場合にも用いられ、質量と内部エネルギーの保存は完全である。

グラフ化処理用に準備されたGRADISプログラムは、計算結果の時刻歴、空間形状変化、立体コンター、コンターレート、テンソルプロットができる。

また、ADAPROプログラムは、STEALTHプログラムのポストプロセッサーであるが、STEALTHの計算結果を改編する機能をもっている。例えば、STEALTHの計算中に蓄えられた時刻歴データを周波数領域に変換し、グラフ化するため、ユーザーの持っているスペクトル解析コードを組合せることができる。

(b) 実証計算

STEALTH1D及び2Dを用いて、両方のコードを使用できる例題に対し、比較計算が行なわれたが、等しい結果が得られている。両コードは、その差分式が同じ面積分理論から導びかれているものの、離散化式の代数形式が異なっていること、各コードのアドレス空間が異なっている事を考えると、STEALTHがよく整備されていることがわかる。STEALTHが開発されてから、いくつかのバグが発見されたが、充分な例題や実証計算が行なわれ、この問題は取りのぞかれた。

例題としては、次のものが行なわれた。

- diaphragm burst shock tube (APRICOT* #1);
- elastic-plastic wave propagation in one- and two-material slabs;
- cylindrical elastic wave propagation;
- spherical elastic wave propagation (APRICOT* #2);
- one-dimensional impact;
- static overburden;
- pressurization of thick cylindrical pipe in which plastic flow occurs;
- transient heat conduction in one- and two-material cylindrical shells;
- cylindrically divergent fluid flow exit condition for pipe flow;
- spherically divergent fluid flow exit condition for pipe flow.

また、実証計算としては、次のものが行なわれた。

- pressurized pipe break simulation (Standard Problem #1);
- pressure vessel loading simulation (APRICOT #3);
- waste container integrity study (spherical shell impact);
- waste burial study (Project Salt Vault);
- fluid-structure interactions;
- fuel pin expansion (comparisons with FRAP).

* "Analysis of PRimary Containment Of Transients," a program of international cooperation conceived by the United States Department of Energy.

APRICOT 問題 1 及び 2 に対する各コード別の計算時間は Table 1 の通りであった。

Table 1

Code Name	Equivalent CDC 6600 cp msec/grid pt-cycle	
	Problem #1	Problem #2
TOODY 3	2.7	3.3
PISCES 2DL (PI)	2.7	2.4
PISCES 2DL (PNC)	3.7	3.1
STEALTH 2D	3.9 (3.0)	2.9 (2.6)
STEALTH 2DH	3.0 (2.2)	N/A

ここで、STEALTH2DHは、STEALTH2DのHydrodynamic Versionを示す。

以下に STEALTH2Dにより計算を行なった解析結果を Fig. 1 ~ Fig. 6 に示す。

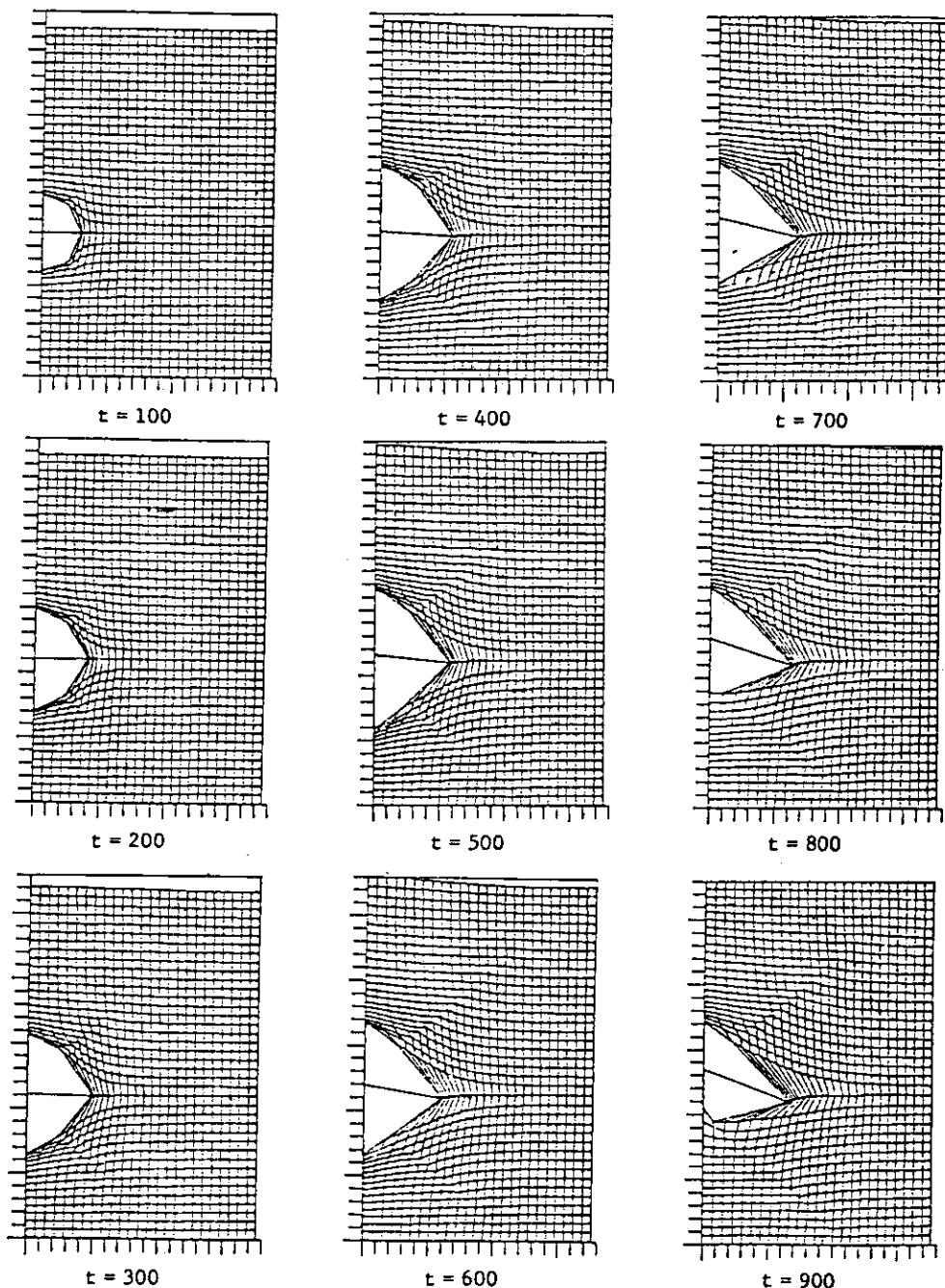


Fig. 1 Axisymmetric STEALTH 2D simulation of an energy release in a fluid contained in an overstrong cylindrical container.

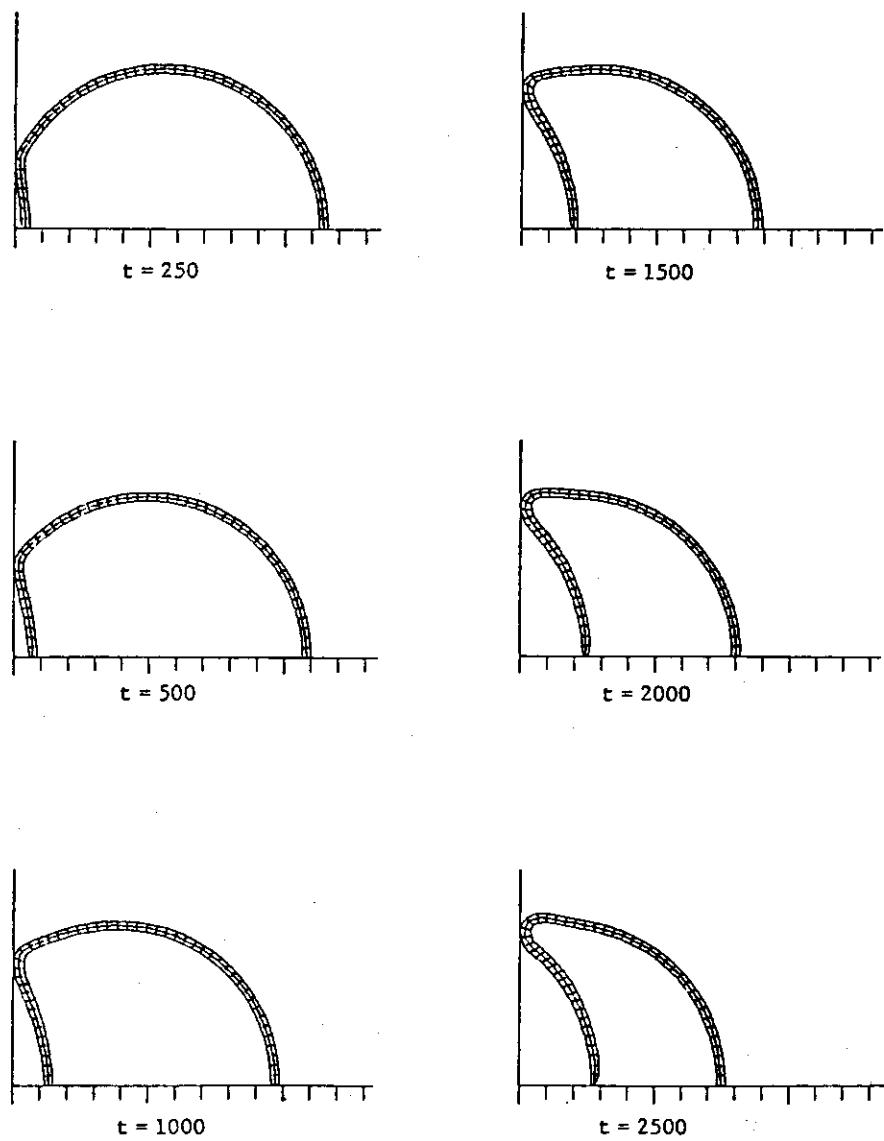


Fig. 2 Deformed states of a non-thin spherical shell impacting a rigid structure.

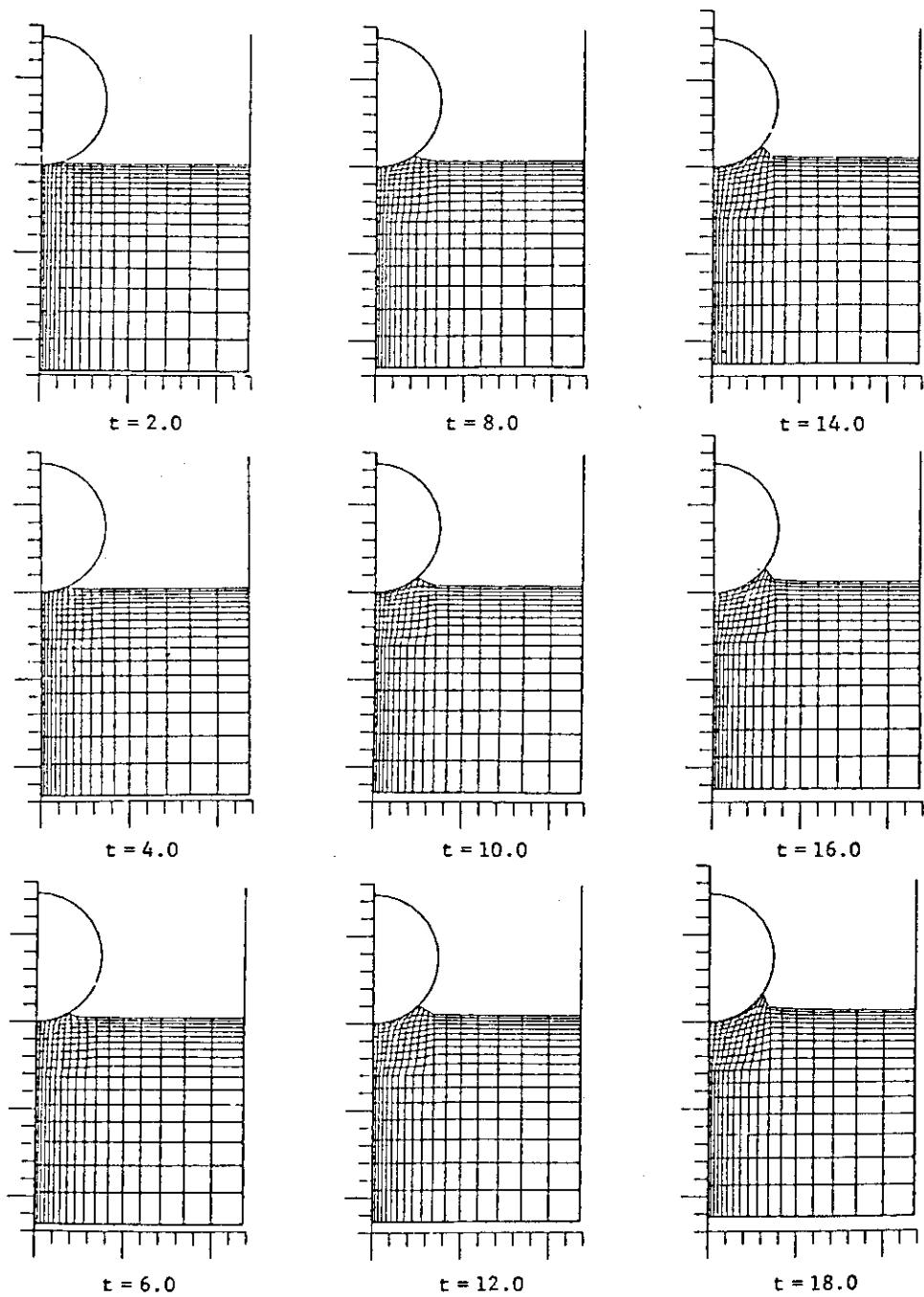


Fig.3 Translational symmetry STEALTH 2D simulation of a long rigid pipe being pushed down into a tank of water.

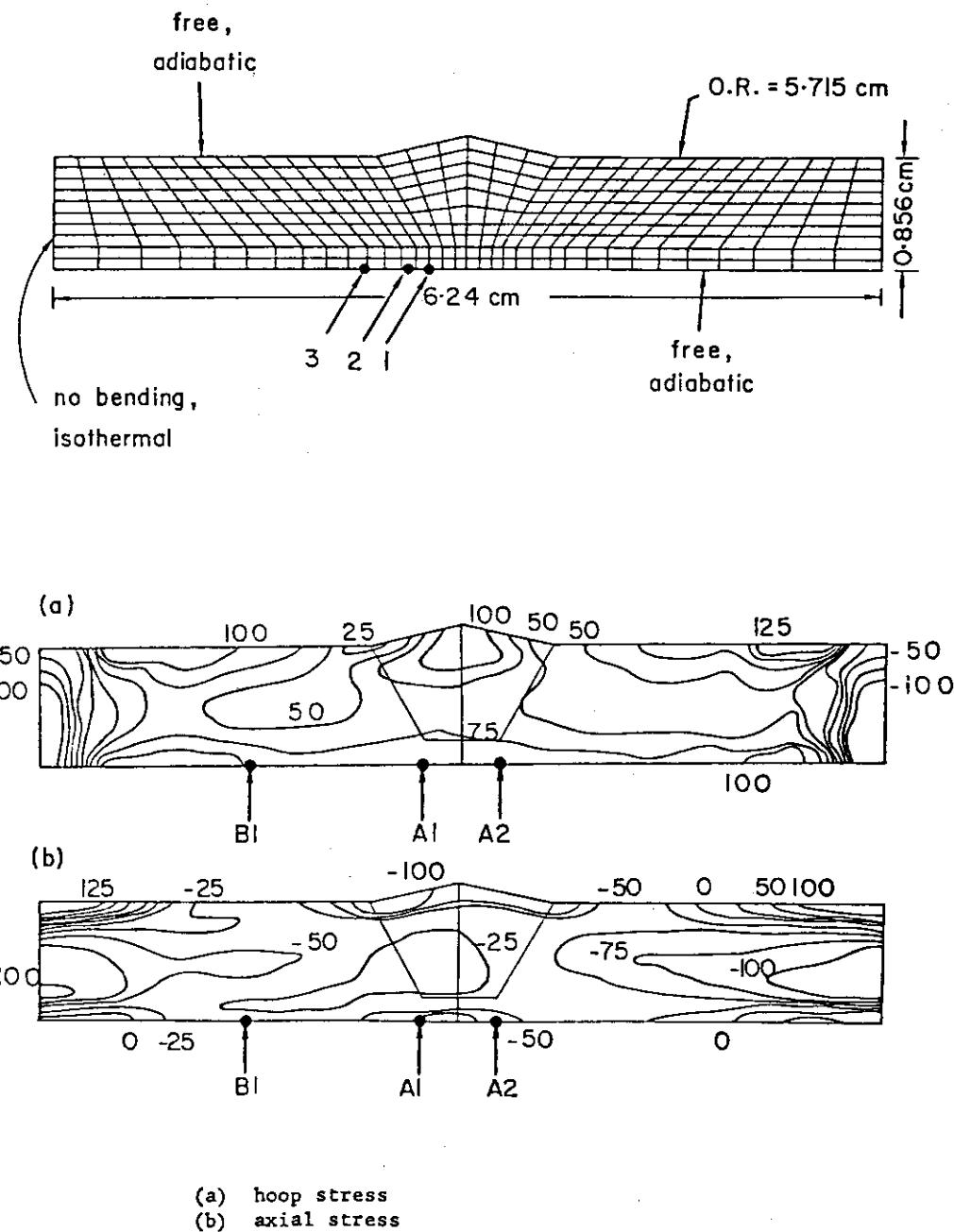


Fig. 4 STEALTH 2D mesh and stress contours after seventh pass for a seven-pass welding sequence.

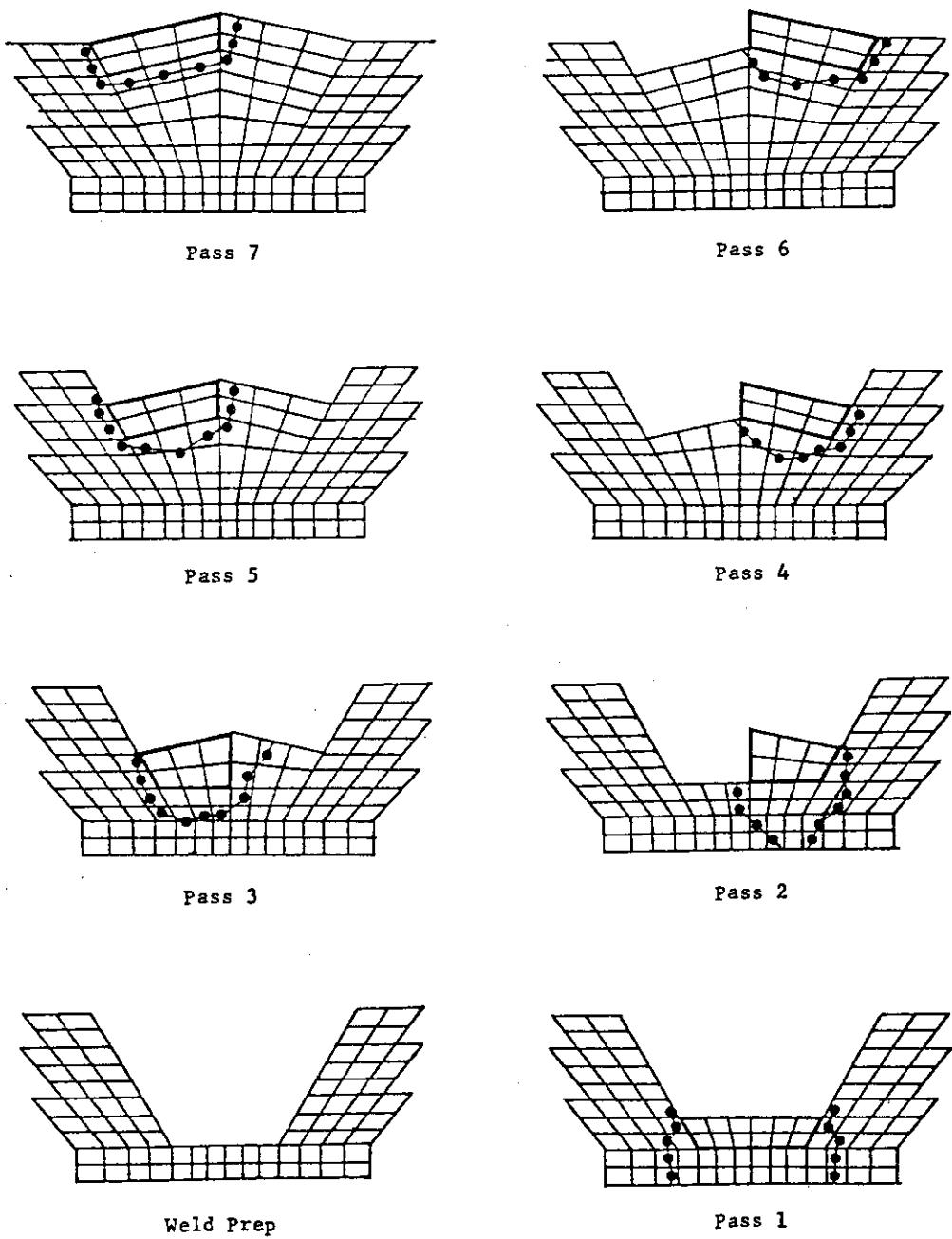


Fig.5 Seven-pass welding sequence.

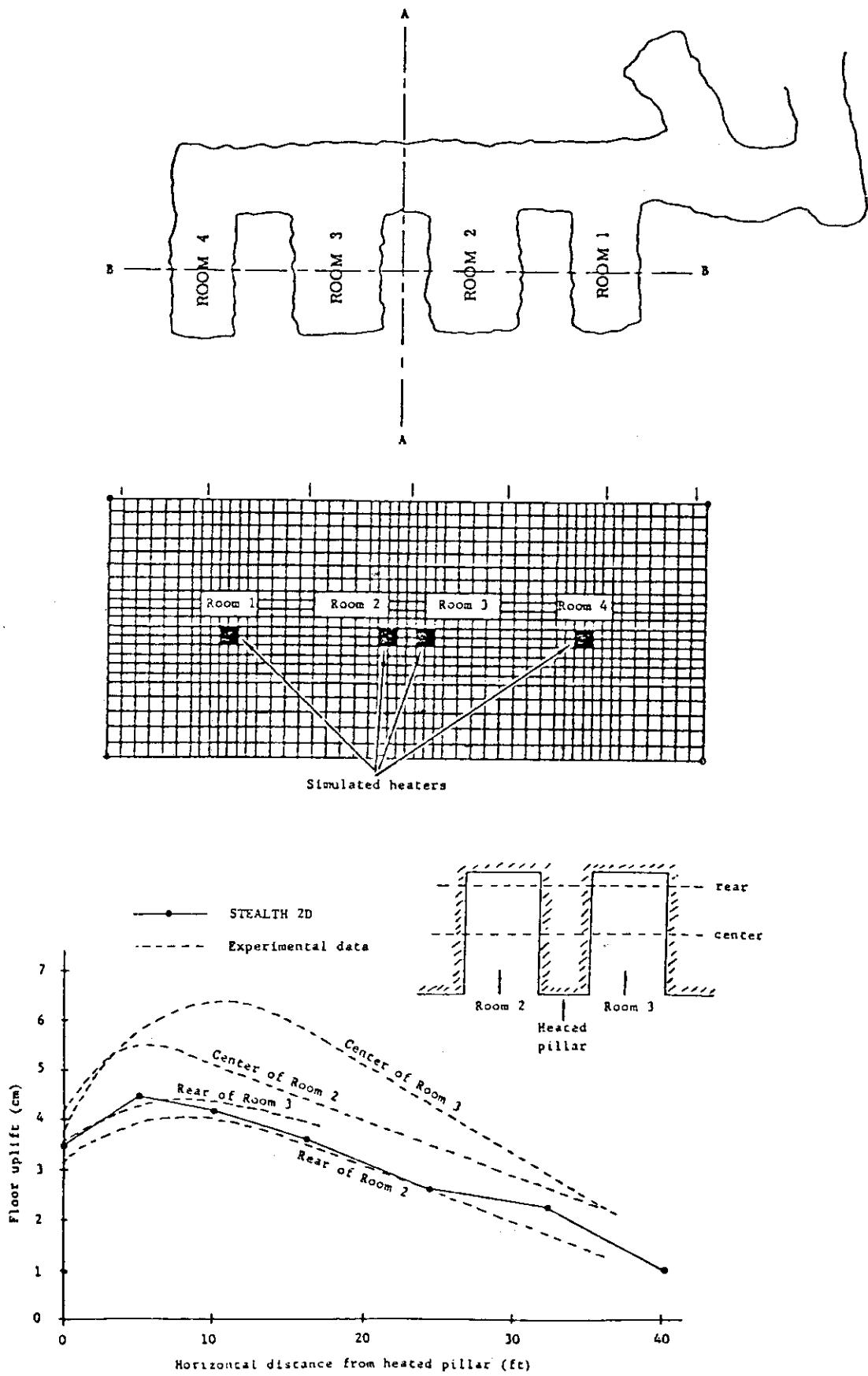


Fig. 6 Nuclear waste repository simulation using STEALTH 2D.

(3) 陽表示数値連続体力学

陽表示数値連続体力学は、連続体力学の基礎方程式の陽表示数値解を取扱う物理学及び数値科学の一分野である。工学、数学及びコンピューター科学の多くの成果を含んで開発されてきており、過去の興味深い適用経験から「陽表示差分法は、力学的熱的現象の瞬間的、準静的非線形応答のシミュレーションに対して特によく一致する」ことが知られている。

(a) 連続体力学の原理

(i) 保存則

連続体力学は、力学的熱的現象を主に取り扱う古典物理学の一分野であり、保存則として以下のものがあげられる。

- 質量保存則 (連続性の原理)
- 運動量保存則 (運動のニュートン法則)
- エネルギー保存則 (熱力学法則)

(ii) 連続体力学方程式に対する解

最も一般的な形式で保存則を表わす数学的な式は、非線形の時間依存偏微分方程式であり、任意の初期及び境界条件に対して解析的に解かれ得ない。工学的には、この一般式を適切な仮定の下に簡易化して取扱われる。これらの応用分野は以下の通りである。

- 動力学 (質点の力学)
- 応用力学 (剛体運動)
- 水理学 (流体流れの力学)
- ガス力学 (高圧縮性流体の力学)
- 流体力学 (非圧縮性流体の力学)
- 弹性論 (微小ひずみ弹性体の力学)

問題を簡易化することにより得られる近似的な解では、不十分な結果しか得られない場合、複雑な非線形偏微分方程式を解かねばならない。これらの問題は、瞬間的な挙動、大ひずみ永久変形、複雑な幾何学性、あるいは非線形材料特性が重要であるような場合で、このような問題に対しては、時間に関する陽的数値解法が適用される。

(b) 背景

(i) 歴史的な概要

1950年代の初期にプログラム化が可能なコンピューターが開発され、任意の幾何学性、境界条件、初期条件に対する連続体力学の方程式を解くことが理論的に可能になったが、50年代、及び60年代の初期には、まだ非線形、時間依存問題を安く解くことはできなかった。コンピューターの記憶量と、ワードのサイズが小さく、プロセッサーの演算スピードはおそすぎた。またO.S. (Operating System) は、まだ有用になるには致らなかった。

今日では、十分に強力なコンピューターが準備され、安いコストで陽表示計算が可能になっている。

(ii) 工学的考察

物理科学の前進は、簡単に言えば、2つの平行した努力—実験的、理論的—に背っている。実験は、物理的現象の観測を行い、理論は、物理的観測を記述する数学式を導き解く。観測は一般に理論の前準備であり、理論的考察は、意味ある新しい実験や適用を示すのと同時に実験データの理解を提供するために必要とされる。実験室では、観測者は実験的道具（あるいは計算上のメッシュ）が空間上で固定され、実験上の現象が通りすぎる時の挙動を観察する。流体流れの圧力を測定するパイロットチューブは“Eulerian”測定の例である。

材料分野では、観測者は、連続体材料と同時に移動し、との位置に対して、部分的な位置での現象を観測する。構造物に接している加速メーターは“Lagrangian”測定の例である。

保存方程式に対する解を得るために、どちらの方法を用いても基本的に違いはない。保存則は、座標系に依存せず不变である。しかし、内部の変形、強度、自由境界が重要である場合は、Lagrangian が適切であり、かなりな変形とともに連続体を取扱う場合は Eulerian が適当である。

(4) 連続体の物理

(a) 物理系の基礎

物理的な事象の数学的表示は、一般の物理学の保存則から導びかれる。これらの法則は、すべての現象を含み、任意の物理系に適用され得る。境界値は、外部境界上の全ての点で、ある従属変数に対して既知でなければならない。保存則の表示には、適当な座標系が用いられるが、構成方程式、及び初期条件が定義された時、理論的に任意の幾何形状に対して解かれ得る。

任意の物理系を解析するには次のものが必要である。

- 保存則（全ての運動を支配する物理原理）
- 境界条件（幾何学的制約条件及び境界値）
- 初期条件（事象の初期状態）
- 構成関係（材料モデル）

(b) 保存則

基本的な連続体力学の方程式は、空間内の微小体積要素に対して保存則を適用することにより導かれる。Euler 座標系における 3 つの保存則は以下の通りである。

(i) 質量保存則

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho v_j) \quad (1)$$

v : 固定体積要素を通過する速度

ρ : 質量密度

(ii) 運動量保存則

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho v_i) = - \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho v_j v_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} s_{ji} - \frac{\partial}{\partial x_j} p \delta_{ji} + \rho g_i \quad (2)$$

s : 偏差応力（引張が正）

p : 静水圧（圧縮が正）

$s - p = \sigma$: 全応力

g : 重力加速度

δ_{ji} : クロネッカーデルタ

(iii) エネルギー保存則

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\rho u + \frac{1}{2} \rho v^2 \right) &= - \frac{\partial}{\partial x_i} v_i \left(\rho u + \frac{1}{2} \rho v^2 \right) - \frac{\partial}{\partial x_i} \dot{h}_i'' + \frac{\partial}{\partial x_i} s_{ji} v_j - \frac{\partial}{\partial x_i} p v_i \\ &\quad + \rho v_i g_i + \dot{U}''' \end{aligned} \quad (3)$$

u : 単位質量あたりの内部エネルギー \dot{h}'' : 热伝導によるエネルギー流出率 \dot{U}''' : 単位体積あたりのエネルギー湧出率

Euler 系では、単位要素内の質量は、変数であるが、Lagrange 系では固定されている。2つの系間の交換は、質量保存則を用いて直接導びかれる。

固定された質量に対する質量保存則は、物質導関数を用いて、

$$\frac{D}{Dt} \rho = - \rho \frac{\partial}{\partial x_j} v_j \quad (4)$$

と表示される。これを用いて運動方程式は、

$$\rho \frac{D}{Dt} v_i = + \frac{\partial}{\partial x_j} s_{ji} - \frac{\partial}{\partial x_j} p \delta_{ij} + \rho g_i \quad (5)$$

と表現される。同様に物質導関数を用いて Lagrange 系の内部エネルギー式は、次の様に導びかれる。

$$\rho \frac{D}{Dt} u = - \frac{\partial}{\partial x_i} \dot{h}_i'' + s_{ij} \frac{\partial}{\partial x_j} v_i - p \frac{\partial}{\partial x_i} v_i + \dot{U}''' \quad (6)$$

(c) 境界条件

境界条件には、幾何学的制約条件と、境界値があるが、前者は、内部の材料の接触面と同様に外部との物理的な境界を定義し、後者は、外部境界における保存則で用いられたある独立変数の値である。例えば、運動量方程式は、すべての境界に対して、応力や速度の成分が必要であるし、またエネルギー方程式では、温度や熱流出境界値が必要である。

(d) 初期条件

初期値は、空間上のすべての時間依存変数に対して与えられなければならない。すなわち、初期の熱的状態や幾何形状は、既知でなければならない。

(e) 構成方程式

境界付けられた内部の特性を定義するために構成方程式が必要である。これらは次の3つの組の方程式より成る。

(i) 状態方程式

$$p = p(u, \rho) \quad (7)$$

 u : 単位質量あたりの内部エネルギー

(ii) 偏差応力モデル

$$s_{ij} = s(J'_i, Y) \quad (8)$$

 J'_i : 偏差応力不变量 Y : 降伏応力 ($Y = Y(u, \rho)$)

(iii) 熱流束モデル

$$\dot{h}_i'' = h(T) \quad (9)$$

 T : 温度 ($T = T(u, \rho)$)

これらの関数の形は材料と、境界条件に依存している。

(5) 数値差分式

(a) 序 文

連続体力学の Lagrange 系偏微分方程式を解くための陽表示有限差分スキームは、次の 2 つの独立な特性を持っていている。

(i) 未知量が既知量の項で直接計算される。すなわち、新しい時間 ($n+1$) に対して計算された値は、古い時間 (n) からのデータを使うのみで求められる。

(ii) 物理現象は、1 つの計算ステップ内で 1 つの空間離散のみ伝達することができる。すなわち、1 つの特定の場所における計算値は、一番近い近傍のデータにのみ依存している。

一方、陰表示法は、時間がもはや独立な変数ではないような同次方程式の集りを解く。

陽表示法の安定条件としては、次の Courant 条件を用いる。

$$\frac{c_l \Delta t}{\Delta l} \leq 1 \quad (10)$$

c_l : 長手方向の波速

Δt : 安定タイムステップ

Δl : 特定領域での離散化長さ

陽表示差分法は、構成特性が変わるたびに変化する剛性マトリックスを持っていない。異なった幾何特性を取扱うために要素の多重定義を行なう必要もない。また運動量と熱量の移動を別々に解く必要もない。さらに異なる収束条件を考慮する必要がない。

この特性は、衝撃現象や、大ひずみ応答を取り扱う上で大変有利である。

(b) 発散定理

空間微分に対する差分式は、次の発散定理に基づいている。

$$\iiint_v (\nabla \cdot \underline{A}) d\underline{v} = \iint_s (\underline{A} \cdot \underline{n}) d\underline{s} \quad (11)$$

v : 体 積

s : 表面積

n : s 上の外向き法線ベクトル

A : 連続微分可能なベクトル関数

これを解くと、

$$\nabla \cdot \underline{A} = \lim_{\Delta v \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta v} \iint_s (\underline{A} \cdot \underline{n}) d\underline{s} \quad (12)$$

成分形式では、

$$\frac{\partial}{\partial x}(\) = \lim_{\Delta v \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta v} \iint_s (\) \cdot n_x d\underline{s}$$

$$\frac{\partial}{\partial y}(\) = \lim_{\Delta v \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta v} \iint_s (\) \cdot n_y d\underline{s}$$

$$\frac{\partial}{\partial z}(\cdot) = \lim_{\Delta v \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta v} \iint_S (\cdot) \cdot n_z dS \quad (13)$$

と表わされる。これを差分式に置きなおすと、

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x}(\cdot) &= \frac{1}{v} \sum_{l=1}^{l_{\max}} [(\cdot) \times \Delta S_x] \\ \frac{\partial}{\partial y}(\cdot) &= \frac{1}{v} \sum_{l=1}^{l_{\max}} [(\cdot) \times \Delta S_y] \\ \frac{\partial}{\partial z}(\cdot) &= \frac{1}{v} \sum_{l=1}^{l_{\max}} [(\cdot) \times \Delta S_z] \end{aligned} \quad (14)$$

l : Δv をかこむ面素 ΔS の数

ΔS_x : 面素 ΔS の面積を x 方向に射影したときの大きさ ($\Delta S_y, \Delta S_z$ も同様)

(5.5)式は、直交座標系のもので、2次元軸対称(円筒)では、(r, θ, z) 座標系に、また1次元の点対称(球)には、(r, θ, φ) 座標系に置きなおす。

(6) 歴史的展望

(a) はじめに

Lagrange 系コードは、過去において、異なった目的、異なった精度で開発されてきている。特に大変形問題等では、Euler 系コードと組合せたり、remesh-rezone 機能が導入される場合もあるが、Lagrange 系陽表示差分法の適用がふさわしいと思う問題に対してさえ、どのコードを選び推奨したら良いかわからない場合も多い。ここでは、これらのコードをその技術的レベル、経済性、適用限界及びユーザー志向性について概説する。

(b) 歴史的経過

過去25年以上前から、“defence design”に関連する計算を行なうため、かなり高いレベルで開発されてきており、経済的な点に着目して、現在も進行中である。

Lagrange 系 “Hydro Code”的開発は、1950年代の後半から1960年代前半に行なわれ、時間に関して陽な数値解析技術が過渡問題に適用され、圧縮性流体力学の問題が、武器の開発に関連した時まで立ちもどる。

特に1956年のHEMP(Hydrodynamic Elastic Magnetic Plastic)コードの開発は、最も重要であり、このコードには“Slide line”と固体に関する弾塑性モデルが含まれていた。

その後の多くの2次元Lagrange Hydro Codeは、このHEMP コードから派生したものであり、Wilkins によって開発された差分式を用いるかあるいはHEMPのソースコードを直接真似たかのどちらかである。

これらの経緯をFig. 7に示した。

AFWL - Air Force Weapons Laboratory, Albuquerque, NM
 ANL - Argonne National Laboratory, Argonne, IL
 LLL - Lawrence Livermore Laboratory, Livermore, CA
 MIT - Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA
 PI - Physics International Company, San Leandro, CA
 SAI - Science Applications, Inc., Oakland, CA
 SLA - Sandia Laboratories, Albuquerque, NM

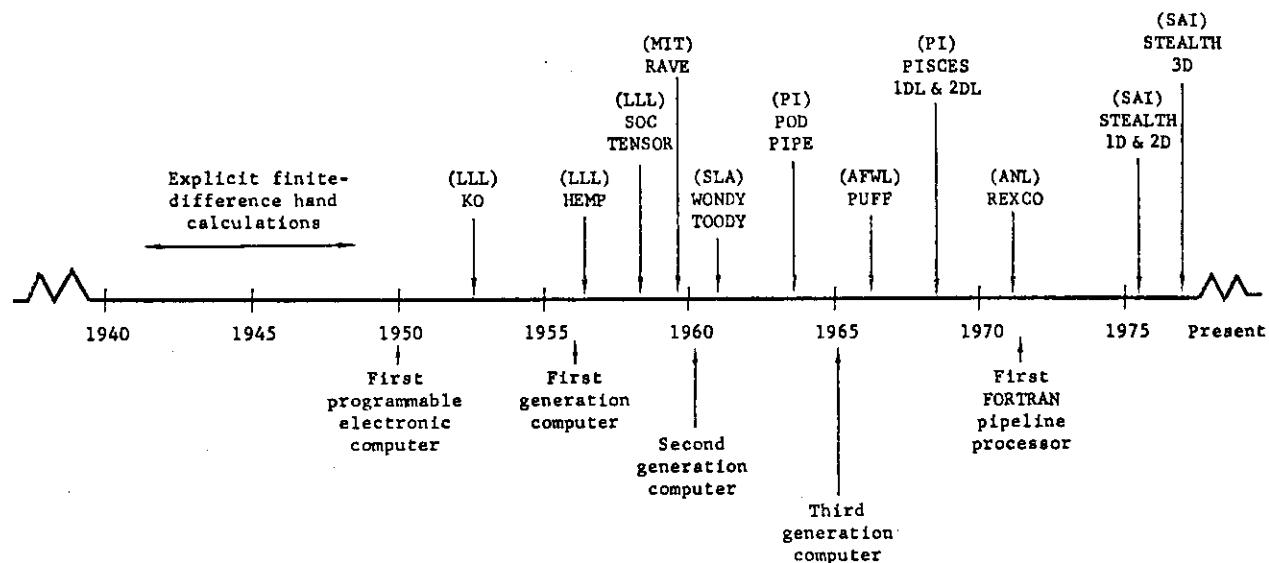


Fig. 7 Lagrange code development

(c) 現在の情勢

陽表示差分コードは、HEMP, TOODYによる例証によってその有用性が認められ、様々なコードが開発されたが、特にTENSOR及びPIPEは注目に値する。

TENSORコードは、Lawrence Livermore研究所で開発されたHEMPコードの現代版である。このコードでは、偏微分を記述するため、HEMP, TOODYで用いられた面積分スキームのかわりに、9点積分スキームが用いられている。

PIPE(Physics International Plastic Elastic)コードは、P.I.社のD.J. Andrewsが空軍武器研究所(AFWL)から依頼され、1964年から1966年にかけて、HEMPコードの差分式を用いて開発したものである。

これは、1970年にユーザー志向性を高めて、PISCES-2DL(Physics International multi-Spatial Codes for Engineers and Scientists 2 Dimensional Lagrange)としてP.I.社所有の専売コードとなった。

HEMP, TOODY, PIPE等の系統以外で重要なものにREXCO(Reactor Excursion Containment)コードがあげられる。1960年代後半からArgonne National Laboratory(ANL)で開発され、現在もシリーズコードとして開発途中有る。

最近、各国で“first reactor safety”に向けての研究プロジェクトが組織され、コードの開発が行なわれている。イギリスでは、Aldermastonにある原子力兵器研究所(AWRE)のN.E.Hoskinは、ASTARTEコードを開発使用している。ドイツの科学者たちは、SNR-300プロジェクトに、TOODYコードに加えて、ARESコードを使用している。フランスの原子力エネルギー委員会(CEA)では、ORIONと呼ばれるHEMPコードの修正コードを使用してい

る。

2次元 Lagrange コードを保有している各研究所では、前述したコードと、それに合う1次元コードを開発するか、あるいは、所有しており、Lawrence Livermore 研究所では、HEMPコードに対してKOコードを使用している。またSandia 研究所では、TOODY コードに対してWOODYコードを所有している。他のコードでは、PIPEコードに対してPODコード、TENSOR コードに対してSOCコード、ASTARTE コードに対しては、SIMLAコードがそれぞれ対応している。特にPODコードは、1970 年にP.I. 社において、PISCES-1DLコードとして、専売されている。他に2次元コードと組合せになつてない1次元コードには、RIP, PUFFがあり、これはAFWLにおいて開発されたものである。

(d) 5つの主要な Lagrange コードグループ

(i) KO/HEMP

KO/HEMPコードは最も古く、最も恒久性があり、Lawrence Livermore 研究所(LLL)では、多くの科学者、技術者によって様々な分野に適用されている。LLLにおいては、ユーザーのための、多くのプログラマーがあり、これらのコードの使用に不便ではなかったが、コード自身は、あまりユーザー向きになつてない。

KOのすべてのversionとHEMPのほとんどのversionは、機械語(COMPASS)あるいはLLTRANと呼ばれる特別のコンピューター言語で書かれていたので持ち運びは困難であった。またFORTRANへの変換はどちらも試みられていない。さらに、新しいversionでは、“Vector mode”(parallelあるいはnon-serial)コード構造となっているので、将来serialコンピューターに転換するのは不可能である。

結論的には、HEMPは技術的に極めて高いレベルの2次元コードであるが、その取扱いや、解説書の整備はきわめて悪い。

(ii) WOODY/TOODY

KO/HEMPコードより取扱いやすく、最新versionはFORTRANで書かれており、解説書も整理されているが、これらを理解するのは、充分な基礎知識が必要である。技術的には、KO/HEMPと同じレベルにあるが、適用問題が異なるため、直接比較するのは難しい。どちらのコードも材料モデルについては、他のコードより進んでおり、また“Slide line”や“rezone”機能について他のコードの模範となっている。

SHEMPと呼ばれるHEMPのrezonerと、TOOREZと呼ばれるTOODYのrezonerは、どちらもかなり良く整備されており、特にTOOREZの解説書はよくできている。

(iii) PISCES 1DL/2DL

これらのコードは、その解説書も充分整備され、扱いやすさも適切なただ1つのコードであり、ユーザー志向がきわめてはっきりとしたものとなっている。技術的には、PISCES1DLは、KO及びWOODYと比較できるが、PISCES2DLは、Slide Line や rezone 機能が、HEMPやTOODYに比べ不充分である。

以上すべての6コード(KO, HEMP, WOODY, TOODY, PISCES1DL/2DL)は、適切なグラフ化処理、出力様式、リスタート機能を持っている。

(iv) SOC/TENSOR

初期のコードでは、適用に限定があり、HEMP, TOODY, PISCES2DLの様な一般性が備わっていなかつたが、本質的に異なる数値解法が用いられているので、開発を継続する価値があると思われる。TENSORで用いられる差分式とHEMPのそれとでは、どちらが良いかという論争はまだいくらか残っているが、どちらも明らかな誤りはない。

見い出せないし、異なった条件下でも、グリッドの安定した特性が見られるのは興味深い。

(v) REXCO

REXCO (REXCO-H, REXCO-HEP, 他) コードは、すべて軸対称 2 次元コードであり、その技術的レベルは、前述した HEMP, TOODY, PISCES2DL あるいは TENSOR よりかなり低く、汎用性がなく、充分なデバッグも行なわれていない。最近の REXCO による HCDA 解析の計算能力評価では、いくつかの不完全さが論議されている。

(7) 適用問題

(a) 概要

多くの構造物や、機械類に対する荷重は、静的であったり、定常的あるいは、周期的であり、その応用は、一般に解析的に決定されるかあるいは、従来の数値解析法により求められる。しかしながら、最近は transient な荷重（構造物の応答間隔に比較して短い持続時間しかもたない荷重）に対する応答を計算する必要が生じて来ており、これらは、従来の解析的アプローチや、陰表示数値解法では不適当であり、多くの場合、陽表示差分法が用いられる。

代表的な適用例として、流体の圧力過渡応答、衝撃、流体と構造物の相互作用、土と構造物の相互作用、熱力学応力問題、高次の材料非線形性を示す動的問題、大変形問題等があげられる。

(b) 圧力の過渡応答

圧力の過渡応答は、バルブの急激な開閉、HCDA、ナトリウム-水反応、水撃等によるパイプの崩壊などによって引き起こされると予想できる。これらの現象は、その構造系の構成部材と力学的な相互作用によって 2 次的な荷重の発生をひきおこし、その解析には、明らかに陽に時間依存する方法が必要である。また、冷却材に対して混合相状態方程式 (mixed phase equation of state)，他の構造部材に対してひずみ硬化、ひずみ速度、温度依存の弾塑性材料モデルを考慮する必要がある。その様な解析では、流体が構造体に transient な荷重を与えることとなり、その応答は、流体の挙動と独立に決定することができない。従って構造体のコードに陽表示差分コードを組合せ、流体と構造物の応答を同時に計算することが必要である。

(c) 固体と流体の衝突

衝撃現象としては、誘導ミサイル、飛行機、タービンのブレード、パイプの端止材料、圧力上昇によるナトリウム、落下した燃料キャスク等が、構造体に衝突するような場合があげられる。

衝撃による応力波は、不連続点（自由境界、流体と固体の境界、固体と固体の接触面）で反射し、transient な圧縮、引張状態の領域が生成される。例えば、高圧の蒸気を運ぶパイプのバルブが突然閉じられ、流れが中断された場合には、バルブには、複雑なパターンの応力波が生じるであろう。この場合は、応力波の計算と同時に、バルブの両側の流体の熱力学的状態の変化も計算される必要がある。

(d) その他の例

圧力の過渡応答や、衝撃現象以外には、次のものがあげられる。

(i) 燃料ピンの膨張

(ii) 非線形地震波の伝播及びその組合せ

(iii) 溶接のような熱による応力発生

(iv) せい性材料のき裂の発生と伝播

上記の 1. の問題は、衝撃現象と同様であるが、その衝撃速度は、大変ゆっくりとしている。従って力学的な相互作用が熱伝導の時間と比較して短くないので、熱伝導も考慮する必要がある。また計算時間は、安定なタイムステップ

が増加しないならば、非常に長くかかる。

(8) おわりに

陽的差分法は、固体であれ流体であれ、大ひずみであれ小ひずみであれ、また静的問題であれ動的問題であれ、現在使用されている方法より、かなり多くの応用性を発揮できる。原子力関連問題に対して、ユーザー志向性の高いよく整備された陽的コードを開発する意義には、様々なものがあろうが、特に

- (a) 現在使用されている他の解析技術を規準化し評価するのに用いることができる。
- (b) 他の方法では解けない問題を解くための道具となる。
- (c) 対象とする技術的問題に対して、適用しやすいコードに変えてゆくことができ、また新しい陽的コードを開発する基礎となる。

があげられる。STEALTHプログラムはこれらの要求を満たす方向に設計されてきている。

1.4 シッピング・キャスクの非線形衝撃解析

(1) はじめに

構造物の事故時における健全性の実証は、従来、その構造物の完成後に行なわれて来た。これは、次に挙げる理由による。

(a) 事故時荷重が、厚さ・長さ・直径など構造物の基本的な形状設計因子に影響することは少ない。

(b) 現行の非線形解析手法による設計値は、充分に安全側の値となっている。

しかし、事故時条件が、設計基準を左右するキャスク（CASK：核燃料輸送容器）などでは、上記の方法は適用できない。また、緩衝体を本体と共に評価しなければならないことが、解析を困難なものとしている。

この報告では、キャスクの剛体床への30 ft. 落下解析に対する2次元（水平落下：HONDO-II）・3次元（コード落下：DYNA-3D）コードの適用について述べる。

(2) 2次元水平落下解析 — HONDO —

2次元水平落下解析は、30 ft. 落下時におけるキャスク本体外壁材料の初期応力-ひずみ関係を得るために行なわれた。主要材料であるSUS 304L鋼のひずみ速度依存性を調査することも、目的の一つであった。

Fig. 1 に、キャスク中央部スライスモデルの要素分割図を示す。本体の外径は、100 in. 肉厚は、10 in. で、内部

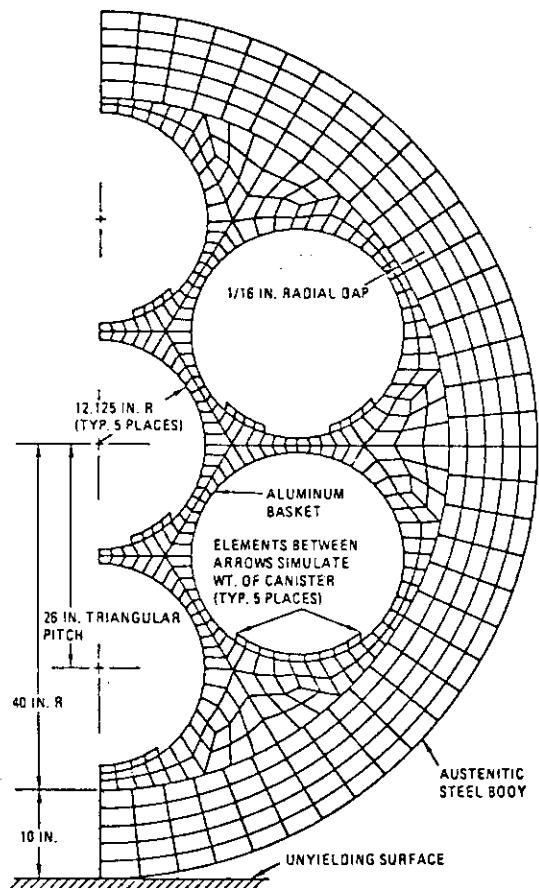


Fig. 1

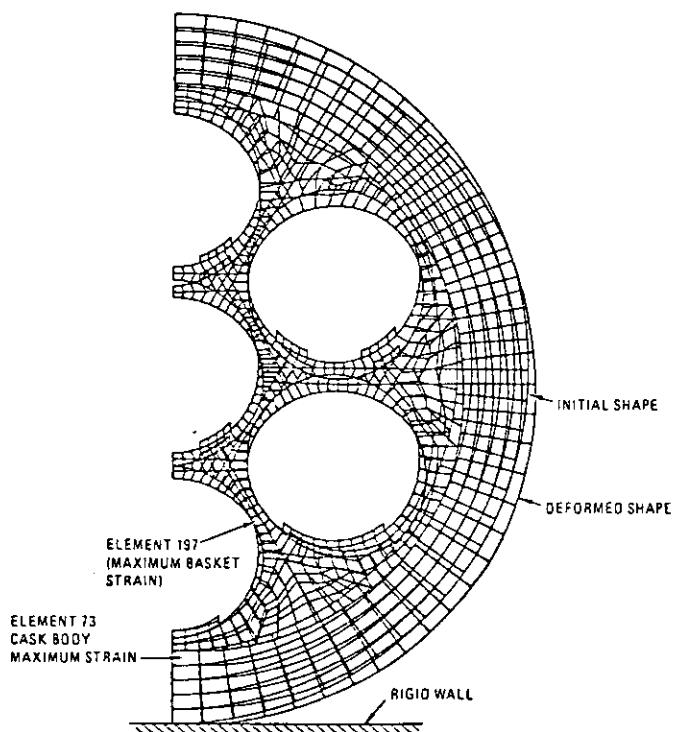


Fig. 2

は、26 in. 間隔(正三角形状)に直径24 in. の放射性廃棄物格納容器(キャニスター)を配したアルミ製のバスケットである。解析は、対称性を考慮して、本体のスライス面の1/2をモデル化し、496要素・668節点で行なわれた。また、キャニスター部は、キャニスター重量を持ち、剛性がゼロの要素によって記述した。さらに、本体とバスケットとの間に1/16 in. の間隙を設けた。本体とバスケット表面は、衝突・接触を許すすべり状態とし、互いに交叉は起こさない。なお、摩擦は考慮していない。初期条件として、各節点に、30 f.t. 自由落下を想定して44 ft./sec を与えた。

解析は、次の2ケースについて行なわれた。

(a) 最大ひずみを与える場合。 $\sigma_y = 30 \text{ ksi}$

(b) 最大応力を与える場合。 $\sigma_y = 70 \text{ ksi}$

Table 1 に使用物性値を、Table 2 に2ケースの各々の結果をまとめた。Fig.2 にケース1(最大ひずみ)の衝撃直後の変形図を示す。本体における最大ひずみは、衝撃点の内側表面で生じており、等価ひずみを用いて計算すれば、

Table 1

	Case 1	Case 2
Steel body (304 stainless steel)*		
Yield strength (ksi)	30	75
Hardening modulus (ksi)	80	80
Density (lbm/in. ³)	0.289	0.289
Young's modulus (ksi)	26 500	26 500
Poisson's ratio	0.25	0.25
Aluminum basket (520 alloy)*		
Yield strength (ksi)	30	75
Hardening modulus (ksi)	107	107
Density (lbm/in. ³)	0.099	0.099
Young's modulus (ksi)	10 600	10 600
Poisson's ratio	0.33	0.33
Density of canister and contents (lbm/in. ³)	0.108 ^b	0.108 ^b

*No kinematic hardening assumed.

^bThe value input to the computer model was the product of this density and the ratio of the actual volume to the volume in the model.

Table 2

	Case 1 ^a	Case 2 ^b
Approximate plastic deformation in cask body (in.)		
Vertical	-2.5	-1.0
Horizontal	+1.4	+0.6
Maximum equivalent strain (%)		
Cask body		
At impact point	11.9	5.1
90° from impact	0.3	0.78
180° from impact	0.8	0.76
Aluminum basket bottom web	10.6	7.85

^a $\sigma_y = 30 \text{ ksi}$. ^b $\sigma_y = 75 \text{ ksi}$.

ケース 1 で 11.9%， ケース 2 で 5.1% であった。Fig.3 に、 キャスク本体が、 剛体面からの反跳後、 弹性によるスプリング・バックの効果で、 速度ゼロになったときの、 衝撃点における塑性ヒンジ応力分布を示した。バスケットにおける最大ひずみは、 2 ケース同じ場所に生じており、 それぞれ 10.6%， 7.85% であった。ケース 1 のひずみがケース 2 に比べて高くなっているのは、 本体の降伏応力が低いため、 本体による衝撃荷重の吸収が少なく、 バスケットへの伝達量が多くなったためと思われる。

Table 3

Model	Number of nodes	Number of elements	Number of side lines	Core storage	Cycle time (sec)
1	1815	1122	10	66 000	2.27
2	1828	1110	10	66 000	2.29
3	3134	1980	42	104 000	4.01

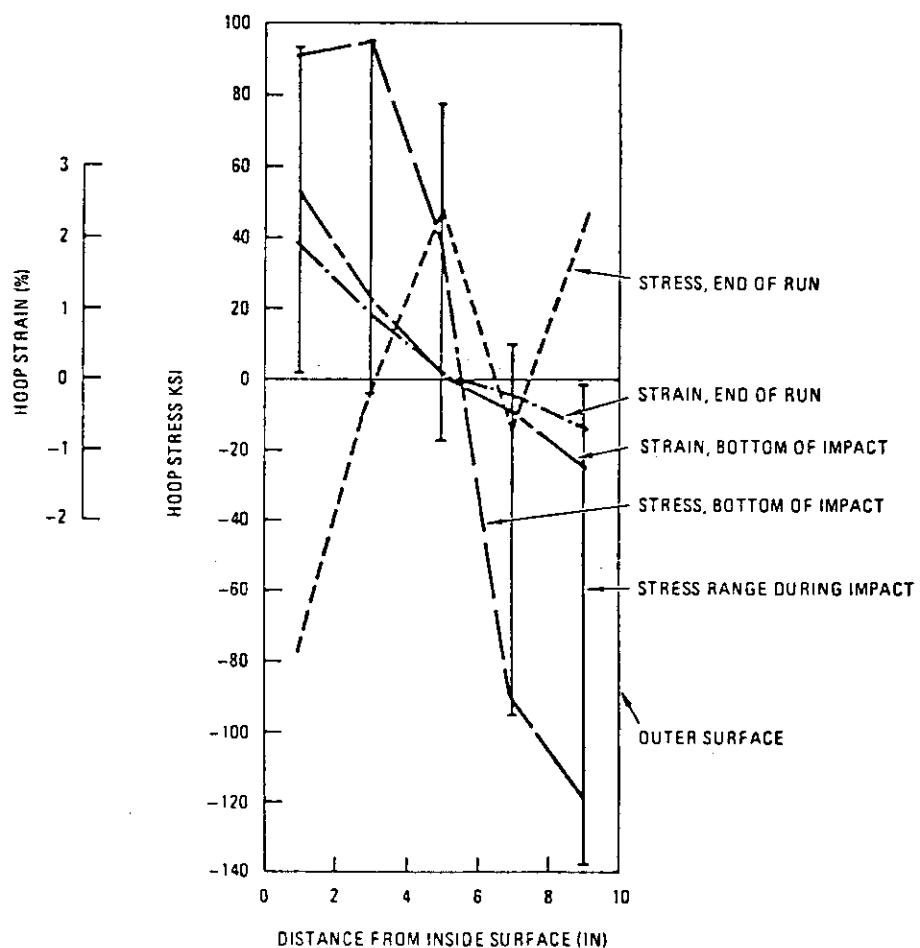


Fig. 3

(3) 3次元コーナー落下解析

解析結果を検討し、逐次、欠点・問題点を改めながら、次の3ケースについて解析した。

(a) 初回解析モデル及び解析結果

Fig.4に、解析モデルを示す。モデルは、対称性を考慮して、キャスクの1/2であり、6 in. 厚の本体、二組のフランジが付いているボルト締結部及び内容物を含んでいる。物性値は、2次元解析同様 Table 1に示したものを使用した。内・外蓋に加わるボルトによる締め付け荷重は、ボルト1本当たり内蓋に50 000 ポンド、外蓋に40 000 ポンドの

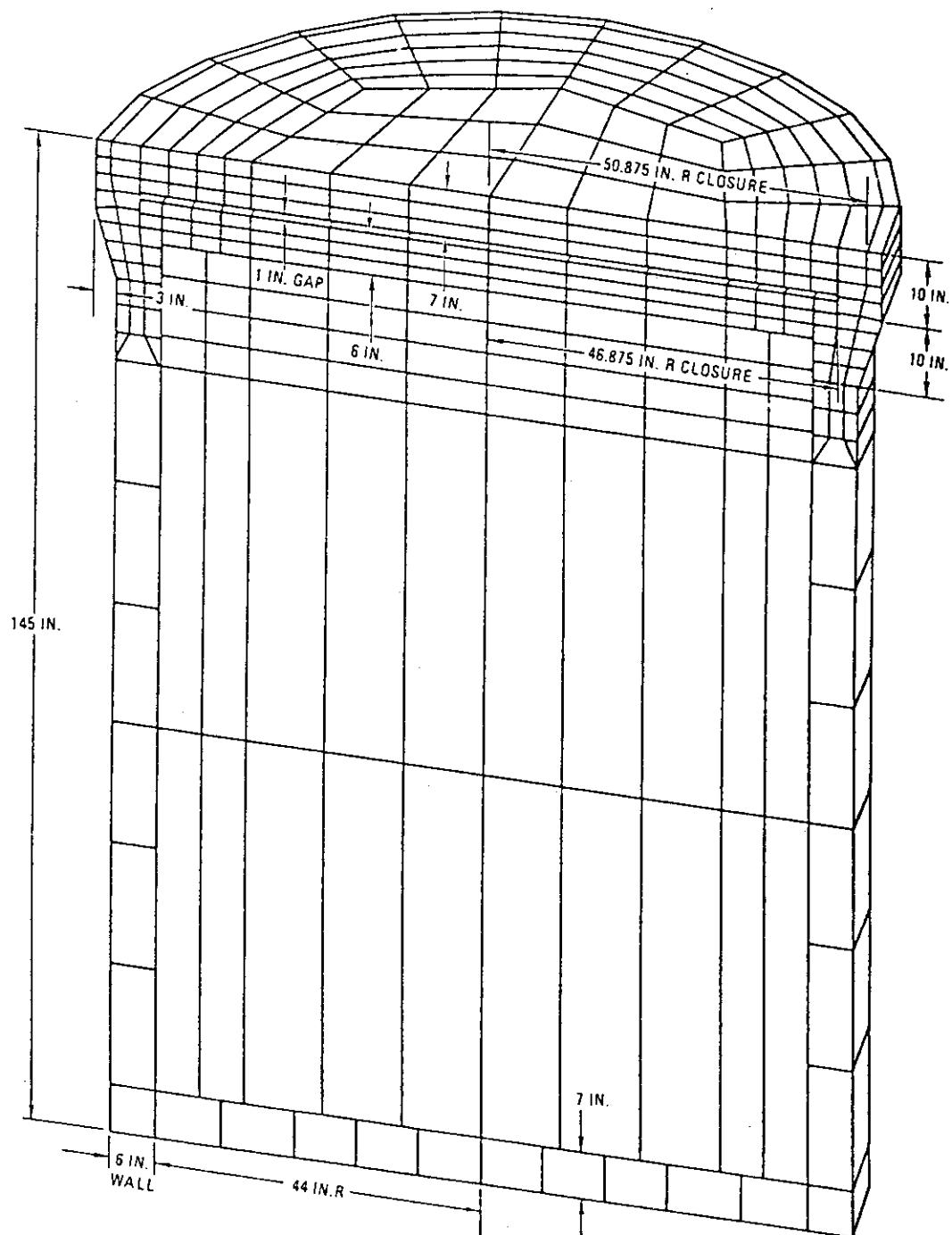


Fig. 4

圧縮力とした。各蓋には、それぞれ48本のボルトが使用されている。解析モデルでは、蓋とフランジの接続はボルトの軸方向剛性に依ることとした。また、モデルには、1815 節点・1122 要素・10 Sliding Interface を使用した。解析は、モデルの重心を通り、左上の節点（Fig.4 参照）に引いた直線に垂直な剛体平面への落下を仮定して行なわれた。初期条件として30 ft. 落下を表わすために、2次元解析同様、各節点に 44 ft./sec の速度を与えた。

Fig.5 . Fig.6に初回モデルによって得られた変形予想図を示す。内蓋ボルトに生じる最大応力は、360ksi で、ボ

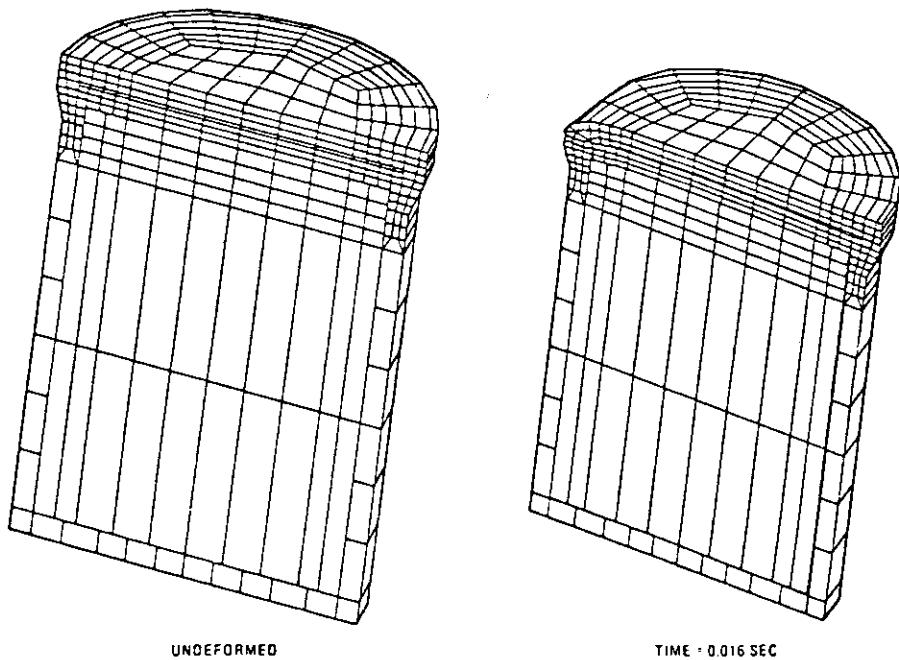


Fig. 5

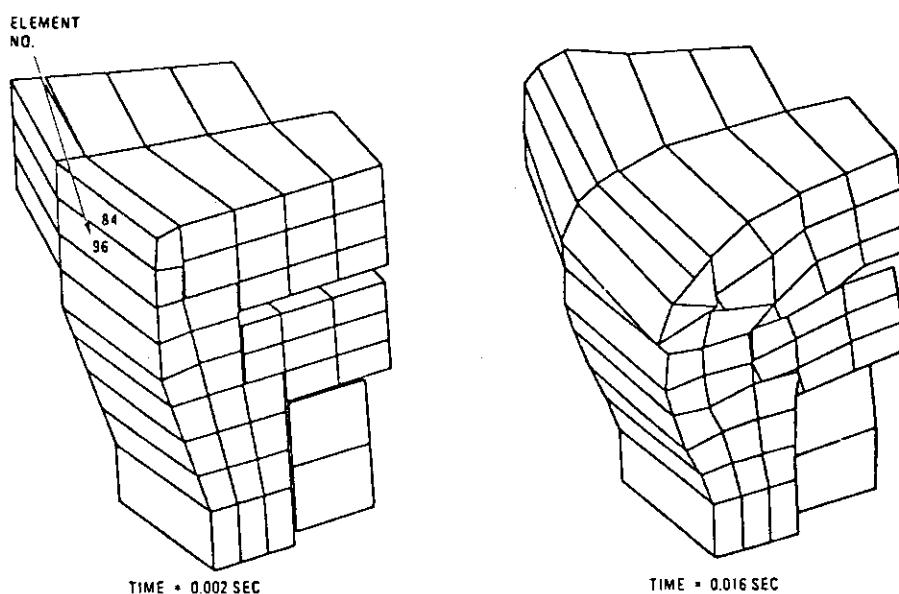


Fig. 6

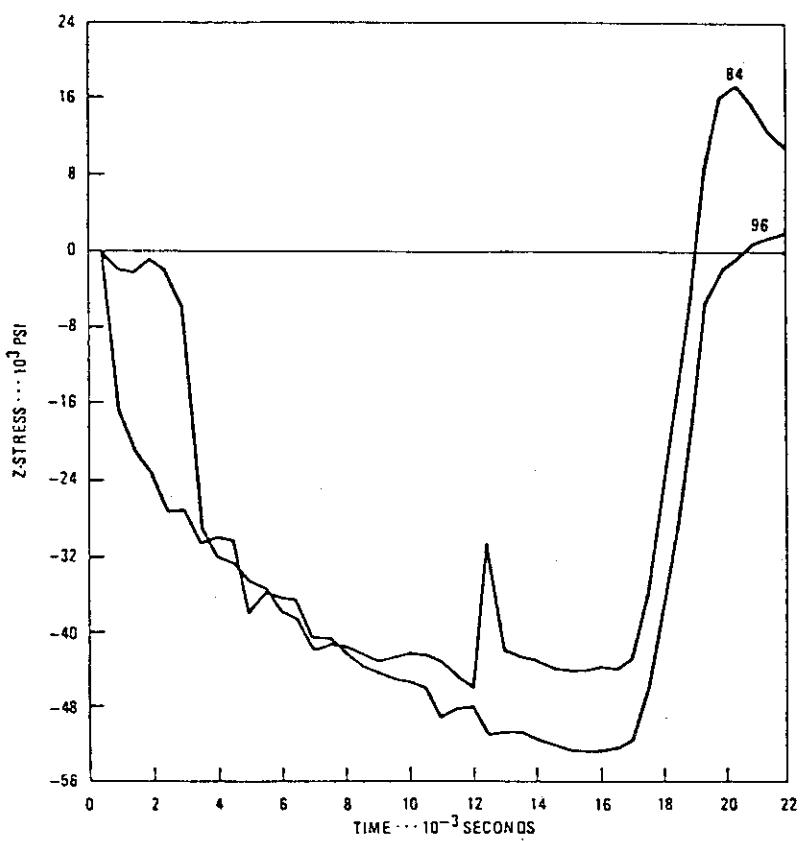


Fig. 7

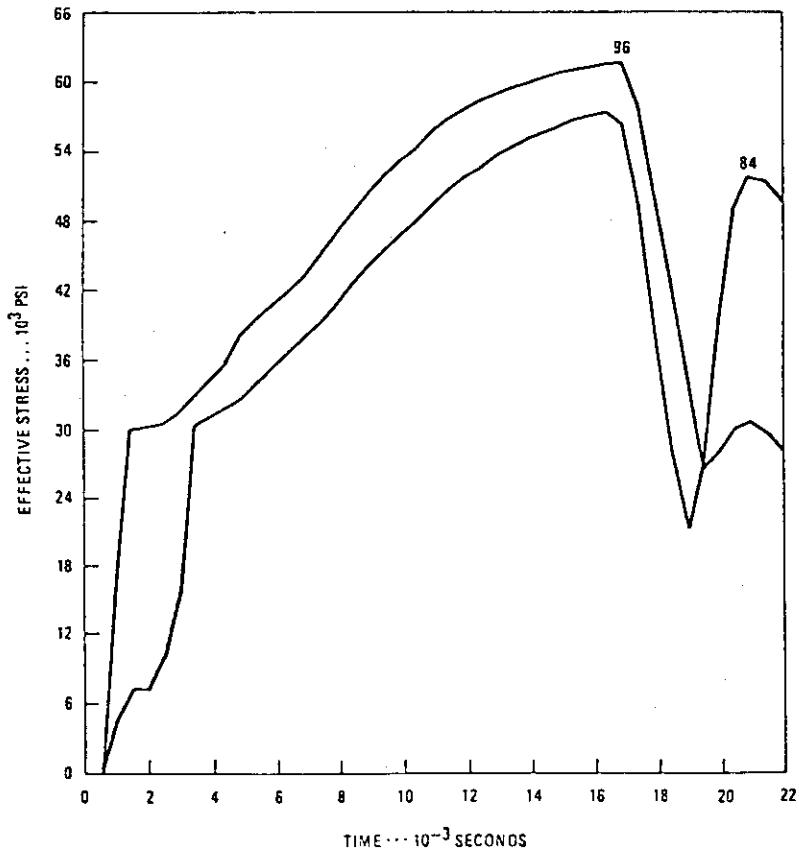


Fig. 8

ルト材料の降伏応力を大きく上回っている。キャスク全体での最大応力・最大ひずみは、Fig.6 に示した要素番号96において生じた。Fig.7・Fig.8から、軸方向に圧縮力53ksi を受けた本体には、62ksiの最大実効応力が働くことがわかる。なお、全体の最大実効工学ひずみは、40%であった。

(b) 改良（第2）モデル及び解析結果

初回モデルの解析結果を踏まえて、以下の改良により第2 モデルが開発された。

- (i) 外部からの衝撃荷重を吸収するために内・外両蓋間の空隙を増加させる。
- (ii) 内蓋ボルトの径を 1 in. から 3/2 in. へと増加させる。
- (iii) 1000psi の荷重で塑性するハニカム材を、内容物からの衝撃荷重を吸収させるために、内蓋下側に設置する。

Fig.9 にモデルを示す。内蓋の肉厚は、遮蔽上問題が無いことから 6 in. から 9/2 in. に変更された。モデルの重

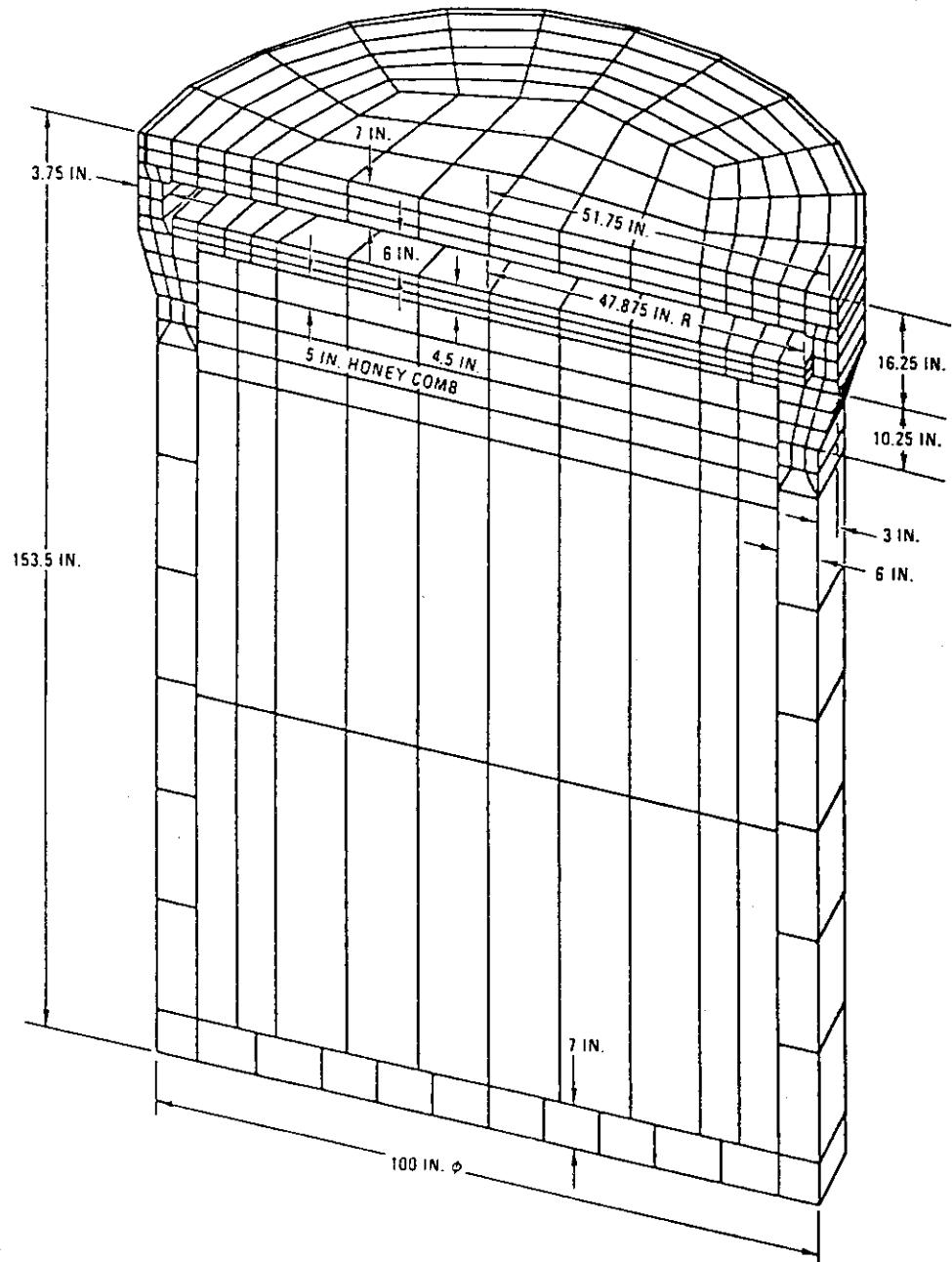


Fig. 9

量は、94.5 tである。

Fig.10・Fig.11に、改良モデルの衝撃荷重負荷前後における外形を示した。初回モデルに対し、改良モデルでは、衝撃付近の変形が著しく、本体外壁が、衝撃力を吸収したことがわかる。これには、2つの理由が考えられる。

(i) 内・外蓋間に設けられた空隙によって、初回モデルより多くの衝撃エネルギーが吸収された。

(ii) 内容物の落下による、内蓋への衝撃負荷が、ハニカムによって、緩和された。

Fig.11は、0.02 secにおいて、開き始めた内蓋表面を表わしている。これは、蓋及びフランジの降伏によって起きたと考えられる。ハニカムは、内蓋にかかる荷重を軽減したものの、蓋そのものの肉厚変更によって、蓋は、初

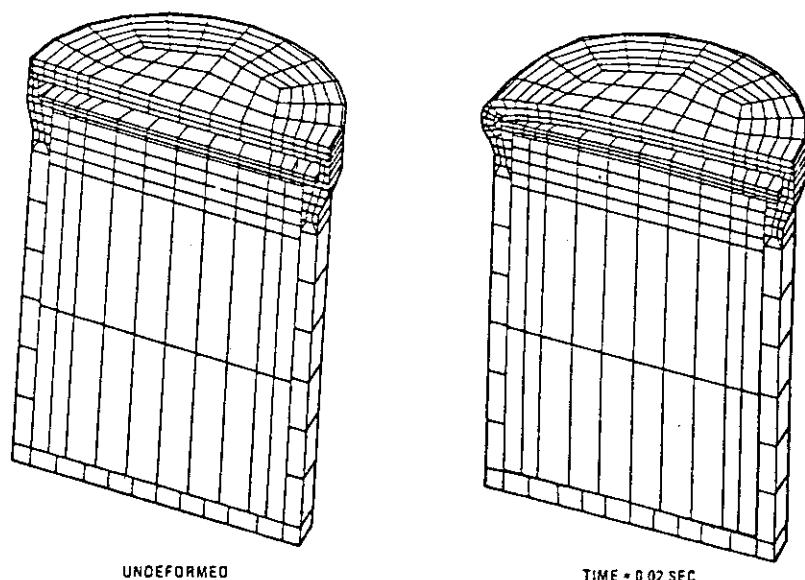


Fig. 10

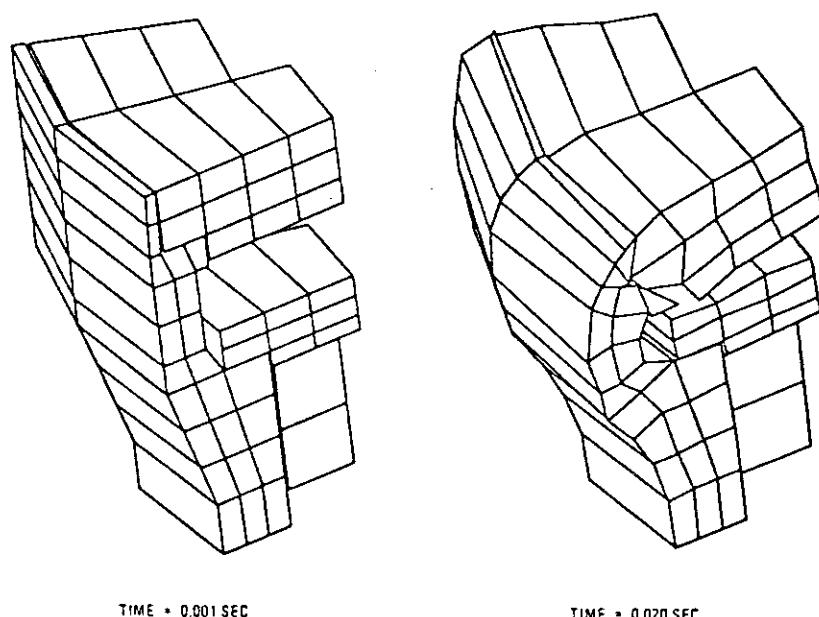


Fig. 11

回より弱くなっている。

内蓋ボルトに加わる最大軸方向応力は、177ksiで、材料の降伏応力及び引張強さを上回る。予想した軸方向応力よりも、解析値が、大きくなった理由は、蓋部に加わった軸方向応力によって、構造的に“こじあけ”力が働いたためと考えられる。

このモデルでは、要素分割が粗すぎて、外蓋ボルト衝撃近傍の予測ができないが、少し離れた位置での最大応力は、82ksiであり、ボルト材の降伏応力に達しない。

(c) 再改良（第3）モデル及び解析結果

Fig.12に、再改良（第3）モデルを示す。改良（第2）モデルに対して、以下の新たな改良が加えられている。

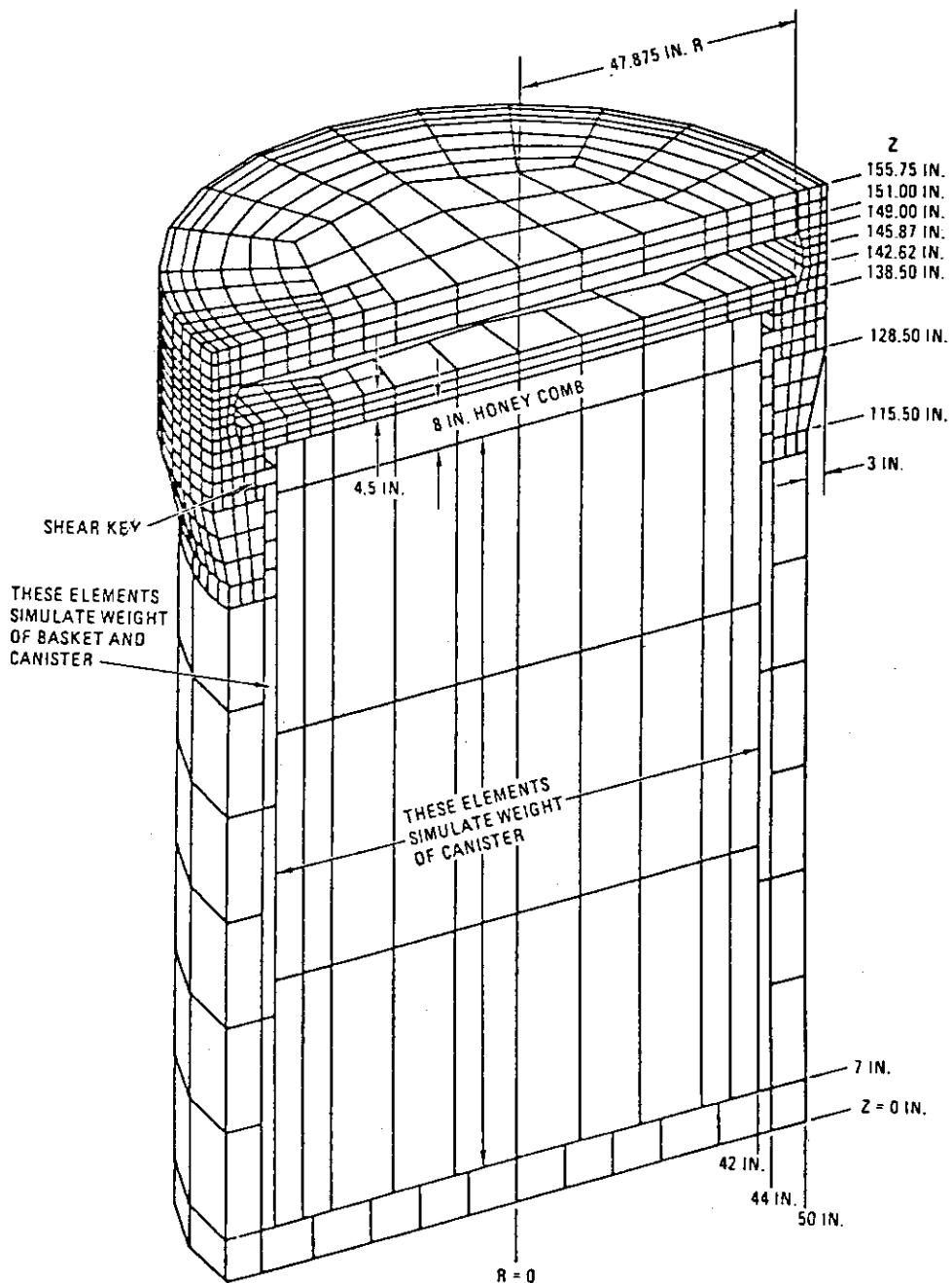


Fig. 12

- (i) “こじあけ”作用を防ぐために、フランジを平坦なものから、中央が盛り上がったものに変更した。
- (ii) 内側フランジの外壁厚を、密封境界面の回転を抑えるために増加した。
- (iii) 内・外蓋間の隙間を、さらに広くした。
- (iv) Shear Keys (周方向突起)を設けて、バスケットの荷重が、直接キャスク本体へ伝達されるように工夫した。
- (v) 精度を上げるために、細かい要素分割を行なった。

他に、内蓋部分に遮蔽用劣化ウランを5000ポンド追加し、モデルの重量は、98tとなった。内蓋の肉厚は、4.5 in. のままで、ハニカムは、8 in. に増加された。

Fig.13・Fig.14に、再改良(第3)モデルの変形図を示す。改良(第2)モデル(Fig.10・Fig.11)と比べて、本

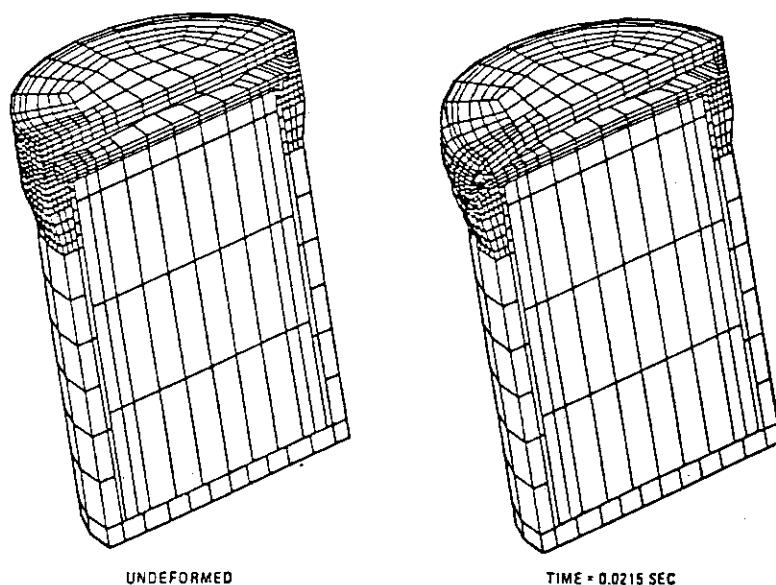


Fig. 13

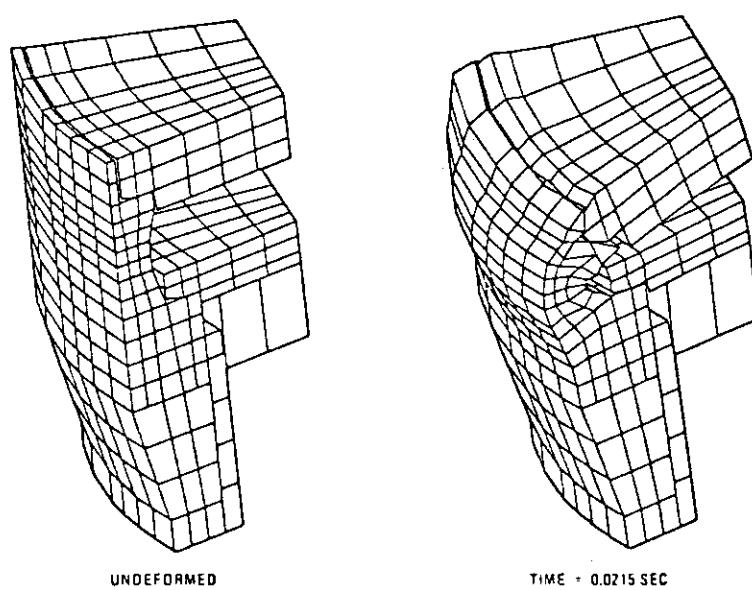


Fig. 14

質的な差はない。しかし、内蓋の遮蔽部分の変形は、改良（第2）モデルよりも大きく、フランジの変更は効果がなく、内蓋におけるウランの増加は、逆効果であったことがわかる。また、ハニカムの効果は、5 in. のときと大差なく、8 in. にする必要は認められない。

(4) 結果の考察

構造物の事故時解析に対する設計基準の開発は、製作者・所有者側の経済的な観点と、公衆の安全性に対する観点との平衡を保つ上で、必要なことである。特に、使用・未使用的核燃料輸送容器の設計においては、両者の利害の相違は、明らかであり、容器の事故時の挙動を明確にすることが、両者を適合させるために必要となる。

工学研究者達によって、多くの破壊モードに対する基準や、支配的なパラメーターが、研究・開発されている。こうした評価基準に、ASME Section III Appendix F の制限値があるが、これらの基準は、公衆の安全性のみを考慮している。

しかし、こうした基準も解析に用いる場合には、幾つかの注意が必要となる。例えば、延性破壊に対するパラメータは、単軸引張による試験から得られており、実際に適用する場合には、多軸応力場であることを考慮して検証されるべきであるし、これに加えられる安全ファクタは、荷重状態や、要求される品質の保証のレベルによって変えられるべきである。

延性破壊の概念は、引張の不安定領域にまで拡張されており、降伏点以上の領域や、応力の多軸性の影響が無視できない場合には、引張試験における材料の伸張に明らかに関連を持つ膜ひずみに限界が設けられている。

Fig.15に、AISIのデータを用いた場合のSUS 304 L 鋼の許容応力-ひずみ関係を示す。この曲線より、降伏応

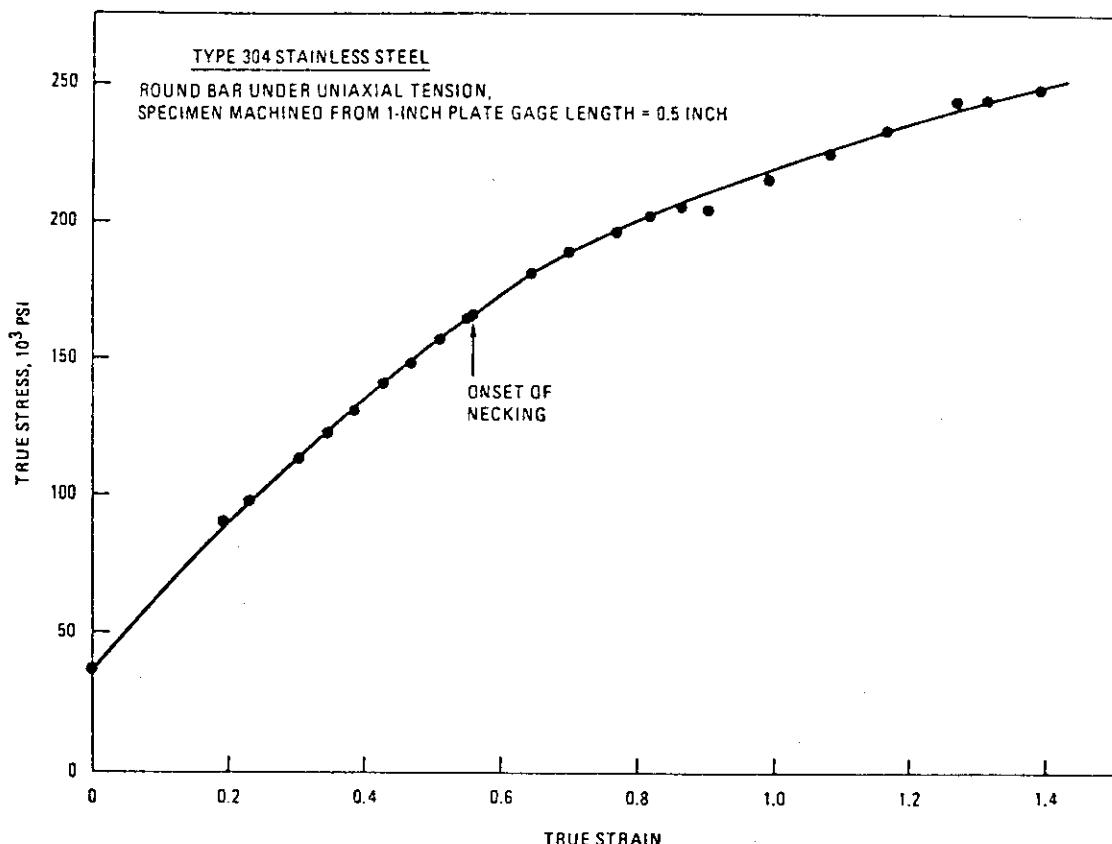


Fig. 15

力は 35ksi, 引張強さは 250ksi と推定でき, 膜応力の限界は 110ksi, 膜プラス 1 次曲げ応力の限界は, 膜応力限界の 1.5 倍, 165ksi とされる。2 軸係数の値により, 膜ひずみ限界は, 25% から 50% のバラツキを持ち, ピークひずみ限界にいたっては, 3 軸の高引張領域における 20% から, 圧縮領域における 100% までバラツキをみせる。

3 次元コーナ落下解析に, これらの応力・ひずみ限界を適用してみる。Table 4 に, 限界状態を態する要素における応力-ひずみ関係をまとめた。また, Fig.16・Fig.17 に, これらの要素の位置及び形状を示す。Table 4 から, 最大応力が, Fig.17 の要素 662・717・772 及び 827 に生じたことがわかる。さらに, 最大膜応力は, 要素 717 で生じ, 112ksi である。ここで, Fig.15 の引張強さ, 250ksi が, 正しい値であるとすると, 膜応力限界は 175ksi となる。しかし, 最大荷重時に, 安全側の値 (160ksi) を用いると, 限界は解析値に等しい 112ksi となる。最大膜ひずみは, Fig.17 の要素 662・717・772 及び 827 に生じた。Cooper によって提案された膜ひずみの限界値によれば, 許容膜

Table 4

Region	Element number	Principal stress, ksi			Effective plastic strain, %
		σ_1	σ_2	σ_3	
Lip of cask body extension	497	-0	-6	-52	24
	552	-18	-68	-118	70
	607	-0	-58	-107	79
	662	-22	-68	-132	82
	717	-24	-68	-136	84
	772	-32	-81	-140	80
	827	-36	-77	-147	83
	496	9	-15	-30	5
	551	-46	-72	-82	13
	606	-36	-66	-88	11
	661	-66	-84	-115	17
	716	-31	-58	-79	14
	771	-45	-51	-85	10
	826	-45	-62	-89	12
Cask body extension					
Narrow section	840	-38	-70	-127	60
	841	19	-4	-30	15
	842	60	28	20	9
Thick section	846	36	18	-18	21
	847	8	-27	-75	51
	848	26	5	5	22
Cask wall below taper	878	9	4	-23	0
	880	-6	-14	-33	-0
Inner flange seat	849	10	2	-26	2
	850	41	16	8	~0
	851	24	8	-22	13
	852	24	-4	-41	32
	853	17	-11	-48	32
Inner closure	1221	32	10	-7	0.9
	1222	25	14	-2	0
	1253	-7	-24	-42	0.5
	1254	30	15	-7	0.2
	1285	36	23	1	0.9
	1286	12	9	-16	0

ひずみは、約40%である。これらの要素における実効塑性ひずみは、最大85%に達しており、この限界値を越えている。しかし、解析モデルにおいて、壁の層方向を1要素で記述していることから、解析値は、多くの誤差を含んでいる。細分化されたモデルによる解析の結果を待ちたい。

曲げ応力とピークひずみの限界は、内・外蓋に挟まれた肉厚の薄いキャスク本体外壁、要素840・841及び842において、評価した。Table 5によれば、1次膜応力は40 ksiで、安全側の引張強さの値(160 ksi)を用いた許容値をも下回った。膜応力、及び膜プラス1次曲げ応力(85ksi)も、各々の限界値、73ksi、168ksiに達していない。これらの要素に対する、Cooperのピークひずみ限界による評価の結果をTable 6に示した。

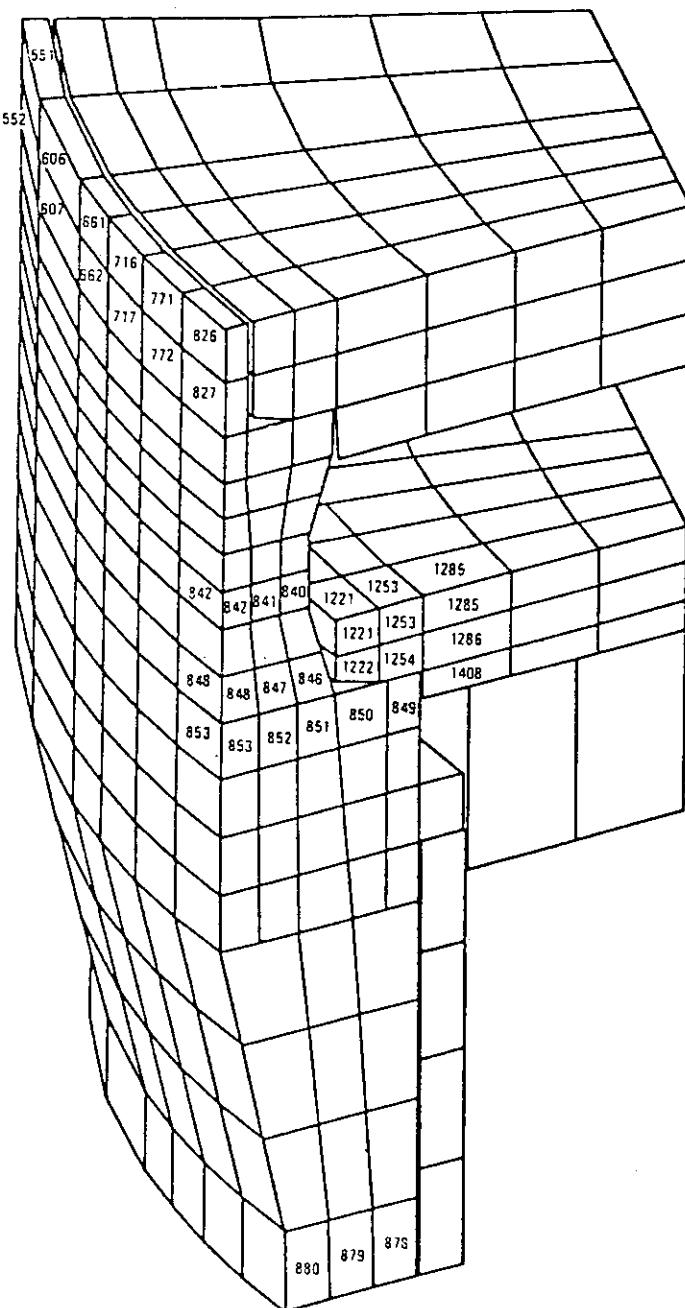


Fig. 16

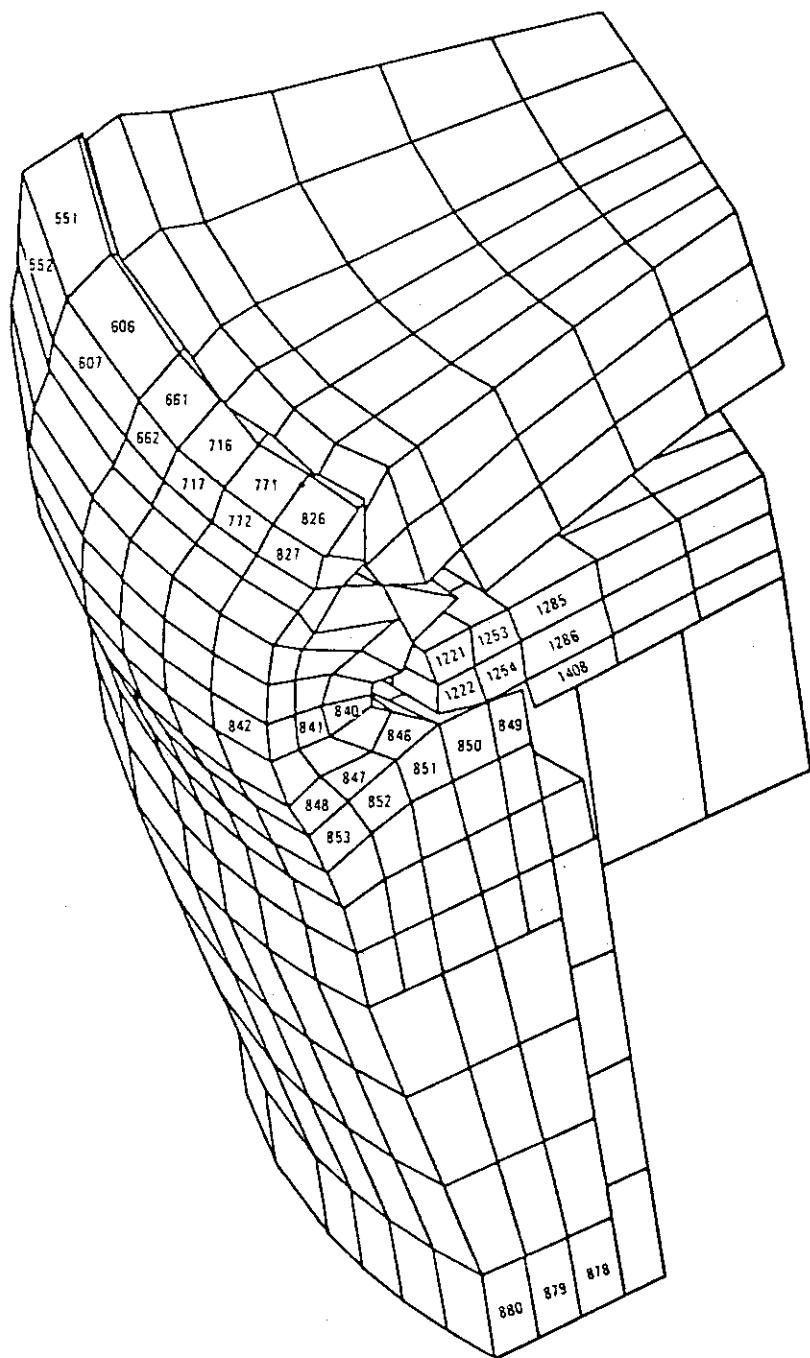


Fig. 17

Table 5

Element number	Stress, ksi ^b						Effective plastic strain, %
	σ_r	σ_θ	σ_z	$\tau_{r\theta}$	$\tau_{\theta z}$	τ_{rz}	
840	-38	-70	-126	0	1	-7	60
841	-30	19	-5	1	1	-3	15
842	26	60	23	2	-1	4	9
Average (membrane)	-14	3	-37	1	1	-2	28
Bending (linear)	± 34	± 87	± 98				
Outer surface ^a	49	81	37				11
Inner surface ^a	-42	-115	-187				83

^aExtrapolated peak stresses and peak strains.^bSubscript notation: r - radial, θ - circumferential, z - axial.

Table 6

Strain parameter	Calculated strain %	True strain, % allowable
Primary membrane peak	28	$(0.7)(1.0)(56) = 39.2$
Inner surface ^a	83	$(0.7)(1.0)(142) = 99.4$
Outer surface ^b	11	$(0.7)(0.19)(142) = 18.9$

^aTriaxiality factor = -2.75 and no reduction is required for triaxial state of stress.^bTriaxiality factor = 4.34.

(5) 結 言

- (a) キャスクの解析にソリッド・モデルが、有効であることがわかった。
- (b) 以下の2つの問題点が、明らかにされた。
 - (i) 1次密封境界が、キャスク本体の変形と蓋の降伏で、破られる。
 - (ii) キャスク外壁で、幾つかの応力・ひずみの値が、設計基準限界値を上回った。
- (c) キャスク全体で、構造上最も弱い箇所においてさえ、破壊には至っていない。
- (b)に示した問題点も、ハニカムの物性値を安全側の値に変更し、内蓋の肉厚を厚くし、解析にひずみ速度依存型の構成方程式を用いることにより解決するものと思われる。

1.5 有限要素ラグランジエコードの最近の進歩

(1) まえがき

歴史的に見て、1950年代に有限要素法が姿を現わし、コンピューターの発展と共に長足の進歩を遂げていったのと平行して、Shock waveの解析を目的に始った差分法に基く，“Hydrocode”も劣らぬ成功を収めていた。有限要素法が、静解析あるいは比較的ゆっくりした動的応答解析に適用され、初めから広く世界中にpopularになっていったのに対して、“Hydrocode”的方は、適用例が、軍事上の諸問題に集中していたため、その成功は、極く限られた範囲の人々のみの知るところであった。

1970年代になり、有限要素法が線型問題に大きな成功を収め、研究者の関心が非線型問題に移っていったとき、実際問題の解析にあたって、計算量の爆発的な増大に直面することになった。

一方、有限要素法と差分法の共通点、差異、あるいは長所短所などについての比較も数多く試みられるようになつた。Sandia研究所のS.W.Keyもそのような研究者の一人であった。

“Hydrocode”は、U.S.A.の各地に散在する国立研究所を中心に発展していった。その一つSandia研究所での“Hydrocode”的非線型衝撃解析の成功例に着目したKeyは、運動方程式の時間積分にexplicitスキームを初めて有限要素法に導入した高効率の解析コード“HONDO”を開発した。この成功に触発されて、Lawrence Livermore研究所（以下LLNLと称す）のHallquistらは、やはり同所で“Hydrocode”的開発に取り組んでいる研究者との密接なコンタクトのもとに、“HONDO”流の考え方を発展させ、固体流体を問わず、連続体の衝撃的大変形、非弾性解析を統一的に解析できる手法を追求していった。その成果が、DYNA2D, DYNA3Dの名を持つ解析コードとして具体化されつつある。

本文献は、LLNLでの開発成果をHydrocodeとの比較を通じてトピックス的に紹介したものである。それらの主なものは、

(a) 時間積分法

Explicit及びImplicitアルゴリズムそれぞれを採用した場合について、計算コストの比較を中心に第4節で論じている。

(b) 空間方向の離散化

“Hydrocode”においては、空間方向の離散化は、発散定理から出発したIntegral Difference Methodによる微係数の定義が用いられる。

これがReduced Integrationの考え方に基づいた有限要素法の定式化と同等であることを論じ、実用上十分な精度の解を得る上で有限要素法の方が優れていると主張している。（第5節）

(c) 接触、衝突の取り扱い

性質の異なる連続体が接触するときの取り扱い方法について、DYNAコードに採用されている方法を第5節後半で紹介している。

この他、材料モデル（構成方程式）、CRAYコンピューターに対応した、コーディング方法（Vectorization）を述べているが、ここでは、上述の諸項目のうち、特に(a), (b)について、計算効率の向上という観点からの議論を紹介することにしたい。

(2) 時間積分法

空間方向の離散化モデルが差分法あるいは有限要素法のどちらに基づいて作成されたとしても、運動方程式は次の形をとる。

$$Ma + F(x, t) = P(x, t), \quad (1)$$

ここに M は質量マトリックス、 F は部材力、 P は外力（物体力、表面力）ベクトルである。また a は、節点加速度を表わす。

差分法による Hydrocode に於ては、基礎方程式の離散化が、空間方向、時間方向について同時に行われ、その際、時間方向の離散化は、 explicit スキームが採用されている。特に波動現象を取り扱う双曲型の微分方程式に対しては、いわゆる Courant の安定条件という形で、数値解が発散しないための積分時間間隔とグリッド間隔が議論される。一方、(1)式の形に対して時間方向の離散化が行われる場合には、数値解の安定性は、この非線型方程式の接線剛性マトリックスのスペクトル半径（最大固有値）によって議論されることになる。

さて、DYNAコードでは、HONDOコードと同じく explicit スキームとして、中央差分法が用いられており、具体的には次の形に従う。

$$a_n = M^{-1}[P_n - F_n], \quad v_{n+1/2} = v_{n-1/2} + \Delta t a_n, \quad x_{n+1} = x_n + \Delta t v_{n+1/2}, \quad (2)$$

ここに Δt は積分時間間隔、 v, x は、それぞれ節点速度および変位である。(2)式からも明らかのように、質量ベクトル M^{-1} (explicit スキームでは常に質量マトリックスは、 lumped mass かあるいは対角化された質量マトリックスが用いられる) の他に、加速度ベクトル a を慣性力ベクトルに入れ込む操作を行えば、 P, v, x の 3 つの状態量ベクトルを記憶させるだけでよいことがわかる。これは、コア内処理という計算効率の上からは魅力的な長所である。

Implicit スキームは、応答が、 explicit スキームの安定条件より定まる積分時間間隔と比較してゆっくりとした応答を対象とするような、いわゆる “Computationally Stiff Problem” に対して適していると考えられている。この方法は、非線型問題の場合 2 次元モデル程度の自由度の問題については、コードのベクトル化をはかることにより、計算コストの上でも十分実用的であるが、3 次元モデルを対象とする場合には、もはや非実際的なスキームとなる。

(3) 空間軸についての離散化

Lagrange 流の基礎方程式に対する離散化は、差分法、有限要素法とも解析対象領域をメッシュ分割し、変形後の座標を次の形で表現する。

$$x(X, t) = x[X(s, n), t] = \sum_i^n \phi_i(s) \bar{x}_i(t), \quad (3)$$

したがって変位場は次のように定義されることになる。

$$u \equiv x - X. \quad (4)$$

有限要素法においては、空間軸についての離散化は運動方程式について次のように行われる。

$$\int \phi'(V \cdot \sigma + b - \rho a) dV = 0, \quad (5)$$

これは、最終的には、次の形となる。

$$\mathbf{M}\mathbf{a} + \mathbf{F} = \mathbf{P}, \quad (6)$$

ここに

$$\mathbf{F} = \sum_{\epsilon} L^{\epsilon} \int_{V_{\epsilon}} \mathbf{B}^{\epsilon} \boldsymbol{\sigma} dV_{\epsilon}, \quad (7)$$

$\mathbf{B} = \nabla \phi$ は、変形後の形状 x に対する線型化された変位歪関係マトリックス、 L は、要素剛性行列を全体マトリックスにアセンブルするときの Boolean operator である。

DYNAコードでは、計算効率の観点から、現在 Fig.1 に示すように三、四角形要素（二次元）、四、六面体要素（三次元）に一点積分法を適用したものが採用されている。このような要素については、差分法における“Integral Difference Method”により導かれる運動方程式の離散化結果と同等であることが、二次元の場合について次のように示される。

(a) 二次元問題に対する考察

Integral Difference Method では、二次元デカルト座標系 Fig.2 について、微係数を次のように定める。

$$\frac{\partial G}{\partial x} = \frac{\int_c G(n \cdot i) ds}{\lim_{A \rightarrow 0} A}, \quad \frac{\partial G}{\partial y} = \frac{\int_c G(n \cdot j) ds}{\lim_{A \rightarrow 0} A}, \quad (8)$$

$$\underline{n} = (\partial x / \partial n) \underline{i} + (\partial y / \partial n) \underline{j} = (\partial y / \partial s) \underline{i} - (\partial x / \partial s) \underline{j}.$$

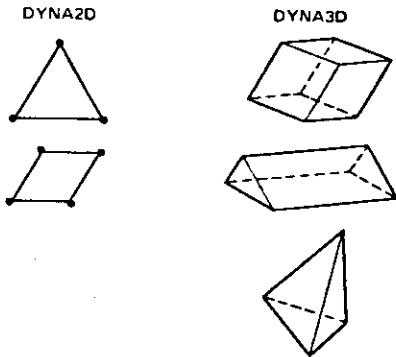


Fig. 1

これを、Fig.3 に示すように、規則メッシュの内部節点での運動方程式の離散化について適用することを考える。

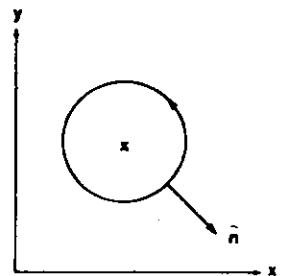


Fig. 2

$$\begin{aligned} \partial G / \partial x &= \int G(n \cdot i) ds = -[G_{\odot}(y_H - y_M) + G_{\odot}(y_M - y_N) + G_{\odot}(y_N - y_I) \\ &\quad + G_{\odot}(y_I - y_H)], \\ \partial G / \partial y &= \int G(n \cdot j) ds = +[G_{\odot}(x_H - x_M) + \dots], \end{aligned} \quad (9)$$

(9)式を、各応力成分について適用すると、運動方程式（ x 方向）

$$\rho a_x = \frac{\partial \sigma_n}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y}$$

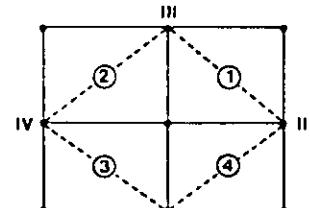


Fig. 3

に対応して

$$\begin{aligned} \Delta S \rho a_x &= -[\sigma_x(1)(y_{II} - y_{III}) + \sigma_x(2)(y_{III} - y_{IV}) + \sigma_x(3)(y_{IV} - y_1) \\ &\quad + \sigma_x(4)(y_1 - y_{II}) + [\tau_{xy}(1)(x_{II} - x_{III}) + \dots]] \end{aligned} \quad (10)$$

なる式が導かれる。 ΔS は、Fig.3 の点線で囲まれた部分の面積。

一方、一定応力の有限要素について考えてみると、要素の節点力は、

$$\{F\}_e = \left\{ \int_{V_e} \mathbf{B}^t dV \right\} \sigma_e. \quad (11)$$

$$\begin{aligned} F_x^1 &= -F_x^3 = \frac{1}{2}[\sigma_{xx}y_{24} - \tau_{xy}x_{24}], \\ F_x^2 &= -F_x^4 = \frac{1}{2}[\sigma_{xx}y_{31} - \tau_{xy}x_{31}], \\ F_y^1 &= -F_y^3 = \frac{1}{2}[-\sigma_{yy}x_{24} + \tau_{xy}y_{24}], \\ F_y^2 &= -F_y^4 = \frac{1}{2}[-\sigma_{yy}x_{31} + \tau_{xy}y_{31}], \\ x_{ij} &= (x_i - x_j), \quad y_{ij} = (y_i - y_j). \end{aligned} \quad (12)$$

Integral Difference Method で各要素毎に計算される項と 12 式とを比較すると、両者は一致する。

更に重要な点は、差分法、有限要素法とも四辺形要素の組み合わせが Fig. 4 に見られるように任意に選べることで、このとき

$$\begin{aligned} F_x &= \sum_m [\sigma_{xx}^m(y_i^m - y_j^m) - \tau_{xy}^m(x_i^m - x_j^m)]/2, \\ F_y &= \sum_m [-\sigma_{yy}^m(x_i^m - x_j^m) + \tau_{xy}^m(y_i^m - y_j^m)]/2, \end{aligned} \quad (13)$$

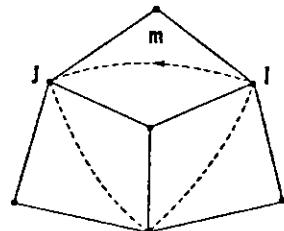


Fig. 4

(b) 三次元の場合

DYNA コード開発の初期においては、一点積分法を用いた六面体要素は、“Hour-glass Control” に計算コストが重むため、20 節点の Serendipity タイプ要素が用いられたことであった。その後効率のよい “Hourglass Control” 方法が開発されたため、現在では、一点積分法による六面体要素が採用されている。これにより、コンパクトなコーディングが可能となり、更に、Vectorization も組み込まれてより効率のよいものとなっている。

Fig. 5, 6 に参考のために、両要素による解析結果を比較したものを示す。

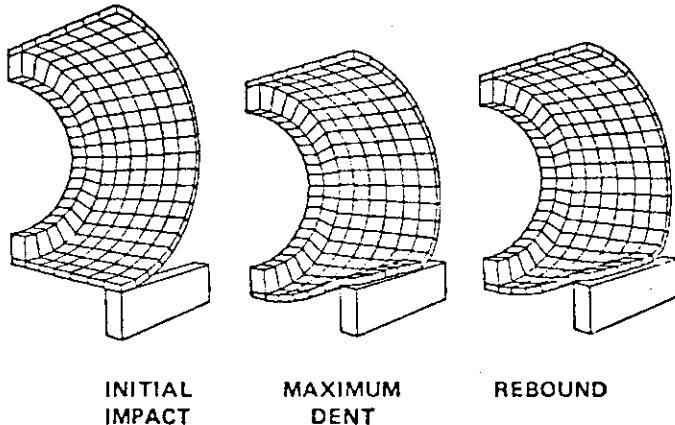


Fig. 5

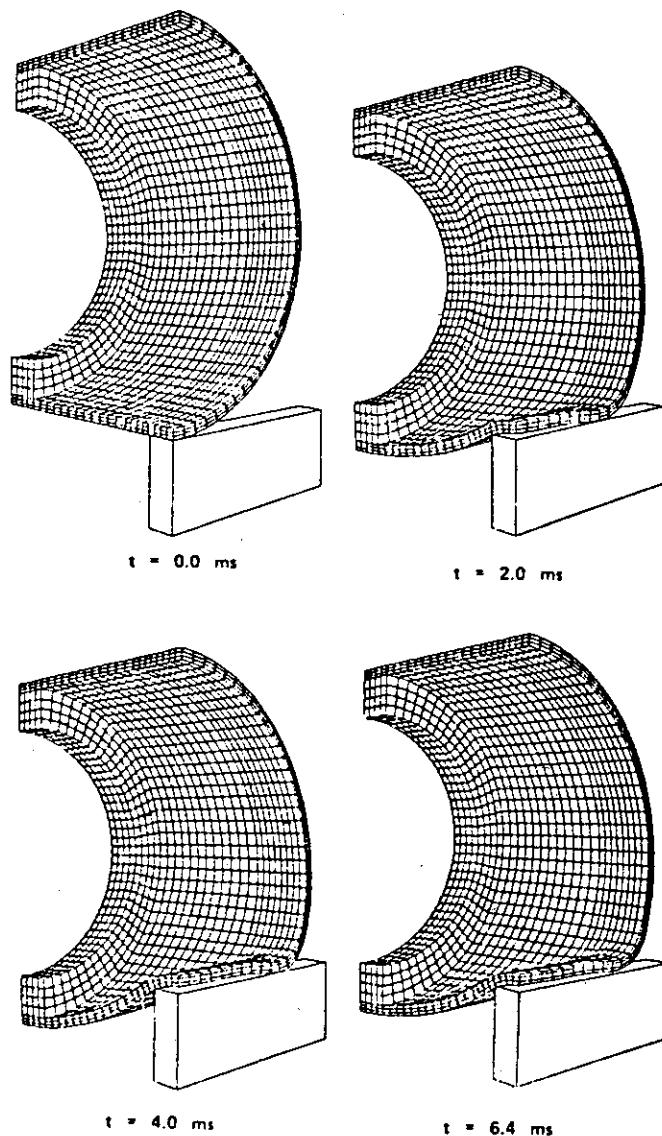


Fig. 6

要素の計算コストにおいて、最も中心的なものの一つは、Bマトリックスの作成である。すなわち

$$\mathbf{F}_e = \int_{V_e} \mathbf{B}' \boldsymbol{\sigma} dV = \left[\int_{V_e} \mathbf{B}' dV \right] \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{B}'_0 \boldsymbol{\sigma}, \quad (14)$$

$$\mathbf{B}_0 = (\nabla \phi)_0 V, \quad (15)$$

$$\mathbf{B}_0^i = (\nabla \phi_i)_{s=0} V \quad (16)$$

ここに、

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_0^1 &= -\mathbf{B}_0^7, & \mathbf{B}_0^2 &= -\mathbf{B}_0^8, \\ \mathbf{B}_0^3 &= -\mathbf{B}_0^5, & \mathbf{B}_0^4 &= -\mathbf{B}_0^6, \end{aligned} \quad (17)$$

一点積分法における(17)式の性質は、Multipoint Integration スキームの場合は成立しないため、計算コストは大きく異なる*。

一方、差分法による三次元問題の取り扱い方はWilkinsにより提案されているが、Fig. 7よりも明らかのように、計算コストは一点積分法による有限要素の場合に比べてかなり大きくなる。

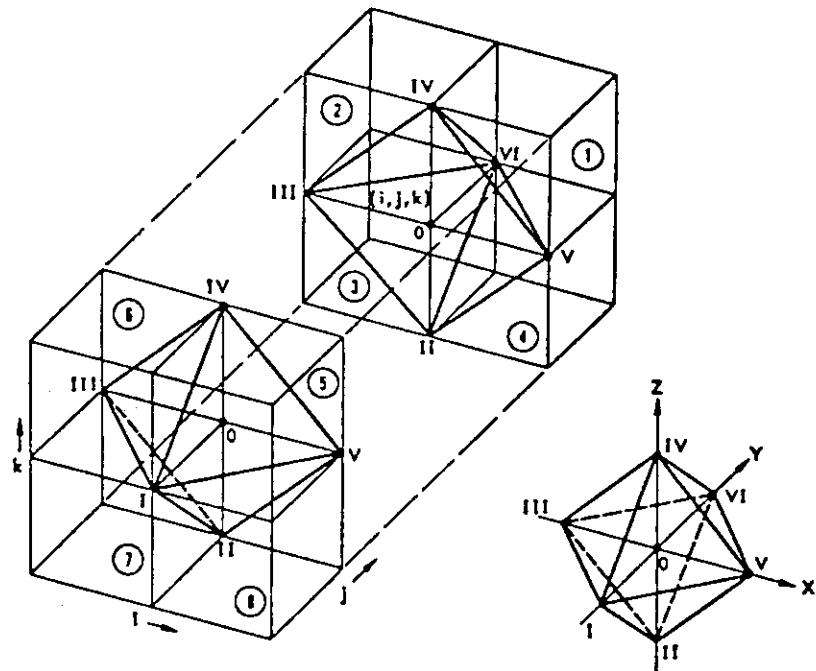


Fig. 7

(c) Hourglass Control

Fig. 8 に、六面体要素の変位モードを示す。このうちの Hourglass Mode を用いて、次のような Hourglass 抵抗力を提案している。

$$f_{ik} = -c \sum_{j=1}^4 h_{ij} F_{jk} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (18)$$

$$h_{ij} = \sum_{k=1}^n v_{ik} F_{jk}, \quad (19)$$

* 二次元 $2 \times 2 \rightarrow 8 : 1$ 三次元 $2 \times 2 \times 2 \rightarrow 16 : 1$

$$c = Q_{hg} \rho V_e^{2/3} a/4, \quad (20)$$

従来のHourglass Controlの計算コストと比較したのがTable 1であり、大幅なコスト軽減が実現されている。

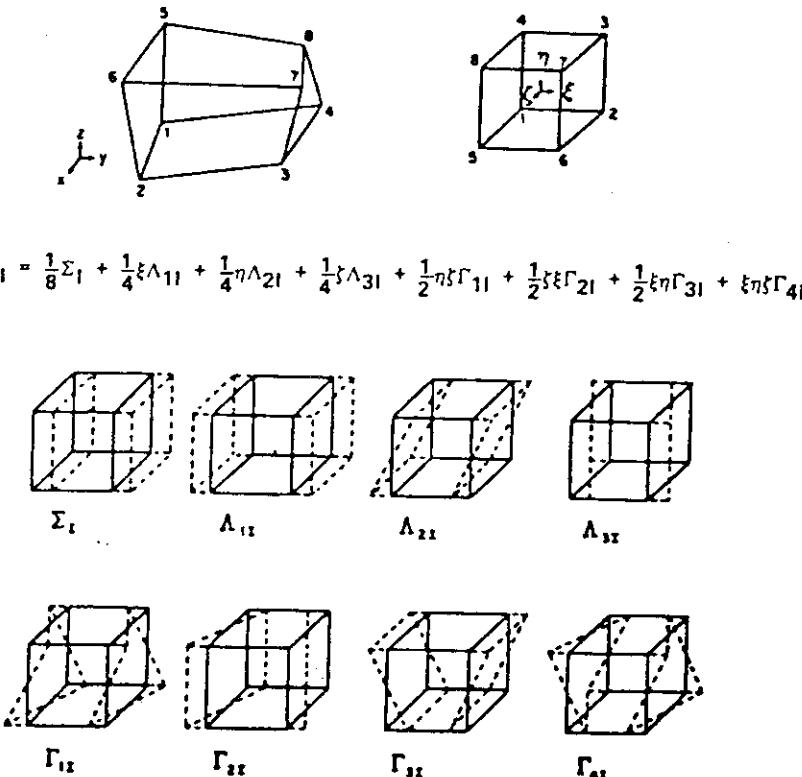


Fig. 8

Table 1

Operation count for constant stress hexahedron (includes adds, subtracts, multiplies, and divides in major subroutines, and is independent of vectorization)*

	DYNA3D	Flanagan, Belytschko [27]	Wilkins FDM [22]
Partials	94	357	
Velocity strain	87	156	843
Force	+ 117	+ 195	+ 270
Subtotal	298	708	+ 1113
Hourglass control	+ 130	+ 620	+ 680
Total	+ 428	+ 1328	+ 1793

*Material subroutines will add as little as 60 operations for the bilinear elastic-plastic routine to ten times as much for multisurface plasticity and reactive flow models. Unvectorized material models will increase that share of the cost a factor of four or more.

1.6 あとがき

本年度のキャスク構造解析法に関する文献調査は、陽的解法を用いたラグランジュ型の解法を中心であり、差分法コードではSTEALTH、有限要素法コードではDYNA3Dを調査の対象とした。

2. キャスクベンチマーク問題

2.1 まえがき

CASK構造解析コードが有すべき諸機能を検討するための一助として、昨年度と同様に2種類のベンチマーク問題を設定し、既存構造解析コードによるテスト計算を実施した。設定された問題は、

問題〔I〕：鉛円柱の垂直落下問題

問題〔II〕：クラッド付鉛円柱の垂直落下問題

であり、問題〔I〕では鉛の材料特性に関する仮定を変更し、ひずみ速度の影響を陽の形で考慮した解析も行なわれている。また、異なる時間増分値を設定した計算により直接時間積分アルゴリズムに対する詳細な考察も加えられている。問題〔II〕ではクラッドの装着条件などの解析仮定が厳密に統一され、円柱・クラッド内の接触／非接触および摩擦を考慮した計算が試みられている点が昨年度との主たる相違である。いずれの問題も米国ロスアラモス科学研究所において実験が実施されており、それぞれ沈下量およびスランプ値が実験データとして与えられている。なお、鉛の構成式としては、昨年度第2小委員会提案による修正Robinson式($\dot{\epsilon} = 100/\text{sec}^{-1}$ を仮定した場合の多直線近似式、2直線近似式を含む)が用いられており、ステンレス製クラッドに対しては2直線近似構成式が仮定されている。

2.2 試計算例題

(1) 問題概要

ひずみ速度効果等を考慮した動的応答解析の特徴を調べる目的で、1次元棒の自然落下問題を考える。棒は鉛製とし、ひずみ速度依存性を考慮した材料構成方程式としてはベンチマーク本計算と同じものを用いる。以下に問題解析の仮定を示す。（Fig.1を参照）。

(2) 解析仮定

(a) 1次元棒の材料および寸法等

棒は鉛製であり、断面積は 1.0 mm^2 、長さ 5.0 mm 、密度 $1.13 \times 10^{-9} \text{ kgf/mm}^4 \cdot \text{sec}^2$ である。鉛の詳細な材料データは2.3節に示されている。なお、構造減衰は考慮しない。

(b) 初期条件

初速度は $V_0 = 10^3 \text{ mm/sec}$ として、下端面以外の各節点に鉛直下方に与える。計算は棒の下端面が床に接触した瞬間を時間 $t = 0$ とし、応力波が反射して戻ってくる時刻、 $t = 2L\sqrt{\rho/E}$ （ L ：長さ、 ρ ：密度、 E ：ヤング率）までの間の挙動を解析する。

(c) 境界条件

$x = 0$ の下端面で変位を固定する。

(d) 要素分割等

本試計算の目的は、ひずみ速度効果が各プログラムコードで正しく考慮されるかを検討する、アルゴリズムチェックにあるので、計算時間・データ作成などが負担とならない程度の小規模要素分割（5要素程度）とする。

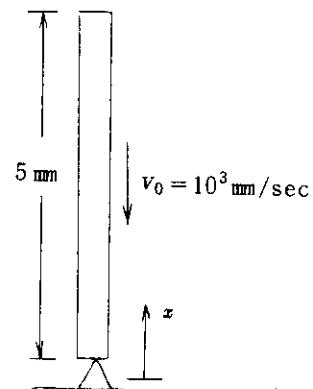


Fig. 1

2.3 ベンチマーク問題[I]：クラッドなし鉛円柱の垂直落下

(1) 問題概要

米国ロスアラ莫斯科学研究所 (LASL, Los Alamos Scientific Laboratory)において実験¹⁾および解析²⁾が実施された円柱の剛体床への鉛直落下衝突問題を参照してベンチマーク問題[I]として設定する。円柱の軸方向は常に鉛直方向を保つと仮定し、軸対称問題として扱う。特に本年度では、鉛の構成式のひずみ速度依存性を考慮して、ひずみ速度効果を考慮した場合、しない場合における変形挙動の差異、さらにひずみ速度依存性の取扱いの違いによる結果の相違について考察する。

以下にその概要を示す (Fig. 1 を参照)。

(2) 解析仮定

(a) 円柱の材料および寸法等

円柱は鉛製であり、直径 30.5 cm、長さ 91.4 cm である。鉛のひずみ速度依存性を考慮した弾塑性構成式としては、次の修正 Robinson の式を用いる。

$$\sigma = A (1 + B \log_{10} \dot{\epsilon}) \dot{\epsilon}^n \quad (1)$$

Table 1 Material Property of lead (1)

A	4.0 kgf / mm ²
B	0.096
n	0.31

ここに、物性定数 A, B, n は前年度の第 2 小委員会の成果を踏まえて次の Table 1 の値を用いることとする。

式(1)で用いた応力とひずみに対する測度は真応力および真ひずみ (対数ひずみ) であり、特に ϵ , $\dot{\epsilon}$ は全ひずみ、全ひずみ速度とする。すなわち

$$\epsilon = \epsilon_e + \epsilon_p; \dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_e + \dot{\epsilon}_p \quad (2)$$

ここに、下付添字 e, p はそれぞれ弾性、塑性成分を表す。なお、弾性挙動、動的解析に必要な他の物性値は Table 2 を用いることとする。

実際の計算では式(1)をそのままの形で考慮できない場合が少なくないので、ここでは多直線近似による表示を用いることにする。また、ひずみ速度を考慮しない場合も式(1)において、十分遅いひずみ速度を指定してそのときの応力 - ひずみ関係を静的な場合の鉛の構成式として採用する。

(i) モデル - 1 (ひずみ速度効果を無視する場合)

修正 Robinson 式(1)において、ひずみ速度を $\dot{\epsilon} = 0.1 \text{ sec}^{-1}$ に固定して得られる応力 - ひずみ関係式を用いる。すなわち

$$\sigma = 3.616 \epsilon^{0.31} \quad (3)$$

Table 2 Material property of lead (2)

ヤング率 (E)	$1.5 \times 10^3 \text{ kgf / mm}^2$
ポアソン比 (ν)	0.42
密度 (ρ)	$1.13 \times 10^{-9} \text{ kgf} \cdot \text{sec}^2 / \text{mm}^4$

また解析に際しては式(3)に対応する多直線近似を採用する (Table 3 参照)。

Table 3 Multi-linear representation of stress-strain curve for lead

(Model-1 : without consideration of strain-rate effect)

代表点		
応力 [kgf/mm]	ひずみ [mm/mm]	接線剛性係数 [kgf/mm]
0.0	0.0	
0.2410	1.607×10^{-4}	} 1500 ($\equiv E$)
0.8674	0.010	} 63.66
1.1524	0.025	} 19.00
1.4286	0.050	} 11.05
1.7710	0.100	} 6.848
2.1956	0.200	} 4.246

なお、ひずみが0.2をこえた場合でも、接線剛性係数としては、4.246 kgf/mmを用いることとする。

(ii) モデル-2(修正Robinson式の代りにひずみ速度を一定とした場合)

修正Robinson式(1)において、ひずみ速度を $\dot{\epsilon} = 10^2 \text{ sec}^{-1}$ に固定して得られる応力-ひずみ関係式を用いる。
すなわち

$$\sigma = 4.768 \epsilon^{0.31} \quad (4)$$

また解析に際しては式(4)に対応する多直線近似を採用する(Table 4 参照)。

Table 4 Multi-linear representation of stress-strain curve for lead

(Model-2 : with $\dot{\epsilon} = 10^2 \text{ sec}^{-1}$ constant)

代表点		
応力 [kgf/mm]	ひずみ [mm/mm]	接線剛性係数 [kgf/mm]
0.0	0.0	
0.3598	2.399×10^{-4}	} 1500 ($\equiv E$)
1.1438	0.10	} 80.33
1.5195	0.025	} 25.05
1.8837	0.050	} 14.57
2.3353	0.100	} 9.032
2.8951	0.200	} 5.598

なお、ひずみが0.2をこえた場合でも、接線剛性係数としては、5.598 kgf/mmを用いることとする。

(iii) モデル-3(修正Robinson式を用いる場合)

修正Robinson式を直接考慮できる場合には式(1)を用い、解析ではTable 5に示す多直線近似を採用する。ただ

し、ひずみ速度が $\dot{\epsilon} < 0.1 \text{ sec}^{-1}$ では、力学状態は静的であると仮定して、モデル-1で示した多直線近似を使用する。

Table 5 Multi-linear representation of stress-strain curve for lead
(Model-3 : with use of modified Robinsons equation)

$$\begin{aligned}
 \textcircled{1} \quad & 0 \leq \epsilon \leq 1.8598 \times 10^{-4} (1 + 0.096 \log_{10} \dot{\epsilon})^{1.4493} \\
 & 0 \leq \sigma \leq 0.27896 (1 + 0.096 \log_{10} \dot{\epsilon})^{1.4493} \} \\
 \textcircled{2} \quad & 1.8598 \times 10^{-4} (1 + 0.096 \log_{10} \dot{\epsilon})^{1.4493} \leq \epsilon \leq 0.010 \\
 & 0.27896 (1 + 0.096 \log_{10} \dot{\epsilon})^{1.4493} \leq \sigma \leq 0.95953 (1 + 0.096 \log_{10} \dot{\epsilon}) \} \\
 \textcircled{3} \quad & 0.010 \leq \epsilon \leq 0.025 \\
 & 0.95953 (1 + 0.096 \log_{10} \dot{\epsilon}) \leq \sigma \leq 1.2747 (1 + 0.096 \log_{10} \dot{\epsilon}) \} \\
 \textcircled{4} \quad & 0.025 \leq \epsilon \leq 0.050 \\
 & 1.2747 (1 + 0.096 \log_{10} \dot{\epsilon}) \leq \sigma \leq 1.5803 (1 + 0.096 \log_{10} \dot{\epsilon}) \} \\
 \textcircled{5} \quad & 0.050 \leq \epsilon \leq 0.100 \\
 & 1.5803 (1 + 0.096 \log_{10} \dot{\epsilon}) \leq \sigma \leq 1.9591 (1 + 0.096 \log_{10} \dot{\epsilon}) \} \\
 \textcircled{6} \quad & 0.100 \leq \tau \leq 0.200 \\
 & 1.9591 (1 + 0.096 \log_{10} \dot{\epsilon}) \leq \sigma \leq 2.4287 (1 + 0.096 \log_{10} \dot{\epsilon}) \}
 \end{aligned}$$

解析では、①～⑥の各区間を直線で近似し、その接線剛性係数を求める。

(iv) モデル-4（2直線近似を利用する場合）

ひずみ速度効果として $\dot{\epsilon} = \text{一定}$ の場合のみで、しかも多直線表示を用いられない場合には、 $\dot{\epsilon} = 100 \text{ sec}^{-1}$ として、

Table 6 の2直線近似を用いる。

(v) モデル-6（降伏応力のひずみ速度依存性のみを考慮できる場合）

ひずみ速度効果として、降伏応力のひずみ速度依存性を考慮できるが、接線剛性係数のそれを考慮できない場合には、

Table 7に示した近似法を採用する。

Table 6 Bi-linear representation of stress-strain curve for lead

ヤング率 (E)	710.6 kgf/mm ²
ポアソン比 (ν)	0.42
降伏応力 (σ_y)	1.56 kgf/mm ²
接線剛性係数 (H)	6.81 kgf/mm ²

Table 7 Multi-linear representation for stress-strain curve for lead (Model-5)

- (1) $\dot{\epsilon} \leq 0.1 \text{ sec}^{-1}$ では、モデル-1で示した多直線近似を用いる、
- (2) $\dot{\epsilon} \geq 0.1 \text{ sec}^{-1}$ では、降伏応力および対応するひずみ量を次式で与える。

$$\sigma_y = 0.27896 (1 + 0.096 \log_{10} \dot{\epsilon})^{1.4493} (\text{kgf/mm}^2)$$

$$\epsilon_y = 1.8598 \times 10^{-4} (1 + 0.096 \log_{10} \dot{\epsilon})^{1.4493}$$
- そして $\sigma \leq \sigma_y$ では $E = 1500 \text{ kgf/mm}^2$ とする、
- $\sigma \geq \sigma_y$ では、モデル-2で示した多直線近似における接線剛性係数を用いる。

(b) 初期条件

円柱の落下距離 H は9.14mである。円柱の下端面が床に接触した瞬間を時間 $t = 0$ とし、 $t = 10\text{ m sec}$ までの間の挙動を解析する。初期条件として、下端面以外の各節点（格子点）に鉛直下方の初期速度 $\sqrt{2gH}$ （ g は重力加速度）を与える。

(c) 境界条件

円柱の下端面と剛体床は常に接触状態にあり、その接触は滑らかと仮定する。すなわち、はね返り（rebound）とすべり摩擦は考慮しない。

(d) 時間積分法

空間分割（Mesh分割）は各プログラムで一定とし、また採用する要素が異なるため要素分割も各プログラムごとに異なるとする。

時間増分に関しては、CFL条件（Courant-Friedrichs-Lowy条件）が一応の目やすとなるが、要素や質量マトリックスにより条件は厳しいものとなる。本ベンチマーク問題では、時間増分の影響をみるために、次の2つの時間増分を考える。

$$\Delta t_1 = \frac{1}{2} T \quad ; \quad \Delta t_2 = \frac{1}{5} T \quad (5)$$

ここに、 $T = h_{\min} / v_c$ 、 h_{\min} は代表要素長の最小値、 v_c は次式で与えられる弾性波速度とする。

$$v_c = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho(1+\nu)(1-2\nu)}} \quad (6)$$

(e) 実験結果および参考結果

実験¹⁾による円柱の軸方向永久変形量（沈下量）は、6.10cmである。また、前年度の第2小委員会で実施したモデル-2による解析では $t = 5.5\text{ m sec}$ で4.75 cmの頭部最大沈下量が得られている。

(3) 出力図

出力点O,Aの位置をFig.1に示す。複数点あるいは複数時間の結果を同一図面内に出力する場合は、実線・破線・点線・1点鎖線により区別する。なお、より区別を明確にするために結果に対応する位置、時刻を明記しておく。

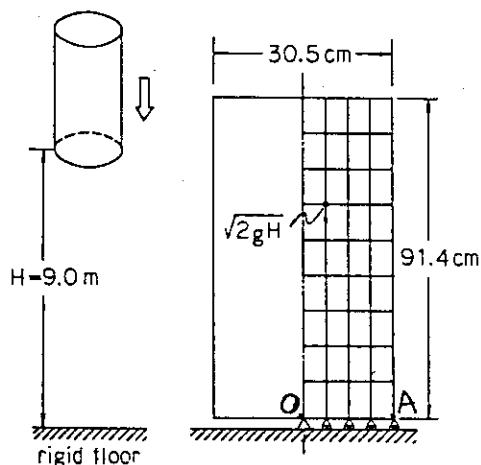


Fig.1 Problem for bench mark test

参 考 文 献

- 1) Donham, B.J., "Prediction of maximum damage to shielded shipping containers," LA-4649(1971).
- 2) Counts , J. and Payne, J.B., "Evaluation of analysis methods for type B shipping container impact problems , " LA-6640 -MS (1977).

2.4 ベンチマーク問題〔II〕：クラッド付鉛円柱の垂直落下

(1) 問題概要

両端面を含む全表面が厚さ 0.635 cm のステンレス鋼製クラッドで覆われた直径 45.7 cm、長さ 91.4 cm の鉛円柱を 9.14 m (=30 ft) の高さから剛体床に鉛直落下させた時の非線形軸対称応答を解析する (Fig.1 を参照)。

米国ロスアラモス科学研究所で実施された実験では、永久変形として 2.79 cm のスランプ (頂部中央点において生じるクラッドと円柱間のすき間) が記録されており、IMPAC 1 による計算では 3.22 cm のスランプ値が得られている¹⁾。

(2) 解析仮定

(a) 境界 / 接触条件

剛体床との境界面および円柱・クラッド間の接触面において、以下の境界 / 接触条件を仮定する (Fig.2 を参照)。

(i) 境界面 A (底面クラッドの剛体床接触面)

法線方向変位を拘束し、はね返りは考慮しない。接線方向変位は自由とし、摩擦は考慮しない。

(ii) 接触面 B (円柱底面と底面クラッドの接触面)

節点変位自由度を共有し、完全固着とする。

(iii) 接触面 C (円柱上面と上面クラッドの接触面)

ギャップ要素あるいは類似のアルゴリズムにより、接触 / 非接触を考慮する。摩擦は考慮せず、自由に滑り得るものとする。

(iv) 接触面 D (円柱側面と側面クラッドの接触面)

ギャップ要素あるいは類似のアルゴリズムにより、接触 / 非接触および摩擦を考慮する。摩擦係数の値として静止摩擦係数、動摩擦係数とも 0.14 を用いる。

以上の境界 / 接触条件は標準的な指定である。使用する計算コードの都合により、円柱・クラッド間の接触 / 非接触を考慮できない場合には、接触面 C では常に非接触 (節点変位自由度は独立)、接触面 D では常に接触 (法線方向変位自由度を共有) の状態を仮定して計算する。また、摩擦を考慮できない場合は、接触面 D における摩擦係数を零 (自由に滑り得る) と仮定する。なお、実際の挙動を正確にシミュレートするためには、はね返りを考慮した解析が望ましいが、はね返りを起こすまでの応答が主たる解析対象であり、原則としては無視している。

(b) 初期条件

境界面 A 上の節点 (格子点) 以外の全節点に、 $V_0 = \sqrt{2gH} =$

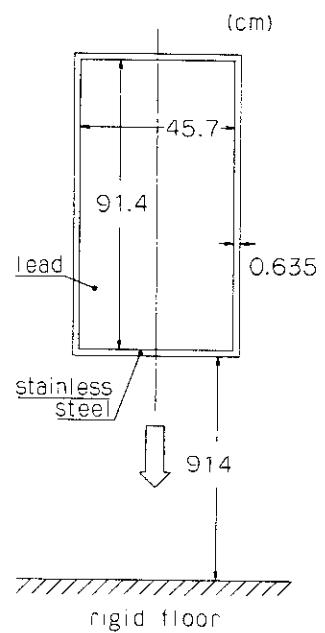


Fig.1 Benchmark problem (II)

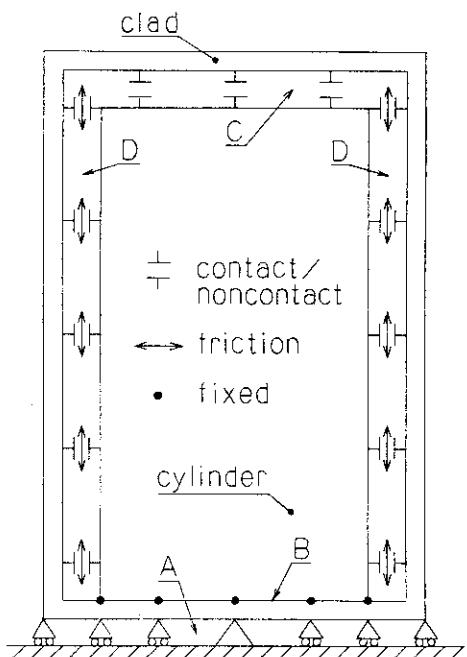


Fig.2 Boundary / contact conditions

13.38 m/sec (g は重力加速度, H は落下距離) の鉛直下方初期速度を与える。

(c) 解析時間

解析時間は 0 から 5.0 msec までである。

(d) 材料定数

(i) 鉛(円柱)

ひずみ速度の影響を考慮した弾塑性構成式である修正 Robinson 式²⁾ (57年度 C A SK 委における第2小委提案) :

$$\sigma = 4.0 (1 + 0.096 \log \dot{\epsilon}) \dot{\epsilon}^{0.32}$$

において $\dot{\epsilon} = 100 \text{ sec}^{-1}$ を仮定した曲線を多直線近似(6直線近似)した応力・ひずみ関係を用いる(Fig. 3における0-①-②-③-④-⑤-⑥)。ただし、計算コードの都合に

より多直線近似入力ができない場合は、2直線近似(Fig. 3における0-①-②)を仮定する。材料定数値を以下に示す。

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{ヤング率: } E = 1500.0 \text{ kg/mm}^2 \text{ (多直線近似)} \\ E = 710.6 \text{ kg/mm}^2 \text{ (2直線近似)} \\ \text{ポアソン比: } \nu = 0.42 \\ \text{降伏応力: } \sigma_y = 0.360 \text{ kg/mm}^2 \text{ (多直線近似)} \\ \sigma_y = 1.560 \text{ kg/mm}^2 \text{ (2直線近似)} \\ \text{ひずみ硬化率: } H' = 6.81 \text{ kg/mm}^2 \text{ (2直線近似)} \\ \text{密度: } \rho = 1.13 \times 10^{-9} \text{ kg} \cdot \text{sec}^2 / \text{mm}^4 \end{array} \right.$$

(ii) 304ステンレス鋼(クラッド)

応力・ひずみ関係は2直線近似を仮定し、ひずみ速度の影響は考慮しない。すべての材料定数値を以下に示す。

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{ヤング率: } E = 19600 \text{ kg/mm}^2 \\ \text{ポアソン比: } \nu = 0.33 \\ \text{降伏応力: } \sigma_y = 31.6 \text{ kg/mm}^2 \\ \text{ひずみ硬化率: } H' = 19.5 \text{ kg/mm}^2 \\ \text{密度: } \rho = 8.0 \times 10^{-10} \text{ kg} \cdot \text{sec}^2 / \text{mm}^4 \end{array} \right.$$

(3) 出力図

出力点O, A, Bの位置をFig. 4に示す。複数点あるいは複数時間の結果を同一図面に出力する場合は、実線(O点, 3msec)と破線(A点, 1msec)により区別する。また、Fig. 13では実線(全エネルギー), 点線(運動エネルギー), 一点鎖線(弾性ひずみエネルギー), 破線(塑性変形, 人工粘性等による逸散エネルギー)により各エネルギーを表示する。

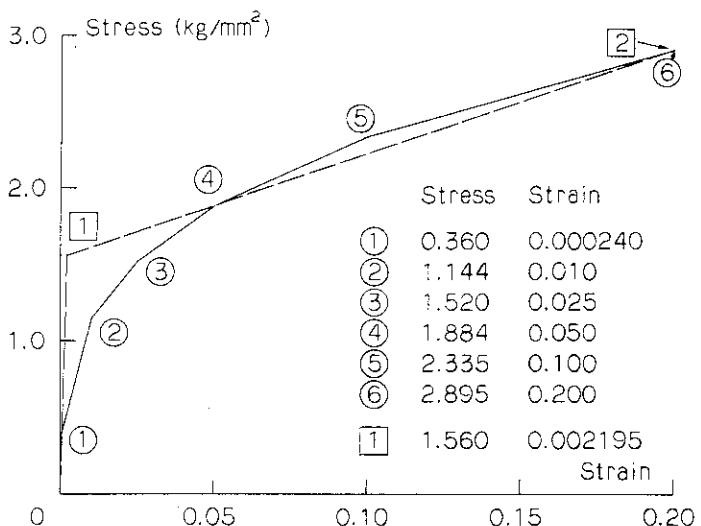


Fig.3 Stress-strain relations for lead

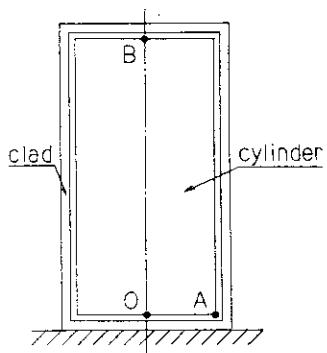


Fig.4 Output points

参考文献

- 1) J.Counts and J.B. Payne : Evaluation of Analysis Methods for Type B Shipping Container Impact Problems, LA-6640 MS (1977).
- 2) キャスク構造解析研究分科会：使用済核燃料輸送容器の構造解析プログラムの開発・整備に関する調査報告書，日本機械学会（1982）。

2.5 あとがき

本ベンチマーク問題は、キャスク構造解析コードの必要条件を検討する目的で設定されたものであり、昨年度の計算結果を踏まえ、材料構成式、クラッドの装着条件、試験体の寸法などに修正および改訂が施されている。

3. ベンチマーク問題の解析と評価

3.1 まえがき

第2章において設定されたベンチマーク問題に対して、参加会社の各グループが以下に示す解析コードを用いて解析した結果を取りまとめる。

クラッド無しの解析

プログラム名	担当グループ名	項
STEALTH-2D	構造計画研究所 日本電子計算 芳沢機工東部	3. 2. 1 3. 3. 1
MARC (A)	日立造船 日立造船情報システム	3. 3. 2
MARC (B)	日揮 間組 日本マーク	3. 2. 2 3. 3. 3
ABAQUS	日本CDC	3. 2. 3 3. 3. 4
ADINA (A)	日立製作所	3. 2. 4 3. 3. 5
ADINA (B)	日本電子計算	3. 2. 5 3. 3. 6
DYNA-3D (A)	日本情報サービス	3. 3. 7
DYNA-3D (B)	日本原子力研究所	3. 2. 6 3. 3. 8
DYNA-2D	日本情報サービス	3. 2. 9
HONDO-II	日本原子力研究所	3. 2. 7 3. 3. 10

プログラム名	担当グループ名	項
DYNAX	東大教養学部	3. 2. 8 3. 3. 11
NEUTDC-02	東大工学部	3. 2. 9 3. 3. 12
ANSYS	センチュリリサーチセンタ	3. 3. 13

クラッド有りの解析

プログラム名	担当グループ名	項
MARC	日本原子力事業 日立運輸 日本マーク	3. 4. 1
PISCES (A)	日本製鋼所 日本CDC	3. 4. 2
PISCES (B)	三菱重工業 三菱総合研究所	3. 4. 3
ABAQUS	日本CDC	3. 4. 4
DYNA-3D	日本情報サービス	3. 4. 5
DYNA-2D	日本情報サービス	3. 4. 6

3.2 試計算例題

3.2.1 STEALTH-2D

(1) 概 説

(a) 解析者および使用プログラム

所 属 機 閣	解 析 者	使 用 プ ロ グ ラ ム
株構造計画研究所	川 上 誠	STEALTH-2D
日本電子計算㈱	丹 羽 一 邦	
芳沢機工東部㈱	村 田 博 一	

(b) 解析法概要

本コードは、ラグランジェ座標系で記述した保存則表示の偏微分方程式を有限差分法により解くものである。空間微分に関しては表面積分法、時間微分に関しては陽な中点オイラー法を採用している。更に詳細な説明は、3.3.1(本解析)を参照されたい。

(c) 使用要素

2次元ラグランジェ・ゾーン要素。格子点で変位、速度、加速度を評価し、応力、歪はゾーン内一定値として評価する。

(d) 使用計算機および計算時間

使 用 計 算 機	計 算 時 間
FACOM M160-F	

(2) 問題概要および解析条件

(a) 問題概要

断面積 $A = 1.0 \text{ mm}^2$ 、長さ $L = 5.0 \text{ mm}$ の1次元棒が、初期速度 $V_0 = 1 \text{ m/sec}$ で剛壁に衝突する場合の動的圧縮問題を、 $t = 2\sqrt{E/\rho}$ まで解く。

(b) 解析条件

① 境界条件

Fig 1 の2次元軸対称モデルにおいて、対称軸上での半径方向変位、および円柱底面での鉛直向変位を拘束。剛床は滑らかとし、リバウンドは考慮しない。

② 要素数、節点数、総自由度数

Fig 1 に示すように、 4×25 の格子点からなり、ゾーン数 72、格子点数 100、総自由度数 71。

③ 時間積分法

陽的中央差分法

④ 時間増分

時間増分 Δt は、クーランの安定条件を満足するようにプログラム内部で自動計算される。クーランの安定条件は、下式で与えられる。

$$\Delta t^* = \Delta l_{\min} / C \quad (1)$$

ここで、 Δl_{\min} は全メッシュ中の最小ゾーン長さ、 C は縦波伝播速度である。ただし Δt の初期値 Δt_0 は

$$\Delta t_0 = 0.02 \text{ } \mu\text{sec} \quad (2)$$

であり、一般時刻 n での Δt はほぼ次式である。

$$\Delta t_n = 0.07 \text{ } \mu\text{sec} \quad (3)$$

解析初期においては、 Δt_0 を 20 % ずつ漸増させ Δt_n に滑らかに移行するように調整している。

⑤ 質量マトリックス

対角集中質量マトリックスに相当する。

⑥ 塑性計算法

Von Mises の降伏条件式を用い Prandtl - Reuss の流れ則に従って偏差応力を修正する Willkins の手法による。更に詳細な説明は、3.3.1 (本解析) を参照されたい。

(3) 材料データ

鉛の歪速度依存性を表わす修正 Robinson の式

$$\sigma = A (1 + B \log_{10} \dot{\epsilon}) \epsilon^n$$

$$A = 4.0 \text{ kg/mm}^2, B = 0.096, n = 0.31$$

で、歪速度を一定 ($\dot{\epsilon} = 100/\text{sec}$) とした場合、

$$\sigma = 4.768 \epsilon^{0.31} \text{ kg/mm}^2 \quad (4)$$

を採用し、これを多直線近似した。多直線の折点は、以下の様である。

$$\epsilon = \begin{cases} 2.4 \times 10^{-4} & ((4)式と \sigma = E \epsilon の交点) \\ 1.0 \times 10^{-3} \sim 1.0 \times 10^{-2} & は 1.0 \times 10^{-3} \text{ 毎} \\ 1.0 \times 10^{-2} \sim 1.0 \times 10^{-1} & は 1.0 \times 10^{-2} \text{ 每} \\ 1.0 \times 10^{-1} \sim 1.0 & は 1.0 \times 10^{-1} \text{ 每} \end{cases}$$

なお、その他の物性値は下記の値を用いた。

$$E = 1500 \text{ kg/mm}^2$$

$$v = 0.42$$

$$\rho = 1.13 \times 10^{-9} \text{ kg} \cdot \text{sec}^2 / \text{mm}^4$$

(4) 解析結果および考察

Fig 2, 3, 4 は各々、頭部中央点 B における鉛直方向変位、速度、加速度の時刻歴である。変位は衝突後単調に増加し、8 μsec 付近で最大値 $5.4 \times 10^{-4} \text{ cm}$ を示す。速度は、底面衝撃波が頭部に到達する時刻 2.7 μsec 付近まではほぼ初速度を保ち、衝撃波到達以後、高周波成分を持ちながら漸減する。これに対応して加速度も高周波成分を示すが、初期時刻では数値解析上のノイズが若干現われている。

Fig 5, 6 あるいは 7, 8 は各々、底部 B' における鉛直方向応力 (あるいは相当応力) の時刻歴である。初期降

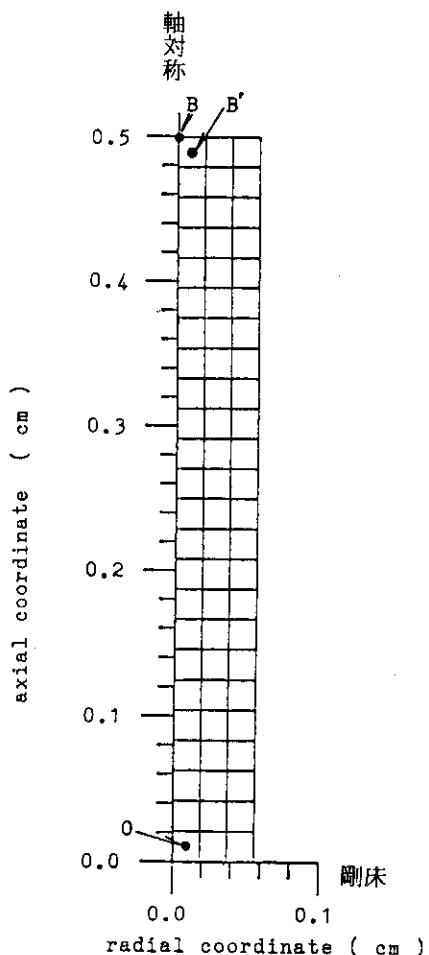


Fig. 1 Mesh subdivision

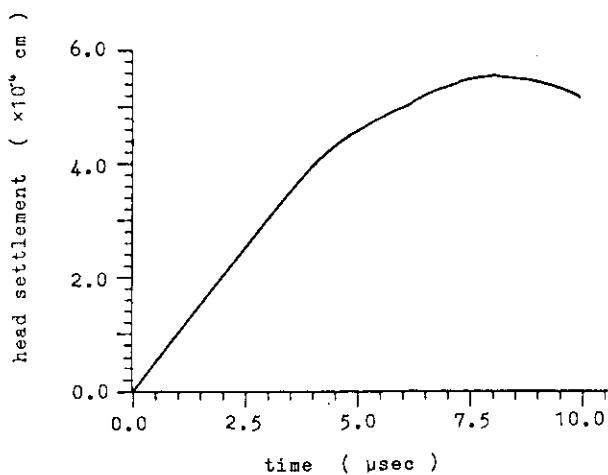


Fig. 2 Time history of head settlement (B)

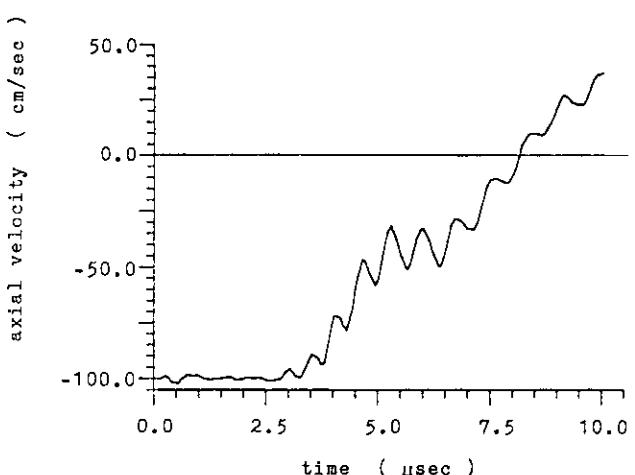


Fig. 3 Time history of axial velocity at head (B)

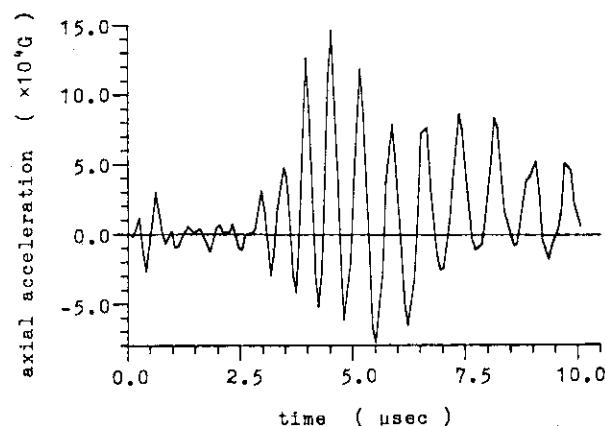


Fig. 4 Time history of axial acceleration at head (B)

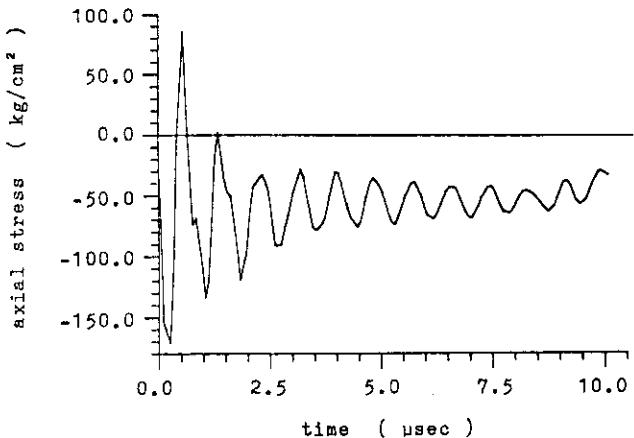


Fig. 5 Time history of axial stress at bottom (O)

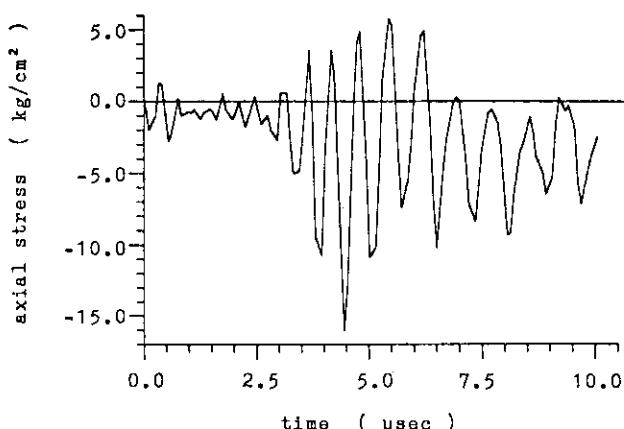


Fig. 6 Time history of axial stress at head (B')

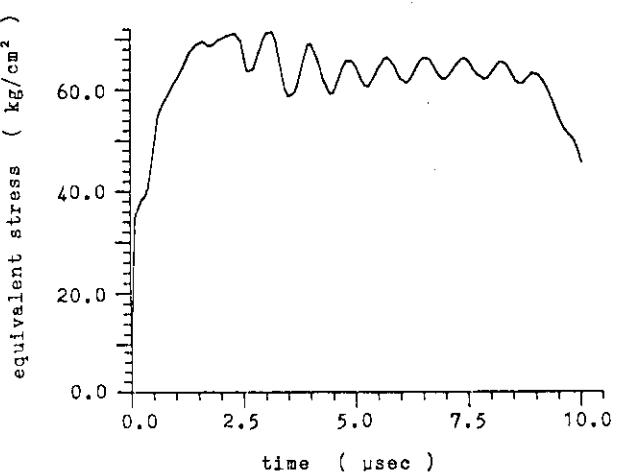


Fig. 7 Time history of equivalent stress at bottom (O)

伏応力は約 36 kg/cm^2 であるから、底部は降伏域に十分入っているが、頭部は弾性域内にとどまっている。いずれも高周波成分を含んでいるが、その周期は半径方向に縦波が往復する周期 $0.6 \mu\text{sec}$ に近い値である。

Fig. 9, 10 は各々、底部O、頭部B'における鉛直方向歪の時刻歴である。初期降伏歪は約 2.4×10^{-4} であるから、底部は降伏域に十分入っているが、頭部は弾性域内にとどまっている。

Fig. 11, 12 は各々、底部O、頭部B'における相当塑性歪の時刻歴である。底部Oは0.2%程度の塑性歪が発生しているが、頭部B'は発生していないことがわかる。

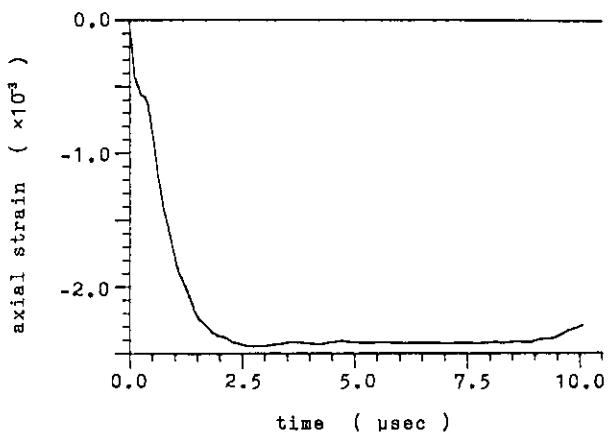


Fig. 9 Time history of axial strain at bottom (O)

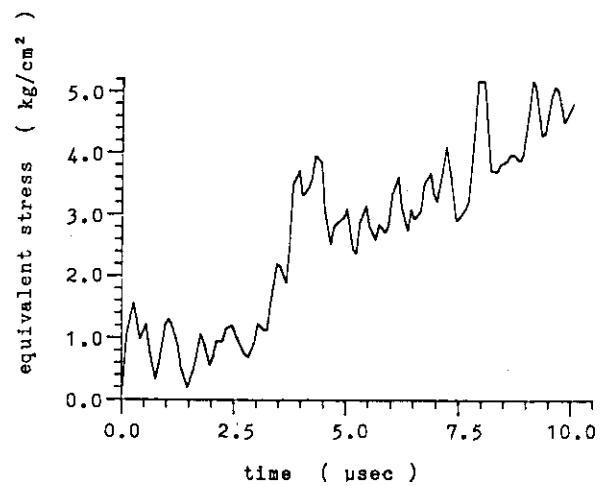


Fig. 8 Time history of equivalent stress at head (B')

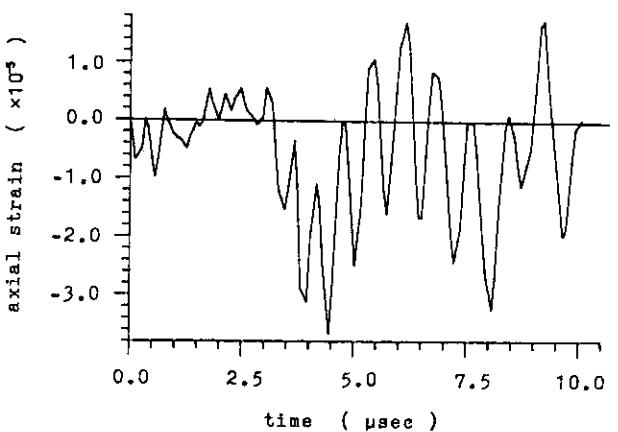


Fig. 10 Time history of axial strain at head (B')

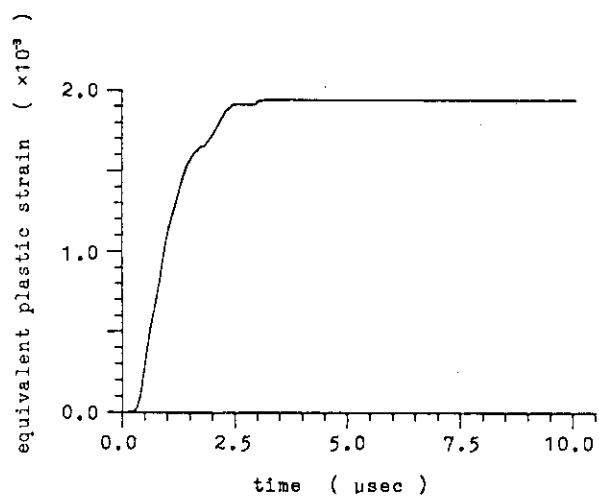


Fig. 11 Time history of equivalent plastic strain at bottom (O)

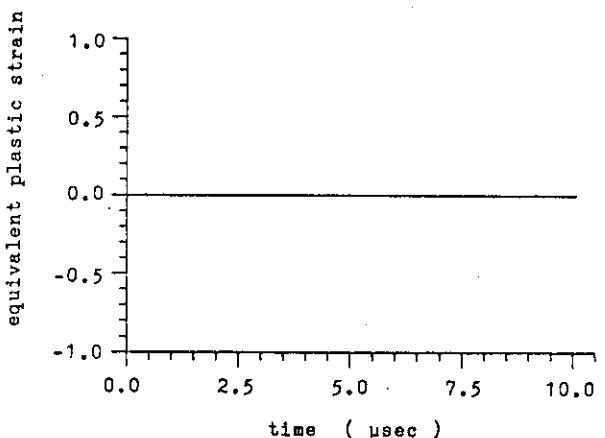


Fig. 12 Time history of equivalent plastic strain at head (B')

Fig. 13, 14 は各々、底部O、頭部B'における相当歪速度の時刻歴である。これらは Fig. 9, 10 と対応するものであり、底部では 2.5 μsec 以後ほとんど歪変化はない。頭部では大きく変動するがその値は極めて小さい。解析初期においてノイズが現われているが、全体の挙動に大きな影響は及ぼさないと考えられる。

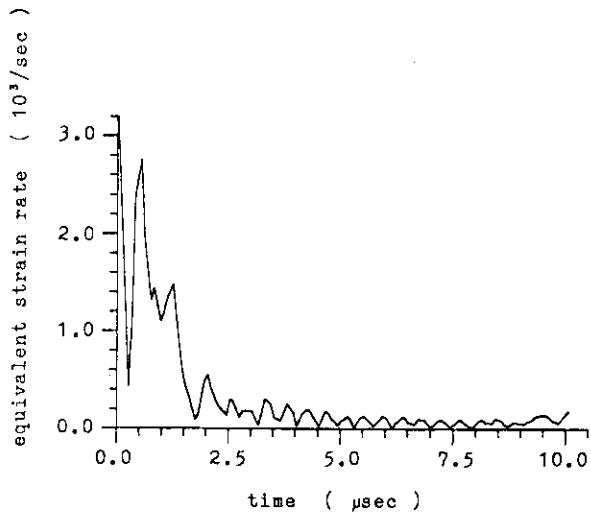


Fig. 13 Time history of equivalent strain rate at bottom (O)

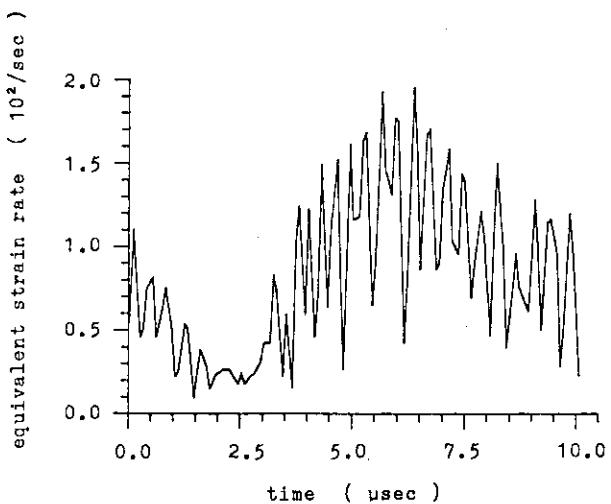


Fig. 14 Time history of equivalent strain rate at head (B')

3.2.2 MARC (B)

(1) 概 説

(a) 解析者および使用プログラム

所属機関	解 析 者	使用プログラム
日 指 指	浜 中 卓	
間 組	三 好 昭 生	MARC
日本マーク	丸 山 能 生 山 懸 延 樹	

(b) 解析法概要

MARC は有限要素法による非線形構造解析汎用プログラムである。本計算では、材料のひずみ速度効果を考慮して弾塑性応答解析を行った。

(c) 使用要素

三次元ト拉斯要素

(d) 使用計算機および計算時間

使 用 計 算 機	計 算 時 間
FACOM M-200	14 sec

(2) 問題概要および解析条件

(a) 問題概要

長さ 5 mm, 断面積 1 mm² の棒が 1000 mm/sec の一定速度で飛行しているものとし、これの一端を瞬間的に固定するものとする（符号関係で衝突と逆の関係となる）。なお、棒の密度は 1.13×10^{-9} kg · sec² / mm⁴ とする。

(b) 解析条件

① 境界条件

図のように一端のみ固定とする。

② 要素分割

要素数 = 5, 節点数 = 6, 総自由度数 = 5

③ 時間積分法

Newmark - β 法 ($\gamma = \frac{1}{2}$, $\beta = \frac{1}{4}$)。

④ 時間増分

$\Delta t = 0.2 \mu\text{s}$ ($C = \sqrt{E/\rho} = 1.152 \times 10^6$ mm/sec) 76 ステップ 15.2 μs まで計算する。

⑤ 質量マトリックス

lumped mass

⑥ 塑性計算法

接線剛性法に基づき反復計算を行い、ひずみエネルギーの変化により収束判定を行う。

(3) 材料データ

ヤング率は 1500 kg/mm² とし、降伏応力 σ_y はひずみ速度の関数として次式で求める。

$$\sigma_y = 4 (1 + 0.096 \dot{\varepsilon}_t) (\sigma_y/E)^{0.31}$$

塑性範囲では、ひずみ硬化率 ($\dot{\varepsilon}_t = 100 \text{ sec}^{-1}$ で代表) を用い多直線近似する。

(4) 解析結果および考察

Fig 1 および Fig 2 はそれぞれ応力とひずみの時刻歴を示す。Element - 5 は弾性範囲にある。Fig 3 はひずみ速度の時刻歴を、Fig 4 は棒の自由端での変位の時刻歴を示す。Fig 5 は Element - 1 での応力 - ひずみ関係を示す。図中の数字は、その点でのひずみ速度を示し、点線はひずみ速度が 100 sec^{-1} の場合の応力 - ひずみ関係を示す。これより、プログラムでの計算は妥当な応力 - ひずみ関係のもとに計算されたと考えられる。

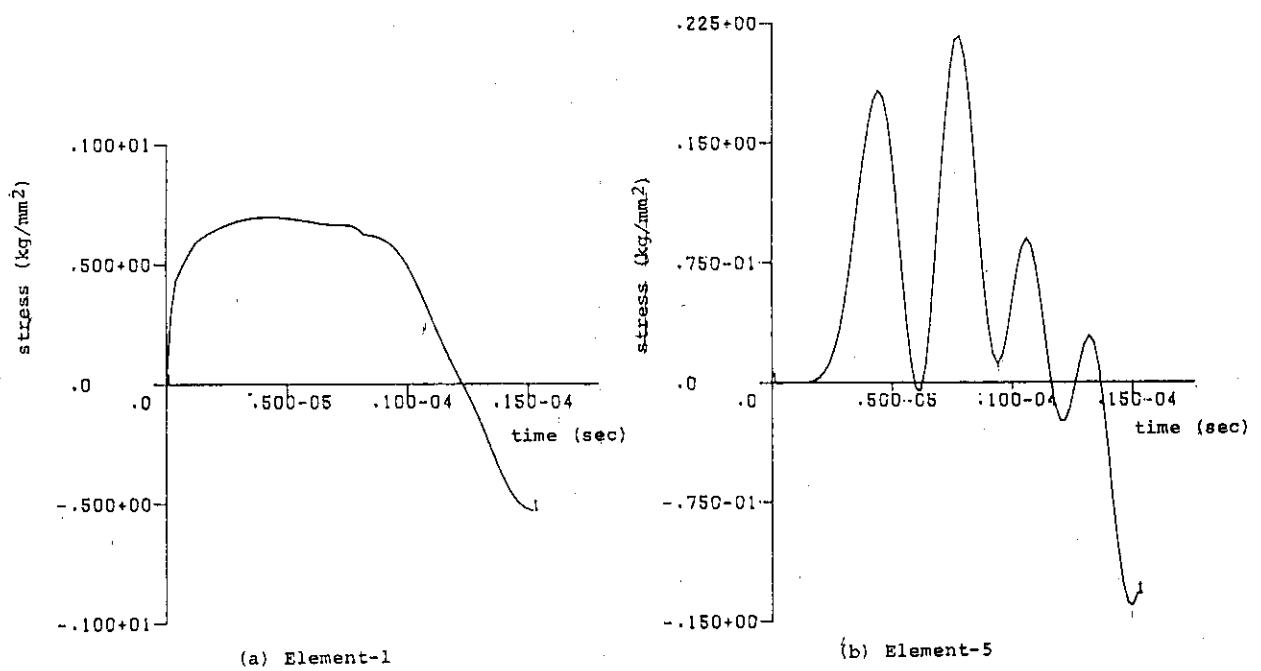


Fig.1 Time history of stress

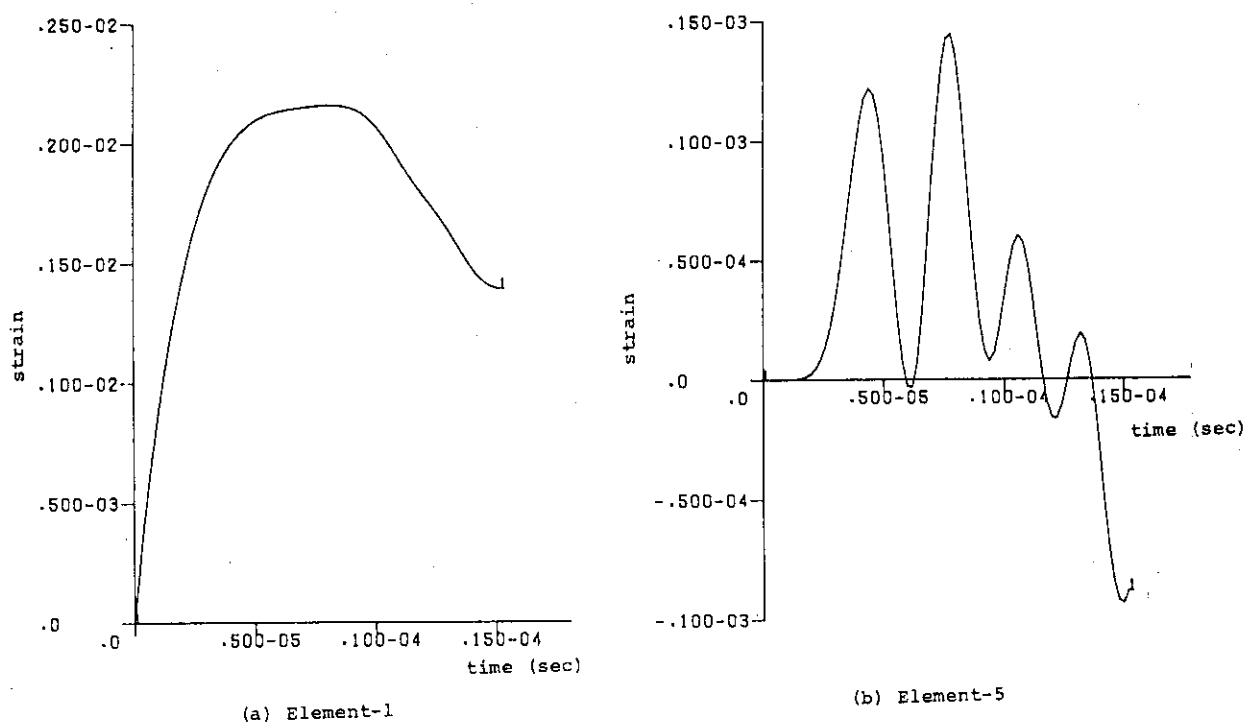


Fig.2 Time history of strain

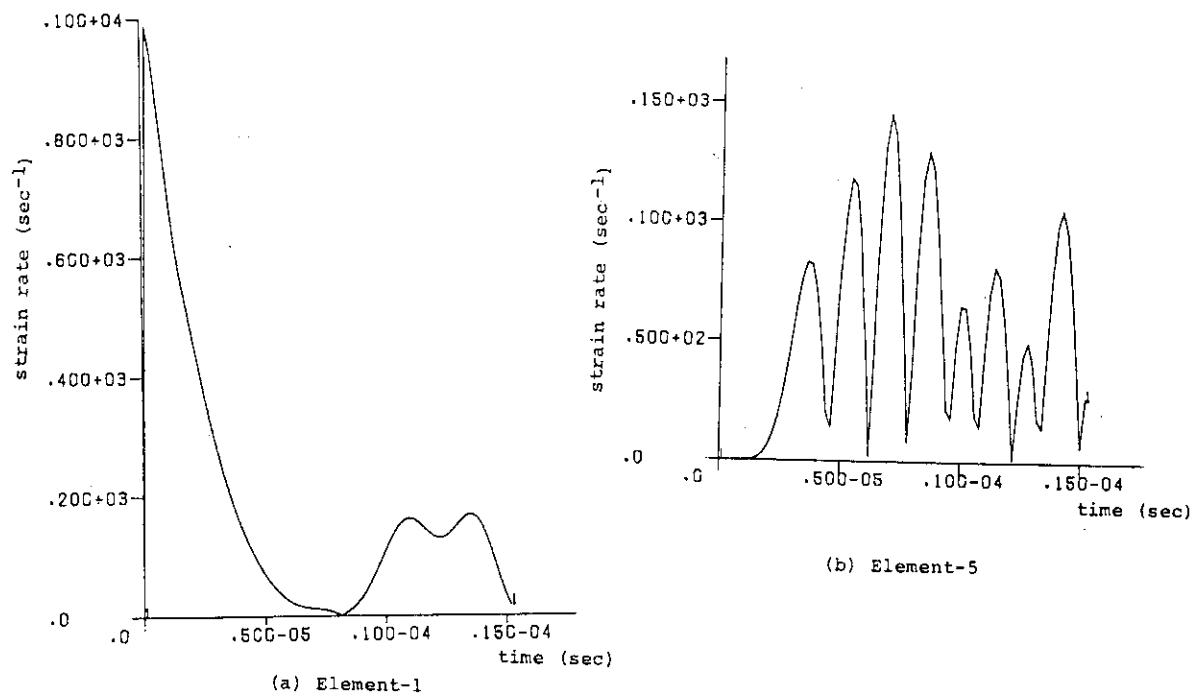


Fig.3 Time history of strain rate

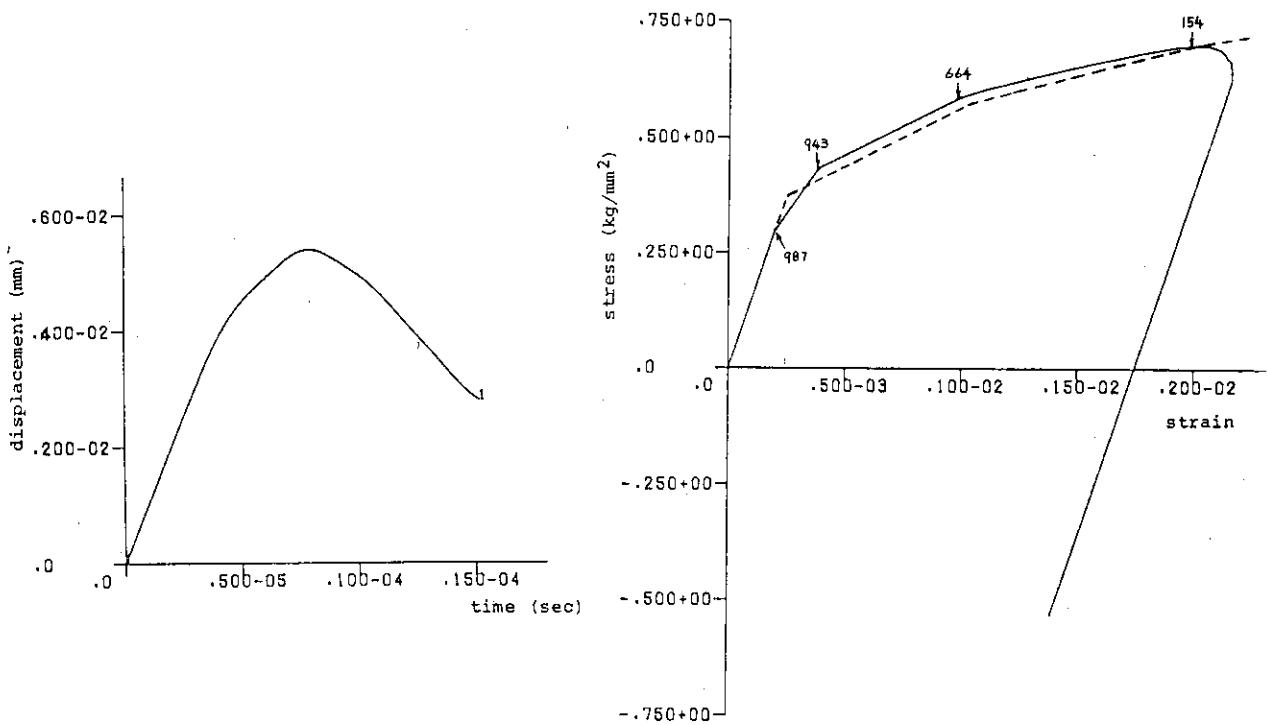


Fig.4 Time history of displacement (Node-6)

Fig.5 Stress-strain relation (Element-1)

3.2.3 ABAQUS

(1) 概 説

(a) 解析者および使用プログラム

所 属 機 間	解 析 者	使 用 プ ロ グ ラ ム
日本シーディーシー株	松 元 正 敏	ABAQUS-V4
	久 保 宏 昭	

(b) 解析概要

ABAQUSは、米国の Hibbit, Karlson and Sorensen, Incにおいて開発された有限要素法による汎用構造解析プログラムである。

特に、非線形解析を安定した形で行うため、荷重増分、時間増分の自動決定のような解析過程での精度制御に努力が払われており、材料非線形、幾何学的非線形および境界非線形問題を効率よく解析することができる。

本解析は、時間増分の自動決定機能を使用して動的非線形（有限ひずみ・弾塑性）解析を行なったものである。

(c) 使用要素

2節点トラス要素(C1D2)

自由度 U_x, U_y, U_z

要素節点の番号付け、積分点番号を示す。

(d) 使用計算機および計算時間

使 用 計 算 機	計 算 時 間
C D C C Y B E R 176	31.448 sec

(2) 問題概要および解析条件

(a) 問題概要

断面積 $A = 1.0 \text{ (mm}^2\text{)}$ 、長さ $L = 5.0 \text{ (mm)}$ 、密度 $\rho = 1.13 \times 10^{-9} \text{ [kg} \cdot \text{sec}^2/\text{mm}^4\text{]}$ の一次元棒の一端を固定し全節点に対し、初速度 $V_0 = 1.0 \times 10^3 \text{ [mm/sec]}$ を与えた時の、応答を $10 \mu\text{sec}$ まで解析する。

解析対象物の形状、寸法を次図に示す。

(b) 解析条件

① 境界条件

一次元棒の一端 ($X = 0$) を完全固定する。

② 要素分割

要素分割図を Fig 1 に示す。



Fig 1 Mesh subdivision

要素数 = 10, 節点数 = 11, 総自由度 = 30, ただし, 拘束点の自由度は除く。

③ 時間積分法

運動方程式を積分する手法は, Hilbs - Hughere - Taylor 法である。この手法は, Newmark の β 法の拡張であり, 人工減衰を導入することができる。この方法は, 減衰をコントロールするパラメータ α があり, $- \frac{1}{2} < \alpha < 0$ の範囲をとることができる。 $\alpha = 0$ の場合は人工減衰は存在せず, Newmark の $\beta = \frac{1}{4}$, $\tau = \frac{1}{2}$ に等しい。 α を $-\frac{1}{2}$ に向って減少させることによって人工減衰を増大することができる。本解析では, $\alpha = -0.05$ を使用した。

④ 時間増分

初期時間増分を $\Delta t_0 = 0.1 \mu\text{sec}$ とし可変時間増分機能を使用して $10 \mu\text{sec}$ まで解析する。 Δt_0 は, 縦波の伝播速度, メッシュサイズより求めた。また可変時間増分は, 時間増分の中間における残差によって制御される。

⑤ 塑性計算法

Newton 法, 1 回の増分における繰り返し(反復)の最大数として 6 を指定。

(3) 材料データ

ヤング率 (E)	1500.0 kg / mm ²
ポアソン比 (ν)	0.42
降伏応力 (σ_y)	0.3598 kg / mm ²
密度	$1.13 \times 10^{-9} \text{ kg} \cdot \text{sec}^2 / \text{mm}^4$

応力・ひずみ関係は, ABAQUS では, 次式でひずみ速度依存を考慮することができる。

$$\frac{\dot{\epsilon}}{\epsilon} p l = D \left(\frac{\sigma_y}{\sigma_0} - 1 \right) p \quad (1)$$

$\frac{\dot{\epsilon}}{\epsilon} p l$: 塑性相当ひずみ速度

σ_0 : 静的降伏応力

σ_y : $\frac{\dot{\epsilon}}{\epsilon} p l$ に依存した降伏応力

D , P : 材料による定数

修正 Robinson 式は,

$$\sigma_t = 4.0 (1 + 0.096 \log_{10} \dot{\epsilon}_t) \dot{\epsilon}_t^{0.31} \quad (2)$$

で示される。(2)式は σ_t , $\dot{\epsilon}_t$, ϵ_t の関数となるが, (1)式では σ_t , $\dot{\epsilon}_t$ の関数となる。よって $\dot{\epsilon}_t$ を適当な値の一定値をとり, (2)式を, (1)式に変換して(1)式の D , P を求めた。

(4) 解析結果および考察

解析結果を以下の図に示す。

$X = L$ (自由端) における図

- 変位の時刻歴 Fig 2
- 軸方向応力の時刻歴 Fig 3
- 軸方向ひずみの時刻歴 Fig 4
- ひずみ速度の時刻歴 Fig 5
- 軸方向速度の時刻歴 Fig 6
- 軸方向加速度の時刻歴 Fig 7

 $X = O$ (固定端) における図

- 軸方向応力の時刻歴 Fig 8
- 軸方向ひずみの時刻歴 Fig 9

(a) 変形

約 $9.6 \mu\text{sec}$ で最大の変形をしており、 $X = L$ の点において $6.2 \times 10^{-3} \text{ mm}$ の変位を示す。

(b) 速度、加速度

速度は $3. \mu\text{sec}$ をすぎたあたりからゆるやかに減少をはじめ、約 $9.5 \mu\text{sec}$ で上向きの速度に変化している。加速度は、約 $4.5 \mu\text{sec}$ で最大値を示している。

(c) 応力・ひずみ

解析期間で $X = O$ では圧縮の状態を示しており、 $9. \mu\text{sec}$ をすぎたあたりで圧縮が減少する傾向を示している。

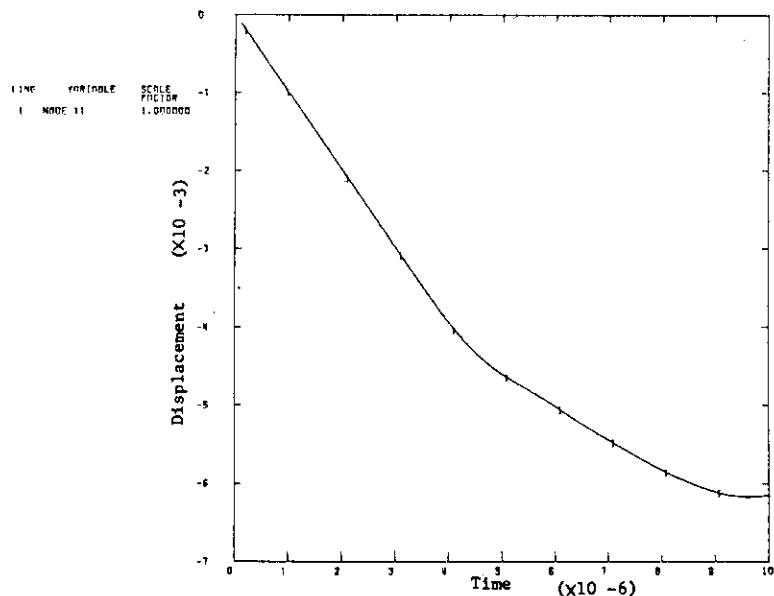


Fig. 2 Time history of displacement

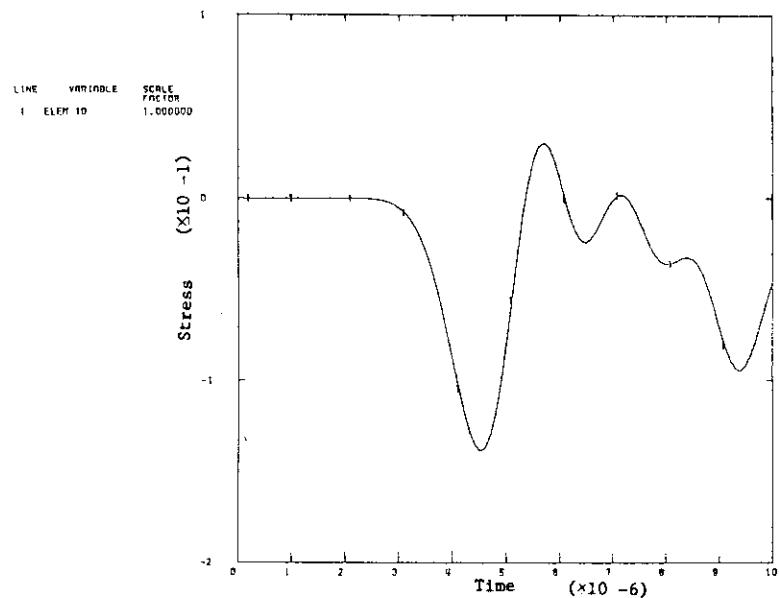


Fig.3 Time history of axial stress

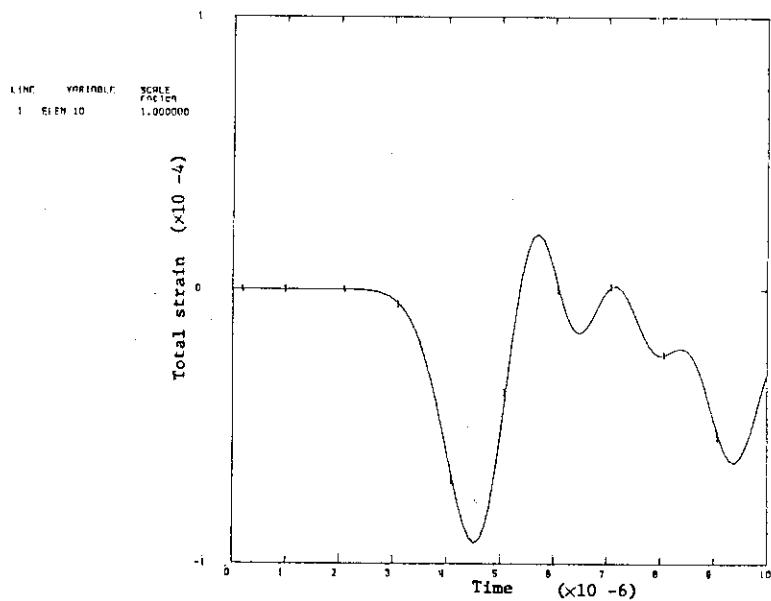


Fig.4 Time history of axial strain

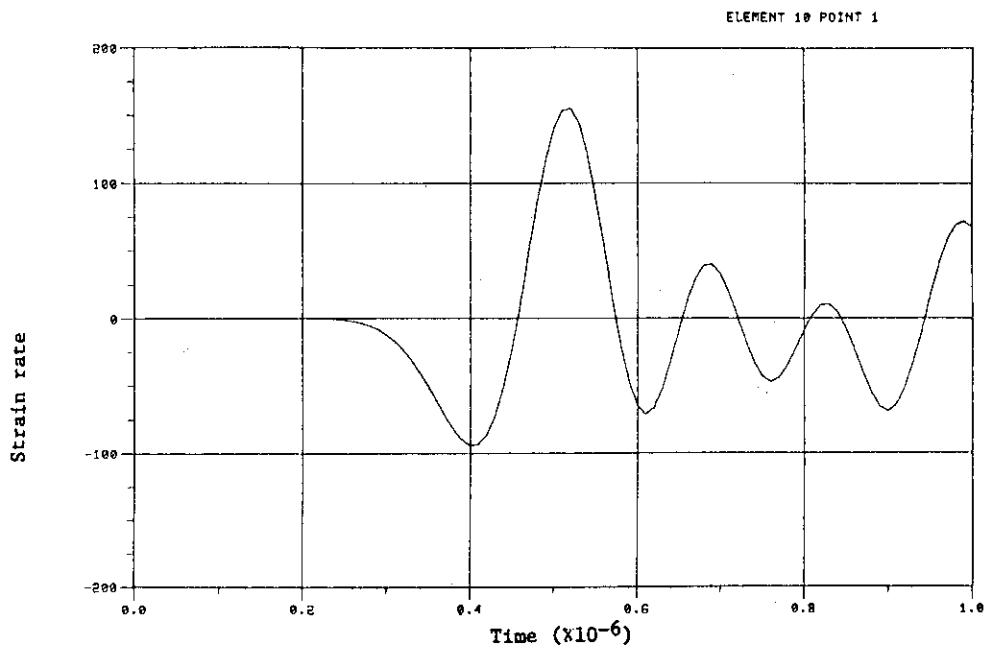


Fig.5 Time history of strain rate

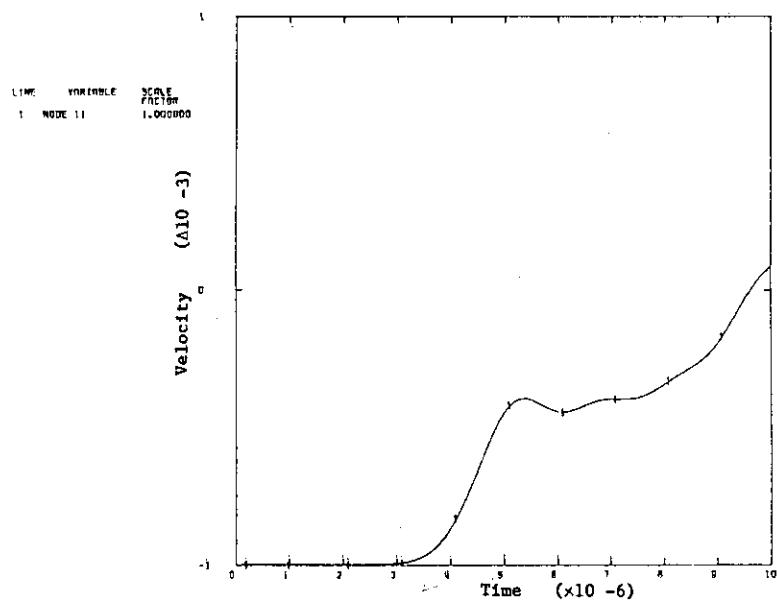


Fig.6 Time history of axial velocity

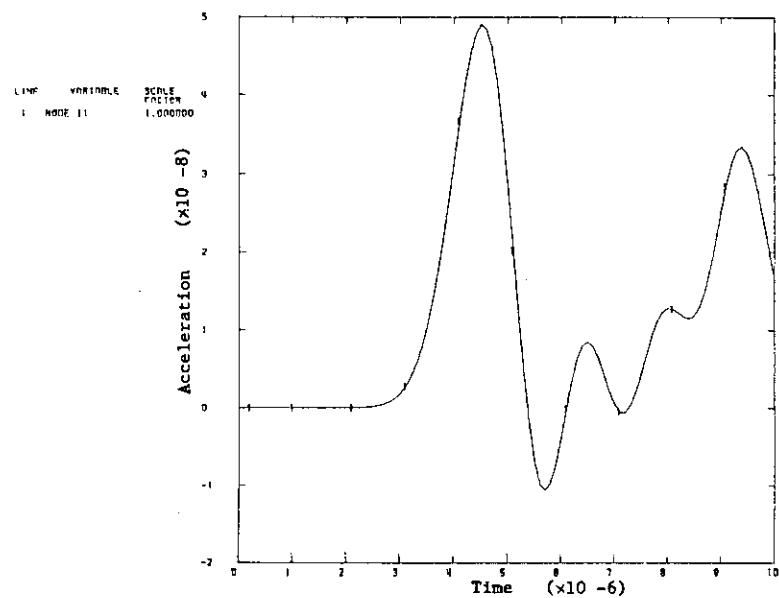


Fig.7 Time history of axial acceleration

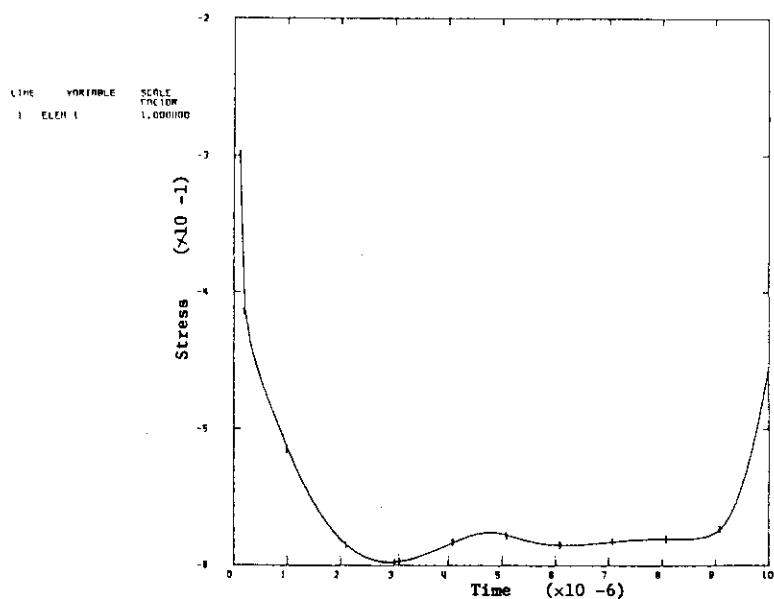


Fig.8 Time history of axial stress

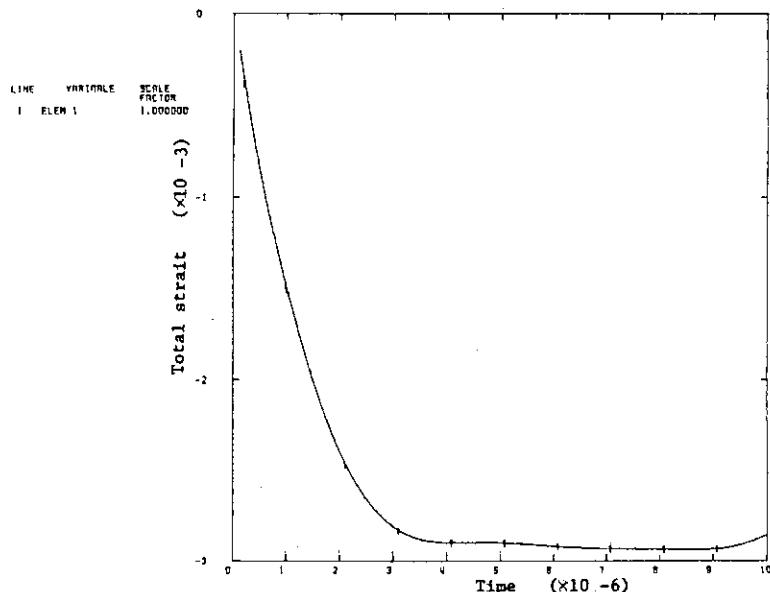


Fig.9 Time history of axial strain

3.2.4 ADINA (A)

(1) 概 説

(a) 解析者および使用プログラム

所 属 機 閣		使用プログラム
株式会社日立製作所機械研究所	千葉 矢正	ADINA

(b) 解析法概要

ADINAはMITのBatheにより開発された、動的静的非線形構造解析用の有限要素法プログラムである⁽¹⁾。塑性特性のひずみ速度依存性考慮の計算方法は文献(2)によっており、そのためにADINAの塑性計算部分を改造してある。また、エネルギー計算等の補助的な機能も追加している。

(c) 使用要素

軸対称8節点アイソパラメトリック要素

空間積分法：ガウス、次数： 2×2

(2) 問題概要および解析条件

(a) 問題概要

直径1.128 mm、長さ5 mmの鉛円柱が初速度1 m/sで剛体壁に衝突した場合の衝撃解析を行う。材料の塑性特性のひずみ速度依存性効果を考慮する。

(b) 解析条件

① 境界条件

対称軸上で半径方向変位を固定、円柱底部で軸方向変位を固定し反跳は考慮しない。

(2) 要素数、節点数、自由度数

要素数 5

節点数 28

(3) 時間積分法

Wilson - θ 法 ($\theta = 1.4$)

(4) 時間増分

解析時間は $0 \sim 10 \mu\text{s}$ とし、時間増分 Δt は $\Delta t = 0.1 \mu\text{s}$ 一定とする。従って解析ステップ数は 100 となる。

(5) 質量マトリックス

コンシスティントマスマトリックスを用いる。

(6) 塑性計算法

接線剛性法で、各ステップにて剛性マトリックスを新たに計算し直す。収束計算方法には BFGS 法を用いた。

降伏判定は Mises 条件により、塑性ひずみ増分は関連流動則により計算する。

(7) 大変形定式化

初期座標値を基準にする total Lagrangian formulation によった。

(8) ひずみ速度依存性 (文献 2)

i) ひずみ速度の算出

ひずみ速度テンソル $\dot{\epsilon}$ は次式により節点速度ベクトル V^N より求める。

$$\dot{\epsilon} = BV^N$$

ここに、 B は節点変位 - ひずみマトリックスである。ひずみ速度尺度 $\dot{\epsilon}$ は、ひずみ速度テンソル $\dot{\epsilon}$ の偏差成分の 2 次不変量をとる。

$$\dot{\epsilon} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{|I_2|}, \quad |I_2| = \frac{1}{2} \dot{\epsilon} : \dot{\epsilon}$$

ここに、 $\dot{\epsilon}$ は $\dot{\epsilon}$ の偏差成分を示す。

ii) 初期および後続降伏応力

基準となる「静的」降伏応力を、ひずみ速度 $\dot{\epsilon}$ の値に応じて変化させたものを、各ステップにおける降伏応力として用いる。

(3) 材料データ

(a) 弹性および質量定数

縦弾性係数 1500 kgf/mm^2

ポアソン比 0.42

質量密度 $1.13 \times 10^{-9} \text{ kgf} \cdot \text{s}^2 / \text{mm}^4$

(b) 「静的」応力ひずみ関係

ひずみ速度 $\dot{\epsilon} = 0.1 \text{ s}^{-1}$ に対する修正 Robinson の式を多直線近似して用いる。

(c) ひずみ速度依存性

降伏応力 σ (kgf/mm^2) は修正 Robinson 則 $\sigma = 4 (1 + 0.096 \log \dot{\epsilon}) \dot{\epsilon}^{0.31}$ に従う。但し、ひずみ速度 $\dot{\epsilon} = 0.1 \text{ s}^{-1}$ を境にして取扱いを区別する。即ち、

① ひずみ速度が 0.1 s^{-1} より小さい場合

ひずみ速度効果を無視する。

② ひずみ速度が 0.1 s^{-1} より大きい場合

次式によりひずみ速度効果を考慮する。

$$\text{降伏応力 } \sigma_d = \sigma_s (1 + 0.096 \log \dot{\epsilon})$$

$$\text{接線剛性 } F_d = F_s (1 + 0.096 \log \dot{\epsilon})$$

ここに、添字 d , s はそれぞれ、動的、静的を意味する。

(4) 解析結果

Fig. 1 頭部変位の時刻歴

Fig. 2 頭部速度の時刻歴

Fig. 3 底部の相当塑性ひずみの時刻歴

Fig. 4 底部のひずみ速度時刻歴

Fig. 5 底部の応力ひずみ関係

Fig. 5 より本試算例においてはひずみ速度効果が正しく計算されていることがわかる。

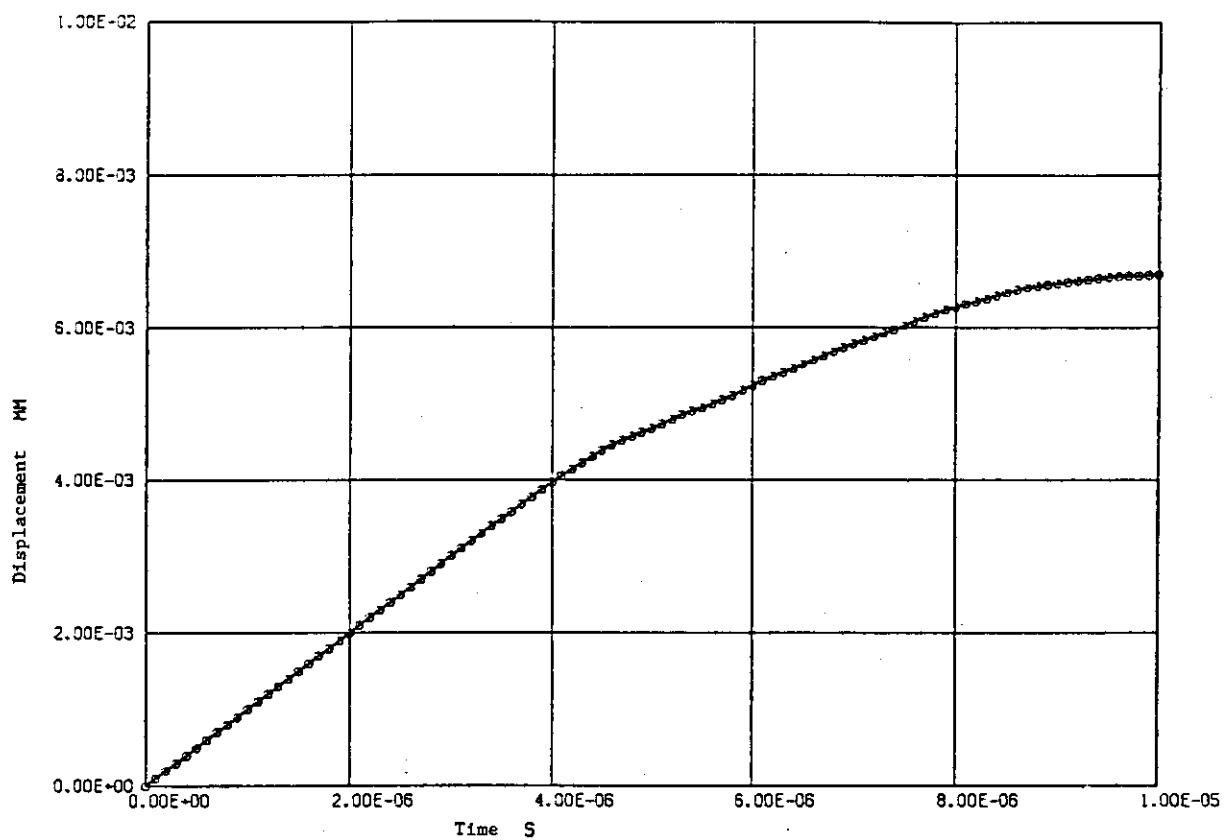


Fig.1 Time history of head settlement

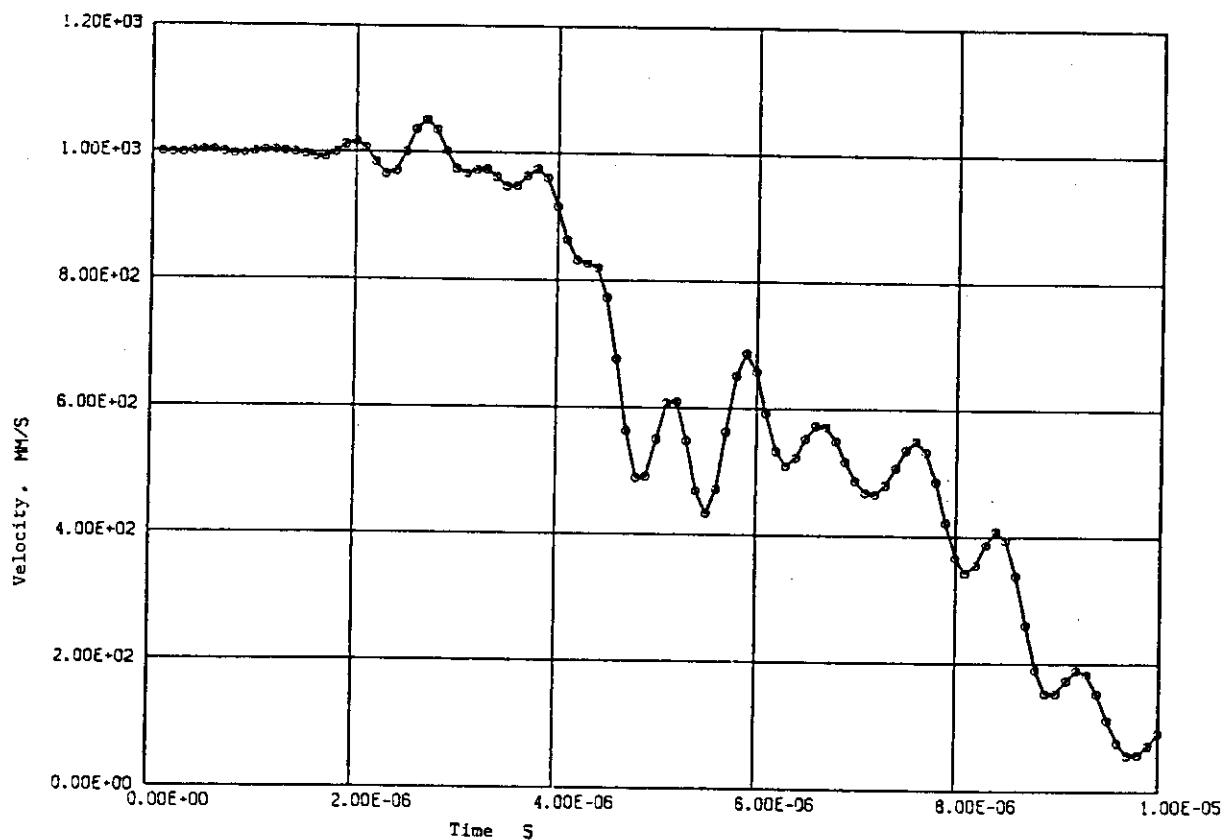


Fig. 2 Time history of axial velocity at head

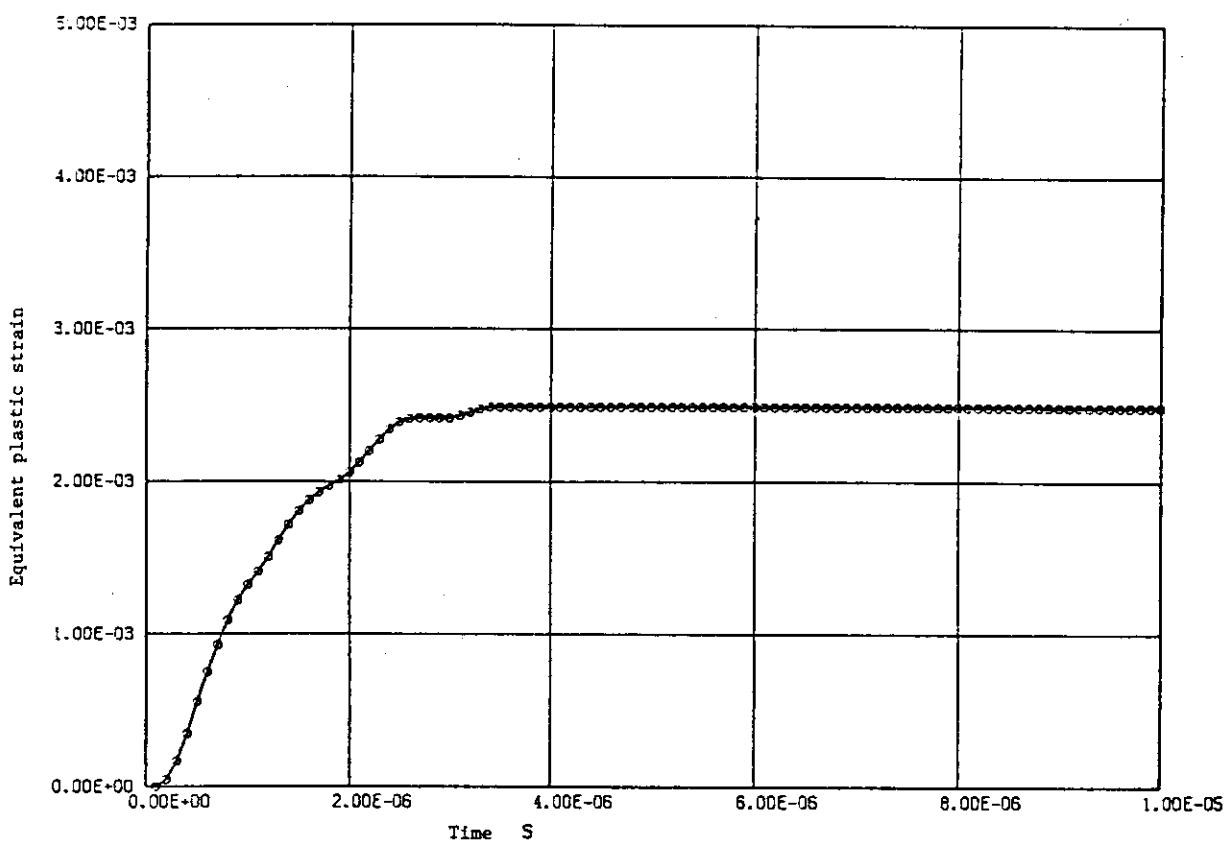


Fig. 3 Time history of equivalent plastic strain at bottom

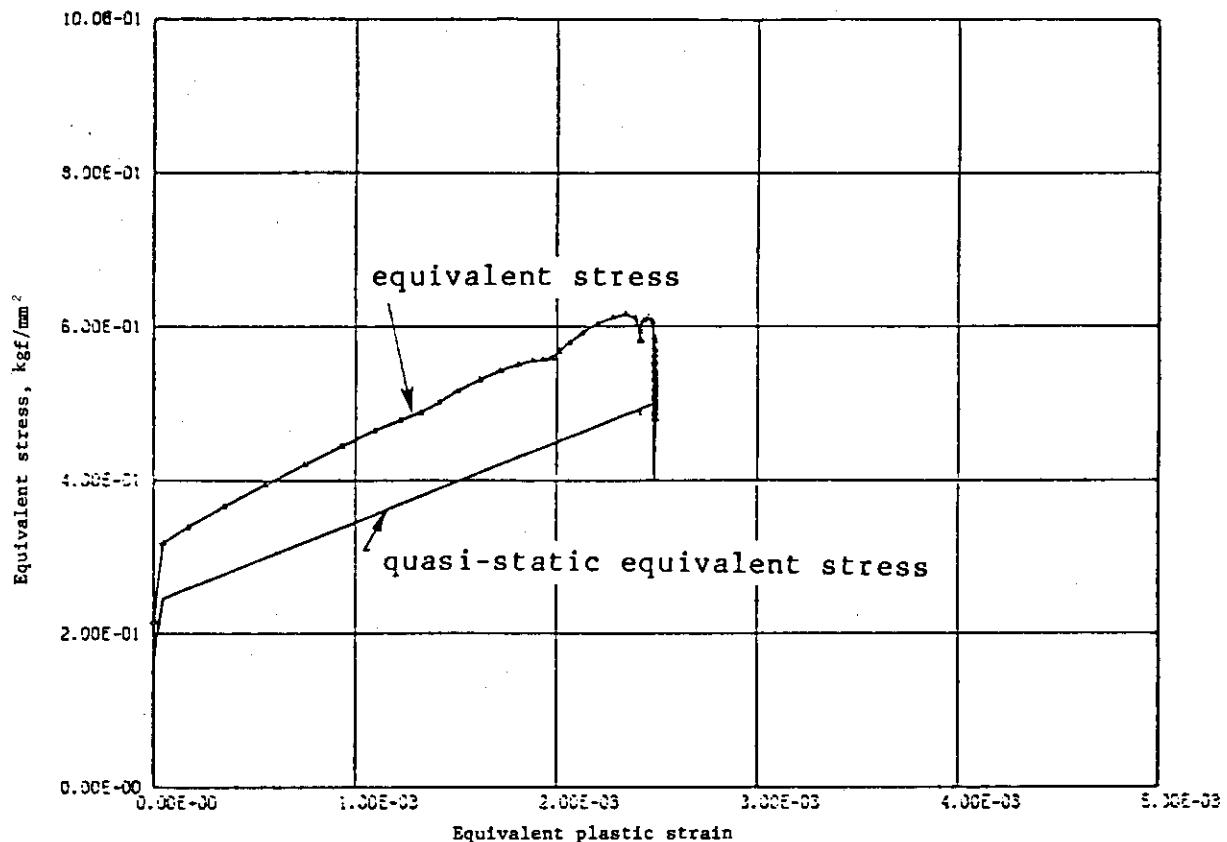


Fig. 4 Time history of equivalent strain rate

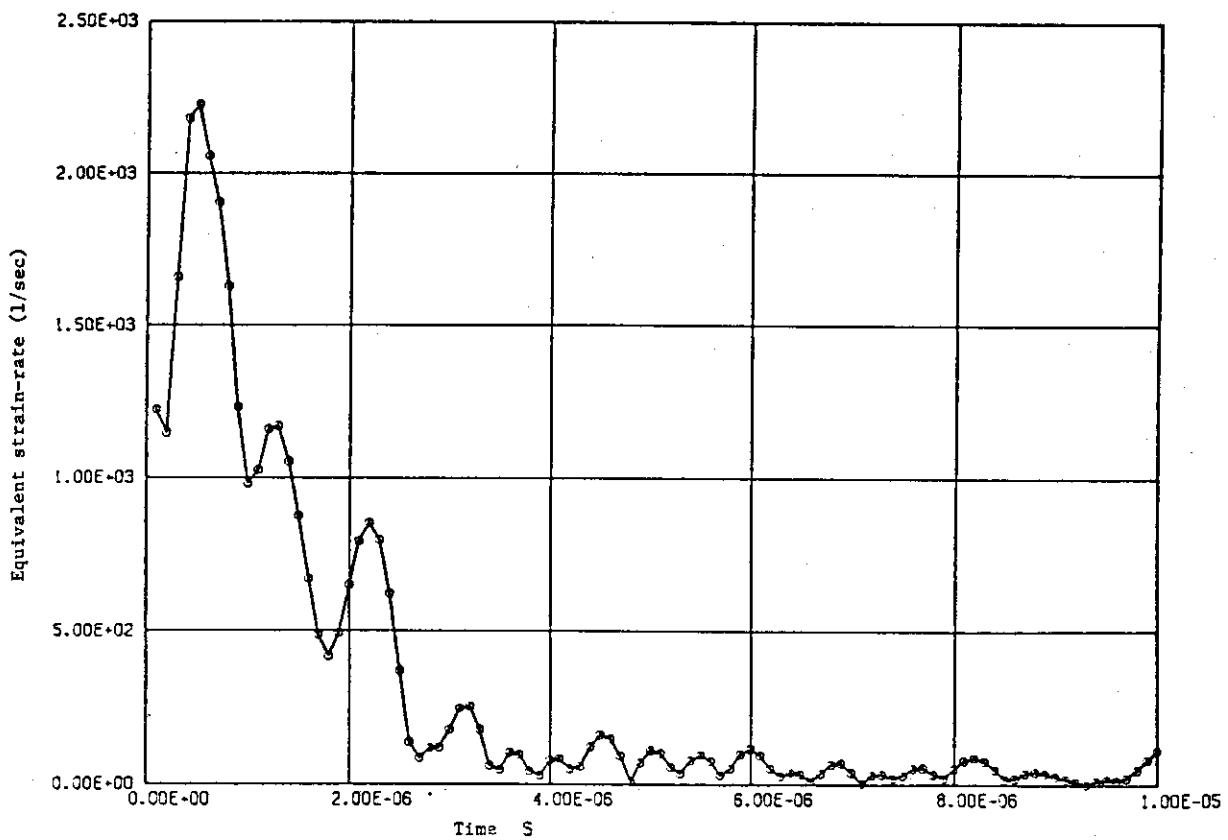


Fig. 5 Stress - strain relation

文 献

- 1) Bathe, K. J., Static and Dynamic Geometric and Material Nonlinear Analysis Using ADINA, MIT Report 82448-2, 1976.
- 2) 千葉, ひずみ速度依存性を示す弾塑性体の有限要素法解析, 日本機械学会講演論文集, 820-1 (1982-3, 4), 220。

3.2.5 ADINA (B)

(1) 概 説

(a) 解析者および使用プログラム

所属機関	解 析 者	使用プログラム
日本電子計算機	藤田義彦 丹羽一邦 菊池雅男	ADINA

(b) 解析概要

ADINA (Automatic Dynamic Incremental Nonlinear Analysis) はマサチューセッツ工科大学において K. J. Bathe によって開発された汎用の有限要素法構造解析プログラムである。解析機能としては、静的解析と動的解析およびこれらの弾塑性クリープ解析(材料非線形解析)、幾何学的非線形解析が可能である。

ADINAで使用されている大変形解析の方法には増分形で記述した Total Lagrangian 定式化(以下TL定式化と略す)と Update Lagrangian(以下UL定式化と略す)の2つの定式化がある。TL定式化とUL定式化は、大変形、大ひずみ及び材料非線形性に基づく非線形効果をすべて含んでいる。

弾塑性解析で使用されている反復法は、修正 Newton 法および BFGS 法で、動的解析では直接積分法の Newmark, Wilson, 中央差分法が用意されている。硬化則は、等方硬化と移動硬化モデルが使用でき、クリープ解析では初期荷重法によって処理する。流体と構造物の振動問題を解析するための流体要素が用意されている。

(c) 使用要素

軸対称4節点要素

Gauss Point の数: 4

(d) 使用計算機および計算時間(CPU)

使 用 計 算 機	計 算 時 間
HITAC M280D	13秒

(2) 問題概要および解析条件

(a) 問題概要

直径 1.128 mm, 長さ 5 mm の棒の先端を初速度 $V_0 = 1000 \text{ mm/sec}$ で剛体面に落下した場合の落下衝撃解析を行う。

(b) 解析条件

① 境界条件

円柱底部と剛体床の接触面はローラーとし、中心軸では半径方向変位を拘束する。

② 要素数、節点数、総自由度数

要素数 : 5

節点数 : 12

総自由度数（拘束自由度を除く）： 16

③ 時間積分法

Newmark - β 法 ($\tau = 0.5$, $\beta = 0.25$)

④ 時間増分

応力波が反射して戻ってくるまでの時間 (T) を解析時間とし、時間増分 (Δt) は、次のように決める。

$$\Delta t = \frac{L}{V_e} \quad L : \text{要素の積分点間距離}$$

V_e : 弹性波速度

$$V_e = \sqrt{\frac{E}{\rho}} = \sqrt{\frac{1500}{1.13 \times 10^{-9}}} = 1.152 \times 10^6 \text{ (mm/sec)}$$

故に、

$$\Delta t = \frac{0.333}{1.152 \times 10^6} = 0.2893 \text{ (\mu sec)}$$

解析時間 (T) は、

$$T = \frac{2 \times 5}{V_e} = 8.68 \text{ (\mu sec)}$$

計算は解の安定性を考えて $\Delta t = 0.2$ (μsec), T は 10 (μsec) とする。

⑤ 質量マトリックス

Lumped Mass Matrix を使用

⑥ 塑性計算法

von Mises の降伏条件を使用し、流れ則に従っている。不平衡力の解消のため反復法として BFGS 法を使用し、反復回数は各ステップで 1 回であった。

⑦ 大変形定式化：Update Lagrangian

(3) 材料データ

本試計算で使用した鉛の材料定数は、以下の通りである。

(a) ヤング率 (E) 1500 kgf / mm²

ポアソン比 (ν) 0.42

密度 (ρ) 1.13×10^{-9} kgf · sec² / mm⁴

(b) 応力 - ひずみ関係（ひずみ速度効果を考慮した場合）

$\dot{\epsilon} = 100 \text{ sec}^{-1}$ に対する修正 Robinson の式を基礎とする。すなわち $\sigma = 4.768 \epsilon^{0.31}$ を使用し以下に示す多直線近似を採用する。

応力 (kgf / mm ²)	ひずみ (mm / mm)	接線剛性 (kgf / mm ²)
0.3598	0.2398×10^{-3}	1500 (三E)
0.5601	0.001	263.4
0.6944	0.002	134.3
0.7874	0.003	93.0
0.9226	0.005	67.6
0.1024	0.007	50.7
0.1143	0.010	39.6

(4) 解析結果および考察

(2)の解析条件による試計算の結果を以下に記す。Fig 1は、解析モデルである。Fig 2は、節点番号3および11の鉛直方向変位の時刻歴図である。Fig 3はO, A点における鉛直方向応力の時刻歴である。Fig 4は、O, A点における鉛直方向ひずみの時刻歴を示す。

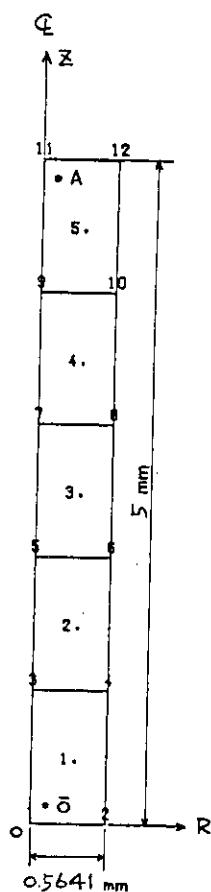


Fig. 1 Mesh subdivision

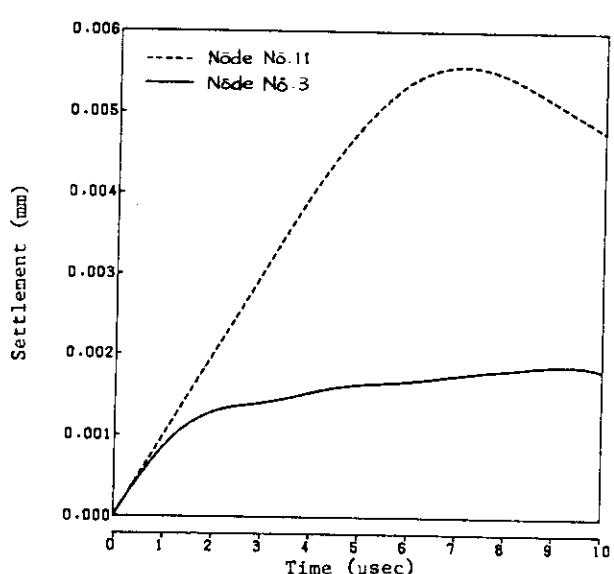


Fig. 2 Time history of settlement

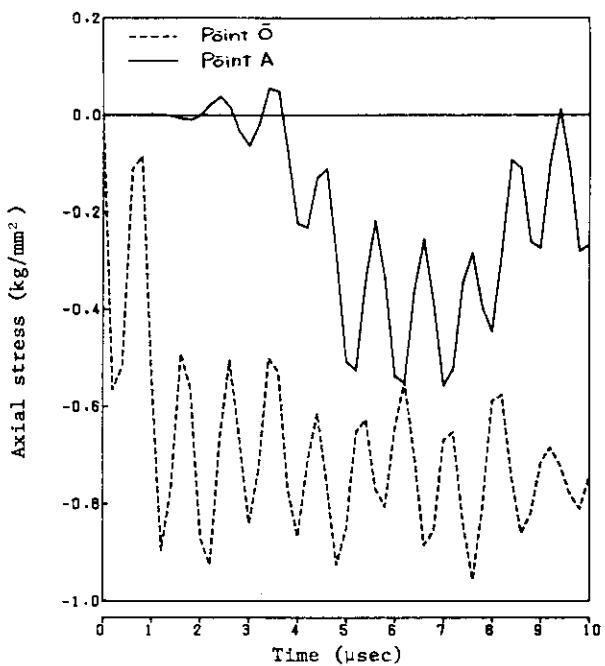


Fig.3 Time history of axial stress

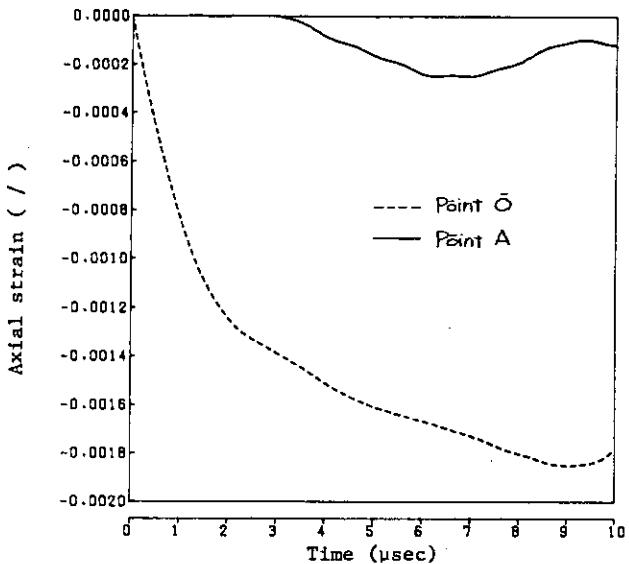


Fig.4 Time history of axial strain

3.2.6 NEUTDG-02

(1) 計算条件

(a) モデル及び要素分割

Fig.1 参照。

(b) 要素

軸対称4節点アイソパラメトリック（積分点： 3×3 ）

(c) 時間積分法

Newmark- β 法 ($\beta = 1/4$)

中央差分法

(d) 時間ステップ幅

$0.05 \mu\text{sec}$ 每

160ステップ迄

(e) 材料定数

ヤング率 : $1.5 \times 10^{10} [\text{Pa}]$

密 度 : $1.1074 \times 10^4 [\text{kg/m}^3]$

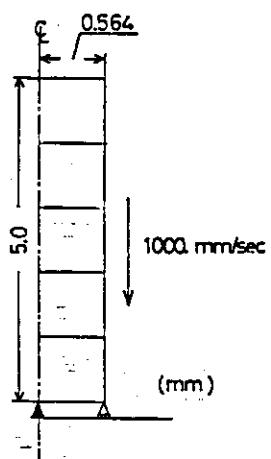


Fig. 1

ボアソン比 : 0.42

応力伝播速度 : 1.1638×10^3 [m/sec]

(2) 問題概要及び解析条件

(a) 問題概要

・形状・寸法

直径 305 mm, 長さ 914 mm

鉛円柱

・初期条件

9 m 落下を模擬する目的で各節点に 3.28 m/sec を与えた。

・クラッド有無

クラッド無し

(b) 解析条件

1) 境界条件

Fig.1 参照

2) 要素数・節点数・総自由度数

要素数 64

節点数 85

総自由度数 170

3) 構成方程式

修正ロビンソン式

(3) 結果

(a)ひずみ速度効果を降伏応力とひずみ硬化率の両方に考慮した場合、及び(b)その効果を降伏応力にのみ考慮した場合に大別して解析を行ない、特に、(a)については、時間積分法の解析に対する影響を調査する目的で、 Implicit (Newmark - β) 法・Explicit (中央差分法) 法の 2 ケースについて解析を行ない、各々の解析結果を比較した。

図中、 Newmark - β * は、上記の(b)における解析結果を示し、 Newmark - β 及び Explicit は、(a)の場合における時間積分法の選択を示している。

Fig.2 は、鉛円柱頭頂部における沈下量の時刻歴を示す。同図により、時間ステップ幅が同じであれば、時間積分法の選択による影響は、あまり顕著ではなく、むしろ、ひずみ速度効果をひずみ硬化率に考慮するか否かによる影響が、無視できないものとなっていることがわかる。Fig.3 に示した、頭頂部における速度の時刻歴によれば、この傾向は、一層顕著である。

Fig.4 は、鉛円柱衝撃端におけるひずみ速度の時間変化を表わしたものである。ここでは、3 ケースの値・傾向とも、大きな差は見られない。同図に生じている約 1 μ sec 周期の振動は、衝撃解析モデルとしては、要素分割が粗いことからくる、各要素境界での応力波の反射の影響であろうと推定される。なお、Fig.5 に、鉛円柱衝撃端における塑性ひずみの時刻歴を示した。

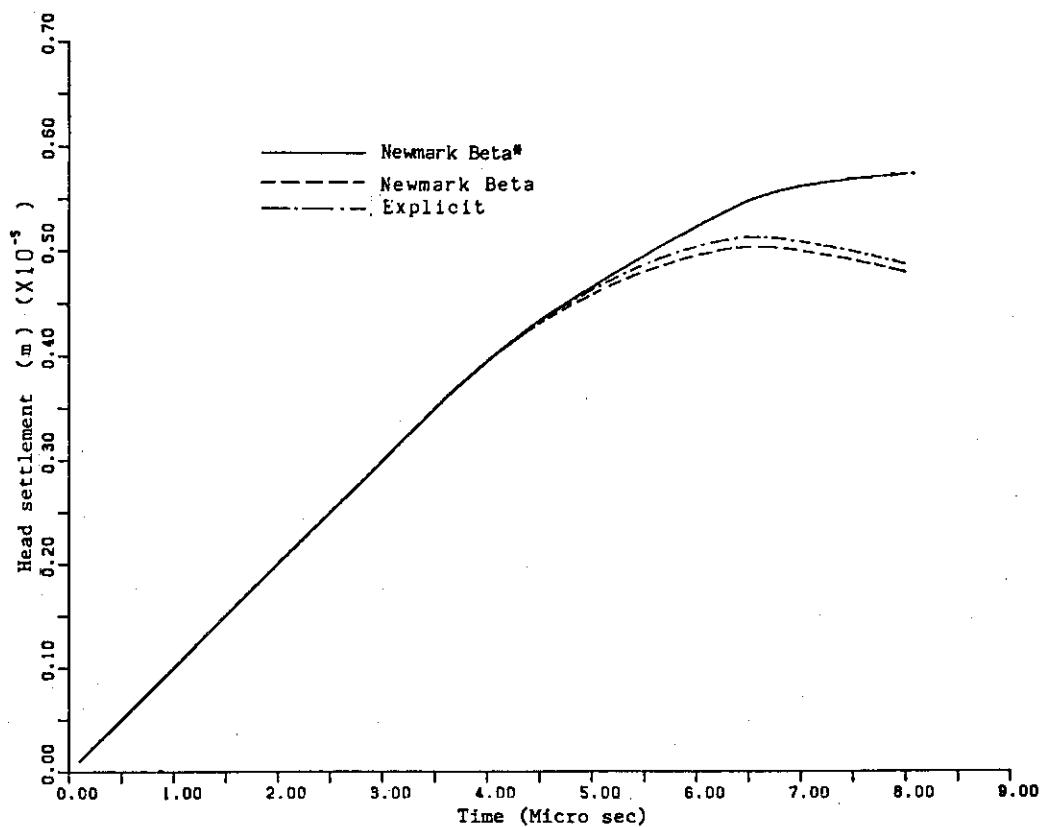


Fig. 2 Time history of head settlement

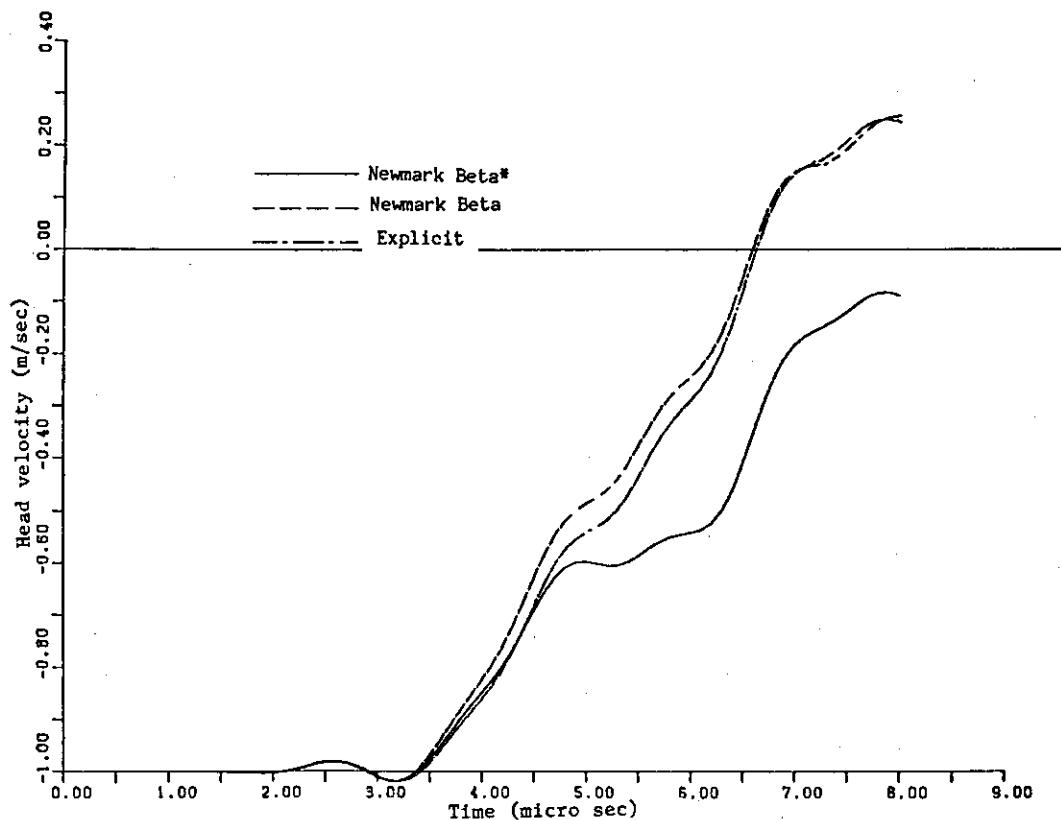


Fig. 3 Time history of head velocity

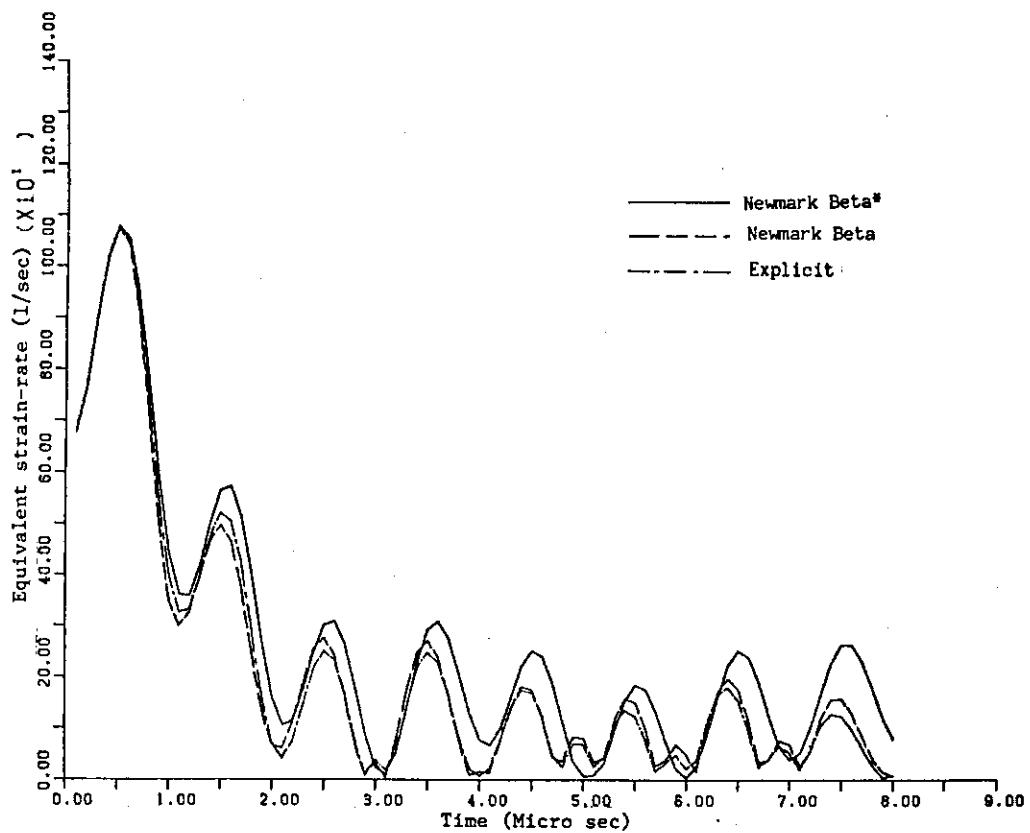


Fig.4 Time history of strain rate at bottom

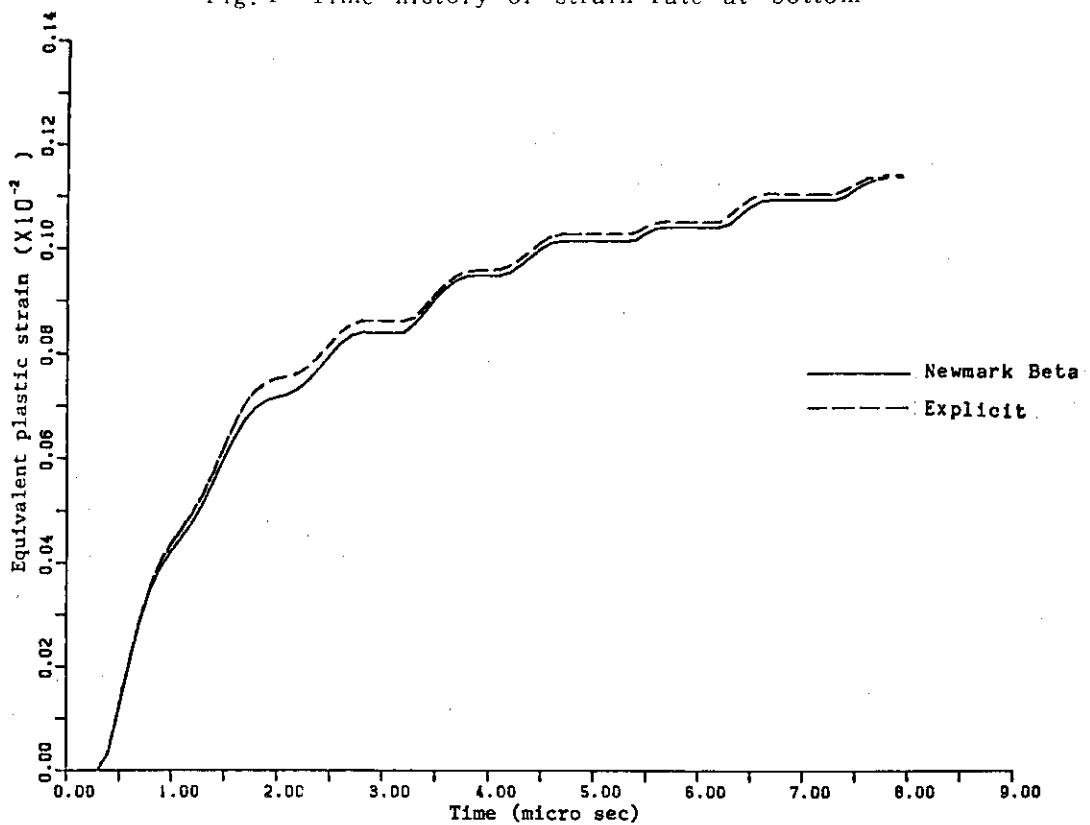


Fig.5 Time history of plastic strain at bottom

3.2.7 まとめ

本項では、3.2.1～3.2.6 項に詳細に解説されている、各解析プログラムによる 1 次元棒の引張り / 圧縮衝撃解析全般について概観し、解析法・解析条件および解析結果の総合的な解説と材料モデルの違いを考慮して解析結果の評価、検討を行う。

(1) 解析法および解析条件

Table 1 に 3.2.1～3.2.6 項に記載されている 5 種のプログラム、6 グループにおける解析法および解析条件の主要な項目を示す。以下、各項について簡単に説明する。

① 解析法

空間方向の離散化は、STEALTH-2D が有限差分法であり、他は有限要素法である。

② 要素の種類

有限差分法では、ゾーン要素を利用しておらず、格子点上で変位を、ゾーンの中心で応力を未知数として評価している。有限要素法による解析では MARC と ABAQUS が 2 節点 3 次元トラス要素を用いているが、他は 4 節点ないし 8 節点のリング要素である。

③ 塑性計算法

有限差分法では、Wilkins の方法にしたがって降伏条件をもとにした偏差応力補正のみを行っているが、有限要素法では反復の有無、反復回数に差こそあれ、塑性流れ則を考慮しており解析手法としては初期ひずみ法、反復法あるいは接線剛性法が用いられている。

④ 材料モデル

この試計算の目的は、鉛のひずみ速度依存性を考慮した構成式の導入法により数値結果がどのように変化するかを前もって見ておくことにある。Table 1 にあるように、ひずみ速度を $\dot{\epsilon} = 100 \text{ sec}^{-1}$ 一定とするモデル（モデル-2）、降伏応力と加工硬化係数のひずみ速度依存性を考慮するモデル（モデル-3）および降伏応力のみにひずみ速度依存性を導入しているモデル（モデル-3）が検討されている。なお、右肩に * を添えてあるモデルでは、コードの入力方式に適合させて設定した構成方程式を変更しているモデルであることを意味している。

⑤ 分割様式

本計算は、材料モデルの影響をみると目的としているため、比較的粗い要素分割が用いられている。例えば 2 節点 3 次元トラス要素では、たかだか 5 要素程度である。

⑥ 総自由度数

各解析における総自由度数は 10～50 程度である。

⑦ 時間積分法

直接時間積分スキームは、各解析において異なり、MARC, ABAQUS, ADINA, DYNAX では Implicit スキーム、STEALTH-2D では Explicit スキーム、さらに NEUTDC-Φ2 では Newmark-β ($\beta = \frac{1}{2}$) と中心差分法の両方を用いて時間積分法による解析結果の相違の可能性を論じている。

⑧ 時間増分

時間増分に関しては、縦振動の伝播速度 $\sqrt{E/\rho}$ で代表要素長さを除し、かつそれに安全係数を考慮して定める場合が多い。STEALTH-2D, ABAQUS を除いては、この規則に準じて一定の時間増分を採用しており、約 0.02～0.2 μsec のものが利用されている。一方、先の 2 つのプログラムでは、解析の中間結果をチェックして自動的に時間増分を縮小、拡大する制御機構を有している。

⑨ 計算時間など

最後に、各解析に利用した計算機機種および計算に要した時間を示す。

(2) 解析結果

本試計算で検討すべき点は、前述したように、各解析プログラムにおいてひずみ速度効果を考慮した比較的複雑な構成方程式が適切に取り入れられ、また用いた構成式モデルにより解析結果がどの程度異なるかを見ることにある。

以下に示す解析結果では、STEALTH-2D, ADINA (B) がひずみ速度を $\dot{\epsilon} = 100 \text{ sec}^{-1}$ 一定とした多直線近似モデル（モデル-2）を、ABAQUS, NEUTDC-φ2, ADINA (A) は、降伏応力と加工硬化係数へのひずみ速度依存性を考慮した多直線近似モデル（モデル-3）を、MARC (B) は、降伏応力のひずみ速度依存性のみを考慮した多直線近似モデル（モデル-5）を使用している。ただし、ABAQUS, ADINA (A) では、それぞれのプログラムの入力形式に合うように与えられた構成式に手を加えている。

① 変位履歴

円柱頭部における沈下量は時間に対してほぼ単調増加するが、モデル-2, 3, 5 を用いた解析結果では、約 7 μsec 程度で沈下量は最大となり、その最大頭部沈下量の大きさはほぼ $5.4 \times 10^{-3} \text{ mm}$ である。一方、モデル-3* では、解析時間 ($10 \mu\text{sec}$) の範囲内では最大変位は観察されなかった。

特に NEUTDC-φ2 では、時間積分法として同じ Newmark- β 法を使用しながら、材料モデルとして、降伏応力と加工硬化係数の双方のひずみ速度依存性を考慮した場合（モデル-3）と降伏応力のひずみ速度依存性のみを考慮した場合（モデル-5）の比較を行っている。その結果では、モデル-3においては沈下量履歴に最大値が生じるが、モデル-5 では、最大値が生ぜず単調増加を示すという興味深い現象が見られる。この点については、要素分割を増した詳細な検討が必要であるが、ひずみ速度効果の1つのあらわれとして注意すべき点である。

② 頭部軸方向速度履歴

参考すべき解として、試みに材料は弾性状態にあるとして、本問題で対象としている長さ 5mm の棒の動的応答を考える。代表的なヤング率として $E = 1500 \text{ kgf/mm}^2$ を用いると、1 次元の平面応力状態下的弾性波速度 (C) は、

$$C = \sqrt{E/\rho} = 1.152 \text{ mm}/\mu\text{sec}$$

で与えられ、したがって棒の頭部軸方向速度 V は、 $0 < t < 5/C (\approx 4.34 \mu\text{sec})$ では所与の初速度 (-1m/sec) で一定、 $5/C < t < 10/C$ では、頭部端は自由端であるため、弾性波はその位相を 180° ずらした波となる。伝播してきた波が引張り波であれば引張り波に、圧縮波であれば圧縮波に変化する。

さて、ひずみ速度効果が考慮された本計算結果では、上記の弾性応答と比較すると 3 ~ 4 μsec までは初速度と等しい速度で等速運動をしているが、3 μsec をこえる時点から速度が変化している。若干弾性予測値より早めに変化が生じていることが興味深い。弾性状態では、速度は急激に符号を反転するが、ひずみ速度を考慮した材料モデルでは、有限の時間かけて徐々に速度が変化する。

③ 頭部の加速度履歴

速度履歴からも推察されるように、3 μsec までは加速度はほぼゼロとなるが、頭部での応力波反転に伴ない加速度が生じる。なお、加速度履歴に見られる振動は、要素分割により生じる応力波の擬散乱によるものと考えてよい。

④ 軸方向応力の時刻歴

底部 (O点) および頭部 (A点) における軸方向応力履歴を考える。1次元平面応力弾性波応答理論からは、底部軸方向応力は圧縮状態下では、初期にスパイク状の激しい振動が見られるが、解析時間内ではほぼ一定値になり、

一方頭部での軸方向応力は、速度履歴に対応して $0 \leq t \leq 5/C$ まではゼロ、 $t > 5/C$ では圧縮状態で一定となることが予想される。

ひずみ速度効果を考慮した計算結果では、加速度履歴においても見られるように、要素境界の反射に寄因して散乱が応力履歴に重畠しているが、底部軸方向応力は $-0.5 \sim 0.7 \text{ kgf/mm}^2$ 一定となり、頭部軸方向応力は、 $0 < t < 3 \mu\text{sec}$ まではほぼゼロで、その後圧縮に転じていることがわかる。

⑤ 軸方向ひずみの時刻歴

底部(O点)および頭部(A点)における軸方向ひずみ履歴を考える。全体の定性的な挙動は軸方向応力履歴とほぼ同様であり、頭部では、 $2.5 \sim 5 \mu\text{sec}$ ではほぼ一定値(約 $-2.2 \sim -2.4 \times 10^{-3} \text{ mm/mm}$)となり、一方底部では $0 \leq t \leq 3 \mu\text{sec}$ でゼロ、 $3 < t \leq 10 \mu\text{sec}$ では2つの山が観察される。

⑥ 相当塑性ひずみ履歴

底部(O点)および頭部(A点)における相当塑性ひずみを考える。特に底部における相当塑性ひずみ履歴では、 $t \geq 3 \mu\text{sec}$ で相当塑性ひずみはほぼ一定(約0.2%)となる。

⑦ 軸方向ひずみ速度の時刻歴

底部(O点)および頭部(A点)における軸方向ひずみ速度の時刻歴を考える。特に底部における軸方向ひずみ速度は、数値振動を別にすれば、ほぼ単調減少していることがわかる。また、頭部でのひずみ速度履歴も合わせて考えると、ひずみ速度を一定にする近似は必ずしもこれらの履歴を適切には反映していないことがわかる。

⑧ 底部における応力一ひずみ関係

一般に計算で得た相当応力一相当ひずみ関係と、仮定した応力一ひずみ関係とを比較することにより、試計算において適切に構成式を考慮しているかが確認できる。

いま計算で得られた底部における応力一ひずみ関係と前述した塑性ひずみ履歴とを合わせて考えると、底部においては、 $t \leq 3 \mu\text{sec}$ では塑性変形が生じ、 $t > 3 \mu\text{sec}$ では除荷過程に入るため、除荷とともに応力波の伝播が問題となる。

Table 1 Typical features of program codes

		STEALTH - 2 D	MARC (B)	ABAQUS
①	解 析 法	FDM	FEM	FEM
②	要素種類	ソーン要素	2節点3次元トラス	2節点3次元トラス
③	塑性計算法	Willkinsの方法	接線剛性法	Newton法
④	材料モデル	モデル-2	モデル-5	モデル-3*
⑤	分割様式	4 × 25	5	10
⑥	総自由度数	71	5	30
⑦	時間積分法	陽的中心差分	Newmark - β ($r = \frac{1}{2}$, $\beta = \frac{1}{4}$)	Hilbert - Hughes - Taylor法
⑧	時間増分	$\Delta t_0 = 0.02 \mu\text{sec}$ 自動制御 ($\Delta t_{\text{mean}} = 0.07 \mu\text{sec}$)	$\Delta t = 0.2 \mu\text{sec}$	$\Delta t_0 = 0.1 \mu\text{sec}$ 自動制御
⑨	計算時間	_____	14 sec	31.448 sec
	機種	M 160 - F	M 200	CYBER 176

		ADINA (A)	ADINA (B)	NEUTDC - φ 2
①	解 析 法	FEM	FEM	FEM
②	要素種類	8節点リング	4節点リング	4節点リング
③	塑性計算法	接線剛性法	BFGS法	接線剛性法
④	材料モデル	モデル-3	モデル-2	モデル-3
⑤	分割様式	5	5	5
⑥	総自由度数	48	16	16
⑦	時間積分法	Wilson - θ 法 ($\theta = 1.4$)	Newmark - β 法 ($r = \frac{1}{2}$, $\beta = \frac{1}{4}$)	Newmark - β ($\beta = \frac{1}{4}$) 中心差分
⑧	時間幅	$\Delta t = 0.1 \mu\text{sec}$	$\Delta t = 0.2 \mu\text{sec}$	$\Delta t = 0.05 \mu\text{sec}$
⑨	計算時間	_____	13 sec	_____
	機種	_____	M 280 - D	_____

3.3 ベンチマーク問題〔I〕

3.3.1 STEALTH-2D

(1) 概要

(a) 解析者および使用プログラム

所 属 機 閣	解 析 者	使 用 プ ロ グ ラ ム
株構造計画研究所	川 上 誠	STEALTH-2D
日本電子計算株	丹 羽 一 邦	
芳沢機工東部株	村 田 博 一	

(b) 解析法概要

数値解析に適用したコードは、2次元有限差分法解析コードSTEALTH⁽¹⁾ (Solids and Thermal hydraulics codes for EPR1 Adapted from Lagrange TOODY and HEMP) である。本コードは、ラグランジ座標系で記述した保存則表示の偏微分程式を、有限差分法により解くものである。空間微分に関しては表面積分法を、時間微分に関しては、陽な中点オイラー法を採用している。

すなわち、運動量保存式、質量保存式は、

$$\rho \frac{D}{Dt} v_i = \frac{\partial}{\partial x_j} S_{ij} - \frac{\partial}{\partial x_j} P \delta_{ij} \quad (1)$$

$$\frac{D}{Dt} \rho = - \rho \frac{\partial}{\partial x_j} v_j \quad (2)$$

である。この式に対して、格子点支配体積に関する表面積分（概念式を示す）

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (Q)_p^n = \frac{\{(Q)_{AB}^n S_{AB} + (Q)_{BC}^n S_{BC} + (Q)_{CD}^n S_{CD} + (Q)_{DA}^n S_{DA}\}_i}{(\text{Volume})_{ABCD}^n} \quad (3)$$

を適用する。ここで、 Q ：物理量、 n ：時刻、 S ：辺長、Volume：体積である。更に、陽時間積分（下図）

$$\dot{x}_i^{n+1/2} = \dot{x}_i^{n-1/2} + \ddot{x}_i^n \Delta t^n \quad (4)$$

$$x_i^{n+1} = x_i^n + \dot{x}_i^{n+1/2} \Delta t^{n+1/2} \quad (5)$$

を適用する。

平均応力 P 、偏差応力 S_{ij} は、本解析では下式から計算する。

$$P^{n+1} = K \left(\frac{\Delta V^{n+1}}{V^{n+1}} \right) \quad (6)$$

$$S_{ij}^{n+1} = S_{ij}^n + 2G \left\{ \dot{\epsilon}_{ij}^{n+1/2} - \frac{1}{3} \frac{\dot{V}^{n+1/2}}{V^{n+1/2}} \right\} \Delta t^{n+1/2} \quad (7)$$

ここで、 K ：体積弾性係数、 V ：相対体積、 G ：剪断弾性係数、 $\dot{\epsilon}_{ij}$ ：歪速度である。

また、衝撃波面の処理、ノイズの解消、メッシュの不安定（Hourglass現象）に対処するため、人工粘性を導入している。

(c) 使用要素

2次元ラグランジェ・ゾーン要素。格子点で変位、速度、加速度を評価し、応力、歪はゾーン内一定値として評価する。

(d) 使用計算機および計算時間

使 用 計 算 機	計 算 時 間
FACOM M 160-F	2,311 sec
	1,199 step

(2) 問題概要および解析条件

(a) 問題概要

直径30.5 cm長さ91.4 cmの鉛円柱（クラッドなし）が、高さ9 mから自由落下し、剛床に衝突した場合の衝撃応答解析。鉛円柱が床に接地する時の $v_0 = \sqrt{2gH} = 13.38 \text{ m/sec}$ を初期値として、接地以後の初期値問題を解く。

(b) 解析条件

① 境界条件

対称軸上での半径方向変位、および円柱底面での鉛直方向変位を拘束。剛床は滑らかとし、リバウンドは考慮しない。

② 要素数、節点数、総自由度数

Fig. 1 に示すように、 6×17 の格子点からなり、ゾーン数80、格子点数102、総自由度数181。

③ 時間積分法

陽的中央差分法（式(4), (5)参照）

④ 時間増分

時間増分 Δt は、クーランの安定条件を満足するようにプログラム内で自動計算される。クーランの安定条件は、下式で与えられる。

$$\Delta t^* = \Delta t_{\min} / C \quad (8)$$

ここで、 Δt_{\min} は全メッシュ中の最小ゾーン長さ、 C は縦波伝播速度である。 Δt の初期値 Δt_0 は、

$$\Delta t_0 = \Delta t^* / 5 \quad (9)$$

とし、一般時刻 n での Δt は

$$\Delta t_n = \Delta t^* / 2 \quad (10)$$

を採用した。解析初期においては、 Δt_0 を20%づつ漸増させ Δt_n に滑らかに移行するように調整している。

⑤ 質量マトリックス

対角集中質量マトリックスに相当する。

⑥ 塑性計算法

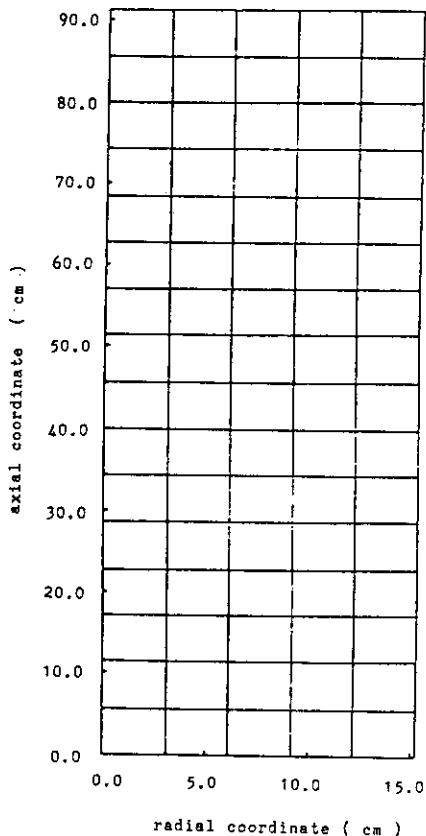


Fig. 1 Mesh subdivision

Von Mises の降伏条件式を用い、下式を満足するように偏差応力 S_{ij} を修正する Willkins の手法⁽²⁾による。

$$\sqrt{\frac{3}{2} S_{ij} S_{ij}} \leq \sigma_y \quad (11)$$

ここで、降伏応力 σ_y は形状変化歪エネルギー W_s

$$dW_s = S_{ij} d\epsilon_{ij} \quad (12)$$

の関数として定義される。 ϵ_{ij} は偏差歪テンソルである。 σ_y と W_s との関係は、与えられた多直線応力-歪関係から計算される。本計算では歪速度依存の応力-歪関係を採用している。なお、各時間ステップ内では反復計算を行なっていい。

(3) 材料データ

鉛の歪速度依存性を表わす修正 Robinson の式

$$\begin{aligned} \sigma &= A (1 + B \log_{10} \dot{\epsilon}) \epsilon^n \\ A &= 4.0 \text{ kg/mm}^2, \quad B = 0.096, \quad n = 0.31 \end{aligned} \quad (13)$$

を多直線近似した応力-歪関係を採用した。多直線の折点を下表に示す。

$$\sigma_i = \sigma_A (1 + 0.096 \log_{10} \dot{\epsilon})$$

	ϵ	$\sigma_A (\text{kg/mm}^2)$
1	$1.8598 \times 10^{-4} (1 + 0.096 \log_{10} \dot{\epsilon})^{1.4493}$	0.2790
2	0.010	0.9595
3	0.025	1.2747
4	0.050	1.5803
5	0.100	1.9591
6	0.200	2.4287

また、諸定数は以下の値を用いた。

$$E = 1,500 \text{ kg/mm}^2$$

$$\nu = 0.42$$

$$\rho = 1.13 \times 10^{-9} \text{ kg} \cdot \text{sec}^2/\text{mm}^4$$

(4) 解析結果および考察

Fig. 2 は、頭部中央点Bにおける鉛直方向変位時刻歴である。変位は、衝突後単調に増加し、6 msecにおいて最大変位約 5.2 cm を示した後、変位はほとんど進行せず、単振動的な挙動を示している。この挙動に関しては Fig. 5 で考察する。

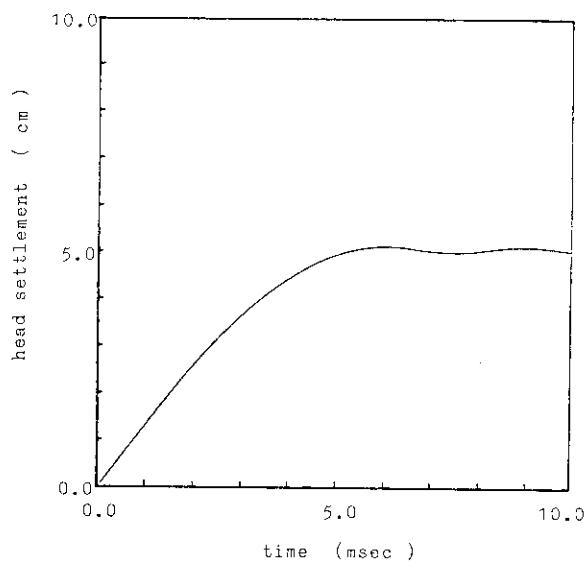


Fig. 2 Time history of head settlement (B)

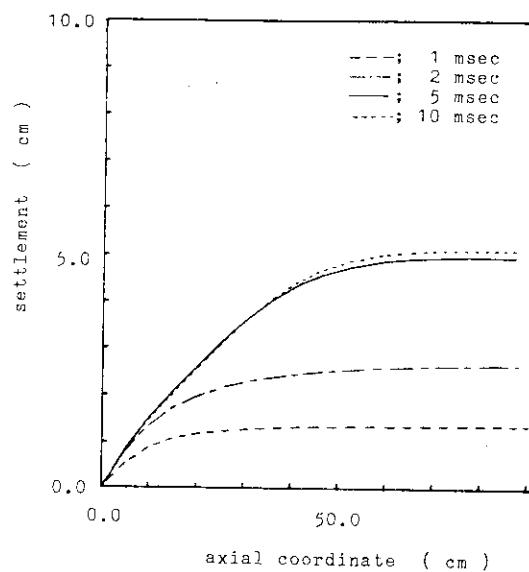
Fig. 3 Distribution of settlement
(1, 2, 5 and 10 msec)

Fig. 3 は、1, 2, 5, 10 msecにおける鉛直変位分布の軸方向分布である。Fig. 1と共に考えると、塑性歪は5 msec付近までに蓄積が終了し、以後は歪の蓄積は見られないようである。

Fig. 4 は、1, 2, 5 msecにおける断面の変形である。最大変位を示す5 msecでは、頭部変位量の約半分程度の半径方向変位を示している。これは後の図からもわかるように塑性歪の流れによる大変形である。

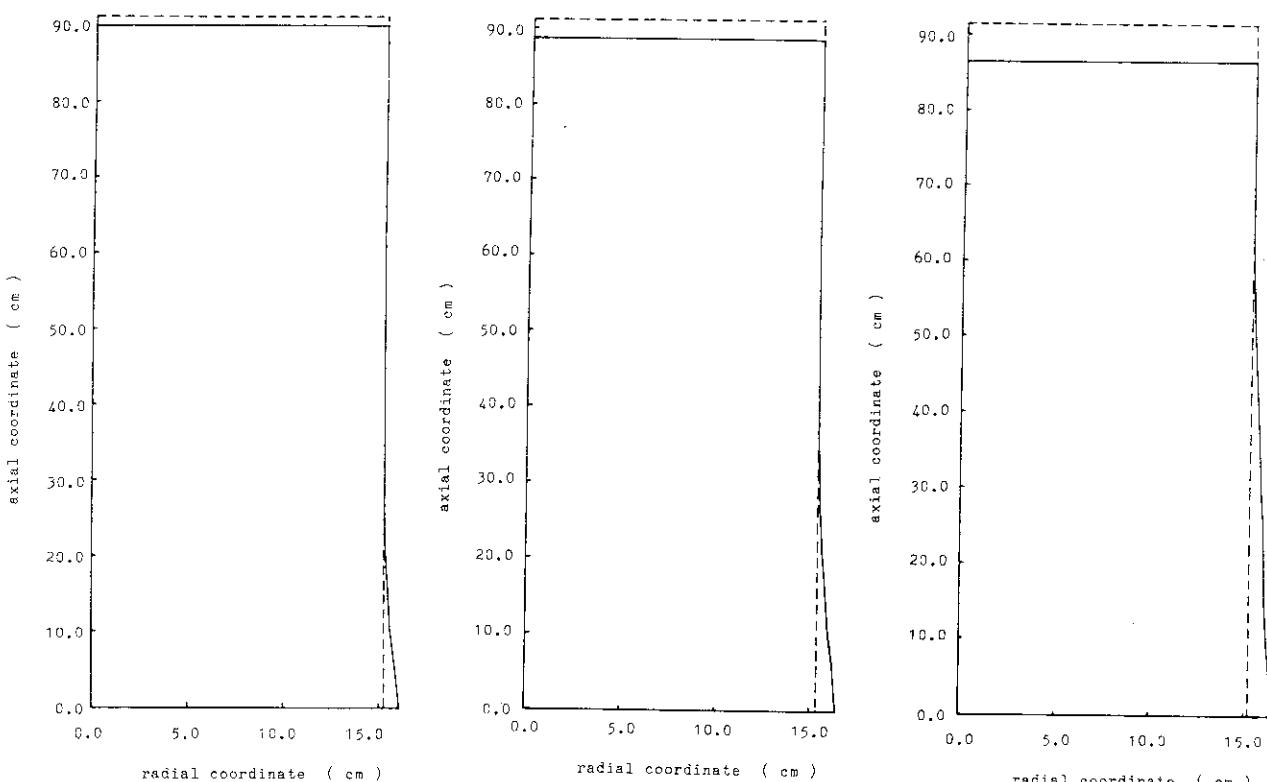
Fig. 4(a) Deformed profile
(1msec)Fig. 4(b) Deformed profile
(2msec)Fig. 4(c) Deformed profile
(5msec)

Fig. 5 は、頭部中央点における鉛直方向速度時刻歴である。衝突後 0.5 msec 付近までは初速度を保っているが、これは衝撃波がまだ頭部に到達していないためである。いま衝撃波（縦波）が頭に到達する時刻を計算してみると、 $91.4 / (\text{初速度 } 1.3 + \text{縦波速度 } 184) = 0.49 \text{ msec}$ となり、解は正しい値を示していることが確認される。衝撃波の到達後は速度が減少し、5 msec 以後で単振動的な振動現象を示す。いま試みに、棒材の縦振動（一端固定、他端自由）の1次固有周期を求めてみると、（材長は 5 msec 時の $L = 86.4$ を採用）

$$T = 4 L \sqrt{\rho/E} = 3.0 \text{ msec}$$

となる。この値は図の単振動の周期にはほぼ等しい。すなわち 5 msec 以後の挙動は弾性振動であることがわかる。

Fig. 6 は、頭部中央点 B における鉛直方向加速度時刻歴である。縦波の到達時刻は理論的には 0.49 msec（上記）であるが、本解析では有限メッシュによる陽解法を採用しているため、理論値よりは若干早めに（0.35 msec）応答を開始している。これは数値解法上のノイズとも言うべき誤差であり、その値も極めて小さいため、解全体に与える影響は小さい。

Fig. 7 は、1, 2, 5, 10 msec における鉛直応力の鉛直方向分布である。歪速度 0.1 ~ 200/sec (Fig. 15) の範囲での初期降伏応力は、0.24 ~ 0.37 kg/mm² であるから、図から判断すると 1, 2, 5 msec では、ほとんどすべての断面が降伏域に入っていることになる。その様子は、Fig. 16 からもわかる。また時刻の進行に従って、応力が減少する傾向が見られるのは、歪速度の減少 (Fig. 15) に伴なう降伏応力（降伏曲面半径）の減少、あるいは弾性除荷によるものと考えられる。10 msec では除荷後の弾性振動が引張側にあるタイミングであるため、全断面が引張応力を示している。

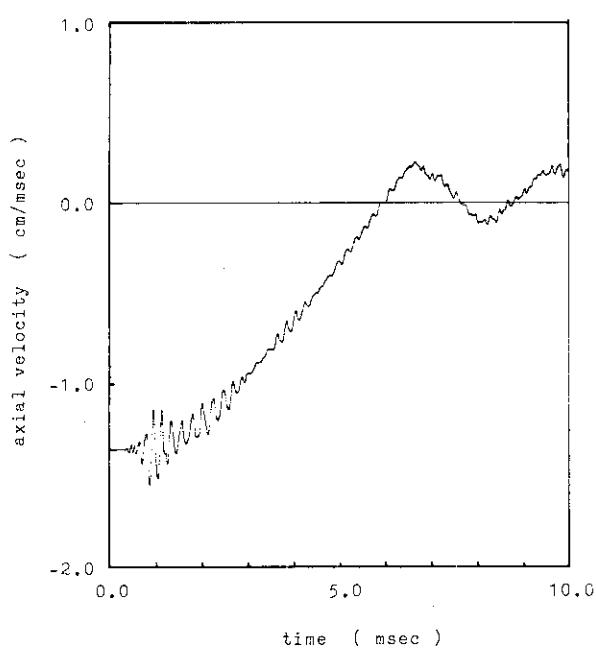


Fig. 5 Time history of axial velocity at head (B)

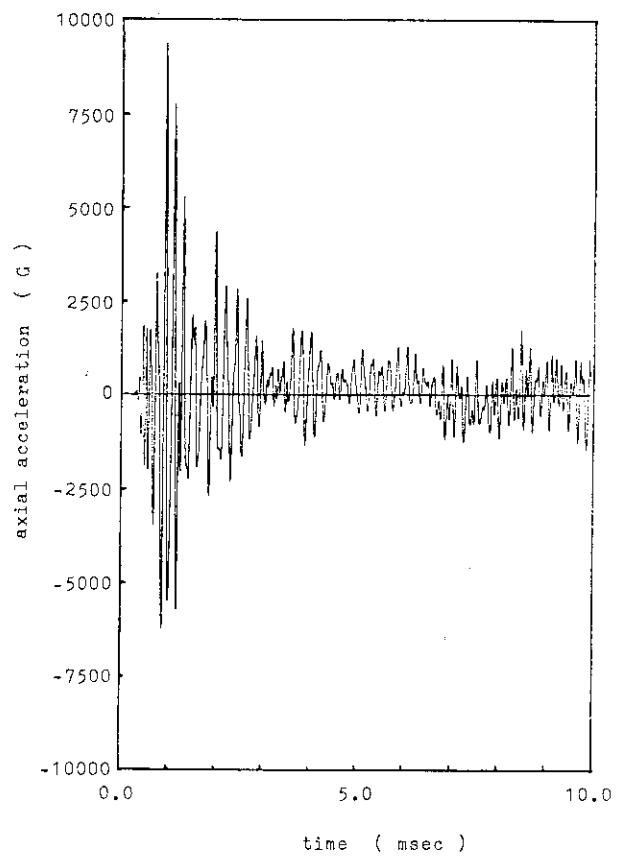


Fig. 6 Time history of axial acceleration at head (B)

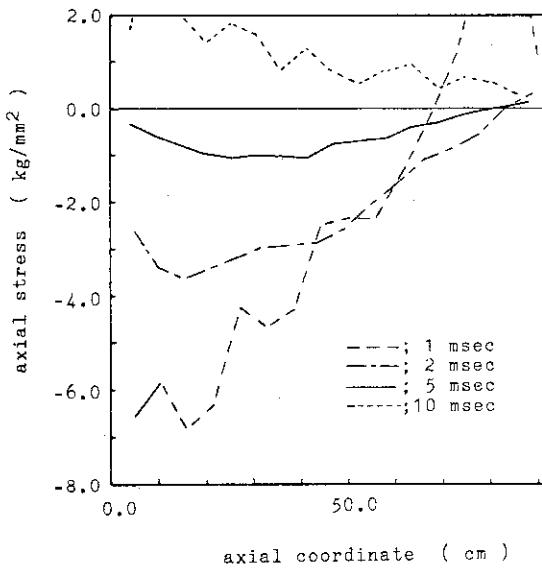


Fig. 7 Distribution of axial stress (1, 2, 5 and 10 msec)

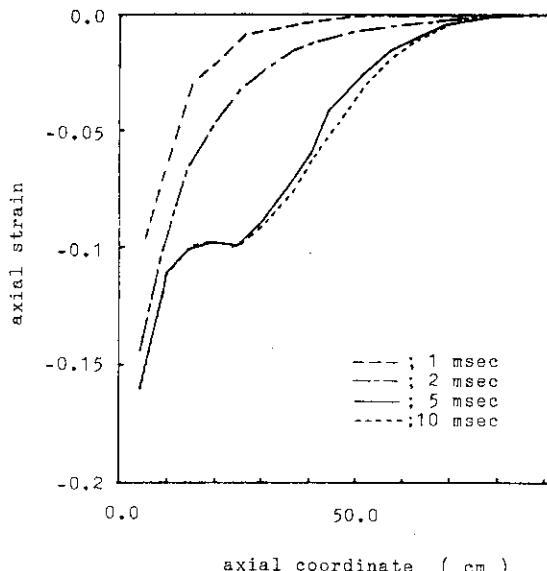


Fig. 8 Distribution of axial strain (1, 2, 5 and 10 msec)

Fig. 8 は、1, 2, 5, 10 msec における鉛直歪の鉛直方向分布である。時刻の進行に伴なって塑性歪が蓄積され、この傾向は底部付近程大きい。しかし 5 msec 以後は弾性微小振動を示すため、歪の蓄積は進行しないことがわかる。

Fig. 9 は、底部 O, A 点における鉛直応力の時刻歴である。O 点のほうが大きな振動を示すが、その振動中立位置はいずれも初期降伏応力を大きく越える圧縮応力を示す。5 msec 以後は弾性振動を示し、その周期は、前述の固有周期にはほぼ一致している。

Fig. 10 は、1, 2, 5, 10 msec における鉛直応力の底部半径方向分布である。その時刻変化は、Fig. 9 で見たのと同様で、応力が減少する傾向が見られる。

Fig. 11 は、底部 O, A 点における鉛直方向歪の時刻歴である。歪の蓄積は 4 msec 付近で終了していることがわかる。

Fig. 12 は、構造全体の運動エネルギー (K.E.)、歪エネルギー (S.E.) および全エネルギー (T.E.) の時刻歴である。K.E. と S.E. とには相補的な関係があることが確認される。すなわち $T.E. = K.E. + S.E.$ である。ただし、T.E. は 4 % 程度の減少を示しているが、これ

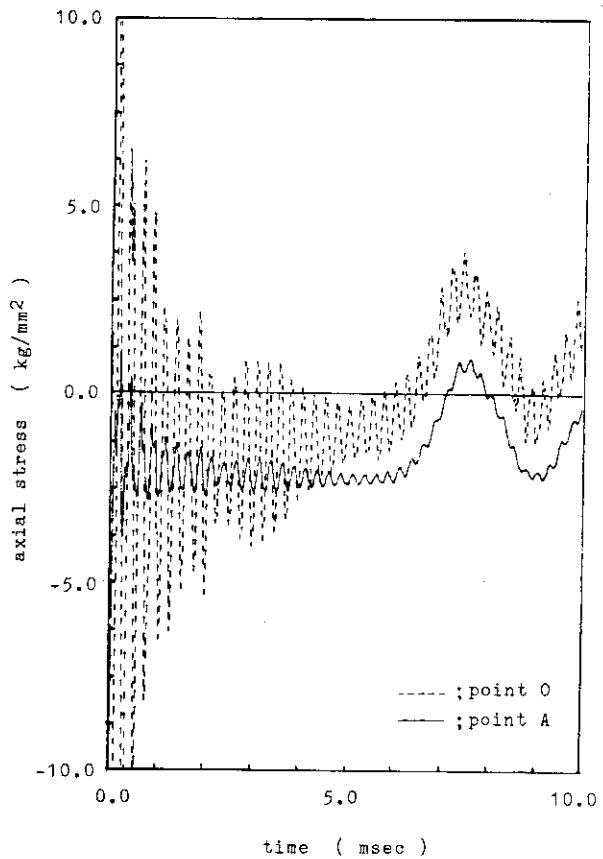


Fig. 9 Time history of axial stress at bottom (O and A)

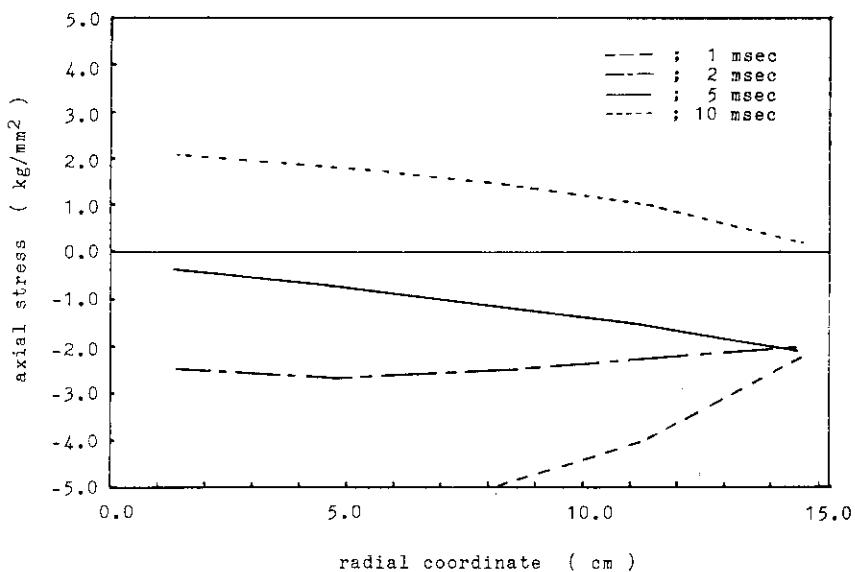


Fig. 10 Distribution of axial stress on the bottom surface (1, 2, 5 and 10 msec)

は人工粘性による逸散減衰エネルギーによるものである。この程度のエネルギー損失は、全体の解に大きな誤差を生まないものと考えられる。

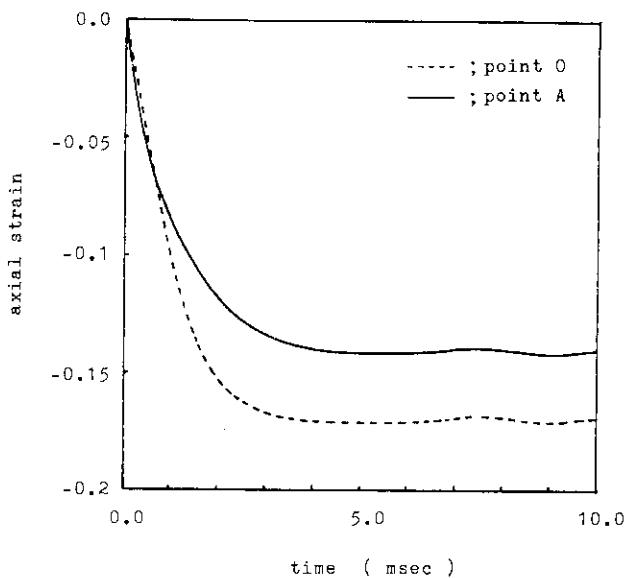


Fig.11 Time history of axial strain at bottom (O and A)

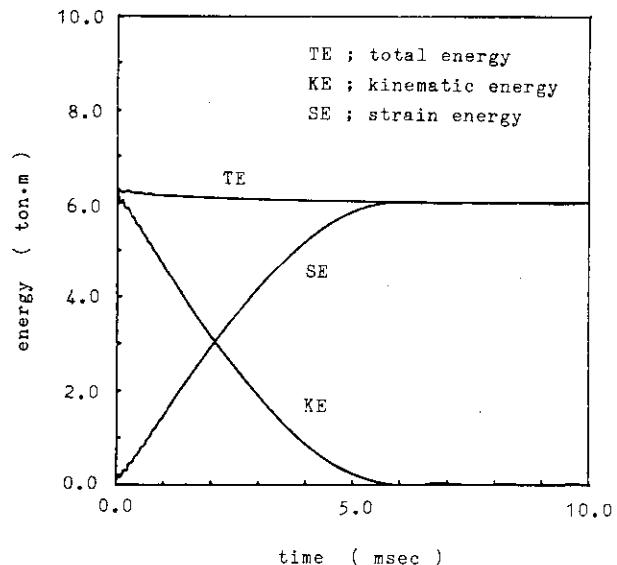


Fig.12 Time history of energy

Fig.13は、底部反力の時刻歴である。6 msec付近まではほぼ一定の圧縮力を中心として高周波振動を示しているが、それ以後は構造全体の弾性振動（前述の周期による）を繰り返している。

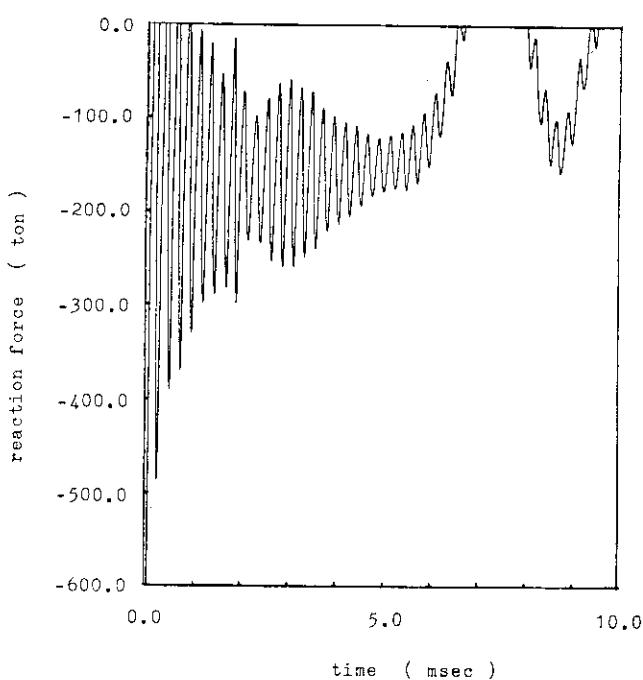


Fig.13 Time history of reaction force

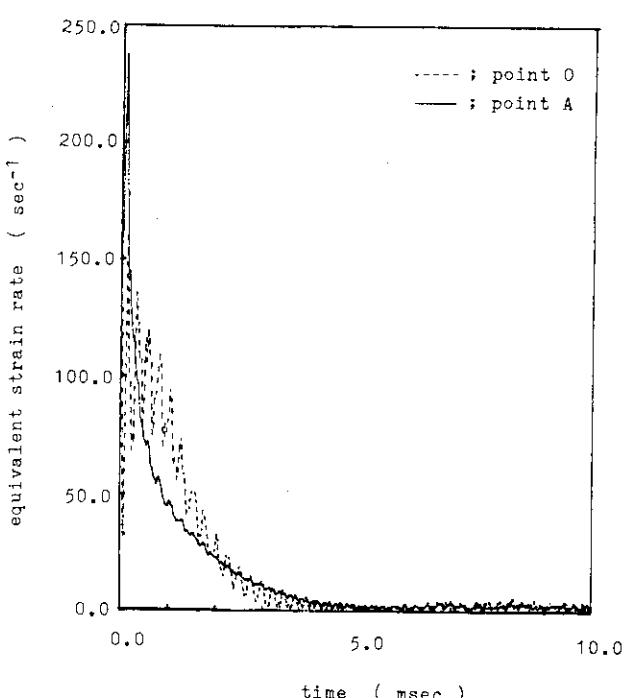


Fig.14 Time history of equivalent strain rate (O and A)

Fig.14は、底部O、A点における相等歪速度の時刻歴である。高周波成分を含んではいるが全体として単調に減衰して行く。この現象はFig.5の速度時刻歴が単調に減衰して行くと対応している。

Fig.15は、1, 2, 5, 10 msecにおける塑性領域の進展図である。バツ印で示した要素が現在塑性化している事を示す。5, 10 msecでは、一度塑性化した後、弾性除荷している様子が見られる。5 msecの状況から判断すると、ほとんどすべての要素が降伏することがわかる。

Fig.16は、時間増分の時刻歴を示す。本コードは、時間増分を自動計算する機能を備えているため、変動した時刻歴を示している。しかし、メッシュ幅が大きく変化しないため、ほぼ一定の時間増分を示していることがわかる。

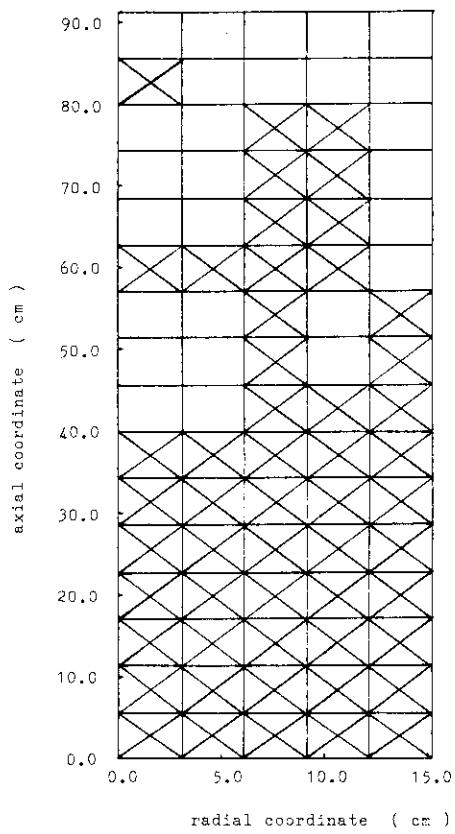


Fig.15(a) Development of plastic regions
(1 msec)

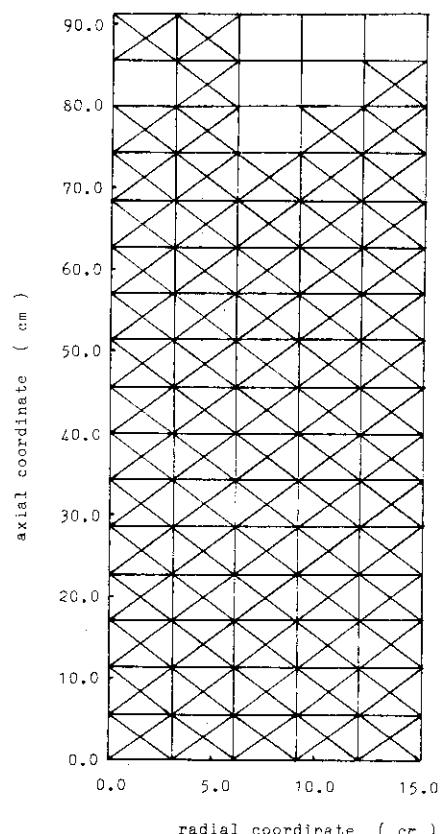


Fig.15(b) Development of plastic region
(2 msec)

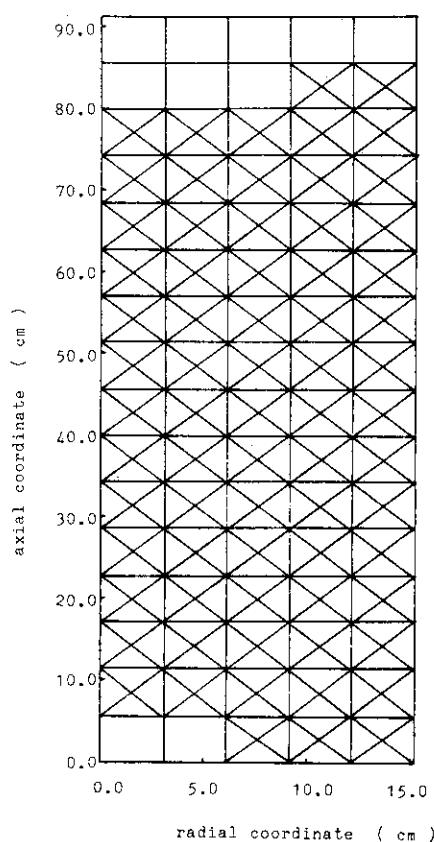


Fig.15(c) Development of plastic region
(5 msec)

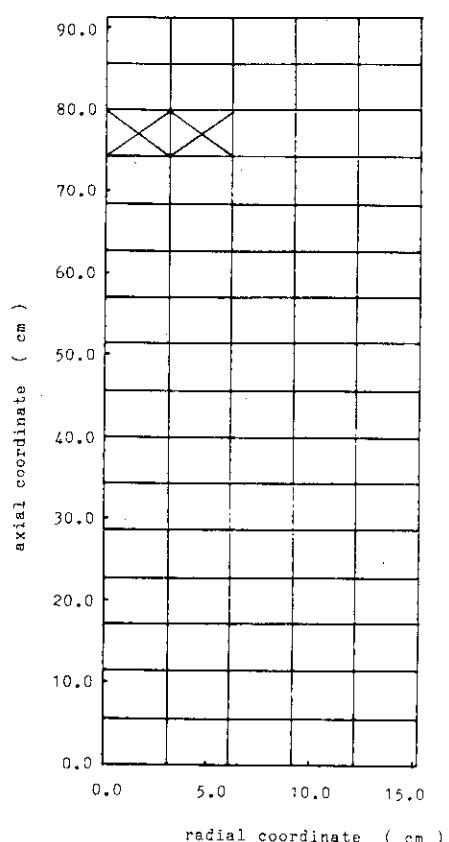


Fig.15(d) Development of plastic region
(10 msec)

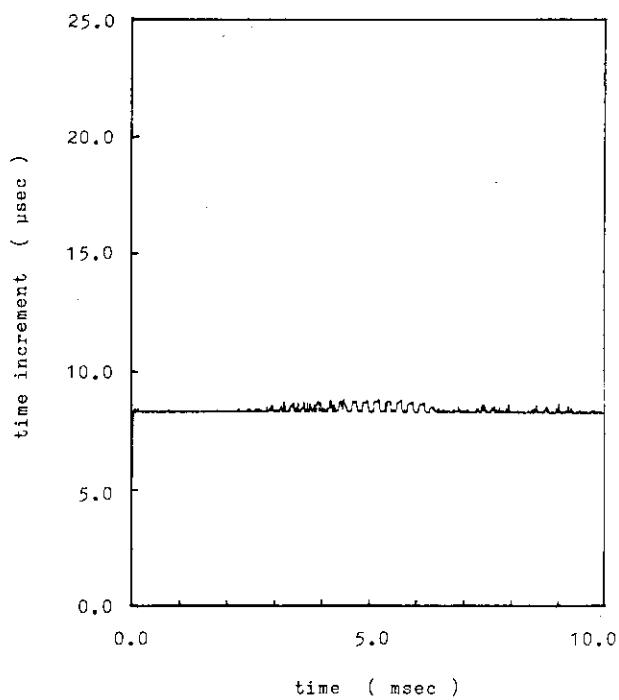


Fig.16 Time history of time increment

参考文献

- 1) R. Hofmann, "STEALTH, A Lagrange Explicit Finite-Difference Code for Solids, Structural and Thermohydraulic Analysis," EPRI NP-176-1, Jun. 1976.
- 2) Mark L. Wilkins, "Calculation of Elastic-Plastic Flow," Lawrence Livermore Laboratory Report, VCRL-7322, Rev. 1, Livermore, California.

3.3.2 MARC (A)

(1) 概 説

(a) 解析者および使用プログラム

所 属 機 閣	解 析 者	使 用 プ ロ グ ラ ム
日 立 造 船 日立造船情報システム	山 里 久 仁 彦 三 輪 茂	MARC

(b) 解析法概要

MARCは有限要素法による汎用の非線形構造解析プログラムである。

(c) 使用要素

軸対称4節点アイソパラメトリック要素で4つの積分点を持つ。

(d) 使用計算機および計算時間

使 用 計 算 機	計 算 時 間
HITAC-M 280H	1,270秒

(2) 問題概要および解析条件

(a) 問題概要

直径30.5 cm、長さ91.4 cmの鉛円柱を高さ 9.14 mより自然落下させ、端部衝突した時の動的応答解析を行う。初期速度として衝突時の速度 (13.38 m/sec) を与える。また、クラッドは無しとする。

(b) 解析条件

① 境界条件

円柱底面は上下方向を拘束し、半径方向は自由とする。リバウンドは考慮しない。

② 要素数、節点数、総自由度数

要素数36、節点数52

総自由度数87 (拘束自由度を除く)

Fig.1に要素分割を示す。

③ 時間積分法

Newmark- β 法 ($\beta = \frac{1}{4}$) を用いた。時刻 $(n+1) \cdot \Delta t$ (Δt は時間増分) における速度 \dot{u}_{n+1} と変位 u_{n+1} は以下のように仮定される。

$$\dot{u}_{n+1} = \dot{u}_n + \frac{\Delta t}{2} \ddot{u}_n + \frac{\Delta t}{2} \ddot{u}_{n+1} \quad (1)$$

$$u_{n+1} = u_n + \Delta t \cdot \dot{u}_n + (\frac{1}{2} - \beta) (\Delta t)^2 \ddot{u}_n + \beta (\Delta t)^2 \ddot{u}_{n+1} \quad (2)$$

④ 時間増分

時間増分 Δt は以下に示すクーラン条件より設定する。

$$\Delta t \leq f \times \frac{h}{C} \quad (3)$$

$$C = [(\lambda + 2\mu)/\rho]^{1/2} \quad (4)$$

ここに、

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1-2\nu)(1+\nu)}$$

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

h : 要素の軸方向最小長さ (76.2 mm)

C : 軸方向の縦波の伝播速度

E : ヤング率 (1,500 kg/mm²)

ν : ポアソン比 (0.42)

ρ : 密度 (1.13×10^{-6} kgf · sec² / mm⁴)

f : 安全係数

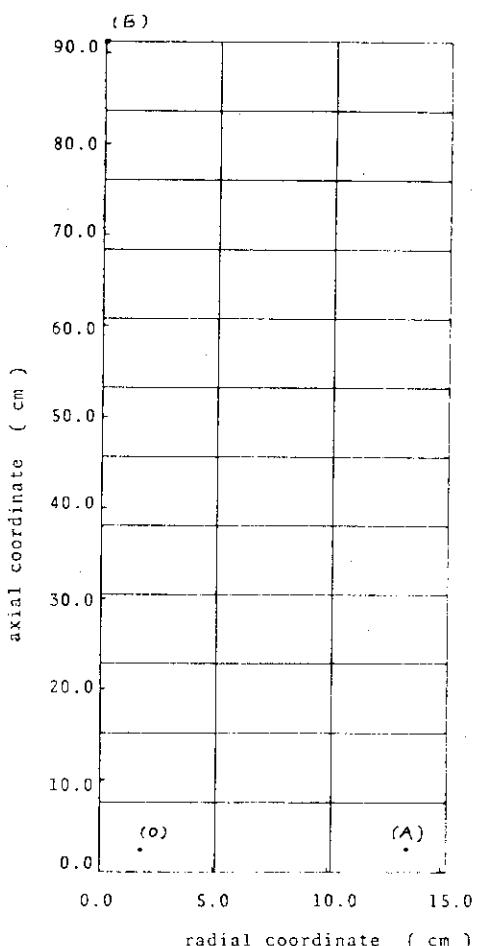


Fig. 1 Mesh subdivision

(4)式より

$$h/C = 4.15 \times 10^{-5} \text{ sec}$$

となり、 $\Delta t = 1.25 \times 10^{-5}$ sec を設定した。このとき、安全係数 f は 1/3.3 である。

⑤ 質量マトリックス

分布質量マトリックス

⑥ 塑性計算法

接線剛性法による反復計算を行った。各ステップで最大 3 回の反復計算を行う。

(3) 材料データ

鉛の構成方程式として、修正 Robinson の式において、ひずみ速度 $\dot{\epsilon} = 10^2 \text{ sec}^{-1}$ 一定とした式、

$$\sigma = 4.768 \cdot \epsilon^{0.31} \quad (5)$$

を用いた。解析に際しては、多直線近似とする。

(4) 解析結果および考察

頭部の沈下量、軸方向速度および軸方向加速度の時刻歴を Fig. 2, Fig. 5 および Fig. 6 に示す。最大沈下量は時刻 4.9 msec において 4.83 cm を示している。また、Fig. 5 では同時刻において速度がほぼ 0 となり、リバウンドの始

まりを示している。Fig. 3に時刻1 msec, 2 msec, 5 msecおよび10msecにおける沈下量の軸方向分布を示す。Fig. 4には同時刻の変形図を示す。時間と共に圧縮変形が下部から全体に拡がるのがわかる。

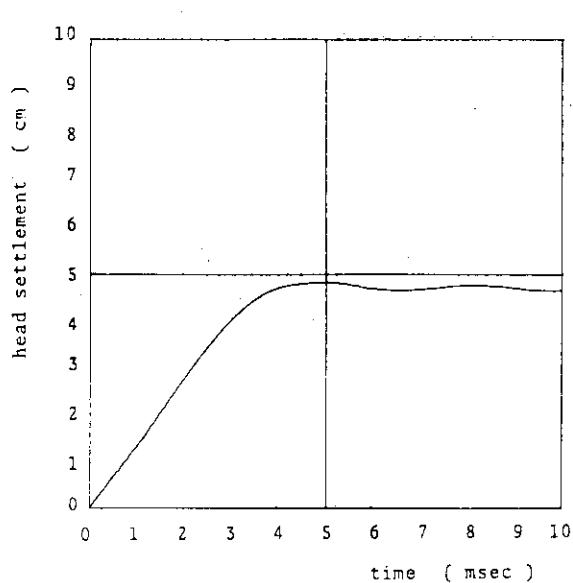


Fig. 2 Time history of head settlement(B)

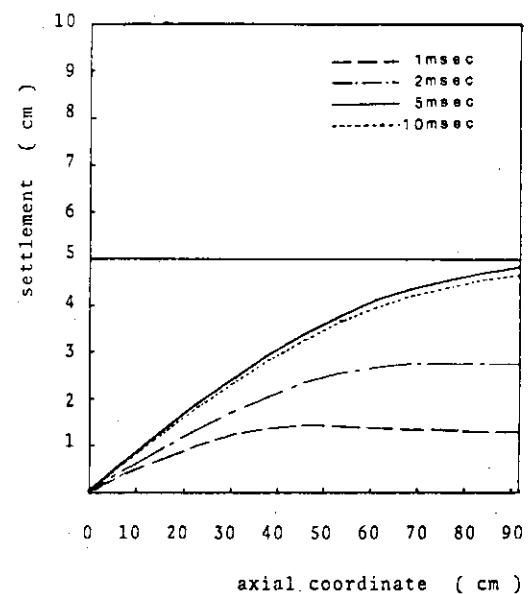
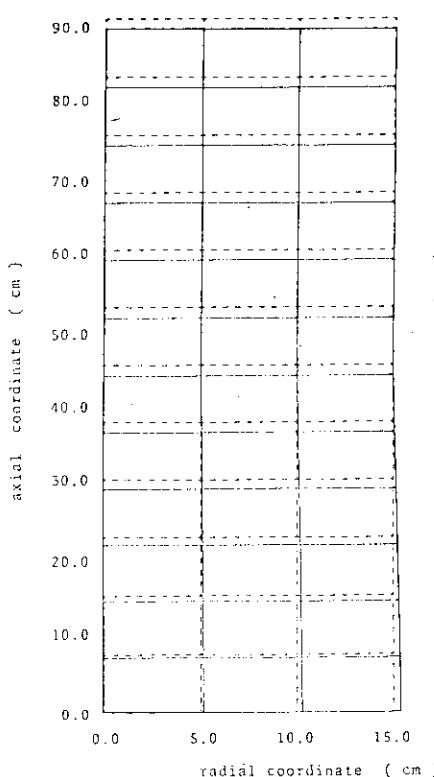
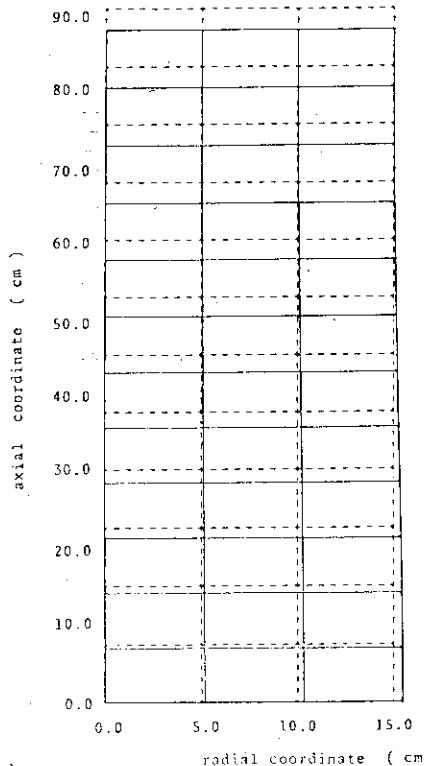
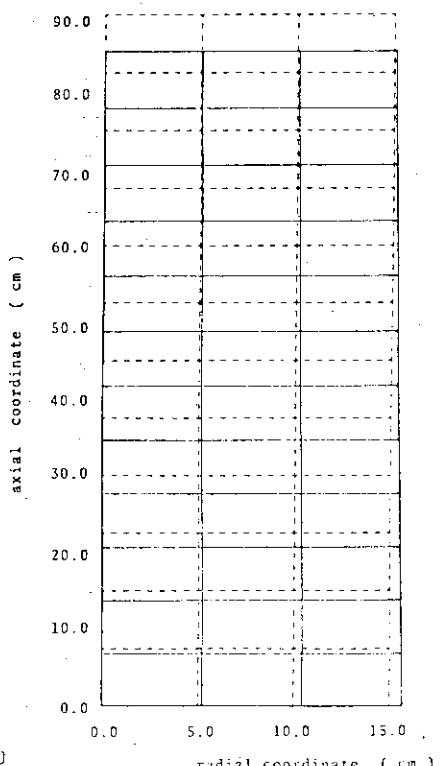


Fig. 3 Distribution of settlement

Fig. 4(a) Deformed profile
(1 msec)Fig. 4(b) Deformed profile
(2 msec)Fig. 4(c) Deformed profile
(5 msec)

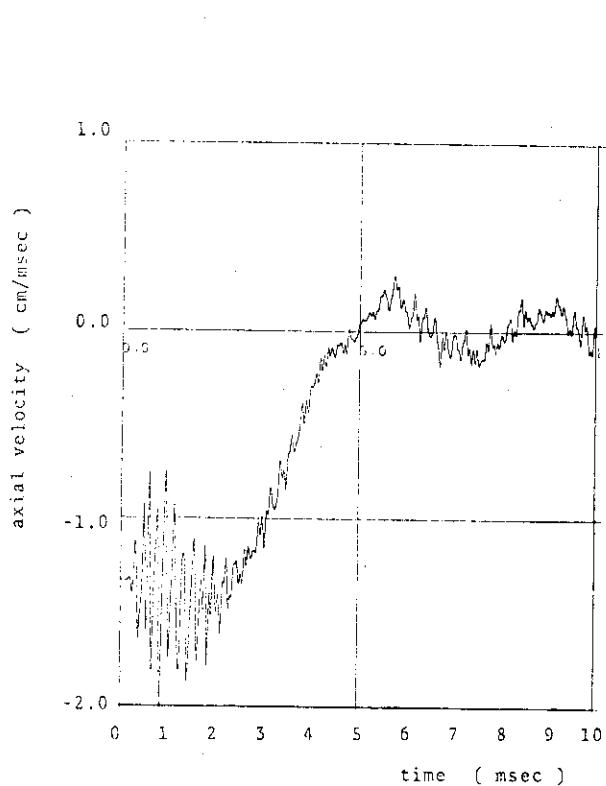


Fig. 5 Time history of axial velocity at head (B)

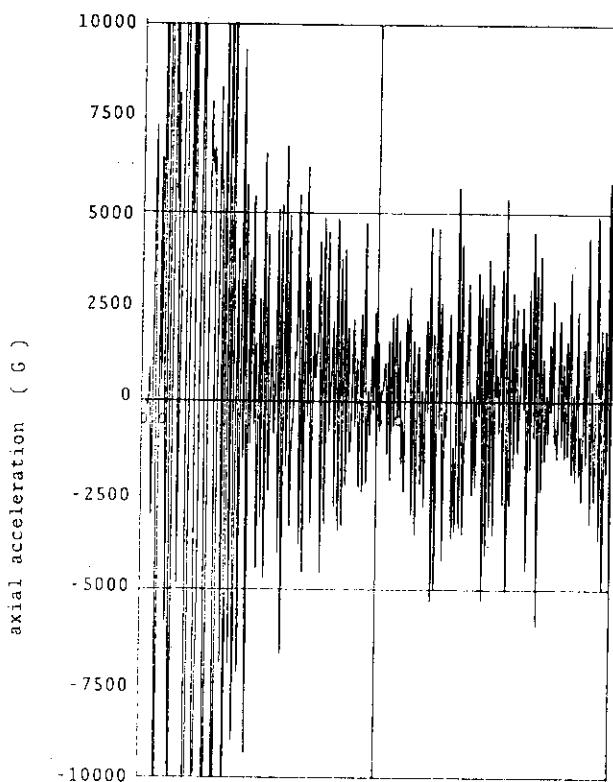


Fig. 6 Time history of axial acceleration at head (B)

軸方向応力と歪の軸方向分布を Fig. 7 および Fig. 8 に示す。また、軸方向応力の半径方向分布を Fig. 10 に示す。プロットした値は 4 つの積分点における出力値の平均値とした。Fig. 9, Fig. 11 に底部軸方向応力と歪の時刻歴を示す。

Fig. 13 に底部における相当応力—相当歪曲線を示す。O 点において、除荷は 4.9 msec から始まり、その時の相当応力は 2.2 kgf/mm^2 、相当歪は 0.087 である。除荷から再び負荷に変わった後の曲線の傾きが逆になっているのは、応力場が圧縮から引張りに変わり、相当応力が増加しても、相当歪が減少するためである。

Fig. 14 に底部のトータル反力を示す。

本計算では、時間積分アルゴリズムに人工粘性を考慮していないため、速度、加速度、応力、反力に高周波が乗ってしまい、他のコードとの定量的な比較がむずかしくなっている。今後は何らかの減衰を考慮した方が良いと思われる。

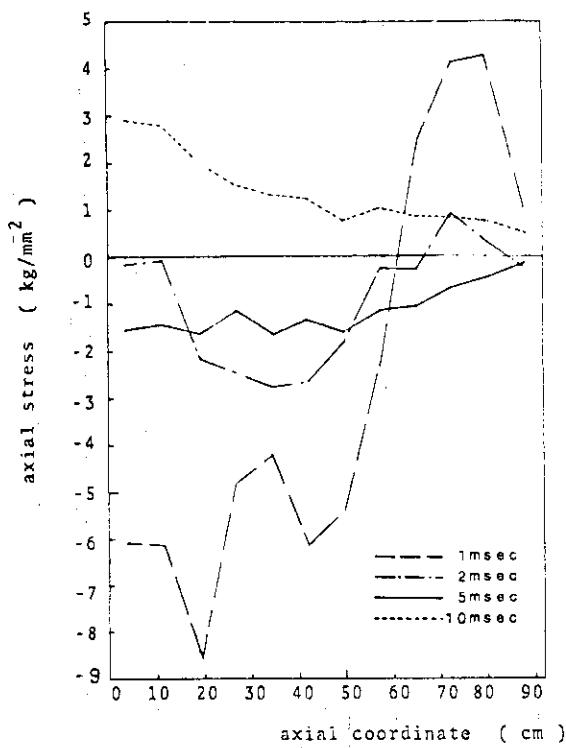


Fig. 7 Distribution of axial stress
(1, 2, 5 and 10 msec)

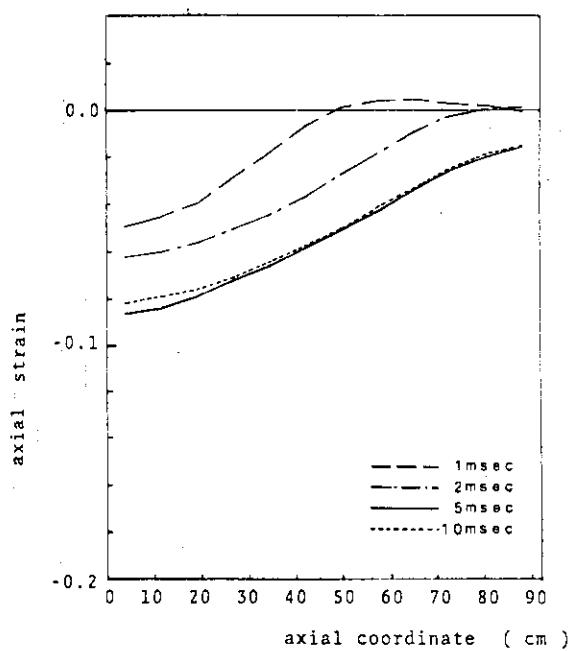


Fig. 8 Distribution of axial strain
(1, 2, 5 and 10 msec)

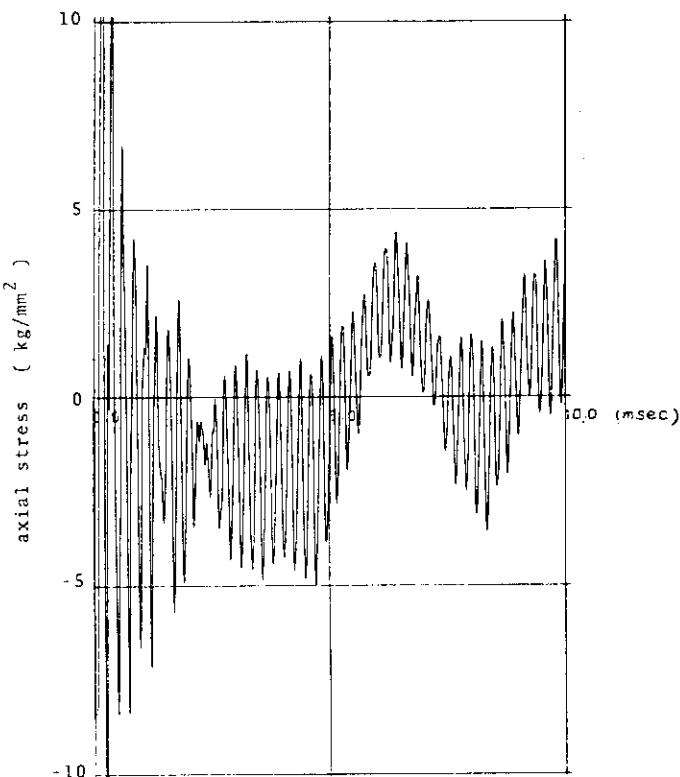


Fig. 9(a) Time history of axial stress
at bottom (0)

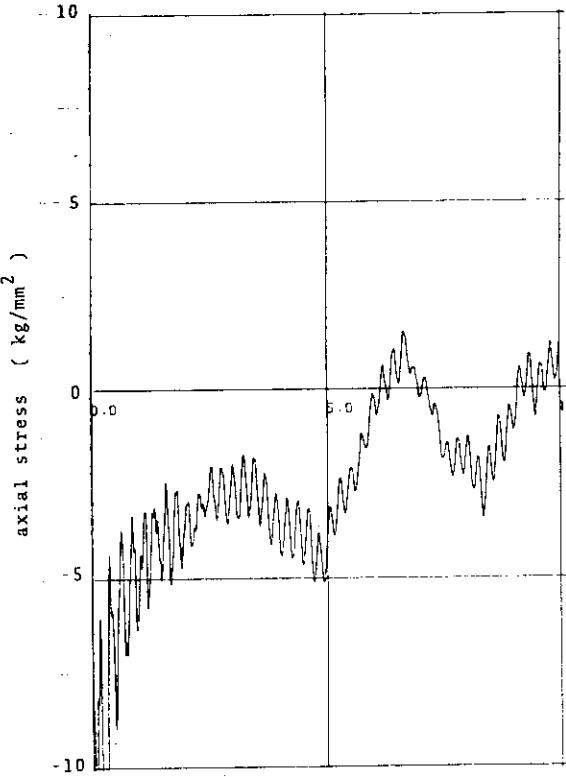


Fig. 9(b) Time history of axial stress
at bottom (A)

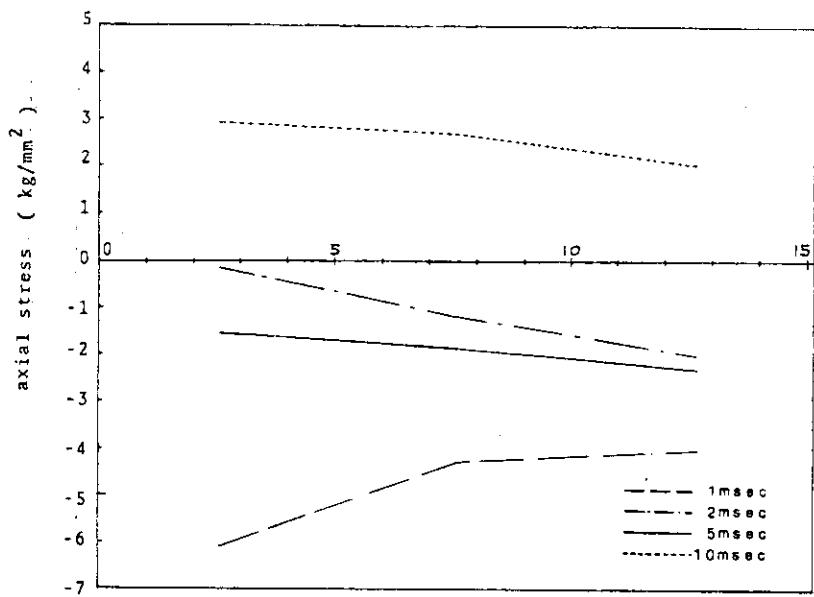


Fig. 10 Distribution of axial stress on the bottom surface (1, 2, 5 and 10 msec)

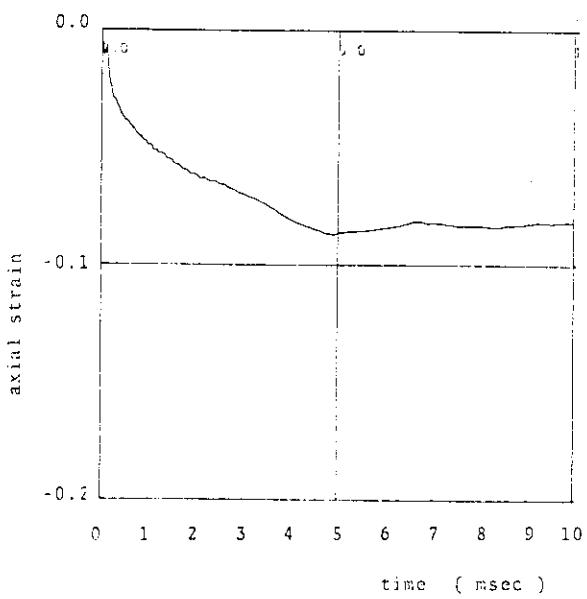


Fig. 11(a) Time history of axial strain at bottom (O)

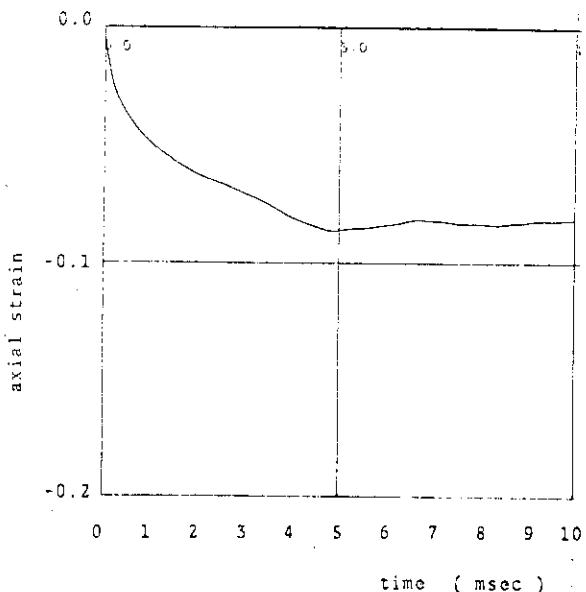


Fig. 11(b) Time history of axial strain bottom (A)

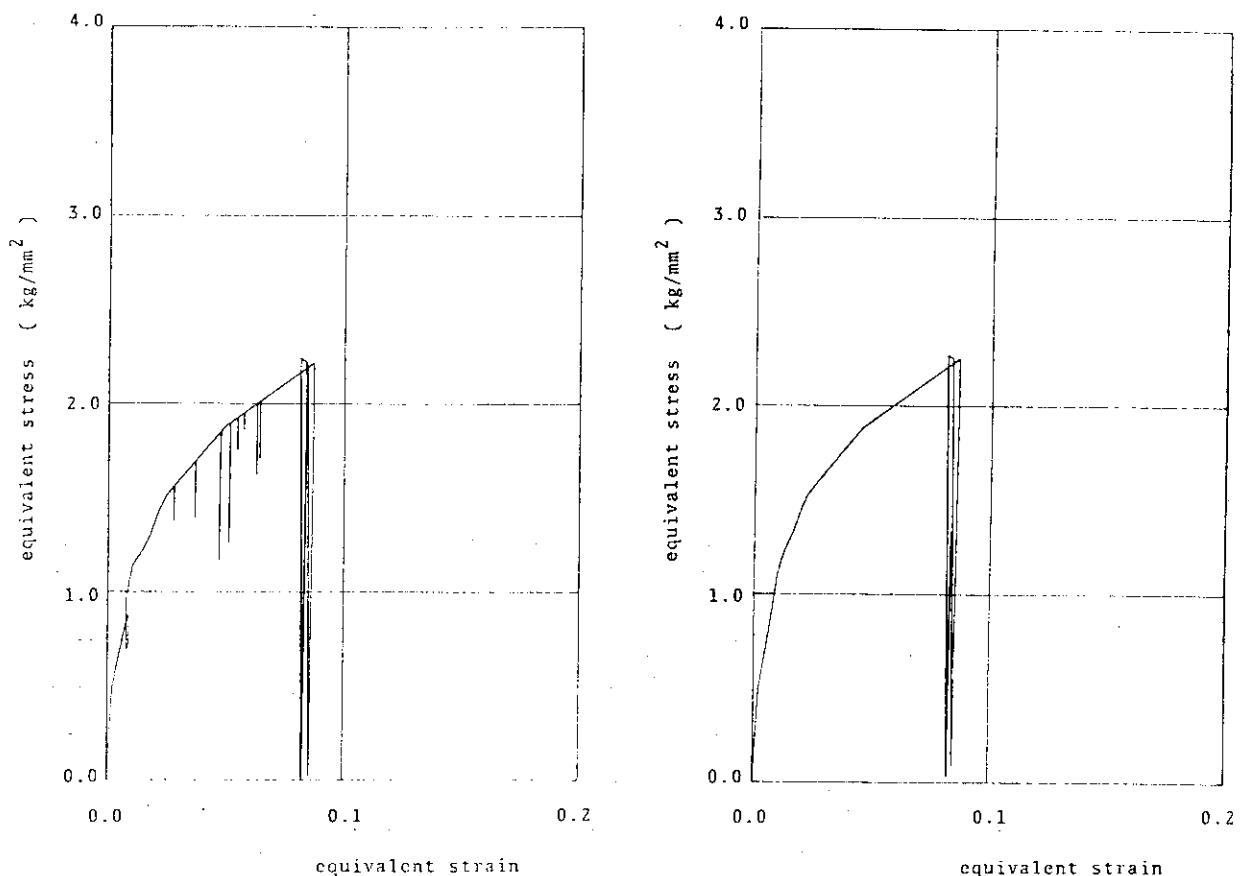


Fig. 12(a) Stress-strain relation (O)

Fig. 12(b) Stress-strain relation (A)

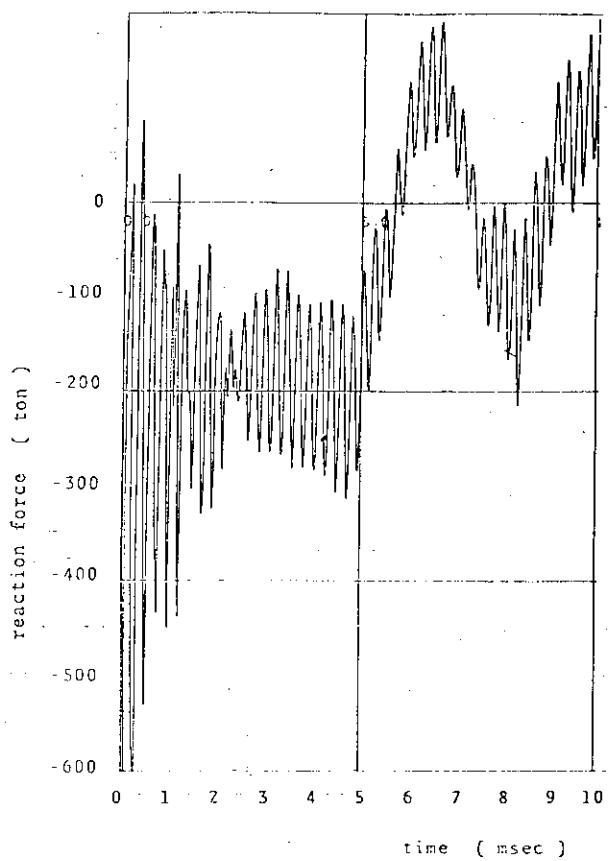


Fig. 13 Time history of reaction force

3.3.3 MARC (B)

(1) 概 説

(a) 解析者および使用プログラム

所 属 機 閣	解 析 者	使 用 プ ロ グ ラ ム
日 指 撃	浜 中 卓	MARC
日本マーク	金 沢 京 子	
	山 縣 延 樹	
間 組	三 好 昭 生	
	丸 山 能 生	

(b) 解析法概要

MARCプログラムは、有限要素法による非線形構造解析汎用プログラムの一つである。本計算は有限ひずみ理論に基づく弾塑性応答解析をひずみ速度が応力ひずみ関係におよぼす効果を考慮して行ったものである。ひずみ速度の算出法には以下の式を用いた。

$$\dot{\epsilon} = \sqrt{\frac{2}{3}(\dot{\epsilon}_x^2 + \dot{\epsilon}_y^2 + \dot{\epsilon}_z^2 + 2\dot{\epsilon}_{xy}^2)} \quad (1)$$

時間増分 $\Delta t = 20 \mu\text{sec}$ については、Rayleighの剛性減衰により 4,000 Hz 以上の高周波成分を取り除いた。すなわち β を剛性減衰定数、 ω を角速度として、

$$\beta = \frac{2}{\omega} = \frac{2}{2\pi \times 4,000} = 7.95 \times 10^{-5} \quad (2)$$

を用いた。

(c) 使用要素

4節点軸対称リング要素（エレメント・ライブラリーNo.10）。Gaussの積分点は 2×2 である。

(d) 使用計算機および計算時間

時 間 増 分	使 用 計 算 機	計 算 時 間
$8 \mu\text{sec}$	P R I M E 750	41,082 sec
$20 \mu\text{sec}$	F A C O M M-200	779 sec

(2) 問題概要および解析条件

(a) 問題概要

直径30.5 cm、長さ91.4 cmの鉛円柱を 9.14 m の高さから水平な剛体面へ落下させた時の衝突応答計算を行う。初期条件として底面を除く各節点に鉛直下方の初速度 $v_0 = 1.3385 \times 10^4 \text{ mm/sec}$ を与えた。

(b) 解析条件

① 境界条件

円柱底面ではZ軸方向変位を拘束し、対称軸($r = 0$)での半径方向の変位を拘束した。底面中心点は固定した。

② 要素数、節点数、総自由度数(拘束自由度除く)

要素分割をFig. 1に示す。

要素数 : 40

節点数 : 55

総自由度数 : 94

③ 時間積分法

Newmark- β 法($\tau = \frac{1}{2}$, $\beta = \frac{1}{4}$)を用いた。

④ 時間増分

解析時間は0~10 msecとし、時間増分 Δt は次の如く決定した。いま平面弾性波の伝播速度 C_p を、

$$C_p = [((\lambda + 2\mu) / \rho)]^{1/2} \quad (3)$$

ここに、

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1 - 2\nu)(1 + \nu)} \quad (4)$$

$$\mu = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (5)$$

ρ = 密度 = 1.13×10^{-9} kgf sec²/mm⁴

ν = ポアソン比 = 0.42

E = ヤング率 = 1,500 kg/mm²

とすると、 $C_p = 1.84 \times 10^6$ mm/secとなる。一方鉛円柱の軸方向の最小要素長さ $h_{min} = 76.17$ mmであるから、

$$T = \frac{h_{min}}{C_p} = 4.15 \times 10^{-5} \text{ sec} \quad (6)$$

$\Delta t = T$ では十分に細かいといえない場合があるので、

$$(i) \quad \Delta t < \frac{1}{2} T$$

$$(ii) \quad \Delta t < \frac{1}{5} T$$

の2通りについて計算を行う。本計算では20 μsecと8 μsecを用いた。

⑤ 質量マトリクス

ランプト・マス・マトリクスを用いた。

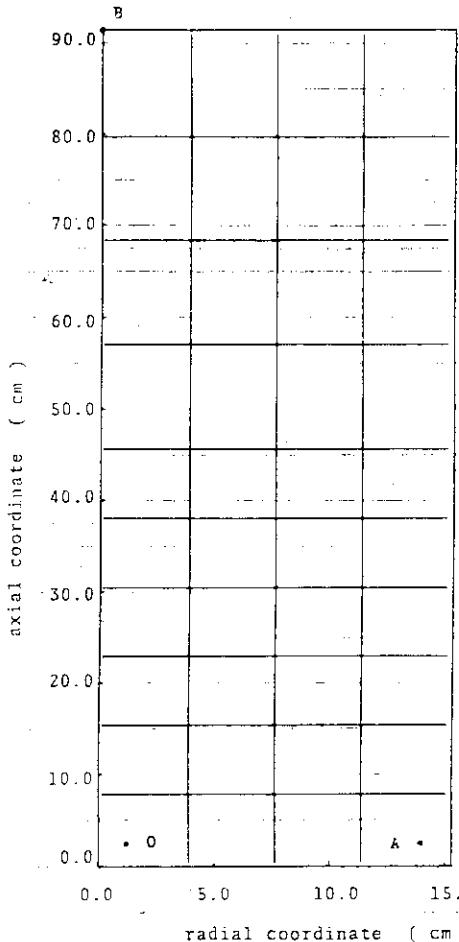


Fig. 1 Mesh subdivision

(6) 塑性計算法

本計算で用いた非線形収束計算法は、接線剛性法に基づき反復計算を行い、ひずみエネルギーの変化により収束判定を行う手法である。各増分で最大10回の反復計算を行った。

(3) 材料データ

鉛の密度、ボアソン比およびヤング率は既出の値を用いる。降伏応力 σ_y は次の2式を連立して求める。

$$\sigma = E \varepsilon \quad (7)$$

$$\sigma = 4 (1 + 0.096 \log_{10} \dot{\varepsilon}_t) \dot{\varepsilon}_t^{0.31} \quad (8)$$

したがって降伏応力 σ_y はひずみ速度 $\dot{\varepsilon}$ の関数となる。

$$\sigma_y = 2.7896 \times 10^{-1} (1 + 0.096 \log_{10} \dot{\varepsilon})^{1.4493} \quad (9)$$

塑性範囲での応力-ひずみ関係は(8)式を4直線近似する。ただしひずみ硬化率を $\dot{\varepsilon}$ の関数として扱えないもので $\dot{\varepsilon} = 100 \text{ s}^{-1}$ を代表値に取る。

(4) 解析結果および考察

Fig. 2 (a), (b)は鉛円柱頭部の中心点Bにおける沈下量の時刻歴である。 $\Delta t = 20 \mu\text{sec}$ の場合、時刻4.5 msecで最大4.8 cm、 $\Delta t = 8 \mu\text{sec}$ の場合、時刻4.6 msecで最大5.1 cm沈下した。

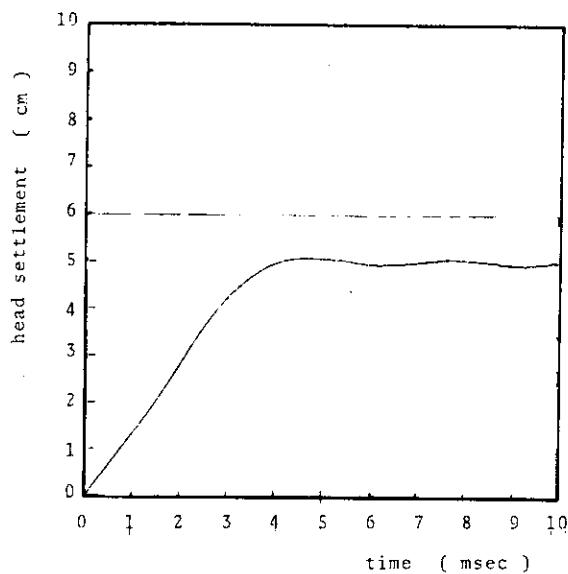


Fig. 2 (a) Time history of head settlement (B)
time inc. is 8 μsec

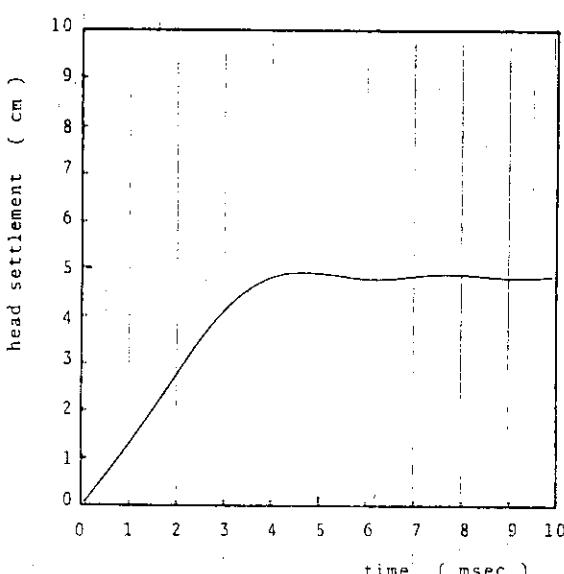


Fig. 2 (b) Time history of head settlement (B)
time inc. is 20 μsec

Fig. 3 (a), 3 (b)は時刻1, 2, 5, 10 msecにおける鉛円柱のZ軸上に位置する点の沈下量の分布図である。

Fig. 4 (a), 4 (f)は時刻1, 2, 5 msecにおける鉛円柱の断面変形図である。

Fig. 5 (a), 5 (b)はB点における軸方向速度の時刻歴である。 $\Delta t = 20 \mu\text{sec}$ の場合時刻0.3 msecから2.7 msecまで、 $\Delta t = 8 \mu\text{sec}$ の場合時刻1.2 msecから2.7 msecまで初速度を上回る。

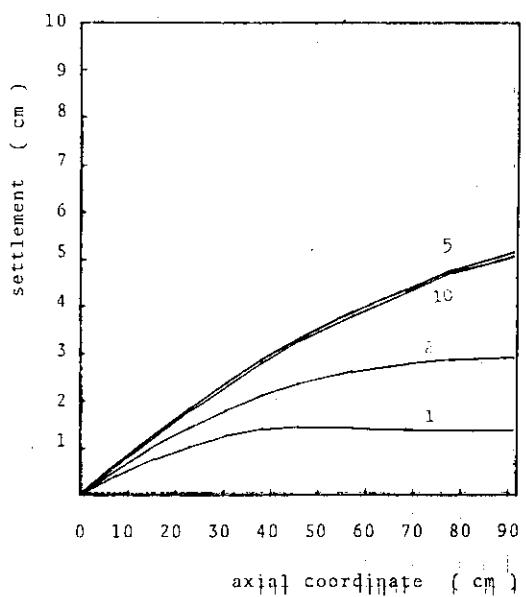


Fig. 3(a) Distribution of settlement
(1, 2, 5 and 10 msec)
time inc. is 8 μ sec

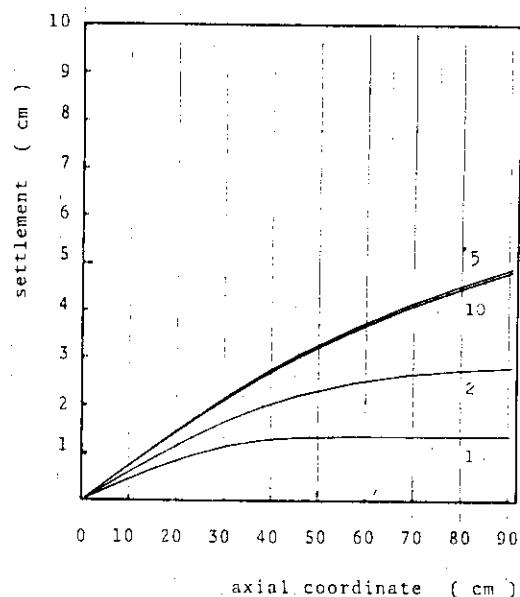


Fig. 3(b) Distribution of settlement
(1, 2, 5 and 10 msec)
time inc. is 20 μ sec

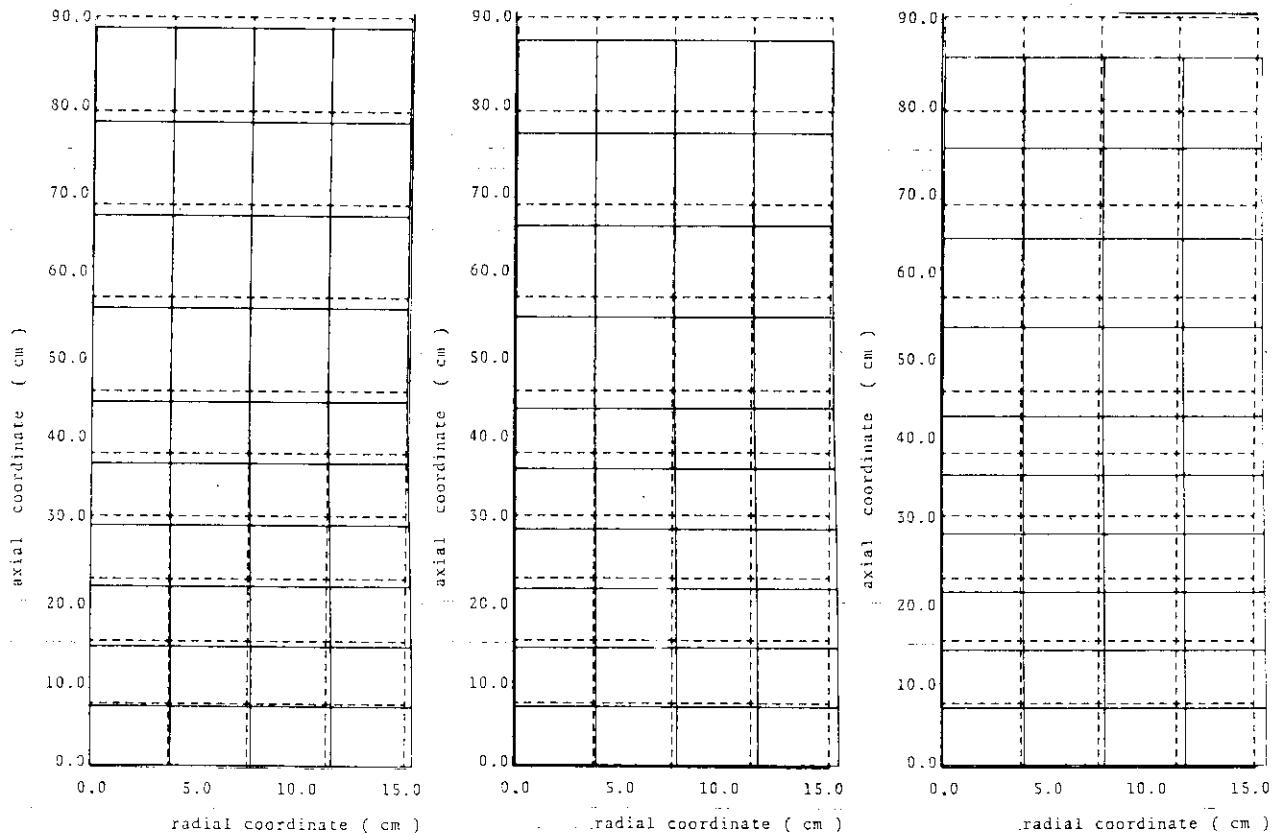


Fig. 4(a) Deformed profile
1 msec
time inc. is 8 μ sec

Fig. 4(b) Deformed profile
2 msec
time inc. is 8 μ sec

Fig. 4(c) Deformed profile
5 msec
time inc. is 8 μ sec

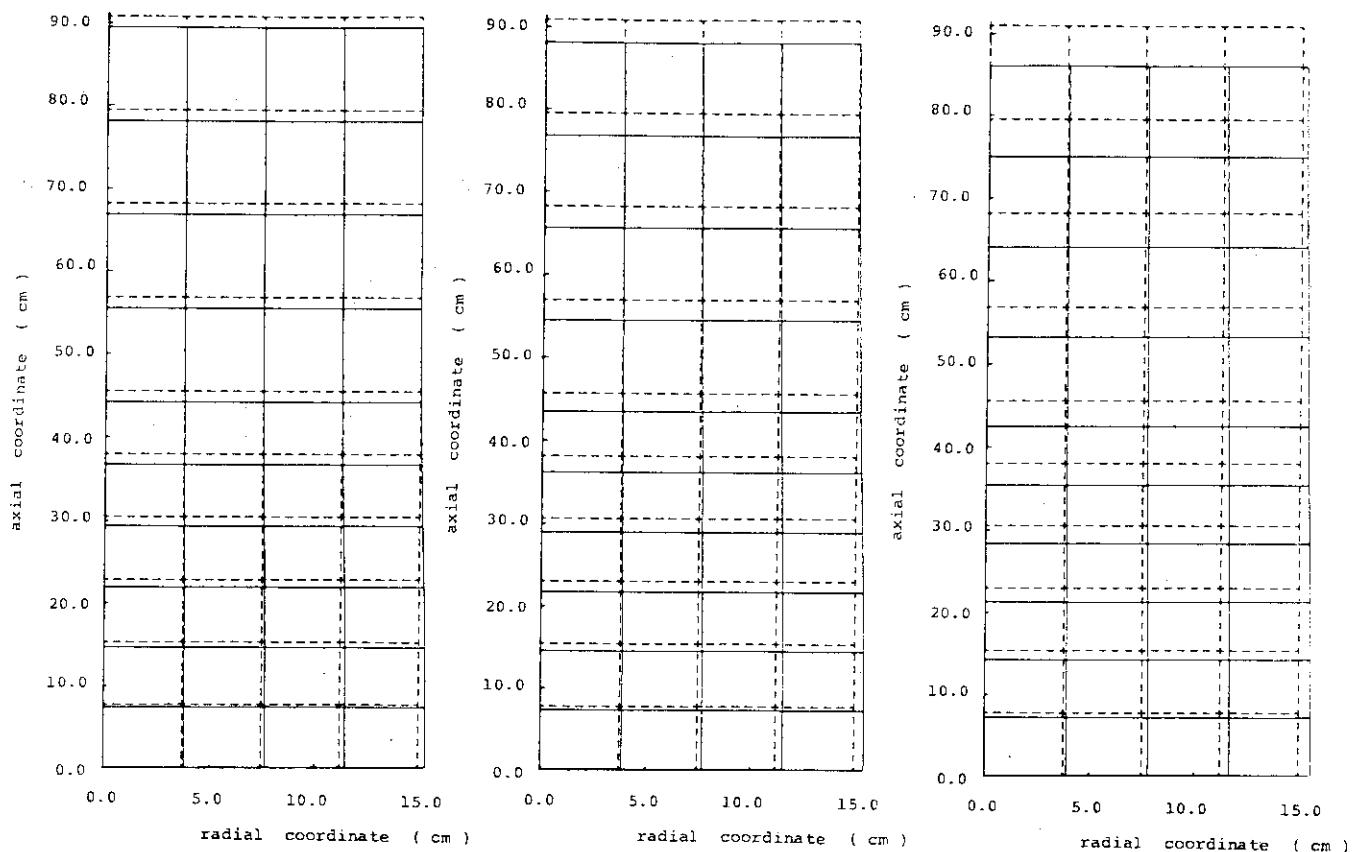


Fig. 4(d) Deformed profile
1 msec
time inc. is 20 μ sec

Fig. 4(e) Deformed profile
2 msec
time inc. is 20 μ sec

Fig. 4(f) Deformed profile
5 msec
time inc. is 20 μ sec

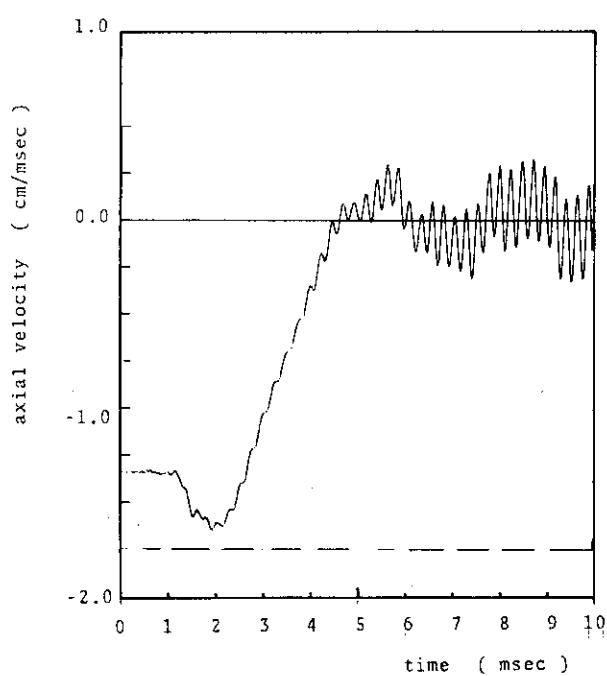


Fig. 5(a) Time history of axial velocity
at head (B)
time inc. is 8 μ sec

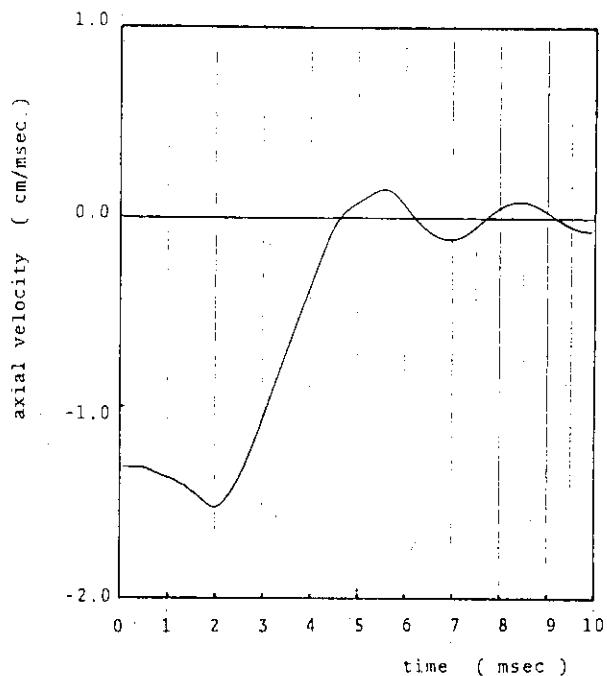


Fig. 5(b) Time history of axial velocity
at head (B)
time inc. is 20 μ sec

Fig. 6(a), 6(b)はB点の軸方向加速度の時刻歴である。5 msec以降振幅が増大する。

Fig. 7(a), 7(c), 7(e)は時刻 1, 2, 5, 10 msecにおける鉛円柱の中心軸付近の軸方向応力の軸方向分布を各積分点ごとにプロットした図である。Fig. 7(b)はFig. 7(a)をFig. 7(d)はFig. 7(c)をFig. 7(f)はFig. 7(e)をグラフが枠内に収まるようにスケールを変えてプロットし直した図である。

Fig. 8(a), 8(b)は同じく軸方向ひずみの軸方向分布を各積分点ごとにプロットした図である。

Fig. 9(a), 9(c), 9(d)は鉛円柱底部O点およびA点における軸方向応力の時刻歴である。Fig. 9(b)はFig. 9(a)をスケールを変えてプロットした図である。

Fig. 10(a), 10(b)は時刻 1, 2, 5, 10 msecにおける鉛円柱底部付近の軸方向応力の径方向分布図である。

Fig. 11(a), 11(b), 11(c)はO点およびA点における軸方向ひずみの時刻歴である。

Fig. 12(a), 12(b), 12(c)はO点およびA点における相当応力と相当塑性ひずみの関係図である。

Fig. 13(a), 13(c)は鉛底面での総反力を示す。5.3 msec付近で0になった。Fig. 13(b)はFig. 13(a)をFig. 13(d)はFig. 13(c)をスケールを変えてプロットした図である。

Fig. 14(a), 14(b), 14(c)は相当ひずみ速度の時刻歴を示す。

全般的に $\Delta t = 20 \mu\text{sec}$ の結果が $\Delta t = 8 \mu\text{sec}$ の結果に比べて滑らかな時刻歴を与えた。これは Rayleigh の剛性減衰によると思われる。

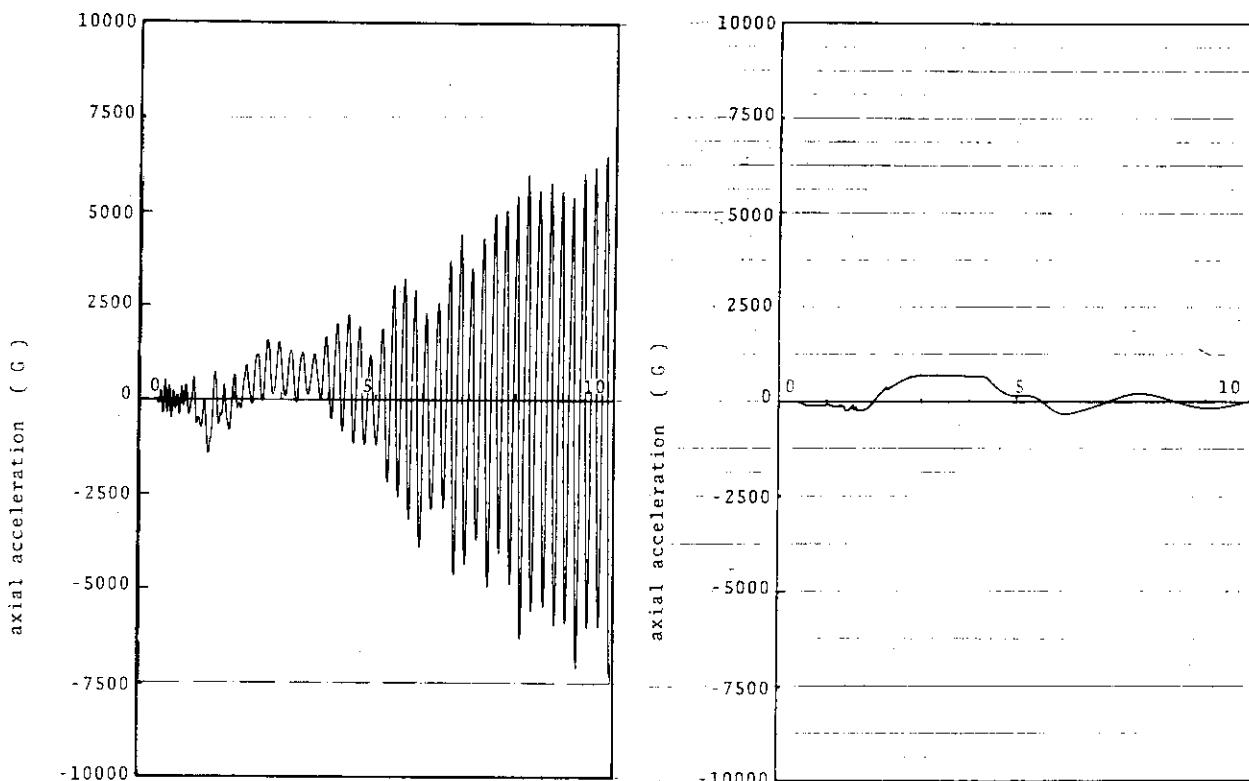


Fig. 6(a) Time history of axial acceleration
at head (B)
time inc. is 8 μsec

Fig. 6(b) Time history of axial acceleration
at head (B)
time inc. is 20 μsec

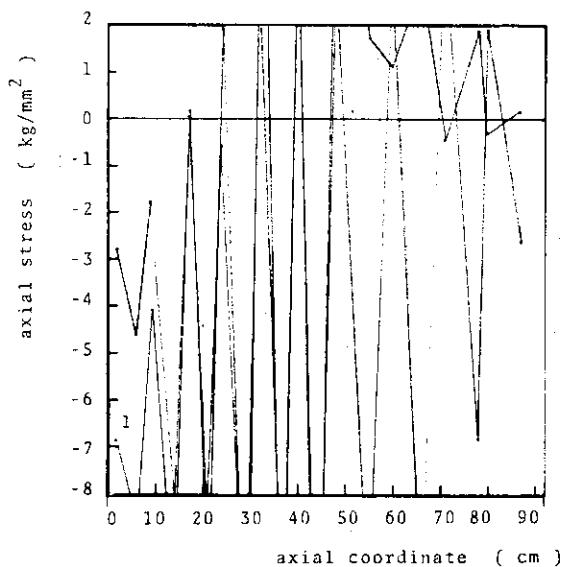


Fig. 7 (a) Distribution of axial stress
(1 and 2 msec)
time inc. is 8 μ sec

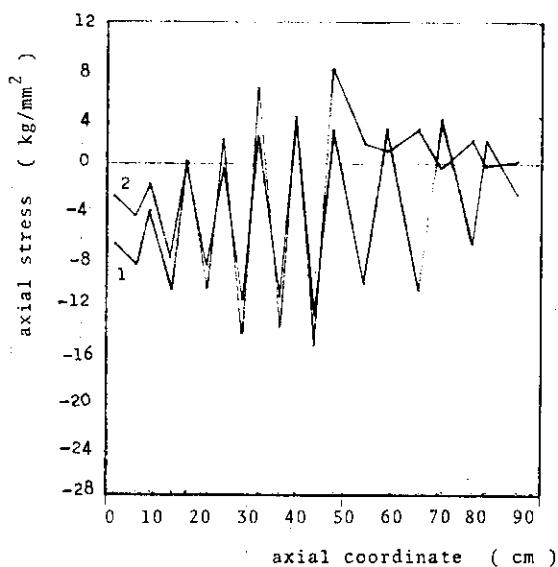


Fig. 7 (b) Distribution of axial stress
(1 and 2 msec)
time inc. is 8 μ sec

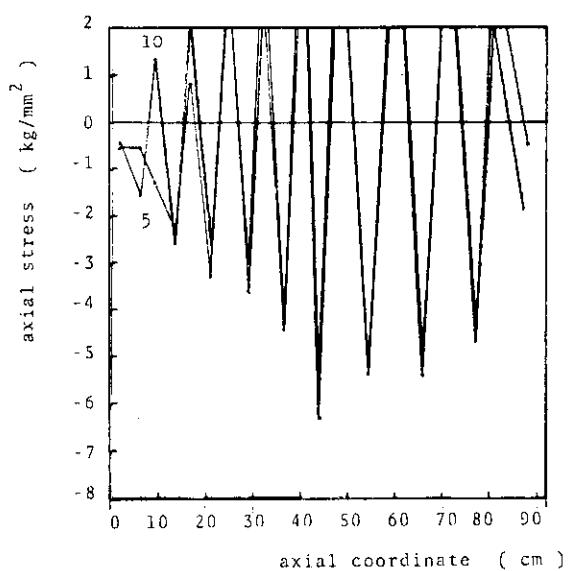


Fig. 7 (c) Distribution of axial stress
(5 and 10 msec)
time inc. is 8 μ sec

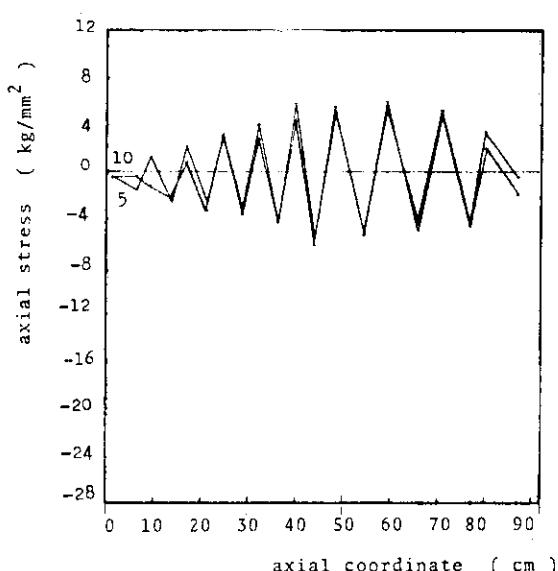


Fig. 7 (d) Distribution of axial stress
(5 and 10 msec)
time inc. is 8 μ sec

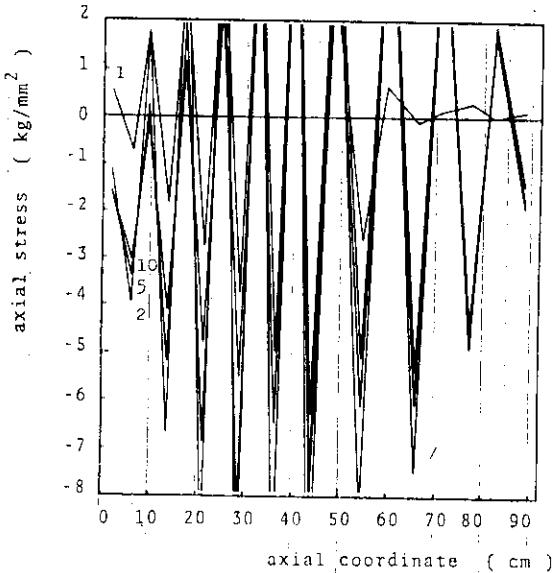


Fig. 7(e) Distribution of axial stress
(1, 2, 5 and 10 msec)
time inc. is 20 μ sec)

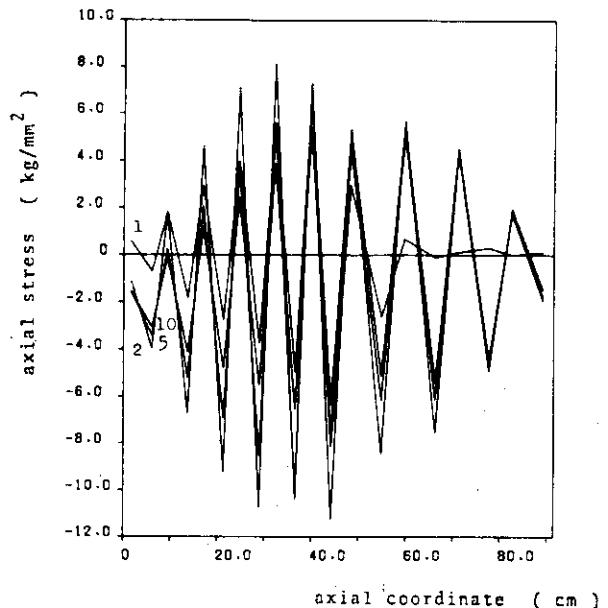


Fig. 7(f) Distribution of axial stress
(1, 2, 5 and 10 msec),
time inc. is 20 μ sec)

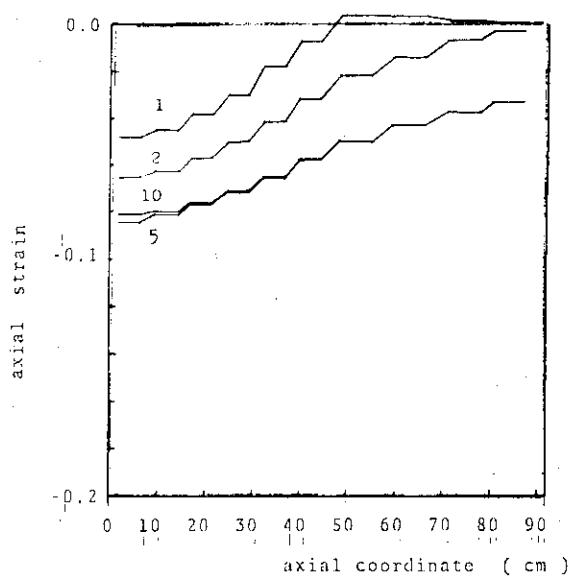


Fig. 8(a) Distribution of axial strain
(1, 2, 5 and 10 msec)
time inc. is 8 μ sec

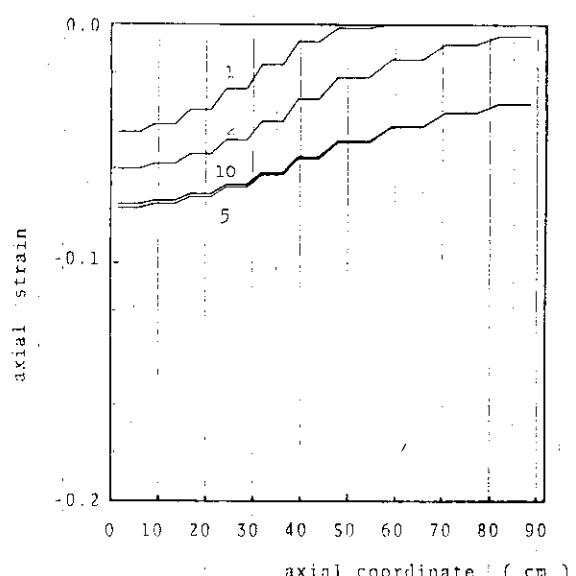


Fig. 8(b) Distribution of axial strain
(1, 2, 5 and 10 msec)
time inc. is 20 μ sec)

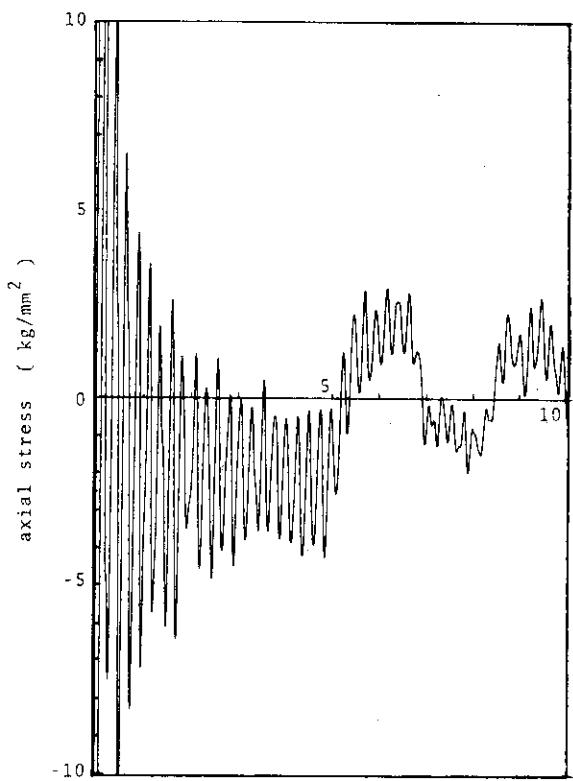


Fig. 9(a) Time history of axial stress
at bottom (O)
time inc. is 8 μsec

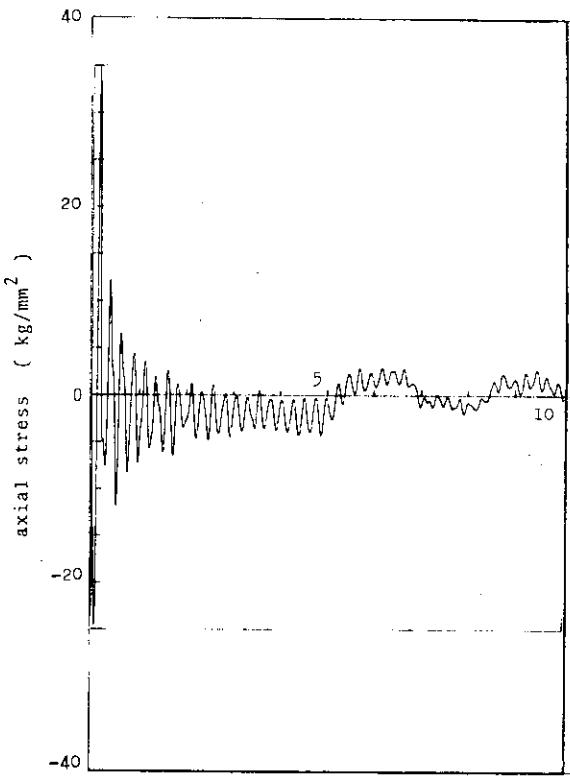


Fig. 9(b) Time history of axial stress
at bottom (O)
time inc. is 8 μsec

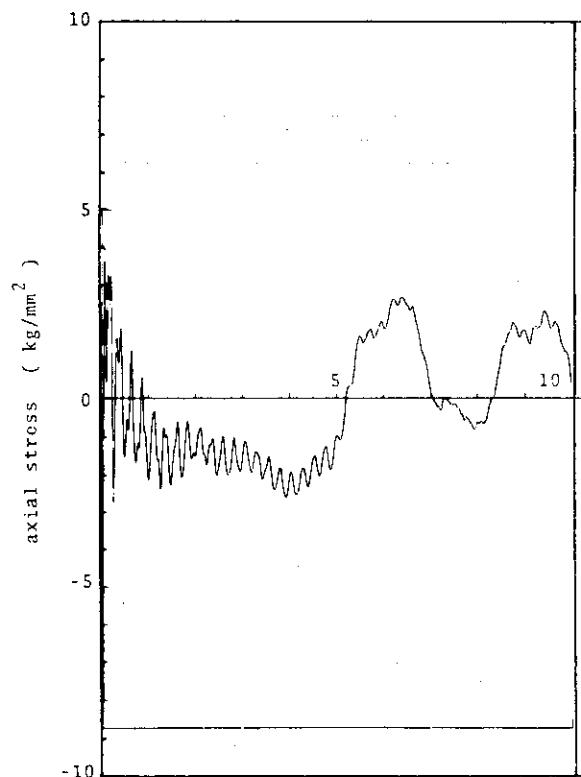


Fig. 9(c) Time history of axial stress
at bottom (A)
time inc. is 8 μsec

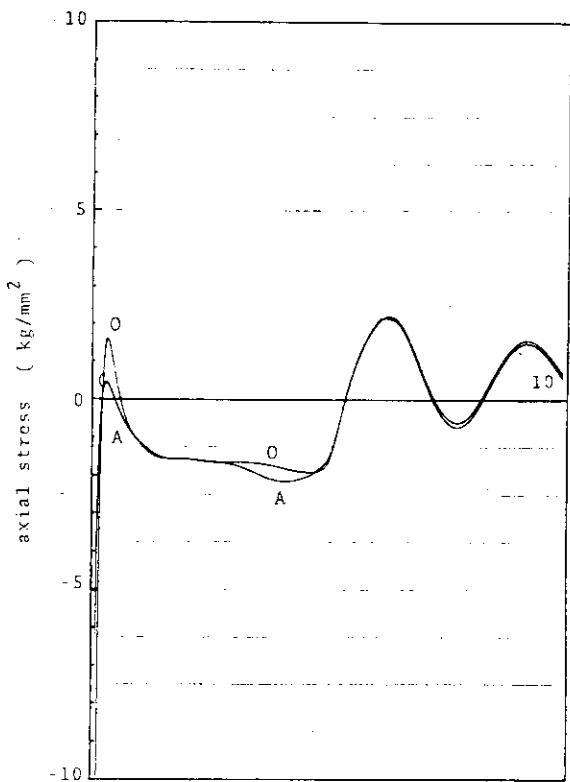


Fig. 9(d) Time history of axial stress
at bottom (O and A)
time inc. is 20 μsec

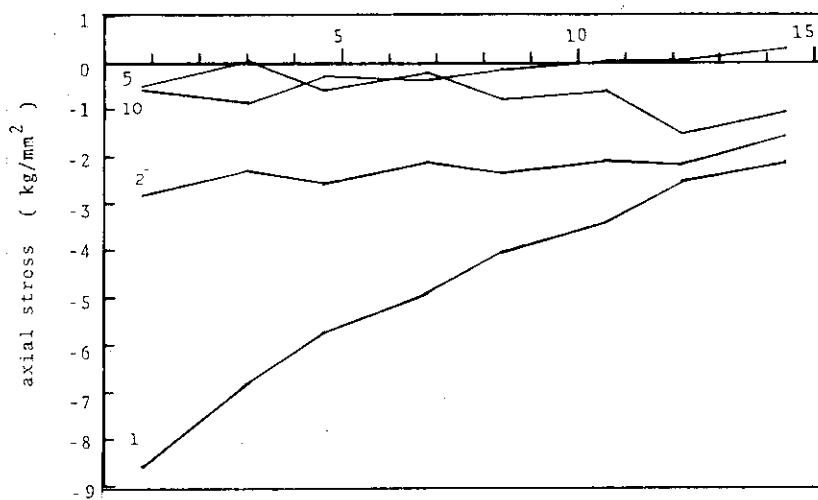


Fig.10(a) Distribution of axial stress on the
bottom surface (1, 2, 5 and 10 msec)
time inc. is 8 μ sec

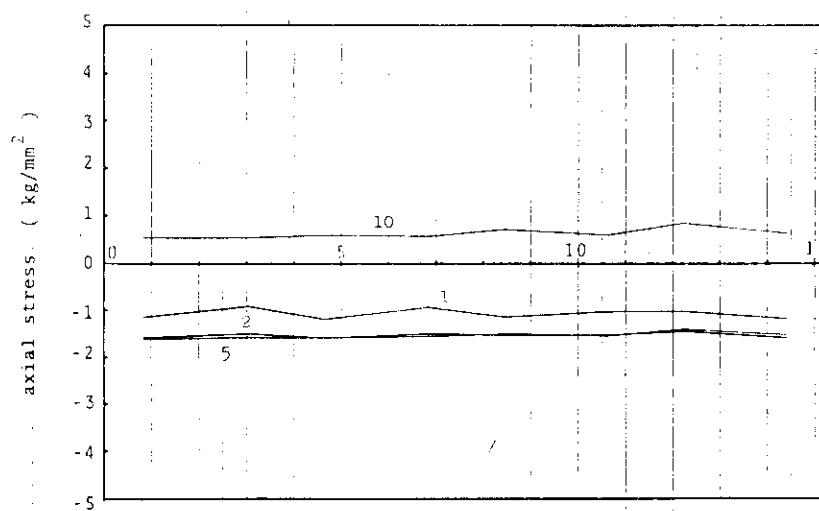


Fig.10(b) Distribution of axial stress on the
bottom surface (1, 2, 5 and 10 msec)
time inc. is 20 μ sec

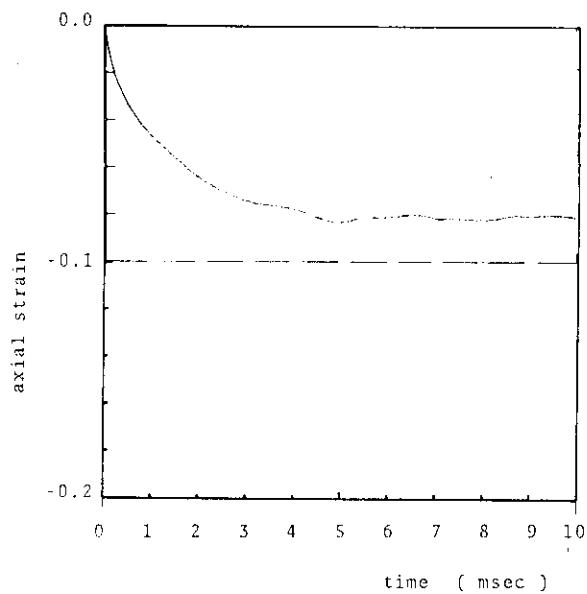


Fig.11(a) Time history of axial strain
at bottom (A)
time inc. is 8 μ sec

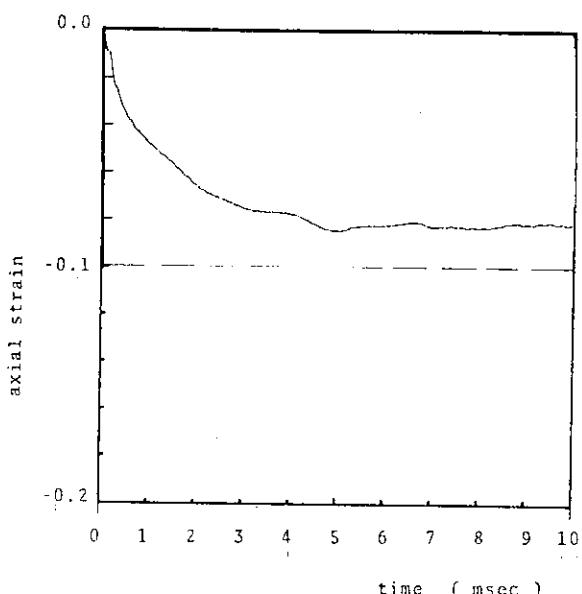


Fig.11(b) Time history of axial strain
at bottom (O)
time inc. is 8 μ sec

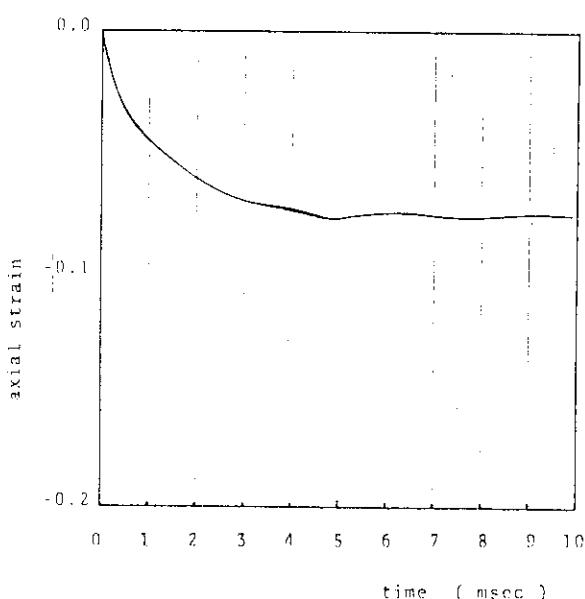


Fig.11(c) Time history of axial strain
at bottom (O and A)
time inc. is 20 μ sec

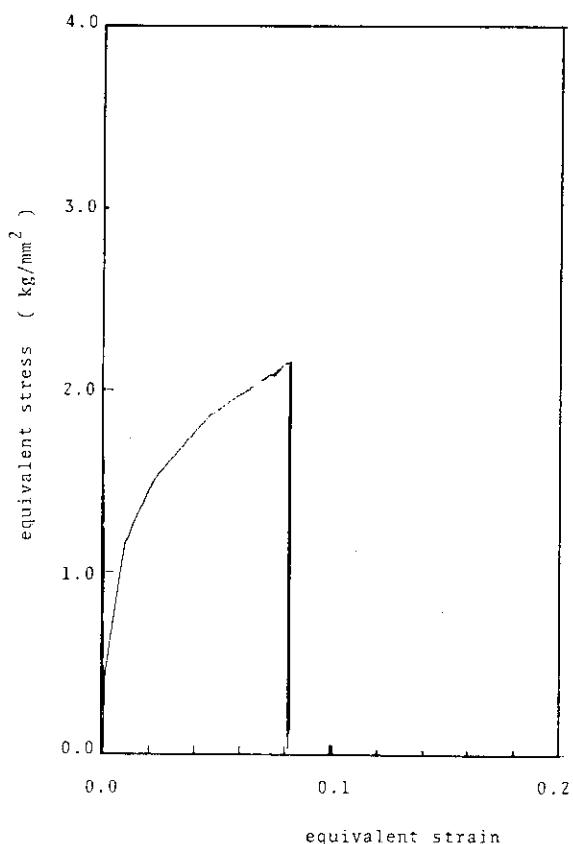


Fig.12(a) Stress-strain relation (A)
time inc. is 8 μ sec

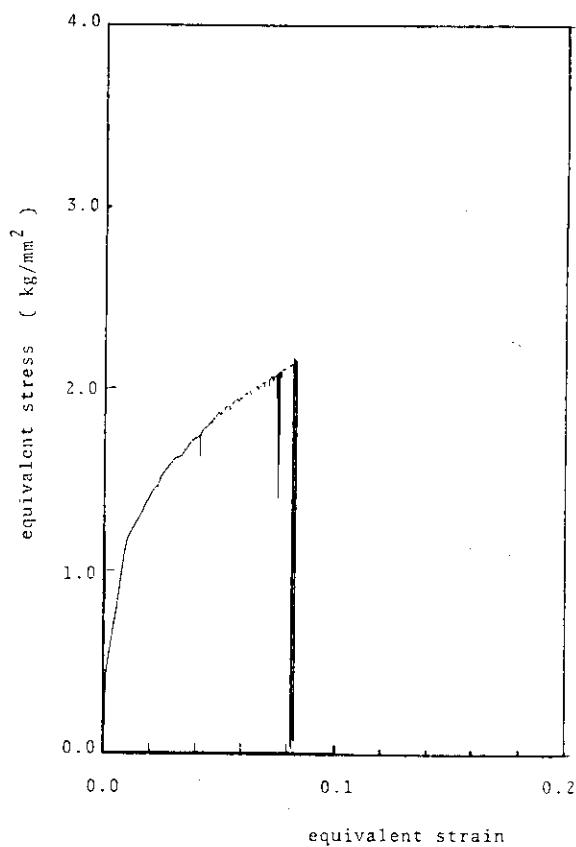


Fig.12(b) Stress-strain relation (O)
time inc. is 8 μ sec

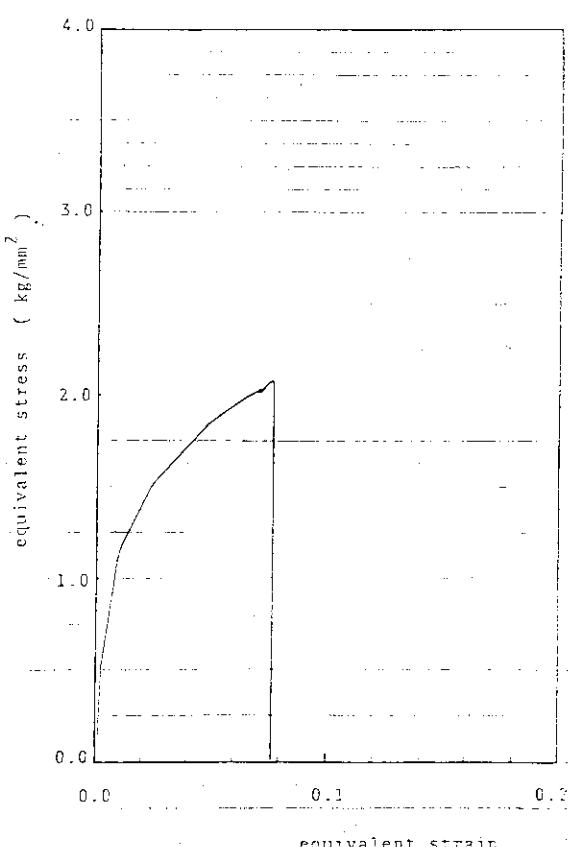


Fig.12(c) Stress-strain relation
(O and A)
time inc. is 20 μ sec

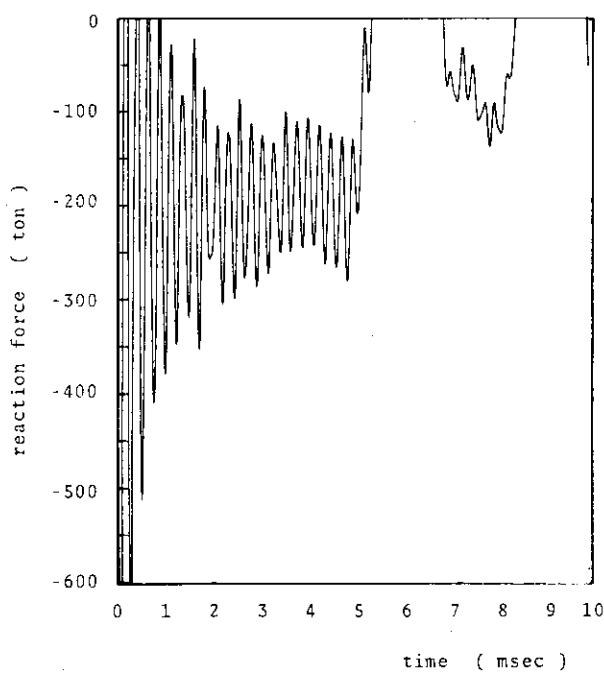


Fig.13(a) Time history of reaction force
time inc. is 8 μ sec

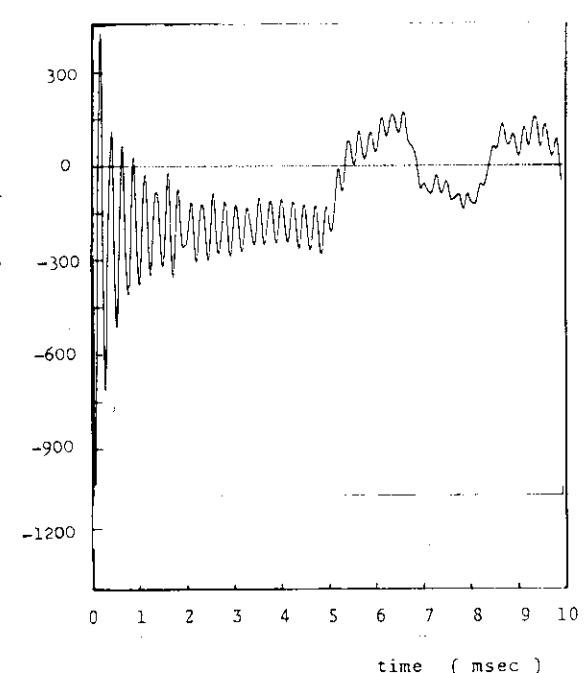


Fig.13(b) Time history of reaction force
time inc. is 8 μ sec

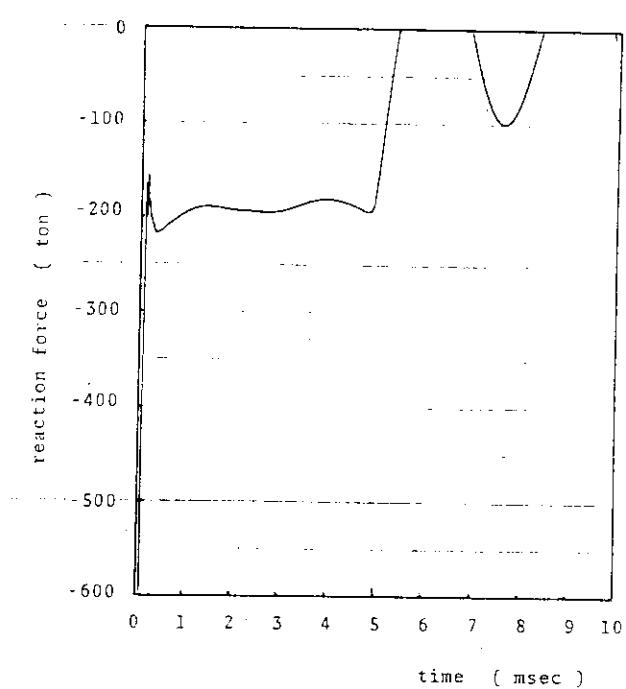


Fig.13(c) Time history of reaction force
time inc. is 20 μ sec

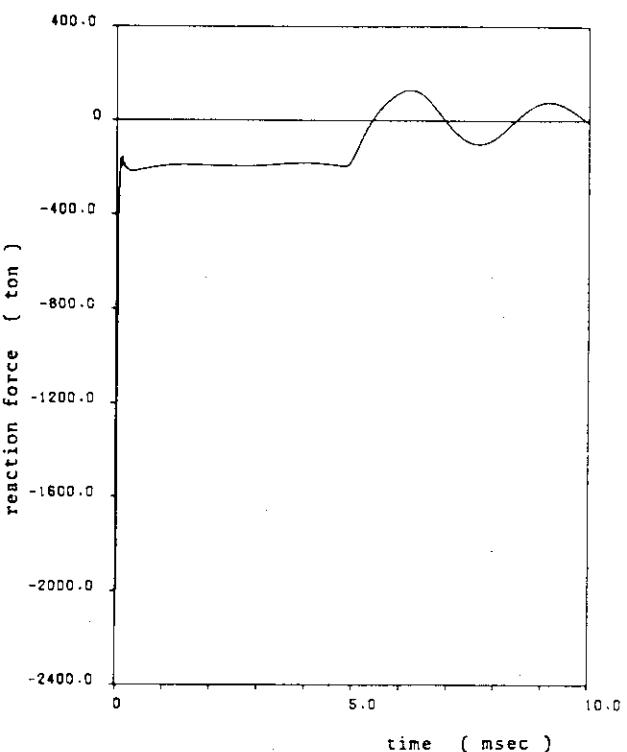


Fig.13(d) Time history of reaction force
time inc. is 20 μ sec

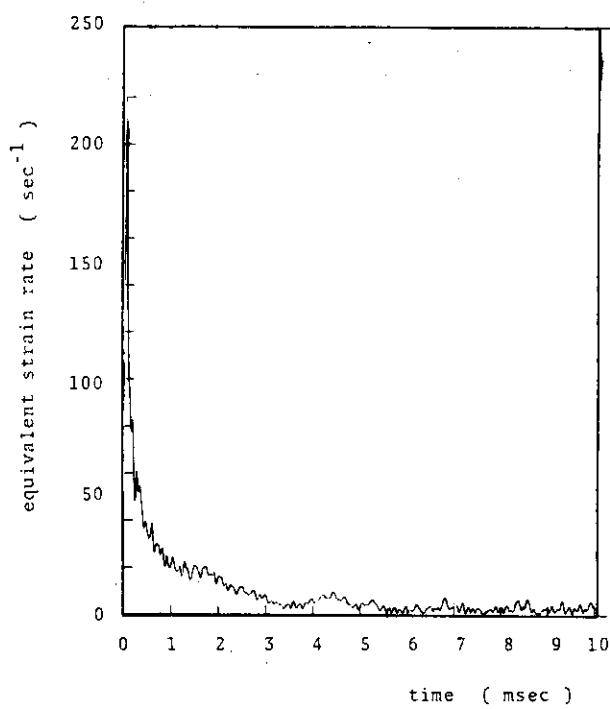


Fig.14(a) Time history of equivalent
strain rate (A)
time inc. is 8 μ sec

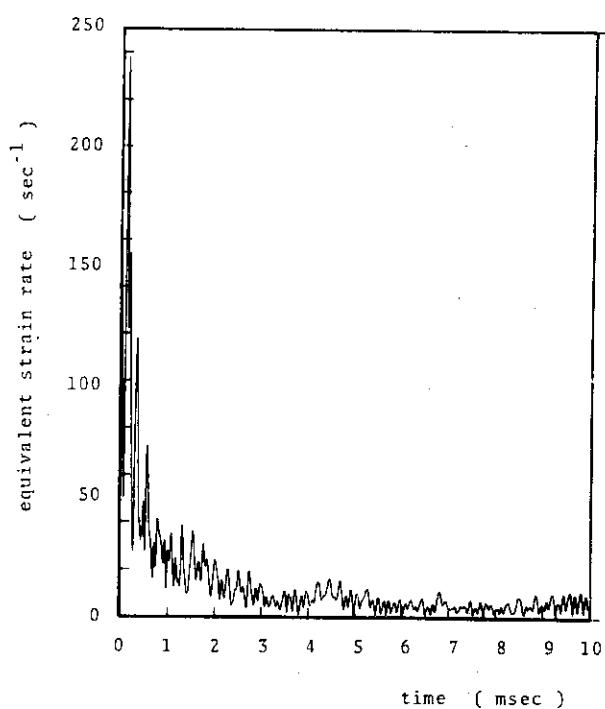


Fig.14(b) Time history of equivalent
strain rate (O)
time inc. is 8 μ sec

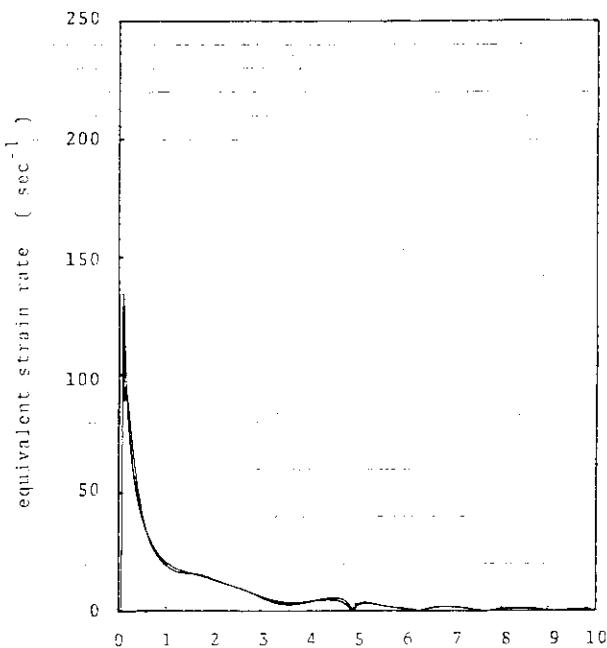


Fig.14(c) Time history of equivalent strain rate
time inc. is 20 μ sec

3.3.4 ABAQUS

(1) 概 説

(a) 解析者および使用プログラム

所 属 機 閣	解 析 者	使 用 プ ロ グ ラ ム
日本シーディーシー㈱	松 元 正 敏 久 保 宏 昭	ABAQUS-V4

(b) 解析概要

ABAQUSは、米国のHibbit, Karlson and Sorensen, Inc.において開発された有限要素法による汎用構造解析プログラムである。

特に、非線形解析を安定した形で行なうため、荷重増分、時間増分の自動決定のような解析過程での精度制御に努力が払われており、材料非線形、幾何学的非線形および境界非線形問題を効率よく解析することができる。

本解析は、時間増分の自動決定機能を使用して動的非線形（有限ひずみ・弾塑性・接触）解析を行なったものである。

(c) 使用要素

4節点軸対称ソリッド要素（CAX4）

自由度 U_r, U_z 積分点数 4

(d) 使用計算機および計算時間

使 用 計 算 機	計 算 時 間
C D C C Y B E R 176	399.36 sec

(2) 問題概要および解析条件

(a) 問題概要

直径30.5 cm, 長さ91.4 cmの鉛円柱を9.14 mの高さから剛体床に垂直落下させた時の応答を解析する。

初期条件として、鉛円柱の下端面を除く全節点に $V_0 = \sqrt{2gh} \approx 13.38 \text{ m/sec}$ の鉛直下方初期速度を与える。

(b) 解析条件

① 境界条件

円柱底部と剛体の接触面は滑らかで、半径方向変位 U_r は自由とする。ただし、この接触面は解析時間内には離れないことを前提として軸方向変位 U_z を固定する。対称境界として、半径座標 $R = 0$ の節点の半径方向変位 U_r を固定する。

② 要素分割

要素分割図を Fig. 1 に示す。

要素数 = 50 節点数 = 66

総自由度 = 115 (拘束自由度を除く)

③ 時間積分法

運動方式を積分する手法は、Hilber-Hughes-Taylor 法である。この手法は、Newmark の β 法の拡張であり、人工減衰を導入することができる。この方法には、減衰をコントロールするパラメータ α があり、 $-1/3 < \alpha < 0$ の範囲をとることができる。 $\alpha = 0$ の場合は、人工減衰は存在せず、Newmark の $\beta = 1/4$, $\tau = 1/2$ に等しい。 α を $-1/3$ に向って減少させることによって人工減衰を増大することができる。本解析では、 $\alpha = -0.05$ を使用した。

④ 時間増分

初期時間増分を $\Delta t_0 = 10.0 \mu\text{sec}$ とし、可変時間増分機能を使って 10.0 msec まで解析をする。 Δt_0 は、縦波の伝播速度、メッシュサイズより次の計算で求めた。

縦波の伝播速度より

$$T = \frac{d}{\sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho(1+\nu)(1-2\nu)}}}$$

d : 最小メッシュ長 (91.4 mm)

ν : ポアソン比

E : ヤング係数

ρ : 密度

$$T = 4.965 \times 10^{-5} \approx 50 \mu\text{sec}$$

$$\Delta t_0 = T / 5 = 10 \mu\text{sec} \quad (\text{安全係数 } f = 1/5)$$

また、可変時間増分は、時間増分の中間における残差によって制御される。

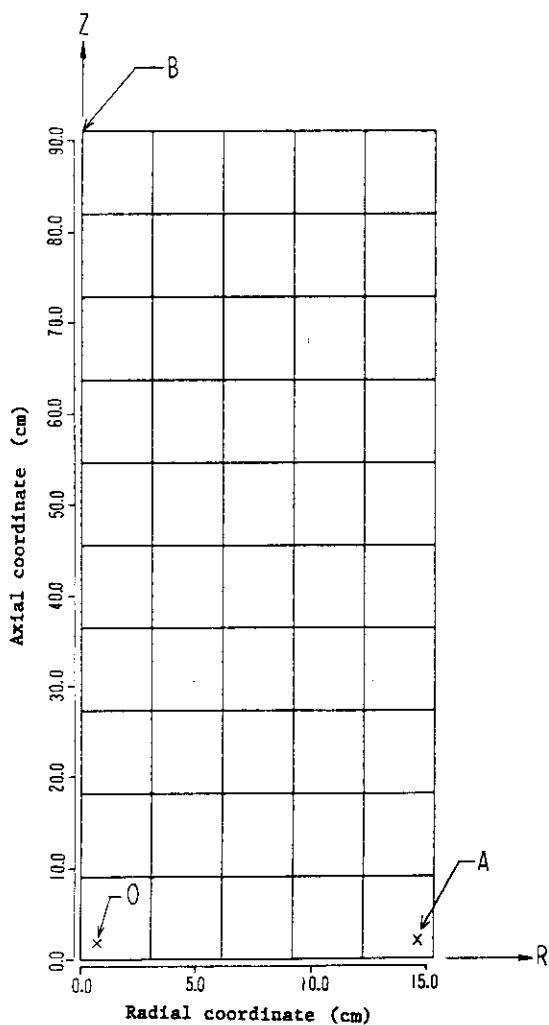


Fig. 1 Mesh subdivision

(5) 質量マトリックス

集中質量マトリックス

(6) 塑性計算法

Newton法, 1回の増分における繰り返し(反復)の最大数として6を指定。

(3) 材料データ

応力・ひずみ関係式は、修正Robinson式を $\dot{\epsilon} = 10^3 \text{ sec}^{-1}$ 一定とした式 $\sigma = 4.768 \epsilon^{0.31}$ を用いて多直線近似を採用した。

次表に物性値、応力・ひずみ関係の代表点を示す。

物性値

ヤング率(E)	1,500.0 kg/mm ²
ポアソン比(ν)	0.42
降伏応力(σ_y)	0.3598 kg/mm ²
密度	$1.13 \times 10^{-9} \text{ kg} \cdot \text{sec}^2 / \text{mm}^4$

鉛の応力、ひずみ関係

代表点	stress σ (kg/mm ²)	strain ϵ
①	0.3598	0.0002399
②	1.1438	0.010
③	1.5195	0.025
④	1.8837	0.050
⑤	2.3353	0.100
⑥	2.8951	0.200

(4) 解析結果および考察

(a) 変形

頭部中心の沈下量の時刻歴を Fig. 2, 時刻 1, 2, 5, 10 msec における沈下量の軸方向分布を Fig. 3, 同時刻における変形図を Fig. 4 に示す。頭部中心の最大沈下量は、時刻 4.90 msec で、5.03 cm を示している。4.90 msec 以後において、10 msec まで沈下量の変化はあまりなく、ほぼ一定値を保っている。

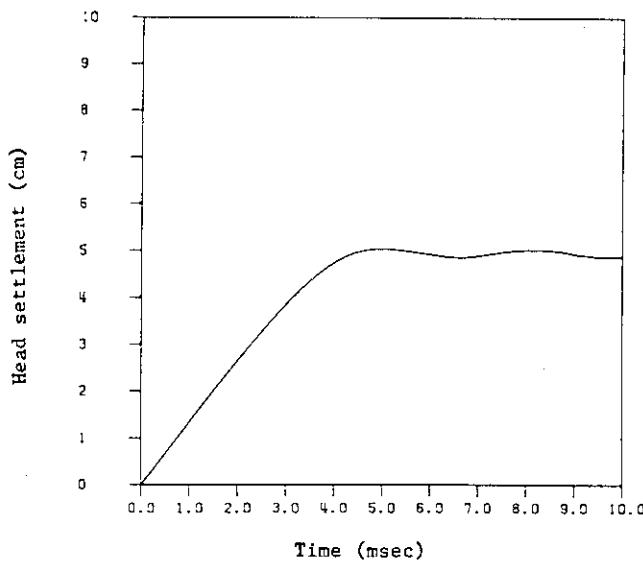
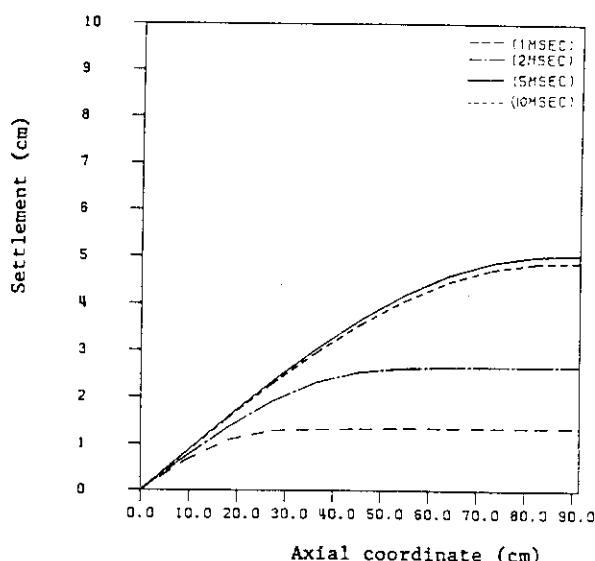


Fig. 2 Time history of head settlement (B)

Fig. 3 Distribution of settlement
(1, 2, 5, 10 msec)

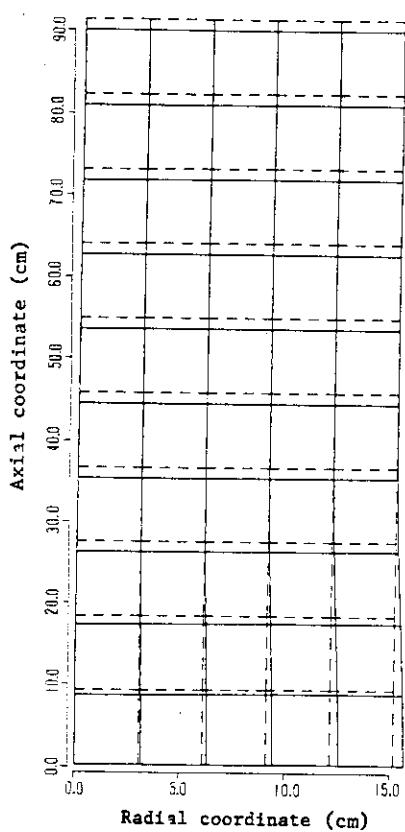


Fig. 4 (a) Deformed profile (1 msec)

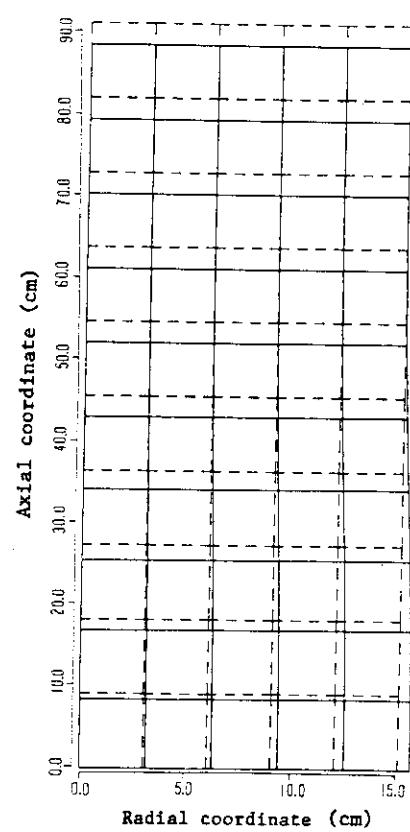


Fig. 4 (b) Deformed profile (2 msec)

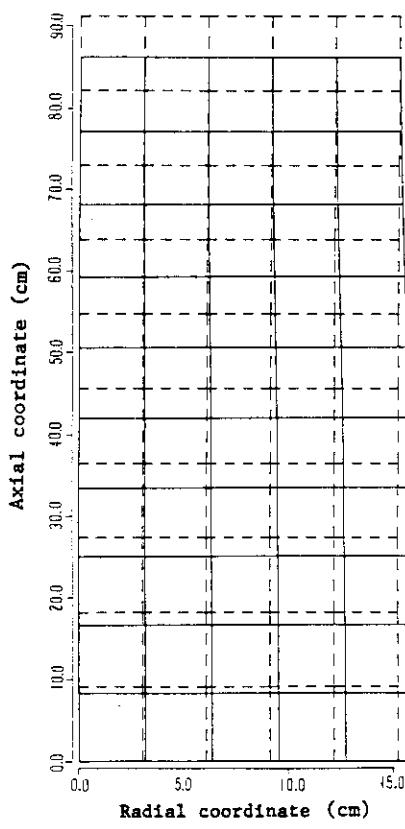


Fig. 4 (c) Deformed profile (5 msec)

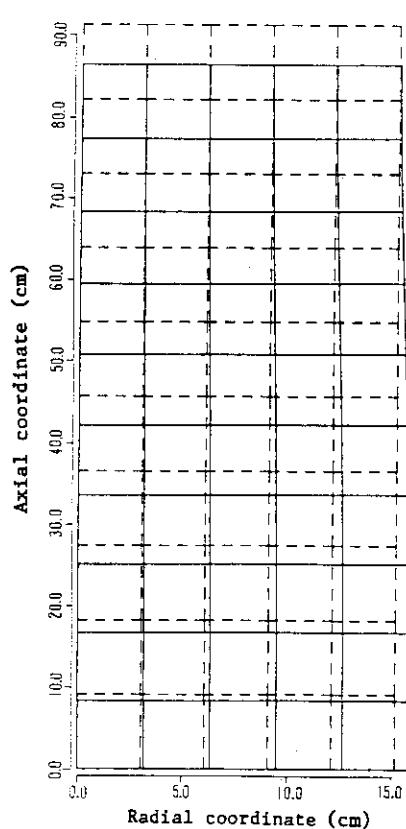


Fig. 4 (d) Deformed profile (10 msec)

(b) 速度, 加速度

頭部中心の軸方向速度および軸方向加速度の時刻歴をFig. 5, 6に示す。約400 μsecで応答を開始している。速度は、次第に減少をしてゆき、約5 msecで上向き速度となるが、その後、約3 msecの周期でゆるやかに振動している。

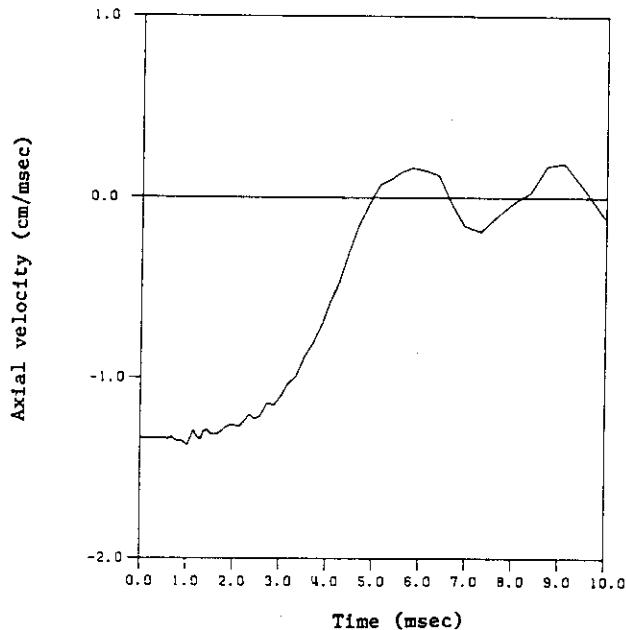


Fig. 5 Time history of axial velocity at head (B)

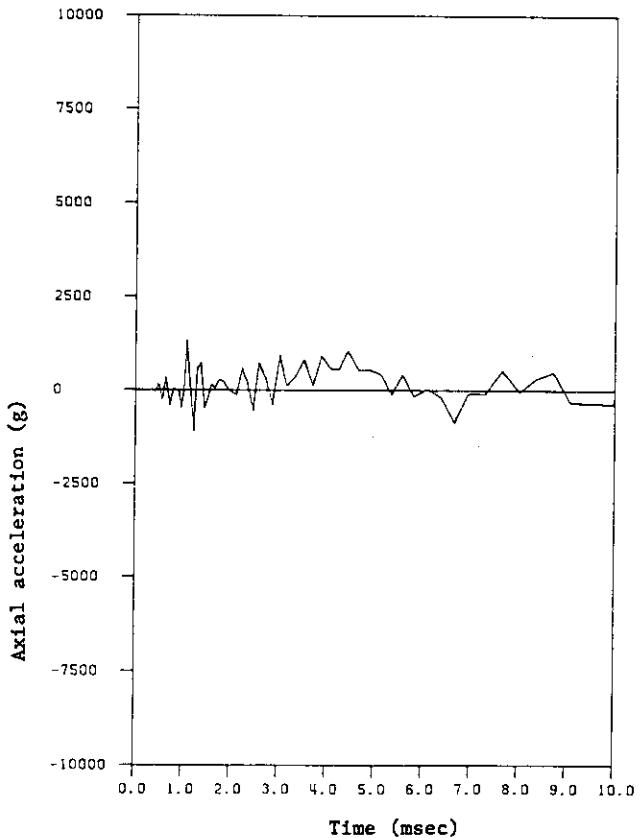


Fig. 6 Time history of axial acceleration at head (B)

(c) 応力, ひずみ

時刻1, 2, 5, 10 msecにおける軸方向応力および、ひずみの軸方向分布をFig. 7, Fig. 8に示す。1, 2 msecでは大きな圧縮や引っぱりの応力がみられ、過渡的な状態を示すが、5 msecでは全体的に圧縮の傾向にあり、10 msecでは、全体的に引っぱりの状態となっている。また、円柱底部における軸方向応力の半径方向分布をFig. 10に示す。また、O点、A点における軸方向応力、軸方向ひずみの時刻歴を、Fig. 9, Fig. 11に示す。なお、Fig. 7, 8, 10では、要素内各積分点における数値の差が大きく、振動してしまったので各積分点を平均して要素の代表値とした。相当応力-ひずみ関係をFig. 12に示す。

相当応力の時刻歴応答をFig. 15に示す。

(d) 反 力

底部の反力をFig. 14に示す。

(e) 時間増分

時間増分の時刻歴をFig. 16に示す。初期時間増分として10 μsecを指定し、10 msecまで解析した。本解析の増分数は、80回であり平均時間増分は125 μsecであった。

(f) エネルギー

total, kinetic, strain, dissipativeのエネルギーの時刻歴をFig. 13に示す。

(g) その他の

本解析における総反復計算回数は、239回であった。また時間増分当たり平均2.99回であった。

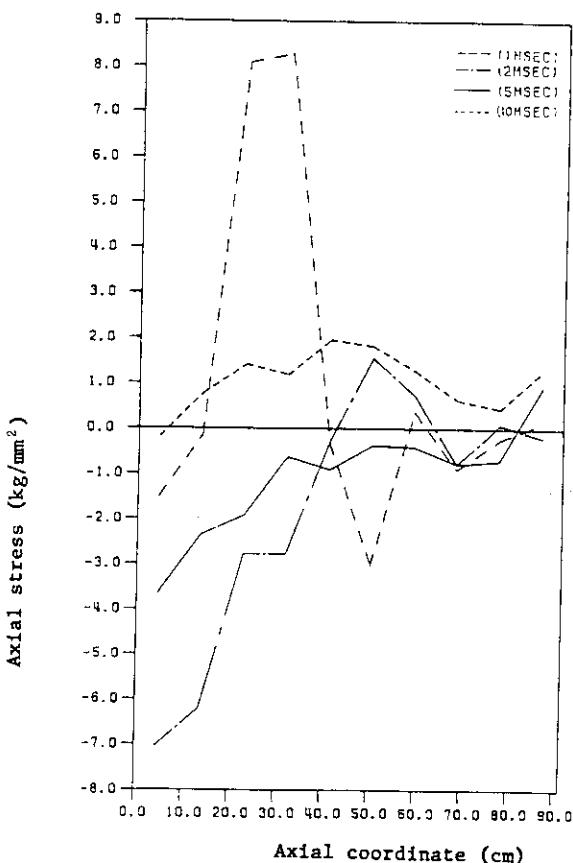


Fig. 7 Distribution of axial stress
(1, 2, 5, 10 msec)

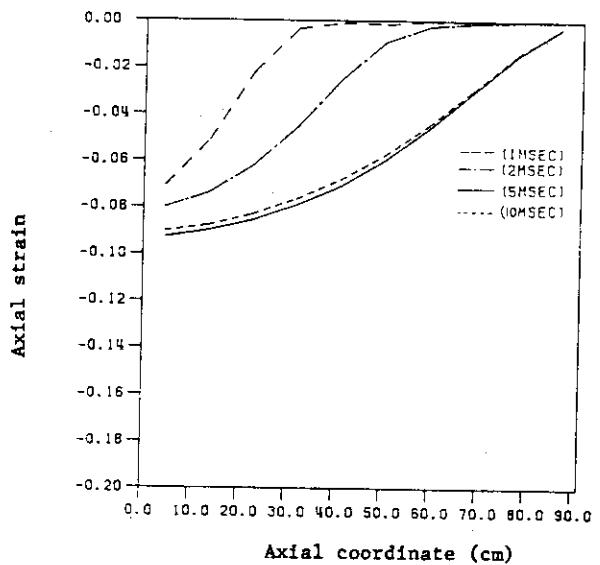


Fig. 8 Distribution of axial strain
(1, 2, 5, 10 msec)

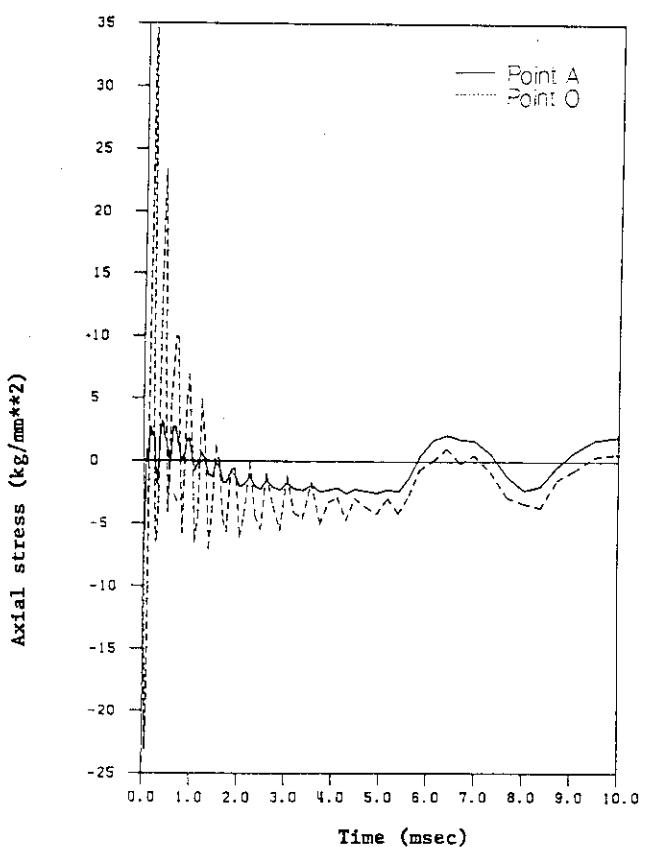


Fig. 9 Time history of axial stress
at bottom (O and A)

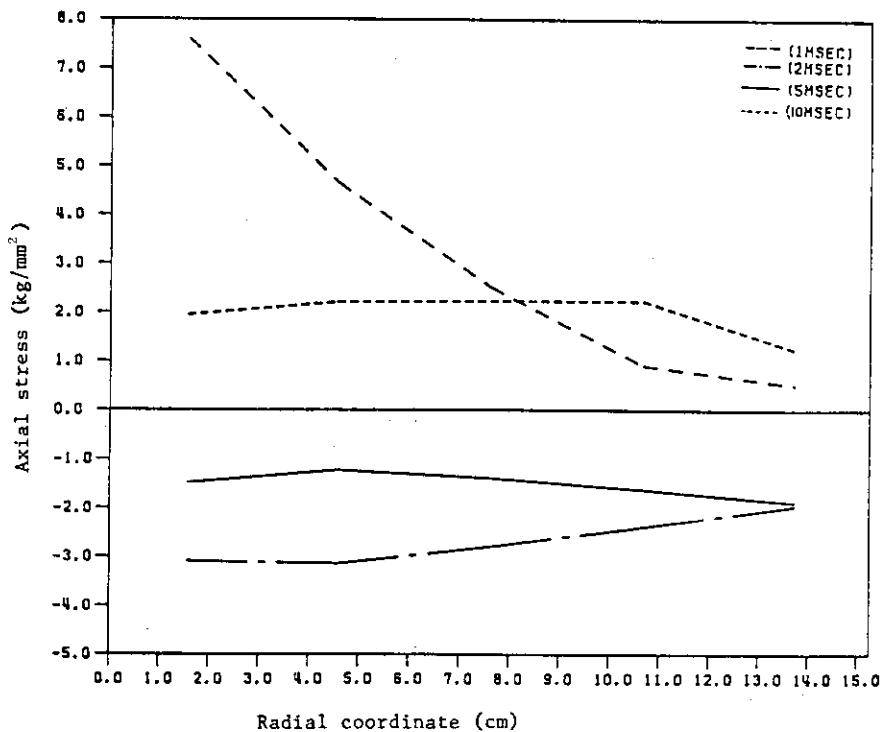


Fig. 10 Distribution of axial stress on the bottom surface
(1, 2, 5, 10 msec)

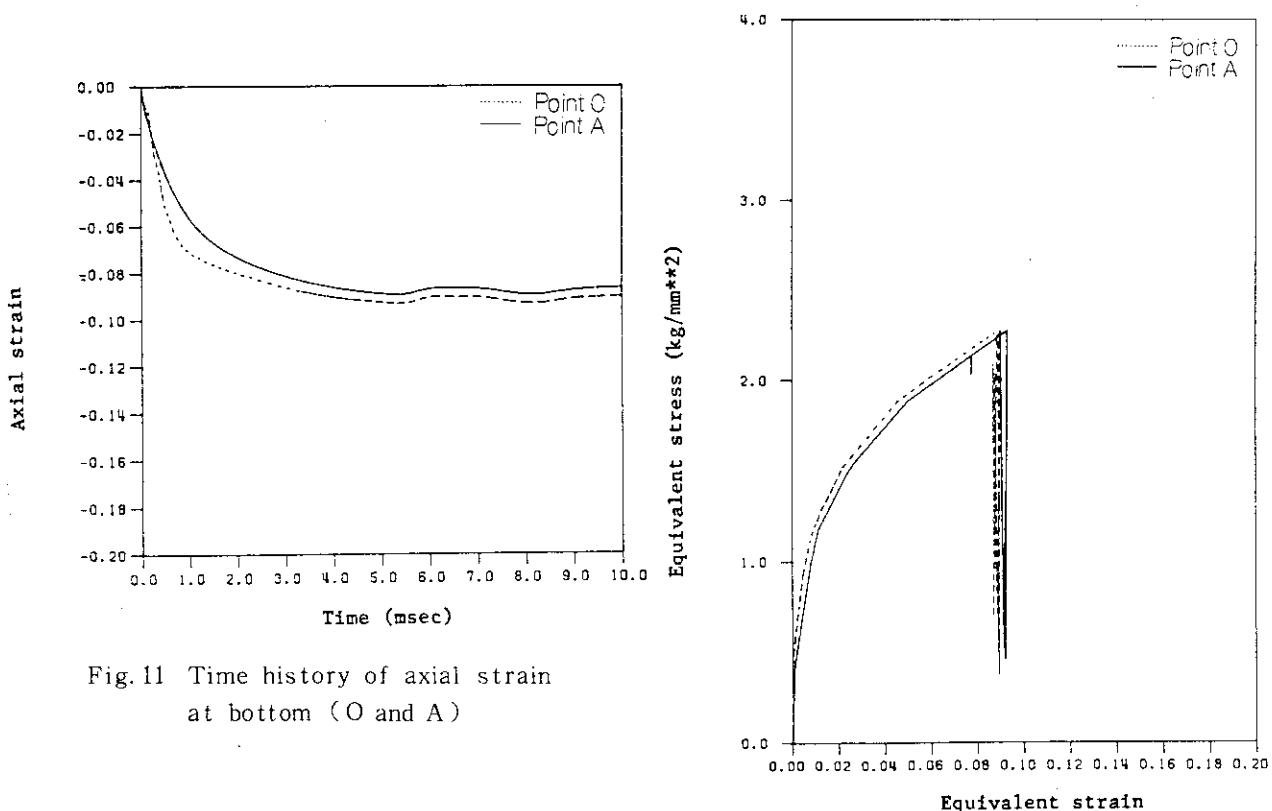


Fig. 11 Time history of axial strain
at bottom (O and A)

Fig. 12 Stress-strain relation (O and A)

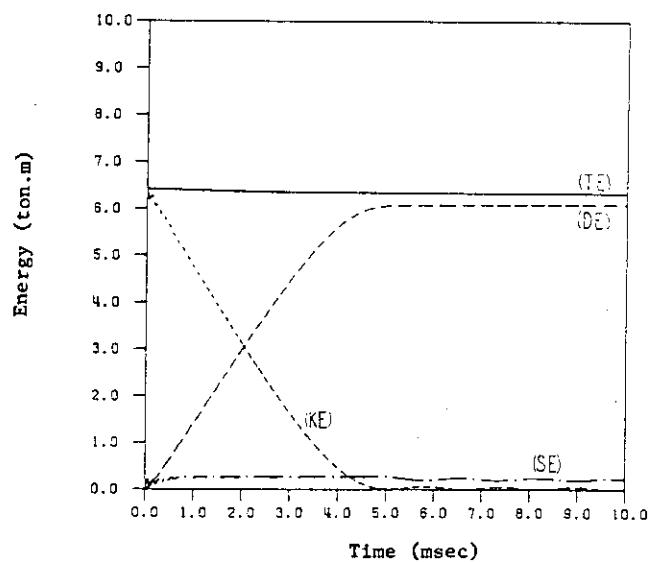


Fig. 13 Time history of energy

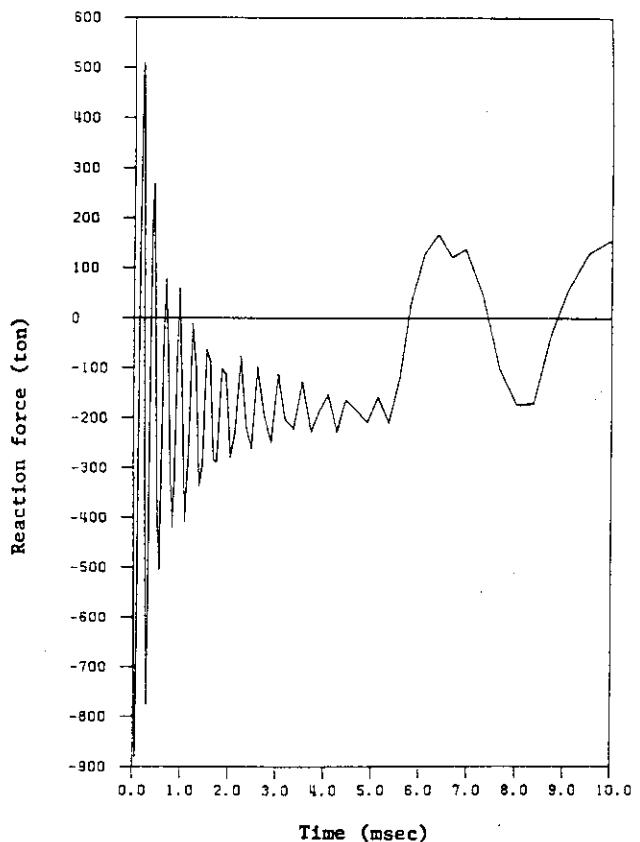


Fig. 14 Time history of reaction force

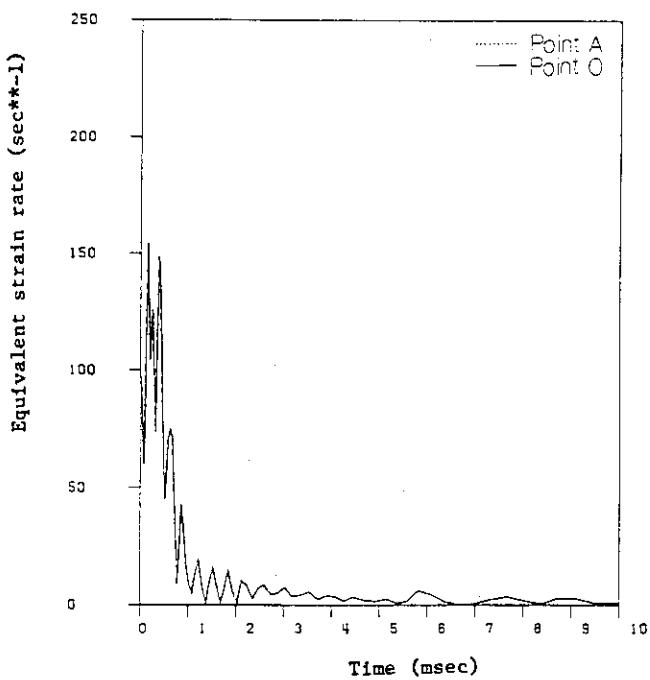


Fig. 15 Time history of equivalent strain rate (O and A)

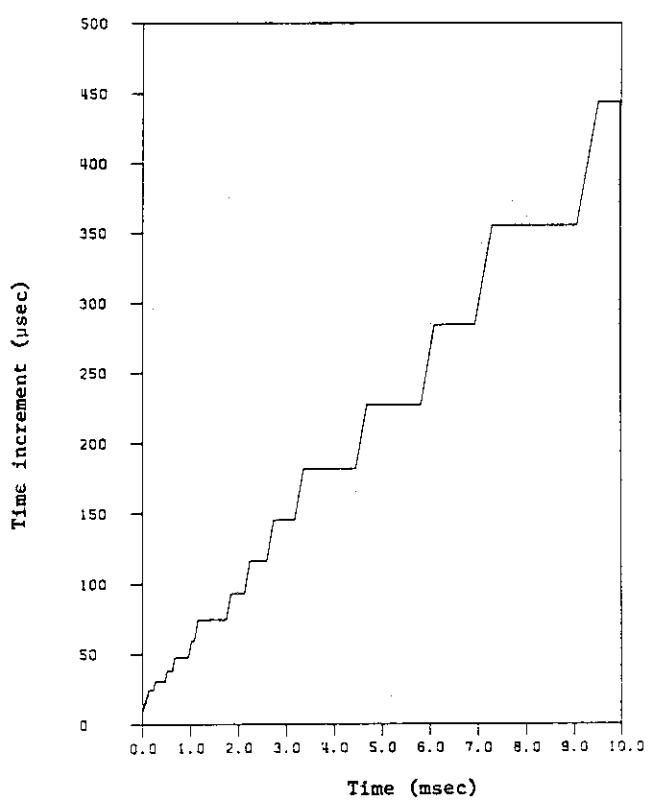


Fig. 16 Time history of time increment

参考文献

- 1) ABAQUS user's Manual
- 2) ABAQUS Theory Manual
- 3) Donhan, B.J., "Prediction of Maximum Damage to Shielded Shipping Container" LA-4649, Jan. 1971.
- 4) 使用済核燃料輸送容器の構造解析プログラムの開発・整備に関する調査報告書 日本機械学会 1982年12月

3.3.5 ADINA (A)

(1) 概 説

(a) 解析者および使用プログラム

所 属 機 閣	解 析 者	使 用 プ ロ グ ラ ム
株 日立製作所 機械研究所	千葉矩正	ADINA

(b) 解析法概要

ADINAはMITのBatheにより開発された、動的静的非線形構造解析用の有限要素法プログラムである。⁽¹⁾ 塑性特性のひずみ速度依存性考慮の計算方法は文献(2)によっており、そのためにADINAの塑性計算部分を改造してある。また、エネルギー計算等の補助的な機能も追加している。

(c) 使用要素

軸対称8節点アイソパラメトリック要素

空間積分法：ガウス、次数： 2×2

(d) 使用計算機および計算時間

使 用 計 算 機	計 算 時 間 (C P U)
HITAC M-200H	3158 s

(2) 問題概要および解析条件

(a) 問題概要

直径30.5cm、長さ91.4cmの鉛円柱が9.14mの高さから剛体壁に落下した場合の衝撃解析を行う。解析は衝突速度 $V_0 = 13.38 \text{ m/s}$ を初期条件として全節点に与える。クラッドは無いものとする。材料の塑性特性のひずみ速度依存性効果を考慮する。

(b) 解析条件

① 境界条件

対称軸上で半径方向変位を固定、円柱底部で軸方向変位を固定し反跳は考慮しない。

② 要素数、節点数、自由度数

要素数 75

節点数 266

総自由度数 490

③ 時間積分法

Newmark- β 法 ($\beta = \frac{1}{4}$)

④ 時間増分

解析時間は $0 \sim 10 \text{ ms}$ とし、時間増分 Δt は $\Delta t = 10 \mu\text{s}$ 一定とする。従って解析ステップ数は 1,000 となる。本解析に用いた時間積分法は陰解法である。従って数値的安定性は波動伝播現象と直接の関係はない。しかし、物理的意味をも考慮するために Courant 条件について検討してみる。

平面弾性波速度 C_l は $C_l = (\lambda + 2\mu/\rho)^{1/2}$ で与えられる。本解析の場合(3)にて後述する材料データを用いて $C_l = 1.71 \times 10^6 \text{ mm/s}$ となる。代表長さとして、軸方向要素長の最小値 $h_{\min} = 60.9 \text{ mm}$ をとると、Courant 条件による時間増分 T は次のようになる。

$$T = h_{\min} / C_l = 35.6 \mu\text{s}$$

従って、本解析の場合、

$$\Delta t = 1 / 3.56 T$$

となる。即ち、Courant 条件に比較し、3.56倍の安全裕度があることになる。

⑤ 質量マトリックス

コンシスティントマスマトリックスを用いる。

⑥ 塑性計算法

接線剛性法で、各ステップにて剛性マトリックスを新たに計算し直す。収束計算方法には BFGS 法を用いた。収束に要した反復回数は最初の時間ステップでは 2 回、その後はすべて 1 回であった。

降伏判定は Mises 条件により、塑性ひずみ増分は関連流動則により計算する。

⑦ 大変形定式化

初期座標値を基準にする total Lagrangian formulation によった。

⑧ ひずみ速度依存性（文献 2）

i) ひずみ速度の算出

ひずみ速度テンソル $\dot{\epsilon}$ は次式により節点速度ベクトル V^N より求める。

$$\dot{\epsilon} = B V^N$$

ここに、 B は節点変位-ひずみマトリックスである。ひずみ速度尺度 $\dot{\epsilon}$ は、ひずみ速度テンソル $\dot{\epsilon}$ の偏差成分の 2 次不変量をとる。

$$\dot{\epsilon} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{I_2}, \quad I_2 = \frac{1}{2} \dot{\epsilon} : \dot{\epsilon}$$

ここに、 $\dot{\epsilon}$ は $\dot{\epsilon}$ の偏差成分を示す。

ii) 初期および後続降伏応力

基準となる「静的」降伏応力を、ひずみ速度 $\dot{\epsilon}$ の値に応じて変化させたものを、各ステップにおける降伏応力として用いる。

(3) 材料データ

(a) 弾性および質量定数

縦弾性係数 $1,500 \text{ kgf/mm}^2$

ボアソン比 0.42

質量密度 $1.13 \times 10^{-9} \text{ kgf} \cdot \text{s}^2 / \text{mm}^4$

(b) 「静的」応力ひずみ関係

ひずみ速度 $\dot{\epsilon} = 0.1 \text{ s}^{-1}$ に対する修正 Robinson の式を多直線近似して用いる。

(c) ひずみ速度依存性

降伏応力 σ (kgf/mm^2) は修正 Robinson 則 $\sigma = 4(1 + 0.096 \log \dot{\epsilon}) \dot{\epsilon}^{0.31}$ に従う。但し、ひずみ速度 $\dot{\epsilon} = 0.1 \text{ s}^{-1}$ を境にして取扱いを区別する。即ち、

- ① ひずみ速度が 0.1 s^{-1} より小さい場合

ひずみ速度効果を無視する。

- ② ひずみ速度が 0.1 s^{-1} より大きい場合

次式によりひずみ速度効果を考慮する。

$$\text{降伏応力 } \sigma_d = \sigma_s (1 + 0.096 \log \dot{\epsilon})$$

$$\text{接線剛性 } F_d = F_s (1 + 0.096 \log \dot{\epsilon})$$

ここに、添字 d , s はそれぞれ、動的、静的を意味する。

(4) 解析結果および考察

(a) メッシュ分割図 (Fig. 1)

(b) 頭部沈下量の時刻歴 (Fig. 2)

時刻歴のプロットは全ステップ数 1,000 すべてに対して行った（以下同様）。時刻 7.10 msにおいて最大沈下量 54.1 mm に達し、以後は弾性振動を行っている。

(c) 沈下量分布 (Fig. 3)

対称軸上の節点における沈下量の分布である。

(d) 変形図 (Fig. 4)

半径方向への最大張り出し量は時刻 7.17 ms において 19.7 mm である。

(e) 頭部における軸方向速度の時刻歴 (Fig. 5)

細かな振動を繰返しながらほぼ直線的に速度を減少させ最大沈下に到った後は振動を続ける。

(f) 頭部における軸方向加速度の時刻歴 (Fig. 6)

(g) 対称軸上の軸方向分布 (Fig. 7)

1 ms において 60 cm 以上の部分で正の応力となっているのは、圧縮弾性波の反転によるものと考えられる。

(h) 対称軸上の軸方向ひずみ分布 (Fig. 8)

(i) 底部の 2 点 (O, A) における軸方向応力の時刻歴 (Fig. 9)

(j) 底面における軸方向応力の分布 (Fig. 10)

底面に最も近い積分点における値をプロットした。

(k) 底部の 2 点 (O, A) における軸方向ひずみの時刻歴 (Fig. 11)

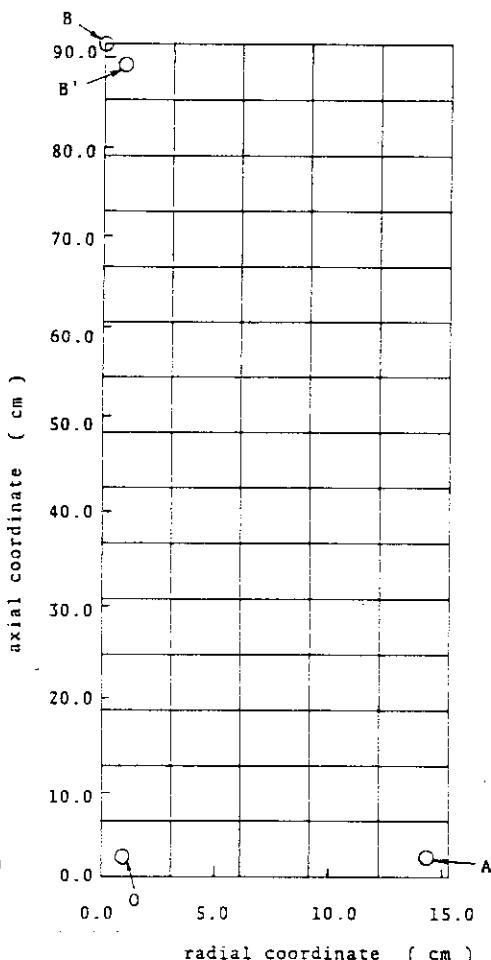


Fig. 1 Mesh subdivision

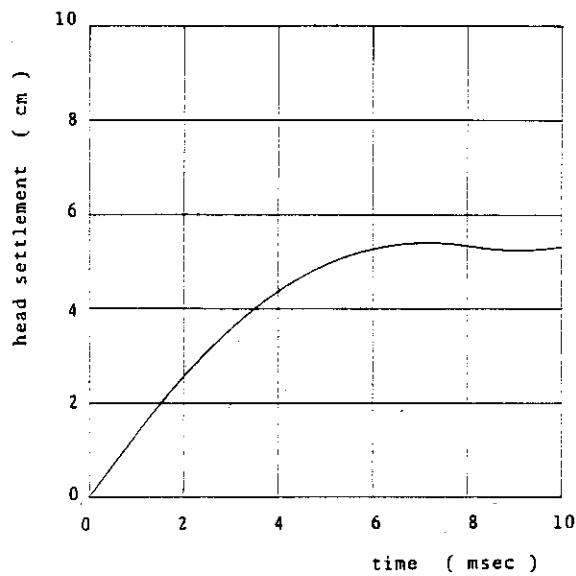


Fig. 2 Time history of head settlement (B)

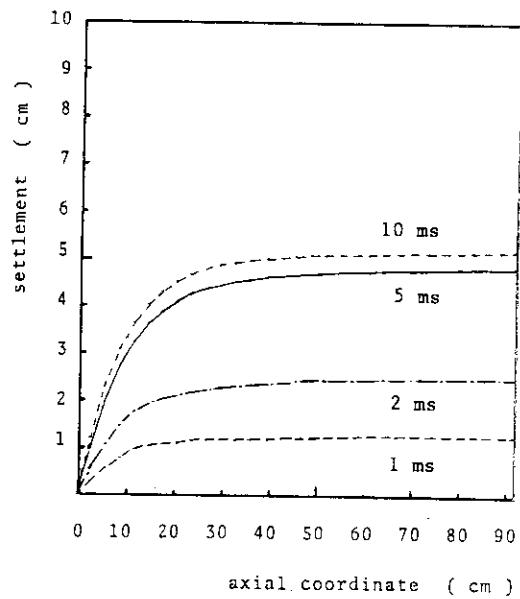


Fig. 3 Distribution of settlement

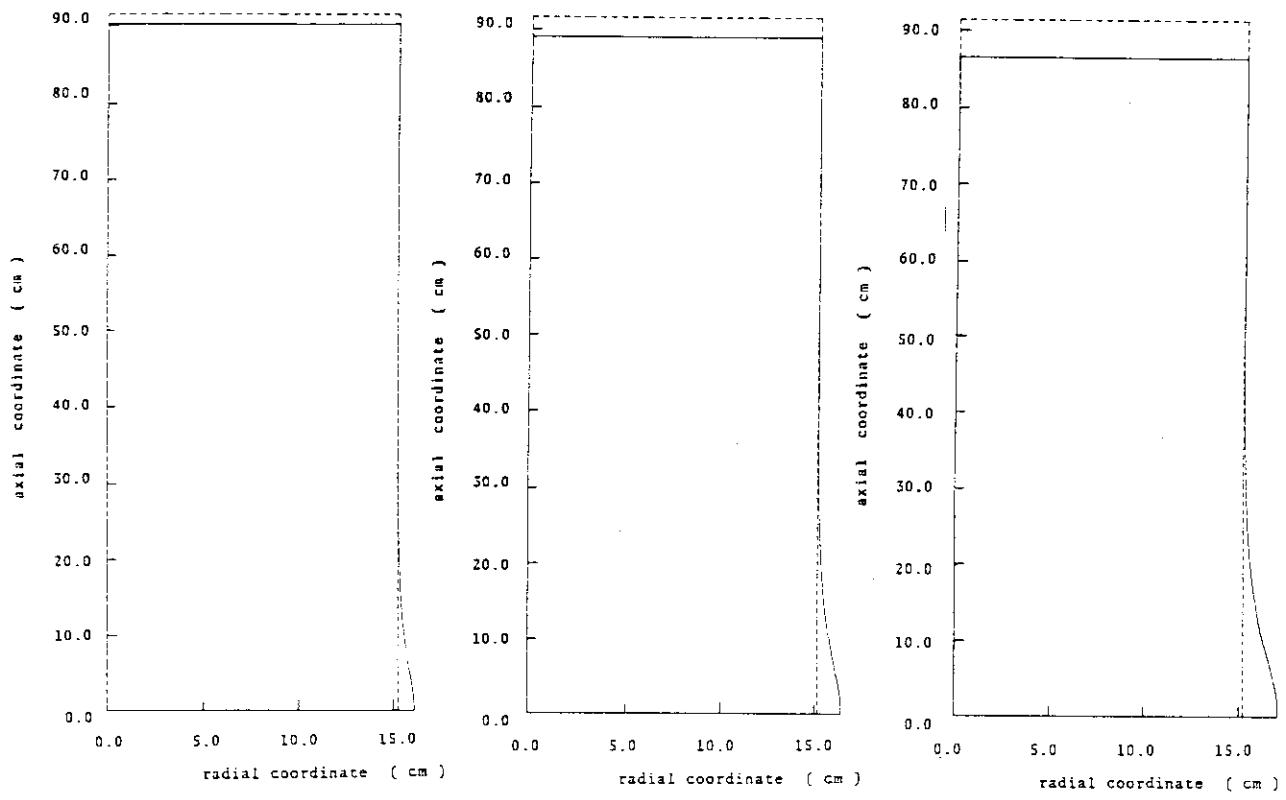


Fig. 4 (a) Deformed profile
(1 msec)

Fig. 4 (b) Deformed profile
(2 msec)

Fig. 4 (c) Deformed profile
(5 msec)

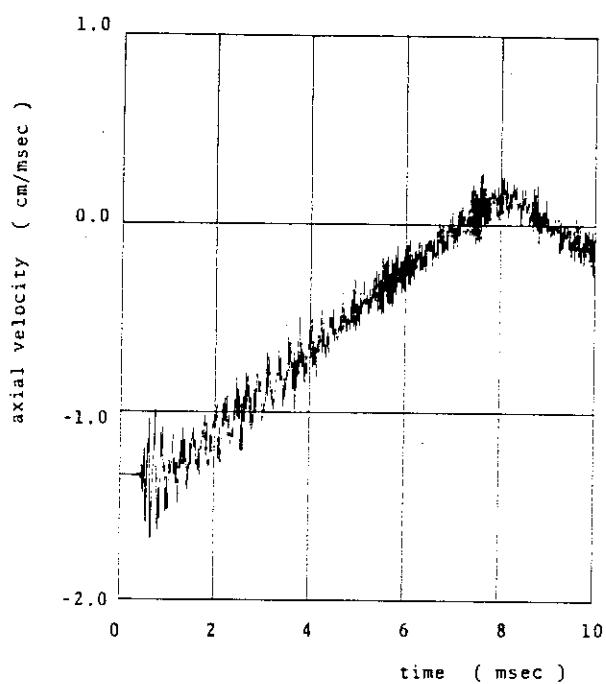


Fig. 5 Time history of axial velocity at head (B)

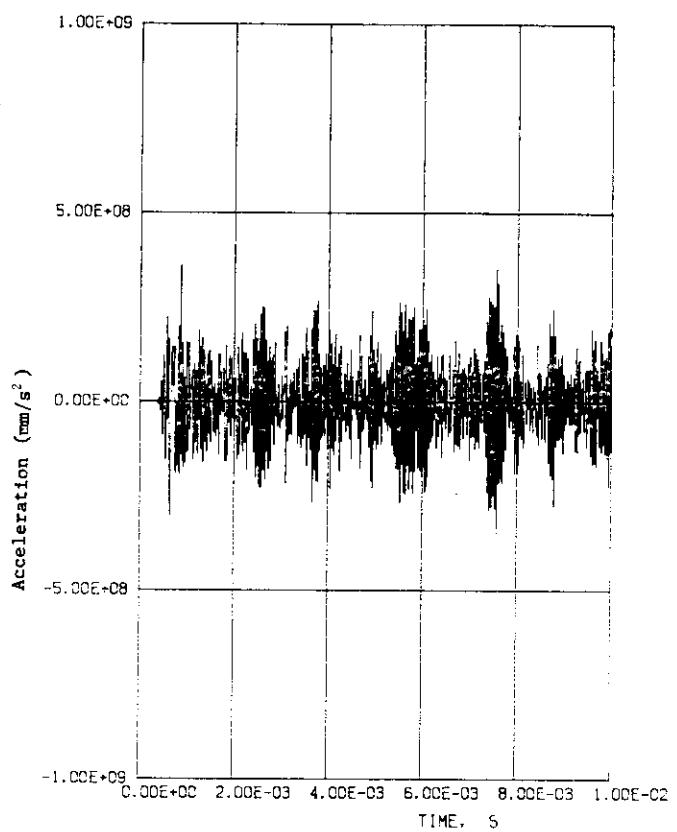


Fig. 6 Time history of axial acceleration at head (B)

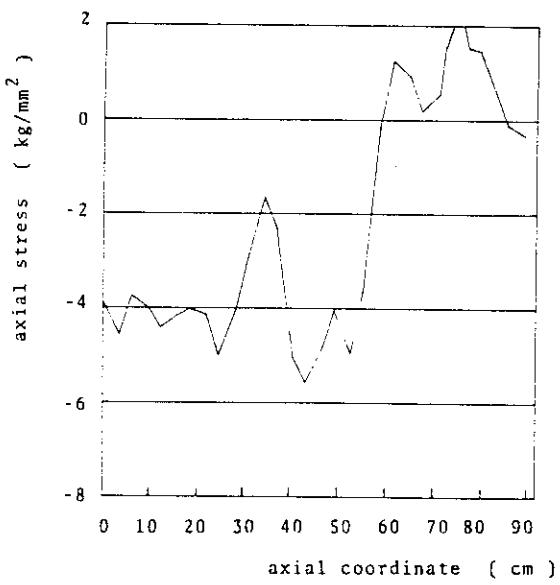


Fig. 7 (a) Distribution of axial stress (1 msec)

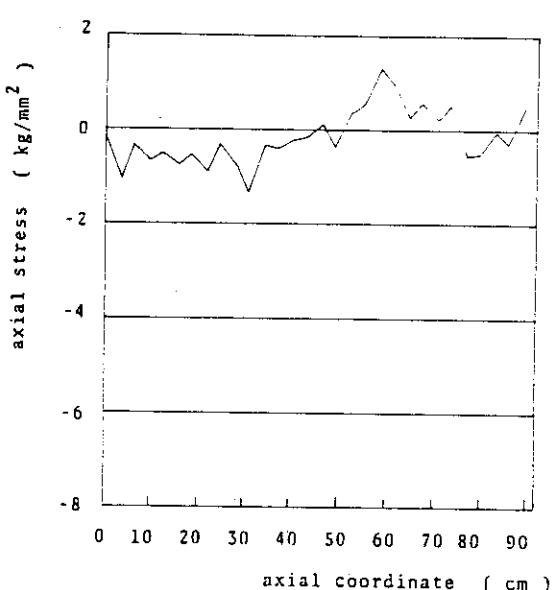


Fig. 7 (b) Distribution of axial stress (2 msec)

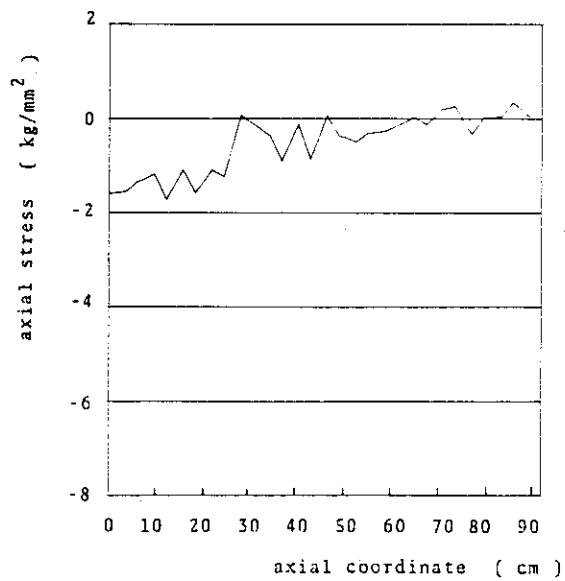


Fig. 7 (c) Distribution of axial stress
(5 msec)

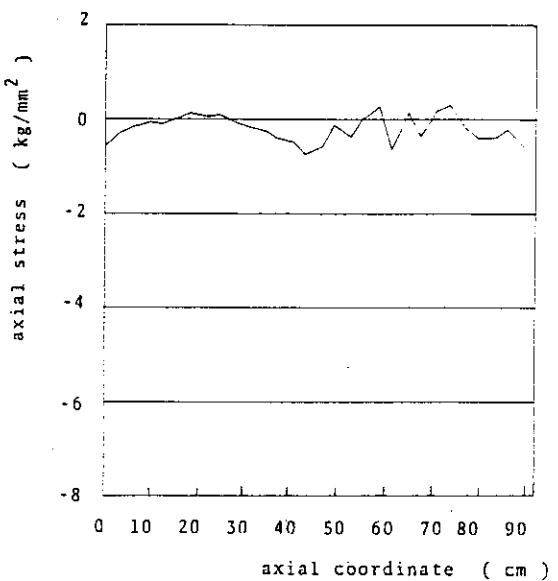


Fig. 7 (d) Distribution of axial stress
(10 msec)

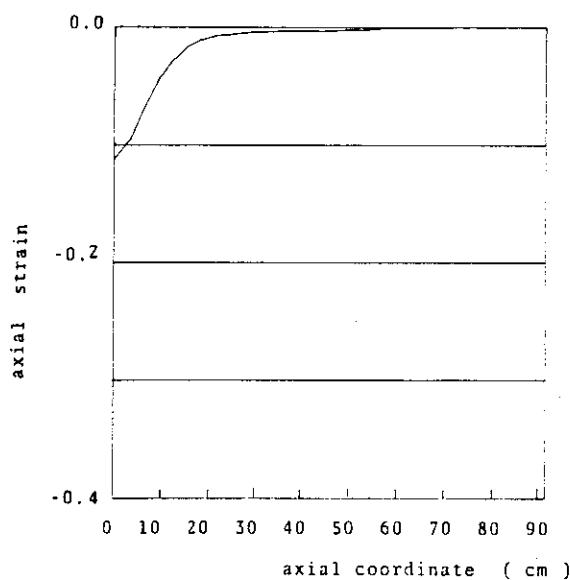


Fig. 8 (a) Distribution of axial strain
(1 msec)

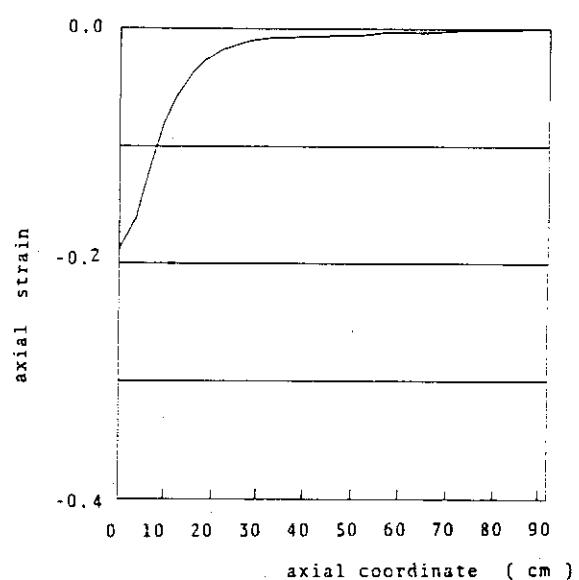


Fig. 8 (b) Distribution of axial strain
(2 msec)

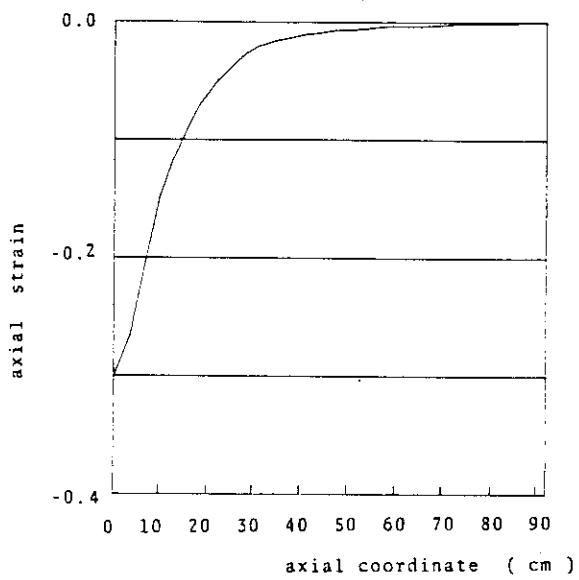


Fig. 8 (c) Distribution of axial strain
(5 msec)

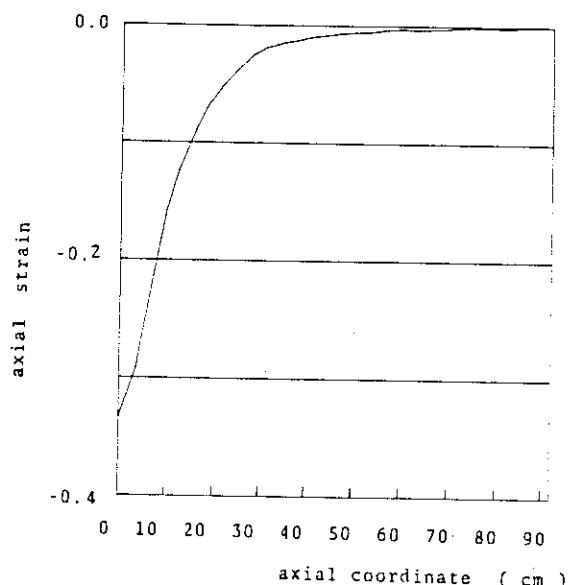


Fig. 8 (d) Distribution of axial strain
(10 msec)

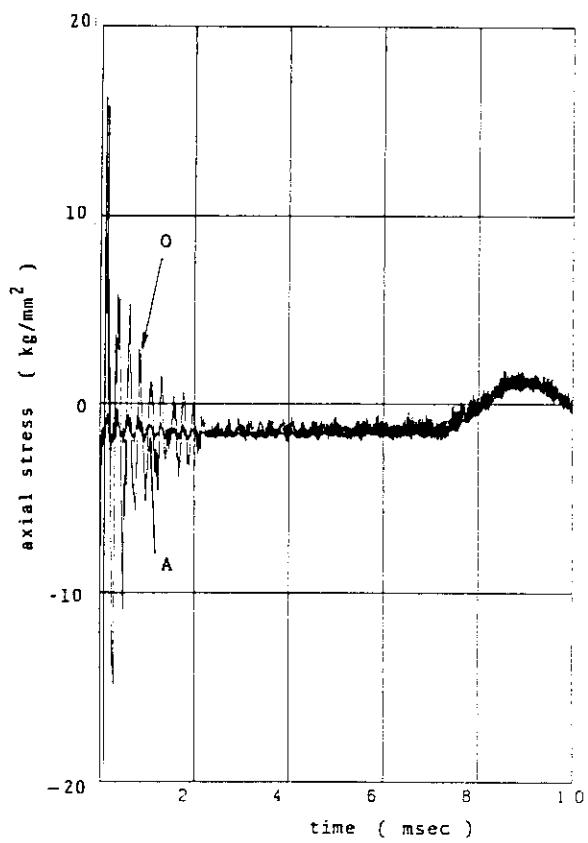


Fig. 9 Time history of axial stress at
bottom (O and A)

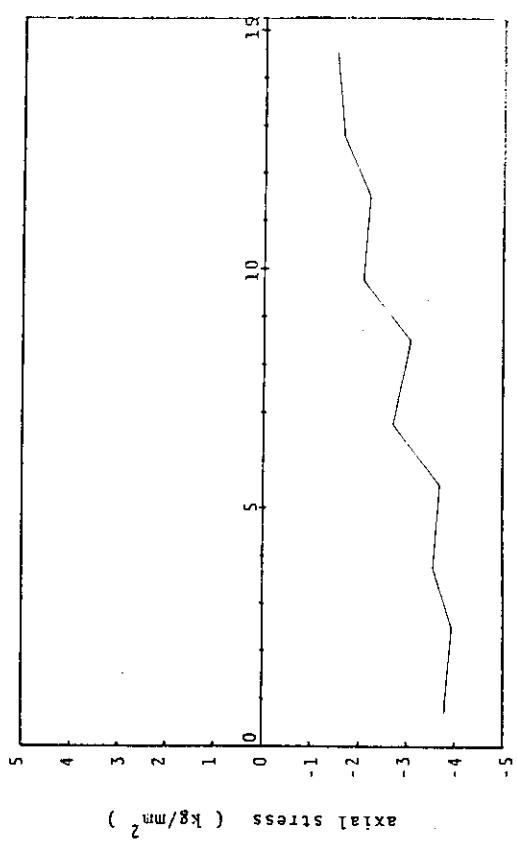


Fig.10(a) Distribution of axial stress on the bottom surface
(1 msec)

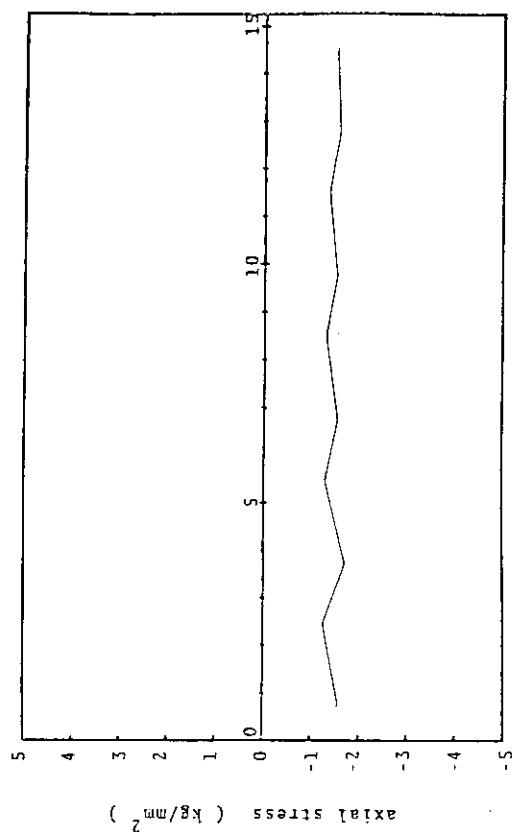


Fig.10(c) Distribution of axial stress on the bottom surface
(5 msec)

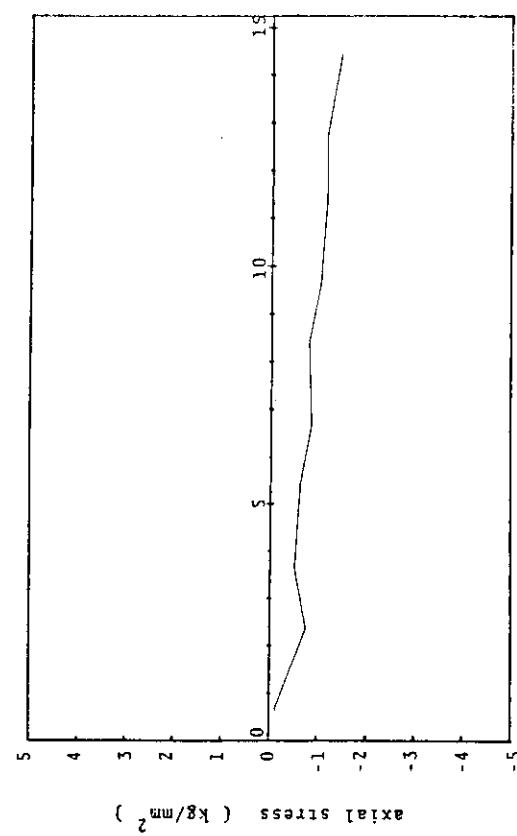


Fig.10(b) Distribution of axial stress on the bottom surface
(2 msec)

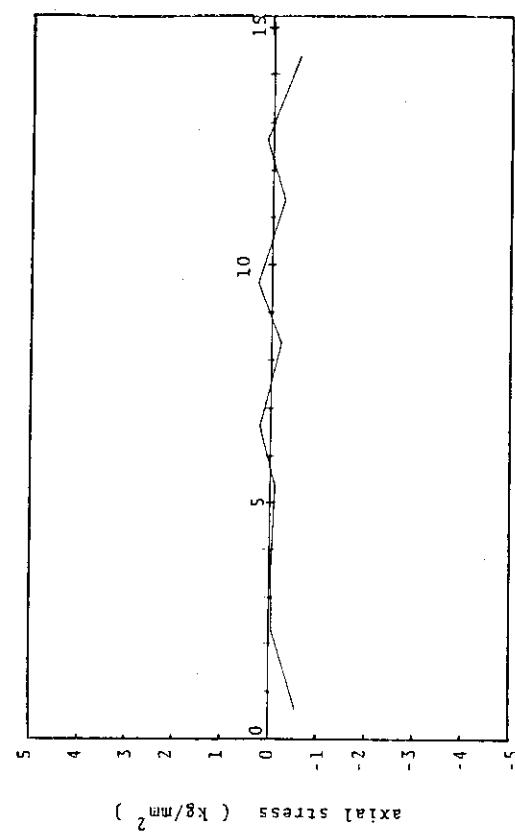


Fig.10(d) Distribution of axial stress on the bottom surface
(10 msec)

(l) 応力ひずみ関係 (Fig. 12)

O点における相当応力と相当塑性ひずみの計算値をプロットした。「静的」相当応力は、相当応力値を(2)(b)⑧、および(3)(c)に述べた関係に従って縮少したものである。「静的」相当応力が入力した「静的」応力ひずみ関係と一致しており、本解析における応力ひずみの関係式が正しく計算されていることを示している。相当応力は各時刻におけるひずみ速度がFig. 14に示すように細かに振動しているのに対応して時間的に細かく変動しており「静的」相当応力のように一定値を示さない。最終的には応力状態は除荷となっている。

(m) エネルギの時刻歴 (Fig. 13)

運動エネルギー KE は次式により算出した。

$$KE = \frac{1}{2} V^T M V$$

ここに、 V 、 M はそれぞれ、 節点速度ベクトル、 M はマスマトリックスを示す。

塑性変形による散逸エネルギー DE は次式により算出した。

$$DE = \int_0^t dt \int_v \bar{\sigma} \bar{d\epsilon}^p$$

即ち、 DE は単位体積中の塑性仕事増分（相当応力 $\bar{\sigma}$ と塑性ひずみ増分 $\bar{d\epsilon}^p$ の積）の体積総和を時間積分したもので与えられる。

図から、運動エネルギーと散逸エネルギーの和がほぼ一定であることがわかる。またほぼ 7 ms で、塑性変形が完了していることも示しているが、これはFig. 2に示した沈下量の時刻歴とも照合する。

(n) ひずみ速度の時刻歴 (Fig. 14)

(2)(b)⑧で定義されたひずみ速度 $\dot{\epsilon}$ の時刻歴である。O点、およびA点においては衝突後 3 ms 迄のひずみ速度が急激に減少している。

(o) 塑性域 (Fig. 15)

積分次数が 2×2 であるため、要素を 4 等分して×印により塑性域を示した。10 ms においては全領域が弾性除荷状態にある。

(p) 沈下量時刻歴の比較 (Fig. 16)

実線はFig. 2に示した、本解析における時刻歴であり、ひずみ速度効果を考慮したものである。一方、破線は「静的」応力ひずみ関係を用いて行った結果（日本電子計算機による）である。双方の計算はひずみ速度効果以外はほぼ同一の条件にて行ったものであり、図に示す両者の差はそのままひずみ速度効果によるものと考えられる。ひずみ速度効果を考慮しない場合の最大沈下量は 58 mm、ひずみ速度効果を考慮すると 54 mm であり、ひずみ速度効果を考慮すると 7 % ほど変形が小さくなる。

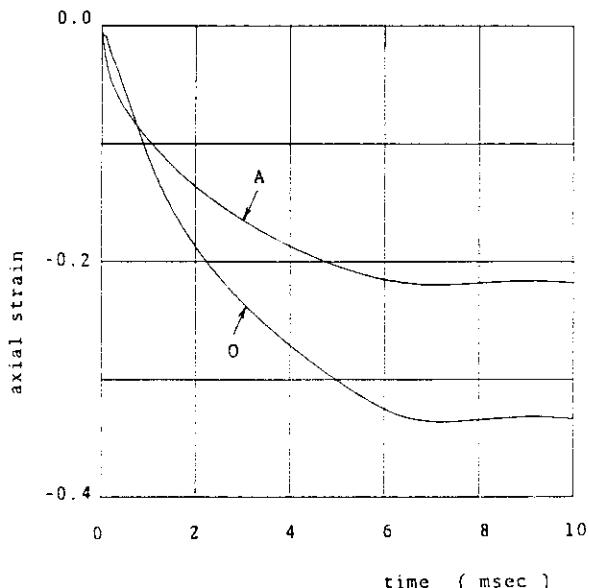


Fig.11 Time history of axial strain at bottom (O and A)

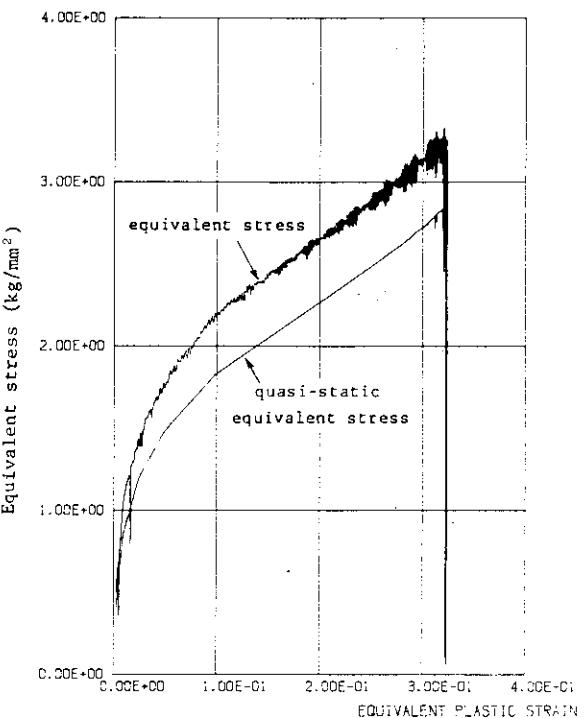


Fig.12 Stress-strain relation (O)

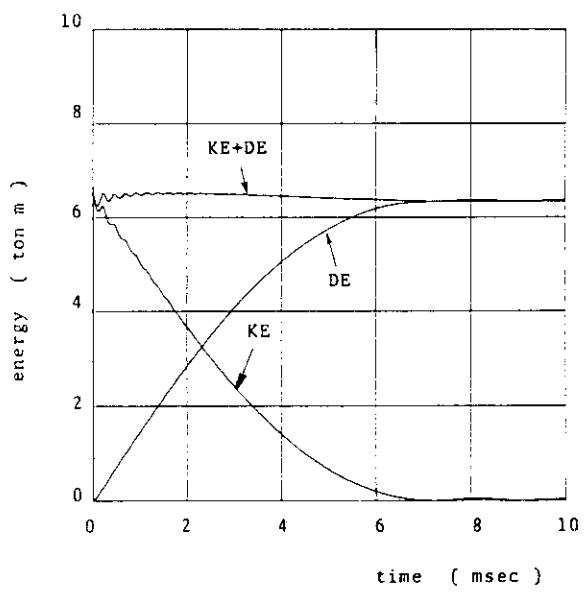


Fig.13 Time history of energy

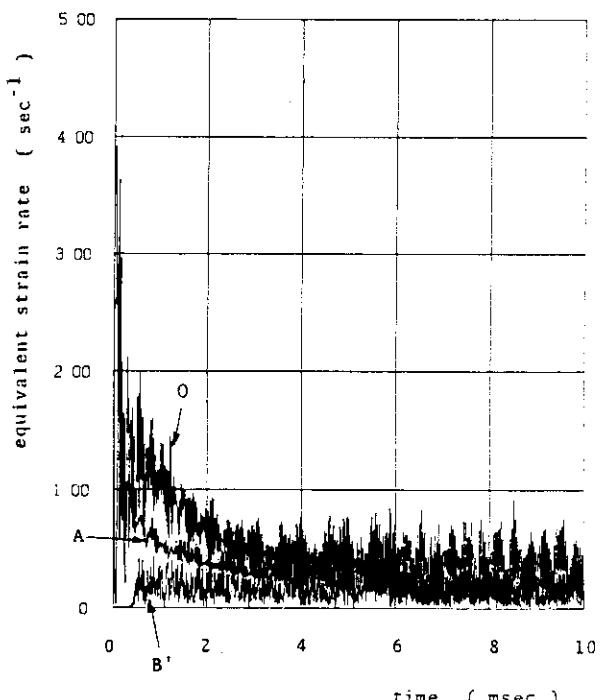


Fig.14 Time history of equivalent strain rate (O, A and B')

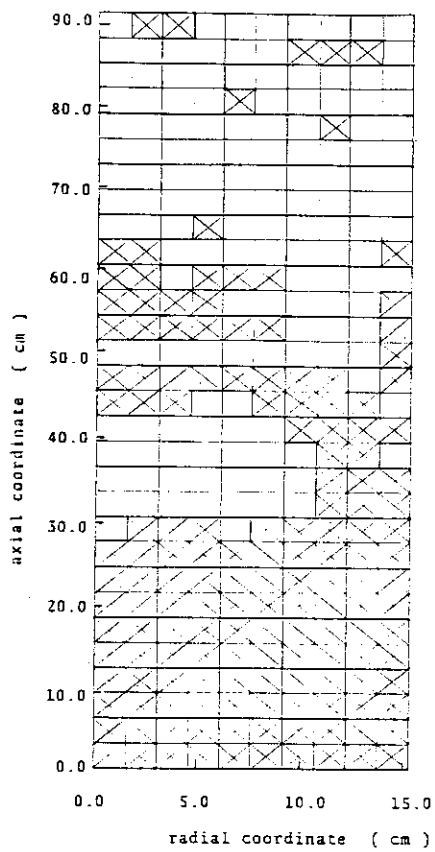


Fig.15(a) Development of plastic regions
(1 msec)

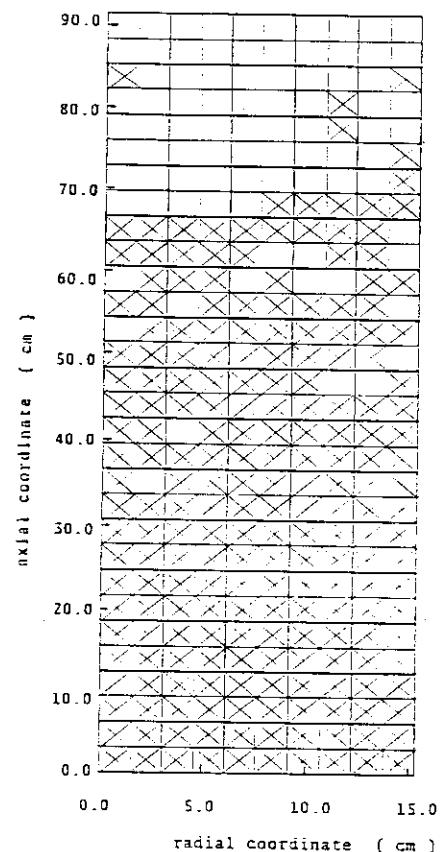


Fig.15(b) Development of plastic regions
(2 msec)

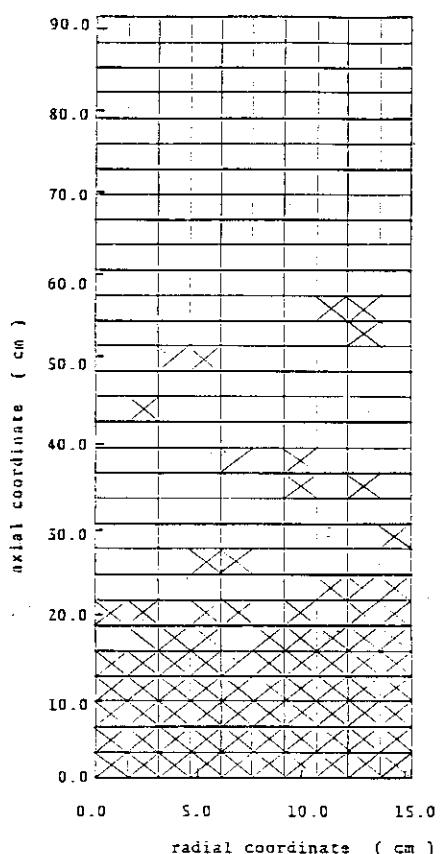


Fig.15(c) Development of plastic regions
(5 msec)

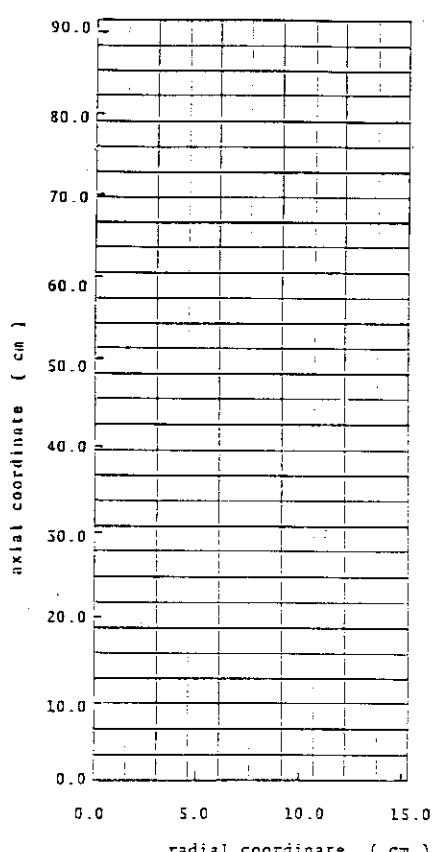


Fig.15(d) Development of plastic regions
(10 msec)

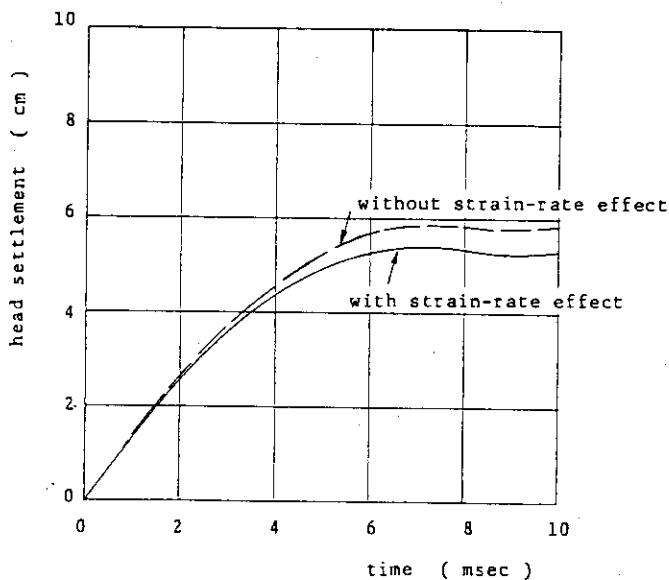


Fig. 16 Comparison between time histories
of settlement (B)

参考文献

- 1) Bathe, K.J., Static and Dynamic Geometric and Material Nonlinear Analysis Using ADINA, MIT Report 82448-2, 1976.
- 2) 千葉, ひずみ速度依存性を示す弾塑性体の有限要素法解析, 日本機械学会講演論文集, 820-1 (1982-3, 4), 220.

3.3.6 ADINA (B)

(1) 概 説

(a) 解析者および使用プログラム

所 属 機 閣	解 析 者	使 用 プ ロ グ ラ ム
日本電子計算機	藤田義彦 丹羽一邦 菊池雅男	ADINA

(b) 解析概要

ADINA (Automatic Dynamic Incremental Nonlinear Analysis) はマサチューセッツ工科大学においてK. J. Batheによって開発された汎用の有限要素法構造解析プログラムである。解析機能としては、静的解析と動的解析およびこれらの弾塑性クリープ解析（材料非線形解析），幾何学的非線形解析が可能である。

ADINAで使用されている大変形解析の方法には増分形で記述したTotal Lagrangian定式化（以下TL定式化と略す）とUpdate Lagrangian（以下UL定式化と略す）の2つの定式化がある。TL定式化とUL定式化は、大変形、大ひずみ及び材料非線形性に基づく非線形効果をすべて含んでいる。

弾塑性解析で使用されている反復法は、修正Newton法およびBFGS法で、動的解析では直接積分法のNewmark,

Wilson, 中央差分法が用意されている。硬化則は、等方硬化と移動硬化モデルが使用でき、クリープ解析では初期荷重法によって処理する。流体と構造物の振動問題を解析するための流体要素が用意されている。

(c) 使用要素

軸対称8節点アイソパラメトリック

Gauss Point の数：4

(d) 使用計算機および計算時間 (C P U)

使 用 計 算 機	計 算 時 間
H I T A C M 280 D	1,299 秒

(2) 問題概要および解析条件

(a) 問題概要

直径30.5cm, 長さ91.4cmの鉛円柱が9.14mの高さから剛体面に落下した場合の落下衝撃解析を行う。但し、クラッドは無しとして、次に示す初期速度 V_0 を与える。

$$V_0 = \sqrt{2gh} = 13.38 \text{ m/sec}$$

g : 重力加速度 (m/sec²)

h : 高さ (m)

(b) 解析条件

① 境界条件

円柱底部と剛体床の接触面はローラーとし、中心軸では半径方向変位を拘束する。

② 要素数、節点数、総自由度数

要素数 : 75

節点数 : 266

総自由度数(拘束自由度を除く) : 490

③ 時間積分法

Newmark- β 法 ($\beta = 0.25$)

④ 時間増分

時間増分 (Δt) は、次のように決定する。

$$\Delta t = 0.5T$$

$$T = h_{\min} / v_c$$

但し、 h_{\min} : 軸方向要素長の最小値 (60.9mm)

v_c : 次式で与えられる弾性波の速度

$$v_c = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho(1+\nu)(1-2\nu)}} = 1.841 \times 10^6 \text{ (mm/sec)}$$

$$E \text{ (ヤング率)} = 1,500 \text{ kg/mm}^2$$

$$\rho \text{ (密度)} = 1.13 \times 10^{-9} \text{ kg} \cdot \text{sec}^2 / \text{mm}^4$$

$$\nu \text{ (ポアソン比)} = 0.42$$

上記の値を使用して T の値を計算すると $33.1 \text{ } (\mu\text{sec})$ となる。 Δt は、 $10.0 \text{ } (\mu\text{sec})$ とし 10 msec まで $1,000$ ステップ計算する。

⑥ 質量マトリックス

Lumped Mass Matrix を使用した。

⑦ 塑性計算法

von Mises の降伏条件を使用し、流れ則に従っている。不平衡力の解消のため反復法として BFGS 法を使用し、反復回数は各ステップで 1 回であった。

⑧ 大変形定式化 : Update Lagrangian

(3) 材料データ

本解析で使用した鉛の材料定数は、以下の通りである。

(a) ヤング率 (E) $1,500 \text{ kgf/mm}^2$

ポアソン比 (ν) 0.42

密度 (ρ) $1.13 \times 10^{-9} \text{ kgf} \cdot \text{sec}^2/\text{mm}^4$

(b) 応力一ひずみ関係 (ひずみ速度効果を無視した場合)

$\dot{\epsilon} = 0.1 \text{ sec}^{-1}$ に対する修正 Robinson の式を基礎とする。すなわち $\sigma = 3.616 \epsilon^{0.31}$ を使用し以下に示す多直線近似を採用する。

応力 (kgf/mm ²)	ひずみ (mm/mm)	接線剛性 (kgf/mm ²)
0.241	1.607×10^{-4}	$1,500 (\equiv E)$
0.8674	0.01	63.66
1.4286	0.05	14.03
1.7710	0.10	6.848
2.1956	0.20	4.246
2.4896	0.30	2.940
2.7219	0.40	2.323

(4) 解析結果および考察

(2)に示したベンチマーク問題に従って解析した結果を以下に示す。尚、本解析の他に軸対称 1 次要素を使用して解析した結果があるので、適宜比較する。(1 次要素による解析の条件は本項の最後に記す。)

Fig. 1 は、解析モデルを示したものである。Fig. 2 は頭部中央点 B における鉛直方向変位の時刻歴である。変位が最大となる時間は 6.4 msec で、変位量は 5.5 cm である。Fig. 3 は、 $1, 2, 5$ および 10 msec における鉛直方向変位の軸方向分布図で時間の経過と共に変形の進展が把握できる。1 次要素における同様の図を Fig. a に示す。Fig. 3 と Fig. a を比較すると、底部付近の変形状態は 2 次要素の方が大きく表現されている。また、 5 msec と 10 msec の分布図がほぼ同じであることから変形の大部分が 5 msec までに終了していることを示す。Fig. 4 は断面の変形図である。 $1, 2$ および 5 msec の図を比較してみると、変形が底部付近に集中しているのがわかる。参考のため、1 次要素の場合を Fig. 4(d) に示す。Fig. 5 は、頭部中央点 B における鉛直速度の時刻歴図である。衝突後 0.4 msec 付近までは与えられた初速度で一定であるが、それ以後衝撃波が頭部に達するために速度は減少していく。Fig. 6 は、

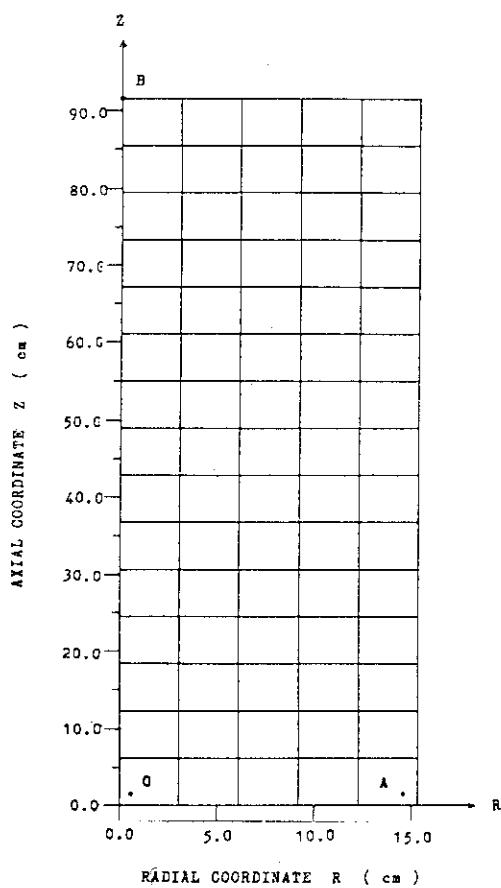


Fig. 1 Mesh division

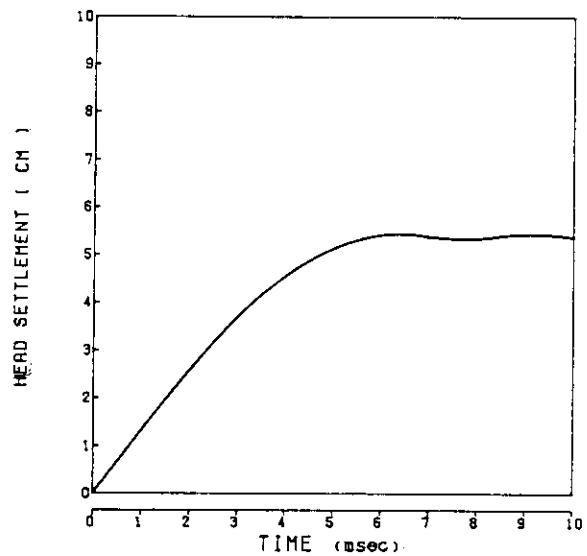


Fig. 2 Time history of head settlement (B)

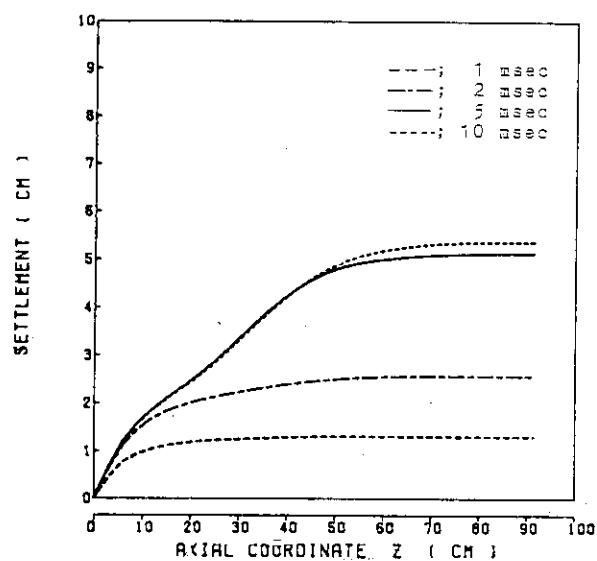


Fig. 3 Distribution of settlement
(1, 2, 5 and 10 msec)

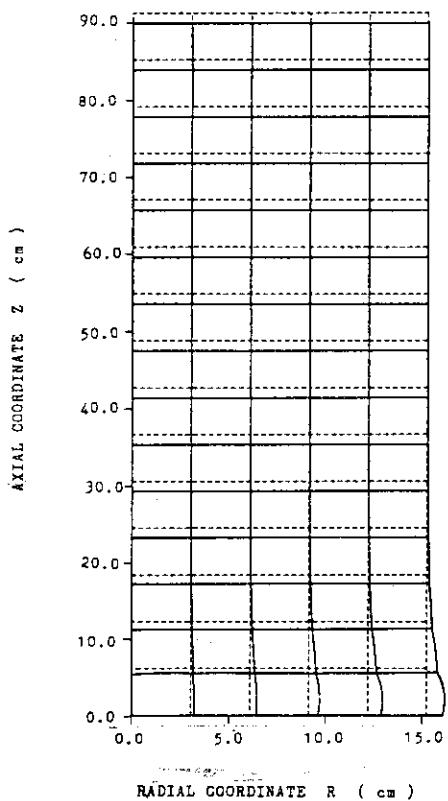


Fig. 4 (a) Deformed profile (1 msec)

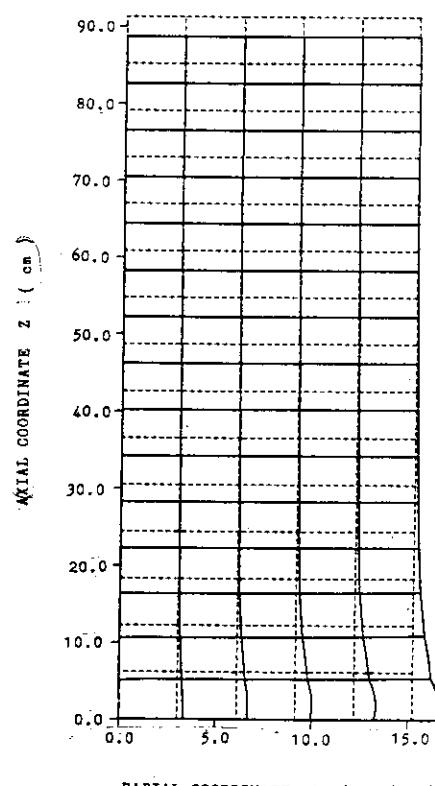


Fig. 4 (b) Deformed profile (2 msec)

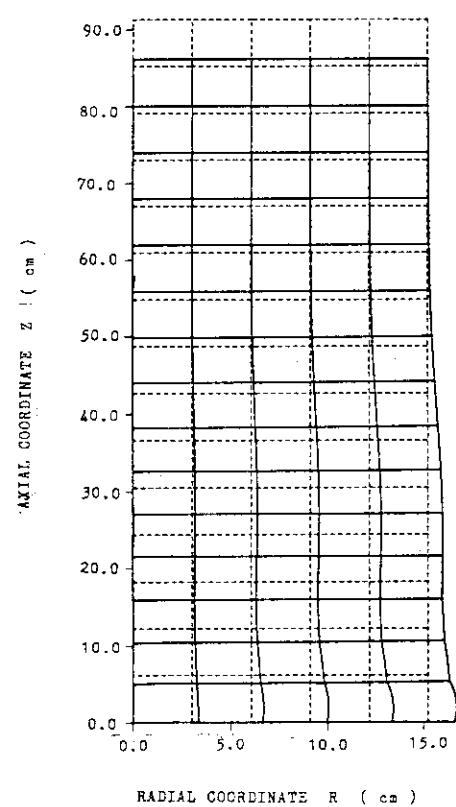
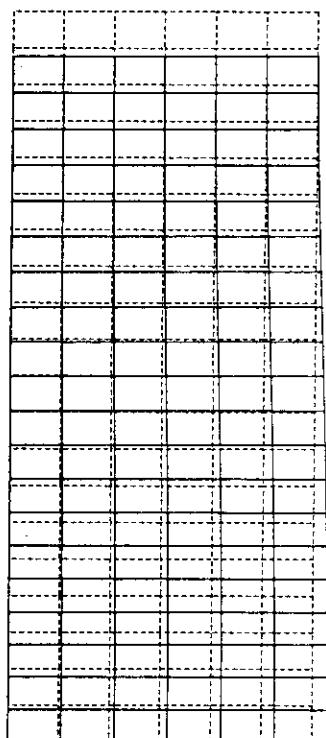


Fig. 4 (c) Deformed profile (5 msec)

Fig. 4 (d) Deformed profile
(5 msec)

頭部中央点Bにおける鉛直加速度の時刻歴である。Fig.7(a)は、1, 2, 5および10 msecにおける鉛直応力の軸方向分布図である。10 msecの分布では、リバウンドのため引張り応力となっている。1次要素で解析した結果(Fig.7(b))では、同一要素の積分点で大きな変化を生じている。Fig. 8は、1, 2, 5および10 msecにおける鉛直方向ひずみの軸方向分布図である。O点におけるひずみは、-0.27であった。但し、積分点座標は、 $r = 0.6445\text{cm}$, $z = 1.288\text{cm}$ である。Fig. 9は底部O, A点における鉛直方向応力の時刻歴図である。衝突直後の大きな変動を示す部分を除き、引張応力に転ずる時間は、O点で5.9 msec A点で7.3 msecである。Fig.10は、1, 2, 5および10 msecにおける鉛直応力の半径方向分布である。1および2 msecでは、中心部の方がやや応力が大きいが5 msecになると外側の方が大きくなり、10 msecになるとリバウンドのために中心から11 cmぐらいまで引張り応力となる。Fig.11はO点およびA点における鉛直方向ひずみの時刻歴である。O点の最大ひずみは約-0.27である。Fig.12は、1, 2, 5および10 msecにおける断面の塑性域を示したものである。図中、要素全域に×印が付いているのは全積分点降伏を示し、他は降伏している積分点についてのみ×印を付けてある。1, 2 msecでは底部から徐々に塑性が進展してゆき、5 msecでは底部中心から除荷してゆく様子がわかる。

1次要素による解析条件は、以下のとおりである。

使用要素：軸対称4節点要素

要素数：120

節点数：147

総自由度数（拘束自由度を除く）：264

時間増分(Δt)：0.2 Tを使用し4.96 (μsec)で10 (msec)までとする(2016ステップ)

定式化： $T L$ 定式化

他の解析条件は(2)の条件と同じである。

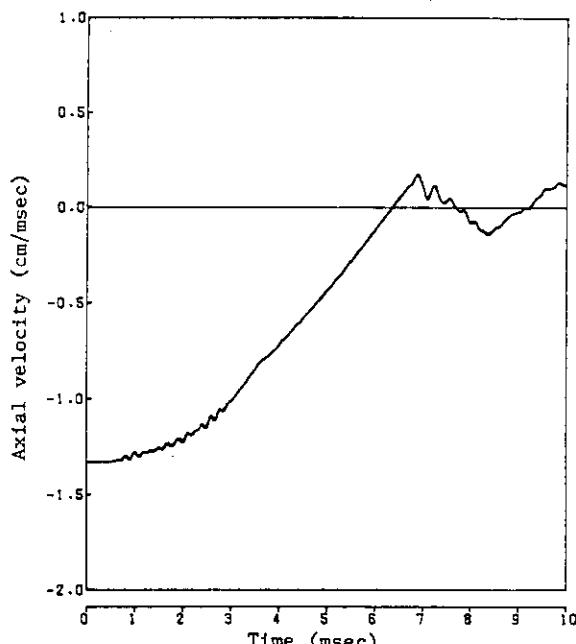


Fig. 5 Time history of axial velocity at head (B)

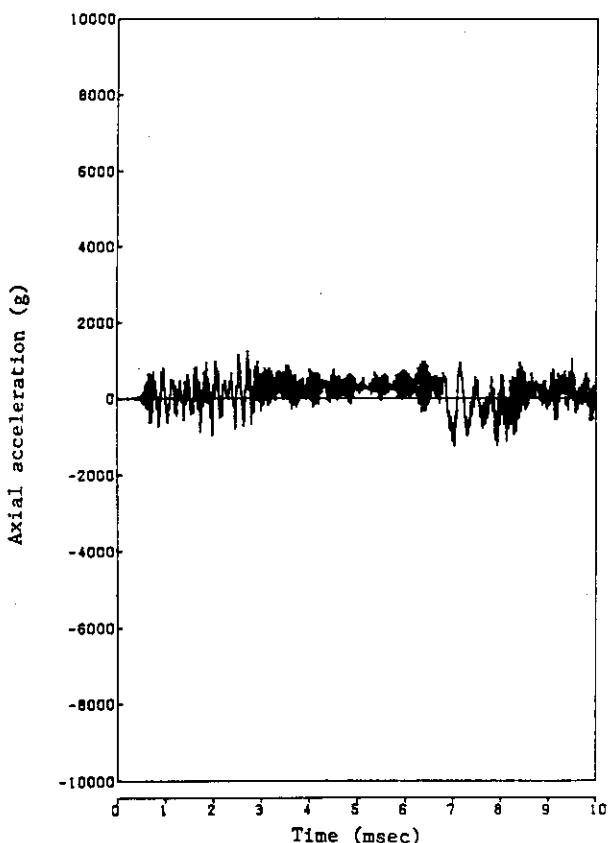


Fig. 6 Time history of axial acceleration at head (B)

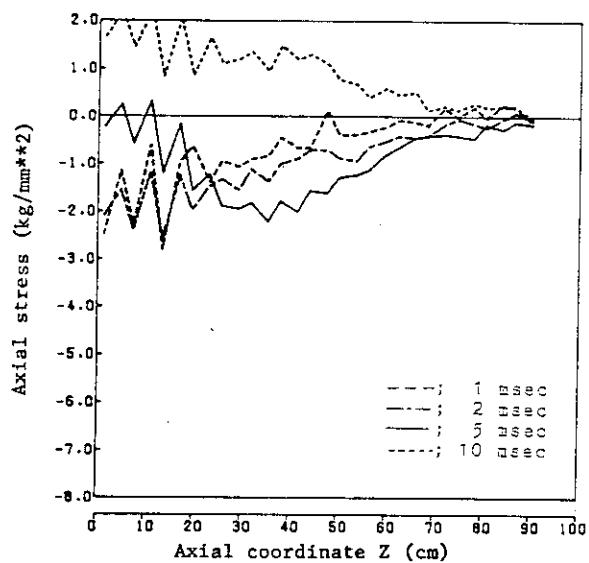


Fig. 7 (a) Distribution of axial stress
(1, 2, 5 and 10 msec)

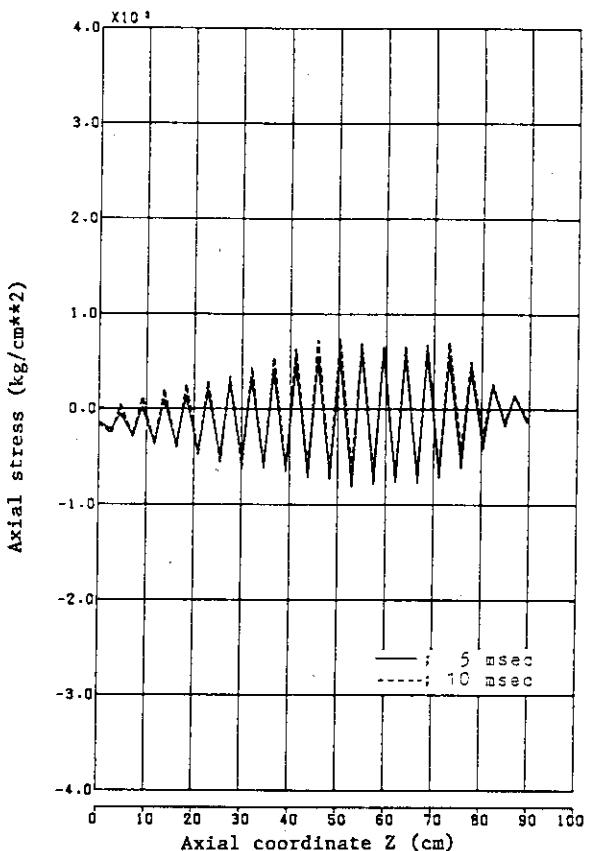


Fig. 7 (b) Distribution of axial stress
(5 msec and 10 msec)

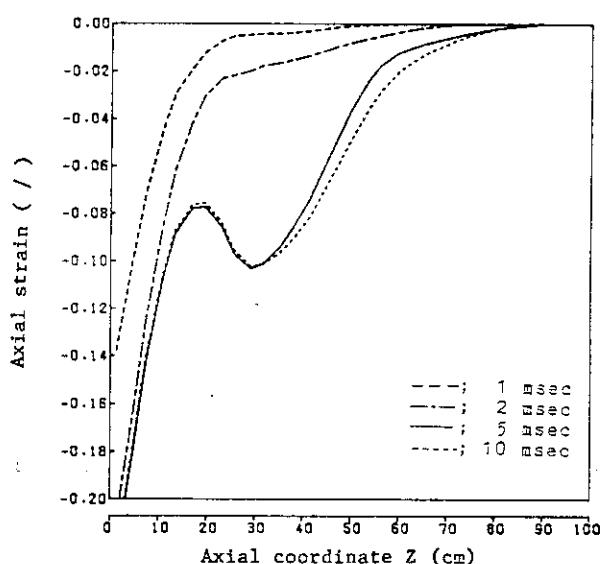


Fig. 8 Distribution of axial strain
(1, 2, 5 and 10 msec)

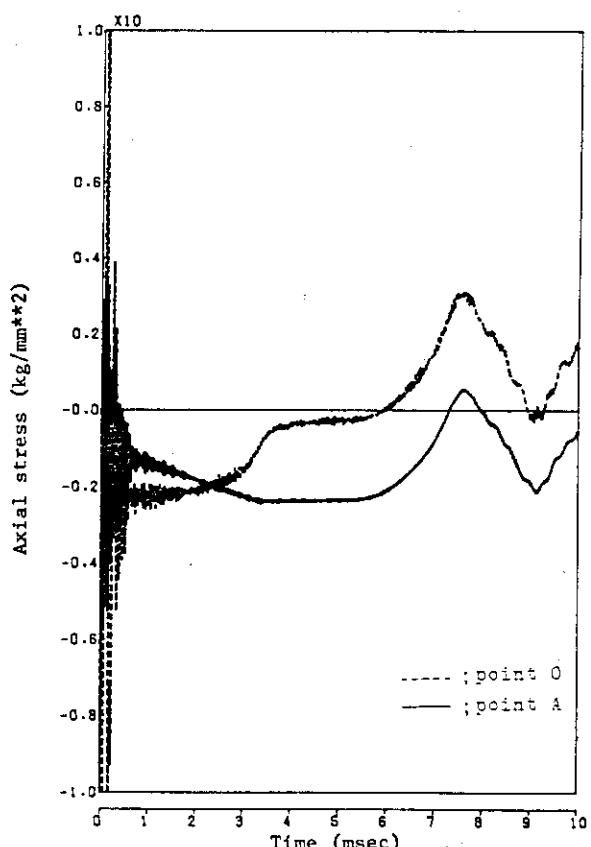


Fig. 9 Time history of axial stress
at bottom (O and A)

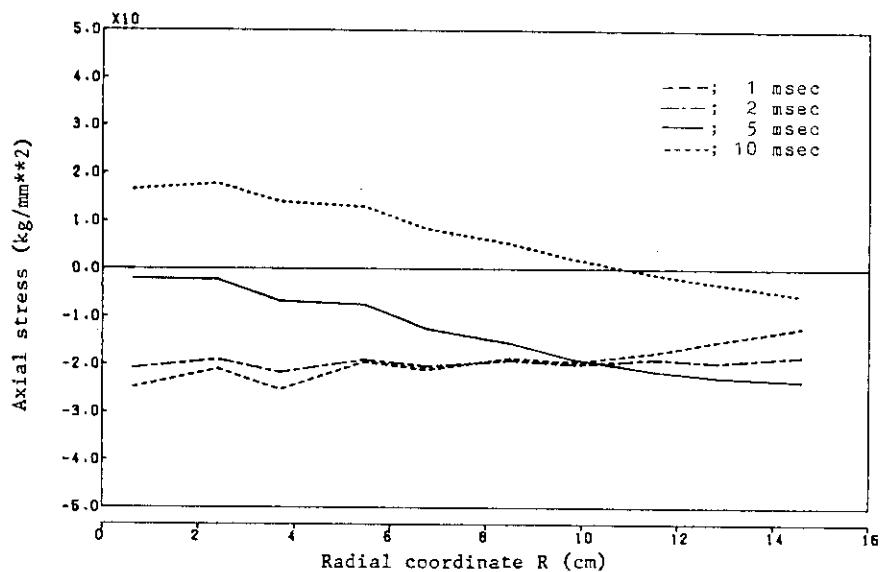


Fig.10 Distribution of axial stress on the bottom surface (1, 2, 5 and 10 msec)

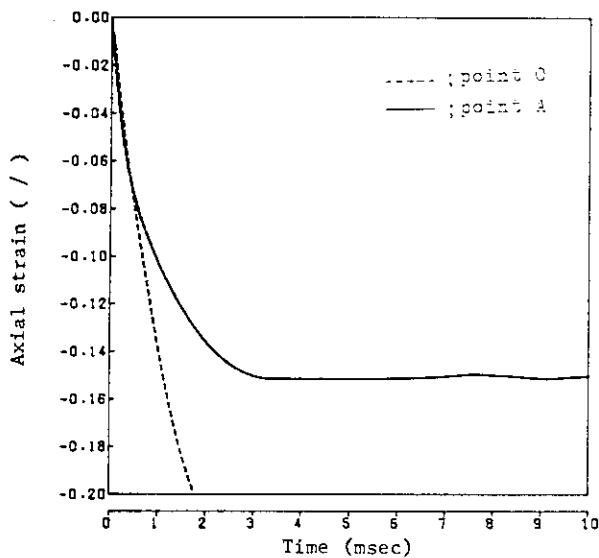


Fig.11 Time history of axial strain at bottom (O and A)

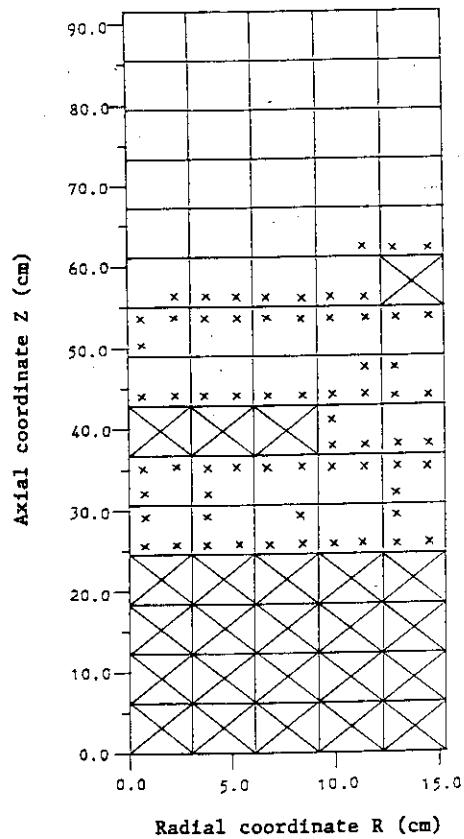


Fig.12(a) Development of plastic regions
(1 msec)

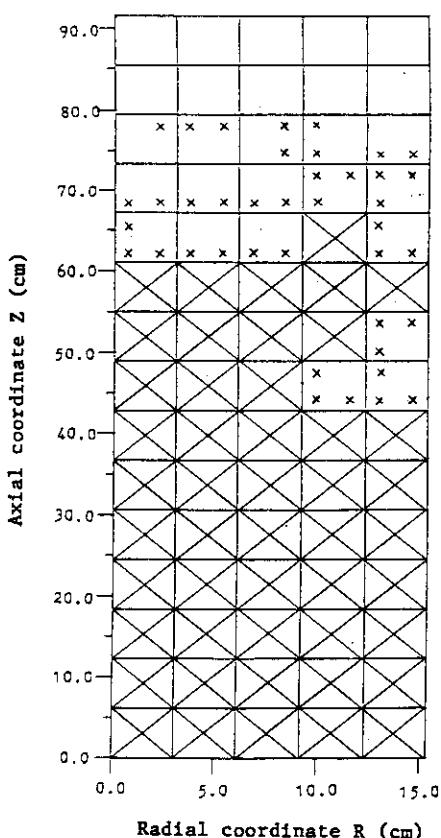


Fig.12(b) Development of plastic regions
(2 msec)

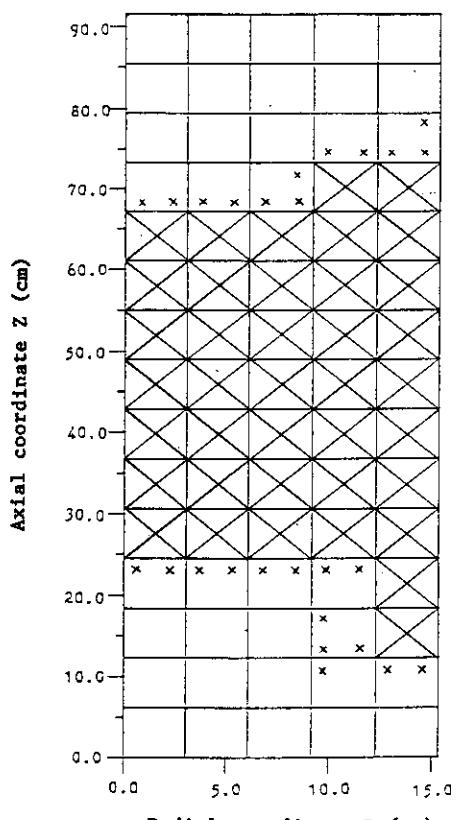


Fig.12(c) Development of plastic regions
(5 msec)

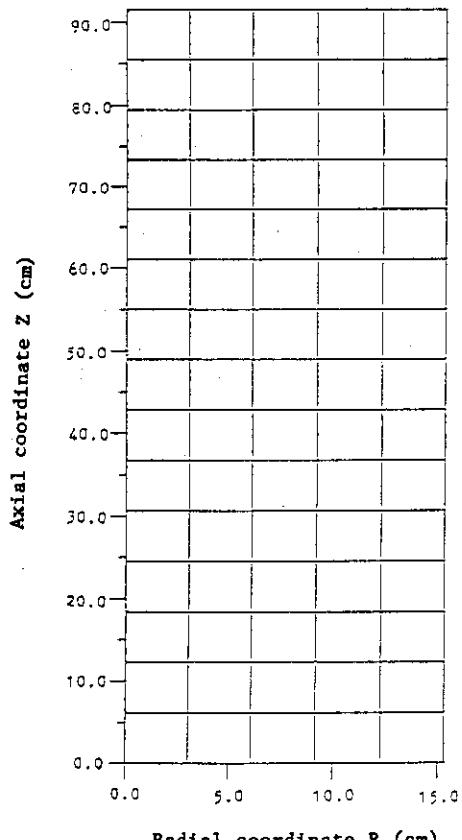


Fig.12(d) Development of plastic regions
(10 msec)

3.3.7 D Y N A 3 D

(1) 概 説

(a) 解析者及び解析プログラム

所 属 機 閣	解 析 者	使用プログラム
日本情報サービス	細川治男	D Y N A 3 D
	田中和久	

(b) 解析概要

D Y N A 3 DはL L N LのDr. Jhon O. Hallquistにより開発された3次元非線形衝撃応答解析プログラムである。

(c) 使用要素

6節点ソリッド要素 (Pentahedran)

8節点ソリッド要素 (Hexahedran)

自由度 U_x, U_y, U_z

積分点 1

(d) 使用計算機及び計算時間

M - 280 H 54秒 (2,500ステップ)

(2) 問題概要及び解析条件

(a) 問題概要

直径30.5cm長さ91.4cmの鉛円柱(クラッドなし)を9mの高さから剛体床に垂直落下させた時の応答を解析する。

初期条件としては、衝突速度 ($v_0 = \sqrt{2gh} = 13.38\text{ m/sec}$) を下端面上を除く全節点に与える。

(b) 解析条件

① 境界条件

ソリッド要素を使用するため、解析範囲は円柱の周方向5度とし、切断面に対称境界を与える。

円柱下端面は $z = 0$ の面に剛体床を適要する。

② 要素及び節点数

要素数 80

節点数 189

総自由度数(除拘束自由度) 348

③ 時間積分法

中点差分による。

④ 時間増分

弾性波が伝播する速度から、メッシュの最小長さ Δl を通過する時間 Δt を計算すると次のようになる。

$$\Delta t = \Delta l / \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho(1+\nu)(1-2\nu)}} = 2.01 \times 10^{-5} \text{ sec}$$

Safety Factor $\frac{1}{5}$ を乗じて

$$\Delta t \approx 4.0 \times 10^{-6} \text{ sec}$$

となり、これを用いて2,500ステップ0~10 msecまで計算する。

(5) 質量マトリックス

集中質量マトリックス

(6) 塑性計算法

反復計算なしの増分法による。

(3) 材料データ

改良2直線近似によるものとする。

鉛

E (kg/mm ²)	7.10×10^2
ν	0.42
σ_y (kg/mm ²)	1.56
H'	6.81
ρ (kg · sec ² /mm ⁴)	1.13×10^{-9}

(4) 解析結果

頭部中央点最大変位量41.6 mmが得られた。その他の解析結果をFig.1~12に示す。

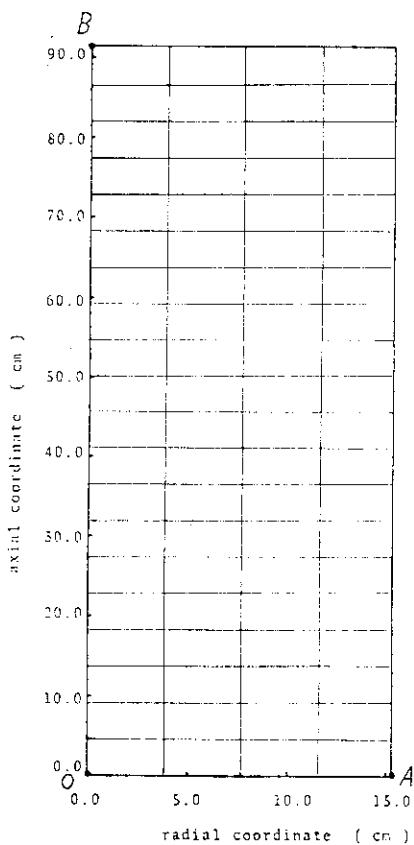


Fig. 1 Mesh subdivision

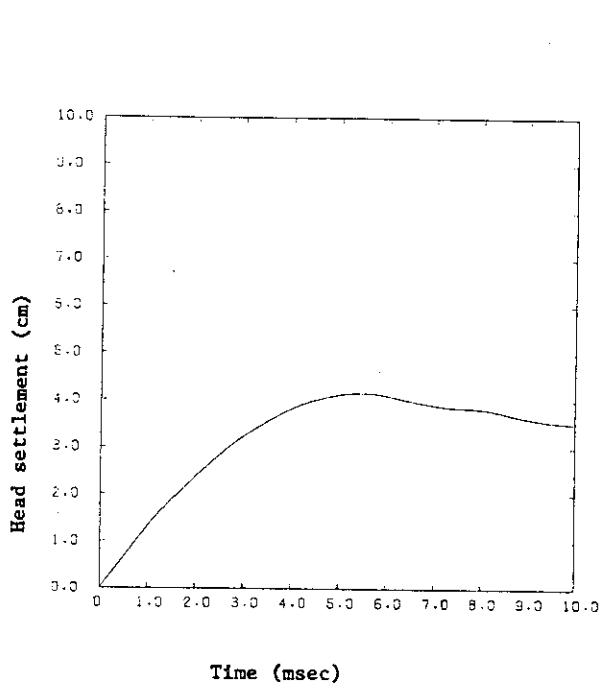


Fig. 2 Time history of head settlement (B)

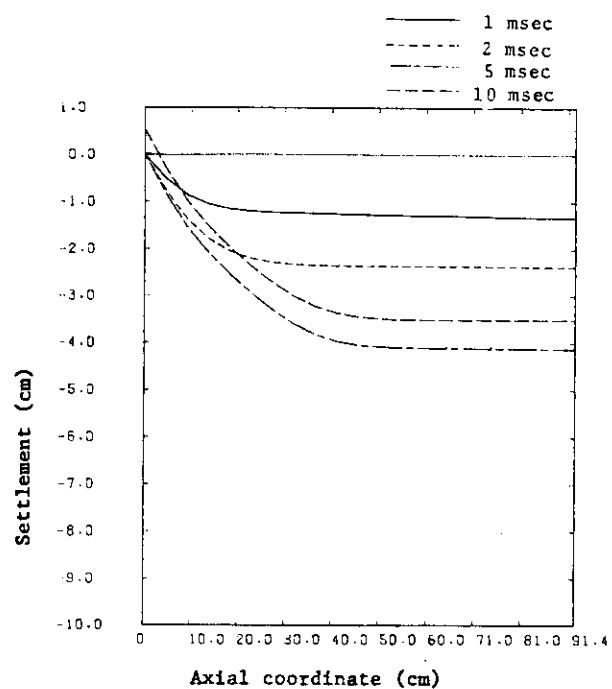


Fig. 3 Distribution of settlement
(1, 2, 5, 10 msec)

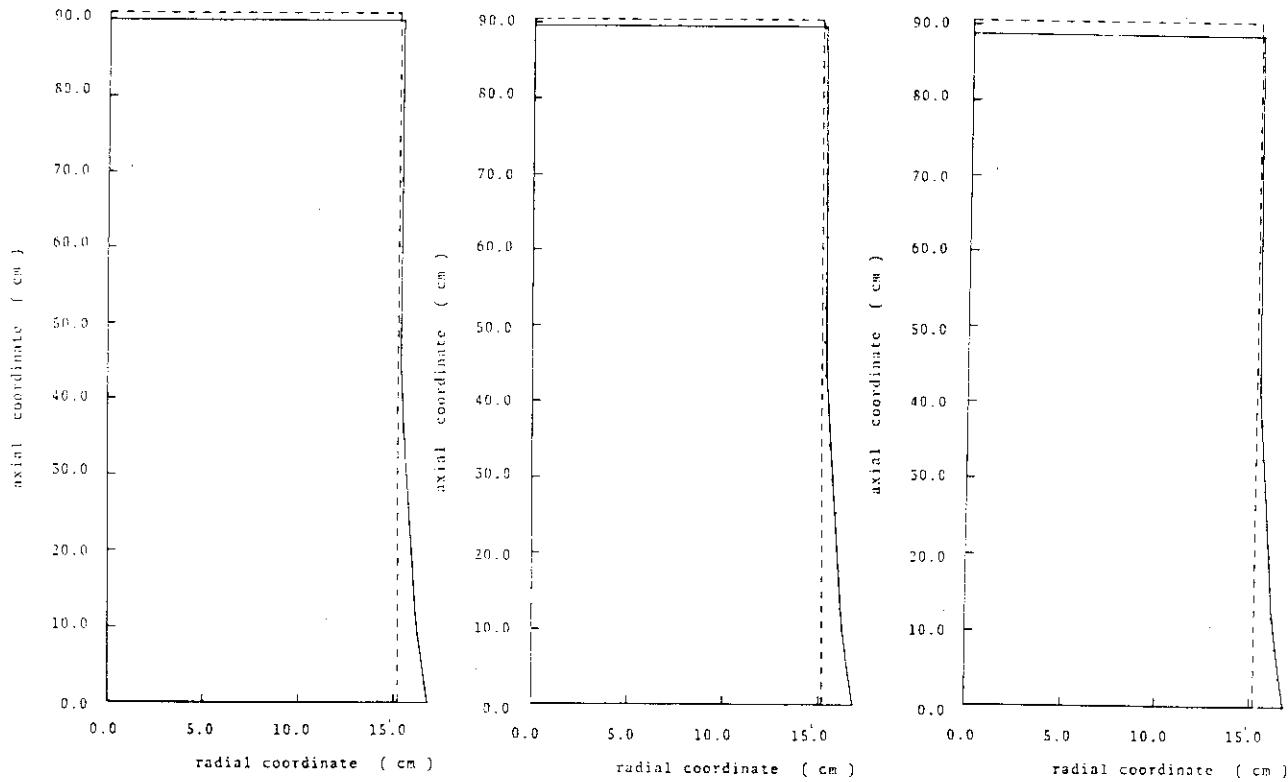


Fig. 4 (a) Deformed profile
(1 msec)

Fig. 4 (b) Deformed profile
(2 msec)

Fig. 4 (c) Deformed profile
(5 msec)

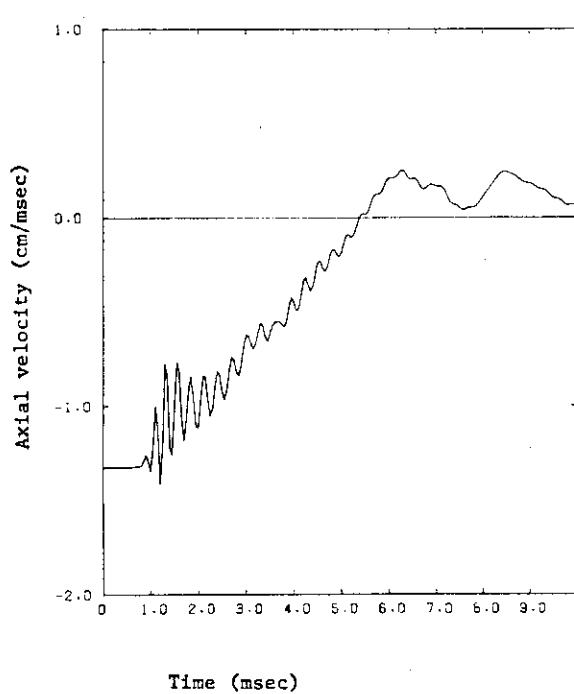


Fig. 5 Time history of axial velocity at head (B)

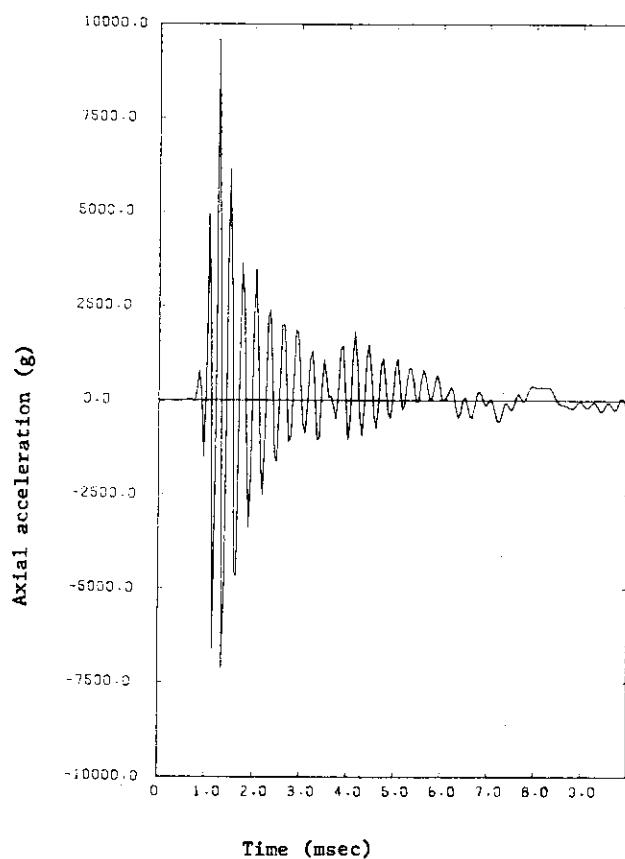


Fig. 6 Time history of axial acceleration at head (B)

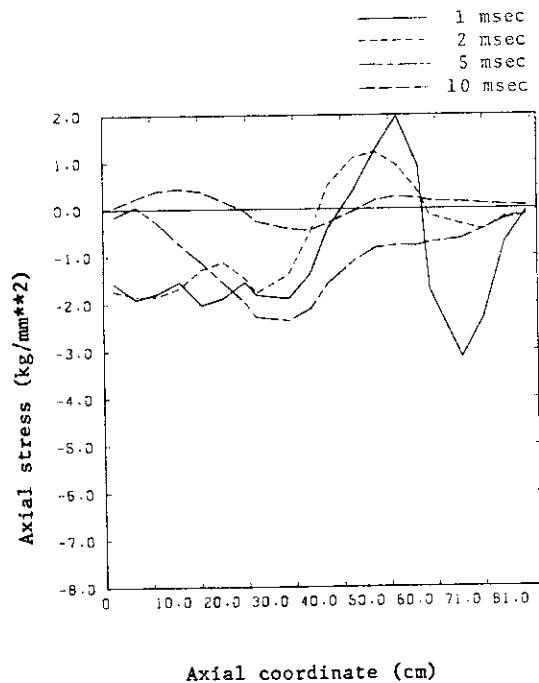


Fig. 7 Distribution of axial stress (1, 2, 5, 10 msec)

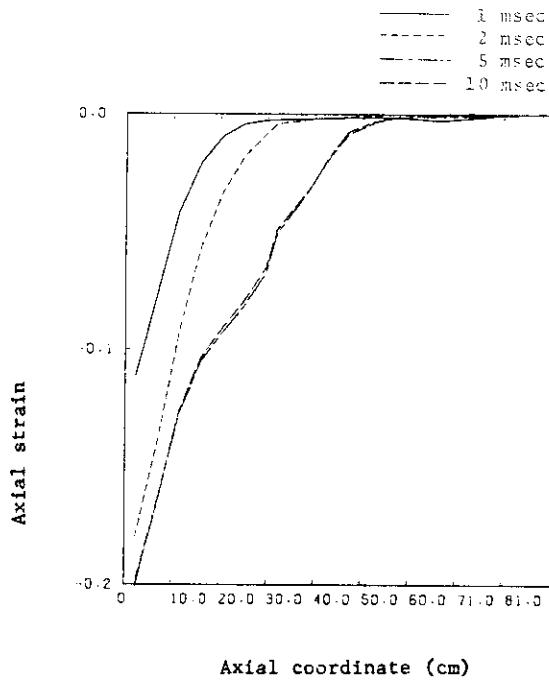


Fig. 8 Distribution of axial strain (1, 2, 5, 10 msec)

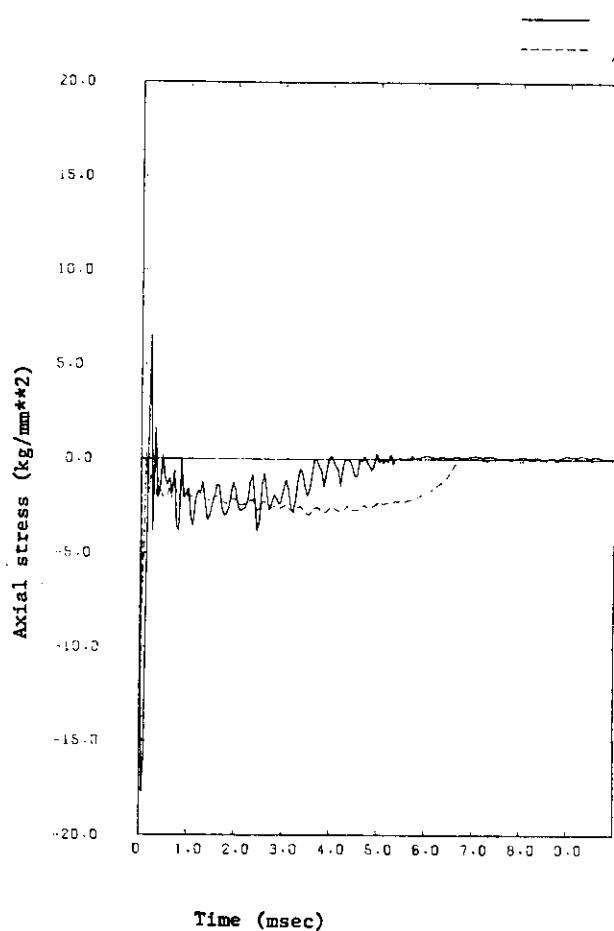


Fig. 9 Time history of axial stress at bottom (O and A)

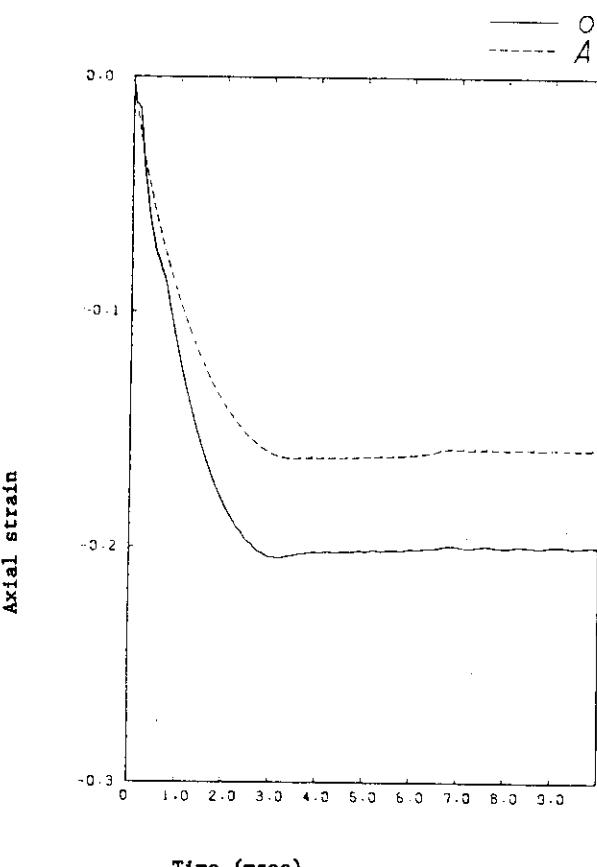


Fig. 11 Time history of axial strain at bottom (O and A)

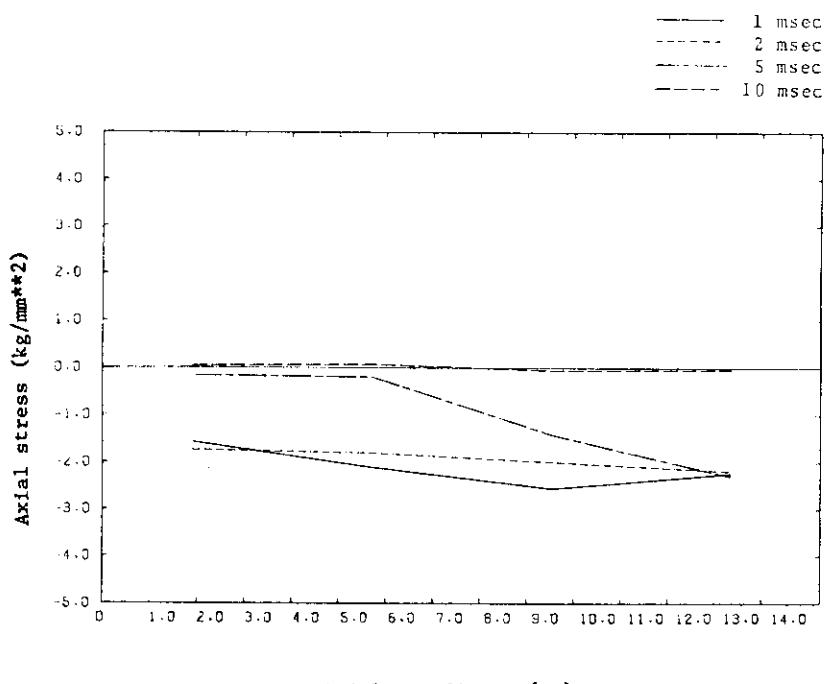


Fig. 10 Distribution of axial stress on the bottom surface

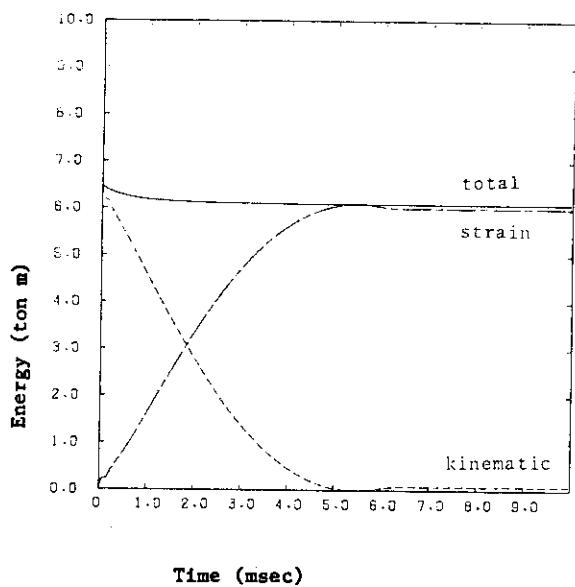


Fig. 12 Time history of energy

3.3.8 D Y N A 2 D

(1) 概 説

(a) 解析者及び使用プログラム

所 属 機 閣	解 析 者	使 用 プ ロ グ ラ ム
日本情報サービス	細 川 治 男 田 中 和 久	D Y N A 2 D

(b) 解析概要

D Y N A 2 DはL L N LのDr. Jhon O. Hallquistにより開発された。2次元非線形衝撃応答解析プログラムである。

D Y N A 2 Dは、対話型プログラムになっており、解析途中でユーザーが対話形式でメッシュの再編成を行うRe-zonerを備え、大変形問題を安定に解ける様に設計されている。

(c) 使用要素

4節点軸対称ソリッド要素

自由度 U_r, U_z

積分点 1

(d) 使用計算機及び計算時間

M - 280 H 17秒 (521ステップ)

(2) 問題概要及び解析条件

(a) 問題概要

直径30.5cm長さ91.4cmの鉛円柱（クラッドなし）を9mの高さから剛体床に垂直落下させた時の応答を解析する。

初期条件としては、衝突速度 ($v_0 = \sqrt{2gh} = 13.38 \text{ m/sec}$) を下端面上を除く全節点に与える。

(b) 解析条件

(1) 境界条件

円柱下端面は軸方向に、対称軸上は半径方向に固定する。

(2) 要素及び節点数

要素数 80

節点数 105

総自由度数(除拘束自由度) 184

(3) 時間積分法

中点差分による。

(4) 時間増分

D Y N A 2 D は時間増分をクーラン条件により自動制御させる。

初期時間増分から自動制御させ、10msecまで計算する。総時間増分数 521ステップとなった。

(5) 質量マトリックス

集中質量マトリックス

(6) 塑性計算法

反復計算なしの増分法による。

(3) 材料データ

改良2直線近似によるものとする。

鉛	
E (kg/mm ²)	7.10×10^2
ν	0.42
σ_y (kg/mm ²)	1.56
H'	6.81
ρ (kg · sec ² /mm ⁴)	1.13×10^{-9}

(4) 解析結果

頭部中央点最大変位量41.8mmが得られた。その他の解析結果をFig. 1 ~ 9に示す。

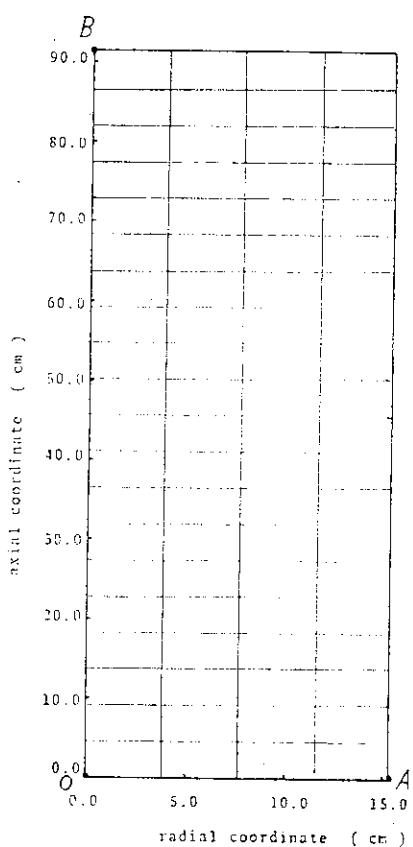


Fig. 1 Mesh subdivision

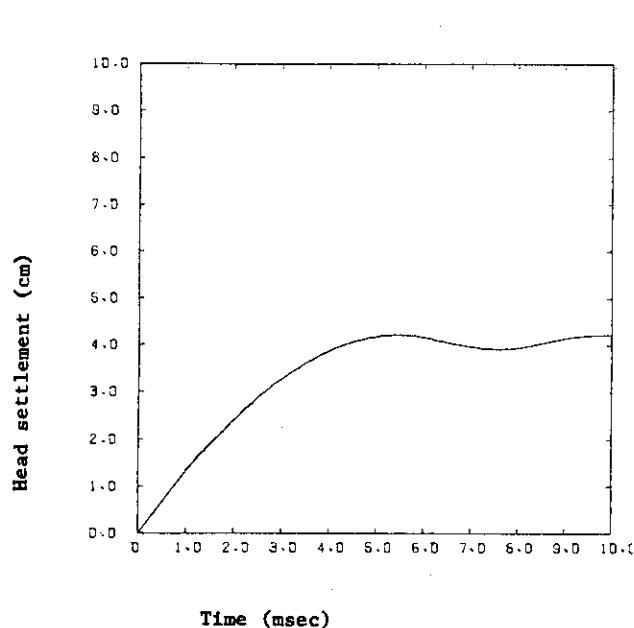
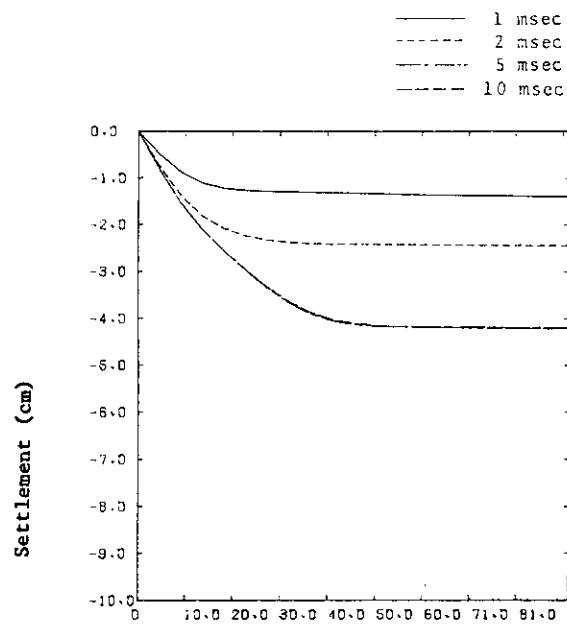
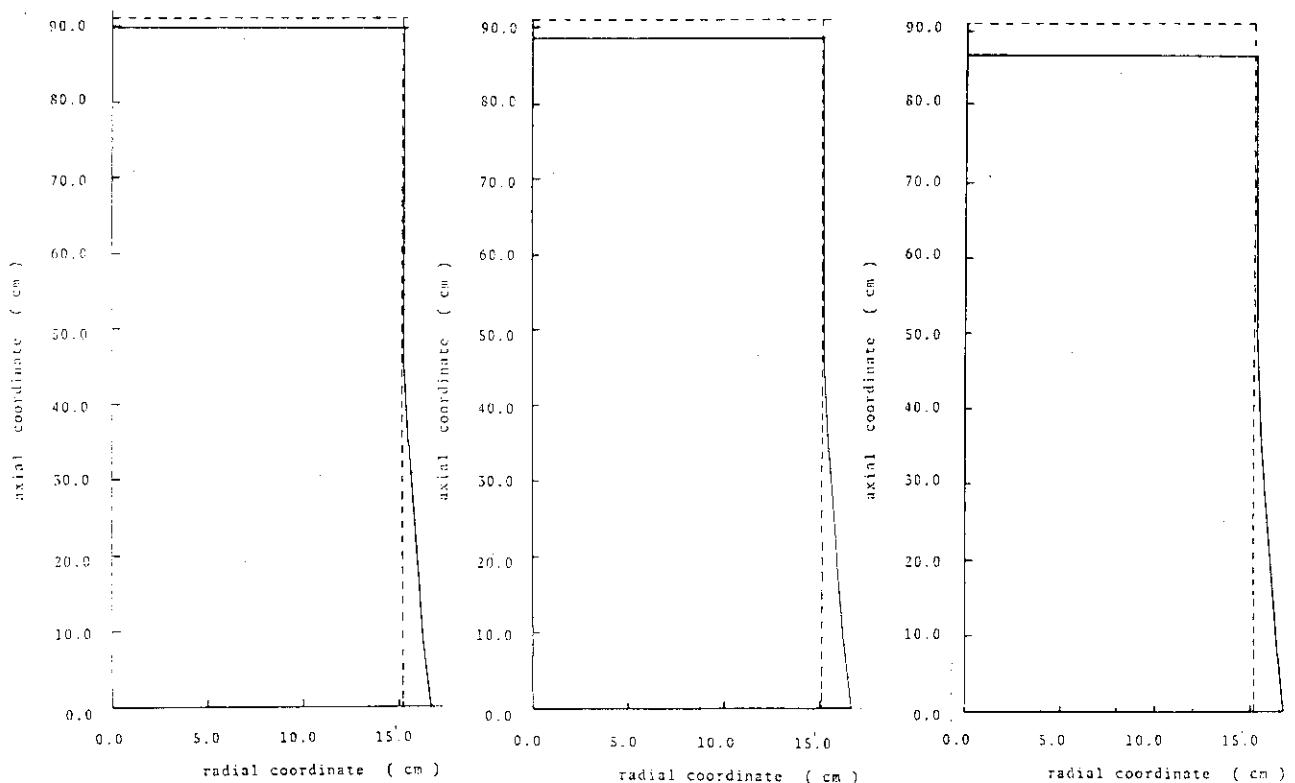


Fig. 2 Time history of head settlement (B)

Fig. 3 Distribution of settlement
(1, 2, 5, 10 msec)Fig. 4 Deformed profile
(1 msec)Fig. 4 Deformed profile
(2 msec)Fig. 4 Deformed profile
(5 msec)

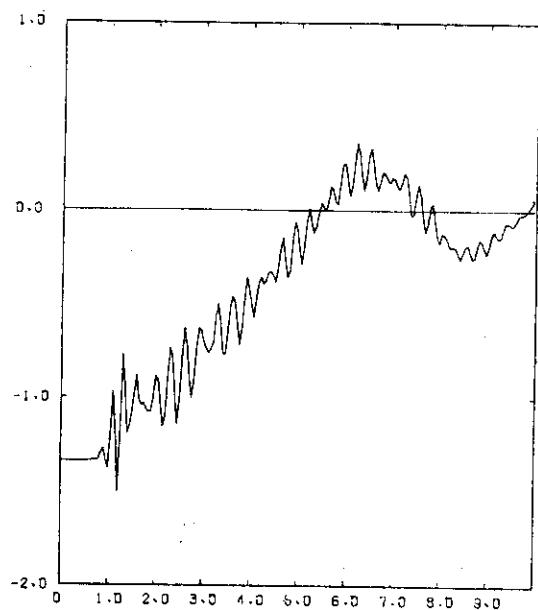


Fig. 5 Time history of axial velocity at head (B)

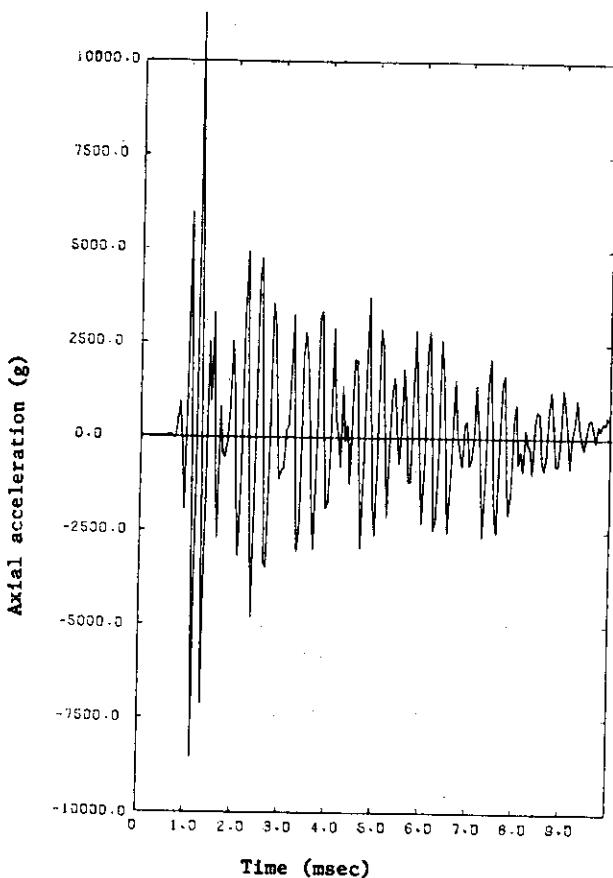


Fig. 6 Time history of axial acceleration at head (B)

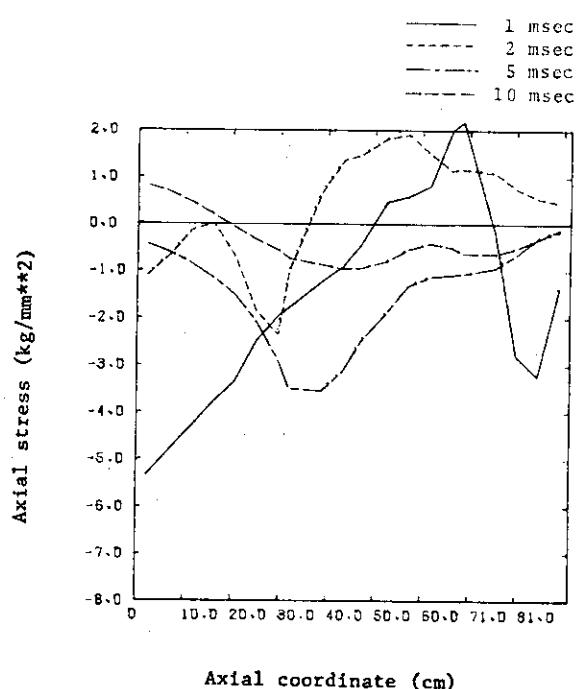


Fig. 7 Distribution of axial stress (1, 2, 5, 10 msec)

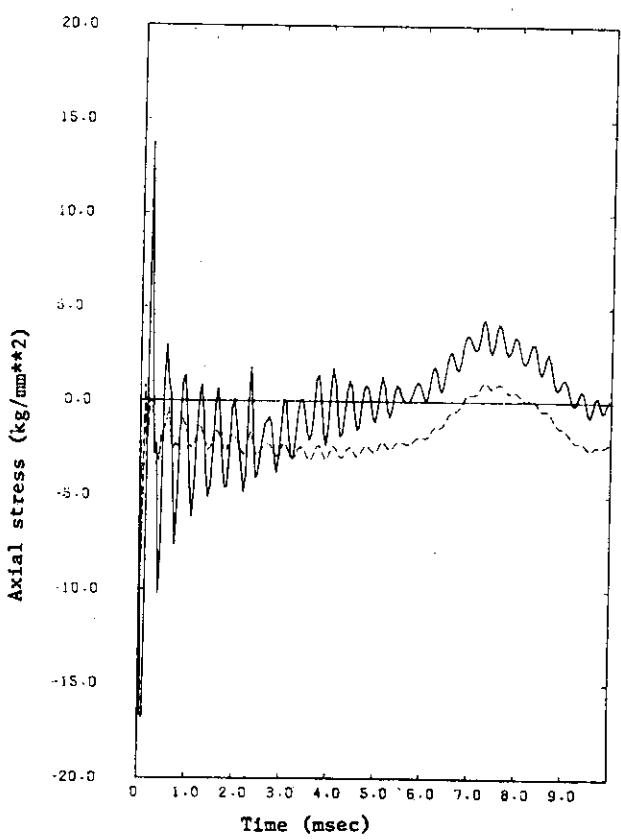


Fig. 8 Time history of axial stress at bottom (O and A)

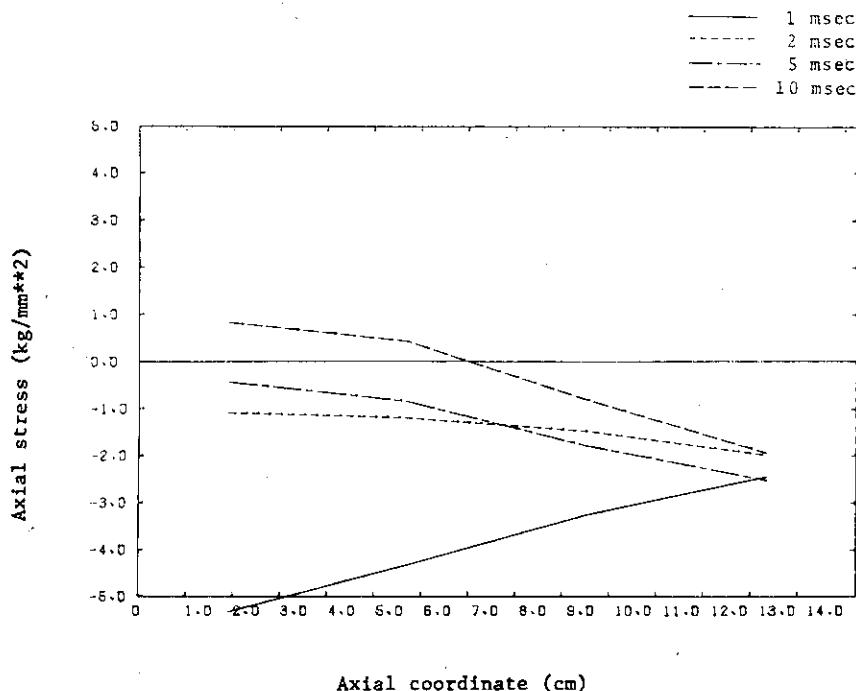


Fig. 9 Distribution of axial stress on the bottom surface

3.3.9 HONDO-II

(1) 概要

(a) 解析者および計算プログラム

所 属 機 閣	解 析 者	使 用 プ ロ グ ラ ム
日本原子力研究所	幾 島 納	HONDO-II

HONDO-IIは、S.W. Key らによって開発された有限要素法を用いた動的非線形解析プログラムである。

(b) 使用要素

2次元軸対称要素（四辺形4節点アイソパラメトリック要素）

ガウス積分点 2×2

(c) 使用計算機および計算時間

使 用 計 算 機	計 算 時 間
FACOM-M 380	140 sec

(2) 問題の概要および解析条件

(a) 問題の概要

直径30.5 cm、長さ91.4 cmの鉛円柱を高さ9 mの位置から自由落下させ、剛体床と衝突した時の応答解析をする。

(b) 解析条件

① 境界条件

鉛円柱底部と剛体床の接触面は滑らかとし、鉛円柱底部対称軸上節点を除いて各節点は拘束しない。対称軸上各

節点の半径方向変位は拘束する。鉛円柱底部と剛体床の間には、ギャップ要素を付けるが、このギャップ要素は圧縮の場合のみ作用するものとする。

② 要素数、節点数、総自由度 (Fig. 1 参照)。

要素数 200

節点数 231

総自由度数 441

③ 時間積分法

運動方程式の時間積分法は explicit の中央差分法である。

④ 質量マトリックス

質量マトリックスは集中マトリックスである。

⑤ 時間増分

$$2.0 \times 10^{-6} \text{ sec}$$

(3) 材料データ

材料データは次のとおりとし、鉛は等方硬化材料とし、応力一ひずみ特性を二直線近似する。

ヤング率 $7.10 \times 10^2 \text{ kgf/mm}^2$

ポアソン比 0.42

降伏応力 1.56 kgf/mm^2

ひずみ硬化率 6.81 kgf/mm^2

密度 $1.13 \times 10^{-9} \text{ kg} \cdot \text{sec}^2/\text{mm}^4$

(4) 解析結果

Fig. 2 ~ Fig. 14に示す。

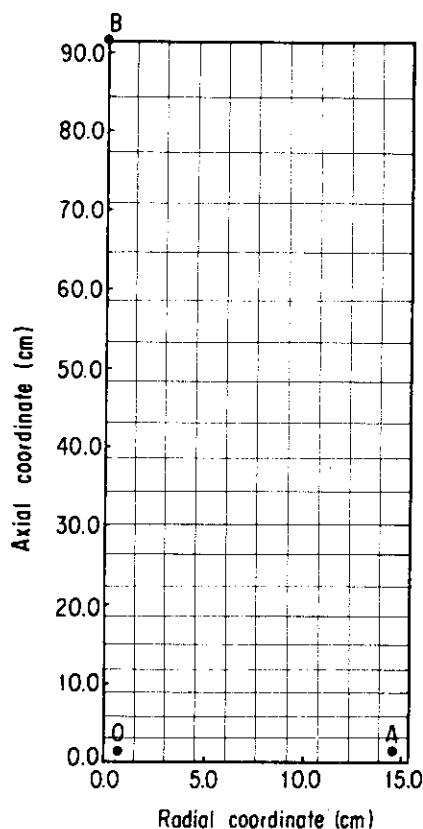


Fig. 1 Mesh subdivision

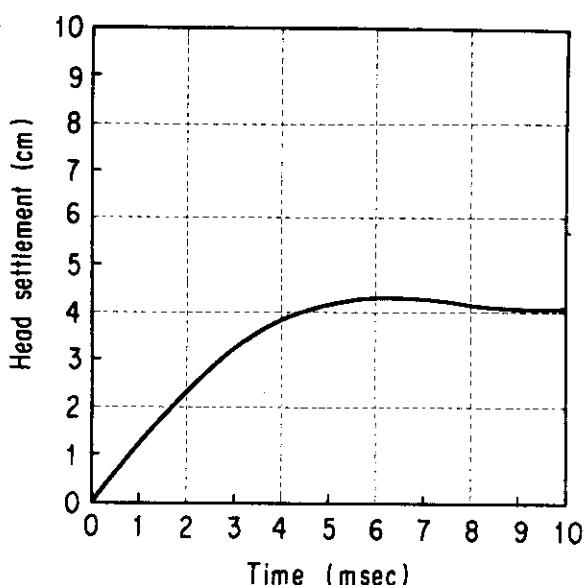


Fig. 2 Time history of head settlement (B)

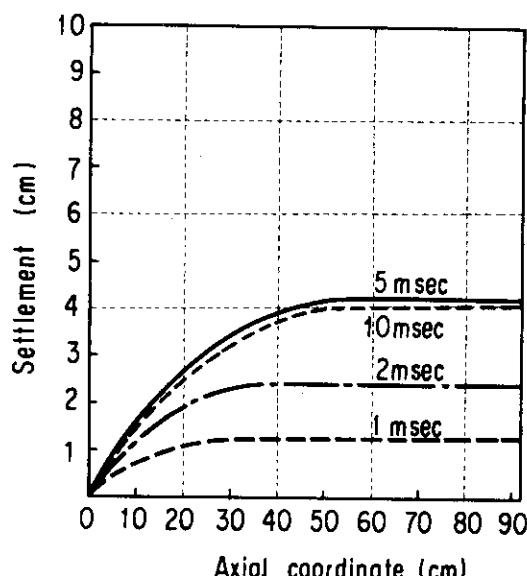


Fig. 3 Distribution of settlement

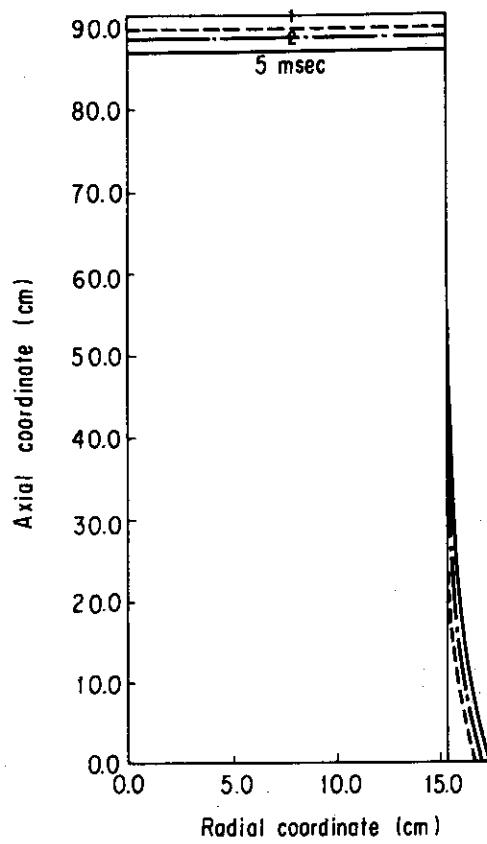


Fig. 4 Deformed profile

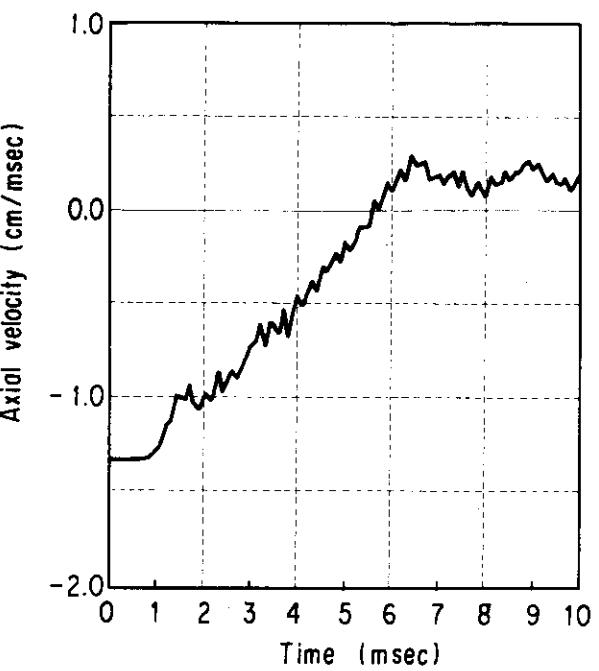


Fig. 5 Time history of axial velocity at head (B)

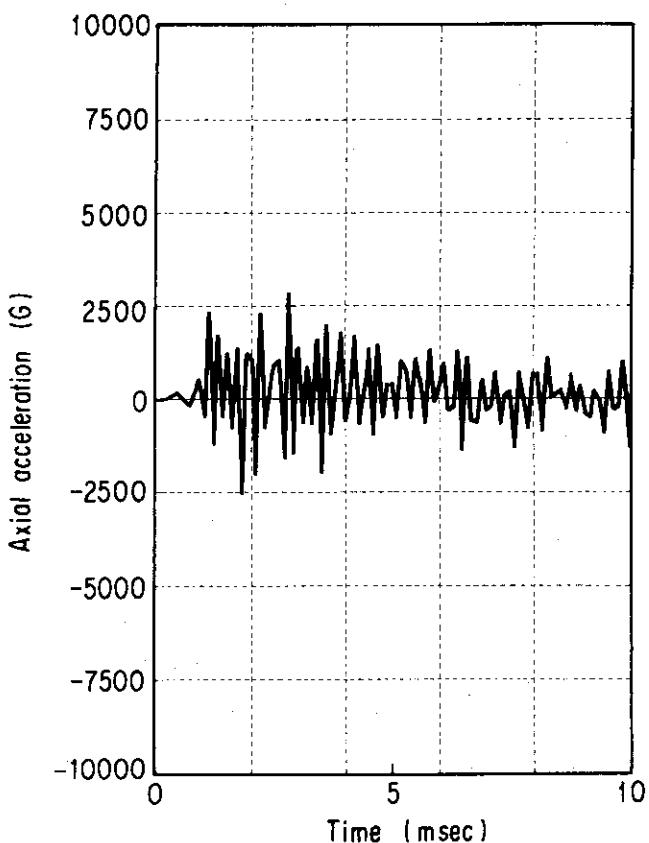


Fig. 6 Time history of axial acceleration at head (B)

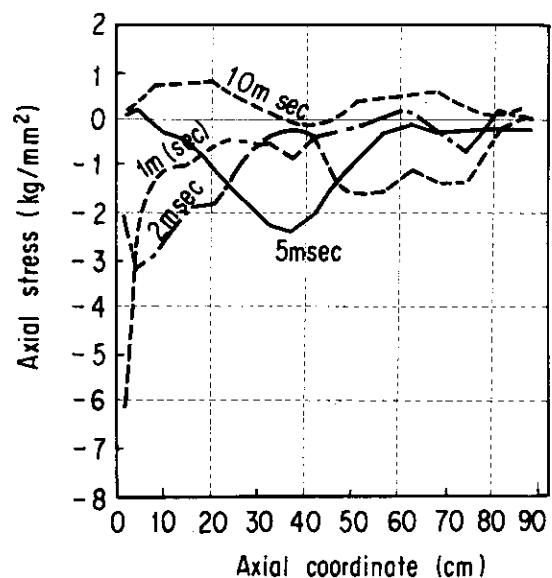


Fig. 7 Distribution of axial stress (1, 2, 5 and 10 msec)

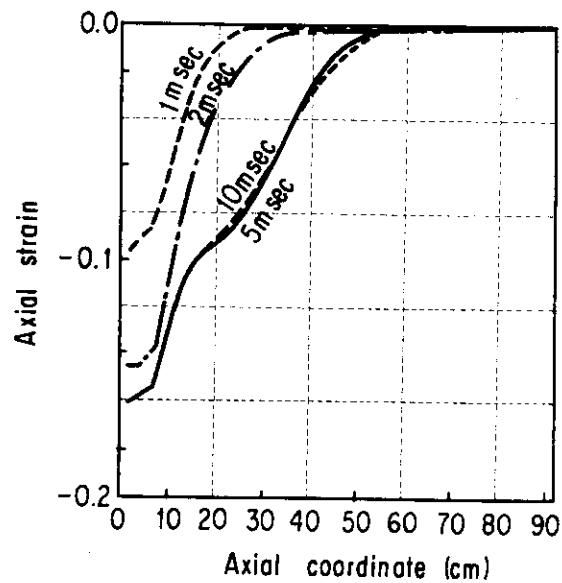


Fig. 8 Distribution of axial strain
(1, 2, 5 and 10 msec)

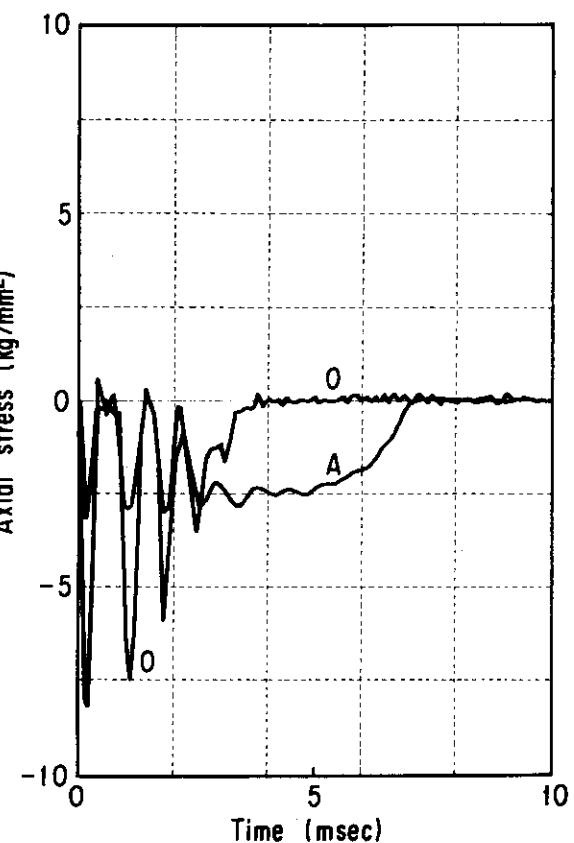


Fig. 9 Time history of axial stress
at bottom (O and A)

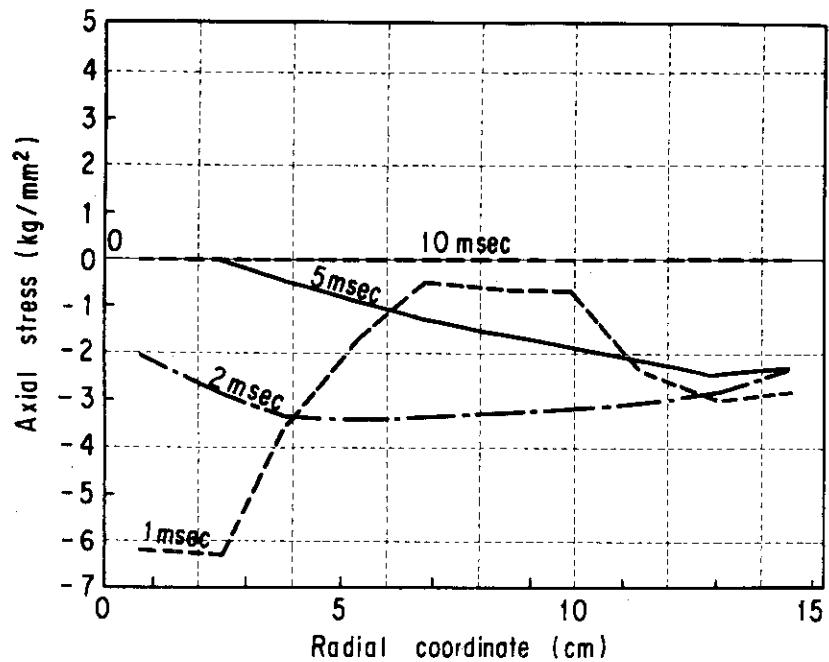


Fig.10 Distribution of axial stress in the bottom elements
(1, 2, 5 and 10 msec)

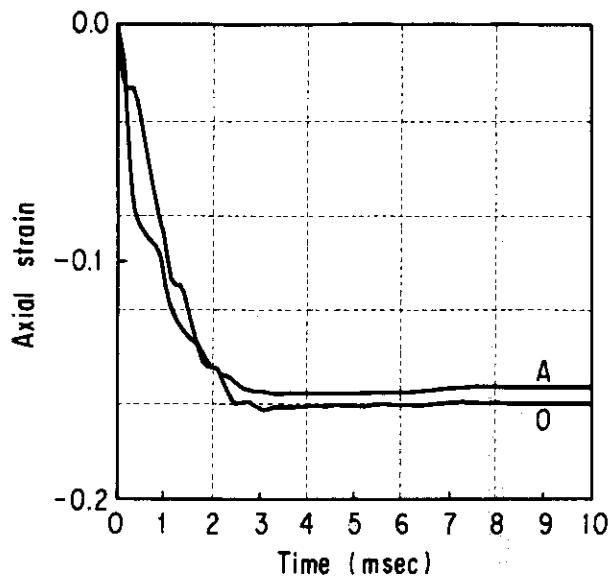


Fig.11 Time history of axial strain at bottom (O and A)

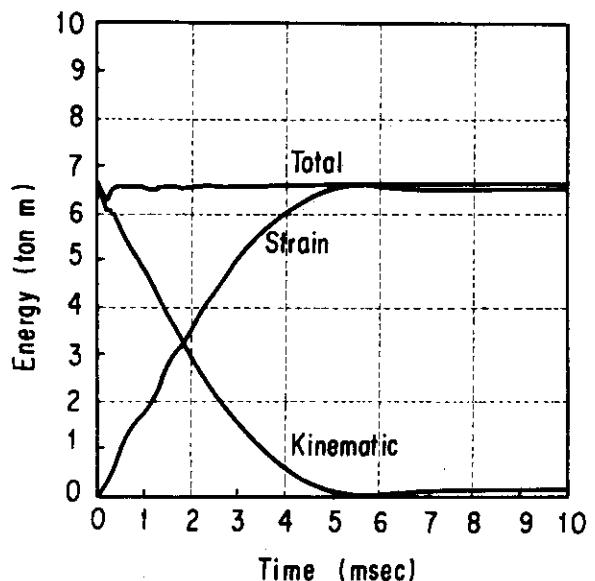


Fig.12 Time history of energy

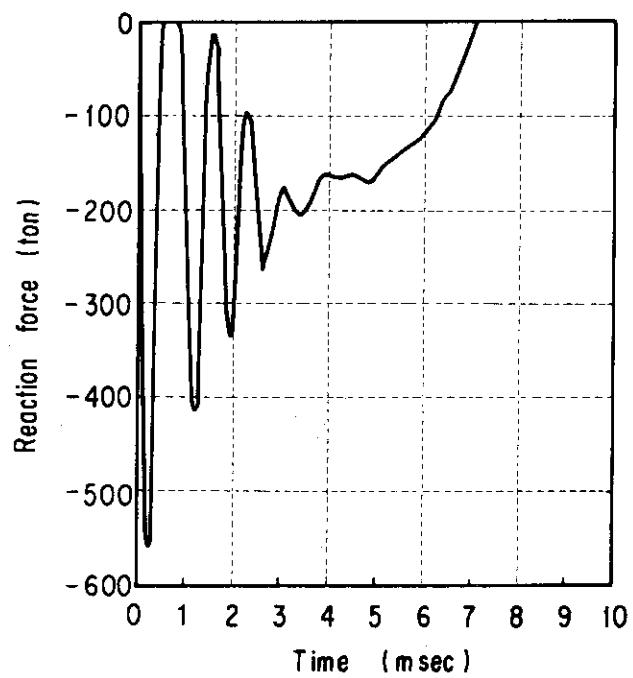


Fig.13 Time history of reaction force

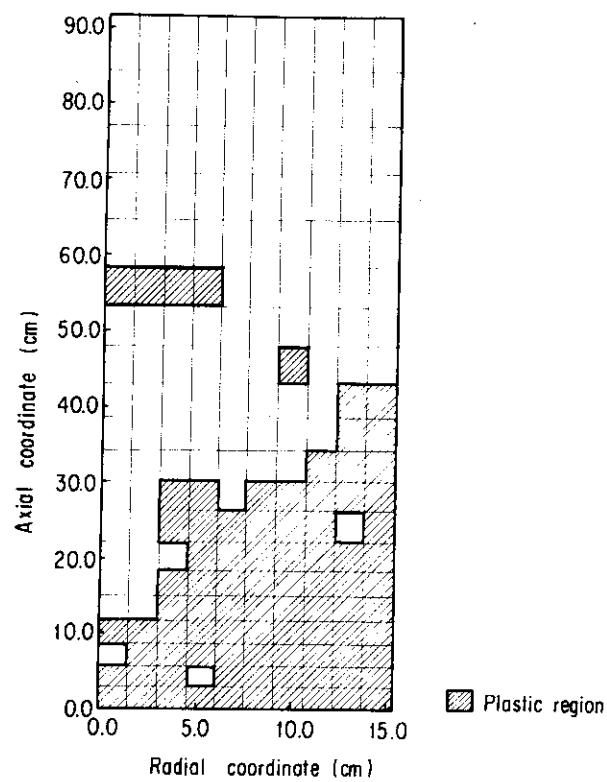


Fig.14(a) Development of plastic regions (1 msec)

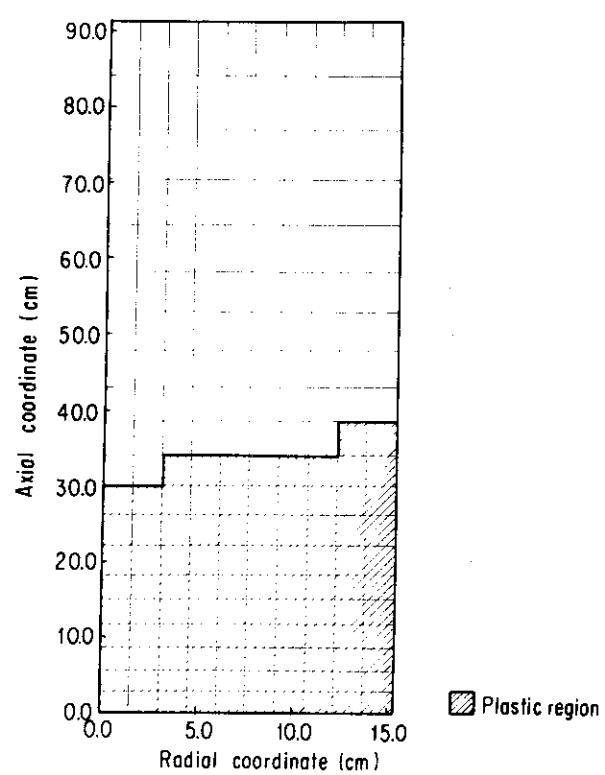


Fig.14(b) Development of plastic regions (2 msec)

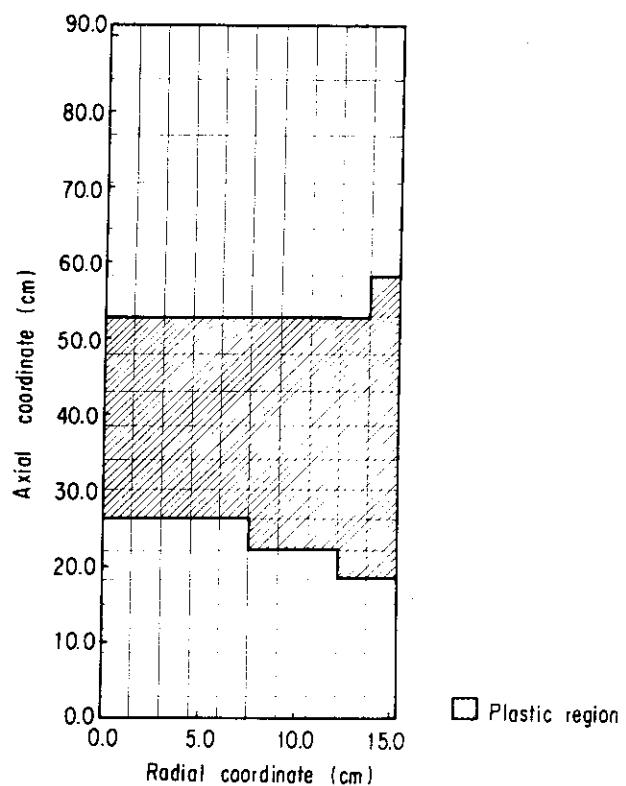


Fig.14(c) Development of plastic regions (5 msec)

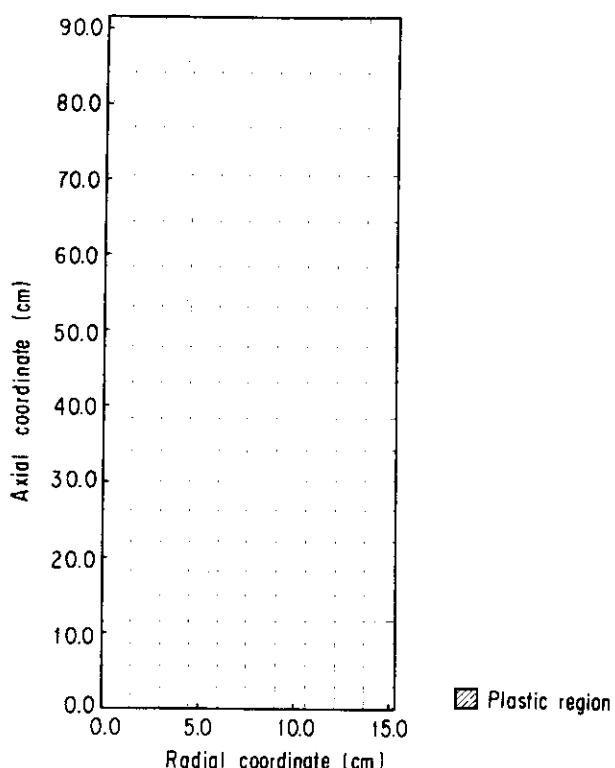


Fig.14(d) Development of plastic regions (10 msec)

3.3.10 NEUTDC-02

(1) 概 説

(a) 解析者及び使用プログラム

所 属 機 閣	解 析 者	使 用 プ ロ グ ラ ム
東 京 大 学	矢 川 元 基	NEUTDC-02
原 子 力 工 学 科	青 砥 紀 身	

(b) プログラム概要

解析に使用したプログラムNEUTDC-02は、東京大学原子力工学科矢川研究室で開発された二次元・軸対称動的弹性解析有限要素法プログラムである。

NEUTDC-02は、ペナルティ関数法に基づく特殊要素により静的・動的接触問題も扱うことができる。

(c) 使用要素

二次元軸対称要素（4節点アイソパラメトリック）

ガウス積分点 2×2

(d) 使用計算機及び計算時間

使 用 計 算 機	計 算 時 間 (C P U 時 間)
M-280H	159.14 sec

(2) 問題概要及び解析条件

(a) 問題概要

• 形状・寸法

直径 30.5 cm, 長さ 91.4 cm

鉛 円 柱

• 初期条件

9 m落下を模擬する目的で各節点に 13.38 m/sec を与えた。

• クラッド有無

クラッド無し

(b) 解析条件

(1) 境界条件

Fig. 1 参照

(2) 要素数・節点数・総自由度数

要 素 数 64

節 点 数 85

総自由度数 148

(3) 時間積分法

Newmark- β 法 ($\beta = \frac{1}{4}$)

(4) 時間増分

解析時間は、0～10 msec (鉛円柱と剛体床面衝突時より反跳開始)

始時まで) とし、時間増分 Δt は一定で、 $\Delta t = 20 \mu\text{sec}$ である。

鉛円柱内を伝播する応力波速度 (v) は、以下の式で計算される。

$$v = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho(1+\nu)(1-2\nu)}}$$

ここで、 E はヤング係数であり、 ρ は密度、 ν はポアソン比である。

これらに、鉛の各物性値を代入・計算すると、

$$v = 1.8408 \times 10^3 \text{ m/sec}$$

Courant 条件を満足するように、以下の式で限界時間ステップ幅を算出すると、

$$T = h/v = 0.05713 / 1840.8 = 31 (\mu\text{sec})$$

ここに h は、軸方向の代表要素長さである。従って、本解析は、同条件に対し約 1.5 倍の安定余裕度をもつ。

(5) 質量マトリックス

Lumped Mass Matrix

(6) 塑性計算法

接線剛性法により、各ステップで剛性マトリックスを新たに計算・作成する。収束計算法には、Marcal's Iteration を用いている。尚、本解析では、収束繰り返し回数 1 回を指定している。

(3) 材料データ

(a) 物性値

- ヤング率 $1.5 \times 10^9 \text{ kg/m}^2$
- 質量密度 $1.13 \times 10^3 \text{ kg \cdot sec}^2/\text{m}^4$
- ポアソン比 0.42

(b) ひずみ速度依存型構成方程式

修正ロビンソン方程式を使用。

但し、ひずみ速度が 0.1 sec^{-1} 以下の場合は、ひずみ速度効果を無視する。

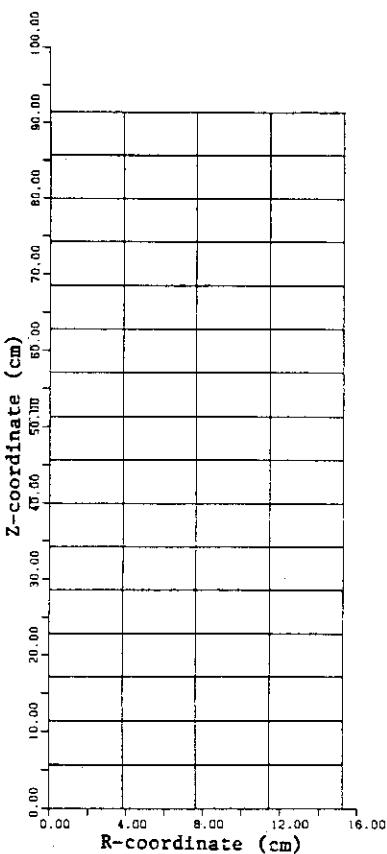


Fig. 1 Mesh subdivision

(4) 解析結果及び考察

以下に掲載した図を示す。

図 番	項 目
1	要素分割図
2	頭部沈下量時刻歴
3	軸方向変位分布図
4 - (a)	変形図 (1 msec)
4 - (b)	変形図 (2 msec)
4 - (c)	変形図 (3 msec)
4 - (d)	変形図 (5 msec)
4 - (e)	変形図 (10 msec)
5	頭部速度時刻歴
6	頭部加速度時刻歴
7	円柱中心における軸方向応力分布図
8	底部軸方向応力時刻歴
9	底部軸方向応力分布図
10	応力-ひずみ関係図

Fig. 2 では、4.8 msecにおいて最大沈下量が約 4.5 cm となり、それ以後、永久変形量を中心に自然振動を繰り返している。Fig. 3 及び Fig. 4(a)～Fig. 4(e)を見ると、10 msec における変形が、5 msec の時に比較してわずかに緩和されており、弾性振動が起こっていることが分かる。

Fig. 5 ～ Fig. 7 では、人工粘性効果を加えたように時間変化が緩和されており、ひずみ速度を考慮した影響が顕著に現れているものと思われる。Fig. 8 にもその影響がみられる。即ち、軸方向応力の時刻歴において、当初、解に見られた急激な振動が約 2 msec 辺りで抑えられ、以後自然振動に移っている。Fig. 9 では、各積分点における解を忠実に追えば、要素の性質として大きな数値振動が現われることになるため、ここでは各要素内での平均を記述した。Fig. 10 は、鉛円柱底部中心(O点)における等価応力-等価塑性ひずみの関係図である。

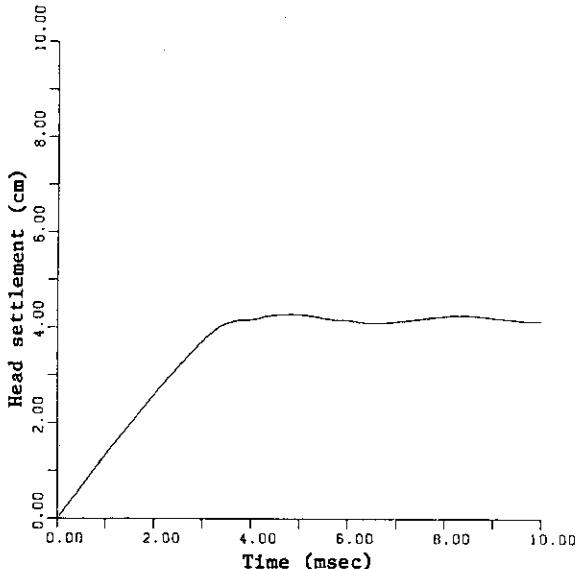


Fig. 2 Time history of head settlement (B)

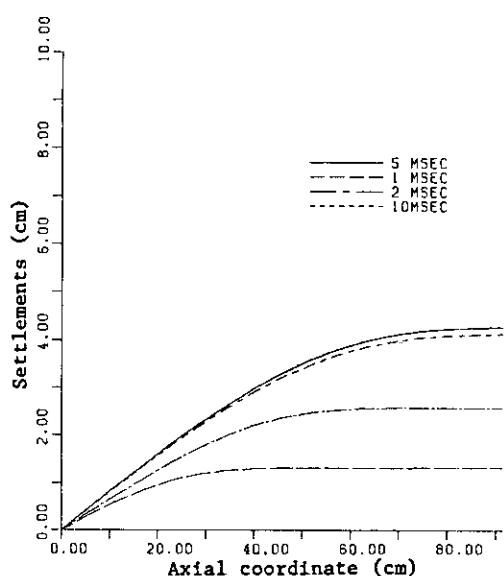


Fig. 3 Distribution of settlement

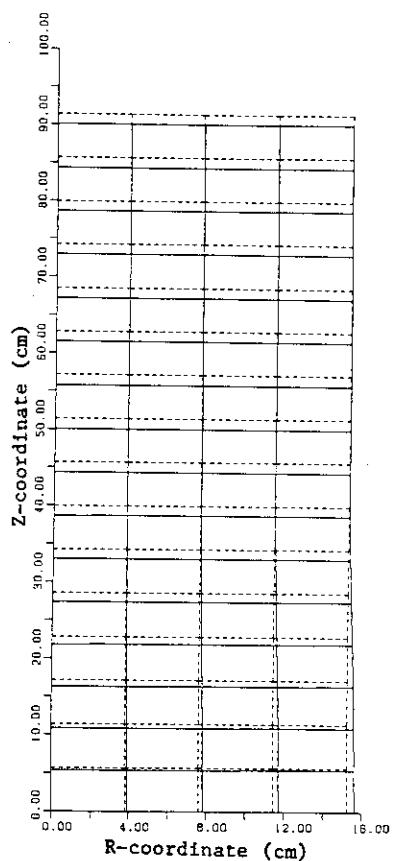


Fig. 4 (a) Deformed profile
(1 msec)

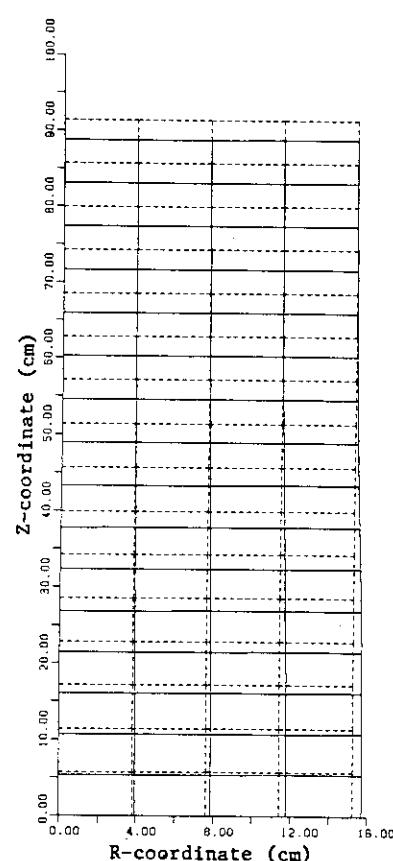


Fig. 4 (b) Deformed profile
(2 msec)

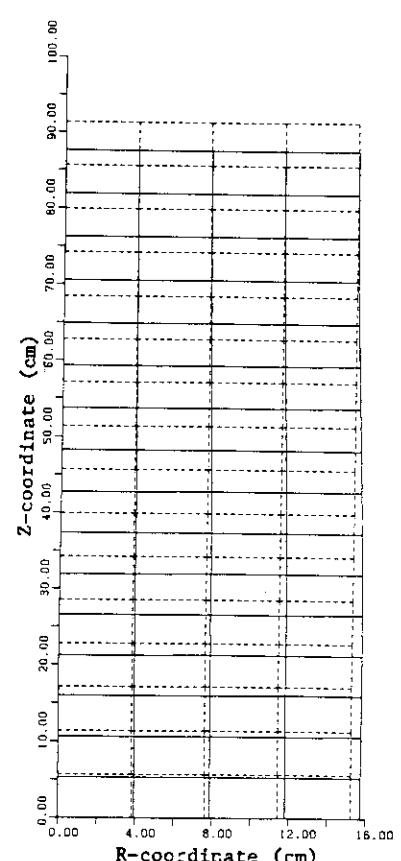


Fig. 4 (c) Deformed profile
(3 msec)

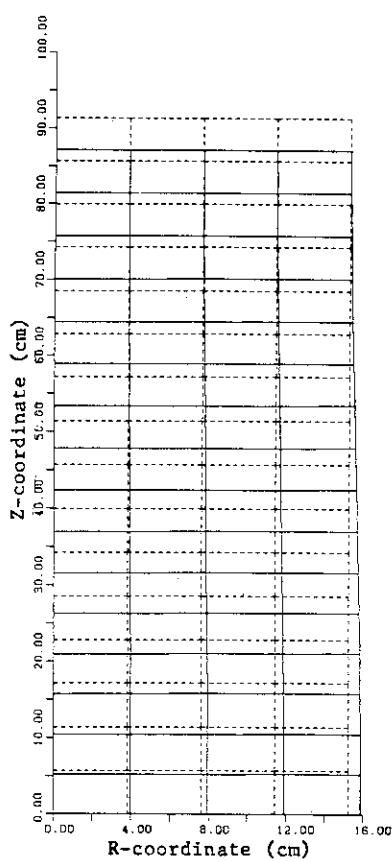


Fig. 4 (d) Deformed profile (5 msec)

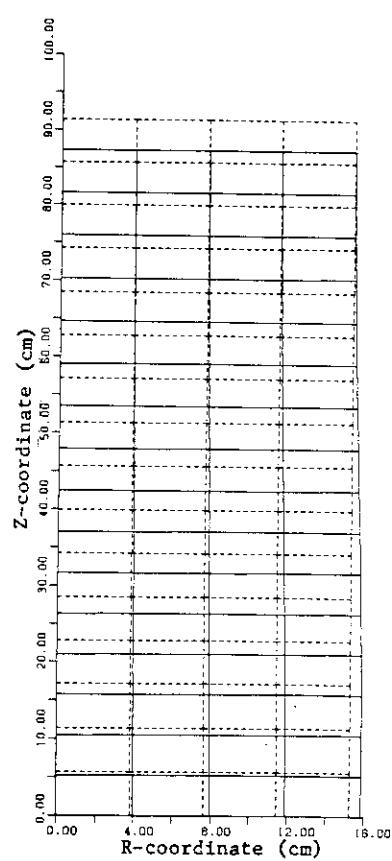


Fig. 4 (e) Deformed profile (10 msec)

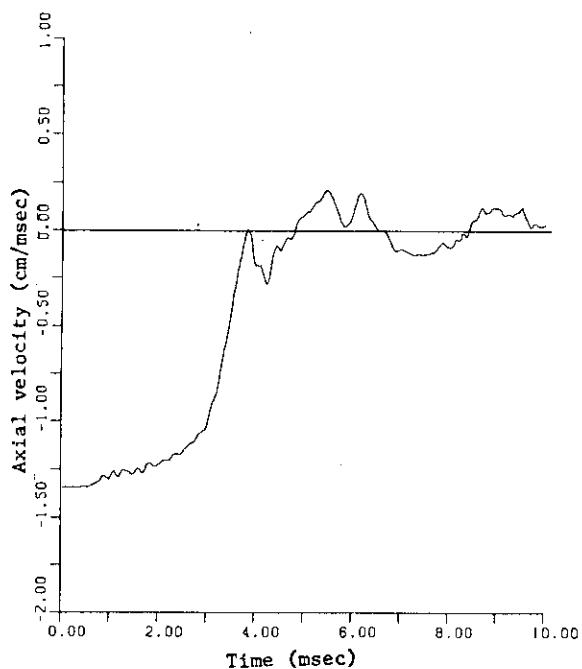


Fig. 5 Time history of axial velocity at head (B)

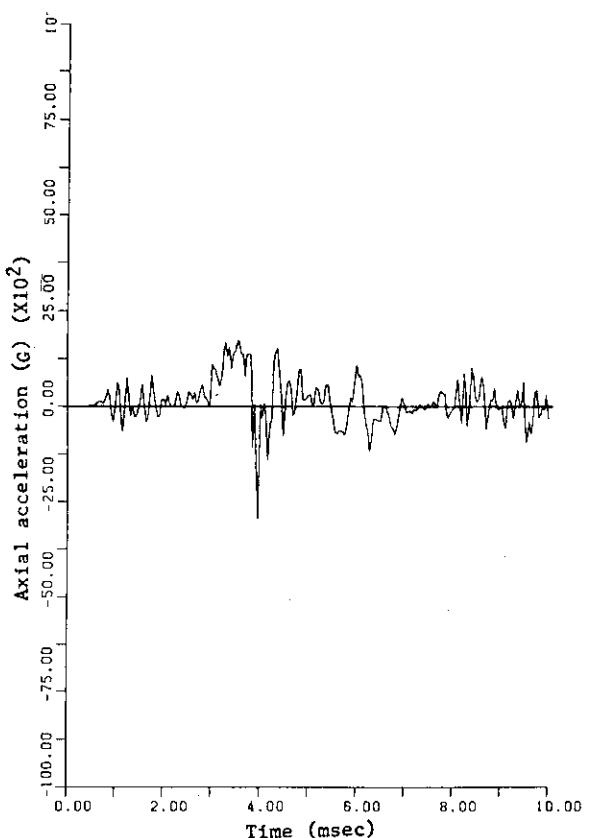


Fig. 6 Time history of axial acceleration at head (B)

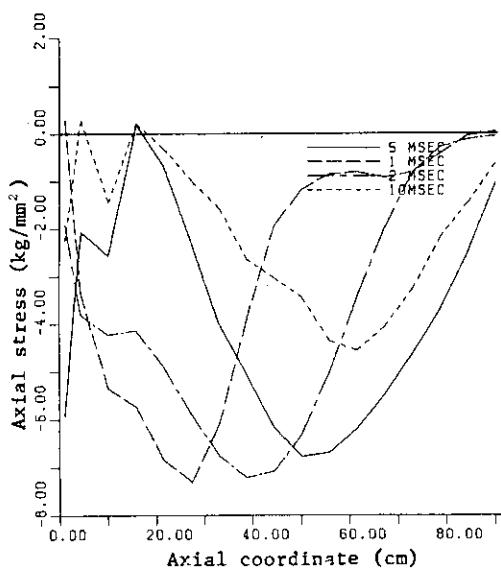


Fig. 7 Distribution of axial stress

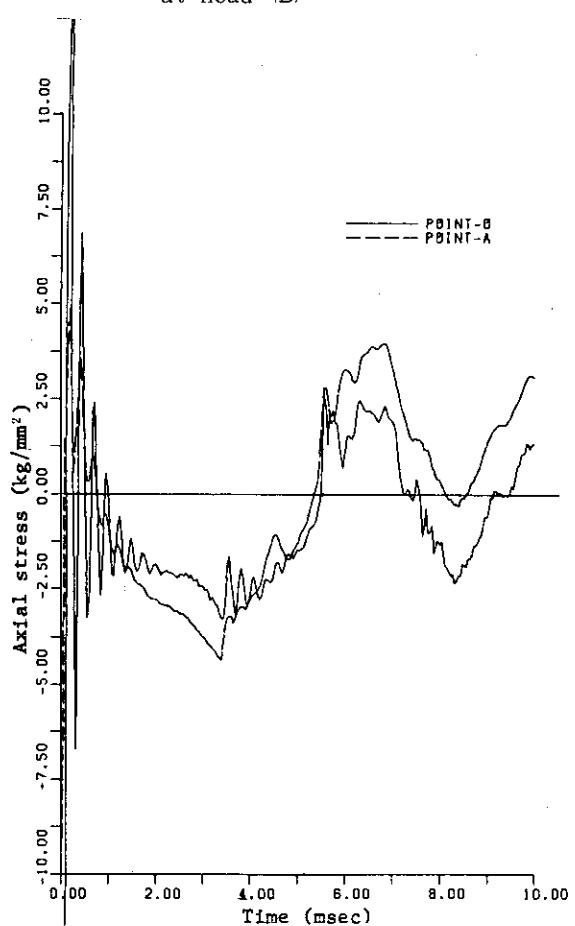


Fig. 8 Time history of axial stress at bottom (O and A)

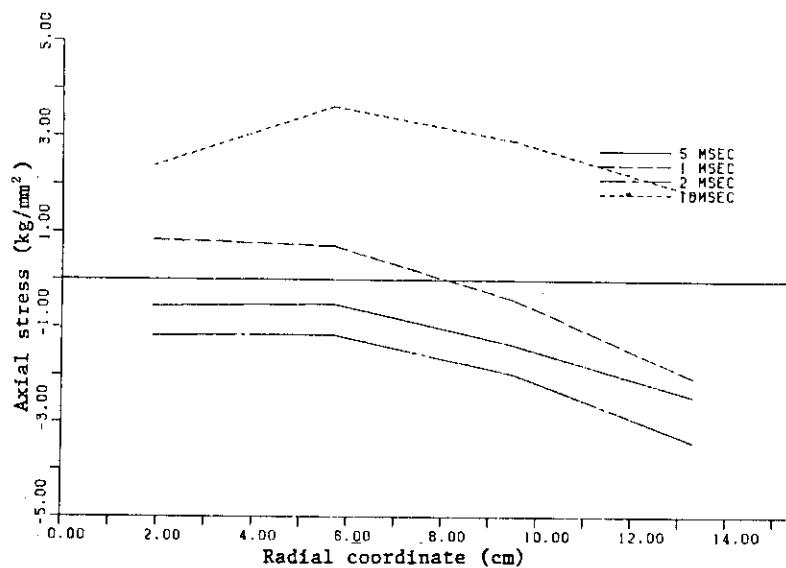


Fig. 9 Distribution of axial stress on the bottom surface

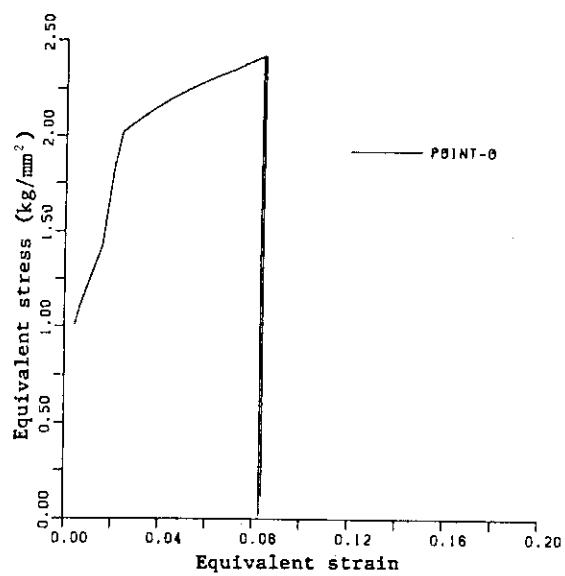


Fig.10 Stress-strain relation
(O and A)

3.3.11 ANSYS

(1) 概 説

(a) 解析者および使用プログラム

所 属 機 閣	解 析 者	使 用 プ ロ グ ラ ム
センチュリリサーチセンター	川 副 博	ANSYS Rev. 3

(b) 使用要素

4節点軸対称要素 STIF 42 (3×3 Gauss 積分)

(c) 使用計算機および計算時間

使 用 計 算 機	計 算 時 間
C R A Y - 1	C P 416秒 (1,001ステップ)

(2) 問題概要および解析条件

(a) 問題概要

直径30.5cm長さ91.4cmの鉛円柱が9.14mの高さから落下し、剛な壁に衝突する場合の衝撃応答解析を行なう。クラッドは無しとし、初期条件として一様初速度13.38m/secを与える。時刻 $t = 0$ で底面のみを鉛直方向に拘束する。

(b) 解析条件

① 境界条件

底面と壁との間はローラー支持とし、中心軸上で半径方向変位を拘束する。

② 要素数、節点数、総自由度数

Fig. 1に有限要素モデルを示す。要素数は60、節点数は80である。また総自由度数は拘束自由度を除いて139である。

③ 時間積分法

時間積分は式(1)に示すように変位 U を2次多項式で近似したものを用いている。

$$U_t = a + b t + c t^2 \quad (1)$$

④ 時間増分

$\Delta t = \frac{1}{2} T$ とする。

ここに

$$T = \Delta t / v$$

$$v = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho(1+\nu)(1-2\nu)}}$$

$\Delta t = 60.93 \text{ mm}$, $E = 1,500 \text{ kg/mm}^2$, $\nu = 0.42$, $\rho = 1.13 \times 10^{-9} \text{ kg sec}^2/\text{mm}^4$

を用いて

$$v = 1.841 \times 10^6 \text{ mm/sec}$$

$$T = 33.1 \mu\text{sec}$$

$$\Delta t = 16.5 \mu\text{sec}$$

となるので、 $\Delta t = 10 \mu\text{sec}$ とする。10 msecまで計算する。ステップ数 1,001 となる。

⑤ 質量マトリックス

質量マトリックスは、Consistentなどを用いている。

⑥ 塑性計算法

塑性計算法は初期ひずみ法を用いており、基本的には各ステップで繰返し計算を行なうが、ここでは繰返し計算を行なわず時間増分を小さくして収束性を保つように計算する。

(3) 材料データ

鉛の材料定数は次の通りとする。

ヤング率 (E) $1,500 \text{ kg/mm}^2$

ポアソン比 (ν) 0.42

密度 (ρ) $1.13 \times 10^{-9} \text{ kg sec}^2/\text{mm}^4$

応力-ひずみ関係は、ひずみ速度効果を無視し、 $\dot{\epsilon} = 0.1 \text{ sec}^{-1}$ に対する修正Robinson の式を基礎とする。すなわち、 $\sigma = 3.616 \epsilon^{0.31}$ 。解析には、次に示す5点の多直線近似を用いる。

応力 kg/mm^2	ひずみ mm/mm	接線剛性 kg/mm^2
0.241	1.607×10^{-4}	1,500
0.8674	0.010	63.66
1.1524	0.025	19.00
1.4286	0.050	11.05
1.7710	0.100	6.85

(4) 解析結果および考察

頭部中央点 (Fig. 1 点B) の沈下量の時刻歴を Fig. 2 に示す。最大沈下量は 5.8 msecにおいて 5.4 cm 生じ、その後はほぼ同じ沈下量となっている。

Fig. 3 に中心軸に沿った沈下量の分布を、時刻 1, 2, 5 および 10 msecについて示している。

Fig. 4 に時刻 1, 2 および 5 msec における変形図を示す。

頭部中央点 B の速度の時刻歴を Fig. 5 に、加速度の時刻歴を Fig. 6 に示す。最大加速度は、3.6 msecにおいて 510 G 生じている。

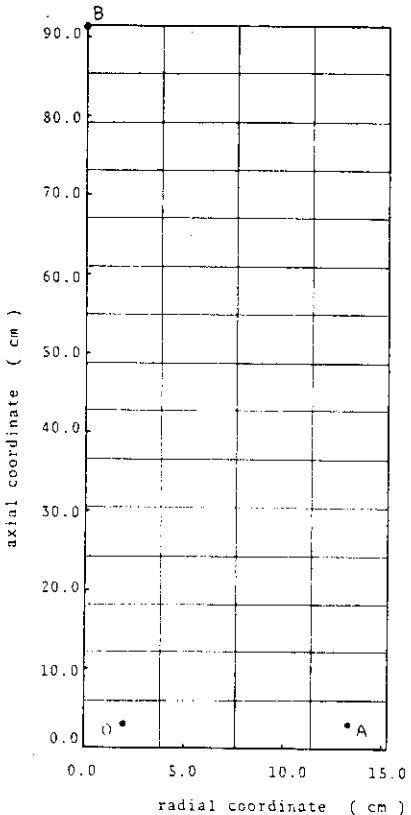


Fig. 1 Mesh subdivision

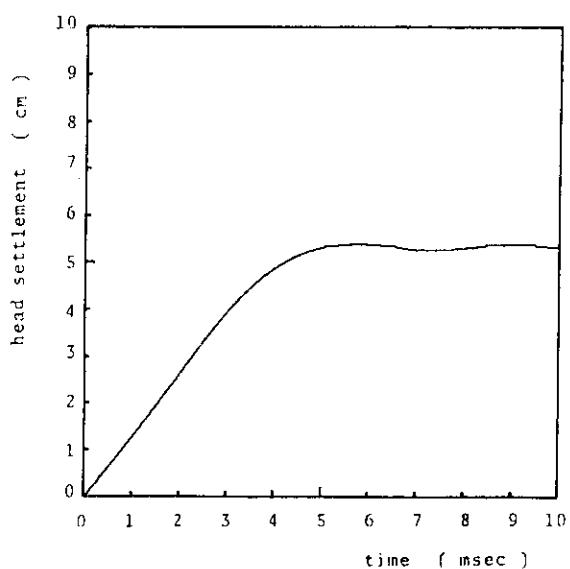


Fig. 2 Time history of head settlement (B)

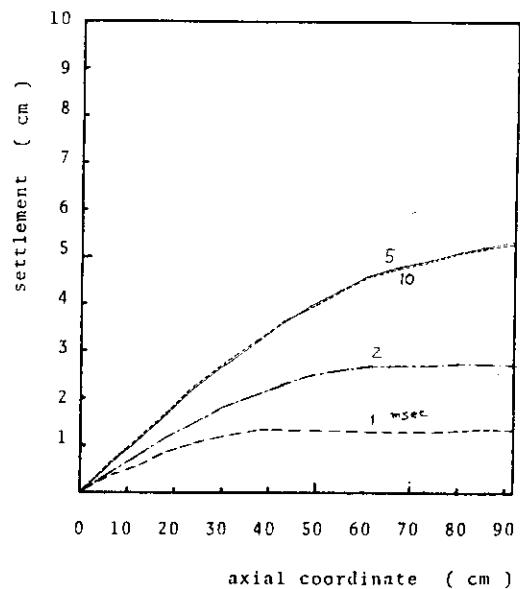


Fig. 3 Distribution of settlement

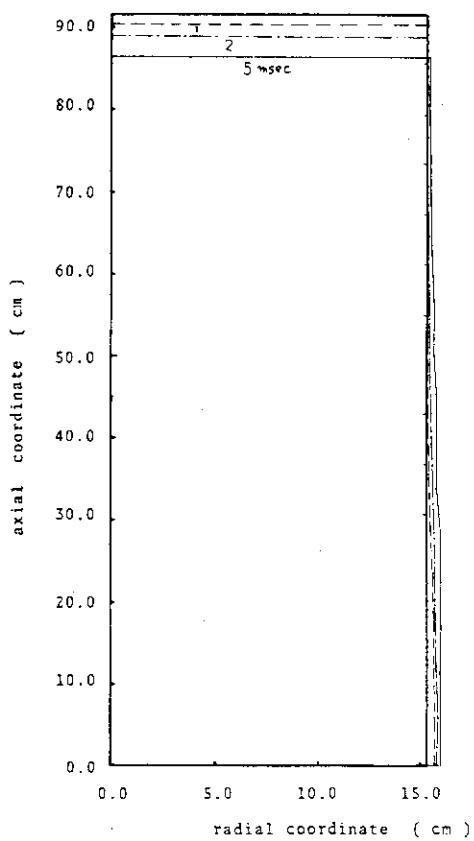


Fig. 4 Deformed profile

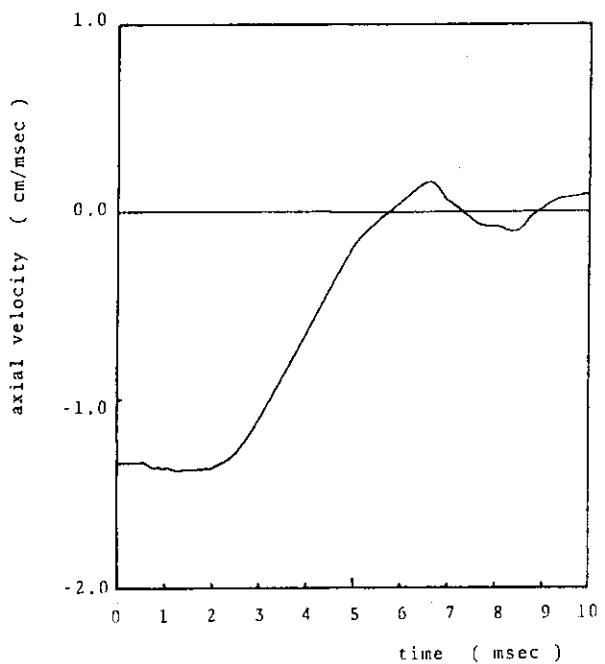


Fig. 5 Time history of axial velocity at head (B)

Fig. 7 および Fig. 8 はそれぞれ中心軸に沿った軸方向応力および軸方向ひずみの分布を時刻 1, 2, 5 および 10 msec について示している。

Fig. 9 に底面の中央点 O および外側の点 A における軸方向応力の時刻歴を示す。点 O の最大応力値は、時刻 0.06 msec で -20.9 kg/mm^2 となっている。

Fig. 10 は底面における、軸方向応力の半径方向に沿った分布を示している。半径方向にはほぼ一様な分布になっている。

Fig. 11 に点 O および点 A における軸方向ひずみの時刻歴を示す。点 O の最大軸方向ひずみ値は、時刻 5.8 msec で 9.7 % 生じている。

Fig. 12(a) および (b) にそれぞれ点 O および点 A の相当応力と相当ひずみの関係を示す。

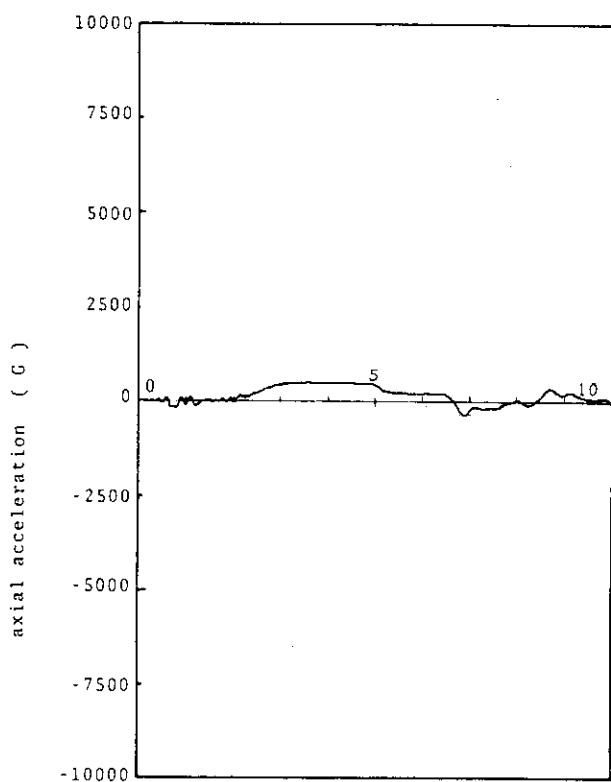


Fig. 6 Time history of axial acceleration at head (B)

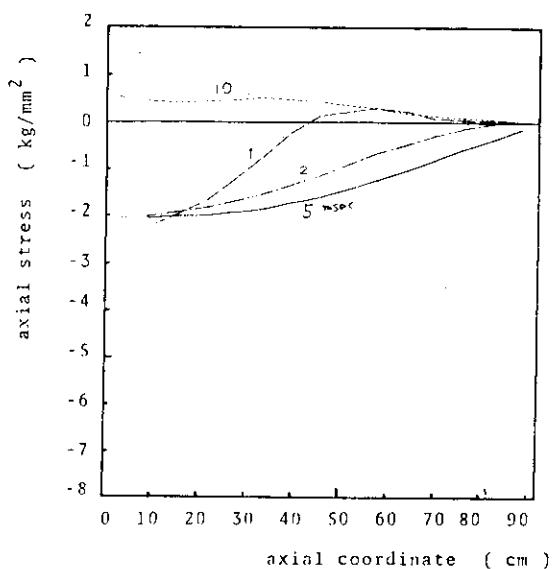


Fig. 7 Distribution of axial stress (1, 2, 5 and 10 msec)

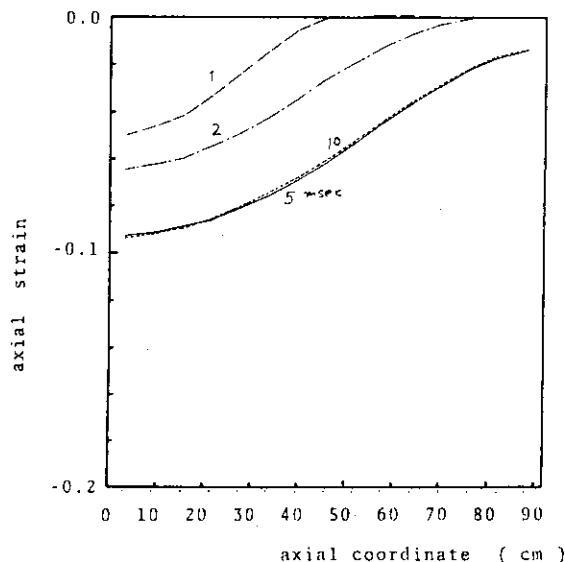


Fig. 8 Distribution of axial strain
(1, 2, 5 and 10 msec)

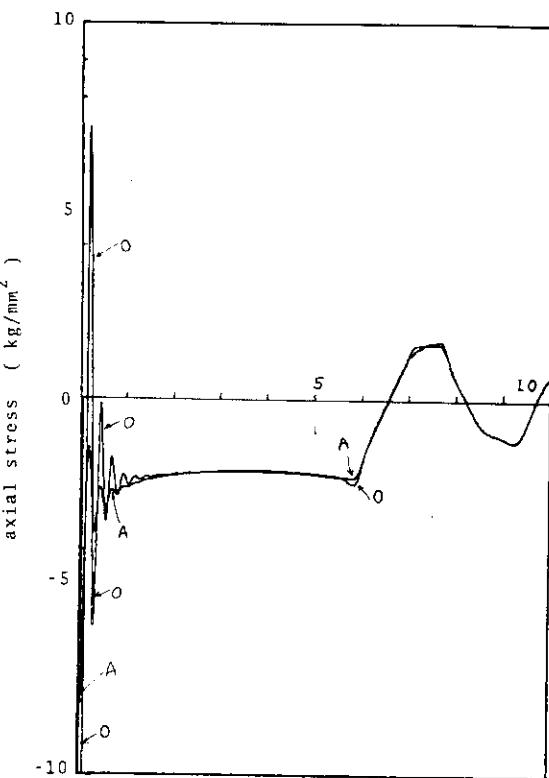


Fig. 9 Time history of axial stress
at bottom (O and A)

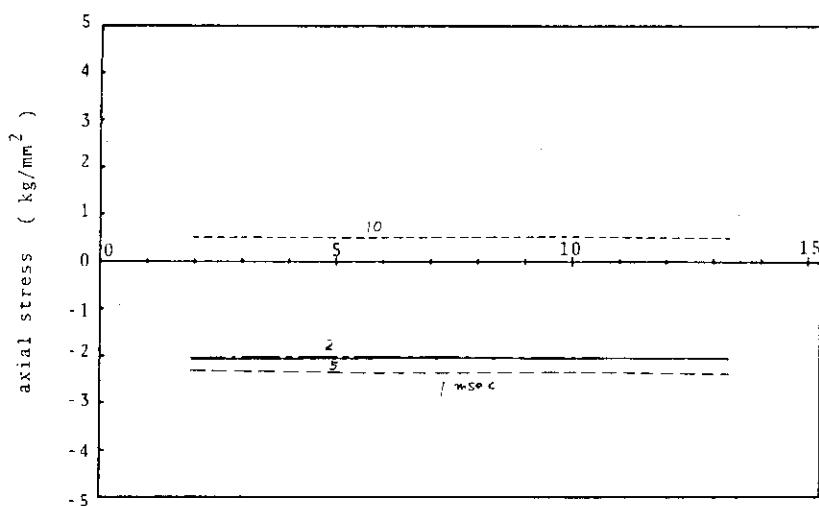


Fig. 10 Distribution of axial stress on the bottom surface
(1, 2, 5 and 10 msec)

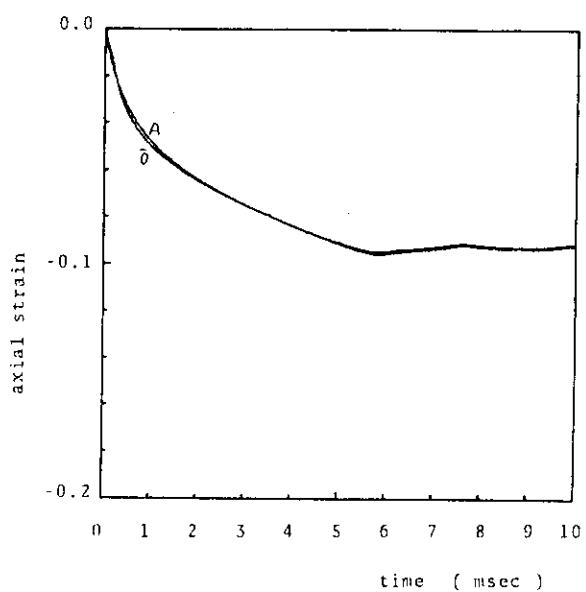


Fig.11 Time history of axial strain
at bottom (O and A)

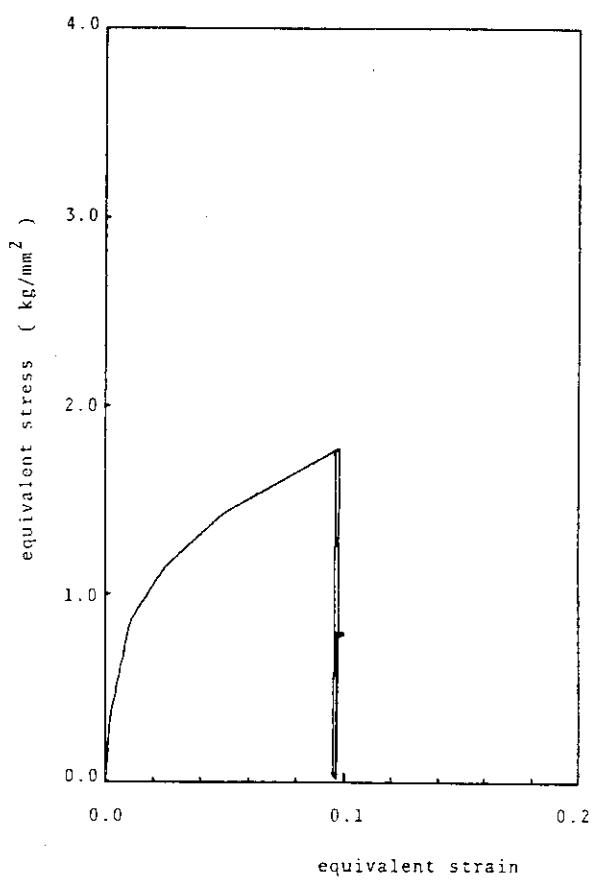


Fig.12(a) Stress-strain relation (O)

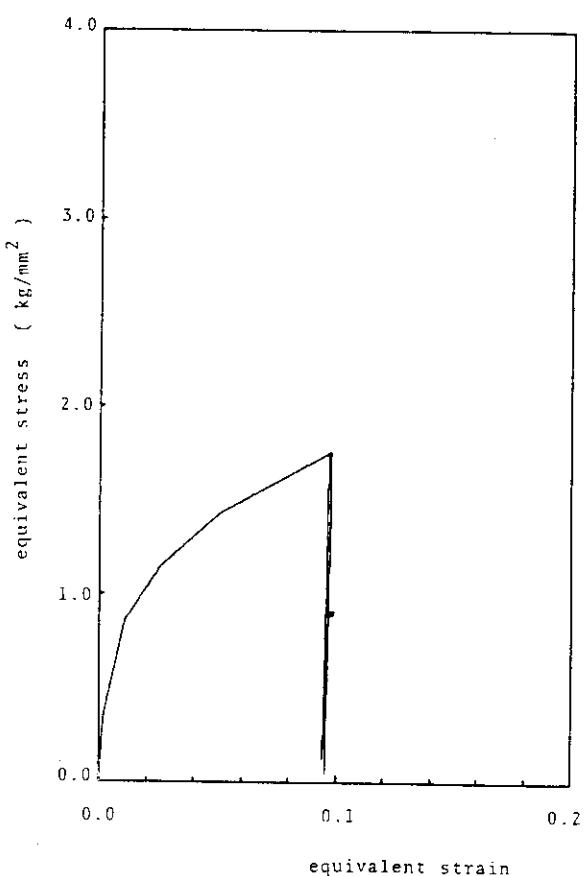


Fig.12(b) Stress-strain relation (A)

なお相当応力および相当ひずみの定義は次式による(Fig.13参照)。

$$\text{相 当 応 力 : } \text{SIGE} = (\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2)^{\frac{1}{2}}$$

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ 主応力

$$\text{相 当 ひ ズみ : } \varepsilon_e = \frac{1}{\sqrt{2}(1+\nu_e)} \left[(\varepsilon_x^t - \varepsilon_y^t)^2 + (\varepsilon_y^t - \varepsilon_z^t)^2 + (\varepsilon_z^t - \varepsilon_x^t)^2 + \frac{3}{2}(\gamma_{xy}^t)^2 + \frac{3}{2}(\gamma_{yz}^t)^2 + \frac{3}{2}(\gamma_{zx}^t)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

ここに ν_e は等価ポアソン比で、次のように与えられる。

$$\nu_e = \frac{1}{2} - (\frac{1}{2} - \nu) \frac{E_s}{E}$$

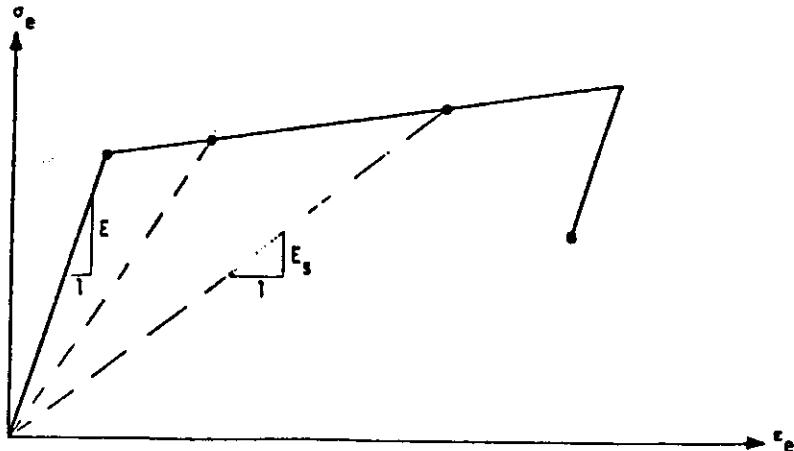


Fig.13

3.3.12 まとめ

本項では、3.3.1～3.3.11項に詳細に解説されている、各解析プログラムによるクラッドなしの鉛円柱の自然落下衝撃解析全般について概観し、解析法、解析条件および解析結果の総合的な解説と材料モデルの違いを考慮した解析結果の評価、検討を行う。

(1) 解析および解析条件

Table 1に3.3.1～3.3.11項に記載されている9種のプログラム、11グループにおける解析法および解析条件の主要な項目を示す。以下、各項目について簡単に説明する。

① 解析法

空間方向の離散化は、STEALTH-2Dが有限差分法であり、他は有限要素法である。

② 要素の種類

有限差分法では、ゾーン要素を利用しておらず、格子点上で変位を、ゾーンの中心で応力を未知数として評価している。有限要素法による解析では、DYNA3Dが6/8節点3次元ソリッド要素を用いているが、他は4節点ないし8節点のリング要素である。

③ 塑性計算法

有限差分法では、Wilkinsの方法にしたがって降伏条件をもとにした偏差応力補正のみを行っている。有限要素法では、HONDOD以外のプログラムコードにおいて、反復の有無・反復回数に差こそあれ塑性流れ則を考慮し

Table 1 Typical features of program codes(a)

		STEALTH-2D	MARC(A)	MARC(B)	ABAQUS
①	解 析 法	FDM	FEM	FEM	FEM
②	要 素 種 類	2次元ゾーン要素	4節点リング要素	4節点リング要素	4節点リング要素
③	塑 性 計 算 法	Wilkins 法	接線剛性法	接線剛性法	Newton 法
④	材 料 モ デ ル	モデル-3	モデル-2	モデル-5	モデル-2
⑤	分 割 様 式	6 × 17	3 × 12	4 × 10	5 × 10
⑥	総 自 由 度 数	181	87	94	115
⑦	時 間 積 分 法	陽的中央差分	Newmark- β ($\beta = \frac{1}{4}$)	Newmark- β ($\tau = \frac{1}{2}$, $\beta = \frac{1}{4}$)	Hilber-Hughes-Taylor 法($\alpha = -0.05$)
⑧	時 間 增 分	自動制御 ($\Delta t_0 = 3 \mu\text{sec}$) ($\Delta t_{\text{mean}} = 8 \mu\text{sec}$)	$\Delta t = 12.5 \mu\text{sec}$ (安全係数 1/3.3)	$\Delta t = 20 \mu\text{sec}$	自動制御 ($\Delta t_0 = 10 \mu\text{sec}$)
⑨	計 算 時 間	2,311(sec) (1,199ステップ)	1,270 sec	779 sec	399.36 sec
	機 种	M 160-F	M 280 H	M-200	CYBER 176

Table 1 Typical features of program codes(b)

		ADINA(A)	ADINA(B)	DYNA-3D(A)	DYNA2D
①	解 析 法	FEM	FEM	FEM	FEM
②	要 素 種 類	8節点リング	8節点リング	6/8節点ソリッド	4節点リング
③	塑 性 計 算 法	接線剛性法	BFGS法	接線剛性法	接線剛性法
④	材 料 モ デ ル	モデル-3	モデル-1	モデル-4	モデル-4
⑤	分 割 様 式	5 × 15	5 × 15	4 × 20	4 × 20
⑥	総 自 由 度 数	490	490	348	184
⑦	時 間 積 分 法	Newmark- β 法 ($\beta = \frac{1}{4}$)	Newmark- β 法 ($\beta = \frac{1}{4}$)	陽的中心差分	陽的中心差分
⑧	時 間 增 分	$\Delta t = 10 \mu\text{s}$	$\Delta t = 10 \mu\text{sec}$	$\Delta t = 4 \mu\text{sec}$	自動制御
⑨	計 算 時 間	3,158 sec	1,299 sec	54 sec (2,500ステップ)	17 sec (521ステップ)
	機 种	M-200 H	M-280 D	M-280 H	M-280 H
⑩	備 考	適合質量マトリックス Total Lagrangean	集中質量マトリックス Updated Lagrangean	集中質量マトリックス	_____

Table 1 Typical features of program codes(c)

		HONDO-II	NEUTDC-Φ2	ANSYS
①	解析法	FEM	FEM	FEM
②	要素種類	4節点リング	4節点リング	4節点リング
③	塑性計算法	——	接線剛性法	初期ひずみ法
④	材料モデル	モデル-4	モデル-3	モデル-1
⑤	分割様式	10×20	4×16	4×15
⑥	総自由度数	441	170	139
⑦	時間積分法	陽的中心差分	Newmark- β ($\beta = \frac{1}{4}$)	2次多項式近似 (修正Houbolt法)
⑧	時間増分	$\Delta t = 2\mu\text{sec}$	$\Delta t = 20\mu\text{sec}$	$\Delta t = 10\mu\text{sec}$
⑨	計算時間	140 sec	159.14 sec	416 sec (1,001ステップ)
	機種	M-380	M-280H	CRAY-1
⑩	備考	——	集中質量マトリックス	適合質量マトリックス

ており、解析手法としては初期ひずみ法、反復法（BFGS法）あるいは接線剛性法が用いられている。HONDO-IIでは、降伏曲面からのずれのみを考慮した簡易塑性計算法を用いている。

④ 材料モデル

本ベンチマーク問題では、鉛のひずみ速度依存性を考慮した構成式を用いた数値解析に重点を置いているため、5種類の材料モデルを考えた。モデル-1は、ひずみ速度効果を無視したモデルであり、モデル-3は修正Robinson式を直接考慮し、降伏応力ならびに加工硬化係数のひずみ速度依存性を取り入れたモデルである。他の3種のモデルは、修正Robinson式による材料のひずみ速度依存性を近似的に考慮したモデルとなっている。すなわち、モデル-2では修正Robinson式におけるひずみ速度を $\dot{\epsilon} = 100 \text{ sec}^{-1}$ 一定とおき、ひずみ速度効果を全く無視した応力-ひずみ関係式より硬い構成式を使用する。モデル-4では、降伏応力のみのひずみ速度依存性を考慮しており、一方モデル-5はモデル-2の2直線近似モデルである。なお、右肩に*を添えてあるモデルでは、コードの入力データ方式に適合させて、ベンチマーク問題で設定した構成方程式を変更しているモデルであることを意味する。

⑤ 分割様式

本計算は、有限差分解析および有限要素解析として、36~200要素程度の比較的細かい要素分割が用いられている。なお、プログラムコードにより、塑性変形挙動を想定して鉛円柱底部近傍を他よりも細かい分割とした、不等分割メッシュを採用している。

⑥ 総自由度数

各コードによる解析での総自由度数は80~500程度であり、プログラムにより5~6倍の自由度数の差がある。なお、本ベンチマーク問題では要素数、分割様式は解析者の裁量にゆだねられている。

⑦ 時間積分法

直接時間積分スキームは、各解析において異なり、MARC, ABAQUS, ADINA, NEUTDC-φ2, ANSYSでは、陰的解法を、STEALTH-2D, DYNA2D, DYNA3D, HONDO-IIでは、代表的な陽的解法として、陽的中心差分法が用いられている。

⑧ 時間増分

時間増分に関しては、主として平面波の縦波の伝播速度 $V = \sqrt{E(1-\nu)/(\rho(1+\nu)(1-2\nu))}$ (E :ヤング率, ν :ポアソン比, ρ :密度) を用いて代表要素長を除し、かつそれに安全係数を乗じて定めることが多い。本ベンチマーク問題では、時間増分を一定とする解析においては、原則としてこの安全係数を、 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$ とした。STEALTH-2D, ABAQUS, DYNA-2Dを除いた多くのプログラムにおいては、ほぼこの規則に準じて一定の時間増分を採用しており、 $2 \sim 20 \mu\text{sec}$ の時間増分が用いられている。一方、先の3つのプログラムでは、解析の中間結果をチェックして、自動的に時間増分を縮小あるいは拡大する制御機構を有している。

⑨ 計算時間など

最後に、各解析に利用した計算機機種および計算に要したステップ数およびCPU時間をTable 1に示す。

⑩ 備考

その他、解析条件を比較する場合に重要なと思われる情報として、有限ひずみ / 有限変形の定式化、積分点数、質量マトリックスの取扱い方などをTable 1に掲げた。

(2) 解析結果

本ベンチマーク問題で検討すべき点は、前述したように、鉛の構成式モデルとして、ひずみ速度依存性を考慮した場合としない場合、あるいはひずみ速度依存性の考慮のし方（材料モデルの差違）によって、数値結果がどのように影響を受けるかを明確にすることにある。

以下に示す解析結果では、ADINA(B), ANSYSがひずみ速度効果を無視した場合の静的な応力-ひずみ関係を多直線近似したモデル（モデル-1）を、DYNA3D(A), DYNA2D, HONDO-IIはひずみ速度を $\dot{\epsilon} = 100 \text{ sec}^{-1}$ 一定とした2直線近似モデル（モデル-4）を、MARC(A), ABAQUSはひずみ速度を $\dot{\epsilon} = 100 \text{ sec}^{-1}$ 一定とした多直線近似モデル（モデル-2）を、STEALTH-2D, NEUTDC-φ2は降伏応力と加工硬化係数へのひずみ速度依存性を考慮した多直線近似モデル（モデル-3）を、MARC(B)は、降伏応力のひずみ速度依存性のみを考慮した多直線近似モデル（モデル-5）を使用している。

また解析では、時間増分を粗くした場合と細くした場合の2通りの計算も実行し、時間増分の安定性、精度にかかる影響も考察する。Fig.2～Fig.15に示す曲線の付号をFig.1に示す。

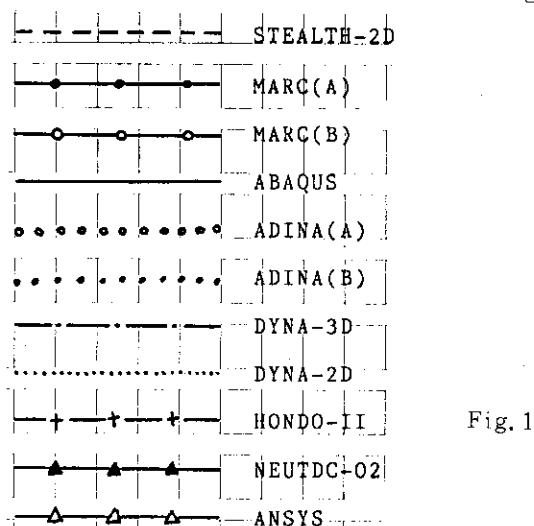


Fig. 1

① 変位 (Fig. 2, Fig. 3)

鉛円柱頭部沈下量の時刻歴を Fig. 2 に示す。どの材料モデルを用いた場合でも、約 5 msec をすぎた時点ではほぼ沈下量は一定となる。ただし、沈下量の時刻歴は各コードで 2 ~ 3 msec 以降異なっている。ここで工学上興味深い点は、鉛の材料モデルにより変形量がどの程度異なるかである。Table 2, 3 に、最大沈下量とそのときの時刻をまとめてみた。修正 Robinson 式をそのまま多直線近似した結果も STEALTH-2D, NEUTDC- ϕ 2 で大きく異なっているなど、完全にすべての解析結果を説明できないが、材料モデルの変形挙動の影響としては以下のようにまとめることができよう：

- (i) ひずみ速度効果を無視した場合（モデル-1；ADINA(B), ANSYS），沈下量は最も大きく評価され、ひずみ速度依存性を修正 Robinson 式で考慮した場合（モデル-4；STEALTH-2D, NEUTDC- ϕ 2）と比較して、4%から最大30%程度大きくなる、
- (ii) ひずみ速度を $\dot{\epsilon} = 100 \text{ sec}^{-1}$ 一定とした場合（モデル-2；MARC(A), ABAQUS），沈下量を低目に評価するようである。特に 2 直線近似モデルを利用した場合（モデル-4；DYNA3D, DYNA2D, HONDO-II）には、同モデルの多直線近似の場合と比較しても、最大沈下量は約15%小さめとなる、
- (iii) 降伏応力のみのひずみ速度依存性を考慮した場合（モデル-5；MARC(B)）と修正 Robinson 則を直接考慮した場合とでは、沈下量時刻歴に関する限りは、両者に差は認められない。ただし、モデル-2 とモデル-5 との差異は現時点では必ずしも明確ではない。

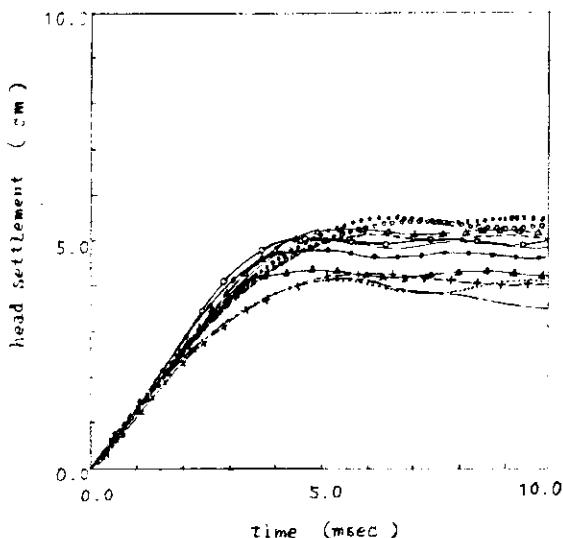


Fig. 2 Time history of head settlement (B)

Table 2 Typical numerical results by program codes

	STEALTH-2D	MARC(A)	MARC(B)	MARC(B)	ABAQUS	ADINA(A)
最大頭部沈下量 (時間)	5.2 cm (6msec)	4.83 cm (4.9msec)	4.8 cm (4.5msec)	5.1 cm (4.6msec)	5.03 cm (4.9msec)	5.41 cm (7.1msec)
底部軸ひずみ* (定常値)	-0.175	-0.083	-0.092	-0.090	-0.087	-0.33
底部軸応力** (定常値)	-2.5 kg / mm ²	—	-1.9 kg / mm ²	-2 kg / mm ²	-2.5 kg / mm ²	-1.5 kg / mm ²
備 考	—	—	(Δt=20 μsec)	(Δt=8 μsec)	—	—

	ADINA(B)	DYNA 3 D(A)	DYNA 2 D	HONDO-II	NEUTDC-Φ2	ANSYS
最大頭部沈下量 (時間)	5.5 cm (6.4msec)	4.16 cm (5.3msec)	4.18 cm (5.3msec)	4.25 cm (6 msec)	4.25 cm (4.8msec)	5.4 cm (5.8msec)
底部軸ひずみ* (定常値)	-0.27	-0.2	—	-0.16	—	-0.093
底部軸応力** (定常値)	—	-1.5 kg / mm ²	-2.5 kg / mm ²	—	—	-2.0 kg / mm ²
備 考	Updated Lagrangean	—	—	—	—	—

* O点での計算値

** A " (振動前)

Table 3 Effect of material models on dynamic response

材料モデル	コード名	最大沈下量(時間)
ひずみ速度効果 を無視	ADINA(B) ANSYS	5.5 cm (6.4 msec) 5.4 cm (5.8 msec)
ひずみ速度一定 (2直線近似)	DYNA 3 D(A) DYNA 2 D HONDO-II	4.16 cm (5.3 msec) 4.18 cm (5.3 msec) 4.25 cm (6 msec)
ひずみ速度一定 (多直線近似)	MARC(A) ABAQUS	4.83 cm (4.9 msec) 5.03 cm (4.9 msec)
降伏応力のひずみ 速度依存性	MARC(B)	4.8 cm (4.5 msec)
修正Robinson式 の多直線近似	STEALTH-2D NEUTDC-Φ2 ADINA(A)	5.2 cm (6 msec) 4.25 cm (4.8 msec) 5.41 cm (7.1 msec)

Fig. 3 に、時刻が 1, 2, 5 msec における沈下量の円柱軸方向分布を示す。1, 2 msec における沈下量分布にはほとんどモデルによる差異がなく、 $Z \geq 30\text{cm}$ の領域で、最大沈下量が 1 msec で 1.2 ~ 1.5 cm, 2 msec で 2.1 ~ 2.3 cm 程度である。しかし $Z \leq 30\text{cm}$ の領域での変位の立上りは異なっており、5 msec では沈下量分布の大きな差異となってあらわれている。興味深い点は、モデル-3 (STEALTH-2D) とモデル-1 (ADINA(B)) での沈下量分布がほぼ一致し、モデル-4 と比較すると底部から 40 cm 程度までは一致するが、 $Z \geq 40\text{cm}$ では後者における沈下量が低い値となる点である。

② 変形過程 (Fig. 4)

時刻 1, 2, 5 msec における変形図を Fig. 4 に示す。頭部沈下量は時間の経過とともに増大し、底部は半径方向に肥大化していくことがわかる。ひずみ速度効果を考慮した場合としない場合との相違は、前者では半径方向の肥大化が鉛円柱底部に局所化しているのに対し、後者では比較的頭部に近い部分でも半径方向に変形している点にある。

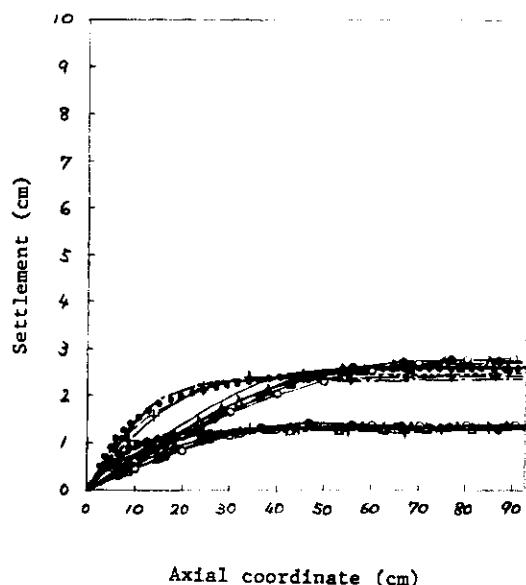


Fig. 3 (a) Distribution of settlement
(1, 2 msec)

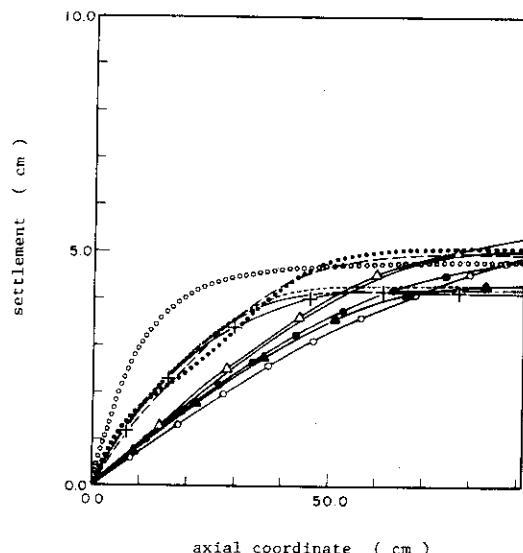
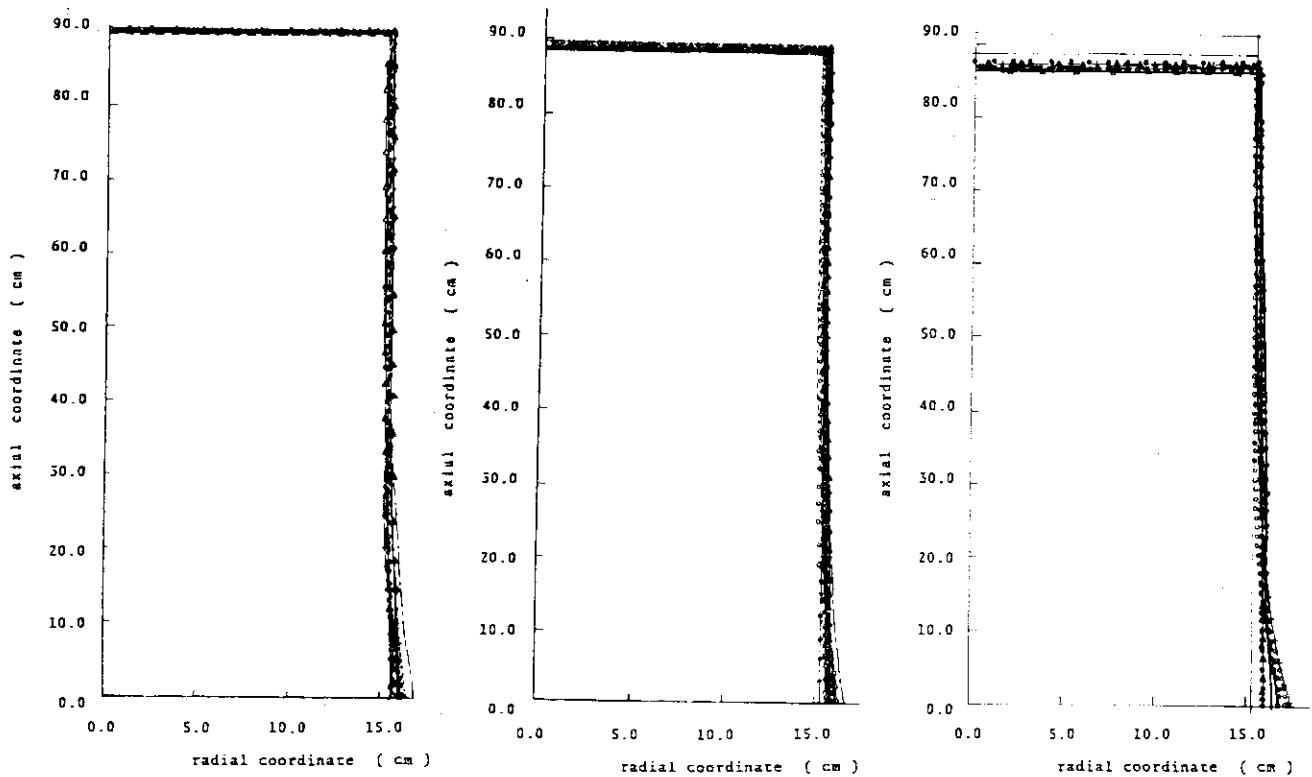


Fig. 3 (b) Distribution of settlement
(5 msec)

Fig. 4 Deformed profile
(1 msec)Fig. 4 Deformed profile
(2 msec)Fig. 4 Deformed profile
(5 msec)

③ 軸方向速度履歴、軸方向加速度履歴 (Fig. 5, 6)

鉛円柱頭部における軸方向速度および加速度の時刻歴を、それぞれFig. 5, 6に示す。ひずみ速度を何らかの形で考慮した場合には、0.5 msec程度で速度は初速度（約~1.3 msec）から立上り、速度は次第に増加していく。一方、ひずみ速度効果を考慮しない場合には、初速度からの立上りが遅く2 msec程度である。5 msecをこえると、円柱はほぼ3 msecの周期で振動しているが、この周期は棒材の縦振動の第1固有周期と一致しており、5 msec以降では鉛円柱は弾性振動していることがわかる。コードによっては、速度、加速度応答が発散しているもののがみられる。本問題の場合、加速度は衝撃後次第に減少していく応答が実際の現象に近いと考えられるので、弾性振動に対応する時間領域 ($t \geq 5$ msec) で加速度が増加していく結果は明らかに誤りといえる。一般に、加速度、速度計算には数値誤差が混入しやすいので、人工粘性など適切な数値計算上の考察が必要である。

④ 軸方向応力、ひずみ分布 (Fig. 7, 8)

時刻1, 2, 5 msecにおける軸方向応力、ひずみ軸方向分布をそれぞれFig. 7, 8に示す。

軸方向応力、ひずみの分布は材料モデルによって大きく異なっている。ひずみ速度依存性を考慮しない場合、 $t \leq 5$ msecでは、軸方向応力は圧縮であり、底部近傍では $-2 \sim -3$ kg/mm²最大となり、頭部にかけて応力は減少する。 $t = 10$ msecでは引張り応力場に転じ、最大引張応力は底部近傍に現われ約 $1 \sim 2$ kg/mm²程度である。一方、ひずみ速度を考慮する場合も、応力状態はほぼ全域で圧縮場で、底部で最大値をとるが、その値は時間経過とともに減少していく。なお、1, 2, 5 msecでは、ひずみ速度が $0.1 \sim 200$ sec⁻¹の範囲でありそのもとの初期降伏応

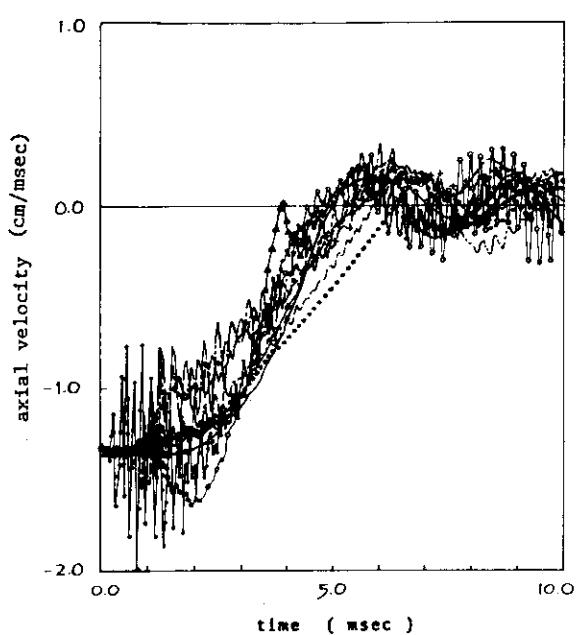


Fig. 5 Time history of axial velocity at head (B)

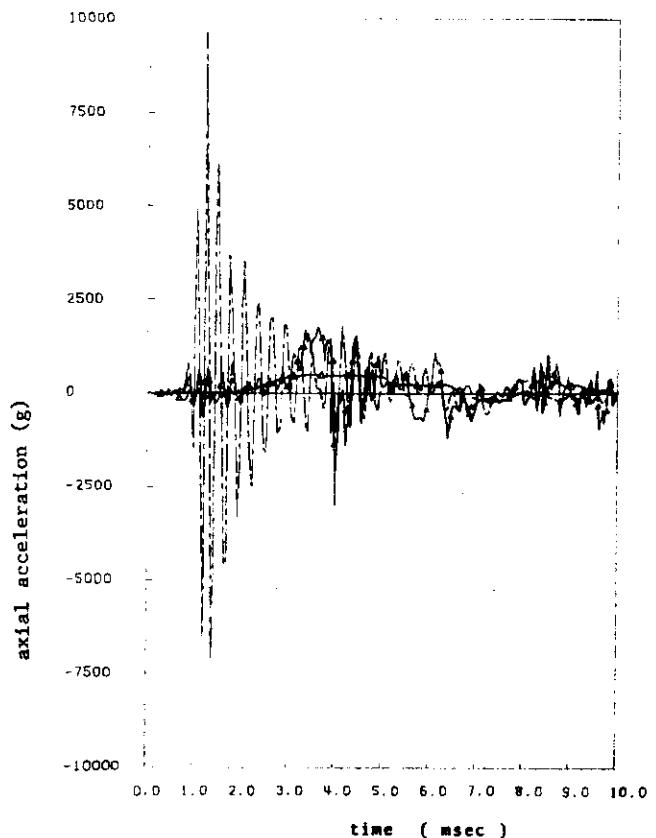


Fig. 6 (a) Time history of axial acceleration at head (B)

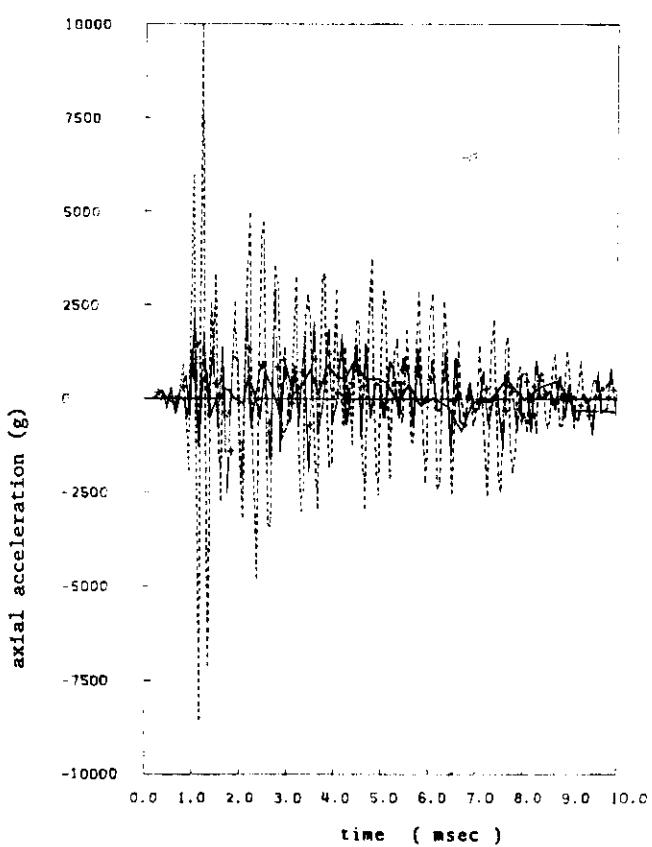


Fig. 6 (b) Time history of axial acceleration at head (B)

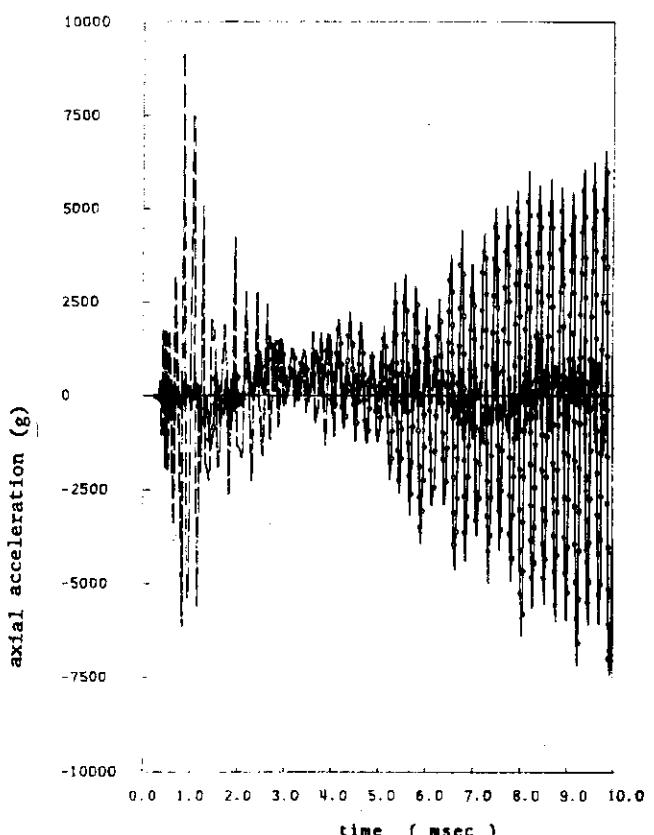


Fig. 6 (c) Time history of axial acceleration at head (B)

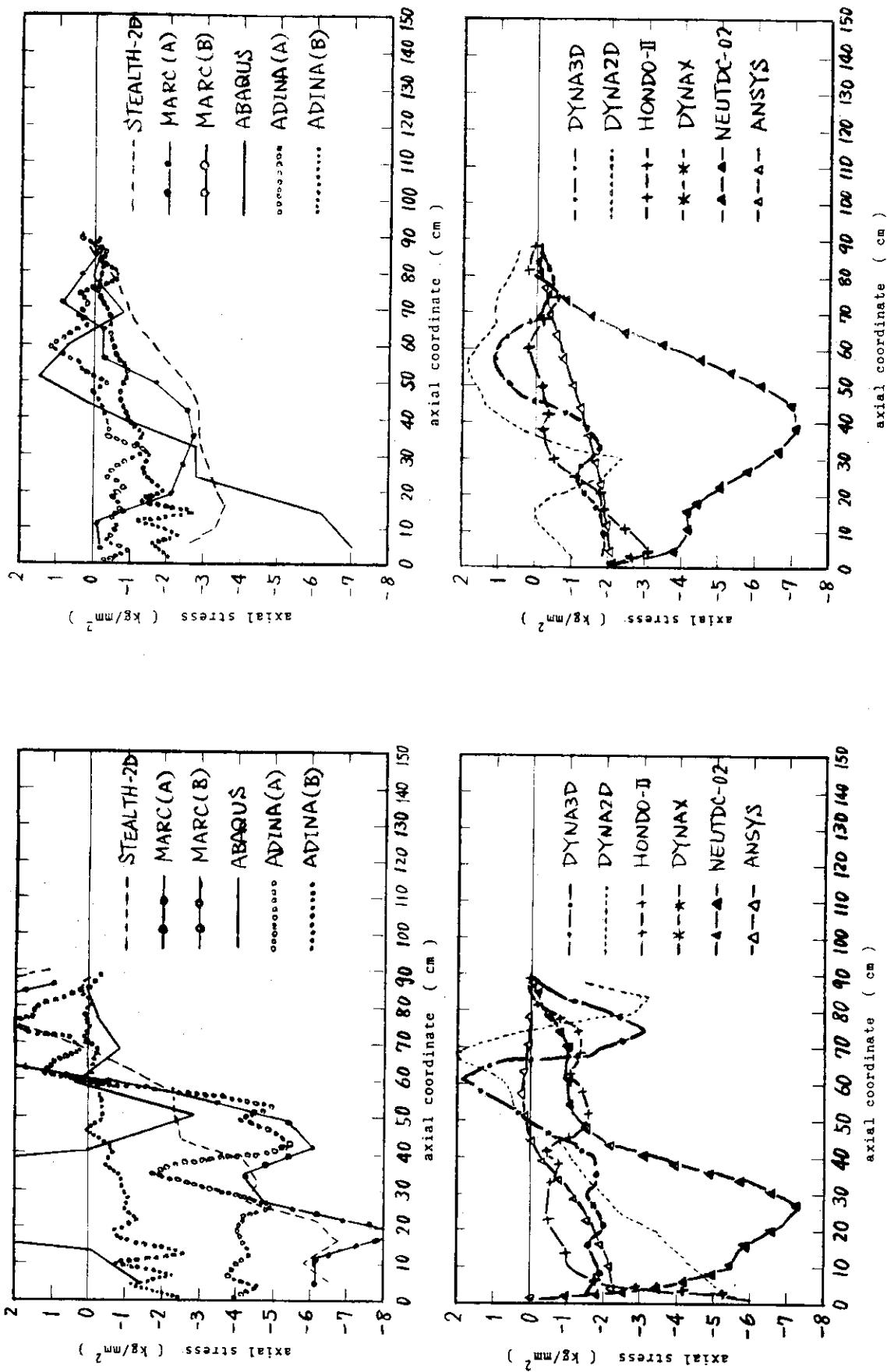


Fig. 7(a) Distribution of axial stress (1 msec)

Fig. 7(b) Distribution of axial stress (2 msec)

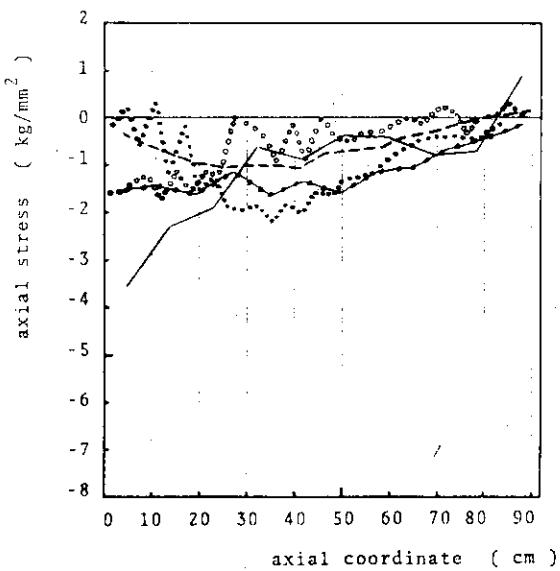


Fig. 7 (c) Distribution of axial stress
(5 msec)

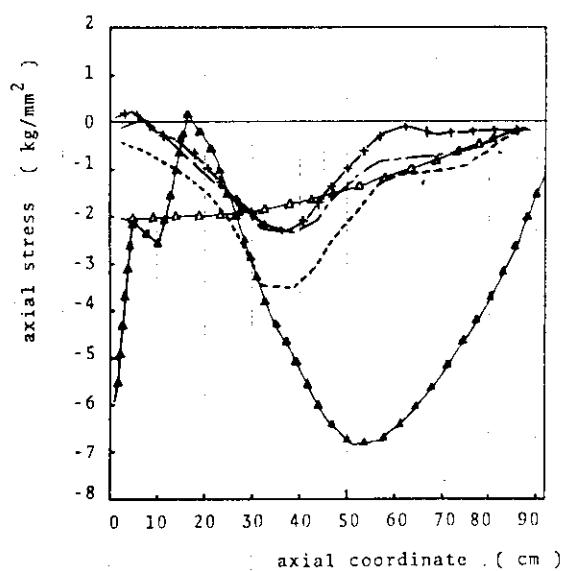


Fig. 7 (d) Distribution of axial stress
(5 msec)

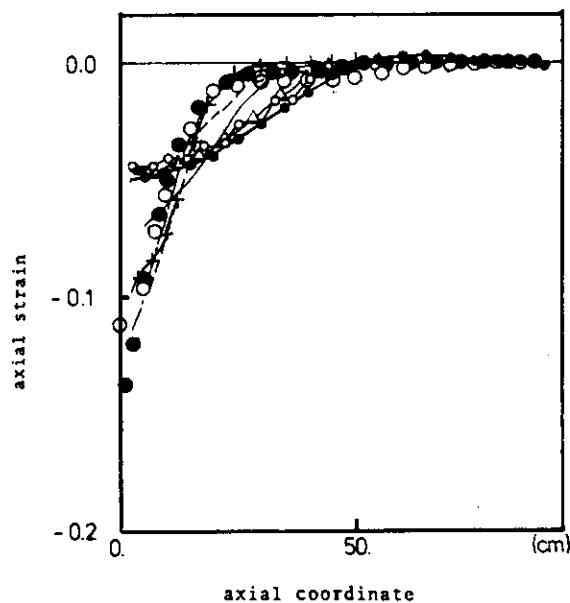


Fig. 8 (a) Distribution of axial strain
(1 msec)

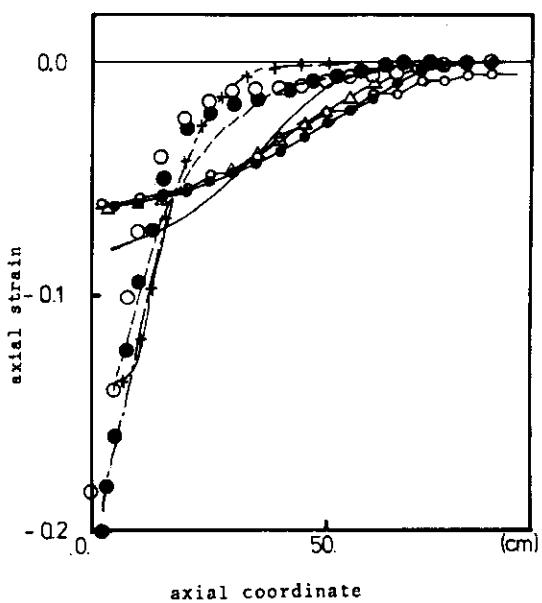


Fig. 8 (b) Distribution of axial strain
(2 msec)

力が $0.24 \sim 0.37 \text{ kg/mm}^2$ であることより、ほぼ全断面降伏状態と考えられ、前述の応力値の減少は、ひずみ速度の減少にともなう降伏応力の減少あるいは弾性除荷によるものと思われる。

ひずみ分布は、1, 2 msecにおいて、モデル-1 (ADINA(B)), モデル-3 (STEALTH-2D) およびモデル-4 の結果がほぼ一致しており、5 msec ではそれぞれ異なる分布となることが興味深い。また、その他のモデルによる結果は上記の結果とひずみ分布形状も異なるなど対照を呈している。

⑤ 底部軸応力、軸ひずみ履歴 (Fig. 9, 11)

鉛円柱底部の軸方向応力、軸方向ひずみの時刻歴をそれぞれ Fig. 9, 11 に示す。軸方向応力は初期において大きな振動を示すが、弾性振動に移行する前の収束値は、材料モデルによらずほぼ $-1.5 \sim -2.0 \text{ kg/mm}^2$ である。なお、O点での振動の方がA点におけるそれよりも大である。

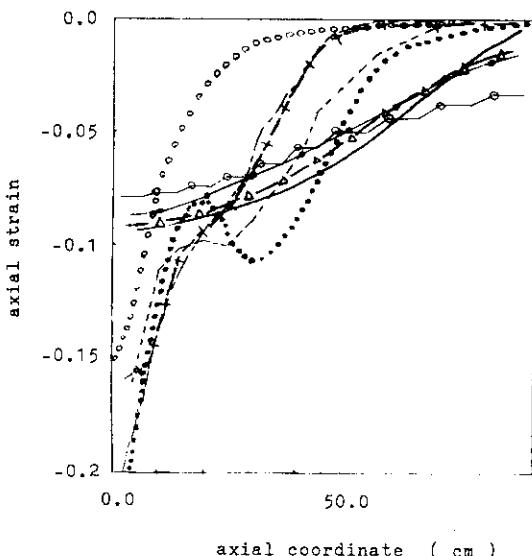


Fig. 8(c) Distribution of axial strain
(5 msec)

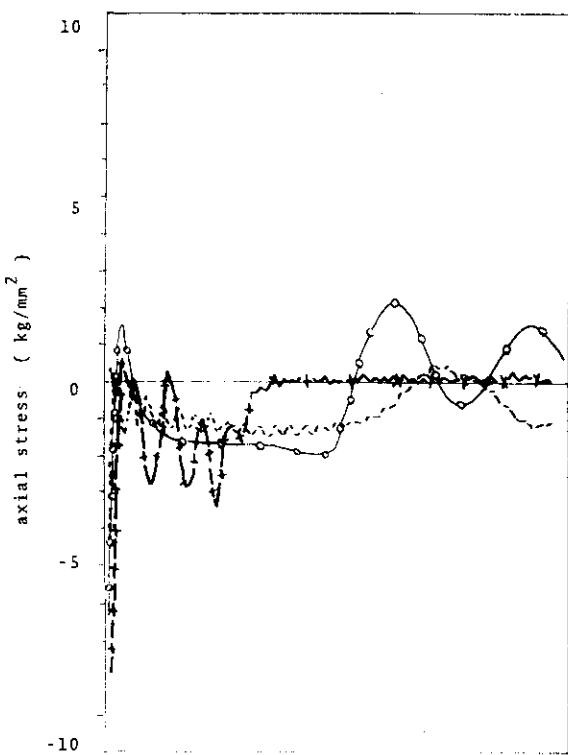


Fig. 9(a) Time history of axial stress
at bottom (O)

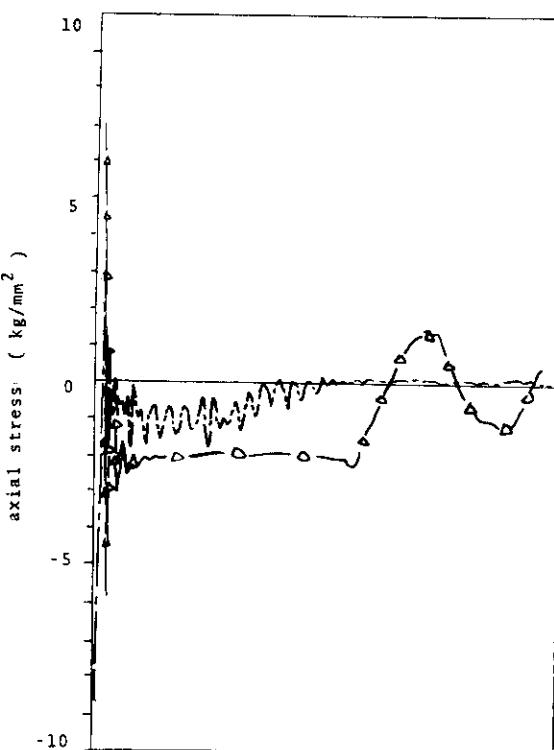


Fig. 9(b) Time history of axial stress
at bottom (O)

軸方向ひずみは、 $t \leq 3.0$ msecにおいて急激に圧縮側に増加するが、 $t > 3.0$ msecで一定となる。その永久変形ひずみ量はひずみ速度依存性を考慮しないもので、約-0.09、考慮するもので約-0.2程度となり、底部における永久ひずみは、ひずみ速度効果を考慮した場合2倍以上大きくなることがわかる。

⑥ 円柱底部軸方向応力分布 (Fig. 10)

鉛円柱底部における軸方向応力分布をFig. 10に示す。時刻1 msecでは、ひずみ速度の変化が激しくその取扱いが各モデルで異なることを反映して、応力分布はいずれも圧縮状態ではあるが、その値は様々である。しかし、2, 5 msecと見ていくと、どのモデルの場合も応力分布は似た形状となり、特に頭部沈下量が一定となる5 msecでは、NEUTDC- ϕ 2の結果を除いてほぼ-1.0~-2.0 kg/mm²の範囲で一致し定常となる。これは、ひずみ速度の変化が緩和していく傾向と合致していると思われる。

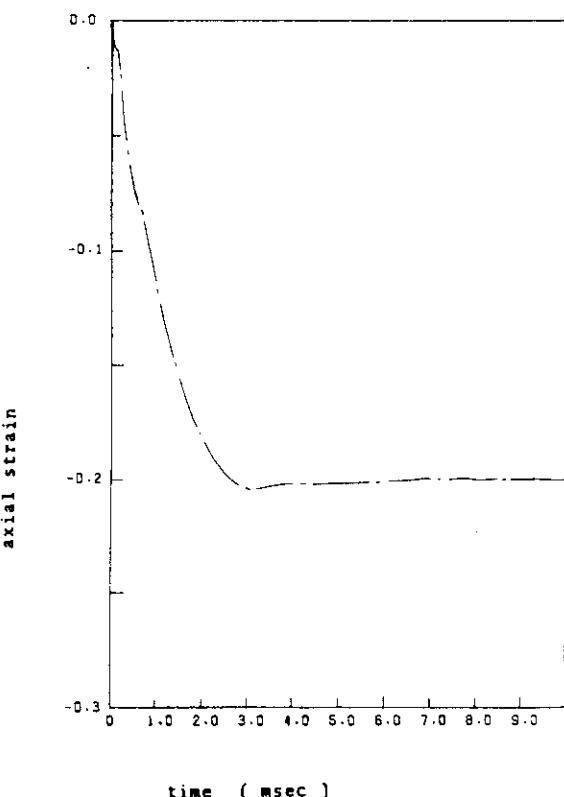


Fig. 11 (a) Time history of axial strain at bottom (O)

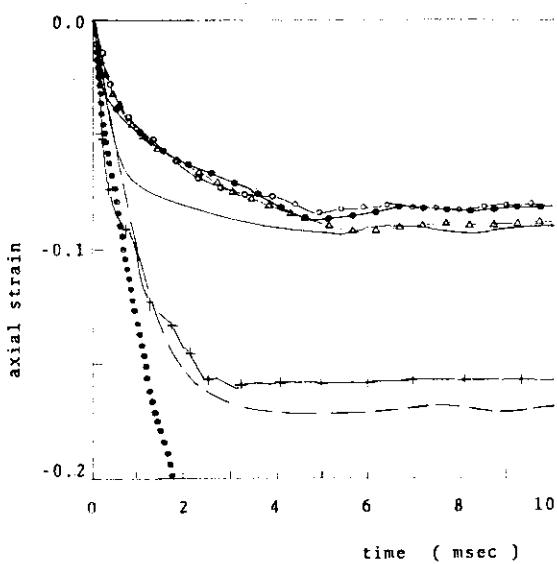


Fig. 11 (b) Time history of axial strain at bottom (O)

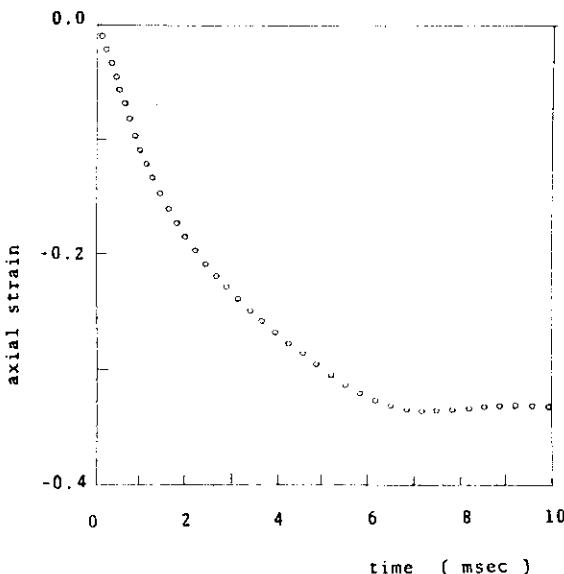


Fig. 11 (c) Time history of axial strain at bottom (O)

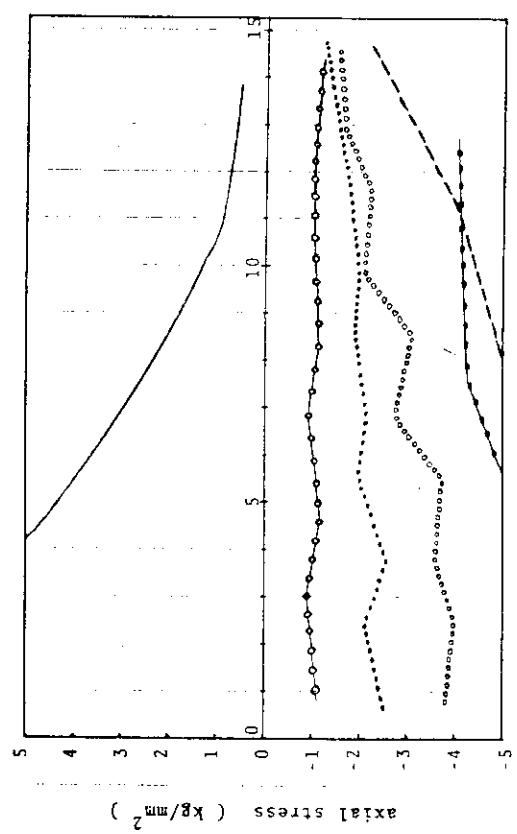


Fig.10(a) Distribution of axial stress on the bottom surface
(1 msec)

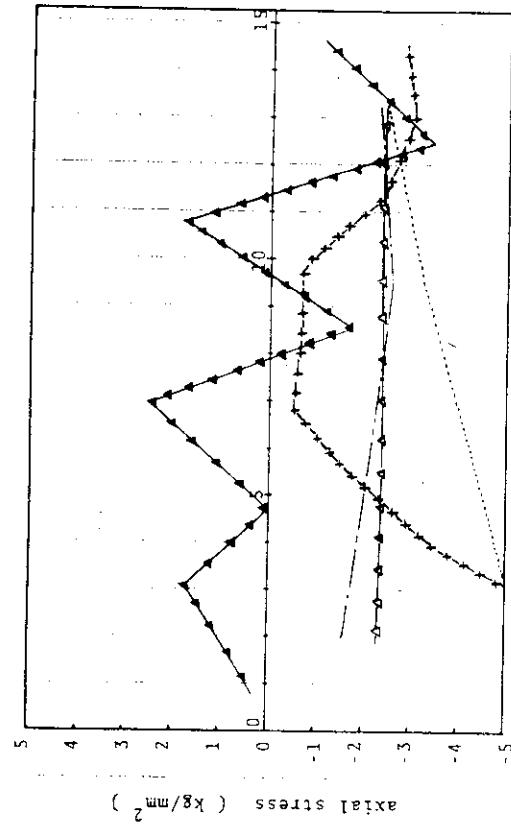


Fig.10(b) Distribution of axial stress on the bottom surface
(1 msec)

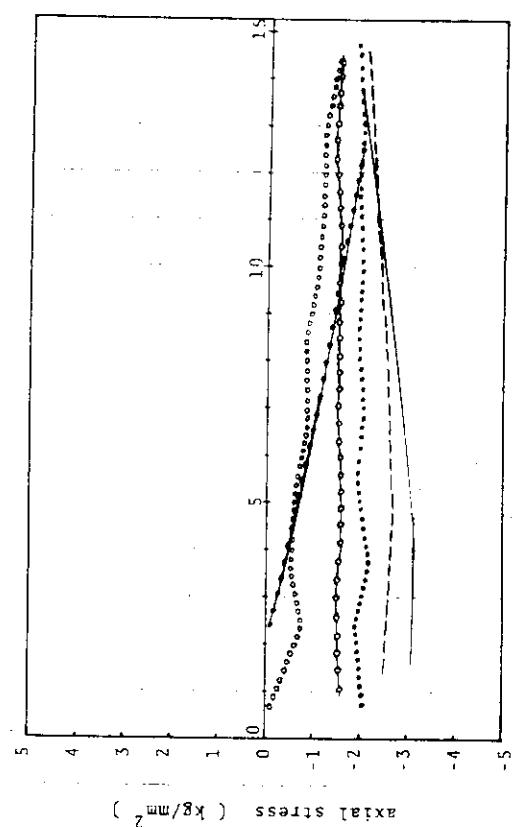


Fig.10(c) Distribution of axial stress on the bottom surface
(2 msec)

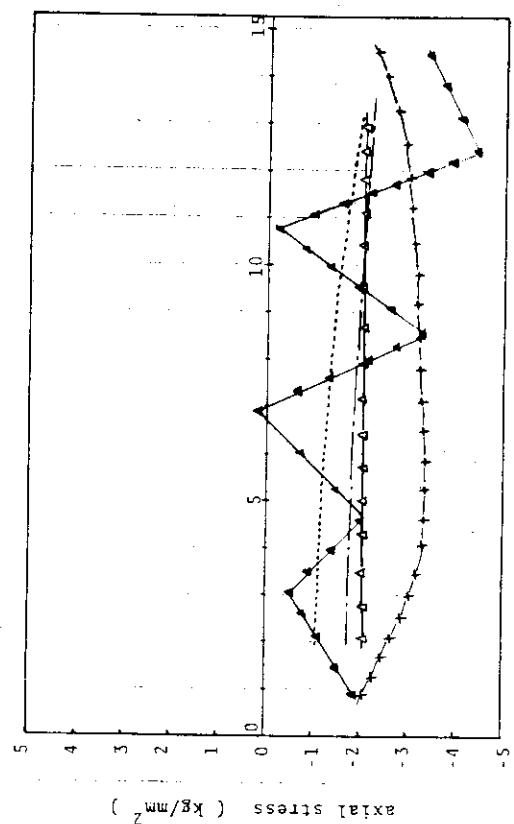


Fig.10(d) Distribution of axial stress on the bottom surface
(2 msec)

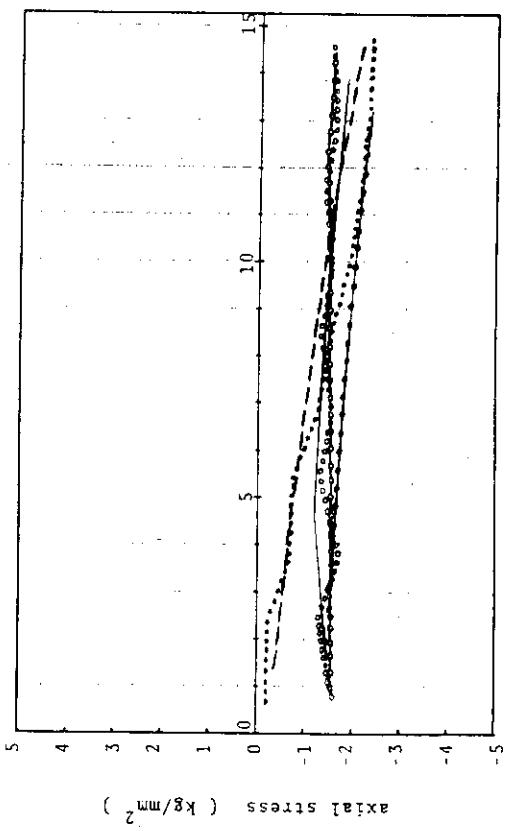


Fig.10(e) Distribution of axial stress on the bottom surface
(5 msec)

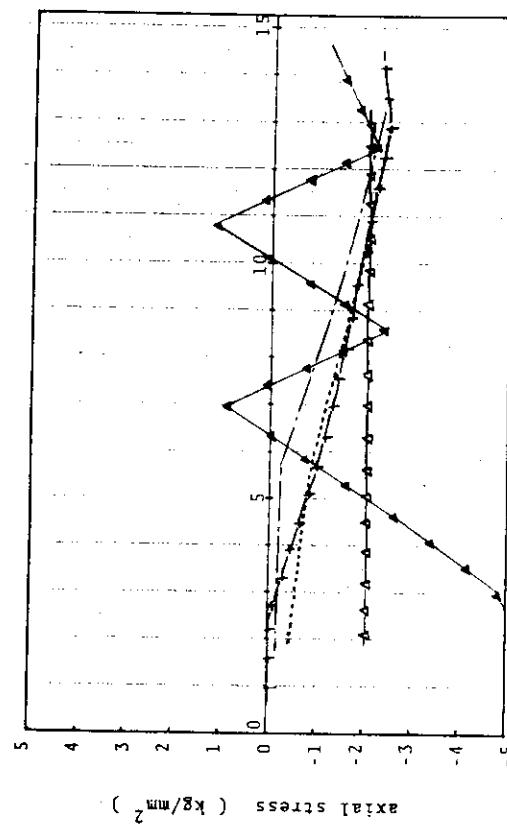


Fig.10(f) Distribution of axial stress on the bottom surface
(5 msec)

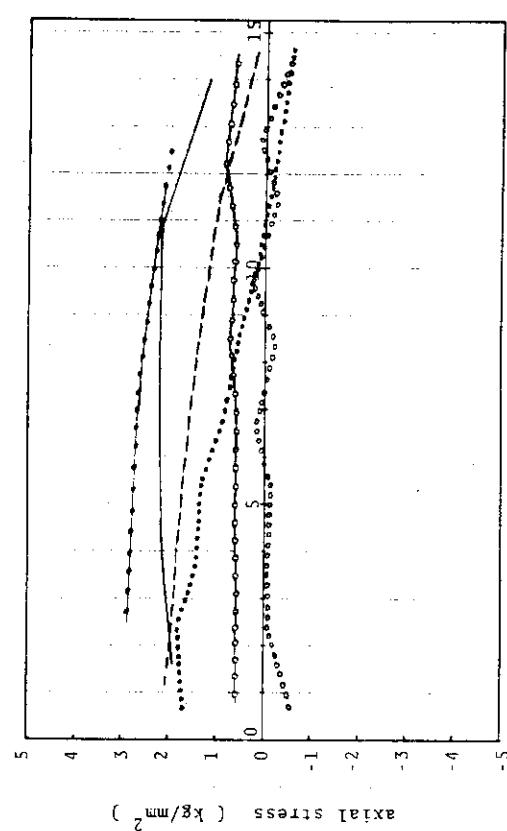


Fig.10(g) Distribution of axial stress on the bottom surface
(10 msec)

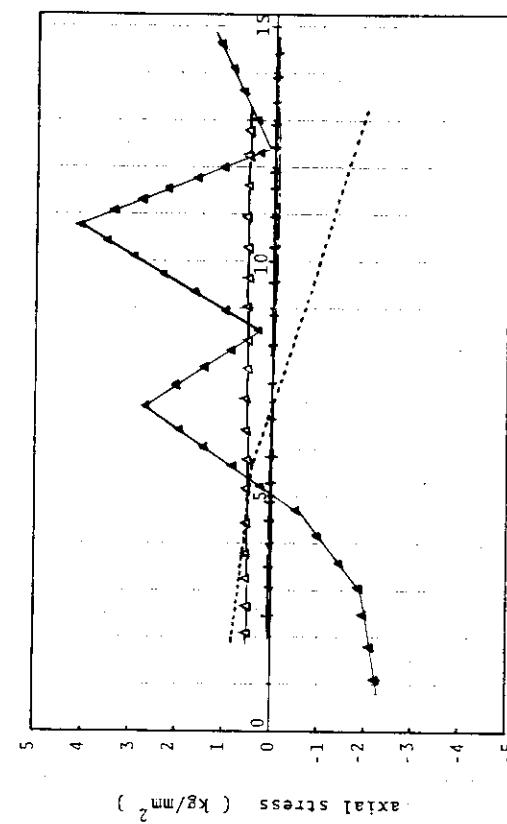


Fig.10(h) Distribution of axial stress on the bottom surface
(10 msec)

⑦ 相当応力-相当ひずみ関係

O点における相当応力-相当ひずみ関係をFig. 12に示す。ANSYS, NEUTDC- ϕ 2を除いて、応力-ひずみ関係はほぼ一致する。ただし、モデルー1の結果は変形中にしばしば除荷を生じており、若干不安定性が見られる。

⑧ エネルギーおよび反力の履歴(Fig.13,14)

各種エネルギー(ひずみエネルギー、運動エネルギー、散逸エネルギー、全体エネルギー)および反力の時刻歴をそれぞれFig.13, 14に示す。

いずれの解析コードの場合にもエネルギー保存則は数%の減少幅内で成立している。一方、底部反力は6 msecまではほぼ一定の圧縮力を中心として高周波振動を示しているが、それ以後は反力が引張り力となり、リバウンド状態となる。

⑨ 相当ひずみ速度履歴(Fig.15)

底部O点、A点における相当ひずみ速度の時刻歴をFig.15に示す。HONDO-II, ADINAの結果は、激しい振動が見られるため除外してあ

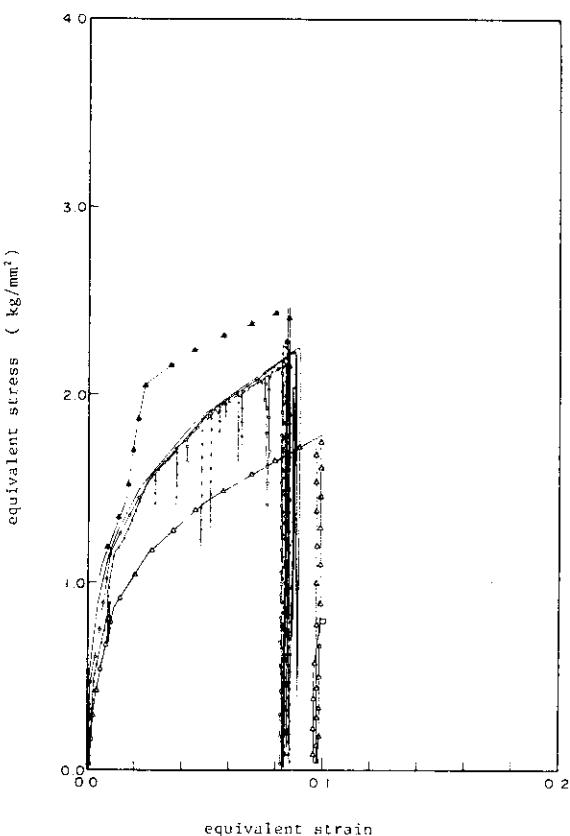


Fig.12 Stress-strain relation (O)

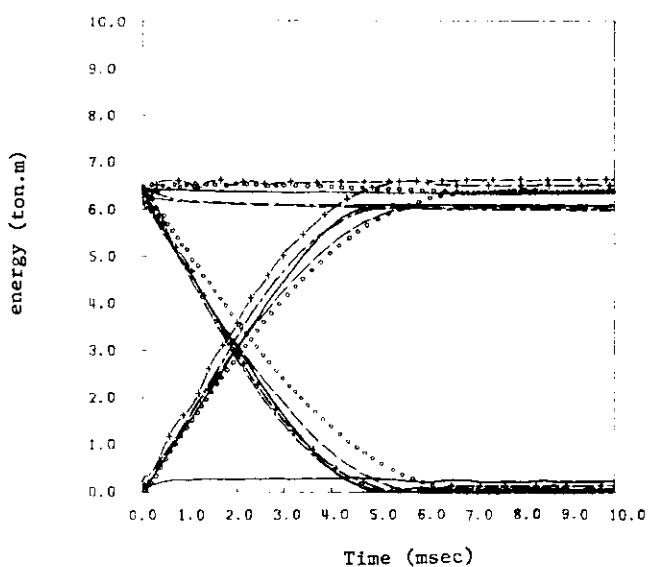


Fig.13 Time history of energy

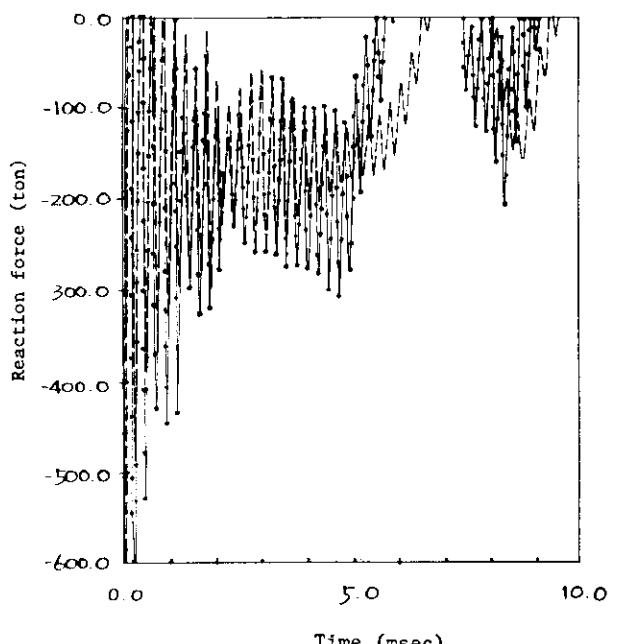


Fig.14(a) Time history of reaction face

る。いずれのモデルの場合も、点Oでのひずみ速度履歴には微少振動が重畠している。一方、点Aにおけるひずみ速度は、ごく初期では 200 sec^{-1} 程度であるが、 $t \leq 4 \text{ msec}$ で大きく減少し、 $t > 4 \text{ msec}$ ではほとんどゼロとなる。

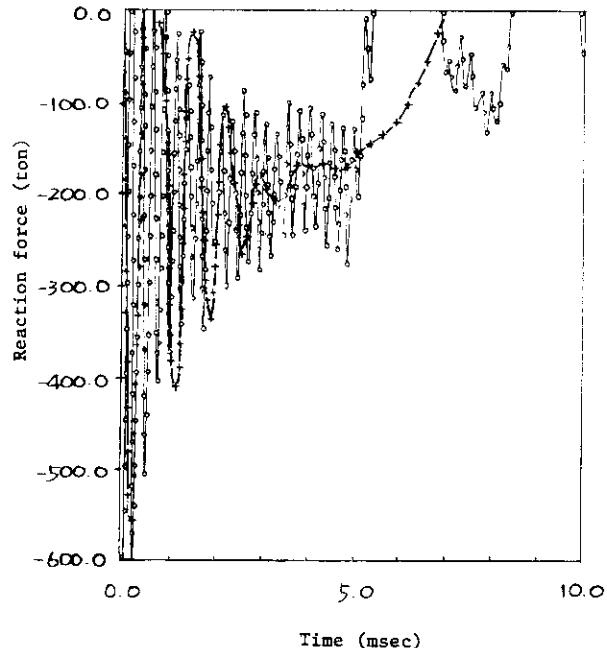


Fig.14(b) Time history of reaction force

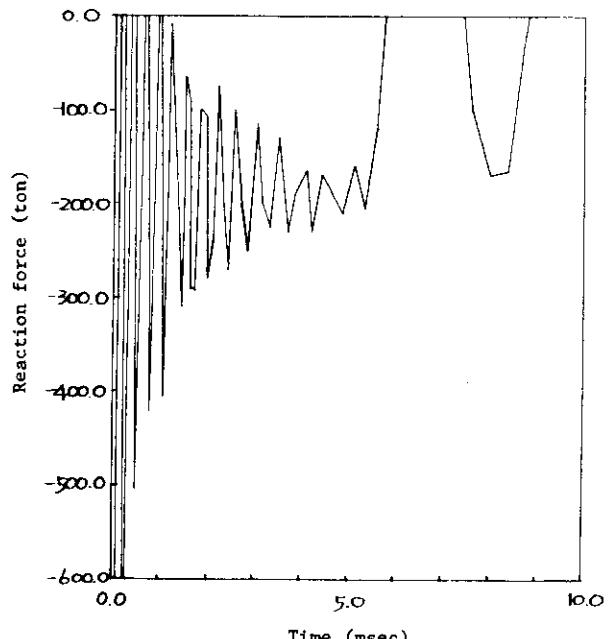


Fig.14(c) Time history of reaction force

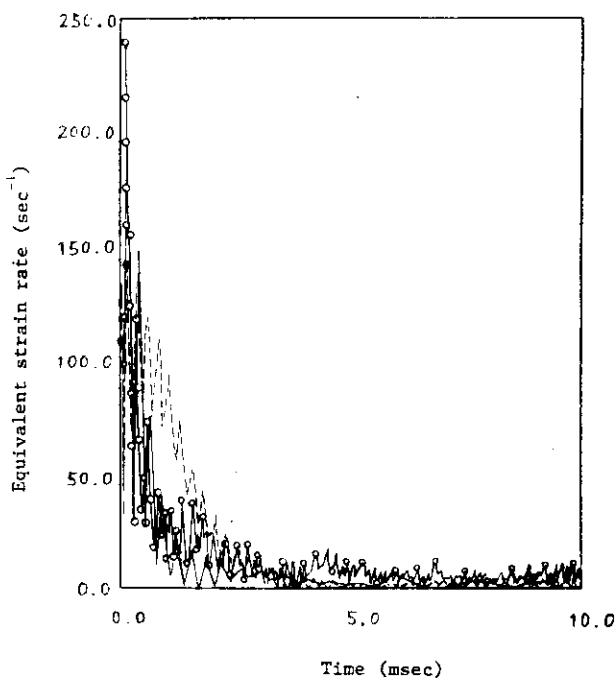


Fig.15(a) Time history of equivalent strain rate (O)

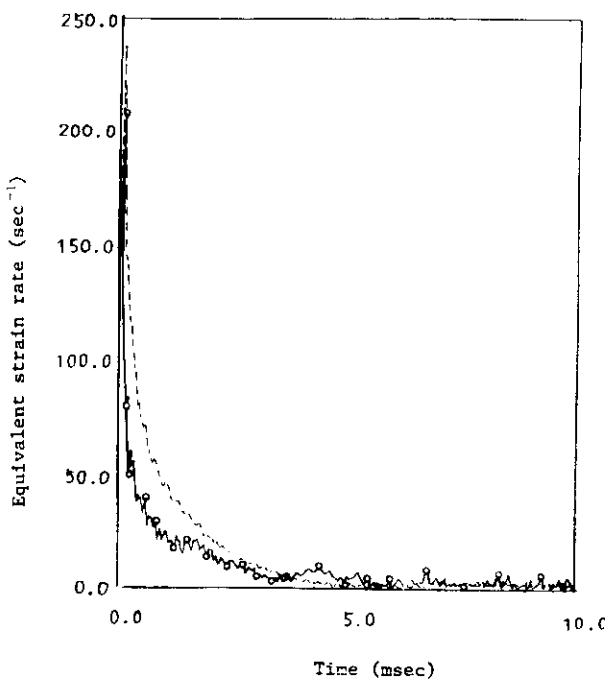


Fig.15(b) Time history of equivalent strain rate (A)

⑩ 塑性域進展

材料モデルにより塑性域の大きさは異なる。すなわち、モデル-3では2 msecにおいてほぼ全断面塑性となるが、モデル-4では、下半分の領域だけが塑性化し、また5 msecでは下半分が除荷、中間部が塑性化しており、モデル-3と異なる塑性域進展を示している。

3.4 ベンチマーク問題[II]

3.4.1 MARC

(1) 概 説

(a) 解析者および使用プログラム

所 属 機 閣	解 析 者	使 用 プ ロ グ ラ ム
日本マーク	金沢京子	
	山縣延樹	
日立運輸	坂庭邦泰	MARC
日本原子力事業	中川雅俊	
	鈴木憲一	

(b) 解析法概要

MARCプログラムは、有限要素法による非線形構造解析汎用プログラムであり、現在その範囲は、線形解析・大変形解析・弾塑性解析・動的非線形解析・破壊解析・境界非線形解析・流体と固体の連成解析・熱伝導解析など、非常に広範囲にわたっている。本計算は、MARCの非線形分野の機能の一つである有限ひずみ理論に基づく弾塑性応答解析を行ったものである。

(c) 使用要素

3種類の要素を使用した。

鉛円柱に対しては4節点軸対称リング要素（要素ライブラリーNo.10），クラッドに対しては2節点軸対称薄肉シェル要素（要素ライブラリーNo.1）を使用し、さらにそれらの接触部に対しては接触／摩擦要素（要素ライブラリーNo.12）を用いた。Gaussの積分点数は、No.10要素では4個、No.1要素では3個である。またNo.1のシェル要素については板厚を厚さ方向に5つの層に分割し、シンプソン則により積分した。

(d) 使用計算機および計算時間

使 用 計 算 機	計 算 時 間
P R I M E 550	472,800 sec

(2) 問題概要および解析条件

(a) 問題概要

両端面を含む全表面を厚さ0.635cmのステンレス製クラッドで覆われた直径45.7cm、長さ91.4cmの鉛円柱を9.14mの高さから剛体床に落下させた時の軸対称応答を解析する。メッシュ分割図をFig.1に示す。

(b) 解析条件

① 境界条件

対称条件として、 $r = 0$ における面（中心面）の半径方向の変位 U_r を拘束した。境界面A（底面クラッドと剛体床接触面）では鉛直変位を拘束（リバウンドは考慮しない）し、水平方向は滑らかであるとした。接触面B（円柱底面と底面クラッドの接触面）は完全固着を仮定した。また接触面C（円柱上面と上面クラッドの接触面）は接触要素を用い、両面の接触状態が考慮できるようにした。但し、摩擦は無視した。接触面D（円柱側面と側面クラッドの接触面）は完全固着を仮定した。

ッドの接触面)は接触面C同様、接触要素を使用し、さらにこの面では摩擦を考慮した。摩擦係数として $\mu_0 = \mu = 0.14$ を使用した。但し、ここで μ_0 は静止摩擦係数、 μ は動摩擦係数を示す。

② 要素、節点数、総自由度

要素数：軸対称リング要素 30

軸対称シエル要素 16

接触(Gap)要素 15

節点数： 91

総自由度： 159

③ 時間積分法

Newmark- β 法($\tau = \frac{1}{2}$, $\beta = \frac{1}{4}$)を用いた。

④ 時間増分

解析時間は0~5 msecとし、時間増分 Δt は次のように決定した。平面弾性波の伝播速度 C_p は以下のように示される。

$$C_p = [(\lambda + 2\mu)/\rho]^{\frac{1}{2}}$$

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1-2\nu)(1+\nu)}$$

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

従ってクラッドの伝播速度は 6.025×10^6 mm/secとなり、鉛の伝播速度は 1.4×10^6 mm/secとなる。一方、クラッド、鉛の軸方向の最小長さ ΔS は76.17 mmであることから Δt は以下の式で計算される。

$$\Delta t \leq \frac{2}{3} \cdot \frac{\Delta S}{C_p}$$

また、鉛とクラッドの接触部に設けたGap要素の開閉にともない、解の収束がむずかしくなることが予想される。このような場合、解の収束をよくする方法として Δt を小さくとることが考えられる。そこで本計算では、これらのこと考慮し、 Δt として平均 5.0×10^{-6} secを用いた。

⑤ 質量マトリックス

Lumped Massを用いた。

⑥ 剛性計算法

本計算で用いた非線形収束計算法は、接線剛性法に基づき反復計算を行い、最大節点残差力と最大節点反力との比により収束判定を行なう手法である。反復回数は、平均3回である。

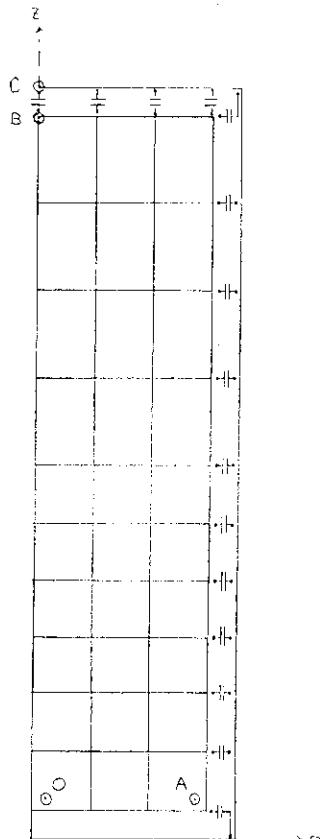


Fig. 1 Mesh subdivision

(3) 材料データ

① 304ステンレス鋼(クラッド)：2直線近似

ヤング率(E)	1.96×10^4	kg/mm ²
ポアソン比(ν)	0.33	
降伏応力(σ_y)	31.6	kg/mm ²
ひずみ硬化率(H')	1.95×10^2	kg/mm ²
密度度(ρ)	8.0×10^{-10}	kg · sec ² /mm ⁴

② 鉛(円柱)：多直線近似

修正Robinson式($\dot{\epsilon} = 100$)による多直線近似を用いる。

$$\sigma = 4.0 (1 + 0.096 \log \dot{\epsilon}) \dot{\epsilon}^{0.31}$$

但し、 $\dot{\epsilon} = 100$ とする。

応力 (kg/mm ²)	歪
0.3598	0.0002399
1.1438	0.010
1.5195	0.025
1.8837	0.050
2.3353	0.100
2.8951	0.200

密度は 1.13×10^{-9} kg · sec²/mm⁴ を用いる。

(4) 解析結果および考察

Fig. 2(a)は、鉛円柱およびクラッド頭部の中心点BおよびCにおける沈下量の時刻歴である。鉛の沈下量は、単調増加をし時刻3.5 msec付近で最大3.0 cm沈下した。一方、クラッドC点は、時刻0.6 msecまではほぼ鉛と接した状態を保っているが、これ以後は完全に鉛と離れ、約3 msecで最大2.5 cm沈下した。

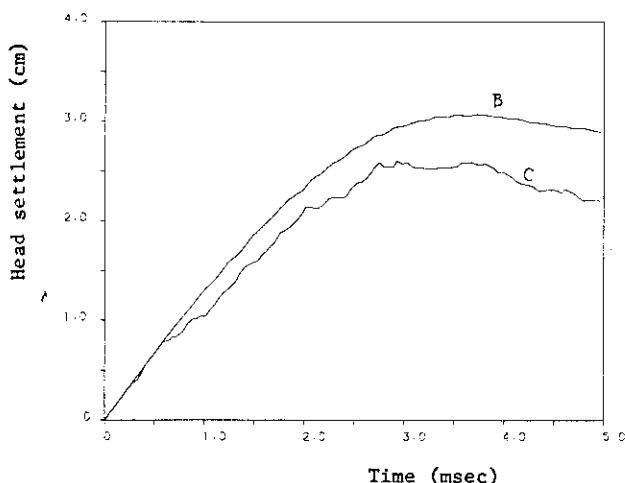


Fig. 2 (a) Time history of head settlement

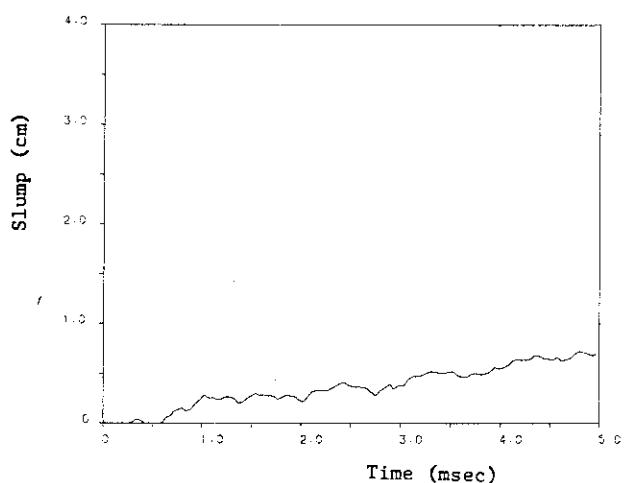


Fig. 2 (b) Time history of slump

Fig. 2(b)に、BとC点のスランプ量の時刻歴を示す。最大のスランプ量は5 msec付近で、0.72cmであった。

Fig. 3は、時刻1, 3 msecにおける鉛円柱の中心軸上の沈下量の軸方向分布図である。沈下量は、1 msecでは底部より約30cmまでは単調増加し、これ以上の上部においてはほぼ同一の沈下量を示しているが、3 msecになると頭部付近まで単調増加となった。頭部付近で最大3.0 cm程度沈下した。

Fig. 4は、時刻1, 2, 3, 4, 5 msecにおける鉛およびクラッドの断面変形図である。いずれの時刻においても、剛体床に近い下部が半径方向にふくれ出した現象を示しており、時刻5 msecで1.25cm半径方向へ変形した。

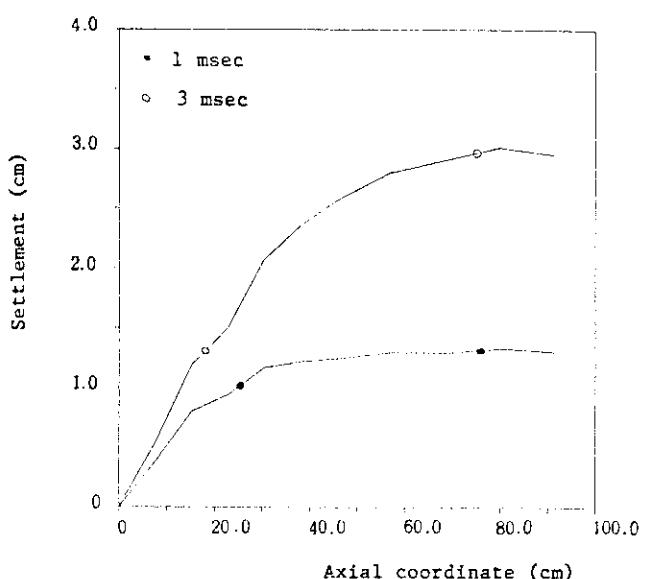


Fig. 3 Distribution of settlement
(1 and 3 msec)

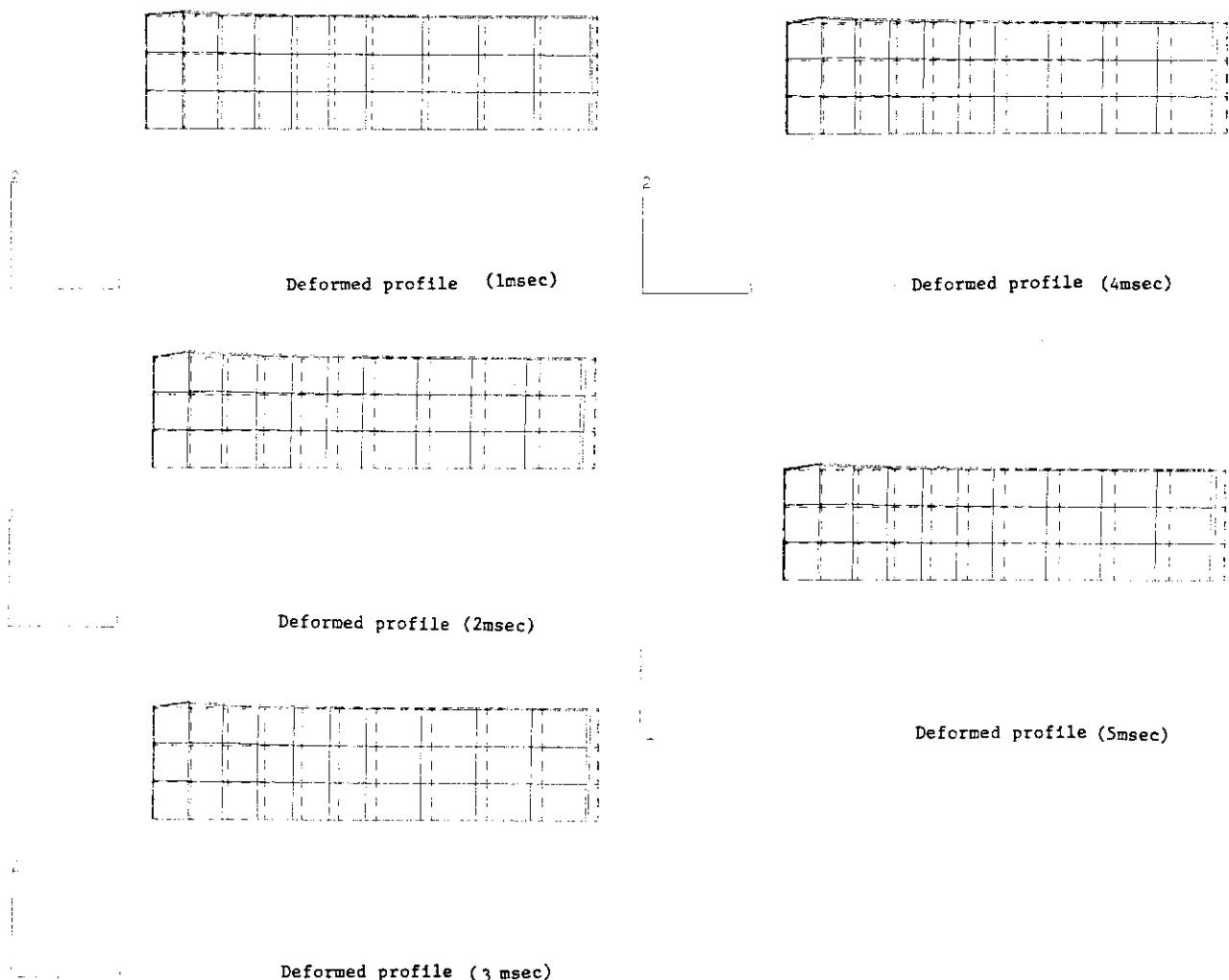


Fig. 4 Deformed profile

Fig. 5 は、B点における軸方向速度の時刻歴である。0.4 msec 付近まではほぼ初速度と同一の速度を保っているが、この時刻は衝撃による進行波の頭部到達時刻（0.65 msec）とほぼ一致している。到達以後は、反射波によって速度は、ある振幅をもった振動をしながら減少している。

Fig. 6 は、B点の軸方向加速度の時刻歴である。最大の加速度は、2.0 msec 付近で 13,500 G 程度であった。

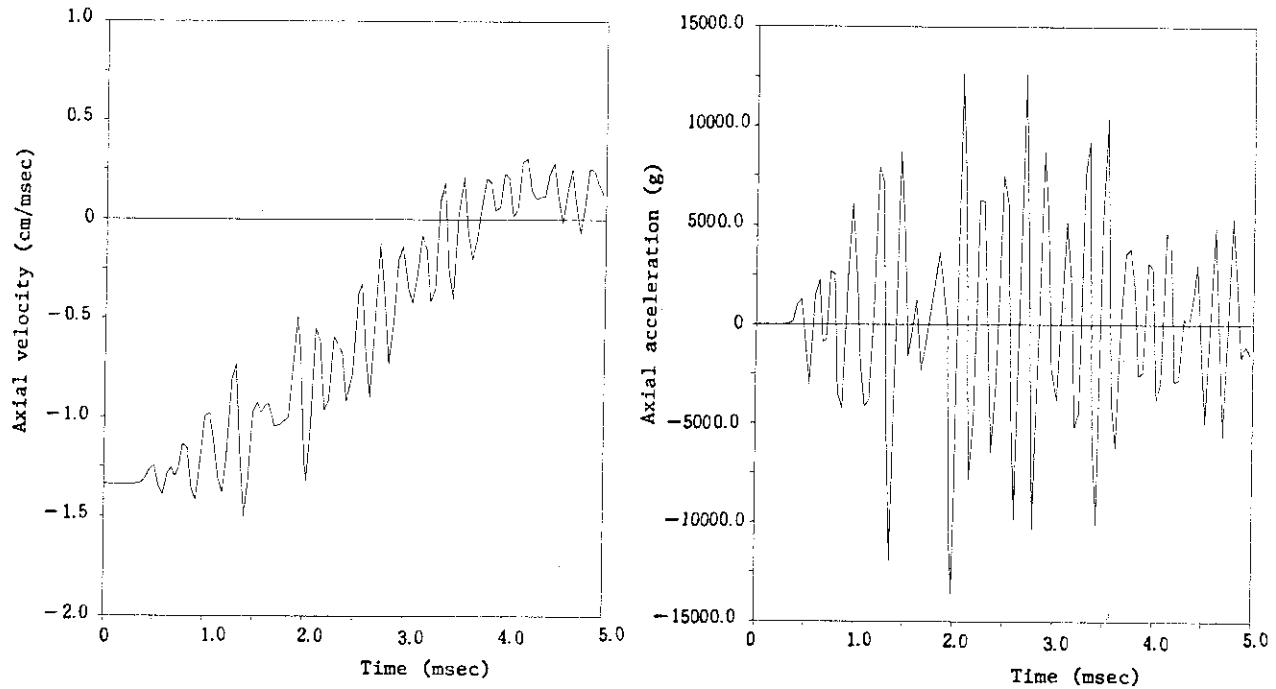


Fig. 5 Time history of axial velocity at head (B)

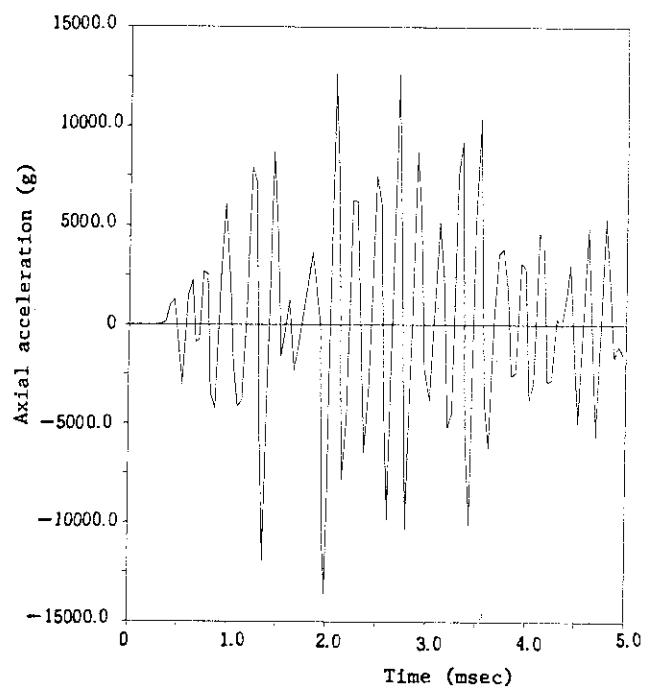


Fig. 6 Time history of axial acceleration at head (B)

Fig. 7 および Fig. 8 は、時刻 1, 3 msec における鉛円柱の中心部 ($r = 0.86\text{cm}$) の軸方向応力、および軸方向ひずみの軸方向分布図である。

Fig. 9 は、鉛円柱の底部 O および A 点における軸方向応力の時刻歴である。衝突初期の時刻 0.08 msec において、最大 27.5 kg/mm² 程度の軸方向応力が生じた。

Fig. 10 は、時刻 1, 3 msec における鉛円柱底部の軸方向応力の半径方向の分布図である。1 msec, 3 msec, いずれも中心部より外周縁部の方が大きな軸応力を示しており、1 msec で最大 2.3 kg/mm², 3 msec で最大 3.7 kg/mm² 生じた。

Fig. 11 は、O および A 点における軸方向ひずみの時刻歴である。O および A 点いずれも 2 msec 位を過ぎると、軸ひずみはほぼ一定値を保っている。これは、2 msec 位を過ぎると除荷の状態となり、塑性ひずみの増加がなくなつたものと考えられる。最大の軸ひずみ量は、O および A 点において、それぞれ -0.073, -0.047 であった。

Fig. 12(a), (b) は、O および A 点における相当応力と相当ひずみの関係図である。

Fig. 13 は、底面における反力の時刻歴である。最大反力は、衝突初期の時刻 0.06 msec で、3,100 ton 程度生じた。また時刻 0.2 msec 付近で、引張の反力が生じており、リバウンドを起こすことが予想される。

Fig. 14, 15 は、時刻 1, 3 msec におけるクラッド中央面の軸方向応力、および周方向応力の分布図である。Fig. 15 より、いずれの時刻においても下部において最大軸方向応力が発生しており、それぞれ -45 kg/mm² (圧縮) 程度、 -50 kg/mm² (圧縮) 程度生じた。また、Fig. 16 より、周方向の応力状態は、底部において最大 25 kg/mm² 程度の圧縮応力が、

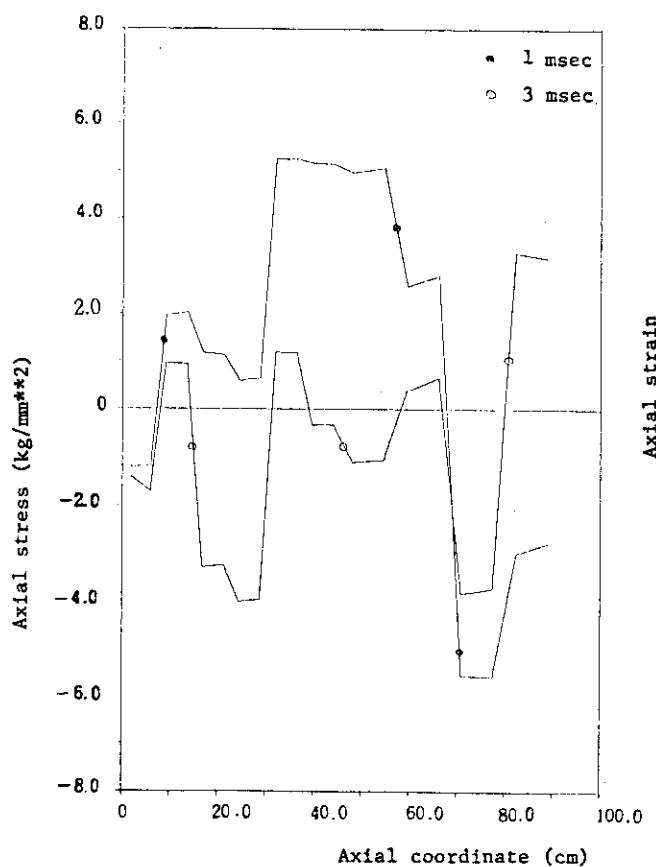


Fig. 7 Distribution of axial stress
(1 and 3 msec)

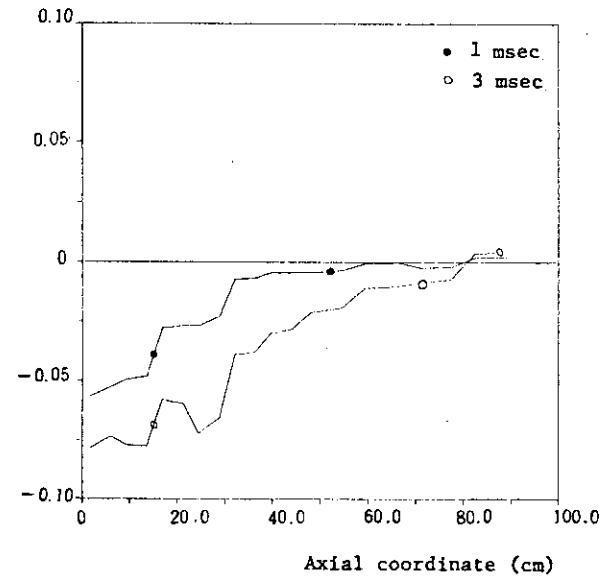


Fig. 8 Distribution of axial strain
(1 and 3 msec)

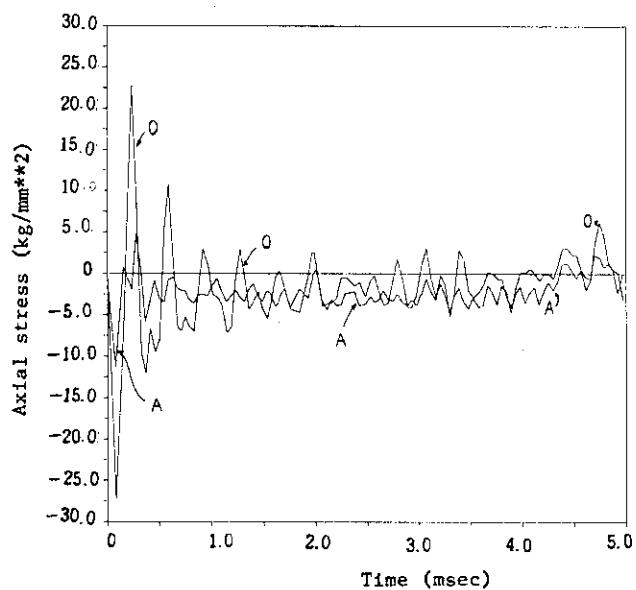


Fig. 9 Time history of axial stress
at bottom (O and A)

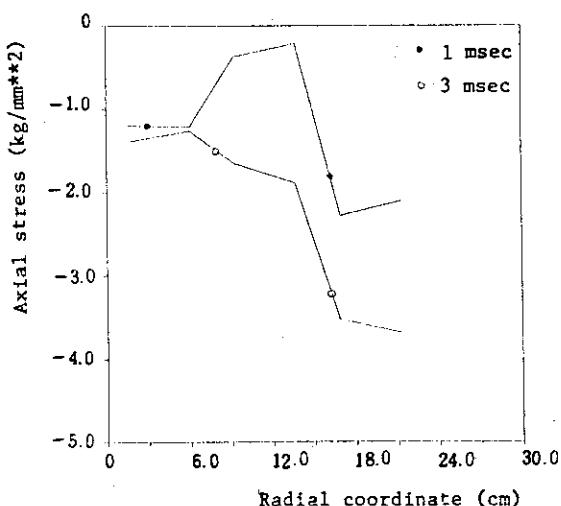


Fig. 10 Distribution of axial stress
at bottom (1 and 3 msec)

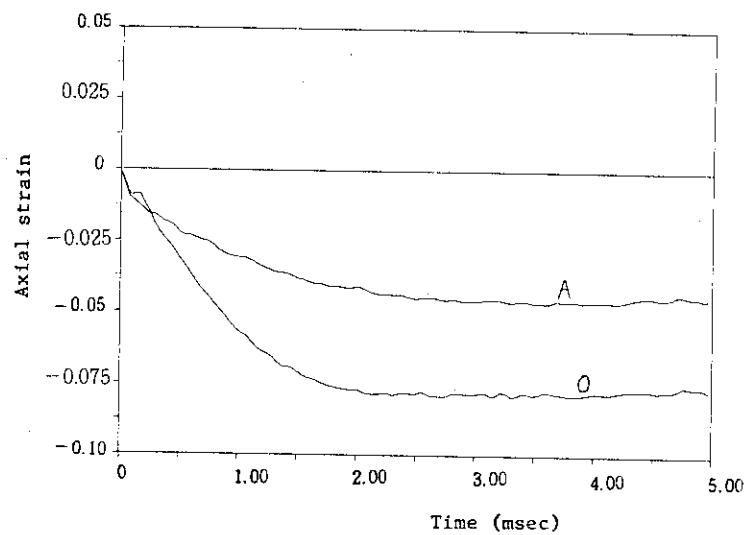


Fig.11 Time history of axial strain at bottom (O and A)

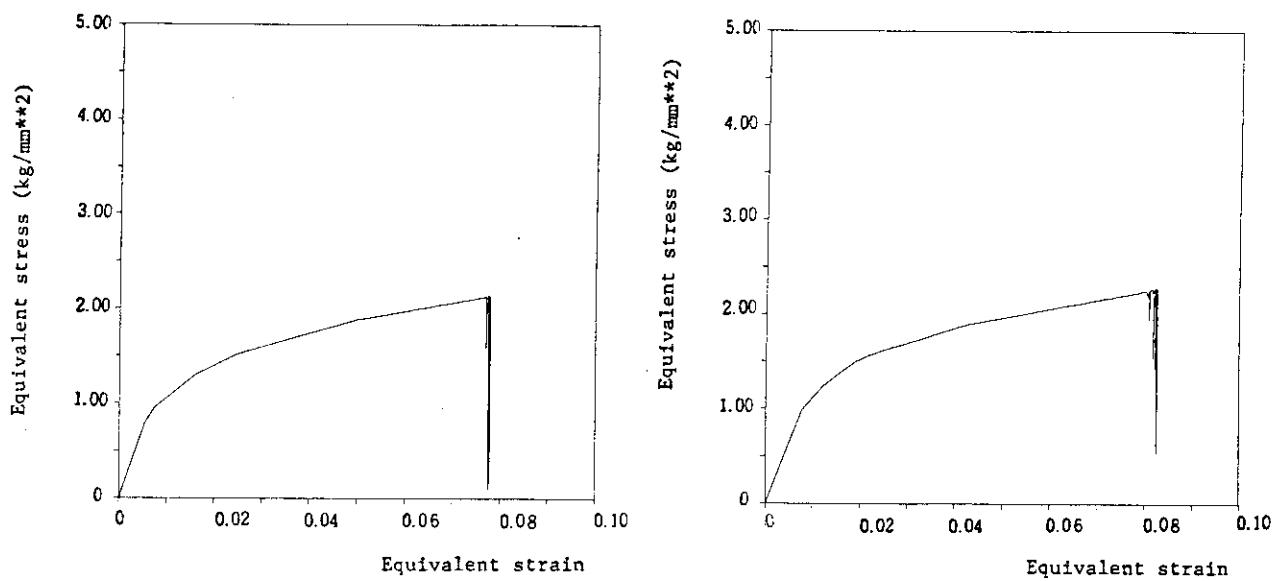


Fig.12(a) Stress-strain relation at bottom (O)

Fig.12(b) Stress-strain relation at bottom (A)

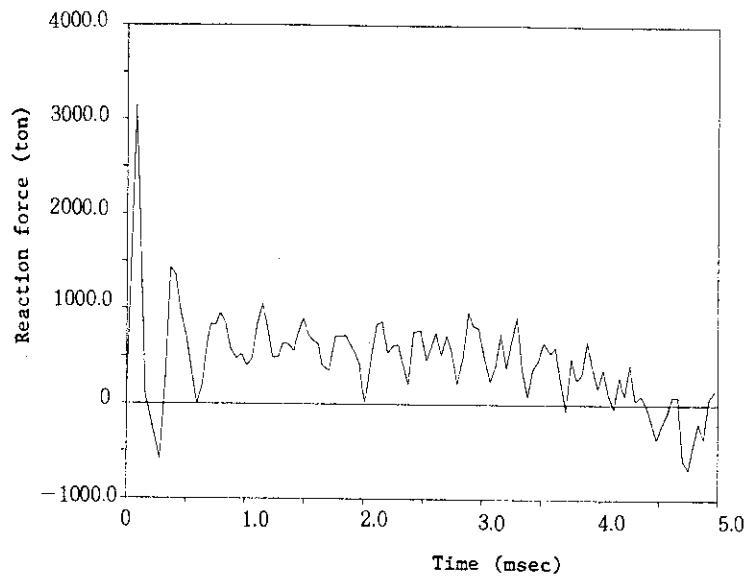


Fig.13 Time history of reaction force

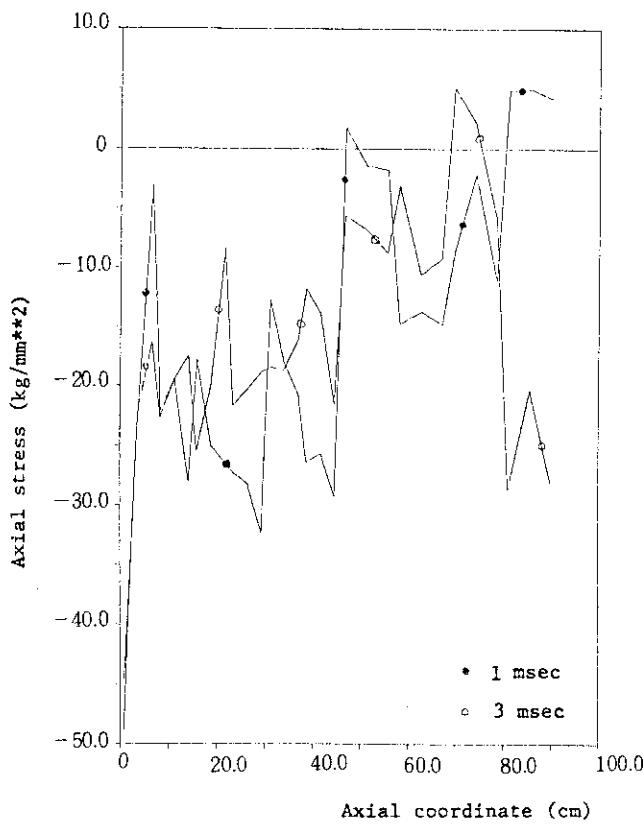


Fig.14 Distribution of axial stress in clad (1 and 3 msec)

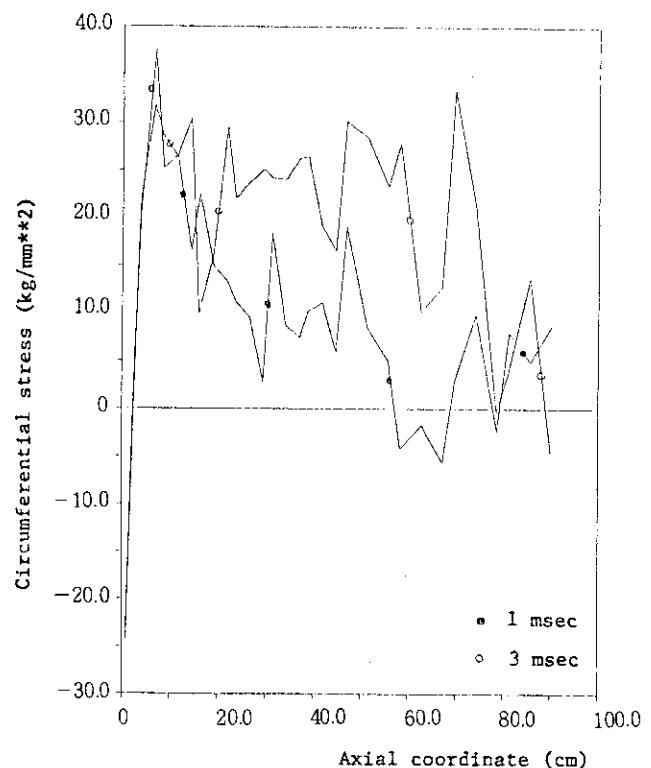


Fig.15 Distribution of circumferential stress (1 and 3 msec)

また下部 ($z = 8\text{ cm}$ 付近) で最大 38 kg/mm^2 (1 msec) の引張応力が生じた。

Fig.16, 17は、時刻 $1, 3\text{ msec}$ におけるクラッド中央面における軸方向ひずみ、および周方向ひずみの分布図である。Fig.16よりいずれの時刻においても、クラッド下部 ($z = 10\text{ cm}$ 付近) で最大の軸方向のひずみが生じており、それぞれ $0.044, 0.062$ であった。またクラッド上部 ($z = 80\text{ cm}$ 位以上) で、引張のひずみが発生した。周方向のひずみ分布も、軸方向と同様、クラッド下部で最大のひずみが発生し、 0.041 (1 msec)、 0.059 (3 msec) であった。

Fig.18は、鉛円柱の塑性域の進展状態を示したものである。

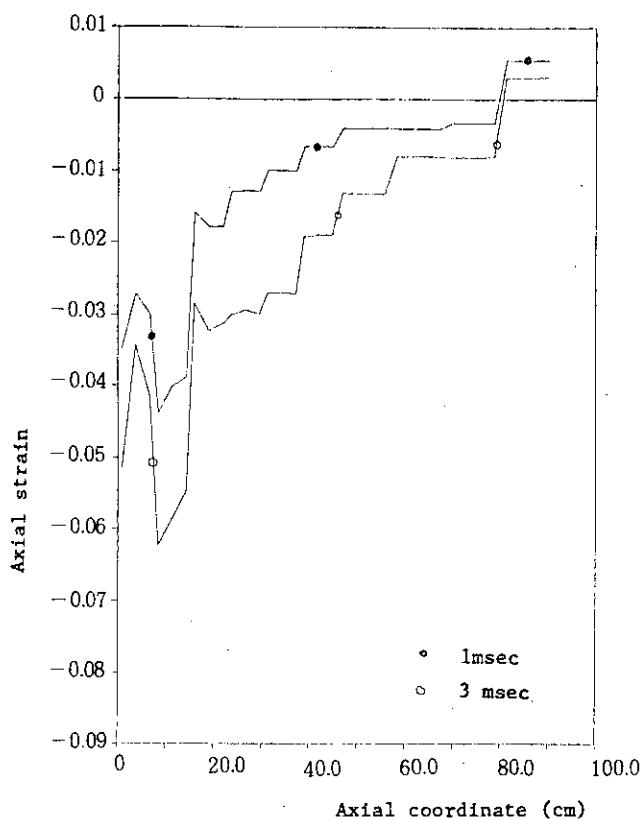


Fig.16 Distribution of axial strain
(1 and 3 msec)

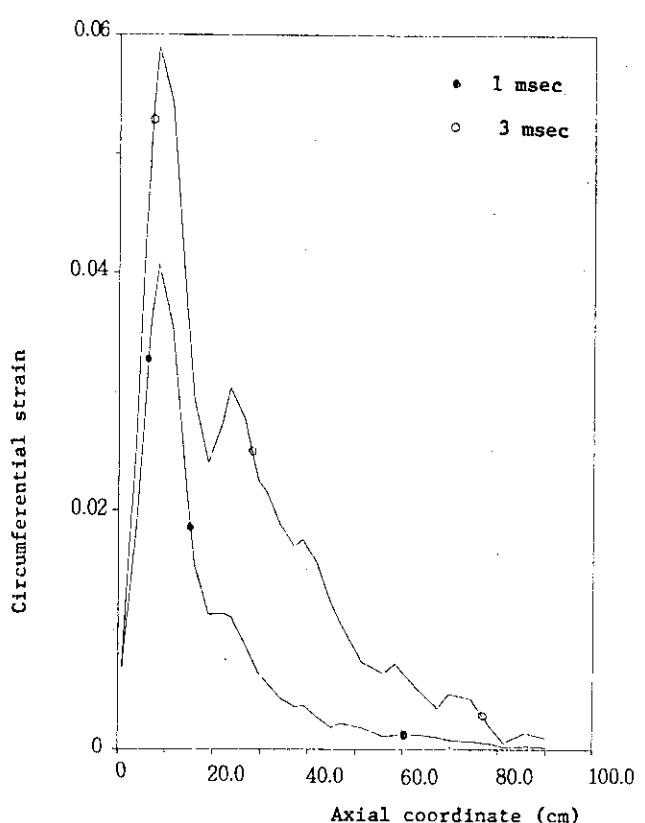


Fig.17 Distribution of circumferential strain
(1 and 3 msec)

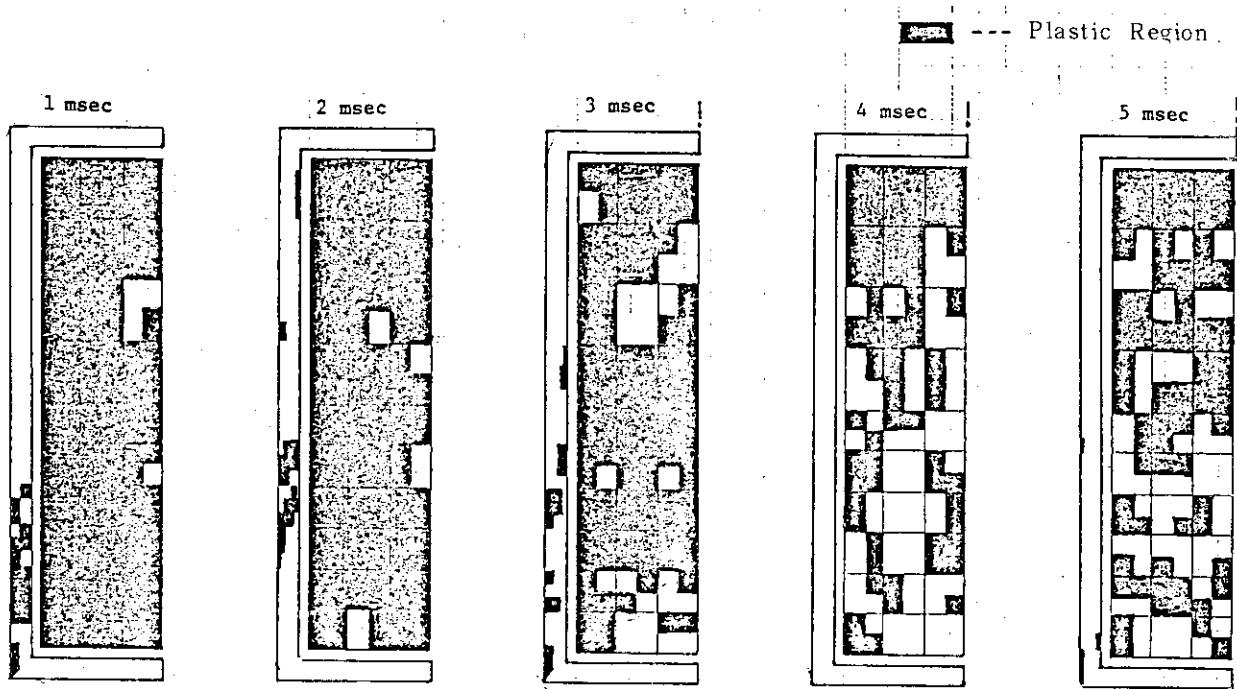


Fig.18 Development of plastic region in cylinder
(1, 2, 3, 4, 5 msec)

(5) 解析結果（摩擦を無視した解析）

前項(4)では、円柱・クラッド間のすべり摩擦係数を0.14と仮定した場合の解析結果を示したが、さらに、摩擦係数を零と仮定した場合の計算を実施した。本計算における境界条件をFig.19に示す。他の解析条件はすべて前項と同一である。解析結果をFig.20~Fig.34に示す。摩擦係数は鉛の変位量にはほとんど影響を与えないが、クラッドの変位量に大きな影響を与えることが明確となった（Fig.2(A), Fig.2(B)）。

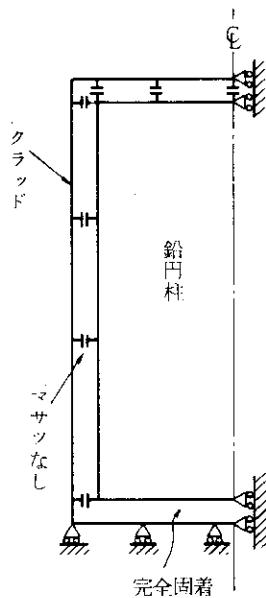


Fig.19

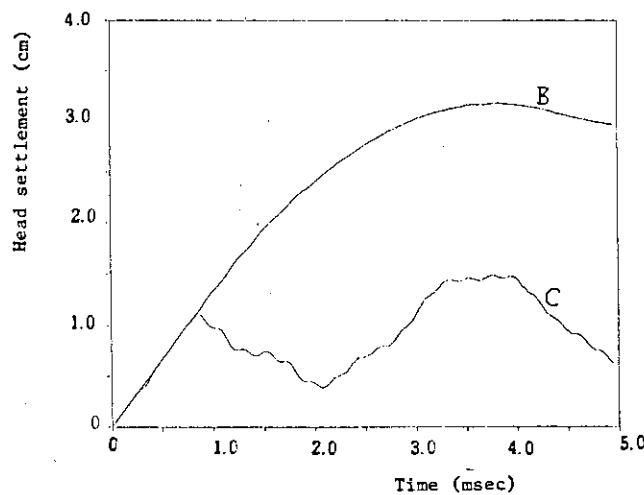


Fig.20(a) Time history of head settlement

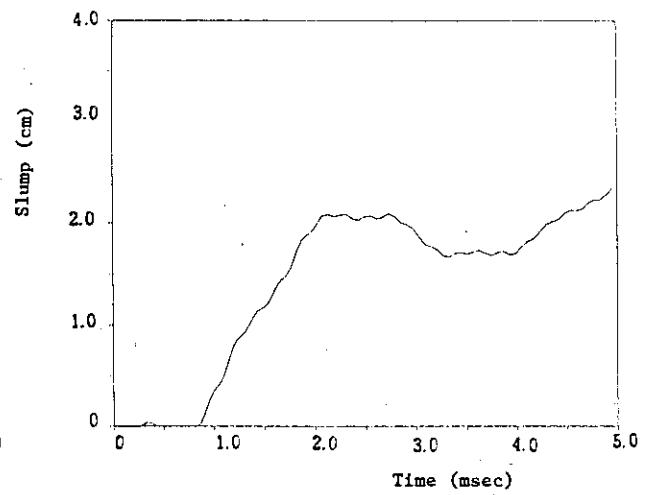


Fig.20(b) Time history of slump

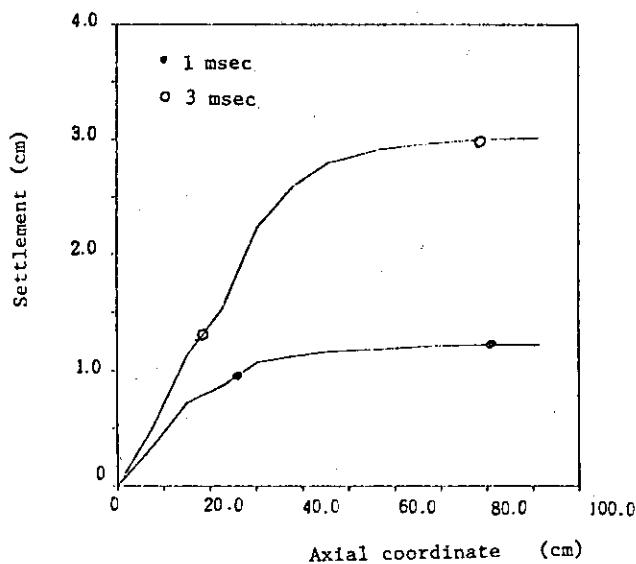


Fig. 21 Distribution of settlement
(1 and 3 msec)

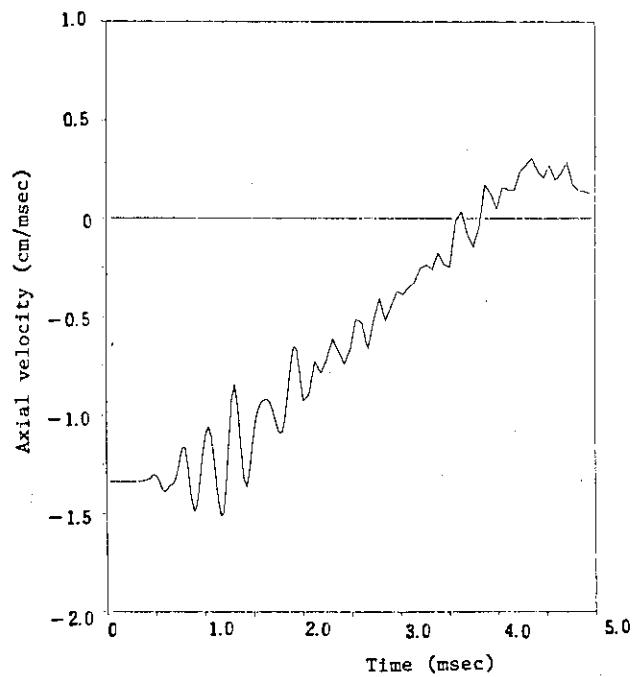


Fig. 22 Time history of axial velocity
at head (B)

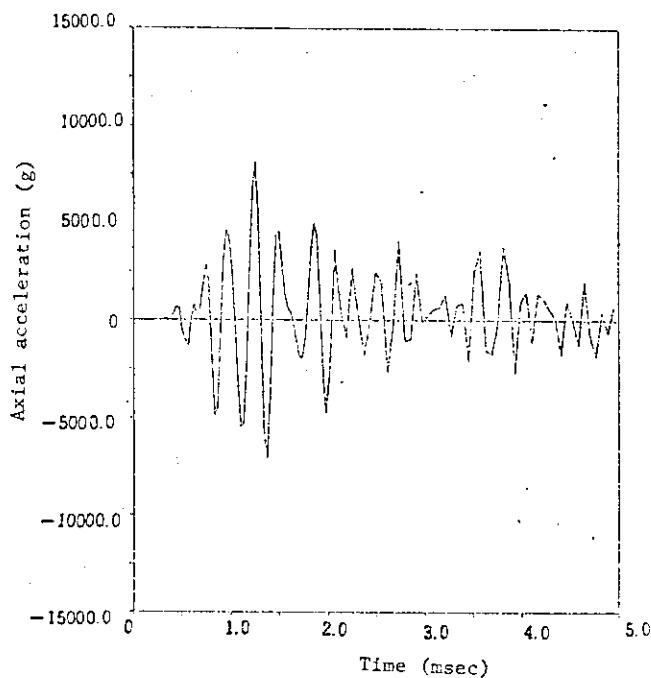


Fig. 23 Time history of axial acceleration at head (B)

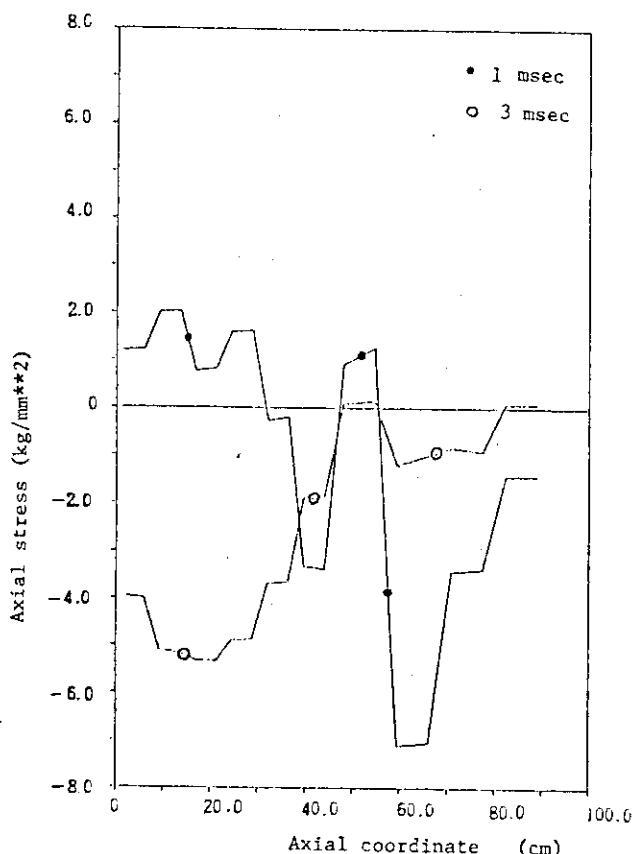


Fig. 24 Distribution of axial stress
(1 and 3 msec)

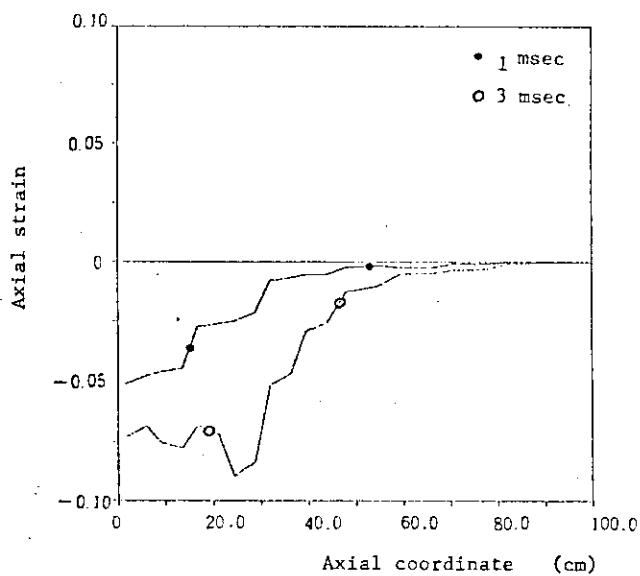


Fig. 25 Distribution of axial strain
(1 and 3 msec)

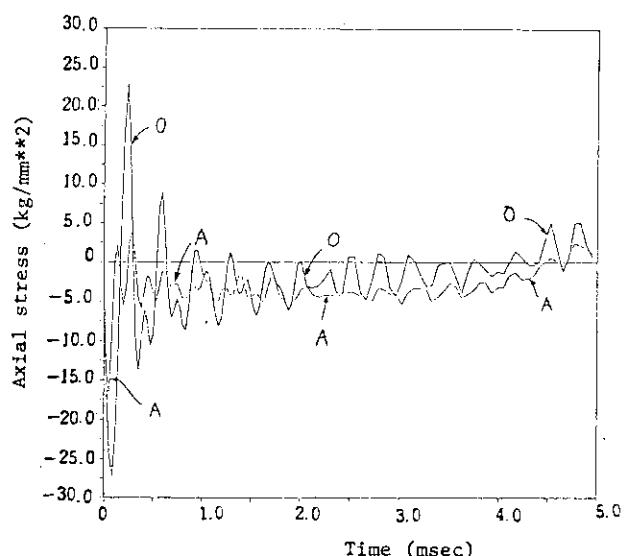


Fig. 26 Time history of axial stress
at bottom (O and A)

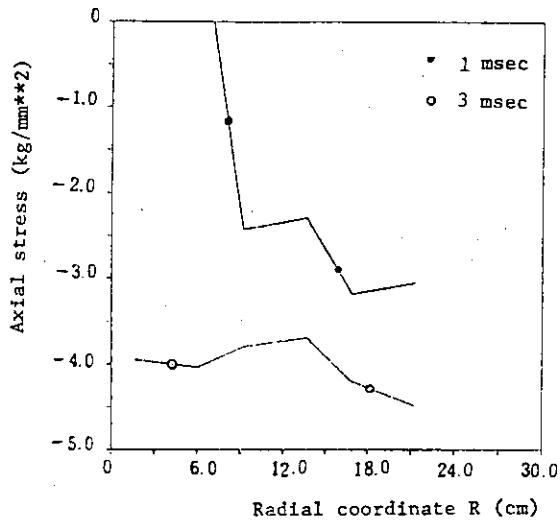


Fig.27 Distribution of axial stress at bottom (1 and 3 msec)

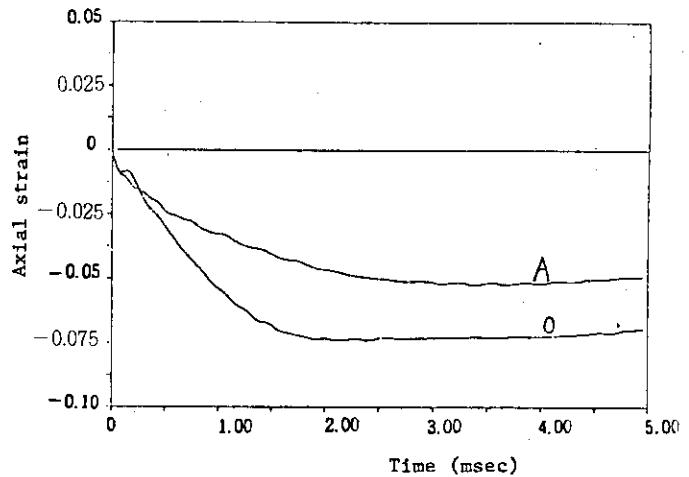


Fig.28 Time history of axial strain at bottom (O and A)

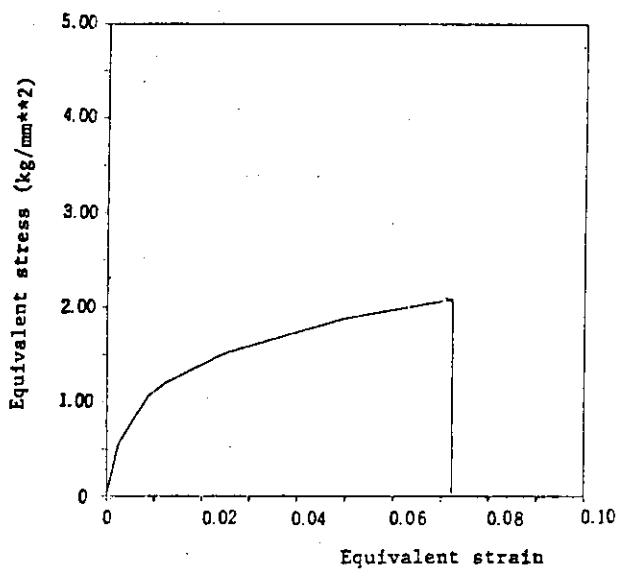


Fig.29(a) Stress-strain relation at bottom (A)

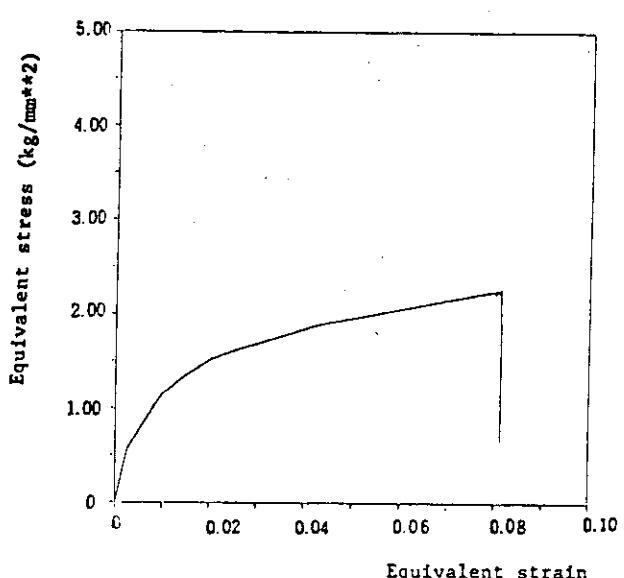


Fig.29(b) Stress-strain relation at bottom (O)

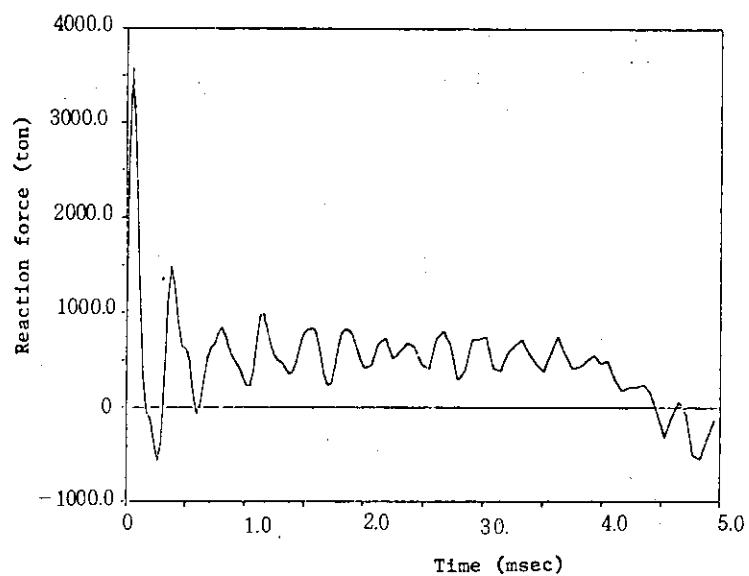


Fig.30 Time history of reaction force

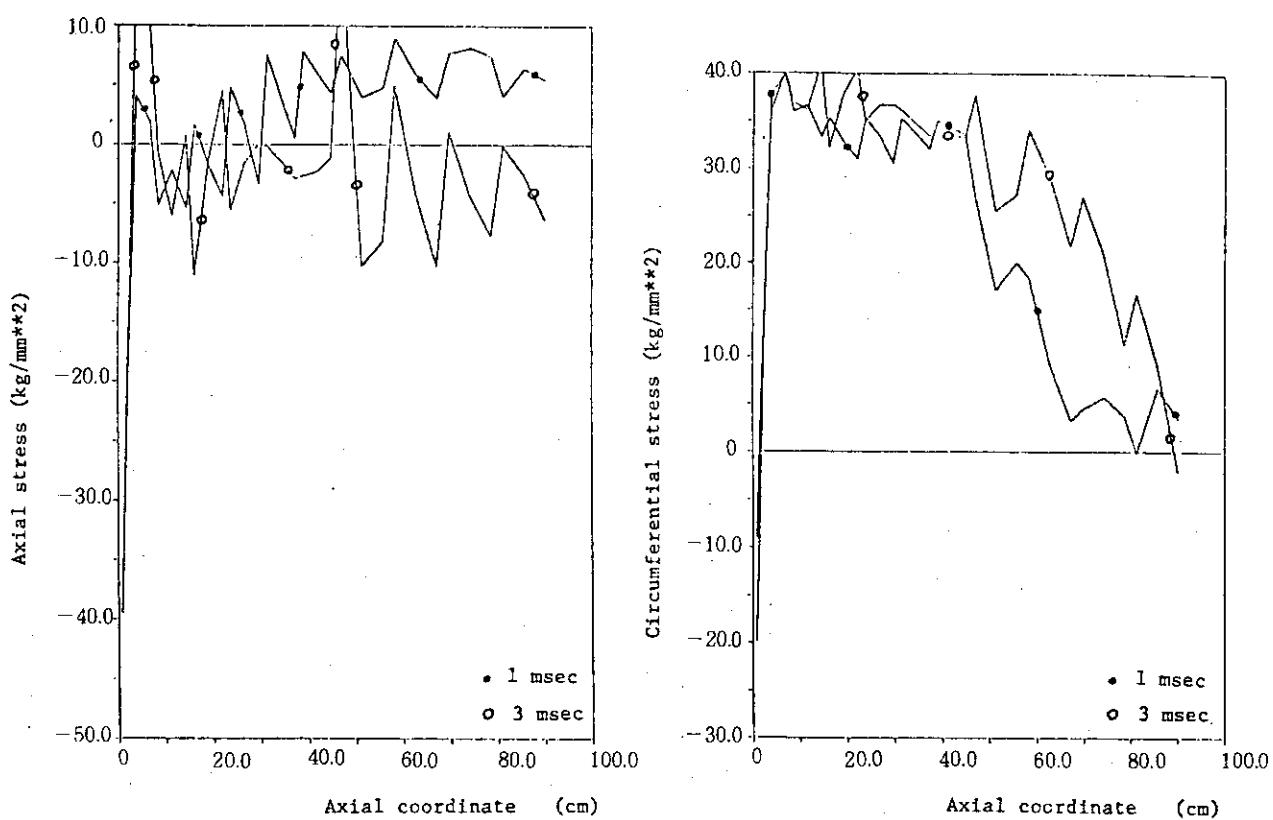


Fig.31 Distribution of axial stress in clad (1 and 3 msec)

Fig.32 Distribution of circumferential stress in clad (1 and 3 msec)

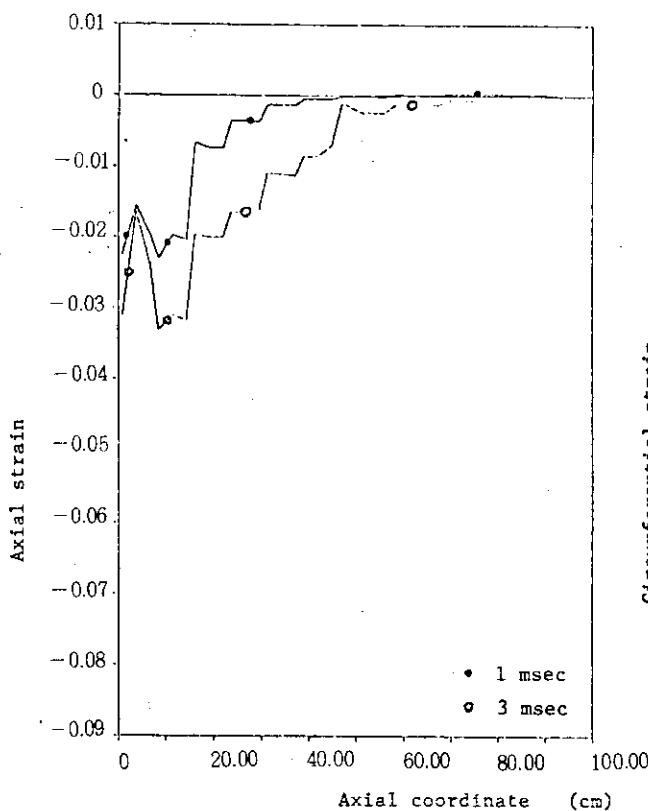


Fig. 33 Distribution of axial strain in clad (1 and 3 msec)

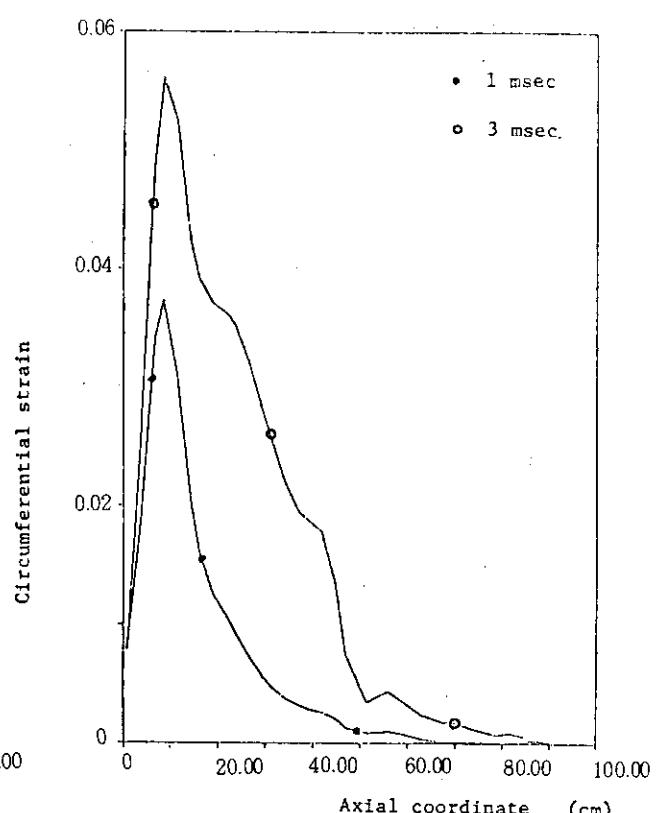


Fig. 34 Distribution of circumferential strain in clad (1 and 3 msec)

3.4.2 PISCES (A)

(1) 概 説

(a) 解析者および使用プログラム

所 属 機 閣	解 析 者	使 用 プ ロ グ ラ ム
株 日 本 製 鋼 所 日本シーディーシー㈱	菊 池 誠 治 小 松 輝 雄	PISCES 2DELK version 3

(b) 解析概要

使用プログラム PISCES 2DELK⁽¹⁾は陽解法有限差分式に基づく非線形大変形挙動解析プログラムである。

(c) 使用要素

- 4 節点ラグランジェ要素
- 4 節点オイラー要素
- 2 節点シェル要素 (厚さ方向; 6 層)

(d) 使用計算機および計算時間

使 用 計 算 機	計 算 時 間
CDC CYBER 176	435.12

(2) 問題概要および解析条件

(a) 問題概要

鋼端面を含む全表面を厚さ 0.635 cm のステンレス製クラッドで覆われた直径 45.7 cm、長さ 91.4 cm の鉛円柱を 9.14 m の高さから剛体床に垂直落下させた時の応答を解析する。

初期条件としては、衝突直前の速度 $V_0 = \sqrt{2gh} \approx 13.38 \text{ m/sec}$ を系全体に与える。

(b) 解析条件

① 境界条件

i) 境界面A（底面クラッドの剛体床接触面）

水平方向変位 U_x は自由であり、摩擦は 0 とする。また鉛直方向変位 U_z は固定する。

ii) 境界面B（円柱底面と底面クラッドの接触面）

鉛円柱底面と底面クラッドは完全固着（節点共有）とする。

iii) 境界面C（円柱上面と上面クラッドの接触面）

鉛円柱上面と上面クラッドの間は接触 / 非接触を考慮する。ただし接触時の摩擦係数は 0 とし、スライディング・インターフェースを適用する。（PISCES のスライディング・インターフェースでは摩擦は考慮されない。）

iv) 境界面D（円柱側面と側面クラッドの接触面）

鉛円柱側面と側面クラッドの間は接触 / 非接触を考慮する。頭部と底部においてはスライディング・インターフェースを適用し摩擦係数を 0 とし、他の部分においては鉛円柱外周部にオイラー要素を適用し側面クラッドとの間の摩擦係数を 0.14 とする。なお、鉛円柱においてオイラー要素と鉛円柱内側（ラグランジェ要素）との間の摩擦係数は $+\infty$ とする。

v) 上下面クラッドと側面クラッド

上下面クラッドと側面クラッドとの間はピン結合とする。

② 要素分割

要素分割図をFig. 1に示す。クラッドにシェル要素、鉛円柱にラグランジエ要素とオイラー要素を適用する。

部 分	分 割 節 点 数	ゾ ー ン 数
上 面 ク ラ ッ ド	1 × 9	8
側 面 ク ラ ッ ド	1 × 16	15
底 面 ク ラ ッ ド	1 × 8	7
鉛円柱 (ラグランジエ)	7 × 21 + 4	122
鉛円柱 (オイラー)	7 × 32	186

初期の総自由度数は345である。

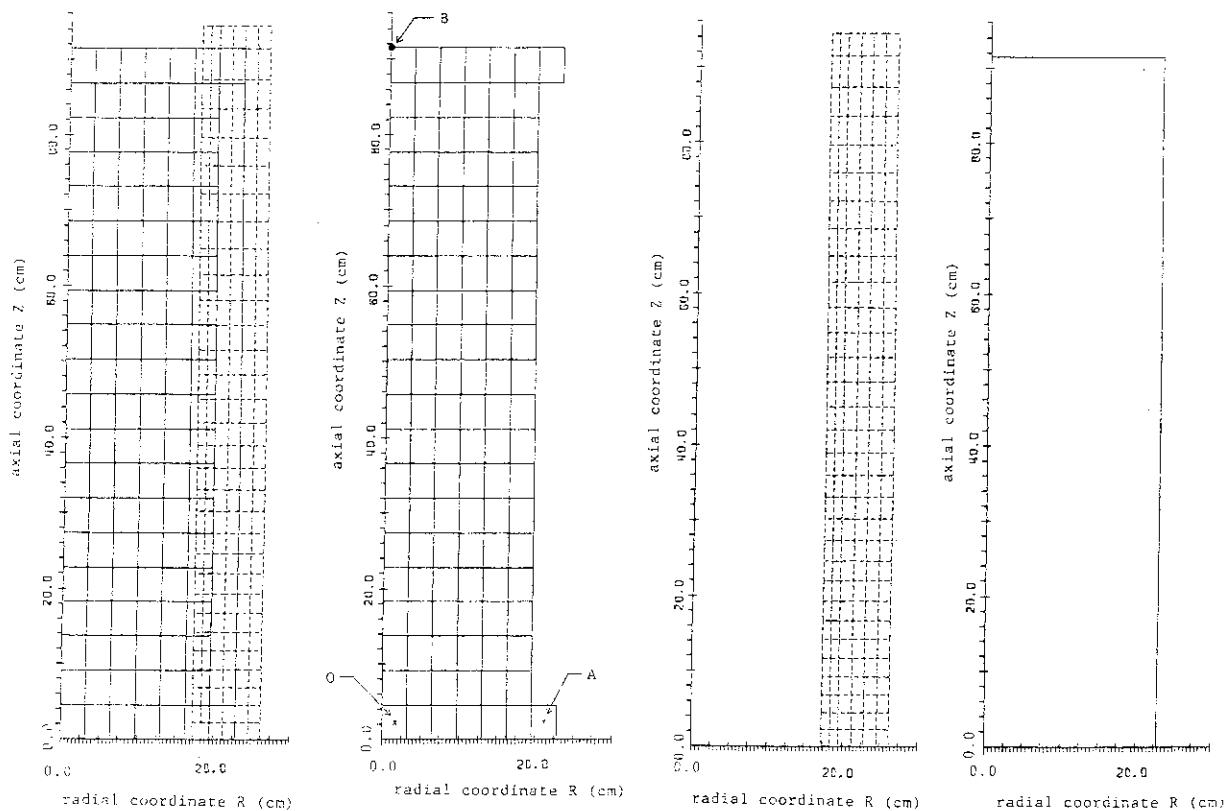


Fig. 1 (a)
Mesh subdivision (A)

Fig. 1 (b)
Mesh subdivision (B)
(Lead---Lagrangian)

Fig. 1 (c)
Mesh subdivision (C)
(Lead---Eulerian)

Fig. 1 (d)
Mesh subdivision (D)
(Clad)

③ 時間積分法

中心差分法に基づく。

④ 時間増分

PISCESでは数値安定な時間増分をクーラン条件に基づき自動制御する。

$$\Delta t \leq \frac{\Delta R}{C_l}$$

Δt ; 時間増分

ΔR ; ゾーン長

C_l ; 縦波伝播速度

ステンレス鋼の縦波伝播速度 C_l は

$$C_l = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho(1+\nu)(1-2\nu)}} = 0.495 \text{ cm}/\mu\text{sec}$$

E ; ヤング係数

ν ; ポアソン比

ρ ; 密度

であり、本解析における最小ゾーン長は上面クラッドにおいて、 $\Delta R = 2.856 \text{ cm}$ である。よって、数値安定な時間増分の上限値は $5.77 \mu\text{sec}$ となる。初期時間増分として $0.5 \mu\text{sec}$ を採用し、以後に自動設定される時間増分に対する安全係数として $\%5$ を採用する。

⑤ 質量マトリックス

ラグランジ要素とシェル要素においては節点に集中させ、オイラー要素においてはゾーンの中心に質量を集中させる。

⑥ 塑性計算法

Wilkins の手法⁽²⁾に依る。反復計算は無い。

(3) 材料データ

クラッド部分の SUS 304 ステンレス鋼の応力～歪関係は 2 直線近似、鉛円柱の応力～歪関係は修正 Robinson 式 ($\dot{\epsilon} = 100 \text{ sec}^{-1}$) による多直線近似とする。

物性値

物性	鉛	クラッド	単位
ヤング率 (E)	1,500	1.96×10^4	kg/mm^2
ポアソン比 (ν)	0.42	0.33	—
降伏応力 (σ_y)	0.3598	3.16×10^1	kg/mm^2
ひずみ硬化率 (H')	応力ひずみ関係式を参照	1.95×10^2	kg/mm
密度	1.13×10^{-9}	8.0×10^{-10}	$\text{kg} \cdot \text{sec}^2/\text{mm}^4$

鉛の応力ひずみ関係式の代表点

代表点	応力 σ (kg/mm^2)	ひずみ ϵ
①	0.3598	0.0002399
②	1.1438	0.010
③	1.5195	0.025
④	1.8837	0.050
⑤	2.3353	0.100
⑥	2.8951	0.200

(4) 解析結果および考察

(a) 変形

鉛円柱頭部中心と上部クラッド中心における沈下量の時刻歴を Fig. 2, 時刻 1, 3 msec における鉛円柱沈下量の軸方向分布を Fig. 3, 時刻 1, 2, 3, 4, 5 msec における変形図を Fig. 4 に示す。円柱頭部は時刻 3.8 msec で 3.15 cm, 上面クラッド中心は時刻 2.3 msec で 1.9 cm の最大沈下量を示す。なお, Slump は時刻 5 msec で最大 2.1 cm を示している。

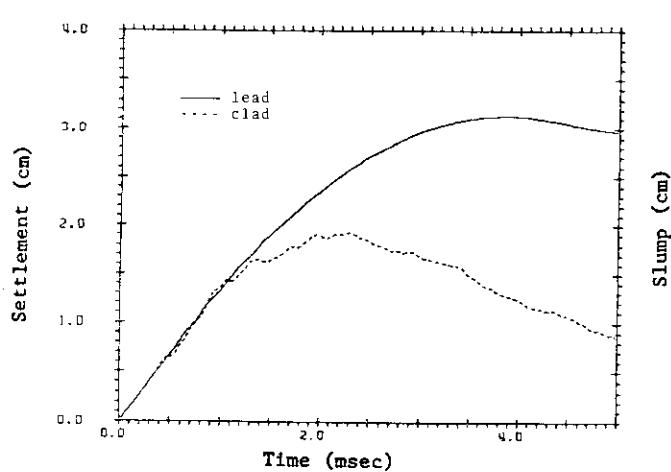


Fig. 2 (a) Time history of head settlement

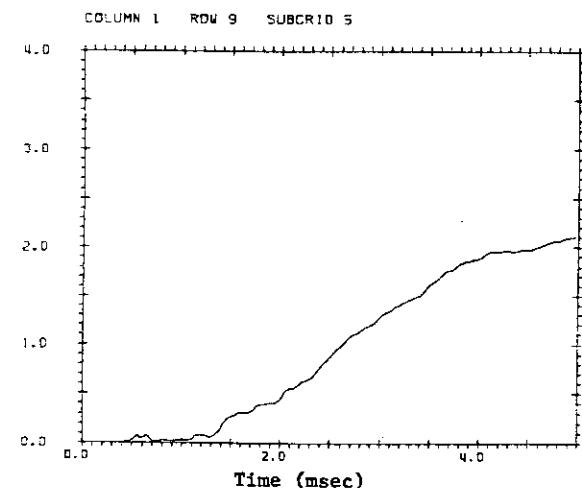
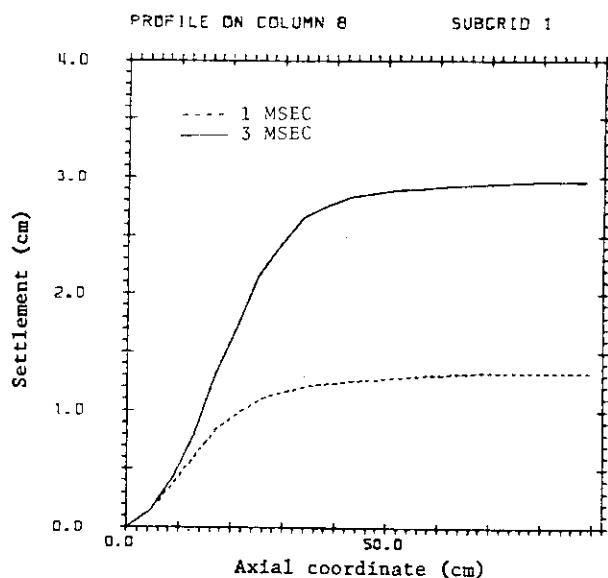


Fig. 2 (b) Time history of slump

Fig. 3 Distribution of settlement
(1 msec and 3 msec)

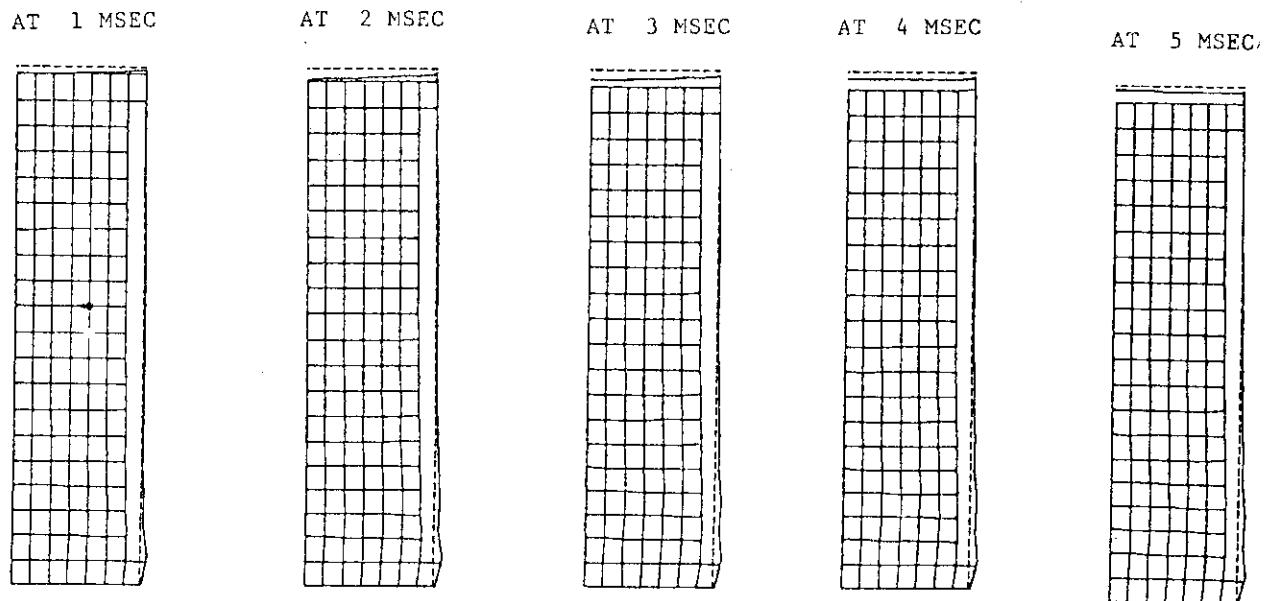


Fig. 4 Deformed profile

(b) 速度、加速度

鉛円柱頭部中心の軸方向速度および軸方向加速度を Fig. 5 と Fig. 6 に示す。衝突後 0.3 msec 附近で顕著な応答を開始し、加速度のピークは 13,500 G に達している。速度と加速度にみられる大きな振動は減衰し、速度は 3.8 msec 附近で上向きに転じている。

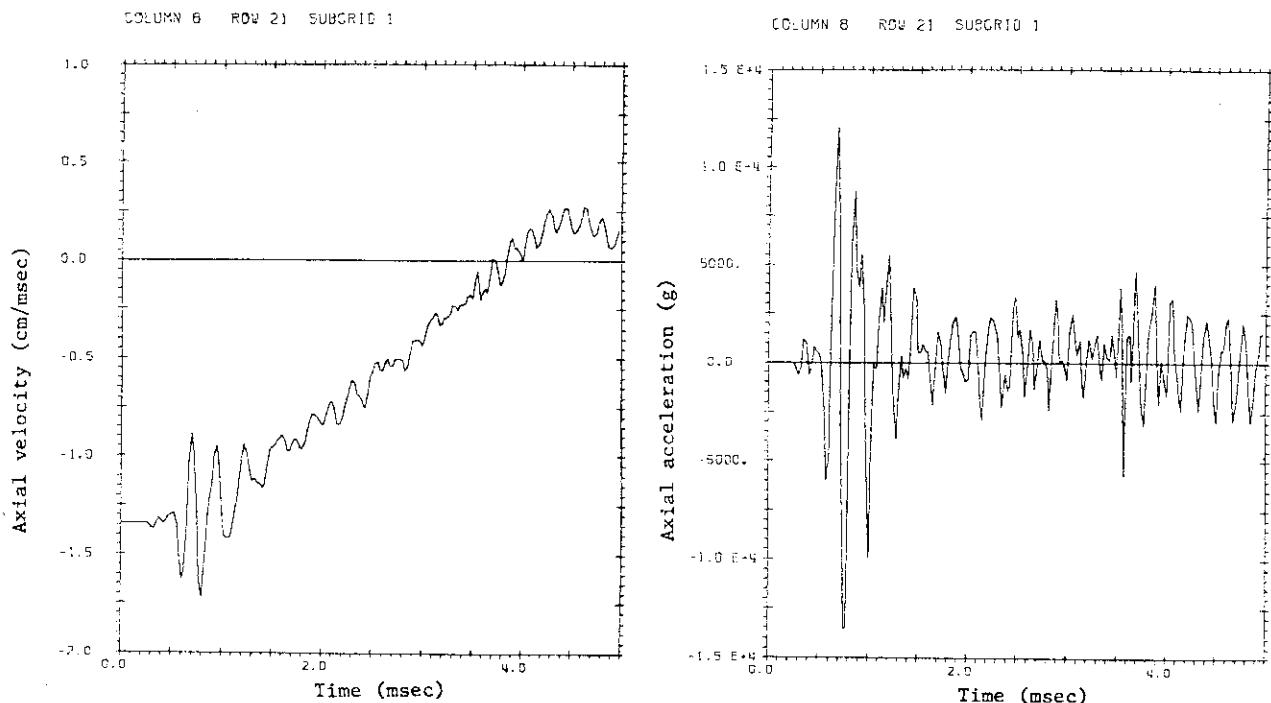


Fig. 5 Time history of axial velocity at head (B)

Fig. 6 Time history of axial acceleration at head (B)

(c) 応力, ひずみ

鉛円柱軸上での時刻 1 msec と 3 msec における軸方向応力と軸方向ひずみの軸方向分布を Fig. 7 と Fig. 8 に示す。応力から判断すると時刻 1 msec において鉛円柱の上部と中部に引張が生じているが、ひずみとの対応関係はみいだせない。一方、3 msec では全体的に圧縮状態となっており、応力とひずみの分布は対応している。次に鉛円柱底部のO点とA点における軸方向応力および軸方向ひずみの時刻歴を Fig. 9 と Fig. 11 にそれぞれ示す。また、鉛円柱底部における軸方向応力の半径方向分布を Fig. 10 に示す。O点では衝突直後に大きな圧縮があり、それに続いて時刻 0.2 msec で大きな引張が生じているが、ひずみの分布から全体的傾向は圧縮状態である。O点における応力とひずみの関係を Fig. 12 に示す。O点における塑性ひずみは 0.033 である。クラッドの軸方向応力、周方向応力の軸方向分布を Fig. 15 と Fig. 16 に、クラッドの軸方向ひずみ、周方向ひずみの軸方向分布を Fig. 17 と Fig. 18 に示す。クラッドの底部における圧縮の傾向がみられる。

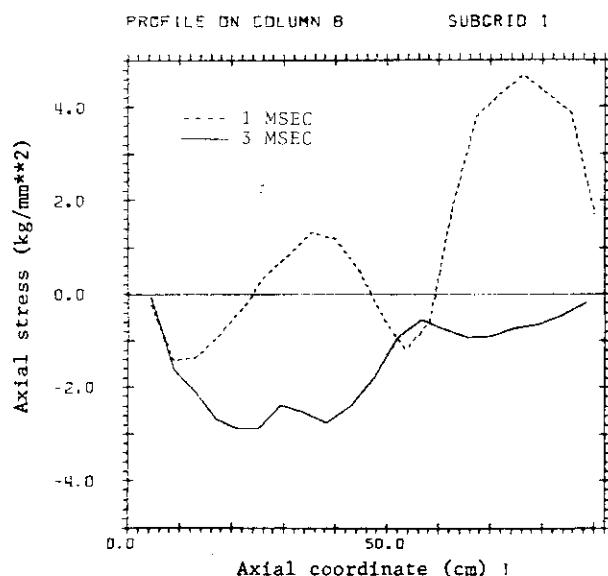


Fig. 7 Distribution of axial stress
(1 msec and 3 msec)

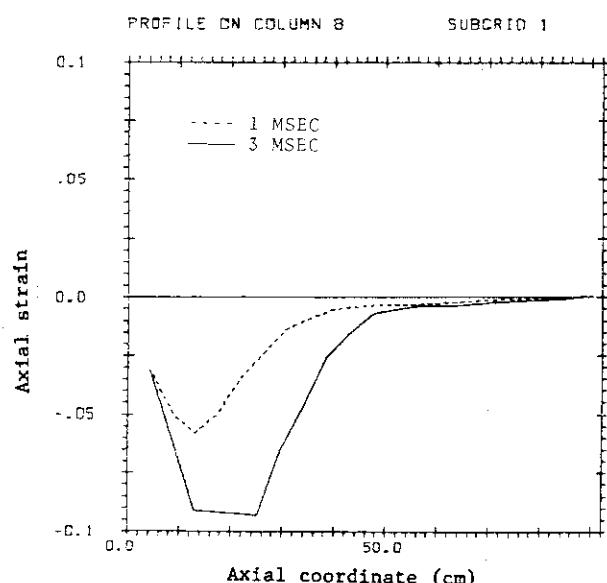


Fig. 8 Distribution of axial strain
(1 msec and 3 msec)

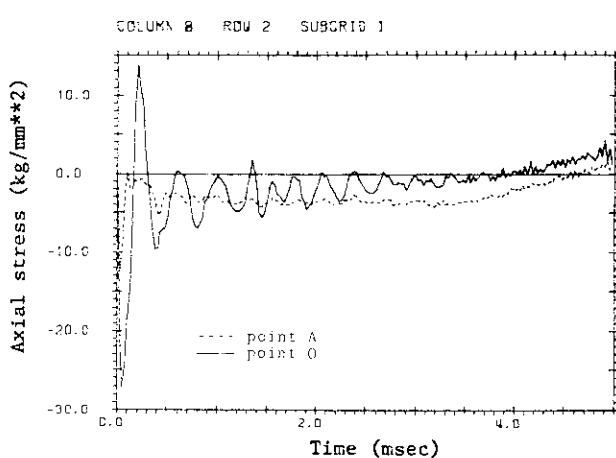


Fig. 9 Time history of axial stress
at bottom (O and A)

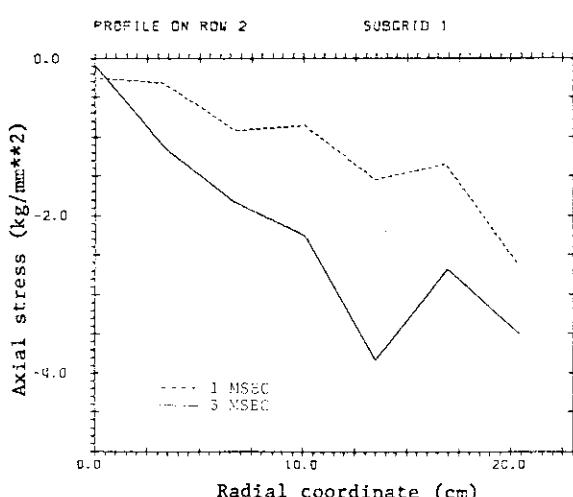


Fig. 10 Distribution of axial stress on the
bottom surface (1 msec and 3 msec)

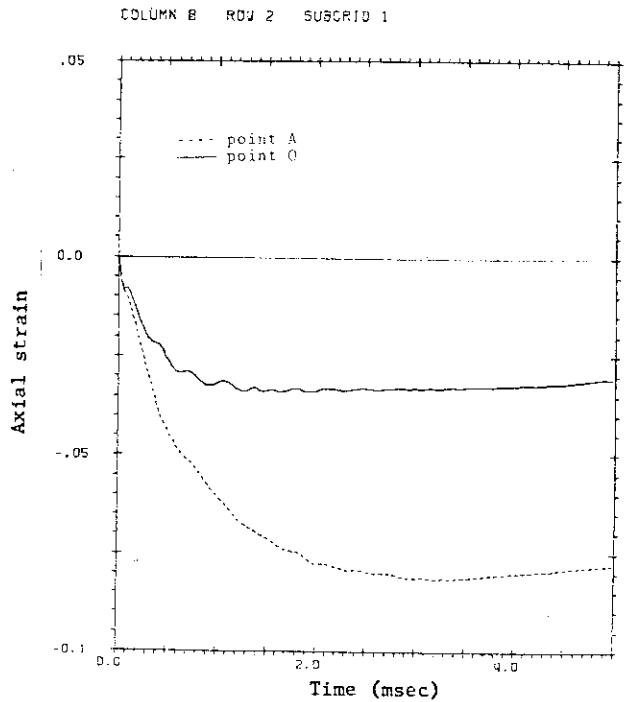


Fig.11 Time history of axial strain
at bottom (O and A)

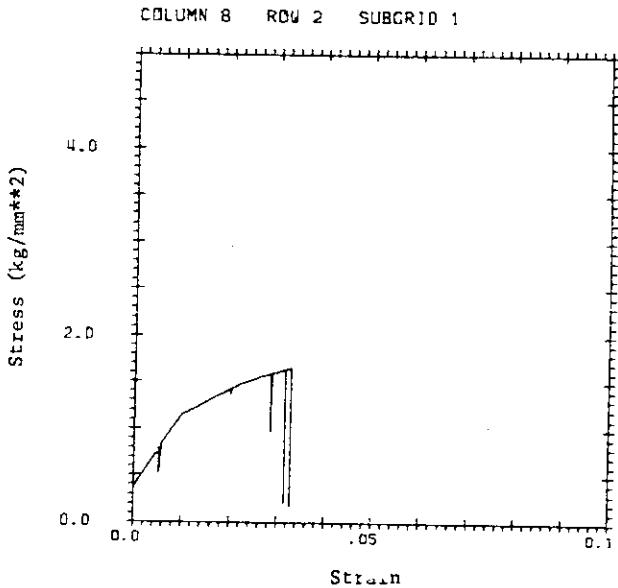


Fig.12 Stress-strain relation (O)

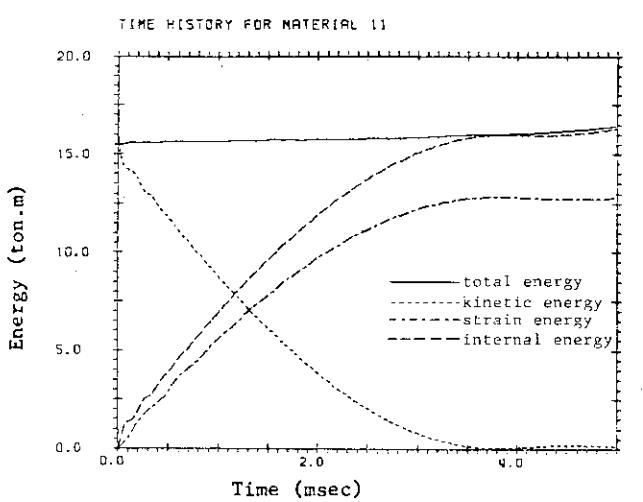


Fig.13 Time history of energy

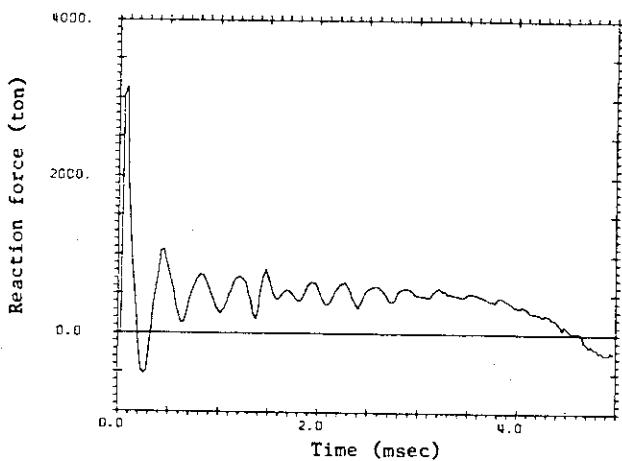


Fig.14 Time history of reaction force

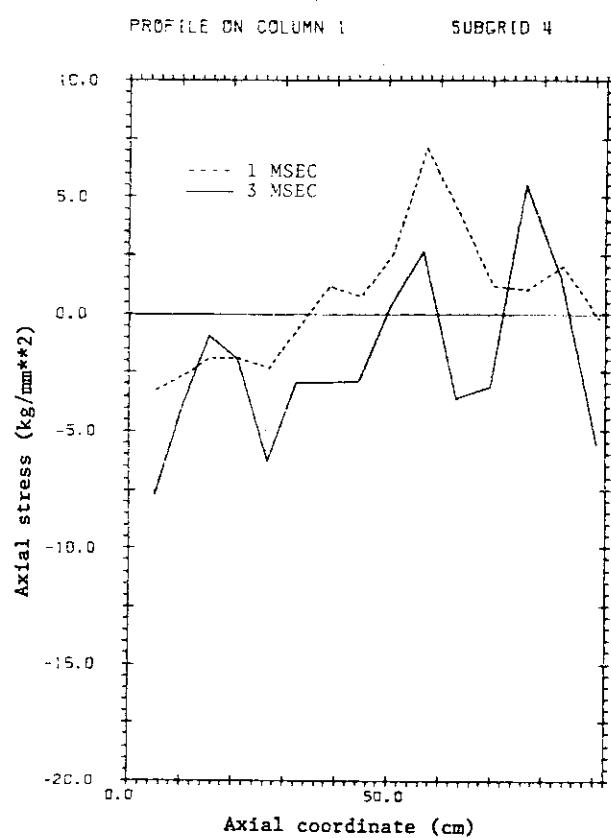


Fig. 15 Distribution of axial stress in clad (1 msec and 3 msec)

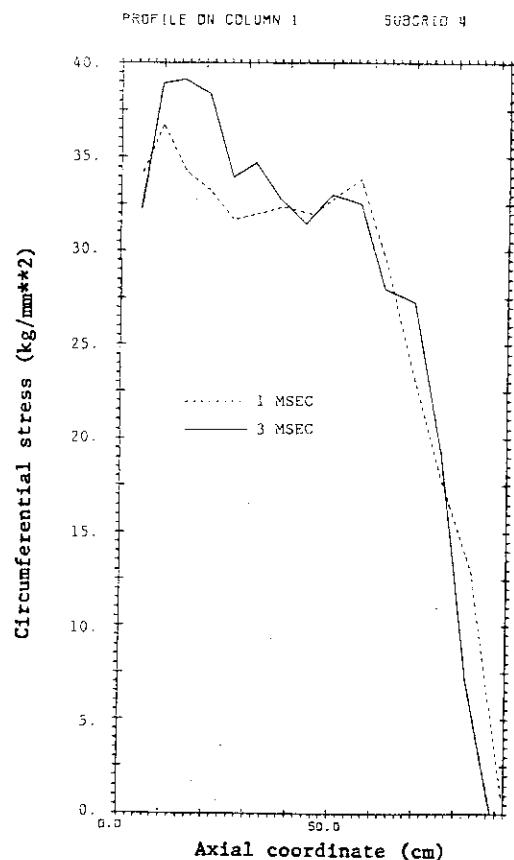


Fig. 16 Distribution of circumferential stress in clad (1 msec and 3 msec)

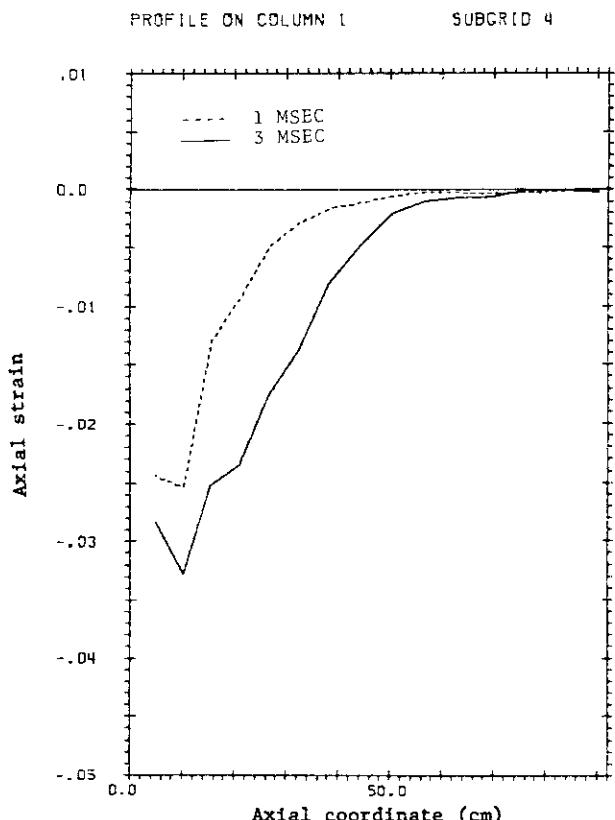


Fig. 17 Distribution of axial strain in clad (1 msec and 3 msec)

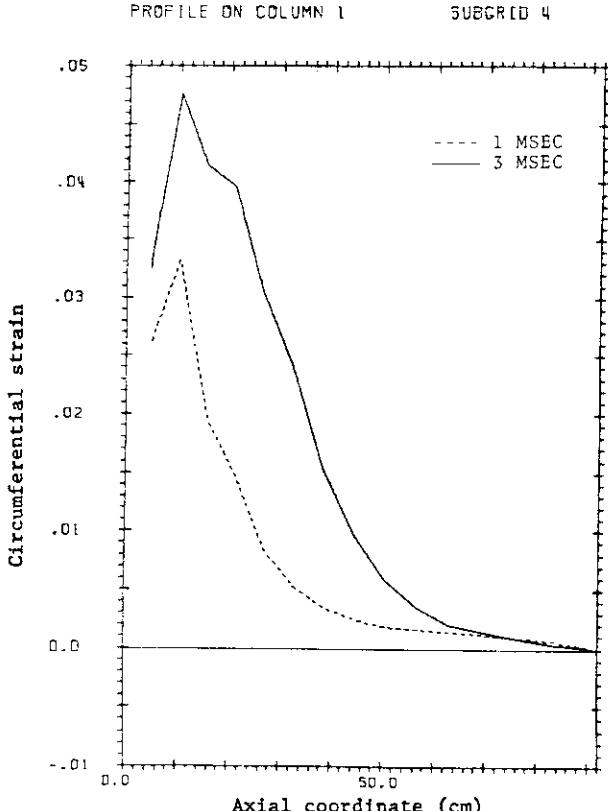


Fig. 18 Distribution of circumferential strain in clad (1 msec and 3 msec)

(d) 反 力

底部における反力を Fig. 14 に示す。衝突直後、3,150 ton の反力が生じている。

(e) 塑性域の進展過程

鉛円柱と側面クラッドにおける塑性域の進展過程を Fig. 19 に示す。Fig. 19 に示されているのは各時刻における塑性域であり、鉛円柱の頭部と底部において除荷が進展しており、本解析においては鉛円柱底面の剛体床からのリバウンドを拘束しているため、5 msec において再び塑性域が拡がっている。

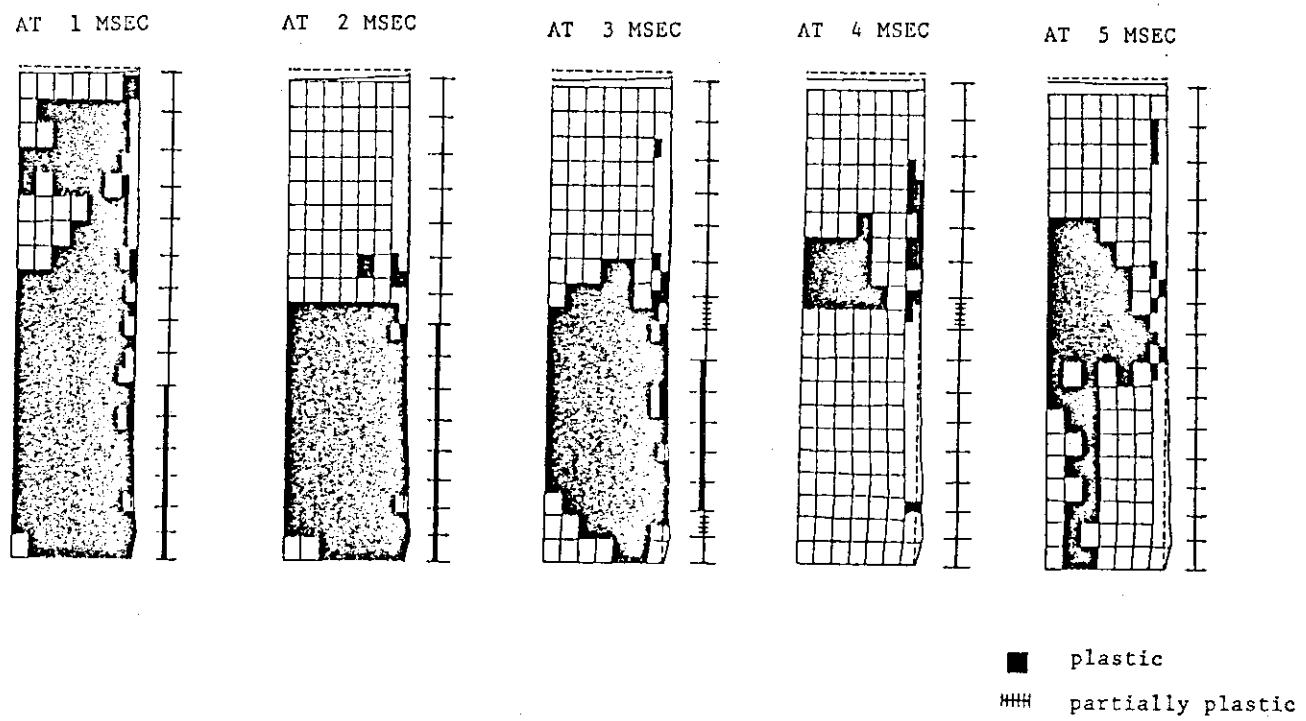


Fig.19 Development of plastic region in cylinder and clad
(1, 2, 3, 4, 5 msec)

(f) 時間増分

時間増分の時刻歴を Fig. 20 に示す。初期時間増分として $0.5 \mu\text{sec}$ を指定し 5 msec までの解析で総時間増分数 1,340、最大時間増分数 $3.7742 \mu\text{sec}$ 、平均時間増分 $3.7313 \mu\text{sec}$ である。

(g) エネルギー

全エネルギー、運動エネルギー、ひずみエネルギーおよび内部エネルギーの時刻歴を Fig. 13 に示す。全エネルギーは衝突直後の 1 ステップで 3 % 減少、その後増加して 5 msec の時点で初期値に対して 3.3 % の増加である。

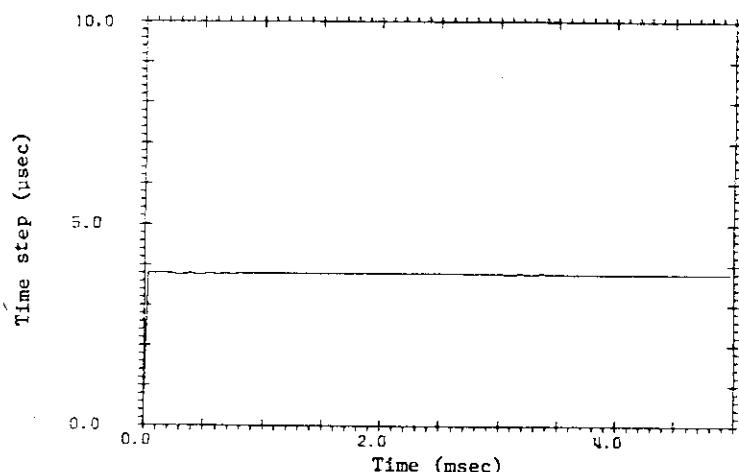


Fig.20 Time history of time increment

参考文献

- 1) Steven L. Hancock, "Finite Difference Equations for PISCES 2DELK," Physics International Company Report TCAM 76-2 (1976).
- 2) M. Wilkins, "Calculation of Elastic-Plastic Flow," Lawrence Radiation Laboratory Report UCRL-7322, Rev. 1, Livermore, California.

3.4.3 PISCES (B)

(1) 概 説

(a) 解析者および使用プログラム

所 属 機 間	解 析 者	使 用 プ ロ グ ラ ム
三 重 重 工 業	浅 田 和 雄	PISCES 2DELK
三 重 総 合 研 究 所	清 水 史 也	

使用プログラム PISCES 2DELK

(b) 解析概要

有限差分法に基づいて定式化された非線型大変形衝撃解析コードを用いた。

(c) 使用要素

4節点ラグランジェ要素

2節点シェル要素（厚さ方向：5層）

このうちシェル要素は、1) キルヒホッフの仮定、2) 密度一定の仮定の下に定式化されている。

(d) 使用計算機および計算時間

C R A Y - 1 (64ビット単精度)

約40秒 (1,000ステップ) 4ケース

(2) 問題概要および解析条件

(a) 問題概要

両端面を含む全表面を厚さ 0.635 cm のステンレス製クラッドで覆われた直径 45.7 cm、長さ 91.4 cm の鉛円柱を 9.14 m

の高さから剛体床に落下させた時の軸対称応答を解析する。

初期条件としては、全系に

$$v_0 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = 13.4 \text{ m/s}$$

を与える。

(b) 解析条件

① 境界条件

i) 境界面A 垂直変位、拘束 ($v_x = 0$)

水平変位、自由

ii) 接触面B 完全固定 (節点を共有)

iii) 接触面C スライド

iv) 接触面D スライド

PISCESでの接触・非接触問題は、スライディング

・インターフェースのアルゴリズムによる。⁽¹⁾現時点では、

摩擦係数は、0として扱われる。側面クラッドと上下面クラッドとは、ピン結合とした。

なお、境界条件の違いが及ぼす影響を見るため、この他に3ケースの解析を実行した。

② 要素数、節点数

Fig. 1にメッシュ分割を示す。要素数、節点数は、下表に示す。

部 分	分割節点数	要 素 数
上面クラッド	1×6	5
側面クラッド	1×20	19
底面クラッド	1×6	5
鉛 円 柱	6×24	115

総自由度は、313であった。

③ 時間積分法

中心差分法に基づく。

④ 時間増分

クーラン条件より決まる値に、安全率を掛けて Δt とする。但し、計算の開始時は $\Delta t = 0.6 \mu\text{s}$ に設定した。 Δt の時刻歴を Fig. 20に示す。

⑤ 質量マトリックス

ラグランジエ要素では、要素を四分割して対称性の考慮下に、質量を計算し、対応する節点に振り分ける。こうして計算された質量を使って各節点ごとに運動方程式がたてられる。

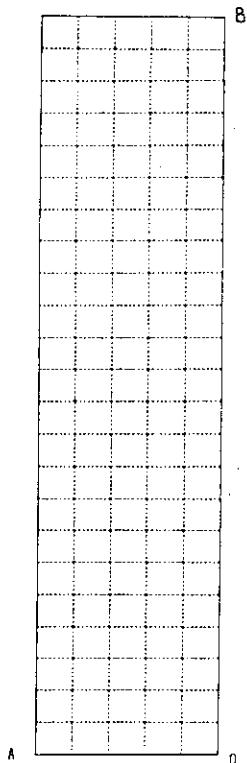


Fig. 1 Mesh subdivision

(6) 塑性計算法

各ステップでの反復計算はしない。

(3) 材料データ

(a) クラッド

シェル部には、SUS 304 の物性値として次の二直線近似を使った。

$$E = 1.96 \times 10^4 \text{ kg/mm}^2$$

$$\nu = 0.33$$

$$\sigma_y = 3.16 \times 10^1 \text{ kg/mm}^2$$

$$H' = 1.95 \times 10^2 \text{ kg/mm}^2$$

$$\rho = 8.0 \times 10^{-10} \text{ kg} \cdot \text{sec}^2/\text{mm}^4$$

硬化則は、メカニカル・サブレーヤー・モデルを用いた。

(b) 鉛

修正 Robinson 式 ($\dot{\epsilon} = 100$) による多直線近似を使った。

$$\nu = 0.42$$

$$\rho = 1.13 \times 10^{-9} \text{ kg} \cdot \text{sec}^2/\text{mm}^4$$

応力・ひずみ関係は次表によった

	応力 (kg / mm ²)	ひずみ
①	0.3598	0.0002399
②	1.1438	0.010
③	1.5195	0.025
④	1.8837	0.050
⑤	2.3353	0.100
⑥	2.8951	0.200

(4) 解析結果および考察

結果を Fig. 2 ~ Fig. 20 に示す。

(a) エネルギーの挙動

Fig. 13 に、全エネルギー、内部エネルギー、歪エネルギーおよび運動エネルギーの時刻歴を示す。全系の全エネルギーについては、5 ms 時で、初期値の約 12.5 % の増加が見られた。

変形形状は、Fig. 4 にある様に、3 ms 時点で、ほぼ最終形状に近いものとなる。

(c) 各種変数の挙動

Fig. 2(a) に対称軸上の最上部の節点の変形量の時刻歴を示す。この解析では、クラッドと鉛との再接触はおこらず、上面クラッドの剛性で上向き速度を獲得する (1.2 ms)。

Fig. 2(b) より最終スランプ値は、約 2.35 cm となる。

Fig. 5 は、B 点の軸方向速度時刻歴である。鉛の軸方向の弾性波伝播以前（衝突直後）にごく小さな振動が見られる。また、弾性波伝播直後には、初速度よりも大きな速度を三たび獲得する。Fig. 6 は、Fig. 5 に対応する加速度であり、高調波成分が見られる。

Fig. 9 は、軸方向応力の底面での分布である。解析に使用したメッシュ分割では、半径方向の分布を見るのは、不十分と考えられる。

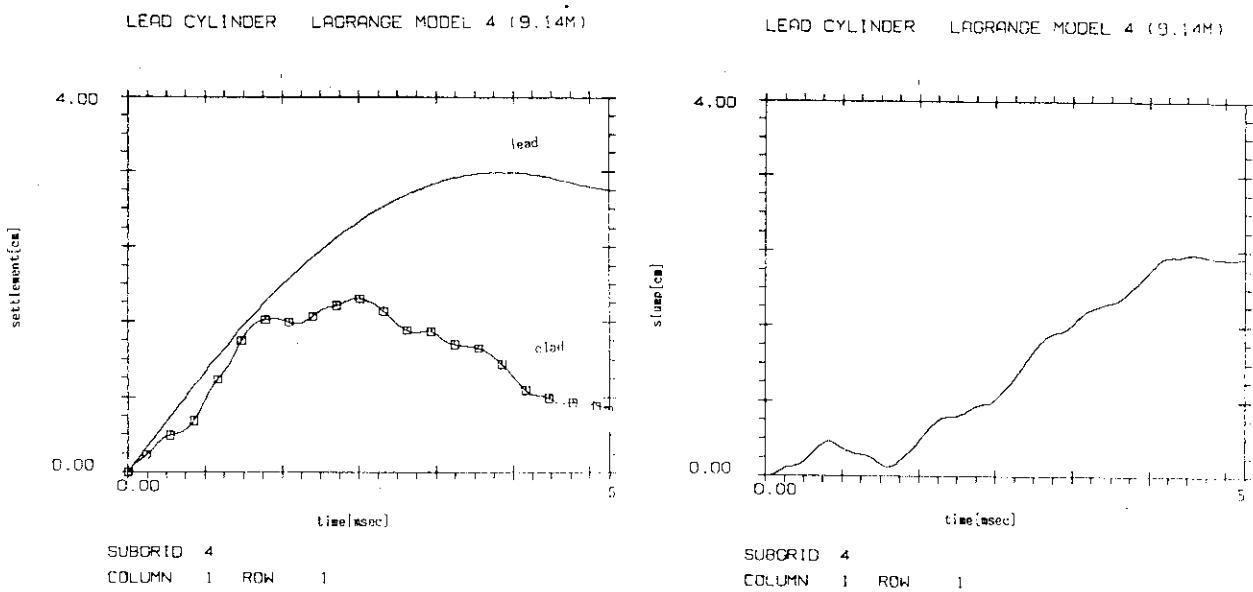


Fig. 2(a) Time history of head settlement

Fig. 2(b) Time history of slump

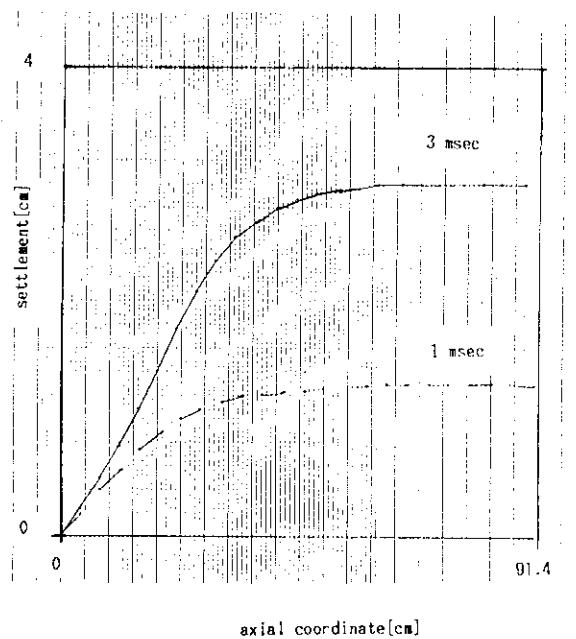


Fig. 3 Distribution of settlement
(1 msec and 3 msec)

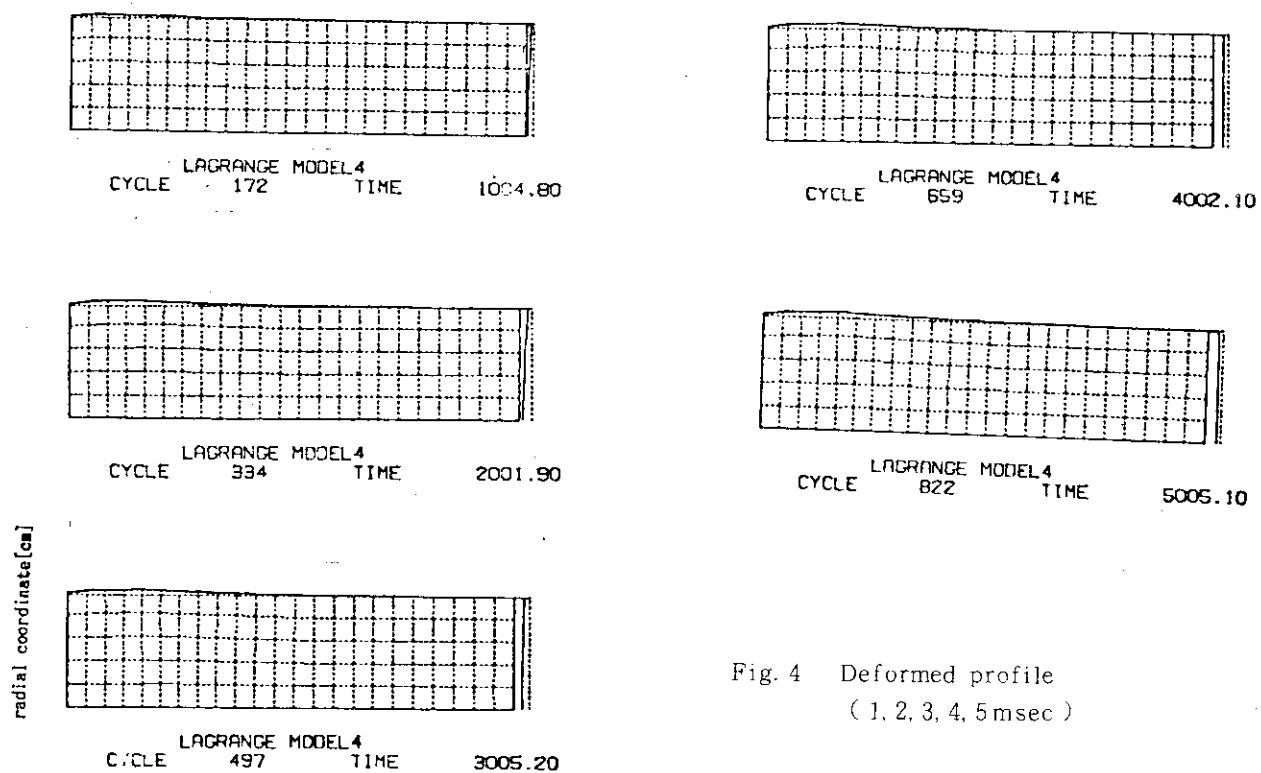


Fig. 4 Deformed profile
(1, 2, 3, 4, 5 msec)

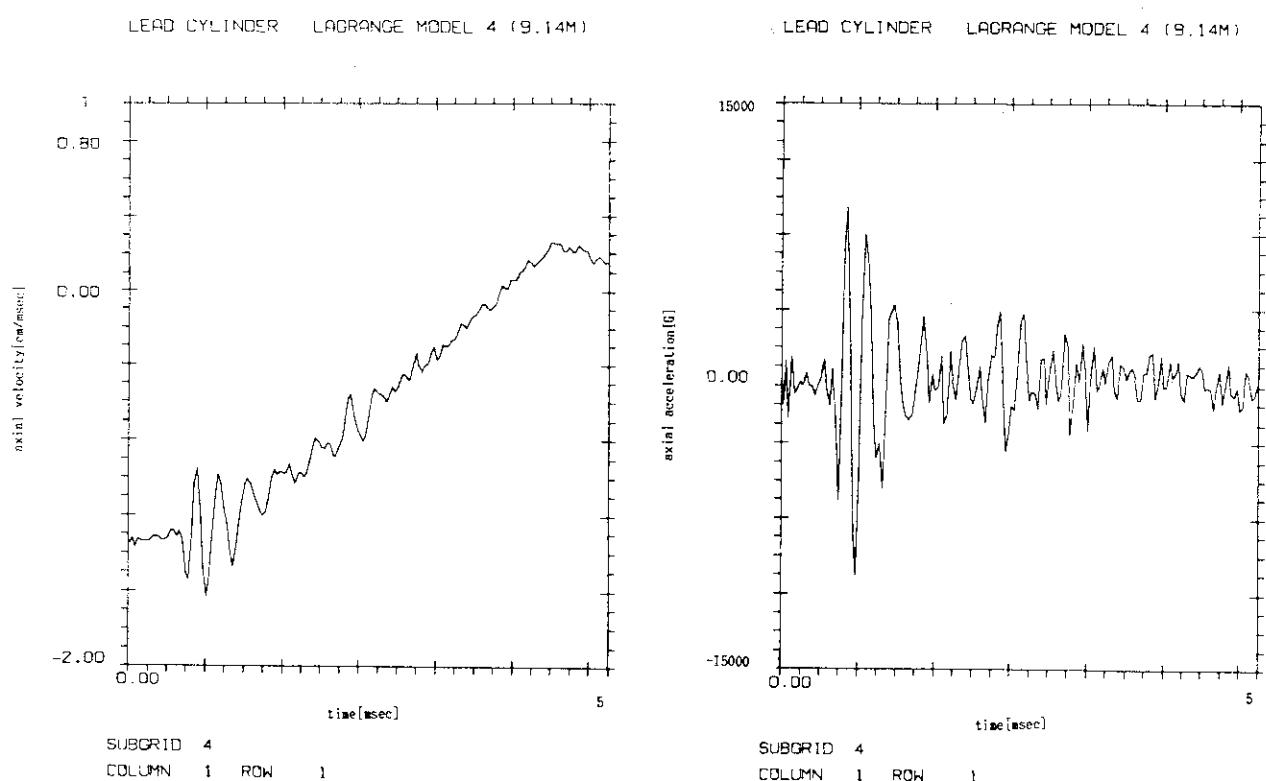


Fig. 5 Time history of axial velocity
at head (B)

Fig. 6 Time history of axial acceleration
at head (B)

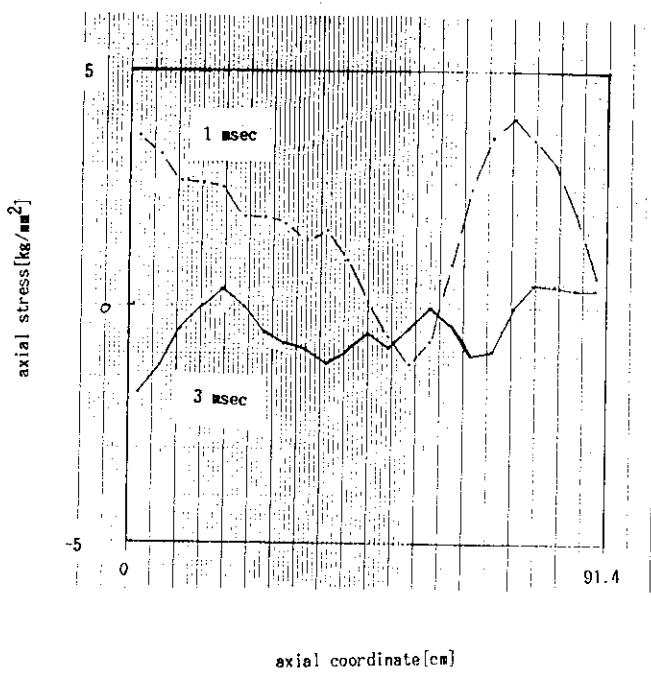


Fig. 7 Distribution of axial stress
(1 msec and 3 msec)

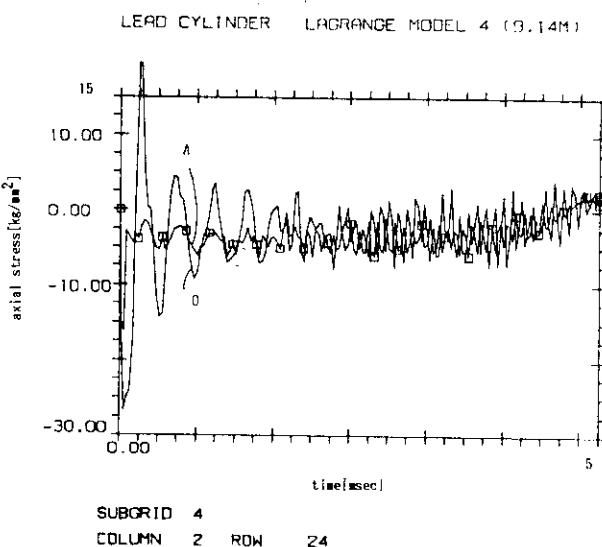


Fig. 8 (a) Time history of axial stress
at bottom (O and A)

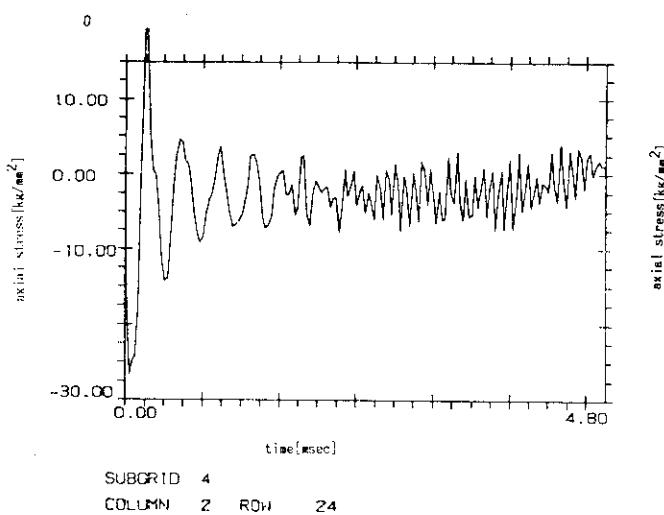


Fig. 8 (b) Time history of axial stress
at bottom (O and A)

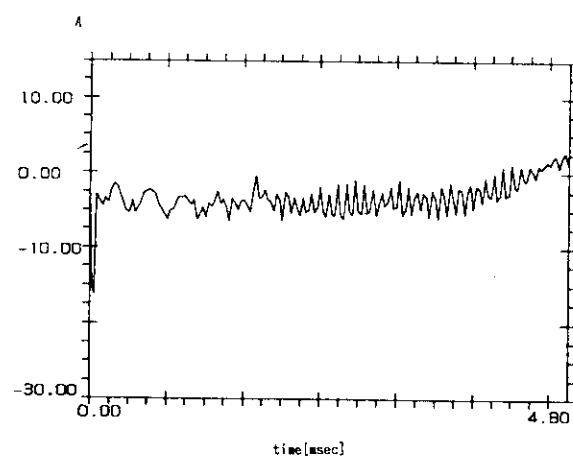


Fig. 8 (c) Time history of axial stress
at bottom (O and A)

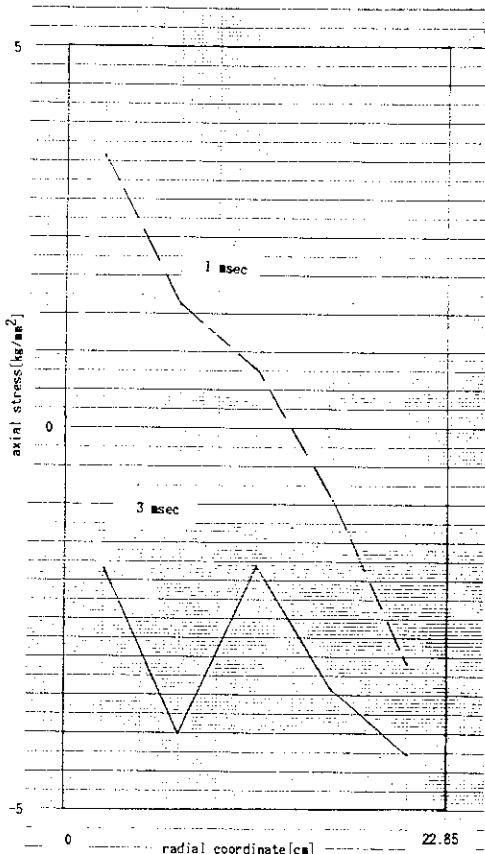


Fig. 9 Distribution of axial stress
on the bottom
(1 msec and 3 msec)

LEAD CYLINDER LAGRANGE MODEL 4 (9.14M)

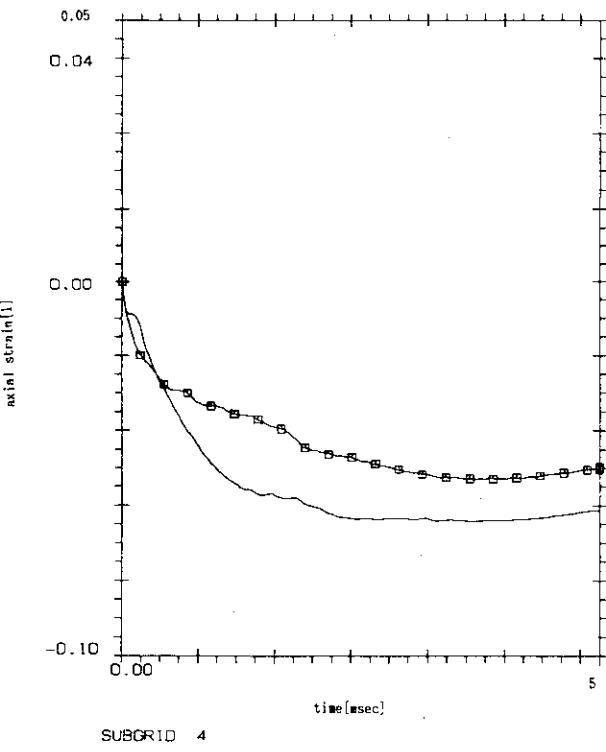


Fig. 10 Time history of axial strain
at bottom (O and A)

Fig.11は、O点での歪一応力関係の履歴であり、入力した関係が再現されている。

Fig.17は、鉛と側面クラッドの塑性化域の履歴を示す。4 msで除荷した部分が5 msで再び塑性化しているのは、4 ms付近で始まるリバウンドを境界条件により抑制している為に、衝突面方向に引張る力が作用することによる。

最後に参考図として、A点とO点における軸方向ひずみ速度時刻歴を示す。衝突直後に約-300 s⁻¹のピークを持つが、0.4 ms以降は絶対値は50 s⁻¹以下である。

(d) 種々のモデル化の比較

境界条件が解析結果に与える影響を見る為に、本計算の他に三ケースにつき解析した。このうち、モデル2が実際の現象を忠実に反映しているものと考えられる（リバウンド考慮）。モデル1では、リバウンドを考慮しないが、底面クラッドと鉛の接触を考慮している点が、本計算と異なる。モデル3は、昨年度の解析と同一条件（鉛とクラッドは完全固着）とし、接触条件の効果を調べた。境界条件を一覧表にした。

(i) 境界面A（底面クラッドの剛体床接触面）

	垂直変位	水平変位
モデル1	拘束 ($V_x = 0$)	自由
モデル2	リバウンド*	自由
モデル3	リバウンド	自由
本計算	拘束 ($V_x = 0$)	自由

* ($V_x \geq 0$)

LEAD CYLINDER LAGRANGE MODEL 4 (9.14M)

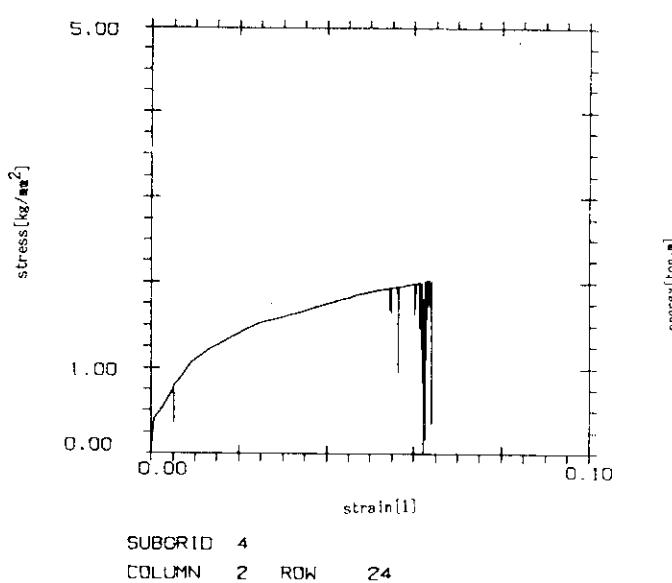


Fig.11 Stress-strain relation (O)

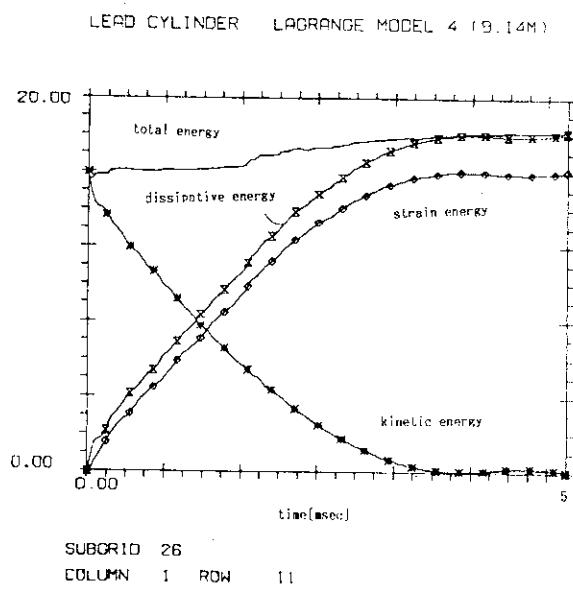


Fig.12 Time history of energy

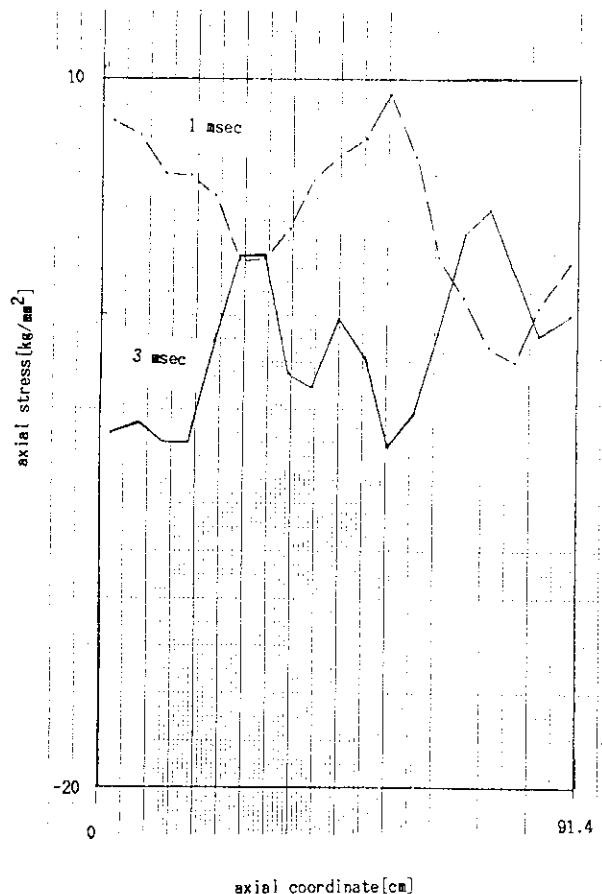


Fig.13 Distribution of axial stress in clad (1 msec and 3 msec)

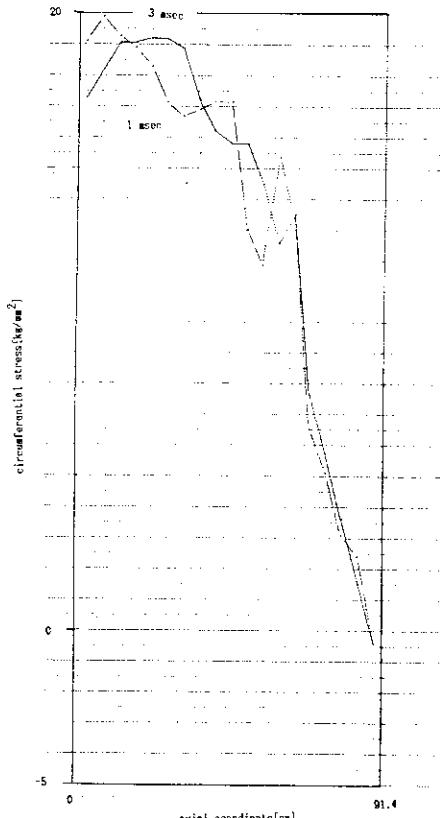


Fig.14 Distribution of circumferential stress in clad (1 msec and 3 msec)

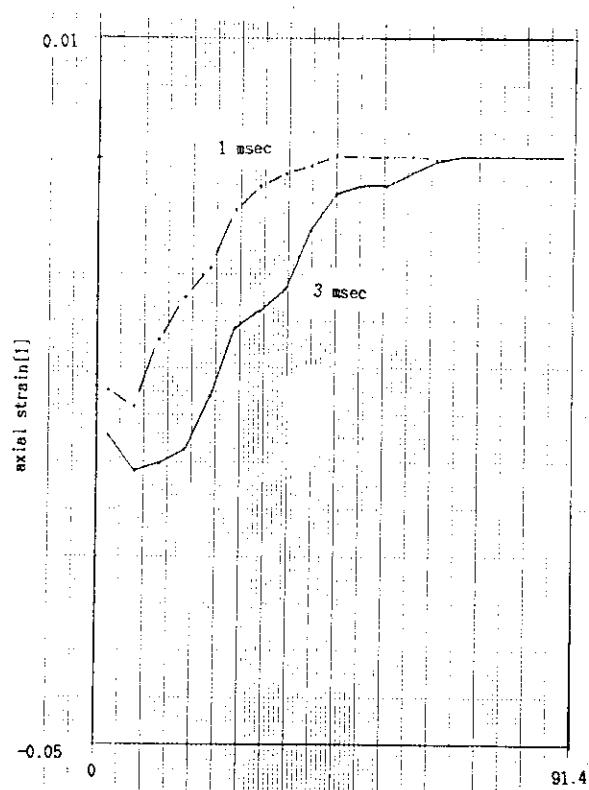


Fig.15 Distribution of axial strain in clad (1 msec and 3 msec)

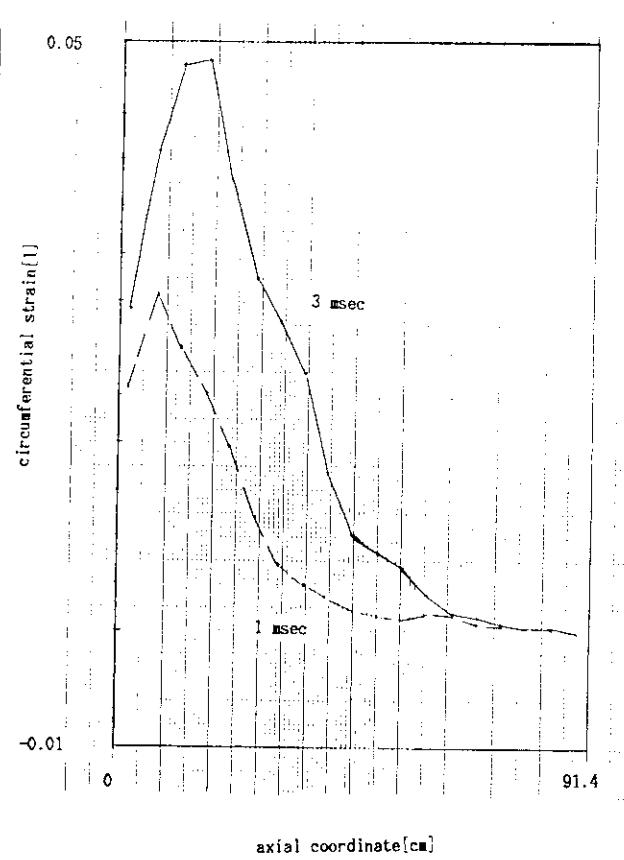


Fig.16 Distribution of circumferential strain in clad (1 msec and 3 msec)

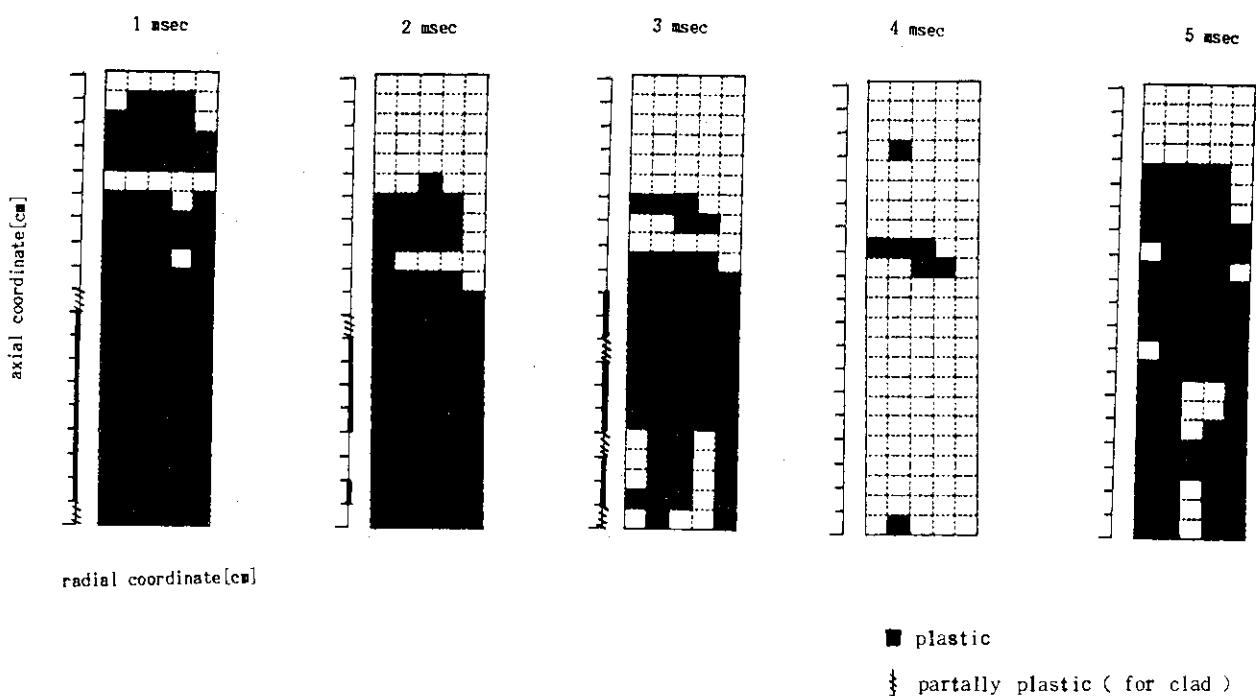


Fig.17 Development of plastic region in cylinder and clad (1, 2, 3, 4, 5 msec)

LEAD CYLINDER LAGRANGE MODEL 4 (9.14M)

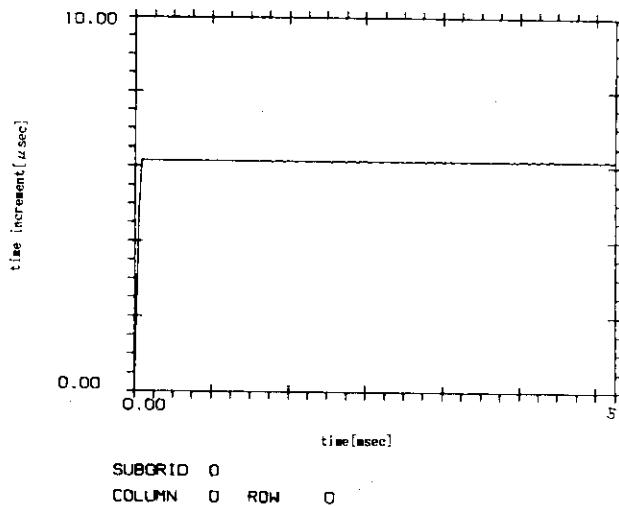


Fig.18 Time variation of time increment

LEAD CYLINDER LAGRANGE MODEL 3 (9.14M)

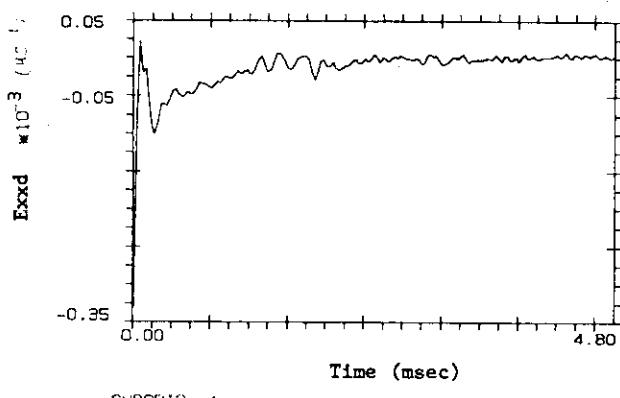


Fig.19(a) Strain rate (O point)

LEAD CYLINDER LAGRANGE MODEL 3 (9.14M)

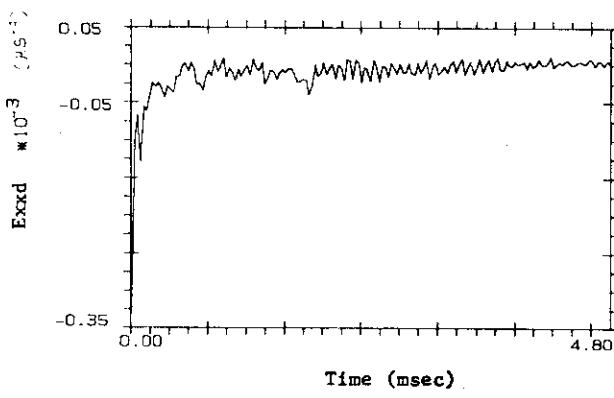


Fig.19(b) Strain rate (A point)

(ii) 接触面B（円柱底面と底面クラッドの接触面）

モデル1 スライディング・インターフェース

モデル2 スライディング・インターフェース

モデル3 完全固着（節点を共有）

本 計 算 完全固着（節点を共有）

(iii) 接触面C（円柱上面と上面クラッドの接触面）

モデル1 スライディング・インターフェース

モデル2 スライディング・インターフェース

モデル3 完全固着（節点を共有）

本計算 スライディング・インターフェース

(iv) 接触面D (円柱側面と側面クラッド)

モデル1 スライディング・インターフェース

モデル2 スライディング・インターフェース

モデル3 完全固着(節点を共有)

本計算 スライディング・インターフェース

解析結果については、Table 1にスランプ値と鉛の縮みの一覧表として比較してみた。本計算、モデル1、モデル2の間の違いは、スランプ値で3mm以下であった。また、変形、速度ベクトルの履歴、種々の変数の挙動等には、顕著な差は認められなかった。

Table 1 Calculation results

(単位: cm)

時刻	スランプ値		鉛の縮み	
	$R = 0$	$R = R_0$	$R = 0$	$R = R_0$
モデル1				
3 msec	1.57	2.08	2.99	2.97
4 msec	2.25	2.26	3.18	3.16
5 msec	2.36	2.14	3.03	3.03
6 msec	2.49	2.15	3.07	3.06
モデル2				
3 msec	1.64	2.15	3.00	2.98
4 msec	2.32	2.37	3.19	3.18
5 msec	2.59	2.31	3.05	3.08
5.5 msec	2.67	2.37	3.09	3.11
モデル3				
2 msec			2.15	1.97
3 msec			2.43	2.23
4 msec			2.27	2.11
5 msec			2.31	2.11
6 msec			2.35	2.15
本計算				
3 msec	1.52	2.07	3.00	2.98
4 msec	2.17	2.24	3.19	3.17
5 msec	2.33	2.10	3.00	2.99
6 msec	2.37	2.07	3.00	2.99

 $R = 0$: 対称軸上 $R = R_0$: 側面クラッド上

モデル3については、クラッドと鉛をすべて完全固着とするため、変形が抑制される。結果は、予想通り他のケースより鉛の縮みで1cm程度小さな値を示した。また、他のケースとの大きな差として種々の変数に高調波成分が出現しなかった点が指摘できる。例として、B点の頭部軸方向加速度の時刻歴と、その周波数スペクトルについて調べてみた(Fig.20参照)。

弾性波伝播速度を $\sqrt{E/\rho}$ として、クラッドと鉛について代表長(半径と対称軸方向長さ)より代表周波数を求めると、

クラッド	弾性波伝播速度	5.0 km/sec
	対称軸方向周波数	5.47 KHz
	半径方向周波数	10.94 KHz
鉛	弾性波伝播速度	1.3 km/sec
	対称軸方向周波数	1.42 KHz
	半径方向周波数	2.84 KHz

となる。これから、本計算およびモデル1には現われ、モデル3のスペクトル図にはない10KHz前後の高周波成分は、クラッドの半径方向に反復する弾性波に対応する。これは、モデル3では、クラッドが境界条件(鉛と完全固着)により拘束されるためと考えられる。また、全ケースに現われる、3 KHz程度の大きなピークは、鉛の半径方向に伝播する弾性波に対応するものと考えられる。

(5) まとめ

本年度は、PISCESコードにより、クラッドと鉛の間の剥離を考慮した解析を実施した。結果のスランプ値は2.37cm、鉛の縮みは、3.0 cmであった。実験結果のスランプ値は⁽²⁾2.79cmと、両者の中間の値となっている。

また、境界条件の違いによる結果の相違につき調べた。剥離を考慮する解析では、全エネルギーの増加等、数値的不安定現象が生じたが、結果はもっともなものと思われる。

参考文献

- 1) M.L. Wilkins, "Calculation of Elastic-Plastic Flow", UCRL-7322, Physics, UC-34, TID-4500
- 2) ベンチマーク問題の設定(クラッドあり), CASK-A-66

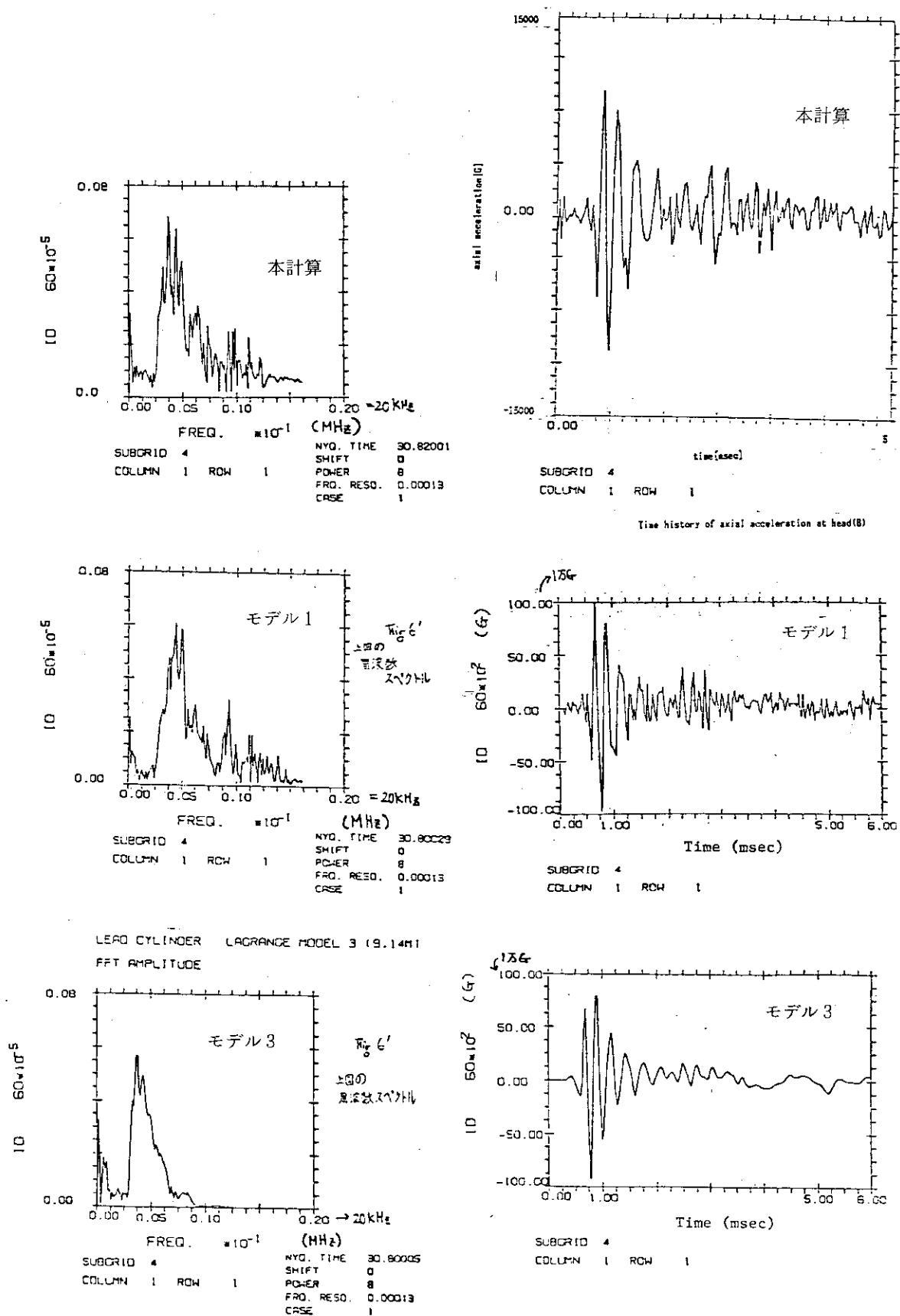


Fig.20 Acceleration time history and response spectrum (B point)
(参考図)

3.4.4 ABAQUS

(1) 概 説

(a) 解析者および使用プログラム

所 属 機 閣	解 析 者	使 用 プ ロ グ ラ ム
日本シーディーシー㈱	松 元 正 敏 久 保 宏 昭	A B A Q U S - V 4

(b) 解析概要

ABAQUSは、米国のHibbitt, Karlson and Sorensen, Inc.において開発された有限要素法による汎用構造解析プログラムである。

特に、非線形解析を安定した形で行なうため、荷重増分、時間増分の自動決定のような解析過程での精度制御に努力が払われており、材料非線形、幾何学的非線形および境界非線形問題を効率よく解析することができる。

本解析は、時間増分の自動決定機能を使用して動的非線形（有限ひずみ・弾塑性・接触）解析を行なったものである。

(c) 使用要素

- 4 節点軸対称ソリッド要素 (C A × 4)
自由度 Ur, Uz 積分点数 4
- 2 節点軸対称シェル要素 (S A × 1)
自由度 Ur, Uz, ϕ 積分点数 1
- ギャップ要素 (G A P)

方向は、2 節点の座標またはベクトル \vec{n} の方向余弦によって定義される。2 節点間の相対変位は、 $(u_1 - u_2) \cdot \vec{n}$ で与えられる。

(d) 使用計算機および計算時間

使 用 計 算 機	計 算 時 間
C D C C Y B E R 1 7 6	771.30 sec

(2) 問題概要および解析条件

(a) 問題概要

両端面を含む全表面を厚さ 0.635 cm のステンレス製クラッドで覆われた直径 45.7 cm、長さ 91.4 cm の鉛円柱を 9.14 m の高さから剛体床に垂直落下させた時の応答を解析する。

初期条件としては、衝突直前の速度 $V = \sqrt{2gh} \approx 13.38 \text{ m/sec}$ を鉛円柱下端面およびクラッド底面以外の節点に初速度として与える。

(b) 解析条件

① 境界条件

i) 境界面A（底面クラッドの剛体床接触面）

水平方向変位 U_r は自由であり摩擦は0とする。また鉛直方向変位 U_z は、解析時間内において離れないことを前提として固定とする。

ii) 境界面B（円柱底面と底面クラッドの接触面）

鉛円柱底面と底面クラッドは、解析時間内には、離れないことを前提とし、鉛直方向変位、水平方向変位は固定する。

iii) 境界面C（円柱上面と上面クラッドの接触面）

鉛円柱上面と上面クラッドの間は、接触を考慮する。ただし接触時の摩擦係数は0とする。

iv) 境界面D（円柱側面と側面クラッドの接触面）

鉛円柱側面と側面クラッドの間は接触を考慮する。また摩擦係数は、 $\mu = 0.14$ を用いる。

v) 境界面E（対称境界）

対称境界として、鉛円柱部分の半径座標、 $R = 0$ の節点の半径方向変位 U_r を固定する。またクラッド部分の半径座標 $R = 0$ の節点の半径方向変位 U_r 、回転方向変位 ϕ を固定する。

② 要素分割

要素分割図をFig. 1に示す。

要素数 = 86、節点数 = 105、総自由度 = 217。

ただし、G A P要素については、計算機内部で生成された、節点および要素を含む。また、拘束自由度は総自由度から除いている。

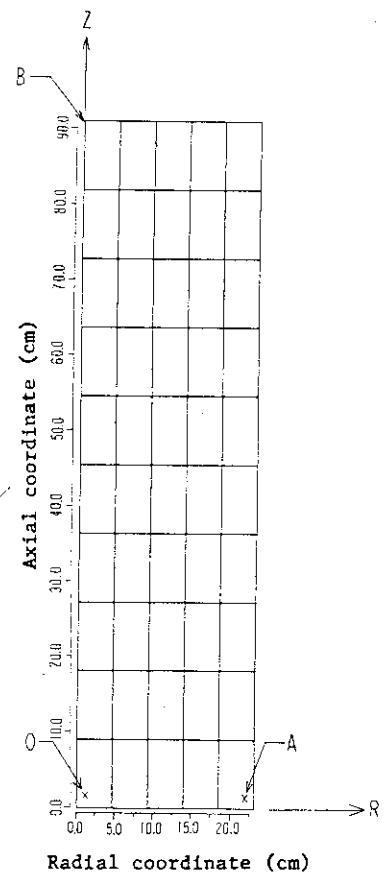


Fig. 1 (a) Mesh subdivision (A)

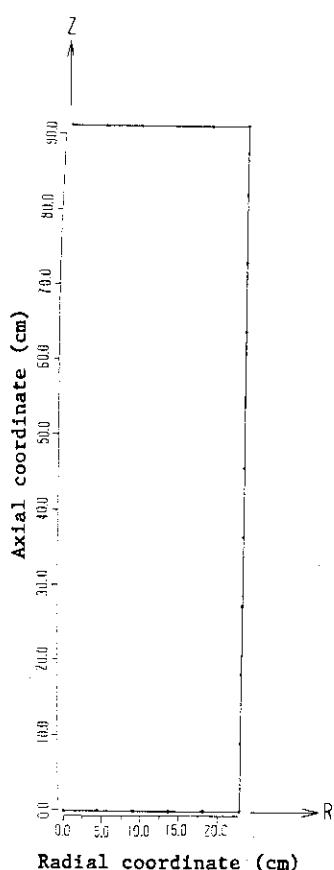


Fig. 1 (b) Mesh subdivision (B)

(Clad)

③ 時間積分法

運動方程式を積分する手法は、Hilber-Hughes-Taylor 法である。この手法は、Newmark の β 法の拡張であり、人工減衰を導入することができる。この方法は、減衰をコントロールするパラメータ α があり、 $-1/3 < \alpha < 0$ の範囲をとることができる。 $\alpha = 0$ の場合は人工減衰は存在せず、Newmark の $\beta = 1/4$ 、 $\tau = 1/2$ に等しい。 α を $-1/3$ に向って減少させることによって人工減衰を増大することができる。本解析では、 $\alpha = -0.05$ を使用している。

④ 時間増分

初期時間増分を $\Delta t_0 = 5.0 \mu\text{sec}$ とし、可変時間増分機能を使用して 5.0 m sec まで解析する。 Δt_0 は、縦波の伝播速度、メッシュサイズより以下の計算で求めた。

$$T = \frac{d}{\sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho(1+\nu)(1-2\nu)}}}$$

 d : 最小メッシュ長 (91.4 mm) ν : ポアソン比 E : ヤング係数 ρ : 密度

$$T = 4.965 \times 10^{-5} \approx 50 \mu\text{sec}$$

$$\Delta t_0 = T / 10 = 5 \mu\text{sec} \quad (\text{安全係数 } f = 1/10)$$

可変時間増分は、時間増分の中間における残差によって制御される。

⑤ 質量マトリックス

集中質量マトリックス

⑥ 塑性計算法

Newton 法、1回の増分における繰り返し(反復)の最大数として 6 を指定。

(3) 材料データ

クラッド部分の S U S 304 ステンレス鋼の応力・ひずみ関係は、2直線近似とし、一方、鉛円柱部分における応力・ひずみ関係は、修正 Robinson 式 ($\dot{\epsilon} = 100 \text{ sec}^{-1}$) による多直線近似とする。

クラッド、鉛の物性値、応力ひずみ関係式の代表点を示す。

物 性 値

物 性	鉛	クラッド	単 位
ヤング率(E)	1500.	1.96×10^4	kg/mm^2
ポアソン比(ν)	0.42	0.33	-
降伏応力(σ_y)	0.3598	3.16×10^1	kg/mm^2
ひずみ硬化率(H)	応力ひずみ関係式を参照	1.95×10^2	kg/mm^2
密 度	1.13×10^{-9}	8.0×10^{-10}	$\text{kg} \cdot \text{sec}^2/\text{mm}^4$

鉛の応力・ひずみ関係式の代表点

代 表 点	stress σ [kg/mm^2]	strain ϵ
①	0.3598	0.0002399
②	1.1438	0.010
③	1.5195	0.025
④	1.8837	0.050
⑤	2.3353	0.100
⑥	2.8951	0.200

(4) 解析結果および考察

(a) 変形

鉛頭部中心および上面クラッド中心部分の沈下量の時刻歴を Fig. 2, 時刻 1, 3 m sec における軸方向分布を Fig. 3, 時刻 1, 2, 3, 4, 5 m sec における変形図を Fig. 4 に示す。鉛頭部の最大沈下量は、時刻 3.369 m sec において 29.45 mm を示し上面クラッドの中心部分では、時刻 3.469 m sec において 14.43 mm を示す。また Slump の最大値は、時刻 5 m sec において 20.99 mm を示している。

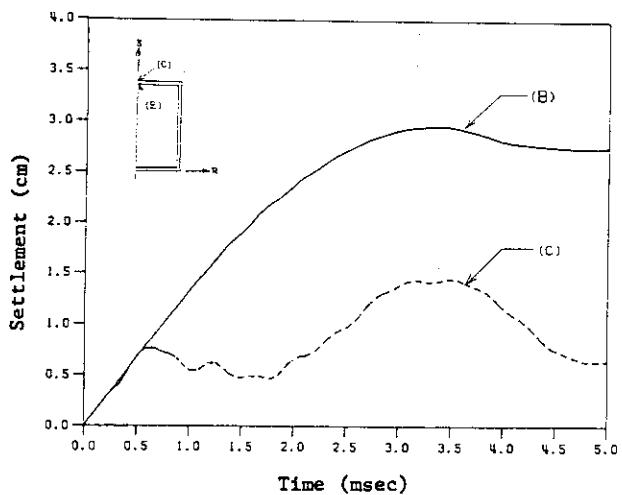


Fig. 2 (a) Time history of head settlement

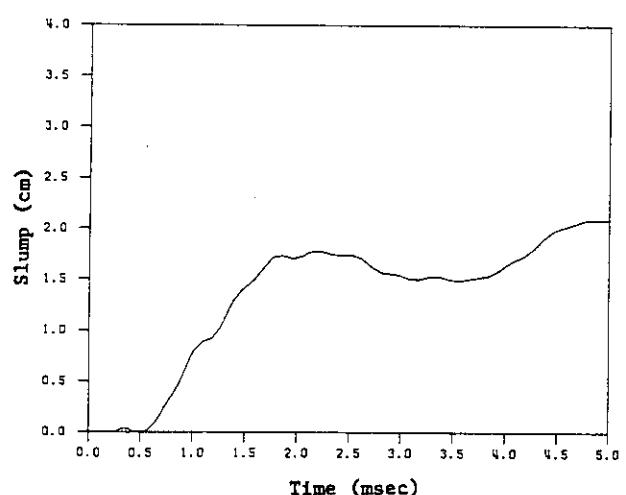


Fig. 2 (b) Time history of slump

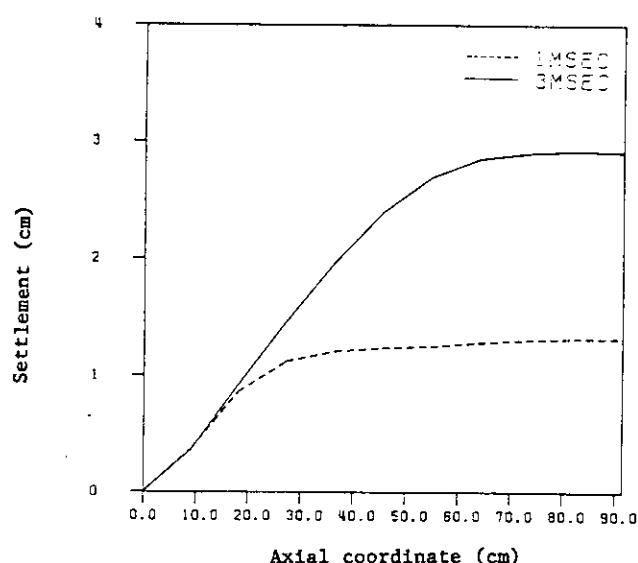


Fig. 3 Distribution of settlement (1 m sec and 3 m sec)

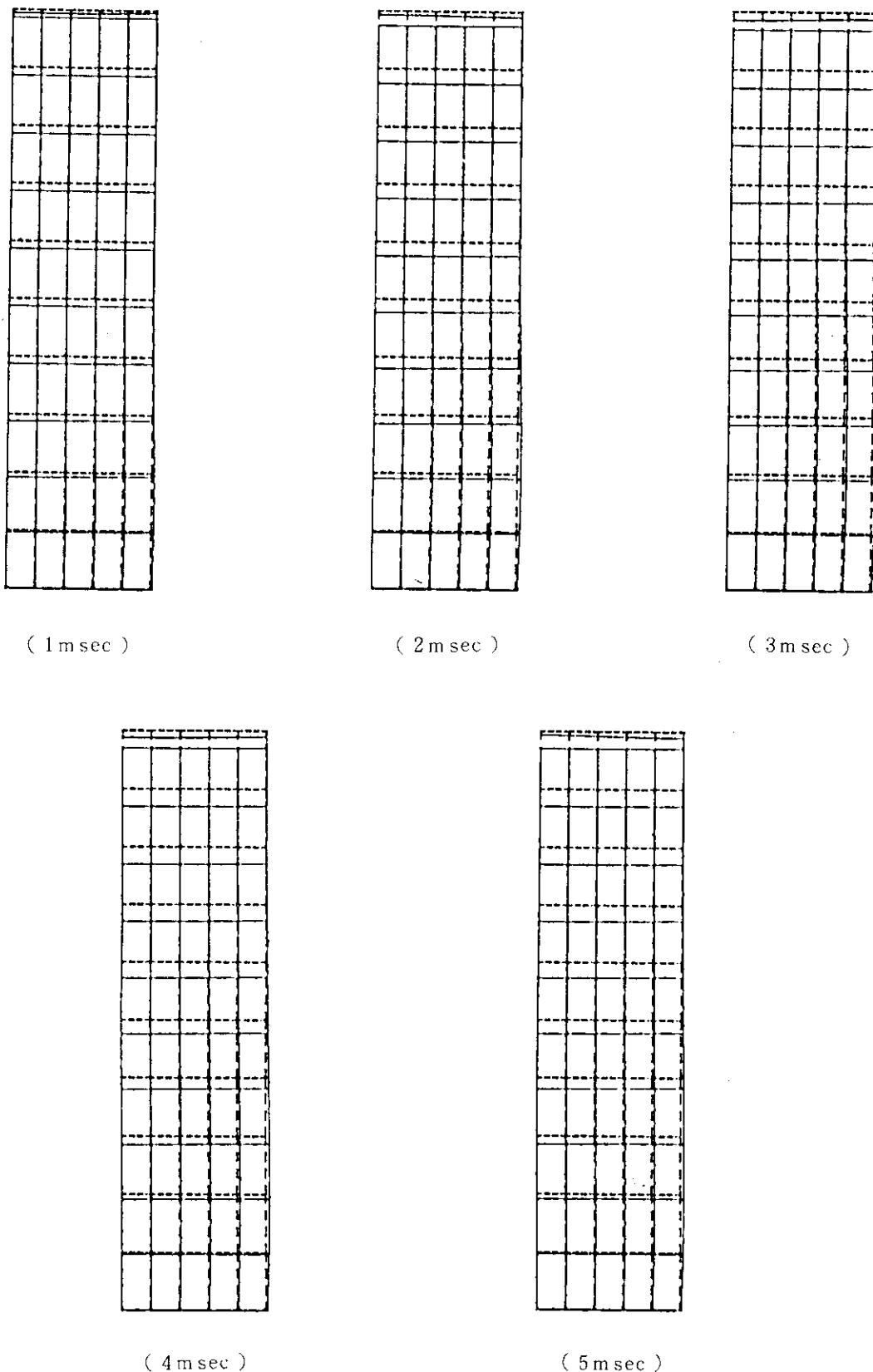


Fig.4 Deformed profile

(b) 速度, 加速度

鉛頭部中心の軸方向速度および軸方向加速度の時刻歴を Fig.5, 6 に示す。衝突後、約 $400 \mu\text{sec}$ で応答を開始し、大きく振動している。速度は、振動をともないながら減少をしており約 3.5 m sec で 0 となり、その後上向きの速度となっている。

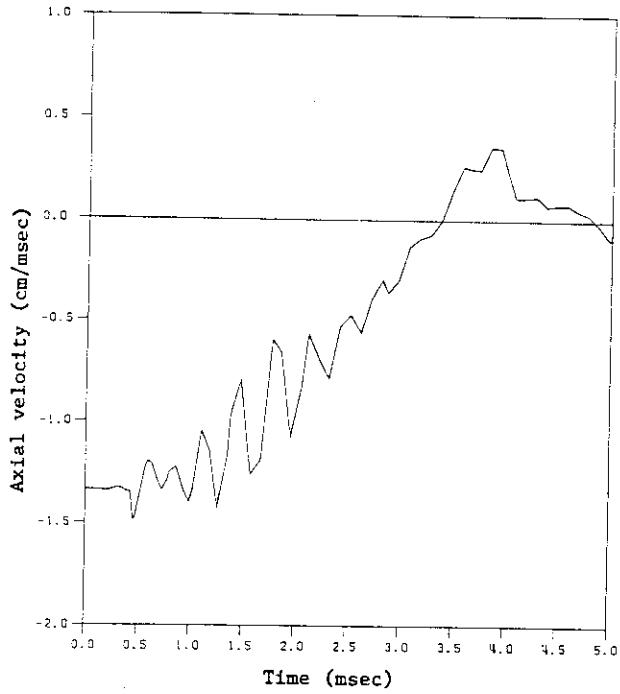


Fig.5 Time history of axial velocity
at head (B)

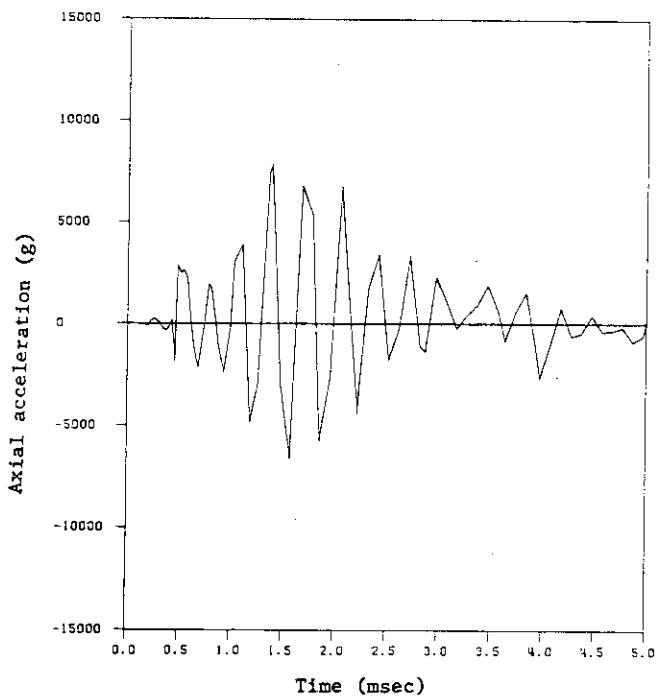


Fig.6 Time history of axial acceleration
at head (B)

(c) 応力, ひずみ

時刻 1 m sec と 3 m sec における軸方向応力およびひずみの軸方向分布を Fig.7, 8 に示す。各時刻において、各要素内の積分点において応力値に大きな差が出ており、各要素における応力を求めるこにして積分点の応力の平均を求めてグラフ化した。また、ひずみについても応力との対応性を持たせるために要素の平均を出した。 1 m sec においては、大きな引っぱりが下部に出ておりまた、大きな圧縮が上部に出ていている。 3 m sec になると全体的に圧縮の状態となっている。次に、 1 , 3 m sec における軸方向応力の半径方向分布を Fig.10 に示す。また円柱底部のO点、A点における軸方向応力の時刻歴を Fig.9 に、軸方向ひずみの時刻歴を Fig.11 に示す。O点では、 $200 \mu\text{sec}$ あたりで大きく引っぱりの応力が出ているが全体的傾向は圧縮である。Fig.15, Fig.16 にクラッドの軸方向応力、周方向応力を示す。Fig.12は相当応力-ひずみ関係を示す。

Fig.17, Fig.18 にクラッドの軸方向ひずみ、周方向ひずみを示す。クラッドにおいては周方向の、応力が支配的である。

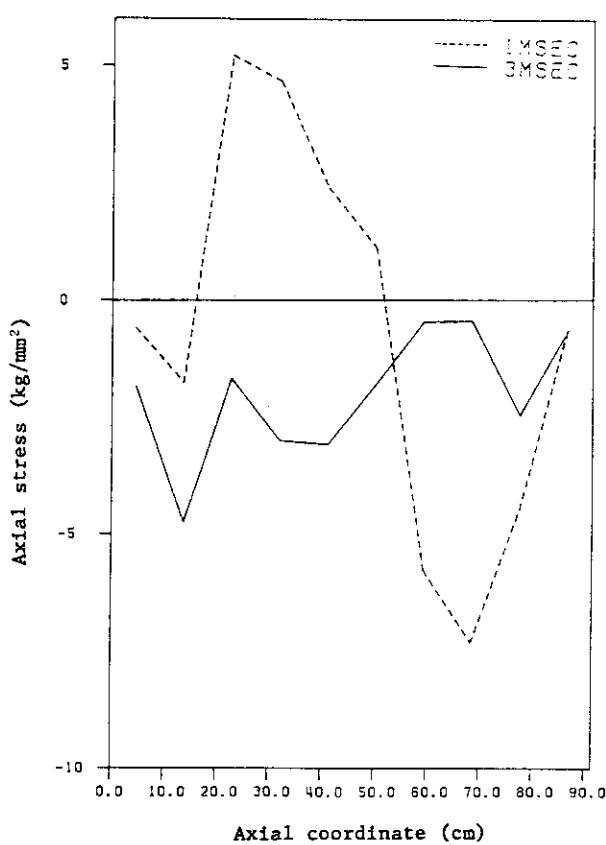


Fig.7 Distribution of axial stress
(1 m sec and 3 m sec)

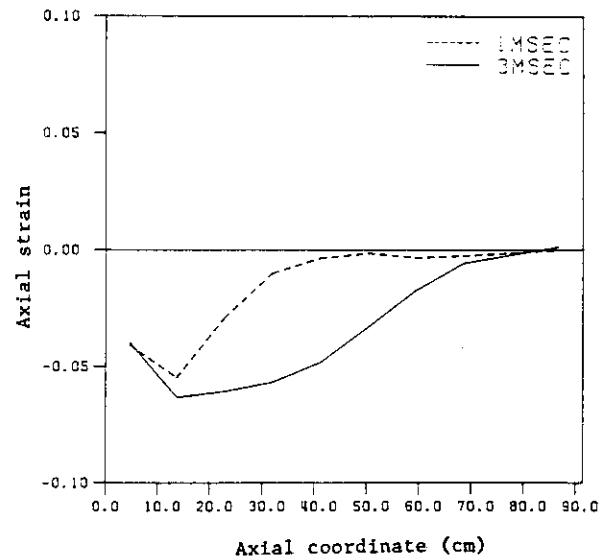


Fig.8 Distribution of axial stress
(1 m sec and 3 m sec)

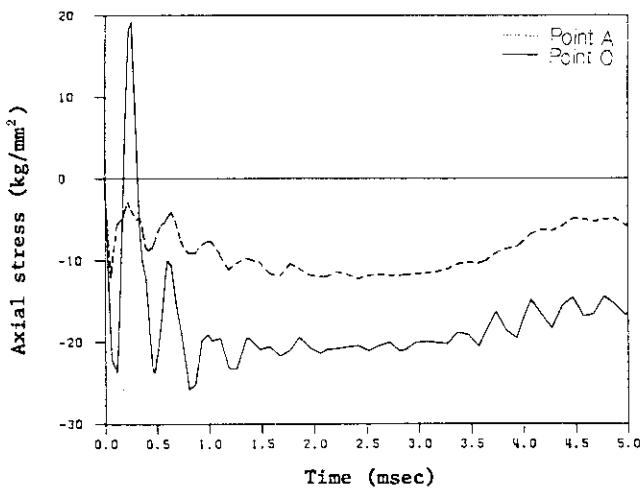


Fig.9 Time history of axial stress
at bottom (O and A)

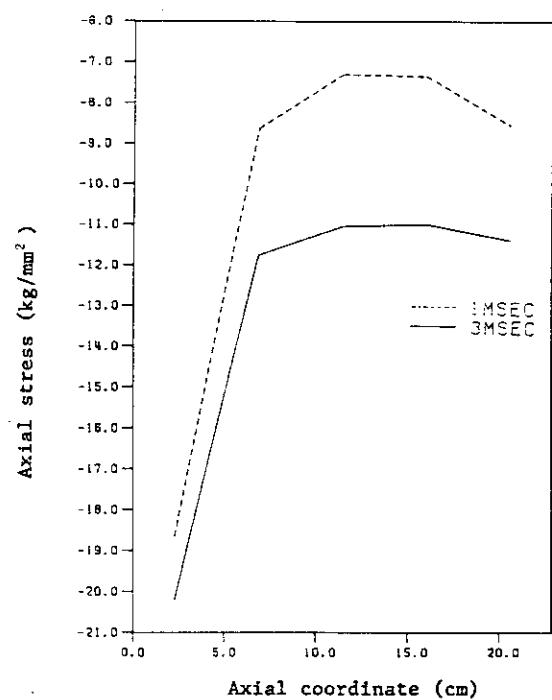


Fig.10 Distribution of stress on the
bottom (1 m sec and 3 m sec)

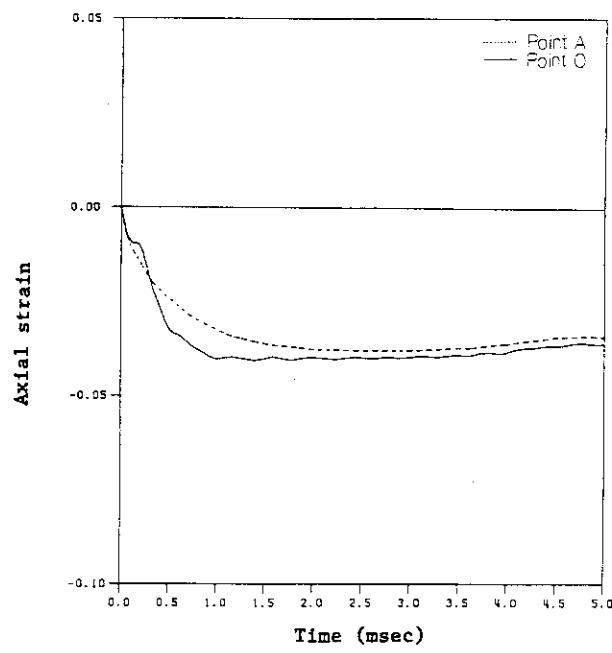


Fig.11 Time history of axial strain at bottom (O and A)

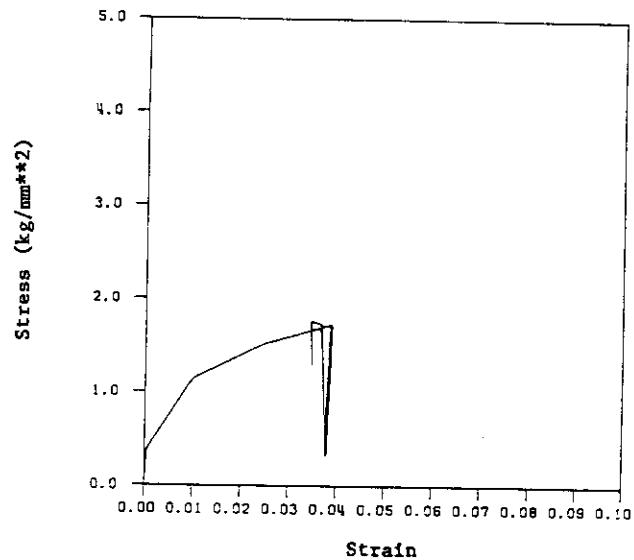


Fig.12 Stress-strain relation (O)

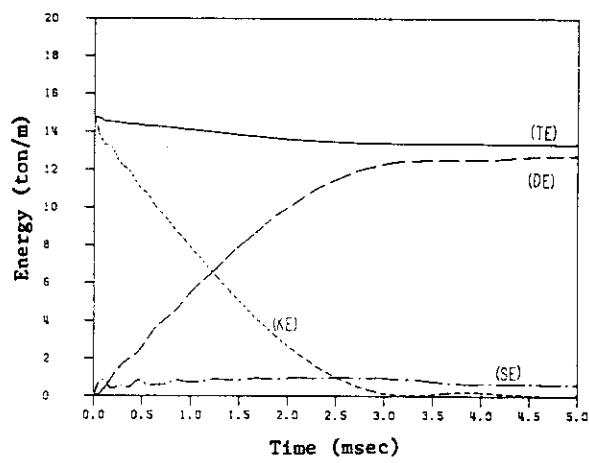


Fig.13 Time history of energy

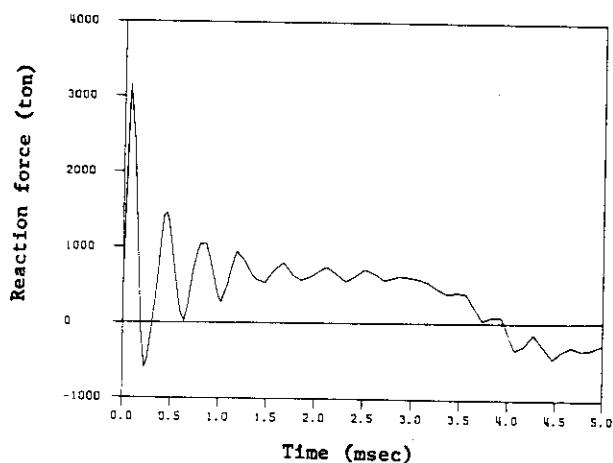


Fig.14 Time history of reaction force

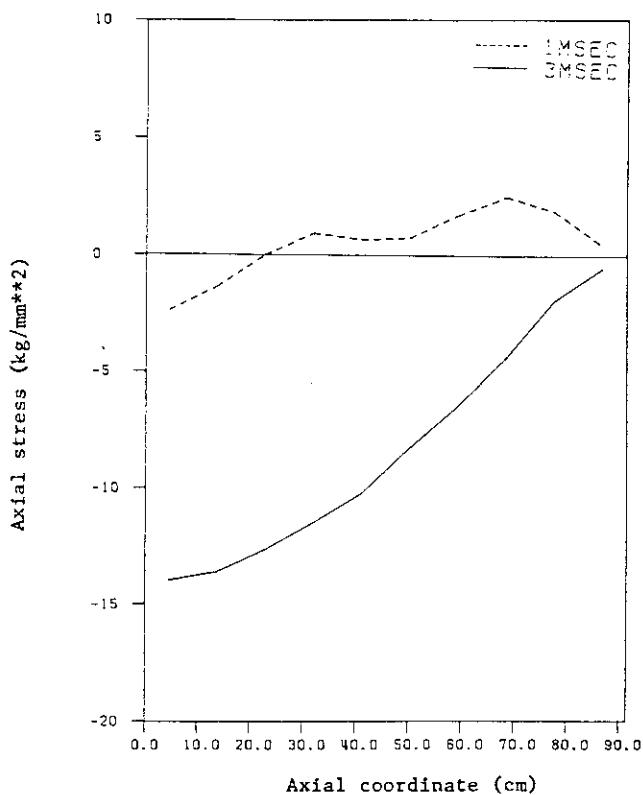


Fig.15 Distribution of axial stress in
clad (1msec and 3msec)

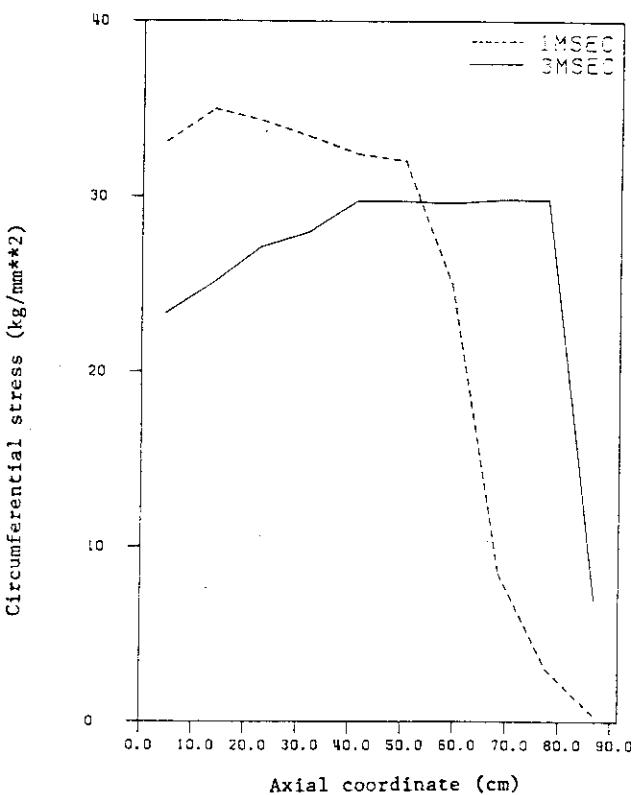


Fig.16 Distribution of circumferential
stress in clad (1msec and
3msec)

(d) 反 力

底部の反力を Fig.14 に示す。

(e) 時間増分

時間増分の時刻歴を Fig.19 に示す。初期時間増分として $5 \mu\text{sec}$ を指定し 5 m sec まで解析した本解析での増分数は 85 であり、平均時間増分は、 $58.8 \mu\text{sec}$ であった。

(f) エネルギー

total, kinetic, strain, dissipative のエネルギーの時刻歴を Fig.13 に示す。

(g) その他

本解析における総反復計算回数は、335 回であり、時間増分当たり平均 3.94 回であった。

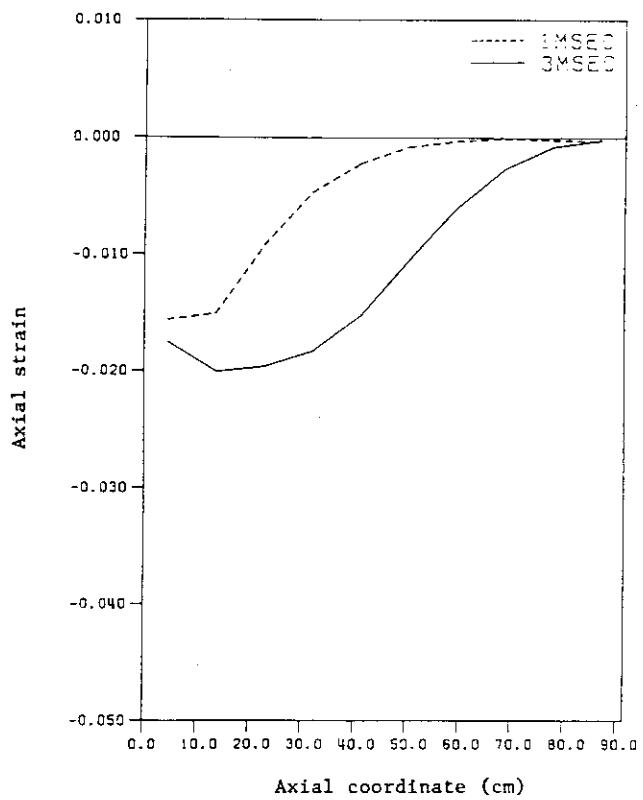


Fig.17 Distribution of axial strain in clad (1msec and 3msec)

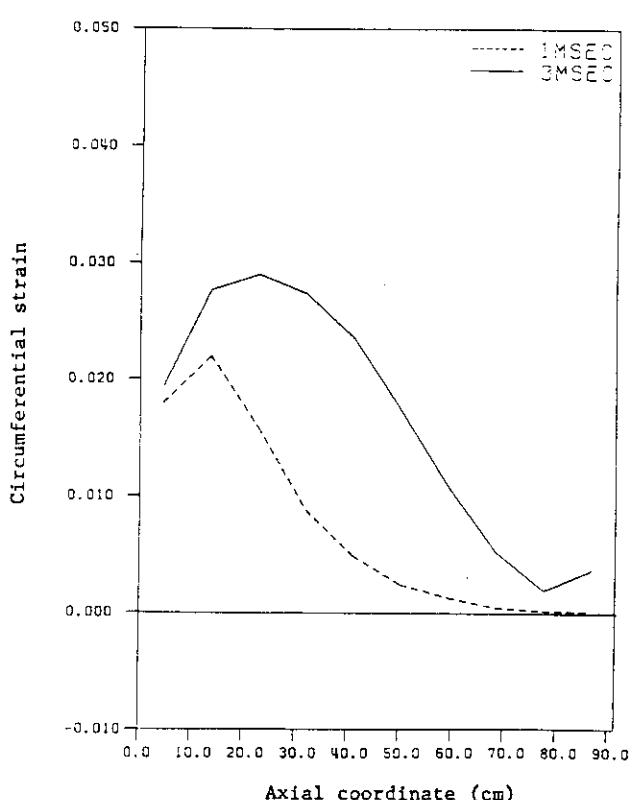


Fig.18 Distribution of circumferential strain in clad (1msec and 3msec)

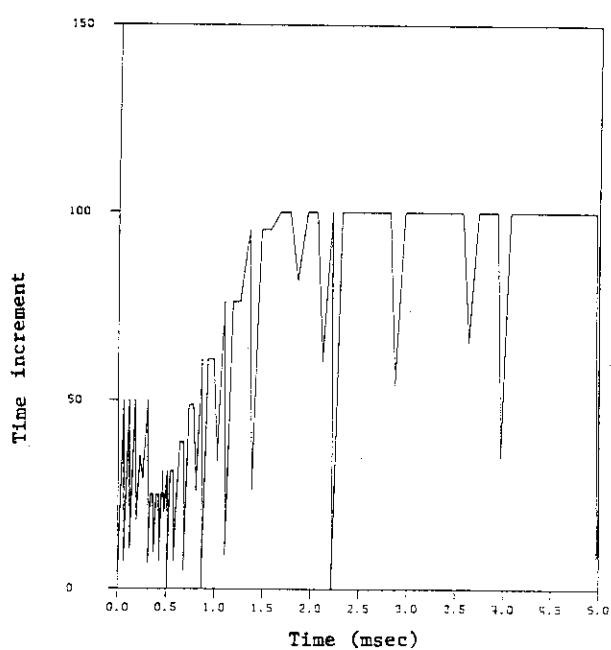


Fig.19 Time variation of time increment

参考文献

- 1) ABAQUS user's Manual
- 2) ABAQUS Theory Manual
- 3) Donhan, B.J., "Prediction of Maximum Damage to Shielded Shipping Containers" LA-4649, Jan. 1971.
- 4) 使用済核燃料輸送容器の構造解析プログラムの開発・整備に関する調査報告書 日本機械学会 1982年12月

3.4.5 DYNAST

(1) 概 説

(a) 解析者及び解析プログラム

所 属 機 閣	解 析 者	使 用 プ ロ グ ラ ム
日本情報サービス	細 川 治 男	D Y N A 3 D
	田 中 和 久	

(b) 解析概要

DYNAST は LLNL の Dr. Jhon O. Hallquist により開発された、3次元非線形衝撃応答解析プログラムである。

(c) 使用要素

6 節点ソリッド要素 (Pentahedron)

8 節点ソリッド要素 (Hexahedron)

自由度 U_x, U_y, U_z

積分点 1

(d) 使用計算機及び計算時間

M - 280 H 756 秒 (25000 ステップ)

(2) 問題概要及び解析条件

(a) 問題概要

両端面を含む全表面を厚さ 0.635 cm のステンレス鋼製クラッドで覆われた直径 45.7 cm、長さ 91.4 cm の鉛円柱を 9.14 m の距離から剛体床に鉛直落下させた時の応答を解析する。

初期条件としては、衝突速度 ($v_0 = \sqrt{2gh}$) = 13.38 m/sec を下端面上を除く全節点に与える。

(b) 解析条件

① 境界条件

ソリッド要素を使用するため、解析範囲は円柱の周方向 5 度とし、切断面に対称境界を与える。

鉛円柱とクラッド間は、底面は完全固着、上面及び側面には接触 / 非接触を考慮して、Sliding Interfaces with gaps (面どうしの接触 / 非接触のアルゴリズム) を適用する。

摩擦係数は零とする。クラッド下端面は、Z = 0 の面に剛体床を適用する。

② 要素及び節点数 (Fig. 1 参照)

	節点数	要素数
クラッド	117	32
鉛円柱	121	50
総自由度数(除拘束自由度)		456

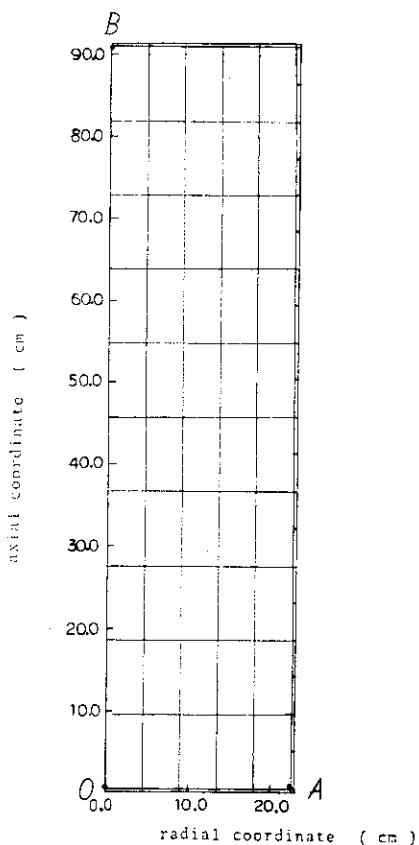


Fig.1 Mesh subdivision

③ 時間積分法

中点差分による。

④ 時間増分

2×10^{-7} sec 固定で 5 m sec まで計算する。

⑤ 質量マトリックス

集中質量マトリックス

⑥ 塑性計算法

反復計算なしの増分法による。

(3) 材料データ

ステンレス、鉛とも改良 2 直線近似によるものとする。

	ステンレス鋼	鉛
E (kg / mm ²)	1.96×10^4	7.10×10^2
ν	0.33	0.42
σ_y (kg / mm ²)	3.16×10	1.56
H' (kg / mm ²)	1.95×10^2	6.81
ρ (kg · sec ² / mm ⁴)	8.0×10^{-10}	1.13×10^{-9}

(4) 解析結果

頭部中央点 slump 21.2 mmが得られた。

その他の解析結果を Fig.2 ~ 16 に示す。

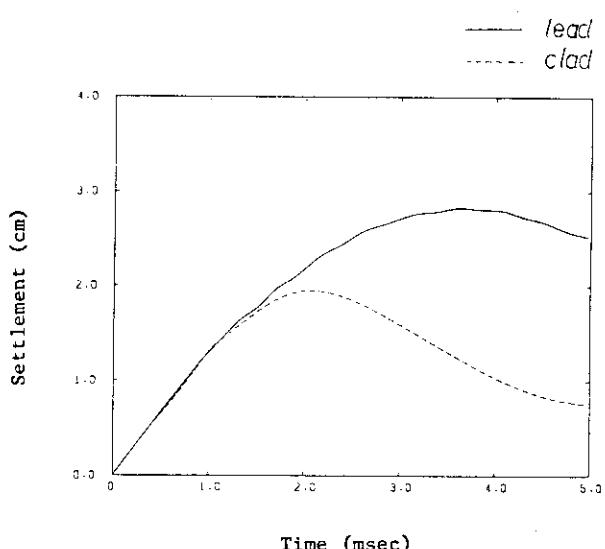


Fig. 2(a) Time history of head settlement

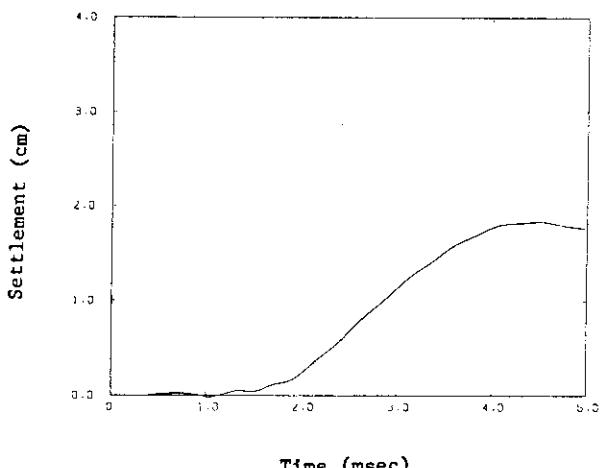


Fig. 2(b) Time history of slump

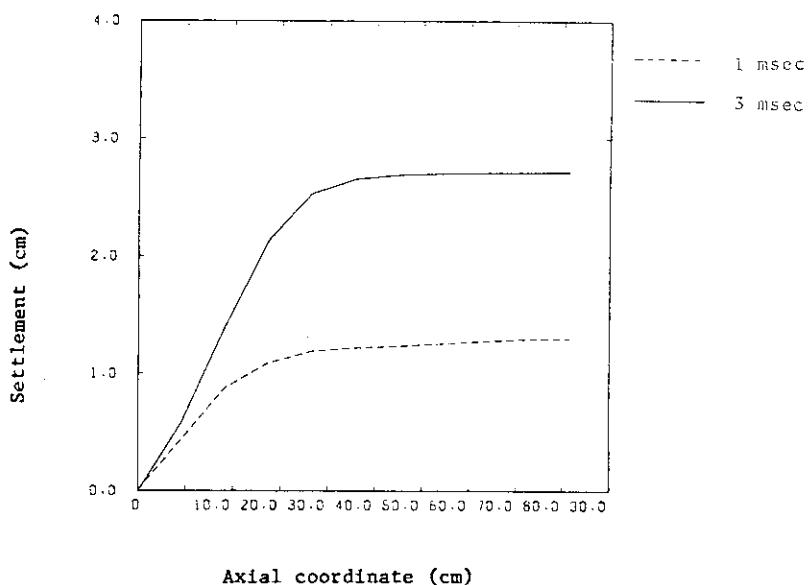


Fig. 3 Distribution of settlement (1 msec and 3 msec)

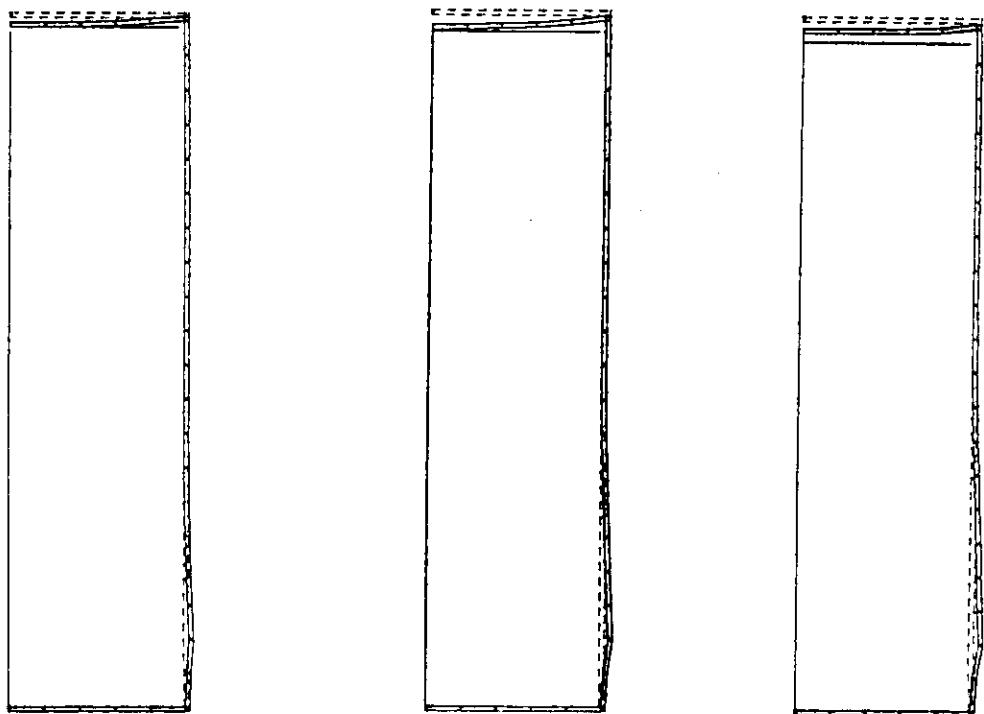


Fig. 4 (a) Deformed profile
(1 msec)

Fig. 4 (b) Deformed profile
(2 msec)

Fig. 4 (c) Deformed profile
(3 msec)

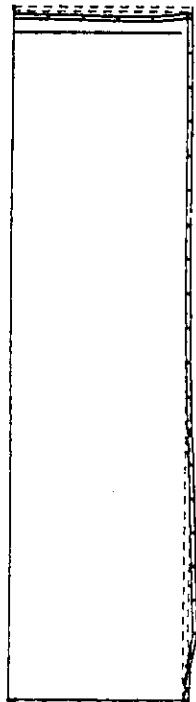


Fig. 4 (d) Deform profile (4 msec)

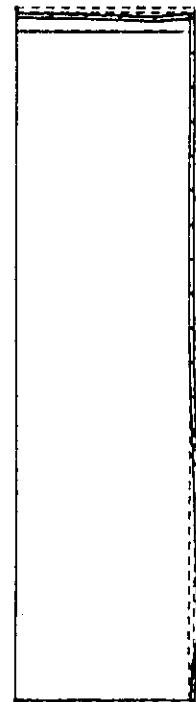


Fig. 4 (e) Deform profile (5 msec)

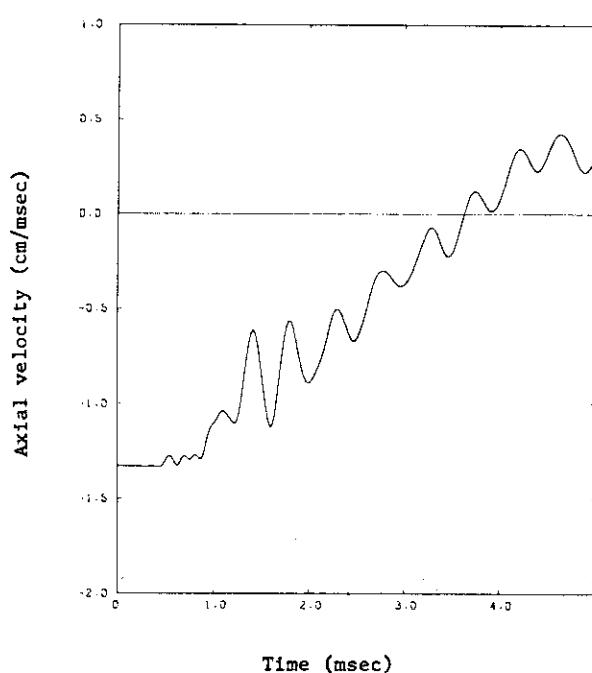


Fig.5 Time history of axial velocity at head (B)

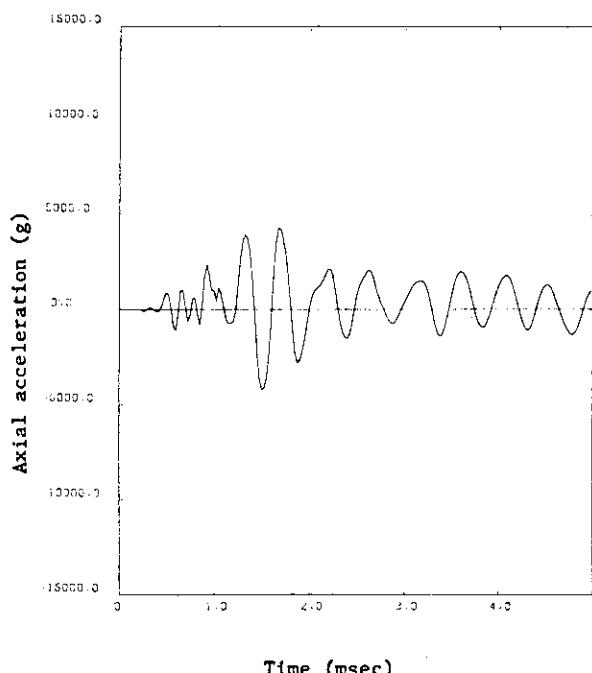


Fig.6 Time history of axial acceleration at head (B)

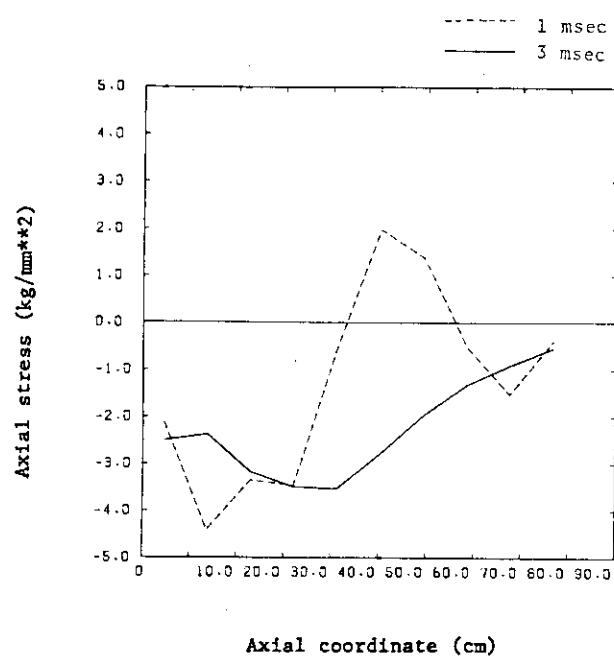


Fig.7 Distribution of axial stress
(1 msec and 3 msec)

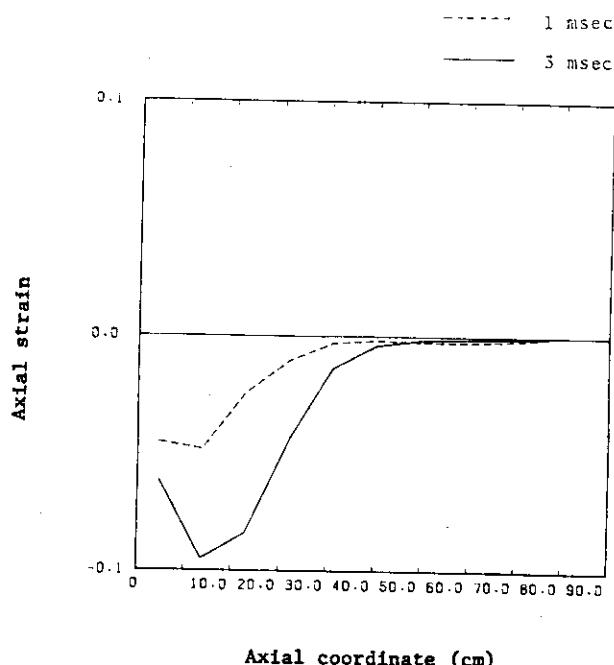


Fig.8 Distribution of axial strain
(1 msec and 3 msec)

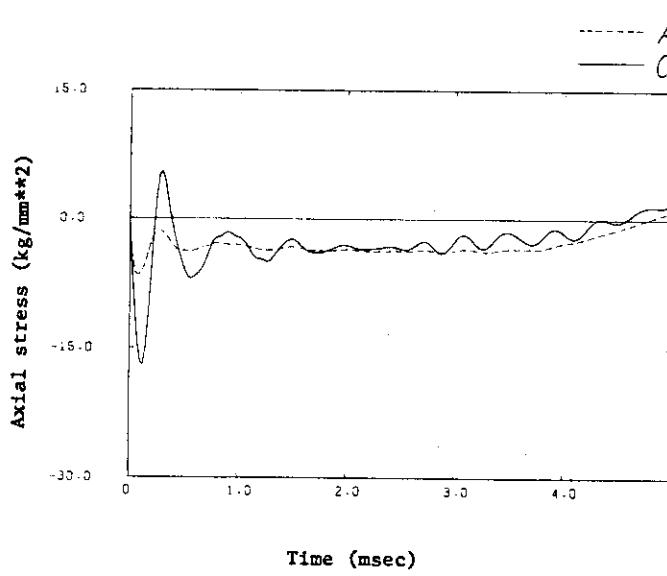


Fig.9 Time history of axial stress at
bottom (O and A)

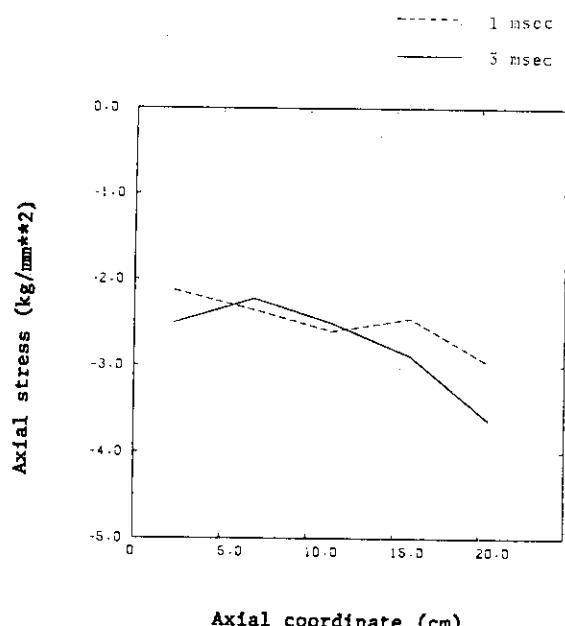


Fig.10 Distribution of axial stress on
the bottom

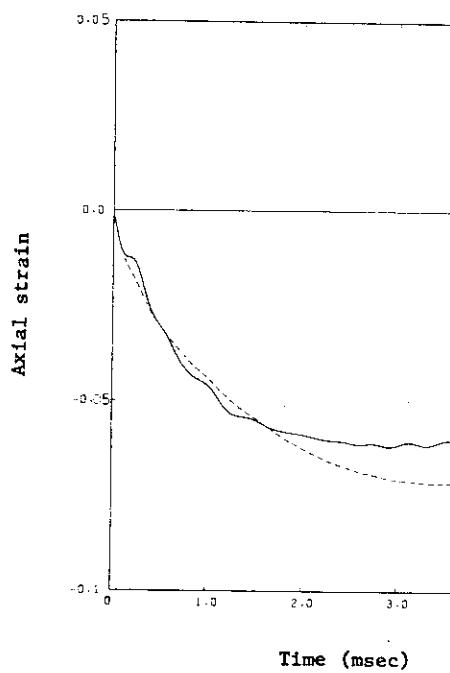


Fig.11 Time history of axial strain at bottom (O and A)

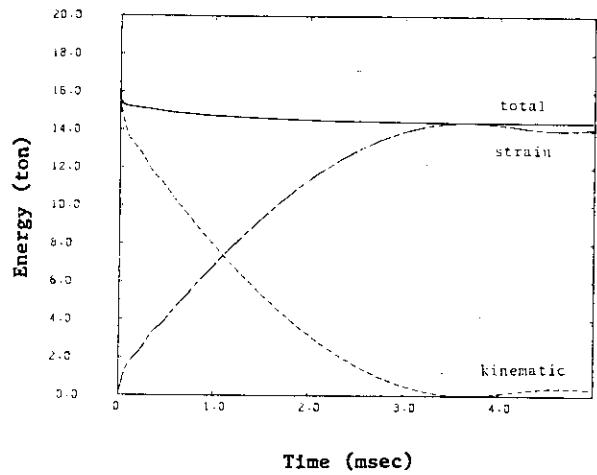


Fig.12 Time history of energy

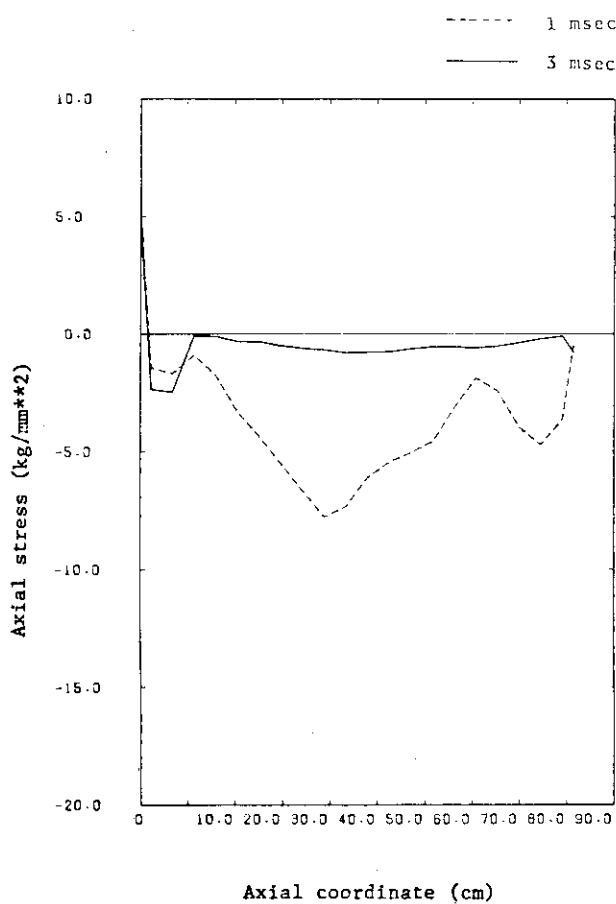


Fig.13 Distribution of axial stress in clad

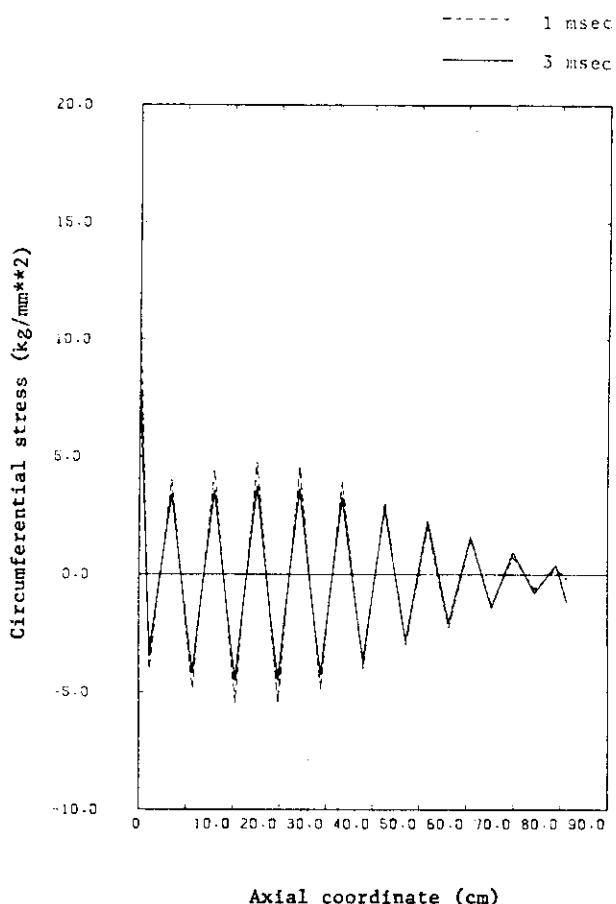


Fig.14 Distribution of circumferential stress in clad

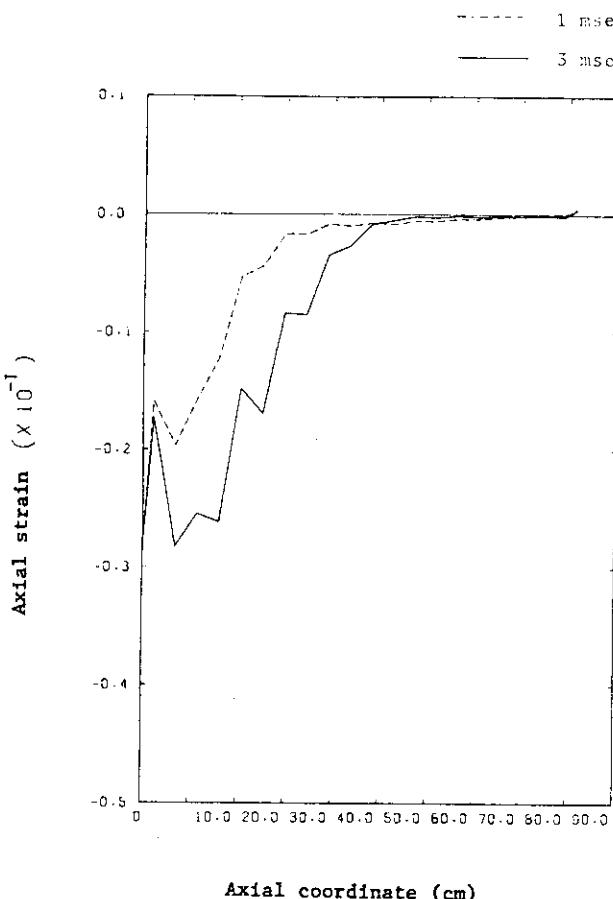


Fig. 15 Distribution of axial strain in clad

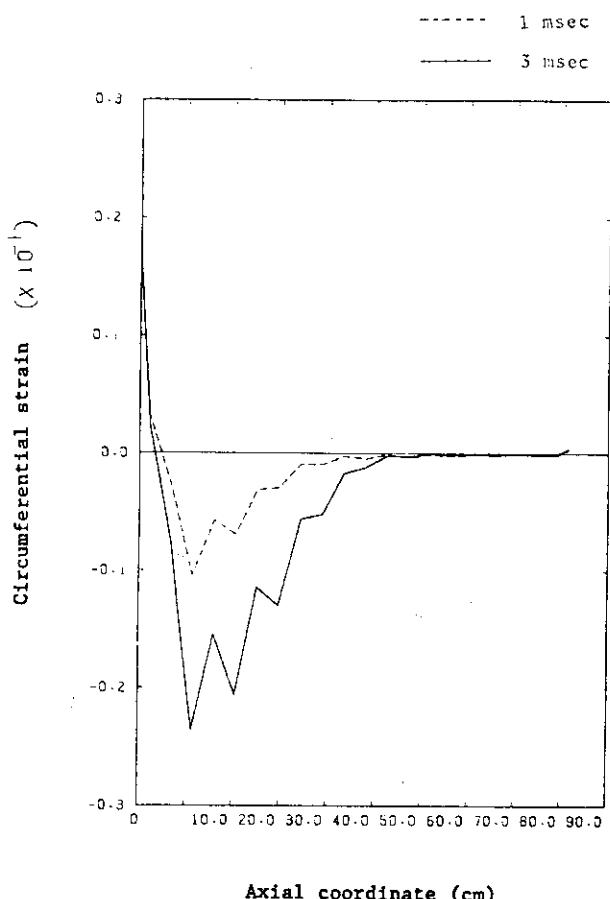


Fig. 16 Distribution of circumferential strain in clad

3.4.6 D Y N A 2 D

(1) 概 説

(a) 解析者及び使用プログラム

所 属 機 閣	解 析 者	使 用 プ ロ グ ラ ム
日本情報サービス	細 川 治 男 田 中 和 久	D Y N A 2 D

(b) 解析概要

D Y N A 2 D は L L N L の Dr. Jhon O. Hallquist により開発された。2次元非線形衝撃応答解析プログラムである。

D Y N A 2 D は、対話型プログラムになっており、解析途中でユーザーが対話形式でメッシュの再編成を行う Re-zoner を備え、大変形問題を安定に解ける様に設計されている。

(c) 使用要素

4 節点軸対称ソリッド要素

自由 度 U_r, U_z

積 分 点 1

(d) 使用計算機及び計算時間

M - 280 H 249 秒 (7669 ステップ)

(2) 問題概要及び解析条件

(a) 問題概要

両端面を含む全表面を厚さ 0.635 cm のステンレス鋼製クラッドで覆われた直径 45.7 cm, 長さ 91.4 cm の鉛円柱を 9.14 m の距離から剛体床に鉛直落下させた時の応答を解析する。

初期条件としては、衝突速度 ($v_0 = \sqrt{2gh}$) = 13.38 m/sec を下端面上を除く全節点に与える。

(b) 解析条件

① 境界条件

円柱下端面は軸方向に、対称軸上は半径方向に固定する。

鉛円柱とクラッド間は、底面は完全固着、上面及び側面には接触 / 非接触を考慮して、Sliding Interfaces with gaps and friction (摩擦を考慮した接触 / 非接触のアルゴリズム) を適用する。摩擦係数は 0.14 とする。

② 要素及び節点数 (Fig. 1 参照)

	節点数	要素数
クラッド	60	32
鉛円柱	66	50
総自由度数 (除拘束自由度)	231	

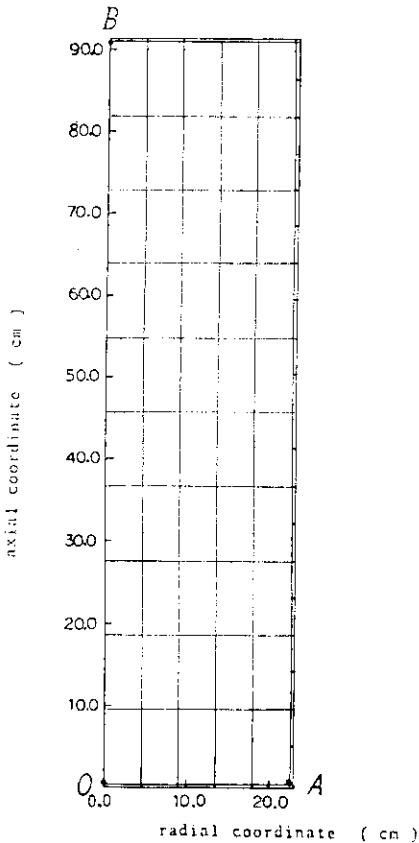


Fig. 1 Mesh subdivision

(3) 時間積分法

中点差分による。

(4) 時間増分

DYNA 2D は時間増分をクーラン条件により自動制御する。初期時間増分から自動制御させ、5 m sec まで計算する。

総時間増分数 7669 ステップとなった。

(5) 質量マトリックス

集中質量マトリックス

(6) 塑性計算法

反復計算なしの増分法による。

(3) 材料データ

ステンレス、鉛とも改良 2 直線近似によるものとする。

	ステンレス鋼	鉛
E (kg / mm ²)	1.96×10^4	7.10×10^2
ν	0.33	0.42
σ_y (kg / mm ²)	3.16×10	1.56
H' (kg / mm ²)	1.95×10^2	6.81
ρ (kg · sec ² / mm ⁴)	8.0×10^{-10}	1.13×10^{-9}

(4) 解析結果

頭部中央点 Slump 13.4 mm が得られた。

その他の解析結果を Fig. 2 ~ 11 に示す。

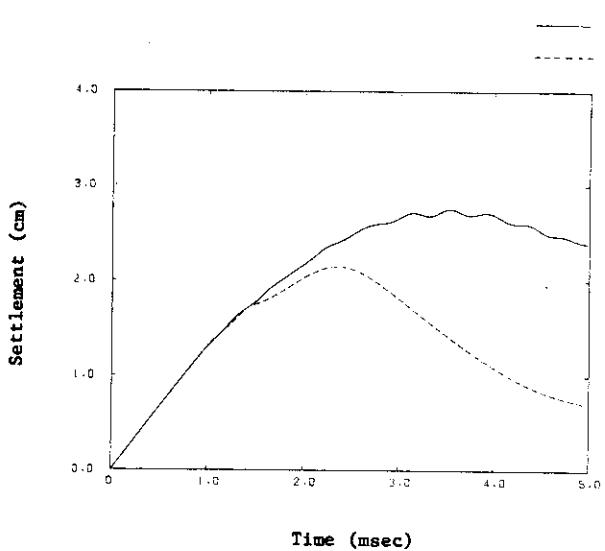


Fig. 2 (a) Time history of head settlement

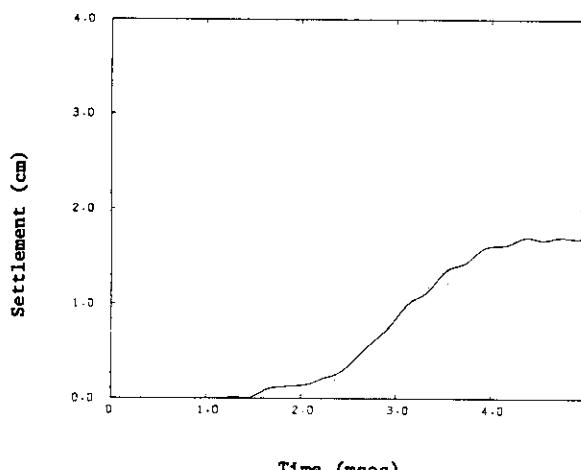


Fig. 2 (b) Time history of slump

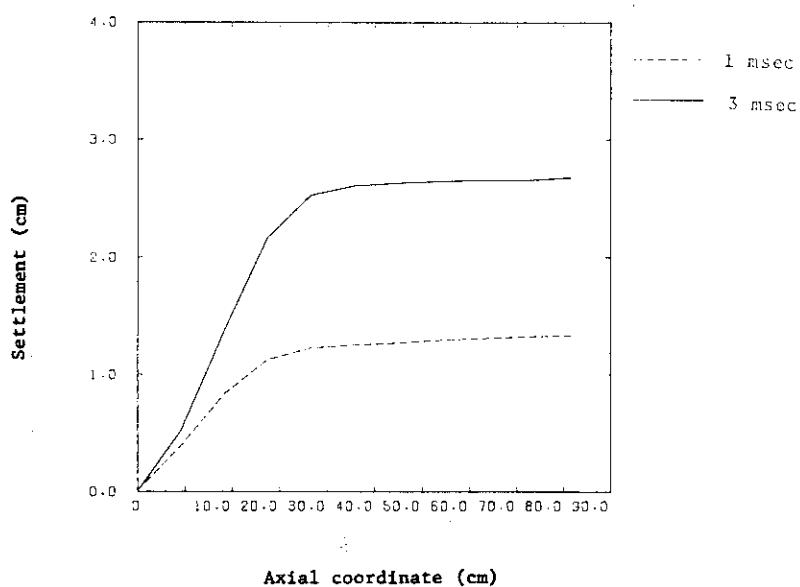


Fig.3 Distribution of settlement (1 msec and 3 msec)

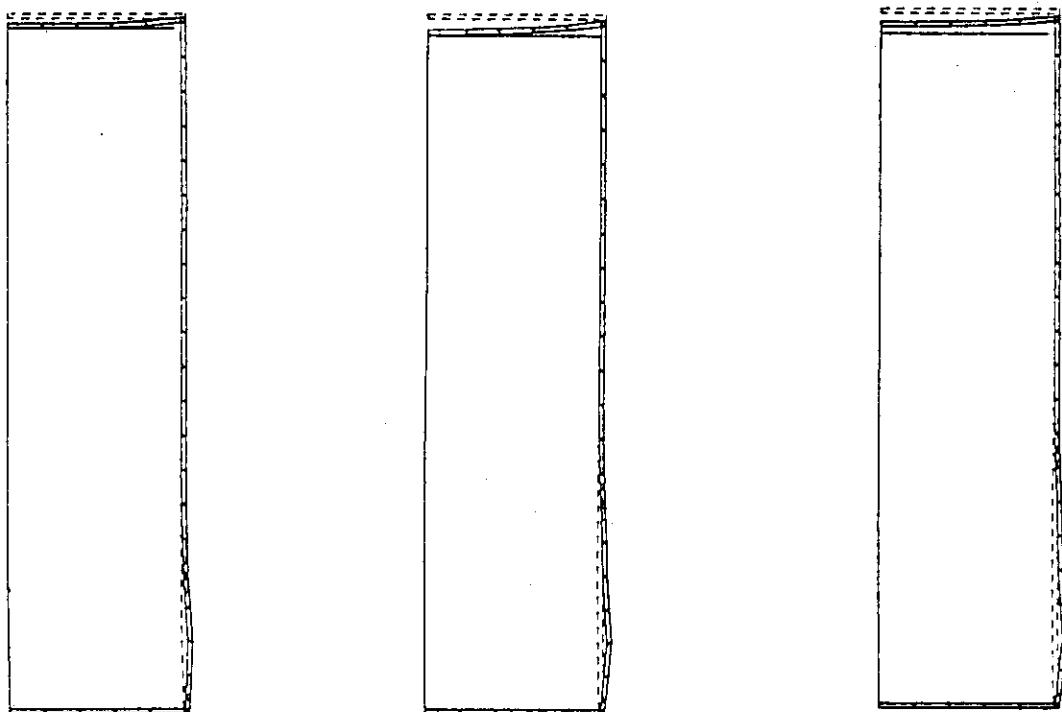


Fig.4 (a) Deformed profile
(1 msec)

Fig.4 (b) Deformed profile
(2 msec)

Fig.4 (c) Deformed profile
(3 msec)

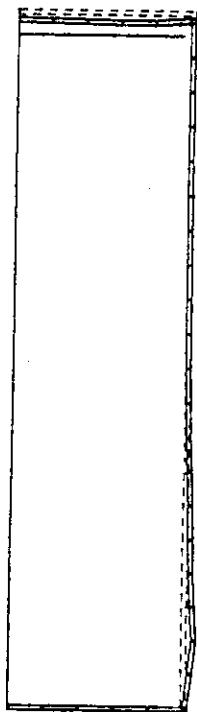


Fig. 4 (d) Deformed profile (4 msec)

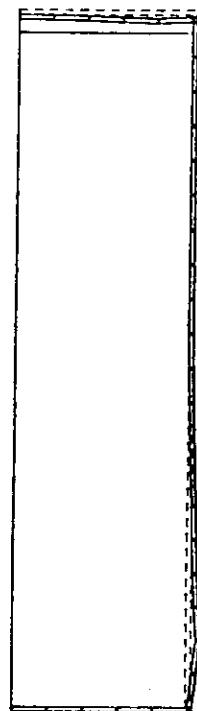


Fig. 4 (e) Deformed profile (5 msec)

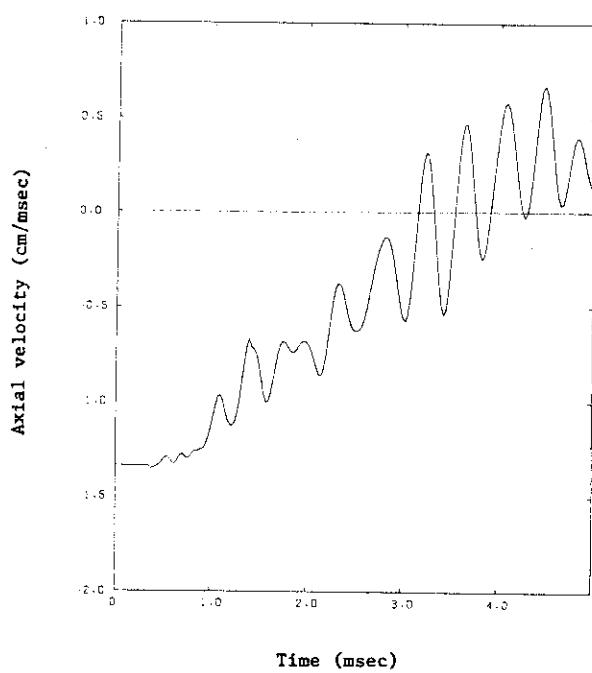


Fig.5 Time history of axial velocity at head (B)

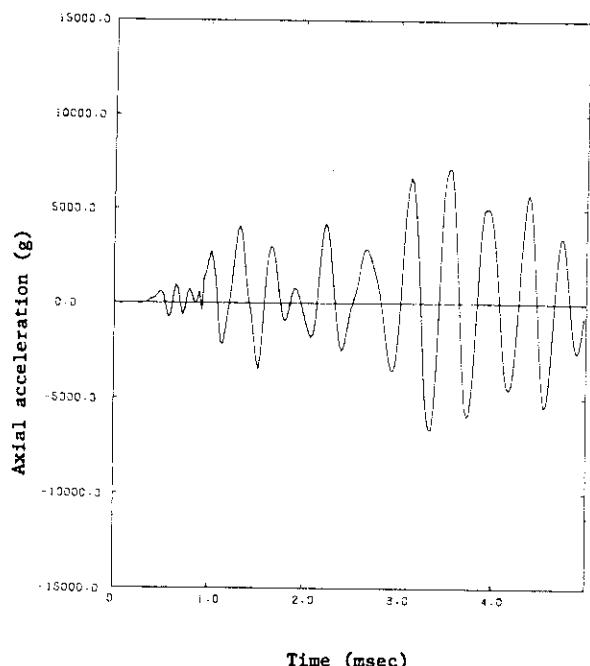


Fig.6 Time history of axial acceleration at head (B)

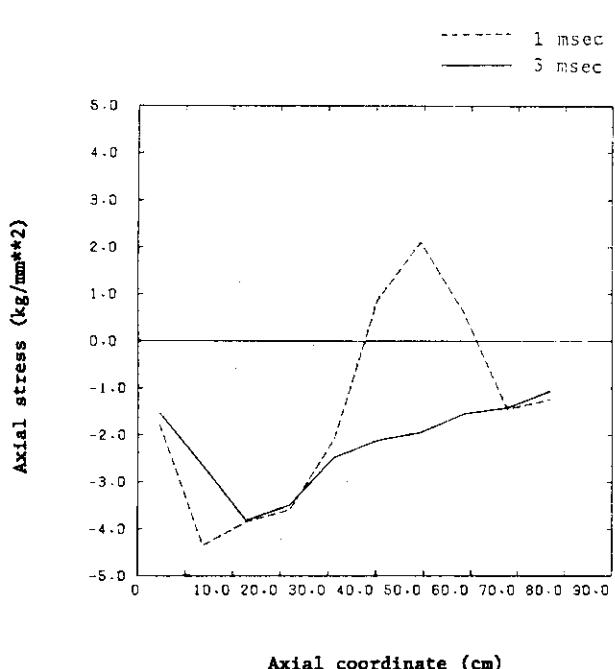


Fig. 7 Distribution of axial stress
(1 msec and 3 msec)

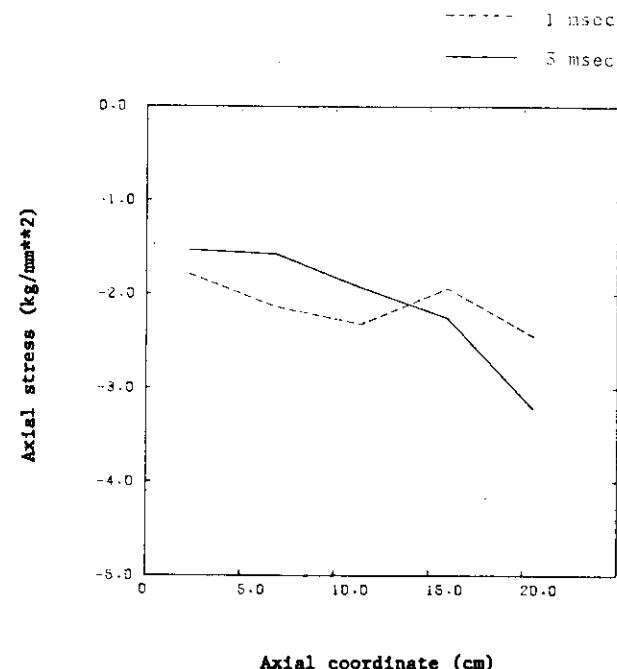


Fig. 9 Distribution of axial stress on the
bottom

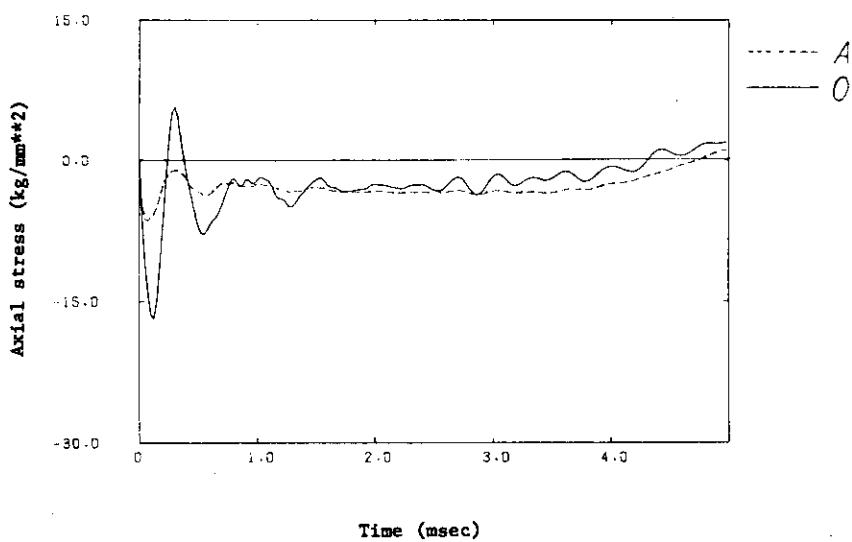


Fig. 8 Time history of axial stress at bottom (O and A)

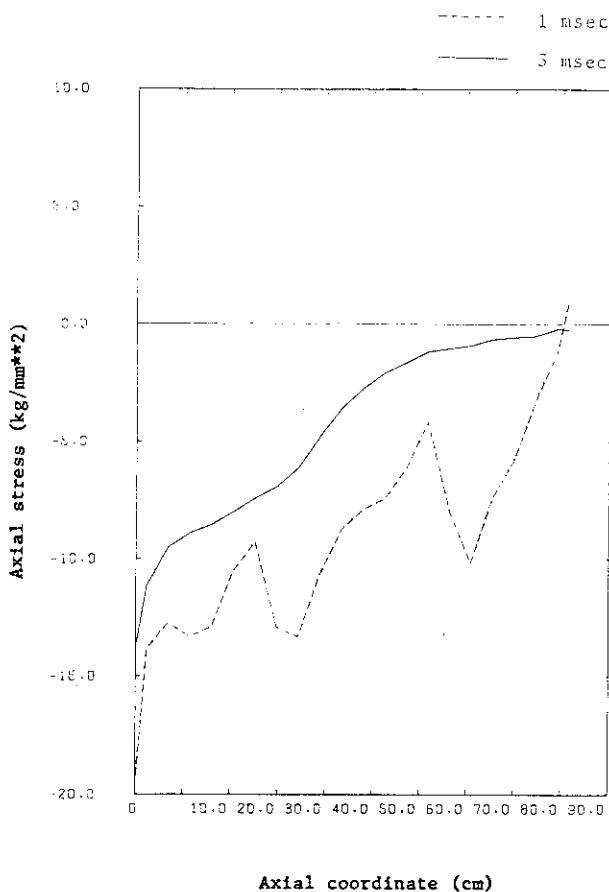


Fig. 10 Distribution of axial stress in clad

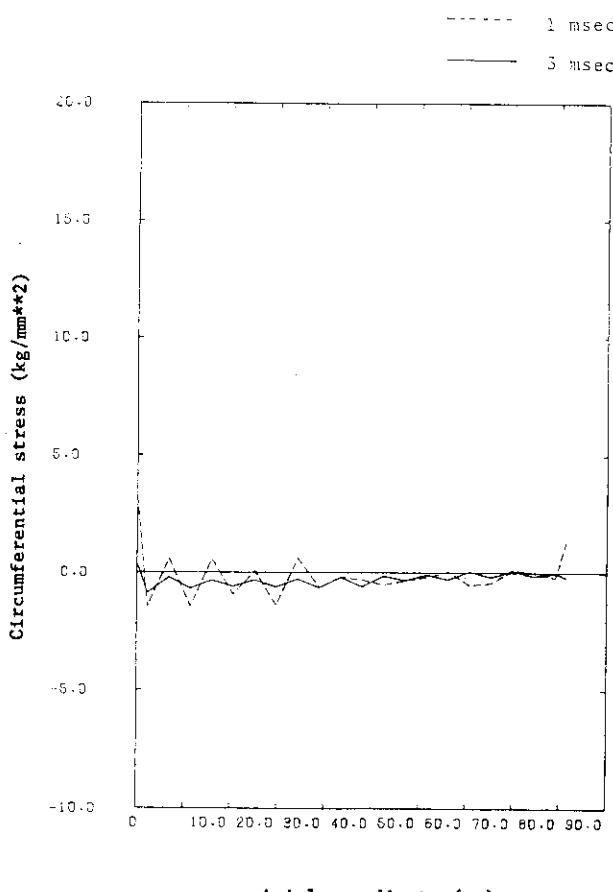


Fig. 11 Distribution of circumferential stress in clad

3.4.7 まとめ

ベンチマーク問題〔II〕(クラッド付鉛円柱の垂直落下問題)の解析には、MARC, PISCES (A)および(B)の2グループ), ABAQUS, DYNA3D, DYNA2D の6グループが参加した。各計算コードによる主要な解析仮定, 計算時間等をTable 1に示す。

5コードの中でPISCESのみが差分コードであり、他は有限要素コードである。鉛円柱の離散化に使用された要素はDYNA3Dのみ8節点ソリッド要素であり、他は4節点ソリッド要素による軸対称解析が行われている。クラッドの離散化には、DYNA3Dで4節点ソリッド要素、DYNA2Dで4節点中実リング要素が用いられており、他は2節点シェル要素が使用されている。要素数にはかなりばらつきがあり、総自由度数は159(MARC)から456(DYNA3D)の範囲に分布している。

時間積分スキームとして、PISCES, DYNA3D, DYNA2D では中心差分法が用いられており、MARCとABAQUSではそれぞれ陰解法であるNewmarkの β 法($\beta=1/4$, $\tau=1/2$)とHilber-Hughes-Taylor法が使用されている。Hilber-Hughes-Taylor法では人工粘性が仮定されている。質量マトリックスはいずれのコードにおいても集中化されている。MARCとDYNA3Dでは時間増分値は一定であり、他のコードでは初期値と上限値のみを与え、第2ステップ以降の値は内部で自動的に決定されている。各ステップでの塑性計算に伴なう反復計算はMARCとABAQUSにおいてのみ行われている。

鉛円柱の材料特性に関しては、MARC, PISCES(A), PISCES(B), ABAQUS が修正Robinson式($\epsilon=100$)

Table 1 Typical features of program codes

計算コード名 項 目		MARC	PISCES(A)	PISCES(B)	ABAQUS	DYNA3D	DYNA2D
解 析 法		FEM	FDM	FDM	FEM	FEM	FEM
要 素	円 柱	4節点リング	4節点リング	4節点リング	4節点リング	8節点ソリッド	4節点リング
	クラッド	2節点シェル	2節点シェル	2節点シェル	2節点シェル	6節点ソリッド	4節点リング
要 素 数	円 柱	30	121	115	50	50	50
	クラッド	16	30	29	20	32	32
総 自 由 度 数		159	345	313	217	456	231
時間積分法(質量マト)		Newmark β (L)	中心差分(L)	中心差分(L)	Hilber-Hughes-Taylor(L)	中心差分(L)	中心差分(L)
時間増分値 [μ sec]		5.0	3.73 (0.5~3.77)	(0.6~6.00)	(5~100)	0.2	0.652
構成式	円 柱	多直線	多直線	多直線	多直線	2直線	2直線
	クラッド	2直線	2直線	2直線	2直線	2直線	2直線
接 触 / 非 接 触		gap要素	sliding interface	sliding interface	gap要素	sliding interface	sliding interface
摩 擦 係 数		0.14	0.14	0	0.14	0	0.14
塑 性 計 算 法		反復3回	Wilkins法 反復なし	反復なし	Newton法 反復max 6回	反復なし	反復なし
計算時間	CPU time	472800	435.12	40	771.3	756	249
	計 算 機	PRIME550	CDC CYBER 176	CRAY-1	CDC CYBER 176	M-280H	M-280H

sec^{-1})の多直線近似構成式を用いており、DYNA3DおよびDYNA2Dは2直線近似構成式を仮定している。ステンレス鋼クラッドに対してはいずれも2直線近似式が仮定されている。

上面および側面クラッドの接触 / 非接触はgap要素あるいはsliding interface等を用いていずれのコードにおいても考慮されている。また、側面クラッドと円柱間の摩擦は、MARC, PISCES(A), ABAQUS, DYNA2Dの4コードで考慮されており、摩擦係数値として0.14が仮定されている。他の2コードでは自由な相対滑りが許されている。PISCESのsliding interfaceは、現時点では摩擦を考慮できないが、PISCES(A)ではオイラー要素を用いることによりこれを考慮している。

計算時間はCRAY-1を用いたPISCES(B)の所要時間が最も短い。MARCによる解析では陰公式を用いていながら、gap要素に関する解の収束が困難になるためかなり小さい時間増分値を仮定しているので、やや長い計算時間を要している。

以下に各出力項目ごとに計算結果の相互比較を行い考察を加える。主要な数値はTable 2に示されている。

結果をFig. 2 ~ Fig. 18に示す。

Table 2 Typical numerical results by program codes

計算コード名 項 目		MARC	PISCES(A)	PISCES(B)	ABAQUS	DYNA3D	DYNA2D
円柱頭部 沈下量	最大値 [cm]	3.0	3.15	3.19	2.95	2.80	2.70
	時 間 [msec]	3.5	3.8	4.0	3.4	3.7	3.7
クラッド 沈下量	最大値 [cm]	2.5	1.9	2.2	1.4	1.9	2.1
	時 間 [msec]	3.0	2.3	2.4	3.5	2.0	2.2
ス ラ ン プ 値 [cm] (5 m sec での値)		0.72	2.10	2.33	2.09	1.80	1.70
最 大 速 度 [cm/m sec]		1.50	1.73	1.60	1.50	1.35	1.35
最 大 加 速 度 [G]		13500	13500	11000	8000	4500	7000
最 大 軸 応 力 [kg/mm ²] (円柱O点での値)		-27.5	-27.0	-27.0	-26.0	-17.0	-17.0
最 大 軸 ひずみ [1] (円柱O点での値)		-0.07	-0.035	-0.065	-0.04	-0.07	-
最 大 反 力 [ton]		3100	3150	-	3200	-	-

(1) 沈下量およびスランプ(Fig.2, 3)

円柱の頭部沈下量の時刻歴は相互に良好に一致している。すなわち、衝撃開始後、単調増加し、3.5～4.0 m sec付近で約3.0 cm前後の最大値をとる。いずれの計算結果にも高周波成分はほとんど見られない。一方、上面クラッド中央点の沈下量時刻歴にはかなりの相違が見られる。これは使用要素、要素数、側面クラッドとの接続条件の相違が重畠した結果と考えられる。

この結果、両者の差として計算されるスランプ値にもばらつきが見られるが、円柱の頭部沈下量が実験値の2.79 cmに近いことより、いずれのコードも妥当な解を与えていたと判断すべきであろう。

沈下量の軸方向分布に関しては、DYNA3Dなど総自由度数の多い計算では円柱の変形が底部近傍でやや局所的に生じている傾向が見られる。

以下に、各解析コードによる出力結果のオーバプロット図を示す。各計算コードの表示は、Fig.1の記法による。

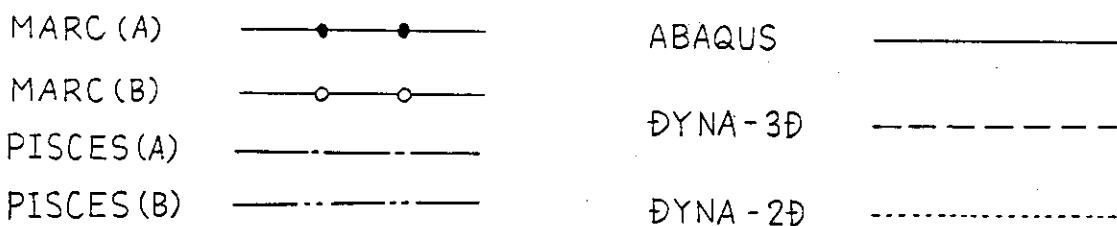
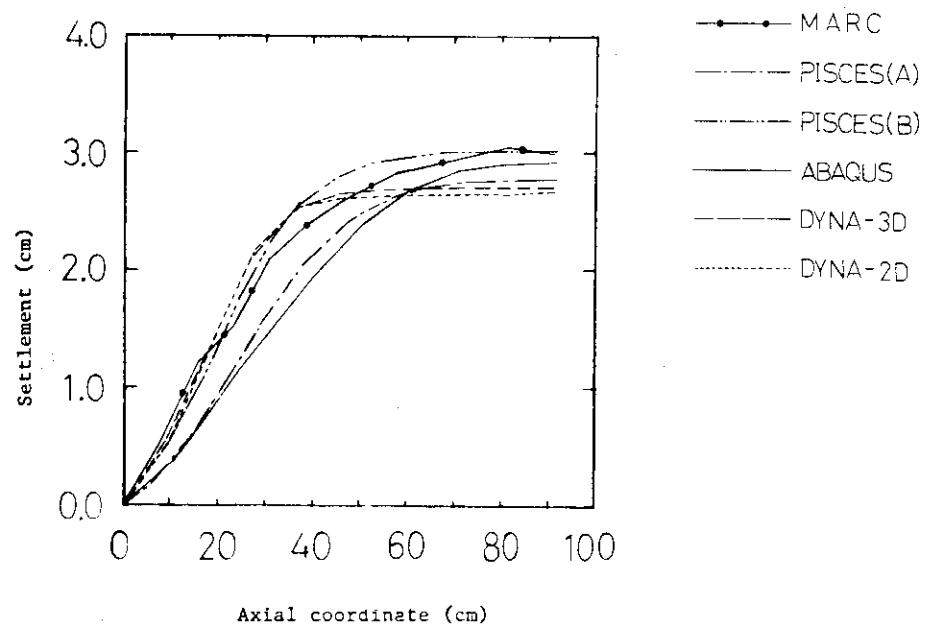
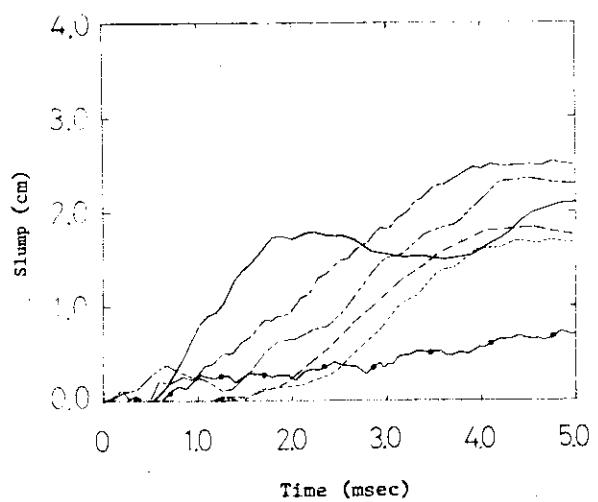
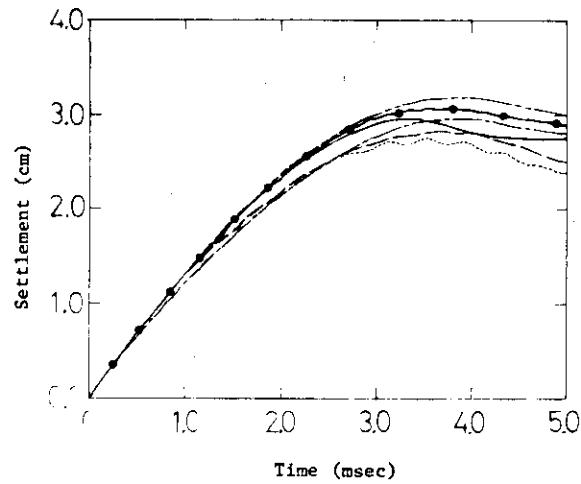


Fig. 1

なお、上記のMARC(A)およびMARC(B)はそれぞれ円柱、クラッド間の摩擦係数を0.14および0と仮定した場合の解析結果である(3.4.1を参照)。



(2) 変形図 (Fig.4)

各コードによる計算結果は定性的に同様の結果を与えており、永久変形として円柱底部が半径方向に肥大し、上面クラッドの間にすき間を生ずるモードが明瞭に観察される。

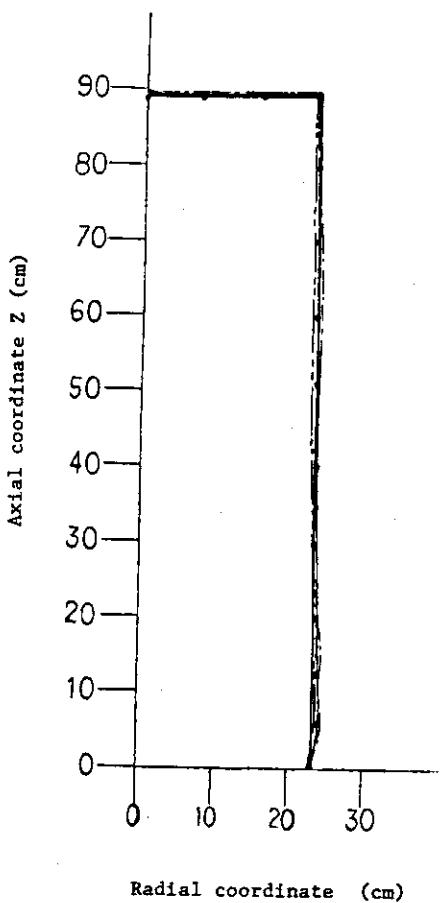


Fig. 4 (a) Deformed profile (3 msec)

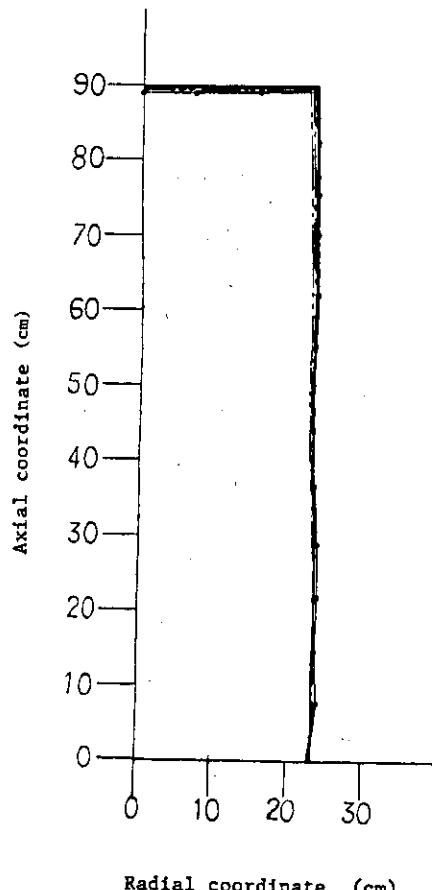


Fig. 4 (b) Deformed profile (5 msec)

(3) 速度および加速度 (Fig.5, 6)

円柱頭部の軸方向速度は、縦波の頭部到達時刻（約 0.65 m sec）まではほぼ初期値（13.38 m/sec）を保ち、以後減少して沈下量が最大値をとる時間にはば零となり、符号が反転する様子がいずれの計算結果にも見られる。加速度については相互の一致は望めないが、特に過大な値は生じておらず、いずれの計算も安定に進行したと判断される。

速度、加速度とともに、Newmark の β 法を用いた MARC の計算結果には、比較的振幅の大きい高周波成分が観察されるが、同じ陰解法（Hilber - Hughes - Taylor 法）による ABAQUS の結果では人工粘性 ($\alpha = -0.05$) により高次モードがかなり抑えられている。

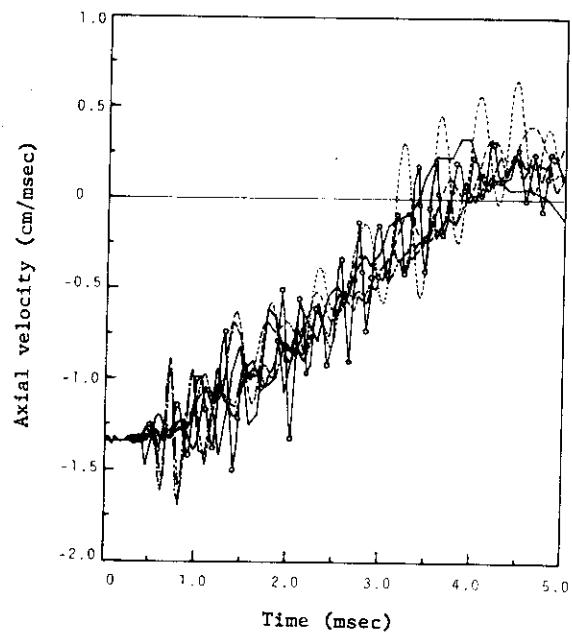


Fig.5 Time history of axial velocity at head (B)

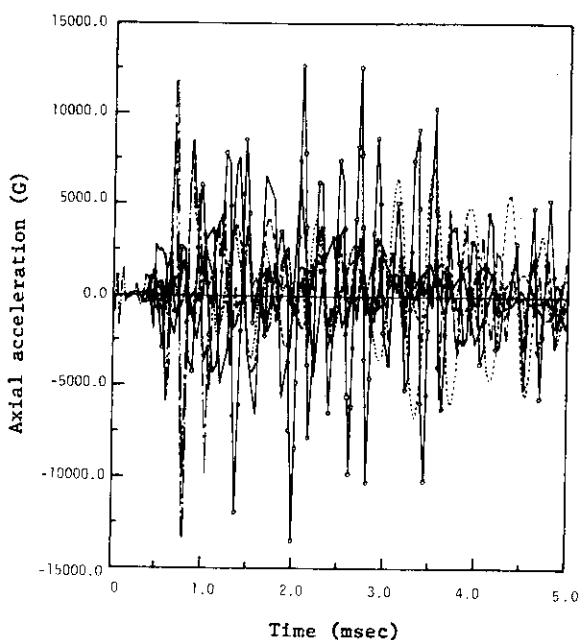


Fig.6 Time history of axial acceleration at head (B)

(4) 応力、ひずみ (Fig.7～12)

応力の時刻歴に関しては、ABAQUS, DYNAs3D, DYNAs2D の計算結果に高周波成分が少ないと明瞭であり、ABAQUS では人工粘性、DYNAs3D, DYNAs2D では鉛の構成式に 2 直線近似を用いたことが影響していると思われる。底面の軸応力分布では、ABAQUS の結果が他のものと異なる傾向を呈しており、円柱中心部で高い応力値を示している。ひずみの時刻歴は相互に大差なく、応力と比較するといずれも滑らかな結果である。

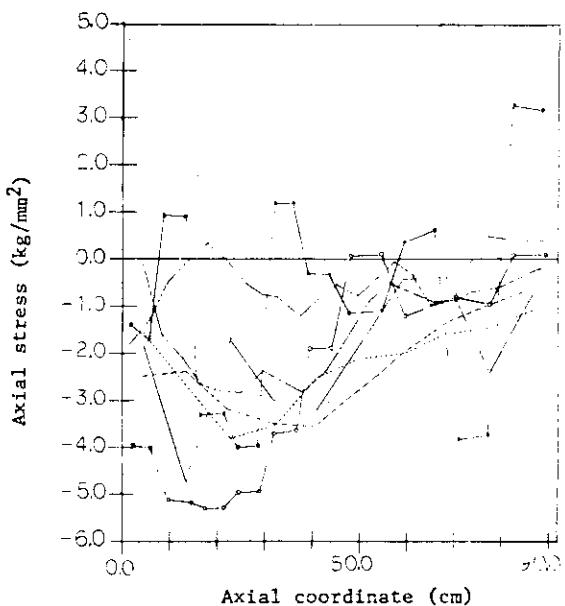


Fig.7 Distribution of axial stress
(3 msec)

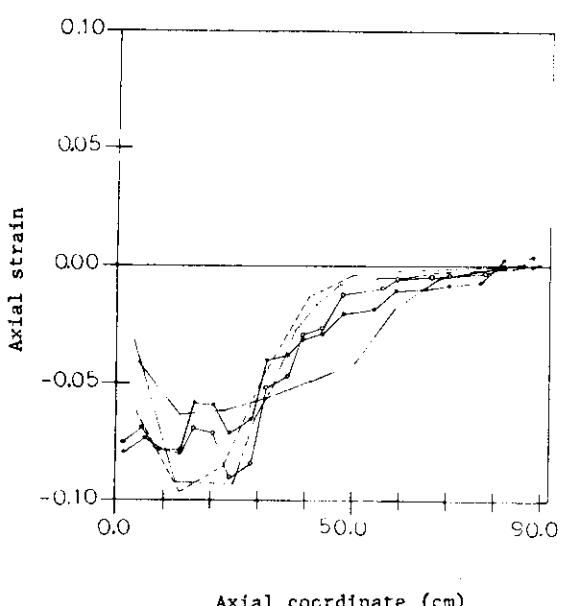


Fig.8 Distribution of axial strain
(3 msec)

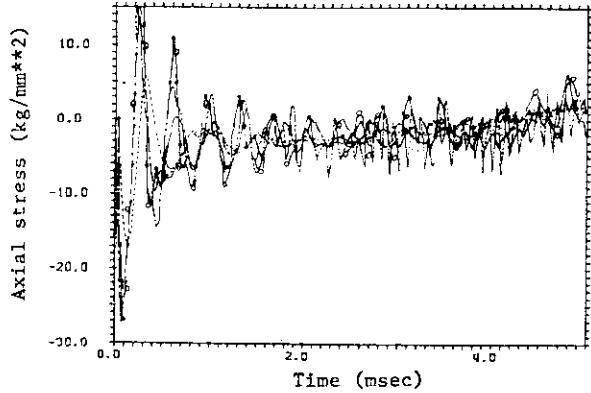


Fig.9 Time history of axial stress at bottom (O)

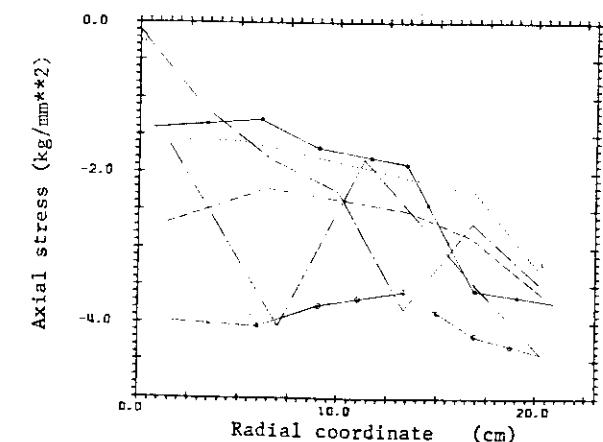


Fig.10 Distribution of axial stress on the bottom surface (3 msec)

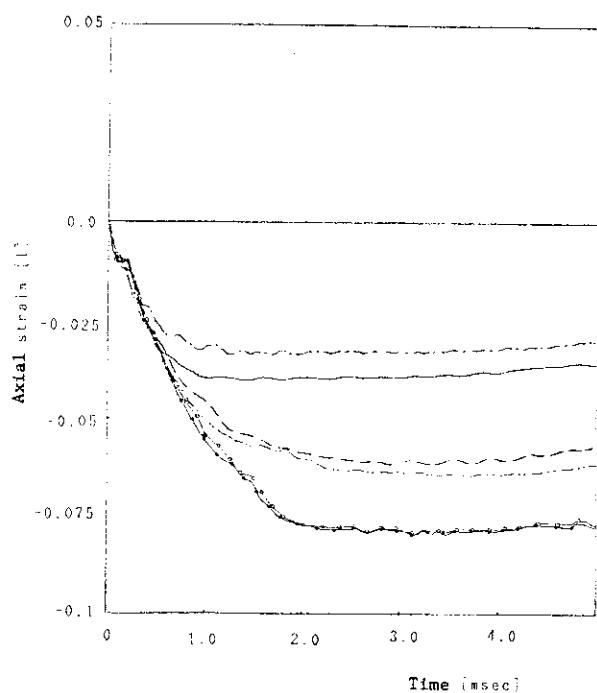


Fig.11 Time history of axial strain at bottom (C)

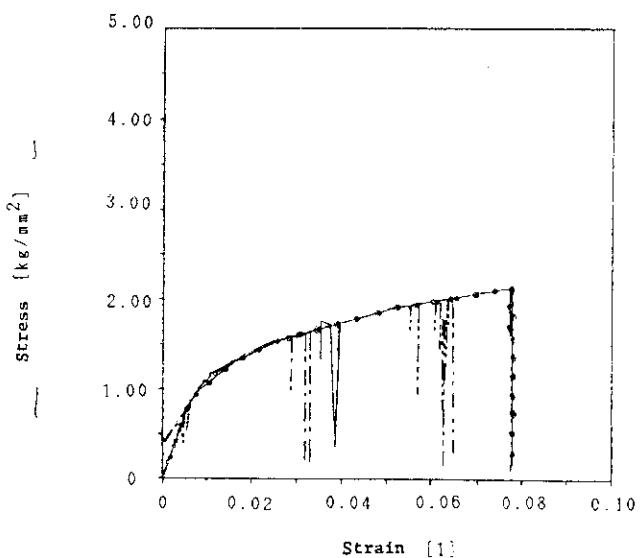


Fig.12 Stress-strain relation (C)

(5) エネルギー (Fig.13)

DYNA3D および PISCES(A)では計算の過程での全エネルギーの変動率が数%程度であり、ほぼ問題ないが、PISCES(B)では15%程度全エネルギーが増加している。計算結果自体は妥当と判断されるので、エネルギーの計算段階で誤差が混入している可能性があり、検討を要する。

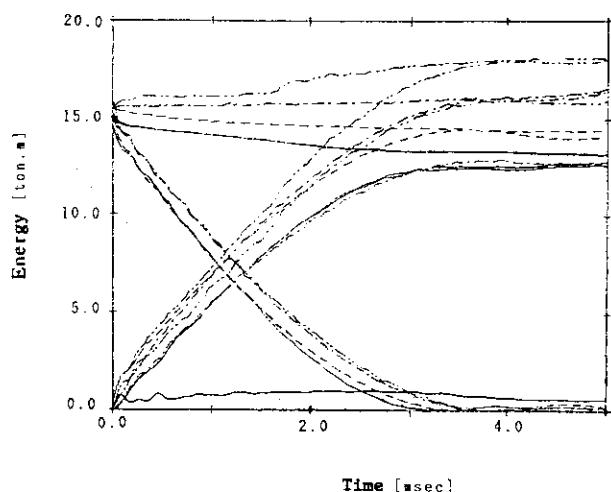


Fig.13 Time history of energy

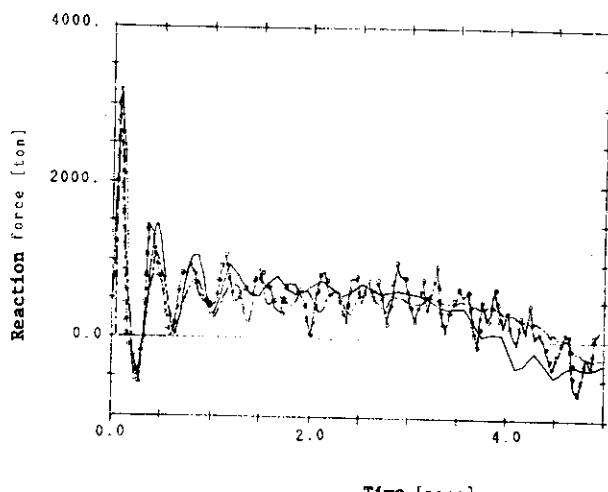


Fig.14 Time history of reaction force

(6) クラッドの応力およびひずみ (Fig.15 ~ 18)

人工粘性を仮定したABAQUSによる計算結果は総体的に滑らかである。

(7) 塑性域の進展

MARC, PISCES(A)およびPISCES(B)のみ結果が示されているが、衝撃初期に全域が降伏し、沈下量のピーク値付近で除荷を生ずる共通の傾向が見られる。

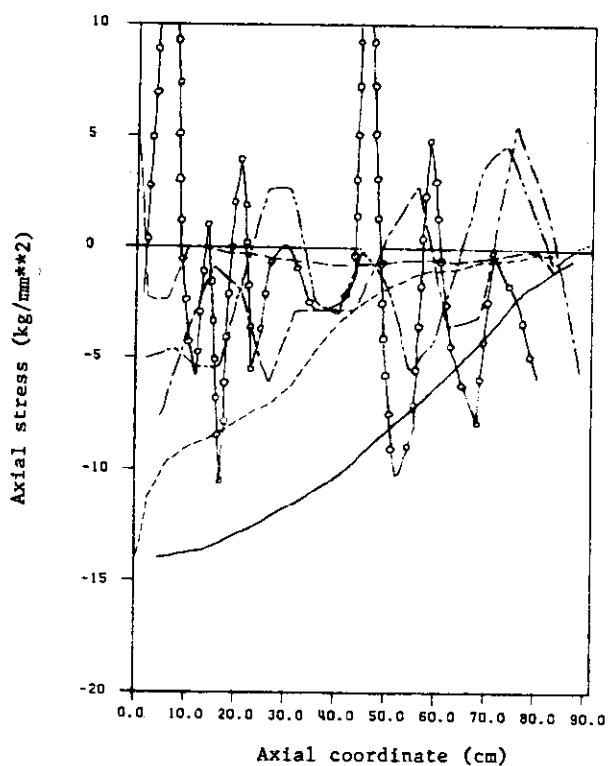


Fig.15 Distribution of axial stress in clad (3 m sec)

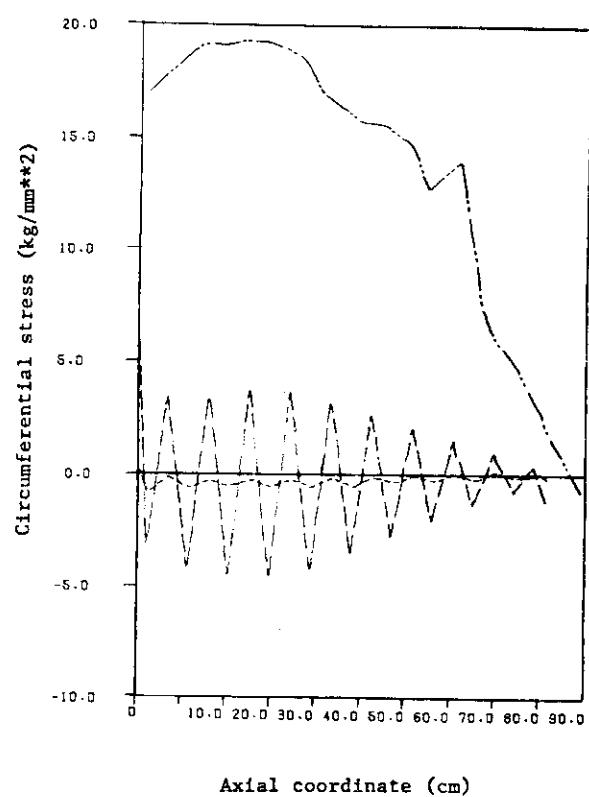


Fig.16(a) Distribution of circumferential stress in clad (3 msec)

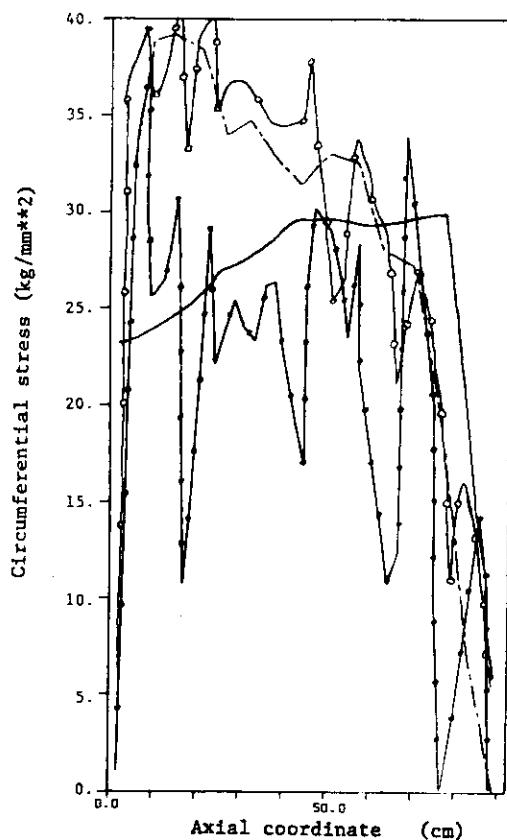


Fig.16(b) Distribution of circumferential stress in clad (3 msec)

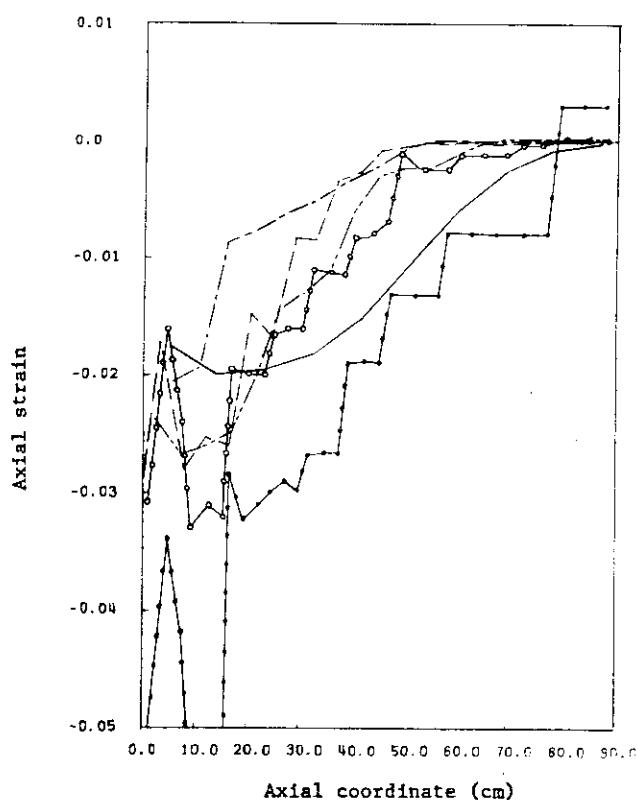


Fig.17 Distribution of axial strain in clad

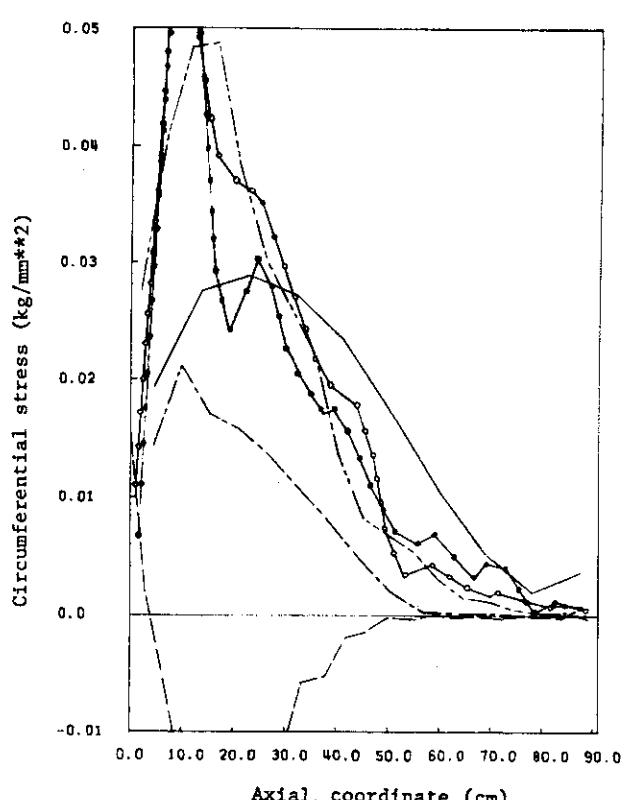


Fig.18 Distribution of circumferential strain in clad

3.5 あとがき

3.5.1 試計算例題

3.2, 3.3および3.4で示した解析結果より、いくつかの知見が得られたが、主なものをまとめてみる。

まず1次元棒の衝撃解析（試計算）については次のとおりである。

1. 材料構成式のモデルの差異により、沈下量の時刻歴に最大値が生じる場合と単調増加になる場合があり得ることがわかった。
2. 軸方向速度、応力およびひずみ履歴の定性的な挙動は1次元平面応力弾性応答からほぼ推察できるが、現象としては塑性負荷、除荷過程を伴なうため、頭部軸方向応力、ひずみ履歴はきわめて複雑なものとなっている。
3. ひずみ速度は底部において単調減少し、また頭部における履歴も一様でないため、ひずみ速度を一定とするモデルは便宜的なものにすぎないことがわかった。
4. 解析結果には要素境界における反射の影響が重畠されており、解析結果の解釈ではこの点を考慮して検討しなければならない。

3.5.2 ベンチマーク問題〔I〕

1. 円柱の頭部沈下量は、各プログラムで仮定している材料モデルにより異なる。ひずみ速度性を考慮した修正Robinson式を用いた解析では、ひずみ速度効果を考慮しない解析結果と比較して、約5～30%沈下量が減少する。ただし、有限ひずみ、有限変形の定式化と合わせて構成式のモデル化を評価していないため、解析間のばらつきが多い。
2. ひずみ速度を $\dot{\epsilon} = 100 \text{ sec}^{-1}$ 一定とする材料モデルでは、ひずみ速度を可変としたモデルと比べて剛性を高めに評価する傾向があり、沈下量、永久変形ひずみ量ともに過小に評価する。特に2直線近似は対応する多直線近似よりも剛な評価になっているようである。
3. 全体の変形および塑性域の進展という点から材料モデルを考えると、ひずみ速度依存性を考慮すると円柱底部における半径方向の肥大化が局所化される。塑性域進展は、仮定したモデルにより大きく異なっていることがわかった。
4. 実際の設計解析に際しては、材料構成式としては、ひずみ速度効果を全く考慮しない解析よりも、ひずみ速度を適切な値に設定した上で修正Robinson式を多直線近似して用いた解析により、修正Robinson式を直接扱う解析に近い結果が得られると思われる。ただし、構成式を扱う場合、応力・ひずみ速度の尺度（measure）が適切でなければ精度良い結果を得ることは難しいようである。

3.5.3 ベンチマーク問題〔II〕

1. 円柱頭部の沈下量時刻歴の計算結果は相互に良好に一致しており、最大値として約3.0 cmの値を得た。この値は実験によるスランプ値の2.79 cmと良好に対応しており、いずれの計算コードもほぼ妥当な解を与えたと言える。
2. gap要素あるいはsliding interface等により接触および摩擦を考慮した計算も数値的不安定を伴なうことなく円滑に進行した。ただし、陰公式においては時間刻みの細分化、人工粘性の付加などによる安定化が計られている。

3. 摩擦係数値および鉛の材料特性の相違は得られた数値解に有意の差を及ぼしていない。今回の計算結果による限り、円柱・クラッド間の摩擦がキャスクの落下衝撃挙動に与える影響は小さい。
4. 解析をより効率よく行うためには、陽公式および陰公式による mesh partition, あるいは splitting method などの新しい時間積分法の使用を検討する必要がある。

4. 解析・計算プログラムの開発・整備に関する検討

4.1 まえがき

第3章までに国内外におけるキャスク構造解析手法の調査及びベンチマーク問題設定とその解析及び評価を論じたが、ここでは今後開発・整備して行く計算プログラムに必要とされる性能について検討する。そのために4.2において衝撃解析アルゴリズムの諸問題を調査検討し、第1章の調査、第3章のベンチマーク問題の解析結果を踏えて、4.3においてキャスク解析コードに要求される機能について述べる。

4.2 衝撃解析アルゴリズムの検討

4.2.1 衝撃解析の定式化に関する調査

ここではキャスク衝撃解析の基本的定式化の調査についてまとめる。3章におけるベンチマーク解析の結果からも明らかであるように、衝撃時におけるキャスクのひずみは有限ひずみ状態であり、ここでは特にこの点に着目し、その基本的定式化についてまとめる。

(1) 平衡方程式とその弱形式

ある時刻 t における物体の平衡方程式および境界条件は、その時刻における形状を参照して、つぎのように表わすことができる。

$$\sigma_{ij,j} + f_i = 0 \quad \text{in } v \quad \dots \quad (1)$$

$$\sigma_{ij,n_j} = P_i \quad \text{on } s_\sigma \quad \dots \quad (2)$$

$$u_i = \bar{u}_i \quad \text{on } s_u \quad \dots \quad (3)$$

ここで σ_{ij} は Cauchy 応力（真応力）、 f_i は時刻 t における物体 v の単位体積あたりの物体力であり d'Alembert の慣性力を含むものとする。 P_i は時刻 t において表面 s_σ に作用する表面力、 n_j は表面 s_σ の外向き法線を表わし、 \bar{u}_i は時刻 t において表面 s_u における変位の境界値を表わす。なお、ここでの記述は総和規約に従うものとし、またカンマ (,) は偏微分を表わすものとする。また小文字の添字は時刻 t における形状に対する座標を表わす。

式(1)に任意の重み w_i を乗じ、全体積 v について積分すると次式が得られる。

$$\int_v w_i (\sigma_{ij,j} + f_i) dv = 0 \quad \dots \quad (4)$$

ここで式(4)に対して部分積分 (Green の定理) を適用し、式(2)を考慮すると、次式が得られる。

$$\int_v (w_{i,j}) \sigma_{ij} dv = \int_v w_i f_i dv + \int_{s_\sigma} w_i p_i ds + \int_{s_u} w_i \sigma_{ij} n_j ds \quad \dots \quad (5)$$

ここで重み w_i として幾何学的境界 s_u においては $w_i = 0$ である拘束を課し、これを \hat{w}_i とすると式(5)は次のようになる。

$$\int_v (w_{i,j}) \sigma_{ij} dv = \int_v \hat{w}_i f_i dv + \int_{s_\sigma} \hat{w}_i p_i ds \quad \dots \quad (6)$$

なお、 $\hat{w}_{i,j}$ は次のように対称部分 \hat{d}_{ij} と逆対称部分 \hat{r}_{ij} に分解することができる。

$$\hat{w}_{i,j} = d_{ij} + \hat{r}_{ij} \quad \dots \quad (7)$$

ここで、

$$\begin{aligned} \hat{d}_{ij} &= \frac{1}{2} (\hat{w}_{i,j} + \hat{w}_{j,i}) \\ \hat{r}_{ij} &= \frac{1}{2} (\hat{w}_{i,j} - \hat{w}_{j,i}) \end{aligned} \quad \dots \quad (8)$$

また Cauchy 応力は対称すなわち $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ であることを考慮に入れると次式が成立する。

$$\hat{r}_{ij} \sigma_{ij} = 0 \quad \dots \quad (9)$$

したがって式(7)を式(6)に代入し、式(9)を考慮に入れることにより次式が成立する。

$$\int_v \overset{*}{d}_{ij} \sigma_{ij} dv = \int_v \overset{*}{w}_i f_i + \int_{ss} \overset{*}{w}_i p_i ds_\sigma \quad \dots \quad (10)$$

式(10)は時刻 t の物体の形状を参照にした場合の一般的な仮想仕事の原理である。即ち重み $\overset{*}{w}_i$ として変位場を選択すれば式(10)は仮想変位の原理となり、 $\overset{*}{d}_{ij}$ は微小ひずみが対応する。また、重みとして速度場を選択すれば(10)は仮想速度の原理となり、 $\overset{*}{d}_{ij}$ はひずみ速度（変形速度）が対応する。キャスク衝撃解析のような動的大ひずみ問題に対しては後者の解釈を定式の出発としている場合が多い。ただし、式(10)は時刻 t における形状を参照にしているので固体力学の問題にそのまま適用することができない。一般に固体力学の問題では時刻 t における運動を時刻 $t_0 < t$ における規知の基準形状を参照にして展開する必要がある。一般に定式化の差異は基本とする応力（及び共役ひずみ）の測度のちがいに起因する。以下に固体力学の問題に対して用いられている代表的な応力の測度について構成関係とともに論じる。

(2) Kirchhoff 応力による表現

式(10)の左辺は次のように表わすことができる。

$$\int_v \overset{*}{d}_{ij} \sigma_{ij} dv = \int_V \overset{*}{d}_{ij} \sigma_{ij} \left| -\frac{dv}{dV} \right| dV = \int_V \overset{*}{d}_{ij} \tau_{ij} dV \quad \dots \quad (11)$$

ここで V は時刻 t_0 ($t_0 < t$) における規知形状の体積を表わし、 τ_{ij} は Kirchhoff 応力と呼ばれ次のとおりである。

$$\tau_{ij} = \left| \frac{dv}{dV} \right| \sigma_{ij} = J \sigma_{ij} \quad \dots \quad (12)$$

上式に J は変形のヤコビアンである。

一般に延性材料では Cauchy 応力がある限界値になると降伏するということが知られており、また、金属材料においては Cauchy 応力と対数ひずみの関係は引張り側と圧縮側においてよく一致し、さらに、変形速度 d_{ij} は対数ひずみ速度に対応するということより、金属材料の有限ひずみ領域の塑性理論の展開には Kirchhoff 応力が広く用いられている。

しかし、増分形の展開においては、Kirchhoff 応力の時間変化率は剛体回転に対して不变でない（material frame indifference が成立しない）ので、構成方程式において剛体回転に対して不变な Kirchhoff 応力の Jauman 変化率を弾性ひずみ（変形速度の弾性成分）と関係づける。

即ち、

$$\overset{\nabla}{\tau}_{ij} = C_{ij} K_l d_{kl}^{(e)} \quad \dots \quad (13)$$

ここで $\overset{\nabla}{\tau}_{ij}$ は Kirchhoff 応力の Jauman 変化率（共回転応力変化率：corotational stress rate）であり、次式から導びかれる。

$$\dot{\tau}_{ij} = \overset{\nabla}{\tau}_{ij} + r_{ik} \tau_{kj} + r_{kj} \tau_{ik} \quad \dots \quad (14)$$

上式において r_{ij} は回転変化率である。

塑性成分に関しては Kirchhoff 応力を用いて塑性ポテンシャルを表わし、変形速度に対して流れ則を適用することにより式(13)と同様な関係を導びくことができる。また、Cauchy 応力でなく Kirchhoff 応力を基本とすることにより、対称な剛性マトリックスが導びかれることが変形速度の体積変化成分との関連で指摘されている。このような展開は式(13)の弾性関係を亜弾性(hypoelastic)と呼ぶことにより、亜弾粘塑性(hypoelastic-viscoplastic)

体とも呼ばれる。なお塑性挙動が異方性であり、かつ大きなひずみが生じるような場合は Jauman 変化率は不適当であり、Dienes の変化率を用いるべきであるということが指摘されているが、ここでの具体的問題に対してどのような差異が生じるかについては今後の研究が必要であろう。

(3) 第一種 Piola-Kirchhoff 応力による表現

式(11)の被積分項は次のように変換できる。

$$d_{ij} \tau_{ij} = w_{j,I} T_{IJ}$$

ここで $w_{j,I}^*$ は基準形状を参照にした場合の仮想変形速度、 T は第一種 Piola-Kirchhoff 応力であり、以下のとおりである。

$$w_{j,I}^* = \frac{\partial w_j}{\partial X_I} \quad \dots \quad (15)$$

$$T_{IJ} = J \sigma_{ij} \frac{\partial X_I}{\partial x_i} \quad \text{or} \quad \sigma_{ij} = \frac{1}{J} T_{IJ} \frac{\partial x_i}{\partial X_I} \quad \dots \quad (16)$$

式(15)において $w_{j,I}^*$ は基準形状を参照にした場合の幾何学的境界条件を満足する重みであり、速度場を考える。式(16)における X_I は基準形状の位置ベクトルである。式(16)の関係式(1), (2)に代入すると次式が得られる。

$$T_{IJ,I} + F_j = 0 \quad \dots \quad (17)$$

$$T_{IJ,I} N_I = P_j \quad \dots \quad (18)$$

ここで F_j および P_j は参照形状の単位体積あたりおよび単位面積あたりの力であり、上式から第一種 Piola-Kirchhoff 応力は“公称応力”を一般化したものであると考えることができる。式(16)から明らかに第一種 Piola-Kirchhoff 応力は非対称である。なお、実験による構成関係が公称応力を基本とする場合は、この応力を構成方程式の基本として採用すべきであろうが、ここで関連する問題については、第一種 Piola-Kirchhoff 応力の導入はむしろ定式化のための中間段階と考えるべきであろう。

(4) 第二種 Piola-Kirchhoff 応力による表現

式(11)の被積分項は次のように変換できる。

$$d_{ij}^* \tau_{ij} = E_{IJ}^* S_{IJ} \quad \dots \quad (19)$$

ここで E_{IJ}^* は Gree のひずみ速度、 S_{IJ} は第二種 Piola-Kirchhoff 応力であり、以下のとおりである。

$$E_{IJ}^* = \frac{\partial x_i}{\partial X_I} d_{ij}^* \frac{\partial x_j}{\partial X_J} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_J^*}{\partial X_I} + \frac{\partial w_L^*}{\partial X_J} + \frac{\partial w_K^*}{\partial X_I} \frac{\partial w_K^*}{\partial X_J} \right) \quad \dots \quad (20)$$

$$S_{IJ} = J \frac{\partial X_I}{\partial x_i} \sigma_{ij} \frac{\partial X_J}{\partial x_j} \quad \dots \quad (21)$$

式(19)の関係より、ある時刻 t ($t > t_0$) における運動を時刻 t_0 における基準形状を参照にして記述することができる。

従って、ある基準形状における平衡方程式と等価な弱形式は次のように表わすことができる。

$$\int_V E_{IJ}^* S_{IJ} dV = \int_V w_I^* F_I dV + \int_{\partial\Omega} w_I^* P_I dS \quad \dots \quad (22)$$

一般に基準形状を初期形状に固定する方法を Lagrange 形定式、変形に応じて変化させる方法を updated Lagrange 形定式と呼ぶ。

粘弾塑性構成方程式が、第二種 Piola-Kirchhoff 応力と Green ひずみの直接関係づけるように与えられる材料は超粘弾塑性材料 (hyper-visco-elastic-plastic) と呼ばれる。Lagrange 形定式を採用し超粘弾塑性構成方程式を考えた場合は、微少ひずみ有限変形問題には適用できるが、有限ひずみ領域においては update Lagrange 形の構成関係を考える必要がある。

参考文献

- 1) 武田「動的問題における各種要素マトリックスの定式」：有限要素法ハンドブックⅡ：応用編，培風館，1983
- 2) 武田「幾何学的非線形問題における各種要素マトリックスの定式」：有限要素ハンドブックⅡ：応用編，培風館，1983
- 3) H.D. Hibbit "Formulations for Geometrically Nonlinear Numerical Analysis of Solids and Structures" Hibbit, Karlson and Sorensen Inc, 1980.
- 4) L.E. Malvern "Introduction to the Mechanics of A Continuous Medium" Prentice-Hall, Inc, 1969.
- 5) R.A. LeMaster "A Theoretical and Numerical Comparison of Three Finite Strain Finite Element Formulations for Elastic-Viscoplastic Material" Computer & Structures Vol. 16, No. 1 - 4, 1983.

4.2.2 材料(ひずみ速度依存型構成方程式)

(1) まえがき

線形弹性解析に比較して、材料非線形性を考慮する解析においては、その計算結果は材料構成式の導入法により大きく異なる場合が多い。したがって非線形解析では、対象とする材料の性質・挙動、ひずみ・応力の定義、基本原理の取扱い方などが解の精度、信頼性を決定する上で重要視される。これまでの研究、実際での解析経験から、鋼材を中心とした材料の静的弾塑性解析に関しては、ほぼ解析法が定まっていている。まず、非線形な仮想仕事式を、増分法を用いて線形化する。このとき、増分応力ベクトルと増分ひずみベクトルの関係式が必要となるが、これには、塑性ボテンシャルに等しい降伏曲線として Mises 型関数を採用し、関連流れ則を用いて単軸の応力ひずみ関係式を多軸化した構成式を用いる方法が通常採用される。また、静クリープ等の粘弹性、粘弾塑性効果も、有限要素解析法において各種の非線形ひずみ量を初期ひずみベクトルとして取扱い得ることが知られている。したがって、通常の荷重形態に対する静的変形解析においては、ほぼ公認された定式化によりほぼ妥当な結果が得られることが多く、その意味でこの種の静的材料非線形問題は解決されたと考えてよい。

しかし、この材料非線形性に動的効果が重畳してくると議論は複雑となる。まず、どの程度の変形速度の現象を対象としているかを明確にしなければならない。というのも、変形速度があまり大きくなれば、動的解析においては材料常数は静的解析のままで慣性力のみを考慮するだけでよく、一方変形速度が比較的大きくなる場合には、材料の応力-ひずみ関係に与えるひずみ速度効果を考えねばならないからである。次に、材料非線形性を導入した場合の動的解析法の安定性を考えねばならない。通常は、線形状態で安定であれば非線形性を考慮しても無条件安定性はそのまま保存されると考えられがちであるが、これも構成関係の扱い方によっては不安定な状況が生じることもあり得る。

したがって、材料構成方程式の考察は、材料それ自身の応答に関心をもつ材料グループのみならず動的な構造解析

を行う設計グループにとっても重要な因子である。ここでは、ひずみ速度効果を考慮する場合と考慮しない場合における動的解析法の問題点について議論する。

(2) ひずみ速度効果の無視できる材料非線形性

ベンチマーク問題で使用した鉛の構成式、修正 Robinson 則においては、ひずみ速度が $\dot{\epsilon} \approx 0.1 \text{ sec}^{-1}$ であれば用いる構成式の関数形式は、ひずみ速度を無視した場合のそれと類似しており、また物理的にもこの程度の低ひずみ速度域では材料は静的状態にあると考えてよい。

(a) 材料構成式

基本的には、Fig. 1 に示すような静的状態における弾塑性構成関係の考え方を直接利用できる：

① 応力・ひずみ量としてはその増分量を考える。すなわち、全ひずみ増分 $d\epsilon$ は

$$d\epsilon = d\epsilon^e + d\epsilon^p \quad \dots (1)$$

ここに、弾性ひずみ増分 $d\epsilon^e$ はフック則を用いて

$$d\epsilon^e = D^{-1} d\sigma \quad (d\sigma: \text{応力増分})$$

$$\dots (2)$$

で表現され、一方塑性ひずみ増分は、塑性ポテンシャル Q を用いて流れ則として次式で与えられる。

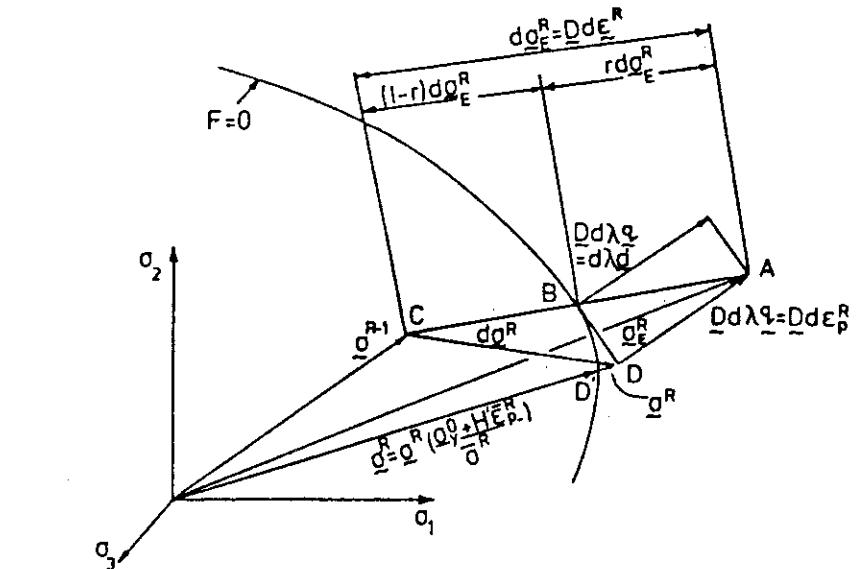


Fig. 1 Reduction of stresses to the yield surface for elastoplastic situations

$$d\epsilon^p = d\lambda (\partial Q / \partial \sigma) \quad \dots (3)$$

ここに $d\lambda$ は未定常数である。

② 塑性ポテンシャルは降伏関数 $F(\sigma, \epsilon^p, \kappa)$ (κ : 硬化パラメータ) によって与えられる。したがって式(3)は、 $d\epsilon^p$ の降伏曲面に対する直交条件

$$d\epsilon^p = d\lambda (\partial F / \partial \sigma) = d\lambda q \quad \dots (4)$$

となる。

③ 塑性変形の過程においては応力ベクトルは常に降伏曲面上にある。すなわち、

$$dF = \left[\frac{\partial F}{\partial \sigma} \right]^t d\sigma + \left[\frac{\partial F}{\partial \epsilon^p} \right]^t d\epsilon^p + \frac{\partial F}{\partial \kappa} d\kappa = 0 \quad \dots (5)$$

この3つの原則を用いて、応力増分ベクトルとひずみ増分ベクトルとの関係式を導出できる。すなわち、式(1), (2), (3), (4)より

$$d\epsilon = D^{-1} d\sigma + d\lambda q \quad \dots (6)$$

両辺に前から $d^t = q^t D$ を乗じると、

$$q^t D d\epsilon = q^t d\sigma + q^t D q d\lambda \quad \dots \quad (7)$$

ここで、式(5)と $q^t d\sigma = d\bar{\sigma} = H' d\bar{\epsilon}$ であることより、

$$q^t d\sigma = -A d\lambda = H' d\bar{\epsilon} = H' d\lambda \quad \dots \quad (8)$$

よって、式(7), (8)より、

$$d\lambda = q^t D d\epsilon / (H' + q^t D q) \quad \dots \quad (9)$$

したがって、式(9)を(6)に代入すると、

$$d\sigma = \left[D - \frac{d d^t}{H' + q^t D q} \right] d\epsilon \quad \dots \quad (10)$$

なる構成関係が得られる。

(b) 材料非線形性の時間積分法への影響^{4), 5)}

時間積分法としてしばしば利用される陰的解法 (Implicit scheme) は、線形弾性問題において無条件安定 (Unconditionally stable) であること、すなわち比較的大きい時間増分を用いても振動・発散が生じないことが知られている。しかし、材料あるいは幾何的な非線形性を考慮しなければならない問題では、その無条件安定性は保証されるであろうか。例えば、大たわみ効果により系の剛性が増加する場合を考えると、見かけ上接線剛性係数が増すために、Courant 条件を考えると大きい時間増分では誤差を生じるようと思われる。

そこで、Newmark- β 法を例として、材料非線形性の与える影響を考えよう。簡単のため、微小ひずみ、微小変形理論による弾塑性問題を取り上げるが、大変形を考慮する場合にも同様の結論が導びける。

解くべきマトリックス方程式は、

$$Ma + f = p, K\Delta d = \Delta f \quad \dots \quad (11)$$

である。ここに、 M は正値な質量マトリックス、 a は加速度ベクトル、 f と p はそれぞれ節点力ベクトルおよび外力ベクトルである。また K は接線剛性係数マトリックス、 Δ は時間増分を表す。式(11)を、次に示す Newmark- β 法で積分してみよう：

$$i = 0 : \quad d = \bar{d}_0, \quad V = \bar{V}_0, \quad f = \bar{f}_0, \quad P = \bar{P}_0 \quad \dots \quad (12)$$

$$\begin{aligned} i > 1 : \quad d_{i+1} &= d_i + \Delta t V_i + \Delta t^2 \left[\left(\frac{1}{2} - \beta \right) a_i + \beta a_{i+1} \right] \\ V_{i+1} &= V_i + \frac{1}{2} \Delta t (a_i + a_{i+1}) \end{aligned} \quad \dots \quad (13)$$

式(13)を(11)に代入し、 $t = (i+1) \Delta t$ における離散式を導出すると、

$$(M + \beta \Delta t^2 K) \Delta d = M \left[\Delta t V_i + \left(\frac{1}{2} - \beta \right) \Delta t^2 a_i \right] + \beta \Delta t^2 (P_{i+1} - f_i) \quad \dots \quad (14)$$

式(14)において、右辺は既知量でありこれを解いて Δd を求めれば $d_{i+1} = d_i + \Delta d$ 、さらに式(13)により a_{i+1}, V_{i+1} が計算できる。ただし、 K が変位ベクトルの関数であるため、 $t = (i+1) \Delta t$ において式(11)は完全には満たされず、次式に示すような誤差を生じる。

$$f_{i+1}^{err} = P_{i+1} - f_{i+1} - Ma_{i+1} \quad \dots \quad (15)$$

したがって、このベクトルの大きさによっては必ずしも無条件安定とならないことが考えられる。

ここで、Newmark- β 法の安定性をエネルギー的に評価しよう。いま $t = (i+1)\Delta t$ における内部エネルギー、外部仕事、運動エネルギーをそれぞれ U_{i+1} , W_i , T_i で表すと、時間積分法の安定条件は次式で与えられる：

$$\Delta(T+U-W) \leq O(\Delta t)(T_i+U_i) \quad (i \geq 1) \quad \dots \quad (16)$$

$$\|d_i\| < \infty, \|V_i\| < \infty \quad \dots \quad (17)$$

ここに、 $O(\Delta t)$ は Δt のオーダを意味し、 $\|\cdot\|$ は 2乗平均ノルムである。

通常、 W_i , U_i に対しては次の性質を仮定しても一般性は失なわれない：

- ① 外部仕事の一様有界性 ($W_i < \infty, i \geq 1$)
- ② 内部エネルギーの正値性 ($U_i \geq 0, i \geq 1$)
- ③ 内部エネルギーの一様有界性 ($U_i < \infty, i \geq 1$)

まず、 $\Delta(T+U-W)$ を計算すると、

$$\begin{aligned} \Delta(T+U-W) = & -\frac{1}{2} \Delta d^t (f_i^{err} + f_{i+1}^{err}) \\ & + \frac{1}{2} \Delta t^2 (\beta - \frac{1}{4}) (a_i^t - a_{i+1}^t) M (a_i + a_{i+1}) \end{aligned} \quad \dots \quad (18)$$

となるが、特に $\beta = 1/4$ とすると右辺第2項はゼロとなる。したがって式(16)が成立するには

$$\left| -\frac{1}{2} \Delta d^t (f_i^{err} + f_{i+1}^{err}) \right| \leq O(\Delta t)(T_i+U_i) \quad (i \geq 2) \quad \dots \quad (19)$$

が成立すればよい。式(19)が成立すると、性質①, ②, ③を用いて、式(16)は満足される。よって本質的に安定条件で重要な点は、式(16)の成否ということになる。

式(19)は、 Δt を大きく取りすぎると、式(16)で与えられる不釣り合い力も大きくなり、不釣り合い力のなす仕事 $\Delta d f^{err}$ も大となるので、成立しない。

したがって、そのまで時間積分を続行していくと、エネルギーが増大していき数値解は真の解から大きく離反することになる。

このような事態を防止し式(19)を成立させる方法としては種々のものが考えられるが、1つの時間増分の中で反復計算を行い、不釣り合い力が十分小さくなり式(19)を満すようにする方法が簡便である。

多くの静的非線形解析プログラムでは、不釣り合い力の考慮を行って反復計算を導入しているが、動的解析では式(19)を打切り条件とした反復計算を考えなければ、Newmark 法といえども無条件安定とはならないことを念頭において、解析を実行しなければならない。

(3) ひずみ速度効果を考慮した材料非線形性

ひずみ速度を徐々に増加させていくと、次第に準静的な性質と異なる特徴が現れてくる。それらをまとめると、

- ① 降伏強さ σ_y が増大する、
- ② 最終破壊強さ σ_u が増大する、
- ③ 破断時のひずみ（例えればのび）が減少する、
- ④ 硬化パラメータ k がひずみ速度により変化する、

ことが挙げられる。これらの特性はひずみ速度の増加にともない、より顕著となる。問題はこの特長をいかに考慮するかであるが、現時点では多軸材料試験データが少ないため、単軸データから材料挙動を類推し、想定したモデルを用

いて上記のひずみ速度効果を考慮することになる。このアプローチには、ほぼ準静的な手法を拡張してひずみ速度の影響を付加剛性（Additional hardening）として扱う方法と、粘塑性ひずみ速度を与える流れ則を考慮して時間積分を実行する過程でひずみ速度の影響を取り入れる手法の2つがあるようと思われる。以下では、この2つの手法について解析手順と合わせて述べる。

(a) 付加剛性によるひずみ速度の考慮

ひずみ量が比較的小さい場合には、 σ_y と $\dot{\epsilon}$ の依存性のみを考慮することが多く、この場合には式(8)で与えられる単軸での応力増分とひずみ増分の関係を次のように変形すればよい。

$$d\bar{\sigma} = H' d\bar{\epsilon} + H'' d\dot{\bar{\epsilon}} = \left[H' + H'' \frac{d\dot{\bar{\epsilon}}}{d\bar{\epsilon}} \right] d\bar{\epsilon} = \tilde{H} d\bar{\epsilon} \quad \dots \quad (20)$$

ここで、 \tilde{H} はひずみ速度効果により硬化した接線剛性係数である。単軸における構成式を上記のように変更すると、多軸の関係式は H' を H'' で置換えるだけで式(10)をそのまま利用でき、したがってプログラムも準静的解析のそれを上記の接線剛性係数の変更だけで使用できる。ただし、式(20)において $d\dot{\bar{\epsilon}}$ 、 $\dot{\bar{\epsilon}}$ の計算法は定めておかねばならないが、相当ひずみ速度を、ひずみテンソルから相当ひずみ量を定めた方法と同じ手法で決定できるという理論的背景はない。しかし、現時点では他に適切な方法がないため、 $d\dot{\bar{\epsilon}}$ 、 $\dot{\bar{\epsilon}}$ をそれぞれ

$$d\dot{\bar{\epsilon}} = \alpha \sqrt{(d\epsilon_1 - d\epsilon_2)^2 + (d\epsilon_2 - d\epsilon_3)^2 + (d\epsilon_3 - d\epsilon_1)^2} \quad \dots \quad (21)$$

$$(\alpha = 1/(\sqrt{2} + \nu) : \text{弾性}, \alpha = \sqrt{2}/3 : \text{塑性})$$

$$\bar{\epsilon} = \bar{\epsilon}^p = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\epsilon_1 - \epsilon_2)^2 + (\epsilon_2 - \epsilon_3)^2 + (\epsilon_3 - \epsilon_1)^2} \quad \dots \quad (22)$$

で計算する。

(b) 粘塑性モデルによる方法

ひずみ速度効果を考慮するもう1つの方法は、Fig. 2に示すような粘塑性モデルを用いる手法である。Fig. 2のモデルは、 $\sigma > \gamma$
 $(=\sigma_y)$ のときにすべるスライダックを有する系で、 $\sigma - \sigma_p$ のみが粘性項に作用するようになっている。この考え方を一般化すると、以下に示す定式化が可能となる。

まず、全ひずみ速度 $\dot{\epsilon}$ を弾性ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_e$ 、粘塑性ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_{vp}$ の和で表す：

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_e + \dot{\epsilon}_{vp} \quad \dots \quad (23)$$

ここで、 $\dot{\epsilon}_e$ はフック則により $\dot{\sigma} = D\dot{\epsilon}$ により応力速度 $\dot{\sigma}$ と関係づけられる。一方 $\dot{\epsilon}_{vp}$ は、降伏条件

$$F(\sigma, \epsilon_{vp}) - F_0 = 0 ; F_0 = F_0(\kappa, \sigma_y) \dots$$

$$\dots \quad (24)$$

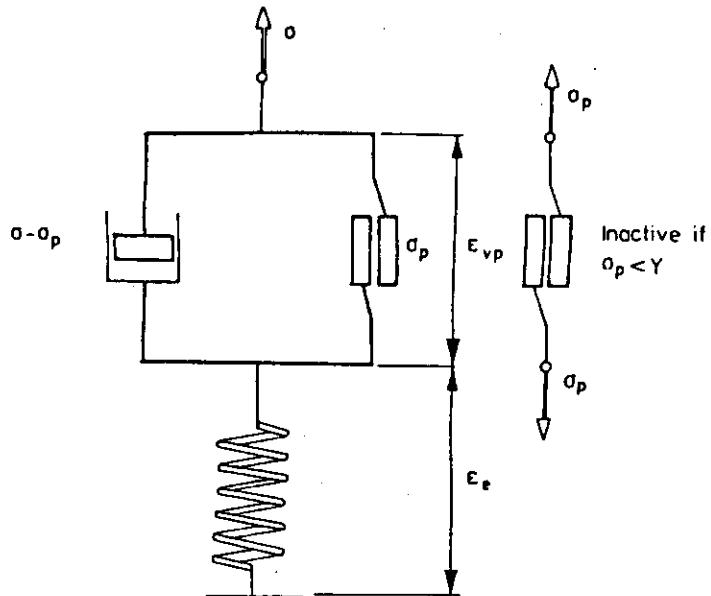


Fig. 2 Basic viscoplastic model

を用いて関連流れ則として次式のように定義される。

$$\dot{\varepsilon}_{vp} = \gamma \langle \Phi(F) \rangle \frac{\partial F}{\partial \sigma} = \gamma \langle \Phi(F) \rangle q \quad \dots \dots \dots (25)$$

ここに、 γ は塑性流れパラメータ、 $\Phi(x)$ は $x > 0$ において正值単調増加する関数で、例えば次式に示す関数形状が考えられる。

$$\Phi(F) = \exp \left[M(F - F_0)/F_0 \right] - 1 ; \quad \Phi(F) = \left(\frac{F - F_0}{F_0} \right)^N \quad \dots \dots \dots (26)$$

また、記号 $\langle \rangle$ は $x > 0$ では $\Phi(x)$ 、 $x \leq 0$ では0を示す。

次に、式(23), (24), (25)に基いて解析するには、時間方向の積分をする必要がある。 $t = t_n$ における応力増分 $\Delta\sigma_n$ は

$$\Delta\sigma_n = D(\Delta\varepsilon_n - \Delta\varepsilon_{vp,n}) \quad \dots \dots \dots (27)$$

により与えられ、 $\Delta\varepsilon_{vp,n}$ は

$$\begin{aligned} \Delta\varepsilon_{vp,n} &= \Delta t_n \left[(1-\theta)\dot{\varepsilon}_{vp,n} + \theta\dot{\varepsilon}_{vp,n+1} \right] \quad (0 \leq \theta \leq 1) \\ \dot{\varepsilon}_{vp,n+1} &= \dot{\varepsilon}_{vp,n} + \left(\frac{\partial \dot{\varepsilon}_{vp}}{\partial \sigma} \right)_n \Delta\sigma_n \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (28)$$

で近似される。したがって、最終的に用いる $\Delta\sigma_n$ と $\Delta\varepsilon_n$ との関係式は

$$\Delta\sigma_n = \left[D + C_n \right]^{-1} \left(\Delta\varepsilon_n - \Delta t_n \dot{\varepsilon}_{vp,n} \right) \quad \dots \dots \dots (29)$$

となる。ここに、 $C_n = \theta \Delta t_n \left(\frac{\partial \dot{\varepsilon}_{vp}}{\partial \sigma} \right)_n$ で与えられる付加コンプライアンスマトリックスである。式(29)を用いた非線形解析は、初期ひずみ項として各増分ごとに $\Delta t_n \dot{\varepsilon}_{vp,n}$ を更新して計算すればよく、静的解析プログラムを多少手直しするだけで実現できる。

(4) 考察および結論

ここでは、従来の材料構成方程式の取扱いに関して、ひずみ速度効果を考慮する場合と考慮しない場合のそれぞれについて、構成関係の導出法・解析方法のあり方などを述べた。共通した特徴として、ひずみ速度を種々に変えた実験、特に多軸状態下の実験が少ないため、単軸データからの類推によりひずみ速度ベクトルに関する関連流れ則を導出していること、参考すべき実験データがほとんどないため解析プログラムの確証を実行していくこと等が挙げられる。さらに、現在多く論じられているのは、切欠きや欠陥のない材料におけるひずみ速度効果のみであるが、実際のキャスク構造材では、破断靭性値へのひずみ速度の影響が安全設計上重要な因子となる。

今後、キャスク構造材への破壊力学の応用とともに、ひずみ速度効果の新たな側面を考えていく必要があろう。

参考文献

- 1) 小坂田宏造、塑性変形の有限要素解析(1)～(5)、機械と研究(1983～1984)。
- 2) D.R.J. Owen, Implicit finite element methods for the dynamic transient analysis of solids with particular reference to nonlinear situations, Advanced Structural Dynamics (Ed. J. Donea), 123-152 (Applied Science Publishers), 1980.
- 3) C. Albertini, et al., Material behaviour and modelling in transient dynamic situations, ibd., 427-463, 1980.
- 4) T. Belytschko, On the unconditional stability of an implicit algorithm

for nonlinear structural dynamics, Journal of Applied Mechanics, 12, 865-869 (1975).

- 5) T.J.R. Hughes, Stability, convergence and growth and decay of energy of the average acceleration method in nonlinear structural dynamics, Computers and Structures, 6, 313-324 (1975).

4.2.3 時間積分法

(1) 直接時間積分法概説

(a) まえがき

構造物の動的挙動を支配する偏微分方程式（運動方程式）を有限要素法、あるいは差分法により空間的に離散化して得られる常微分方程式：

$$\underline{M} \ddot{\underline{u}} = \underline{f} \quad \dots \quad (1)$$

を数値的に解く方法としてモード解析法および直接積分法がある。問題の種類によってはモード解析法が効率的であるが、汎用性の点で直接積分法が勝っており、特にキャスクの落下衝撃のような、高次振動モードを含む弾塑性衝撃応答問題などではその長所が生かされる。本項では、直接積分法において用いられる代表的なスキームをその特性とともに簡単に紹介し、次項におけるより進んだ議論の準備としたい。以下の説明は主として文献1)による。

(b) 陽解法

微小時間刻みによる逐次積分の各ステップにおいて、連立1次方程式の求解過程を必要とせず、各ステップにおける変位が陽な形で計算される方法は陽解法 (explicit method) と呼ばれる。

衝撃応答解析においてしばしば使用される代表的な陽解法として中心差分法がある。基礎となる差分公式は、

$$\begin{aligned} \dot{\underline{u}}^{n+1/2} &= \dot{\underline{u}}^n - \frac{1}{2} \Delta t \ddot{\underline{u}}^n \\ \underline{u}^{n+1} &= \underline{u}^n + \Delta t \dot{\underline{u}}^{n+1/2} \end{aligned} \quad \dots \quad (2)$$

であり、(1)式と組み合わせることにより

$$\underline{u}^{n+1} = \Delta t^2 \underline{M}^{-1} \underline{f}^n + 2 \underline{u}^n - \underline{u}^{n-1} \quad \dots \quad (3)$$

を得る。(3)式において、質量マトリックス \underline{M} が対角化されていれば、いかなる連立方程式も解く必要がない。

本公式は効率的な時間積分を可能にするが、条件安定 (conditionally stable) 公式であるため、線形解析における時間増分値は次式により制限される。

$$\Delta t < \frac{2}{\omega_{\max}} \left(\sqrt{\mu^2 + 1} - \mu \right) \quad \dots \quad (4)$$

ここに、 ω_{\max} は系の最大円振動数であり、 μ は ω_{\max} を与える振動モードに対応する減衰係数である。 ω_{\max} の値は Fried-Tong-Trehanne の不等式：

$$\omega_{\max} < \max_{\text{E}} \left(\omega_{\max}^{\text{E}} \right) \quad \dots \quad (5)$$

により算定できる。ここに、 ω_{\max}^{E} は無拘束状態における要素 E の最大円振動数である。定ひずみ 4 辺形あるいは 3 角形要素の ω_{\max} は、

$$\omega_{\max}^{\text{ele}} = \frac{2c}{l} \quad \dots \dots \dots \quad (6)$$

と与えられ、 c は縦波伝播速度、 l は節点間最小距離である。(4), (5), (6)式より

$$\Delta t < \frac{l}{c} \left(\sqrt{\mu^2 + 1} - \mu \right) \quad \dots \dots \dots \quad (7)$$

が得られ、無減衰 ($\mu = 0$) の場合の(7)式はよく知られている Courant - Lewy - Friedrichs の条件と一致する。

(4)式による安定限界は線形問題に対し定まる値であるが、大部分の工学問題において非線形性の不安定効果はあまり重大視する必要はなく、実際には(4)式の Δt を 10% から 25% 程度減じた値が用いられる。しかしながら、注意すべきは特に弾塑性問題などにおいて生ずる可能性のある一時的な不安定性 (arrested instability) であり、これは解析者に気付かれないまま大きな誤差をもたらす恐れがある。系の状態が時々刻々変化する非線形問題の解析においてこの種の不安定性により誤った結果に導かれることを避けるために、通常はエネルギーの収支がチェックされる。具体的には、運動エネルギー：

$$(W^{\text{kin}})^n = 1/2 \left(W^{\text{kin}, n-1/2} + W^{\text{kin}, n+1/2} \right) \quad \dots \dots \dots \quad (8)$$

ここに

$$W^{\text{kin}} = 1/2 \underbrace{\dot{u}^T}_{} \underbrace{M}_{\sim} \underbrace{\dot{u}}_{\sim}$$

外部仕事：

$$(W^{\text{ext}})^{n+1} = (W^{\text{ext}})^n + \frac{\Delta t}{2} \left[(f^{\text{ext}})^n + (f^{\text{ext}})^{n+1} \right]^T \underbrace{\dot{u}}_{\sim}^{n+1/2} \quad \dots \dots \dots \quad (9)$$

内部仕事：

$$(W^{\text{int}})^{n+1} = (W^{\text{int}})^n + \frac{\Delta t}{2} \sum_E \left(\underbrace{\dot{u}_E}_{\sim}^{n+1/2} \right)^T \left(f_E^{\text{int}, n} + f_E^{\text{int}, n+1} \right) \quad \dots \dots \dots \quad (10)$$

に対し、

$$(W^{\text{kin}})^n + (W^{\text{int}})^n - (W^{\text{ext}})^n < \text{TOL}^* \left(|W^{\text{kin}}|^n + |W^{\text{int}}|^n + |W^{\text{ext}}|^n \right) \quad \dots \dots \dots \quad (11)$$

なる基準が適用され、TOL の値としては 0.01 程度が用いられる。衝撃応答解析では $10^3 \sim 10^5$ 程度のステップ数を要することが普通であるが、全ステップにおけるエネルギー収支の誤差は数% 以内に納めるべきである。

以上で説明した中心差分法の数値的特性を含む一般的特徴を列挙すると、以下のとおりである。

- ① 条件安定公式であり、定ひずみ要素による線形解析の時間増分値は Courant の条件より決定される。
- ② 非線形解析における時間増分値は適当な安全係数を見込んで定め、精度保証のためにエネルギーバランスをチェックする必要がある。
- ③ 集中質量マトリックスを使用すると連立一次方程式の求解計算が不要となり、計算効率が向上する。同時に、集中質量の周波数低減効果が、中心差分作用素の周波数増大効果を相殺する。
- ④ 数値的には無減衰であるが、衝撃波動のシミュレーション等の場合は安定化のために人工粘性が仮定される。
- ⑤ アルゴリズムが単純であり、衝撃 / 接触問題のような複雑な非線形現象のモデル化が容易である。
- ⑥ 剛性マトリックスの計算および保存が不要であり、計算機容量が節約される。
- ⑦ 計算コストの大部分は節点内力の演算に費され、要素数および要素内変位場と構成式の複雑さに直接依存する。

したがって、低次でかつ精度のよい要素の使用が効果的である。バンド幅は計算時間と無関係である。

以上の特質より、解析時間幅の比較的小さい衝撃応答問題などの解析には中心差分法が有利と考えられ、Belytschko らによる多数の応用例が発表されている^{1), 2)}。また、Key による Review³⁾でも衝撃応答問題に対しては中心差分法が推奨されている。

(c) 陰解法

陰解法は各ステップで連立1次方程式の求解演算を必要とするが、無条件安定であることが最も魅力的な点である。

陰解法に属する多くのスキームの中で最も単純であり、かつ頻繁に使用される方法は台形則であり、これは $\beta = 1/4$, $\gamma = 1/2$ を仮定した Newmark の β 法（線形加速度法）としてよく知られている。

本積分公式は

$$\begin{aligned}\dot{u}^{n+1} &= \dot{u}^n + \frac{\Delta t}{2} (\ddot{u}^n + \ddot{u}^{n+1}) \\ u^{n+1} &= u^n + \frac{\Delta t}{2} (\dot{u}^n + \dot{u}^{n+1})\end{aligned}\quad \dots \quad (12)$$

と表わされ、(1)式と組み合わせると

$$M\ddot{u}^{n+1} - 1/4 \Delta t^2 f^{n+1} = \frac{\Delta t^2}{2} (2f^n + f^{n-1}) + M[2u^n - u^{n-1}] \quad \dots \quad (13)$$

を得る。ここに、 f^{n+1} は u^{n+1} の関数であり、Newton 法により(3)式を解く場合は

$$f^{n+1} = f^n + K_t \Delta u \quad \dots \quad (14)$$

と f^{n+1} を評価する。バンド幅の小さい中規模の問題に対しては、本公式は有効に利用し得るが、3次元問題などの場合、その計算コストは膨大なものとなる。連続体としてモデル化された構造物は広い範囲の振動数を有し、いわゆる stiff な系を構成するが、比較的大きな時間増分値により低次モードに支配される動的挙動を安定に解析し得ることが、無条件安定である陰公式の最大の利点といえる。

微小変形下での非線形問題に対する台形則の無条件安定性は Belytschko と Schoeberle⁴⁾ により証明されており、Hughes⁵⁾ はこれを $\beta > 1/4$ の任意の Newmark 公式に対し拡張した。また、Belytschko⁶⁾ は特定の β より γ の値に対する証明を与えた。

陰公式としては他に、Wilson の θ 法、Houbolt 法、Hilber-Hughes-Taylor 法などが知られている。

以上で説明した、Newmark の β 法に代表される陰公式の特質を整理して列挙すれば、以下のようになる。

- ① 線形問題に対しては一般に無条件安定公式であり、時間増分値は主として計算精度上の要求により決定される。
- ② 非線形問題に対し、接線剛性による Newton 法(14式)を適用した場合、除荷時の収束性が著しく悪化するが、この欠点は BFGS 法の使用により飛躍的に改善される。
- ③ 逐次積分計算の各ステップで連立1次方程式の求解演算が要求され、計算コストを増大させる。集中質量マトリックスを使用しても、特に有利にはならない。
- ④ 低次振動モードに支配される stiff な系の動的挙動を比較的大きな時間増分値により安定に解析し得る。公式により、人工粘性が仮定される (Hilber-Hughes-Taylor 法)。
- ⑤ 衝撃 / 接触問題などの複雑な非線形問題に対する応用は、陽解法の場合ほど容易でない。
- ⑥ Newton 法を適用した場合、剛性マトリックスの作成に著しく計算時間を要する。特に3次元問題の場合には大きく実用性が損われる。単純でかつ効率的な要素を使用すれば、この欠点は幾分緩和される。

以上の特質より、陰解法は、低次モードに支配され、解析時間幅の比較的長い地震応答問題などの解析に総合的な観点からは適していると判断される。また、その数値的安定性より、中規模でかつバンド幅の比較的小さい、一般的な動的応答解析にもしばしば使用されており、衝撃崩壊問題への適用例も数多く存在する。

(d) mesh partitioning と splitting method

構造問題における陰公式の使用に際し、全メッシュに最小（または最大剛性）要素より定まる单一の時間増分値を適用するのはしばしば非効率的である。Belytschko と Mullen⁷⁾ および Hughes と Liu⁸⁾ は全メッシュを陽公式を適用する部分と陰公式を使用する部分に分離して計算する方法を提案したが、これらは後に Parks⁹⁾ によりぞれぞれ node partition および element partition として分類されている。さらに Parks⁹⁾ はこれらの mesh partition の手法を一般化し、任意の自由度を陽的あるいは陰的に積分することを可能にした。以上的方法では陽公式として中心差分法、陰公式として台形則を用いており、陽的に積分される自由度を \underline{u}_E 、陰的に積分される自由度を \underline{u}_I とすれば、運動方程式は、

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \underline{M}_E & O \\ O & \underline{M}_I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \underline{u}_E \\ \underline{u}_I \end{Bmatrix}^{n+1} - \frac{\Delta t^2}{4} \begin{Bmatrix} O \\ \underline{f}_I \end{Bmatrix}^{n+1} = \\ \frac{\Delta t^2}{4} \left(\begin{Bmatrix} 4\underline{f}_E \\ 2\underline{f}_I \end{Bmatrix}^n + \begin{Bmatrix} O \\ \underline{f}_I \end{Bmatrix}^{n-1} \right) \\ + \underline{M} \left(2 \begin{Bmatrix} \underline{u}_E \\ \underline{u}_I \end{Bmatrix}^n - \begin{Bmatrix} \underline{u}_E \\ \underline{u}_I \end{Bmatrix}^{n-1} \right) \end{aligned} \quad (15)$$

となる。

他の方法として $E^m - E$ partition¹⁰⁾ と呼ばれる、場合によって異なる時間増分値 Δt , $\Delta t/m$ を用いて両者とも陽公式により積分する手法がある。

別の有力な方法として operator splitting method がある。これは最初 Trujillo¹¹⁾ により導入され、無条件安定陽解法とも呼ばれる。クラッシュ解析とか地震応答などの低次振動モードに支配される問題には有効である。最近、Hughes¹²⁾ らは、要素剛性マトリックスの逆変換のみを要求する他の splitting method を提案しており、今後、非線形問題への応用で成果を上げることが期待される。

参考文献

- 1) Belytschko, T.B., "Computer Methods for Transient Analysis," セミナー テキスト「有限要素法に関する最近の動向」（日本シミュレーション学会主催），1982，pp.164-189.
- 2) Belytschko, T. and Tsay, C.S., "Explicit Algorithms for Nonlinear Dynamics of Shells" in Nonlinear Finite Element Analysis of Plates and Shells, ed. by T.J.R. Hughes, et al., ASME, Vol. AMD-48, 1981, pp.209-232.
- 3) Key, S.B., "Transient Response by Time Integration: Review of Implicit and Explicit Operators," in Advanced Structural Dynamics, ed. by J.

- Donea, Applied Science Publishers, London. 1980, pp.71-95.
- 4) Belytschko, T.B. and Schoeberle, D.F., "On the Unconditional Stability of an Implicit Algorithm for Nonlinear Structural Dynamics," Journal of Applied Mechanics, 42, 1975, pp.865-869.
 - 5) Hughes, T.J.R., "A Note on the Stability of Newmark's Algorithm in Nonlinear Structural Dynamics," International Journal for Numerical Methods in Engineering, Volume 11, 1977, pp.383-386.
 - 6) Belytschko, T.B., "On the Stability of a Class of Implicit Algorithms for Nonlinear Structural Dynamics," Advances in Engineering Science, ed. by J.E. Duberg and J. Whitesides, Vol. 1, pp.385-392 NASA, Hampton, Va., 1976.
 - 7) Belytschko T.B. and Mullen, R., "Mesh Partitions of Explicit-Implicit Time Integration," Formulations and Computational Algorithms in Finite Element Analysis, ed. by J. Bathe, et al., MIT Press, 1977, pp.673-690.
 - 8) Hughes, T.J.R. and Liu, W.J., "Implicit-Explicit Finite Elements in Transient Analysis: Stability Theory," Journal of Applied Mechanics, Vol. 45, 1978, pp.371-374.
 - 9) Park, K.C., "Partitioned Transient Analysis Procedure for Coupled Field Problems: Stability Analysis," Journal of Applied Mechanics, Vol. 47, No. 2, June 1980, pp.370-376.
 - 10) Belytschko T.B., Yen, H.J. and Mullen, R., "Mixed Methods for Time Integration," Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 17, 1979, pp.259-275.
 - 11) Trujillo, D.M., "An Unconditionally Stable Explicit Algorithm for Structural Dynamics," Int. J. for Numerical Methods in Engineering, Vol. 11, 1977, pp.1579-1592.
 - 12) Hughes, T.J.R., Levit, I. and Winget, J., "Unconditionally Stable Element-by-Element Implicit Algorithms for Heat Conduction Analysis," 9th U.S. National Congress of Applied Mechanics, Cornell, June 1982.
- (2) 新しい時間積分法
- (a) まえがき

現在、キャスク動的衝撃解析用プログラムコードの多くは、直接時間積分法として、Newmark 法などの陰的解法 (Implicit Scheme) あるいは中心差分法などの陽的解法 (Explicit Scheme) を採用している。前年度に実施したベンチマーク問題の解析では、主として Newmark- β 法を中心とした陰的解法を採用したコードの数値結果、特に加速度、速度の時刻歴に数値振動が生じ、陰的解法は衝撃を伴う動的解析に適していないことが改めて指摘された。一方、ステンレス鋼製クラッドが鉛円柱に装着している問題のように、剛性の異なる系の衝撃解析では陽的中心差分法でも、きわめて細い時間増分を必要とするため計算効率が必ずしも良いとはいえない。

そこで衝撃解析法に必要な条件を、PISCES や HONDO コードの解説書^{1), 2), 3)} を参照して考察してみると、

- ① 有限変形、有限ひずみ理論の再検討、特に応力速度および対応するひずみ速度として適切なパラメータを採用する、
 ② 塑性変形の扱いを効率化するために、従来のJ₂流れ則に基づく増分ひずみ型を改良した方法を用いる、
 ③ 低次要素を用いて、数値積分に要する時間・1要素にかかる自由度数の減少をはかる、
 という工夫が考えられる。特に、新しい時間積分法として、ここでは低次要素化という側面に着目して衝撃解析用時間積分法を考える。

(b) 種々の時間積分法の改良

時間積分法として陽的解法あるいは陰的解法のみで解析を実行することは非効率であり、また精度の面からも再検討が必要であるという認識は、衝撃解析以外の分野⁴⁾でも研究者の間では共通なものとなり、これまでに種々の改良が試みられている。

最初に提案されたのは、対象とする構造系の部位ごとに陽的解法と陰的解法とを使い分ける方法である。前述したステンレス製クラッド付き鉛円柱の問題を例とすれば、比較的剛性が低く変形速度の遅い鉛の部分には陽的解法を適用して粗い時間増分を用いて解析し、剛性が高く応力波速度の速いステンレス部分には陰的解法を用いて変化の早い応答に対応していく方法である⁵⁾。ただし、陰的・陽的解法にそれぞれ異なる時間積分スキームを用いるのでは、インプリメンテーションも繁雑となるので、アルゴリズム上の工夫が必要となる⁶⁾。

いま弾塑性応答解析を行う場合の非線形有限要素方程式を考えよう。すなわち、

$$[M]\{\ddot{d}\} + [K_p(\dot{d})]\{d\} + [K_e]\{d\} = \{F(t)\} \dots\dots\dots(1)$$

ここに、 $[M]$ は質量マトリックス、 $[K_e]$ 、 $[K_p]$ はそれぞれ弾性および塑性剛性マトリックス、 $\{d\}$ および $\{F(t)\}$ はそれぞれ節点変位ベクトルおよび外力ベクトルである。式(1)をNewmark-βを用いて直接時間積分する場合には、時間ステップ Δt 内で加速度は線形変化すると仮定し、式(1)を次式で近似する。

$$[M]\{a_{n+1}\} + [K_p(v_n)]\{d_{n+1}\} + [K_e]\{d_{n+1}\} = \{f_{n+1}\} (n=0, 1, 2, \dots) \dots\dots(2)$$

ここに、 a_{n+1} 、 v_{n+1} 、 d_{n+1} はそれぞれ \dot{d} 、 \ddot{d} 、 d の $t=(n+1)\Delta t$ における近似値であり、特に v_{n+1} 、 d_{n+1} は

$$v_{n+1} = v_n + \Delta t \left\{ (1-\gamma)a_n + \gamma a_{n+1} \right\} \dots\dots\dots(3)$$

$$d_{n+1} = d_n + \Delta t v_n + \frac{(\Delta t)^2}{2} \left\{ (1-2\beta)a_n + 2\beta a_{n+1} \right\} \dots\dots\dots(4)$$

で与える。ここで、 β 、 γ はパラメータであり、Newmark法が無条件安定であるためには、

$$\beta = \left(\gamma + \frac{1}{2} \right)^2 / 4 \dots\dots\dots(5)$$

を満す必要がある。ここに、 γ は一種の数値減衰パラメータと考えればよい。

一方、Newmark-β法と対応する陽的解法は予測子・修正子法を用いて作成する：

$$[\tilde{M}]\{\tilde{a}_{n+1}\} + [K_p(v_n)]\{\tilde{d}_{n+1}\} + [K_e]\{\tilde{d}_{n+1}\} = \{F_{n+1}\} (n=0, 1, 2, \dots) \dots\dots(6)$$

ここで、 $[\tilde{M}]$ は集中質量マトリックス、 \tilde{d}_{n+1} は予測子ベクトルであり修正子ベクトルとともに次式で与えられる。

$$\{\tilde{d}_{n+1}\} = \{d_n\} + \Delta t \{v_n\} + \frac{(\Delta t)^2}{2} (1-2\beta) \{a_n\} \dots\dots\dots(7)$$

$$\{d_{n+1}\} = \{\tilde{d}_{n+1}\} + \beta(\Delta t)^2 \{a_{n+1}\} \quad \dots \dots \dots \quad (8)$$

$$\{v_{n+1}\} = \{v_n\} + \Delta t(1-\gamma)\{a_n\} + \Delta t\gamma\{a_{n+1}\} \quad \dots \dots \dots \quad (9)$$

式(2), (6)の相異点は、式(2)が式(5)のもとで無条件安定となるのに対し式(6)が条件安定であること、式(2)では各時間ステップごとに連立1次方程式を解いて変位を求めねばならないのに対し、式(6)では $[M]$ が集中質量マトリックスであるため連立方程式を解く必要がないことである。

この解法を、Fig. 1に示すような異種材料からなる構造物の衝撃解析に応用する場合には、対象領域を陰的要素と陽的要素に分け、陰的要素では式(2)の Newmark- β 法を、陽的要素には式(6)の予測子・修正子法を適用する。ただし両要素に対し、

$$[M] = [M^I] + [M^E], [K] = [K^I] + [K^E], \{F\} = \{F^I\} + \{F^E\} \quad \dots \dots \dots \quad (10)$$

とし、全体の直接時間積分法は次式で構成する。

$$[M]\{a_{n+1}\} + ([K_p^I] + [K_e^I])\{d_{n+1}\} + ([K_p^E] + [K_e^E])\{\tilde{d}_{n+1}\} = \{F_{n+1}\} \quad \dots \dots \dots \quad (11)$$

次に、軸対称衝撃問題を例として、式(6)で考えた Newmark 法に対応する陽的解法と陰的・陽的要素法の有効性を調べてみる。用いる有限要素は軸対称4節点4辺形リング要素、陽的要素で必要な集中質量化はFig. 2のように行った。

まず予測子・修正子法の性質を明らかにするために、Fig. 3に示す Z 方向に一様初速度を受ける丸棒の衝撃応答解析を行った。境界条件は、Z = 0 で Z 方向変位固定、要素分割は等分割、 $\gamma = 0.5$ 、剛性マトリックスの計算にはガウス3点積分公式を用いた。 $\Delta t = 10^{-3}$ 一定とし要素分割を $N=10$, 20, 40 を変えると、Fig. 4, 5 のように $\Delta t < h/\sqrt{E/\rho}$ (h : 最小要素長) としても不安定になり易く、また要素境界における反射等の数値的振動の影響を受けやすい。しかし、Fig. 6 のように $\gamma = 0.6$ とすることで、数値的振動を抑制することができるようである。

次に、Fig. 7 のように両端の要素が他の部分 ($E = E_1$) より剛な材料 ($E_2 \gg E_1$) からなる軸対称構造物の衝撃問題を考える。ただし、 $E_2 = E_1$ の場合には Fig. 6, 8 を比較してわかるように、陰的・陽的要素法と陽的要素のみの結果とはほとんど一致している。

$E_2 = 100 E_1$, $\Delta t = \frac{h}{10} / \sqrt{E_1/\rho}$ として解析すると、採用した Δt が粗い時間増分であるにもかかわらず、Fig. 9 に示す点 A での応力変化は、ほぼ1次元理論から推察されるステップ状の履歴

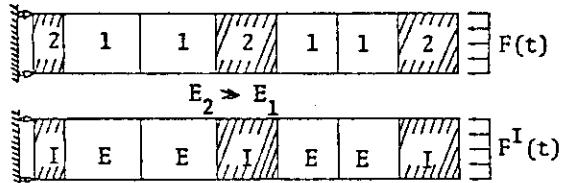


Fig. 1 Implicit and explicit elements

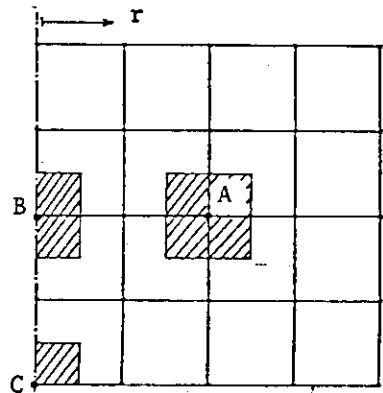
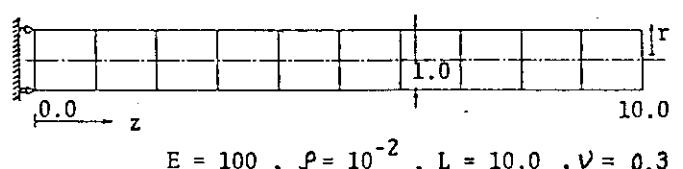


Fig. 2 Lumping of mass matrix

Fig. 3 Collision of a cylinder with uniform velocity v_0 ($v_0 = -1.0$)

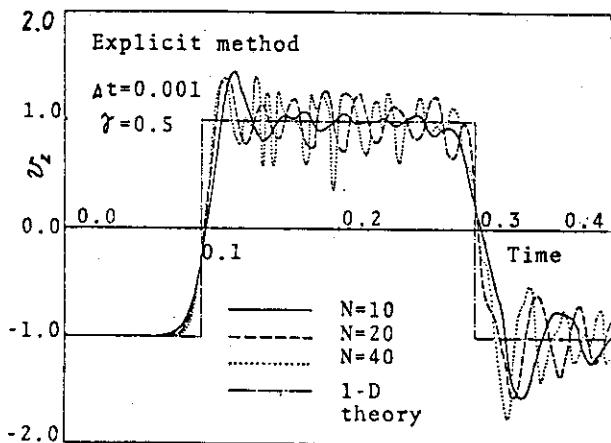
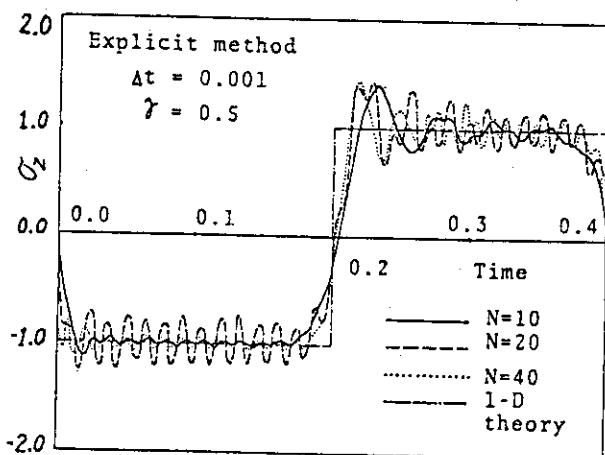
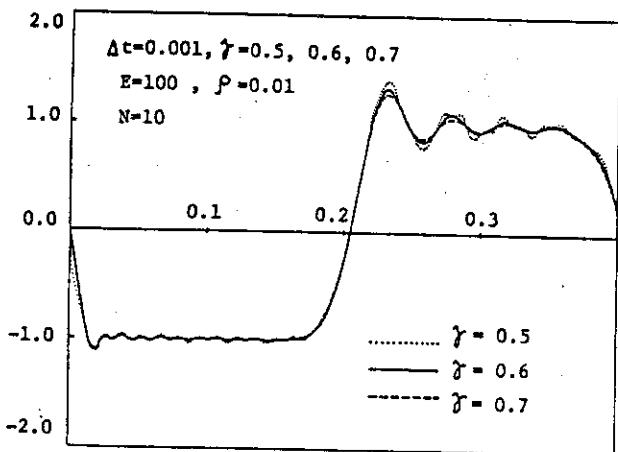
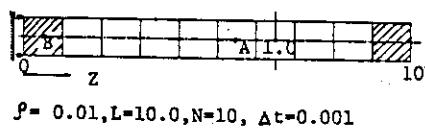
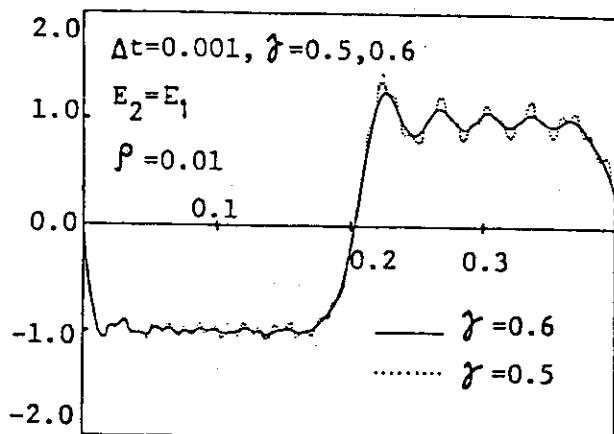
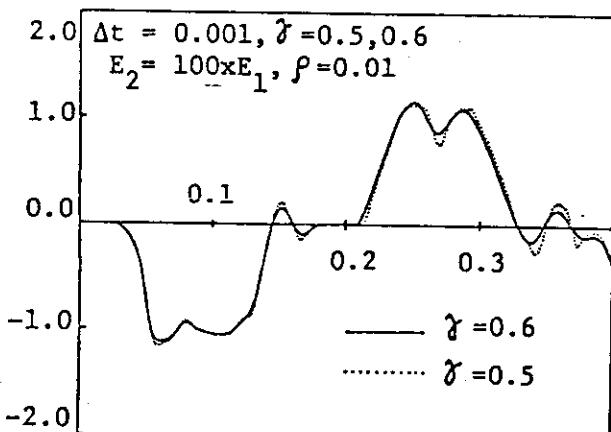
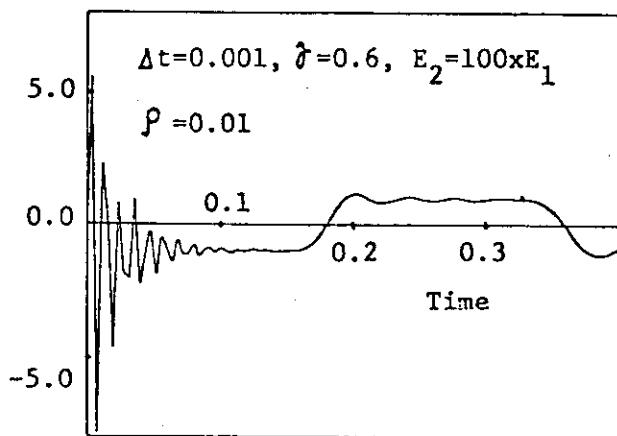
Fig. 4 Effect of mesh subdivisions on axial velocity at $Z = 10$ Fig. 5 Time history of axial stress at $Z = 0$ Fig. 6 Effect of numerical dumping parameter γ on time history of stress

Fig. 7 Collision of cylindrical structure composed of different materials

Fig. 8 Time history of axial stress at B ($E_1 = E_2 = 100$)Fig. 9 Time history of axial stress at A ($E_1 = 100, E_2 = 10000$)Fig. 10 Time history of axial stress at B ($E_1 = 100, E_2 = 10000$)

に一致していることがわかる。特に、 $\gamma = 0.6$ として解析すると、材料物性値の差異による不必要的数値的振動を抑制し、Fig. 10 に示されるように、剛な部材中の応力も急激に減衰され、均質部材における応力履歴と同様に、 $t = 0.2$ で σ_z が-1.0から1.0に変化し、以後1.0一定となる履歴を示すことがわかる。

このように、陰的・陽的要素法は材料定数の異なる構造物の衝撃解析に有効となるが、この方法に関連した手法として、複数の領域に対して異なる時間分割を用いる、混合時間増分法 (Mixed time increment method)⁷⁾がある。この方法では、必ずしも陽的解法、陰的解法の両方を用いなくとも良く、時間増分の異なる陽的解法を採用することも可能である。この混合時間増分法を含めて、この種の手法は、従来の解析法に大きな変更を加えずに異種材料からなる構造衝撃問題を扱えるという長所はあるが、弾塑性変形のように連続的に剛性が変化していく場合やアプローチに異なる解法、時間増分に分けられない場合には利用できない。したがって、より有効な時間積分法を構築するには、根本的な解析法の見直しが必要となる。

一般に、動的問題における有限要素式を解く場合、時間積分法を適用して最終的に得られた式 $A X_{n+1} = f_n$ は時間増分について反復計算を行うため、計算効率を考えて、まず係数マトリックス A をLU分解し3角行列化は1回のみ行い、後の計算は後退代入のみですます方法がしばしば用いられる。Parks⁹⁾はこの作用素分解の考え方を一步進めて、無条件安定となる陽的解法を与える作用素分解法 (Operator splitting method)を提案した。この方法は、繰返し計算量を減じ安定化した時間積分法を与えるという長所を有しているが、全体系の係数マトリックスを分解する必要があるため、各増分ごとに分解操作が必要となる弾塑性応答解析では非効率となる欠点がある。

この欠点を克服したのが、Hughes ら⁹⁾、Belytschko ら^{10), 11)}が提案している、要素ごとの作用素分解法(element-by element operator splitting method)である。この手法はただ単に Parks⁸⁾の拡張にとどまらず、前述した衝撃解析の必要項目(3)で掲げた低次要素化の考え方を導入した点が新しい。

(c) 作用素分解法^{9), 10), 11), 12), 13)}

ある時間増分 Δt を定めた時間積分法を用いて時間方向に離散化して得られる、有限要素方程式は

$$K(\Delta t, d) \Delta d = r \quad \dots \quad (12)$$

の形をとる。ここに、 d は節点変位ベクトル、 r は不均一合力ベクトル、 Δ は増分量を表す。一般に材料形状の非線形性より係数マトリックスは d の関数となる。衝撃解析も含め動的非線形解析で重要なのは、 Δt を長くとっても振動・発散現象を示さないこと（安定性）、空間方向の離散化誤差が小であること（精度）、および計算量ができるだけ少量ですむこと（速度）である。特に最後の計算効率の点から考えると、時間増分ごとに全体系の係数マトリックスを作成し連立1次方程式(12)を解くのは非効率である。式(12)の代りに、 \tilde{K} を要素ごとの係数マトリックス \tilde{K}_e の積で表現し、要素単位で連立1次方程式を解くことができれば、容量・計算量の節約に加えてメモリ・ページングの回数を大幅に減少できるので桁違いに効率がアップする：

$$\tilde{K} = \tilde{K}_1 \cdot \tilde{K}_2 \cdots \tilde{K}_n \quad \dots \quad (13)$$

$$\tilde{K}_i \Delta d_i = f_{i-1} \quad (1 \leq i \leq n) ; f_0 = r \quad \dots \quad (14)$$

この考え方には理論的には比較的古くから知られていたが、有限要素解析法に取り入れられたのは最近のことである⁹⁾。したがって、対象を動的構造解析に限っても現在種々のアプローチが試みられている状態である^{11), 12), 13)}。ここでは、興味深い2つの考え方を紹介する。

Hughes ら¹³⁾のアプローチは、式(14)を精度良くしかも Δt に余り依存しないスキームで解くことに重点を置いている。まず式(14)に対応する問題として

$$\tilde{K}_{\text{diag}} \frac{dy}{d\tau} + \tilde{K}y = H(\tau)r ; y(0) = 0 \quad \dots \quad (15)$$

を考える。ここに、 τ は媒介変数、 \tilde{K}_{diag} は \tilde{K} の対角成分のみからなるマトリックス、 $H(\tau)$ はヘビサイド関数である。問題(12)と(15)との同等性は、 \tilde{K} が正値対称であり、 $\Delta t = \lim_{\tau \rightarrow \infty} y(\tau)$ により保証される。したがって、各時間増分ごとに式(15)を適当な時間 $\tau = T$ まで解析すればよい。例えば後退差分公式を用いて式(15)を離散化すると、

$$(\tilde{K}_{\text{diag}} + \Delta t \tilde{K}) y_{m+1} = \tilde{K}_{\text{diag}} y_m + \Delta t r ; y_0 = 0 \quad \dots \quad (16)$$

上式の両辺に $-\Delta t \tilde{K} y_m$ を加えて整理すると、

$$y_{m+1} - y_m = \Delta t \tilde{K}_{\text{diag}}^{-\frac{1}{2}} V \tilde{K}_{\text{diag}}^{-\frac{1}{2}} g_m ; y_0 = 0 \quad \dots \quad (17)$$

ここに、

$$g_m = r - \tilde{K} y_m, V = \left(I + \Delta t \tilde{K}_{\text{diag}}^{-\frac{1}{2}} \tilde{K} \tilde{K}_{\text{diag}}^{-\frac{1}{2}} \right)^{-1} \quad \dots \quad (18)$$

である。式(17)で問題となるのは V の作成であり、ここに作用素分解法を適応して、 $V = V_1 \cdot V_2 \cdots V_n$ ($V_i = (I + \Delta t \tilde{K}_{\text{diag}}^{-\frac{1}{2}} \tilde{K} \tilde{K}_{\text{diag}}^{-\frac{1}{2}})^{-\frac{1}{2}}$)とする。反復式(17)の計算法には種々の方法があるが、 $V = I$ とするヤマビ法、1次元探査による加速を考えるライン・サーチ法、BFGS法および本手法との比較をTable 1に示す。 Δt をきわめて大きく選んでも反復回数も少なく、Fig.11を見てもわかるように精度もすぐれていることがわかる。ただし定式化の過程をみてもわかるように、直接問題(12)を扱う手法ではないためより一層の工夫が必要である。

一方、動的解析の有限要素法による定式化に戻り、時間に関して1階の非齊次常微分方程式を直接作用素分解法で扱う方法を示したのがOrtiz¹³⁾である。いま簡単のため弾性動的問題を考える。弾性マトリックス、ひずみ一変位関係マトリックスをそれぞれ D 、 B とし、

応力ベクトルを σ 、速度ベクトルを v と表わして、離散化した仮想仕事式、構成式を求める

$$\left. \begin{aligned} M \frac{dv}{dt} + \int_Q B^t \sigma dQ &= 0 \\ \frac{d\sigma}{dt} - DBv &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots \quad (19)$$

これを、 $x^t = [v^t, \sigma^t]^T$ として書き直すと

$$A \frac{dx}{dt} = Cx + g \quad \dots \quad (20)$$

ここに、

$$A = \begin{pmatrix} M & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix}, Cx = \begin{pmatrix} -\int_Q B^t \sigma dQ \\ DBv \end{pmatrix}, g = \begin{pmatrix} f \\ 0 \end{pmatrix} \quad \dots \quad (21)$$

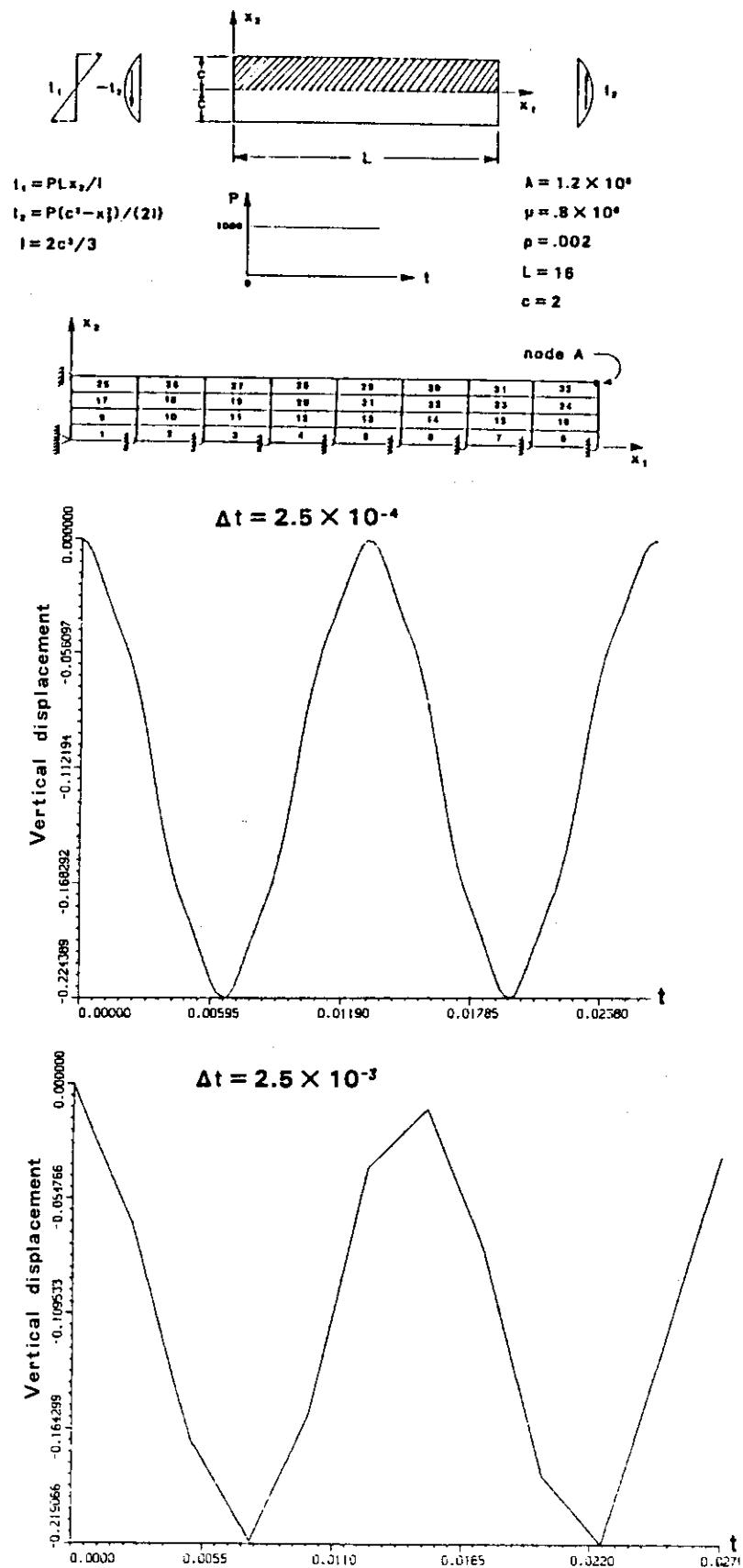


Fig. 11 Time response by element-by-element operator splitting method

ここで、式(20)の時間積分に作用素分解法を直接適用しよう。まず、式(20)において C を各要素におけるマトリックス C_e にかえて、中心差分法を用いて離散化すると、

$$\mathbf{x}_{m+1}^e = F_e(\Delta t) \mathbf{x}_m + G_e(\Delta t) (g_{m+1} + g_m) \dots \quad (22)$$

ここに、

$$F_e \equiv \left(A - \frac{1}{2} \Delta t C_e \right)^{-1} \left(A + \frac{1}{2} \Delta t C_e \right), \quad G_e \equiv \frac{1}{2} \left(A - \frac{1}{2} \Delta t C_e \right)^{-1} \quad \dots \quad (23)$$

さらに、式(22)を書きかえると、 $e = 1, 2, 3, \dots, N$ に対して

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{y}^{(0)} &= \mathbf{x}_m \\ \mathbf{y}^{(e)} &= F_e(\Delta t) \mathbf{y}^{(e-1)} + G_e(\Delta t) (g_{m+1} + g_m) \end{aligned} \right\} \quad \dots \quad (24)$$

上記の繰返し演算を施すことにより、 $\mathbf{x}_{m+1} \approx \mathbf{y}^{(N)}$ が得られる。ここで必要な演算は、要素レベルでのマトリックス $(A - \frac{1}{2} \Delta t C_e)$ の逆演算、マトリックス同士あるいはマトリックスとベクトルの乗算のみであり、通常の時間積分法のように全体系における $(A - \frac{1}{2} \Delta t C)^{-1}$ を計算する必要がない。したがって計算効率は格段に向上するほか、各要素独立に考えられるので材料非線形性により要素情報が時間ステップごとに変化する場合においても不都合が生じない。しかし、上記に示した定式化は混合法的な考え方を導入して、もとの問題を無理に1階の常微分方程式に変形しているため、空間方向の離散化にともなう誤差が重大となる。

以上見てきたように、作用素分解法は動的非線形解析を効率化する上できわめて有効な手段を与えるが、安定性・精度・速度の面で適切な定式化はまだ確立されておらず、今後プログラム・コード化するためにも研究開発が必要である。

(d) 作用素分割法の問題点

作用素分割法は、剛性マトリックスを要素ごとに作用させねばよいので、弾塑性解析では弾性状態にある要素では剛性マトリックスを共用し、塑性状態にある要素のみについて計算すればよいため、一段と効率化がはかれる。ただし問題となるのは、空間方向の離散化である。Ortizらの論文ではほとんど有限要素スキームに関する記述が見られないが、式(19)に基づく作用分割法では大幅な空間方向の離散化誤差が生じることが指摘されている。さらに、Belytschkoらの一連の研究によれば、作用素分割法の適用に合わせて無暗に低次要素を使用すると、数値不安定現象の1つであるHourglass現象が生じることが知られている。この現象は、低次元要素を用いたために本来必要な拘束が緩和され、 $d_e^T \tilde{K}_e d = 0$ を満たすモード、すなわち \tilde{K}_e のゼロ固有値に対応するモードが数値解に混入するものである。現在、このHour-glass現象に対する数値解析上の対策が種々考察されているが、ペナルティ項として人工粘性項を導入する方法が、インプリメンテーションの上でも簡易であり、有効と考えられている。

(e) おわりに

本節では、これまでに提案されている新しい時間積分法をめぐる研究を概観し、Table 2に示すように各積分法の特徴、長所・短所、問題点の所在等を明らかにした。特に最近注目されつつある低次元要素を利用した作用素分解法に関しては、定式化・特徴等について若干詳細に議論した。今後、本節で示した新しい時間積分法がどの程度実用に供し得るかは、数値実験を行うとともに、既存のプログラムコードの基礎原理、定式化さらに空間方向の離散化と時間積分の関係などについて比較検討しながら、理論的解明を行うことが重要となろう。

Table 2 Typical features of new time integration schemes

	特 徴	長 所	短 所	衝撃解析 との整合性
陰的・ 陽的 要素法	変化の速い部分に陰的解法を用いる要素を、遅い部分に陽的解法を用いる要素を配置する	変化の遅い現象にあわせて時間増分を決定できる	前もって陰的要素を用いる部分が定っていないと利用できない	異種材料からなる構造物の衝撃解析に向いている
混合 時間 積 分 法	複数の領域に異なる時間増分を用いる	時間変化の異なる領域ごとに、それぞれに合った時間増分を用いることができる	時間増分の整合を領域境界ごとにとる必要がある	接触をともなう衝撃問題に向いている
作用 素 分 解 法	陽的解析法を無条件安定化し計算量の減少をはかっている	陽的解法の長所をそのままにして無条件安定化をはかり、比較的粗い時間増分を用いるようにした	各増分ごとに分解操作が必要なため、弾塑性解析では非効率となる	既存の陽的解法の計算コードの効率化を実行できる
要素 作 用 素 分 解 法	時間積分スキームを要素単位に評価し、さらに低次元要素を用いて必要な空間方向の自由度数の軽減をする	要素ごとに時間積分スキームを実行するため、大幅な計算量の削減ができる	信頼できるスキームがまだ提案されていない、また精度についても未知の部分がある	3次元衝撃解析を実施するための手法を提供する

参考文献

- 1) Physics International: PISCES, An introduction to the PISCES system of continuum mechanics codes (1981).
- 2) Key, S.W., Beisinger, Z.E. and Krieg, R.D.: HONDO II, a finite element computer program for the large deformation dynamic response of axisymmetric solids, SAND 78-0422, Sandia Laboratories (1978).
- 3) Key, S.W., Special Lecture on HONDO III (1983).
- 4) Belytschko, T., et al., Stability of explicit-implicit mesh partitions in time integration, Int. J. Num. Meth. Engng., 12 (1978) 1575-1586.
- 5) Hughes, T., et al., Implicit-explicit finite elements in transient analysis, J. Appl. Mech., 45 (1978), 371-378.
- 6) 相澤, 異種材料からなる構造物の衝撃応答, 機講論, 830-1 (1983) 164-166.

- 7) Belytschko, T., Mixed time integration, Comp. Meth. Appl. Mech. Engig., 17/18 (1979), 259-275.
- 8) Parks, K.C., An improved semi-implicit method for structural dynamic analysis, J. Appl. Mech., 49 (1982), 589-593.
- 9) Hughes, T., et al., Element-by-element implicit algorithms for heat conduction, ASCE, (1983), 576-585.
- 10) Belytschko, T., A split operator method for transient problem, 7th SMIRT, L 13/4 (1983).
- 11) Belytschko, T. and Liu, W.K., On mesh stabilization techniques for underintegrated elements, Comp. Aspects of Penetration Mech., Lecture Notes in Engig. 3, (1982) Springer-Verlag.
- 12) Ortiz, M., et al., Unconditionally stable element-by-element algorithms for dynamic problems, Comp. Meth. Appl. Mech. Engig., 36 (1983) 223-239.
- 13) Hughes, T., et al., An element-by-element solution algorithm for problems of structural and solid mechanics, Comp. Meth. Appl. Mech. Engig., 36 (1983) 241-254.

4.2.4 主な解析プログラムの時間積分機能表

Table 1に主な衝撃解析用プログラムの時間積分機能についてまとめたものを示す。衝撃解析用プログラムとしてはこの他にも、特に軍事的応用の目的で開発されたものがあり、これらには優れた機能をもつものが多いと想像されるが、ここでは現在日本で一般に利用可能なプログラム、及び本解析に使用したプログラムを挙げた。表について以下に若干の説明を記す。

変形を記述する方法として空間に固定した座標系を用いる Euler の方法と、物体とともに移動する座標系を用いる Lagrange の方法とがあることは周知の通りである。流れ及び物質の大変形を記述するには Euler の方法が適しているが、この場合物質の移動を表す輸送項の取扱い、また異なる物体間の境界の扱いがカギとなる。Lagrange の方法の場合、物体とともに座標が移動するので固体及び構造物の変形の解析に適している。Updated Lagrangian の定式化は、Lagrange の方法の Euler 的方法への接近である。Lagrange の方法の場合、変形が著しくなると要素がつぶれたり反転するという問題点がある。表に示した差分法のプログラムの中には Euler 座標による解法を含むものもあるが、それらは除外し Lagrange 座標によるプログラムのみを記した。

空間離散化として有限要素法と差分法とがある。基礎式は相違するが、両者の類似性、あるいは同等性についての検討が最近進んでいる。現実には、要素の次数、及び使い得る要素の種類（ソリッド、梁、板シェル、等々）に関して有限要素法の方が選択の自由度が大きい。表の解析対象欄に「汎用」と記したのは、連続体の他に、トラス、梁、板シェル、等々多くの構造要素を装備していることを示す。

時間積分法は陽解法と陰解法とに分類される。陽解法は前節迄に述べられているように、陰解法とは異なり、剛性行列を作る必要もなく、代数方程式を解く必要もない。従って、プログラムの構成が陽解法と陰解法とでは大きく異なる。なお、いくつかの陰解法の汎用プログラムでは、時間積分法として中央差分法をも選択できるようになっているが、剛性行列を作成しないという陽解法の特徴を生かしているわけではないので表の記述からは除いてある。

Table 1 Time integration schemes used in standard impact analysis codes

時間積分	空間離散化	プログラム名	次元, 解析対象	時間積分式	開発者, 等
陽解法 (Explicit)	差分法 (FDM)	PISCES	2D, 3D, シエル	中央差分 (Central difference)	Physics International
		REXCO	2D, シエル		Argonne Natl Lab
		STEALTH	2D, 3D		Science Applications Inc
	有限要素法 (FEM)	DYNA	2D, 3D		J. O. Hallquist (LLNL)
		EPIC-3	3D		J. R. Johnson (Honeywell)
		HONDO	2D		S. W. Key
陰解法 (Implicit)	有限要素法 (FEM)	ABAQUS	汎用	Hilber-Hughes-Taylor	Hibbit, Karlsson & Sorensen Inc
		ADINA	汎用	Newmark/Wilson	K. J. Bathe (MIT & AE)
		ANSYS	汎用	Houbolt	Swanson Analysis Systems Inc
		DYNAX	2D	Newmark/Houbolt	相澤(東大教養)
		MARC	汎用	Newmark	MARC Corp
		NEUTDC	2D	Newmark/Wilson Central Difference	矢川・青砥(東大工)
		NIKE	2D, 3D, シエル	Newmark	J. O. Hallquist (LLNL)
		NON-SAP	2D, 3D	Newmark/Wilson	K. J. Bathe & E. L. Wilson

参考文献

- 1) Belytschko, T., A Survey of Numerical Methods and Computer Programs for Dynamic Structural Analysis, Nucl. Engg. Design 37 (1976), 23.
- 2) Zukas, J.A., Three-Dimensional Computer Codes for High Velocity Impact Simulation, Impact Dynamics, Chap. 11, John Wiley (1982).

4.2.5 動的接触

静的な接触問題の取り扱いについては、既に数多くの文献が発表されている。しかしながら、動的な且つ大変形を伴う接触問題について取り組んだ文献は、非常に限られたものとなっている。

この種の問題の取り扱いは、差分法に基づいた衝撃変形解析法の発展の初期において既に試みられている²⁾。

Wilkinsによる“Sliding Interface”法がそれである。この方法は、Fig.1に示された二次元の場合について、概略以下のようなものとなっている。

- (1) ある時刻 $t = t_n$ での接触面を $(k_s)^n$ とする。いま、 $(k_s)^n$ よりも下側の領域に属する点 f^n を $(k_s)^n$ が固定壁であると仮定して、この上を運動するような拘束条件のもとに置く。その結果 $t = t_{n+1}$ での仮の計算位置を f^* とする。
- (2) $(k_s)^n$ よりも上側の領域は、下側の領域より計算される力を境界条件として運動を起こすと考える。すなわち (k_s^n) は、時刻 $t = t_{n+1}$ で $(k_s)^{n+1}$ へと移動する。
- (3) (k_s^n) よりも下側の領域で、 $(k_s)^n$ 以外に属する点は、通常の運動を起こすと考え、例えば $(k_s - 1)^n$ は、点線で示された $(k_s - 1)^{n+1}$ へ移動する。 $(k_s - 1)^n$ 上の点 P^n は $(k_s - 1)^{n+1}$ 上の P^{n+1} へ移動するわけである。
- (4) (1)で求めた f^* と(3)で求めた P^{n+1} とを結ぶ線と $(k_s)^{n+1}$ との交点を、 f^n が時刻 $t = t_{n+1}$ で占める位置 f^{n+1} とする。
- (5) 以上の過程を繰り返して運動を追跡する。

一方、有限要素法の分野

で動的接触問題の取り扱い方が検討され始めたのは、その複雑な非線形性のため、ごく最近になってからである^{3)~8)}。

最も一般に使われているのはギャップ要素を用いたやり方で、これは、接触する表面間において、面に垂直な方向に接触バネを導入するものである。(処罰法

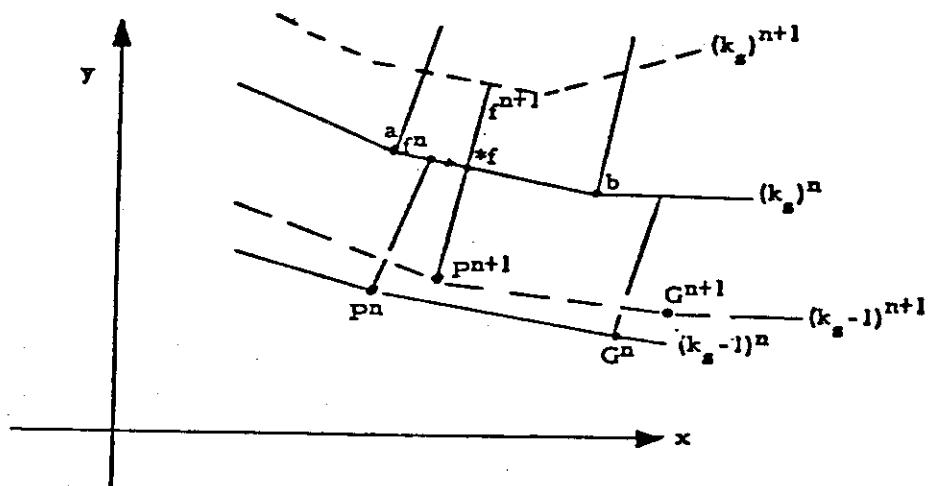


Fig. 1

による取り扱いも^{7), 8)}広くこのギャップ要素の範囲に含めて考えることにする)この方法の長所は、この後で述べる節点拘束法に比べて、衝突、はく離に伴う運動量保存条件を考慮する必要がないため、取り扱いが非常に簡単でプログラム化が容易な点にある。一方、短所は接触圧が極端に大きくなると、接触表面がお互いに相手の領域内に深く食い込むという現象が起ることにある。これは、接触バネを大きく取ることにより解決されるが、その場合、時間積

分が陽解法であると、積分時間ステップが小さくなり計算コストの上昇を招くことになる。このことから、ギャップ要素による方法は、構造物どうしの激しい衝突を取り扱う場合には、往々にして困難を伴うことになる。

一方、接触表面の節点の運動を、特定の条件のもとに拘束するというゆき方もある^{3)~5)}。この節点拘束法は、概略次のようなものとなっている。

(1) お互いに接触する二つの面のどちらかを主として、これに属する節点により局部的な接触面を定義する。この面に垂直な変位成分に着目するため、全体座標系の変位を、ここで定義される局部座標系に変換する。

(2) 接触している間は、この面に垂直な変位、速度、加速度成分は両表面において同じであるとして、各節点間の拘束条件を導入する。

(3) 衝突、はく離に伴う運動量保存を実現するために、衝突前の両面の速度を用いて衝突後の接触面の速度を定めたり、あるいは、はく離前の接触力をベースにして、はく離後の速度を定める条件式を導入する。

この方法では、先のギャップ要素を用いる方法と異なり、節点間の拘束条件がいくつも導入されるために、取り扱いが複雑となり、また、解が不安定になり易いという欠点を有している。

この欠点を補うため、差分法コードにおける“Sliding Interface”法と上述の節点拘束法を融合させた方法も考案されており、成功を収めているようである⁶⁾。

以上のような接触・衝突現象の取り扱い方法は、幾多の例で成功を収めてきてはいるが、一般に解の収束性についての理論的基礎付けに欠けているのが実情で、妥当な数値解を得るためにには、計算する側の経験に頼った適切なインプットデータの作成が要求されているのが実情である。

更に、今後の課題として、摩擦力の影響をどのように取り入れる という問題が残されている。摩擦挙動そのものが、接触面の粗度などに強く影響されるため、定量的なモデル化が困難である他、静的摩擦係数から動的摩擦係数への移行がどのように起こるのか未だ不明な点も多いからである。

参考文献

- 1) G.L. Goudreau and J.O. Hallquist "Recent Developments in Large-Scale Finite Element Lagrangean Hydrocode Technology" *J. Comp. Maths. Appl. Mechs. Eng.*, Vol. 30 (1982).
- 2) M.L. Wilkins, "Calculation of Elastic Plastic Flow," *Meths. Comp. Phys.* 3 (Academic Press), P211-263 (1964).
- 3) J.J.R. Hughes, R.L. Taylor, J.L. Sackman, A.C. Curnier and W. Kanoknukulchai "A Finite Element Method for a Class of Contact-Impact Problems", *J. Comp. Maths. Appl. Maths. Appl. Mech. Engng.*, Vol. 8, P249-276 (1976).
- 4) J.O. Hallquist "A Procedure for the Solution of Finite-Deformation Contact-Impact Problems by the Finite Element Method", University of California, LLNL, Rept. UCRL-52066 (1976).
- 5) S.W. Key, Z.E. Beisinger and R.D. Krieg, "HONDÖ II-A Finite Element Computer Program for the Large Deformation Dynamic Response of Axisymmetric Solids," Sandia National Laboratories, Rept. SAND 78-0422 (CASK-4).

- 6) J.O. Hallquist "A Numerical Treatment of Sliding Interfaces and Impact"
Comp. Techniques for Interface Problems, AMD Vol. 30, ASME, New York
(1978).
- 7) D. Osmont, "Computation of the Dynamic Response of Structures with
Unilateral Constraints (Contact) - Comparison with Experimental Results",
J. Comp. Meths, Appl. Mechs. Engng., Vol. 34 (1982) P847-859.
- 8) 青砥他 "ペナルティ有限要素法を用いた軸対称動的接触問題解析" 日本鋼構造協会マトリックス解析法研究発表
論文集, S 58/7月, p. 299~304.

4.3 キャスク構造解析コードに要求される機能

4.3.1 まえがき

9 m 落下試験に対するキャスクの構造解析は、本分科会で調査、検討しているような解析コードを用いて動的に解析されているものもあるが、以下の手順に示す準静的な解析として実施されているものが多い。

- ① キャスク本体を剛体としてモデル化し、ショックアブソーバの荷重・変位関係より、キャスク本体に生ずる加速度を求める。
- ② キャスク本体を変形体としてモデル化し、キャスク本体に生ずる応力を計算する。
- ③ キャスク内部の構造物に生ずる応力を計算する。

また、1 m 貫通試験に対しては、Nelm の式、Sakamoto の式などが用いられている。

今後、新たにキャスク構造解析コードを開発する場合には、以下のような機能を有していることが望ましい。

すなわち、9 m 落下試験に対しては、垂直落下、水平落下、コーナ落下及び二次衝撃を含んだ傾斜落下等の問題を扱える必要がある。また、実際のキャスクには、木材およびシェル鋼板よりなるショックアブソーバが装着されている場合が多いので、その挙動を解析するために、効率的なシェル要素を使用できること、木材のような異方性材料を扱えること、シェル鋼板と木材（あるいは木材とキャスク本体）の接触／すべりを考慮できること、大変形に追従し得るアルゴリズム（re zoning など）を備えていることなどが要求される。接触／すべりなどの gap 处理機能は、使用済燃料などの内部構造物を解析するためにも必要な機能である。さらに、水平落下問題においてはフィンの変形が重要となる場合があり、これを解析できることが望ましい。

1 m 貫通試験に対しては、垂直落下の場合には円板構造、水平落下の場合には円筒構造に対する軟鋼棒（直径 150 mm）による貫通解析を実施できる必要があり、このためには通常の弾塑性有限変形解析機能に加え、破断（破損）解析機能を有していなければならない。また、9 m 落下試験においても共通であるが、一部のキャスクの構造として採用されている鋼－鉛－鋼の3層構造のものでは、相互の接触／すべり等を考慮してその挙動を解析できる必要がある。

以上に述べた、キャスク構造解析コードに要求される諸機能を、現実のプログラムにおいて具体化する際には、多くのアルゴリズムの中から適切なものを選択する必要があり、また、キャスク解析に固有の注意点も存在し得る。以下の各項（4.3.2～4.3.5）では、定式化、材料非線形性、時間積分法、動的接触の各観点より、アルゴリズム選択の指針を述べたい。

4.3.2 定式化

一般に、キャスク衝撃解析のように、ひずみ状態として有限ひずみを想定しなければならない問題では、その定式化として、Euler 形式、Lagrange 形式（Total / Update Lagrange）あるいは混合形（Arbitrary Lagrange Euler 形式）を考える。

いま、構成方程式が適切に評価されれば、定式化において、基本形状をどのように選択するか、例えば Total Lagrange 形か Update Lagrange 形かは本質的な問題ではなく、それぞれの形式に適したひずみ、ひずみ速度、応力、応力速度の測度を用いればよい。

例えば、Update Lagrange 形を基本とした場合には、Kirchhoff 応力・Jaumann 変化率と変形速度で定義される構成関係が一種の妥当な近似と考えることができる。しかし、Lagrange 形式における応力とひずみの測度として、第2種 Piola-Kirchhoff 応力と Green ひずみを用いて弾塑性構成方程式を展開するには問題がある。

なお、ひずみ速度依存性が大きい場合は、古典的な分解（弾性成分、塑性成分）による誤差はひずみ速度に依存しない場合に比較して大きく、Unified theory 等の研究が必要であろう。

4.3.3 材料非線形性

鉛およびステンレス鋼の非線形構成式を、計算機コードにインプリメントしようとする視点から考えると、材料サイドからの検討に加えて以下のことを考慮しなければならない。

まず、動的構成式は少なくとも応力、ひずみ、ひずみ速度の3つのパラメータを有した関係式であり、通常のモデルでは降伏応力・加工硬化係数等の材料定数へのひずみ速度の影響が混然一体となっている。したがって、個々のパラメータへの影響を理解しやすい形で別個に評価できるモデルがのぞまれる。特に材料サイドのみから構成関係を追求すると、一般に多くの実験データを包絡する複雑な関数形がより良いとされることが多く、関数形と実際の挙動とが遊離しがちである。さらに、解析においては、単軸における構成式の形状に加えて、多軸下での構成式の導出、除荷の判定法にも関心があり、単軸での構成式のみが複雑化しても片手落ちとなる。

以上のことから、動的構成式を精度良く解析に反映することも重要であるが、全体系の大よその変形挙動をみると、材料構成式を単純化し、系の質量・モーメント・エネルギー保存則を満足する解を求めることが、計算効率の面からも要請される。ただし、単純化を行う場合には、個々の現象の物理的考察に立脚した洞察が不可欠である。

最後に、材料非線形性を考慮した場合のスキームの安定性・精度に関して述べておく。この種の議論はきわめて少ないが、従来の線形系における安定性・精度に関する議論はそのままでは使用できず、さらに線形の範囲内で安定であったスキームも非線形では不安定になる場合もある。したがって、今後エネルギー保存則など新たなクライテリオンに基づく安定性・精度に関する議論をしなければならない。

4.3.4 時間積分法

中心差分法に代表される陽解法は条件安定であり、時間増分値の大きさは系の最大円振動数により制限されるが、連立方程式の求解演算、剛性マトリックスの計算および保存が不要であり、特に低次要素を用いた場合には、計算機容量の節約、計算効率向上の点で極めて効果的である。さらに、アルゴリズムが単純であり、衝撃／接触問題のような複雑な非線形現象のモデル化が容易に行える利点もある。

以上のような特質は、解析時間幅の比較的小さい衝撃応答問題などの解析に陽解法が適していることを示唆しており、PISCES, STEALTH などの差分コードはいうまでもなく、有限要素解析の分野でも HONDO, DYNA, EPIC などの各計算コードで中心差分法が採用されている。

一方、Newmark の β 法に代表される陰解法は、各ステップでの連立方程式の求解演算を必要とするため、バンド幅の小さい中規模の問題を除くと計算コストが膨大なものとなる恐れがある。しかしながら、連続体としてモデル化された構造物は広い範囲の振動数を有し、いわゆる stiff な系を構成するが、比較的大きな時間増分値により低次モードに支配される動的挙動を安定に解析し得ることが、無条件安定である陰公式の最大の利点であり、この観点から陰公式は地震応答解析などの解析時間幅が長く比較的緩慢な現象の解析に適していると言える。このため ANSYS, MARC, NONSAP, ADINA, ABAQUS, NIKE など多くの有限要素コードが Houbolt 法、Newmark の β 法、Wilson の θ 法、Hilber-Hughes-Taylor 法などの陰公式スキームを備えている。

以上の議論より、キャスクの落下衝撃問題の解析には原則として陽解法が推奨されるが、より一般的なキャスクの構造強度問題には、緩やかな動的負荷、あるいは静的荷重が含まれ、陰解法の使用が効果的となる場合もある。

さらに、陽解法と陰解法の混用、あるいは両者の性質を合わせ持った新しいスキームの使用によって、より効率的

な計算が実現し得る可能性があり、以下にこれらの諸点を論ずる。

鉛とステンレス鋼から成るキャスク構造のように、剛性の大きく異なる材料から構成される系を解析する場合には、次のような方法を用いることができる。すなわち、剛性が高く、高周波成分を発生させる部分には陰解法を、逆に低剛性の部分には陽解法を配置し、時間増分値は低剛性の部分を基準に決定する。このような mesh partition の手法により、高剛性部に支配される不必要に小さい時間増分値を用いることなく解析を実行できる。

また、弾塑性問題などのように系の剛性分布があらかじめ予測できない問題に対しては、要素ごとに時間積分スキームを作成する operator splitting 法が注目に値する。すなわち、この方法は無条件安定である上に、時間積分演算を要素ごとに実行するので、通常の陰公式と比較して大幅に計算効率が向上する。

実用解析では、3次元衝撃問題を扱う必要があり、より効率の高い解析アルゴリズムの開発が望まれる。従来の解析は主として2次元解析であり、また3次元解析専用コードにおいては陽的中心差分法を用いるなどして効率向上が計られているが、実用性の見地からはさらに1桁程度 CPU 時間を短縮化する必要がある。このためには、要素スキームを低次化し、各要素の剛性、節点力などに対する演算数を極力少なくする必要がある。また、低次要素は主変形モードのみを考え、他の高次モードは除去するフィルタリング効果を有しているため、数値振動の原因となる高周波モードを免れることもできる。ただし、低次要素には、hour-glass 現象が生ずることがあり、人工粘性あるいは剛性付加による計算の安定化に注意を払わなければならない。

4.3.5 接触

キャスク構造解析において扱う必要のある接触問題には、キャスク本体の層構造間の接触、キャスク本体・ショックアブソーバ・シェル鋼板の相互接触など、比較的接触圧が小さく広い範囲に亘る接触現象と、1m貫通試験、コーナ落下問題などに伴なう接触圧が大きく狭い範囲の接触現象とがある。

前者の接触挙動に関しては、時々刻々とその応答を正確に表現する必要があるかどうかは議論の別れるところである。もし鉛の最終変形がクラッドの平均的挙動により定まるのであれば、差分法に基づいた PISCES, STEALTH 系統のコードに採用されている Sliding Interface の考え方による取り扱い法でも十分に有効であると考えられる。一方、時々刻々に起こる衝突、はく離をできるだけ正確に表現する必要があるならば、ギャップ要素を用いた有限要素法による取り扱いが優っているであろう。

また、時間積分スキームの観点からは、接触（衝突）の瞬間を捉えるのには Explicit 法がより適していることがあげられる。すなわち、考えている時間ステップにおいてはく離の状態にあったものが変形後お互いに食い込んでしまう結果が出てきたとき、衝突の瞬間を捉えるのにその時間ステップを適当にスケールバックするだけで良いという長所が explicit 法に存在する。Implicit 法の場合は、この過程で起った衝突前後の挙動を繰り返し収束計算によって平均的に表現することになり、計算コストの上からも不利となる。

更に、両者の間のすべり摩擦力が重要な役割を果たす場合、これをどのように取り扱うかは今後に残された課題であると思われる。クーロンの摩擦力を取り入れた解析コードもいくつか存在するが、動的な摩擦現象が物理的に完全にした解明されていないことに注意を払う必要がある。

続いて、鉛円柱と突起物の衝突など、大きな局所変形を伴なう後者の接触現象について考える。

この場合は、最終変形を求めるのに時々刻々の衝突・はく離を忠実に表現することはそれほど重要ではないと思われるので、PISCES, STEALTH 系統の Sliding Interface の考え方も十分有効であろう。一方、有限要素法におけるギャップ要素による方法には問題点が生ずる。すなわち、ギャップ要素のバネ定数を十分に大きく取らないと、大きな接触圧のために、接触面が他方に食い込むという現象が現われるためである。バネ定数に大きな値を採用

したとき、Explicit 法の積分時間ステップが必然的に小さくなり、計算コストの上昇を招くことになる。（Implicit 法にはこの問題点は生じない。）この場合には、プログラムは複雑になるが、Node Constraint 法が有効になる。Explicit 法によるDYNA コードでもオプションを設け、この種の問題への対応が選択できるようになっている。なお、大きな局所変形を伴う場合のすべり摩擦力はそれほど重要ではないと考えられるので、クラッドの場合のような問題は生じないであろう。

4.4 あとがき

短時間に大きな変形が生じるキャスク落下衝撃解析においては、材料のひずみ速度依存性、接触、有限変形・有限ひずみが問題となり、またアルゴリズムとしてどの時間積分法を採用するかが重要となる。本章において、上記各項目について調査をおこない、キャスク衝撃解析プログラムに対して要求される基本的機能についてある程度の検討ができたものと考える。

結 言

衝撃問題解析に対する要求は、本研究を例として挙げるまでもなく、近年、益々多くの工学分野で盛んになってきている。しかし、一方では、準静的解析が適用可能な動的構造解析問題と衝撃解析問題との違いが、解析者にあまり認識されていないことが指摘される場合も少なくない。

当初、米国の軍関係の研究所で、着手・開発された衝撃解析コードの多くにおいては、有限差分法(Finite Difference Method : FDM)が、もっぱら用いられていた。その後、衝撃解析に、構造力学解析から発展を遂げて来た有限要素法(Finite Element Method : FEM)を適用するために、多くの数値解析手法が開発・提案されてきた。例えば、要素の記述に関しては、本編第1章で紹介された要素自身に対する研究(1.5節参照)の他、Lagrangian系・Eulerian系に代表される計算格子に対して研究がなされ、これらの長所を併せ持った混合法が開発されている。最近、1次元ではあるが、要素を構成する節点が、解析モデル全域にわたって連続的、かつ自動的に移動し、解を得るのに最も適した点に位置するという移動有限要素法(Moving Finite Element Method : MFE)が、K. Miller らによって開発されている(その後、米国において、MFEを2次元問題に適用した報告がなされたが、詳細は不明である)。また、衝撃解析において、しばしば、問題となる時間積分法について多くの研究成果が報告されている。一般には、Newmark- β 法、Wilson- θ 法、及びHoubolt 法などに代表される陰解法(Implicit Method)、中央差分法に代表される陽解法(Explicit Method)が、独立に用いられている。しかし、衝撃解析において、陰解法は、無条件安定ではあっても、多くの計算時間を必要とする欠点を持ち、また、しばしば、数値振動の解への影響が指摘される。一方、陽解法は、計算時間の短縮ははかれるものの、条件安定であり、衝撃による要素の圧縮変形が無視できなくなると、解の精度は著しく低下し、ついには計算そのものが続行不可能となる。そこで、両者の特長を併せ持つ幾つかの手法が開発されている。その1つは、要素毎に異なった時間積分法を適用する陰/陽解法(Implicit / Explicit Method)であり、他の1つは、必要に応じて時間ステップ幅を再分割する時間再分割法(Subcycling Procedure Method)である。また、最近、剛性マトリクスを上下対称三角マトリクスに分離して積分を行なったり、あるいは、要素毎に積分を実行する分離型積分法(Split Operator Method)と呼ばれる新しい手法が開発されている。これらの手法は、すべて無条件安定で、計算時間も非常に短いものとなっている。その他、衝突する2物体の接触記述手法や人工粘性の導入に関する手法など衝撃問題特有の解析手法に対する研究・開発は多方面にわたっている。

将来、我が国独自のキャスク構造解析コードを開発するために、衝撃解析手法の現状の調査・把握を目的として発足した本小委員会の過去2年間の研究成果は、第1段階としては充分評価できるものである。これらの研究成果は、衝撃問題解析を必要とする他の工学分野にも共通して適用できるものを多く含んでおり、その点からも評価されることが期待される。

2年間に、調査された文献は、キャスクの構造解析手法を直接述べているものから、キャスクの落下実験の報告、衝撃解析に使用されるコードのマニュアル、衝撃解析専用コードによる解析例、あるいは、種々の数値解析手法の解説と極めて広範囲にわたった。これら多くの文献調査により、キャスク構造解析についての指針や、衝撃解析手法の現状をある程度知ることができた。また、現行衝撃解析コードの機能・特徴を比較・調査する目的で、2年にわたって行なわれたベンチマーク問題もこれらの文献から引用されたものである。

ベンチマーク計算の結果からは多くのことが明らかとなった。例えば、問題[I]について、計算結果の精度は各コードにおける手法の違いよりも、適用する構成方程式により多く依存することや、解析コードにおける現状では、汎用

弾塑性構造解析コードよりも衝撃解析専用コードが、汎用弾塑性構造解析コードにおいては、有限要素法よりも有限差分法を用いたコードを使用する方が経済的であることなどが確認された。一方、有限差分法コードの塑性計算における応力-ひずみ関係の取り扱いの不明瞭さ（多くの有限要素法を用いたコードでは、増分型の塑性流れ則が適用されている）や、幾つかの解析参加コードに見られた衝撃時の応力の過大評価や、時間及び空間における解析値のバラツキなど、個々の欠点が指摘された。この他、ステンレス鋼製被覆付き鉛円柱落下解析では、ステンレス鋼製被覆と鉛本体との間に生じる摩擦の効果の影響が確かめられた。また、この2つのベンチマーク問題を通して、衝撃問題解析が持つ本質的な困難さを、問題が単純であったことも手助けして、解析参加者全員がより深く知ることができたこと、及び、同じ解析コードを使用した結果においても有意の差が認められ、解析者の衝撃問題に対する理解と使用するコードに対する習熟度の重要性が新たに確認されたこと、ベンチマーク問題解析結果をPost-SMIRT会議において発表する機会を得たことは、本小委員会の研究成果を確認する上で大きな意義があった。さらに、第1小委員会の主催で、この分野における第一人者である米国のDr.Key（有限要素法衝撃解析コードHONDOシリーズ開発グループの中心人物）を招待して、特別講演を行なうことができた。これらの国際的な活動は、今後も継続・推進されるべきであろう。

調査やベンチマーク計算の実行と結果の検討、及びワーキング・グループの活動を基に、2年間の研究成果を、本編の最後に将来の研究の指針、及びキャスク構造解析コードが持つべき機能・特長としてまとめた。

第2小委員会のキャスク構成材料データの調査研究成果を最適な方法で利用する手法や、第3小委員会の構造規格・法的規制に合った評価・計算手法の確立が今後の主な研究対象となろう。さらに、会社側委員から本年度活動期間中度々指摘を受けたキャスク端部緩衝体の解析、及びコーナ落下のような複雑な3次元解析も残された課題である。本格的なキャスク構造解析コードの開発を現実のものにするには、今後、こうした研究成果を基に、さらに衝撃解析に対する各種の手法の調査・開発を行なうことが必要である。

最後に、労をいとわず本小委員会の活動に積極的に参加され、時間的制約の厳しい短期間の調査・計算に多大な御尽力を頂いた幹事ならびに委員各位に深く感謝する次第である。

謝　　辞

本報告書をまとめるに当たり、貴重なご助言を載いた東京工業大学名誉教授青木成文博士、日本機械学会の「キャスク構造解析研究分科会」の主査島村昭治博士および幹事の金衛敬興氏に深く感謝致します。

弾塑性構造解析コードよりも衝撃解析専用コードが、汎用弾塑性構造解析コードにおいては、有限要素法よりも有限差分法を用いたコードを使用する方が経済的であることなどが確認された。一方、有限差分法コードの塑性計算における応力-ひずみ関係の取り扱いの不明瞭さ（多くの有限要素法を用いたコードでは、増分型の塑性流れ則が適用されている）や、幾つかの解析参加コードに見られた衝撃時の応力の過大評価や、時間及び空間における解析値のバラツキなど、個々の欠点が指摘された。この他、ステンレス鋼製被覆付き鉛円柱落下解析では、ステンレス鋼製被覆と鉛本体との間に生じる摩擦の効果の影響が確かめられた。また、この2つのベンチマーク問題を通して、衝撃問題解析が持つ本質的な困難さを、問題が単純であったことも手助けして、解析参加者全員がより深く知ることができたこと、及び、同じ解析コードを使用した結果においても有意の差が認められ、解析者の衝撃問題に対する理解と使用するコードに対する習熟度の重要性が新たに確認されたこと、ベンチマーク問題解析結果をPost-SMIRT会議において発表する機会を得たことは、本小委員会の研究成果を確認する上で大きな意義があった。さらに、第1小委員会の主催で、この分野における第一人者である米国のDr.Key（有限要素法衝撃解析コードHONDOシリーズ開発グループの中心人物）を招待して、特別講演を行なうことができた。これらの国際的な活動は、今後も継続・推進されるべきであろう。

調査やベンチマーク計算の実行と結果の検討、及びワーキング・グループの活動を基に、2年間の研究成果を、本編の最後に将来の研究の指針、及びキャスク構造解析コードが持つべき機能・特長としてまとめた。

第2小委員会のキャスク構成材料データの調査研究成果を最適な方法で利用する手法や、第3小委員会の構造規格・法的規制に合った評価・計算手法の確立が今後の主な研究対象となろう。さらに、会社側委員から本年度活動期間中度々指摘を受けたキャスク端部緩衝体の解析、及びコーナ落下のような複雑な3次元解析も残された課題である。本格的なキャスク構造解析コードの開発を現実のものにするには、今後、こうした研究成果を基に、さらに衝撃解析に対する各種の手法の調査・開発を行なうことが必要である。

最後に、労をいとわず本小委員会の活動に積極的に参加され、時間的制約の厳しい短期間の調査・計算に多大な御尽力を頂いた幹事ならびに委員各位に深く感謝する次第である。

謝　　辞

本報告書をまとめるに当たり、貴重なご助言を載いた東京工業大学名誉教授青木成文博士、日本機械学会の「キャスク構造解析研究分科会」の主査島村昭治博士および幹事の金衛敬興氏に深く感謝致します。

執筆者

序文一矢川元基

1.

- 1.1 — 武田 洋
- 1.2 — 川副 博
- 1.3 — 今木 敏雄
- 1.4 — 青砥 紀身
- 1.5 — 徳田 直明
- 1.6 — 武田 洋

2.

- 2.1 — 大坪 英臣
- 2.2 — 相澤 龍彦
- 2.3 — 相澤 龍彦
- 2.4 — 都井 裕
- 2.5 — 大坪 英臣

3.

- 3.1 — 大坪 英臣

3.2

- 3.2.1 — 川上 誠, 丹羽一邦, 村田博一
- 3.2.2 — 浜中 卓, 三好昭生, 丸山能生, 山懸延樹
- 3.2.3 — 松元正敏, 久保宏昭
- 3.2.4 — 千葉矩正
- 3.2.5 — 藤田義彦, 丹羽一邦, 菊池雅男
- 3.2.6 — 矢川元基, 青砥紀身
- 3.2.7 — 相澤龍彦

3.3

- 3.3.1 — 川上 誠, 丹羽一邦, 村田博一
- 3.3.2 — 山里久仁彦, 三輪茂
- 3.3.3 — 浜中 卓, 金沢京子, 山懸延樹, 三好昭生,
丸山能生
- 3.3.4 — 松元正敏, 久保宏昭

- 3.3.5 — 千葉矩正
 3.3.6 — 藤田義彦, 丹羽一邦, 菊池雅男
 3.3.7 — 細川治男, 田中和久
 3.3.8 — 細川治男, 田中和久
 3.3.9 — 幾島毅
 3.3.10 — 矢川元基, 青砥紀身
 3.3.11 — 川副博
 3.3.12 — 相澤龍彦

3.4

- 3.4.1 — 金沢京子, 山懸延樹, 坂庭邦泰, 中川雅俊,
 鈴木憲一
 3.4.2 — 菊池誠治, 小松輝雄,
 3.4.3 — 浅田和雄, 清水史也
 3.4.4 — 松元正敏, 久保宏昭
 3.4.5 — 細川治男, 田中和久
 3.4.6 — 細川治男, 田中和久
 3.4.7 — 都井裕

3.5 — 大坪英臣

4.

4.1 — 大坪英臣

4.2

- 4.2.1 — 武田洋, 相澤龍彦
 4.2.2 — 武田洋, 相澤龍彦
 4.2.3(1) — 都井裕
 (2) — 相澤龍彦
 4.2.4 — 千葉矩正
 4.2.5 — 徳田直明

4.3 — 大坪英臣, 他

4.4 — 大坪英臣, 武田洋

結言 — 矢川元基

委員構成

委員長：矢川元基（東京大学）
幹事：相澤龍彦（東京大学）
：大坪英臣（東京大学）
：武田洋（武田技術開発㈱）
：都井裕（東京大学）
：青砥紀身（東京大学）

研究者委員：分科会研究者委員と共通

参加会社委員：

会社名	氏名	所属
1. 石川島播磨重工業㈱	徳田直明	技研 技術計算センター研究主任
2. 関西電力㈱	島木亮治	核燃料部 再処理課
3. オーション・キャスク・リース㈱	田原保美	技術部
4. 木村化工機㈱	小島直樹	原子力部 一課
5. 原子燃料工業㈱	竹内毅吉	東海製造所 技術部
6. 構造計画研究所	廣瀬正行	総合技術本部 本部長付
7. 神戸製鋼所	白倉貴雄	高砂事業所 化工機工場 設計部
8. センチュリ・リサーチセンター㈱	川副博	技術営業第5部 52グループ
9. 中國電力㈱	久賀谷進	原子力部 原子力安全担当
10 東京電力㈱	長谷川満	核燃料部 核燃料計画課
11. 東北電力㈱	佐藤敏秀	原子力部 原子力建設課
12. 東洋エンジニアリング㈱	山下正芳	原子力設計三部 主任
13. ニュークリア・データ㈱	今木敏夫	構造解析事業部
14. 日揮㈱	浜中卓	D E本部 構造解析部
15. 日本原子力事業㈱	中川雅俊	総合研究所 核工学研究所
16. 日本原子力発電㈱	中園隆一	発電管理部 核燃料技術課 主任
17. 日本原燃サービス㈱	新屋健剛	技術本部 技術担当
18. 日本シーディーシー㈱	小松輝雄	サイバネットサービス営業部 アプリケーション1課
19. 日本情報サービス㈱	石井恵三	エンジニアリング営業部 次長
20. 日本製鋼所	菊池誠治	原子力技術部
21. 日本電子計算㈱	丹羽一邦	システム第2部
22. 日本ニュクリア・フュエル㈱	若杉和彦	技師長室 主幹
23. 日本マーク㈱	金沢京子	ソフトウエアグループ
24. 間組	宮崎吉英	エネルギー対策本部 原子力部
25. 日立製作所	千葉矩正	機械研究部 第3部

会 社 名	氏 名	所 属
26. 日立運輸㈱	加藤 勝美	物流管理本部 技術部 主任技師
27. 日立造船㈱	山里 久仁彦	陸機設計所 原子力設計部
28. 日立造船情報システム㈱	三輪 茂	第1技術営業部 技術課
29. 三井造船㈱	望月 信一	原子力事業部 設計部
30. 三菱重工業㈱	浅田 和雄	高砂研究所 構造研究室
31. ㈱三菱総合研究所	斎藤 寛	応用システム部 構造システム室
32. 芳沢機工東部㈱	大内 明夫	製造部 技術課

衝撃解析法WG名簿

◎ 大坪英臣

委員：相澤龍彦，都井裕，武田洋，徳田直明，今木敏雄，千葉矩正

委 員 名 簿

◎=主 査

※=幹 事

〒=通信先

氏 名	勤務先・職名	住 所	No
◎ 島 村 昭 治	〒305 茨城県新治郡桜村並木1-2 機械技術研究所 材料工学部長 (0298) 54-2611	305 茨城県筑波郡谷田部町 松代5-719-1 (0298) 51-9240	1
※ 金 衛 敬 興	〒305 茨城県新治郡桜村並木1-2 機械技術研究所 材料物性課 主任研究官 (0298) 54-2617	305 茨城県新治郡桜村竹園 1-802-206 (0298) 51-1144	2
※ 中 桐 滋	〒106 港区六本木7-22-1 東京大学教授 生産技術研究所 (03) 402-6231 内2115	235 横浜市磯子区洋光台 2-3-9-401 (045) 833-6209	3
※ 永 田 徳 雄	〒153 目黒区中目黒2-3-12 金属材料技術研究所 室長 (03) 719-2271 内367	157 世田谷区千歳台 2-19-12 (03) 482-0645	4
※ 矢 川 元 基	〒113 文京区本郷7-3-1 東京大学教授 工学部 原子力工学科 (03) 812-2111 内6993	156 世田谷区赤堤 1-32-19 (03) 324-5216	5
相 澤 龍 彦	〒153 目黒区駒場3-8-1 東京大学講師 教養学部 基礎科第2 (03) 485-3111 内374	101 千代田区神田神保町3-3 (03) 261-0612	6
足 立 守	〒319-11 茨城県那珂郡東海村白方2-4 日本原子力研究所ホットラボ室長代理 (02928) 2-5652	310 水戸市五軒町 1-4-2-304 (0292) 26-2583	7
去来川 況 人	〒108 港区三田1-4-28 三田国際ビルディング (財) 原子力工学試験センター 原子力安全解析所 燃料施設コード整備室主任解析部員 (03) 456-3631 ~8		8
植 木 純 太 郎	〒181 三鷹市新川6-38-1 船舶技術研究所 主任研究官 (0422) 45-5171 内429	157 世田谷区給田 3-9-2-508 (03) 308-6479	9
大 坪 英 臣	〒113 文京区本郷7-3-1 東京大学助教授 工学部 船舶工学科 (03) 812-2111 内6527	151 渋谷区初台 1-50-4-1001 (03) 374-3927	10
宇治橋 貞 幸	〒152 目黒区大岡山2-12-1 東京工業大学 工学部 機械工学科 (03) 726-1111 内2175	194 町田市小川3-11-12 (0427) 95-4985	11

氏名	勤務先・職名	住所	No
大西信秋	〒319-11 茨城県那珂郡東海村白方白根2-4 日本原子力研究所 副主任研究員 (02928) 2-5698	311-31 茨城県東茨城郡茨城町 前田 1677-235 (02929) 2-7066	12
菊池三郎	〒107 港区赤坂1-9-13 動力炉・核燃料開発事業団 FBR主任研究員 (03) 586-3311		13
酒井讓	〒240 横浜市保土ヶ谷区常盤台156 横浜国立大学 助手 工学部 (045) 335-1451 内 2963	153 目黒区祐天寺2-15-3 ユーハイツ 202号 (03) 792-1545	14
渋谷寿一	〒152 目黒区大岡山2-12-1 東京工業大学 助教授 工学部機械工学科 (03) 726-1111 内 2509	246 横浜市瀬谷区阿久和町 3715-48 (045) 363-1486	15
島田裕久	〒181 三鷹市中原3-14-1 自治省 消防庁 消防研究所 特殊火災研究室 室長 (0422) 44-8331 内 54	260 千葉市弁天町85-9 (0472) 55-2816	16
武田洋	〒192 八王子市大谷町47-2 武田技術開発㈱ (0426) 45-8926	192 八王子市大谷町47-2 (0426) 44-9895	17
谷藤暁男	〒305 茨城県新治郡桜村並木1-2 機械技術研究所 主任研究官 (0298) 54-2600, 2616	227 柏市永楽台3-4-16 (0471) 63-5623	18
茶谷明義	〒920 金沢市小立野2-40-20 金沢大学 教授 機械工学第2学科 (0762) 61-2101	923 小松市若杉町又甲84 (0761) 22-7855	19
都井裕	〒106 港区六本木7-22-1 東京大学 助教授 生産技術研究所第2部 (03) 402-6231		20
西島敏	〒153 目黒区中目黒2-3-12 金属材料技術研究所 疲れ試験部長 (03) 719-2271 内 350	247 鎌倉市岡本 1188-4-2-305 (0467) 44-4764	21
安田正幸	〒270-11 我孫子市我孫子1646 (財)電力中央研究所 土木技術研究所 構造部長 (0471) 82-1181 内 330	201 狛江市東野川3-11-3 (03) 480-0856	22
安中嵩	〒153 目黒区中目黒2-3-12 金属材料技術研究所 材料強さ部主任研究官 (03) 719-2271 内 257	274 船橋市薬円台 5-26-4-504 (0474) 66-1169	23
渡部修	〒300-31 茨城県新治郡桜村天王台1-1 筑波大学 構造工学系 (0298) 53-2111 内 5029	305 茨城県新治郡桜村吾妻 4-101-202 (0298) 51-0179	24

特別委員（分科会参与）

氏名	勤務先・職名	住所	No
青木成文	東京工業大学名誉教授	〒140 品川区南大井6-4-6 ニューハイツ大森222号 (03) 726-0254	1

研究協力者

氏名	勤務先・職名	住所	No
青砥紀身	〒113 文京区本郷7-3-1 東京大学 工学部 原子力工学科 矢川研究室 (03) 812-2111		1

オブザバー

氏名	勤務先・職名	住所	No
幾島毅	〒319-11 茨城県那珂郡東海村 日本原子力研究所 東海研究所 安全解析部 (02928) 2-5104	310 水戸市堀町2253-42 (0292) 54-3712	1
内藤淑孝	〒319-11 茨城県那珂郡東海村 日本原子力研究所 東海研究所 安全解析部 (02928) 2-5104		2

参加会社委員名簿

(全 40 社)

会社名	氏名	所属	住所	No
石川島播磨重工業㈱ 技術研究所	徳田直明	技術計算センター 研究主任	135-91 江東区豊洲3-1-15 (03) 534-3449	1
㈱エヌ・ティー・エス	辻野吉勝	技術調査部 課長	105 港区芝大門1-1-3 日本赤十字社ビル (03) 438-3241~5	2
オーシャン・キャスク・ リース㈱	田原保美	技術部	105 港区西新橋2-5-11 渡辺美術ビル5F (03) 502-0126	3
関西電力㈱	岸田哲二	核燃料部 再処理課長	530 大阪市北区中之島 3-3-22 (06) 441-8821	4
木村化工機㈱	田村幸三	原子力部 主査	660 尼崎市杭瀬字上島1-1 (06) 488-2501	5
九州電力㈱	隈弘毅	原子力管理部 核燃料 技術課長	810 福岡市中央区渡辺通 2-1-82 (092) 761-3031	6
原子燃料工業㈱	矢田実	東海製造所 技術部長	319-11 茨城県那珂郡東海村 松字中原 3135-41 (02928) 2-8211	7
㈱構造計画研究所	三吉健滋	エンジニアリング・アプリケーション部 部長	164 中野区本町4-38-13	8
㈱神戸製鋼所 高砂事業所 化工機工場	早川宏	設計部 構造解析担当課長	676 高砂市荒井町新浜2-3-1 (07944) 3-4111 内 2570	9
四国電力㈱	中西健	核燃料部 次長	760-91 高松市丸の内2-5 (0878) 21-5061	10
センチュリーリサーチ センタ㈱	渡辺隆之	技術営業第1部 13グループ シニア・スペシャリスト	103 中央区日本橋本町3-2 (03) 665-9742	11
中国電力㈱	山田章	原子力部 原子力安全担当 課長	732 広島市中区小町4-33 (082) 241-0211 内 3740	12
中部電力㈱	大野隆彦	原子力管理部 調査役	461 名古屋市東区東新町1 (052) 951-8211	13
東京芝浦電気㈱ 磐子エンジニアリングセンター	加藤裕明	原子力システム設計部 システム設計課 主務	235 横浜市磯子区新杉田町 8番地 (045) 756-2155 内 2156	14

会社名	氏名	所属	住所	No
東京電力㈱	長谷川 満	核燃料計画課	100 千代田区内幸町1-1-3 (03) 501-8111	15
東北電力㈱	山田 一男	原子力部 原子力建設課長	980 仙台市一番町3-7-1 (0222) 25-2111 内 2681	16
東洋エンジニアリング㈱	広田 政好	千葉事務所 船橋分室 原子力設計 三部主査	273 船橋市本町7-7-1 船橋ツインビル (0474) 25-1161	17
ニュークリア・データ㈱	高張研一	構造部 部長	153 目黒区中目黒1-1-71 ニールセンビル (03) 792-2601	18
日揮㈱	浜中 卓	デザインエンジニアリング 本部技師	232 横浜市南区別所1-14-1 (045) 712-1111 内 4760	19
新田ベニヤ工業㈱ 千葉研究所	鈴木 孚	所長	281 千葉市千種町34-2 (0472) 50-4101	20
日本核燃料開発㈱	森 竜二	業務部 副部長	311-13 茨城県東茨城郡大洗町 成田町2163 (02926) 6-2131	21
日本原子力事業㈱ 総合研究所	鈴木 憲一	核工学研究部 研究主務	210 川崎市川崎区浮島町 4-1 (044) 277-3131 内 581	22
日本原子力発電㈱	中園 隆一	発電管理部 核燃料技術課 主任	100 千代田区大手町1-6-1 (03) 201-6631	23
日本原燃サービス㈱	新屋 健剛	技術本部 技術担当	100 千代田区内幸町2-2-2 (03) 580-6911	24
日本シーディーシー㈱	朝田 守宏	サイバネット サービス 営業部 部長	170 豊島区東池袋3-1-1 サンシャイン60 (03) 982-6211	25
日本情報サービス㈱	石井 恵三	エンジニアリング営業部 次長	107 港区北青山3-5-12	26
日本製鋼所	小野寺 真作	理事・原子力技術部 部長	100 千代田区有楽町 1-1-2 日比谷三井ビル (03) 501-6111	27
日本電子計算㈱	菊池 雅男	スーパーコンピュータ事業部 技術開発部 部長	103 中央区日本橋兜町6-7 (03) 274-3551	28
日本ニュクリア・フェル㈱	若杉 和彦	技師長室 主幹	239 横須賀市内川2-3-1	29

会社名	氏名	所属	住所	No
日本マーク㈱	金沢京子	ソフトウェア グループ マネジャー	160 新宿区西新宿2-7-1 新宿第1生命ビルディング (03) 345-0181	29
㈱間組	宮崎吉英	技術開発本部 原子力部長	338 与野市本町西4-17-23 (0488) 55-6180(直通) (0488) 54-3111(代)	31
日立運輸㈱	金川敏夫	物流管理本部 技術部長	150 渋谷区渋谷3-8-12 第1生命ビル4F (03) 400-3161	32
㈱日立製作所 機械研究所	志田茂	第3部 部長	300 土浦市神立町502 (0298) 31-5111	33
日立造船㈱ 陸機設計所	浦田昭典	原子力設計部 部長	554 大阪市此花区桜島 1-3-40 (06) 463-7111	34
日立造船 情報システム㈱	田中直通	第1技術営業部 次長	550 大阪市西区京町堀1-4- 16センチュリービル (06) 448-5081	35
三井造船㈱	小関守史	機械事業本部 原子力事業 部 設計部部長	140 中央区築地5-6-4 (03) 544-3283(直通)	36
三菱金属㈱	下田収	原子力事業部 原子力エン ジニアリング部 次長	101 千代田区大手町1-6-1 大手町ビル2F (03) 863-1096	37
三菱重工業㈱ 神戸 造船所	北野景一	原子力設計部 原子力装置設計課長	652 神戸市兵庫区和田崎町 1-1-1 (078) 671-5061	38
㈱三菱総合研究所	秋月清	応用システム部 構造システム室	100 千代田区大手町2-3-6 タイムライフビル (03) 270-9211	39
芳沢機工東部㈱	松沢宏景	製造部 次長	277 柏市新十余二17-1 (0471) 31-4121	40