

JAERI-M

88-097

トカマク型核融合炉第1壁/ブランケット
構造物の電磁構造的振舞いに関する研究

1988年6月

湊 章男*

JAERI-Mレポートは、日本原子力研究所が不定期に公刊している研究報告書です。

入手の問合わせは、日本原子力研究所技術情報部情報資料課（〒319-11茨城県那珂郡東海村）あて、お申しこしてください。なお、このほかに財団法人原子力弘済会資料センター（〒319-11茨城県那珂郡東海村日本原子力研究所内）で複写による実費頒布をおこなっております。

JAERI-M reports are issued irregularly.

Inquiries about availability of the reports should be addressed to Information Division, Department of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken 319-11, Japan.

© Japan Atomic Energy Research Institute, 1988

編集兼発行	日本原子力研究所
印刷	日立高速印刷株式会社

トカマク型核融合炉第1壁／ブランケット
構造物の電磁構造的振舞いに関する研究

日本原子力研究所那珂研究所臨界プラズマ研究部

湊 章男*

(1988年5月6日受理)

核融合炉の主要機器である第1壁／ブランケット構造物の設計プロセスの最後の項目となる、構造健全性評価に必要なトカマク型特有でかつ重要な荷重条件、電磁力に関連した問題を検討した。

プラズマ・ディスラプションを模擬した非磁性体での非定常渦電流の測定、および動的電磁力による構造体の振動現象など非定常な電磁現象を実験により明らかにするとともに、数値解析コードの妥当性を検証した。

さらに、従来設計に採用されていなかった強磁性体のトカマク型動力炉への適用性を評価するため、有限形状の強磁性体の磁場解析コードを開発し、磁場中に置かれた強磁性体の内部およびその周辺での磁場の擾乱を明らかにした。

また、磁場中で使用される強磁性体の磁化電磁力による変形現象とその変形に与える磁気剛性および飽和磁化の影響などの定常な電磁現象を明らかにした。

Study on Electromagnetic-Structural Behavior of
First Wall/Blanket Structure for Tokamak Fusion Reactor

Akio MINATO*

Department of Large Tokamak Research
Naka Fusion Research Establishment
Japan Atomic Energy Research Institute
Naka-machi, Naka-gun, Ibaraki-ken

(Received May 6, 1988)

The electromagnetic problems related to the structural design of the first wall/blanket structure, which is a major component of Fusion Reactor, have been studied. The electromagnetic load, which is characteristic and very important of Tokamak type, is necessary for the evaluation of the structural integrity at the last item of the design process.

A transient electromagnetic phenomena, which include the measurement of the eddy current obtained by the simulated plasma disruption experiment, the vibration behavior of the beam-plate by the dynamic electromagnetic load and the verification of the numerical codes, have been clarified.

A static electromagnetic phenomena have been studied to evaluate the applicability of the ferromagnetic material to the first wall/blanket structure of Tokamak Power Reactor. The numerical code, which can calculate the magnetic field of the finite ferromagnetic body, has been developed and the magnetic field distortions inside and outside the materials has been studied. The deformation by the magnetic torque, which generates inside the ferromagnetic material placed in the magnetic field, has been studied. The effects of the magnetic stiffness and the saturated magnetic field to the deformation has been also clarified.

* Central Research Institute of Electric Power Industry (CRIEPI)

Keywords : Tokamak Fusion Reactor, First Wall/Blanket Structure,
Structural Integrity, Eddy Current, Dynamic Electromagnetic
Load, Ferromagnetic Material, Magnetic Torque, Magnetic
Stiffness, Saturated Magnetic Field

目 次

1. 緒 言	1
2. 第1壁／ブランケット構造物の設計上の技術的課題	3
2.1 機能と設計例	3
2.1.1 第1壁	3
2.1.2 ブランケット	6
2.2 電磁・熱・機械的荷重条件	8
2.2.1 第1壁の熱負荷	8
2.2.2 ブランケットの熱負荷	9
2.2.3 第1壁／ブランケット構造物の電磁力	10
2.3 電磁構造設計上の技術的課題	11
2.3.1 電磁現象の評価	11
2.3.2 設計基準の作成	13
2.4 この研究の目的	13
2.4.1 プラズマ・ディスラプションに起因する問題	13
2.4.2 磁場中での強磁性体の電磁現象に関する問題	14
3. 平板に発生する渦電流と電磁力による動的変形の解析と実験	28
3.1 はじめに	28
3.2 解析法	29
3.2.1 渦電流解析法	29
3.2.2 動的変形解析法	30
3.3 実 験	30
3.3.1 実験手法	30
3.3.2 試験片	31
3.3.3 渦電流の測定	31
3.4 実験と数値解析結果	32
3.4.1 平板の渦電流	32
3.4.2 箱型容器の渦電流	33
3.5 動的変形	34
3.6 ま と め	35
4. 磁場中に置かれた強磁性体による磁場の擾乱	54
4.1 はじめに	54
4.2 強磁性体の境界要素法による磁場解析	55
4.2.1 支配方程式の導出—単体	55
4.2.2 支配方程式の導出—複数体	59

4.3	境界要素法の適用	62
4.3.1	磁気スカラーポテンシャルの解析	62
4.3.2	磁場解析	63
4.4	数値解析結果	64
4.4.1	強磁性体球	64
4.4.2	数値解の収束性	64
4.4.3	1枚板の解析	65
4.4.4	2枚板の連成効果	66
4.5	平板の傾斜磁場下における磁場の擾乱	67
4.5.1	板厚の効果	67
4.5.2	長さの効果	68
4.5.3	幅方向の分布	68
4.5.4	空間的な磁場の擾乱	68
4.6	まとめ	68
5.	強磁性体第1壁の磁化電磁力による変形	85
5.1	はじめに	85
5.2	磁場の解析	86
5.2.1	スカラーポテンシャルと境界条件	86
5.2.2	積分方程式の導出	87
5.3	無限平板の1次元変形解析	88
5.3.1	ポテンシャルの評価	88
5.3.2	トルクの評価と平衡方程式	89
5.3.3	変形の解析	91
5.4	実験結果との比較	93
5.4.1	低磁場下での変形	93
5.4.2	高磁場下での変形	94
5.5	まとめ	96
6.	結 言	109
謝 辞		110

Contents

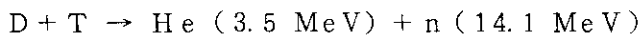
1. Preface	1
2. Engineering problems on structural design for first wall/blanket structures	3
2.1 Role and typical designs	3
2.1.1 First wall	3
2.1.2 Blanket	6
2.2 Electromagnetic and thermomechanical loads	8
2.2.1 Thermal load of first wall	8
2.2.2 Thermal load of blanket	9
2.2.3 Electromagnetic load of first wall/blanket structure	10
2.3 Engineering problems on electromagnetic design	11
2.3.1 Evaluation of electromagnetic phenomena	11
2.3.2 Establishment of design code	13
2.4 Purpose of this study	13
2.4.1 Study of problems caused by plasma disruption	13
2.4.2 Study of problems for magnetic behavior of ferromagnetic solid in magnetic field	14
3. Analytical and experimental study of eddy current and dynamic deformation due to transient electromagnetic load in conducting plate	28
3.1 Introduction	28
3.2 Analytical methods	29
3.2.1 Analytical method of eddy current	29
3.2.2 Analytical method of dynamic deformation	30
3.3 Experiment	30
3.3.1 Experimental method	30
3.3.2 Test specimen	31
3.3.3 Measurement of eddy current	31
3.4 Experimental and analytical results	32
3.4.1 Eddy current of plate	32
3.4.2 Eddy current of box	33
3.5 Dynamic deformation of plate	34
3.6 Conclusion	35

4. Magnetic field distortion due to ferromagnetic beam-plate placed in magnetic field	54
4.1 Introduction	54
4.2 Magnetic field analysis of ferromagnetic solid by boundary element method	55
4.2.1 Derivation of governing equation-single body case	55
4.2.2 Derivation of governing equation-two body case	59
4.3 Application of boundary element method	62
4.3.1 Analysis of magnetic scalar potential	62
4.3.2 Magnetic field analysis	63
4.4 Numerical analysis	64
4.4.1 Ferromagnetic sphere	64
4.4.2 Convergency of numerical results	64
4.4.3 Single beam-plate	65
4.4.4 Mutual interaction of two beam-plates	66
4.5 Magnetic field distortion of beam-plate in oblique magnetic field	67
4.5.1 Effect of plate thickness	67
4.5.2 Effect of plate length	68
4.5.3 Magnetic field distribution at plate width	68
4.5.4 Spatial magnetic field distortion	68
4.6 Conclusion	68
5. Deformation of ferromagnetic first wall due to magnetic loads ..	85
5.1 Introduction	85
5.2 Magnetic field analysis	86
5.2.1 Scalar potential and boundary condition	86
5.2.2 Derivation of integral equation	87
5.3 One-dimensional deformation analysis of infinite beam-plate .	88
5.3.1 Evaluation of potential	88
5.3.2 Evaluation of torque and equilibrium equation	89
5.3.3 Deformation analysis	91
5.4 Comparison between numerical and experimental results	93
5.4.1 Deformation at low magnetic field	93
5.4.2 Deformation at high magnetic field	94
5.5 Conclusion	96
6. Concluding remarks	109
Acknowledgement	110

1. 緒 言

核融合研究は当初小さな実験装置によるプラズマ物理の研究から始まり、その後“地上に太陽を”という目的の下に中型さらには大型実験装置による研究へと発展している。現在では特にJT-60（日本）、TFTR（米国）およびJET（ヨーロッパ連合）といった3大トカマク実験装置により、プラズマ物理の到達目標の1つである臨界条件を目指した実験が勢力的に進められ、プラズマ物理に関する貴重なデータが得られつつある。その結果は将来の実験炉あるいは実用炉クラスのプラズマへの展望を与えるものと思われる。

現在運転が行われている実験装置に使用されている水素プラズマに代り、実験炉以降のプラズマはD（重水素）とT（三重水素）による核融合反応を利用するので、



の反応により実験装置では経験のない中性子による核発熱やHeによるプラズマ周辺構造物への輻射熱の除熱とそれらの熱負荷に対する熱構造設計が必要となる。さらに、プラズマ物理の第2の目標である自己点火条件の達成が必須となり、プラズマ電流の増加、プラズマの非円形化あるいは高ベータプラズマを目指すことによるプラズマの不安定性に関連した問題が生じてくる。

実験炉以降のプラズマ周辺構造物（特に第1壁／ブランケット構造物やダイバータ／リミタ）は上述のような苛酷な熱負荷条件下での運転が強いられることは必然である。さらに、プラズマの不安定性が原因で生じるプラズマ・ディスラプション時の過大な熱負荷および電磁力も構造設計する上で考慮しなければならない。

特に、トカマク型核融合炉の第1壁／ブランケット構造物に作用する荷重として分裂炉と異なるのは、表面からの熱負荷およびサイクル運転の場合の繰り返し熱負荷、さらにディスラプション時に発生する過大な熱負荷と電磁力である。それらの荷重が原因となる破壊形態に対して構造健全性評価が必要であり、設計基準の作成に関しても議論が集中するところである。健全性評価の結果はトカマク型核融合炉の成立を左右する。故に、それらの荷重に対する第1壁／ブランケット構造物の変化等の現象を的確に把握することは電磁・熱・構造設計上非常に重要である。

先ず、第2章では第1壁／ブランケット構造物を対象として、現在までに行われている設計例の紹介およびそれらの問題点を整理し、今後の設計に反映すべき留意点を抽出した。さらに、同構造物に作用する各種荷重条件を明らかにし、それらの荷重が原因による変形挙動および破壊形態を防止するために必要な評価項目を抽出した。

次章からは、第1壁／ブランケット構造物の電磁・熱・構造設計に関して明らかにされた荷重条件などの設計条件をもとに、この論文の目的である電磁力に関連した荷重条件によるその構造物の電磁構造的振舞い（変形挙動等）の具体的な現象、非磁性体の非定常な電磁現象および強磁性体の定常な電磁現象の解明あるいは解析手法の妥当性が述べられている。

第3章ではプラズマが瞬時に崩壊する時（プラズマ・ディスラプション），第1壁／ブランケット構造物に発生する渦電流とトロイダルコイルによる定常磁場との相互作用で生じる電磁力による変形挙動を小型実験により模擬し，構造体の非定常な電磁現象（渦電流あるいは電磁力）の解明および解析コードの妥当性の検証を目的とした研究成果が述べられている。

第4章では強磁性体の磁場中での電磁気的問題を解明するために境界要素法を適用した数値解析コードを作成し，強磁性体による磁場の擾乱の解析を行っている。さらに，トカマク型核融合実用炉の第1壁／ブランケット構造物に採用が期待される強磁性体（フェライト系ステンレス鋼）のプラズマとの適用性を検討している。有限形状の強磁性体の磁場の擾乱および集中などが明らかにされるとともに，その擾乱はプラズマへの影響が少ないという見通しも述べられている。

第5章では前章で導いた支配方程式を展開し，強磁性体が磁場中で受ける磁化電磁力による変形挙動を解明し，磁化電磁力に対する磁気剛性あるいは強磁性体特有の飽和磁化の影響を考察している。さらに，強磁性体をトカマク型核融合炉に適用した場合の構造健全性評価の簡単な手法を提案している。この章では4章で述べられている磁場の擾乱と同様に定常な電磁現象が明らかにされている。

ここで示されている成果は，第1壁／ブランケット構造物を対象として，非磁性体の場合の非定常な電磁現象と強磁性体の場合の定常な電磁現象に対する電磁構造的振舞いが明らかにされ，今後行われるトカマク型核融合炉等の概念設計あるいは詳細設計に有益な情報を与えるものであり，かつ一般的電磁現象の今後の研究に対しても有効な知見を与えるものと思われる。

2. 第1壁／ブランケット構造物の設計上の技術的課題

トカマク型核融合炉においては、プラズマの閉じ込め・平衡・制御・加熱、計測、燃料供給、燃料・灰排気、熱交換と除熱、燃料生産、放射線遮蔽等のために種々のコンポーネントを必要とし、その多くはプラズマに近接して設置される。これらのコンポーネントは、工学的観点から核分裂炉の炉心部に相当し、核融合炉が成立するための要となるものである。第1壁、ダイバータ／リミタ、ブランケット構造物を含む炉内構造物に対するプラズマ側からの負荷条件が、プラズマ閉じ込め研究の進展と相まってある程度明確にされてきた。

しかし、高熱負荷、粒子負荷によるエロージョン、ディスラプション時の過大な熱負荷と強力な電磁力の発生、照射による構造材の劣化といった技術的課題があり、それら課題を克服しようとして概念設計および各種の研究が進行中である。その高度な技術的課題は、与えられた負荷条件（熱、粒子、圧力、電磁力）の下で、所要の機能と健全性を満たすよう整合性のある核・熱・電磁・構造設計を如何に行うかにある。そこで、この章では第1壁／ブランケット構造物に関する設計条件と電磁構造設計上の技術的課題について触れる。

2.1 機能と設計例

2.1.1 第1壁

(a) 機能

核融合炉の第1壁は、プラズマに面したブランケット容器あるいはブランケット容器とプラズマの間に設置される冷却パネルおよび防護壁も含めて、直接プラズマに面している壁面、炉心から直接の負荷（熱負荷、粒子負荷等）を受ける構造体と定義される。第1壁はプラズマのスクレイプオフ層の磁力線にほぼ平衡、即ちプラズマ表面に沿って設置される。プラズマから受ける熱負荷および粒子負荷は、ポロイダル断面の領域により異なる。INTOR (INTERNATIONAL TOKAMAK REACTOR) フェーズ1〔2-1〕で設定された各領域を Fig. 2.1 に示す。各々トラス外側領域、トラス内側領域、ビームシャインスルー領域およびリップルアーマ領域と定義されている。最近の設計では、このポロイダル断面の領域以外にトロイダル磁場のリップル効果によって、局所熱負荷（アルファ粒子損失）がトロイダル方向のトラス外側に発生する領域（トロイダルマグネットのほぼ真下）が考えられている。

核融合炉システムの中で第1壁の役割を定義するのは難しいが、熱負荷という面から考えれば核分裂炉の燃料被覆管に相当する。両者とも熱源に最も近い所に位置し直接の負荷を受ける構造体であるが、被覆管は全周からの負荷をほぼ一様に受けるのに対し、第1壁は片面負荷を受け、さらに領域により異なった負荷を受ける。また、第1壁はプラズマからの熱負荷の除去以外に、プラズマへの不純物対策として物理的要求およびブランケットでのトリチウム増殖比への核的要求等、被覆管とは異なり種々の機能が課せられる。さらにプラズマに面する領域はD-T融合反応により生じた高エネルギー中性子（14.1 MeV）の通過およびプラズマ荷電粒

子による加熱があり、放射線損傷および熱的に厳しい条件下に置かれている。構造材のうち特に第1壁のプラズマに面する壁では高い熱負荷により生じる肉厚方向温度差とそれに基づく熱応力およびサイクリックなプラズマ燃焼による繰返し熱応力に起因する照射下での疲労損傷の問題がある。そのため、材料選択および構造設計には特に注意を払う必要がある。

14 MeVの中性子は第1壁を通過する時、核発熱として第1壁へ熱負荷を与える。その量は材料あるいは板厚によって異なる。中性子壁負荷が 1 MW/m^2 の場合、ステンレス鋼の第1壁での核発熱は約 10 W/cc である。その場合、第1壁の板厚を1cmとすれば中性子は約10%減衰する。核発熱による熱負荷もポロイダル断面内で分布を有し、トーラス外側の赤道面上に最大値が存在し、その大きさは平均値より10~15%程度高い。実験炉および実用炉クラスの第1壁の熱負荷をTable 2.1に示す。

第1壁の板厚は薄いので、核発熱による熱負荷を除去する量は少ない。しかし、通過する中性子による照射損傷に関しては第1壁が最も厳しい条件下に置かれている。さらに、スパッタリングによる第1壁のエロージョン（減肉）、ディスラプション時の急激な高熱負荷による第1壁表面の熔融・蒸発現象あるいは急激な温度変化による熱衝撃、構造的不安定性の誘起等、第1壁の寿命に大きな影響を与える因子が考えられる。

現在設計が進められている核融合実験炉（FER：Fusion Experimental Reactor）〔2-2〕では、ディスラプションを3つのステージに別けている。各々、第I期（このステージではプラズマの崩壊には至らない）、第II期（サーマル・クエンチ）および第III期（カレント・クエンチ）と呼び、各ステージでの熱エネルギーおよび磁気エネルギーの放出条件を仮定している。FERのディスラプション条件（昭和59年度の設計）をTable 2.2に示す。ディスラプション時の熱負荷はプラズマ周辺構造物の材質あるいは形状に左右されることはないが、その構造物に誘起する渦電流は電磁気的条件あるいは形状などに左右される。Fig. 2.2にディスラプションが生じた場合、第1壁／ブランケット構造物の健全性を評価するために必要な項目を示す。

(b) 設計例

第1壁の構造設計において、その形状を決定する要因は未だ確立されたものではなく、種々の形状が提案されている。基本的にはFig. 2.3に示す3種類が基本的な形状である。図に示されている第1壁をブランケット容器壁と共有する場合を一体型、別置きにする場合を分離型と呼ぶ。それらの第1壁を単独構造材で構成する設計あるいはディスラプション時の高温化に伴う熔融・蒸発を防ぐために高融点材料および低エロージョン率の材料を第1壁のプラズマ側に設置する設計（アーマ材の設置）がある。核融合炉システムの面から見れば、実験炉クラスの熱負荷条件（稼働率も含む）では、第1壁の初期板厚にエロージョンによる減肉を考慮することは可能であり、単独構造材による設計はシンプルで現有の技術レベルから考えても望ましい。しかし、実用炉の熱負荷条件では高熱負荷による熱応力の面から第1壁は薄肉構造となり、ディスラプションに対する保護という面からアーマ材の設置は必要となるかもしれない。今後のプラズマ物理の進展に伴い、エロージョンが無視出来る程のプラズマエッジ温度の形成あるいはディスラプションの制御方法が確立されれば、第1壁の設計は変わるものと思われる。

第1壁では使用する構造材とその物性値、冷却材と冷却条件（温度および圧力等）を考慮し、採用すべき形状をもとにその熱構造設計が第1段階として行われる。第1壁の形状（特に板厚）

あるいは冷却材はトリチウム増殖比に大きな影響を与えるので、その影響も考慮した熱構造設計が要求される。第1壁構造設計の系統分類を Fig. 2.4 に示す。

第1壁の構造は種々提案され多くの概念設計が行われてきた。その代表的な構造例として、パネル形状の第1壁には、

- ① 円管パネル (Fig. 2.3)
- ② 矩形冷却流路を有するリブ付パネル (Fig. 2.3)
- ③ 平板に波形板を張り付けたパネル (Fig. 2.3)
- ④ 平板に円管を埋め込んだパネル (Fig. 2.7 参照)

等がある。これらの第1壁にはその冷却材に水あるいはヘリウムガスが採用されている。パネル形状の第1壁には、ブランケット容器のプラズマ側壁を兼ねる一体型の設計が可能な場合と、ブランケット容器壁と別置き分離型の場合の二つの異なった設計が行われている。二重壁構造で第1壁を構成する場合には一体型に属する。

パネル形状と二重壁構造の第1壁は、両者とも強制冷却方式である。ブランケット容器壁の前面に輻射冷却によるライナー (例えば SiC) を設置する考えもある〔2-6〕。ライナーを円管状にし、円管第1壁の前面に設置した設計 (Fig. 2.7 参照) では、これは防護壁 (プロテクション・ウォール) と呼ばれ、プラズマ・ディスラプション時等にプラズマが直接第1壁に接触することを防ぐとともに、炉の起動・停止に伴う第1壁の急激な温度変化を緩和する目的も有する。

第1壁の構造材として以前には高融点金属のモリブデンやTZM (チタンやジルコニウム添加の Mo 合金) が採用された設計例が多かったが、照射データがある程度得られているステンレス鋼 (例えば 316 S.S.) が採用される傾向にある。さらに、発電を目的とした実用炉では加圧水型原子炉の冷却材条件を適用し、第1壁の構造材にもステンレス鋼の改良型 (PCA: Primary Candidate Alloy, チタン添加の 316 S.S.) を採用する設計〔2-4, 5〕が行われている。

実験炉のように低温低圧の冷却材が採用できる第1壁には、アルミニウムやその合金が採用された設計〔2-6〕も行われた。アルミニウムの熱伝導率は高く、ある程度板厚を厚くすることができるが、ディスラプション時に受ける熱負荷によりその表面が融点を越える可能性がある。そのため、アルミニウムのプラズマ側にアーマー材としてC (グラファイト) あるいは SiC (シリコンカーバイド)〔2-6〕の板を張り付ける考え方もあるが、アルミニウムとCあるいは SiC との接合の問題や熱膨張差による熱応力の問題等の検討が残されている。ステンレス鋼を採用した場合その融点は高いが、アーマー材の必要性は微妙である。

STARFIRE〔2-4〕に採用されている第1壁の構造概念を Fig. 2.5 に示す。第1壁は平板に波型板を張り付けたパネル構造であり、ブランケット容器壁を兼ねた一体型である。非常に高い表面熱流束 (90 W/cm^2) に対しては薄肉の第1壁の採用は必須であるが、冷却流路が波型の場合には高圧の冷却材により発生する応力には曲げ成分が大きくなり、さらに接合部の健全性およびその近傍の熱伝達率の不均一さも予想されるので、詳細な検討が要する設計である。

原研で行われた SPTR-P〔2-13〕の第1壁/ブランケットの構造概念を Fig. 2.6 に示す。高圧の冷却材に耐える構造として最も優れている円管パネルが第1壁に採用され、ブランケッ

ト容器とは分離している。プラズマからの熱負荷（表面熱負荷）は片面負荷であるので、円管パネルのプラズマ側とその反対側との間には温度差が生じ熱応力が発生する。その温度差による熱応力は冷却材流路方向にも生じる。冷却材流路方向にある程度の熱膨張が可能な構造を採用すれば、大きな熱応力の発生が避けられるとともに、定常運転と想定されているので熱応力による疲労の問題は少ない。この設計では高圧に耐える熱構造設計に重点が置かれている。

Fig. 2.7 に代表的な第1壁の設計例を纏めて示す。

2.1.2 ブランケット

(a) 機能

核融合炉のブランケットは、燃料としてのトリチウム（T）の生産機能を有しかつプラズマで発生した核エネルギーの熱エネルギーへの変換及び除熱の機能を有する。特に発電を目的とする場合には効率の良い除熱を行う必要がある。さらにブランケットは超電導コイルの放射線遮蔽の機能も有する。トカマク型核融合炉の場合、ブランケットはトーラス状プラズマの周辺に置かれ、超電導コイルや遮蔽体とリンクし複雑な形状となっている。

ブランケット構造体は強力なトロイダル磁場中に置かれ、プラズマ電流の変化等によって強い電磁力を受け、また周辺機器への遮蔽を分担するので複雑な構造物となる。さらにプラズマに面する領域はD-T融合反応により生じた高エネルギー中性子（14.1 MeV）の通過および一体型第1壁ではプラズマ荷電粒子による加熱があり、放射線損傷および熱的に厳しい条件下に置かれている。構造材のうち特に第1壁のプラズマに面する壁では高い熱負荷により生じる肉厚方向温度差とそれに基づく熱応力およびサイクリックなプラズマ燃焼による繰返し熱応力に起因する照射下での疲労損傷の問題がある。

ブランケットの機能を果たすため形状、構造材、冷却方式、トリチウム増殖材等の選択が重要である。また修理時の分解、組立てに関しても難しい課題が含まれている。ブランケットの形状は炉の構造上独特な設計が行われ、冷却材圧力に耐えるような圧力容器型が多いが、実験炉の場合には遮蔽と核エネルギーの熱エネルギーへの変換のみを目的としてステンレス鋼ブロックに冷却材通路を設けた設計もある。

構造材としては、冷却材温度、熱負荷、放射線損傷および電磁気的特性の影響等を考慮して、非磁性のステンレス鋼、AL合金（例えばSAP）、Ni合金、高融点金属（例えばMo、Nb、V合金）が設計に採用されている。

冷却材はトリチウム生産およびその回収の点から、その選択には次に示す条件に適合するものを採用しなければならない。①物理的性質、②電磁力の影響、③電気伝導性、④トリチウム透過漏洩、⑤冷却材圧力、⑥中性子による核的、化学的挙動および誘導放射能、⑦運転効率、⑧実用炉への適応性等が冷却材としての選択条件である。実際の設計には、装置の目的により重点の置き方が異なりH₂O、He、LiあるいはFLIBE（後の二つはトリチウム増殖材と兼用）が冷却材として採用されている。

トリチウム増殖材としては冷却材との関連も含め、ブランケットの設計上考慮すべき条件〔2-7〕を次に示す。①トリチウム増殖が可能なこと、②生成されたトリチウムの分離、回収が容易でかつインベントリを小さくできること、③容器構造材および冷却材との共存性が

よいこと、④放射線損傷が少ないこと、⑤熱伝導特性がよいこと、⑥電磁力の影響が少ないこと、⑦保守および修理上の問題が少ないこと、⑧安全上の問題が少ないこと。これらの条件を満足するトリチウム増殖材としては、液体Li, Li_2O , LiAlO_2 , FLIBE等が候補に挙げられている。ブランケット冷却方式とトリチウム増殖材の代表的な組合わせを Table 2.3 に示す。

(b) 設計例

ブランケットにおいては、第1壁が分離型か一体型か、トリチウム増殖の有無、ブランケットの形状を含む構成、トリチウム増殖材の種類および使用する冷却材等の諸条件によって異なった構造設計が行われる。トリチウムの増殖を行わないブランケットは、核エネルギーの熱エネルギーへの変換およびその熱除去と放射線遮蔽の機能を有する。発電をも目的としない場合には、遮蔽体の熱構造設計と同様に低温低圧の水冷却が採用できる。しかし、発電を目的とする場合には、発電効率を考慮して高温下での熱構造設計が要求される。以下に、従来行われたブランケットの概念設計を述べる。

トリチウム増殖材に液体リチウムを採用する場合には、増殖材と冷却材を兼用する設計〔例えば2-7〕、あるいは液体リチウムをブランケット内に充填し冷却管を介してヘリウムで冷却する設計〔2-8〕が挙げられる。前者の設計では、特に液体リチウムが電磁場下の影響（MHD効果による圧力損失等）を受ける問題は未だ解決されていない。また、後者の設計では充填されている液体リチウムに発生する電磁力（プラズマ・ディスラプション時）により、熱構造設計よりも耐電磁力対策が難しい設計となっている。この他、液体リチウムと水の反応を防止するために、増殖材に $\text{Li}_{62}\text{Pb}_{38}$ を採用しチタン合金を構造材としたブランケット設計〔2-9〕も提案された。

最近では、固体増殖材として Li_2O あるいは Li_2SiO_3 等のセラミックスが採用された設計が多くなっている。その冷却材には水あるいはヘリウムが使用されている。冷却材としてのヘリウムは固体増殖材との両立性が良く、又トリチウムのパージガスとしても使用できるので増殖材を直接冷却する設計〔2-10〕も可能である。

INTOR〔2-1〕で提案されたトリチウム増殖ブランケットとして、BIT (Breeder Inside Tube) 方式 (Fig. 2.8) と BOT (Breeder Outside Tube) 方式 (Fig. 2.9) がある。前者は冷却管の中に増殖材を充填し、後者は冷却管の外側に増殖材を充填する方式である。Fig. 2.8 に示されている増殖材は中空円筒であるが、同方式としてペレット状の増殖材を冷却管の周りに充填する設計 (Fig. 2.10)〔2-11〕が日本で提案されている。固体増殖材を使用する場合、鉛が中性子増倍材として用いられている両方式のブランケットでは、水あるいはグラファイトによって中性子を減速することによりトリチウム増殖比の向上を図っている。

実用炉では発電を目的とすると同時に、トリチウム増殖が必須の条件（増殖比 >1.0 ）となる。実用炉では定常運転を想定し、中性子壁負荷は $3\sim 4\text{ MW/m}^2$ と実験炉より大きく、又、発電のため高温高圧の冷却材が必要となり、第1壁/ブランケット構造体は高温構造設計となる。最近の設計では冷却材に水あるいはヘリウムガスが採用されているが、増殖材および構造材との共存性によって決められているのが現状である。冷却材に水を採用する場合、加圧水型原子炉の冷却条件（圧力が $15\sim 16\text{ MPa}$ 、入口/出口温度が $290/330^\circ\text{C}$ ）をそのまま用い、構造材に改良ステンレス鋼を考えている。

STARFIRE〔2-4〕に採用されている第1壁／ブランケットの構造概念を Fig. 2.11 に示す。第1壁は平板に波型板を張り付けたパネル構造（Fig. 2.5 参照）であり、ブランケット容器壁を兼ねた一体型である。ブランケットはチューブ・イン・シェル型であり増殖材に LiAlO_2 を採用し、中性子増倍材には鉛を用い、増殖材のプラズマ側に層状に設置されている。その鉛層は第1壁と同形状の冷却パネルで冷却されている。第1壁に採用された波型パネルは、構造材および冷却材の有効体積が比較的少ないとされ、その結果中性子増倍材としての鉛が増殖材の前に置かれる場合には増殖比の増加に繋がるとされている。

原研で行われた SPTR-P〔2-12〕の第1壁／ブランケットの構造概念を Fig. 2.12 に示す。ブランケットには STARFIRE と同様にチューブ・イン・シェル型が採用され、増殖材には Li_2O を、構造材には改良ステンレス鋼を用い加圧水型原子炉の冷却条件を採用している。第1壁は円管パネル構造の分離型となっているので、構造材あるいは冷却材の有効体積比が大きく増殖比の低下が予想される。しかし、ベリリウムを中性子増倍材として採用し、 Li_2O と混合したモデルによる核計算の結果では、1.0 以上の増殖比が確保されている。

経済性を考慮し発電効率を加圧水型原子炉よりも高くするため、高温のヘリウムガス冷却をすることもできるが、採用する構造材の照射データあるいは DBTT の問題が十分解決されていないので、適用には詳細なデータの蓄積が必要である。

2.2 電磁・熱・機械的荷重条件

2.2.1 第1壁の熱負荷

第1壁はスクレイプオフ層の磁力線にほぼ平衡に、即ちプラズマ表面に沿って設置される。ダイバータおよびリミタとは異なり荷電粒子の負荷は少ない。プラズマの設計により中性粒子壁負荷が定められると、ダイバータ／リミタの熱負荷配分の関係から先ず第1壁の平均表面熱流束が得られ、さらに使用する構造材、増殖およびそれらの形状（厚さ等）を考慮した核計算結果より核発熱密度が得られる。それらの熱負荷に基づき第1壁／ブランケット構造物の熱構造設計および解析が行われる。

第1壁では、ポロイダル断面の各領域により熱負荷および粒子負荷は異なる。ここでは、INTOR のフェーズ1〔2-1〕で設定された負荷領域を以下に示す。

① トーラス外側領域 :

プラズマ容器壁のトーラス外側に位置し、プラズマからの粒子や表面熱流束を受け、さらにダイバータからの輻射熱を受ける。

② トーラス内側領域 :

プラズマ容器壁のトーラス内側に位置し、トーラス外側領域と同様にプラズマからの粒子や表面熱流束を受け、さらにプラズマ・ディスラプション時にはプラズマの熱エネルギーを受ける。

③ リミタ領域 :

プラズマの立上げ初期時にプラズマ・エッジを形成するトーラス外側領域のリミタ領域

④ ビーム・シャインスルー領域 :

中性粒子入射時にプラズマを突き抜けた中性粒子を受ける。

⑤ リップルアーマ領域 :

中性粒子入射時の後期段階でリップル効果による粒子を受ける。

それらの各領域は Fig. 2.1 [2-1] に示されている。但し、各領域の中で④と⑤はプラズマ加熱に中性粒子入射装置 (NBI: Neutral Beam Injector) を採用する場合にのみ生じる熱負荷である。特に、トーラス内側のビームシャインスルー領域は、中性粒子入射時、燃焼中およびプラズマ・ディスラプション時に熱負荷が作用し第1壁では最も厳しい領域である。

輻射による熱負荷や粒子負荷の他に、D-T反応によって生じた14 MeV の中性子の核反応による発熱 (核発熱) がある。プラズマのトーラス外側への出力分布の片寄り (特に高ベータプラズマの場合) のために、その核発熱のピーク値は通常トーラス外側の第1壁に生じる。

Fig. 2.13にINTORフェーズ0の設計に於いてモンテカルロ法で計算された核発熱の分布 [2-13] を示す。ピーク値は平均値より20~30%程度高くなっている。

核発熱を除く第1壁の熱負荷は、ダイバータあるいはリミタの熱負荷と表裏の関係にある。すなわち、ダイバータあるいはリミタへ流入するエネルギー (ほとんど荷電粒子) を軽減すると、その分だけ第1壁の負荷が増大する。INTROフェーズ1 (シングルヌル・ダイバータあるいはリミタ) では熱エネルギーの1/3が第1壁へ、残りがダイバータあるいはリミタへの負荷としている。また、ダブルヌル・ダイバータを採用したFER (FV'83) [2-14] では両者の負荷配分は等しいとしている。しかし、この負荷配分については未だ不確かな点が多い。

前述の第1壁への熱負荷は主にプラズマの燃焼中における負荷であるが、この他にプラズマ・ディスラプション時にプラズマのエネルギーが第1壁に放出される。この時、プラズマの熱エネルギーと磁気エネルギーの一部が第1壁のトーラス内側と外側にある分布と時定数を持って放出すると仮定 [2-1] されている。プラズマ・ディスラプションの現象は、理論的に裏付けられており、又実験的にも確認されているが、放出のメカニズム (時定数、時間変化あるいはエネルギー分布の割合) には未だ不明な点が多く、第1壁の寿命評価あるいは第1壁そのものの構造設計に不確かさを与えている。但し、FER (FY'83) では、プラズマ・ディスラプション時の時定数を15 msecとし、放出される熱エネルギーの60% (150 MJ) と磁気エネルギー (30 MJ) の50%が第1壁全体の30%の面積に相当するトーラス内側にピーキング・ファクター2.0を有して入射し、残りの50%は輻射の形で第1壁全体に入射すると仮定したディスラプション・シナリオを採用している。又、放出エネルギーの時間変化は矩形波としている。

2.2.2 ブランケットの熱負荷

ブランケットの主要な機能は、先ず核エネルギーの熱エネルギーへの変換とその除熱である。トリチウム増殖を行う場合には、増殖材としてリチウム金属やセラミックスの Li_2O あるいは Li_2SiO_3 等の増殖材を充填しトリチウム増殖を行う。さらに、中性子束を通常2~4桁減衰させ遮蔽の一部としての機能も果たす。

第1壁で全ての表面熱流束が除熱されるので、ブランケットでの熱負荷は核発熱だけである。ブランケット容器の核発熱は第1壁と同様に使用する材料によって異なる。例えば、中性子壁

負荷 1.0 MW/m^2 に対して核発熱密度は、プラズマ側でステンレス鋼は 10 W/cc 、アルミニウムは 6 W/cc である。Fig. 2.14に INTOR-J [2-15] の第1壁、ブランケットおよび遮蔽体での核発熱のトラス内側方向の分布を示す。図に示されているようにブランケットは遮蔽の一部としての機能を果たし、ブランケット内での核発熱の減衰が認められる。ブランケットの核発熱は厚さ方向での減衰による分布の他に、第1壁と同様にポロイダル方向にも分布を有する。プラズマの周辺全てにトリチウム増殖ブランケットを設置する場合には、ブランケット内での核反応によって、熱出力は核融合反応による出力より10~20%増加する。

2.2.3 第1壁/ブランケット構造物の電磁力

プラズマ・ディスラプション時(第Ⅲ期)には、プラズマの周辺に置かれる全ての金属構造体には渦電流が流れ、トロイダル磁場あるいはポロイダル磁場との相互作用により電磁力が作用する。渦電流が発生する原因としては、この他にプラズマの位置不安定現象により上あるいは下に動いた場合も考えられる。このプラズマの位置不安定を制御するために制御コイルの磁場を変化させる必要がある。そのような時に発生する渦電流の大きさや磁場の変化量はプラズマ物理上の問題とし、ここでは除くことにする。プラズマ・ディスラプション時に発生する渦電流は、金属構造体の材料、形状あるいは周辺との相互インダクタンス等に依存し、さらにディスラプション時の時定数にも関係があり、その簡単な量的評価は難しい。プラズマの周辺に置かれる第1壁/ブランケット構造物のような金属構造体にアルミニウムのように電気抵抗の小さい材料、ステンレス鋼のように電気抵抗の大きな材料を使用する場合、あるいはそれらの板厚の違いにより同じ時定数に対しても発生する渦電流の大きさは異なる。

電磁力は金属構造体に発生するポロイダル方向の電流成分とトロイダル磁場との相互作用によるものが支配的であるが、周回抵抗とした真空容器等に用いられるベローズでは、トロイダル方向の渦電流成分がトラスの半径方向に流れる場合には、やはりトロイダル磁場との相互作用によって電磁力が発生する。

ブランケット増殖材に液体リチウムを用いる場合および中性子増倍材として鉛をブランケットのプラズマ側に鉛層として設置する場合には、ディスラプション時にはこれらの部分にも電磁力が発生する。プラズマの位置不安定を制御するために、シェル効果(制御コイルの作動以前にその制御を行う)用の金属構造体をプラズマの周辺に置く事が現在考えられている。シェル効果用の金属構造体には、電気抵抗の低い材料(例えば銅)あるいは電気抵抗の高い厚肉構造が必要となる。プラズマからの距離や構造およびトロイダル又はポロイダル方向の電気絶縁状態により大きさ異なるが、ディスラプション時には電磁力が発生する。シェル効果を満たすためには、採用される材料、形状および電磁力の支持方法が重要となる。

最近の設計例では、第1壁の構造材にステンレス鋼が採用されている。その電気抵抗は高く薄肉構造であり、ディスラプション時に発生する渦電流および電磁力は小さいと予想されている。INTOR フェーズ1の解析された例として、ブランケットおよび第1壁に発生する電磁力を Table 2.4 に示す。発生する電磁力は第1壁に採用される材料に依存していることが分かる。さらに、同設計においてトリチウム増殖ブランケットの中性子増倍材として鉛を使用した場合、その鉛層に発生する電磁力のポロイダル方向の分布を Fig. 2.15 に示す。

プラズマ周辺に置かれる金属構造体にディスラプションに伴い発生する電磁力は、使用する材料や構造に大きく依存する。最初に電磁力の軽減を図った構造設計を行い、その後の渦電流解析の結果を参考にしながら発生する電磁力が最小になるような構造設計の最適化を行い、さらには電磁力に耐える構造あるいは支持方法を考慮しながら、熱構造設計を進めていかねばならない。

2.3 電磁構造設計上の技術的課題

プラズマの最も近くに設置される第1壁は、プラズマへの物理的影響およびブランケットへの核的影響を考慮しなければならず、材料選定および構造設計には種々の要求が課せられる。特に、14 MeV の中性子エネルギーの大部分は第1壁を通過し、その一部は第1壁で熱となるが、照射損傷に関しては最も厳しい環境に置かれている。中性子の重照射による材料特性の著しい劣化に関しては、核融合炉研究開発の重要な課題の一つであるが、ここでは触れないことにする。

FER〔2-2〕で採用されているブランケットは、増殖領域を Breeder Outside Tube/Non Moderator (BOT/NM) 方式とした Tube in Shell (TIS) 型であり、冷却材には低温・低圧の軽水が採用されている。プラズマの垂直位置不安定性を制御するためのシェル効果を有する金属構造体は、ブランケット容器の前面および側面に設置される。その材料にはトリチウム増殖比を考慮して鉛 (Ph) あるいはベリリウム (Be) を採用し、中性子増倍材と兼用する設計思想になっている。そのような第1壁/ブランケット構造の電磁設計に関連した問題点を整理すると以下のようなになる。

2.3.1 電磁現象の評価

トカマク型核融合装置では、プラズマが瞬時に消滅する時（以後プラズマ・ディスラプションと呼ぶ）過大な熱エネルギーがプラズマ周辺構造物に熱負荷として作用すると同時に、プラズマ周辺に置かれる金属構造体には渦電流が誘起する。その金属構造体は磁場中（トロイダルおよびポロイダル磁場）に置かれているので、 \underline{J} （渦電流） \times \underline{B} （磁場）の相互作用により電磁力が作用する。プラズマの消滅時間は非常に短く、現在概念設計が進められている核融合炉実験炉（FER）〔2-14〕では、第Ⅲ期のディスラプション（メジャーディスラプションと呼び、プラズマ電流が消滅する）の時定数を15 msecと仮定している。そのように短時間にプラズマ電流が消滅する場合、第1壁/ブランケット構造物に誘起される渦電流の時間変化も同程度になる。但し、消滅の時間変化をプラズマの熱エネルギーは矩形波状と仮定しているのに対して、プラズマ電流は指数函数状と仮定しているので熱的な問題ほど非定常効果は少ないものと思われる。しかし、磁場との相互作用によって発生する電磁力下では、構造体の変形挙動はその幾何学的境界条件等によって非定常問題として取り扱う必要がある。

ディスラプションにより発生する電磁力は、第1壁/ブランケット容器壁に直接作用する。さらに、プラズマの垂直位置不安定性を制御するためにブランケット容器内に設置されている金属構造体（シェル導体）に発生する電磁力が第1壁/ブランケット容器壁に間接的に作用す

る場合もある。ディスラプション時に発生する電磁力の大きさ、方向および時間変化などは、第1壁/ブランケット容器あるいはシェル導体に使用する材料（電気抵抗率）、板厚、形状（分岐も含む）あるいは絶縁状態（電気回路）等により異なり、それらの機器の構造設計に大きく依存する。

プラズマの周辺に置かれる金属構造体には、第1壁、ブランケット容器、シェル導体およびダイバータがある。その外側には遮蔽体およびベルジャー容器（超電導マグネットの真空断熱容器）があるが、ここではそれらの機器およびダイバータに関する記述は除外する。しかし設計によっては大きな電磁力がそれらの機器に発生する場合もあり注意を要する。

従来の設計においては、ブランケット容器はステンレス鋼による薄肉構造であり、ディスラプション時に発生する電磁力は小さく（電気抵抗が大きい）、その背後に位置する厚肉構造の遮蔽体あるいはベルジャー容器に大きな電磁力が発生するという解析が得られていた。最近ではプラズマの垂直位置不安定性を制御するためにプラズマの近傍に金属構造体を設置し、ディスラプションの兆候が現われ始める時にその導体に発生する渦電流によりプラズマを制御する方法が採用されている〔2-14〕。その設置場所としてはプラズマ半径の1.5倍以内ということで、ブランケット容器内に金属構造体（シェル導体と呼ばれる）が設置される。Fig. 2. 16にシェル導体の概念を示す。そのシェル導体にはステンレス鋼を厚板にして使用するよりも、電気伝導率の大きい銅（Cu）、鉛（Pb）あるいはベリリウム（Be）が採用されている。そのような場合、もしディスラプションが起こった場合当然大きな渦電流および大きな電磁力の発生が予想される。その電磁力は間接的にブランケット容器に作用する。プラズマ制御へのシェル導体の依存性は、外部磁場により制御に必要な電源容量との兼ね合いで定められる。電源容量を少なくしようとすれば、シェル導体への負荷が増え発生する電磁力も大きくなると同時に、定常時の外部磁場の浸透が妨げられる等の問題が生じるので両者の最適化が必要である。

ディスラプション時に第1壁/ブランケット容器の構造材にステンレス鋼を薄板で使用する場合には電磁力は大きいものとはならない。しかし、プラズマの垂直位置不安定性を制御するためブランケット容器内にシェル導体を設置するような場合には、ディスラプション時にそのシェル導体に大きな渦電流が流れるので、作用する電磁力も当然大きくなる。ただし、その電磁力は第1壁に直接作用せず、ブランケット容器全体の変形を与え、その結果薄板構造の第1壁に発生する応力が大きくなる。実際の設計に於いては、シェル導体がトロイダル方向に分割された構造となっているので、それに流れるトロイダル方向の電流成分とトロイダル磁場の相互作用による電磁力が支配的となっている。その電磁力を軽減するためには、シェル導体をブランケット容器の外側に設置するかトロイダル方向に連続した構造とする設計が必要である。

渦電流の解析あるいはその非定常効果の問題は、現状では次のような理由でその検討が不十分である。ディスラプション時に発生する渦電流の形態は、プラズマの周辺に設置される構造体の相互インダクタンスにも依存するので、各構造体を単独にモデル化した解析では真の解は得られない。しかし、全ての構造体を考慮した解析を行う場合には多くの節点数および要素数が必要になるので、限られた計算機容量（記憶容量、計算時間等）では精度の悪い解析となる。

その結果電磁力の精度にも影響が現われ、同一モデル（要素分割等）での応力解析にも十分な精度が期待出来ないのが現状である。構造体の動的解析を行う場合には、電磁力の時間変化

に対応した要素の大きさが必要である。さらに、ブランケット容器および遮蔽体等を考慮した詳細な解析は、渦電流解析と同様計算機容量の制限で不可能になる。複雑なモデルによる実験が行われていない現状では、数値解析をもとにした評価しか行えないので、解析手法の改良を進めるとともに、実験による検証も必要である。

2.3.2 設計基準の作成

第1壁／ブランケットを含む全てのプラズマ周辺構造物の電磁・熱・構造強度の健全性を保証するためには、構造設計基準に基づいた設計を行う必要がある。現時点では核分裂炉に適用されている通産省告示501号〔2-16〕, ASME Code Sec. III〔2-17〕およびCode Case N-47〔2-18〕を採用している。それらは核融合炉の基準作成の考え方には参考になるが、核分裂炉と核融合炉の環境条件あるいは機器の使用材料、形状および機能等の違いを考慮すればその適用には限界がある。設計基準を作成するにあたっては、使用材料に環境効果（照射効果等）も含めたデータベースを確立するとともに、種々の荷重に対応した破壊モードを整理し、強度等の信頼性を十分把握することが必要である。また実験による検証などの研究開発をも進めて行かなければならない。

2.4 この研究の目的

トカマク型核融合炉の第1壁／ブランケット構造物に作用する荷重として分裂炉と異なるのは、表面からの熱負荷およびサイクル運転の場合の繰り返し熱負荷、さらにディスラプション時に発生する過大な熱負荷と電磁力である。それらの荷重が原因となる破壊形態に対して構造健全性評価が必要であり、その結果はトカマク型核融合炉の成立を左右する。故に、それらの荷重に対する第1壁／ブランケット構造物の変形等の現象を的確に把握することは電磁・熱・構造設計上非常に重要である。

ここではトカマク型核融合炉の主要機器である第1壁／ブランケット構造物を対象として、その電磁構造設計に伴う構造健全性評価に関連した研究を目的としている。

主な目的は、第1壁／ブランケット構造物の電磁構造設計に関する荷重など設計条件を明らかにし、その荷重条件に対応した構造物の変形挙動の具体的な現象説明あるいは解析手法の妥当性の検証することである。さらに、得られた結果は Fig. 2.17に示す第1壁／ブランケット構造物の設計手順〔2-19〕の最後の検討項目である構造健全性評価あるいは寿命評価に有用となる。

2.4.1 プラズマ・ディスラプションに起因する問題

プラズマが瞬時に崩壊する時（プラズマ・ディスラプション）第1壁／ブランケット構造物に発生する渦電流と高熱負荷の問題について以下に述べる。

プラズマ・ディスラプション時に散逸する熱エネルギーの総和 Q を一定とした場合、時定数 τ により第1壁表面に当たる表面熱流束 q は次式で与えられる。

$$q \text{ (W/cm}^2\text{)} = Q \text{ (J/cm}^2\text{)}/\tau \quad (2.1)$$

故に、時定数 τ を1/2にすると表面熱流束 q は2倍になり第1壁の表面温度も同程度の上昇が考えられ、時定数 τ の影響が大きいことが分かる。FERのディスラプション条件に基づき、時定数 τ を変えた場合の第1壁（ステンレス鋼）の表面温度上昇の数値解析で得られた結果〔2-14〕をFig. 2.18に示す。図に示すように時定数 τ を15 msecから5 msecに変えた場合の表面温度は1300℃から1800℃へと上昇し、溶融問題が生じてくる。さらに、熱エネルギーのトラス内側および外側への散逸割合あるいは局所的な集中（Peaking factor）に関して不確定要素が多い。最近の実験装置で得られたデータによると、Peaking factorが20～30倍という大きな値が推定されるなど、第1壁にとっては厳しい問題が提起されている。但し、第1壁の熱・構造設計に関しては熱負荷が定量的に正確に求められれば、表面熱負荷による熱伝導解析は現在のところ可能である。しかし、溶融あるいは蒸発の問題は未だ充分解明されていない。

一方、ディスラプション時のプラズマ電流の瞬時消滅によるプラズマを取り囲む構造体に発生する渦電流は、その発生原因となるプラズマ電流は一定（炉によって設計値として定められている、例えばFER '84では5.4 MA）なので、消滅時のプラズマ電流の時間変化（時定数）によって変る。

渦電流はプラズマの時間変化に起因した外部磁場の変化に対して、構造体の相互インダクタンスと抵抗の関係によって定まるものである。故に、プラズマの時間変化の大小が発生する渦電流に直接影響を与えないところがディスラプション時の熱エネルギーの散逸による第1壁への熱負荷とは異なる。Fig. 2.19にSPTRの真空容器を対象としてディスラプション時に発生する渦電流の時定数による影響を示す〔2-20〕。時定数を15 msecから5 msecに変えても、渦電流の増加は20%程度である。しかし、渦電流を求める場合には、誘導電流という性質上プラズマ電流と周りの金属構造体との相互関係が重要であり、さらに磁場との相互作用による電磁力による構造体の変形を精度良く評価する必要がある。ここでは、それらの解析コードの検証および構造体に発生する渦電流現象そのものを解明することが目的である。

2.4.2 磁場中での強磁性体の電磁現象に関する問題

トカマク型核融合実用炉の第1壁／ブランケット構造物に採用が期待される強磁性体（フェライト系ステンレス鋼）のプラズマとの適合性および磁場中での電磁気的問題を解明するために境界要素法による解析コードを作成し、強磁性体による磁場の乱れの解析を行うとともに、強磁性体のトカマク型核融合炉への適用性を探った。

さらに、磁場の擾乱が原因となって生じる電磁気的現象を考察するために、強磁性体が磁場中で受ける磁化電磁力による変形挙動を解明し、磁化電磁力に対する磁気剛性あるいは強磁性体特有の磁気飽和の影響を調べ、強磁性体をトカマク型核融合炉に適用した場合の構造健全性評価の簡単な手法の提案を目的とした。

参考文献

- [2-1] INTOR Phase 1, Report of IAEA Tokamak Reactor Workshop, IAEA, Vienna (1982)
- [2-2] 「昭和59年度核融合実験炉 (FER)」, JAERI-M 85-176~179 (1985)
- [2-3] K.Sako, et al., JAERI-M 8503 (1979)
- [2-4] C.C. Baker and M.A. Abdou, "STARFIRE-A Commercial Tokamak Fusion Power Reactor Plant Study," ANL/FPP-80-1 (1980)
- [2-5] T.Tone, et al., Proc. IAEA 3rd Technical Committee Meeting and Workshop on Fusion Reactor Design Technology, Tokyo, II-8 (1981)
- [2-6] T.Hiraoka, et al., JAERI-M 82-174 (1982)
- [2-7] D.A. Briaris and J.R. Stanbridge, CLM-R 184 (1978)
- [2-8] C.A. Flanagan, et al., ORNL/TM-5575 (1976)
- [2-9] B. Bridge, UWFDM-330 (1979)
- [2-10] 迫 淳, 他, 「核融合実験炉第一次予備設計」, JAERI-M 7300 (1977)
- [2-11] 平岡 徹, 他, 日本原子力学会誌, 23 (4), 237 (1981)
- [2-12] 東稔達三, 関 泰, 湊 章男, 他, 「トカマク型実用動力炉 SPTR-Pの炉本体構造概念の検討」, JAERI-M 83-031 (1983)
- [2-13] H.Iida, et al., JAERI-M 8571 (1979)
- [2-14] 炉設計研究室, 「核融合実験炉 (FER) の概念設計 (昭和58年度成果報告書)」, JAERI-M 84-212 (1984)
- [2-15] Fusion Research and Development Center, "Engineering Aspects of the JAERI Proposal for INTOR (II)," JAERI-M 8518 (1979)
- [2-16] 「解説・原子力設備の技術基準」, 電力新報社 (1983)
- [2-17] ASME, Boiler and Pressure Vessel Code, Sec. III (1983)
- [2-18] ASME, Boiler and Pressure Vessel Code Case N-47 (1979)
- [2-19] 秋山 守, 他, 「核融合炉ブランケット第1壁の設計条件に関する討論会」, 文部省科学研究費補助金エネルギー特別研究 (核融合) 報告書, (1985)
- [2-20] 湊 章男, 「外圧および電磁力を受ける真空容器の健全性評価」, JAERI-M 83-125 (1983)

Table 2.1 Thermal loads at first wall of experimental, prototype and power reactors

	実 験 炉 *	原 型 炉 **	実 用 炉 ***
1. 平均中性子壁負荷 (MW/m ²)	1.0 ~ 1.5	1.5 ~ 2.0	3 ~ 4
全中性子束 (n/m ² sec)	~ 50 × 10 ¹⁸	~ 6 × 10 ¹⁸	~ 1 × 10 ¹⁹
2. 積分壁負荷 (MW·yr/m ²)	3 ~ 6	5 ~ 7	15.0 ~ 20.0
中性子フル-エンス (n/n ²) (Total)	5 ~ 7 × 10 ²⁶		~ 3 × 10 ²⁷
3. 熱 負 荷			
表面熱負荷 (MW)	400 ~ 500	—	—
表面熱流束 (MW/m ²)	0.1 ~ 0.15	~ 0.4	0.8 ~ 1.0
核発熱密度 (MW/m ³)	100 ~ 150 (ss)	~ 20.0	35 ~ 40
4. 粒子 負 荷			
中性粒子 (n/m ² sec)	3.0 ~ 15.0 × 10 ²⁰	~ 2.5 × 10 ²⁰	
中性粒子エネルギー (eV)	~ 200	200 / 3000	
5. 運 転 モード			
燃焼時間 (sec)	100 ~ 200	連続/準定常	運 続
パルス幅 (sec)	200 ~ 250	—	—
サイクル数 (回)	5 ~ 7 × 10 ⁶	—	—
6. プラズマ・ディスラプション			
熱エネルギー (MJ/m ²)	1.3 ~ 1.7		2 ~ 4
消滅時間 (msec)	~ 15	20 ~ 25	50 ~ 100
回 数 (回)	~ 1000	—	—
7. 冷 却			
冷却材	水	水/ヘリウム	水
運転温度 (°C)	< 100	320 / 500	~ 320
圧 力 (MPa)	1.0 ~ 1.5	11.0 / 5.0	~ 15

* 実験炉 : FER, FED, INTOR
 ** 原型炉 : STARFIRE/DEMO, FINTOR-D
 *** 実用炉 : SPTR-P, STARTIRE

Table 2.2 Plasma disruption parameters of FER' 84

Time constant (msec)		
Thermal energy (Phase II)	5	
Thermal + magnetic energy (Phase III)	15/50	
Plasma current (Phase III)	15/50	
Energy source (MJ)		
Thermal energy	122	
Magnetic energy	43	
Distribution		
Phase II (thermal energy)		Divertor/Limiter
40 %		
Phase III (60 % of thermal energy + magnetic energy)		Inboard first wall (30 % of total area) and Peaking factor of 2 Uniformly by radiation
50 %		
50 %		

Table 2.3 Classification of tritium breeding blanket

	増殖材	組成	冷却方式
液 体	Li (金属)	Li	Li強制循環 管内Heガス冷却
	Li (熔融塩) - FLIBE -	LiBeF ₄ LiBeF ₃	FLIBE強制循環 管内Heガス冷却
固 体	Liセラミックス	Li ₂ O LiAlO ₂	H ₂ O/Heガス冷却 "
	Li合金	LiAl	"

Table 2.4 Peak electromagnetic forces on blanket or tubular first wall during plasma disruption

Case	Thickness, δ (m)	Resistivity, ρ ($\mu\Omega \cdot m$)	Peak force per area, F/A (MPa)	$\rho F/A\delta$ ($\Omega \cdot Pa$)
Aluminium blanket	0.26	0.067	40.6	10.5
Lead blanket	0.10	0.31	3.35	10.4
Aluminium first wall	0.07	0.048	0.183	0.125
Stainless steel first wall	0.036	0.76	0.065	1.37

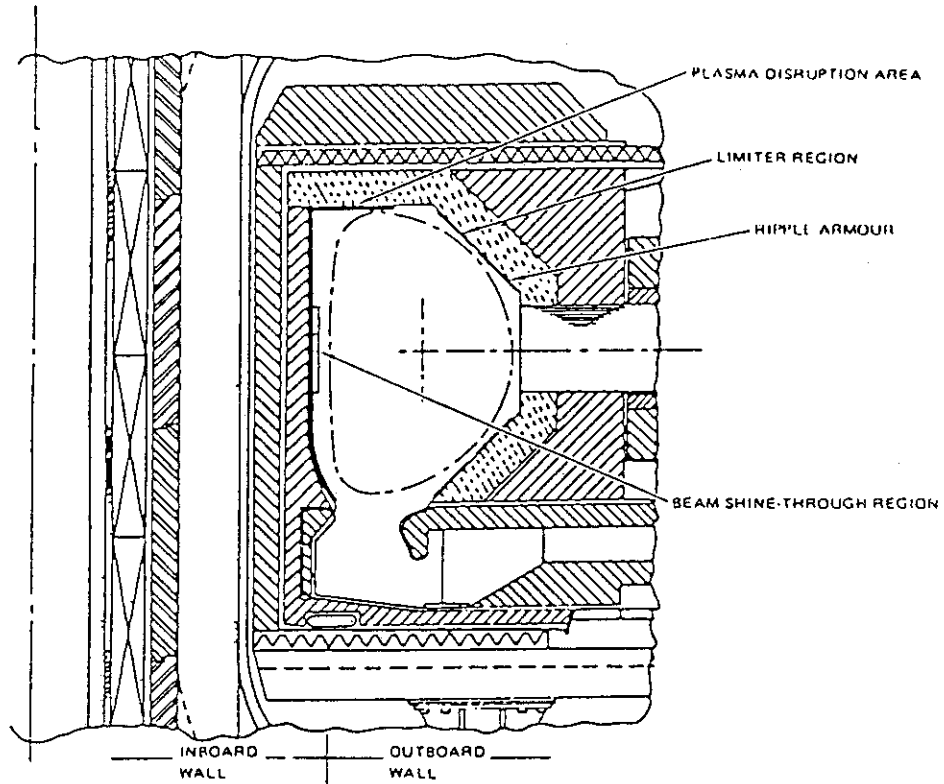


Fig. 2.1 First-wall configuration (INTOR)

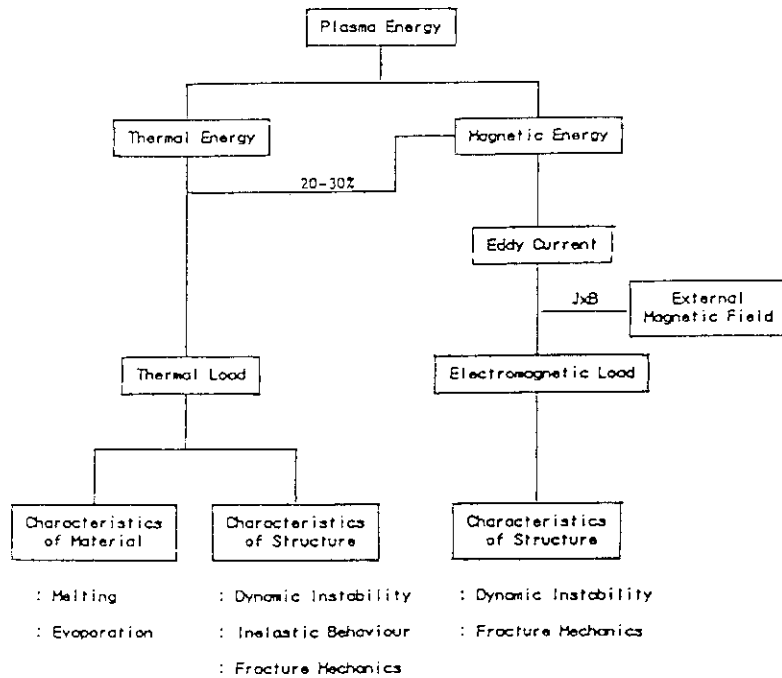


Fig. 2.2 Assessment items of plasma-side components during plasma disruption

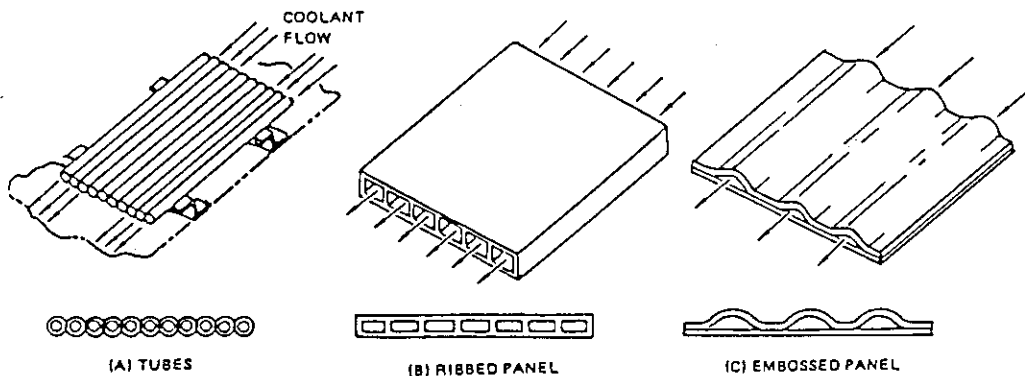
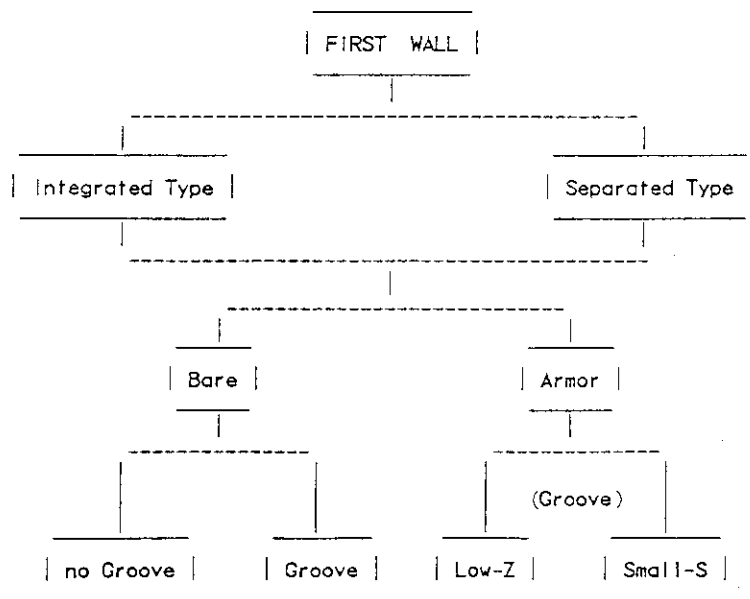


Fig. 2.3 Three basic concepts of first wall design



Z : atomic number. S : sputtering ratio (medium-Z)
 Low -Z : Be,C,SiC,BeO
 Medium-Z : SS,Y
 High -Z : W,Ta

Fig. 2.4 Classification of first wall design

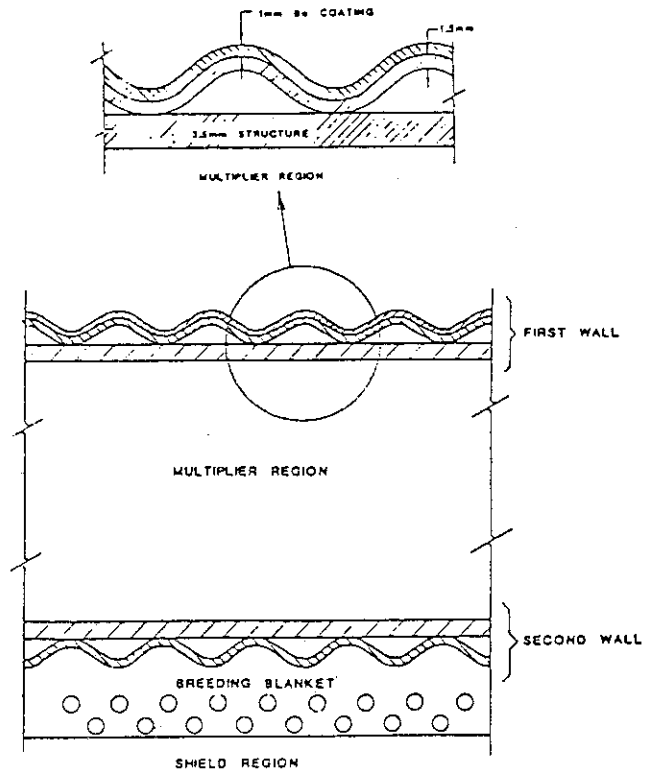


Fig.2.5 First wall/blanket schmatic of STARFIRE

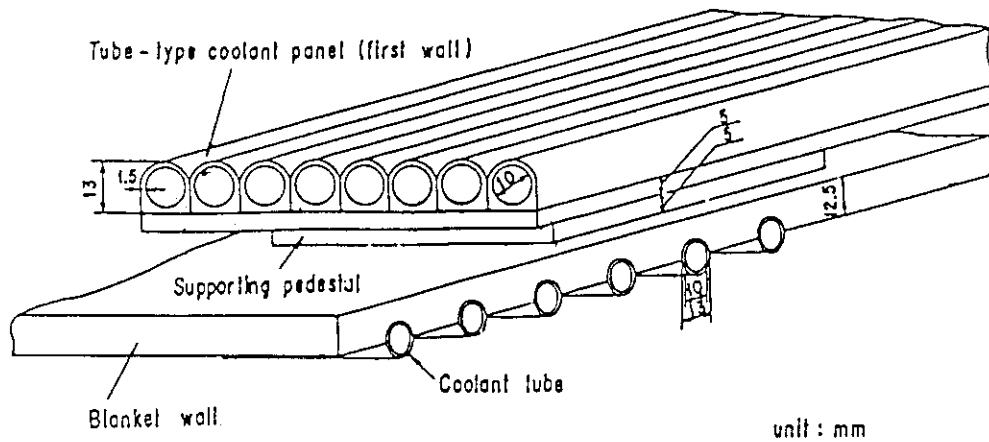


Fig.2.6 Plasma side of first wall/blanket (SPTR-P)

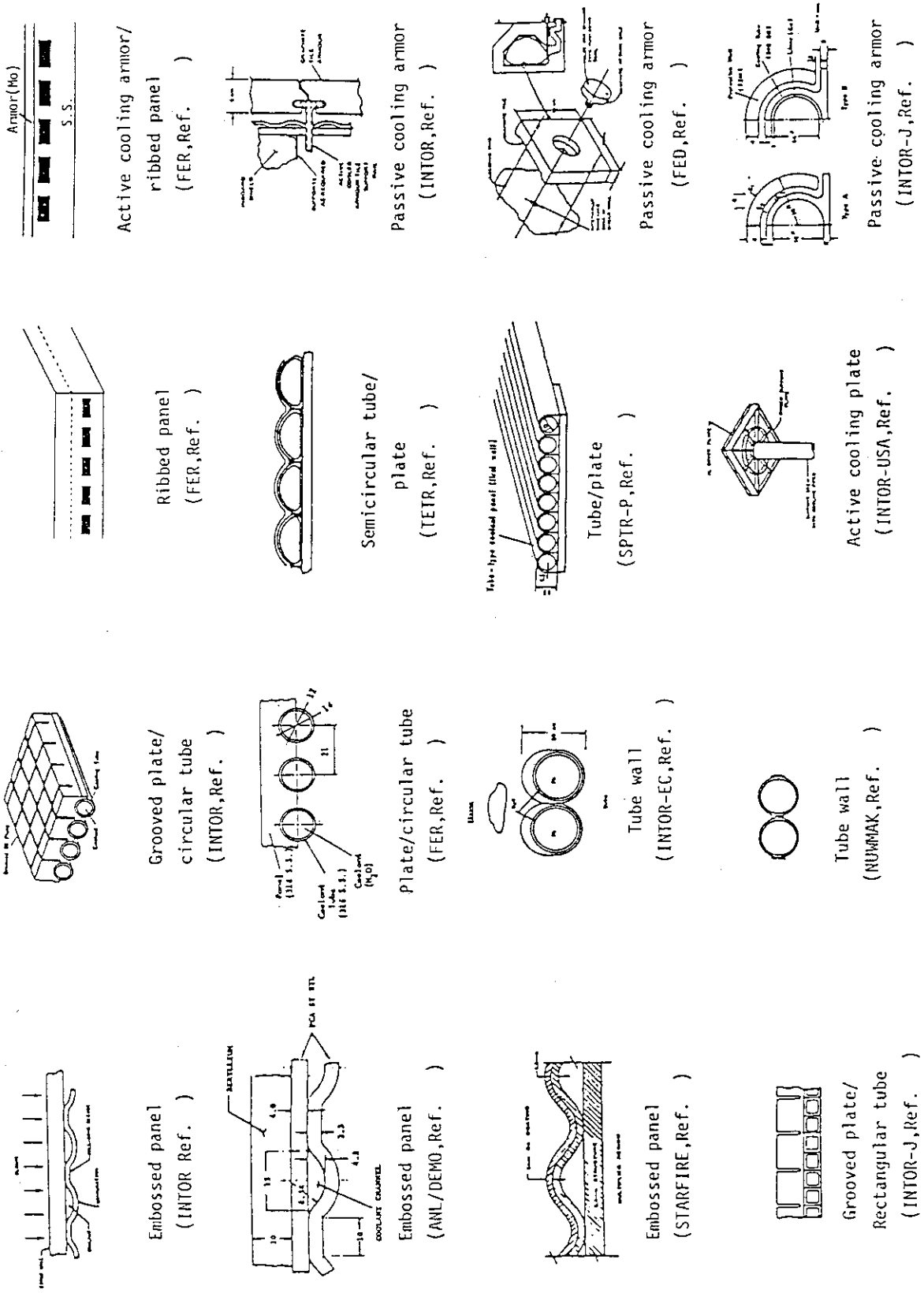


Fig. 2.7 Typical concepts of first wall design

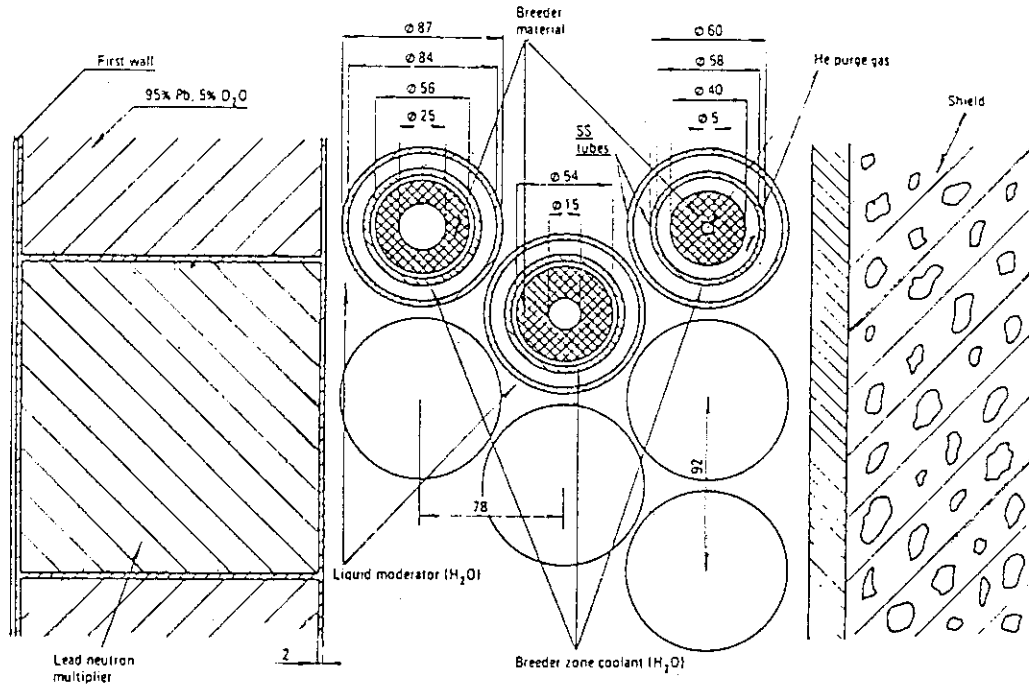


Fig. 2.8 BIT/LM reference tritium-breeding blanket design (INTOR)

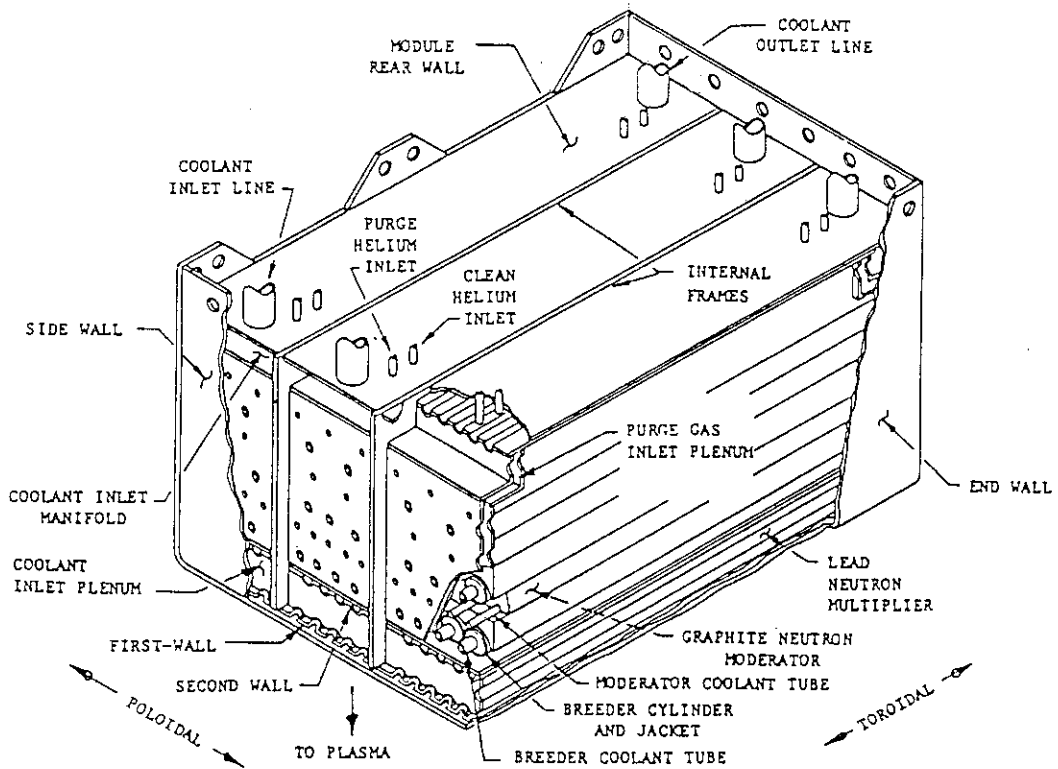


Fig. 2.9 BOT/SM reference tritium-breeding blanket design (INTOR)

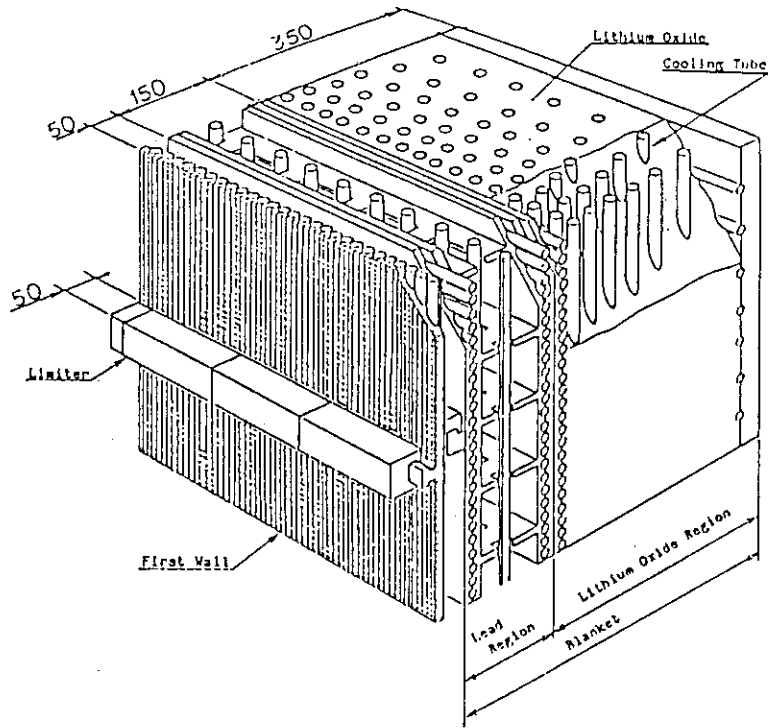


Fig. 2.10 Concept of tritium-breeding blanket (INTOR, Japanese contribution)

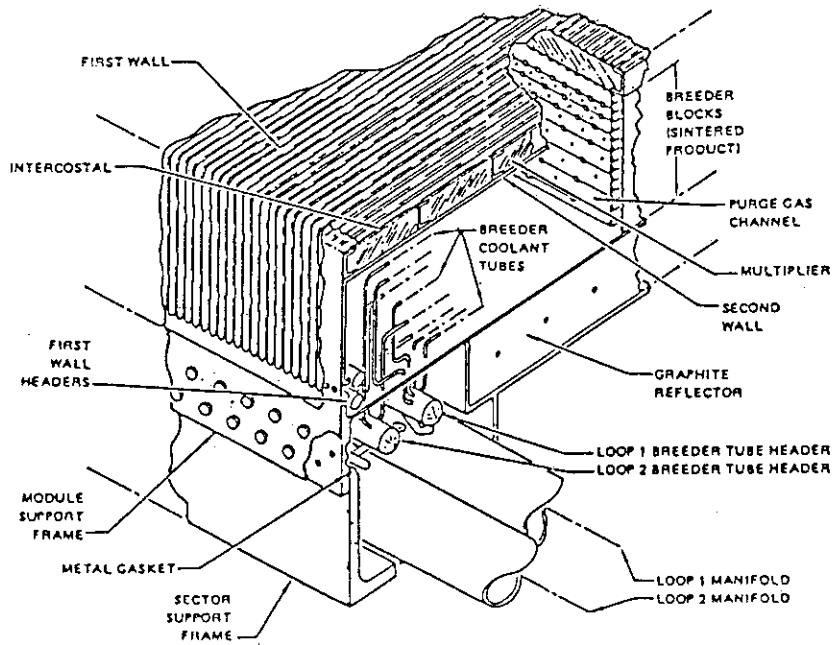


Fig. 2.11 STARFIRE first wall/blanket reference design

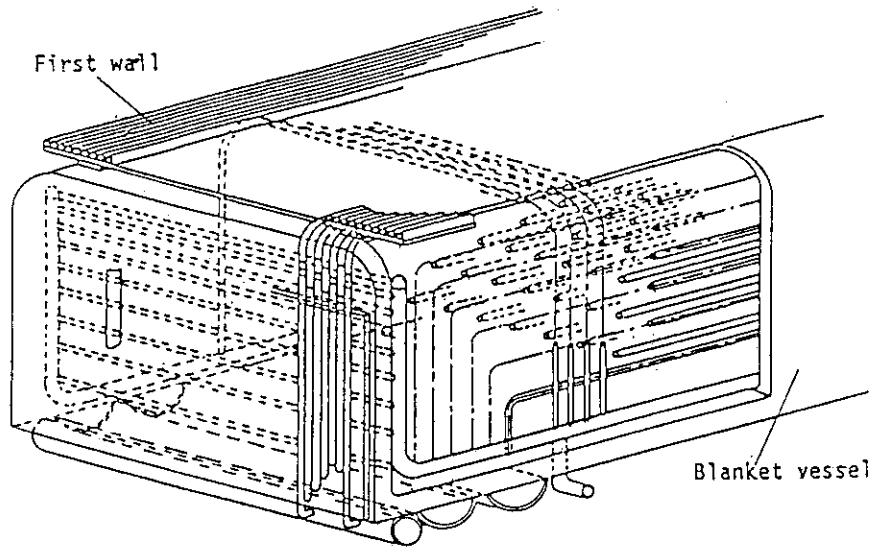


Fig. 2.12 First wall/blanket structure of SPTR-P

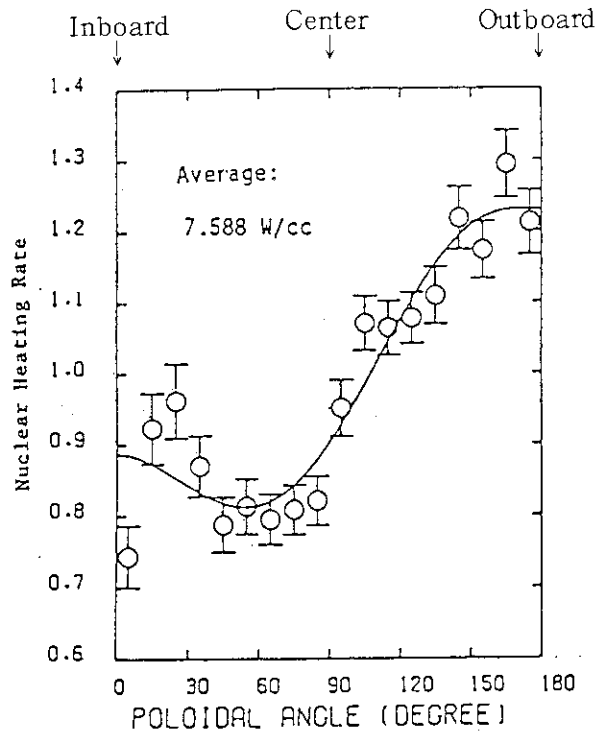


Fig. 2.13 Poloidal distribution of nuclear heating rate in the first wall (INTOR-J)

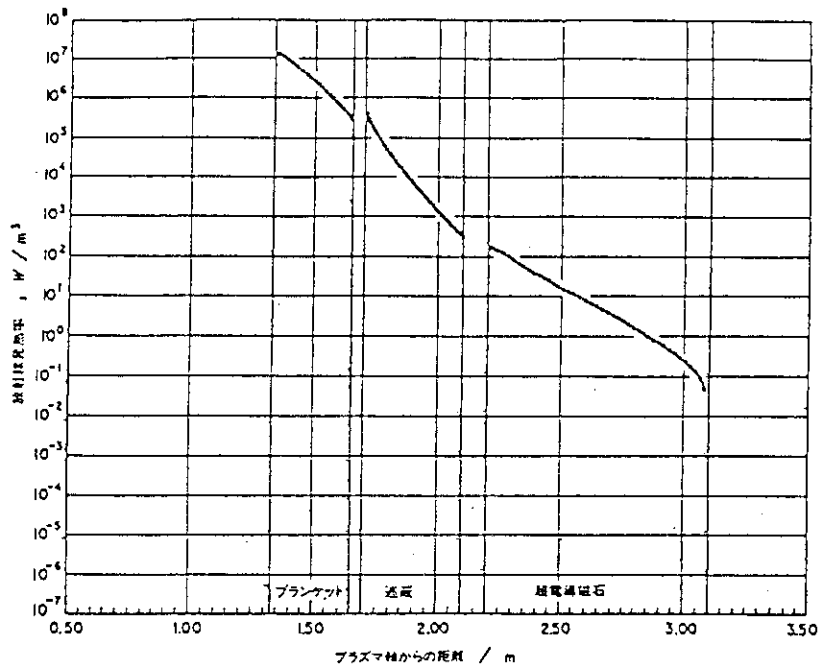


Fig. 2.14 Radial distribution of nuclear heating rate in torus inboard region (INTOR-J)

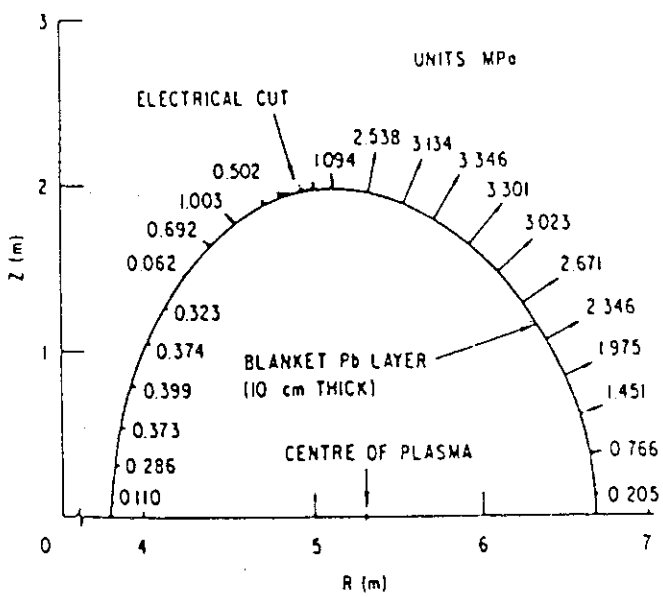


Fig. 2.15 Poloidal distribution of electromagnetic forces at 30ms for a lead blanket with two poloidal segments

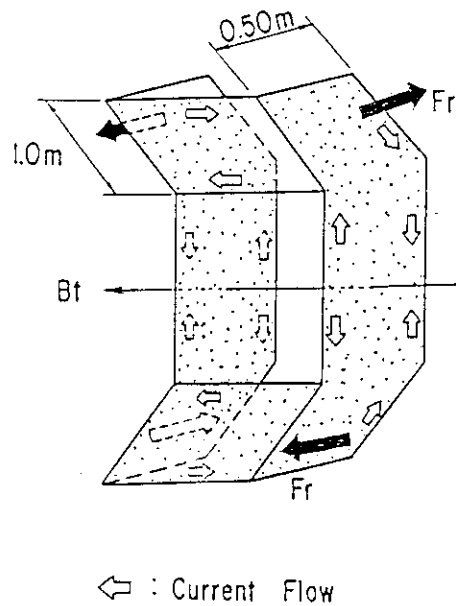


Fig. 2.16 Concept of shell conductor in blanket vessel

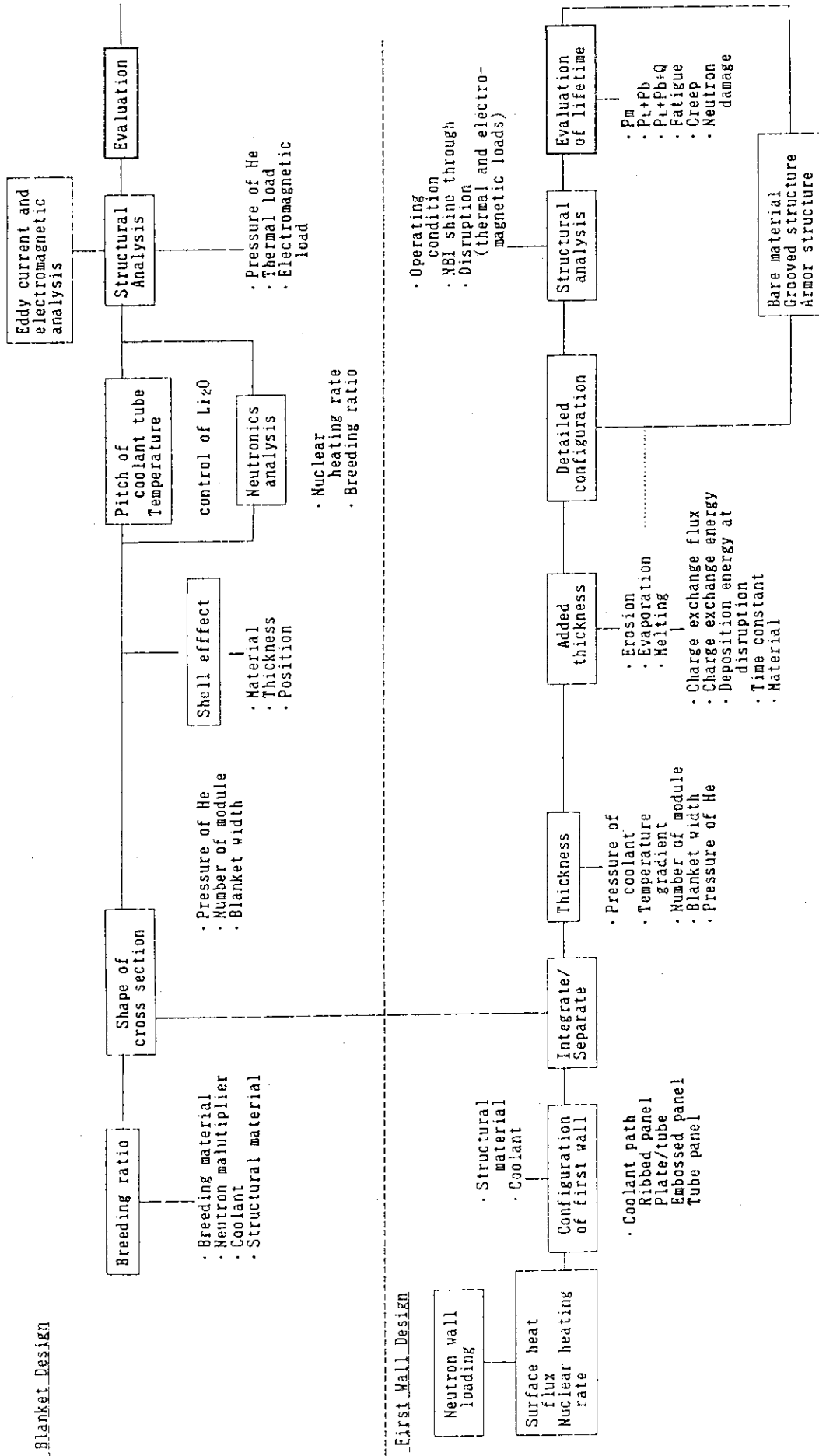


Fig. 2.17 Design process of first wall/blanket structures

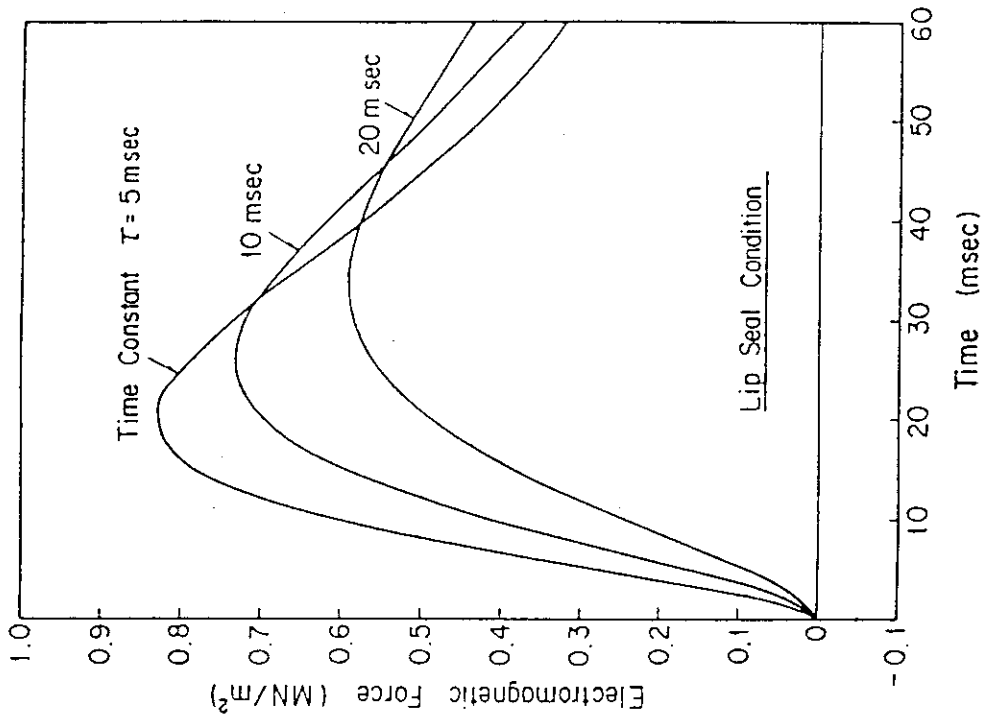


Fig. 2.19 Time variation of electromagnetic force at inboard region of vacuum vessel for SPTR

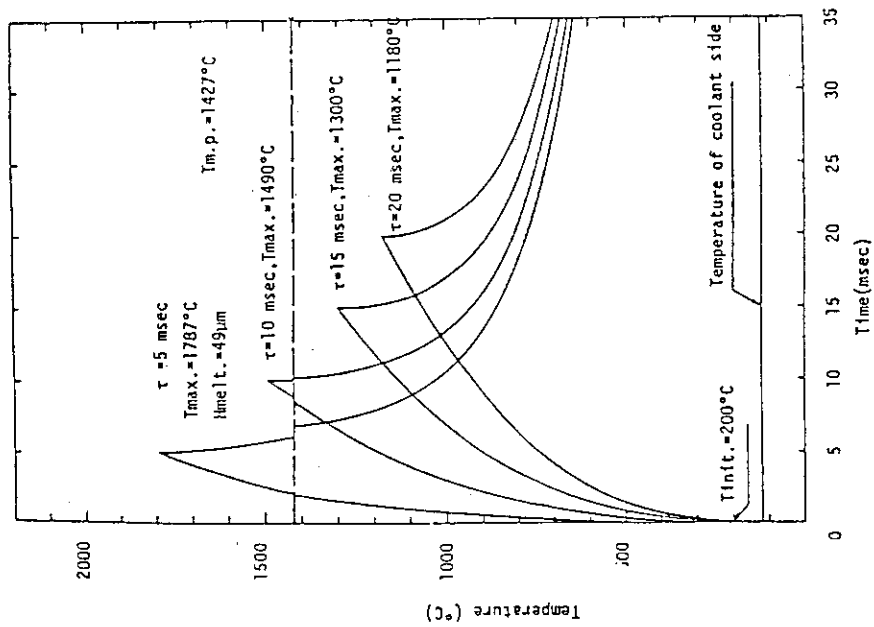


Fig. 2.18 Response of first wall surface temperature during plasma disruption

3. 平板に発生する渦電流と電磁力による動的変化の解析と実験

トカマク型核融合装置では、プラズマが瞬時に消滅する時（以下、プラズマ・ディスラプションと呼ぶ）、プラズマ電流の時間変化によって作られる磁束変化により、周辺に置かれる金属構造体には渦電流が誘起する。その金属構造体は磁場（トロイダルおよびポロイダル磁場）中に置かれているので、 \underline{J} （渦電流） \times \underline{B} （磁場）の相互作用により電磁力（ローレンツ力）が作用する。電磁力による動的変形に伴う応力は、構造体の健全性に大きな影響を与える。そこで、その構造設計を行う場合にはその健全性を確保するためには、電磁力を精度良く評価する必要がある。

ここでは、現在電磁構造設計に使用されている渦電流の解析コードの妥当性を検証するために、非定常電磁力による構造体の動的変形を模擬した実験を行った。試験片にはプラズマに面した第1壁を想定した平板およびブランケット構造物を想定した箱型容器（Box形状）を用いた。実験では渦電流の測定法を開発するとともに、平板に対しては電磁力による動的変形量の測定をした。渦電流解析および構造解析コードの解析結果と実験結果の良好な一致を得、コードの妥当性を確認した。さらに、実験により構造体に誘起する渦電流、電磁力および動的変形等の電磁弾性挙動を明らかにした。

3.1 はじめに

トカマク型核融合炉において、ディスラプション時にプラズマ周辺構造体に発生する渦電流は、それらの電磁構造設計上あるいはプラズマ制御に関連して注意を要する問題である。その渦電流の発生源はトカマク炉の数MAのプラズマ電流とその変化に起因している。

ディスラプションにより発生する電磁力は、第1壁／ブランケット構造体に直接作用する。さらに、プラズマの垂直位置不安定性を制御するためにブランケット容器内に金属導体（シェル導体）を設置し、その導体に発生する電磁力が第1壁／ブランケット容器壁に間接的に作用する場合もある。ディスラプション時に発生する電磁力の大きさ、方向および時間変化等は、第1壁／ブランケット容器およびシェル導体の材質（電気抵抗率）板厚、形状および絶縁状態（電気回路）等により異なり、それらの機器の構造設計に大きく依存する。

プラズマの消滅時間（ディスラプション時定数）は非常に短く、現在設計が進められている核融合炉実験炉（FER）〔3-1〕では、第Ⅲ期のディスラプション（メジャーディスラプションと呼び、プラズマ電流が消滅する）の時定数を15 msecと仮定している。そのように短時間にプラズマ電流が消滅する場合、第1壁／ブランケット構造体に誘起される渦電流の時間変化も同程度になる。但し、その時間変化は、プラズマの熱エネルギーが矩形波状に消滅すると仮定しているのに対して、指数関数状に消滅すると仮定しているため、熱的な問題程非定常効果は少ないと思われる。但し、磁場との相互関係によって発生する電磁力下では、構造体の変形挙動はその構造体の境界条件等によって非定常問題として取扱う必要がある。さらに、この電

磁力による動的変形問題には、変形に伴う減衰効果（機械的減衰あるいは磁気減衰効果〔3-2, 3〕）の取扱いもまた重要である。渦電流を求めるための数値解析の分野では、有限要素法に基づいた解析コード〔3-4, 5〕および境界要素法に基づいた解析コード〔3-6, 7〕の開発が最近行われた。しかし、核融合炉のプラズマ周辺構造物を含む金属構造体は非常に複雑な形状でありかつ複雑な境界条件を有しているため渦電流を求める場合には計算上の困難さが伴う。また、渦電流の測定法は確立されておらず、数値解析の実験による検証〔3-8, 9〕は少ない。さらに、電磁力による動的変形実験〔3-10, 11〕も少ない。しかし、電磁力は第1壁、ブランケット、ダイバータ/リミタのようなプラズマ周辺構造物あるいはスイミングプール型トカマク核融合炉の真空容器〔3-13, 14, 15〕構造設計には非常に重要な評価項目である。

この章では、平板および穴を有する平板のような単純な試験片を用い、ディスラプションを模擬した実験体系により平板に発生する渦電流の測定および電磁力による変形（歪ゲージによる歪の測定）の測定をした。さらに、数値解析結果との比較を行い、両者が良く一致することを確かめた。その結果、現在設計の使用されている渦電流解析コード〔3-5, 13〕と構造解析コード〔3-15〕の薄肉構造体に対する妥当性が得られた。

3.2 解析法

3.2.1 渦電流解析法

渦電流を解析する場合、金属構造体の板厚がその材料の表皮効果の浸透厚さより小さければ、渦電流の板厚方向への流れあるいは分布等を考慮する必要はなく、薄板近似モデルが適用できる。さらに、渦電流を面電流密度で表わし金属構造体の板厚を、面抵抗率のみで表わすことにより、3次元の問題を板厚を無視した2次元問題としてモデル化できる。この様な導体表面上の渦電流分布を固有値展開法によって解き、有限個の固有モードの結合によって表わす方法が亀有等によって開発された〔3-5, 13〕。詳細は文献を参照して戴くことにし、ここでは、計算式の導出過程の概略を示す。

薄板近似モデルを用いて金属構造体の板厚を零と考え、金属構造体が存在する局面をSとすると、局面S上の渦電流密度 \underline{J} は局面S上の電流ポテンシャルにより次式で表わされる。

$$\underline{J} = \nabla V \times \underline{n} \quad (3.1)$$

ここで、 \underline{n} は曲面S上の法線ベクトルである。

曲面S上の電流が持つ全磁気エネルギー U_m は次式で現わされる。

$$U_m = \frac{\mu_0}{8\pi} \int_S \int_{S'} \frac{\underline{J}(\underline{x}) \cdot \underline{J}(\underline{x}')}{|\underline{x} - \underline{x}'|} dS dS' \quad (3.2)$$

曲面S上を流れる電流と外部磁場との相互磁気エネルギー U_e は次式で表わされる。

$$U_e = \int_S \underline{A} \cdot \underline{J} dS \quad (3.3)$$

但し、 \underline{A} は外部磁場のベクトルポテンシャルである。さらに、曲面S上の電流による単位時間当りの全ジュール損失 W_j は次式で表わされる。

$$W_j = \int_S \rho |J|^2 dS \quad (3.4)$$

但し、 ρ は導体の電気抵抗率である。

ここで、Lagrangian L は次のように表わせる。

$$L = U_m + U_e \quad (3.5)$$

そして、散逸関数は次の式で与えられる。

$$R = W_j \quad (3.6)$$

Lagrangian 方程式は次式で表わされる。

$$\frac{d}{dt} \frac{L}{V} + \frac{R}{V} = 0 \quad (3.7)$$

以上の回路定数を用いると次の回路方程式が得られる。

$$M \frac{dV}{dt} + RV = - \frac{dE_o}{dt} \quad (3.8)$$

ただし、 E_o は外部磁場を示す。

3.2.2 動的変形解析法

構造解析コード〔3-15〕で使用されている多自由度の弾性構造系の動的挙動は、次に示すマトリックス表示された常微分方程式によって与えられる。

$$[M] \{\ddot{U}\} + [C] \{\dot{U}\} + [K] \{U\} = \{P\} \quad (3.9)$$

ここで $[M]$ は質量マトリックス

$[C]$ は減衰係数マトリックス

$[K]$ は剛性マトリックス

$\{P\}$ は荷重マトリックス

であり、 $\{U\}$ 、 $\{\dot{U}\}$ および $\{\ddot{U}\}$ は各々変位、速度および加速度マトリックスに対応する。

この解析では、渦電流と磁場との相互作用による電磁力は接点荷重として求め、式(3.9)の $\{P\}$ を作成した。その荷重に対してモード剛性法により動的変形を求めた。

3.3 実験

3.3.1 実験方法

Fig. 3.1 に実験装置の概念を示す。試験片上に置かれたソレノイドコイルにコンデンサバンクより瞬間的に電流を流し磁束の変化を得る。試験片に発生した渦電流を2個1組で構成されるピックアップコイルにより測定する。ピックアップコイルで測定された信号は、R-C積分

回路を介してシールド室内に設置されている記憶装置に一旦記憶されたあと、シンクロスコープで時間的变化を読み取る。

直径50 mm のソレノイドコイルに、直径 3 mm ϕ の銅線が29ターン巻かれ、そのインダクタンスは約 8 μH である。コンデンサバンクの最大蓄積エネルギーは18 Kj である。この実験では、コンデンサバンクから瞬時に放出される電気エネルギーの時間変化をディスラプション条件（時定数：数 msec）に対応させるため、ソレノイドコイルとの間に大きなインダクタンス（約 130 μH ）を有するコイルを挿入した。 $\underline{J} \times \underline{B}$ に基づく電磁力は、平板試験片を一様磁場中（ \underline{B} ）に置くことにより得た。この実験で使用したソレノイドコイルが作る磁場分布を Fig. 3.2 に示す。

電磁力による動的変形実験の場合、渦電流と一様磁場の相互作用による電磁力（左右非対称荷重）の他にソレノイドコイルの作る磁場との相互作用による反発力も平板に作用した。後者の電磁力も後で述べる動的解析に考慮されている。動的変形は歪の測定により評価した。その場合、無誘導歪ゲージの使用によりノイズの軽減を計った。

3.3.2 試験片

試験片には、材料はステンレス鋼と銅を採用した。ステンレス鋼は第1壁の候補材である。銅はダイバータのヒートシンク材として採用されており、ここでは箱型容器での実験による孔の効果あるいは渦電流の空間分布を調べる為に用いた。試験片の形状には平板および箱型容器を採用し、平板試験片にはステンレス鋼を、箱型容器には銅を用いた。核融合炉の中性粒子入射孔のような孔を貫く磁場変化による孔廻りの渦電流分布と解析コードとの検証も考慮して孔を有する平板試験片も用意した。平板は幅50 mm、長さ100 mm、板厚0.68 mm である。箱型容器については、板厚は1 mm、幅および長さを100 mmとし高さを50と100 mmの2種類である。動的変形実験に使用した平板試験片は片持梁とした。

ステンレス鋼および銅の電気抵抗率は各々 $80 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ および $1.67 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ である。

3.3.3 渦電流の測定

ピックアップコイルは導体を流れる渦電流の磁束変化を検出し、そのコイルからの電圧を R-C 積分回路を介して読み取る。ステンレス鋼製の平板では、板厚が薄いと電気抵抗率が大きいので発生する渦電流は小さい。故にピックアップコイルからの出力を大きくするために、利得を考慮して積分回路の R-C 定数を小さくする必要がある。ピックアップコイルからの出力電圧は次式で与えられる。

$$V_{\text{out}} = \pi n a^2 \frac{\omega}{\sqrt{(RC\omega)^2 + 1}} B_0 \sin(\omega t - \theta) \quad (3.10)$$

ここで、n はピックアップコイルの巻数、a は半径、R は抵抗、C はコンデンサ容量、 ω は渦電流の振動数および θ は位相差であり ω に依存する。そして次式で与えられる。

$$\theta = -\tan^{-1}(RC\omega) \quad (3.11)$$

この実験に用いたピックアップコイル (Fig. 3.3 参照) は 2 個の逆向きに巻かれたコイルを並列に接続し、ソレノイドコイルからの磁束変化を消去し、渦電流による磁束変化のみ測定する。その回路を Fig. 3.4 に示す。又、諸元は次のとおりである。 $n = 20$ ターン, $a = 1.0$ mm, $R = 10$ K Ω , $C = 0.01$ μ F。この諸元に基づいたピックアップコイルの利得および位相差の ω をパラメータにした特性を Fig. 3.5 に示す。

3.4 実験と数値解析結果

渦電流の測定は、ステンレス鋼製の平板 (穴ありと穴なし) と銅製の箱型容器に対して行い、電磁力による動的変形の測定はステンレス鋼製平板 (片持梁) に対して行った。その実験結果と数値解析結果を以下に示す。

3.4.1 平板の渦電流

渦電流の数値解析には計算コード "EDDYARBT" [3-5, 13] を用いた。穴なしの平板モデルに対して、節点数および要素数 (三角形) は各々 153 および 256 である。又、穴付平板モデルに対しては、各々 159 および 262 である。ソレノイドコイルより発生する外部磁場の変化を与えるため、コンデンサーバンクからの衝撃電流はシャント抵抗 (1 m Ω) で測定し、数値解析におけるソレノイドコイルの入力電流の時間変化とした。ソレノイドコイルの入力電流の時間変化は Photo. 3.1 に示されている。ソレノイドコイルから発生する磁場変化 (Fig. 3.2 参照) は、式 (3.11), (3.12) および (3.13) を用いてコイルの各ターンが発生する磁場を各々求め数値解析の入力とした。

$$B_r = \frac{\mu I(t)}{2\pi} \frac{z}{\rho \sqrt{(a+r)^2 + z^2}} \left[-K(k) \frac{a^2 + r^2 + z^2}{(a-r)^2 + z^2} E(k) \right] \quad (3.12)$$

$$B_z = \frac{\mu I(t)}{2\pi} \frac{z}{\rho \sqrt{(a+r)^2 + z^2}} \left[K(k) + \frac{a^2 - r^2 - z^2}{(a-r)^2 + z^2} E(k) \right] \quad (3.13)$$

$$B_\theta = 0 \quad (3.14)$$

$$k^2 = \frac{4ar}{(a+r)^2 + z^2} \quad (3.15)$$

ここで、 a はソレノイドコイルの半径、 z はソレノイドコイル平面からの高さ、 r はソレノイドコイルの中心からの距離、 μ は真空透磁率、 $I(t)$ はソレノイドコイルを流れる電流である。さらに、 $K(k)$ および $E(k)$ は各々第一種および第二種の完全楕円積分である。尚、このソレノイドコイルから発生する磁場は 3.5 節の動的変形を解析するためにも用いられている。

Fig. 3.6に平板試験片の形状寸法を示す。Fig. 3.7に穴なし平板のサイドエッチ（S点）における渦電流の時間変化を示す。この時ソレノイドコイルに流れた電流の最大は6 kA（Photo. 3.1参照）である。実験結果を黒丸で示し、数値解析結果は実線で示され、両者は非常に良く一致している。図に於いて入力電流が減少し始めると渦電流の向きが変わる。入力電流による磁束の変化は $t = 0.25$ msecで零（ $dI/dt = 0$ ）になりその後その変化（ dI/dt ）は負となっている。つまり、時刻 t が零に近い時（ソレノイドコイルに電流が流れ始める瞬間）、 dI/dt は正の値で非常に大きく、その後減少し $t = 0.25$ msecで零となりさらに負の値に変化する。その時間変化に対応した渦電流変化が得られている。渦電流の最大値は 17.0 kamp./m（入力電流の最大が6 kAの場合）であった。Fig. 3.8には $t = 0.03$ msecにおける穴なしおよび穴有り試験片の渦電流の流れ図（Flow-Pattern）を示す。図において、平板上のO点はソレノイドコイルの中心と一致している。但し、ソレノイドコイルの中心が平板の中心（O点より長さOCだけ上側）と一致していないので、渦電流の中心はO点よりやや上側にある。Fig. 3.9に $t = 0.03$ msecにおける平板に発生した渦電流の分布（O～CおよびO～S線上）を示す。O点、C点、S点はFig. 3.8に示されている位置である。渦電流の時間変化と同様に分布も実験結果と数値解析は良く一致している。

Fig. 3.10に穴あき平板のサイドエッチにおける渦電流の時間変化を示す。入力電流等の実験条件は前述の穴なし平板と同様である。渦電流密度の最大値は約 20 kamp./mであり穴なし平板の場合よりも大きい。この理由は、穴により渦電流の流れる領域が減少したことおよび穴を貫く磁束による渦電流が加わったことによるものである。実験と数値解析結果との差はFig. 3.7の穴なし平板よりも大きい。この理由は穴周辺の要素の分割方法あるいは穴を貫く磁束の数値解析上の評価に依存するものと思われる。Fig. 3.11には $t = 0.03$ msecにおける渦電流の分布を示す。実験と数値解析結果には分布の傾向は一致しているが、絶対値には大きな差が見られ、この理由はFig. 3.9の場合と同様である。

3.4.2 箱型容器の渦電流

Fig. 3.12に示すブランケット容器のような箱型容器に発生する渦電流を測定した。ここでは、Fig. 3.13に示すように二種類の箱型容器を作成し（両者とも上下の蓋板は付いていない）、ソレノイドコイルが作る外部磁場の通過する方向を変えた実験を行った。図において、左側はソレノイドコイルと側板を直角に置き外部磁場が側板を通過する場合（ケースA）、右側は両者を平行に置き上下の蓋板のない空間を通過する場合（ケースB）である。ソレノイドコイルの作る外部磁場はFig. 3.2に示した平板の場合と同様である。

Fig. 3.14にケースAの実験結果と解析結果の一部を示す〔3-17〕。解析に使用した節点数および要素数は各々60、160である。尚、解析モデルは後で示すFig. 3.19と同様である。この実験はディスラプション時に第1壁を含むブランケット容器のプラズマ側（第1壁に相当）と反対側（後壁に相当）に発生する渦電流を模擬したものである。故に、図に示されているように、プラズマ側に位置する点Aに発生する渦電流は反対側の点Bより大きい。この場合のソレノイドコイルの入力電流の最大は4 kAである。実験結果と解析結果は良好な一致を示している。さらに、試験片に電気抵抗の小さい銅を用いているので、式（3.8）から分かるようにFig. 3.

14に示した実験結果から箱型容器に発生した渦電流の位相は外部磁場の位相とほぼ等しいことが確認される。

次にケースBについて述べる。この実験は箱型容器の蓋板のない領域からFig. 3.2に示すような空間分布を有する外部磁場が通過する。軸方向の磁場成分 B_z は側壁と平行に通過し、箱型容器の周回するような誘導電流が発生する。半径方向の磁場成分 B_r は側壁を直角に通過し、各側壁に渦電流が発生する。故に、側壁に発生する渦電流成分はFig. 3.15〔3-18〕に示されているように二種類のベクトルの合成されたものとなる。Fig. 3.16には箱型容器とソレノイドコイルの位置関係および渦電流分布を求めるための測定点（点1～26）を示す。Fig. 3.17に実験結果と解析結果を、Photo. 3.2にA点（Fig. 3.16において点13に対応）とB点（Fig. 3.16において点25に対応）における渦電流成分（ J_x, J_y ）のオシロスコープで得た時間変化を示す。

Photo. 3.2においてHは横軸で時刻を、Vは縦軸で渦電流密度を表わしている。実験結果をFig. 3.17に示していないが、Photo. 3.2に示した結果から実験と解析で得られた渦電流の時間変化は、ケースAで述べたように外部磁場と同位相で変化していることが分かる。Figs. 3.18と3.19に時刻 $t = 0.2$ msecにおける実験と解析で得られた側壁での渦電流の流れ図（Flow Pattern）を示す。ただし、Fig. 3.19に示した解析で得られた流れ図において、ソレノイドコイルに流れる入力電流を実験とは逆向きと仮定したため、渦電流ベクトルの方向が逆になっている。ほぼ $t = 0.2$ msecで両者の渦電流は最大値を示しているが、実験結果は解析結果の約90%である。この理由の一つとして考えられるのは、ピックアップコイルの置かれている位置での外部磁場が2つのコイルに同じ値が入力しなかったため、外部磁場成分が渦電流成分に影響を与えたものと思われる。この影響は次に示すFig. 3.20にも表われ、特に渦電流の測定点がソレノイドコイルから遠ざかり、さらに発生する渦電流が小さくなる場合にその影響が著しい。また、銅は電気抵抗が小さいため表皮効果の影響も考えられ、Fig. 3.4に示されているようにピックアップコイルは板厚内を平均に流れる渦電流は正確に測定できるが、上述の表皮効果を正確に測定できないためと思われる。

Fig. 3.20に時刻 $t = 0.2$ msecにおける側壁に発生した渦電流分布を示す。左側の図は軸方向Zを固定した時の J_x の分布、右側の図は軸方向に沿った J_x の分布である。図にはFig. 3.19に示した解析結果を合わせて示した。実験と解析結果を比較すると分布の傾向は一致しているが、最大値で誤差が認められる。ただし、これら2種類の箱型容器に対する実験によって、前にも述べたようにFig. 3.15で予想した箱型容器に発生する渦電流の時間的変化および分布を実験で得、さらに解析でも確認した。このような箱型構造物に発生する渦電流の解析はK. Miyaらによって境界要素法で行われている〔3-7〕。

3.5 動的変形

ステンレス鋼製の穴なし平板（板厚0.68mm）を一様磁場中（0.5 T）に置き、3.4で述べた渦電流と磁場との相互作用（ $\underline{J} \times \underline{B}$ ）による電磁力下での動的変形実験を行った。この実験では2種類の電磁力が平板に作用する。1つは平板に誘起される渦電流とソレノイドコイルの作る磁場との相互作用による電磁力である。ここで、ソレノイドコイルが作る磁場分布（2次

元平面)はFig. 3.2に示されているように、29ターンのコイルによっても、ソレノイドコイルの上面(平板が置かれている領域:図では点線で示されている)で磁束はx, y方向の成分を有し、紙面に垂直方向に流れる渦電流(正あるいは負)とx方向(水平方向)の磁束成分による電磁力が発生し、平板に第1次の対称モードを誘起させる。ソレノイドコイルが作る磁場の大きさは一様磁場0.5 Tに対して約1/5であった。もう1つはこの実験の目的である一様磁場と渦電流による平板に捩れモードを誘起する電磁力である。この電磁力は、Fig. 3.2において一様磁場の向きが右あるいは左から一方向の場合に対応する。つまり、Fig. 3.8に示されている渦電流の流れ図において、渦電流は中心線(ここでは0-Cライン)に対して左右の点での方向は逆向きに流れている。ただし、左右同じ点の渦電流の符号は異なるがその絶対値は同じであるから、作用する電磁力の符号は異なるがその絶対値は同じで平板に捩れモードを誘起する。Fig. 3.21に有限要素法で解析した固有振動モードを示す。図の上には1次の対称モードが、下には2次の捩れモードが示されている。Fig. 3.22に実験によって得られた歪の時間的変化と数値解析結果を示す。解析に於て機械的減衰係数を3%と仮定している。図に示されているように、平板の振動モードには、2種類の電磁力に対応し第1次のモードに第2次のモードが重畳した形で現われ、実験と解析結果には良い一致が見られる。この実験では、歪の最大は150 μ である。解析による第1次および2次のモードの周期は各々18.0および4.2 msecである。図に示されている実験結果ではその周期が約4 msecであった。この実験で第2次のモードが支配的である理由として、捩れモードに対応した電磁力が対称モードの電磁力よりも大きいことによる。ただし、Fig. 3.23の写真に示されているように、60msec後には第1次のモードが支配的(振幅は小さい)になり、その周期は約20msecと読み取れ解析結果の18.0 msecに非常に近い。Fig. 3.23に示されている解析結果には、第1次のモードが明確に表われていない。つまり、解析に使用した減衰係数の3%という値は第1次のモードに対しては大き過ぎるということである。異なった振動モードに対して1つの減衰係数では対応できないことを意味する。

ここで、この実験に於いて2種類の電磁力が平板に作用した事の確認の為、捩れモードのみを考慮した電磁力による平板の振動解析結果をFig. 3.24に示す。ある減衰係数を仮定しても、その振動モードは単一であり実際の実験によって得られた振動モード(1次モードと2次モードの重畳)とは異なっている事が分かる。

3.6 まとめ

トカマク型核融合炉のプラズマ・ディスラプションを模擬した実験を行い、平板(第1壁を想定)に発生する渦電流の測定およびその渦電流と磁場との相互作用による電磁力での動的変形など非定常な電磁現象の実験とそれらの数値解析を行い、以下の結果および考察が得られた。

- (1) 平板に発生する非定常渦電流の実験と解析の正確な評価を行うため、過大なかつ非定常な渦電流現象を精度良く測定できる小型で高精度な測定方法の開発を行い、解析コードの妥当性の検証に有効な実験結果を得た。
- (2) 解析による渦電流は穴なし平板に対しては良い一致が得られたが、穴を有する平板に対しては、穴を貫く磁束および要素の分割方法などその効果を正確に数値解析で評価する必

要がある。

- (3) 動的変形に対しては、実験と解析は非常に良い一致を得た。特に核融合炉の第1壁で問題となる電磁力の荷重条件による振れモードおよび非定常電磁力による平板の振動現象を実験より確認した。

しかし、この実験で得られた非定常電磁力による平板の振動現象は、系の減衰が顕著であり、その減衰係数に関してはより良い精度の評価が必要である。

- (4) さらに、平板の振動に伴う磁気減衰効果（渦電流と変形の連成：Coupling Phenomena）の影響を評価するためには、電気抵抗の小さい材料を採用し大きな渦電流を得ることおよび強力な一様磁場が必要である。
- (5) この実験で使用した電磁力（ $\underline{J} \times \underline{B}$ ）は、高次のモード（特に振れモード）が誘起する構造物の物理現象を解明するために有効である。
- (6) 核融合炉の複雑な機器を対象とした解析コードの開発および実験により、詳細な情報を設計へ提供することが今後の課題である。

参考文献

- [3 - 1] 炉設計研究室, 「核融合実験炉 (FER) の概念設計 (昭和58年度報告書)」, JAERI-M 84-212 (1984)
- [3 - 2] J. Bialek, D. Weissenburger and M. Cecchi, "Modeling the Coupling of Magnetodynamics and Elastomechanics in Structural Analysis," Sympo. on Fusion Eng., IEEE. pp. 51 (1983)
- [3 - 3] D. W. Weissenburger, J. M. Bialek, G. J. Cargulia and M. Ulrickson, "Experimental Observation of the Coupling between Induced Currents and Mechanical Motion in Torsionally Supported Square Loops and Plates Part-1: Experimental Analysis," PPPL-2158 (1984)
- [3 - 4] K. Miya, et al., "Finite Element Analysis of An Eddy Current Induced in Thin Structures of a Magnetic Fusion Reactor," Int. Jour. of Num. Meth. for Eng., Vol. 17, pp. 1613-1629 (1981)
- [3 - 5] A. Kameari, "Transient Eddy Current Analysis on Thin Conductors with Arbitrary Connections and Shapes," Jour. of Computational Phys., Vol. 42, No. 1, pp. 124-140 (1981)
- [3 - 6] S. Mukherjee, et al., "Eddy Current Flows Around Cracks in Thin Plates for Nondestructive Testing," Jour. of Applied Mech., Vol. 49, pp. 389-395 (1982)
- [3 - 7] K. Miya et al., "Three Dimensional Analysis of Eddy Current in Tokamak Fusion Structural Components with Boundary Element Method," Proc. of 11th Symp. of Fusion Eng., pp. - (1985)
- [3 - 8] L. R. Turner and J. W. Cuthbertson, "Coupling Between Angular Deflection and Eddy Currents in the FELIX Plate Experiment," ANL/FPP/TM-170, 1983
- [3 - 9] T. Nakamura and T. Ozeki, "Eddy Current Analysis of Experiment in JT-60," Proc. of 12th Symp. on Fusion Tech., 1982
- [3 - 10] K. Miya, et al., "Finite Element Analysis of Experiment on Dynamic Behavior of Cylinder due to Electromagnetic Force," Nuc. Eng. and Design, 59, pp. 401-410 (1980)
- [3 - 11] L. R. Turner, et al., "FELIX Construction Status and Experimental Program," Nucl. Tech./Fusion, Vol. 4, No. 2, pp. 745-756 (1983)
- [3 - 12] K. Sako et al., "Design Study of Swimming Pool Type Tokamak Reactor (SPTR)," Jour. of Nuc. Science and Tech., Vol. 19 No. 6, pp. 491-503, 1982
- [3 - 13] 湊 章男, 「スイミングプール型トカマク炉の真空容器の強度評価-I」, JAERI-M 9898, 1982

- [3-14] 湊 章男, 「外圧および電磁力を受けるの真空容器の健全性評価」, JAERI-M 83-125, 1983
- [3-15] SAP-V Users Manual (1977)
- [3-16] 亀有 他, 「有限回路法による渦電流解析」, JAERI-M 7120 (1977)
- [3-17] 染谷, 福田, 橋爪, 宮, 湊, 東稔, 「3次元構造物に発生する渦電流の測定」, 日本原子力学会, 昭和61年・年会, A-59
- [3-18] 福田泰和, 「斜交座標系を用いた3次元薄板構造物の渦電流解析」, 東京大学, 工学部, 原子力工学科, 卒業論文, 昭和61年3月
- [3-19] T. Q. Hua and L. R. Turner, "Coupling between eddy current and rigid body rotation: Analysis, Computation, and Experiments," CONF-850641-3, Fifth COUMUMAG Conference, Fort Collins, Colorado, June 3-6, 1985

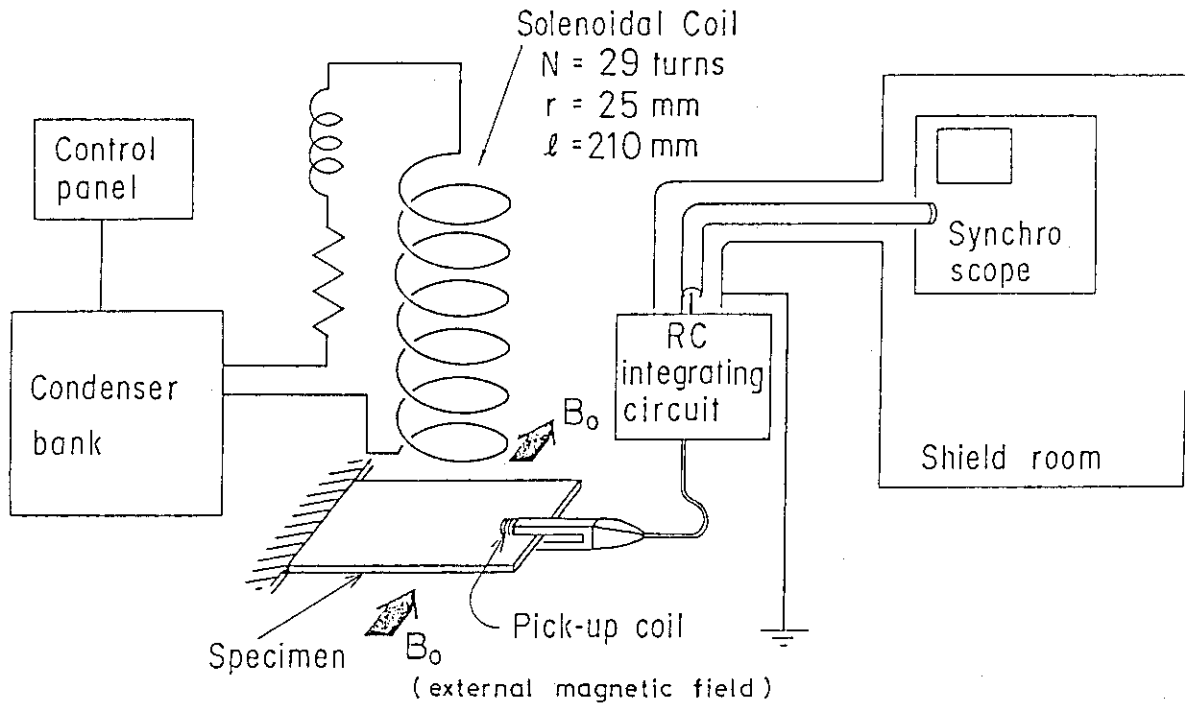


Fig. 3.1 Experimental apparatus

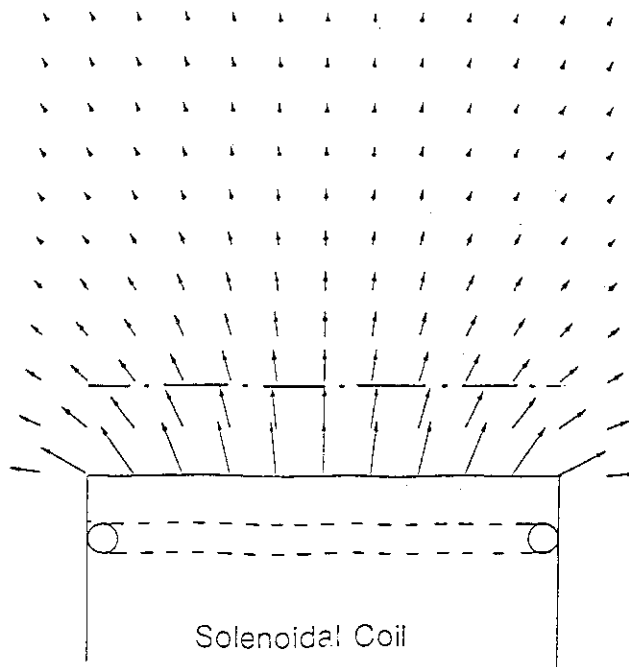


Fig. 3.2 Distribution of magnetic flux from solenoidal coil

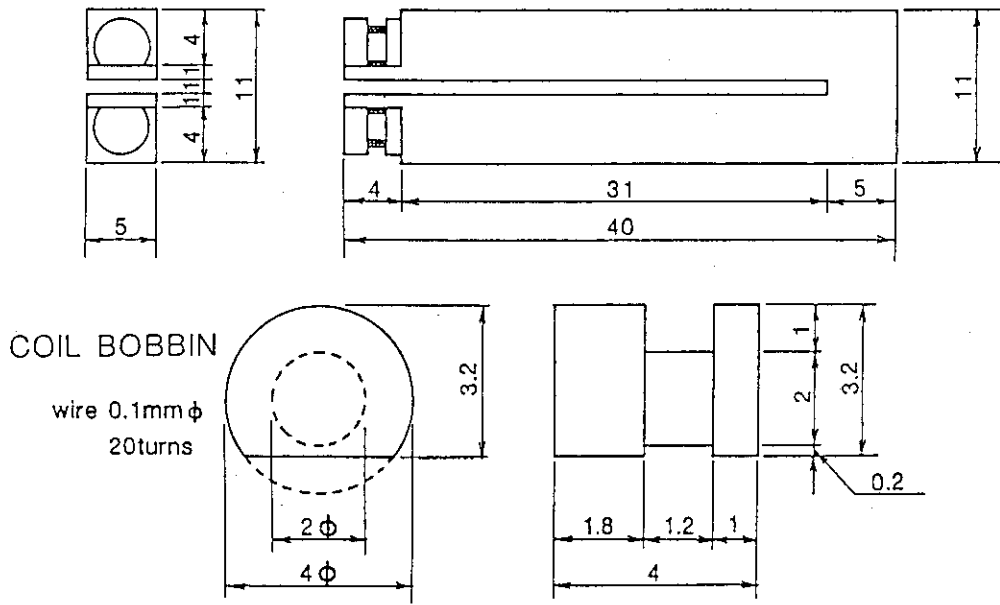


Fig. 3.3 Configuration of pick-up coil

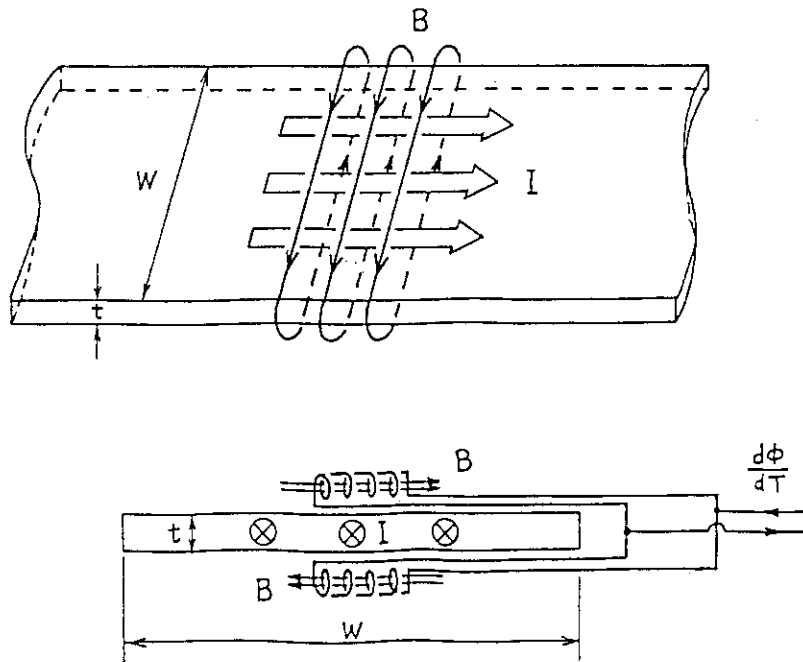


Fig. 3.4 Circuit of pick-up coil

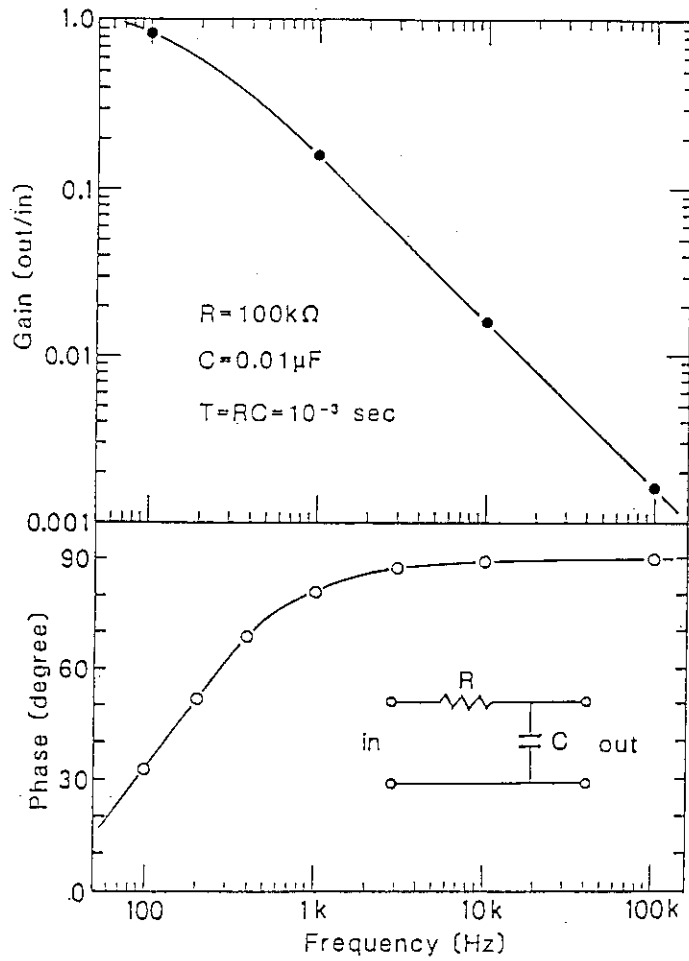


Fig. 3.5 Characteristics of integrating circuit (R-C integrator)

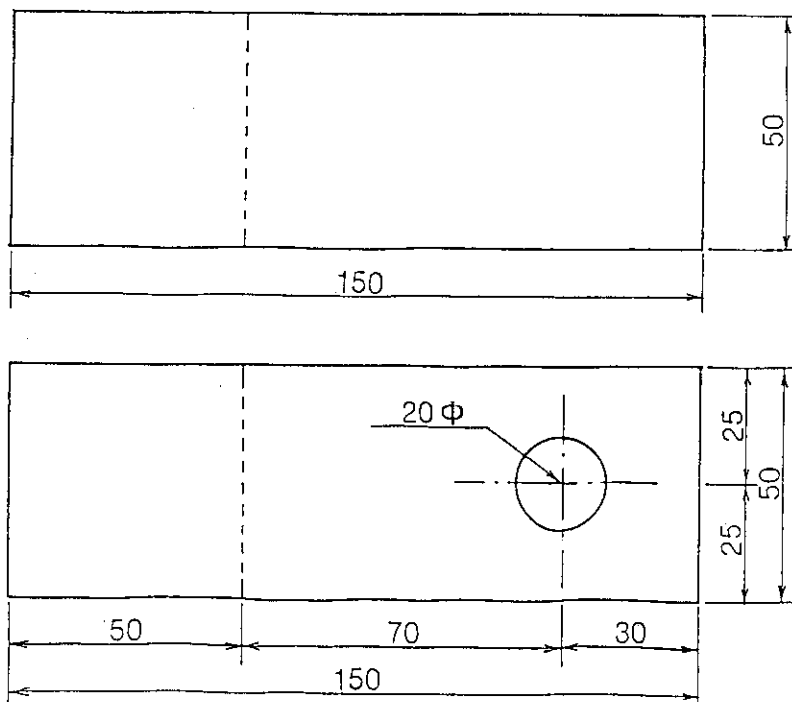


Fig. 3.6 Configuration of beam-plate specimens

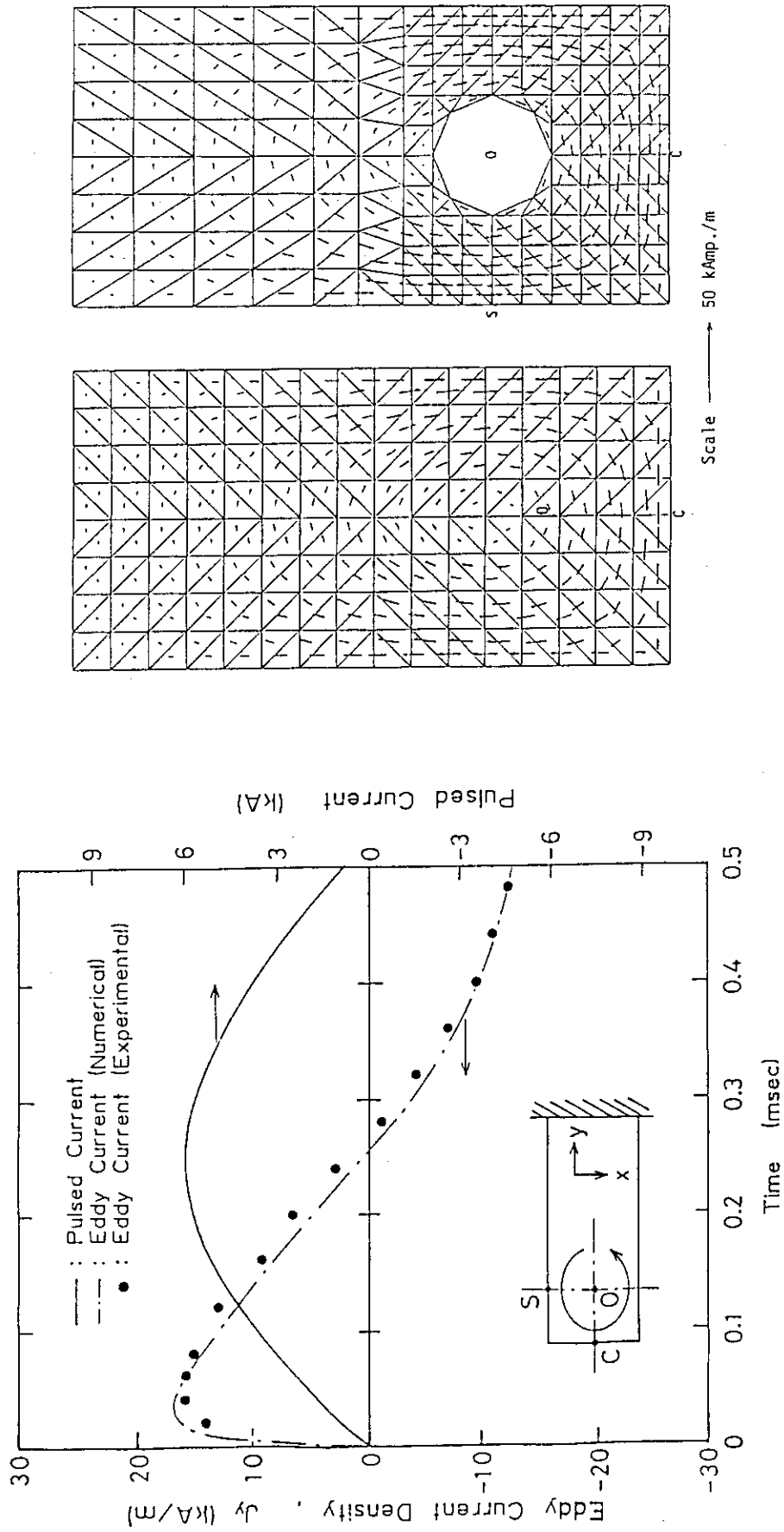


Fig. 3.7 Time variation of eddy current at point S on beam-plate without hole

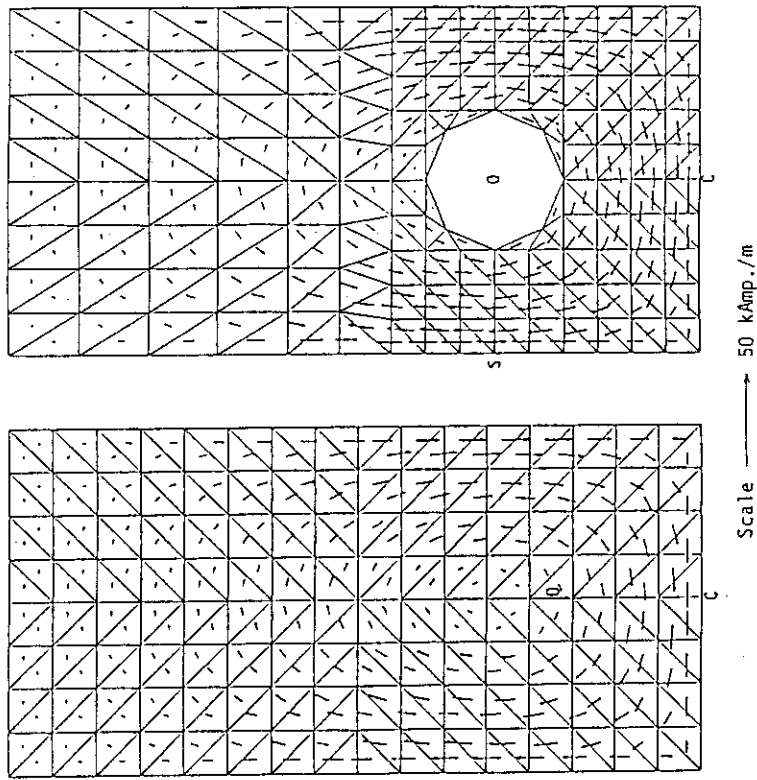


Fig. 3.8 Flow pattern of eddy current on beam-plates at $t = 0.03$ msec

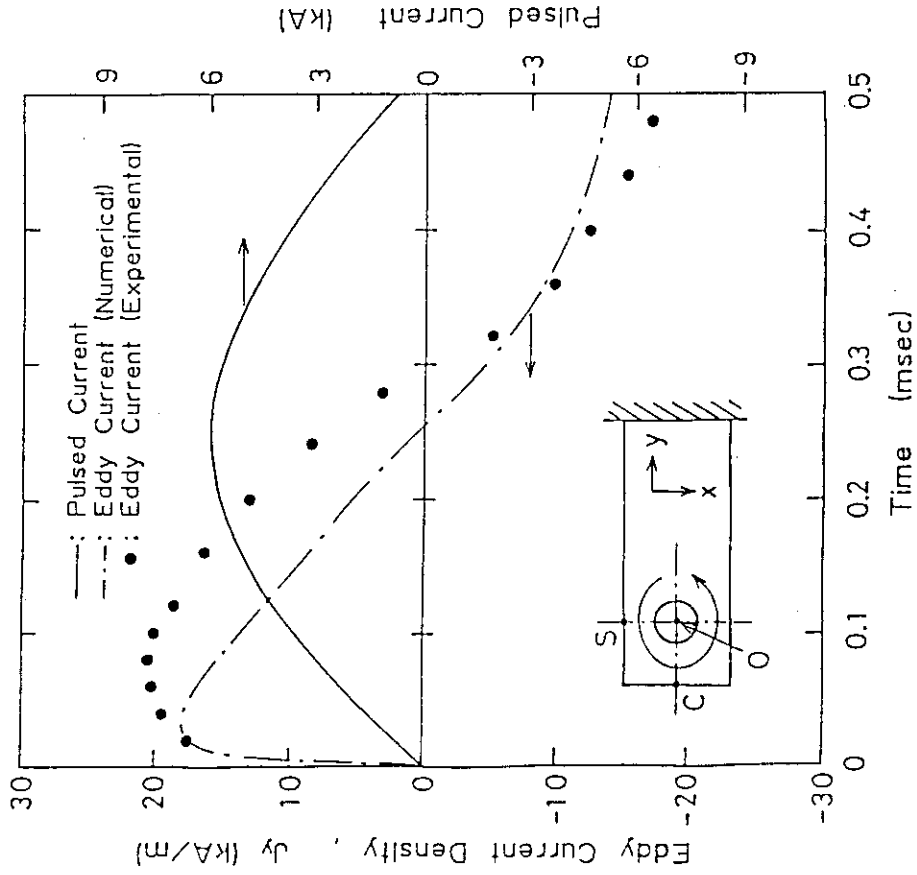


Fig. 3.10 Time variation of eddy current at point S on beam-plate with hole

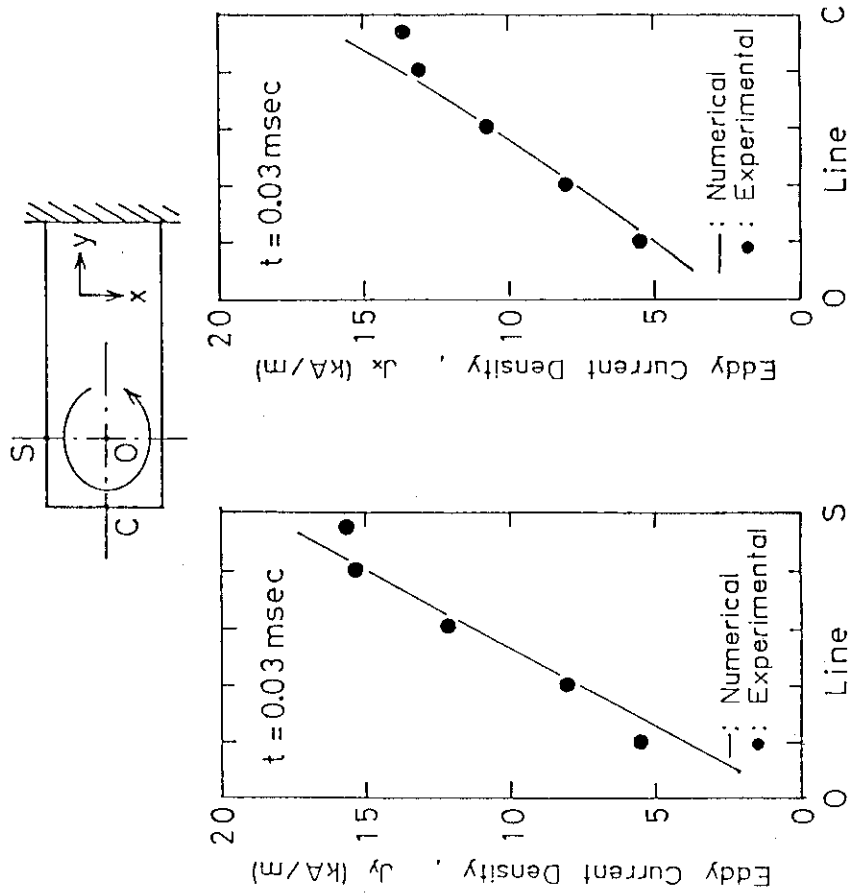


Fig. 3.9 Distribution of eddy current at lines O-S, O-C on beam-plate without hole at $t = 0.03$ msec

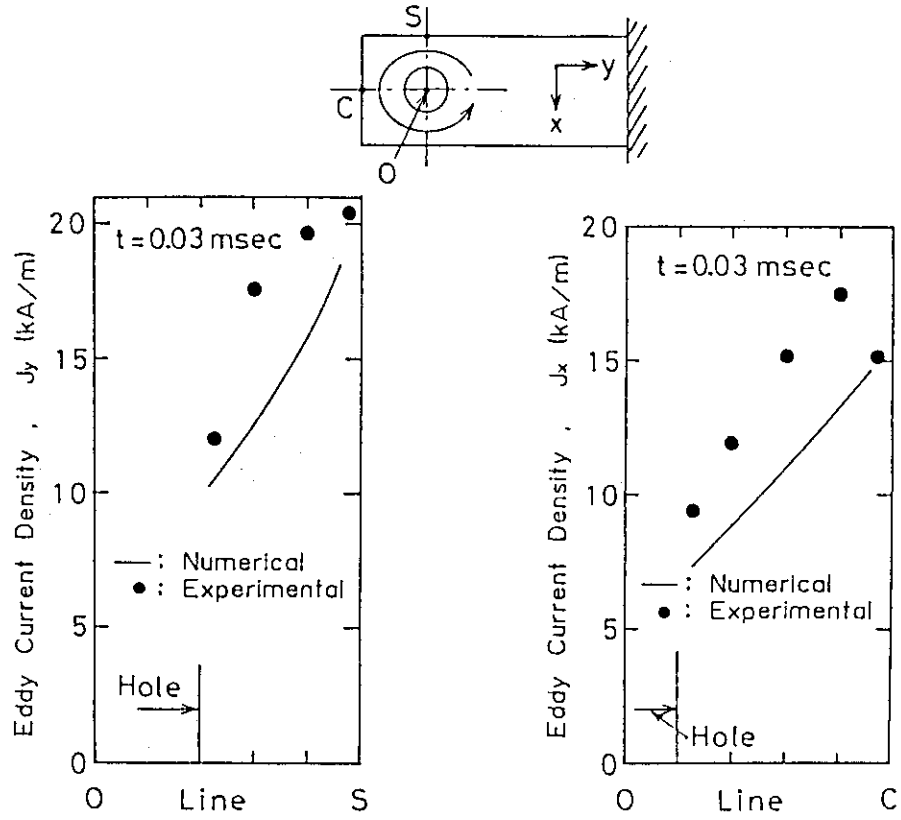


Fig. 3.11 Distribution of eddy current at lines O-S, O-C on beam-plate with hole at $t = 0.03$ msec

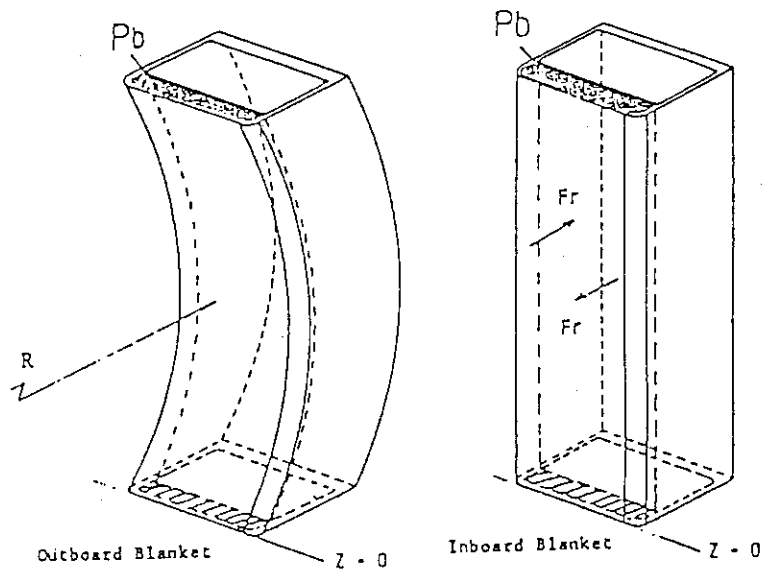


Fig. 3.12 Concept of first wall/blanket structure

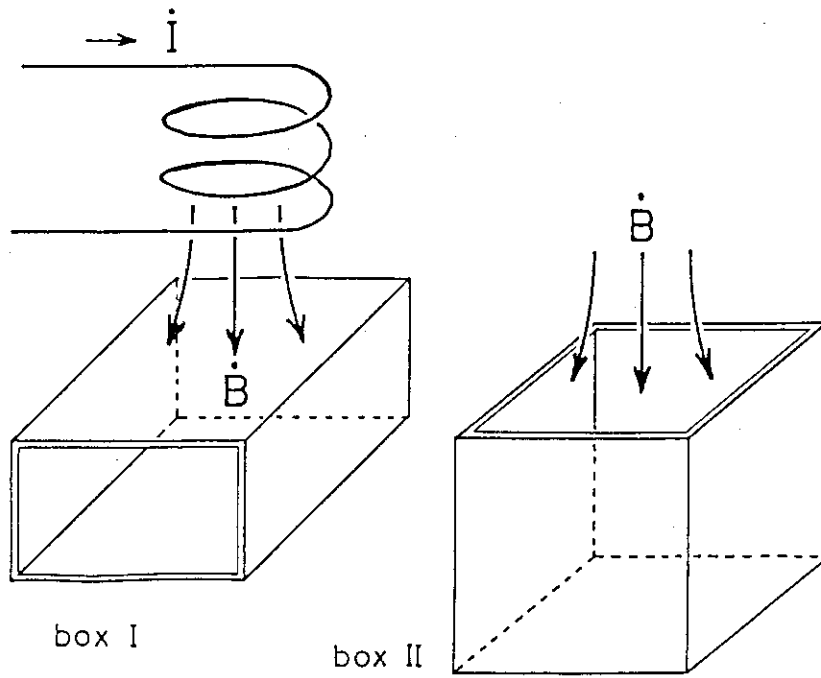


Fig. 3.13 Configuration box type specimens

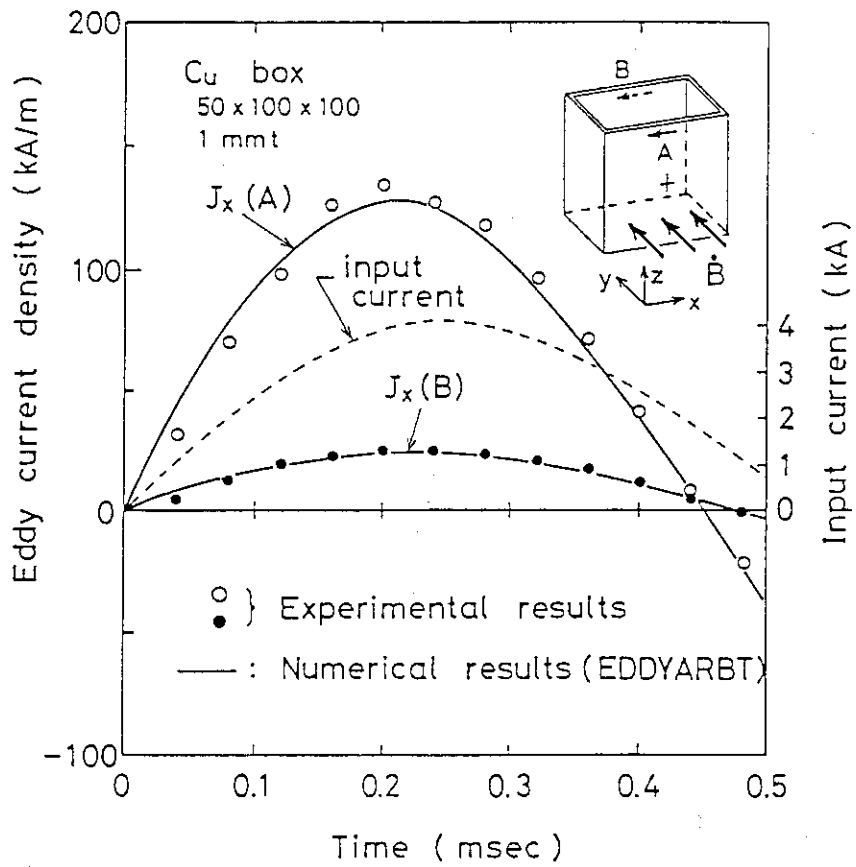


Fig. 3.14 Time variation of eddy current of box type specimen at points A and B (Case - A)

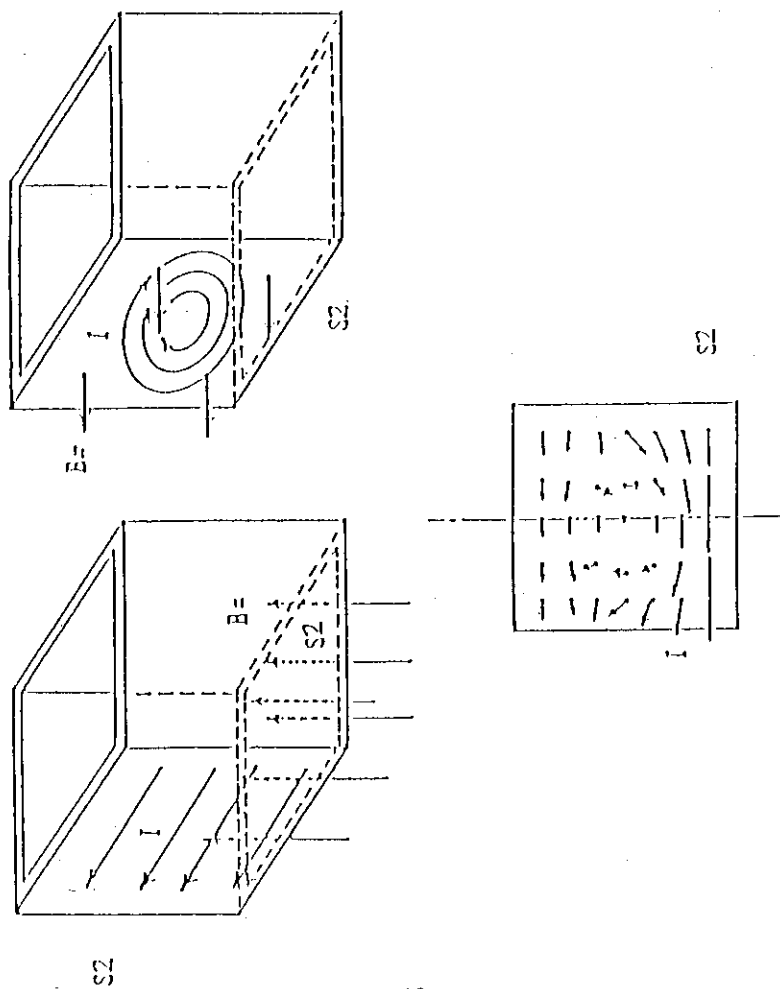
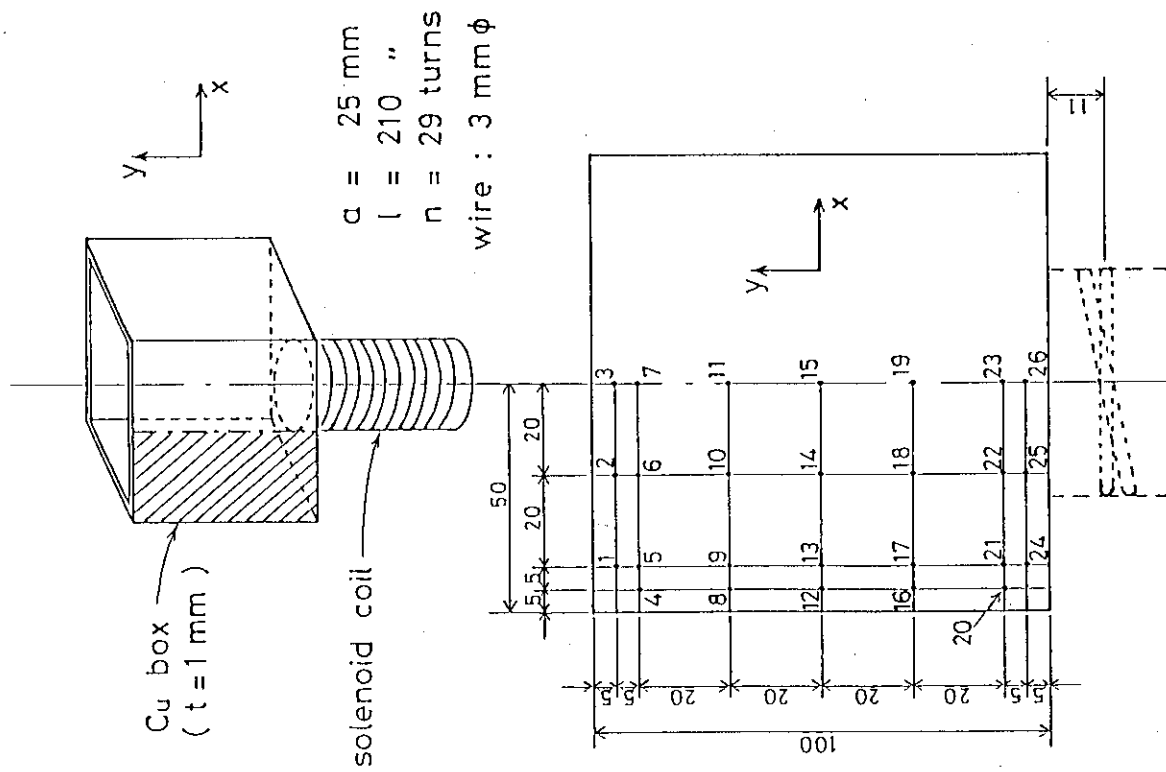


Fig. 3.15 Qualitative flow pattern of eddy current on box type specimen (Case-B)

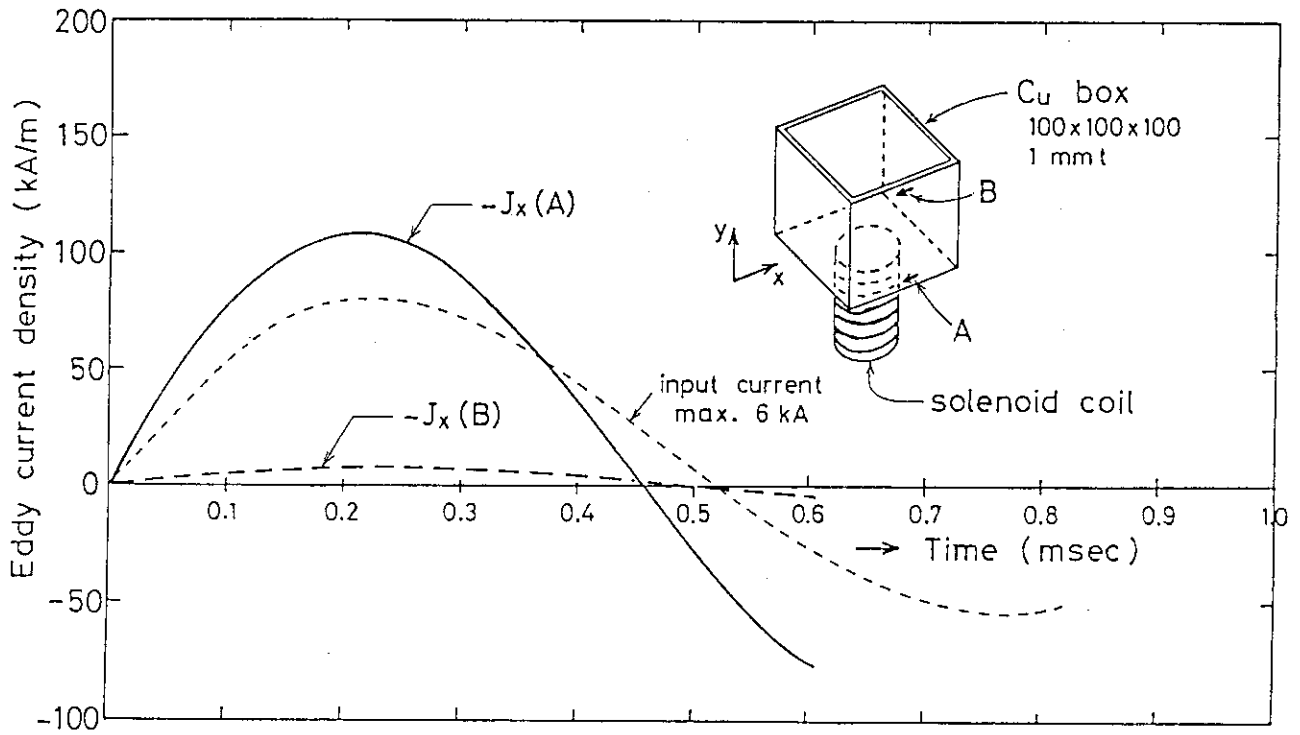


Fig. 3.17 Time variation of eddy current at points A and B (Case-B, numerical results)

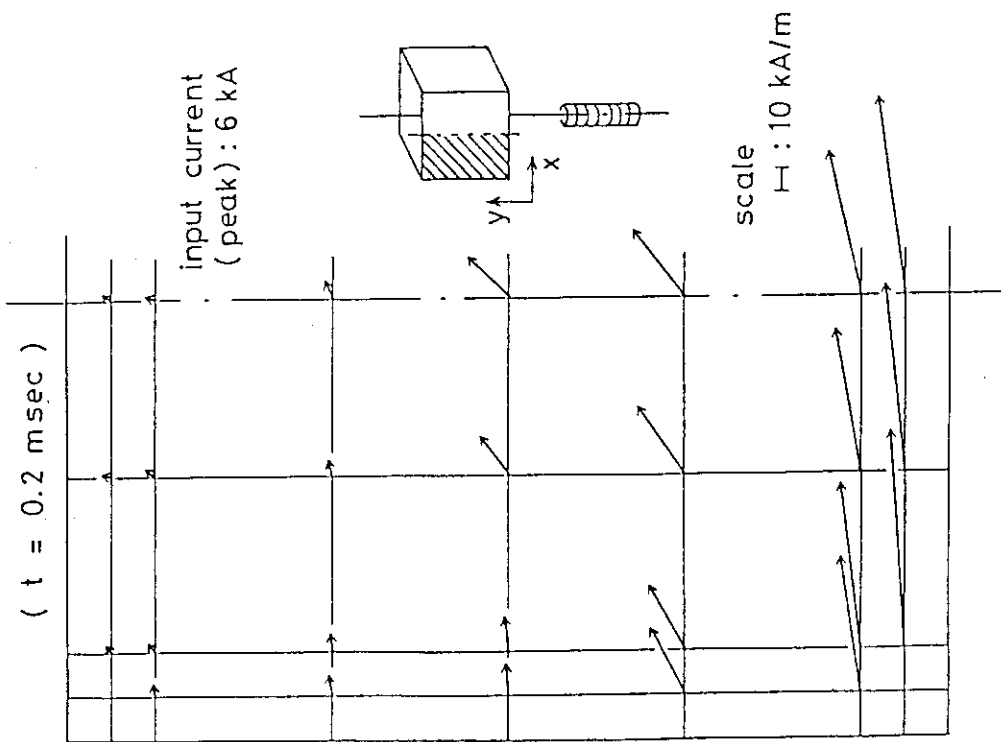


Fig. 3.18 Flow pattern of eddy current on side wall of box type specimen at $t = 0.2$ msec (Case - B, experimental results)

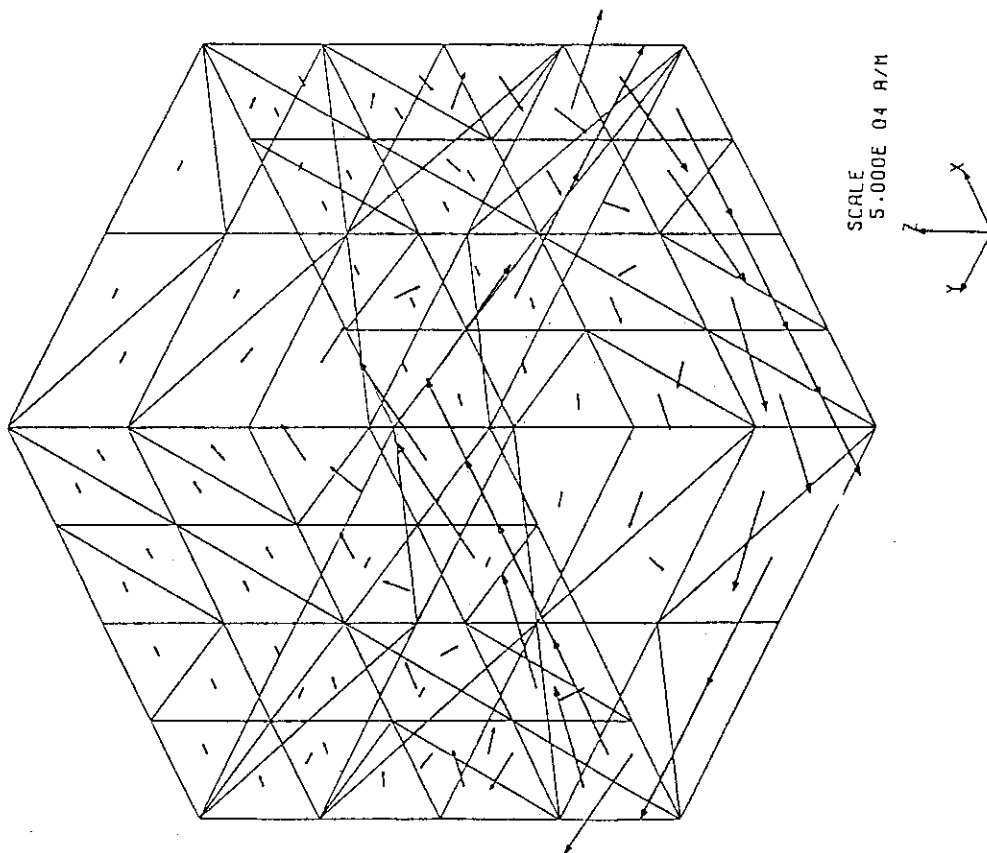


Fig. 3.19 Flow pattern of eddy current on side wall of box type specimen at $t = 0.2$ msec (Case - B, numerical results)

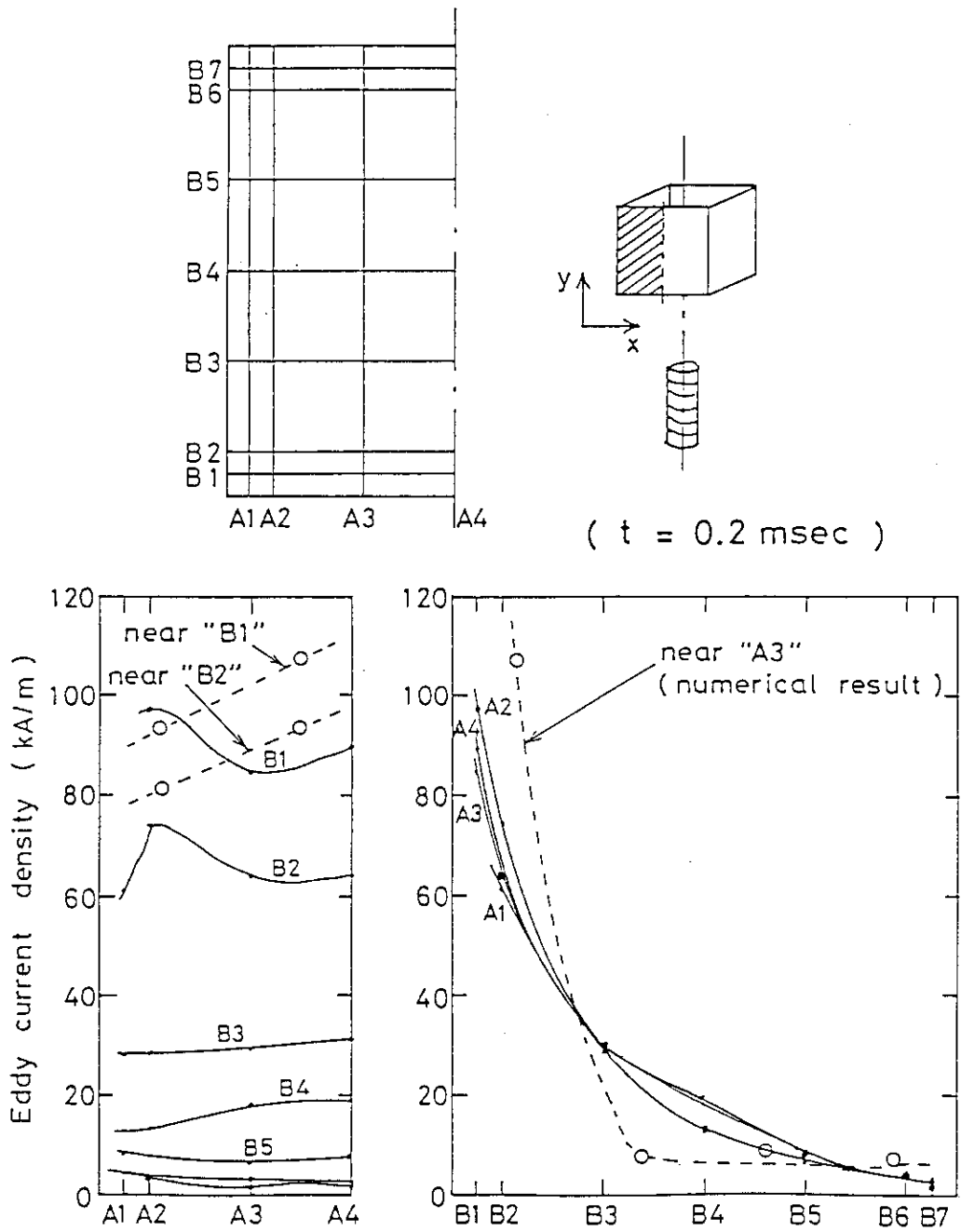


Fig.3.20 Distribution of eddy current on side wall of box type specimen at $t=0.2\text{msec}$ (Case-B, numerical and experimental results)

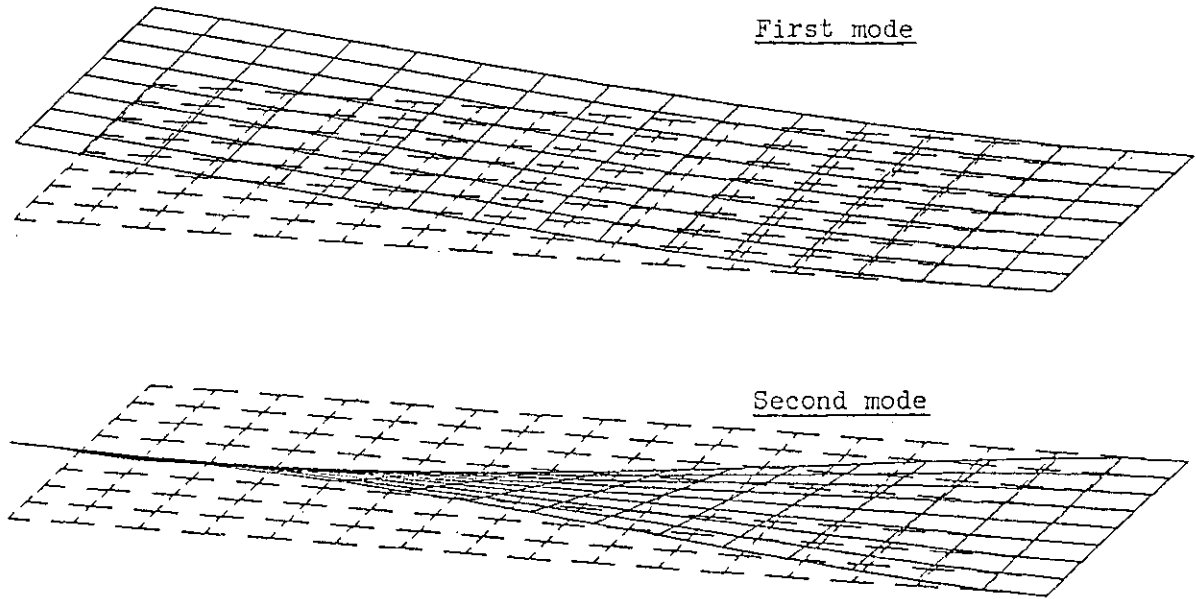


Fig. 3.21 First and second vibration modes of cantilever

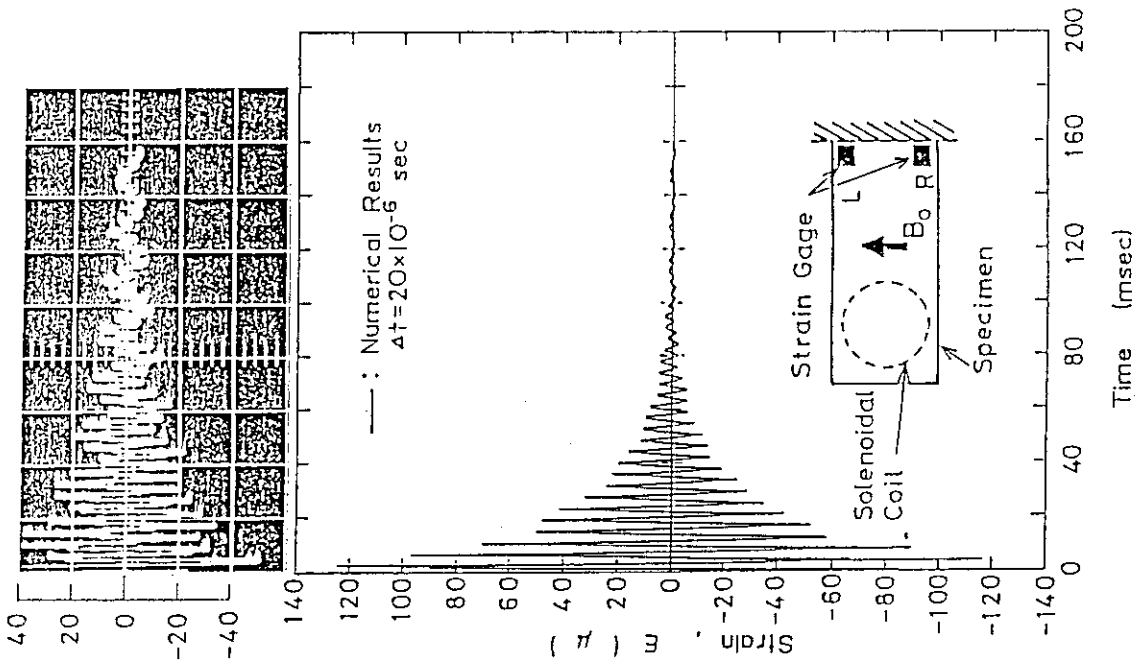


Fig. 3.22 Time variation of strain at left-hand side of near clamped end (t = 0 ~ 40 msec)

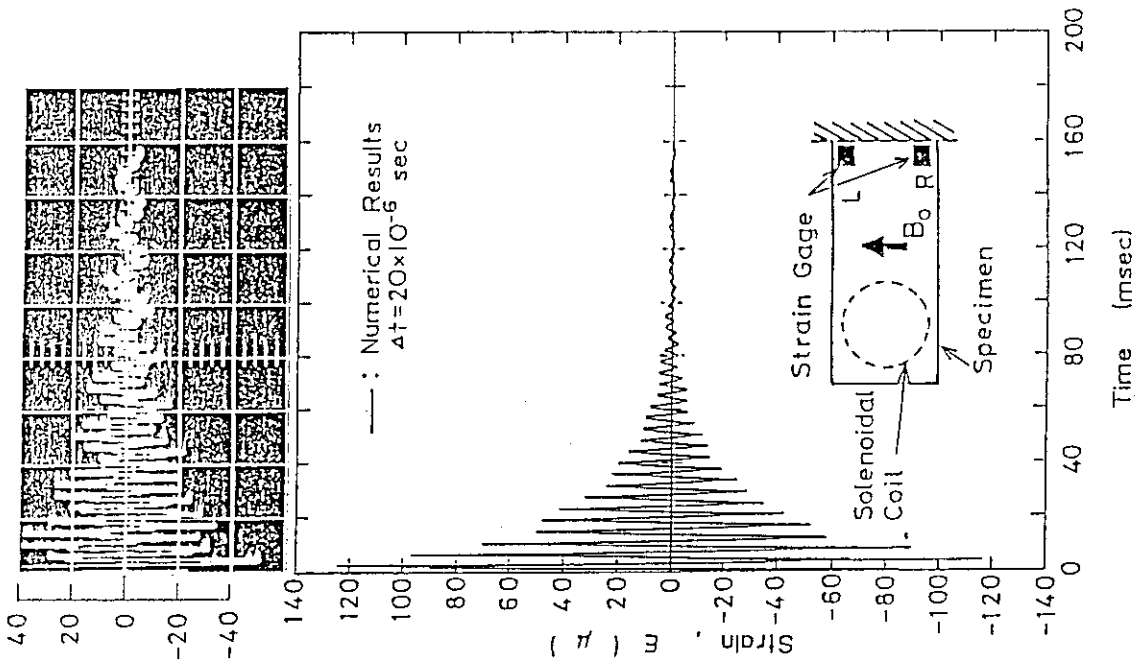


Fig. 3.23 Time variation of strain at left-hand side of near clamped end (t = 0 ~ 200 msec)

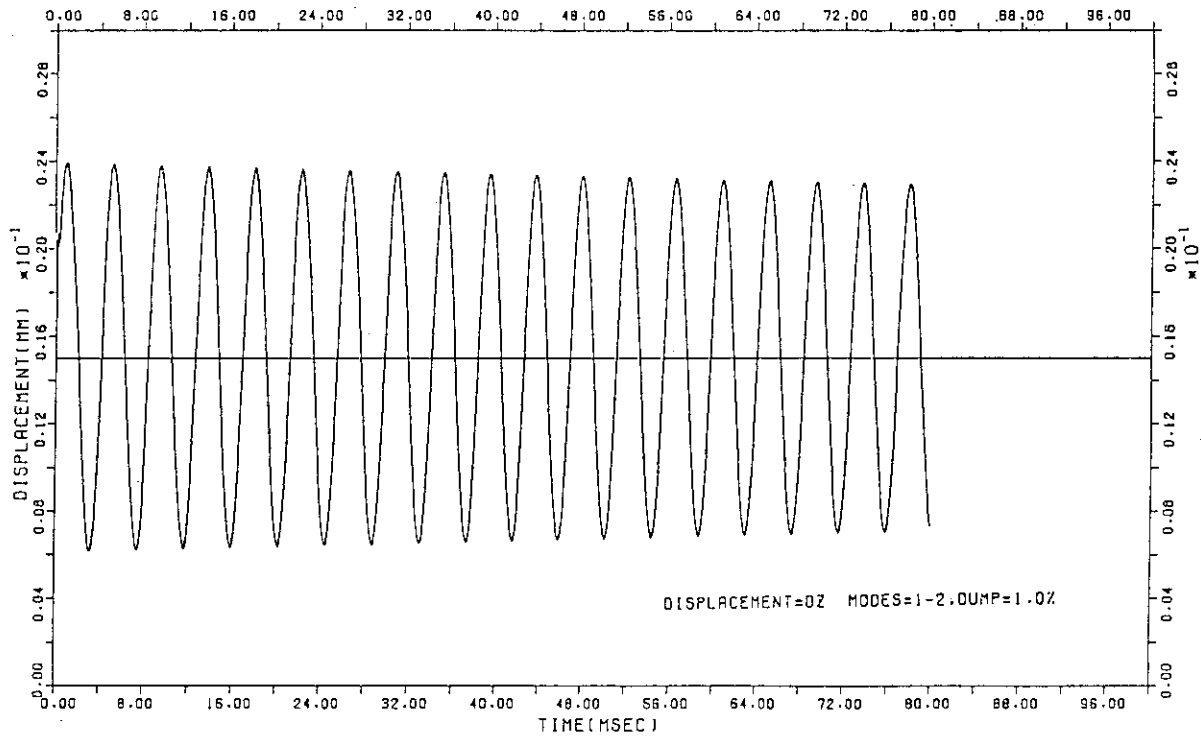
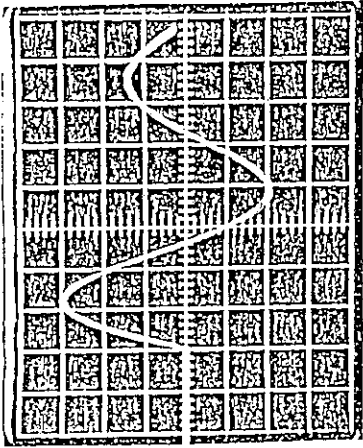


Fig.3.24 Time variation of strain at left-hand side of near clamped end without load condition induced first mode vaibration (t = 0~100msec)

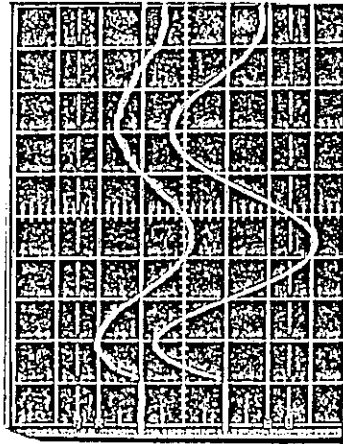
Input current

H : time 200 μ sec/D.
V : current 2kA/D.



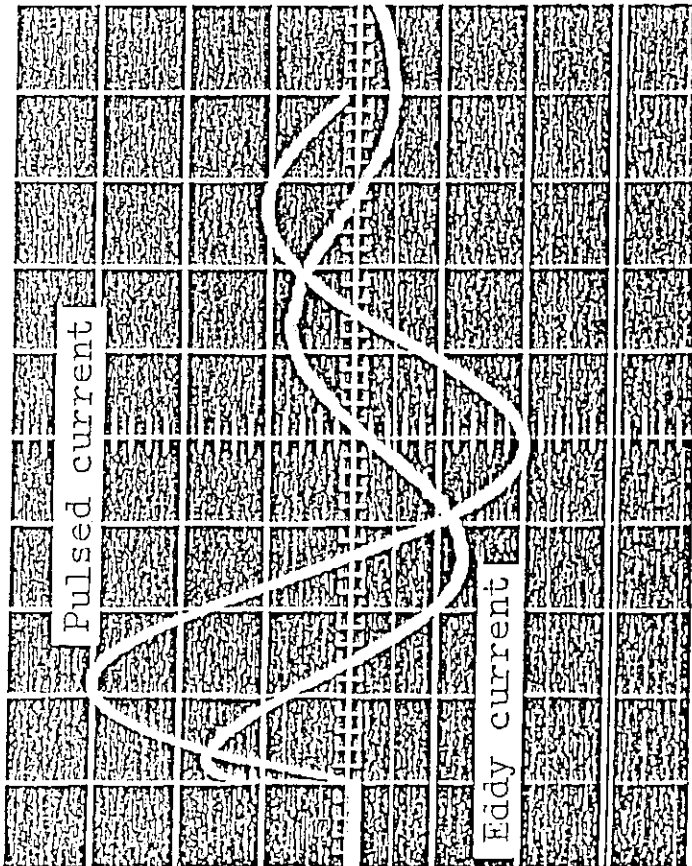
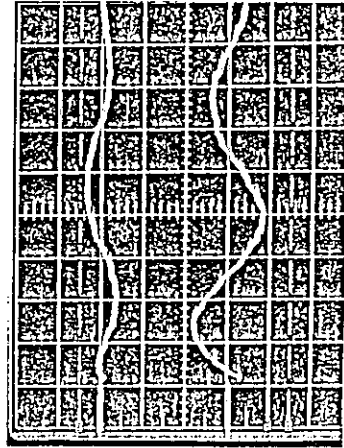
Eddy current Jx

H : time 200 μ sec/D.
V : current
ch.1 12.8kA/m/D.
ch.2 51.2kA/m/D.



Eddy current Jy

H : time 200 μ sec/D.
V : current
ch.1 12.8kA/m/D.
ch.2 12.8kA/m/D.



Pulsed current : 2 kAmp./div.
Eddy current : 9.5 kAmp./m/div.
Time scale : 0.2 msec/div.

Photo.3.1 Time variation of eddy current and input current

Photo.3.2 Time variation of eddy current at points #13 and #25 (Case-B, synchroscope display)

4. 磁場中に置かれた強磁性体による磁場の擾乱

強磁性体平板の電磁弾性座屈に関する問題は多くの研究者によって理論的および実験的研究が行われている。それらの多くの研究の目的は、理論解析結果と実験結果の違いを解明することである。強磁性体平板の有限効果がそれらの違いの原因となっている事は明白であるが、現在のところ数値的にも解かれていない。

さらに、最近設計研究が進められている磁度閉じ込め型核融合炉の第1壁構造材に強磁性体（フェライト系ステンレス鋼）が有力な候補材として挙げられている。強磁性体を磁場中で使用する場合、上述の電磁弾性座屈現象の他に、磁場擾乱によるプラズマ制御への影響あるいは磁化電磁力による変形等の問題を検討する必要がある。

この研究は、境界要素法を3次元強磁性体の磁場解析に適用し、上述の電磁現象を解析することを目的としている。尚、その解析結果は、強磁性体の電磁弾性座屈現象の解明に有効である。

4.1 はじめに

磁性体の電磁弾性座屈に関する問題は、ここ10年間理論的および実験的研究の観点から電磁構造力学上重要な課題の1つである。電磁弾性座屈の問題は一樣磁場中に直角に置かれた梁について始めて F. C. Moon および Yi-H Pao [4-1] によって解かれた。彼らは無限板に対する臨界座屈磁場を求めた。しかし、実験によって得られた臨界座屈磁場は理論解析結果とは大きく異なっていた。

その後、多くの研究者ら [4-2~8] によってその差を解明するために、理論的研究が試みられている。それらの研究成果の全てから得られた考察によれば、理論値と実験結果との大きな差は試験片の有限効果（幅、長さ、厚さおよび辺や角の不連続部）によるものと判断されている。試験片の有限効果による磁性体内磁場の擾乱が座屈磁場に与える影響については、D. V. Wallerstein ら [4-2] と J. M. Dalrymple ら [4-3] によってすでに指摘されていた。その影響について、最初 K. Miya ら [4-6~7] により有限要素法によって解析された。しかし、その解析では磁性体内外の磁場は梁を座屈前変形状態として解いている欠点があった。Van de Ven [4-8] は楕円断面を有するビーム（無限長さ）の座屈条件を定義するための解析的方法を示している。しかし、その方法では、解析上の処理が非常に困難であるため磁場の3次元分布を求めることは出来なかった。結局座屈磁場の正確な評価は不可能であった。その問題に関連して、D. V. Wallerstein ら [4-2] は H. B. Phillip's の解析法 [5-9] に基づいて、3次元磁場解析のための解析手法を導いた。その手法がここで示す解析の出発点である。しかし、D. V. Wallerstein らが導いた手法には、矩型断面を有する梁の辺および角点上に存在する数学上の特異点に関して触れていない。さらに K. Miya ら [4-7] が指摘しているように、D. V. Wallerstein らが示した梁表面上での磁場の集中係数（= 1.86）は正しくはない。

この件については後で触れることにする。最近までの研究では、磁場に関する連成問題（磁場中に2つの磁性体が独立して置かれている場合の相互干渉）は今まで解かれていない。その問題に関する解析手法もここでは示されている。さらにその解析結果はJ. Taniら「4-10」によって行われた2枚板の電磁弾性座屈問題の理論的および実験的に研究へ情報を与えるであろう。

最近、強磁性体を磁場閉じ込め型核融合炉の構造材として候補に挙げられてきているが、強磁性体の存在による磁場の乱れが特に懸念されている。例えばミラー型核融合炉〔4-12〕の概念設計では主要機器の1つである第1壁に採用され、そこでは磁場の乱れおよび磁化電磁応力が解析されている。ここで開発された境界要素法による解析コードは核融合炉機器の磁場に関する磁場現象の研究へ有効な情報を与えるものと思われる。

4.2 強磁性体の境界要素法による磁場解析

4.2.1 支配方程式の導出—単体

Fig. 4.1に示されているように強磁性体が磁場中に置かれている場合を考える。今、外部磁場を磁気スカラーポテンシャル ϕ (r)で定義する。強磁性体は磁場中で磁化される。ここでは強磁性体の存在による磁場の擾乱 ϕ_1 および ϕ_2 で定義する。磁束密度 B の保存則から電流が存在しない場合には ϕ_1 および ϕ_2 は次式で与えられる。

$$\nabla^2 \phi_1 = 0 \quad \text{inside the material} \quad (4.1)$$

$$\nabla^2 \phi_2 = 0 \quad \text{outside the material} \quad (4.2)$$

これらの式は任意の点における磁気スカラーポテンシャル（擾乱を含む）は調和であることを示す。従って、次式で示されているように支配方程式にグリーンの第2定理が適用できる。

$$\int_V (\zeta \nabla^2 \phi - \phi \nabla^2 \zeta) dV = \int_S \left(\zeta \frac{d\phi}{dn} - \phi \frac{d\zeta}{dn} \right) dS \quad (4.3)$$

但し、 n は表面に垂直な単位ベクトルである。スカラー函数（グリーン函数） ζ は次式を考える。

$$\zeta = 1/r \quad (4.4)$$

但し、 r はFig. 4.1(a)に示されている p, q の2点間の距離である。

$$r = [(x_q - x_p)^2 + (y_q - y_p)^2 + (z_q - z_p)^2]^{1/2}$$

Fig. 4.1(a)において、 p および q は各々フィールドポイントおよびソースポイントと呼ばれる。スカラー函数 ϕ を磁気スカラーポテンシャルと考えられるので式(4.3)より

$\nabla^2 \phi = 0$ を満足する。

式(4.3)の解を得るために $1/r$ の特異性に関連して次の4つの場合に分けて考える。

(a) 点 p が磁性体 V_1 の外にあり点 q が V_1 の内部にある場合

この場合、函数 ζ は r が零とならないので調和である。故に、式 (4.3) の左辺は零となり右辺は次式で表わされる。

$$\frac{1}{4\pi} \int_S \left[\frac{1}{r} \frac{d\varphi_1}{dn} - \varphi_1 \frac{d}{dn} \left(\frac{1}{r} \right) \right] dS = 0 \quad (4.5)$$

(b) 点 p, q が共に領域 V_1 の内部にある場合

点 p と q が一致したとき、 $1/r$ は特異性を持つので ζ は調和ではない。Fig. 4.1(b) に示されるように、表面 Σ で囲まれた小球 Ω の領域を考える。 p は Ω の内部にあるので、 ζ は Ω を除いた新しい領域で調和である。従って、式 (4.3) から次式が得られる。

$$\int_{S+\Sigma} \left[\frac{1}{r} \frac{d\varphi_1}{dn} - \varphi_1 \frac{d}{dn} \left(\frac{1}{r} \right) \right] dS = 0 \quad (4.6)$$

ここで Σ 上の積分に関して、小球の半径が零となるので次式が得られる。

$$\int_{\Sigma} \varphi_1 \frac{d}{dn} \left(\frac{1}{r} \right) dS = 4\pi \varphi_1(p) \quad (4.7)$$

さらに、式 (4.6) および (4.7) から次式が得られる。

$$\varphi_1(p) = \frac{1}{4\pi} \int_S \left[\frac{1}{r} \frac{d\varphi_1}{dn} - \varphi_1 \frac{d}{dn} \left(\frac{1}{r} \right) \right] dS \quad (4.8)$$

但し、点 p は式 (4.5) において領域 V_1 の外にあるのに対し、式 (4.8) では領域 V_1 の内部にある。

(c) 点 p, q が領域 V_2 にある場合

表面積分によって領域 V_2 内で定義される $\varphi_2(p)$ を表わす場合を考える。境界条件から明らかかなように (この件については後に示されている)、境界では φ は連続であるが、各々の境界上では $d\varphi/dn$ は異なる。(b) と同様な方法を Fig. 4.1(c) に示されている領域に適用することにより、次式が得られる。

$$\int_{S+\Sigma+\Sigma'} \left[\frac{1}{r} \frac{d\varphi_2}{dn} - \varphi_2 \frac{d}{dn} \left(\frac{1}{r} \right) \right] dS = 0 \quad (4.9)$$

これから、 $\varphi_2(p)$ に関し次式が得られる。

$$\varphi_2(p) = -\frac{1}{4\pi} \int_S \left[\frac{1}{r} \frac{d\varphi_2}{dn} - \varphi_2 \frac{d}{dn} \left(\frac{1}{r} \right) \right] dS \quad (4.10)$$

(d) 点 p が領域 V_1 に、点 q が領域 V_2 にある場合
 (a)と同様な方法により次式が得られる。

$$\frac{1}{4\pi} \int_S \left[\frac{1}{r} \frac{d\varphi_2}{dn} - \varphi_2 \frac{d}{dn} \left(\frac{1}{r} \right) \right] dS = 0 \quad (4.11)$$

デルタ関数 $\delta(r)$ を用いて上述の結果をまとめると、次に示すような式でまとめられる。

$$\int_{V_1} \varphi_1 \delta(r_q - r_p) dV = \frac{1}{4\pi} \int_S \left[\frac{1}{r} \frac{d\varphi_1}{dn} - \varphi_1 \frac{d}{dn} \left(\frac{1}{r} \right) \right] dS \quad (4.12)$$

$$\int_{V_2} \varphi_2 \delta(r_q - r_p) dV = -\frac{1}{4\pi} \int_S \left[\frac{1}{r} \frac{d\varphi_2}{dn} - \varphi_2 \frac{d}{dn} \left(\frac{1}{r} \right) \right] dS \quad (4.13)$$

φ_1 および φ_2 には外部磁場の寄与は含まれていない。材料の内および外の全磁気スカラーポテンシャルを各々 φ_I および φ_{II} で定義すると、次のような関係が得られる。

$$\varphi_1 = \varphi_I - \phi/K, \quad \text{inside } V_1 \quad (4.14)$$

$$\varphi_2 = \varphi_{II} - \phi, \quad \text{outside } V_1 \quad (4.15)$$

但し、 K は比透磁率であり、 φ_I および φ_{II} は外部の磁気ポテンシャル ϕ と擾乱を受けた磁気ポテンシャル φ_1 と φ_2 の各々の和である。

式 (4.12) および (4.13) に式 (4.14) および (4.15) を代入すると、次の4つの式が得られる。

$$\varphi_I - \frac{\phi}{K} = \frac{1}{4\pi} \int_S \left[\frac{1}{r} \frac{d}{dn} (\varphi_I - \phi/K) - (\varphi_I - \phi/K) \frac{d}{dn} \left(\frac{1}{r} \right) \right] dS \quad (4.16)$$

$$0 = \frac{1}{4\pi} \int_S \left[\frac{1}{r} \frac{d}{dn} (\varphi_I - \phi/K) - (\varphi_I - \phi/K) \frac{d}{dn} \left(\frac{1}{r} \right) \right] dS \quad (4.17)$$

$$\varphi_{II} - \phi = -\frac{1}{4\pi} \int_S \left[\frac{1}{r} \frac{d}{dn} (\varphi_{II} - \phi) - (\varphi_{II} - \phi) \frac{d}{dn} \left(\frac{1}{r} \right) \right] dS \quad (4.18)$$

$$0 = \frac{1}{4\pi} \int_S \left[\frac{1}{r} \frac{d}{dn} (\varphi_{II} - \phi) - (\varphi_{II} - \phi) \frac{d}{dn} \left(\frac{1}{r} \right) \right] dS \quad (4.19)$$

式 (4.16) および (4.19) において、 r は領域 V_1 にある点 p からの距離である。式 (4.16) および (4.19) から次式が得られる。

$$\varphi_I(p) = \frac{\phi(p)}{K} - \frac{K-1}{4\pi K} \int_S \varphi_s(q) \frac{d}{dn} \left(\frac{1}{r} \right) dS_q \quad (4.20)$$

但し、 $\phi_s(q)$ は領域 V_1 の表面上のポテンシャルである。同様にして、式(4.17)および(4.18)から次式が得られる。

$$\varphi_{II}(p) = \phi(p) - \frac{K-1}{4\pi} \int_S \varphi_s(q) \frac{d}{dn} \left(\frac{1}{r} \right) dS_q \quad (4.21)$$

但し、 $\varphi_s(q)$ は領域 V_1 の外にある。式(4.20)および(4.21)を導く時に式(4.23)および(4.24)で示される境界条件を導入している。

式(4.20)および(4.21)は領域 V_1 および V_2 内のポテンシャルは表面のポテンシャル φ_s で表わされる事を示している。領域 V_1 および V_2 内のポテンシャルを計算する前に表面のポテンシャルを決定する必要がある。その為、式(4.20)および(4.21)において点 p を表面に移動させる。Fig. 4.2に示されるように、 $S' + \Sigma$ で定義される新しい表面を考える。但し、 Σ は半球の表面であり、 S' は点線で示された領域を除いた S の残りの領域である。半球の半径 ρ を零に近づけると、式(4.20)の右辺の第2項は

$$\int_{S'+\Sigma} \varphi_s(q) \frac{d}{dn} \left(\frac{1}{r} \right) dS \xrightarrow{(\rho \rightarrow 0)} \int_S \varphi_s(q) \frac{d}{dn} \left(\frac{1}{r} \right) dS - 2\pi \varphi_s(p)$$

となる。従って、式(4.20)から次式が得られる。

$$\varphi_s(p) = \frac{2}{K+1} \phi(p) - \frac{K-1}{K+1} \frac{1}{2\pi} \int_S \varphi_s(q) \frac{d}{dn} \left(\frac{1}{r} \right) dS \quad (4.22)$$

この式は、表面のポテンシャルを決定できる積分方程式である。同様な方法により式(4.21)から(4.22)と同じ結果が得られる。従って、式(4.23)の境界条件を満足していることが分かる。

$$\varphi_I = \varphi_{II}, \quad \text{on the boundary} \quad (4.23)$$

式(4.20)および(4.21)を微分することにより次式の境界条件が満たされていることを示している。

$$K \frac{d\varphi_I}{dn} = \frac{d\varphi_{II}}{dn} \quad (4.24)$$

式(4.21)の第2項は p が無大(∞)になると消える。これは、次式の境界条件が、満たされていることを示している。

$$\varphi_{II}(\infty) = \phi(\infty) \quad (4.25)$$

点 p が辺あるいは角にあるとき、角度の効果は式(4.22)の若干の変更で可能である。点 p が辺上にある時、式(4.22)は次式で示すように変更される。

$$\varphi_s(p) = \frac{4}{K+3} \phi(p) - \frac{K-1}{K+3} \frac{1}{\pi} \int_s \varphi_s(q) \frac{d}{dn} \left(\frac{1}{r} \right) dS \quad (4.26)$$

点 p が角にある時，式 (4.22) は次式で示すように変更される。

$$\varphi_s(p) = \frac{8}{K+7} \phi(p) - \frac{K-1}{K+7} \frac{2}{\pi} \int_s \varphi_s(q) \frac{d}{dn} \left(\frac{1}{r} \right) dS \quad (4.27)$$

4.2.2 支配方程式の導出—複数体

ここでは，Fig. 4.3 に示されているように 2 個ないしはそれ以上の磁性体が磁場中に置かれている場合を考える。この場合，磁性体によって乱される磁場は互いに連成している。このような問題は実際の応用上一般的である。前に示したように，各領域 V_1 ， V_2 および V_3 ポテンシャルを φ_I ， φ_{II} および φ_{III} とする。さらに，各領域の比透磁率を K_1 ， K_2 および $K_3 (=K_1)$ とする (Fig. 4.3 参照)。

先づ，点 p が領域 V_1 にある場合を考える。この場合，次式 (4.28) ~ (4.30) が得られる。

$$K_1 \varphi_I - \phi = \frac{1}{4\pi} \int_{S_1} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial n} (K_1 \varphi_I - \phi) - (K_1 \varphi_I - \phi) \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) \right] dS \quad (4.28)$$

$$0 = \frac{1}{4\pi} \int_{S_2} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial n} (K_2 \varphi_{II} - \phi) - (K_2 \varphi_{II} - \phi) \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) \right] dS \quad (4.29)$$

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{1}{4\pi} \int_{S_1} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial n} (\varphi_{III} - \phi) - (\varphi_{III} - \phi) \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) \right] dS \\ &+ \frac{1}{4\pi} \int_{S_2} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial n} (\varphi_{III} - \phi) - (\varphi_{III} - \phi) \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) \right] dS \end{aligned} \quad (4.30)$$

次に，式 (4.28) と (4.29) を加えた後に式 (4.30) を差し引くと次式 (4.31) が得られる。

$$\begin{aligned} K_1 \varphi_I - \phi &= \frac{1}{4\pi} \int_{S_1} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial n} (K_1 \varphi_I - \varphi_{III}) - (K_1 \varphi_I - \varphi_{III}) \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) \right] dS \\ &+ \frac{1}{4\pi} \int_{S_2} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial n} (K_2 \varphi_{II} - \varphi_{III}) - (K_2 \varphi_{II} - \varphi_{III}) \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) \right] dS \end{aligned} \quad (4.31)$$

領域 V_1 と V_3 および領域 V_2 と V_3 の境界に境界条件を導入すると次式で示されるような式 (4.20) と同様な関係式が得られる。

$$\begin{aligned} \varphi_I(p) = & \frac{\phi(p)}{K_1} - \frac{K_1-1}{4\pi K_1} \int_{S_1} \varphi_I \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) dS \\ & - \frac{K_2-1}{4\pi K_1} \int_{S_2} \varphi_{II} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) dS, \quad \text{for } p \text{ in } V_1 \end{aligned} \quad (4.32)$$

領域 V_1 のポテンシャルは S_1 および S_2 上のポテンシャルを表面積分することにより得られる。

同様に領域 V_2 のポテンシャルは式 (4.32) の添字 1 と 2 を交換することにより得られる。

$$\begin{aligned} \varphi_{II}(p) = & \frac{\phi(p)}{K_2} - \frac{K_2-1}{4\pi K_2} \int_{S_2} \varphi_{II} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) dS \\ & - \frac{K_1-1}{4\pi K_2} \int_{S_1} \varphi_I \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) dS, \quad \text{for } p \text{ in } V_2 \end{aligned} \quad (4.33)$$

点 p (フィールド・ポイント) が領域 V_3 にあるとき、次の 3 つの式が得られる。

$$\frac{1}{4\pi} \int_{S_1} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial n} (K_1 \varphi_I - \phi) - (K_1 \varphi_{II} - \phi) \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) \right] dS = 0 \quad (4.34)$$

$$\frac{1}{4\pi} \int_{S_2} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial n} (K_2 \varphi_{II} - \phi) - (K_2 \varphi_{II} - \phi) \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) \right] dS = 0 \quad (4.35)$$

$$\begin{aligned} \varphi_{III} - \phi = & - \frac{1}{4\pi} \int_{S_1} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial n} (\varphi_{III} - \phi) - (\varphi_{III} - \phi) \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) \right] dS \\ & - \frac{1}{4\pi} \int_{S_2} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial n} (\varphi_{III} - \phi) - (\varphi_{III} - \phi) \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) \right] dS \end{aligned} \quad (4.36)$$

式 (4.36) の右辺に境界条件を導入するために、式 (4.32) および (4.33) を式 (4.36) の右辺に代入すると、次式が得られる。

$$\varphi_{III}(p) = \phi(p) - \frac{K_1-1}{4\pi} \int_{S_1} \varphi_I \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) dS - \frac{K_2-1}{4\pi} \int_{S_2} \varphi_{II} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) dS \quad (4.37)$$

表面 S_1 および S_2 上のポテンシャルを決定するため、先に行われた極限操作を式 (4.32) および (4.33) にも適用する。

$$\int_{S_1} \varphi_I^s \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) dS = -2\pi \varphi_I^s(q) + \int_{S_1} \varphi_I^s \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) dS,$$

結局、最終的には次式 (4.38) および (4.39) が得られる。

$$\begin{aligned} \varphi_I^s(q) = & \frac{2}{K_1+1} \phi - \frac{K_1-1}{K_1+1} \frac{1}{2\pi} \int_{S_1} \varphi_I^s(q) \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) dS \\ & - \frac{K_2-1}{K_1+1} \frac{1}{2\pi} \int_{S_2} \varphi_{II}^s(q) \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) dS \end{aligned} \quad (4.38)$$

$$\begin{aligned} \varphi_{II}^s(q) = & \frac{2}{K_2+1} \phi - \frac{K_2-1}{K_2+1} \frac{1}{2\pi} \int_{S_2} \varphi_{II}^s(q) \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) dS \\ & - \frac{K_1-1}{K_2+1} \frac{1}{2\pi} \int_{S_1} \varphi_I^s(q) \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) dS \end{aligned} \quad (4.39)$$

ポテンシャル $\phi_{III}(p)$ は表面 S_1 あるいは S_2 に p を近づけた場合、各々 $\varphi_I^s(q)$ あるいは $\varphi_{II}^s(q)$ に収束することは容易に分かる。

以上の支配方程式の導出方法は 2 個以上の強磁性体を考慮する場合にも拡張出来る。

$$\begin{aligned} \varphi_I^s(q) = & \frac{2}{K_1+1} \phi - \frac{K_1-1}{K_1+1} \frac{1}{2\pi} \int_{S_1} \varphi_I^s(q) \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) dS \\ & - \frac{K_2-1}{K_1+1} \frac{1}{2\pi} \int_{S_2} \varphi_{II}^s(q) \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) dS \dots \\ & - \frac{K_N-1}{K_1+1} \frac{1}{2\pi} \int_{S_N} \varphi_N^s(q) \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) dS \end{aligned} \quad (4.40)$$

$$\begin{aligned} \varphi_{II}^s(q) = & \frac{2}{K_2+1} \phi - \frac{K_1-1}{K_2+1} \frac{1}{2\pi} \int_{S_1} \varphi_I^s(q) \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) dS \\ & - \frac{K_2-1}{K_2+1} \frac{1}{2\pi} \int_{S_2} \varphi_{II}^s(q) \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) dS \dots \\ & - \frac{K_N-1}{K_2+1} \frac{1}{2\pi} \int_{S_N} \varphi_N^s(q) \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) dS \end{aligned} \quad (4.41)$$

但し、 $\varphi_N^s(q)$ は N 番目の物体の表面上のポテンシャルである。

4.3 境界要素法の適用

ここでは、支配方程式 (4.22) の $\varphi_s(p)$ を求めるために、境界要素法を適用して解く場合を簡単に示す。

4.3.1 磁気スカラーポテンシャルの解析

式 (4.22) の右辺の第 2 項は以下のように示される。

$$\frac{d}{dn} \left(\frac{1}{r_{pq}} \right) = \underline{n} \cdot \text{grad} \left(\frac{1}{r_{pq}} \right) = - \frac{\underline{n} \cdot \underline{r}}{r^3} \quad (4.42)$$

故に式 (4.42) を式 (4.22) に代入すると、

$$\varphi^s(p) = \frac{2}{K+1} \psi(p) + \frac{K-1}{K+1} \frac{1}{2\pi} \int_S \varphi^s(q) \frac{\underline{n} \cdot \underline{r}}{r_{pq}^3} dS \quad (4.43)$$

境界要素として 8 節点四角形要素 (Fig. 4.4) を適用する。その内挿関数 $[N]$ は、

$$[N] = [N_1, N_2, N_3, \dots, N_8] \quad (4.44)$$

要素 e 内での表面のポテンシャル $\varphi^s(q) = [N] \{\varphi_e\}$

ここで、

$$\{\varphi_e\} = \{\varphi_e^{(1)}, \varphi_e^{(2)}, \dots, \varphi_e^{(8)}\} \quad (4.45)$$

式 (4.45) を用いて式 (4.43) を離散化する。境界平面上に点 p が要素の i 節点にあるとき、

$$\varphi_e^{(i)} = \frac{2}{K+1} \psi(p_e^i) + \frac{K-1}{K+1} \frac{1}{2\pi} \int_S [N_f] \{\varphi_f\} \frac{\underline{n} \cdot \underline{r}}{r_{ef}^3} dS_f \quad (4.46)$$

ここで f は節点 (f=1~8) を示す。さらに、

$$\int_S [N_f] \{\varphi_f\} \frac{\underline{n} \cdot \underline{r}}{r_{ef}^3} dS_f = \int_S [N_f] \frac{\underline{n} \cdot \underline{r}}{r_{ef}^3} dS_f \{\varphi_f\} \quad (4.47)$$

そこで、式 (4.47) を Q_{ij} とおくと、

$$\sum_{f=1}^M \left(\int_{S_f} [N_f] \frac{\underline{n} \cdot \underline{r}}{r_{ef}^3} dS_f \right) \{\varphi_f\} \dots \dots \dots \Omega_{ij}$$

次に示すマトリックス表示が得られる。

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 1 & 0 & \\ 0 & 0 & 1 & \\ \vdots & & & \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varphi^{(1)} \\ \vdots \\ \varphi^{(n)} \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} \Omega_{11} & \Omega_{12} & \dots \\ \Omega_{21} & \Omega_{22} & \\ \vdots & & \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varphi^{(1)} \\ \vdots \\ \varphi^{(n)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varphi^{(n)} \\ \vdots \\ \varphi^{(n)} \end{Bmatrix} \quad (4.48)$$

Q_{ij} を求めるためには、Gaussの数値積分公式を適用する。

表面のポテンシャル φ_s が求められれば、式(4.20)、および(4.21)を用い強磁性体内外のポテンシャルを求めることができる。同様な方法により内部のポテンシャルは、

$$\varphi_1(p) = \frac{\phi(p)}{K} + \frac{K-1}{4\pi K} \int_S \frac{\underline{n} \cdot \underline{r}}{r_{pq}^3} [N] dS_q \cdot \{\varphi_e\} \quad (4.49)$$

外部のポテンシャルは、

$$\varphi_2(p) = \phi(p) - \frac{K-1}{4\pi} \int_S \frac{\underline{n} \cdot \underline{r}}{r_{pq}^3} [N] dS_q \cdot \{\varphi_e\} \quad (4.50)$$

ここでも、式(4.49)および(4.50)の右辺第2項にGaussの数値積分公式を適用する。

4.3.2 磁場解析

強磁性体内部の磁場は、4.3.1で示した方法を用いて得られる。

強磁性体の \underline{B} - \underline{H} 関数は次式で与えられる。

$$\underline{B} = \mu_0 K \underline{H} \quad (4.51)$$

磁気スカラーポテンシャル φ と \underline{H} の関係は次式で求められる。

$$\underline{H} = -\text{grad } \varphi \quad (4.52)$$

式(4.52)を式(4.20)に代入すると次式が得られる。

$$\underline{H}_1 = -\frac{1}{K} \nabla \phi(p) + \frac{K-1}{4\pi K} \int_S \varphi^s(q) \left[\frac{\underline{n}}{r_{pq}^3} - \frac{3(\underline{n} \cdot \underline{r})\underline{r}}{r_{pq}^5} \right] dS_q \quad (4.53)$$

次式に示すような要素 e の形状関数 $[N_e]$ を用い

$$\varphi^s(q) = [N_e] \{\varphi_e\} \quad (4.54)$$

の関数を式(4.53)に代入すると結局 \underline{H}_1 の x 成分は次式で求められる。

$$(\underline{H}_1)_x = \frac{1}{K} (H_{ap})_x + \frac{K-1}{4\pi K} \int_S [N_e] \left\{ \frac{n_x}{r_{pq}^3} - 3 \frac{\underline{n} \cdot \underline{r} (x_q - x_p)}{r_{pq}^5} \right\} dS_q \{\varphi_e\} \quad (4.55)$$

\underline{H}_1 の y および z 成分は式(4.55)の x を y および z に変えることにより得られる。最後に得られた \underline{H}_1 を式(4.51)に代入すれば、強磁性体内部の磁場が得られる。

4.4 数値解析結果

境界要素法によって作成された磁場解析コード (MAFIA, Magnetic Field Analysis) によりコード検証の為、一様磁場中に置かれた強磁性体球の磁場解析を行い、解析解と比較した。応用として平板 (一枚) での解析さらには強磁性体相互の連成問題に対して平板 2 枚がある間隔を持って置かれている場合を解析し、1 枚単独の場合と比較した。

4.4.1 強磁性体球

Fig. 4.5 に示すように一様磁場中に強磁性体球が置かれている場合、強磁性体内部の磁場は次に示す式で与えられる。

$$H' = \frac{3\mu_0}{2\mu_0 + \mu} H_0 = \frac{3B_0}{2\mu_0 + \mu} \quad (4.56)$$

ここで、 H' は内部、 H_0 は外部の磁場を表わす。

式 (4.56) より内部の磁場 B' は、

$$B' = \frac{3\mu}{2\mu_0 + \mu} B_0 (= \mu H') \quad (4.57)$$

強磁性体の比透磁率 $K (= \mu/\mu_0)$ は 1 より大きいから、式 (4.57) は次のようになる。

$$B' = \frac{3K}{2+K} B_0 \quad (4.58)$$

式 (4.58) において K が非常に大きい場合、強磁性体内部の磁場は約 3 倍になる。以上の結果を踏まえ、半径 0.05 m の強磁性体球に対して "MAFIA" を適用して得られた結果を以下に示す。解析に使用したモデル (平面図) を Fig. 4.6 に示す。使用した節点数は 254、要素数は 84 である。Fig. 4.7 に球中心から半径方向への磁場および磁気スカラーポテンシャルの変化を示す。球中心での磁場は外部磁場に対して約 2.9 倍となり、理論解にはほぼ一致している。但し、球表面に近い領域では磁場の集中が顕著に表われ、形状効果が良く表われている。この効果については後述の平板での解析結果のところでも詳しい考察をする。一様磁場中に置かれた球の解析結果よりこの解析コードの妥当性が検証されたので、次に平板での磁場の擾乱及び集中し 2 枚板の連成について触れる。

4.4.2 数値解の収束性

強磁性体球の磁場解析において、理論解との良好な一致を得た後を受けて、コーナーあるいは辺等の不連続部を有する平板 (一枚板) に対してその数値解の収束性を検討した。解析に使用した平板は次に述べる一枚板と同様に長さ (L) は 100 mm、幅 (W) は 10 mm および板厚 (t) は 2 mm である。尚、節点数は 458、要素数は 152 とした。

先ず板中央の上下表面での磁気スカラーポテンシャル ϕ の妥当性を検討する。式 (4.51) お

よび (4.52) から、板厚方向の磁気スカラーポテンシャル ϕ は $H/t/2$ (ここで板厚は t であり、上表面で $-$ 、下表面で $+$)である。外部磁場 B_0 を 0.025 Tesla, μ_0 は $4\pi \times 10^{-7}$, 磁性体の比透磁率 K を 6.08×10^4 とすれば、 ϕ は 3.3×10^{-4} (A) となる。数値解析で得られた ϕ はほぼ 3.7×10^{-4} (A)であり、解析解よりも大きな値となっている。この値には非線形性および幅方向の効果(コーナー部の不連続)が含まれているので、数値解析で得られた ϕ は妥当なものと言える。

次に、数値解析で得られた磁気スカラーポテンシャル ϕ の収束性を検討するため、コーナー部の ϕ に着目し、Gaussの積分点数を3, 5, 8および13とした場合の数値解析結果をTable 4.1に示す。積分点数は13でほぼ収束している。但し、平板全体でのポテンシャルのスムーズな分布を得るためには、さらに積分数の増加が必要である。

ここで、境界要素法の性質から $1/r$ の性質を有効に利用することが出来る。つまり、 r が大きい場合(field pointとsource pointが充分離れている)には、少ない積分点数を採り、逆の場合は多く採ることが出来る。例えば、後に述べる数値解析では、 r が20mm以下でのその積分点数を35とし、それ以上では積分点数を13, 8および5としても総てのポテンシャル値は不変であった。但し、積分点数を変える r の採り方は、形状等に依存するので検討を必要とする。この方法は磁気スカラーポテンシャルから内部磁場を求める場合にも適用出来る。

以下の数値解析では、平板の磁場に関してその物理的性質を追及するため、許容された計算機の制限(1 Job当たりの1回の計算時間は2時間)を最大限利用出来る積分点数を採用した。一枚板での積分点数は40/13(r が20mm以下/20mm以上)、二枚板では25/13である。二枚板では積分点数が少ないため後に示す結果(Fig. 4.15~4.17)には多少収束性が欠けているが、連成効果は充分得られている。

4.4.3 一枚板の解析

一様磁場中に置かれた強磁性体平板の磁場解析を行った。平板の長さ(L)は100mm, 幅(W)は10mmおよび板厚(t)はその効果を調べるため1.2, 1.6, 2.0および2.5mmとした。板の要素分割をFig. 4.8(a)に示す。辺およびコーナーでの磁場の集中を求めるため、節点数650, 要素数は216である。磁場が面に垂直方向から作用する(Fig. 4.8において B_{y0})場合、板厚 t が1.2, 1.6, 2.0および2.5mmの平板の下面($x-y$ 平面で $y=-t/2$)辺上での磁気スカラーポテンシャルの分布をFig. 4.9に示す。

上面での同分布は下面のポテンシャルの絶対値は同じで符号だけ異なっている。図に示されている結果から、コーナーでポテンシャルに大きな集中が見られるとともに、板厚の効果により板厚方向での集中も見られる(Fig. 4.15参照)。しかし、その値は辺およびコーナーでは幾何学的不連続にもかかわらず有限である。幅方向の中央断面($x=0$)での分布にも辺近傍でポテンシャル同様の集中が見られる(Fig. 4.13参照)。このポテンシャルの分布および集中は後で示す誘導磁場の集中に起因する。

Fig. 4.10に $y-z$ 平面($x=0$)内のA点近傍における誘導磁場の幅方向の分布を示す。縦軸が磁場の集中を示す無次元量(B_y/B_0)および横軸が原点($x=y=z=0$)から幅方向の距離を示す。図には磁場の B_y (y 成分)が示されている。理論的には B_y が $x=0$ および $y=0$ で

かつ磁性体の外側から $z = w/2$ に近づいた点では零に収束することは図からも明らかである。同様な分布が $y > 1$ mm の範囲を除いて、側壁から十分離れた領域でも見られる。誘導磁場の集中係数（外部磁場との比）は少なくとも 2 よりも大きい。その集中係数は Fig. 4.10 に示されているように側壁の位置により大きな違いがある。この集中係数について、D. V. Wallerstein と M. O. Peach [4-2] らの結果と本解析結果とは異なっている。Fig. 4.9 に示されているように、辺上でのポテンシャルは有限であり、このことは、表面あるいは辺上での誘導磁場が有限になることを示唆している。故に、Fig. 4.10 における磁場の集中はある有限な値に収束しなければならない。

Fig. 4.11 に長手方向端近傍における幅方向の誘導磁場の分布を示す。分布の形は Fig. 4.10 に示されている場合と同様である。但し、長手方向（ x 方向）における端の効果による集中により、中央断面よりはその集中の程度は大きい。このことから、4 つの角上での誘導磁場の集中は最も大きくその係数は約 4.0 である。

Fig. 4.12 に y 方向（板厚方向）の磁場成分 B_y の分布を示す。横軸は y 方向（板厚方向）の距離を示し、誘導磁場の分布は $y = 0$ で対称性を有しているので $y > 0$ の領域のみ示されている。表面上での誘導磁場は計算されていないが、磁場の法線方向成分の連続条件は表面で満足している。磁化した平板から十分離れた位置での誘導磁場は外部磁場と等しいが、 y 軸（ $x = 0$, $z = 0$ ）に沿って $B_y = 1.1 B_0$ （ B_0 は外部磁場）となっている。誘導磁場の集中は、2 つの曲線（ $z = 4.8$ mm に対して $x = 0$ と 48 mm）から認められる。

磁場の集中に対する板厚の効果を Fig. 4.13 に示す。図はそれぞれ長さ方向および幅方向での誘導磁場の分布を示している。板厚の違いによる誘導磁場はすべての領域で顕著である。しかし、板の内部での集中はほとんど同じ値に、外部では零に収束している。

Fig. 4.14 に $y-z$ および $x-y$ 面での誘導磁場の流れ線図を示す。平板の端における誘導磁場の集中の様子が図からも明らかである。このような誘導磁場の集中に伴う平板内部の磁場の擾乱は、最初に述べた梁の一樣磁場中における電磁弾性座屈の原因である。梁の端では $M \times B$ のモーメントが発生し外部磁場が臨界磁場に達すると梁は座屈する。この現象を解明するためにここでの解析手法およびコードは有効である。

尚、図に示されているように表面から 10 mm 以上離れると誘導磁場の擾乱は見られない。これは磁気閉じ込め型核融合炉に強磁性体であるフェライト鋼を採用する場合にはプラズマ物理上重要なデータである。

4.4.4 2枚板の連成効果

一樣磁場中に置かれた強磁性体平板の近くに、さらに強磁性体平板を近づけると周囲の磁場はより大きく乱れることが予想される。この現象は磁場中に置かれた 2 枚平板が互いに強力に影響し合う事を示している。谷および大友 [4-10] は無限に幅の広い 2 枚平板の座屈磁場に対して理論的結果を導き、有限な 2 枚平板を用いた実験により近似的にその結果を検証した。

解析に用いたモデルおよび要素分割は Fig. 4.8.(b) に示されている。平板 1 枚の節点数は 450、要素数は 152 であり 2 枚での合計は各々 900 および 304 である。平板は長さが 50 mm、幅 W が 10 mm、板厚 t が 2.0 mm である。

Fig. 4.15に同じサイズの平板2枚の間隔 d を変えた場合の板中央断面の誘導磁場の擾乱を示す。Fig. 4.15(a)は間隔 d が 3.0 mm, Fig. 4.15(b)間隔 d が 5.0 mm の場合に対応する。平板の間隔 d が 5.0 mm より 3.0 mm の場合が誘導磁場の擾乱がより大きい。間隔 d が 3.0 mm の場合に、誘導磁場の幅方向成分 B_z は無視することはできなく、磁気弾性相互作用（例えば座屈磁場の評価）の評価には考慮する必要がある。

Fig. 4.16に2枚平板の連成効果をみるために、平板が単独に置かれている場合の誘導磁場との比較を示している。誘導磁場の z 方向成分 B_z の分布も B_y と同時に示されている。Fig. 4.16(a)が $z = 0$ の板中央面に対応し、Fig. 4.16(b)長手方向の端（1枚平板では $x = 49\text{mm}$, 2枚平板では $x = 24\text{mm}$ ）の断面に対応する。磁場の法線方向成分の連続性に関する境界条件は B_z の分布から側壁上に於て満足している。Fig. 4.16(a)と対称性（ $x = 0, y = 0$ ）から推定できるが、 B_z は表面で零に収束する傾向がある。特に B_z の分布は1枚平板と2枚平板との間には顕著な差が現れ、平板の間隔に強く依存する。しかし、誘導磁場の集中の程度は両者とも同じになると思われる。

Fig. 4.17に板厚方向（ y 軸）に沿って B_y の分布を示す。対称性の為、板厚の上半分について検討する。間隔 d の値（3.0 および 5.0 mm）によってその対称性を示す位置は異なっている。Fig. 4.17(a)において、2枚平板（ $d = 3\text{mm}$ ）の場合 $x = 0$ および $y = 0$ の位置における内部の B_y の値は間隔 d が 5 mm および 1枚平板の場合に比べ非常に大きい外部ではどの場合も同じである。 B_y に関する境界条件（前述）もFig. 4.17に示されているように満足している。 $x = 0$ および $z = 4.8\text{mm}$ の場所での B_z の分布は $z = 0.0$ の場所での分布とは異なり非常に複雑である。その理由は2枚平板の連成効果によるものと思われる。

4.5 平板の傾斜磁場下における磁場の擾乱

前述の解析は磁場が平板に垂直に入射する場合を取り扱った。ここではその平板が一様磁場中である角度を有して置かれている場合を考える。この問題は第5章で触れる磁化電磁力の解析にも関連する。長さ（ L ）および板厚（ t ）の影響を調べるために解析モデルはFig. 4.18に示す一枚平板を考える。平板（軟鋼）の比透磁率（ K ）は620、外部磁場 $B_0 (= \sqrt{B_{0x}^2 + B_{0y}^2})$ は0.1 Teslaとした。

無限平板の場合は平板内部の x 方向磁場成分 B_x は外部磁場成分 B_{0x} の K 倍になる。そこで、Fig. 4.18に示すような平板の有限効果を以下に示す。

4.5.1 板厚の効果

長さ L を 150 mm, 幅 b を 10 mm と一定にし、板厚 t を 1.0, 2.0, 5.0 および 10.0 mm と変えた場合の板内部での誘導磁場（ B_x ）の解析結果をFig. 4.19に示す。解析で与えた比透磁率は620であるが、この解析で得られた板中央 $x = 0$ における B_x の見掛け上の比透磁率は、各板厚に対して（薄い方から）315, 252, 142 および 89 となり、板厚が薄いほど真の比透磁率に近づく。さらに、 B_x は長手方向に \sin 分布となっており、両端（ $x = \pm 75.0\text{mm}$ ）の効果も現れている。但し、両端での B_x は外部磁場と等しい。

4.5.2 長さの効果

板厚の t を 2.0 mm, 幅 b を 10.0 mm と一定にし, 長さ L を 20.0, 100.0 および 150.0 mm と変えた場合の板内部での誘導磁場 (B_x) の解析結果を Fig. 4.20 に示す。板厚の効果とは逆に長さが長いほど B_x は解析で与えた比透磁率に近づく。

4.5.3 幅方向の分布

ここでは, 板厚および長さの板内部の長手方向磁場 B_x に与える影響とは別の観点から幅の両端の効果 (edge effect) を考察する。長さ L を 150.0 mm, 板厚 t を 2.0 mm の場合の幅方向の B_x の解析結果を Table 4.2 に示す。長手方向 x が 0 から ± 70.0 mm の範囲では幅方向の端の効果は現れない。 x が ± 74.0 mm 以上の範囲では幅両端の効果よりは長手方向の端の効果が現われているものと思われる。

4.5.4 空間的な磁場の擾乱

Fig. 4.21(a) に板厚 t を 5.0 mm, 長さ L を 150.0 mm, 幅 b を 10.0 mm とし, 傾斜磁場の角度が 2° の場合の板の $x-y$ 断面の磁場の擾乱を示す。Fig. 4.21(b) には板厚 t が 2.0 mm の場合の板周辺 ($x-z$ 断面, 板厚方向の中心) の磁場の擾乱を示す。二つの図には前に述べた有限効果の影響が良く現われている。特に, Fig. 4.21(b) に示されているように, 平板の側部での磁場の向きから式 (4.24) の境界条件が満足されていることが分かる。

4.6 まとめ

現在, 強磁性体等の誘導磁場に関する詳細な現象は十分理解されていないが, その情報は平板の電磁弾性座屈のような連成問題を解明するためには重要である。そこで, ここでは有限形状の強磁性体内外部の誘導磁場を解析するために境界要素法を適用することによってその現象の解明を目的とした。

境界要素法を用いる利点は解析すべき未知数が表面のポテンシャルだけで良いということである。例えば, 有限要素法では物体の内部および外部のポテンシャルを求める必要があり, 多くの未知数を扱うことになる。H. B. Phillips の方法に基づいて D. V. Wallerstein と M. O. Peach が導いた式をここでは 2 枚以上の強磁性体が一様磁場中に存在する場合の問題まで拡張した。この連成問題はここでの問題および導体内の渦電流問題のような電磁問題には共通である。さらに, ここで適用した境界要素法による解析手法は磁気閉じ込め型核融合炉で重要な渦電流問題の解析に応用できる。

磁場中に置かれた強磁性体の誘導磁場を解析した結果, 次のような結論が得られた。

- (1) 誘導磁場の擾乱に対する板厚の効果および幾何学不連続性の影響が明らかになった。また, 電磁弾性座屈の原因となる板端部での磁場の擾乱が明らかになった。
- (2) 誘導磁場の集中は, 板の長さの増加あるいは板厚の減少に伴い増加する。但し, 有限の形状では, 板中央の磁場の集中は外部磁場に対して比透磁率 (K) 倍よりは小さい。

- (3) 2枚の強磁性体平板の連成効果も明らかにした。連成効果は板の間隔に強く依存すること、さらに、特にその間隔が狭まれば端部に於ける板厚方向の磁場の擾乱が増加することが明らかになった。
- (4) 磁場閉じ込め核融合炉に強磁性体を採用する場合、磁性体近傍での磁場の擾乱は、プラズマと第1壁の間のスクレイプオフ層の存在により、プラズマに影響を与えないものと思われる。
- (5) 作成した解析コードは任意の形状に適用でき、複雑な形状をした第1壁／ブランケット容器等の磁場解析が可能である。
- (6) しかし、大きなかつ複雑な形状の場合には計算時間が過大になることおよびマトリックスが大きくなり、多量の記憶容量が必要となる。磁場の連成効果を考慮したマトリックスの作成、あるいはフルマトリックスのバンド化等、計算機による解析手法の改良が必要である。

参考文献

- [4 - 1] F.C.Moon and Y.W.Pao, "Magnetoelastic Buckling of Thin Plate," ASME J. App. Mech., 35, pp. 53-58 (1968)
- [4 - 2] D. V. Wallerstein and M. O. Peach, "Magnetoelastic Buckling of Beams and Thin Plates of Magnetically Soft Material," ASME J: App. Mech., 39, pp. 451-455 (1972)
- [4 - 3] J. M. Dalrymple, M. O. Peach and G. L. Viegelaahn, "Magnetoelastic Buckling of Thin Magnetically Soft Plate in Cylindrical Mode.," ASME J. App. Mech., 41, pp. 145-150 (1974)
- [4 - 4] J. M. Dalrymple, M. O. Peach and D. L. Viegelaahn, "Magnetoelastic Buckling : Theory versus Experiment," J. Exp. Mech., 17, pp. 26-31 (1976)
- [4 - 5] C. H. Popelar, "Postbuckling Analysis of a Magnetoelastic Beam," ASME J. App. Mech., 39, pp. 207-211 (1972)
- [4 - 6] K. Miya, K. Hara and K. Someya, "Experimental and Theoretical Study on Magnetoelastic Buckling of Ferromagnetic Cantilevered Beam-Plate," ASME J. App. Mech., 45, pp. 355-360 (1978)
- [4 - 7] K. Miya and T. Takagi and Y. Ando, "Finite-element Analysis of Magnetoelastic Buckling of Ferromagnetic Beam-Plate," ASME J. App. Mech., 47, pp. 377-382 (1980)
- [4 - 8] A. A. F. Van de Ven, "Magnetoelastic Buckling of Thin Plates in a Uniform Transverse Magnetic Field," J. Elasticity, 8, pp. 297-312 (1978)
- [4 - 9] H. B. Phillips, "Effect of Surface Discontinuity on the Distribution of Potential," J. Math. and Pyhs., 13, pp. 261-267 (1934)
- [4 - 10] J. Tani and K. Ootomo, "Interaction of Two Nearby Ferromagnetic Panels on the Magnetoelastic Buckling," Proc. IUTAM-IUPAP Symp. on The Mechanical Behavior of Electromagnetic Solid Continua, North-Holland, pp. 385-390 (1983)
- [4 - 11] A. G. A. M. Armstrong, et al., "The Galerkin Method of Weighted Residuals Applied to the Magnetostatic Scalar-Potential Boundary Integral Equation in Three Dimension," IEEE Trans. Magnetics, MAG-19, (6), 1983
- [4 - 12] R. Herbermann, et al., "The Development of the Mirror Advanced Reactor Study (MARS) and Plasma Technology System," Nucl. Tech./Fusion, 4, pp. 279-283 (1983)
- [4 - 13] H. Attaya and G. L. Kulicinski, "Effect of Temperature on Magnetic Field Perturbations from the Ferromagnetic Blanket In MARS," ibid., pp. 471-476 (1983)

Table 4.1 Convergency of numerical results with Gauss integral points

Gauss points	Magnetic scalar potential (A)
3×3	-2.15045×10 ⁻³
5×5	-2.15650×10 ⁻³
8×8	-2.15681×10 ⁻³
11×11	-2.15680×10 ⁻³
13×13	-2.15679×10 ⁻³

Table 4.2 Distribution of magnetic field induction (Bx) in the direction of plate width (L=150mm, t=2mm, W=10mm)

$x(mm)$ \ $z^*(mm)$	0.0	2.0	4.0
0.0	0.8815	0.8817	0.8824
5.0	0.8701	0.8702	0.8682
10.0	0.8464	0.8465	0.8374
20.0	0.8399	0.8400	0.8404
30.0	0.7441	0.7443	0.7262
50.0	0.6013	0.6017	0.6031
70.0	0.2455	0.2477	0.2532
74.0	0.1097	0.1133	0.1315

unit : Tesla

* : z is the direction of width(±5 mm)

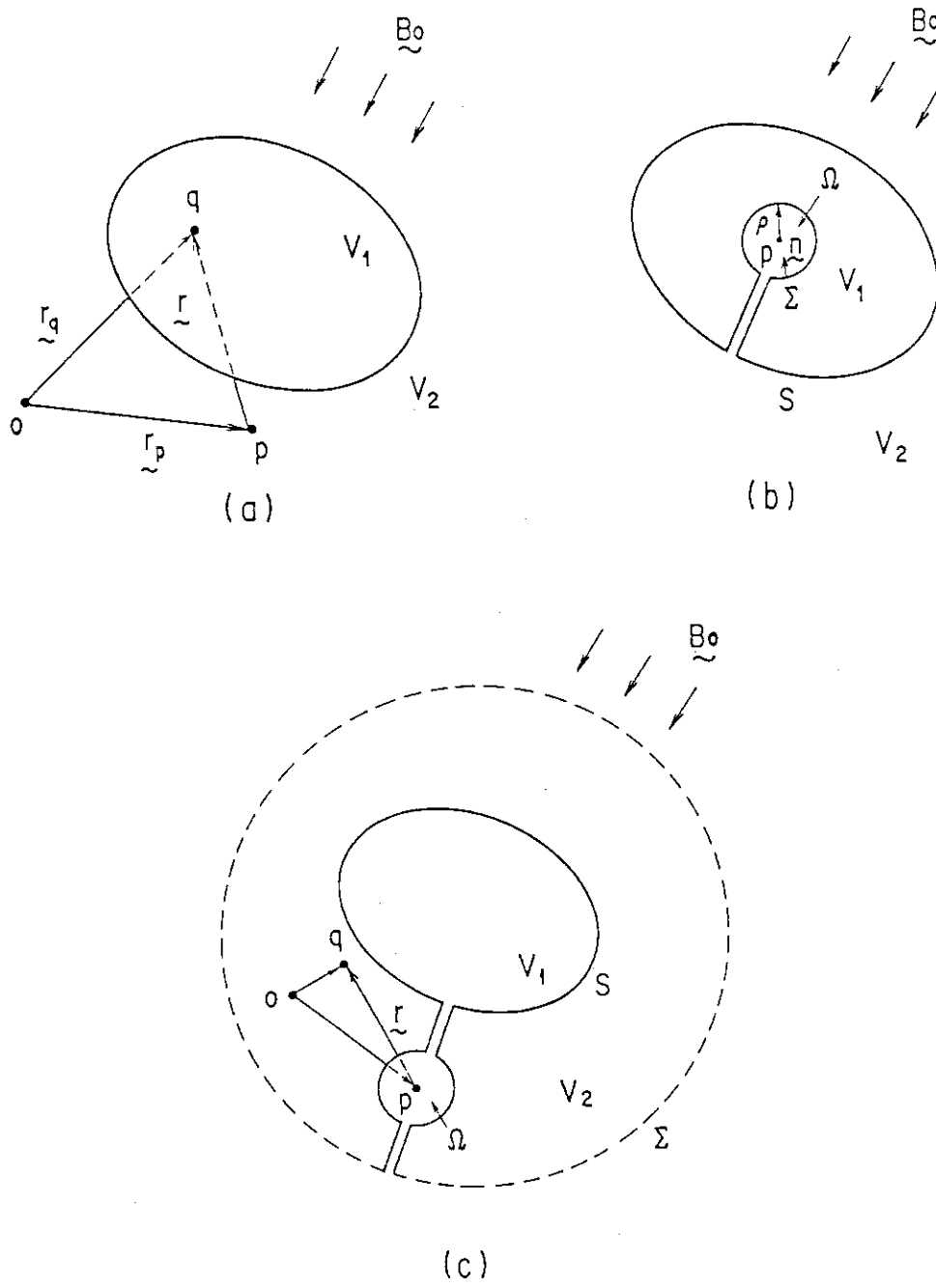


Fig. 4.1 Domain and boundary for problem

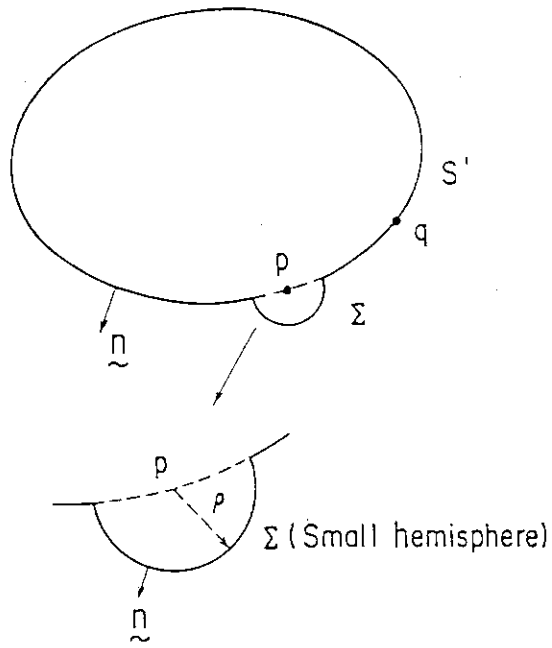


Fig. 4.2 Small hemispherical region on smooth boundary

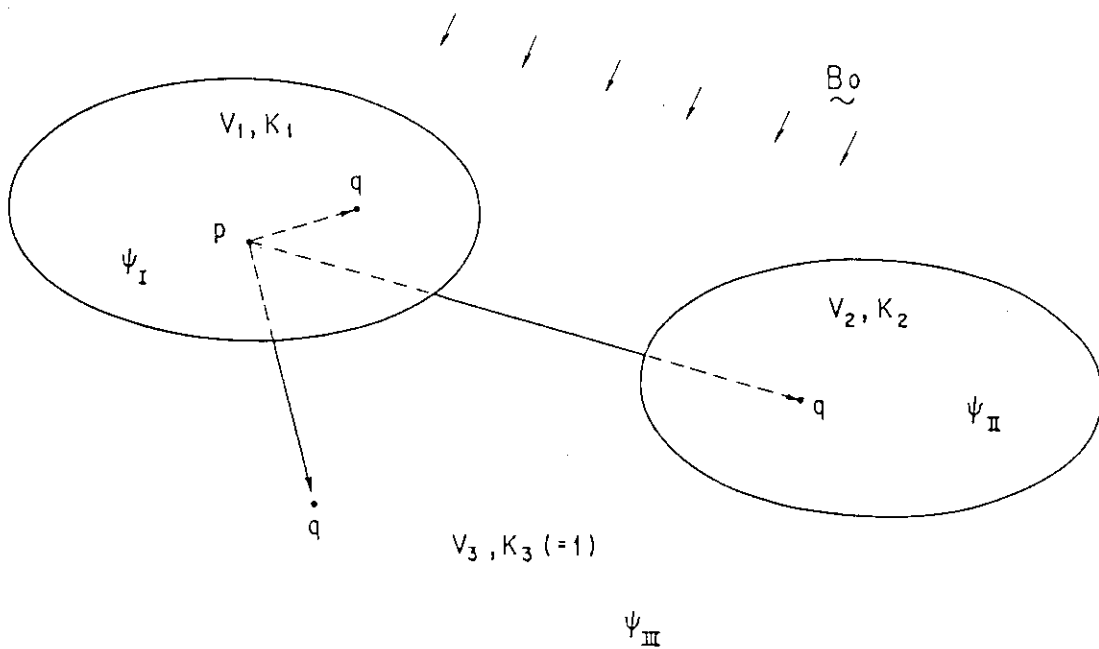


Fig. 4.3 Domain and boundaries for double body problem

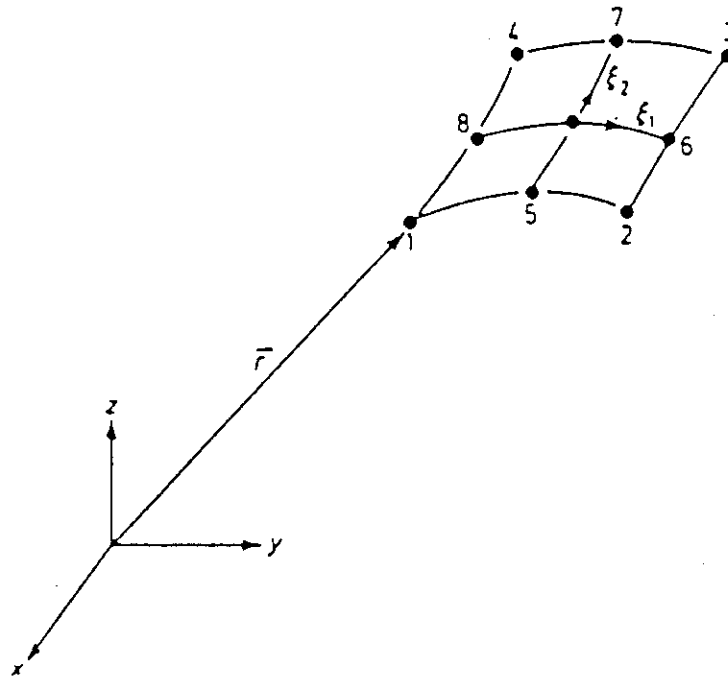


Fig. 4. 4 Eight noded boundary element

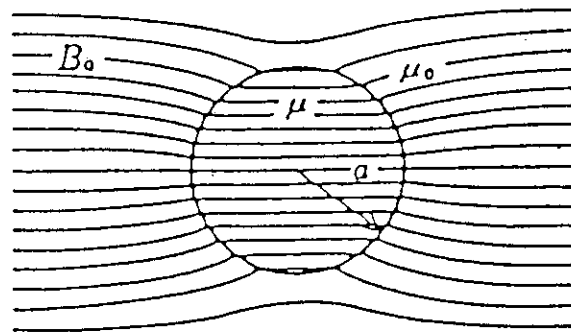


Fig. 4. 5 Ferromagnetic spherical body in uniform magnetic field

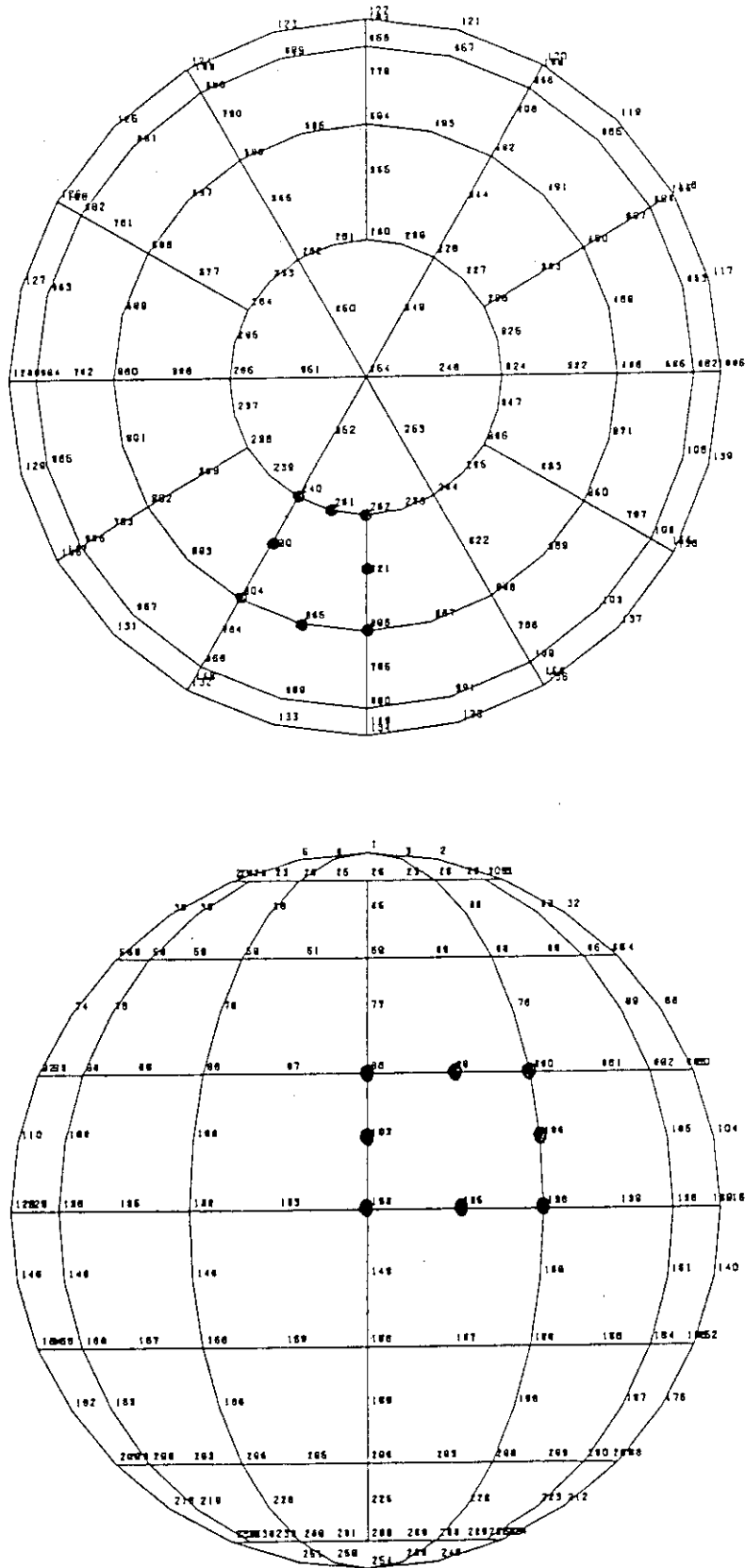


Fig. 4.6 Boundary element meshes of spherical body for numerical analysis

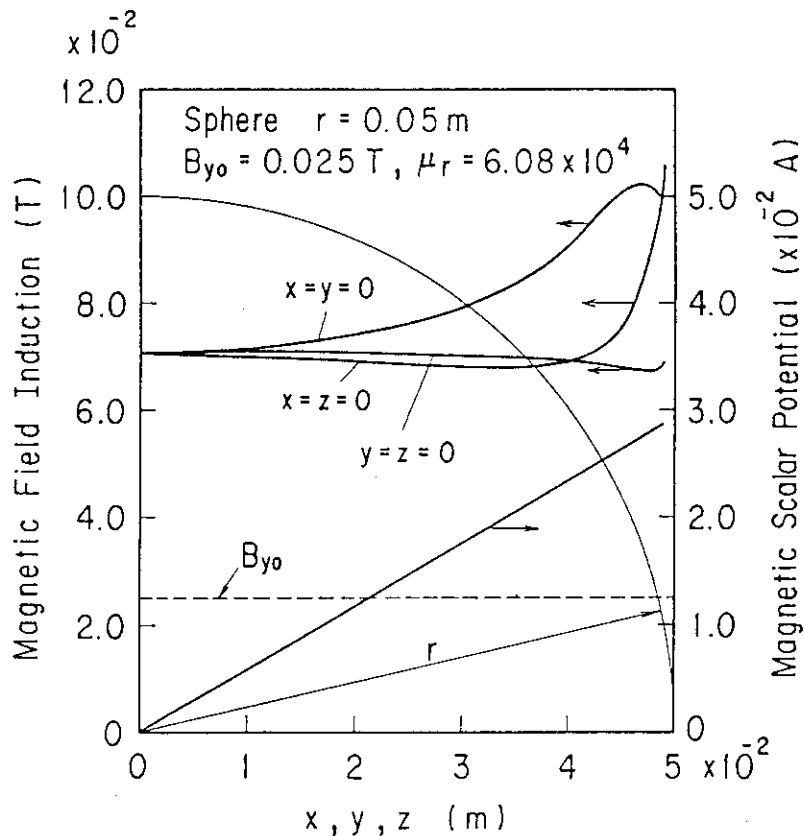


Fig. 4.7 Magnetic scalar potential and induced magnetic induction in spherical body

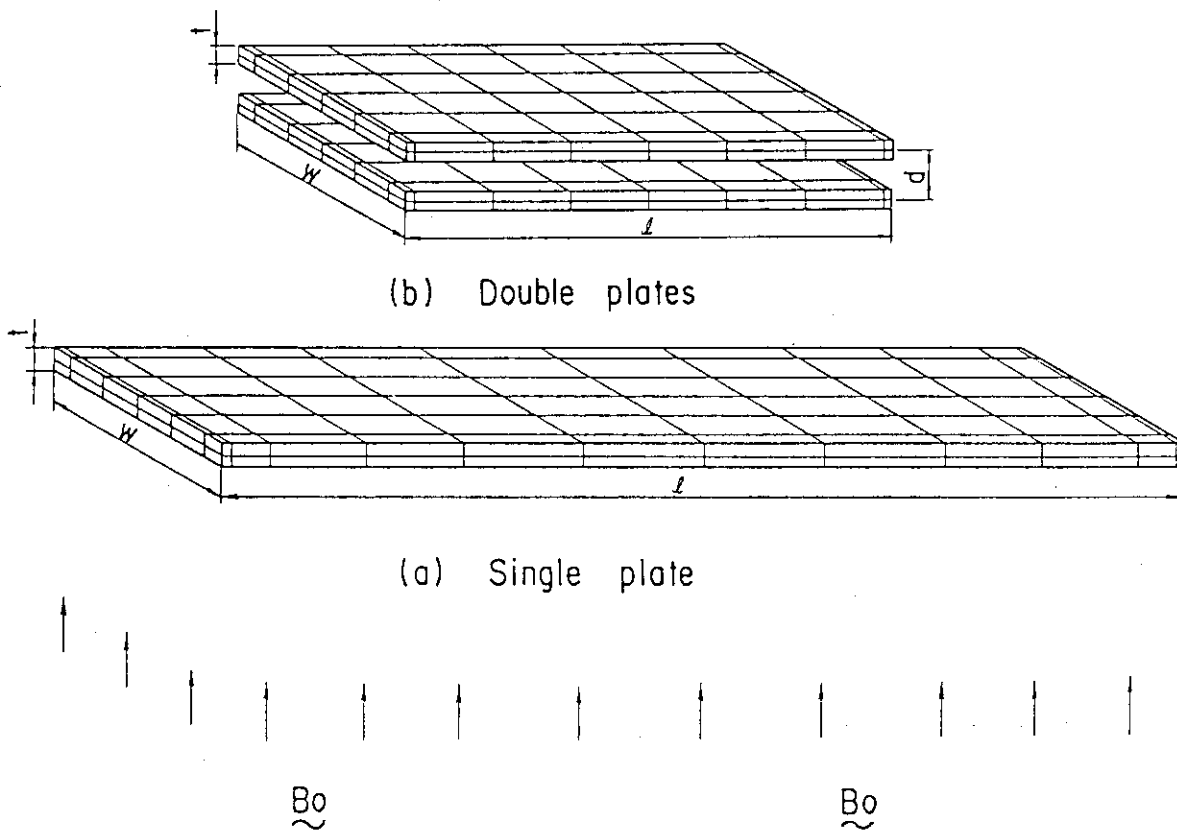


Fig. 4.8 Geometries and boundary element meshes of beam-plate

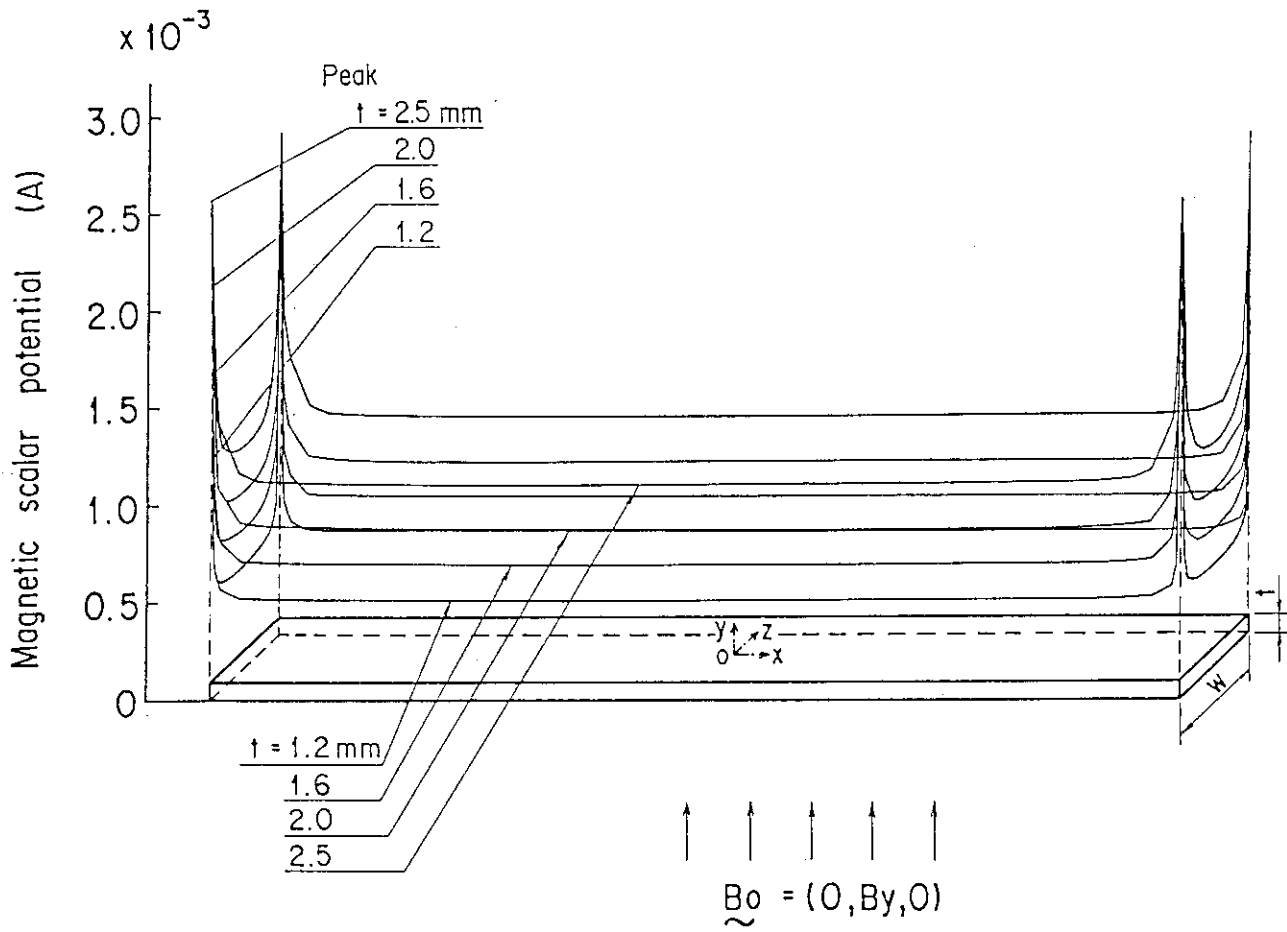


Fig. 4.9 Magnetic scalar potential on one side

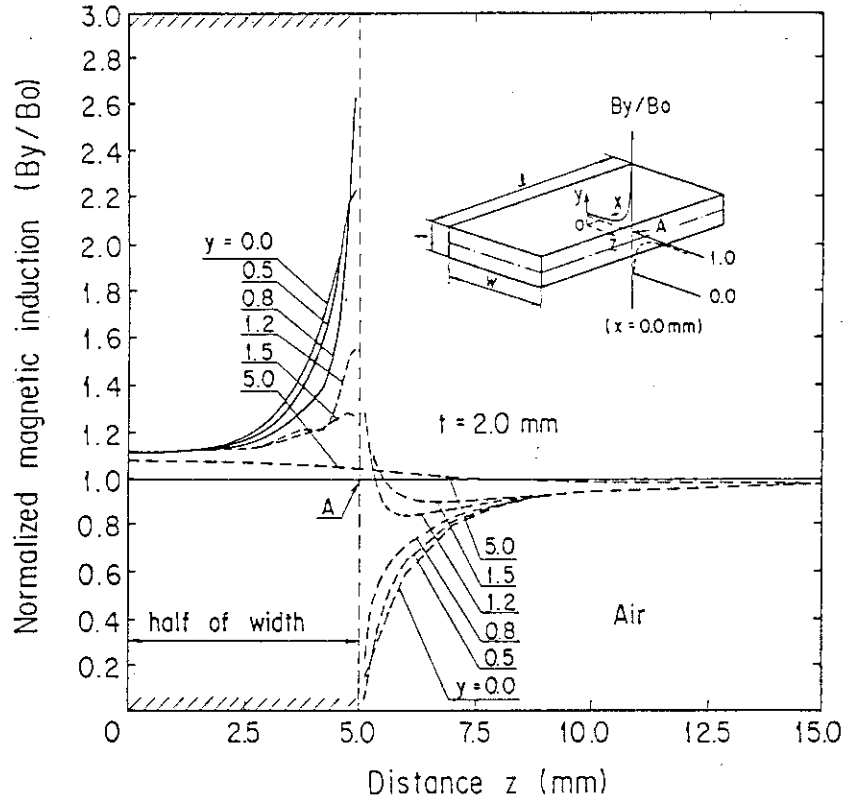


Fig. 4.10 Magnetic induction in mid-section ($x=0$)

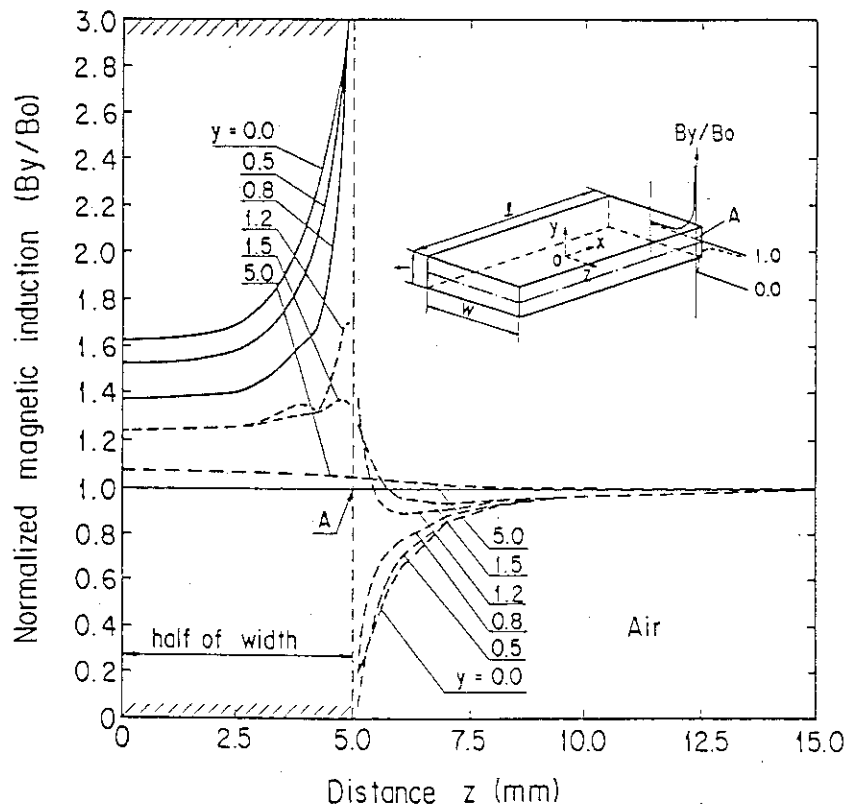


Fig. 4.11 Magnetic induction near edge ($x=49$ mm)

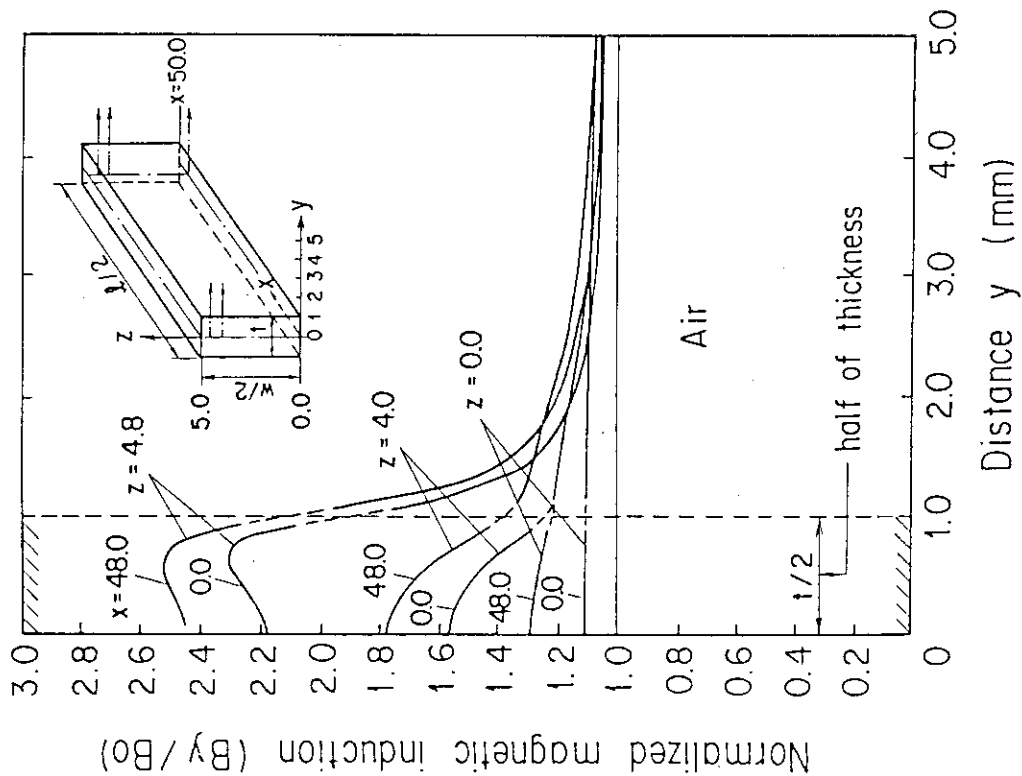


Fig.4.12 Magnetic induction in vertical direction (y)

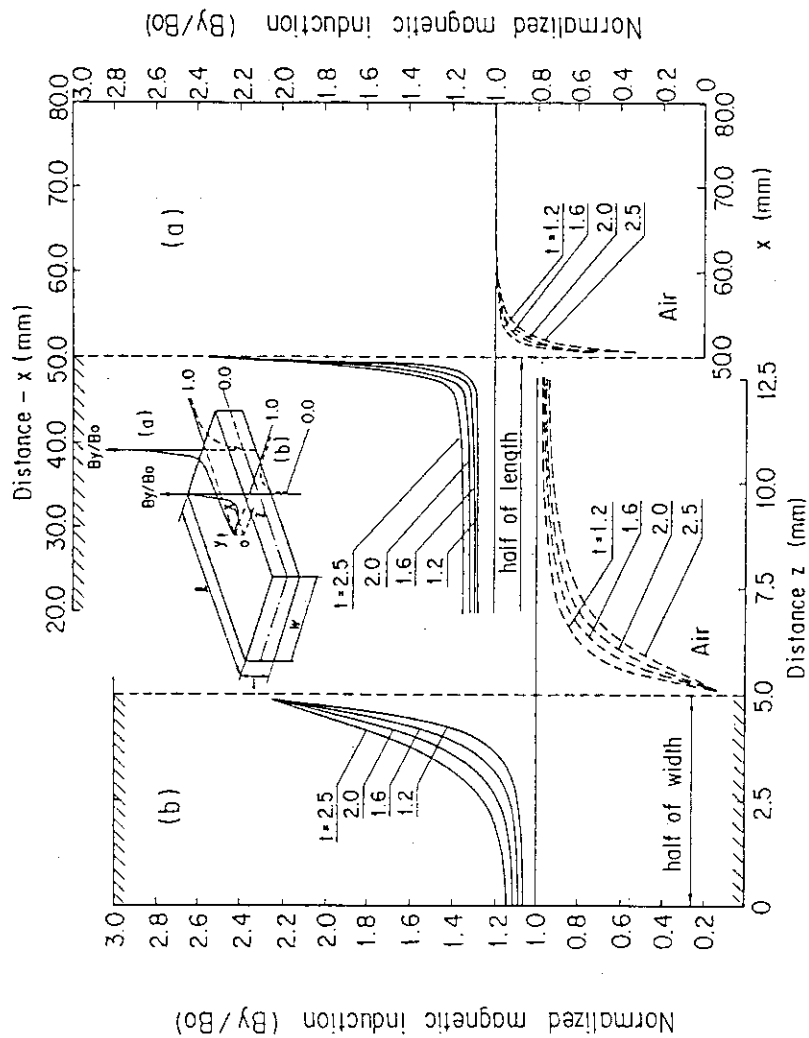
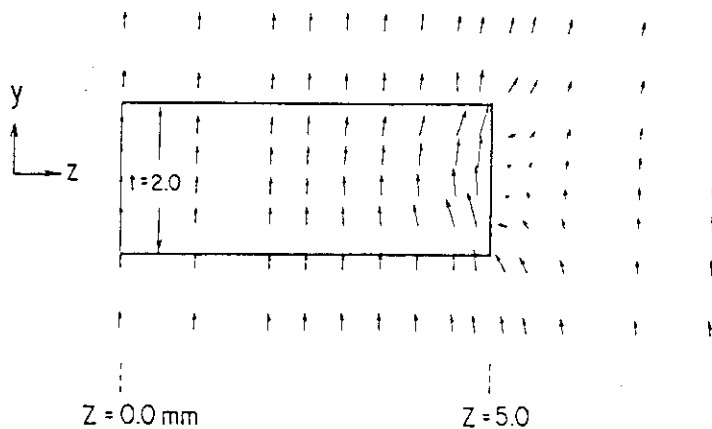
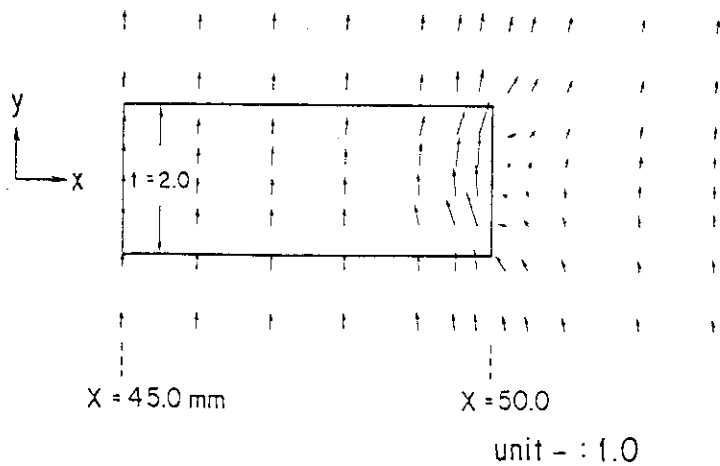


Fig.4.13 Effect of plate thickness on magnetic induction



(a) Distribution of y-z plane



(b) Distribution x-y plane

Fig. 4.14 Flow pattern of magnetic induction
y-z and x-y planes for single beam-plate

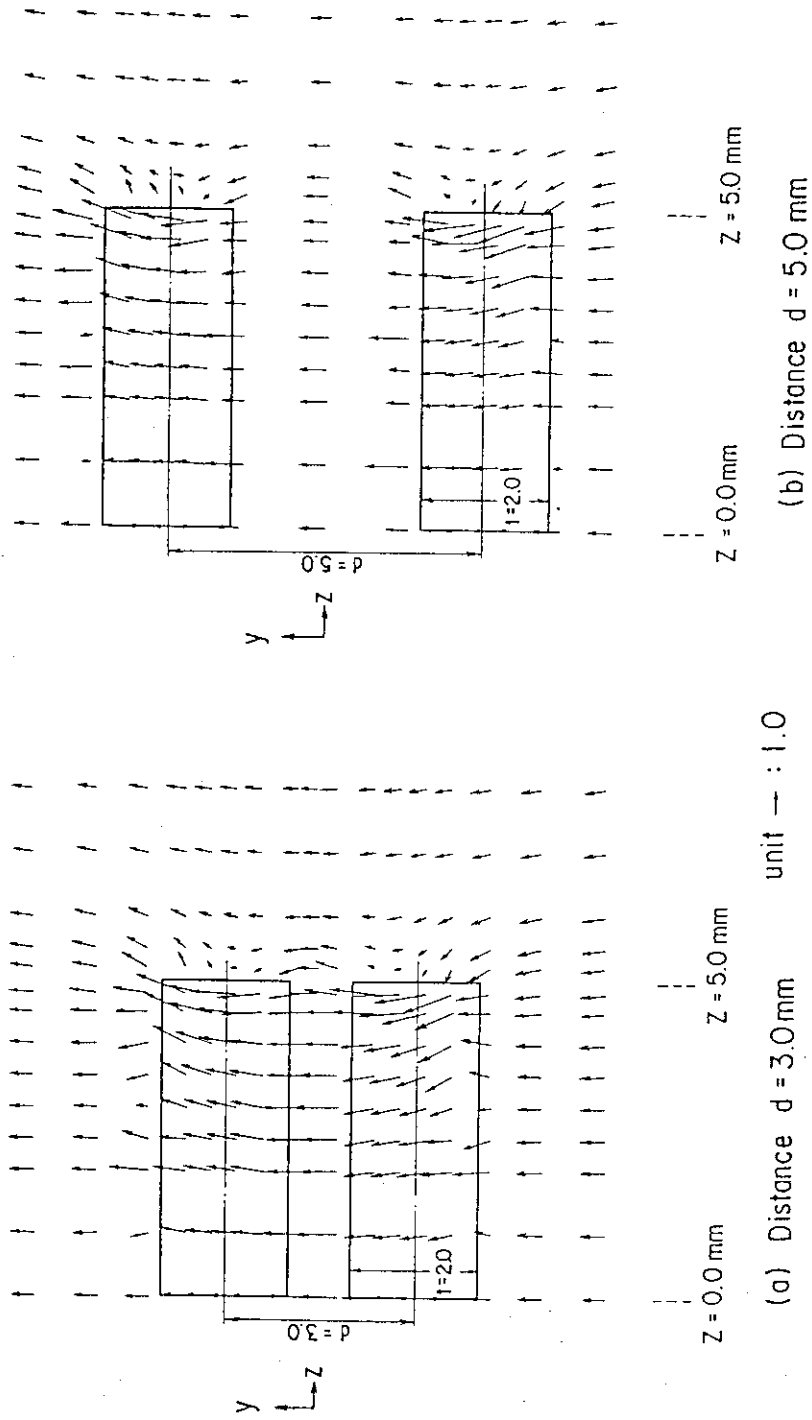


Fig. 4.15 Flow pattern of magnetic induction on y-z plane for double beam-plate

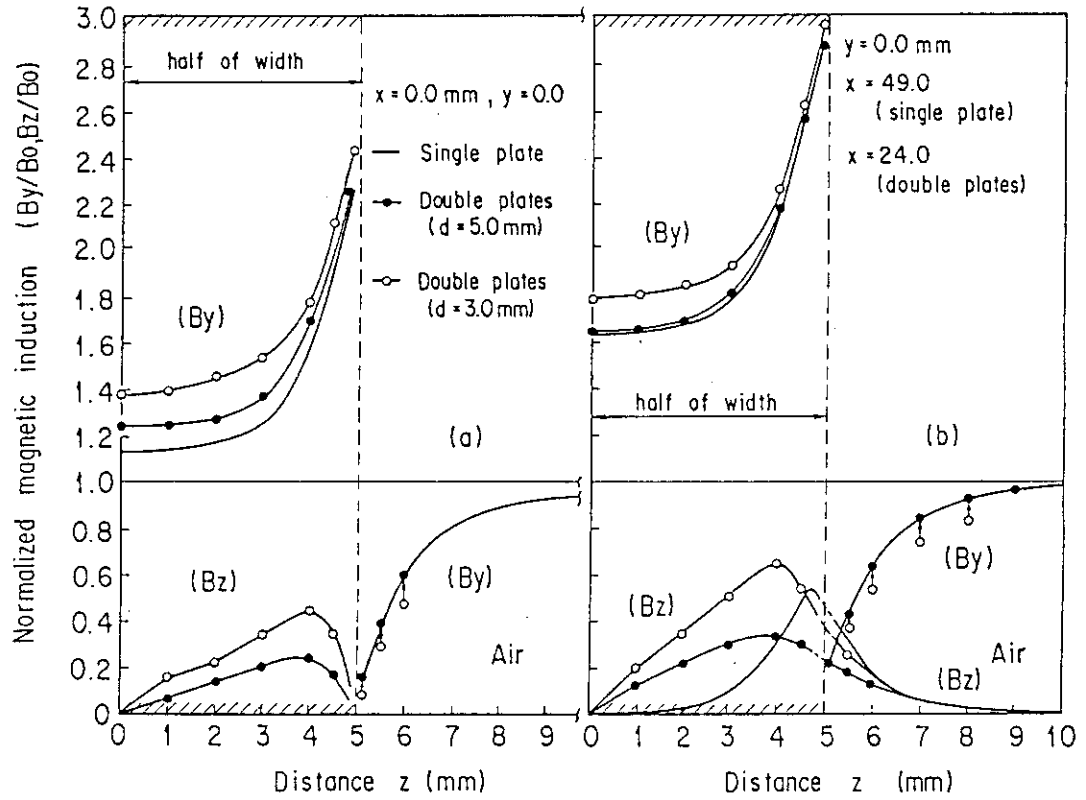


Fig. 4.16 Comparison of magnetic induction in single and double beam-plates

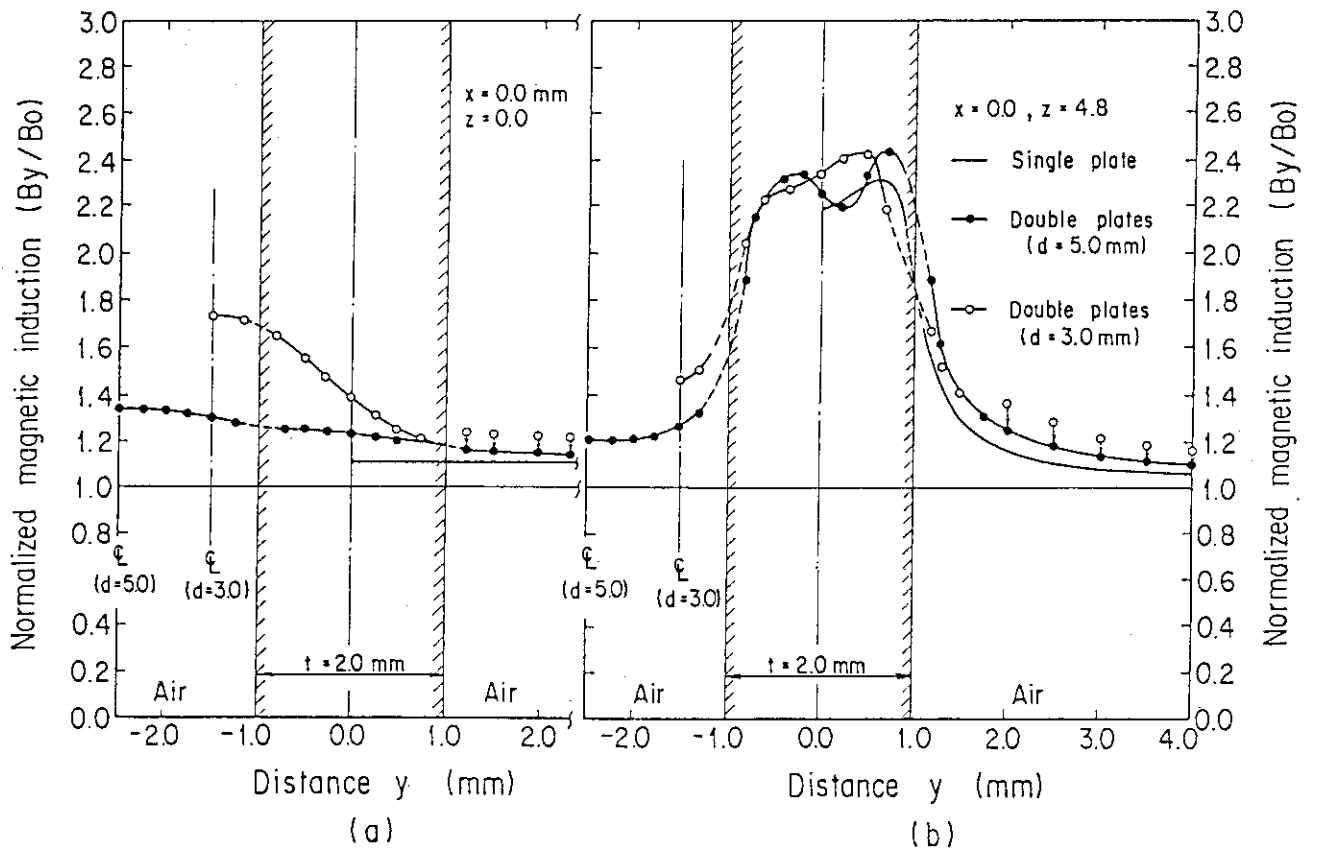


Fig. 4.17 Distribution of magnetic induction of double beam-plates

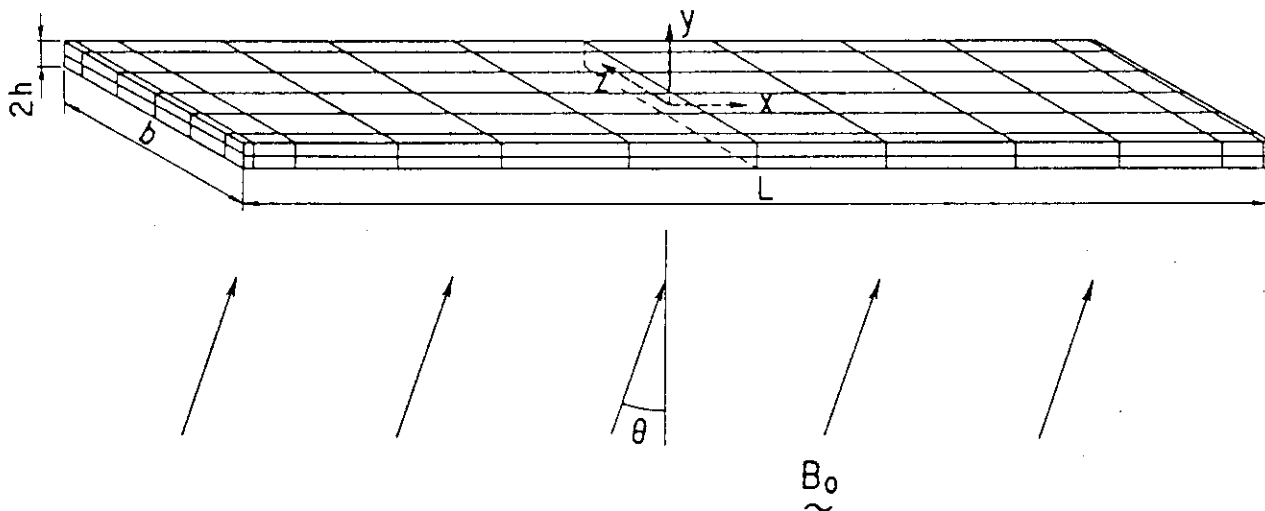


Fig. 4.18 Geometry of beam-plate and oblique applied magnetic field

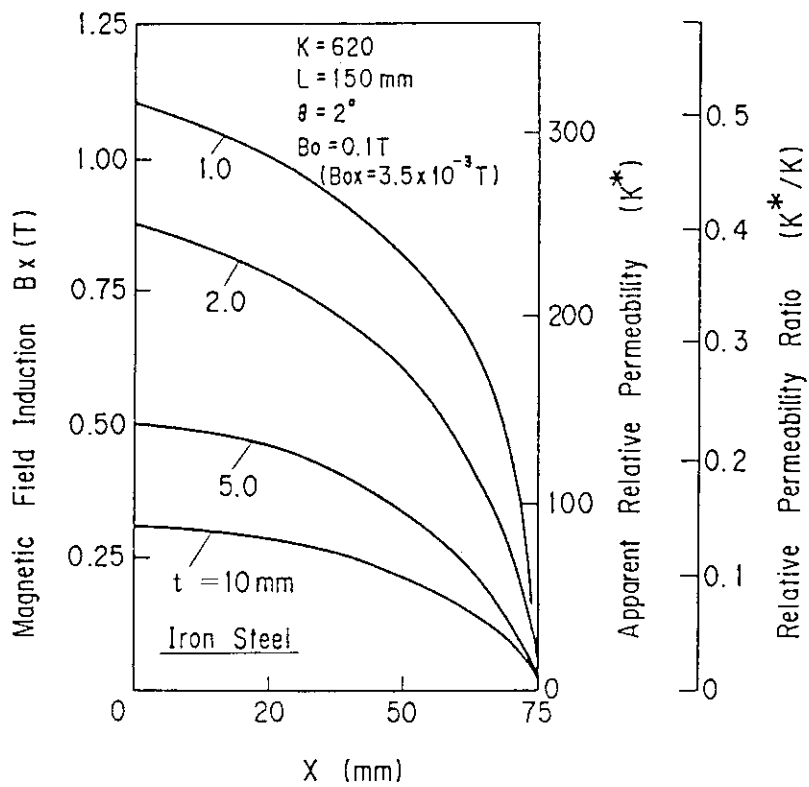


Fig. 4.19 Effect of plate thickness on magnetic field induction (B_x)

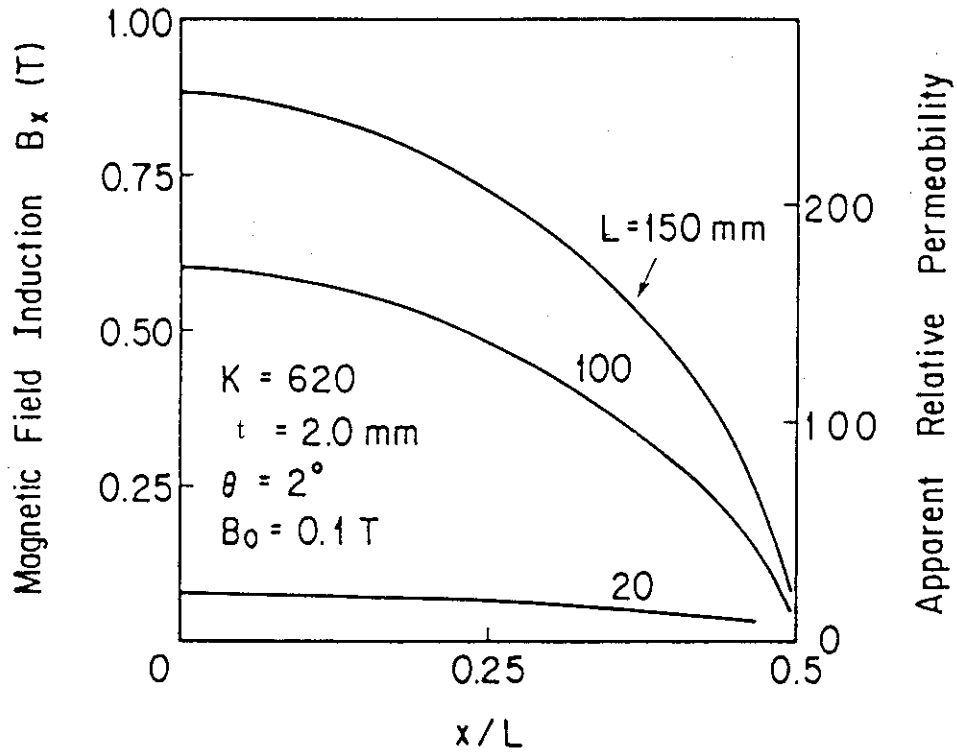


Fig. 4.20 Effect of plate length on magnetic field induction (B_x)

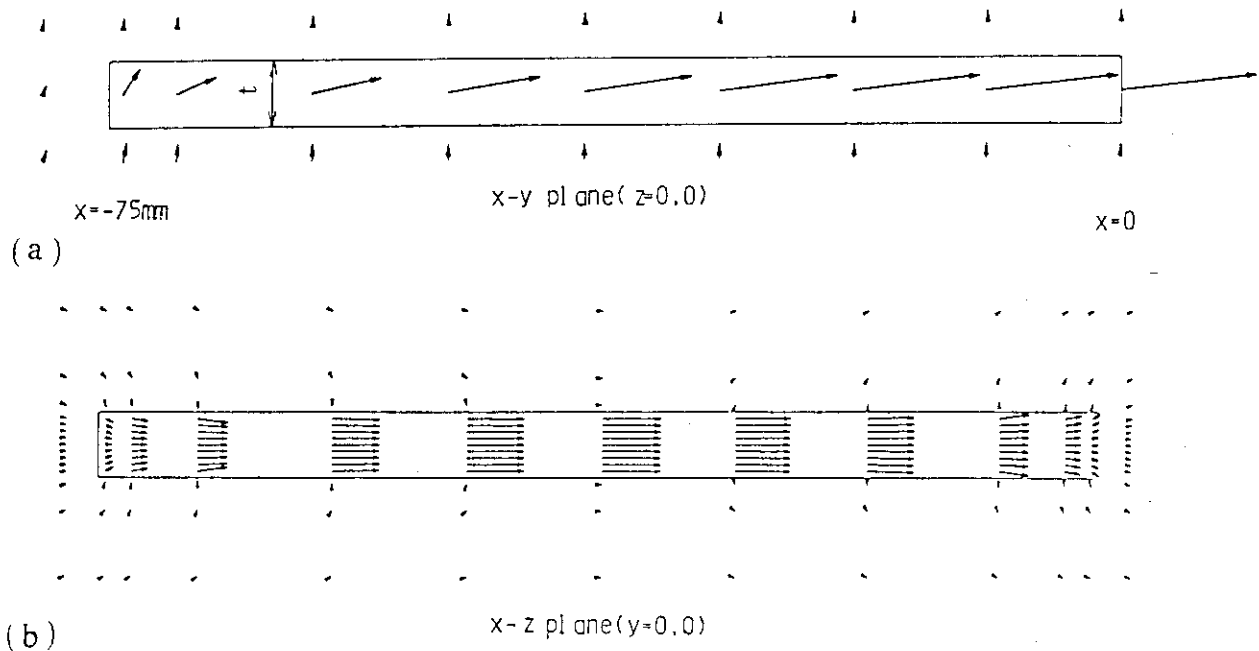


Fig. 4.21 Distribution of magnetic field induction in plate due to oblique applied magnetic field ($L=150$ mm, $b=10$ mm, (a): $t=5$ mm, (b): $t=2$ mm)

5. 強磁性体第1壁の磁化電磁力による変形

核融合炉の第1壁の候補材として、フェライト系ステンレス鋼（HT-9）が耐スウェリング特性が優れているという理由で近年注目をあびている。強磁性体であるHT-9の第1壁が磁場中で使用される場合は、電磁力あるいはトルクを受けて変形することが考えられる。その現象を確認するため、想定される第1壁をモデル化して、それに対する解析例を与えた。さらに、解析結果の妥当性を確かめるために強磁性体であるHT-9を用いた簡単な実験を実施した。磁場が低い範囲では変形は磁場の2乗に比例するが磁化の飽和後は解析式は若干修正されるが、実験結果をよく説明する。ここで示した解析式は、磁場中で強磁性体第1壁を使用する場合の磁化電磁力によって発生する応力の概算が可能である。

5.1 はじめに

磁場空間内に置かれた磁性体は磁化が生じ、それによって電磁力およびトルクが発生することはよく知られている。磁場中における磁性体の挙動に関連して、電磁弾性座屈がここ10年間研究者の注目をひいてきた。この方面の研究は従来から実施されており、文献〔5-1〕および〔5-2〕に詳しく紹介されている。

一様磁場に垂直に置かれた平板状の磁性体は、磁場がある限界値以下であると何の変化も示さないが、臨界値に達すると座屈することが知られている。無限平板の座屈値はF. C. Moonらによって与えられている〔5-3〕。の理論値は実験値と倍近く異なり、その原因がJ. M. Dalrymple〔5-4〕、D. V. Wallerstein〔5-5〕、K. Miya〔5-6, 7〕、Van de Ven〔6-8〕らによって研究された。原因はいくつか考えられるが、主たるものは、実験に供せられる試験片が理論解の場合と異なり有限であり、そのために境界で磁場の集中が生じることにある。その後、楕円断面の棒についての電磁弾性座屈に関するVan de Ven〔5-9〕の検討、複数平行板の電磁弾性座屈に関するJ. Taniの検討〔5-10〕が報告されている。これらの電磁弾性座屈現象は実用上特に重要とは思われないが、その中に含まれている磁気剛性の概念は重要である。この磁気剛性の考え方は、トカマク炉のトロイダルコイルについても見られ、F. C. Moon〔5-11, 12, 13〕やK. Miya〔5-14, 15, 16〕らによって発展的に研究されている。

一方、核融合炉の第1壁の候補材として、フェライト系ステンレス鋼（HT-9）が耐スウェリング特性が優れているという理由で近年注目をあびている。第1壁材料として概念設計〔5-17〕に採用された例もある。またその計算コードによる解析例もある〔5-18〕。板状の第1壁が磁場中で使用される場合の問題としては、第4章で検討したような磁性体の存在によりプラズマ制御のための磁場の乱れ、さらに電磁力あるいはトルクを受けて第1壁が変形することが考えられる。後者の問題に関する解析例はほとんど見られない。そこで核融合炉第1壁／ブランケット構造物を概念において、平板状の磁性体に傾斜磁場が作用したときの問題を考える。

ここでは、ポテンシャルを求める一般的方法について記述し、板の回転に基づく磁気剛性を導出した。想定される第1壁の形状をモデル化して、それに対する解析例を与えた。平板の変形と外部磁場とは強磁性体の場合敏感に連成することは実験によっても確認される。ここでは、解析解の妥当性を確かめるために簡単な実験を実施した。磁化の飽和後は解析式は若干修正されるが、実験結果をよく説明する。故に、ここで示した解析式は、磁場中で強磁性体第1壁を使用する場合、磁化電磁力によって発生する応力の概算が可能である。

5.2 磁場の解析

5.2.1 スカラーポテンシャルと境界条件

空間内の磁場は、磁性体の存在によって乱される。周囲の磁束は、磁性体に吸収されるため、磁性体に磁場の集中が見られる。この現象は、Maxwell方程式によって支配される。静磁場の場合、必要な方程式は次の2つの方程式である。

$$\nabla \cdot \underline{\underline{B}} = 0 \quad (5.1)$$

$$\nabla \times \underline{\underline{H}} = 0 \quad (5.2)$$

ここでBとHは磁束密度および磁場の強さである。BとHは互いに独立ではないために、次式で定義されるスカラーポテンシャルを用いて式(5.1)、(5.2)を解くと便利である。

$$\underline{\underline{H}} = -\nabla \cdot \Phi \quad (5.3)$$

BとHの関係は、空間内においては

$$\underline{\underline{B}} = \mu_0 \underline{\underline{H}} \quad (\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}) \quad (5.4)$$

強磁性体内においては、

$$\underline{\underline{B}} = \mu_0 K \underline{\underline{H}} \quad (5.5)$$

ここでKは比透磁率とする。

式(5.3)は式(5.2)を恒等的に満足する。式(5.1)、(5.4)、(5.5)より、スカラーポテンシャル Φ は次のラプラス方程式を任意の点において満足しなければならない。

$$\nabla^2 \Phi = 0 \quad (5.6)$$

Hに関するAmpereの法則とBに関するGaussの定理を適用すれば、HとBに関する境界条件は次のようになる。

$$(H_1)_t = (H_2)_t \quad (5.7)$$

$$(B_1)_n = (B_2)_n \quad (5.8)$$

ここで、添字 1, 2 は、磁性体内部、外部を表わし、t, n は接線成分、法線成分を表わす。式 (5.7), (5.8) の境界条件は、スカラーポテンシャルを使うと、それぞれ次のようになる。

$$\Phi_1 = \Phi_2 \quad (\text{on surface}) \quad (5.9)$$

$$K \frac{d\Phi_1}{dn} = \frac{d\Phi_2}{dn} \quad (\text{on surface}) \quad (5.10)$$

5.2.2 積分方程式の導出

複数の磁性体が空間内に存在するときは、以下に示す手法で解けるが、今は単一の磁性体について考える。Green の定理は式 (5.11) のように表わせる。

$$\int_V (\Psi \nabla^2 \Phi - \Phi \nabla^2 \Psi) dV = \int_S \left(\Psi \frac{d\Phi}{dn} - \Phi \frac{d\Psi}{dn} \right) dS \quad (5.11)$$

Green 関数として、次式を考える。

$$\Psi = 1/r \quad (5.12)$$

距離 r は、p, q 2 点間の距離である。点 p は、field point, 点 q は source point と考える。1/r の特異性に関して点 p と q の関係を考慮して得られる支配方程式は第 4 章で導出した式 (4.22) である。ここにその支配方程式を式 (5.12) を以下に示す。

$$\Phi^S(p) = \frac{2\Psi(p)}{K+1} - \frac{K-1}{K+1} \frac{1}{2\pi} \int_S \Phi^S(q) \frac{d}{dn} \left(\frac{1}{r} \right) dSq \quad (5.13)$$

この積分方程式は境界要素法によって解くことができる [5-20]。表面のポテンシャル Φ^S が式 (5.13) より求まると、磁性体内部および外部のポテンシャルは、次のように求めることができる。

$$\Phi_1(p) = \frac{\Psi(p)}{K} - \frac{K-1}{4\pi K} \int_S \Phi^S(q) \frac{d}{dn} \left(\frac{1}{r} \right) dSq \quad (5.14)$$

$$\Phi_2(p) = \Psi(p) - \frac{K-1}{4\pi} \int_S \Phi^S(q) \frac{d}{dn} \left(\frac{1}{r} \right) dSq \quad (5.15)$$

この導出には、H. B. Phillips [5-19] と D. V. Wallerstein [5-5] に負っている。

5.3 無限平板の1次元変形解析

5.3.1 ポテンシャルの評価

無限平板に傾斜した外部磁場が負荷された場合を考える。Fig. 5.1に示されるように、座標原点は板の中央面に置かれている。外部磁場に対応するポテンシャル $\Psi(P)$ は次のように与えられる。

$$\Psi(x, y) = H_x \cdot x + H_y \cdot y \quad (5.16)$$

また、上表面と下表面のポテンシャルをそれぞれ $\Phi_u(x)$ 、 $\Phi_l(x)$ とすると、式(5.13)より、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \Phi_u(x) = & \frac{2}{K+1} (H_x \cdot x + 2H_y \cdot h) - \frac{K-1}{K+1} \frac{1}{2\pi} \left[\int_u \Phi_u(x') \frac{d}{dn} \left(\frac{1}{r} \right) dS \right. \\ & \left. + \int_l \Phi_l(x') \frac{d}{dn} \left(\frac{1}{r} \right) dS \right] \end{aligned} \quad (5.17)$$

$$\begin{aligned} \Phi_l(x) = & \frac{2}{K+1} (H_x \cdot x - 2H_y \cdot h) - \frac{K-1}{K+1} \frac{1}{2\pi} \left[\int_u \Phi_u(x') \frac{d}{dn} \left(\frac{1}{r} \right) dS \right. \\ & \left. + \int_l \Phi_l(x') \frac{d}{dn} \left(\frac{1}{r} \right) dn dS \right] \end{aligned} \quad (5.18)$$

次式で与えられる $\Phi_u(x)$ 、 $\Phi_l(x)$ は式(5.19)、(5.20)を満足する。

$$\Phi_u(x) = H_x \cdot x + H_y \cdot h/K \quad (5.19)$$

$$\Phi_l(x) = H_x \cdot x - H_y \cdot h/K \quad (5.20)$$

これが、上表面、下表面のポテンシャルを与える。

式(5.19)、(5.20)を式(5.14)に代入すると、磁性体内部のポテンシャルが次のように求められる。

$$\Phi_l(x, y) = H_x \cdot x + H_y \cdot h/K \quad (-h < y < h) \quad (5.21)$$

また、式(5.19)、(5.20)を式(5.15)に代入すると空間内のポテンシャルは次のように求められる。

$$\Phi_{IIu} = H_x \cdot x + H_y \cdot y - \frac{K-1}{K} h H_y \quad (y > h) \quad (5.22)$$

$$\Phi_{IIl} = H_x \cdot x + H_y \cdot y + \frac{K-1}{K} h H_y \quad (y < -h) \quad (5.23)$$

式 (5.19) ~ (5.23) から得られる磁場は、境界条件、式 (5.7) および (5.8) を満足する。

5.3.2 トルクの評価と平衡方程式

Fig. 5.2 に変形した無限平板の断面の一部を示す。同時に微小要素に作用するトルク (C), 剪断力 (V) も示してある。梁に関するモーメント (m) および剪断力の釣り合いより、梁の変形に関する支配方程式は次式で与えられる。

$$dm/dx + C + V = 0 \quad (5.24)$$

$$dV/dx = 0 \quad (5.25)$$

式 (5.25) より、剪断力 V は一定であるが、ここで 0 とおける。y 方向のたわみを u, 傾斜角を ω として、次式で与えられる変形モードを考える。

$$u = (\omega_0/k) \sin kx \quad (5.26)$$

$$\omega = \frac{du}{dx} = \omega_0 \cos kx \quad (5.27)$$

平板は一様磁場中にあると仮定しているので、平行移動では磁場に変化はないが、回転によって磁場は変化する。 ω_0 を摂動パラメータとし、変形後の磁場を H とすると、

$$\underline{H} = \underline{H}_0 + \omega_0 \underline{H}_1 \quad (5.28)$$

\underline{H}_0 は負荷磁場、 $\omega_0 \underline{H}_1$ は摂動磁場である。摂動磁場に対応するポテンシャルを ϕ_1 とすると

$$\underline{H}_1 = \nabla \phi_1 \quad (5.29)$$

ϕ_1 は Laplace 方程式を満足するので、

$$\nabla^2 \phi_1 = 0 \quad (5.30)$$

満足すべき境界条件として

$$[\underline{B}] \cdot \underline{n}^* = 0 \quad \text{at } \Gamma^* \quad (5.31)$$

$$[\underline{H}] \cdot \underline{s}^* = 0 \quad \text{at } \Gamma^* \quad (5.32)$$

Γ^* は変形後の表面を表わす。ここで変形後の単位接線ベクトル、単位法線ベクトルをそれぞれ、 \underline{n}^* , \underline{s}^* としている。それは次のように与えられる。

$$\underline{n}^* = \underline{e}_y - \omega \underline{e}_x \quad (5.33)$$

$$\underline{s}^* = \underline{e}_x - \omega \underline{e}_y \quad (5.34)$$

ここで $[\underline{B}] = \underline{B}^+ - \underline{B}^-$, - は磁性体内部を, + は外部を表わす。式 (5.30) を満足する ϕ_1 として次の形の解を求める。

$$\phi^- = \cosh(ky) (a_1 e^{ikx} + a_2 e^{-ikx}) \quad (-h < y < h) \quad (5.35)$$

$$\phi^+ = e^{-ky} (b_1 e^{ikx} + b_2 e^{-ikx}) \quad (y > h) \quad (5.36)$$

$$\phi^+ = e^{ky} (b_1 e^{ikx} + b_2 e^{-ikx}) \quad (y < -h) \quad (5.37)$$

ここで $2h$ は平板の板厚である。上面での境界条件を満足することを考える。

変形前の磁場は

$$\underline{\underline{H}}^- = H_x \underline{\underline{e}}_x + \underline{\underline{e}}_y H_y / K, \quad \underline{\underline{B}}^- = \mu_0 K H_x \underline{\underline{e}}_x + \mu_0 H_y \underline{\underline{e}}_y \quad (5.38)$$

変形後の磁場は

$$\begin{aligned} \underline{\underline{H}}^+ &= H_x \underline{\underline{e}}_x + \underline{\underline{e}}_y H_y / K + \omega_0 H_i^+, \\ \underline{\underline{B}}^+ &= \mu_0 H_x \underline{\underline{e}}_x + \mu_0 H_y \underline{\underline{e}}_y + \omega_0 \mu_0 \underline{\underline{H}}_o^+ \end{aligned} \quad (5.39)$$

式 (5.33), (5.34), (5.38), (5.39) をそれぞれ式 (5.31), (5.32) に代入する。

$$[\underline{\underline{B}}]_p \underline{\underline{n}}^* = 0 \text{ より}$$

$$\omega_0 (H_{1y}^+ - K H_{1y}^-) - \omega (1 - K) H_x = 0 \quad (5.40)$$

$$[\underline{\underline{H}}]_p \underline{\underline{s}}^* = 0 \text{ より}$$

$$\omega_0 (H_{1x}^+ - H_{1x}^-) + \omega (1 - 1/K) H_y = 0 \quad (5.41)$$

また式 (5.35) と (5.36) を式 (5.40), (5.41) に代入して、係数 a_1 と a_2 を求めると次式を得る。

$$a_1 = \frac{K-1}{2k\Delta} \left(H_x - i \frac{H_y}{K} \right), \quad a_2 = \frac{K-1}{2k\Delta} \left(H_x + i \frac{H_y}{K} \right) \quad (5.42)$$

ここで $\Delta = K \sinh(kh) + \cosh(kh)$ である。式 (5.35) より

$$\phi_1^- = \frac{K-1}{k\Delta} \left(H_x \cos kx + \frac{H_y}{K} \sin kx \right) \cosh(ky) \quad (-h < y < h) \quad (5.43)$$

これを式 (5.29) に代入すると摂動磁場が得られる。

$$\begin{aligned} \omega_0 \underline{\underline{H}}_1 &= \omega_0 \nabla \phi_1^- \\ &= \omega_0 \frac{(K-1)}{\Delta} \left[\left(-H_x \sin kx + \frac{H_y}{K} \cos kx \right) \cosh(kx) \underline{\underline{e}}_x \right. \\ &\quad \left. + \left(H_x \cos kx + \frac{H_y}{K} \sin kx \right) \sinh(ky) \underline{\underline{e}}_y \right] \end{aligned} \quad (5.44)$$

これを式 (5.28) に代入すると、 H が得られ、それより磁化 M は次式で与えられる。

$$\underline{M} = (K - 1) \underline{H} \quad (5.45)$$

単位体積当たりのトルクは次式で与えられる。

$$\underline{C} = \underline{M} \times \underline{B}_0 \quad (5.46)$$

以下の検討では、摂動磁場は垂直成分 H_y によるもののみを考える。平板の単位長さ、単位幅当たりのトルク C は、

$$C_1 = \frac{2(K-1)^2}{\mu_0 K k \Delta} \sinh(kh) B_y^2 \omega = \omega P \quad (5.47)$$

式 (5.47) で与えられるトルクは、板の回転に比例しており、変形と磁場の連成を表わしている。従って、トロイダルコイルの場合 [5-14] にならって、これは磁気剛性と呼ばれる。

一方、磁化 M と外部磁場との外積によって、次のトルクが発生する。

$$C_0 = \frac{2h(K-1)^2}{\mu_0 K} B_y B_x = Q \quad (5.48)$$

故に、全体のトルクは $C = C_0 + C_1$ で与えられる。

式 (5.24), (5.25), (5.47), (5.48) より次のトルクに関する平衡方程式が得られる。

$$D \omega'' + P \omega + Q = 0 \quad (5.49)$$

ここで、 $D = 2Eh^3/3(1-\nu^2)$

式 (5.49) が梁の変形に関する解くべき支配方程式である。

5.3.3 変形の評価

以下の解析では、供試体の磁化の飽和についても近似的に取り扱う。無限平板に垂直な外部磁場のみが付加された場合には、磁束密度の連続条件から磁化は生じない。これは式 (5.38) から明らかである。しかしながら、傾斜磁場が負荷されたときには、板に平行な成分 (ここでは B_x) は、板の内部では K 倍される。従って、外部磁場が低くても磁性体はすぐに飽和してしまうことが予想される。一方、有限平板の場合、磁化の程度は場所の関数である。従って、磁化の飽和は、場所的に同時には起きない。境界要素法に基づいて作成された式 (5.13) を解くプログラム [5-20] を使用して有限板内部の磁場を解いた例を Fig. 5.3 に示す。面内方向の磁場 B_x は、端部では外部磁場に近いので中央部に比べれば非常に小さい。板中央で B_x は最大である。磁場の分布は平板の寸法 (板厚、長さ) に大きく依存することが図より明らかである。Fig. 5.3 の計算は比透磁率 $K = 620$ の材料に対して実施されたものであるが、計算結果から推定される比透磁率は、それより数分の 1 低い値を示している。

(a) 磁化が飽和していない場合

磁気剛性を考慮しないときは、式 (5.49) で $P = 0$ とおいて解く。 $x = 0$ において固定の片

持梁の場合には、たわみ u は次のように求まる。

$$u = - (\alpha/6) x^3 + (\alpha/2) \ell x^2 \quad (5.50)$$

$$\omega = u' = - (\alpha/2) x^2 + \alpha \ell x \quad (5.51)$$

$$u'' = -\alpha (x - \ell) \quad (5.52)$$

ただし、 $\alpha = Q/D$ 、 ℓ は梁の変形可能な長さである。

片持梁の上面の歪は、次式で与えられる。

$$\varepsilon = hu'' = -\alpha h (x - \ell) \quad (5.53)$$

最大歪は固定端すなわち $x = 0$ で生じ、 $\varepsilon_{x=0} = \alpha h \ell$ で与えられる。又歪の分布は、自由端からの距離に比例して大きくなる。そこで、式 (5.48) より Q を式 (5.53) に代入する。

$$\varepsilon_{x=0} = \frac{3(1-\nu^2)\ell(K-1)^2}{2\mu_0 KEh} \sin 2\theta B_0^2 = \frac{3(1-\nu^2)\ell K \sin 2\theta}{2\mu_0 KEh} B_0^2 \quad (5.54)$$

ここで、 B_0 は外部磁場であり、 $B_x = B_0 \sin \theta$ 、 $B_y = B_0 \cos \theta$ である。この式より、歪は外部磁場の 2 乗および比透磁率に比例し、板厚に反比例することがわかる。しかしながら、有限板による実験結果は複雑な挙動を示しており、詳細な考察が必要であることを示唆している。

磁気剛性を考慮したときの解は次のようになる。

$$u = \frac{1}{\beta} \frac{Q}{P} \left\{ \frac{\sin(x-\ell)\beta}{\cos\beta\ell} + \tan\beta(\ell-x) \right\} \quad (5.55)$$

$$\omega = u' = \frac{Q}{P} \left[\frac{\cos\beta(x-\ell)}{\cos\beta\ell} - 1 \right] \quad (5.56)$$

$$u'' = \beta \frac{Q}{P} \frac{\sin\beta(\ell-x)}{\cos\beta\ell} \quad (5.57)$$

固定端の歪は、次式で与えられる。

$$\varepsilon_{x=0} = h\beta \frac{Q}{P} \tan\beta\ell \quad (5.58)$$

ここで $\beta = \sqrt{P/D}$

式 (5.58) より、

$$\varepsilon_{x=0} = \gamma \sqrt{hKB_0} \tan(\gamma B_0/h^{3/2}) \quad (5.59)$$

$$\text{ここで, } \gamma = \sqrt{3(1-\nu^2)\sin 2\theta / 2\mu_0 Ek}$$

また, ここでは $K \approx (K-1)$ および $\Delta = K(kh)$ という近似を使用している。 B_0 が小さい時は, $\epsilon_{x=0}$ は B_0 の 2 乗と K に比例するが板厚には反比例する。即ち, 式 (5.54) の場合と同じであるが, B_0 が大きくなると差がはっきりする。両者の比較を Fig. 5.4 に示す。 B_0 が 0.1 Tesla 近傍で磁化が飽和してしまうので屈曲点が見られる。さらに, B_0 が大きくなるに従ってその差は大きくなるのがわかる。

(b) 磁化が飽和した場合

比透磁率 K は大きいため (ここでは $K = 620$) , 磁性体内部の磁場は面に平行な成分即ち B_x が B_y に比べて著しく大きいので, B_x に着目して議論を進める。また飽和後も磁化の向きは変わらないと仮定する。

供試体の飽和磁化の強さを B_s とする。 B_x の分布が一様の場合は,

$$B_0 = \frac{B_s}{(K-1)\sin\theta} \quad (5.60)$$

のとき, 飽和が完了する。供試体の飽和磁化は 2 T であるので, $\theta = 2^\circ$ のとき, $B_0 = 0.93 \text{ kG}$, $\theta = 5^\circ$ のとき, $B_0 = 0.37 \text{ kG}$ でそれぞれ磁化が飽和する。飽和後は磁化 M は B_s と一定である。このとき, 式 (5.47), (5.48) で定義した P , Q は次のようになる。

$$P = \frac{2(K-1)^2}{\mu_0 K k \Delta} \sinh(kh) B_0^2 \cos^2\theta \quad (5.61)$$

$$Q = \frac{2h}{\mu_0} B_0 B_s \cos\theta \quad (5.62)$$

この値を式 (5.49) に代入すれば, 前と同様に解が得られる。ここで式 (5.48) と式 (5.62) を比較すると, 後者は B_s が一定であり Q は外部磁場に線形に比例する。つまり, 式 (5.47) と (5.61) で示される磁気剛性の影響を考えなければ, 飽和前の変形は外部磁場の 2 乗に, 飽和後は線形に比例する。

5.4 実験結果との比較

5.4.1 低磁場下での変形

Fig. 5.5 に示されるような実験体系により, 供試体には片持梁 (Fig. 5.6) と両端単純支持梁を用いて実験を行った。前に述べた解析手法では, 磁場解析には 3 次元形状を考慮できるが, $B-H$ 関係が線形に限られ, 磁化の問題を解くことが出来ない為に厳密には適用に限界がある。しかしながら, 磁性体の変形挙動におよぼす諸因子の効果をj知る上では, 前述の取り扱い是有用である。ここで, 有限板の変形挙動をどの程度正確に予測出来るかを以下に考察する。

試験体には核融合実用炉第 1 壁の候補材料の一つである HT-9 を用いる。その $B-H$ 関係

を Fig. 5.7 に示す。HT-9 の B-H 関係は一般の強磁性材料のように曲線を示し、約 1.6 T で飽和を示している。但し、磁化を求める為にその曲線を 4 本の直線で近似し各々の直線に対してその比透磁率を仮定した。

Fig. 5.8 に板厚が 0.5 mm の片持梁による実験結果と解析結果を示す。横軸は外部磁場、縦軸は固定端の歪の値である。磁気剛性がある場合（実線）とない場合（点線）について検討している。先に述べたように磁化の割合は梁全体では一様でないので、外部磁場に対して Fig. 5.7 に示されているような $K_1 \sim K_4$ 倍とはならない。そこで Fig. 5.3 に示されている各板厚（長さと同幅は一定）に対して境界要素法によって得られた見かけの比透磁率との比を求め、各々 $K_1 \sim K_4$ にその比を乗じた。但し、Fig. 5.3 には板厚が 0.5 mm の場合は示されていないが、図より外挿しその比を 0.51 と仮定し、以下の解析に使用している。

外部磁場が低い範囲（0.03 T）では、磁気剛性および磁気飽和の影響はなく、実験結果と解析結果は非常に良く一致しているといえる。それ以上の磁場範囲でもほぼ一致しているといえる。図において磁場が 0.03 T 以上から磁気剛性の影響が顕著になり、0.07 T で HT-9 は長手方向の中心（ $x = 1/2$ ）で飽和磁化に達し、前に述べたように変形は外部磁場に比例してくる現象が認められた。Fig. 5.9 に歪の分布を示す。実験結果による歪は長手方向に線形な変化を示してはいない。この理由は Fig. 5.3 に示したように、3次元効果により長手方向の磁化は一様とはならず、sin 分布を示していることによる。そこで、図に示した解析解を求めるために、式（5.57）の左辺第 3 項の Q に $\sin(\pi x/l)$ を乗じた式（5.63）を用いた。

$$D \omega'' + P \omega + Q \sin(\pi x/l) = 0 \quad (0 < x < l) \quad (5.63)$$

式（5.63）を用いることにより、解析結果は実験結果と同様にその歪が sin 分布を示し、さらに両者は良く一致してくる。

Fig. 5.10 に両端単純支持梁の実験結果と解析結果を示す。板厚は 1.0 mm、磁場の傾斜角度 θ は 2 および 5° の場合を示している。さらに Fig. 5.11 に θ が 5° の場合の長手方向の（ x 方向）の歪の分布を示す。前述の片持梁の場合と同様に実験結果と解析結果は非常に良い一致を示している。磁気剛性と近似的に試験体の比透磁率の変化を考慮すれば、解析により実験結果を非常に良く説明できる。

5.4.2 高磁場下での変形

線形理論では、磁化による（5.47）式で示される電磁力（トルク）は板厚に比例し、その角度（ θ ）が 45° の最大値になる。さらに、飽和磁化の影響を考慮しなければ Fig. 5.8 に示されているように変形は磁場の増加とともに増大し、トロイダル磁場中に置かれている第 1 壁はその磁場が数 Tesla におよぶので大きな応力の発生が予想され、構造設計上その採用が問題となる。ここでは、5.4.1 で述べた実験に使用した外部磁場（最高 0.5 Tesla）より大きな磁場（最高 2 Tesla）を使用し、試験片の広範囲まで飽和が生じる条件で実験を行い梁の変形を調べた。ただし、ここで使用した磁場発生装置は得られる一様磁場の範囲が狭く、その結果試験片の寸法も短くなっている。尚、解析には飽和磁化の影響も考慮できるベクトル・ポテンシャル法による 2次元非線形磁場解析コード〔5-21〕を使用した。先ず、そのコードによるパラメータ

(板厚, 角度) 解析を行いそれらの影響を考察し, さらに高磁場下での実験結果を示す。

(a) 磁化におよぼす板厚の影響

Fig. 5.12に示すように, 長さLを150mmの梁が一様磁場中に角度 2° を有するように置かれている場合を考える。その板厚 $2h$ を1~10mmと変化させた場合, 梁の中央(点P)での磁性体内で誘起された長手方向磁場 B_x と外部磁場の関係をFig. 5.12に示す。ここで示した B_x は以下に示す式により得られる。

$$B_x = B_{0x} + \mu_0 M_x \quad (5.64)$$

$$M_x = KH_x \quad (5.65)$$

式(5.64)より $(B_x - B_{0x})/\mu_0$ が磁化 M_x を表わすので, Fig. 5.12において B_x と B_{0x} の差が間接的に磁化の大きさを表わしている。Fig. 5.12に示されている磁化(M)と外部磁場 B_0 との外積によって得られる磁化電磁力(トルク)Cと外部磁場との関係をFig. 5.13に示す。外部磁場が小さい範囲(< 1 Tesla)では, 板厚が薄いほどトルクは大きい, 1 Tesla以上では飽和磁化の影響で板厚が2mmの場合トルクが最大となった。ここでも, 外部磁場の増加にともないトルクは最大値を経由して一旦減少し, その後また増加する傾向はFig. 5.12に示した B_x の場合と同様である。線形理論とは異なり磁性体内部での磁化の割合は板厚には線形に比例しないことが得られた。

ここで, 飽和磁化の影響について考察する。この解析で使用したコード〔5-21〕では, 磁性体内部に誘起される磁場(B_x, B_y)は飽和磁化 M_s と次の関係を保つものとしている。

$$M_s = \{ [(B_x - B_{0x})/\mu_0]^2 + [(B_y - B_{0y})/\mu_0]^2 \}^{1/2} \quad (5.66)$$

その結果, Fig. 5.12およびFig. 5.13に示すように, 外部磁場の増加に対し B_x も増加するがある値(ここでは約1 Tesla近傍)で最大値を示し, 一旦減少した後再度増加する現象が得られた。

Fig. 5.14に板厚が1.0mmの梁で得られた B_x と外部磁場との関係を, 梁の中心でのベクトル表示を示す。さらに, 飽和磁化による梁の長手方向の磁場分布 B_x をFig. 5.15に示す。Fig. 5.15において, 外部磁場 B_0 が0.1 Tesla以下の範囲では誘起される磁場と外部磁場と線形の関係を保ち, さらに形状効果により B_x は長手方向にsin分布を有する。外部磁場が0.2 Teslaを越えると飽和磁化による影響が強く現われている。

(b) 磁化におよぼす梁と外部磁場の有する角度の影響

トルク C_0 を表わす式(5.48)で, $B_x B_y$ は $B_0^2 \sin(2\theta)$ に比例するので角度(θ)が 45° の時トルクは最大になる。そこで, 長さLが150mm, 板厚 $2h$ が1.0mmの梁に対して外部磁場との角度(θ)を 75° まで変化させた時の梁の中央(点P)でのトルクと外部磁場との関係をFig. 5.16に示す。角度(θ)が小さい範囲($< 5^\circ$)では磁化電磁力(トルク)は最大値を示し, その後一旦減少した後また増加する。しかし, 角度 5° 以上になると最大値は存在せず外部磁場の増加と共にトルクも増加する。

飽和磁化を考慮して得られたこの現象は磁性体の電磁現象上貴重な結果である。また角度が

小さい時には外部磁場の増加に伴い最高トルクを一度経験するが、磁性体の核融合炉への採用の可能性を有する結果でもある。ただし、箱型の第1壁／ブランケット構造物は外部磁場（例えば、トロイダル磁場）とのなす角度は各断面によって異なるので、同様な現象が生じるかを確認する必要がある。

(c) 高磁場下での実験

磁性体の飽和磁化による磁化電磁力の影響を調べるために、一様磁場が最高2 Teslaまで発生できるマグネットを用いて、外部磁場の高い領域において梁による実験を行った。ただし、この装置では一様磁場の範囲が狭いために、梁の長さは75mmである。Fig. 5.17に長さLが75mm、板厚2hが1.0および2.0mmの梁の中央に発生する磁化電磁力（トルク）と外部磁場の解析で得られた関係を示す。外部磁場と梁との角度は、図に示すように 2° 、材料はHT-9と軟鋼である。各々の飽和磁化は1.6および2.2 Teslaである。両材料が有する飽和磁化の影響により、トルクCは外部磁場が約1.5 Tesla近傍で最大値を示し、その後減少しさらに外部磁場の増加に追従している。Fig. 5.18には、長さLが75mmで片持ち梁での変形可能な長さが45mmの試験片を用いた磁化電磁力（トルク）による変形結果を示す。変形の数値解析にはFig. 5.17に示したトルクを用い、有限要素法に基づいた平板シェル要素で解析を行った。板厚が2mmの場合は実験と数値解析は良く一致している。しかし、1mmの場合は、外部磁場が1 Teslaを経過した後では両者に差が出始め、実験結果が大きめになっている。この理由は、変形が大きくなると前に述べたような磁気剛性の影響が現われているものと思われる。ただし、この実験結果から梁の変形は外部磁場の増加に対して、Fig. 5.13に示されているように板厚の効果、飽和磁化および磁気剛性の影響が現われているものと思われる。

5.5 まとめ

強磁性体の平板に傾斜磁場が作用する場合、その平板に作用するトルクおよび回転に基づく磁気剛性を求める式を導出し、平板の変形と外部磁場の関係を明らかにした。

解析結果の妥当性を検証するため、片持ち梁および単純支持梁による実験を行った結果、得られた結論は以下の通りである。

- (1) 外部磁場が小さい範囲では変形と外部磁場との関係は非線形を示す。外部磁場が大きくなると強磁性体の飽和の影響でその関係は線形になるが、1 Tesla近傍で最大値を示した後一旦減少しその後外部磁場の増加に追従する。この現象は、解析および実験により確認した。
- (2) 変形が大きくなれば磁気剛性の効果が顕著に現われることを実験により確認した。
- (3) 平板に発生する磁化電磁力の外部磁場との関係は、磁性体自身に有する飽和磁化の影響で、平板と外部磁場とのなす角度に大きく依存する。
- (4) 平板の3次元形状効果、特に長手方向にsin分布を示す磁化分布および強磁性体の非線形B-H関係を考慮すれば、解析結果は実験結果の妥当性を証明できる。
- (5) 強磁性体であるHT-9等を磁場閉じ込め核融合炉に使用する場合には、第1壁／ブランケット構造物と磁場とのなす角度によっては、磁場の増加過程で最大の磁化電磁力を経

験する場合があります、その構造健全性評価が必要である。ただし、ここに示した解析手法はその概略評価に有効である。

参考文献

- [5 - 1] F. C. Moon, *Magnetosolid Mechanics*, John Wiley & Sons (1984)
- [5 - 2] W. F. Brown, *Magnetoelastic Interaction*, Springer (1966)
- [5 - 3] F. C. Moon and Yi-H Pao, "Magnetoelastic Buckling of a Thin Plate," *ASME J. App. Mech.*, 35, No. 1 (1968)
- [5 - 4] J. M. Dalrymple, M. O. Peach and G. L. Viegelaahn, "Magnetoelstic Buckling of Thin Magnetically Soft Plates in the Cylindrical Mode," *ASME J. App. Mech.*, 41, No. 1 (1974)
- [5 - 5] D. V. Wallerstein and M. O. Peach, "Magnetoelastic Buckling of Beams and Thin Plates of Magnetically Soft Material," *ASME J. App. Mech.*, 39, No. 2 (1972)
- [5 - 6] K. Miya, K. Hara and K. Someya, "Experimental and Theoretical Study on Magnetoelastic Buckling of a Cantilever," *ASME J. App. Mech.*, 45 (1978)
- [5 - 7] K. Miya, T. Takagi and V. Ando, "Finite-Element Analysis of Magnetoelastic Buckling of Ferromagnetic Beam Plate," *ASME J. App. Mech.*, 47 (1980)
- [5 - 8] Van de Ven, "The Influence of Finite Specimen Dimension on the Magnetoelastic Buckling of a Cantilever," *Proc. IUTAM-IUPAP Sympo. on the Mechanical Behavior of Electromagnetic Solid Continua*, North-Holland, (1983)
- [5 - 9] Van de Ven, "Magnetoelastic Buckling of a Beam of Elliptic Cross Section," *Acta Mech.* 51 (1984)
- [5 - 10] J. Tani and K. Ohtomo, "Interaction of Two nearby Ferromagnetic Panels on the Magnetoelastic Buckling," *Proc. IUTAM-IUPAP Sympo. on the Mechanical Behavior of Electromagnetic Solid Continua*, North-Holland, (1983)
- [5 - 11] F. C. Moon and C. Swanson, "Vibration and Stability of a Set of Superconducting Toroidal Magnets," *J. App. Phys.*, 47, No. 3 (1976)
- [5 - 12] F. C. Moon and C. Swanson, "Experiments on Buckling and Vibration of Superconducting Coils," *ASME J. App. Mech.*, 44 (1977)
- [5 - 13] F. C. Moon, "Experiments on Magnetoelastic Buckling in a Superconducting Torus," *ASME J. App. Mech.*, 46 (1979)
- [5 - 14] K. Miya, T. Takagi, M. Uesaka and K. Someya, "Finite Element Analysis of Magnetoelastic Buckling of Eight-Coil Superconducting Full Torus," *ASME J. App. Mech.*, 49 (1982)
- [5 - 15] K. Miya, M. Uesaka and F. C. Moon "Finite Element Analysis of Vibration of Toroidal Field Coils Coupled with Laplace Transform," *ASME J. App. Mech.*, 49 (1982)

- [5-16] K. Miya and M. Uesaka, "An Application of Finite Element Method to Magnetomechanics of Superconducting Magnets for Magnetic Fusion Reactors," Nuc. Eng. Design, 72(1982)
- [5-17] R. Herbermann et al., "The Development of the Mirror Advanced Reactor Study (MARS) : End Plasma Technology System," Nuc. Tech. / Fusion, 4(1983)
- [5-18] H. Attaya and G.L. Kulcinski, "Effect of Temperature on Magnetic Field Perturbation from the Ferromagnetic Blanket in MARS," *ibid.*
- [5-19] H. B. Phillips, "Effect of Surface Discontinuity on the Distribution of Potential." J. Math. Phys. 13(1934)
- [5-20] A. Minato, K. Miya and T. Tone, "Three Dimensional Analysis of Magnetic Field Distorsion of Ferromagnetic Beam-Plates by Boundary Element Method," Int. J. for Num. Meth. in Eng., Vol. 23(1986)
- [5-21] 利沢隆人, 「磁化電磁力による核融合第1壁の変形」, 東京大学大学院, 原子力工学専門課程, 修士論文, 1986

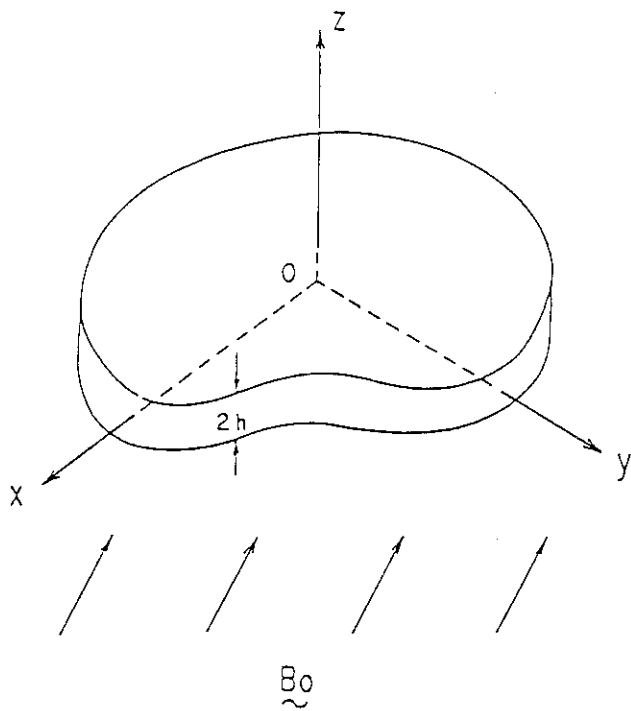


Fig. 5.1 Analytical model

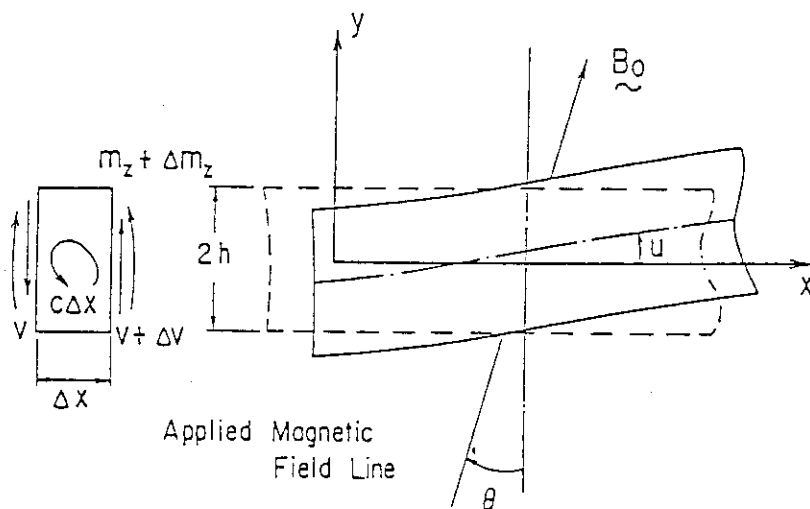


Fig. 5.2 Geometry of plate element in applied magnetic field

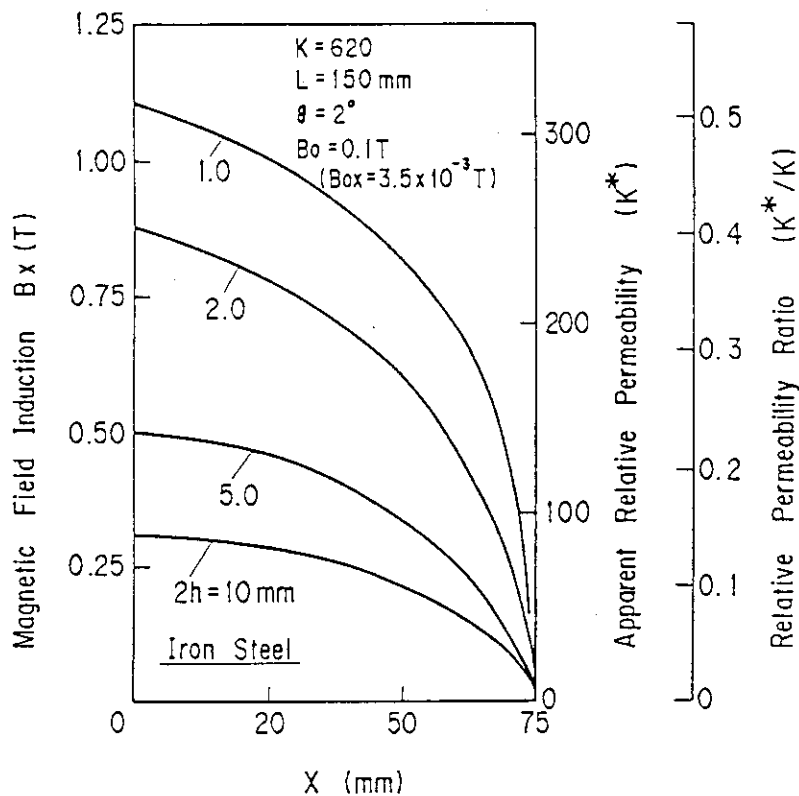


Fig. 5.3 Effect of thickness on magnetic field induction in beam-plate

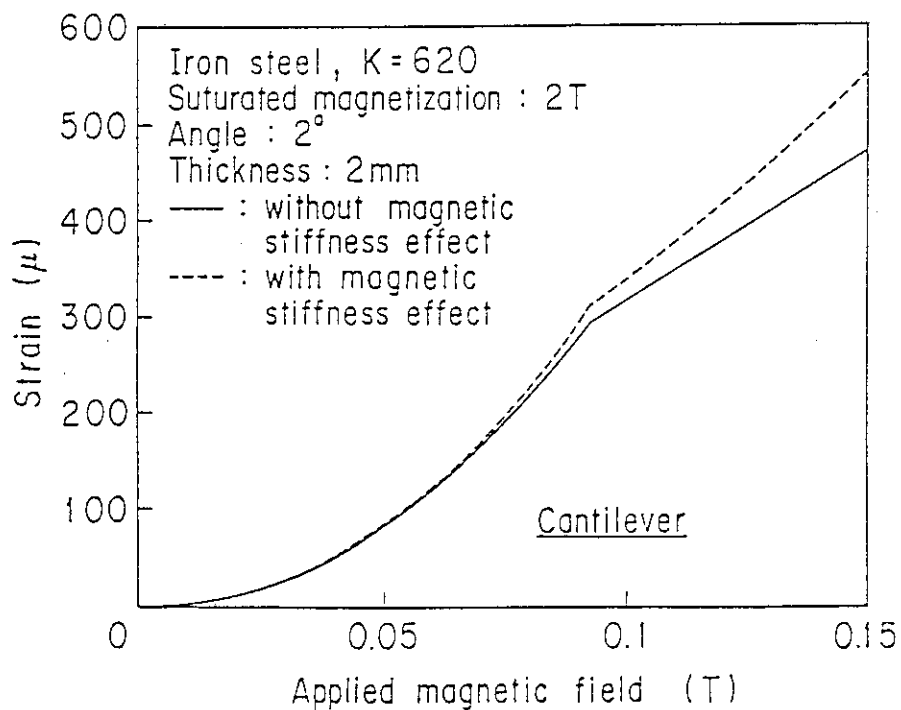


Fig. 5.4 Applied magnetic field vs. strain near fixed end of cantilever

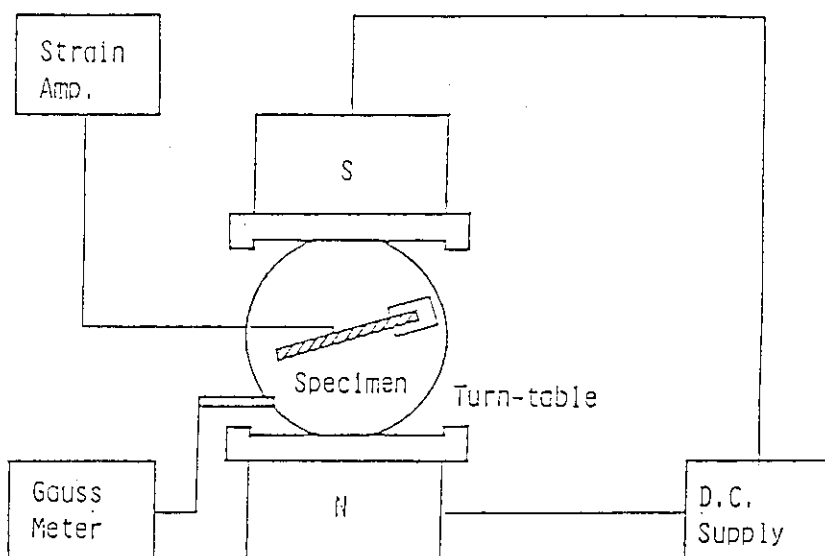


Fig. 5.5 Schematic diagram of experimental device

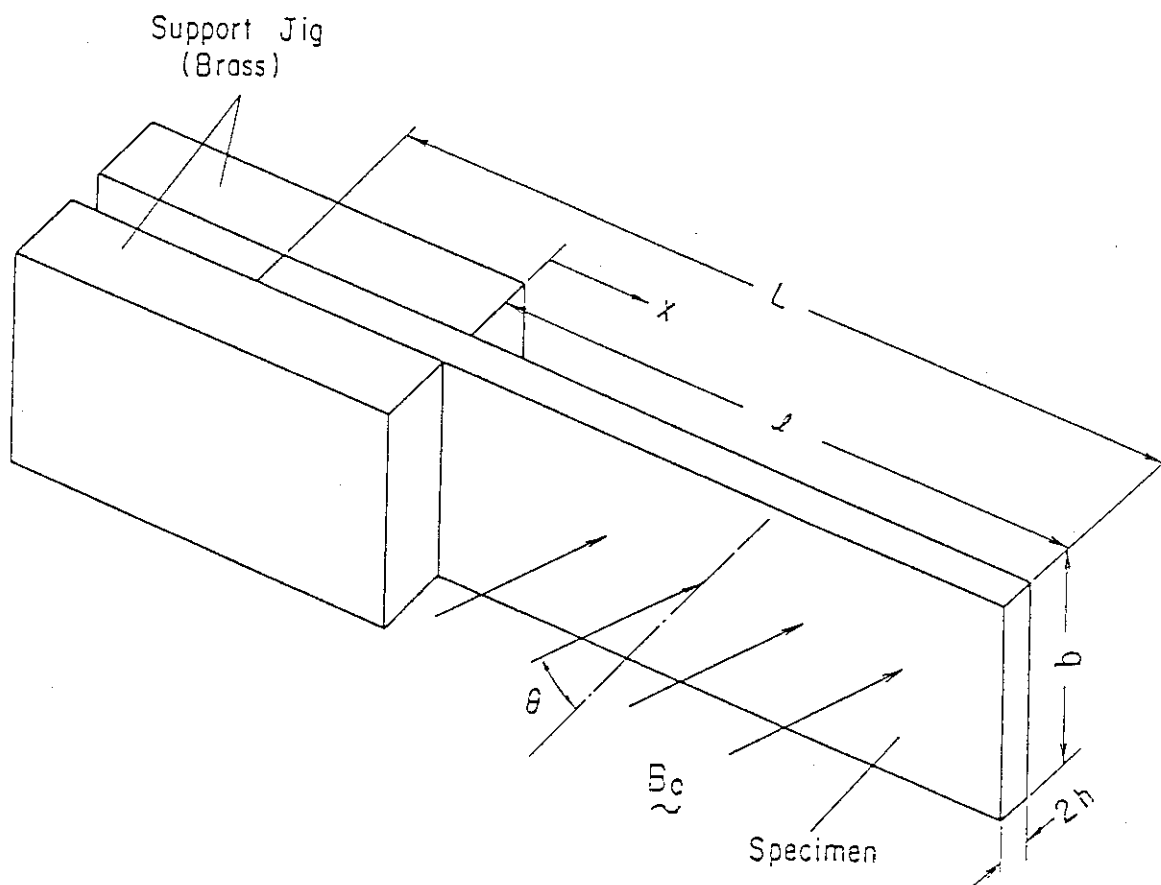


Fig. 5.6 Test specimen of beam-plate (cantilever)

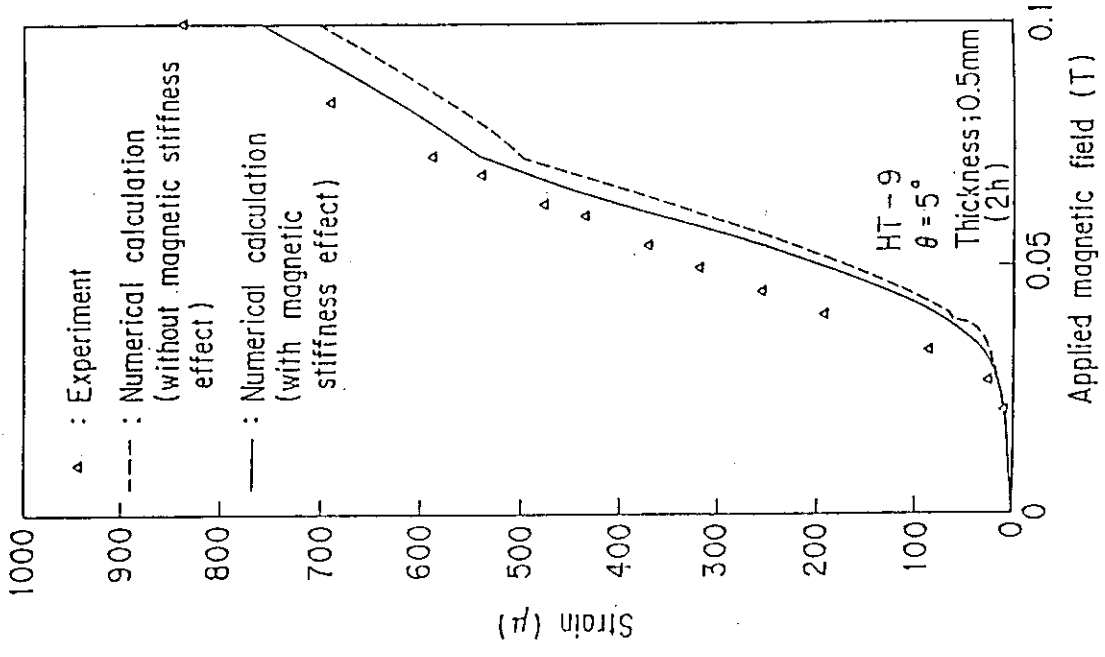


Fig. 5. 8 Relation between applied field and strain near fixed end of cantilever

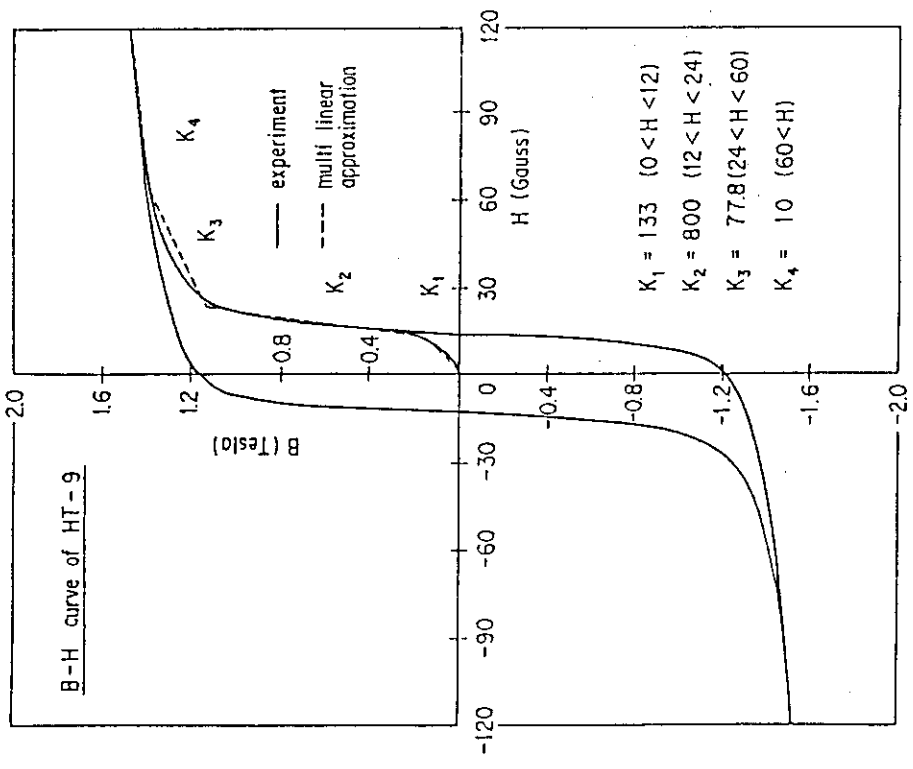


Fig. 5. 7 B-H curve of ferromagnetic material HT-9

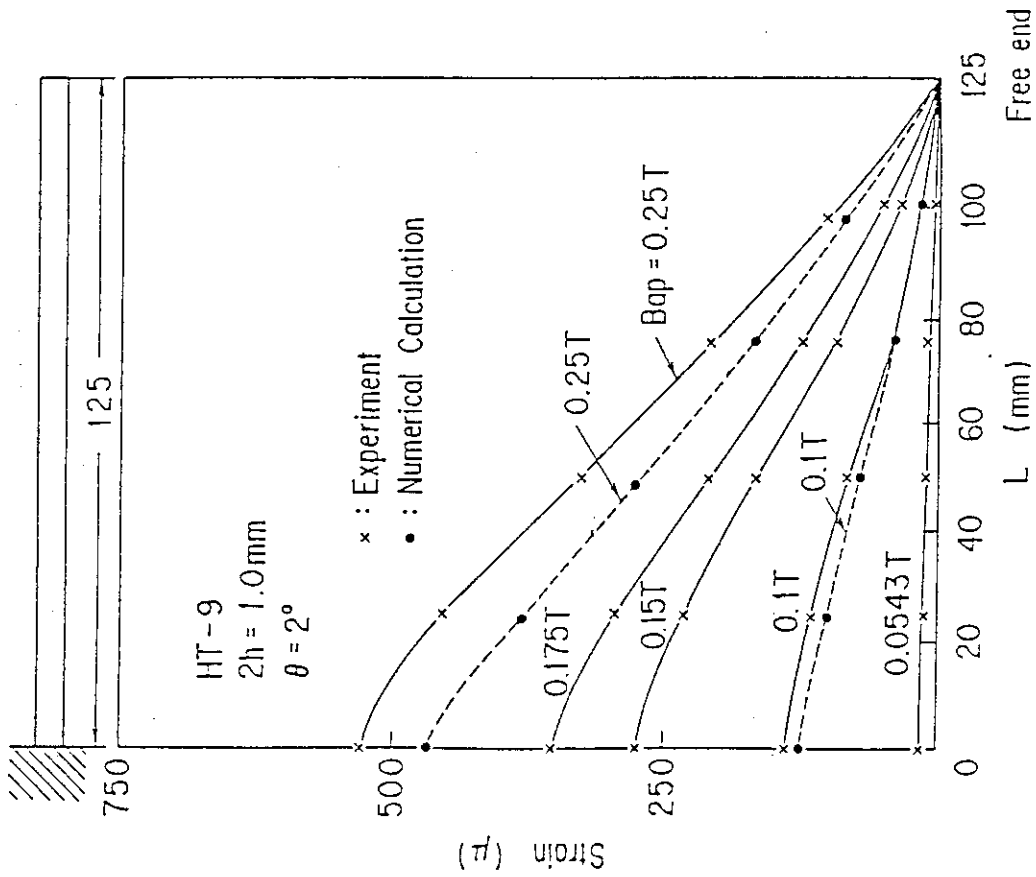


Fig. 5.9 Strain distribution of cantilever

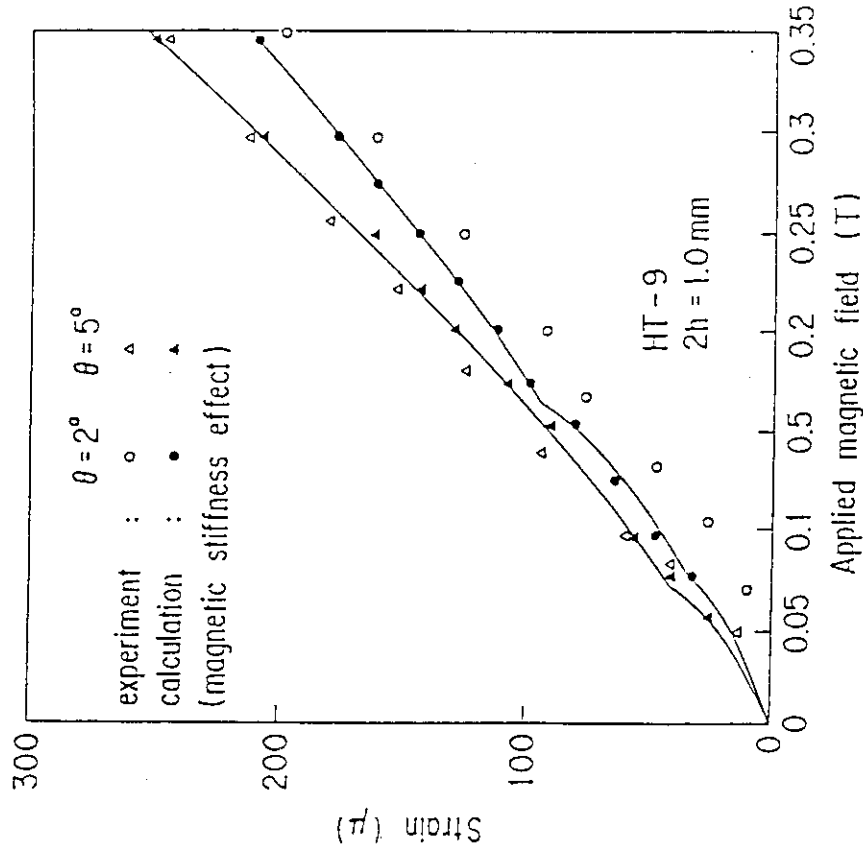


Fig. 5.10 Relation between strain near fixed end and oblique applied field for beam plate simply supported at both ends

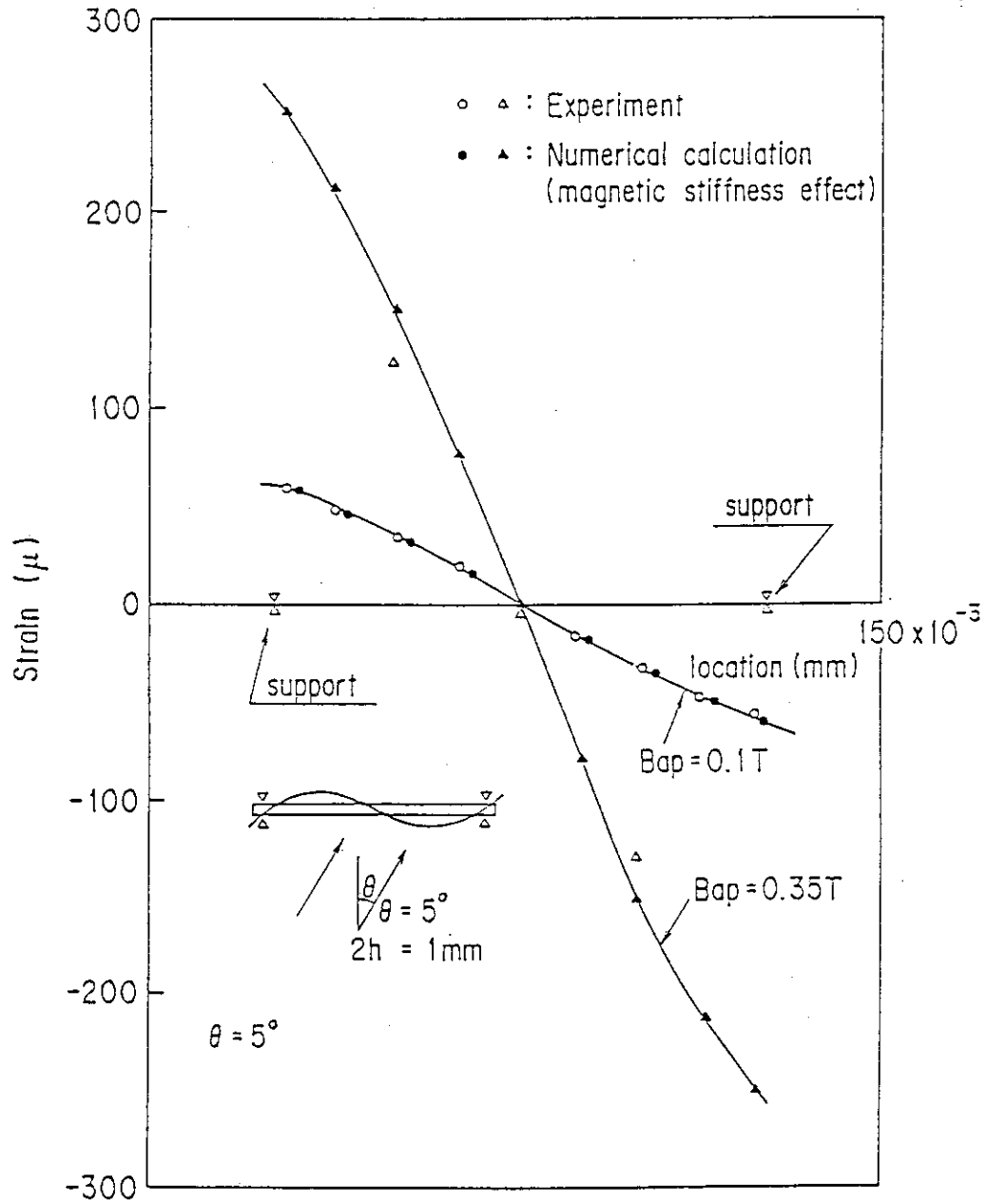


Fig. 5.11 Strain distribution of beam plate simply supported both ends

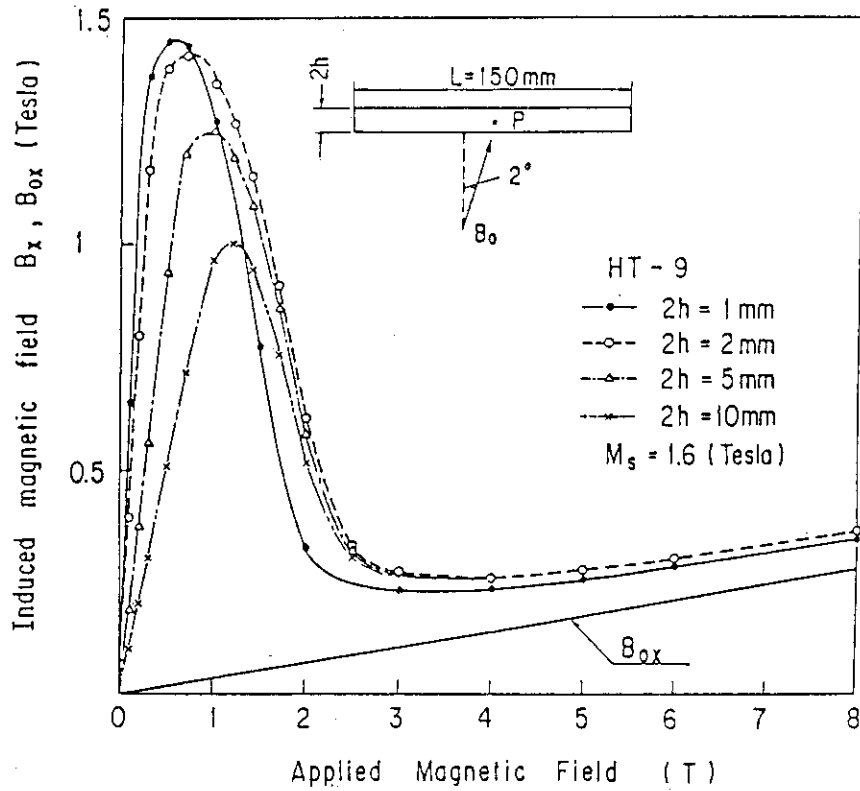


Fig. 5.12 Effect of plate thickness on induced magnetic field (B_x) in beam-plate of HT-9

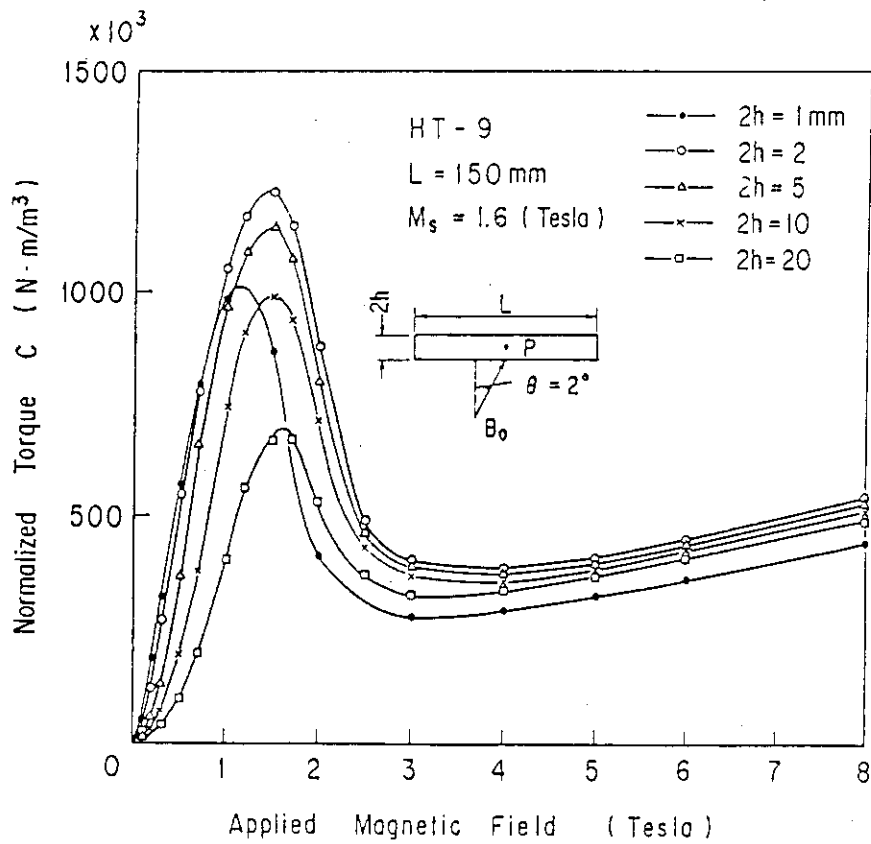


Fig. 5.13 Effect of plate thickness on torque induced in beam-plate of HT-9

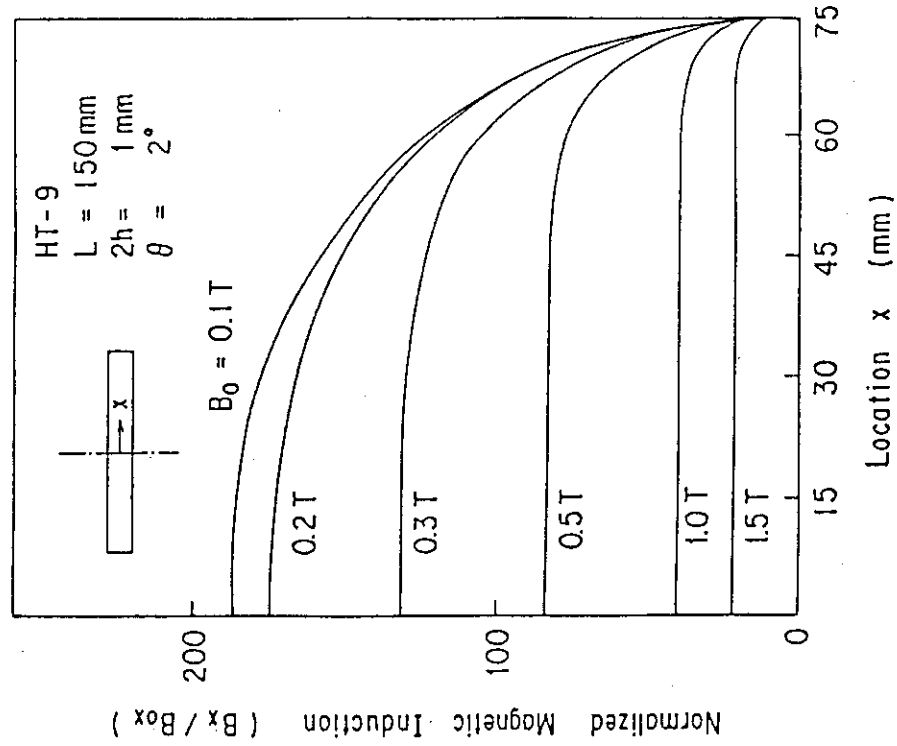


Fig. 5.15 Distribution of normalized induced magnetic induction (B_x) along length of beam-plate

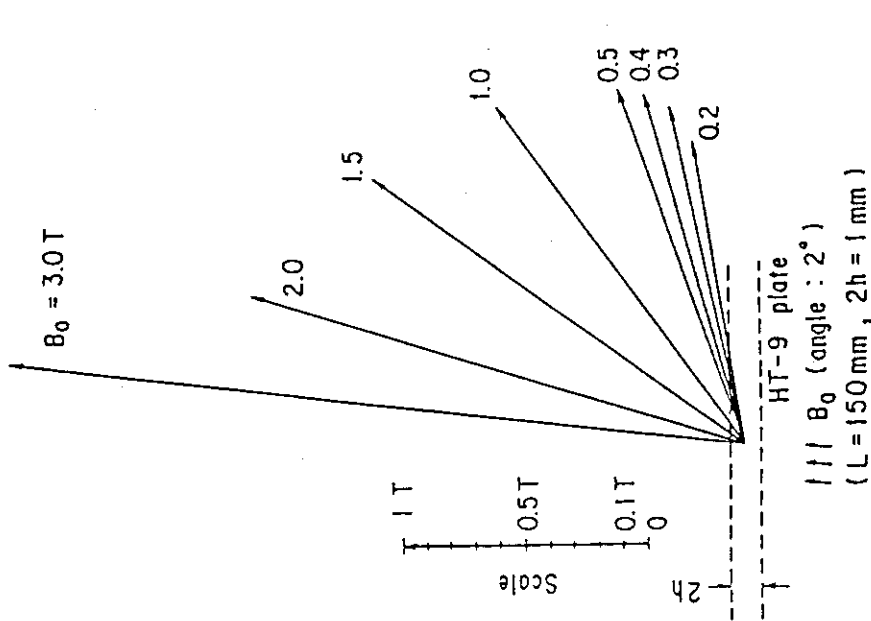


Fig. 5.14 Variation of direction of induced magnetic field at mid-point of beam-plate with applied magnetic field

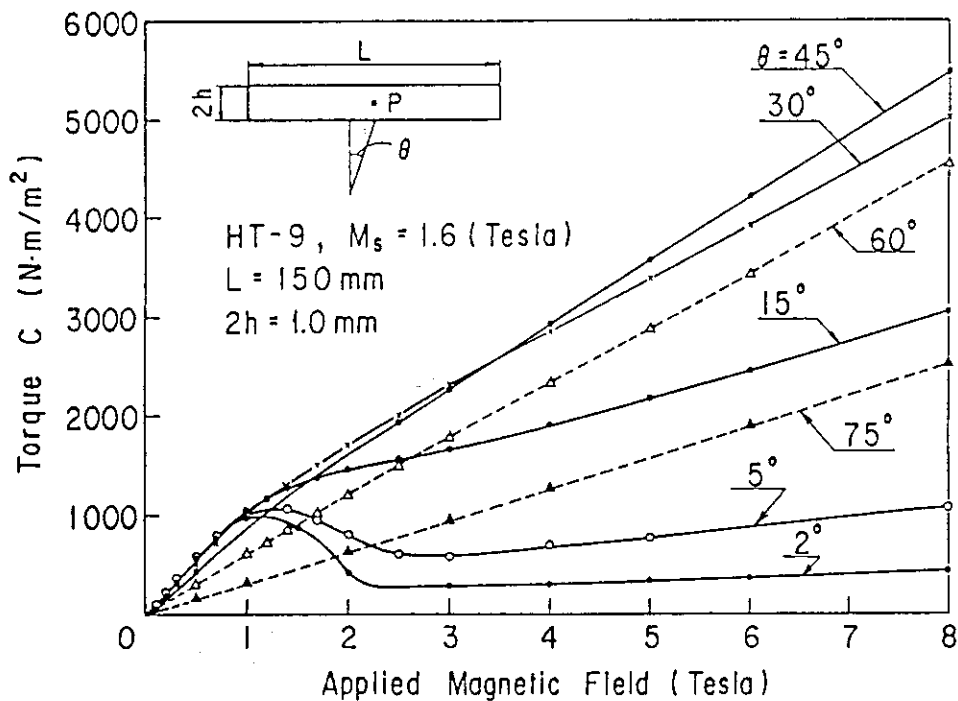


Fig. 5.16 Effect of agngle on torque in beam-plate with applied magnetic field

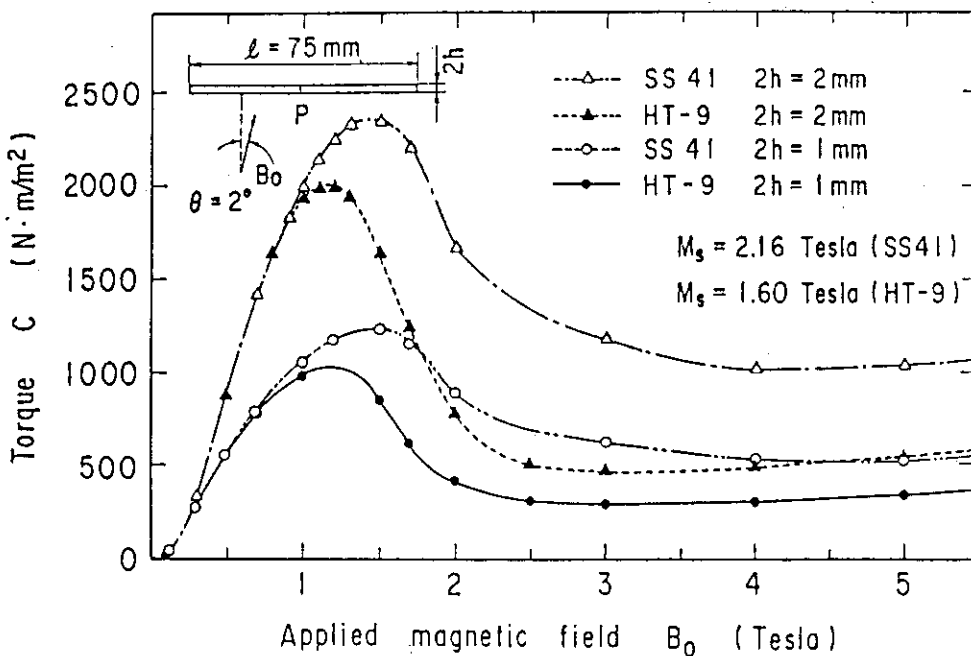


Fig. 5.17 Variation of torque at midpoint in beam-plate with applied magnetic field

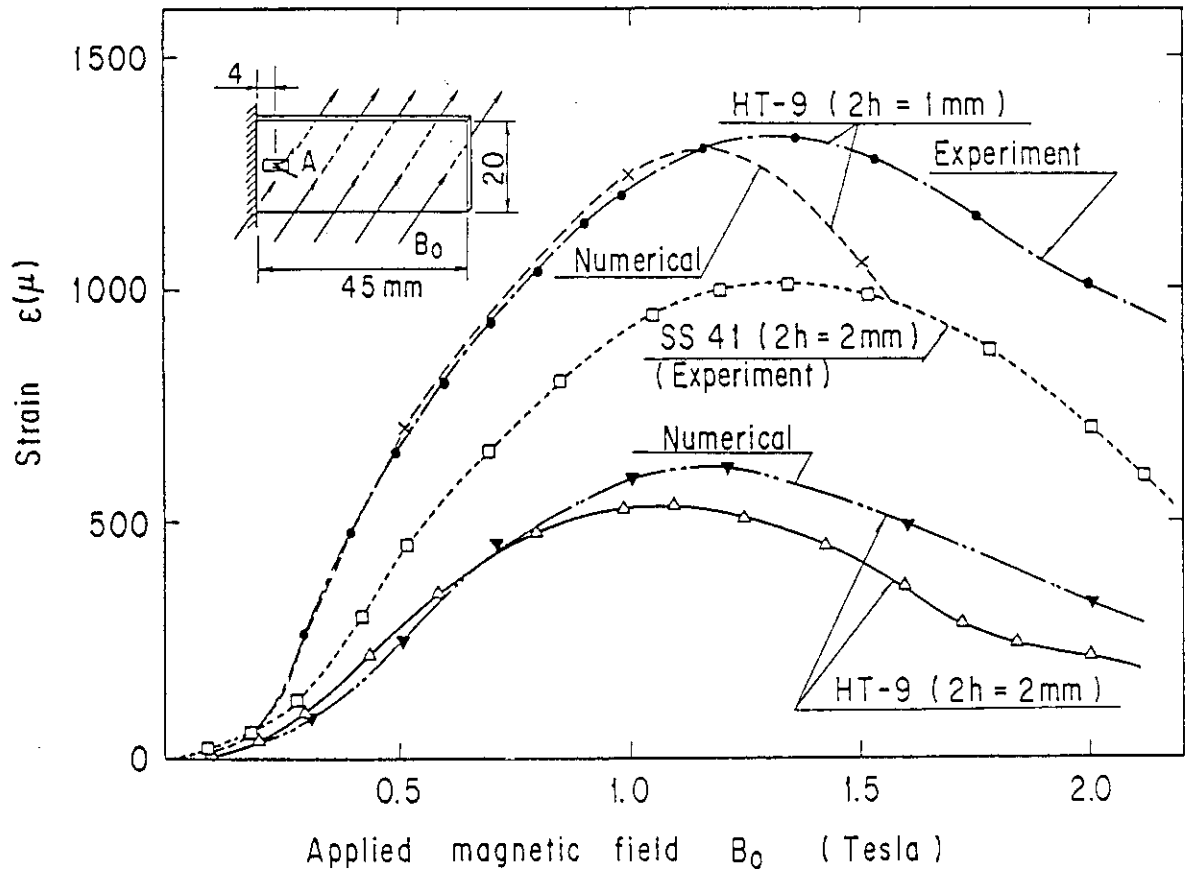


Fig. 5.18 Variation of strain near fixed end of cantilever (HT-9) with applied magnetic field (experiment and numerical analysis)

6. 結 言

本論文で述べたトカマク型核融合炉第1壁／ブランケット構造物の電磁構造的振舞いに関する研究で得られた著者の見解は以下のとおりである。

トカマク型核融合炉の第1壁／ブランケット構造物に作用する荷重として分裂炉と異なるのは、表面からの熱負荷およびサイクル運転の場合の繰り返し熱負荷、さらにディスラプション時に発生する過大な熱負荷と電磁力である。それらの荷重が原因となる破壊形態に対して構造健全性の確保が必要であり、その評価に必要な設計基準の作成に関しても議論が集中するところである。健全性評価の結果はトカマク型核融合炉の成立を左右する。故に、それらの荷重に対する第1壁／ブランケット構造物の変形等の現象を的確に把握することは電磁・熱・構造設計上非常に重要である。

- (1) プラズマ・ディスラプション時に第1壁／ブランケット構造物に発生する渦電流とトロイダルコイルによる定常磁場との相互作用で生じる電磁力による変形挙動を実験により行い、構造体の非定常な電磁現象の解明し、さらに解析コードの妥当性の検証した。

渦電流および動的変形に対しては現在使用されている解析コードの妥当性が得られた。しかし、渦電流の解析では、特殊な境界条件（例えば、穴のような空間を貫く磁束の影響）を考慮しなければならない問題に対しては未だ解決すべき項目が残されている。実際の機器には厚肉構造物も含まれているので、表皮効果等を考慮できる解析コードの開発が急がれる。

核融合炉の機器をモデル化した実験により、構造設計への詳細な情報を提供することが今後の課題である。

- (2) 強磁性体の磁場中での電磁現象を解明するために境界要素法により解析コードを作成し、強磁性体による磁場の擾乱の解析を行った。さらに、実用炉の第1壁／ブランケット構造物に採用が期待される強磁性体（フェライト系ステンレス鋼）のプラズマとの適合性を検討した。

強磁性体が単独あるいは連成を伴った複数（2枚）の場合の境界要素法による磁場解析により、磁性体内外部の磁場の擾乱および集中を解明し、その結果は、一般的電磁現象の1項目である電磁弾性座屈に関する問題解明への展望を開くとともに、強磁性体のトカマク炉への適用性評価に有益な情報を与えた。

磁性体の核融合炉への適用性に関して、磁場の擾乱に対しては磁性体近傍（板厚の数倍程度）に限られ、第1壁とプラズマの間のスクレイブオフ層の存在により磁場の乱れはプラズマに影響を与えないものと思われる。

- (3) 強磁性体が磁場中で受ける磁化電磁力による変形挙動を解明し、磁化電磁力に対する磁気剛性あるいは強磁性体特有の飽和磁化の影響を考察した。さらに、強磁性体をトカマク型核融合炉に適用した場合の構造健全性評価の簡単な手法を提案した。

梁のような小試験片モデルでは、磁場が小さい範囲での磁化電磁力による変形と外部磁場との関係は非線形を示すが、磁場が大きくなると磁性体の飽和磁化の影響でその関係は線形になる。但し、磁場の向きによって1 Tesla近傍で最大値を示す場合があるが、その磁化電磁力は磁場の増加に追従する。

第1壁／ブランケット構造物と磁場の角度によっては、磁場の増加する過程では、その磁化電磁力の最大を経験することになり、全体構造を考慮した健全性評価が必要である。

変形が大きくなれば磁気剛性の効果が顕著に現われる。核融合炉に磁性体を採用する場合には、構造健全性の観点からその効果が無視できる範囲での構造設計が重要である。

以上の研究はトカマク型核融合炉の第1壁／ブランケット構造物の構造設計最後の項目である、健全性評価および寿命評価の少しでも役立てば幸いである。

謝 辞

本研究の遂行に当たっては理解と激励を戴いた那珂研究所、吉川 充二所長、臨界プラズマ研究部、田村 早苗部長に感謝の意を表します。また本研究を纏める契機となった原研-東大の協力研究の推進と、本研究において御協力および助言を戴いた、本部・企画室（元炉設計研究室）の東稔 達三調査役に、さらに協力研究の遂行に当たり理論および実験の進め方などで終始適切な御指導を戴いた、東京大学工学部、原子力工学研究施設の宮 健三教授に感謝の意を表します。また、纏めるに当たって御示唆、御助言を戴いた原子力工学科の秋山 守教授、近藤 駿介教授、矢川 元基教授ならびに船舶工学科の大坪 英臣教授に感謝致します。

核融合炉関連の研究を行うにあたり、炉設計研究室の藤沢 登室長、関 奏主任研究員、核融合実験炉特別チームの飯田 浩正主任研究員、杉原 正芳副主任研究員、堀江 知義氏、加熱工学第1研究の関 昌弘室長（元高温熱工学研究室）および川崎重工業（株）の原子力本部・開発部の皆様には多くの御助言、励ましのお言葉戴きました。ここに感謝致します。

本研究を纏めるにあたって励ましのお言葉と御理解を賜りました（財）電力中央研究所の服部 禎男（参事）総括リーダーに心より感謝致します。

梁のような小試験片モデルでは、磁場が小さい範囲での磁化電磁力による変形と外部磁場との関係は非線形を示すが、磁場が大きくなると磁性体の飽和磁化の影響でその関係は線形になる。但し、磁場の向きによって1 Tesla近傍で最大値を示す場合があるが、その磁化電磁力は磁場の増加に追従する。

第1壁／ブランケット構造物と磁場の角度によっては、磁場の増加する過程では、その磁化電磁力の最大を経験することになり、全体構造を考慮した健全性評価が必要である。

変形が大きくなれば磁気剛性の効果が顕著に現われる。核融合炉に磁性体を採用する場合には、構造健全性の観点からその効果が無視できる範囲での構造設計が重要である。

以上の研究はトカマク型核融合炉の第1壁／ブランケット構造物の構造設計最後の項目である、健全性評価および寿命評価の少しでも役立てば幸いである。

謝 辞

本研究の遂行に当たっては理解と激励を戴いた那珂研究所、吉川 充二所長、臨界プラズマ研究部、田村 早苗部長に感謝の意を表します。また本研究を纏める契機となった原研-東大の協力研究の推進と、本研究において御協力および助言を戴いた、本部・企画室（元炉設計研究室）の東稔 達三調査役に、さらに協力研究の遂行に当たり理論および実験の進め方などで終始適切な御指導を戴いた、東京大学工学部、原子力工学研究施設の宮 健三教授に感謝の意を表します。また、纏めるに当たって御示唆、御助言を戴いた原子力工学科の秋山 守教授、近藤 駿介教授、矢川 元基教授ならびに船舶工学科の大坪 英臣教授に感謝致します。

核融合炉関連の研究を行うにあたり、炉設計研究室の藤沢 登室長、関 奏主任研究員、核融合実験炉特別チームの飯田 浩正主任研究員、杉原 正芳副主任研究員、堀江 知義氏、加熱工学第1研究の関 昌弘室長（元高温熱工学研究室）および川崎重工業（株）の原子力本部・開発部の皆様には多くの御助言、励ましのお言葉戴きました。ここに感謝致します。

本研究を纏めるにあたって励ましのお言葉と御理解を賜りました（財）電力中央研究所の服部 禎男（参事）総括リーダーに心より感謝致します。