

JAERI-M
88-155

原研タンデム加速器超電導ブースターの
ビーム光学

1988年8月

富田 芳明・石井 哲朗・竹内 末広
菊池 士郎・峰原 英介

日本原子力研究所
Japan Atomic Energy Research Institute

JAERI-M レポートは、日本原子力研究所が不定期に公刊している研究報告書です。
入手の問合せは、日本原子力研究所技術情報部情報資料課（〒319-11茨城県那珂郡東海村）
あて、お申しこしください。なお、このほかに財団法人原子力弘済会資料センター（〒319-11茨城
県那珂郡東海村日本原子力研究所内）で複写による実費頒布をおこなっております。

JAERI-M reports are issued irregularly.

Inquiries about availability of the reports should be addressed to Information Division, Department
of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun,
Ibaraki-ken 319-11, Japan.

© Japan Atomic Energy Research Institute, 1988

編集兼発行 日本原子力研究所
印 刷 日立高速印刷株式会社

原研タンデム加速器超電導ブースターのビーム光学

日本原子力研究所東海研究所物理部

富田 芳明・石井 哲朗・竹内 末広

菊池 士郎・峰原 英介

(1988年7月26日受理)

原研タンデム加速器の後段加速器としての超電導ブースターのビーム光学を検討するため、ブースター中のビームの軌道を追跡する計算プログラムを作成した。このプログラムによって、種々の配置に対する計算を行い、無難と思われる配置を決定した。計算は¹²C、³⁵Clおよび¹²⁷Iのビームに対して行い、理想的な制御ができればプリバンチャーを用いなくても直流ビームの50~60%のビームを加速できることを示した。制御上の問題点に対する検討も行った。

Beam Optics of a Superconducting Booster
for the JAERI Tandem Accelerator

Yoshiaki TOMITA, Tetsuro ISHII, Suehiro TAKEUCHI
Shiro KIKUCHI and Eisuke MINEHARA

Department of physics
Tokai Research Establishment
Japan Atomic Energy Research Institute
Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken

(Received July 26, 1988)

In order to investigate beam optics of a superconducting booster for the JAERI tandem accelerator, a computer program has been written which calculates beam trajectories in the booster. By using this program various configurations have been examined and a configuration has been chosen as a "good" candidate. Calculation has been made for ^{12}C , ^{35}Cl and ^{127}I beams and it has been shown that 50-60% of continuous beam can be accelerated even without a prebuncher, if intended control of the beam can be accomplished. Some discussion is given on problems in controlling the beam.

Keywords : Tandem Accelerator, Superconducting Booster, Beam Optics,
Computer Program, Control

目 次

1. はじめに	1
2. 計算コード BOOSTER と出力図の見方	2
3. 計算結果について	6
4. まとめおよび制御上の問題点	10
参考文献	11
附録A 計 算 法	49
附録B バンチャ一間の距離	64

Contents

1. Introduction.	1
2. Computer code BOOSTER and its output diagrams.	2
3. Results of calculation.	6
4. Summary and discussion on problems in controlling beam.	10
References	11
Appendix A Method of calculation.	49
Appendix B Distance between the two bunchers.	64

1. はじめに

原研タンデム加速器によって加速されたビームを、さらに加速してよりエネルギーの高いビームを得るために、後段ブースター計画が進行中である。この報告はブースターのビーム光学上の検討を行ったものである。

ブースターの概略の構成はビームを時間的にパンチするためのパンチャー、ビームを加速するためのライナックおよびライナックからの出力ビームのエネルギーをそろえるためのデバンチャーから成っている。いずれも超電導空洞を使用する。ライナックは40個の空洞から成り、4個ずつ1つのクライオスタットに入れられる。各クライオスタットの間にはビームを集束させるためのダブルレットQレンズが置かれる。

パンチャーは理想的には鋸歯状波の電場を発生することが望ましいが、ここではライナックの基本周波数(129.6 MHz)とその2倍の周波数の電場を発生する2台の空洞(それぞれのパンチャー、2のパンチャーと呼ぶことにする)を用いることによって、基本周波数の位相で約±90°以内のビームがライナックの入口にほぼ同時に到達するようにし、直流ビームの50%程度のビームを加速することを目指す。理想的にはタンデムの前にプリパンチャーを置き、パンチャーにはある程度パンチされたビームが入るようにすれば、より多くのビームが加速できるが、設置場所等の制約もあり当面はプリパンチャーなしで加速することを考える。プリパンチャーがなくても問題がないかどうかを検討することもこの報告の目的の一つである。

ライナックの出口でもビームが時間的にパンチするようにし、適当な距離をドリフトさせると、ビームの速度が時間と共にリニアに変るようになる。ここに再び空洞を置いて、速度の変化を補正するような電場を加え、ビームのエネルギーの拡りを小さくするのがデバンチャーである。

なおのパンチャー、ライナックおよびデバンチャーはすべて同じ構造(Fig.1)の空洞を使用する。この空洞はすでに一台製作されテスト済である。ここで計算はこの空洞を発振させた時の実測の電場を基にして行う。

2. 計算コード BOOSTER と出力図の見方

ブースターのビーム光学を検討するため、ブースタ中のビームの軌跡を追跡する計算プログラム BOOSTER を作成した。計算法については附録Aにのべる。このプログラムは VAX 11/780 上で動き、軌跡等をグラフィクディスプレイ(E & S 社 MPS)に表示できる。このプログラムは

- 初期設定
- ビームトレース
- ヒストグラム作成

の 3 つのモードを持っている。

初期設定のモードでは以下のような設定を行う。この設定の大部分は実際のビームのコントロールに対応しているので多少くわしくのべる。

① 装置の配置と入射ビームの指定

装置の配置は大部分の図(例えば Fig. 2) の上部に縦の線で示してある。左から 2 ω バンチャー, ω バンチャー, トリプレット Q レンズ, 4 個の加速空洞とダブルレット Q レンズの組が 10 組, トリプレット Q レンズ, デバンチャー, トリプレット Q レンズ(実際にこの位置に分析マグネットが置かれる), 最後にイメージ点となっている。各々のラインの間の数字は間隔を cm の単位で示したものである。なお X Y 方向(ビームの進向方向を Z 軸とする)についてできるだけ対称にするため, 10 個のダブルレット Q レンズは X 方向について見れば, 最初の Q のエレメントが収束・発散なら次の Q は発散・収束のように交互に配置している。

入射ビームについては図の下段に, イオンの質量数, エネルギーおよび荷電が示されている。

② バンチャーの電圧の決定

バンチしたい入射ビームの時間範囲と, バンチする位置を指定し, 時間幅が最小になるようにミニ・マックス近似で 2 つのバンチャバの電圧を決定する。バンチする位置は通常ライナックの入口附近にとる。なおこの報告では時間の単位をライナックの加速電場の位相に換算して角度であらわしている。(1° が 21 ps に相当する。) バンチャーの電圧とバンチしたい時間範囲は図(例えば Fig. 2) の最上段に示されている。また ω バンチャーからバンチする点までの距離は構成を示す線の間に $f_{\text{-in}}(t) = 990$ のように cm 単位で示されている。

③ ライナックの位相の決定

Fig. 2(b)はライナックによる位相バンチングを示すもので、異った入射時間(初期位相と呼ぶ)のビームの時間的に中心となるビーム(シンクロナスビームと呼ぶ。初期位相の原点にとる。)からの時間差をビームの軌道に沿って示したものである。入射ビームは 10° 間隔で選んでいる。空間的には軸上のビームを用いている。なお縦軸のスケールは± 10° 以内を拡大してある。ディスプレイ上でこのような表示を見ながら、シンクロナスビームに対するライナックの位相((A.4)式の φ_0)、ここで計算ではすべての空洞に対して同じにとっている)を変えて、ビームがライナックの出口で時間的にバンチするようにする。このようにするとデバンチャーで補正した後のビームのエネルギーの拡がりが最小となる。位相の値とその時の出力エネルギーは図の下段に入射ビームのエネルギーと共に示されている。

④ Qレンズの強さの決定

パンチャーの後のQレンズは、 α パンチャーの中心の像を指定した位置にフォーカスさせるようにきめる。この位置は図(例えはFig. 2(a))の上部の構成を示す線の間に $f_{-in}(x)$, $f_{-in}(y)$ として、Qレンズからの距離がcm単位に示されている。なおX軸はビームの進行方向に対して垂直な面内で水平方向, Y軸は垂直方向にとってある。クライオスタッフの後のダブルレットQレンズに対しては次のようにする。各クライオスタッフに対して軸に平行なビーム(時間的にはシンクロナスビーム)を入射すると、空洞内で発散させられ、出口ではクライオスタッフ内の軸上有る点から出ているように見える。この点とQレンズの入口との距離を ℓ (入射ビームと軸との距離によって少し変る。ここでは軸から3mmはなれたビームを用いている。)として、指定するファクター α を用いて

$$f = \frac{\ell}{a} \quad \dots \dots \dots \quad (2.1)$$

を定め、Qレンズの前 f の距離にある像をQレンズの後 f の位置に移すようにQレンズの強さをきめる。ファクター α はQレンズの位置を示す線の上に()に入れて示されている。ディスプレイには①で指定した入射ビームのエミッタスを示す位相空間内の楕円の境界上の何本かの入射ビームに対する、XY面内の軌跡がFig. 2(a)のように示される。この図はビームがデバンチャーの中心にウェイストを作るように入射している。また時間的にはシンクロナスピームだけである。この表示を見ながらXY面内のフォーカスがうまく行くように、パンチャー後のQレンズのフォーカス点とファクター α をきめる。デバンチャーの前のQレンズの強さはデバンチャーの中心でビームサイズが最小となるように最小2乗法できめる。

⑤ デバンチャーの電圧の決定

ディスプレイにはFig. 2(c)のように、デバンチャーの中心でのビームの速度と時間の相関が示される。縦軸は各々のビームの速度のシンクロナスビームの速度との差をパーセ

ントで示し、横軸はシンクロナスビームとの時間差を位相角度で示している。各点は 10° 間隔の初期位相のビームに対して、①で指定したビームのエネルギーの拡がり内の9点を選んだものである。この表示は通常軸上のビームに対して行うが、入射のX Y面内の位置と方向を指定することもできる。この図中の1点を指示して、デバンチャーで補正すべき速度変調の曲線（図中に示されている。）を指定する。この指定にしたがってデバンチャーの電圧を計算し、デバンチャーを作動させ、Fig. 2(d)のようにデバンチャーの出口での速度と時間の相関を表示する。この図によってビームの透過率とエネルギーの拡がりが大体わかる。必要があれば①～④のどこかへもどって設定をやり直す。結果がよければ最後のQレンズの強さをイメージ点でのビームサイズが最小になるようにきめる。最後にビームトレースを行うためのダンプファイルを作成し、先頭に①で入力した入射ビームの条件、Qや空洞の設定値等を書き込む。決定したデバンチャーの電圧は図の最上段に示されている。

ビームトレースのモードでは、まず初期設定モードで作成されたダンプファイルの先頭コードを読み、Qや空洞の設定を行う。次に入射ビームの初期位相が $-180^\circ \sim 179^\circ$ まで 1° ずつ変え（360本のビーム）、各々に対して乱数を用いて、初期位相に対して $0^\circ \sim 1^\circ$ の範囲の値を加え、エネルギーは指定した入射エネルギーの拡がりの範囲内で、入射方向は指定したエミッタスの範囲内で選ぶ。これらのビームに対して軌跡を追跡し、ビームの初期位相、各空洞の入口での軸からの距離、各空洞内で電極に当ったどうかおよびイメージ点での速度とX Y方向の位置を記憶し、360本のビーム毎にファイルに記録する。この報告で示した例はすべて10回のダンプ（360本のビーム）で行っている。このビームトレースは時間がかかるので通常はディスプレイを使用せずにオフラインで行うが、ディスプレイ上にイメージ点での分布等を示すヒストグラムを表示しながらリアルタイムで行うこともできる。

ヒストグラム作成のモードでは、ダンプされたビームトレースを読んでFig. 2(e)に示すようなヒストグラムを作成する。図の上段の配置を示す線の下の行に、イメージ点に達したビームの本数と、入射したビームの本数が示されている。その後には入射ビームのエネルギーの拡がりとエミッタスが示されている。これらは次の式で定義される。

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{x}{x_0} \right)^2 + \left(\frac{x'}{x'_0} \right)^2 &\leq 1 \\ \left(\frac{y}{y_0} \right)^2 + \left(\frac{y'}{y'_0} \right)^2 &\leq 1 \\ |E - E_0| &\leq \Delta E \end{aligned} \right\} \quad \dots \quad (2.2)$$

ここで微分はz（中心軸方向）による微分であり、 E_0 は入射エネルギーの中心値である。図中では x_0 、 x'_0 は $x_{0-\max}$ 、 $p_{x0-\max}$ 、 ΔE は dE_0 として示されている。また最下段の行には各空洞の入口につけられるバッフルの半径が示されている。この半径はヒス

トグラム作成時に指定できる。

図には4つのヒストグラムがある。まず左上のヒストグラムは速度分布を示すもので、横軸は中心軸上のシンクロナスピームとの速度の差をパーセントで示して表わしている。なおグラフの範囲からはみだす速度のビームは最左端あるいは最右端にまとめてカウントされている。ここで実線は位置に関係なくイメージ点に到達したビームであり、破線はイメージ点でのX Y方向の位置が図中に示されている値内に入っているビームに対する分布である。この範囲内のビームの本数も図中に示されている。

左下の図はイメージ点でのX Y方向の位置の分布を示している。

右上の図はビームの透過率を示すもので、横軸はビームの初期位相($-180^\circ \sim 180^\circ$)であり、縦軸はイメージ点に達したビームの割合をパーセントで示しており、初期位相 10° 毎のヒストグラムになっている。ここで実線は速度も位置も制限しないビームであり、短い破線は図中に示したような速度の範囲内のビームであり、少し長い破線はさらに位置に対しても、左の速度分布の図中に示した範囲内に制限したビームに対するものである。

右下の図は空洞内の電極に当ったビーム(バッフルに当ったビームは含まない)の割合を、初期位相毎にパーセントで示したものである。

4つのヒストグラムの下にも配置を示す線が引かれており、バッフルに当ったビーム数と空洞内の電極に当ったビーム数がクライオstatt毎にまとめて示されており、ビームがどこに多く当たるかがわかる。

図の中央の小さなわくの中には、上段の2つのヒストグラム中に示した速度と位置の範囲内のビーム数が示されている。ここにはまた360本の入射ビーム毎のデータの分散から推定した統計誤差も示してある。Fig. 4(e)の場合のように透過率が0か1に近い場合にはこの分散はきわめて小さい。

3. 計算結果について

計算は入射ビームとして ^{12}C , ^{35}Cl , ^{127}I を用いて行った。いずれの場合もタンデムの後にストリッパーを置いて、荷電とエネルギーを高くした場合を想定している。特にIビームの場合はこのストリッパーを用いないと加速できない。Fig.1に示した空洞は β ($\equiv v/c$)=0.1に対して最適化されており、 $\beta \lesssim 0.05$ では加速できない。これらのビームの特性をTable 1に示す。エミッタанс等は式(2.2)で定義されている。Table 1にはまた以下にのべる典型的な場合の出力ビームのエネルギーと、直流ビーム中利用できるビームの割合も示されている。入射ビームのエミッタансは実際の値と多少異っているかも知れないが計算結果には大きな影響はない。

なおライナックの各空洞の加速電圧はピーク値で0.3MVにとってある。この値は実際のテストで無難な値である。なおデバンチャーは2個の空洞を用いないと電圧が不足するが、本質的でないのでここでは1個の空洞で計算を行っている。

順序が逆になるが、まず典型的な場合の結果を示し、次に一般的な傾向について多少の議論を行う。計算は種々の配置について行ったが、実際の立地条件も考慮して無難と思われる配置に対して行った計算が、 ^{127}I に対してFig.2に、 ^{35}Cl に対してFig.3に ^{12}C に対してFig.4に示してある。それぞれ(a)~(f)の6つの図から成っている。

図(a)はシンクロナスビームに対するフォーカスを示したものである。図(b)は $-140^\circ \sim 140^\circ$ の 10° 毎の初期位相のビームに対する位相バンチングを示すもので、各点でのシンクロナスビームとの時間差を示している。図(c)はデバンチャーに電圧をかけない時のデバンチャーの中心での時間と速度の相関を示している。ビームは中心軸上のビームで初期位相で $-120^\circ \sim 120^\circ$ の範囲内で 10° 毎の間隔で選んでいる。Table 1に示した入射エネルギーの拡がりも考慮されている。図(d)は図(c)に示されている速度変調の曲線に相当する電圧をデバンチャーにかけた時のデバンチャーの出口での時間と速度の相関である。図(e)と(f)は、各空洞の入口のバッフルの半径を12mmおよび8mmとした時のイメージ点でのビームの分布を示している。

これらの結果からは、この計算で行っているような理想的な設定ができればどのイオンでも50~60%程度のビームが使えることがわかる。電極に当たるビームもバッフルの半径を8mm位にすればほとんど問題にならない。またフォーカスのよいCやClの場合には8mmにしても利用できるビームの量はほとんど変わらない。(図(a)で示されているようにシンクロナスビームに対するフォーカスはどのビームでもうまく行くが、初期位相がシンクロナスビームから大きくはなれたビームに対してはIビームの場合にはうまくフォーカスできない。) Table 1に示したビームの利用率はバッフルの半径を8mmにして、速度とビームサイズについては図(f)に示されているような範囲をえらんだ場合である。

3.1 プリバンチャー

Fig.2~4(e), (f)に示されているようにどのビームの場合にも初期位相で $\pm 70^\circ$ 程度以内

のビームはほぼ完全に利用できる。したがってプリバンチャーによって直流ビームをこの程度の位相内にパンチしてからバンチャーに入れればビームの利用率はずっと大きくなることがわかる。またバッフルの半径が大きい時に電極に当っているビームはほとんどシンクロナスビームから遠くはなれた初期位相のビームなのでプリバンチャーを用いればバッフルを用いなくても電極にはほとんど当らないことを示している。

3.2 位相バンチング

Fig. 2-4(b)に見られるようにビームは時間的にシンクロナスビームのまわりに振動する。一般には振動はビームが加速されるにつれ、ノード間の距離が長くなり振幅が小さくなるが、ここで用いている40個程度の空洞ではノードの個数が少く、この効果はIビームの場合にわずかに見えるだけであり、Iビームの場合で±10°程度、Cビームで±20°程度の範囲で振動している。

どれくらいの範囲の初期位相のビームをバンチできるかは、バンチャーとライナック間の距離にも関係する。距離を短くするとバンチャーの電圧を高くしなければならず、ライナックの入口での速度の拡がりが大きくなり、シンクロナスビームからはなれた位相のビームがバンチできなくなる。これは特にCのように軽くて速度の大きいビームの場合に著しい。Fig. 2-4の場合はバンチャーとライナックの距離を10mとしているが、Cビームの場合だけとすればもっと長くした方がもっと多くのビームを加速できる。一般に重いイオンほど位相バンチングの効果は大きく、上に示した例ではノードの個数はIで4個、CIで3個、Cで2個である。位相バンチングはまたシンクロナスビームに対する空洞の位相 ϕ_0 を大きな負の値にすれば大きくなる。Fig. 5は¹²Cに対して $\phi_0 = -43^\circ$ にした場合である。Fig. 5(a)に見られるようにノードの数が3個になり、Fig. 5(b), (c)に見られるようにバンチされる範囲が拡がり、Fig. 4(e)と比較するとビーム量が増えエネルギーの拡がりが小さくなっている。ただしビームのエネルギーは約20MeV低くなっている。Iビームの場合には ϕ_0 を負の大きな値にすると空洞によるデフォーカスが大きくなり過ぎビーム量はかえって減少する。

附録Bにくわしくのべるように、2つバンチャーを1つバンチャーの前に適当な距離の位置に置くと、バンチしたビームの時間幅を小さくするか、バンチするビームの範囲を大きくできる。ライナックの出口でバンチされた時の時間幅はバンチャーによってバンチした幅にほぼ等しく、またデバンチャーで補正した後のビームのエネルギーの拡がりはライナックの出口の時間幅と共に大きくなるので、2つのバンチャー間の距離を適当にとることによって、出力ビームのエネルギーの拡がりを小さくするか、ビームの量を増加させることができる可能性がある。Iのように入射ビームのエネルギーの拡がりが大きい時にはこの効果はビーム量の5%程度の増加でしかないが、Cのように入射エネルギーの拡がりが小さい場合には、バンチャーとライナックの距離を十分大きくとるか、大きな ϕ_0 の値を用いた場合にはこの効果がよく見える。これまで示した例はすべて2つのバンチャー間の距離を3mにとった場合であるが、比較のためにこの距離を50cmにした場合をFig. 6に示す。ビームは¹²Cで他の条件はFig. 5と同じである。比較するとFig. 5の場合の方がエネルギーの拡がりがずっと小さくなっていることがわかる。もちろんFig. 6の場合もバンチャーの電圧を±90°以内の初期位相のビームをバン

チするようにして、デバンチャーも同じ程度の範囲内のビームに合せて設定すればエネルギーの拡がりは Fig. 5 の場合と同じくらいにできる。しかしこの場合ビーム量は 10% 以上少くなる。

ここで位相の設定の精度についての検討を行う。各空洞の位相がきめられた値からずれた時の効果を見るために、Fig. 2 および Fig. 4 で示した ^{127}I と ^{12}C のビームの場合に設定した空洞の位相 ($\varphi_0 = -20^\circ$) に対して乱数を用いて土 10° の範囲内で位相を変えて計算を行って見た。Fig. 7 に ^{127}I ビームの場合が示してある。Fig. 7(a) は位相バンチングの様子であり、Fig. 2(a) と比較するとライナックの出口での時間的にバンチする点がデバンチャーに近くなっている。またバンチ点が軸上にないことがわかる。乱数によってきめた位相の誤差は図の下段に示してある。なおこの図で時間の基準は位相の誤差がない時のシンクロナスピームの時間である。Fig. 7(b) はデバンチャーの出口での時間と速度の相関を示したものでエネルギーが高い方へシフトしている。これは Fig. 7(a) でバンチ点が軸上にないことに対応している。Fig. 7(a) はデバンチャーに電圧をかけない時の時間と速度の相関であるが、デバンチャーの位相を少し変えることによってこのシフトを補正できる。(速度補正曲線が原点を通っていない。) 補正結果は Fig. 7(d) のようになる。(デバンチャーの電圧も少し変わっているが本質的ではない。) 実際にビームトレースを行った結果が Fig. 7(e) に示してある。Fig. 2(e) と比較するとエネルギーの拡がりも、フォーカスも少し悪くなっている。利用できるビームは約 20% 減少している。同様に ^{12}C に対して計算した結果が Fig. 8 に示してある。Fig. 4(e) と比較するとやはりエネルギーの拡がりもフォーカスも少し悪くなり、利用できるビームは約 10% 少くなっている。位相の誤差をもっと大きくして土 15° 以内にすると、利用できるビームは ^{127}I ビームの場合で 35%, ^{12}C ビームの場合で 25% 程度減少する。この結果からは位相の設定はできれば 5° 、悪くとも 10° 程度の精度で設定できることが望ましい。なお 10° は 0.21 ns に相当する。

3.3 デバンチャー

デバンチャーの電圧のかけ方には多少任意性があり、エネルギー幅を小さくすることとビームの量を多くすることが相反的になる。例えば Fig. 4(c) の ^{12}C の場合でデバンチャーの電圧を少し低くして土 70° 以内程度の初期位相のビームを利用するようすれば、エネルギーの拡がりは半分位になり、ビームの量は 20% 程少くなる。

デバンチャーの故障等でデバンチャーが使えない場合には、ライナックの位相を変えて位相バンチングの図で振動の腹がライナックの出口に来るようになると、ライナックからのビームのエネルギーがほぼ同じになり、デバンチャーを用いなくとも比較的エネルギーの拡がりの小さいビームが得られる。Fig. 9 は ^{35}Cl ビームで $\varphi_0 = -17^\circ$ にとった場合であり、Fig. 9(a) に見られるようにライナックの出口からデバンチャーまでの間シンクロナスピームとの時間差がほぼ一定になっている。デバンチャーの中心での時間と速度の相関は Fig. 9(b) のようになっておりデバンチャーなしでもかなりの部分のビームのエネルギーがそろっていることを示している。Fig. 9(c) がイメージ点での分布であり、Fig. 3(e) と比較するとエネルギー幅は倍以上になっているが、この程度の幅が許される場合にはデバンチャーなしでもビーム量は 10%

程度の減少で済んでいる。(Fig. 3(e)と同じ程度のエネルギーの幅のビームを用いようとするとビーム量は30%以上少くなる。)

3.4 動径方向のフォーカス

附録Aでのべるようにライナックの加速電場の位相が負の領域(この領域で位相パンチングが起きる)ではビームはデフォーカスされる。これは打消すためのダブレットQレンズは、(2.1)式で定義したファクターが1の附近でシンクロナスピームをうまくフォーカスする。(Fig. 2-4(a))しかし他の初期位相のビームに対しては空洞によるデフォーカスとQレンズによるフォーカスのバランスがくずれるので一般に軸方向からのはずれが大きくなる。

Fig. A.3 (a)は¹²⁷Iビームの場合に同じ入射方向で異った初期位相(-120°~120°の間で10°毎)のビームの軌跡を示したもので、途中で大きく軸方向からはなれライナックを通過しないビームであることがわかる。(速度の大きい¹²Cや³⁵Clビームの場合はこれほどではない。)Fig. 2-4(e)に示されているように、シンクロナスピームから大きく離れた初期位相のビームは、空洞前のバッフルで絞らないと空洞内の電極に当たる確率が大きい。しかしバッフルの半径を8mm程度にすればFig. 2-4(f)に見られるように空洞内にはほとんど当らなくすることができる。

Fig. 10は空洞のアライメントが正しくない時の様子を見たもので、各空洞の軸をビーム軸から±1.5mmの範囲内で動かした場合の計算である。(他の条件はFig. 2と同じ)この場合もバッフルの半径を8mmにすれば利用できるビームは10%ばかり少くなるが、電極にビームは当っていない。この計算はバッフルと空洞を一体としているが、バッフルと空洞が一体ではなく両者のアライメントが悪い場合にはこの10%のビームの何割かは電極に当たる可能性がある。アライメントが正しくないため他の影響はイメージ点がビームの位置が0.5mm位ずれていること位である。

4.まとめおよび制御上の問題点

以上の検討の結果を多少重複するがここに簡単にまとめる。

- プリバンチャーはあるにこしたことはないが、なくてもなんとかなる。計算上で行ったような理想的な制御ができれば直流ビームの 50 %程度は利用できる。
- バンチャーとライナックの距離は重点を置くビームによって異なるが 10 m はあった方がよい。
- バンチャーと 2 バンチャーの距離は配置上の問題がなければバンチャーとライナック間の距離の 0.3 倍程度にした方がよい。
- ライナックとデバンチャーの距離は 8 m 以上必要。
- ビームのフォーカスはクライオスタッフ間のダブルレット Q レンズでうまく行く。Q レンズのコントロールは計算で設定しその付近で微調整を行えば十分である。
- ライナックの空洞間の距離は最初の 2 つのクライオスタッフ位まではできるだけ小さい方がよい。そうしないとシンクロナスビームと位相差の大きいビームが加速できない。

制御上最も問題になりそうなのは位相の制御である。原理的にはバンチャーの位相を基準として、このプログラムで行っているようにビームの速度と空洞間の距離から各空洞の位相を計算できるが、バンチャーからデバンチャーまでの飛行時間は $1 \sim 2 \mu s$ もかかり、 10° 程度の位相差 (0.21 ns) の精度で設定しようとすると、ビームの速度や空洞間の距離をきわめて高い精度で知る必要があり不可能に近い。最も確実なのは設定しようとする空洞から下流の空洞の電圧をすべてオフして、位相を変えた時のビームエネルギーの変化から位相を較正することであるが、40 個の空洞のすべてについて行うのはかなり時間がかかりそうである。ある程度経験を積んだ後では 1 つのクライオスタッフ内の 4 個に関しては、クライオスタッフ内の飛行時間が $50 \sim 100 \text{ ns}$ 程度なので、計算によって設定できる可能性がある。

次に問題となるのはビームをライナックの入口と出口附近でバンチさせることである。このためにはビームの時間幅が測定できれば最もよいがかなり難しそうである。ライナックの入口附近にバンチさせることは位置の精度で 50 cm 程度でよく、バンチャーの電圧が 5 % 程度の精度で較正できればよいのであまり問題はないと思われる。ライナック出口でのバンチは 40 個の空洞の位相と電圧の設定の精度が問題となる。電圧の較正は位相よりは精度がよいと思われる。設定した電圧に対して各空洞の電圧を $\pm 5\%$ 以内でランダムに変えた計算は、位相を $\pm 10^\circ$ の範囲内でランダムに変えた場合と同程度の影響であった。また電圧が变ってもビームに対して空洞の位相を一定に保てば出力エネルギーは變るが位相バンチングの様子は變らない。Fig. 3 や Fig. 5 で示した例のようにエネルギーの拡がりが小さいビームを得ようとすると位相は 5° 程度以下の精度で設定する必要があるのであろう。

最後に制御のための計算機システムに対する要求をあげておく。制御のプログラムは、このプログラム(BOOSTER)の初期設定部分に相当する計算はオンラインで行えなくてはならない。制御上実際に行うコントロールとしては次のようなものが考えられる。

- (1) Fig. 2(b)のようなディスプレイを行うことによって、空洞の位相と電圧を決定する。必要に応じ、電圧は自動設定を行う。
- (2) 空洞の設定に対応するQレンズの強さを計算し自動設定を行う。調整は1または2パラメーターで行う。
- (3) 位相の設定のために、SSD, TOF, 分析マグネット等を用いた出力ビームのエネルギーの測定を行い、位相をかえた時のエネルギーの変化からビームに対する位相の原点を定め、必要とされる位相に設定する。可能なら同一のクライオスタット内の後続の空洞の位相は計算により設定する。
- (4) 全体を設定した後で出力エネルギーが要求したエネルギーとずれている時は、ライナックの位相の補正值を計算し、必要に応じて自動設定を行う。その後でライナックのすべての空洞の電圧を同時に変えてビーム量の最大値を求める。(電圧を変えただけでは出力エネルギーを変えることはできない。Fig. 2-4に示した例で電圧を5%上げた時の出力エネルギーの変化は0.2%程度であり、しかもいつも上がるとはかぎらない。逆に5%下げた時は¹²⁷Iと¹²Cの場合は位相パンチングがほとんど行われなくなってしまう。)
- (5) 以上のような設定を行う上で計算上必要とされるパラメーターは、実際の設定で行った補正の結果を反映できるようにして、オンラインで更新できるようにする。

上に述べたような計算は常時行うわけでなく設定時に行うだけなので、計算機の計算能力に対してはそれほど負担にならないと思われる。

参考文献

- (1) D. L. Hendrie : "Nuclear Spectroscopy and Reactions", Part A, 365 (1974)
- (2) A. Galejs and P. H. Rose : "Focusing of Charged Particles" II, 297 (1967)
- (3) S. Bertram : Proc. IRE 28, 420 (1940)
(文献(2)で引用)

最後に制御のための計算機システムに対する要求をあげておく。制御のプログラムは、このプログラム(BOOSTER)の初期設定部分に相当する計算はオンラインで行えなくてはならない。制御上実際に行うコントロールとしては次のようなものが考えられる。

- (1) Fig. 2(b)のようなディスプレイを行うことによって、空洞の位相と電圧を決定する。必要に応じ、電圧は自動設定を行う。
- (2) 空洞の設定に対応するQレンズの強さを計算し自動設定を行う。調整は1または2パラメーターで行う。
- (3) 位相の設定のために、SSD, TOF, 分析マグネット等を用いた出力ビームのエネルギーの測定を行い、位相をかえた時のエネルギーの変化からビームに対する位相の原点を定め、必要とされる位相に設定する。可能なら同一のクライオスタット内の後続の空洞の位相は計算により設定する。
- (4) 全体を設定した後で出力エネルギーが要求したエネルギーとずれている時は、ライナックの位相の補正值を計算し、必要に応じて自動設定を行う。その後でライナックのすべての空洞の電圧を同時に変えてビーム量の最大値を求める。(電圧を変えただけでは出力エネルギーを変えることはできない。Fig. 2-4に示した例で電圧を5%上げた時の出力エネルギーの変化は0.2%程度であり、しかもいつも上がるとはかぎらない。逆に5%下げた時は¹²⁷Iと¹²Cの場合は位相バンチングがほとんど行われなくなってしまう。)
- (5) 以上のような設定を行う上で計算上必要とされるパラメーターは、実際の設定で行った補正の結果を反映できるようにして、オンラインで更新できるようにする。

上にのべたような計算は常時行うわけではなく設定時に行うだけなので、計算機の計算能力に對してはそれほど負担にならないと思われる。

参考文献

- (1) D. L. Hendrie : "Nuclear Spectroscopy and Reactions", Part A, 365 (1974)
- (2) A. Galejs and P. H. Rose : "Focusing of Charged Particles" II, 297 (1967)
- (3) S. Bertram : Proc. IRE 28, 420 (1940)
(文献(2)で引用)

Table 1 計算に用いたビームと典型的なケースの出力ビーム

ビーム	^{12}C	^{35}Cl	^{127}I
タンデムの出力			
エネルギー (MeV)	9.6.2	16.0.0	20.3.0
荷電	6	15	31
エミッタنس			
x_0 (mm)	0.88	1.51	1.31
y_0 (mm)	1.06	1.45	1.47
x_0' (mrad)	0.95	1.02	0.91
y_0' (mrad)	0.92	1.29	1.51
ΔE (MeV)	0.014	0.070	0.250
ブースターの出力			
エネルギー (MeV)	19.7	42.9	77.0
ΔE (MeV)	0.13	0.56	1.77
ビーム利用率 (%)	50	62	55

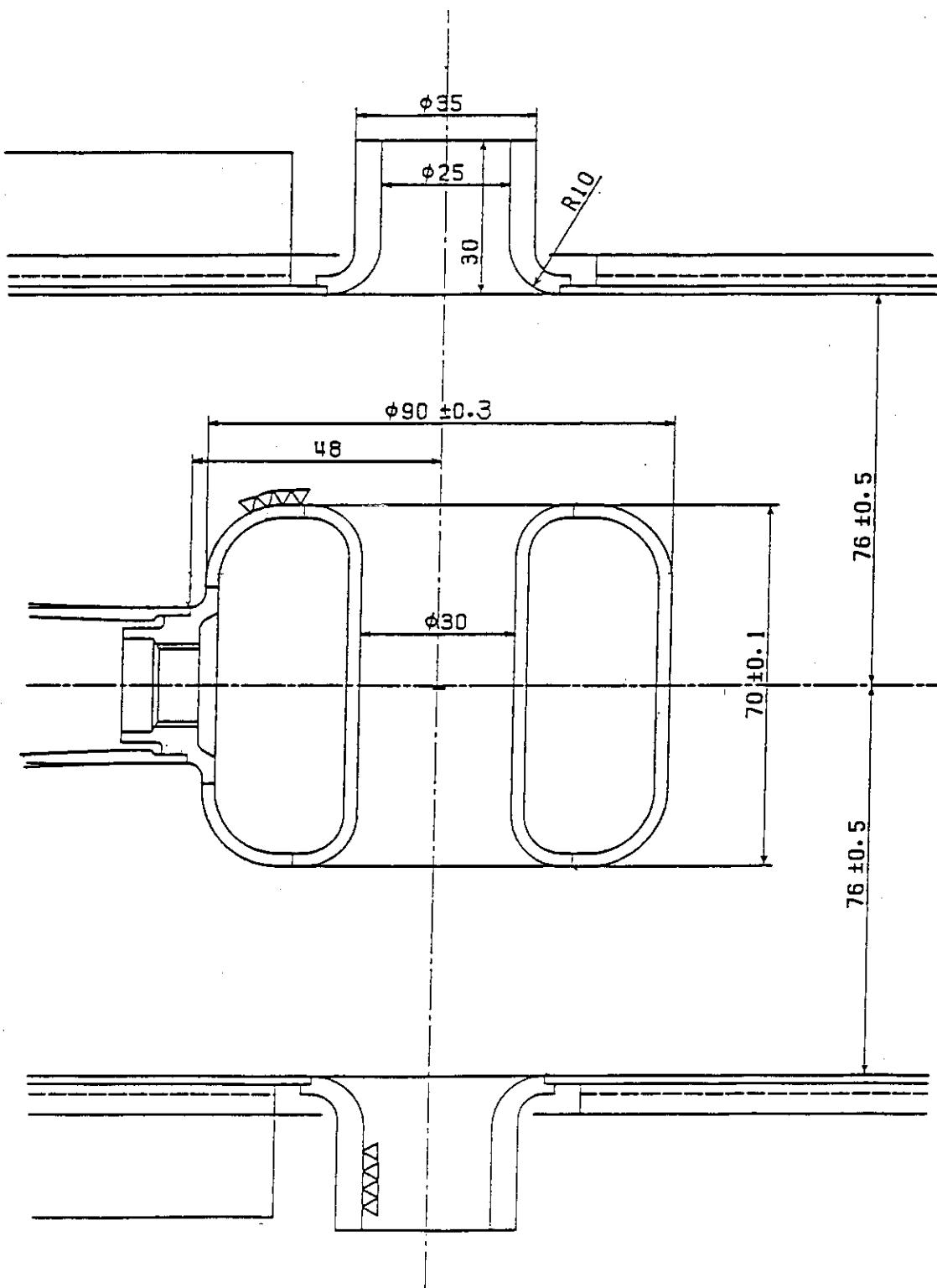


Fig. 1 加速空洞の断面図

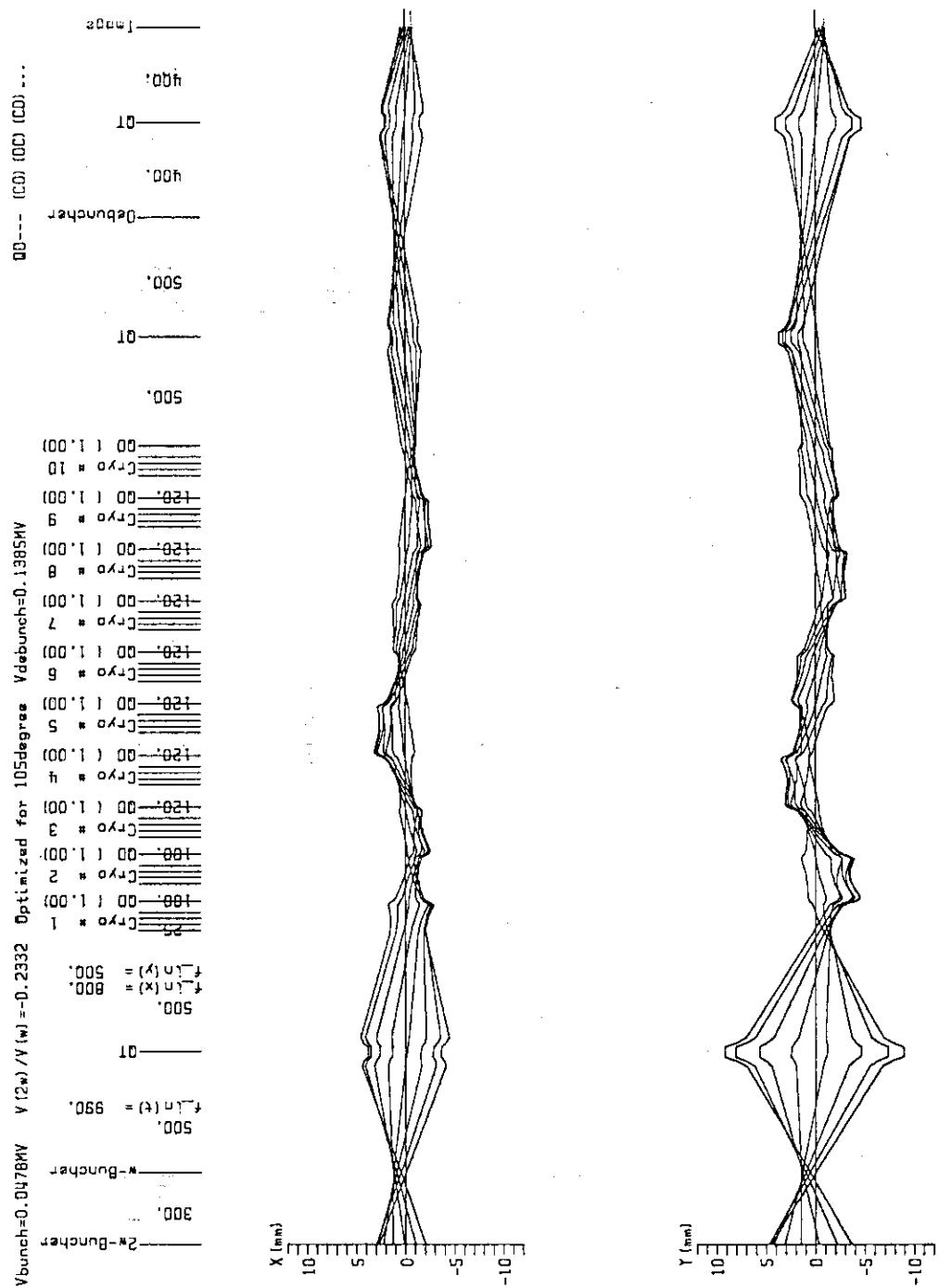


Fig. 2(a) ^{127}I ビームのフォーカスをシンクロナスビームに対して示す。

```
R= 127 E= 203. MeV q= 31 phase= -20.0degree Eout= 770. MeV <CONFIG_6>
[1127_6] [V03.002] <TF_2>
```

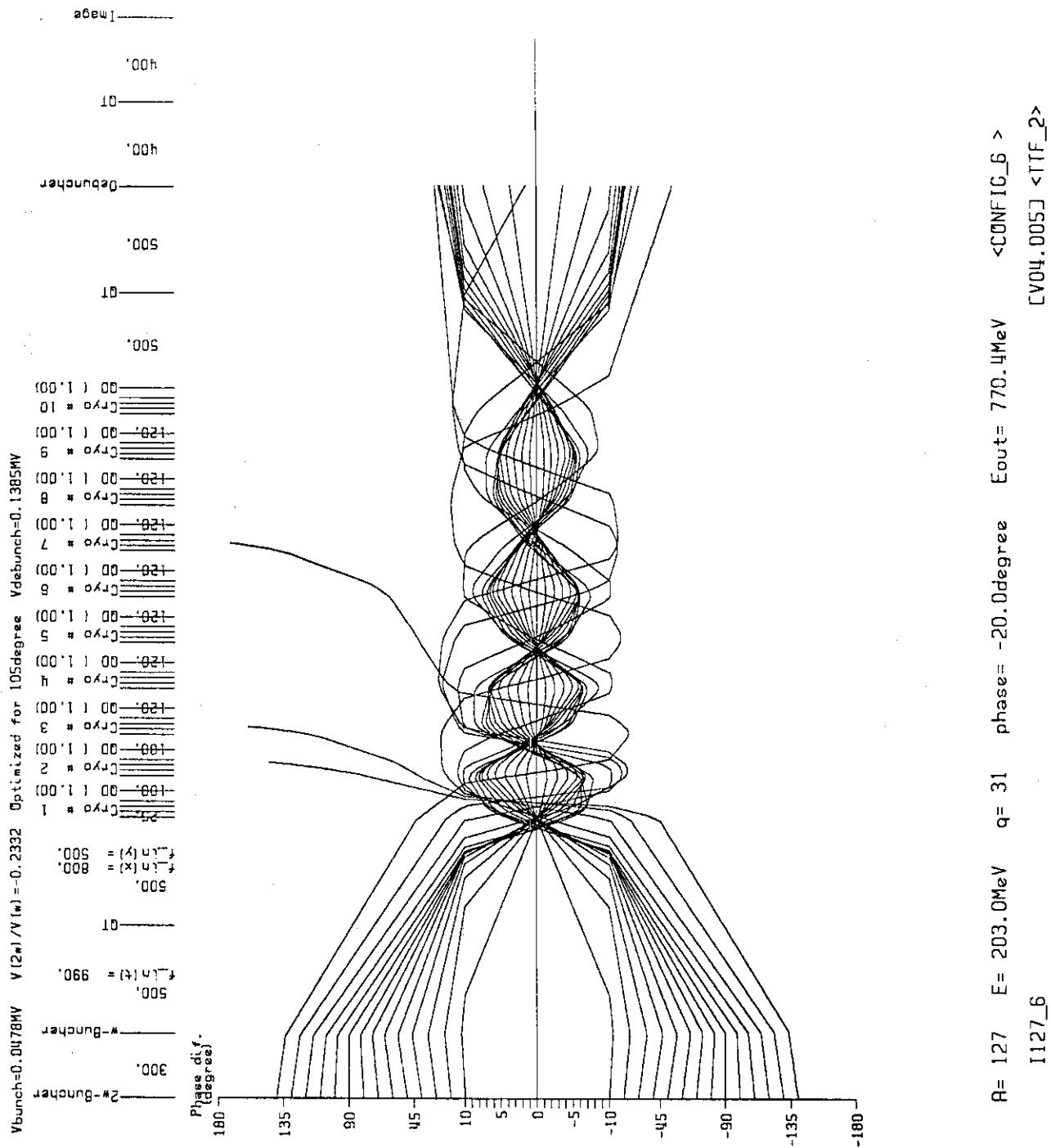


Fig. 2(b) ^{127}I ビームの位相バンチング。縦軸は各点におけるシンクロナスビームとの時間差を位相角度で表している。初期位相が $\pm 140^\circ$ 以内のビームを 10° 毎に示している。

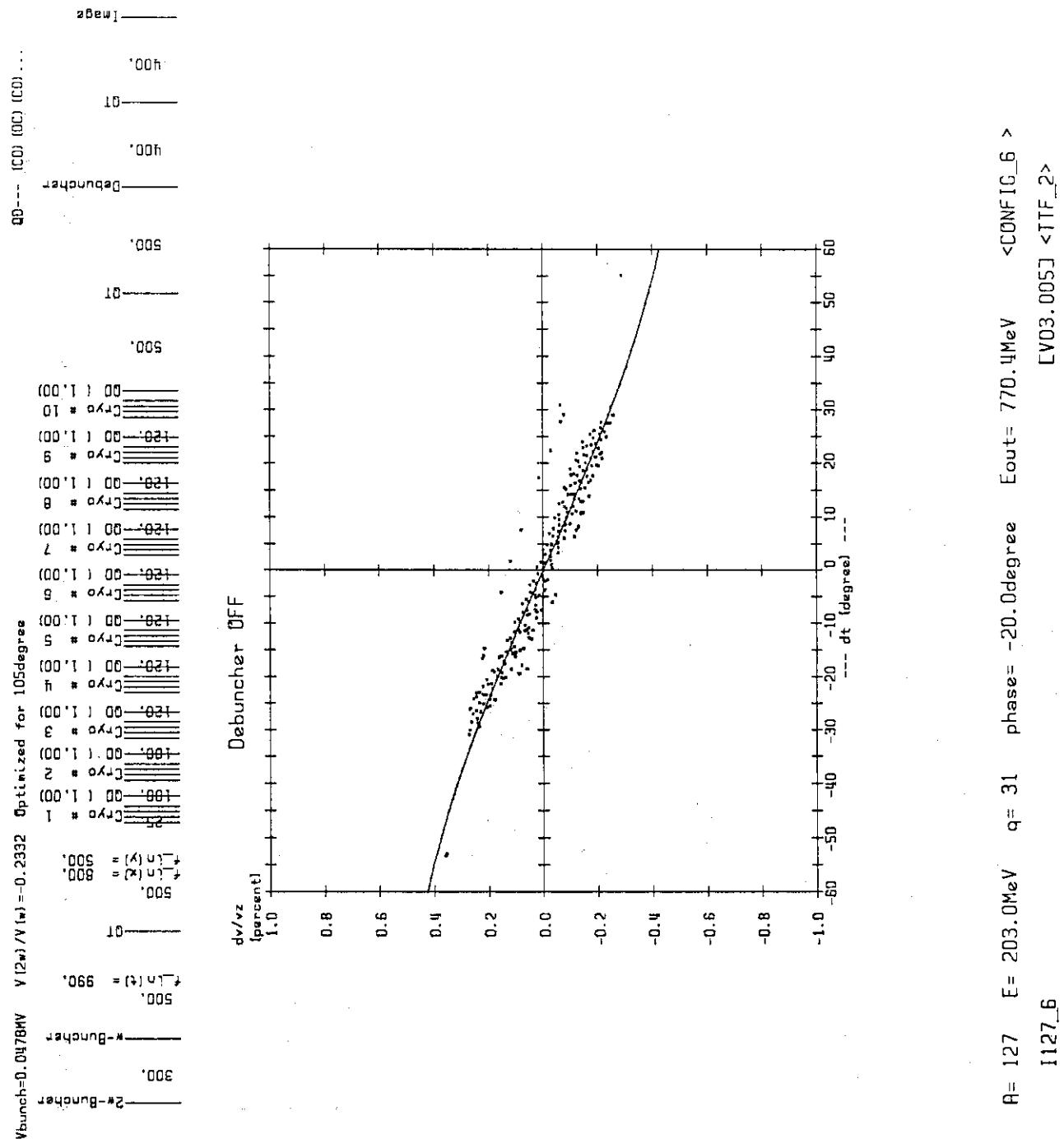


Fig. 2(c) ^{127}I ビームでデバンチャーに電圧をかけない時のデバンチャーの中心での速度と時間の相関。縦軸はシンクロナスビームとの速度の差を%で示し、横軸はシンクロナスビームとの時間差を位相角度で示している。入射ビームのエネルギーの拡がりが考慮されている。実線はデバンチャーで行いたい速度補正を示す。

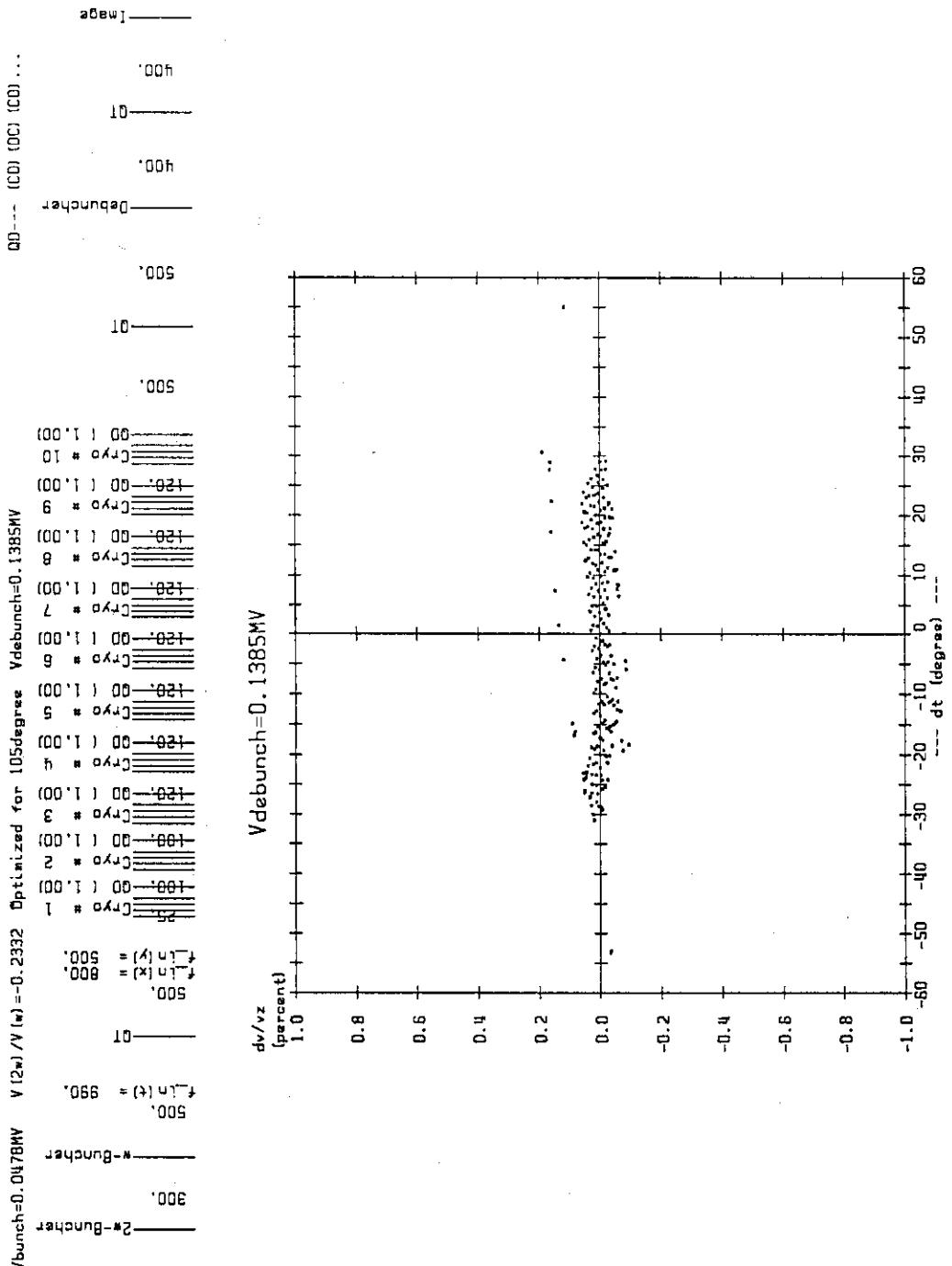


Fig. 2(d) ^{127}I ビームに対して Fig. 2(c) で示した補正曲線に相当する電圧をデバチャーにかけた時のデバンチャーの出口での速度と時間の相関。

11276

```

A = 127 E = 203.0MeV q = 31 phase = -20.0degree Eout = 770.4MeV <CONFIG_6>

```

EV03.0053 <TTF_2>

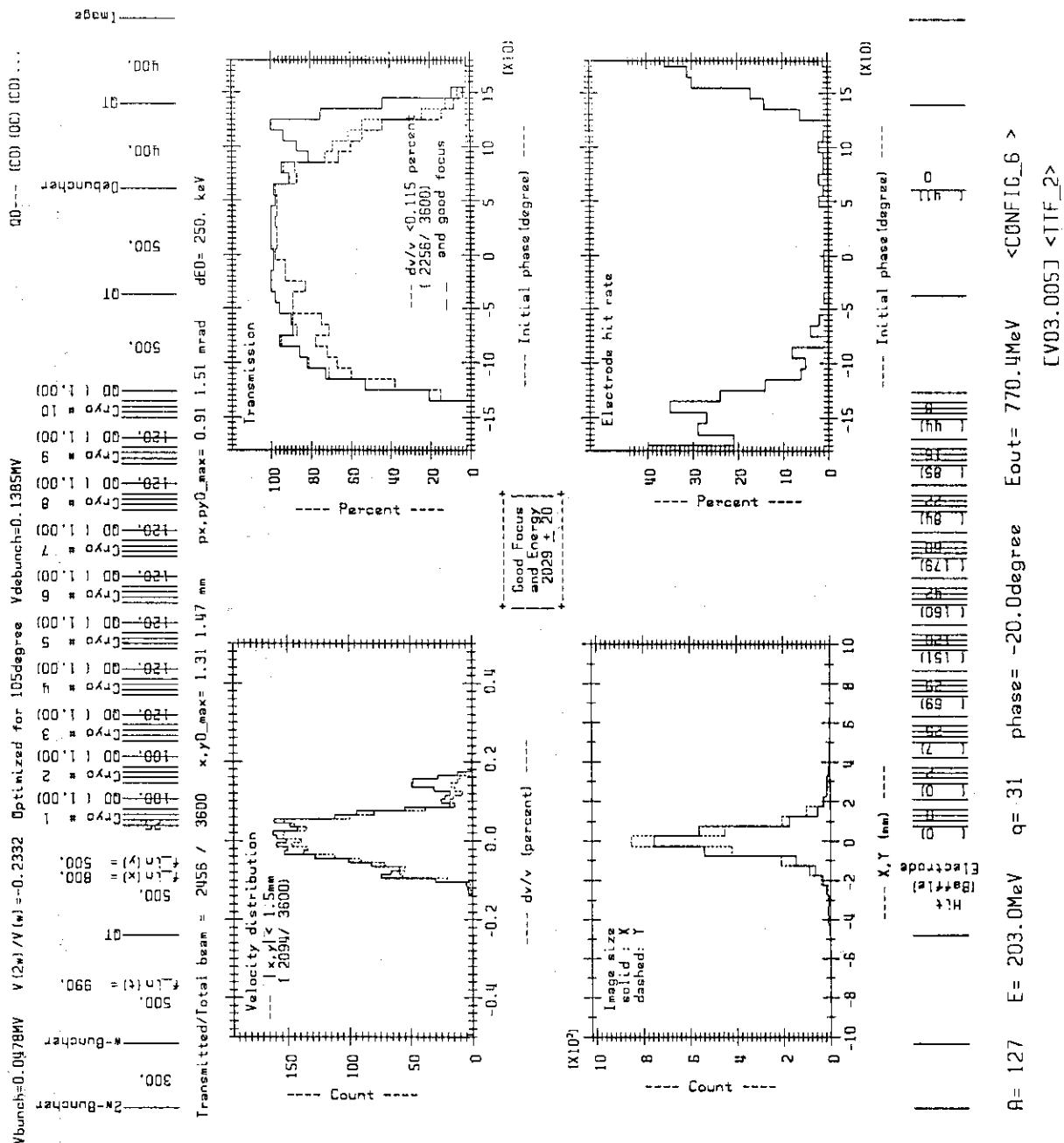
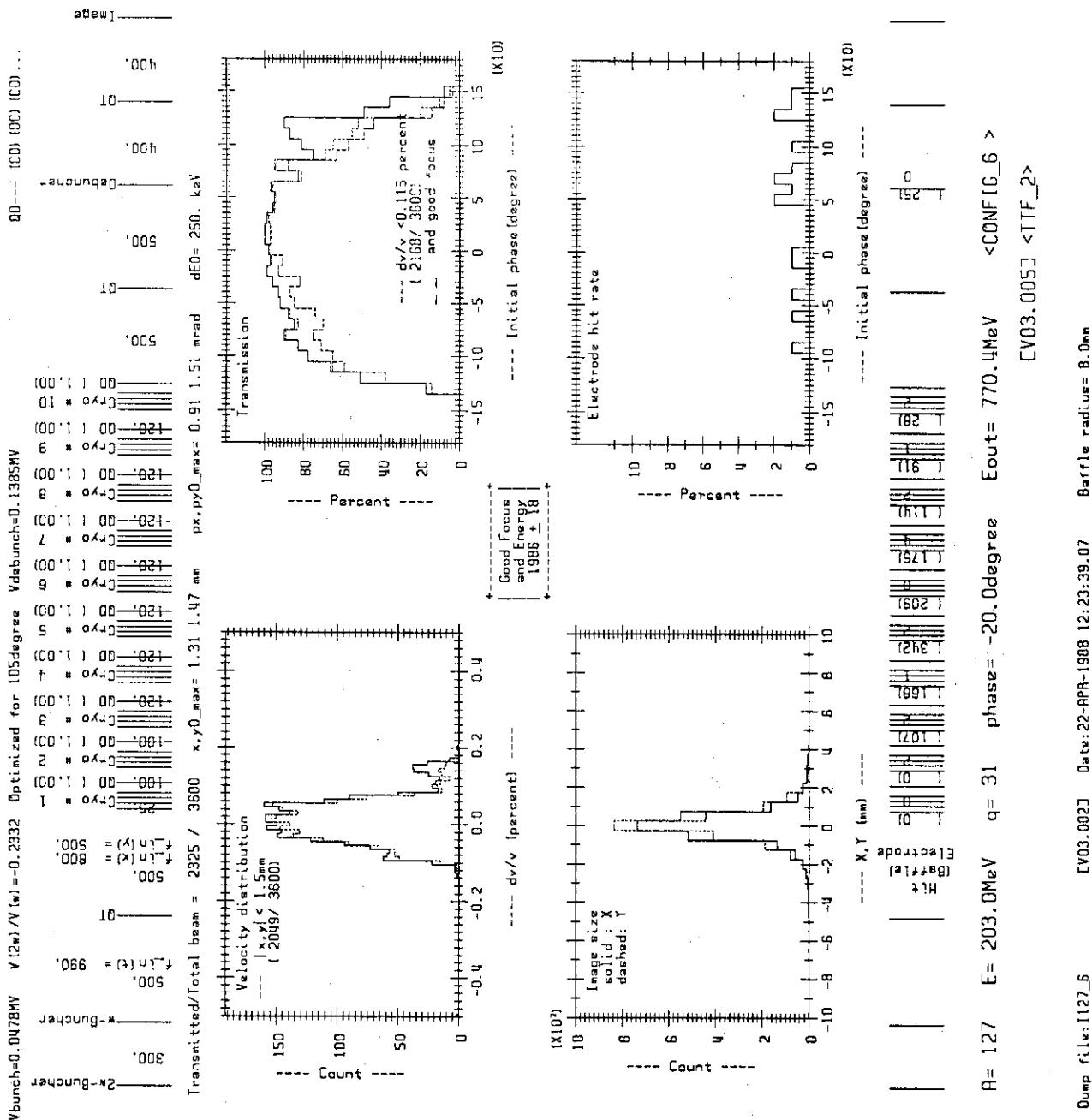


Fig. 2(e) ^{127}I ビームのイメージ点での速度分布、フォーカス、初期位相毎のイメージ点への到達率および空洞の電極に当たる率。くわしくは本文 2 章参照。
各空洞の前に取りつけるバッフルの半径が 1.2 mm の場合。

Fig. 2(f). ^{127}I ビームに対してバッフルの半径を 8 mm にした場合。他は Fig. 2(e)と同じ。

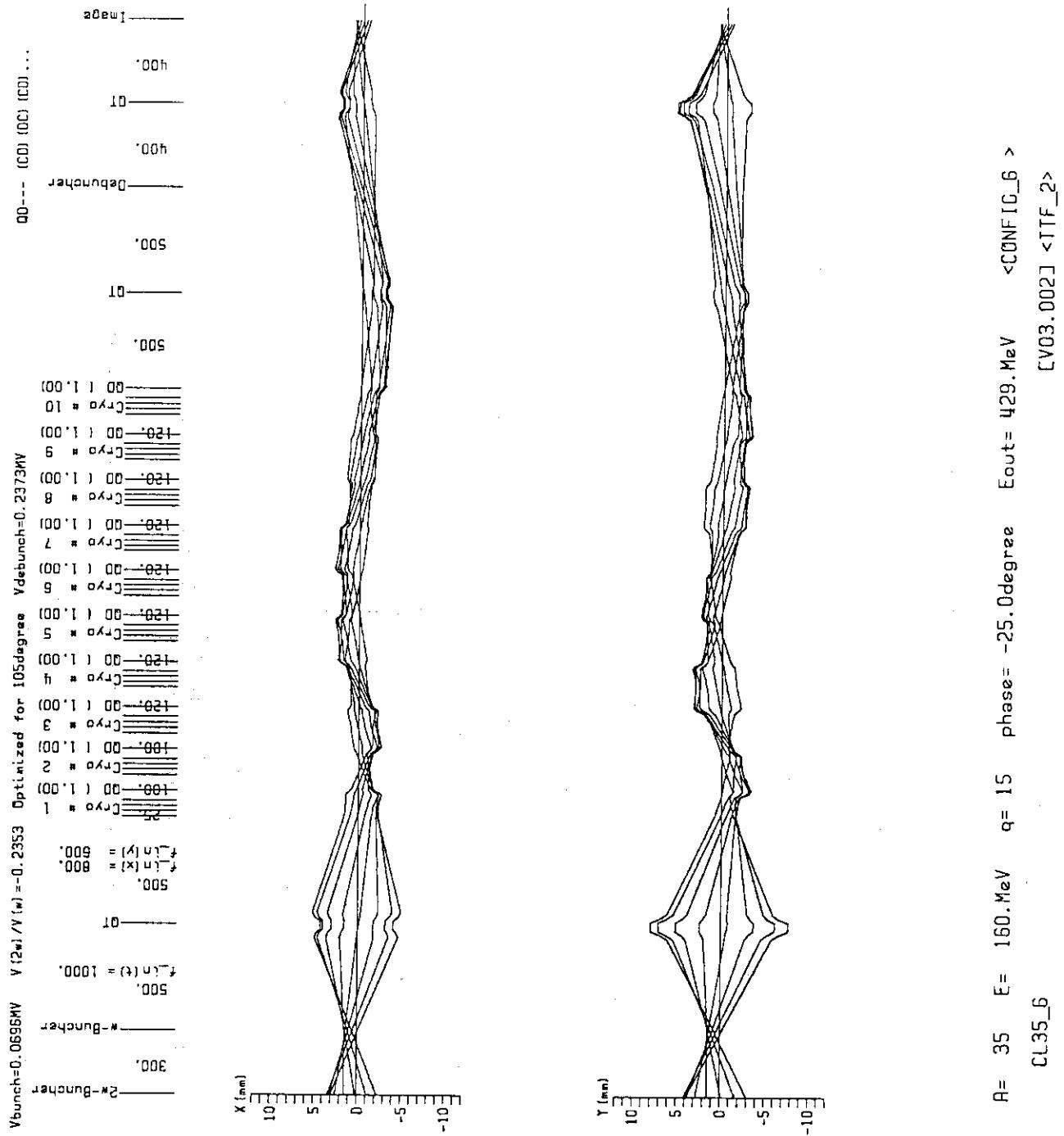


Fig. 3(a) ^{35}Cl ビームのフォーカスをシンクロナスビームに対して示す。

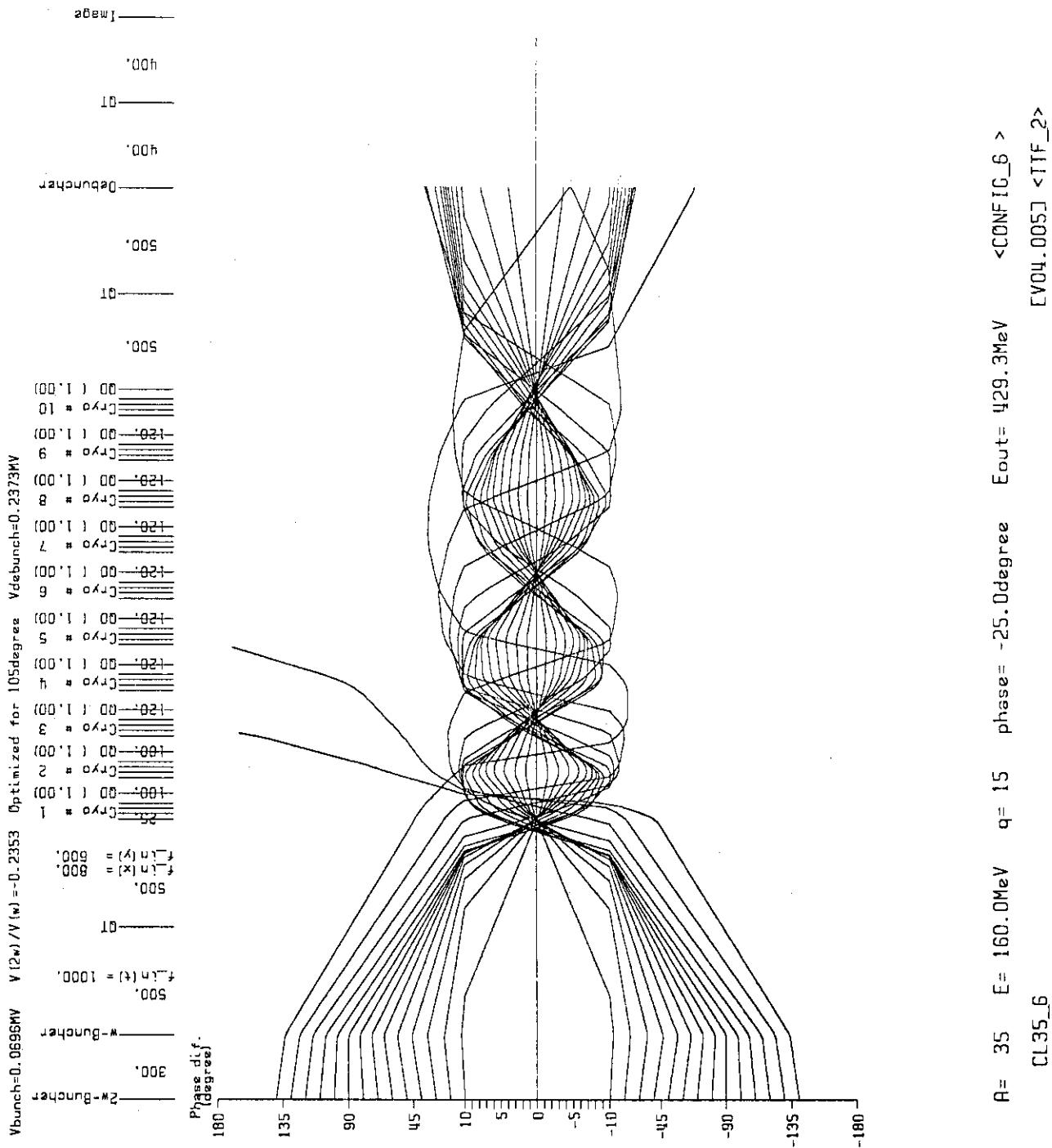
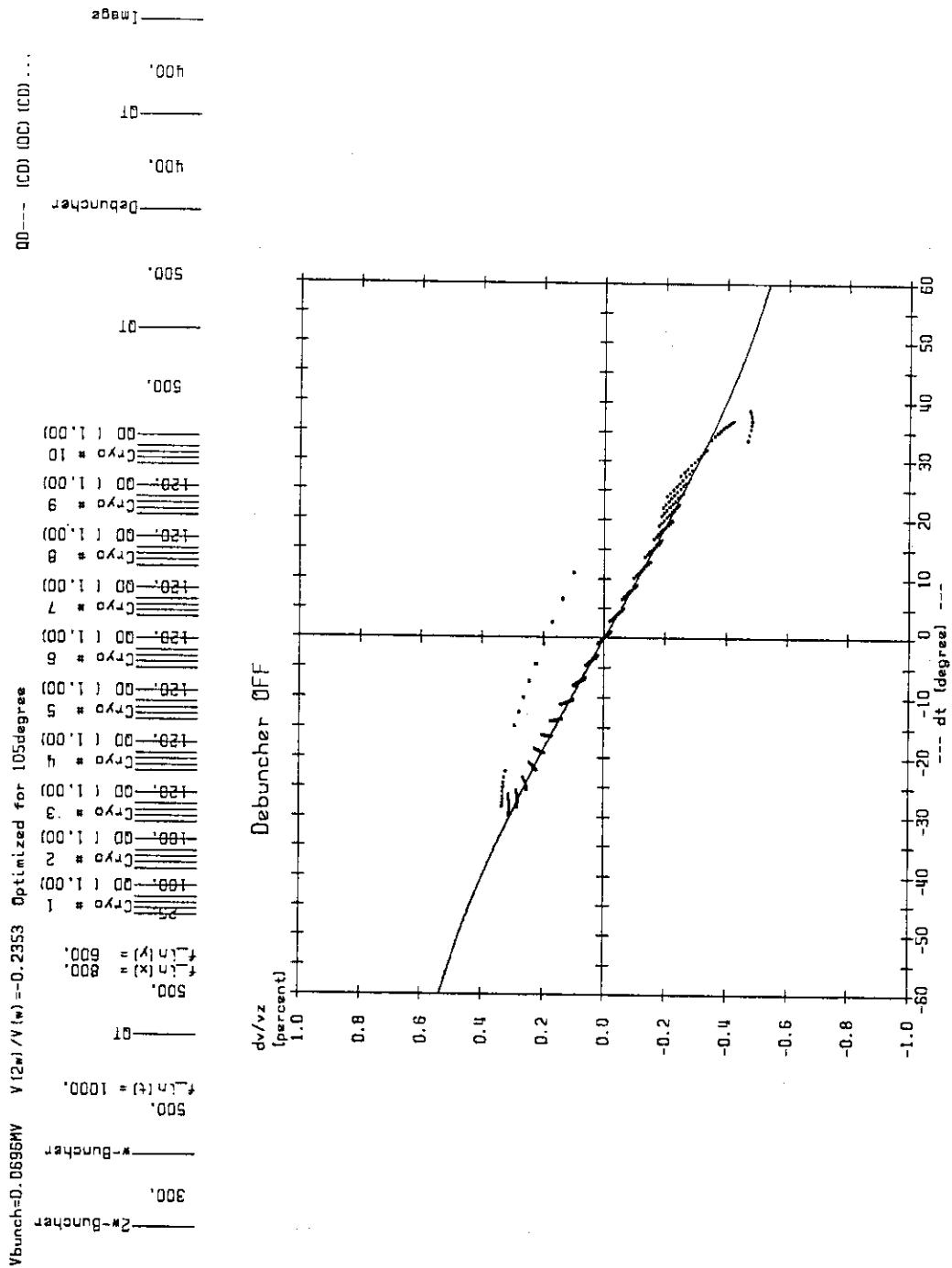
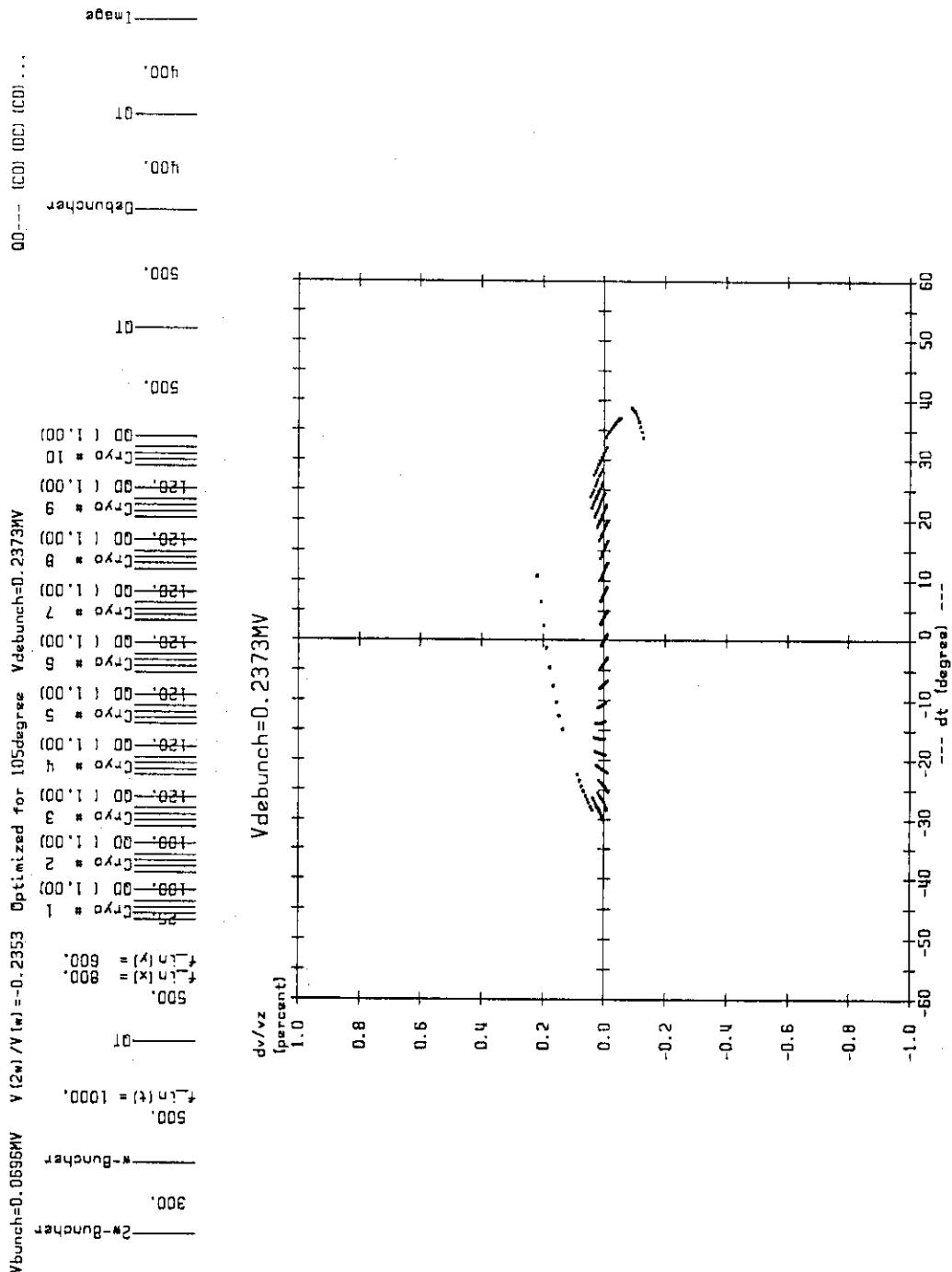


Fig. 3(b) ^{35}Cl ビームの位相パンチング。Fig. 2(b)と同様。



A= 35 E= 160.0MeV q= 15 phase= -25.0degree Eout= 429.3MeV <CONFIG_6> <ITF_2>
EV03.005J CL35_6

Fig. 3(c) ^{35}Cl ビームに対するデバンチャーを使用しない時のデバンチャー中心での速度と時間の相関。Fig. 2(c)と同様。



A= 35 E= 160.0MeV q= 15 phase= -25.0degree Eout= 429.3MeV <CONFIG_6>
 [V03.005] <TTF_2>

CL35_6

Fig. 3(d) ^{35}Cl ビームに対してデバンチャーを使用した時の速度と時間の相関。Fig. 2 (d)と同様。

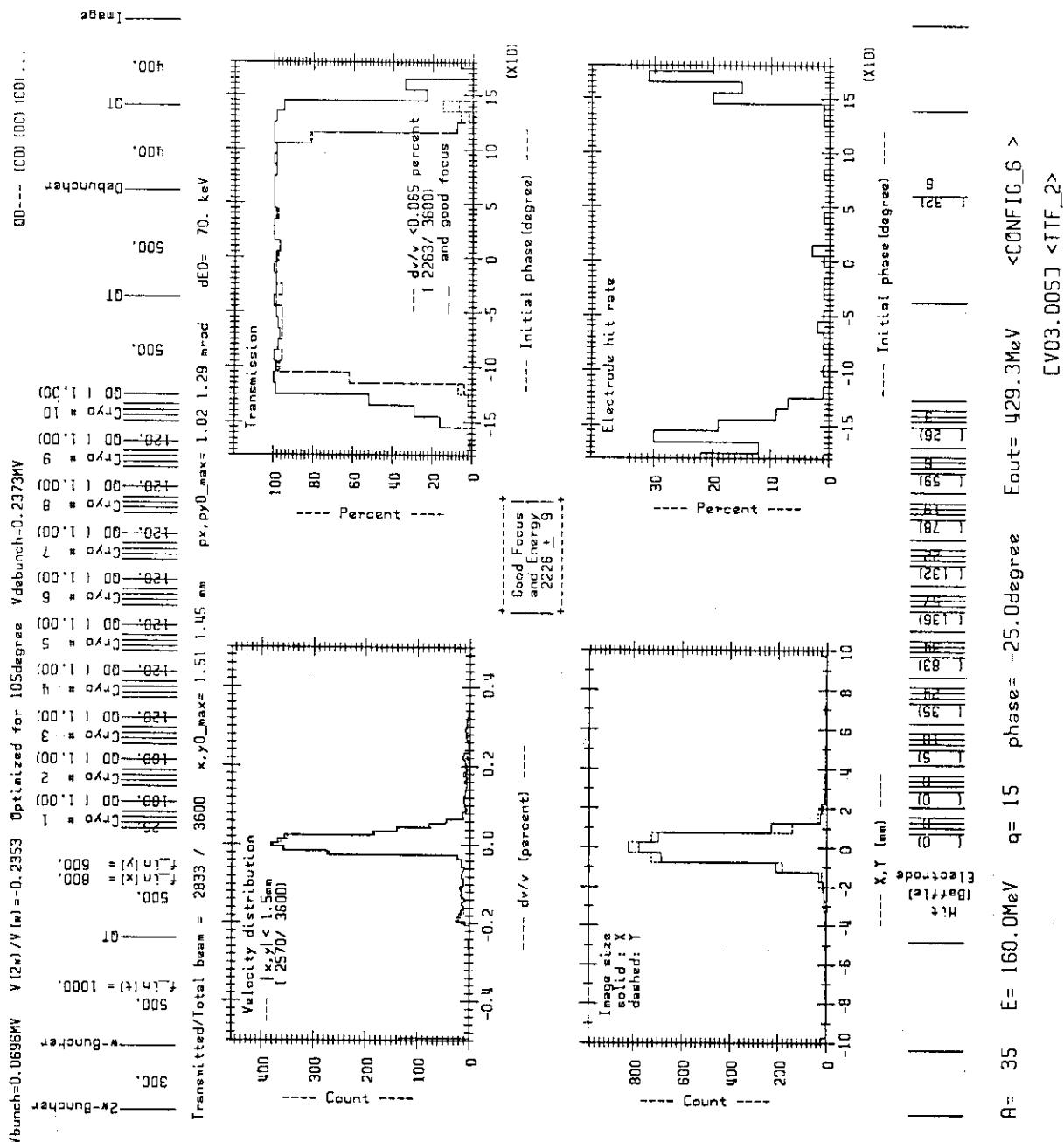


Fig. 3(e) ^{35}Cl ビームでバッフル半径が 1.2 mm の時のイメージ点での分布。Fig. 2(e)と同様。

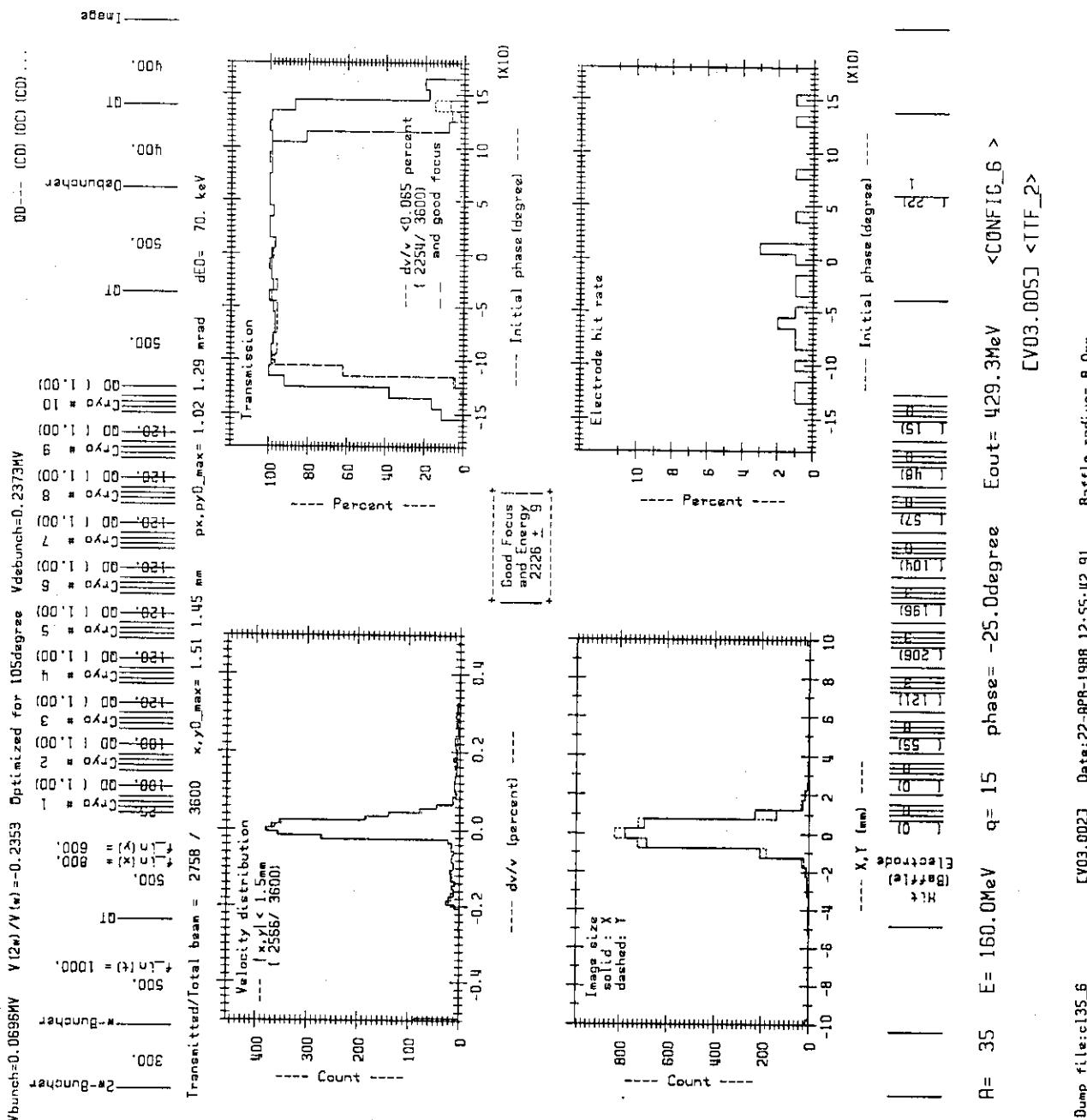
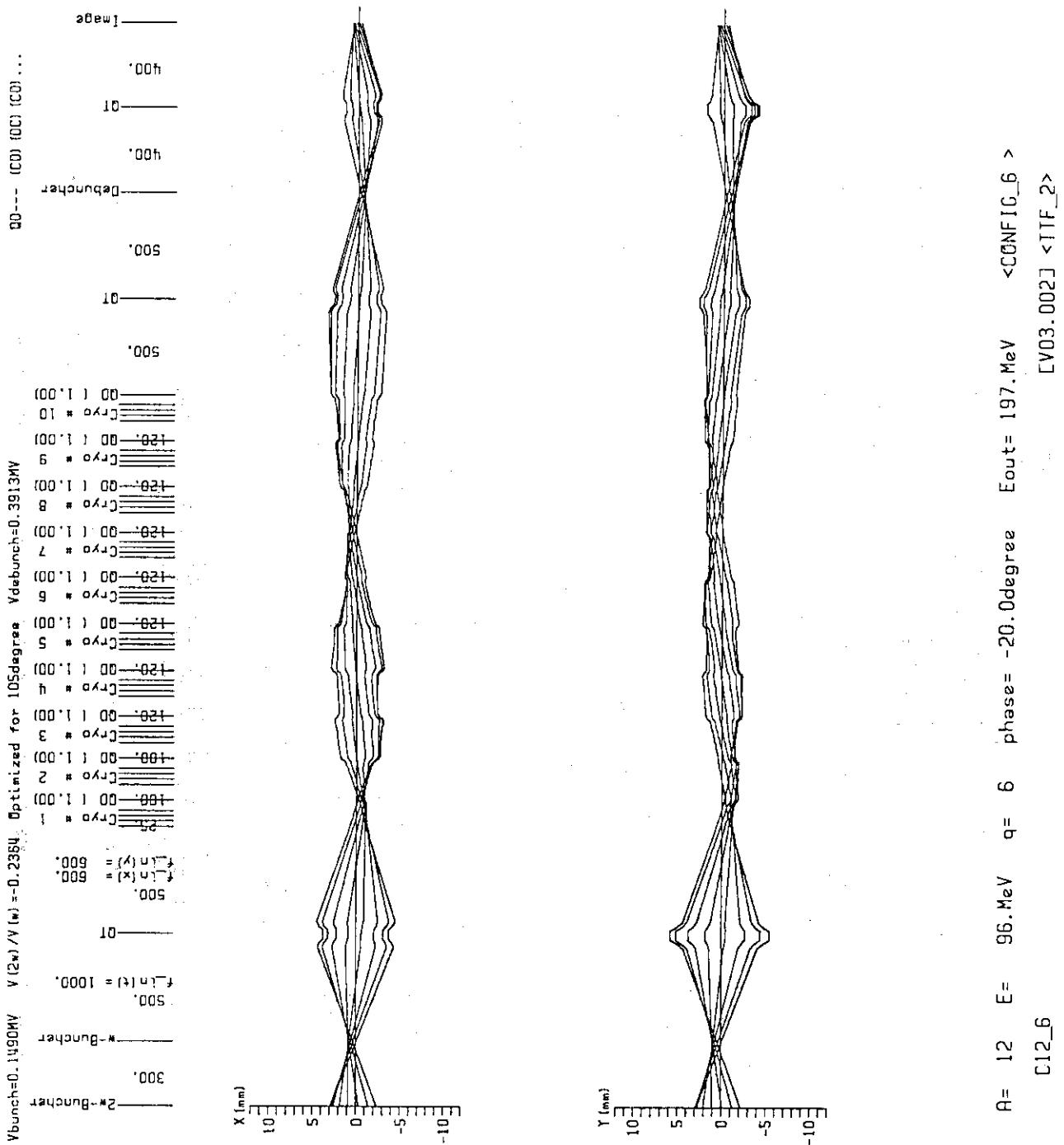


Fig. 3(f) ^{35}Cl ビームでバッフル半径が 8 mm の時のイメージ点での分布, Fig. 2(f) と同様。



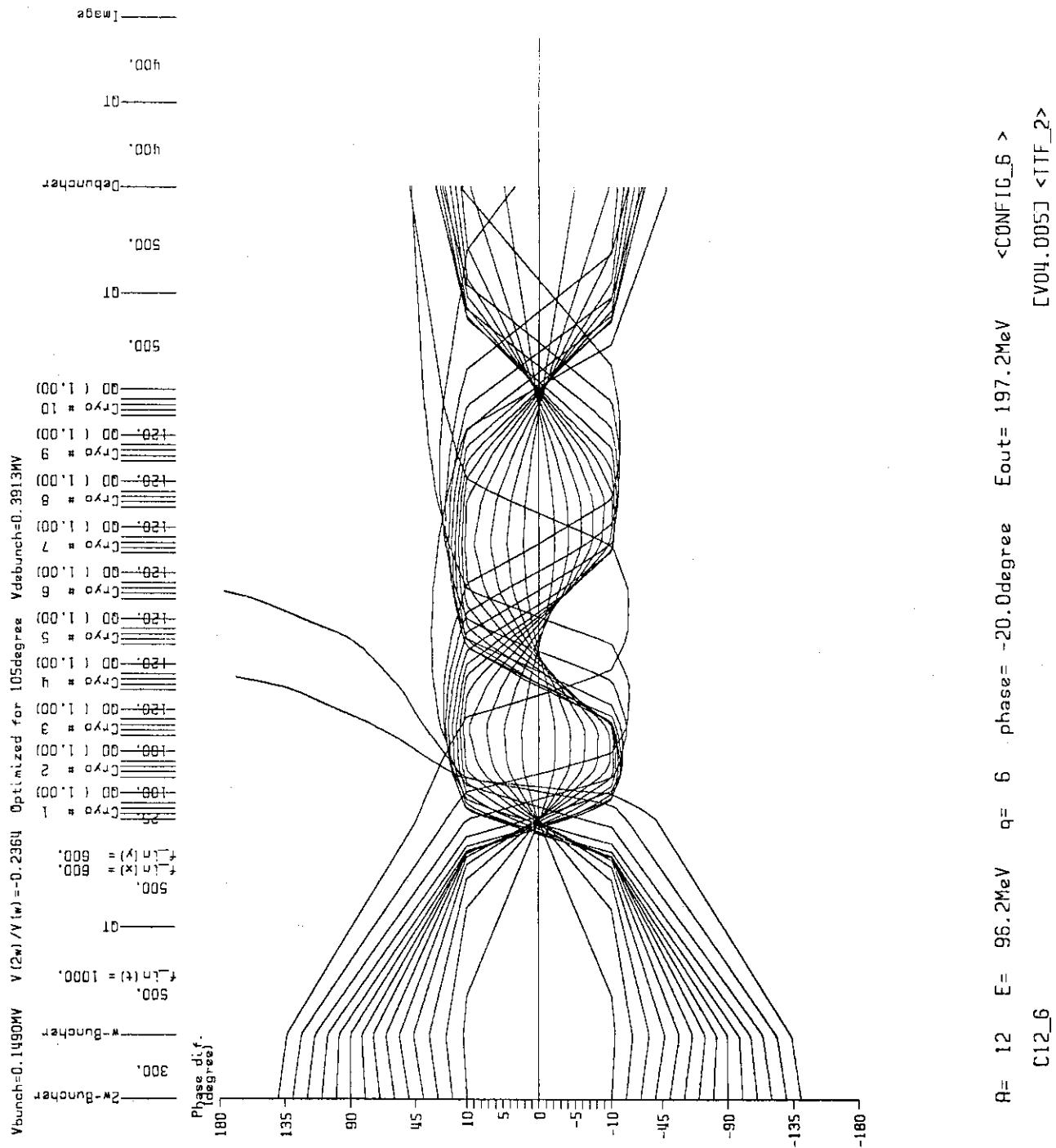


Fig. 4(b) ^{12}C ビームの位相パンチング。Fig. 2(b)と同様

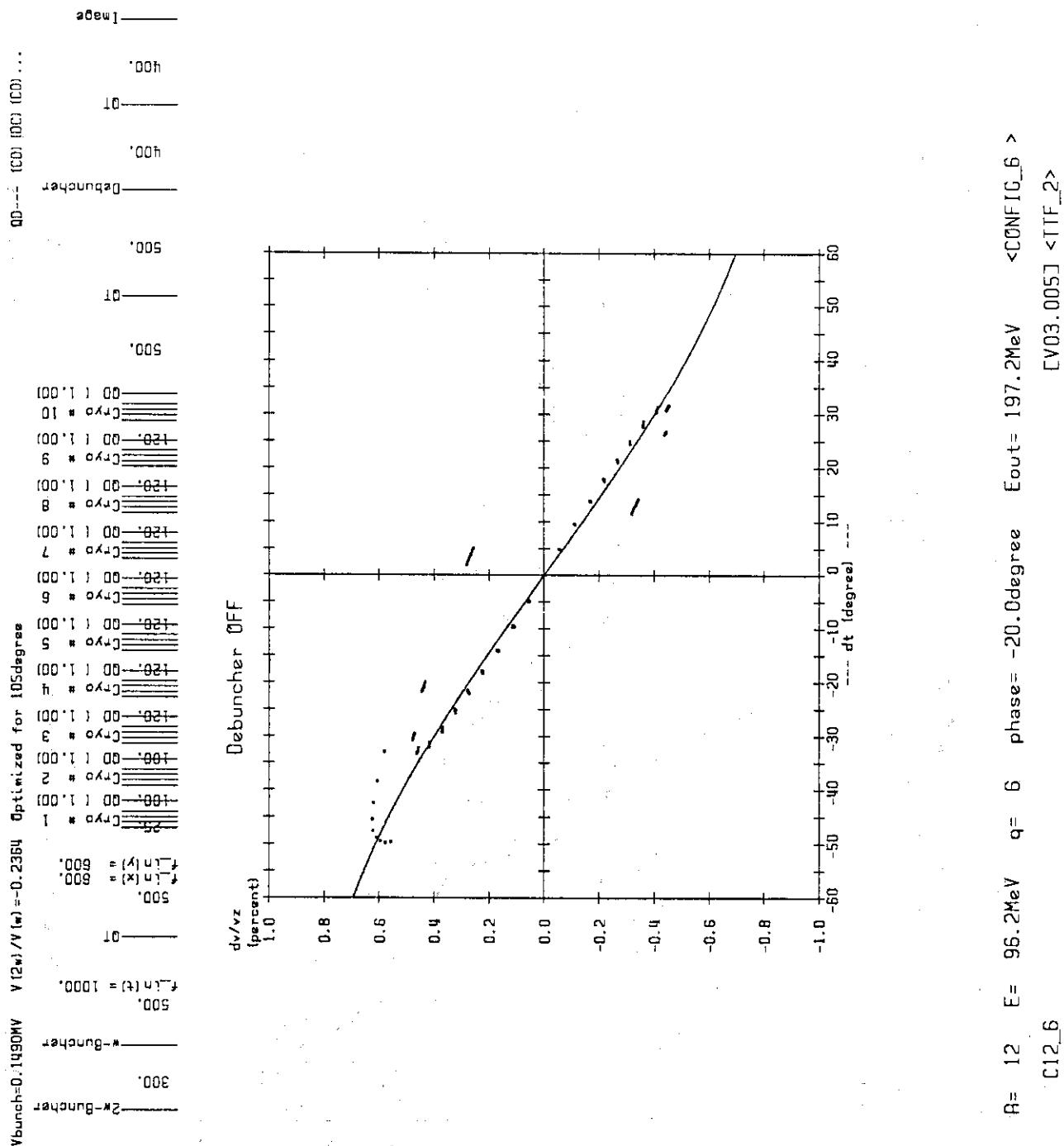
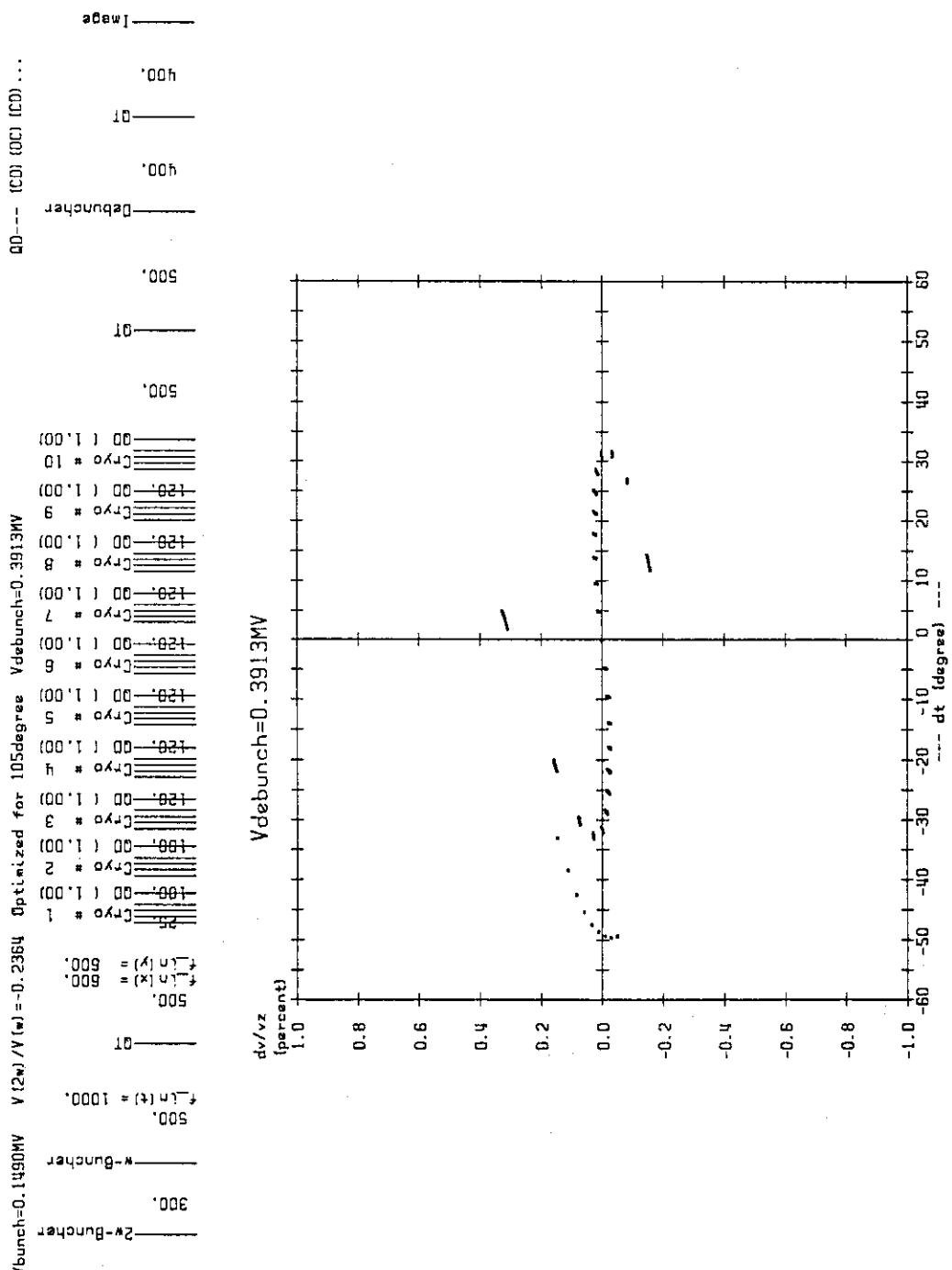


Fig. 4(c) ^{12}C ビームに対してデバンチャーを使用しない時のデバンチャー中心での速度と時間の相関。Fig. 2(c)と同様。

Fig. 4 (d) ^{12}C ビームに対してデバンチャーチャー使用時の速度と時間の相関。Fig. 2(d)と同様。

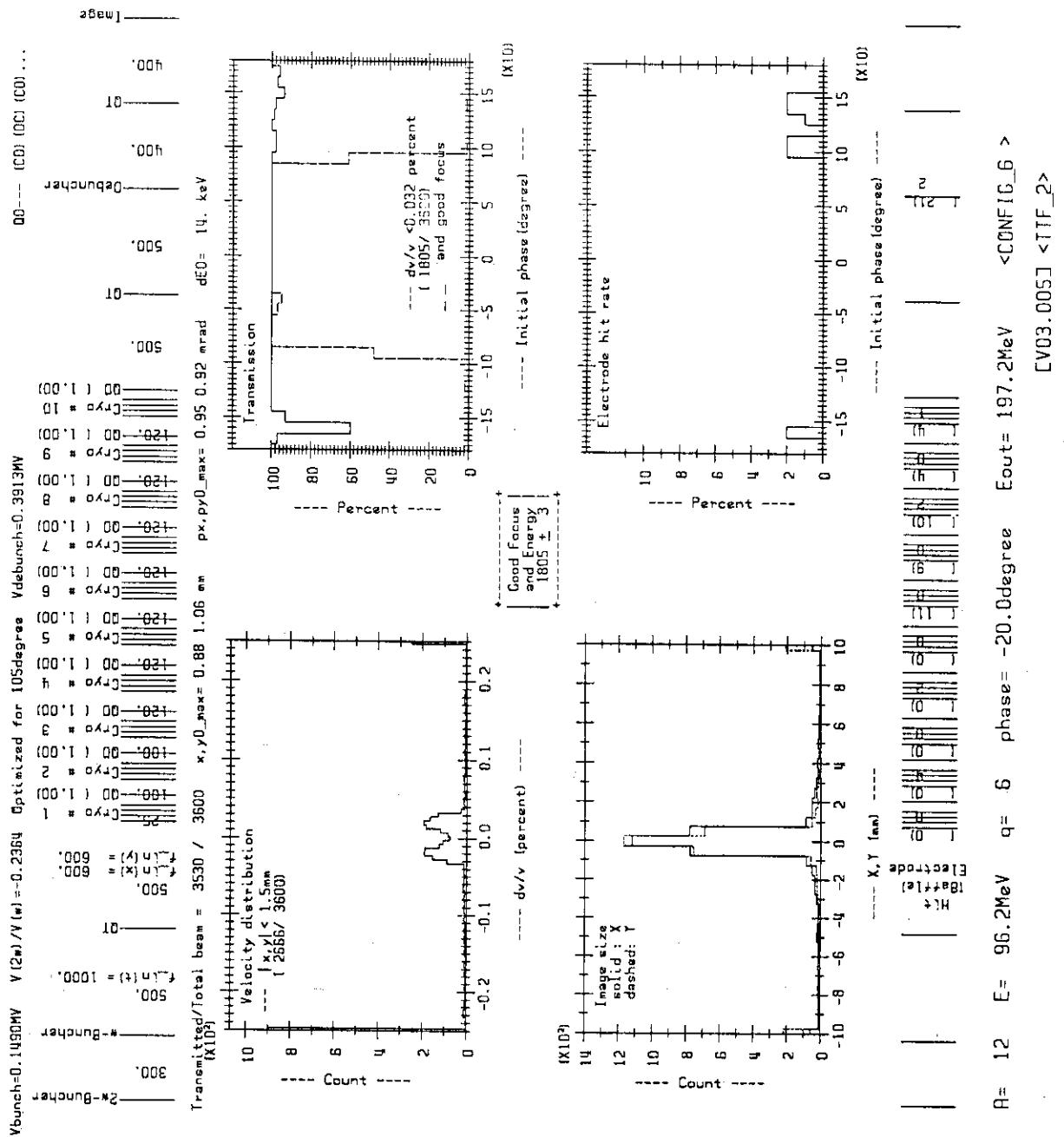


Fig. 4(e) ^{12}C ビームに対してバッフルの半径が 1.2 mm の時のイメージ点での分布。Fig. 2(e)と同様。

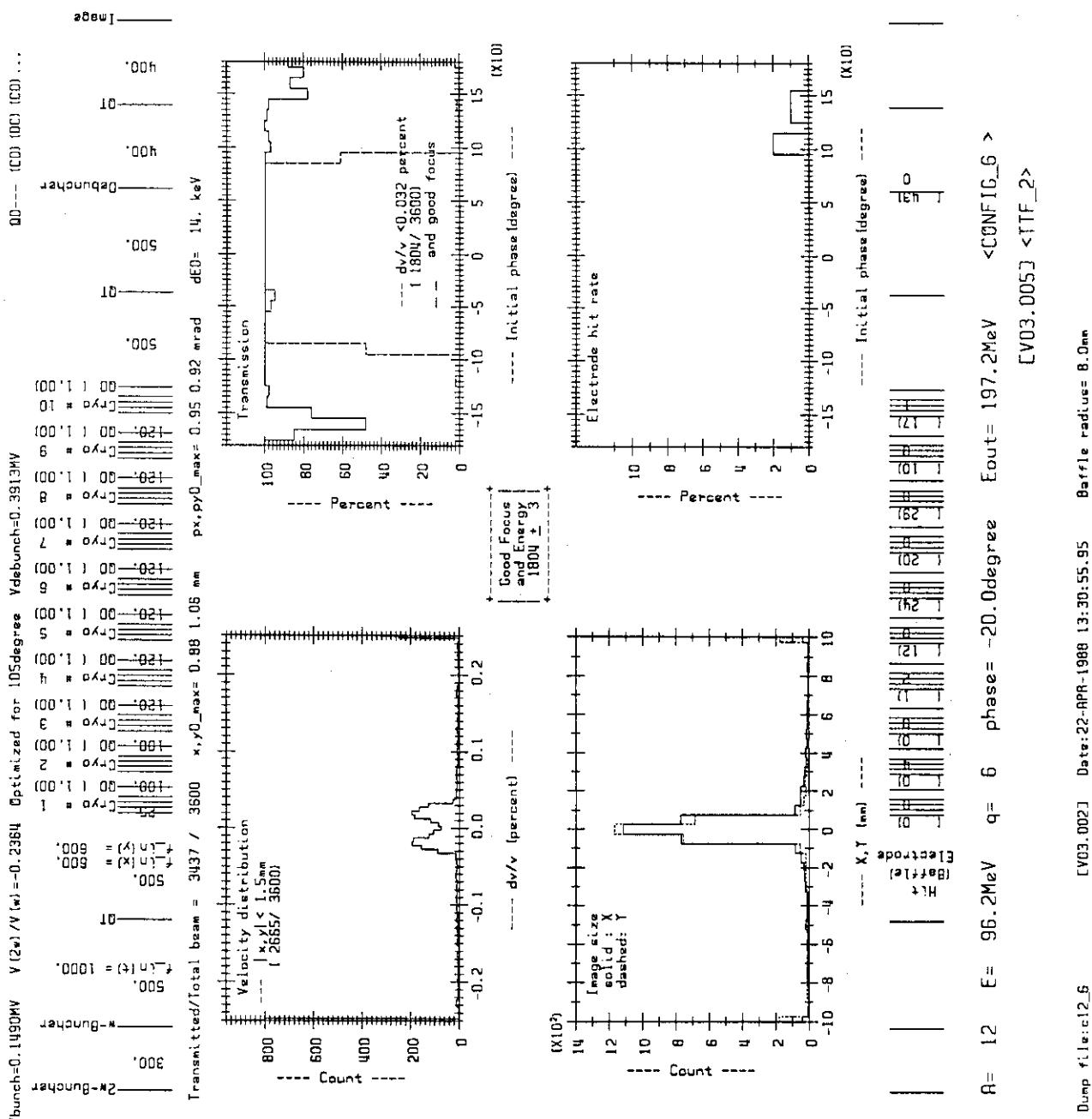


Fig. 4(f) ^{12}C ビームに対してバッフルの半径が 8 mm の時のイメージ点での分布。Fig. 2 (f) と同様。

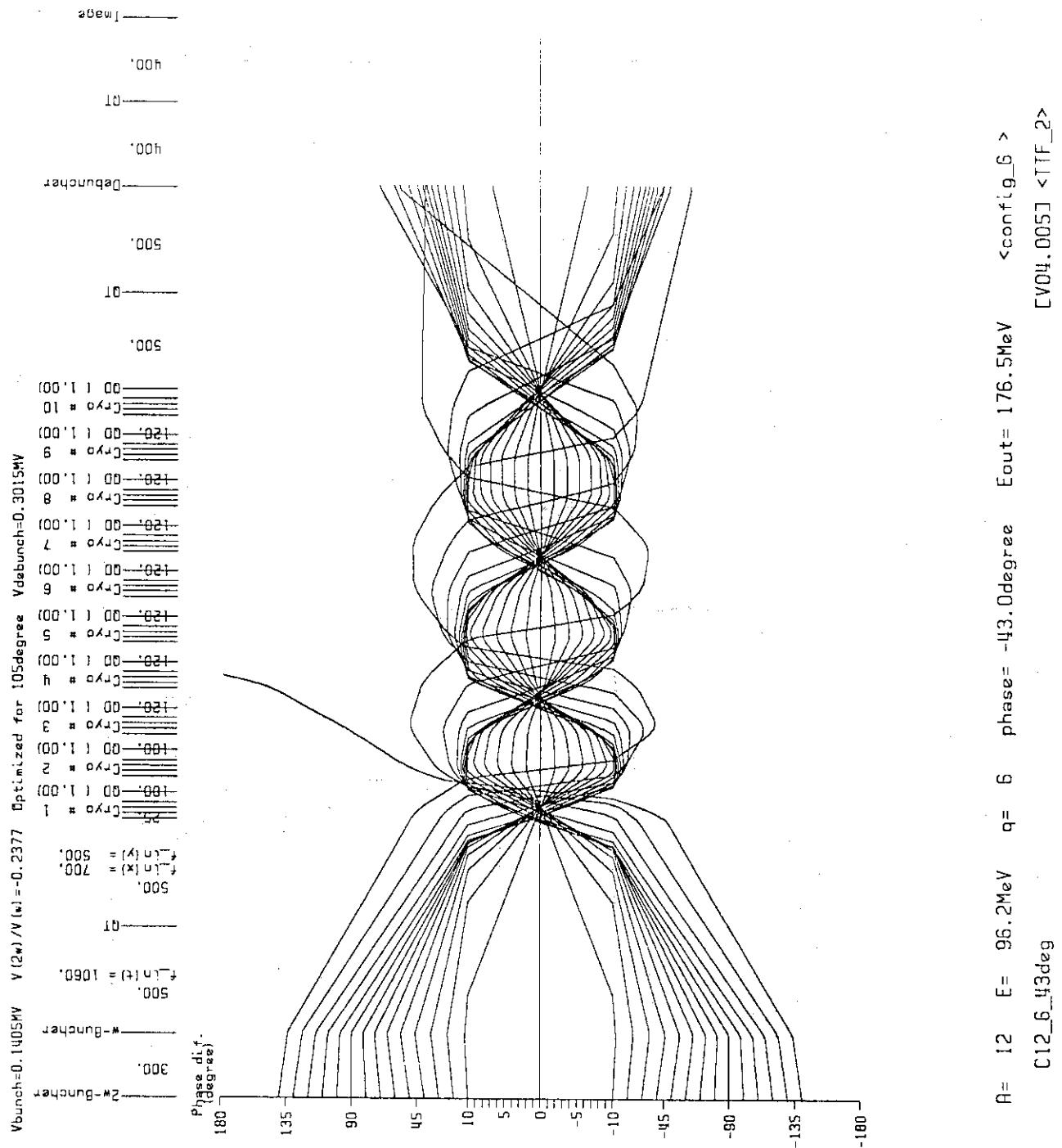


Fig. 5(a) ^{12}C ピームでライナックの空洞の位相を -43° にした場合の位相パンチング。

F i g. 4(b)と比較せよ。

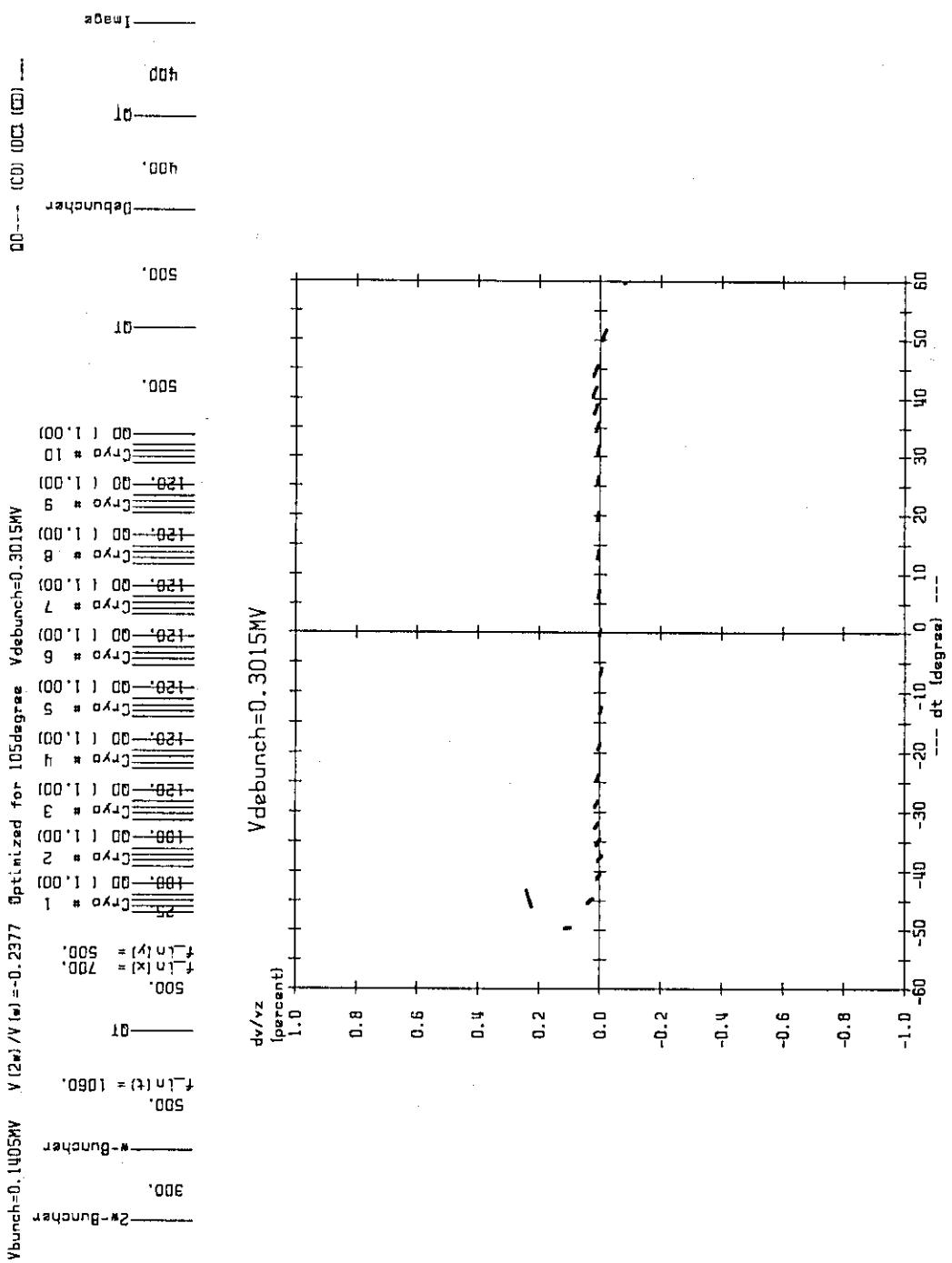


Fig. 5(b) ^{12}C ビームでライナックの空洞の位相を -43° にした場合のデバンチャーの出口での速度と時間の相関。Fig. 4(d)と比較せよ。

```

A= 12 E= 96. MeV q= 6 phase= -43.0 degree . Eout= 177. MeV <config_6>
C12_6_43deg [v03.003] <TF_2>

```

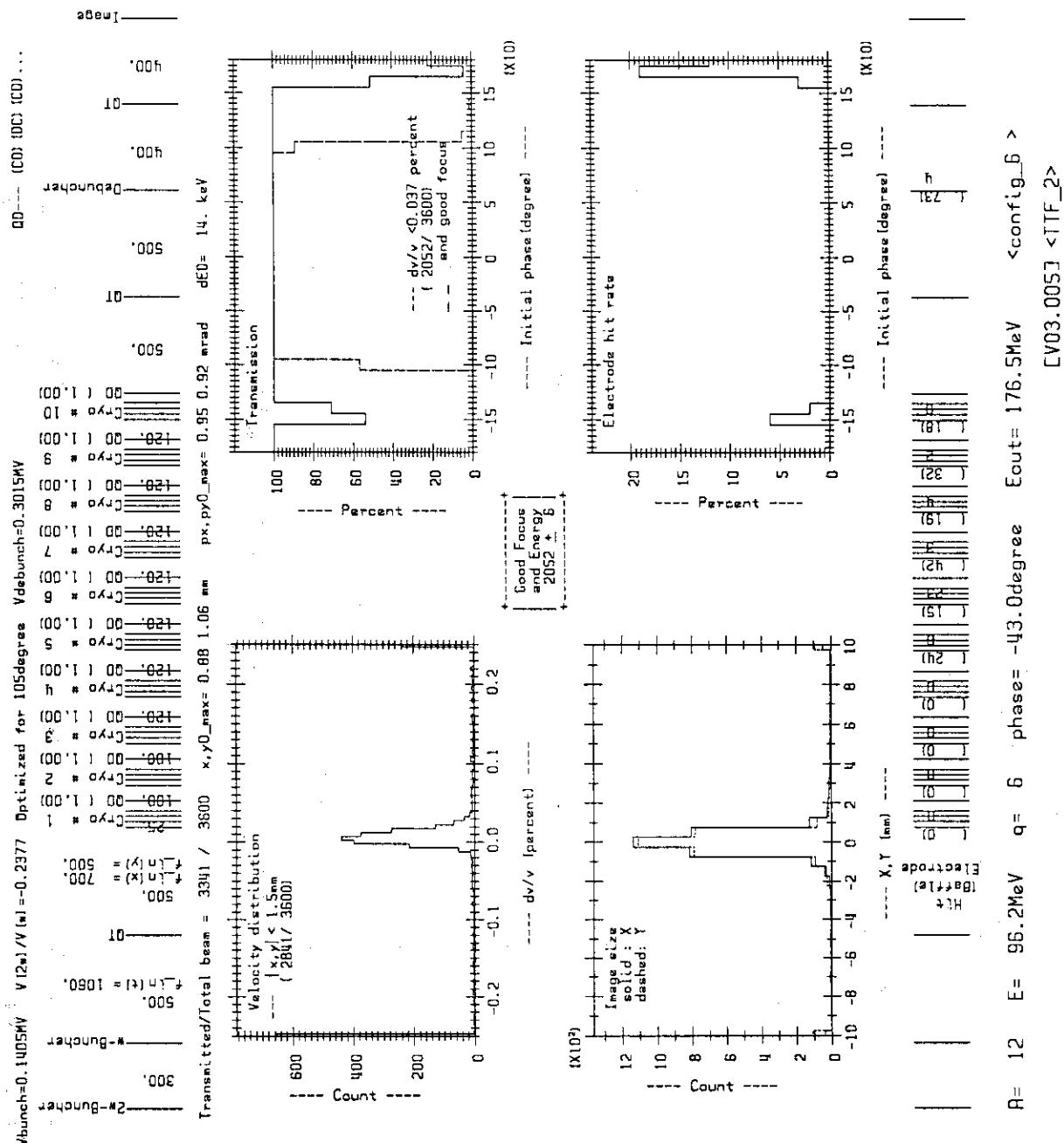


Fig. 5 (c) ^{12}C ビームでライナックの空洞の位相を -43° にした時のイメージ点での分布。
Fig. 5 (e)と比較せよ。

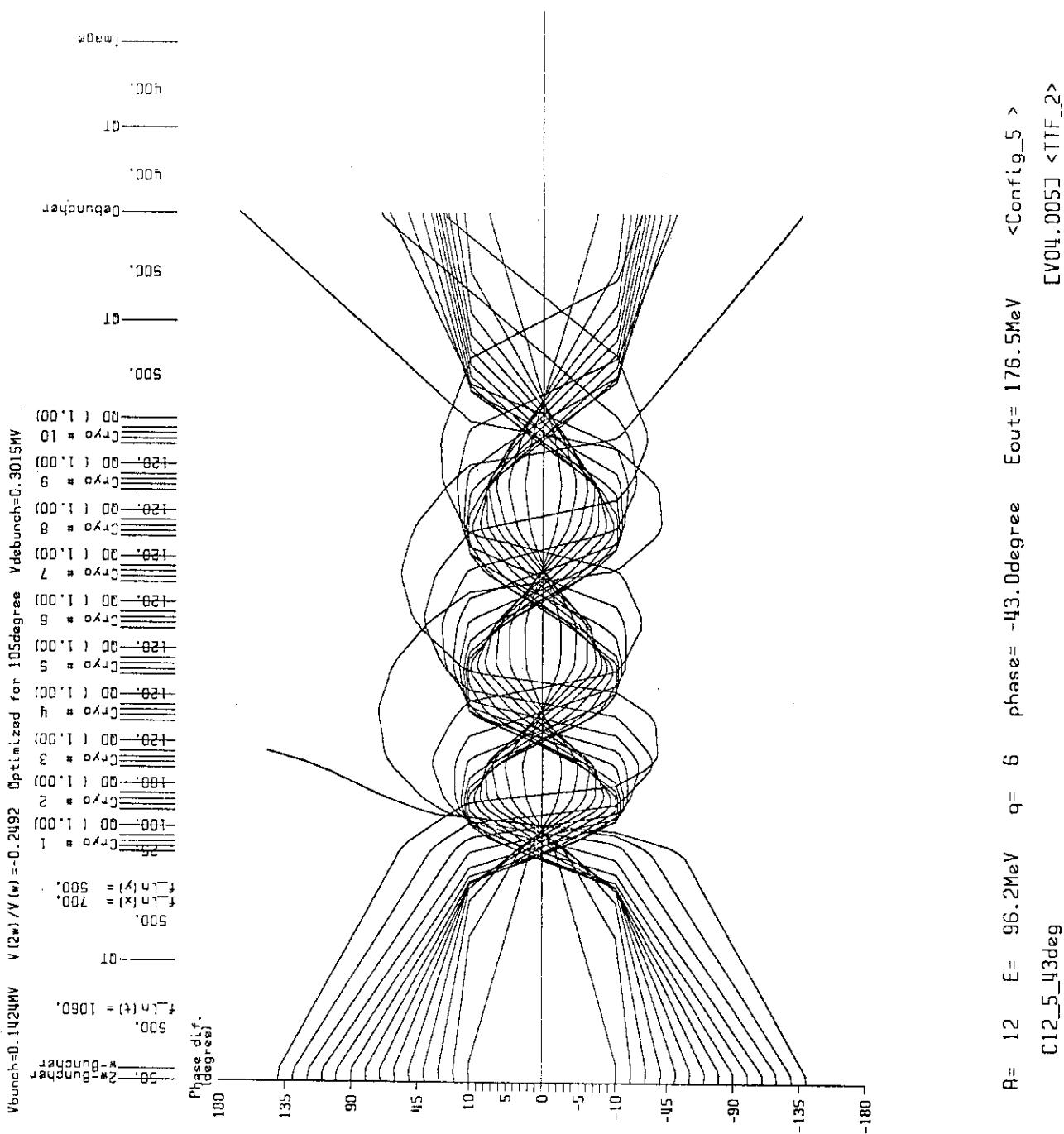


Fig. 6(a) バンチャー間の距離を短くした場合の ^{12}C ビームの位相バンチング。Fig. 5(a)と比較せよ。

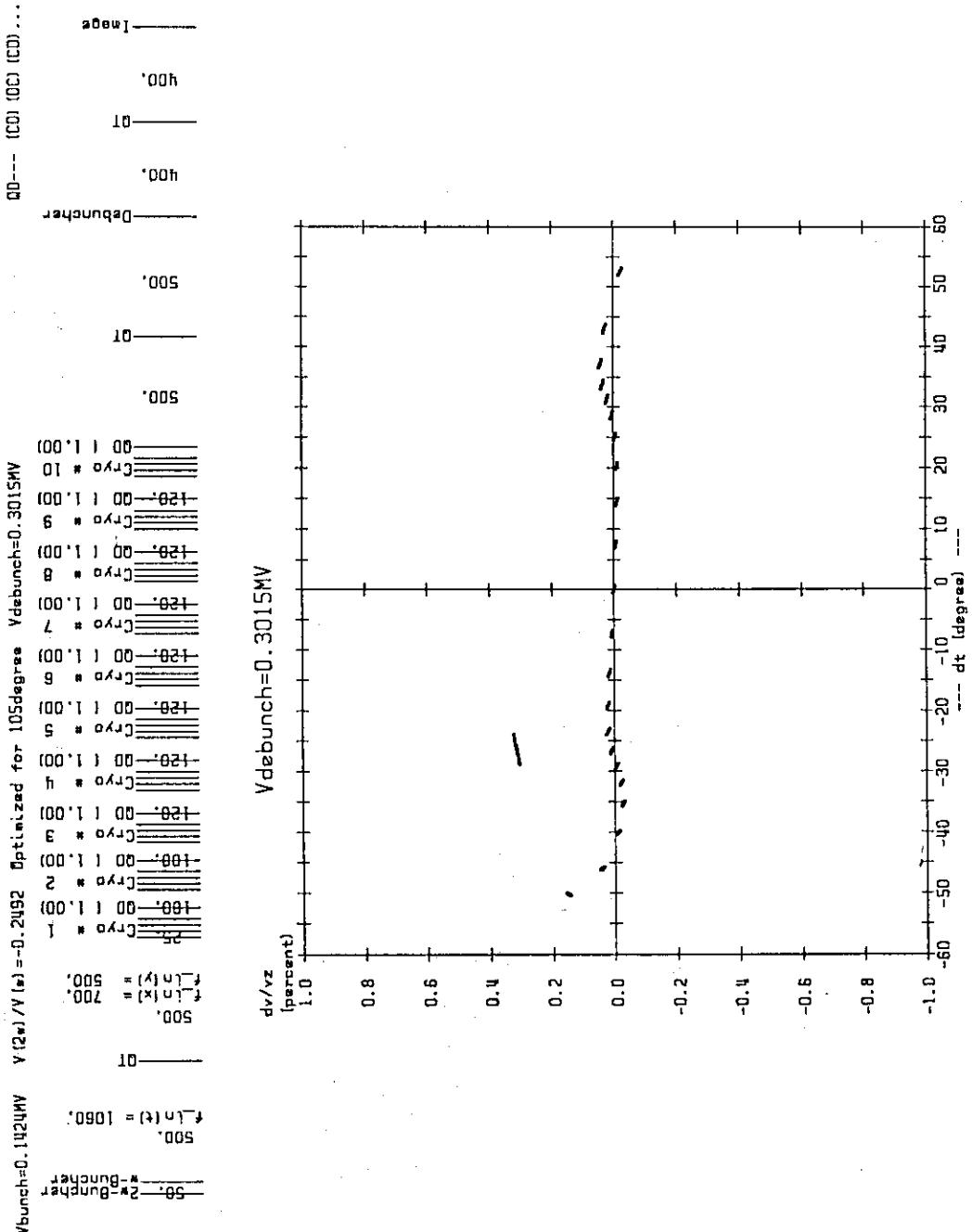


Fig. 6(b) バンチャー間の距離を短くした場合の ^{12}C ビームのデバンチャーの出口での速度と時間の相関。Fig. 5(b)と比較せよ。

```

A= 12 E= 96. MeV q= 6 phase= -43.0degree Eout= 177. MeV <Config_5>
C12_5_43deg [V03.003] <ITF_2>

```

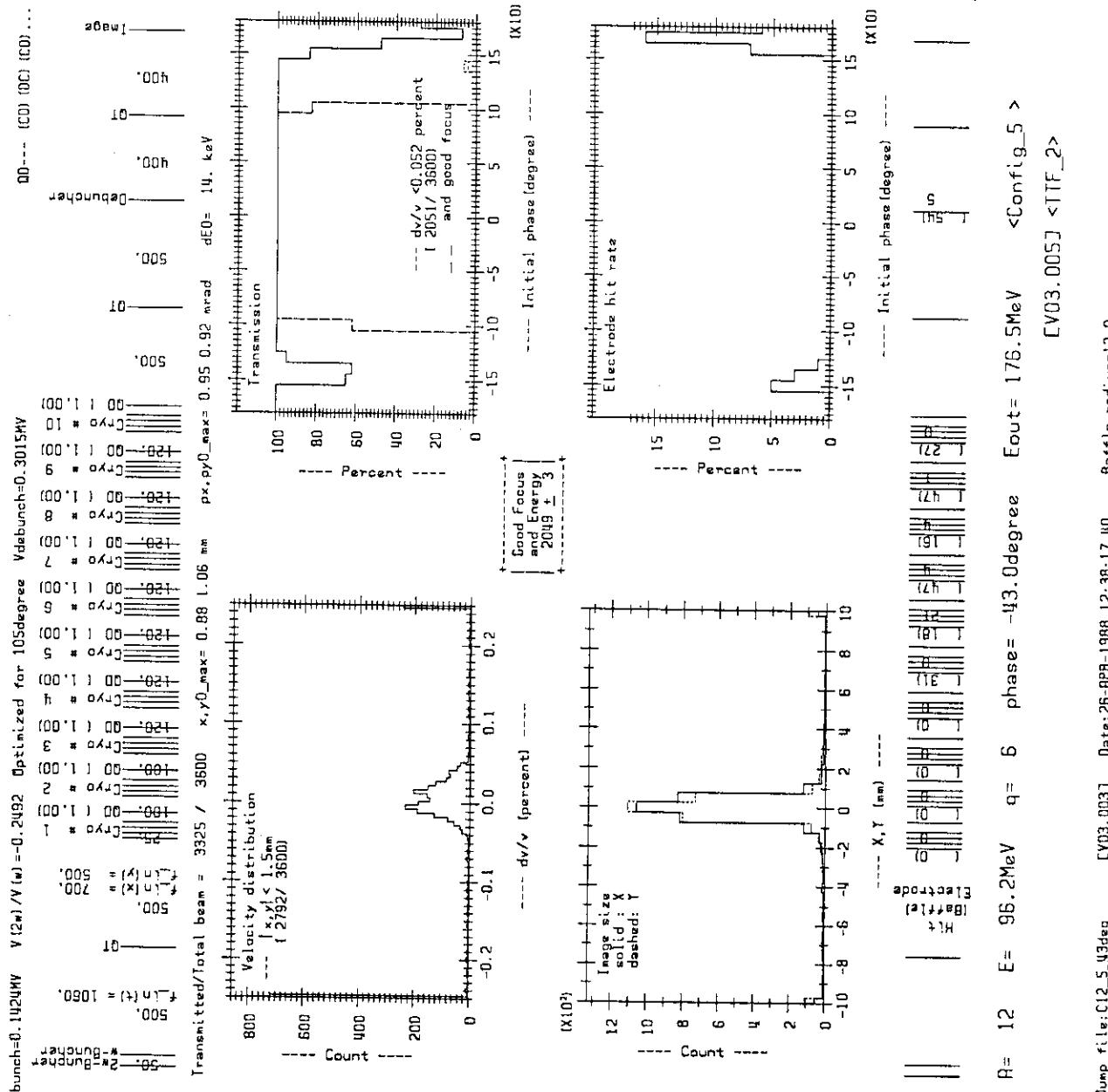


Fig. 6(c) バンチャ一間の距離を短くした場合の ^{12}C ビームのイメージ点での分布。Fig. 5(c)と比較せよ。

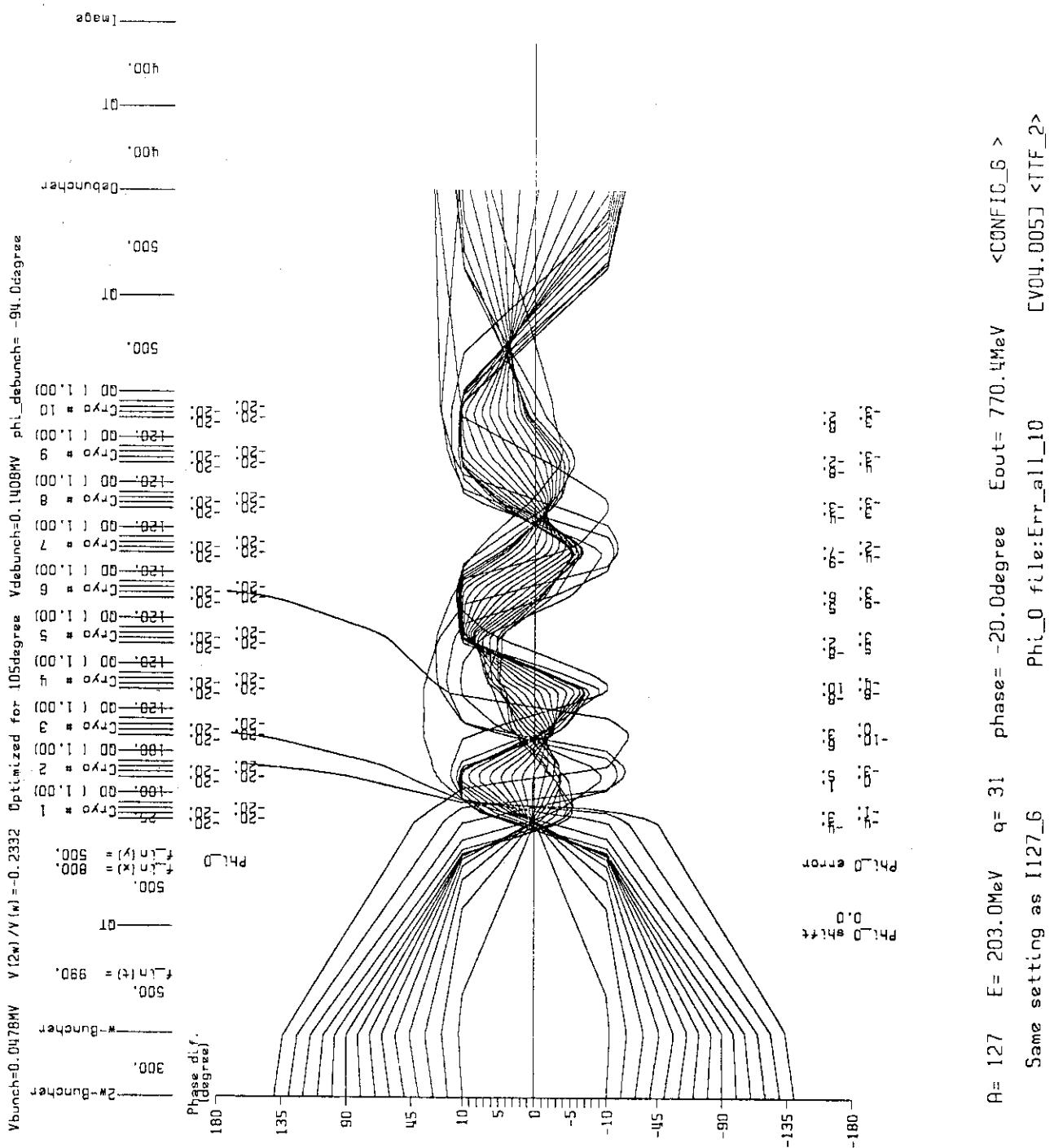


Fig. 7(a) 位相の設定に誤差があった時の位相バンチング。ライナックの位相を $\pm 10^\circ$ の範囲内で乱数によって変えている。図の下段に各空洞の位相の誤差を角度で示してある。縦軸は位相の誤差がない時のシンクロナスビームとの時間差。Fig. 2(b)と比較せよ。

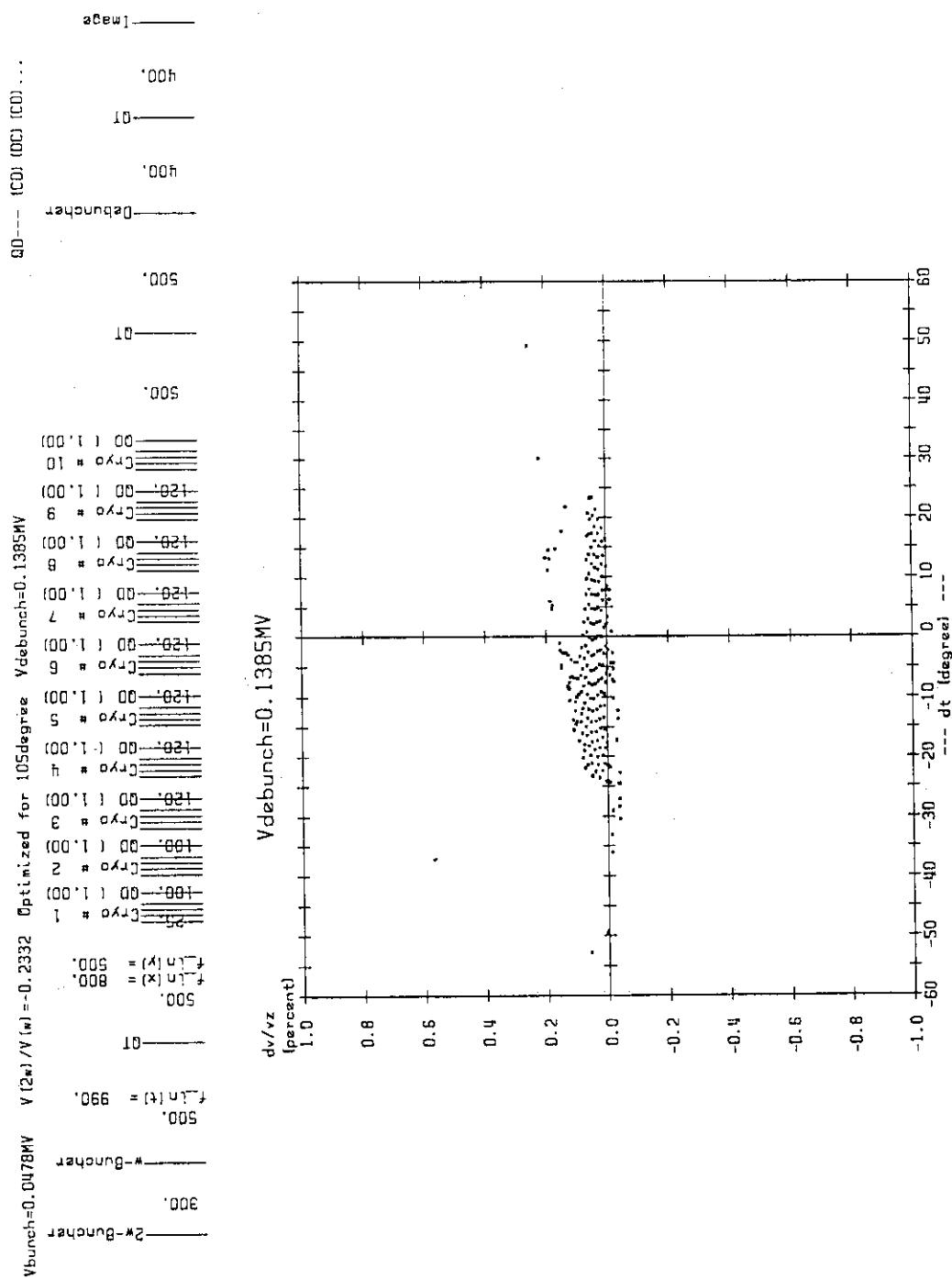


Fig. 7(b) 位相の設定に誤差があった時のデバンチャーの出口での速度と時間の相関。Fig. 2(d)と比較せよ。

```

A= 127 E= 203.0MeV q= 31 phase= -20.0degree Eout= 770.4MeV <CONFIG_6>
Same setting as I127_6 Phi_0 file:Err_all_10 [Y04.003] <TTF_2>

```

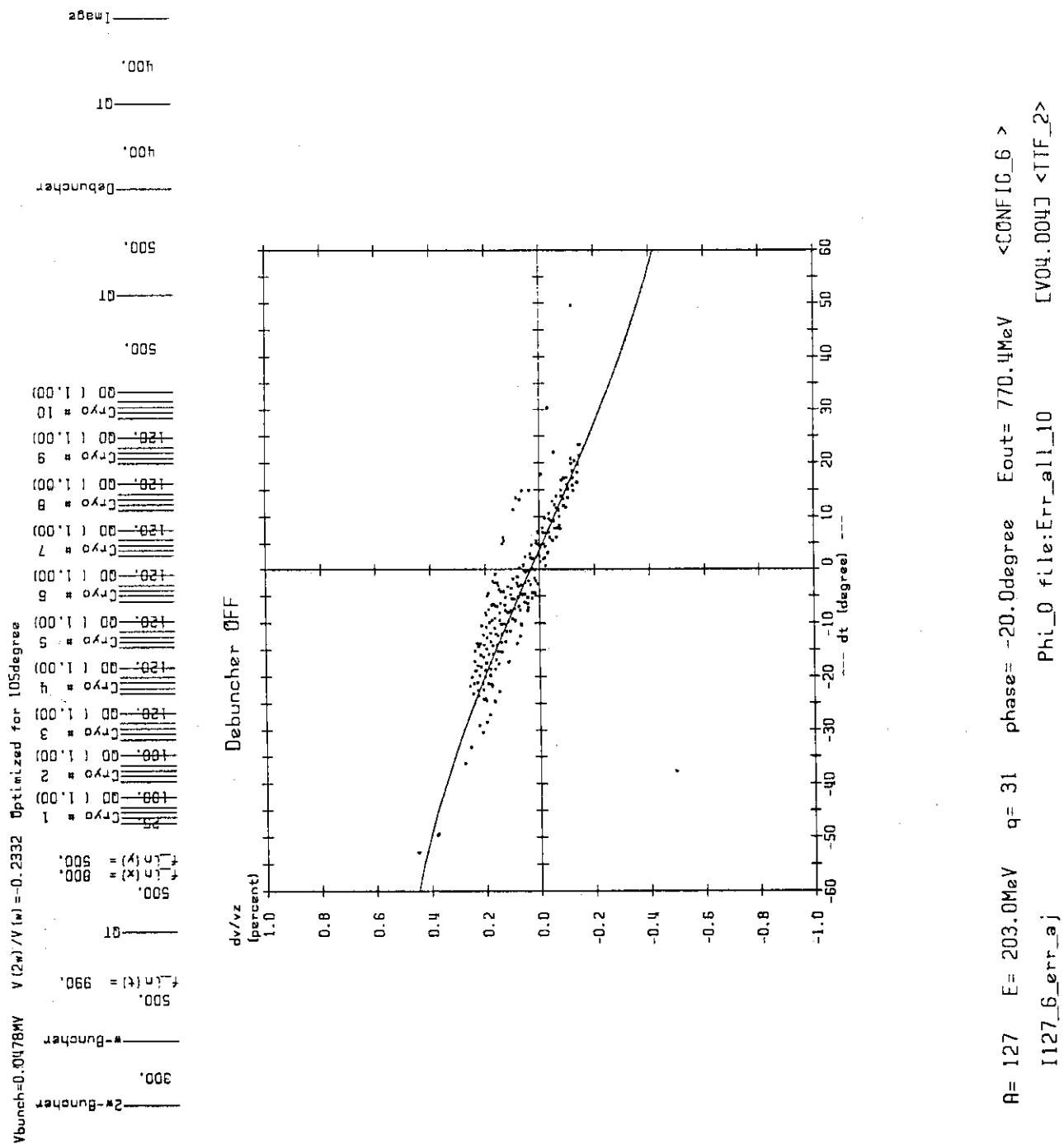


Fig. 7(c) Fig. 7(b)でデバンチャーの電圧を0にした時の速度と時間の相関。実線はエネルギーのシフトを補正するためデバンチャーの位相を少し変えた補正曲線。

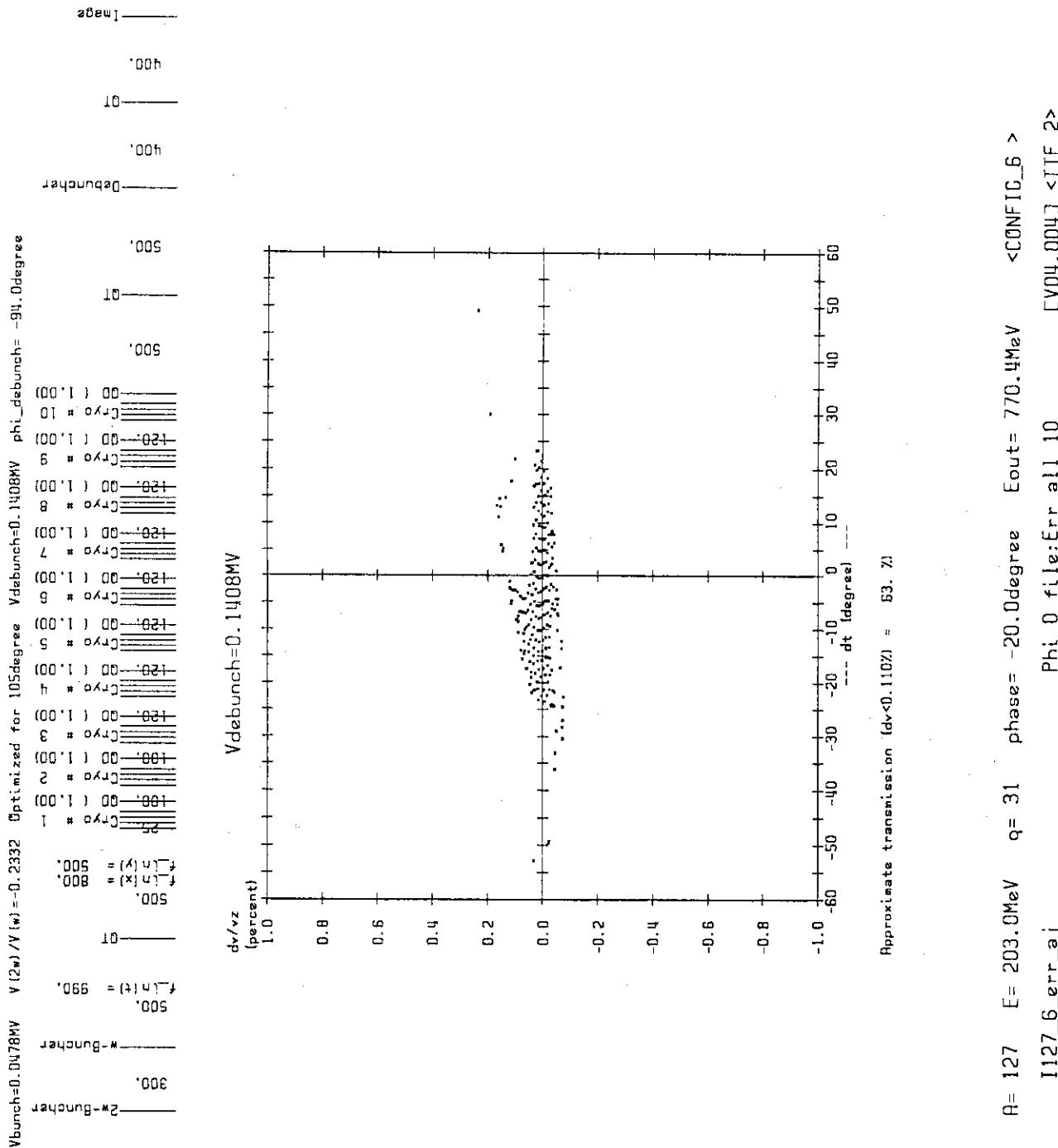


Fig. 7(d) Fig. 7(c)に示した補正曲線に相当するデバンチャーの設定を行った後の速度と時間の相関。

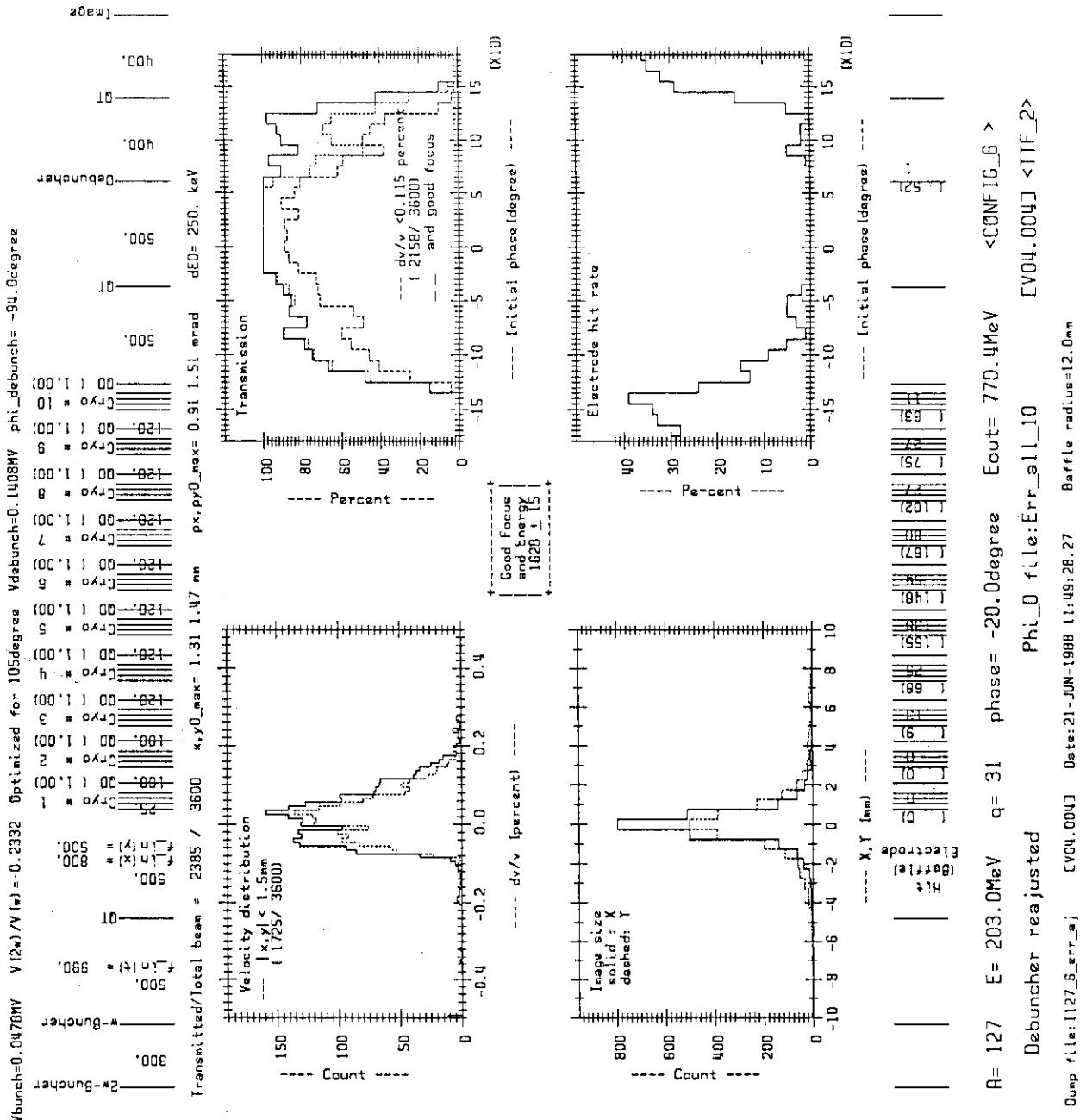


Fig. 7(e) 位相の設定に誤差があった場合のイメージ点での分布。ビームは ^{127}I であり、Fig. 7(c)に示したようにデバンチャーを再調整してある。Fig. 2(e)と比較せよ。

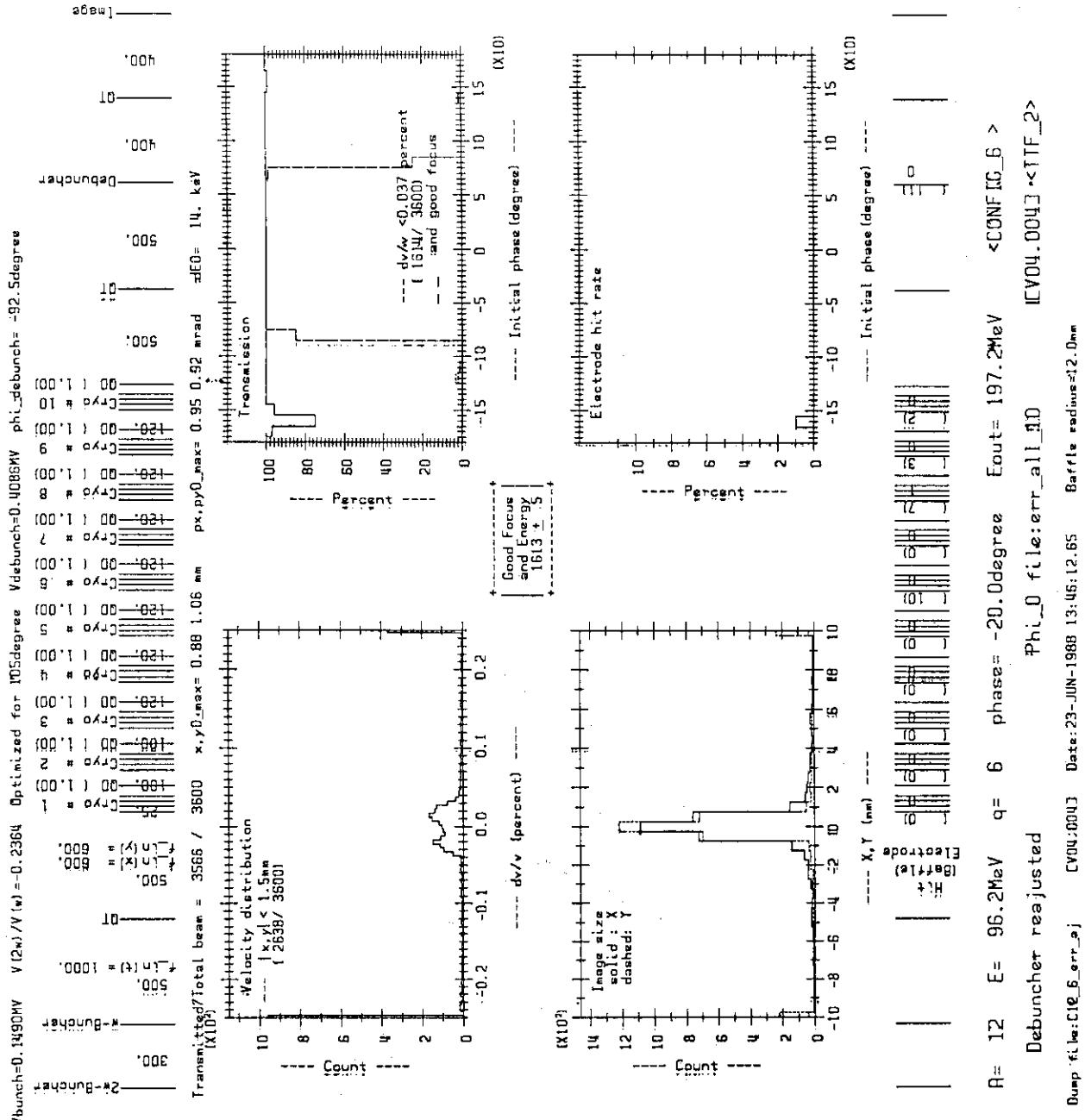


Fig. 8 Fig. 7(a)に示した位相の設定誤差があった場合の ^{12}C ビームのイメージ点での分布。デバンチャーは再調整してある。Fig. 4(e)と比較せよ。

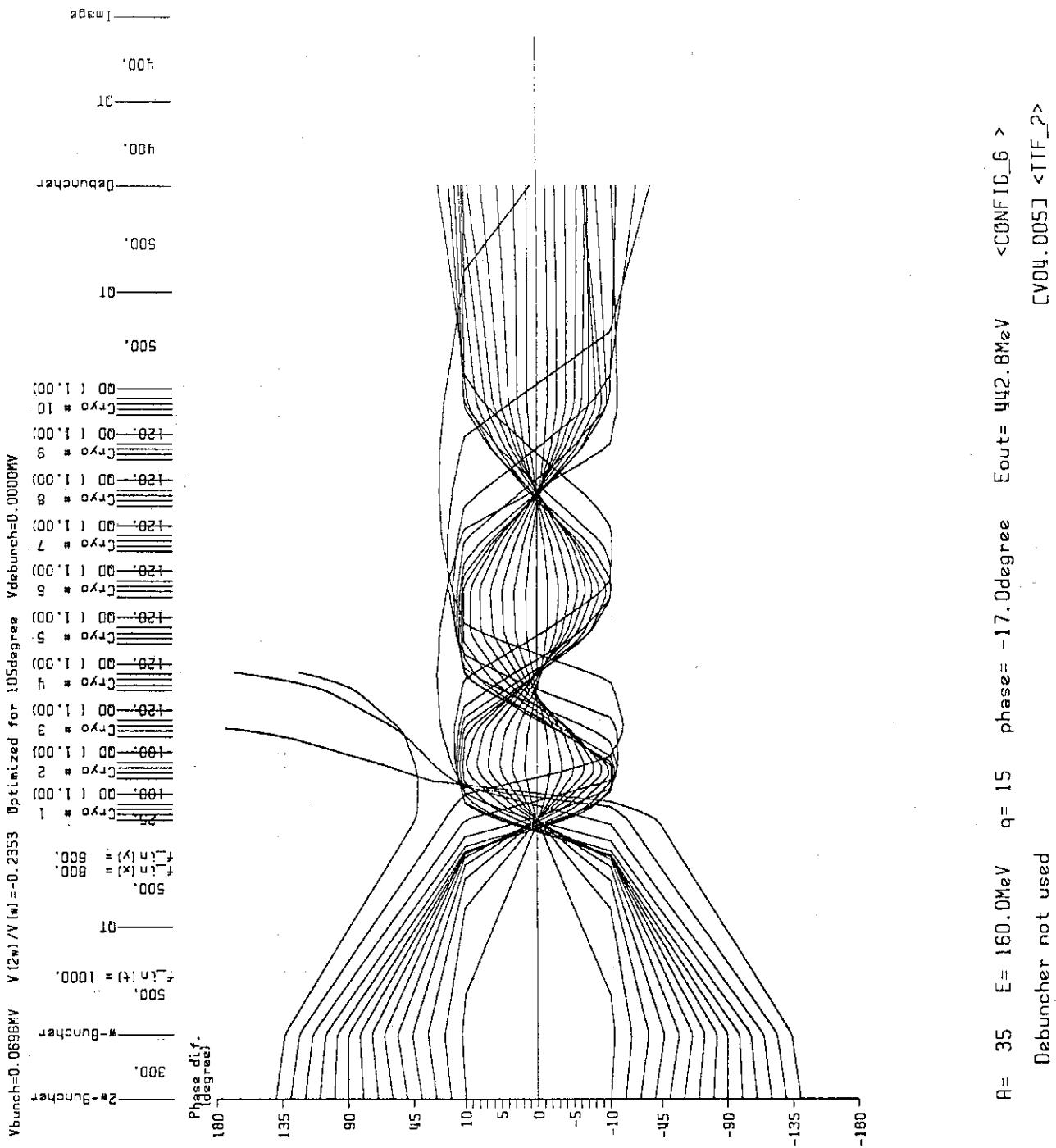


Fig. 9(a) デバンチャーを用いない場合の位相バンチング。ビームは ^{35}Cl 。Fig. 3(b)と比較せよ。

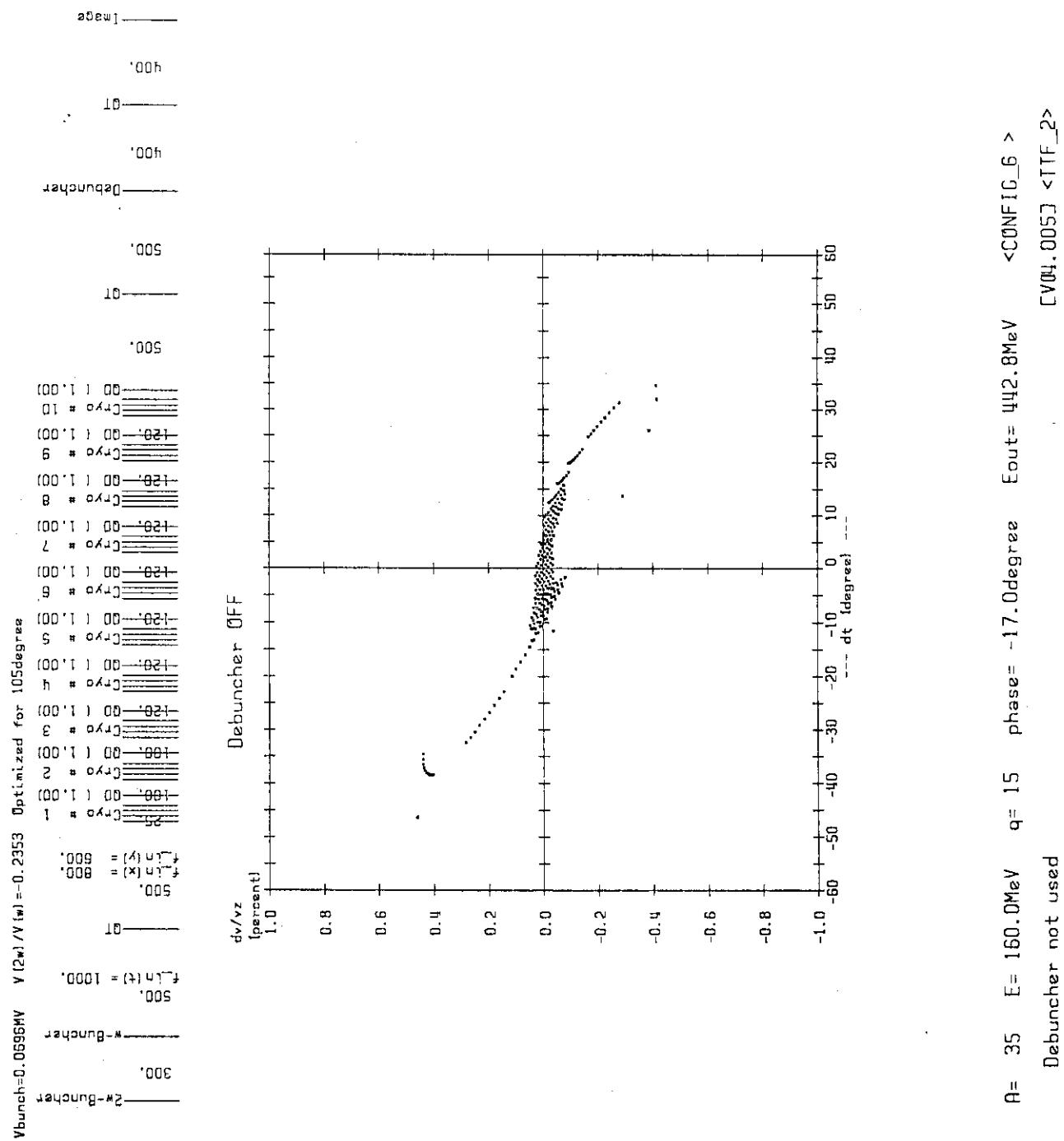


Fig. 9(b) デバンチャーを用いない場合のデバンチャーの中心での速度と時間の相関。Fig. 3(c), (d)と比較せよ。

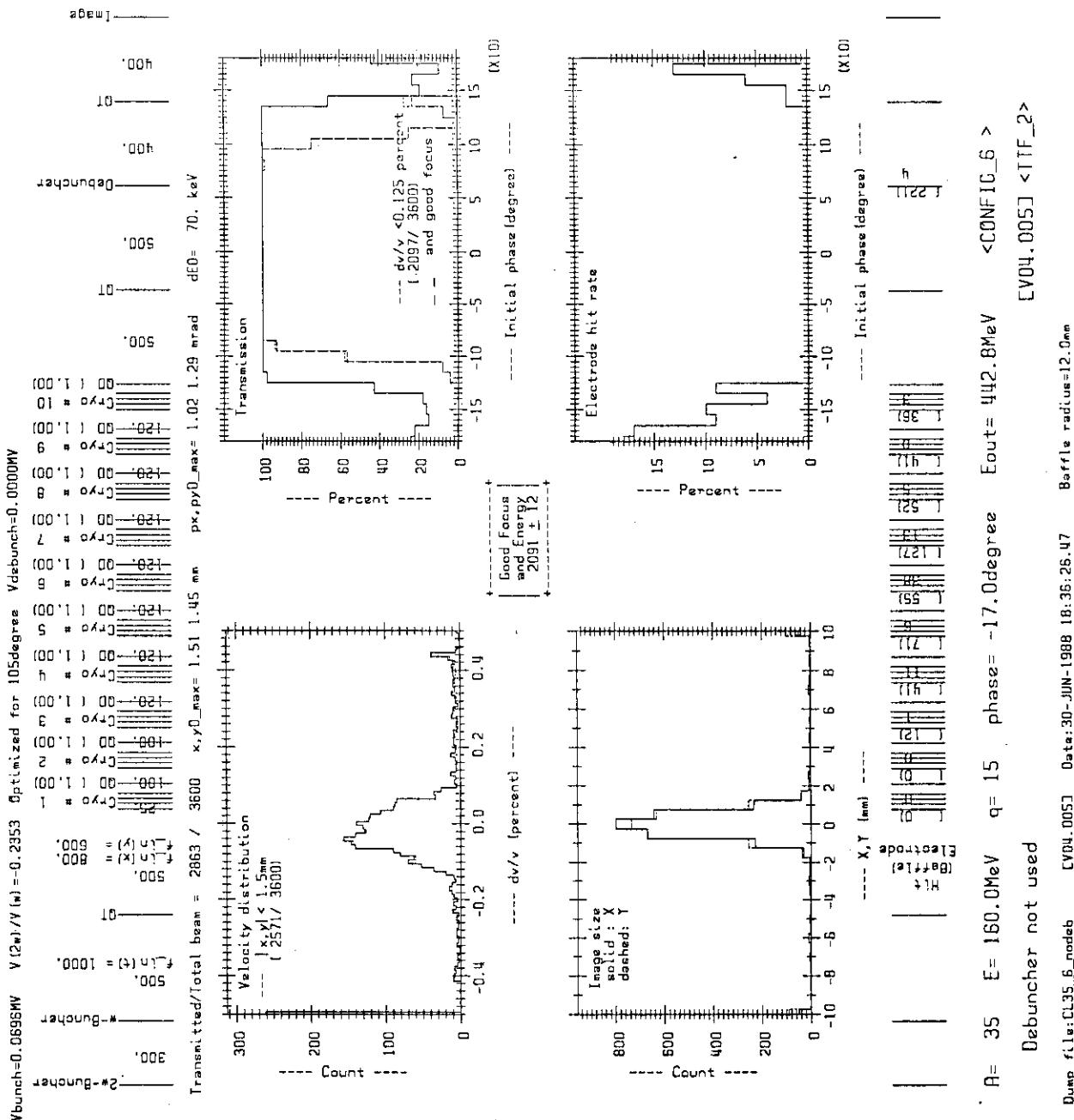


Fig.9(c) デバンチャーを用いない場合の ^{35}Cl ビームのイメージ点での分布。Fig. 3(e)と比較せよ。

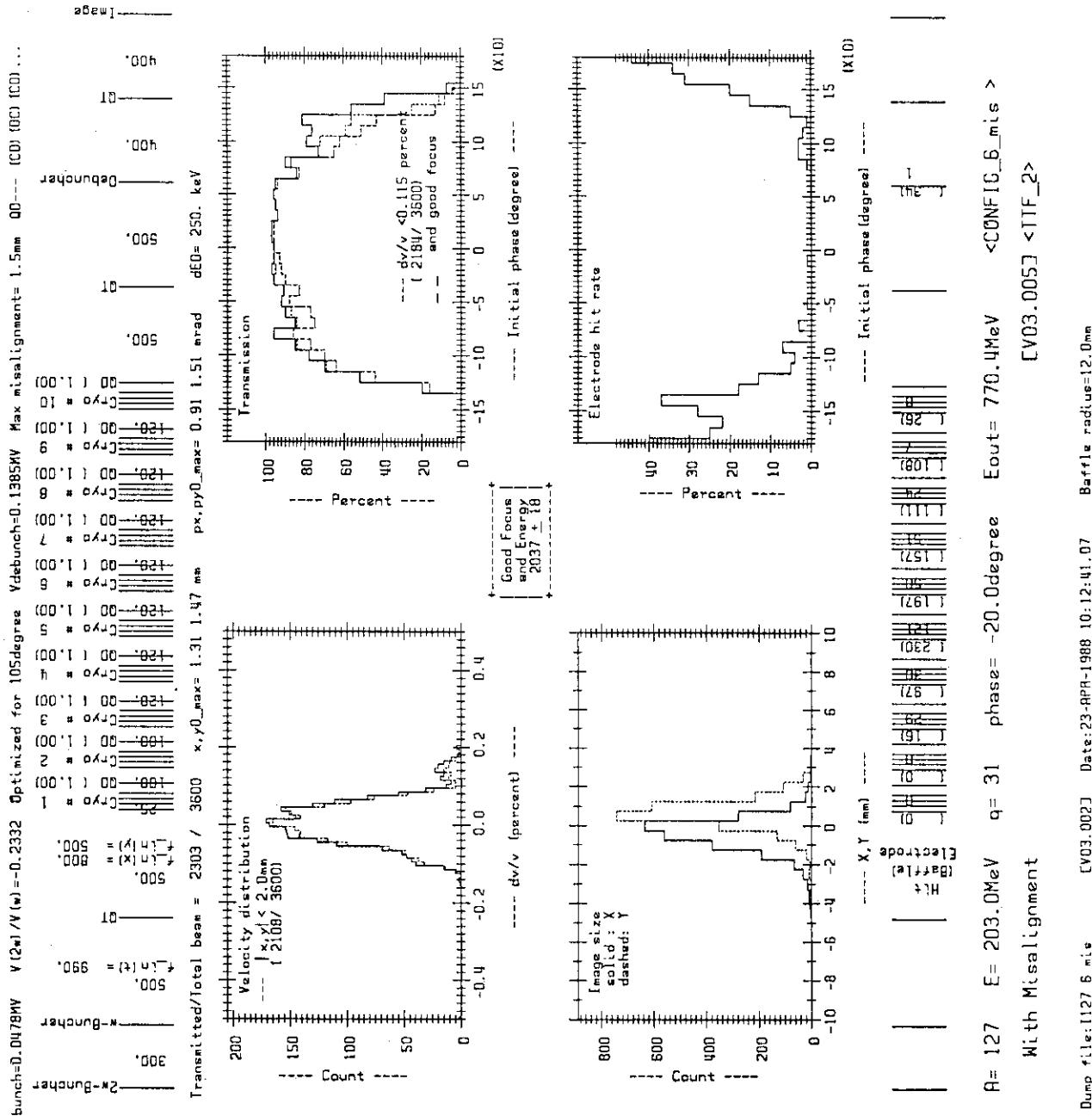


Fig. 10(a) ライナックの空洞の軸のアライメントに± 1.5 mmの範囲内の設定誤差があった時の¹²⁷Iビームのイメージ点での分布。バッフルの半径は 12 mm。Fig. 2(e)と比較せよ。

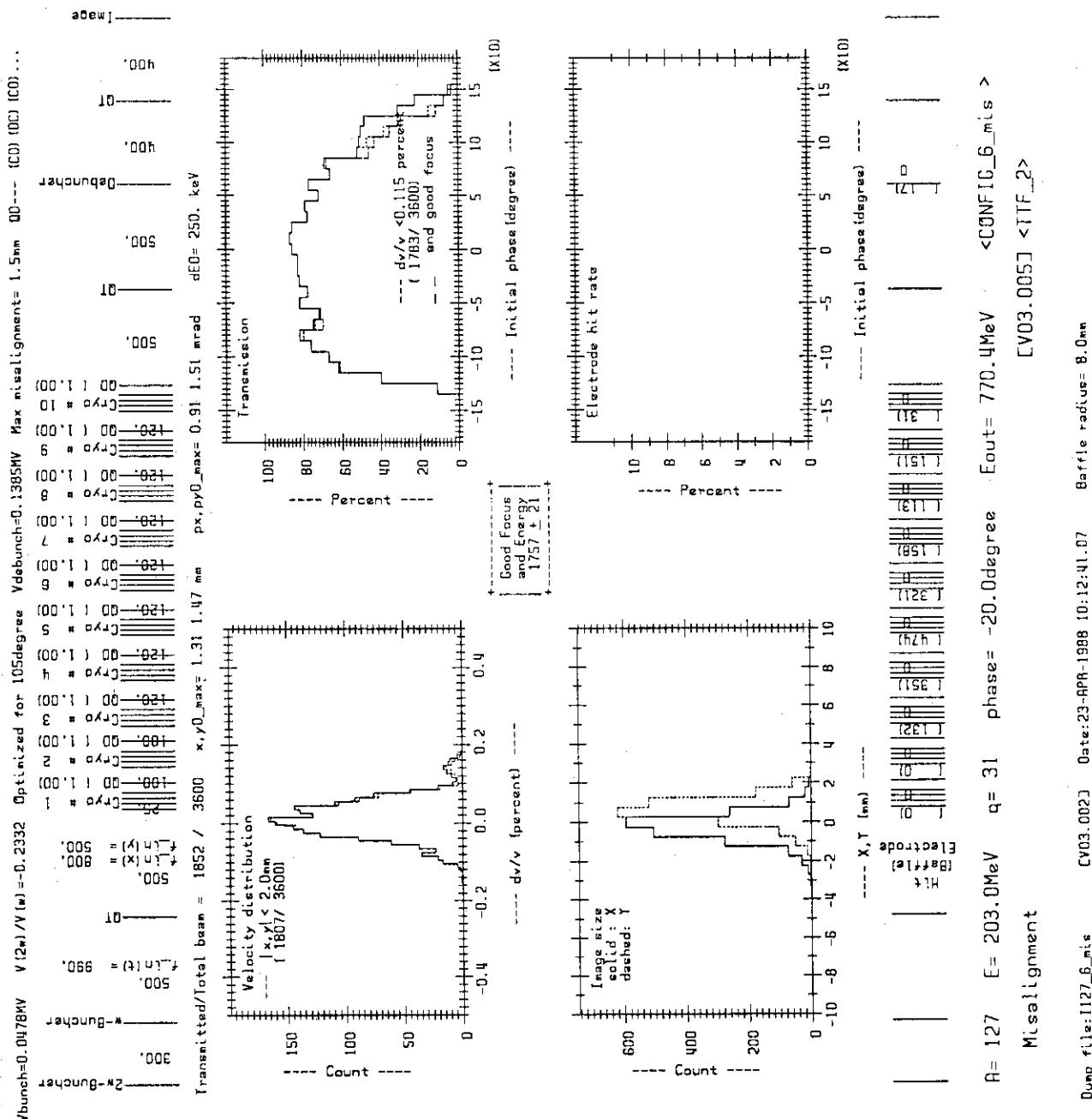


Fig. 10 (b) Fig. 10 (a)の場合でバッフルの半径を8mmにした時のイメージ点での分布。
Fig. 2(f)と比較せよ。

附録 A 計 算 法

まず座標系として、ビームの進行方向に Z 軸、進行方向と垂直な面内で水平方向に X 軸、垂直方向に Y 軸をとる。ただし空洞内のビームの軌跡の計算では円柱座標 (z, r, θ) を用いる。

Q レンズに対しては次のような移送マトリックス⁽¹⁾を用いる。収束エレメントに対しては

$$M_C = \begin{pmatrix} \cos kL & \frac{1}{k} \sin kL \\ -k \cos kL & \sin kL \end{pmatrix} \quad \dots \quad (A.1)$$

発散エレメントに対しては

$$M_D = \begin{pmatrix} \cosh kL & \frac{1}{k} \sinh kL \\ k \sinh kL & \cosh kL \end{pmatrix} \quad \dots \quad (A.2)$$

ここで L は Q レンズのエレメントの長さ、 k は

$$k^2 = \frac{1}{B\rho} \left| \frac{dB_x}{dy} \right| = \frac{1}{B\rho} \left| \frac{dB_y}{dx} \right| \quad \dots \quad (A.3)$$

であり、

$B\rho$ はビームの粒子の磁気的硬さ (magnetic rigidity) である。

空洞中の粒子の運動は

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{z} &= qE_z(z, r) \sin(\omega t + \varphi_0) \\ m\ddot{r} &= qE_r(z, r) \sin(\omega t + \varphi_0) + \frac{ma^2}{r^3} \\ r^2\dot{\theta} &= a \end{aligned} \right\} \quad \dots \quad (A.4)$$

によって求められる。ここで m は粒子の質量、 q は粒子の荷電、 ω は加速ギャップに加えられる高周波電圧の角周波数である。 a は初期条件できる定数である。なおここでは z の原点を空洞の中心にとり、 t の原点は粒子が $z = 0$ の時をとる。 E_z , E_r は電場の空間依存部である。空洞が軸対称であることによつて⁽²⁾

$$\left. \begin{aligned} E_z(z, r) &= E_z(z, 0) - \frac{r^2}{4} \frac{\partial^2 E_z(z, 0)}{\partial Z^2} \\ &\quad + \frac{r^4}{64} \frac{\partial^4 E_z(z, 0)}{\partial Z^4} + \dots \\ E_r(z, r) &= -\frac{r}{2} \frac{\partial E_z(z, 0)}{\partial Z} + \frac{r^3}{16} \frac{\partial^3 E_z(z, 0)}{\partial Z^3} \\ &\quad - \frac{r^5}{64 \cdot 6} \frac{\partial^5 E_z(z, 0)}{\partial Z^5} + \dots \end{aligned} \right\} \quad (A.5)$$

が成立する。 $E_z(z, 0)$ は測定値を Bertram の近似式³⁾を少し変形した下の式でフィットしたもの用いた。

$$\left. \begin{aligned} E_z(z, 0) &= \frac{V}{2(d_2 - d_1)} \left\{ f(z - d_1, r_1) - f(z - d_2, r_2) \right. \\ &\quad \left. + f(z + d_1, r_1) - f(z + d_2, r_2) \right\} \\ f(z, r) &= \tanh \frac{1.32z}{r} \end{aligned} \right\} \quad (A.6)$$

フィットの様子を Fig. A.1 に示す。フィットによって得られたパラメーターは

$$\left. \begin{aligned} d_1 &= 3.094 \quad (3.5) \\ d_2 &= 7.516 \quad (7.6) \\ r_1 &= 1.532 \quad (1.5) \\ r_2 &= 1.427 \quad (1.25) \end{aligned} \right\} \quad (A.7)$$

であり単位は cm である。なお()内の値はパラメーターに対応する実際の長さである。(Fig.1)

(A.4) 式は単純な前進法で数値的に解いて容易に必要な精度が得られるが、1本のビームを追跡するのに VAX 11/780 で約 3 秒かかってしまう。(積分メッシュを 0.25 cm として)このため $v_z = z$ の変化があまり大きくなきことを用いた近似を行う。この近似で空洞によって加えられる速度の変化は

$$\left. \begin{aligned} \Delta v_z &= \int_{-L}^L \frac{q}{m} E_z(z, r) \sin \left(\frac{\omega z}{v_z} + \varphi_0 \right) \frac{dz}{v_z} \\ \Delta v_r &= \int_{-L}^L \frac{q}{m} E_r(z, r) \sin \left(\frac{\omega z}{v_z} + \varphi_0 \right) \frac{dz}{v_z} \end{aligned} \right\} \quad (A.8)$$

となる。なお計算は局所的な直交座標系で行うので (A.4) 式の遠心力の項は入らない。ここで積分中の r や v_z は適当な平均値を用いることにする。L は電界の有効範囲である。

次に

$$\left. \begin{aligned} T_s(v) &= \frac{1}{N} \int_0^L E_z(z, o) \sin \frac{\omega z}{v} dz \\ T_e(v) &= \frac{1}{N} \int_0^L E_z(z, o) \cos \frac{\omega z}{v} dz \\ N &= \int_0^L E_z(z, o) dz \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (A.9)$$

を定義すると、 Δv_z と Δv_r の $z > 0$ と $z < 0$ の部分からの寄与を別々に書いて

$$\left. \begin{aligned} \Delta v_z(\pm) &= \frac{qV}{mv_z(\pm)} \left\{ T_s(v_{z(\pm)}) \cos \varphi_o \pm T_e(v_{z(\pm)}) \sin \varphi_o \right\} \\ &\quad \times \left(1 + \frac{\alpha^2}{4} + \frac{\alpha^4}{64} + \dots \dots \right) \\ \Delta v_r(\pm) &= -\frac{qV}{mv_z(\pm)} \left\{ T_s(v_{z(\pm)}) \sin \varphi_o \mp T_e(v_{z(\pm)}) \cos \varphi_o \right\} \\ &\quad \times \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\alpha^3}{16} + \frac{\alpha^5}{64 \cdot 6} + \dots \dots \right) \\ \alpha &= \frac{\omega r(\pm)}{v_z(\pm)} \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (A.10)$$

となる。ここで $z > 0$ と $z < 0$ での v_z と r のちがいを無視すれば T_e を含む項はなくなる。主要な項である T_s に比例する部分を見ると、位相バンチングを行うためには $\varphi_o < 0$ が必要であり、この時 $\Delta v_r > 0$ となってビームは動径方向に発散することがわかる。ビームの軌道をきめるためには Δv_r と共に空洞によって受ける r の変化 Δr が必要である。上のようにして求めた Δv_r を空洞の中心で瞬間的に受けるとする近似も、逆に空洞内で一様に受けけるとする近似もテストの結果あまりよくなかった。Fig. A. 2に見られるように、 r を固定した時 $E_r(z, r)$ は z の関数として4個の極値($z = z_n$)を持つ。次の近似として r 方向の力をこの4点でδ関数的に受けるとし、各点で受ける速度変化を

$$\left. \begin{aligned} \Delta v_{r_n} &= \frac{f_n \Delta v_r}{\sum f_{n'}} \\ f_n &= E_r(E_n, r) \sin \left(\frac{\omega Z_n}{v_z} + \varphi_o \right) \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (A.11)$$

とする。この近似で Δr を計算し、(A.4)式を直接解いた場合と比較する。Fig. A. 3が(A.4)式を直接解いた場合であり、Fig. A. 4は空洞内での速度の変化を無視し、(A.10)式で T_e の項を無視した近似(TTF-1)、Fig. A. 5は空洞の前半と後半を別々に扱って T_s の項を入れた近似(TTF-2)である。それぞれの図で図(a)は入射方向が同じで異った初

期位相（ $-120^\circ \sim 120^\circ$ の間 10° 間隔）のビームに対する軌跡、図(b)は位相バンチング、図(c)はイメージ点での分布である。ビームは ^{127}I である。図の比較からわかるように TTF-2 の近似はかなりよい。TTF-1 の近似では出力エネルギーもかなり異なる。この報告の計算はすべて TTF-2 の近似で行った。 T_s , T_e はテーブルを作成して、補間によって使用するようにし、 v_z の平均値はくり返しによって（実際には 2 回で十分）で求めると (A.4) 式を直接解く場合の約 6 分の 1 の計算時間ですむ。

なおまだ設計が済んでいない 2ω バンチャーリンジに関しては構造を無視して理想的な加速ギャップとして扱った。 2ω バンチャーリンジの電圧は ω バンチャーリンジの電圧の 20 % 程度でありこの取扱いによる影響はほとんどない。

$$E_z \sim E_0 \times \left(\tanh \left[1.32 \times (z - z_0 - d1) / r_1 \right] - \tanh \left[1.32 \times (z - z_0 - d2) / r_2 \right] \right) / 2 - (z < -z_0)$$

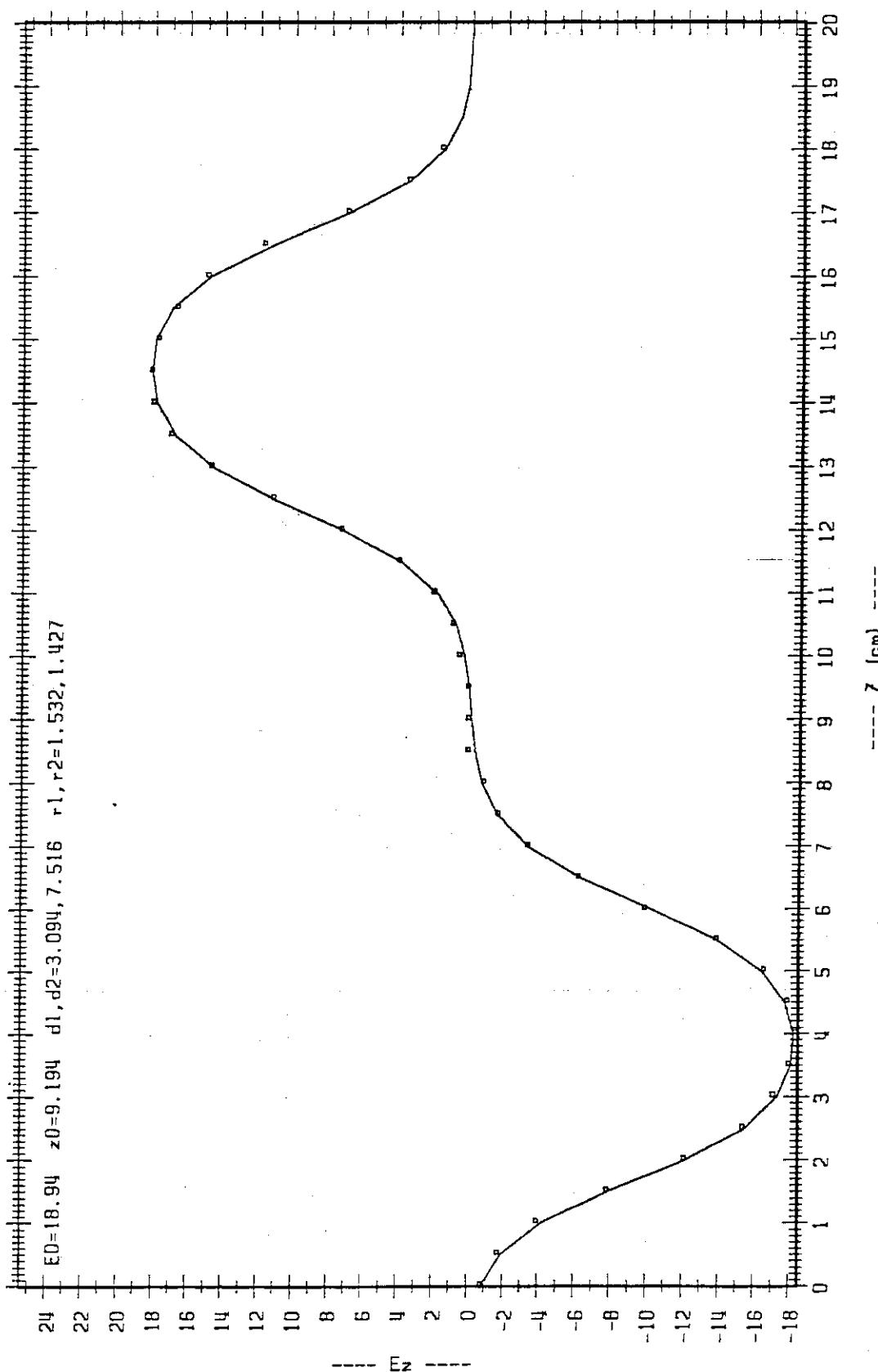


Fig. A.1 空洞の軸上での軸方向の電場。点は測定値。実線は(A.6)式によるフィットを示す。

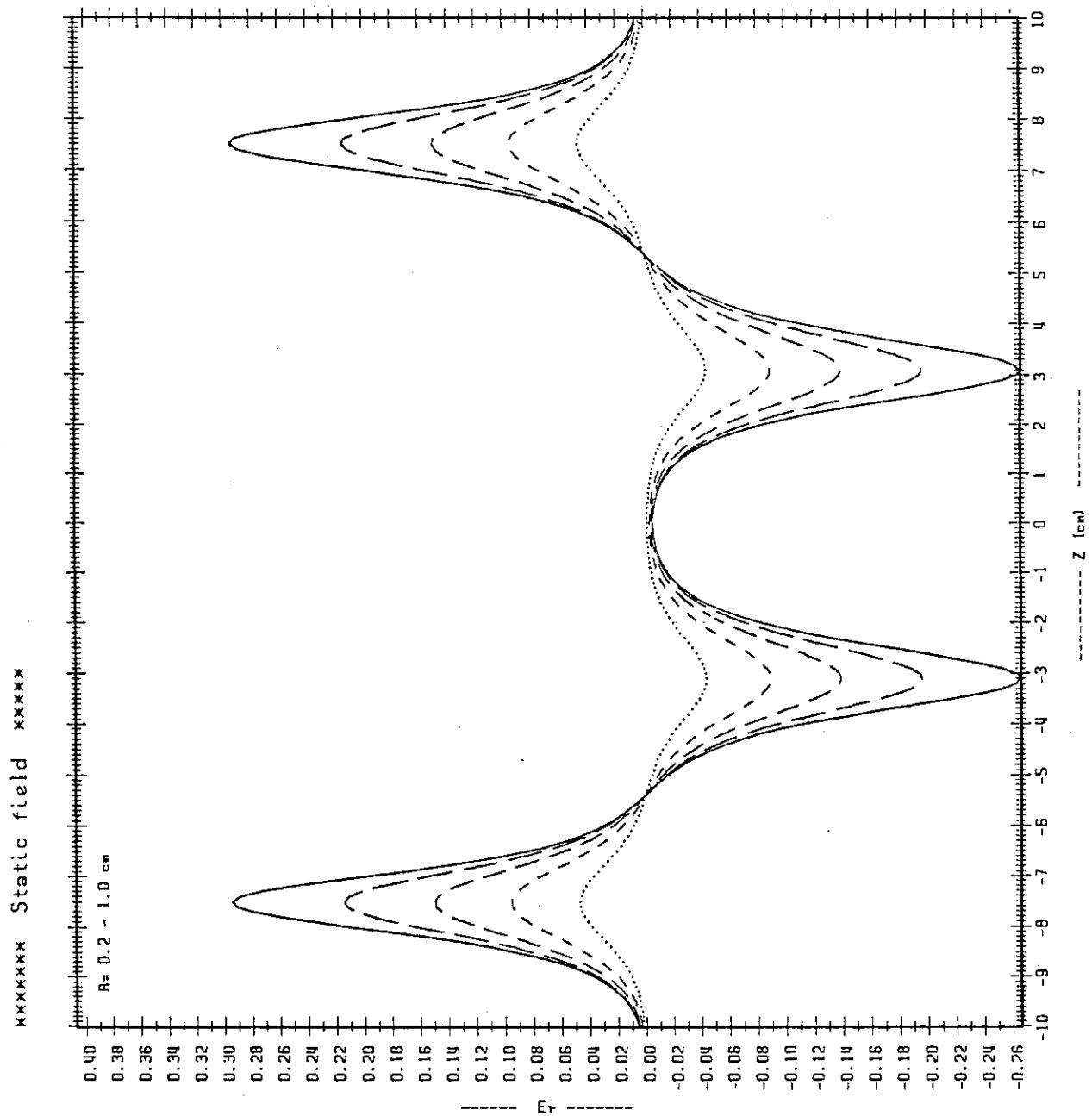


Fig. A.2 動径方向の電場 $E_r(z, r)$ の (A.5) 式による計算値。各ラインは内側から $r = 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0 \text{ cm}$ の場合である。

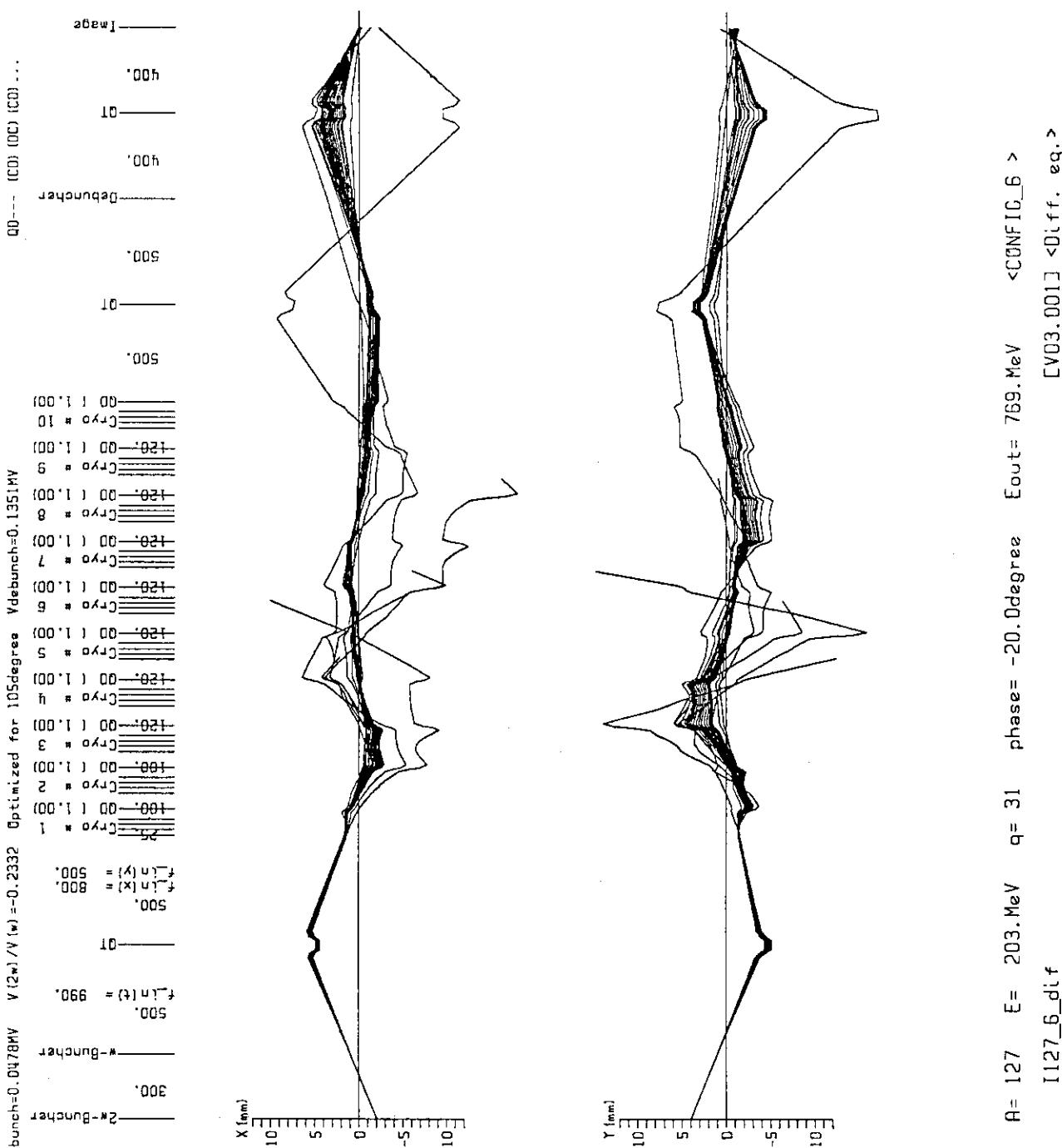


Fig. A. 3(a) 入射方向が同じで異った初期位相 ($-120^\circ \sim 120^\circ$ の範囲内で 10° 每) のビームの軌跡。ビームは ^{127}I 。
(A.4) 式を直接解いた場合。

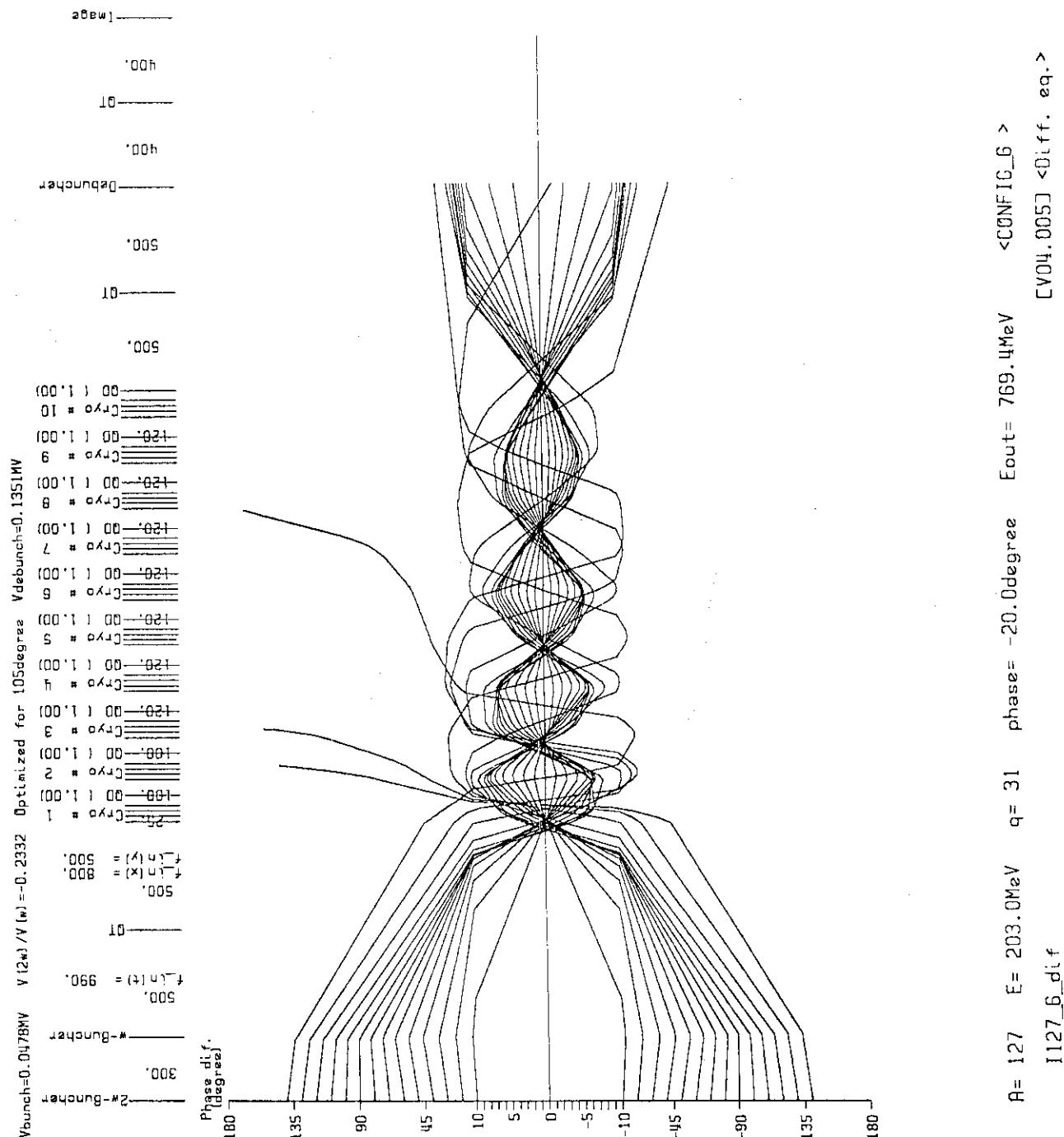


Fig. A.3(b) ^{127}I ビームの位相バンチング。(A.4)式を直接解いた場合。

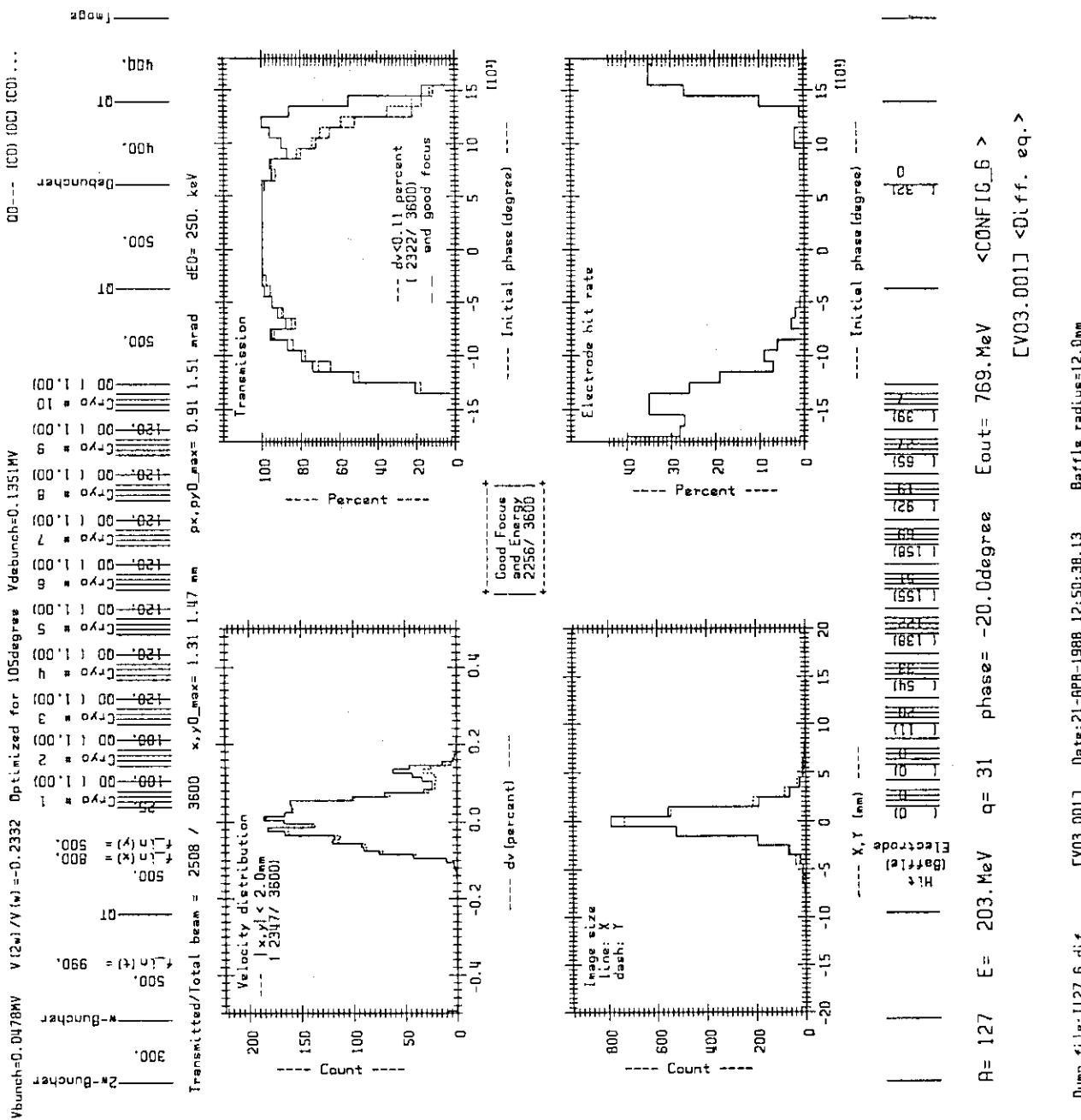


Fig. A.3(c) ^{127}I ビームのイメージ点での分布。 (A.4)式を直接解いた場合。

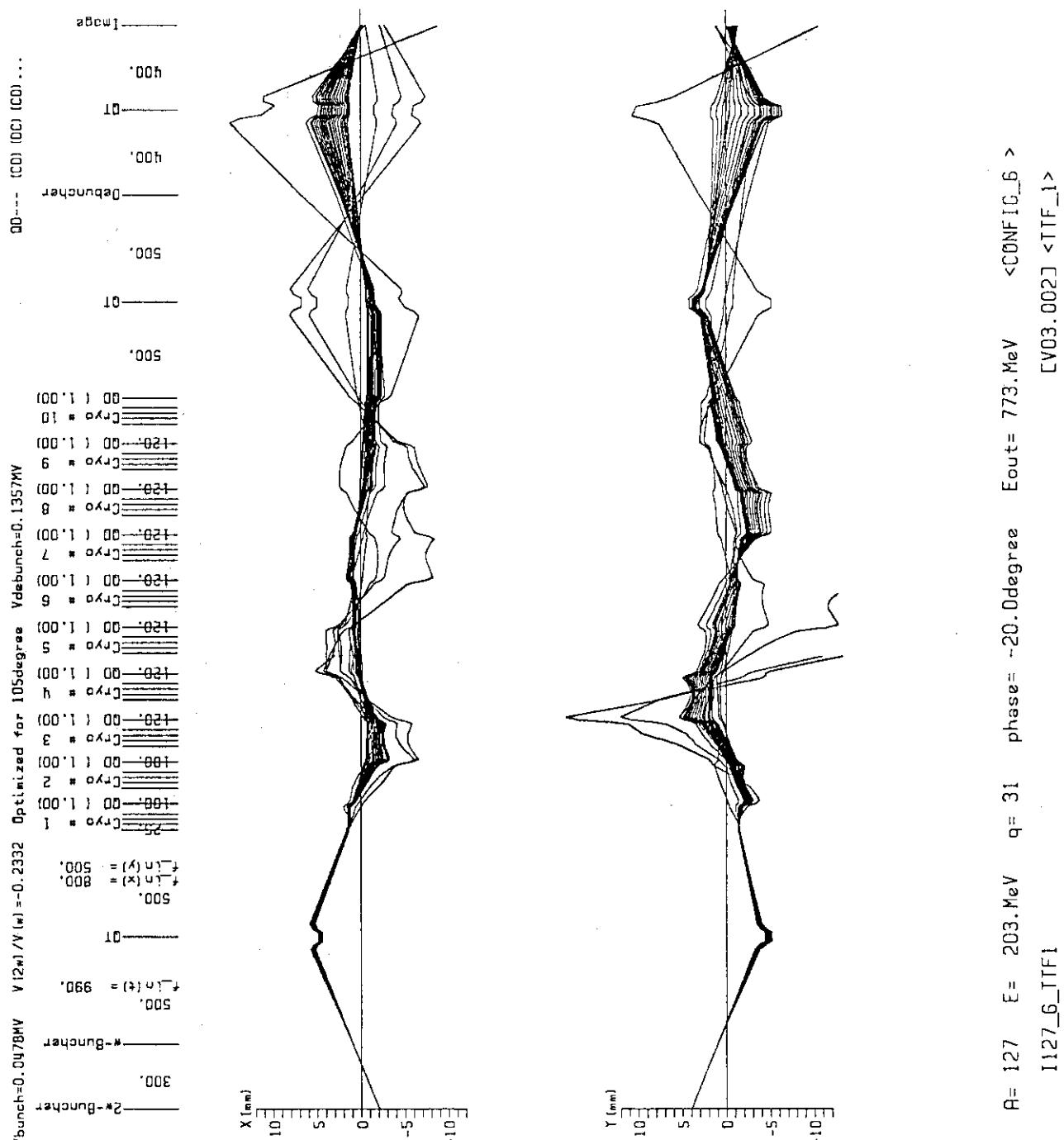


Fig. A . 4(a) ^{127}I ビームの軌跡。T T E - 1 近似による。Fig. A . 3(a)と比較せよ。

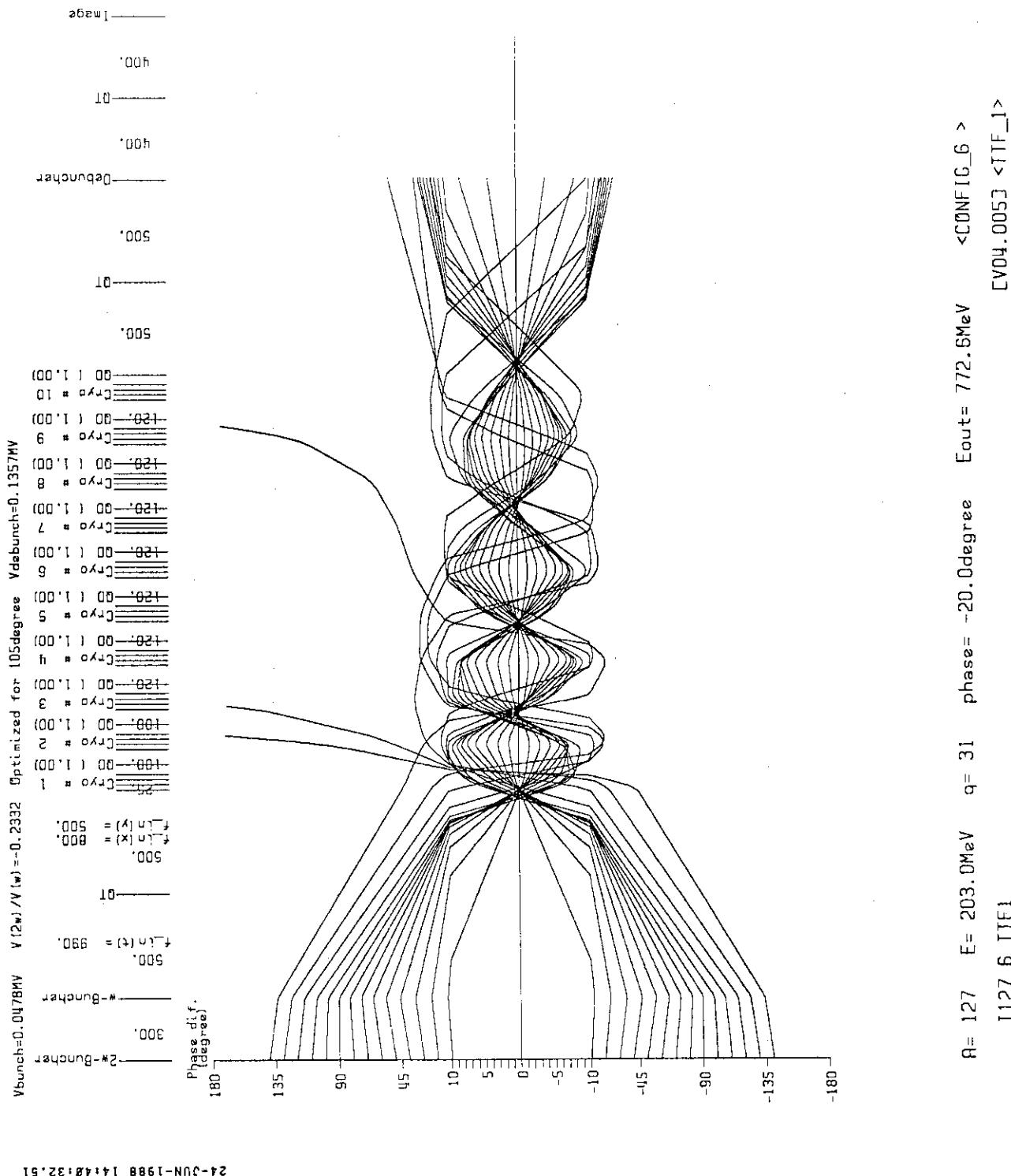


Fig. A.4(b) ^{127}I ビームの位相バンチング。TTF-1 近似による。Fig. A.3(b) と比較せよ。

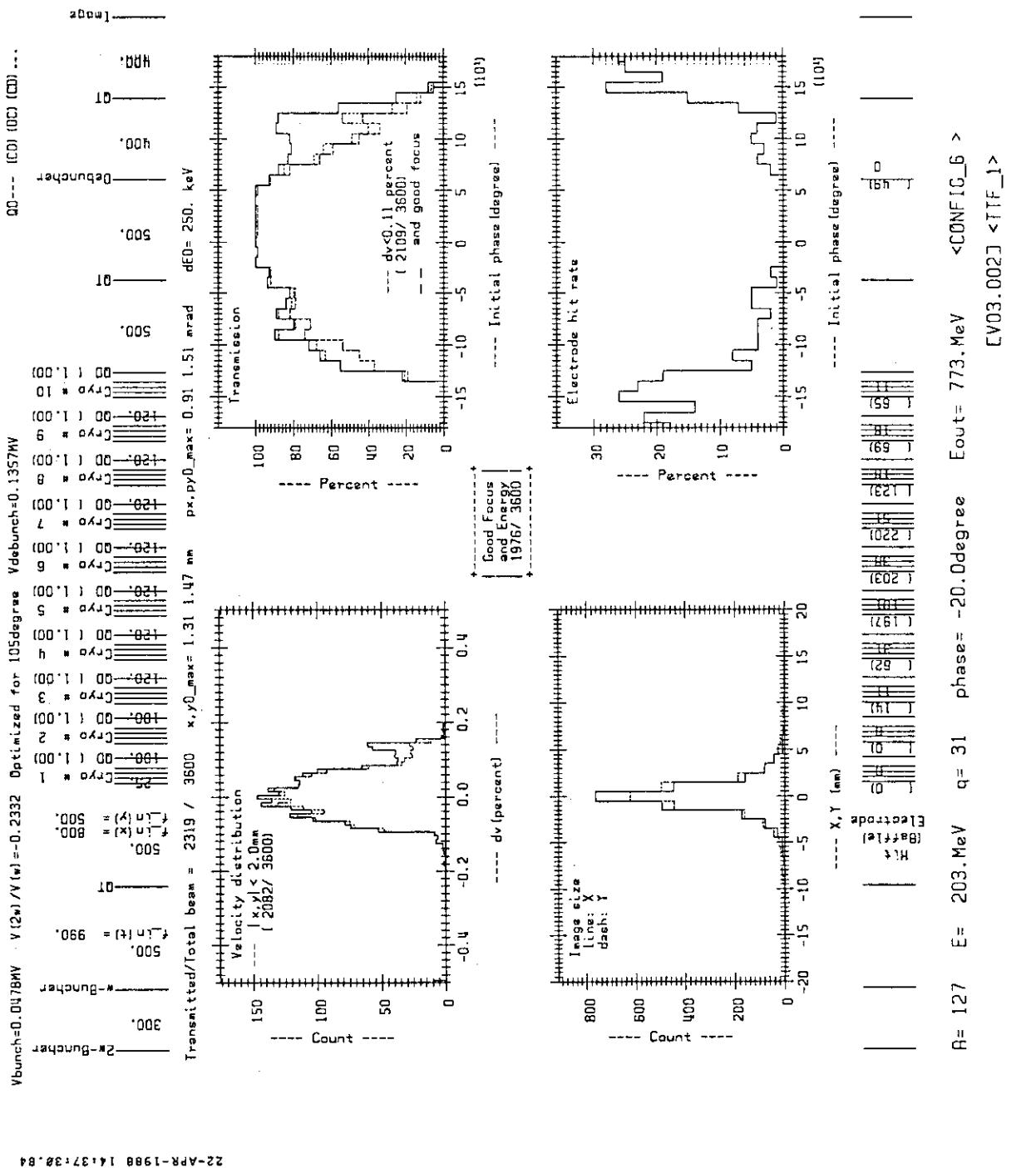
Fig. A. 4(c) ^{127}I ビームのイメージ点での分布。T T F - 1 近似による。

Fig. A. 3(c)と比較せよ。

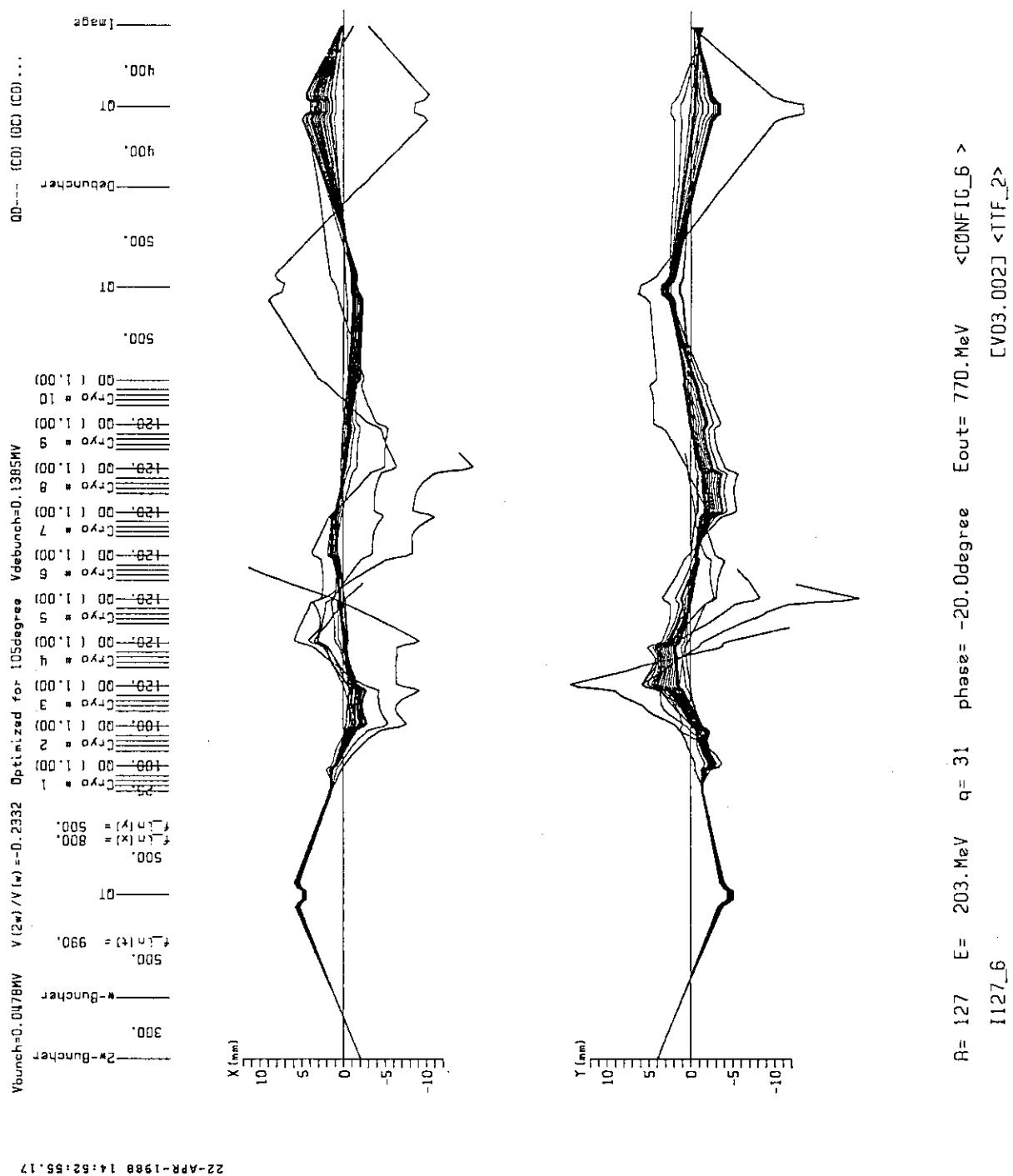


Fig. A. 5(a) ^{127}I ビームの軌跡。TTF-2 近似による。Fig. A. 3(a)と比較せよ。

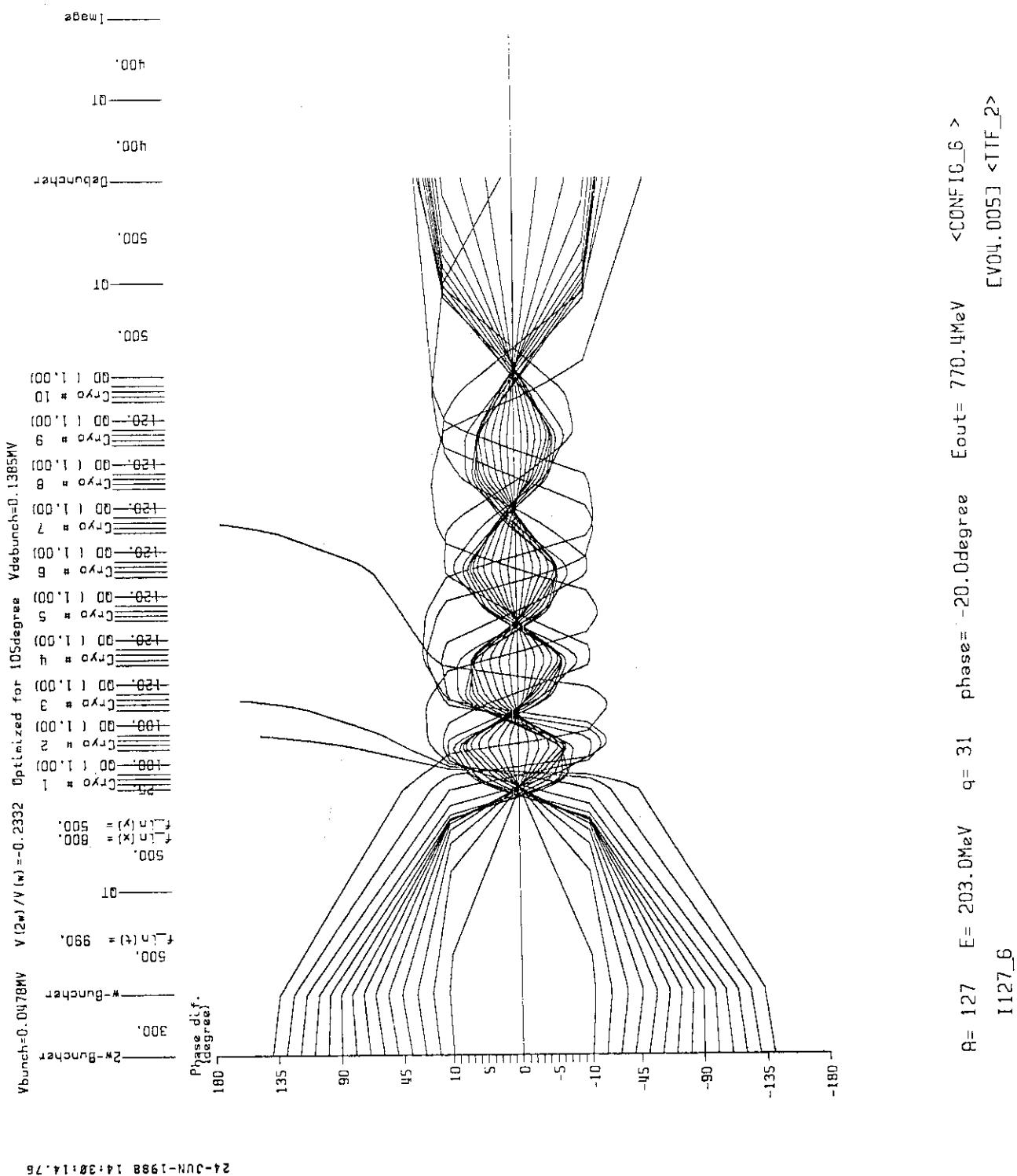


Fig. A. 5(b) ^{127}I ビームの位相バンチング。TTF-2 近似による。Fig. A. 3(b) と比較せよ。

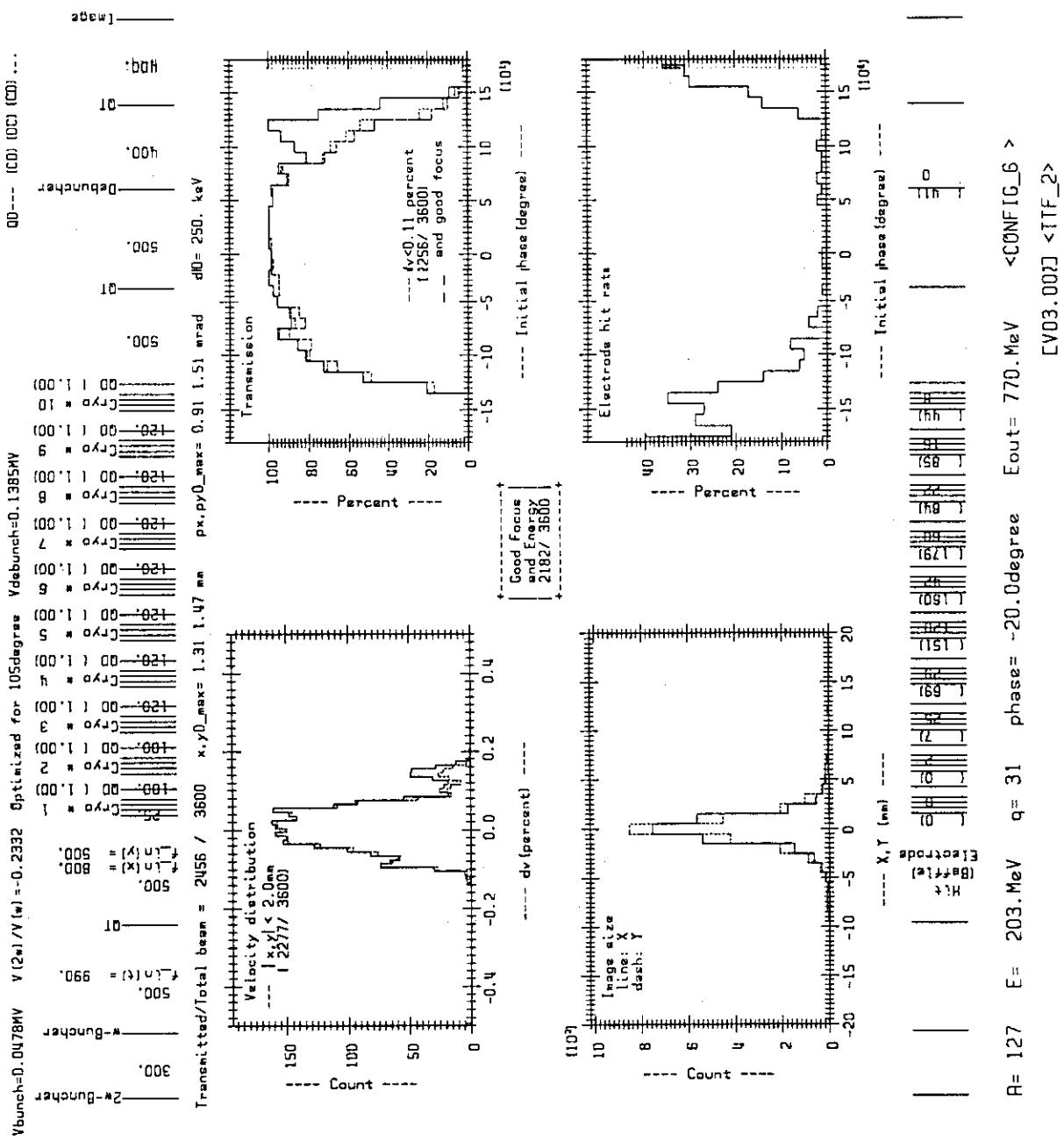
Fig. A. 5(c) ^{127}I ビームのイメージ点での分布。TTF-2 近似による。

Fig. A. 3(c) と比較せよ。

附録B バンチャ一間の距離

1章で述べたように、直流ビームをバンチするために基本周波数 ω と i の2倍の 2ω の周波数の電場を用いる。ここでは、 ω バンチャ一と 2ω バンチャ一の間の距離が実質的に 3ω の電場を加えるのと同等であり、距離を適当に選ぶことによって、バンチされたビームの時間幅を小さくするか、またはバンチするビームの範囲を大きくすることができます。 2ω バンチャ一を ω バンチャ一の上流 d の距離の点に置くとし、ビームがバンチする点を ω バンチャ一から L の距離の点とする。入射ビームの速度を v_0 、 2ω バンチャ一に入射する時間を t_0 とするとバンチする点に達する時間 t は

$$\left. \begin{array}{l} v_1 = v_0 + b \sin 2\omega t_0 \\ t_1 = t_0 + \frac{d}{v_1} \\ v_2 = v_1 + a \sin (\omega t_1 + \varphi_1) \\ t = t_1 + \frac{L}{v_2} \end{array} \right\} \quad (B.1)$$

によって求められる。ここで v_1 、 v_2 はそれぞれ 2ω および ω バンチャ一通過後の速度、 a 、 b は ω バンチャ一及び 2ω バンチャ一にかける電圧に比例する量であり、位相差 φ_1 は $t_0 = 0$ のビームの位相が 0 となるように

$$\varphi_1 = -\frac{\omega d}{v_0} \quad (B.2)$$

となる。

しが十分大きければ $\frac{a}{v_0}$ 、 $\frac{b}{v_0} \ll 1$ なので

$$t_1 \approx t_0 + \frac{d}{v_0} \left(1 - \frac{b}{v_0} \sin 2\omega t_0 \right) \quad (B.3)$$

$$v_2 \approx v_1 + a \sin \left(\omega t_0 + \frac{d\omega}{v_0} \left(1 - \frac{b}{v_0} \sin 2\omega t_0 \right) + \varphi_1 \right)$$

$$\approx v_0 + a \sin \omega t_0 + b \sin 2\omega t_0$$

$$-\frac{abd\omega}{v_0^2} \sin 2\omega t_0 \sin \omega t_0$$

$$\begin{aligned}
 &= v_0 + a \left(1 - \frac{b d \omega}{2 v_0^2} \right) \sin \omega t_0 \\
 &\quad + b \sin 2\omega t_0 - \frac{a b d \omega}{2 v_0^2} \sin 3\omega t_0. \quad \dots \quad (\text{B. } 4)
 \end{aligned}$$

となり 3ω の電場を加えたのと同等になる。

パンチされる時間の幅を位相に換算し

$$\varphi(t_0) = \omega(t(t_0) - t_0) \quad \dots \quad (\text{B. } 5)$$

を定義し、 $0 \leq \omega t_0 \leq 90^\circ$ での $\max(|\varphi|)$ が最小になるように a , b , d をきめると、
 $v_0 = 0.1 \text{ c}$, $L = 10 \text{ m}$ の場合に Fig. B. 1 の上の図のようになる。ここで横軸は ωt_0 、縦軸
は $\varphi(t_0)$ である。比較のために $d = 0$ に固定した場合を Fig. B. 2 に示す。 $d/L \approx 0.3$
にとることによってパンチされた時間幅が約 6 分の 1 になっていることがわかる。なお Fig.
B. 1 の下の図は $0 \leq \omega t_0 \leq 90^\circ$ に対して定めた d で $0 \leq \omega t_0 \leq 105^\circ$ で最良となるように a ,
 b をきめた結果である。この場合の時間幅は $d = 0$ で $0 \leq \omega t_0 \leq 90^\circ$ の場合とほぼ同じで、
パンチされる範囲が 90° から 105° に拡がっていることになる。

$L=1000.0 \quad d= 316.15 \quad \beta = 0.1000$

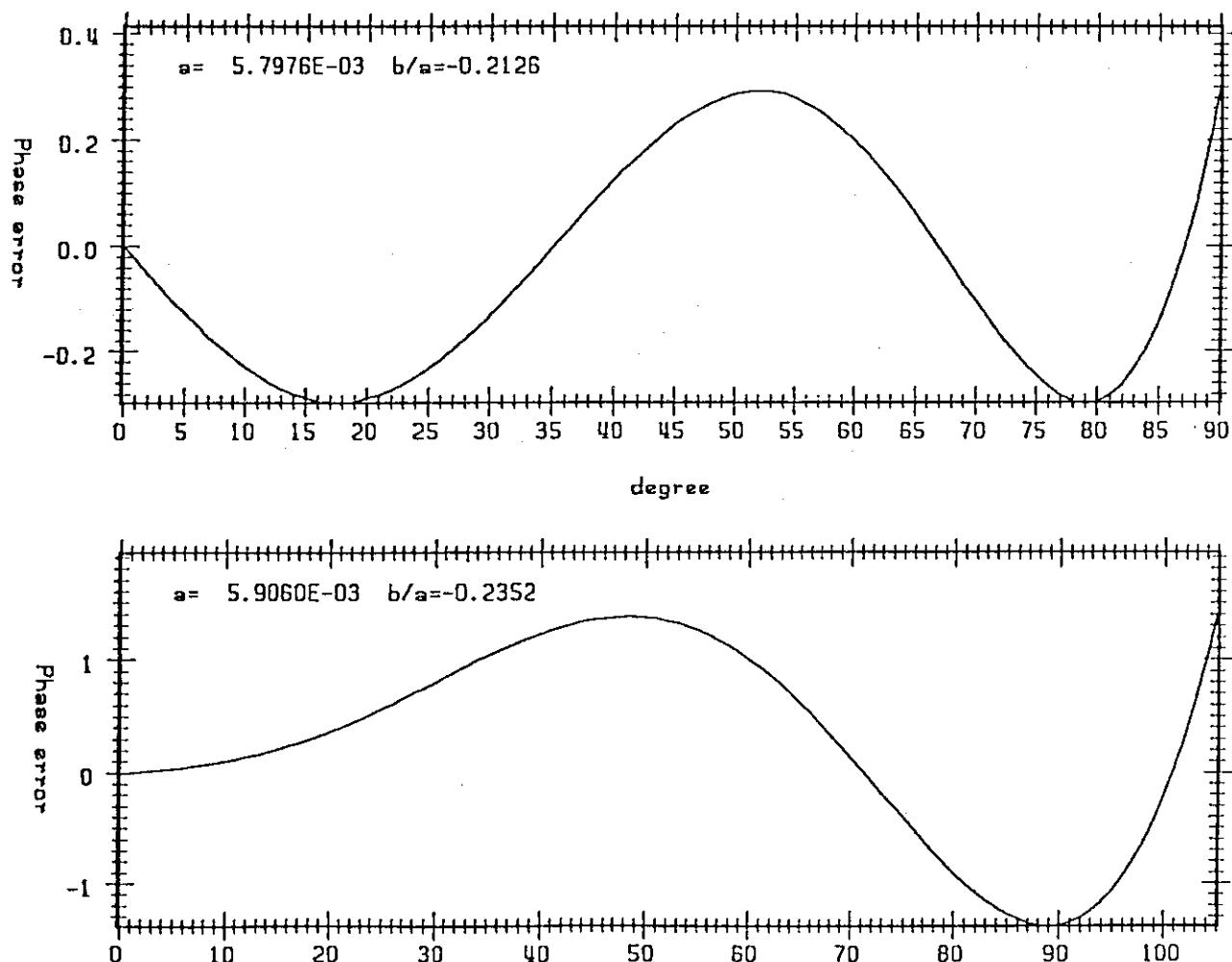


Fig. B.1 バンチャによるビームのバンチング。

上段の図は初期位相で $0^\circ \sim 90^\circ$ の範囲のビームが最もよくバンチするように ω バンチャーと 2ω バンチャー間の距離を選んだ場合である。横軸が初期位相、縦軸はバンチした点への到達時間を位相角度で表したものである。 ω バンチャーからバンチ点までの距離は 3.15 m である。下段の図はバンチャー間の距離を上できめた値に固定して電圧だけを変えて初期位相で $0^\circ \sim 105^\circ$ のビームが最もよくバンチするようにした場合である。

L=1000.0 d= 0.00 beta=0.1000

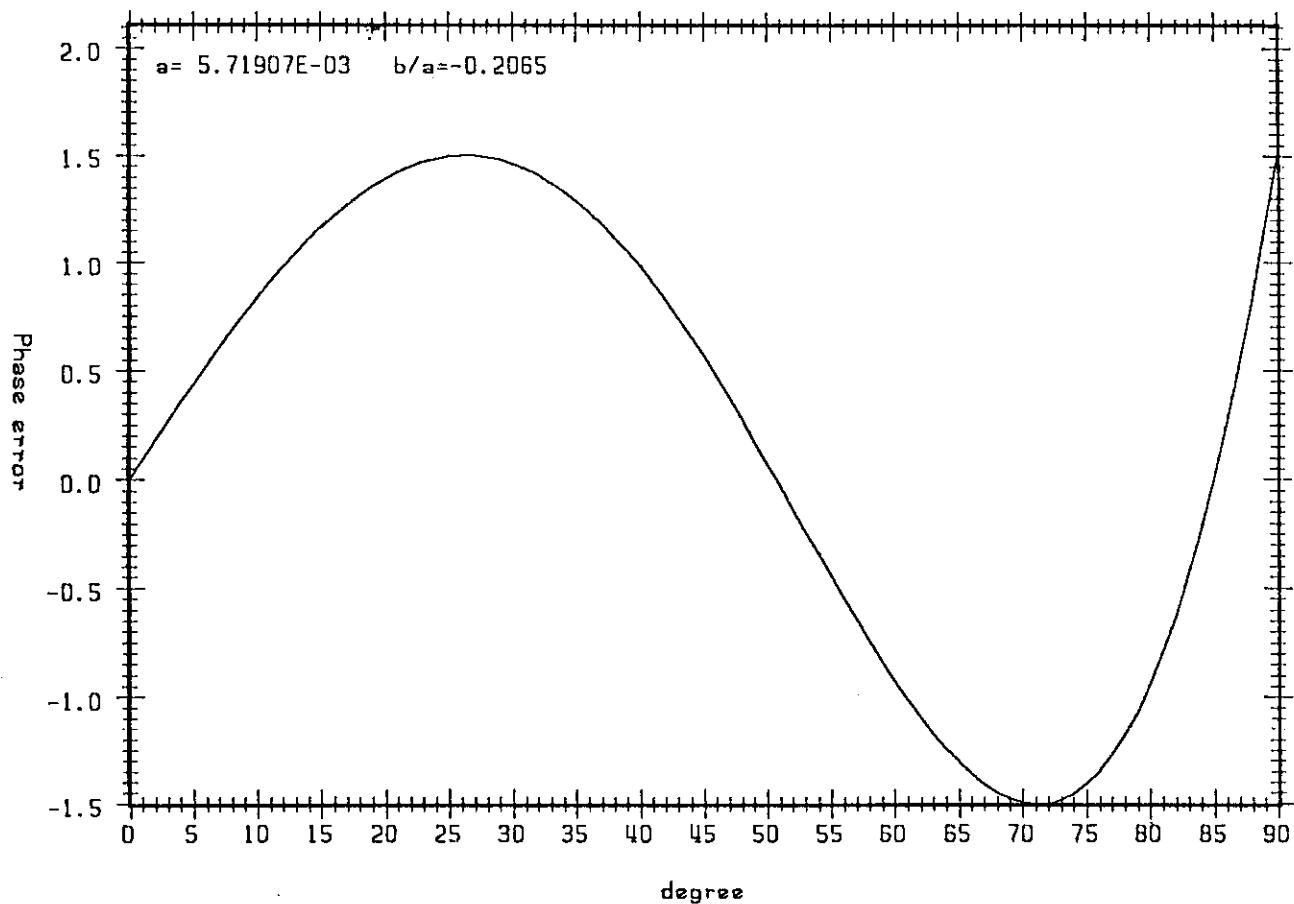


Fig. B . 2 バンチャ一間の距離が 0 の時の初期位相で $0^\circ \sim 90^\circ$ の範囲のビームのバンチング。Fig. B . 2 と比較せよ。