JAERI-M

8754

フォールト・ツリ手法の適用範囲の検討

1980年3月

伊藤大樹

日本原子力研究所
Japan Atomic Energy Research Institute

フォールト・ツリ手法の適用範囲の検討

日本原子力研究所東海研究所原子炉工学部
伊 藤 大 樹

（1980年2月1日受理）

原子炉の安全保護系の信頼度解析の場合を含む安全系の信頼度のフォールト・ツリ解析において，フォールト・ツリ手法の適用に問題のある文献が若干見受けられる。

通常フォールト・ツリ手法では，加法と乗法が用いられるが，この加法と乗法が完全に成立するかあるいは少なくとも実用的に成立することが必要である。この中，加法については問題はないが，乗法については問題のある場合がある。

本稿は，要素の不信頼度，平均アンアベラビリティおよび瞬時アンアベラビリティについて乗法が成立するか否かを総合的に検討したものである。

保全を行わない各要素のそれぞれの不信頼度相互間には乗法は成立し，また，保全の有無に拘らず，各要素のそれぞれの瞬時アンアベラビリティ相互間にも乗法は成立する。しかし，保全を有する各サブシステムのそれぞれの不信頼度相互間には乗法は成立しない。すなわち，保全を有する2個のサブシステムのそれぞれの不信頼度の積の値は，保全を有する2個のサブシステムよりなる並列系の不信頼度の値より大となる。また，保全を有しない各要素のそれぞれの平均アンアベラビリティ相互間においても乗法は成立しない。すなわち，保全を有しない2個の要素のそれぞれの平均アンアベラビリティの積の値は，保全を有しない2個の要素よりなる並列系の平均アンアベラビリティの値より小となる。これらのときにはフォールト・ツリ手法を機械的に適用するのには問題がある。

Study on the Scope of Fault Tree Method Applicability

Taiju Ito
Division of Reactor Engineering, Tokai Research
Establishment, JAERI

(Received February 1, 1980)

In fault tree analysis of the reliability of nuclear safety system, including reliability analysis of nuclear protection system, there seem to be some documents in which application of the fault tree method is unreasonable.

In fault tree method, the addition rule and the multiplication rule are usually used. The addition rule and the multiplication rule must hold exactly or at least practically. The addition rule has no problem but the multiplication rule has occasionally some problem.

For unreliability, mean unavailability and instantaneous unavailability of the elements, holding or not of the multiplication rule has been studied comprehensively. Between the unreliability of each element without maintenance, the multiplication rule holds. Between the instantaneous unavailability of each element, with maintenance or not, the multiplication rule also holds. Between the unreliability of each subsystem with maintenance, however, the multiplication rule does not hold, because the product value is larger than the value of unreliability for a parallel system consisting of the two subsystems with maintenance. Between the mean unavailability of each element without maintenance, the multiplication rule also does not hold, because the product value is smaller than the value of mean unavailability for a parallel system consisting of the two elements without maintenance. In these cases, therefore, the fault tree method may not be applied by rote for reliability analysis of the system.

Keywords: Reliability Analysis, Fault Tree Analysis, Nuclear Safety System, Nuclear Protection System, Unreliability, Mean Unavailability, Instantaneous Unavailability, Maintenance, Addition Rule, Multiplication Rule

目　　　次

Contents

1. まえがき

フォールト・ツリ手法は大規模システムの信頼度解析に極めて有用である。それは信頼度解析において大規模システムの全構成要素を漏れなく考慮することができるからである。フォールト・ツリ手法はNASAで月ロケットの信頼度計算に用いられ，また，WASH 1400[1] でも用いられた。

月ロケットはそれを構成する要素の数は非常に多いが，飛行中保全し得る個所は極めて少ないと考えられ，また，飛行期間は原子炉の稼動期間に較べてはるかに短いため，月ロケットの信頼度の計算手法は比較的簡単なものではなかったかと思われる。原子炉の安全系の確率計算では保全を無視できないため計算は余り簡単ではない。

フォールト・ツリ手法では通常加法と乗法が用いられる。例えば或る基本事象の確率を p_i で表せば最終事象の確率は $\mathop{\pi}\limits_{i=1}^{\ell} p_i + \mathop{\pi}\limits_{j=1}^{m} p_j + \mathop{\pi}\limits_{k=1}^{n} p_k + \cdots\cdots$ と言うような形で表わすことができる。ここで加法については問題はないが，乗法については問題のある場合がある。すなわち，$\mathop{\pi}\limits_{i=1}^{\ell} p_i$ なる量が正しく実際の量を表わしているかどうかということである。$p_1 \times p_2$ がそれに対応した実際の量（真値という言葉で表わすことにする）と一致する場合は p_i の数が多いときも乗法は成立し，$p_1 \times p_2$ が真値と一致しない場合は p_i の数に拘らず乗法は成立しない。本稿は p_i が 2 個の場合について検討を行った。

2. 乗法の成立，不成立の検討

フォールト・ツリ手法を適用するのにどのような場合があり得るか考えてみる。

求める量としては次の場合が考えられる。

(1) 不信頼度　F

(2) 平均アンアベラビリティ　U_m

(3) 瞬間アンアベラビリティ　U_i

保全の状態としては次の場合が考えられる。

(1) 系内の全要素に保全なし

(2) 系内の全要素に保全あり

(3) 系内の一部の要素に保全あり

したがってフォールト・ツリ手法の適要の可否を検討するケースとしてTable 1が得られる。

1. ま え が き

フォールト・ツリ手法は大規模システムの信頼度解析に極めて有用である。それは信頼度解析において大規模システムの全構成要素を漏れなく考慮することができるからである。フォールト・ツリ手法はNASAで月ロケットの信頼度計算に用いられ，また，WASH 1400[1] でも用いられた。

月ロケットはそれを構成する要素の数は非常に多いが，飛行中保全し得る個所は極めて少ないと考えられ，また，飛行期間は原子炉の稼動期間に較べてはるかに短いため，月ロケットの信頼度の計算手法は比較的簡単なものではなかったかと思われる。原子炉の安全系の確率計算では保全を無視できないため計算は余り簡単ではない。

フォールト・ツリ手法では通常加法と乗法が用いられる。例えば或る基本事象の確率をp_iで表せば最終事象の確率は$\overset{\ell}{\underset{i=1}{\pi}} p_i + \overset{m}{\underset{j=1}{\pi}} p_j + \overset{n}{\underset{k=1}{\pi}} p_k + \cdots\cdots\cdots$と言うような形で表わすことができる。ここで加法については問題はないが，乗法については問題のある場合がある。すなわち，$\overset{\ell}{\underset{i=1}{\pi}} p_i$なる量が正しく実際の量を表わしているかどうかということである。$p_1 \times p_2$がそれに対応した実際の量（真値という言葉で表わすことにする）と一致する場合はp_iの数が多いときも乗法は成立し，$p_1 \times p_2$が真値と一致しない場合はp_iの数に拘らず乗法は成立しない。本稿はp_iが2個の場合について検討を行った。

2. 乗法の成立，不成立の検討

フォールト・ツリ手法を適用するのにどのような場合があり得るか考えてみる。

求める量としては次の場合が考えられる。

(1) 不信頼度　F

(2) 平均アンアベラビリティ　U_m

(3) 瞬間アンアベラビリティ　U_i

保全の状態としては次の場合が考えられる。

(1) 系内の全要素に保全なし

(2) 系内の全要素に保全あり

(3) 系内の一部の要素に保全あり

したがってフォールト・ツリ手法の適要の可否を検討するケースとしてTable 1が得られる。

Table 1 Case in consideration

Case	Subject	Enforcement of Maintenance	Notation
1	Unreliability	NO (for all elements)	F_N
2	Unreliability	YES (for all elements)	F_M
3	Unreliability	YES (partly)	F_{PM}
4	Mean unavailability	NO (for all elements)	$U_{m \cdot N}$
5	Mean unavailability	YES (for all elements)	$U_{m \cdot M}$
6	Mean unavailability	YES (partly)	$U_{m \cdot PM}$
7	Instantaneous unavailability	NO (for all elements)	$U_{i \cdot N}$
8	Instantaneous unavailability	YES (for all elements)	$U_{i \cdot M}$
9	Instantaneous unavailability	YES (partly)	$U_{i \cdot PM}$

Table 1の各ケースについて乗法が成立するか否かの検討を以下の如く行う。

2.1 保全がない各要素の不信頼度の積

N個の要素よりなる並列系を考える。i 番目の要素の不信頼度を $\bar{r}_i$ で表わせば，この並列系の不信頼度 F_N は次式で表わされる。

$$F_N = \prod_{i=1}^{N} \bar{r}_i \tag{1}$$

すなわち，F_N は一つの積で表わされ，また，システム内の各要素のそれぞれの不信頼度相互間に乗法は成立する。

2.2 保全がある各要素の不信頼度の積

始めに，シャノン線図を用いる手法[2]に依り，保全を行う二並列系の不信頼度の誘導を行う。単一系の故障率を λ，修復率を μ とし，2チャンネル共正常の確率を P_0，2チャンネル中1チャンネルだけ正常の確率を P_1，2チャンネル共異常の確率を P_2 で表わすものとする。その場合，Fig. 1を用いれば次の関係が得られる。

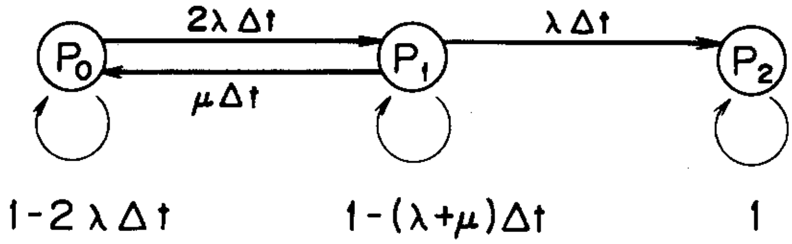


Fig. 1 Shannon diagram of two-elements parallel system.

$$\frac{dP_0}{dt} = -2\lambda P_0 + \mu P_1 \tag{2}$$

$$\frac{dP_1}{dt} = 2\lambda P_0 - (\mu + \lambda) P_1 \tag{3}$$

$$\frac{dP_2}{dt} = \lambda P_2 \tag{4}$$

$t=0$で$P_0=1$の条件で(2), (3), (4)式をとけば次式が得られる。

$$P_2 = 1 - \frac{\beta e^{-\alpha t} - \alpha e^{-\beta t}}{\beta - \alpha} \tag{5}$$

ただし

$$\begin{matrix}\alpha\\\beta\end{matrix} = \frac{(\mu + 3\lambda) \mp \sqrt{\mu^2 + 6\mu\lambda + \lambda^2}}{2} \tag{6}$$

ここで

$$\mu \gg \lambda, \quad t \gg \frac{1}{\mu} \tag{7}$$

の条件を用いれば次式が得られる。

$$P_2 \approx 1 - e^{-\frac{2\lambda^2}{\mu}t} \tag{8}$$

すなわち，保全を行う二並列系の不信頼度$F_{2/2}$の式が得られた。

$$F_{2/2} \approx 1 - e^{-\frac{2\lambda^2}{\mu}t} \approx \frac{2\lambda^2}{\mu}t \tag{9}$$

事後保全の場合の単一系の不信頼度は，保全のない時の不信頼度の値と変らない。したがって，この場合の不信頼度F_1は次式で表わされる。

$$F_1 = 1 - e^{-\lambda t} \approx \lambda t \tag{10}$$

保全を行う二並列系の不信頼度$F_{2/2}$はF_1の2乗にはならない。

$$F_{2/2} \neq F_1^2 \tag{11}$$

したがって，この場合，積の関係は成立しない。F_1^2と$F_{2/2}$の比は次の如くなる。

$$\frac{F_1^2}{F_{2/2}} \approx \frac{\lambda^2 t^2}{\frac{2\lambda^2}{\mu} t} = \frac{\mu t}{2} >> 1 \quad (\text{通常} \ t >> \frac{1}{\mu}) \tag{12}$$

文献(3),(4),(5)に示される冗長系の誤スクラム率をTable 2に示す。

Table 2 False scram rate

システム	1:1	1:2	2:2	1:3	2:3	3:3	1:4	2:4	3:4	4:4
F_S	λ_S	$2\lambda_S$	$2\lambda_S^2/\mu$	$3\lambda_S$	$6\lambda_S^2/\mu$	$3\lambda_S^3/\mu^2$	$4\lambda_S$	$12\lambda_S^2/\mu$	$12\lambda_S^3/\mu^2$	$4\lambda_S^4/\mu^3$

Table 2においてλ_Sは単一系の安全側故障率である。m：nはnチャンネル中mチャンネルが安全側に故障すればシステムダウンになることを意味し，m out of nである。2：2の場合の誤スクラム率$F_{S2/2}$は次式で示される。

$$F_{S2/2} = \frac{2\lambda_S^2}{\mu} \tag{13}$$

(9)式と(13)式の間に次の関係がある。

$$F_{2/2} \approx F_{S2/2}\ (\lambda_S = \lambda) \times t = \frac{2\lambda^2}{\mu}\ t \tag{14}$$

したがってTable 2を用いて保全を行う冗長系の不信頼度を表わすことができる。

今，二並列系が更に二並列になっている場合を考える。もし，乗法が成立するとすれば，その全系の不信頼度は$F_{2/2}$の2乗で表わされる筈である。

$$F_{2/2}^2 \approx \left(\frac{2\lambda^2}{\mu} t\right)^2 \tag{15}$$

ところが，二並列系を更に二並列にした場合は四並列となり，その全系の不信頼度はTable 2を用いて次式で表わされる。

$$F_{4/4} \approx \frac{4\lambda^4}{\mu^3} t \tag{16}$$

すなわち

$$F_{4/4} \neq F_{2/2}^{2} \tag{17}$$

となり，この場合も乗法は成立しない。$F_{2/2}^{2}$ と $F_{4/4}$ の比は次の如くなる。

$$\frac{F_{2/2}^{2}}{F_{4/4}} \approx \frac{\left(\frac{2\lambda^2}{\mu}t\right)^2}{\frac{4\lambda^2}{\mu^3}t} = \mu t \gg 1 \qquad (\text{通常 } t \gg \frac{1}{\mu}) \tag{18}$$

すなわち，システムの全要素に保全がある場合は，各要素や各サブシステムのそれぞれの不信頼度相互間に乗法は成立せず，機械的に積を求めれば，得られた計算値は真値よりも安全側である。(17) 式の関係はFig. 2 に示される。すなわち，乗法が成り立てばFig. 2の(a)と(b)とは等しいが，乗法が成り立たないときはFig. 2 の(a)と(b)とは等しくない。

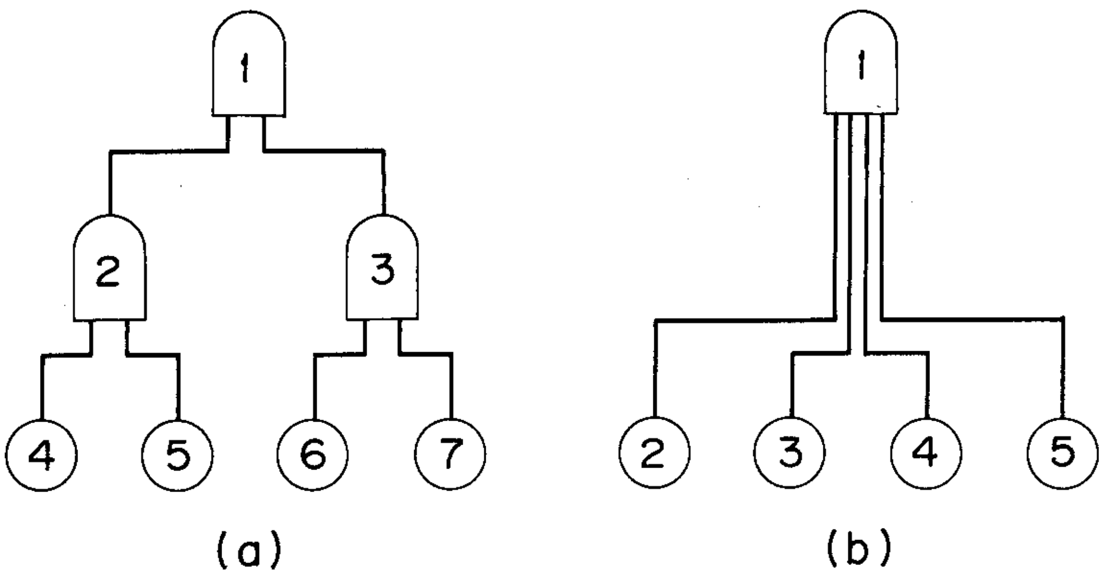


Fig. 2 AND logic.

2.3 保全がある要素と保全がない要素の不信頼度の積

例として保全を行う並列系の不信頼度と保全を行わない単一系の不信頼度との積を求める。シャノン線図を用いる方法では式が複雑になるので別の方法で求めることにする。

保全を行う並列系の要素1および2の故障率を λ_1 ，λ_2 とし，その修復率を μ_1 ，μ_2 とし，保全を行わない単一系の故障率を λ_3 とする。保全を行う並列系の要素1および2の修復時間 τ_1, τ_2 は次式で表わされる。

$$\tau_1 = \frac{1}{\mu_1}, \qquad \tau_2 = \frac{1}{\mu_2} \tag{19}$$

保全を行う並列系および保全を行わない単一系が共にダウンする場合を考える。並列系の要素1が故障し，それが修復されない中に並列系の要素2が故障し，並列系の要素1および2が修復されない中に単一系が故障する場合を $\overrightarrow{1\ 2\ 3}$ なる記号で表わすものとする。保全を行う並列系および保全を行わない単一系が共にダウンするのには次の6組の故障順序がある。

$\overrightarrow{1\ 2\ 3}$　$\overrightarrow{1\ 3\ 2}$　$\overrightarrow{2\ 1\ 3}$　$\overrightarrow{2\ 3\ 1}$　$\overrightarrow{3\ 1\ 2}$　$\overrightarrow{3\ 2\ 1}$

先づ $\overrightarrow{2\ 3\ 1}$ の故障確率 $F_{\overrightarrow{231}}$ を求める。$\overrightarrow{2\ 3\ 1}$ の状態変化をFig. 3に示す。ここで $\tau_1 > \tau_2$

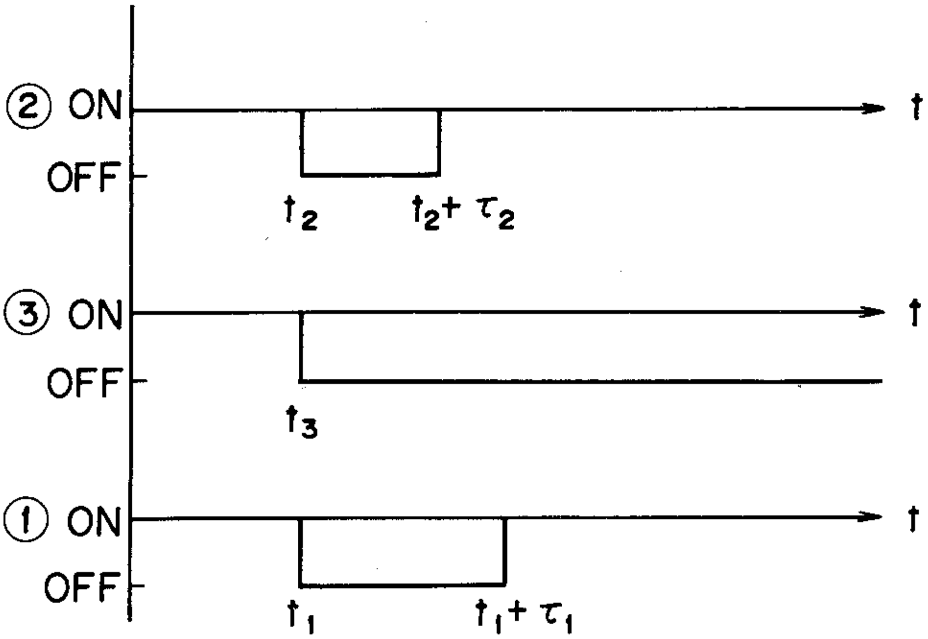


Fig. 3　Time correlation of three-elements failures.

とする。要素2が t_2 に故障した場合，t_2 から $t_2+\tau_2$ の間に t_3 があれば，すなわち要素3が故障すれば，要素2および要素3が同時に故障した事になる。それから t_2 から $t_2+\tau_2$ の間に t_1 があれば，すなわち要素1が故障すれば，要素2および要素3および要素1が同時に故障したことになる。

運転時間をTとするとき0～T間に要素2が故障する確率は $\lambda_2 T$ である。要素3が $t_2 \sim t_2+\tau_2$ に故障する確率は $\lambda_3\tau_2$ であり，要素1が $t_2 \sim t_2+\tau_2$ に故障する確率は $\lambda_1\tau_2$ である。これらの積をとれば

$$F = \lambda_2 T \times \lambda_3 \tau_2 \times \lambda_1 \tau_2 \tag{20}$$

となる。上式には故障確率 $F_{\overrightarrow{231}}$ だけではなく故障確率 $F_{\overrightarrow{213}}$ も含まれる。すなわち

$$F_{\overrightarrow{231}} + F_{\overrightarrow{213}} = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \tau_2^2 T \tag{21}$$

ここで τ_2 の間に要素3が故障してから要素1が故障する確率 $F_{\overrightarrow{31}}$ と τ_2 の間に要素1が故障してから要素3が故障する確率 $F_{\overrightarrow{13}}$ を求めてみる。$F_3(t)$ は要素3の時刻tにおける不信頼度である。

$$F_{\overrightarrow{31}} = \int_0^{\tau_2} F_3(t)\cdot dF_1(t) = \int_0^{\tau_2} \lambda_3 t \cdot \lambda_1 dt = \frac{1}{2}\lambda_3 \lambda_1 \tau_2^2 \tag{22}$$

$$F_{\overrightarrow{13}} = \int_0^{\tau_2} F_1(t)\cdot dF_3(t) = \int_0^{\tau_2} \lambda_1 t \cdot \lambda_3 dt = \frac{1}{2}\lambda_1 \lambda_3 \tau_2^2 \tag{23}$$

すなわち$F_{\overrightarrow{31}}$と$F_{\overrightarrow{13}}$は相等しい。したがって$F_{\overrightarrow{231}}$と$F_{\overrightarrow{213}}$は相等しく次式で示される。

$$F_{\overrightarrow{231}} = F_{\overrightarrow{213}} = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \frac{\tau_2^2}{2} T \tag{24}$$

$F_{\overrightarrow{231}}$の値はτ_2の大きさには関係を持つがτ_1の大きさには無関係である。

次に$\overrightarrow{1\quad 2}$の故障確率$F_{\overrightarrow{132}}$を求める。(24)式を求めたのと同様にして次式が求められる。

$$F_{\overrightarrow{132}} = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \frac{\tau_1^2}{2} T \tag{25}$$

ここで(24)式を求めたのと同様に$F_{\overrightarrow{132}}$と$F_{\overrightarrow{123}}$が等しいとして$F_{\overrightarrow{123}}$が求められそうであるが，$F_{\overrightarrow{132}}$と$F_{\overrightarrow{123}}$は等しくはならない。それは$\tau_1 > \tau_2$の仮定の影響によるものである。たとえば要素1がt_1で故障し，続いて要素2がt_2で故障したとする。$\tau_1 > \tau_2$なる故，$t_2 + \tau_2 < t_1 + \tau_1$の場合が起り得て，且つ，要素3の故障の時刻$t_3$が$t_2 + \tau_2$と$t_1 + \tau_1$の間に入るときはシステムダウンにはならない。すなわち$F_{\overrightarrow{123}} < F_{\overrightarrow{132}}$である。

$F_{\overrightarrow{123}}$を次の如く求める。$t_2 = t_1$の場合はt_3が$t_2 \sim t_2 + \tau_2$の間にあればシステムダウンとなる。t_2が増加して$t_2 + \tau_2 = t_1 + \tau_1$になる範囲の間$t_3$が$t_2 \sim t_2 + \tau_2$の間にあればシステムダウンとなる。 すなわち，$t_1$があたえられたときシステムダウンになるための$t_2$の範囲および$t_3$の範囲はFig.4で与えられる。したがって$F_{\overrightarrow{123}}$は次式より求められる。

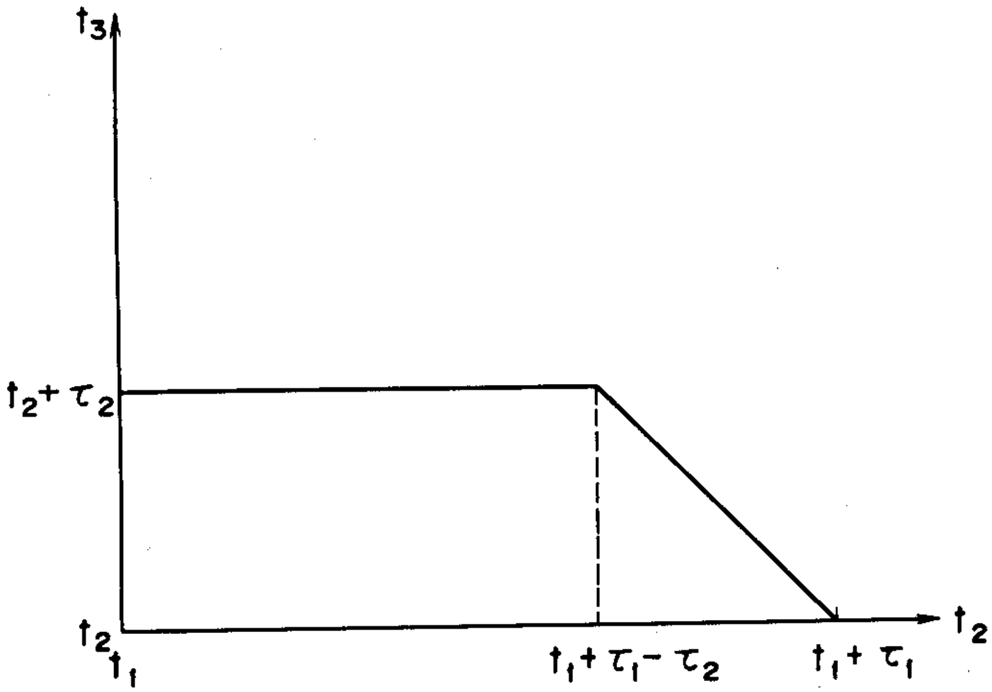


Fig. 4 System-down time area for $F_{\overrightarrow{123}}$.

$$F_{\overrightarrow{123}} = \lambda_1 T \times \lambda_2 \lambda_3 \left[\tau_2 \ (\tau_1 - \tau_2) + \frac{\tau_2^2}{2} \right]$$

$$= \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \tau_2 \left(\tau_1 - \frac{\tau_2^2}{2} \right) T \qquad (26)$$

次に$\overrightarrow{3\ 1\ 2}$の故障確率$F_{\overrightarrow{312}}$を求める。$t_1 = t_3$の場合にはt_2が$t_1 \sim t_1 + \tau_1$の間にあればシステムダウンとなる。t_1が増加して$t_1 = T - \tau_1$になる範囲の間t_3が$t_1 \sim t_1 + \tau_1$の間にあればシステムダウンとなる。t_1が更に増加すれば$t_1 \sim T$の間にt_2があればシステムダウンとなる。すなわち，t_3があたえられたときシステムダウンになるためのt_1の範囲およびt_2の範囲はFig. 5で与えられる。したがって$F_{\overrightarrow{312}}$は次式より求められる。

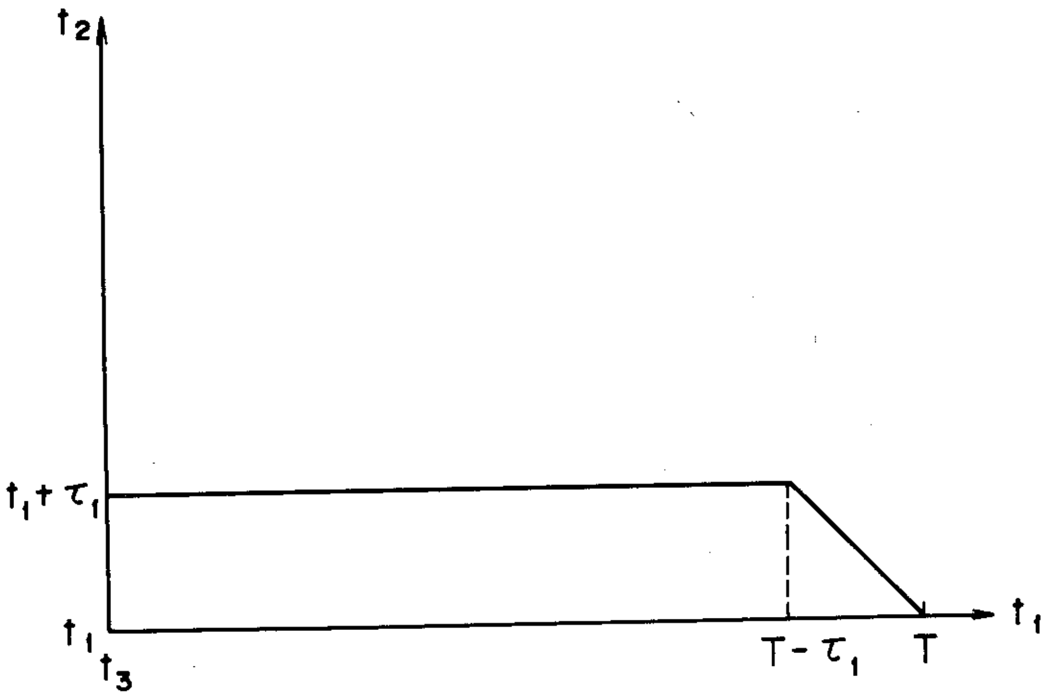


Fig. 5 System-down time area for $F_{\overrightarrow{312}}$.

$$F_{\overrightarrow{312}} = \int_0^T \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \left\{ \tau_1 \ [(T - \tau_1) - t_3] + \frac{\tau_1^2}{2} \right\} dt_3$$

$$= \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \left(\frac{1}{2} \tau_1 \ T^2 - \frac{1}{2} \tau_1^2 \ T \right) \qquad (27)$$

同様にして$F_{\overrightarrow{321}}$が次の如く求められる。

$$F_{\overrightarrow{321}} = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \left(\frac{1}{2} \tau_2 T^2 - \frac{1}{2} \tau_2^2 T \right) \quad (28)$$

したがって保全を行う並列系の二要素と保全を行わない単一系の一要素より構成される並列系の不信頼度 F_{123} は (24) ～ (28) 式を用いて次の如く示される。

$$F_{123} = F_{\overrightarrow{123}} + F_{\overrightarrow{132}} + F_{\overrightarrow{213}} + F_{\overrightarrow{231}} + F_{\overrightarrow{312}} + F_{\overrightarrow{321}}$$

$$= \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \frac{\tau_1 + \tau_2}{2} T^2 + \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \tau_1 \tau_2 T \quad (29)$$

なお，(29) 式に於て τ^3 の項は影響が小さいので省略されている。

次に保全を行う並列系の不信頼度と保全を行わない単一系の不信頼度について機械的に積をとってみる。保全を行う並列系の要素１が故障する確率は λ_1 T であり，要素１の故障が修復されない中に要素２が故障する確率は λ_2 τ_1 である。したがって $F_{\overrightarrow{12}}$ は次式で表わされる。

$$F_{\overrightarrow{12}} = \lambda_1 T \times \lambda_2 \tau_1 = \lambda_1 \lambda_2 \tau_1 T \quad (30)$$

同様にして $F_{\overrightarrow{21}}$ も次の如く求められる。

$$F_{\overrightarrow{21}} = \lambda_1 \lambda_2 \tau_2 T \quad (31)$$

したがって保全を行う並列系の不信頼度 F_{12} は次式で表わされる。

$$F_{12} = F_{\overrightarrow{12}} + F_{\overrightarrow{21}} = \lambda_1 \lambda_2 (\tau_1 + \tau_2) T \quad (32)$$

保全を行わない単一系の不信頼度 F_3 は次式で表わされる。

$$F_3 = \lambda_3 T \quad (33)$$

F_{12} と F_3 との機械的な積 $F_{12\times3}$ は次の如くなる。

$$F_{12\times3} \doteqdot F_{12} \times F_3 = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 (\tau_1 + \tau_2) T^2 \quad (34)$$

τ_1，τ_2 $\ll$ T であるので (29) 式の第２項は極めて小さく，$F_{12\times3}$ は F_{123} の約2倍の大きさであることになる。すなわち，システムの一部に保全がある場合は，保全要素と非保全要素のそれぞれの不信頼度相互間に乗法は成立せず，機械的に積を求めれば，得られた計算値は真値よりも安全側である。

2.4 保全がない各要素の平均アンアベラビリティの積

故障率 λ の要素の不信頼度 F は次式で表わされる。

$$F = 1 - e^{-\lambda t} \quad (35)$$

保全がない場合の要素の瞬時アンアベラビリティ U_i はその要素の不信頼度 F に等しいので次式

$$U_i = F = 1 - e^{-\lambda t} \tag{36}$$

平均アンアベラビリティU_mは瞬時アンアベラビリティU_iの時間平均であるから次式で表わされる。

$$U_m = \frac{1}{T}\int_0^T U_i\,dt = \frac{1}{T}\int_0^T (1-e^{-\lambda t})\,dt \tag{37}$$

計算の便宜上 $\lambda T \ll 1$ とすれば要素1の平均アンアベラビリティU_{m1}は次式で表わされる。

$$U_{m1} = \frac{1}{T}\int_0^T (1-e^{-\lambda_1 t})\,dt \approx \frac{1}{T}\int_0^T \lambda_1 t\,dt = \frac{\lambda_1 T}{2} \tag{38}$$

同様にして要素2の平均アンアベラビリティU_{m2}は次式で表わされる。

$$U_{m2} \approx \frac{\lambda_2 T}{2} \tag{39}$$

したがってU_{m1}とU_{m2}の積を機械的に求めれば次の如くなる。

$$U_{m1} \times U_{m2} \approx \frac{1}{4}\lambda_1\lambda_2 T^2 \tag{40}$$

要素1および要素2よりなる並列系の瞬時アンアベラビリティU_{i12}は次式で表わされる。

$$U_{i12} = (1-e^{-\lambda_1 t})(1-e^{-\lambda_2 t}) \approx \lambda_1\lambda_2 t^2 \tag{41}$$

要素1および要素2よりなる並列系の平均アンアベラビリティU_{m12}は次式で表わされる。

$$U_{m12} = \frac{1}{T}\int_0^T U_{i12}\,dt \approx \frac{1}{T}\int_0^T \lambda_1\lambda_2 t^2\,dt = \frac{1}{3}\lambda_1\lambda_2 T^2 \tag{42}$$

(40) 式と (42) 式の比を求めれば

$$\frac{U_{m1}\times U_{m2}}{U_{m12}} \approx \frac{\frac{1}{4}\lambda_1\lambda_2 T^2}{\frac{1}{3}\lambda_1\lambda_2 T^2} = \frac{3}{4} < 1 \tag{43}$$

すなわち，システムの全要素に保全がない場合は各要素のそれぞれの平均アンアベラビリティ相互間に乗法は成立せず，機械的に積を求めれば，得られた計算値は真値よりも不安全側である。

文献[(3), (4), (5)]に示される冗長系の不保護率を Table 3 に示す。不保護率は文献では figure of merit あるいは relative dead time あるいは unsafety なる言葉で表わされる。

Table 3　Unavailability

システム	1：1	1：2	2：2	1：3	2：3	3：3	1：4	2：4	3：4	4：4
U	$\frac{1}{2}\lambda_u T_c$	$\frac{1}{3}(\lambda_u T_c)^2$	$\lambda_u T_c$	$\frac{1}{4}(\lambda_u T_c)^3$	$(\lambda_u T_c)^2$	$\frac{3}{2}\lambda_u T_c$	$\frac{1}{5}(\lambda_u T_c)^3$	$(\lambda_u T_c)^3$	$2(\lambda_u T_c)^2$	$2\lambda_u T_c$

不保護率は誤スクラム率とdual の関係にある。すなわち，Table 3においてm：nはnチャンネル中mチャンネルが生きていれば（不安全側故障にならなければ）システムダウンにならないことを意味し，m out of n である。Table 3においてλ_uは単一系の不安全側故障率であり，T_cは点検間隔である。Table 3において単一系の不保護率$U_{1/1}$は次式で示される。

$$U_{1/1}=\frac{1}{2}\lambda_u T_c \tag{44}$$

(44) 式において$\lambda_u=\lambda$，$T_c=T$とおき，(38) 式において$\lambda_1=\lambda$とおけば両式は等しくなる。

$$U_{1/1}(\lambda_u=\lambda_1, T_c=T)=U_{m1}(\lambda_1=\lambda)=\frac{1}{2}\lambda T \tag{45}$$

1：2の場合の不保護率は次式で表わされる。

$$U_{1/2}=\frac{1}{3}(\lambda_u T_c)^2 \tag{46}$$

(46) 式に於て$\lambda_u=\lambda$，$T_c=T$とおき，(42) 式に於て$\lambda_1=\lambda_2=\lambda$とおけば両式は等しくなる。

$$U_{1/2}(\lambda_u=\lambda,\ T_c=T)=U_{m12}(\lambda_1=\lambda_2=\lambda)=\frac{1}{3}(\lambda T)^2 \tag{47}$$

したがって不保護率は平均アンアベラビリティと等しいことになる。

もし保全がない要素4個の平均アンアベラビリティの積を求めれば

$$\frac{U_{m1}\times U_{m2}\times U_{m3}\times U_{m4}}{U_{m1234}}\approx\frac{\frac{1}{16}\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4 T^4}{\frac{1}{5}\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4 T^4}=\frac{5}{16}$$

すなわち，機械的積の値は真値の$\frac{5}{16}$にしかならない。

2.5　保全がある各要素の平均アンアベラビリティの積

要素1の故障率をλ_1　修復率をμ_1とすれば要素1の瞬時アンアベラビリティU_{i1}は次式で表わされる。

$$U_{i1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \mu_1}\left(1 - e^{-(\lambda_1 + \mu_1)t}\right) \tag{49}$$

同様にして要素2の瞬時アンアベラビリティU_{i2}も次式で表わされる。

$$U_{i2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 + \mu_2}\left(1 - e^{-(\lambda_2 + \mu_2)t}\right) \tag{50}$$

要素1の平均アンアベラビリティU_{m1}は次式で表わされる。

$$U_{m1} = \frac{1}{T}\int_0^T U_{i1}\,dt = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{\lambda_1}{\lambda_1+\mu_1}\left(1-e^{-(\lambda_1+\mu_1)t}\right)dt$$

$$= \frac{\lambda_1}{\lambda_1+\mu_1}\left[1 - \frac{1}{(\lambda_1+\mu_1)T}\left(1-e^{-(\lambda_1+\mu_1)T}\right)\right] \tag{51}$$

同様にして要素2の平均アンアベラビリティU_{m2}も次式で表わされる。

$$U_{m2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_2+\mu_2}\left[1 - \frac{1}{(\lambda_2+\mu_2)T}\left(1-e^{-(\lambda_2+\mu_2)T}\right)\right] \tag{52}$$

U_{m1}とU_{m2}との機械的積は次式で示される。

$$U_{m1}\times U_{m2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_1+\mu_1}\cdot\frac{\lambda_2}{\lambda_2+\mu_2}\left[1 - \frac{T}{(\lambda_1+\mu_1)T}\left(1-e^{-(\lambda_1+\mu_1)T}\right)\right.$$

$$- \frac{1}{(\lambda_1+\mu_2)T}\left(1-e^{-(\lambda_2+\mu_2)T}\right) + \frac{1}{(\lambda_1+\mu_1)(\lambda_2+\mu_2)T^2}\left(1-e^{-(\lambda_1+\mu_1)T}\right)$$

$$\left.\left(1-e^{-(\lambda_2+\mu_2)T}\right)\right] \tag{53}$$

U_{i1}とU_{i2}との積の平均アンアベラビリティU_{m12}は次式で示される。

$$U_{m12} = \frac{1}{T}\int_0^T U_{i1}\times U_{i2}dt = \frac{\lambda_1}{\lambda_1+\mu_1}\cdot\frac{\lambda_2}{\lambda_2+\mu_2}\left[1 - \frac{1}{(\lambda_1+\mu_1)T}\left(1-e^{-(\lambda_1+\mu_1)T}\right)\right.$$

$$\left. - \frac{1}{(\lambda_2+\mu_2)T}\left(1-e^{-(\lambda_2+\mu_2)T}\right) + \frac{1}{(\lambda_1+\mu_1+\lambda_2+\mu_2)T}\left(1-e^{-(\lambda_1+\mu_1+\lambda_2+\mu_2)T}\right)\right] \tag{54}$$

$U_{m1}\times U_{m2}$とU_{m12}との大小関係を求めるため(53)式および(54)式において等しい項は残して等しくない括弧内の第4項をとれば

$$[U_{m1}\times U_{m2}]' = \frac{1}{(\lambda_1+\mu_1)(\lambda_2+\mu_2)T^2}\left(1-e^{-(\lambda_1+\mu_1)T}\right)\left(1-e^{-(\lambda_2+\mu_2)T}\right) \tag{55}$$

$$〔U_{m12}〕' = \frac{1}{(\lambda_1+\mu_1+\lambda_2+\mu_2)T}\left(1-e^{-(\lambda_1+\mu_1+\lambda_2+\mu_2)T}\right) \qquad (56)$$

(55)，(56) 式において$\lambda_1=\lambda_2=\lambda$，$\mu_1=\mu_2=\mu$とおけば

$$〔U_{m1}\times U_{m2}〕' = \frac{1}{(\lambda+\mu)^2T^2}\left(1-e^{-(\lambda+\mu)T}\right)^2 \qquad (57)$$

$$〔U_{m12}〕' = \frac{1}{2(\lambda+\mu)T}\left(1-e^{-2(\lambda+\mu)T}\right) \qquad (58)$$

(57)，(58) 式において$(\lambda+\mu)T=x$とおけば

$$〔U_{m1}\times U_{m2}〕' = \frac{1}{x^2}(1-e^{-x})^2 \qquad (59)$$

$$〔U_{m12}〕' = \frac{1}{2x}(1-e^{-2x}) \qquad (60)$$

(59) 式と (60) 式の比をとれば

$$\frac{〔U_{m1}\times U_{m2}〕'}{〔U_{m12}〕'} = \frac{2(1-e^{-x})^2}{x(1-e^{-2x})} \qquad (61)$$

(61) 式より次式をつくり

$$D = x(1-e^{-2x})-2(1-e^{-x})^2 \qquad (62)$$

Dが正になるか負になるか調べれば$〔U_{m12}〕'$と$〔U_{m1}\times U_{m2}〕'$との大小関係がわかる。

(62) 式のDをxで微分すれば

$$\frac{dD}{dx} = 1-(x+1)e^{-x} \qquad (63)$$

(63) 式を再びxで微分すれば

$$\frac{d^2D}{dt^2} = xe^{-x} \qquad (64)$$

次に (62) ～ (64) 式に数値を入れてDを調べてみる。

$$D(x=0)=0 \qquad (65)$$

$$\frac{dD}{dx}(x=0)=0 \qquad (66)$$

$$\frac{d^2 D}{d x^2}\ (x \geq 0) \geq 0 \tag{67}$$

したがってDは単調増加関数である。すなわち

$$[U_{m12}]' > [U_{m1} \times U_{m2}]' \tag{68}$$

したがって

$$U_{m12} > U_{m1} \times U_{m2} \tag{69}$$

すなわち正確な式を用いれば保全がある場合の各要素のそれぞれの平均アンアベラビリティ相互間の積の値は真値よりも小さく不安全側の値になるがその差は極めて僅かである。近似式を用いれば次の如くなる。

$$U_{m1} \approx \frac{1}{\lambda_1 + \mu_1} \tag{70}$$

$$U_{m2} \approx \frac{1}{\lambda_2 + \mu_2} \tag{71}$$

$$U_{m12} = U_{m1} \times U_{m2} \approx \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \mu_1} \cdot \frac{\lambda_2}{\lambda_2 + \mu_2} \tag{72}$$

この場合は各要素のそれぞれの平均アンアベラビリティ相互間に乗法は成立し，また，実用的には(70)～(72)式を用いてさしつかえない。

2.6 保全がある要素と保全がない要素の平均アンアベラビリティの積

要素1には保全があるとすれば要素1の瞬時アンアベラビリティ U_{i1} は次式で表わされる。

$$U_{i1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \mu_1}\left(1 - e^{-(\lambda_1 + \mu_1)t}\right) \tag{73}$$

要素2には保全がないとすれば要素2の瞬時アンアベラビリティ U_{i2} は次式で表わされる。

$$U_{i2} = 1 - e^{-\lambda_2 t} \tag{74}$$

要素1の平均アンアベラビリティ U_{m1} は次式で表わされる。

$$U_{m1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \mu_1}\left[1 - \frac{1}{(\lambda_1 + \mu_1)T}\left(1 - e^{-(\lambda_1 + \mu_1)T}\right)\right] \tag{75}$$

要素2の平均アンアベラビリティ U_{m2} は次式で表わされる。

$$U_{m2} = 1 - \frac{1}{\lambda_2 T}\left(1 - e^{-\lambda_2 T}\right) \tag{76}$$

U_{m1} と U_{m2} との機械的積は次式で表わされる。

$$U_{m1} \times U_{m2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \mu_1}\left[1 - \frac{1}{(\lambda_1+\mu_1)T}\left(1 - e^{-(\lambda_1+\mu_1)T}\right) - \frac{1}{\lambda_2 T}\left(1 - e^{-\lambda_2 T}\right)\right.$$

$$\left. + \frac{1}{(\lambda_1+\mu_1)\lambda_2 T^2}\left(1 - e^{-(\lambda_1+\mu_1)T}\right)\left(1 - e^{-\lambda_2 T}\right)\right] \tag{77}$$

U_{i1} と U_{i2} との積の平均アンアベラビリティ U_{m12} は次式で表わされる。

$$U_{m12} = \frac{1}{T}\int_0^T U_{i1} \times U_{i2}\,dt = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \mu_1}\left[1 - \frac{1}{(\lambda_1+\mu_1)T}\left(1 - e^{-(\lambda_1+\mu_1)T}\right)\right.$$

$$\left. - \frac{1}{\lambda_2 T}\left(1 - e^{-\lambda_2 T}\right) + \frac{1}{(\lambda_1+\mu_1+\lambda_2)T}\left(1 - e^{-(\lambda_1+\mu_1+\lambda_2)T}\right)\right] \tag{78}$$

$U_{m1} \times U_{m2}$ と U_{m12} との大小関係を求めるため (77) 式および (78) 式において等しい項は残して等しくない括弧内の第 4 項をとれば

$$[U_{m1} \times U_{m2}]' = \frac{1}{(\lambda_1+\mu_1)\lambda_2 T^2}\left(1 - e^{-(\lambda_1+\mu_1)T}\right)\left(1 - e^{-\lambda_2 T}\right) \tag{79}$$

$$[U_{m12}]' = \frac{1}{(\lambda_1+\mu_1+\lambda_2)T}\left(1 - e^{-(\lambda_1+\mu_1+\lambda_2)T}\right) \tag{80}$$

$(\lambda_1+\mu_1)T = x_1 \quad \lambda_2 T = x_2$ とおけば

$$[U_{m1} \times U_{m2}]' = \frac{1}{x_1 x_2}(1 - e^{-x_1})(1 - e^{-x_2}) \tag{81}$$

$$[U_{m12}]' = \frac{1}{x_1 + x_2}\left(1 - e^{-(x_1+x_2)}\right) \tag{82}$$

$[U_{m12}]'$ と $[U_{m1} \times U_{m2}]'$ との差をとれば

$$D = [U_{m12}]' - [U_{m1} \times U_{m2}]'$$

$$= \frac{1}{x_1 + x_2}\left(1 - e^{-(x_1+x_2)}\right) - \frac{1}{x_1 x_2}\left(1 - e^{-x_1}\right)\left(1 - e^{-x_2}\right)$$

$$= \frac{1}{2x_1 x_2 (x_1 + x_2)}\left\{x_1 (1 - e^{-x_1})\left[(x_2 - 2) + (x_2 + 2)e^{-x_2}\right]\right.$$

$$+x_2\ (1-e^{-x_2})\left[(x_1-2)+(x_1+2)e^{-x_1}\right]\Big\} \tag{83}$$

(83) 式において x_1 , $x_2 > 0$ であるから

$$\frac{1}{2x_1x_2\ (x_1+x_2)} > 0 \tag{84}$$

$$x_1\ (1-e^{-x_1}) > 0 \tag{85}$$

$$x_2\ (1-e^{-x_2}) > 0 \tag{86}$$

である。また (62) 式より

$$D = x\ (1-e^{-2x}) - 2\ (1-e^{-x})^2$$

$$= (1-e^{-x})\left[(x-2)+(x+2)e^{-x}\right] > 0 \tag{87}$$

(87) 式において

$$1-e^{-x} > 0 \tag{88}$$

であるから

$$(x-2)+(x+2)e^{-x} > 0 \tag{89}$$

となる。したがって (83) 式において

$$(x_2-2)+(x_2+2)e^{-x_2} > 0 \tag{90}$$

$$(x_1-2)+(x_1+2)e^{-x_1} > 0 \tag{91}$$

となる。したがって (83) 式の各項は正であるので (83) 式は正となる。すなわち

$$D = [U_{m12}]' - [U_{m1}\times U_{m2}]' > 0 \tag{92}$$

したがって

$$U_{m12} > U_{m1}\times U_{m2} \tag{93}$$

すなわち正確な式を用いれば保全要素と非保全要素のそれぞれの平均アンアベラビリティの積の値は真値よりも小さく不安全側の値になる。ここで近似式を用いてみる。

$$U_{i1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_1+\mu_1}\left(1-e^{-(\lambda_1+\mu_1)t}\right) < \frac{\lambda_1}{\lambda_1+\mu_1} = U_{i1a} \tag{94}$$

$$U_{i2} = 1-e^{-\lambda_2 t} < \lambda_2 t = U_{i2a} \tag{95}$$

$$U_{m1} = \frac{1}{\lambda_1+\mu_1}\left[1-\frac{1}{(\lambda_1+\mu_1)T}\left(1-e^{-(\lambda_1+\mu_1)T}\right)\right] < \frac{\lambda_1}{\lambda_1+\mu_1} = U_{m1a} \tag{96}$$

$$U_{m2} = 1-\frac{1}{\lambda_2 T}\left(1-e^{-\lambda_2 T}\right) < \frac{\lambda_2 T}{2} = U_{m2a} \tag{97}$$

U_{m1a}とU_{m2a}の積は

$$U_{m1a}\times U_{m2a} = \frac{\lambda_1}{\lambda_1+\mu_1}\times\frac{\lambda_2 T}{2} \tag{98}$$

U_{i1a}とU_{i2a}の積の時間平均は

$$U_{m12a} = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{\lambda_1}{\lambda_1+\mu_1}\ \lambda_2 t\,dt = \frac{\lambda_1\ \lambda_2}{\lambda_1+\mu_1}\cdot\frac{T}{2} \tag{99}$$

すなわち

$$U_{m12a} = U_{m1a}\times U_{m2a} \tag{100}$$

となる。すなわち，近似式を用いれば保全要素と非保全要素のそれぞれの平均アンアベラビリティ相互間には乗法は成立し，その積の値は真値よりも僅かに安全側の値である。したがってそのシステム内に非保全の要素が1個しか含まれない場合は実用は可である。

2.7 各要素の瞬時アンアベラビリティの積

瞬時アンアベラビリティを用いる場合はシステムの全要素に保全がある場合もシステムの全要素に保全がない場合もシステムの一部の要素に保全がある場合も各要素の瞬時アンアベラビリティ相互間に全て乗法は成立する。

3. 或る文献例に関する検討

本稿の2章においてフォールト・ツリ手法の乗法について検討を行なったが，文献の中にはこの点で問題のあるものが見られる様である。以下文献に見られる一例について検討を行う。

文献(6)では研究炉のスクラム系の信頼度解析を行っている。Fig. 6にはその回路図を，Fig. 7にはそのフォールト・ツリ図を示す。

文献(6)には基本事象の確率を表わすのに次式が用いられている。

$$P = \frac{\text{number of failures}}{\text{number of components}}\times\frac{\text{1/2 test interval}}{\text{time periode of data}} \tag{101}$$

ここで上式を構成する要素には次の関係がある。

$$U_{m1}=\frac{1}{\lambda_1+\mu_1}\left[1-\frac{1}{(\lambda_1+\mu_1)T}\left(1-e^{-(\lambda_1+\mu_1)T}\right)\right]<\frac{\lambda_1}{\lambda_1+\mu_1}=U_{m1a} \tag{96}$$

$$U_{m2}=1-\frac{1}{\lambda_2 T}\left(1-e^{-\lambda_2 T}\right)<\frac{\lambda_2 T}{2}=U_{m2a} \tag{97}$$

U_{m1a}とU_{m2a}の積は

$$U_{m1a}\times U_{m2a}=\frac{\lambda_1}{\lambda_1+\mu_1}\times\frac{\lambda_2 T}{2} \tag{98}$$

U_{i1a}とU_{i2a}の積の時間平均は

$$U_{m12a}=\frac{1}{T}\int_0^T\frac{\lambda_1}{\lambda_1+\mu_1}\lambda_2 t\,dt=\frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_1+\mu_1}\cdot\frac{T}{2} \tag{99}$$

すなわち

$$U_{m12a}=U_{m1a}\times U_{m2a} \tag{100}$$

となる。すなわち，近似式を用いれば保全要素と非保全要素のそれぞれの平均アンアベラビリティ相互間には乗法は成立し，その積の値は真値よりも僅かに安全側の値である。したがってそのシステム内に非保全の要素が1個しか含まれない場合は実用は可である。

2.7 各要素の瞬時アンアベラビリティの積

瞬時アンアベラビリティを用いる場合はシステムの全要素に保全がある場合もシステムの全要素に保全がない場合もシステムの一部の要素に保全がある場合も各要素の瞬時アンアベラビリティ相互間に全て乗法は成立する。

3. 或る文献例に関する検討

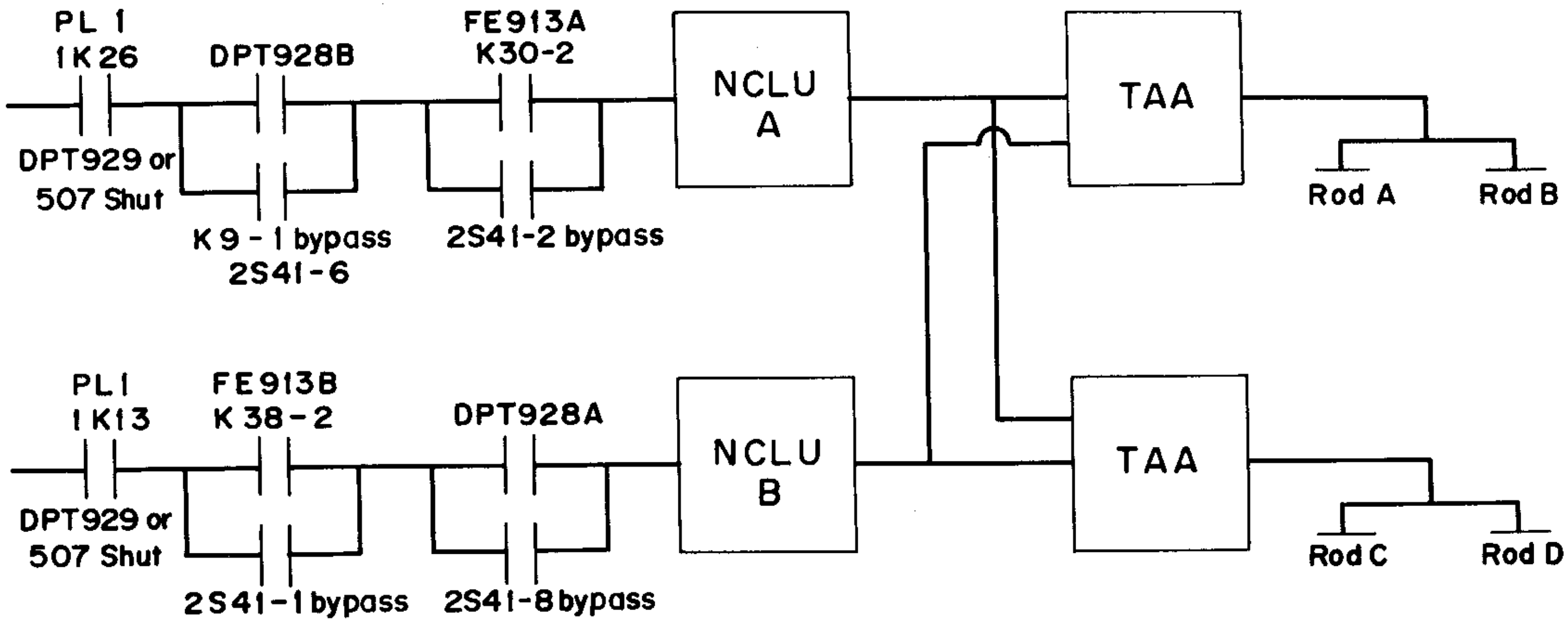
本稿の2章においてフォールト・ツリ手法の乗法について検討を行なったが，文献の中にはこの点で問題のあるものが見られる様である。以下文献に見られる一例について検討を行う。

文献(6)では研究炉のスクラム系の信頼度解析を行っている。Fig. 6にはその回路図を，Fig. 7にはそのフォールト・ツリ図を示す。

文献(6)には基本事象の確率を表わすのに次式が用いられている。

$$P=\frac{\text{number of failures}}{\text{number of components}}\times\frac{1/2\ \text{test interval}}{\text{time periode of data}} \tag{101}$$

ここで上式を構成する要素には次の関係がある。



Key to abbreviations

DPT — Differential pressure transmitter

FE — Flow element

NCLU — Noncoincidence logic unit

PL I — Power-level interlock

TAA — Trip actuator amplifier

Fig. 6 Loss-of-flow-logic.

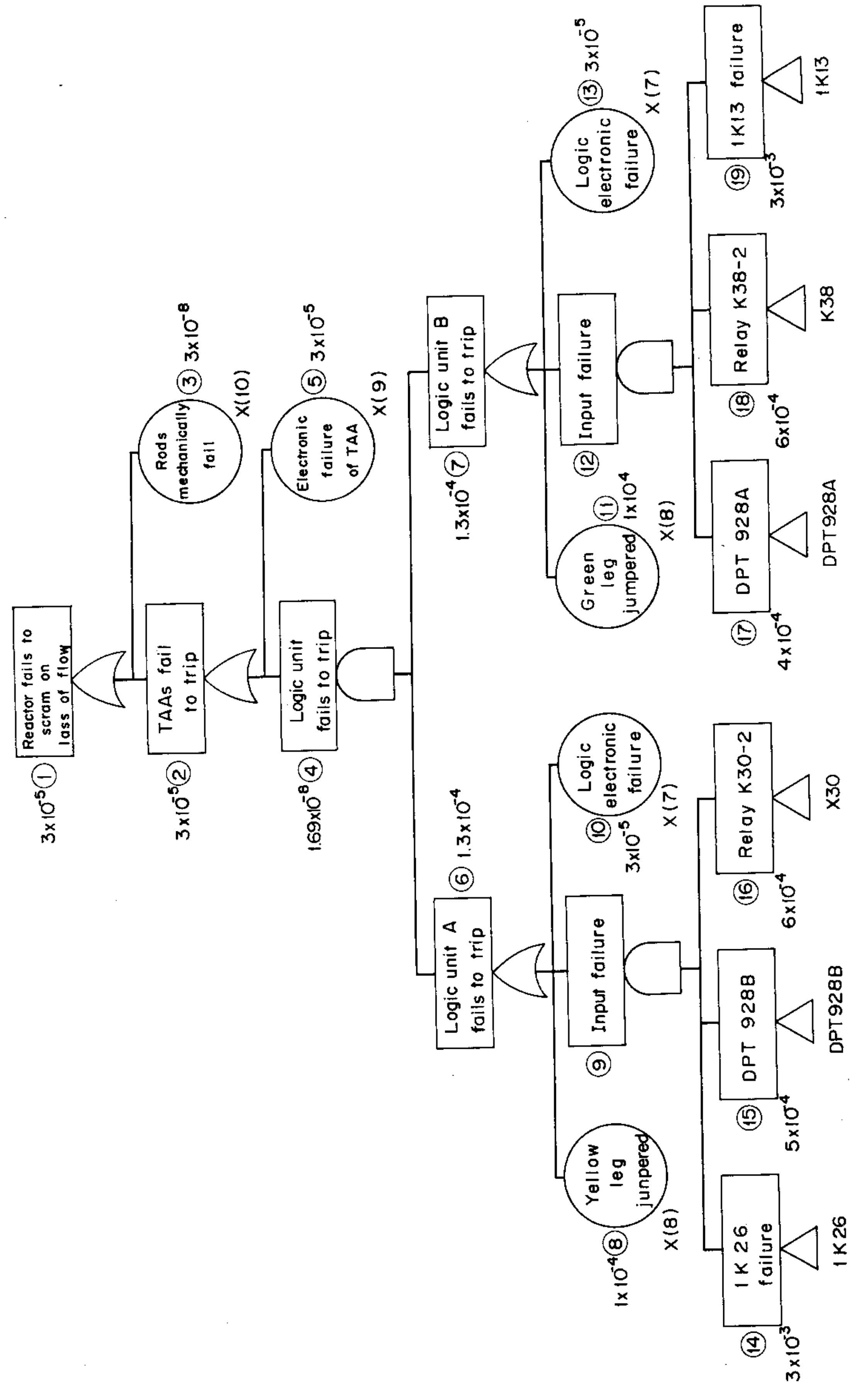


Fig. 7 Loss-of-flow scram-system fault tree.

$$\lambda(\text{故障率}) = \frac{\text{number of failures}}{\text{number of components} \times \text{time periode of data}} \tag{102}$$

$$\frac{1}{2}T = \frac{1}{2}\text{test interval} \tag{103}$$

すなわち (101) 式は次の如く表わされる。

$$P = \frac{1}{2}\lambda T \tag{104}$$

すなわち (104) 式は (45) 式に等しく，(101) 式は平均アンアベラビリティを表わしていることになる。すなわち文献(6)の基本事象の確率は平均アンアベラビリティで表わされている。

文献(6)ではFig。7の最下端の△印の入力の確率を求めるために更に5個のフォールト・ツリ図が用いられているが本稿では省略する。Fig.7に記入してある数値および番号は元の文献(6)にはなかったものであるが，理解を容易にするために筆者が記入したものである。

Fig.7において最終事象① Reactor fails to scram on loss of flowの確率は事象⑤ Electronic failure of TAA (Trip actuator amplifier) の確率に等しい。他の事象の確率は小さいので最終事象に影響しないのである。そして，文献(6)の説明に依れば最終事象①は Rod A,B,C,D の中Rod A,B が落ちないか，Rod C,D が落ちない確率としている。

1個のTAAが故障すれば2個のRod が落ちなくなる。ところがFig.6に示される如くTAAは2個用いられているのであるからFig.7の事象⑤はTAAでなくTAAs としなければならず，事象⑤の確率も 3×10^{-5} ではなく 6×10^{-5} としなければならない。また，最終事象①の確率も 3×10^{-5} ではなく 6×10^{-5} としなければならない。

また，文献(6)ではRod が4本共落ちなくなる確率として 1.7×10^{-8} なる数値を示している。これは事象⑥および事象⑦の積の事象④の数値 1.69×10^{-8} にほぼ等しく，事象④の確率を表わしているように思われる。ところが，このフォールト・ツリ図の基本事象の確率は平均アンアベラビリティを表わしているため，本稿の2章4節に示される如く，機械的に積をとれば真値よりも小さい不安全側の値になる。事象④の確率を $U_{④}$ で表わせば

$$\begin{aligned} U_{④} &= (U_{⑧}+U_{⑩})(U_{⑪}+U_{⑬}) \\ &= U_{⑧}U_{⑪}+U_{⑩}U_{⑪}+U_{⑧}U_{⑬}+U_{⑩}U_{⑬} \end{aligned} \tag{105}$$

となる。すなわち$U_{④}$は U_i の2個の積の和の形になっているので2個の平均アンアベラビリティの機械的な積に対する補正を行えばよい。補正係数は (43) 式を用いて次に示される。

$$k = \frac{U_{m12}}{U_{m1}\times U_{m2}} = \frac{4}{3} \tag{106}$$

したがって4個のRod が落ちなくなる確率Uは次式で示される。

$$U = k\,U_{④} = \frac{4}{3}\times1.7\times10^{-8} = 2.3\times10^{-8} \tag{107}$$

文献(6)の場合は最終事象に影響する事象の数が少ないため補正の量は大きくないが，最終事象の確率が多数の基本事象の確率の積になる場合は最終事象の確率に対する補正量は大となる。また，補正を行わなければ最終事象の確率の値が不安全側であることは好ましくない。

4. 結　　論

第2章において解析した結果をまとめればTable 4で表わされる。

Table 4 Conclusions of consideration

Subject	Enforcement of Maintenance	Used equation	Value of product	Error	Applicability
Unreliability	No (for all elements)	Precise	Precise		YES
Unreliability	YES (for all elements)	Precise	Large than the precise (safety side)	Large	NO
Unreliability	YES (partly)	Precise	Larger than the precise (safety side)	Large in some case	YES or No according to system configuration
Mean unavailability	NO (for all elements)	Precise	Smaller than the precise (unsafety side)	Large in some case	NO, (but YES in simple case with small compensation)
Mean unavailability	YES (for all elements)	Precise	Smaller than the precise (unsafety side)	Small	NO
Mean unavailability	YES (for all elements)	Approximate equation	Larger than the precise (safety side)	Small	YES
Mean unavailability	YES (partly)	Precise	Smaller than the precise (unsafety side)	Small	NO
Mean unavailability	YES (partly)	Approximate equation	Larger than the precise (safety side)	Small	NO, (but YES in case that system has only one element without maintenance)
Instantaneous unavailability	NO (for all elements)	Precise	Precise		YES
Instantaneous unavailability	YES (for all elements)	Precise	Precise		YES
Instantaneous unavailability	YES (partly)	Precise	Precise		YES

文献(6)の場合は最終事象に影響する事象の数が少ないため補正の量は大きくないが，最終事象の確率が多数の基本事象の確率の積になる場合は最終事象の確率に対する補正量は大となる。また，補正を行わなければ最終事象の確率の値が不安全側であることは好ましくない。

4. 結　　論

第2章において解析した結果をまとめればTable 4で表わされる。

Table 4 Conclusions of consideration

Subject	Enforcement of Maintenance	Used equation	Value of product	Error	Applicability
Unreliability	No (for all elements)	Precise	Precise		YES
Unreliability	YES (for all elements)	Precise	Large than the precise (safety side)	Large	NO
Unreliability	YES (partly)	Precise	Larger than the precise (safety side)	Large in some case	YES or No according to system configuration
Mean unavailability	NO (for all elements)	Precise	Smaller than the precise (unsafety side)	Large in some case	NO, (but YES in simple case with small compensation)
Mean unavailability	YES (for all elements)	Precise	Smaller than the precise (unsafety side)	Small	NO
Mean unavailability	YES (for all elements)	Approximate equation	Larger than the precise (safety side)	Small	YES
Mean unavailability	YES (partly)	Precise	Smaller than the precise (unsafety side)	Small	NO
Mean unavailability	YES (partly)	Approximate equation	Larger than the precise (safety side)	Small	NO, (but YES in case that system has only one element without maintenance)
Instantaneous unavailability	NO (for all elements)	Precise	Precise		YES
Instantaneous unavailability	YES (for all elements)	Precise	Precise		YES
Instantaneous unavailability	YES (partly)	Precise	Precise		YES

Table 4において「不信頼度，一部保全あり」の場合，実用の可否はシステム構成による」としている。これは次のような意味である。すなわち，一部保全のあるシステムでは次の3種類の確率が考えられる。

(a) 非保全要素の不信頼度×非保全要素の不信頼度

(b) 非保全要素の不信頼度×保全要素の不信頼度

(c) 保全要素の不信頼度×保全要素の不信頼度

(a)≫(c)の場合はシステム不信頼度の値は安全側で誤差も小さいためフォールト・ツリ手法を用いてもさしつかえないが，(a)≃(c)の場合はシステム不信頼度の値は安全側ではあるが誤差が大となるためフォールト・ツリ手法を用いることは適当でない。

「平均アンアベラビリティ，保全なし」の場合は第3章の終りに補正の例を示したが，補正が繁雑であるためこの場合もフォールト・ツリ手法を用いない方がよいであろう。

「平均アンアベラビリティ，一部保全あり，近似式」の場合，システム内に含まれる非保全の要素が一個だけしかないときはフォールト・ツリ手法を用いてもさしつかえないが，非保全の要素が2個以上になるときは，各非保全要素のそれぞれの平均アンアベラビリティ相互間の積がシステム平均アンアベラビリティの値に不安全側に寄与するため，この場合もフォールト・ツリ手法を用いない方がよいであろう。

無条件にフォールト・ツリ手法を適用してさしつかえないのは「不信頼度，保全なし」，「平均アンアベラビリティ，保全あり，近似式」，「保全の状態に拘らず瞬時アンアベラビリティ」の場合だけである。原子炉の安全系は非保全要素と保全要素より構成されるため瞬時アンアベラビリティの使用が適している。WASHI 400においても瞬時アンアベラビリティを演算に使用し，最後に平均アンアベラビリティを求めたものと思われる。なお，フォールト・ツリ手法に用いる計算手法としては，得られる計算値が真値または安全側で，誤差が小さく，構成要素の定数の大きさ等による計算手法の適用の制限を余り受けない一般性のあるものであることが望ましい。

あ と が き

本稿においてシステムにフォールト・ツリ手法を適用できる場合，適用できない場合について総合的に調べた。原子炉の安全系のフォールト・ツリ解析には瞬時アンアベラビリティを用いる事が適している。WASH 1400ではその研究の着手以前に本稿の内容等についての検討は完了していたものと思われるが，それについての資料等を筆者は見た事がなく，一方，フォールト・ツリ手法の適用に問題のある文献が若干見受けられたので本稿をまとめた。フォールト・ツリ手法を使用するために必要な一つのステップと考えたからである。

おわりに種々御援助下さった原子炉計測研究室の皆様に深謝致します。

Table 4において「不信頼度，一部保全あり」の場合，実用の可否はシステム構成による」としている。これは次のような意味である。すなわち，一部保全のあるシステムでは次の3種類の確率が考えられる。

(a) 非保全要素の不信頼度×非保全要素の不信頼度

(b) 非保全要素の不信頼度×保全要素の不信頼度

(c) 保全要素の不信頼度×保全要素の不信頼度

(a)≫(c)の場合はシステム不信頼度の値は安全側で誤差も小さいためフォールト・ツリ手法を用いてもさしつかえないが，(a)≃(c)の場合はシステム不信頼度の値は安全側ではあるが誤差が大となるためフォールト・ツリ手法を用いることは適当でない。

「平均アンアベラビリティ，保全なし」の場合は第3章の終りに補正の例を示したが，補正が繁雑であるためこの場合もフォールト・ツリ手法を用いない方がよいであろう。

「平均アンアベラビリティ，一部保全あり，近似式」の場合，システム内に含まれる非保全の要素が一個だけしかないときはフォールト・ツリ手法を用いてもさしつかえないが，非保全の要素が2個以上になるときは，各非保全要素のそれぞれの平均アンアベラビリティ相互間の積がシステム平均アンアベラビリティの値に不安全側に寄与するため，この場合もフォールト・ツリ手法を用いない方がよいであろう。

無条件にフォールト・ツリ手法を適用してさしつかえないのは「不信頼度，保全なし」，「平均アンアベラビリティ，保全あり，近似式」，「保全の状態に拘らず瞬時アンアベラビリティ」の場合だけである。原子炉の安全系は非保全要素と保全要素より構成されるため瞬時アンアベラビリティの使用が適している。WASHI 400においても瞬時アンアベラビリティを演算に使用し，最後に平均アンアベラビリティを求めたものと思われる。なお，フォールト・ツリ手法に用いる計算手法としては，得られる計算値が真値または安全側で，誤差が小さく，構成要素の定数の大きさ等による計算手法の適用の制限を余り受けない一般性のあるものであることが望ましい。

あ と が き

本稿においてシステムにフォールト・ツリ手法を適用できる場合，適用できない場合について総合的に調べた。原子炉の安全系のフォールト・ツリ解析には瞬時アンアベラビリティを用いる事が適している。WASH 1400ではその研究の着手以前に本稿の内容等についての検討は完了していたものと思われるが，それについての資料等を筆者は見た事がなく，一方，フォールト・ツリ手法の適用に問題のある文献が若干見受けられたので本稿をまとめた。フォールト・ツリ手法を使用するために必要な一つのステップと考えたからである。

おわりに種々御援助下さった原子炉計測研究室の皆様に深謝致します。

文　　　献

(1) N. Rasmussen, et al.: "Reactor Safety Study An Assesment of Accident Risk in U.S. Comercial Nuclear Plants", WASH-1400, Draft (1974)

(2) T. Ito & C. Kawaguchi: "Reliability of Special Redundant Systems Considering Exchange Time and Repair Time", IEEE Trans. on Reliability, Vol. R-20, No.1 (1971)

(3) I. M. Jacobs: "Safety Systems for Nuclear Power Reactors", Trans of AIEE, Vol. 76, Part 1 (Nov. 1957)

(4) S. H. Hanauer and C. S. Walker: "Design Prenciples of Reactor Protection Instrument Systems", ORNL-NSIC-51 (1968)

(5) J. Rasmussen and P. Timmermann: "Safety and Reliability of Reactor Instrumentation with Redundant Instrument Channels", Reso Report No. 34 (Jan. 1962)

(6) R. A. Werner and S. K. Loyalkat: "Reliability Analysis of the Scram System of the Missouri University Research Reactor", Nuclear Safety, Vol. 17, No. 4, (July-August 1976)

付　　　　録

第２章第３節の（24）～（29）式に於てτ^3の項は影響が小さいとして省略しているが，正確に求めれば次の如くなる。

$$F_{\overrightarrow{231}} = \int_0^{T-\tau_2} \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \tau_2^2 \, dt_2 + \int_{T-\tau_2}^{T} \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 (T-t_2)^2 dt_2$$

$$= \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \frac{\tau_2^2}{2} T - \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \frac{\tau_2^3}{3} \qquad (108)$$

上式に於て第２項が新たに加わった項である。$F_{\overrightarrow{213}}$ は $F_{\overrightarrow{231}}$ に等しいので

$$F_{\overrightarrow{213}} = F_{\overrightarrow{231}}$$

また，$F_{\overrightarrow{231}}$ と同様にして $F_{\overrightarrow{132}}$ が求められる。

$$F_{\overrightarrow{132}} = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \frac{\tau_1^2}{2} T - \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \frac{\tau_1^3}{3} \qquad (110)$$

次に $F_{\overrightarrow{312}}$ を求める。

$$F_{\overrightarrow{312}} = \int_0^{T} \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \left\{ \tau_1 \,[(T-\tau_1)-t_3] + \frac{\tau_1^2}{2} \right\} dt_3 + \int_{T-\tau_1}^{T} \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \frac{(T-t_3)^2}{2} dt$$

$$= \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \left(\frac{1}{2} \tau_1 T^2 - \frac{1}{2} \tau_1^2 T \right) + \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \frac{\tau_1^3}{6} \qquad (111)$$

上式に於て第２項が新たに加わった項である。同様にして $F_{\overrightarrow{321}}$ も求められる。

$$F_{\overrightarrow{321}} = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \left(\frac{1}{2} \tau_2 T^2 - \frac{1}{2} \tau_2^2 T \right) + \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \frac{\tau_2^3}{6} \qquad (112)$$

次に $F_{\overrightarrow{123}}$ を求める。

$$F_{\overrightarrow{123}} = \int_0^{T-\tau_1} \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \tau_2 \left(\tau_1 - \frac{\tau_2}{2} \right) dt_1 + \int_{T-\tau_1}^{T-\tau_2} \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \tau_2 \left[(T-t_1) - \frac{\tau_2}{2} \right] dt_1$$

$$+ \int_{T-\tau_2}^{T} \frac{1}{2} (T-t_1)^2 dt_1$$

$$= \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \tau_2 \left(\tau_1 - \frac{\tau_2}{2} \right) T - \lambda_1 \lambda \lambda_3 \tau_2 \left(\frac{1}{2} \tau_1^2 + \tau_1 \tau_2 - 1\frac{1}{6} \tau_2^2 \right) \qquad (113)$$

上式に於て第２項は新たに加わった項である。したがってF_{123}は次の如くなる。

$$F_{123}=F_{\overrightarrow{123}}+F_{\overrightarrow{132}}+F_{\overrightarrow{213}}+F_{\overrightarrow{231}}+F_{\overrightarrow{312}}+F_{\overrightarrow{321}}$$

$$=\lambda_1\lambda_2\lambda_3\left(\frac{\tau_1+\tau_2}{2}T^2+\tau_1\tau_2T\right)-\lambda_1\lambda_2\lambda_3\left[\frac{\tau_1^3}{6}+\frac{\tau_2^3}{2}+\tau_2\left(\frac{\tau_1^2}{2}+\tau_1\tau_2-1\frac{1}{6}\tau_2^2\right)\right] \tag{114}$$

上式に於て第２項は新たに加わった項である。上式は$\tau_1>\tau_2$の仮定をして求めたものであるが，$\tau_1=\tau_2=\tau$とすれば上式の第２項は$-\lambda_1\lambda_2\lambda_3\tau^3$となる。$\tau\ll T$であるのでこの項の寄与は極めて小さく，且つ符号が負なので第２項を無視すればF_{123}の値は安全側となる。