

JAERI-M
88-208

静止空気中に噴出する炭酸ガスの
層流円形噴流の数値解析

1988年10月

文沢 元雄・菱田 誠・功刀 資彰

日本原子力研究所
Japan Atomic Energy Research Institute

JAERI-M レポートは、日本原子力研究所が不定期に公刊している研究報告書です。

入手の問合せは、日本原子力研究所技術情報部情報資料課（〒319-11茨城県那珂郡東海村）
あて、お申しこしください。なお、このほかに財団法人原子力弘済会資料センター（〒319-11茨城
県那珂郡東海村日本原子力研究所内）で複写による実費頒布をおこなっております。

JAERI-M reports are issued irregularly.

Inquiries about availability of the reports should be addressed to Information Division, Department
of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun,
Ibaraki-ken 319-11, Japan.

© Japan Atomic Energy Research Institute, 1988

編集兼発行 日本原子力研究所
印 刷 日立高速印刷株式会社

静止空気中に噴出する炭酸ガスの層流円形噴流の数値解析

日本原子力研究所東海研究所高温工学部

文沢 元雄・菱田 誠・功刀 資彰

(1988年9月27日)

2成分気体の円形噴流は多成分気体流れの中で最も基本的な流れの1つである。本研究の目的は静止気体(空気中)に異種気体(炭酸ガス)が層流状態で鉛直下向きに噴出する場合の2成分気体噴流の流れ場と濃度場を数値解析によって調べることである。

流れ場と濃度場の解析は修正されたTEAM(Turbulent Elliptic Algorithm Manchester)コードを使用したが、このコードはスタッガード格子系を用い楕円型方程式を取り扱っている。

フルード数Frが0.007～0.7の範囲について解析した結果、以下のことが分かった。

- (1) 噴流は重力のために加速されるので、下流に向かって軸方向速度は増加する。
- (2) 濃度場を求めるに当たっては、半径方向速度を正確に求める必要がある。
- (3) Frが小さい場合には、通常の浮力噴流の場合と同様、速度分布及び濃度分布の半値幅は流れ方向に増加する。しかし、Frが比較的大きい場合には速度分布の半値幅は流れ方向にはほぼ一定であり、濃度分布の半値幅は減少する。

Numerical Study on Laminar Circular Jet of Carbonic Acid Gas
Discharging into Stagnant Air

Motoo FUMIZAWA, Makoto HISHIDA and Tomoaki KUNUGI

Department of High Temperature Engineering
Tokai Research Establishment
Japan Atomic Energy Research Institute

(Received September 27, 1988)

The flow behavior of the circular jet of two component gases is the most fundamental study in that of multi-component gases. The objective of present study is to investigate numerically the fluid flow and diffusion behavior of laminar circular jet of carbonic acid gas (CO_2) discharging into stagnant air along gravity force.

The flow and CO_2 mass fraction distribution analysis was carried out by modified TEAM (Turbulent Elliptic Algorithm Manchester) code which solved elliptic equations using staggered grid system.

As the result, the followings were obtained in the range of Froude number $\text{Fr}=0.007-0.7$:

- (1) Axial velocity increased along down stream because the jet accelerated by gravity force.
- (2) It was necessary to obtain accurate radial velocity to evaluate CO_2 mass fraction distribution.
- (3) In the case of low Froude number, half radii of axial velocity and CO_2 mass fraction distribution increased along the flow direction as well as the conventional buoyant jet. In the case of relatively high Froude number, however, half radius of axial velocity distribution was constant and half radius of CO_2 mass fraction decreased along the flow direction.

Keywords: Numerical Study, Laminar Circular Jet, Carbonic Acid Gas, Multi-component Gases, TEAM, Elliptic Equations, Froude Number, Half Radius, Axial Velocity, Mass Fraction

目 次

1. 序 論	1
2. 解析方法	1
2.1 基礎式	2
2.2 解析モデルと解析条件	6
2.3 解析コード	7
3. 解析結果	7
3.1 軸方向流束の分布	7
3.2 濃度分布	8
3.3 半径方向流速と圧力の半径方向分布	8
4. 考 察	8
4.1 軸方向流速の分布	8
4.2 流速分布と濃度分布の半値幅	9
4.3 圧力項の取り扱い	9
4.4 対流項と拡散項の比較	9
5. 結 論	10
参考文献	10
付 錄 静止空気中に空気が噴出する場合の解析結果	23

Contents

1. Introduction	1
2. Analytical method	1
2.1 Basic equations	2
2.2 Analytical model and Analytical condition	6
2.3 Analytical code	7
3. Analytical results	7
3.1 Axial velocity distribution	7
3.2 Mass fraction distribution of carbonic acid gas	8
3.3 Radial distribution of radial velocity and pressure	8
4. Discussion	8
4.1 Axial velocity distribution	8
4.2 Half radius of axial velocity and mass fraction distribution	9
4.3 Treatment of pressure term	9
4.4 Comparison between convection and diffusion terms	9
5. Conclusions	10
References	10
Appendix Analytical results of air jet discharging into stagnant air ...	23

記 号 表

b	: 鉛直方向（軸方向）流速の半値幅
b_ω	: 濃度の半直幅
D_o	: 噴出孔直径 ($= 2 R_{jet}$)
D_{AB}	: 成分A(炭酸ガス)と成分B(空気)間の拡散係数
Fr	: フルード数 ($u_m^2 / g D_o$)
g	: 重力加速度
p	: 混合気体の圧力
Pe	: ペクレ数 ($= u_m D_o / D_{AB}$), $Pe_v = v D_o / D_{AB}$
r	: 水平方向(半径方向)距離, $\bar{r} = r / D_o$
u	: 軸方向流速, $\bar{u} = u / u_m$, $\bar{u}_1 = u_1 / 2 u_m$, $\bar{u}_2 = u / 2 u_m$
u_m	: 噴出孔での平均流速
v	: 半径方向流速, $\bar{v} = v / u_m$
x	: 軸方向距離, $\bar{x} = x / D_o$
μ	: 混合気体の粘度
ρ	: 混合気体の密度
ϕ	: 式(1)の計算物理量, $\Delta \phi$ は ϕ の残差
ω_A	: 成分A(炭酸ガス)の質量分率, $\bar{\omega}_{A1} = \omega_A / \omega_{A1}$
添字	0 : 噴流出口
	1 : 噴流中心軸方向
	2 : 半径方向
	∞ : 周囲流体
m	: 噴流出口の平均値

1. 序 論

高温ガス炉等において万一、一次冷却系二重配管またはスタンドパイプ等が破断するような事故が生じた場合には、炉内のヘリウムガスが格納容器内に噴出し炉内と格納容器の圧力が均圧した後、破断孔から空気が炉内に侵入し、黒鉛構造物が酸化されると考えられる。この時炉内には空気、ヘリウム、一酸化炭素、炭酸ガス等が混在する。したがって、配管破断事故時に炉内に侵入する空気量、黒鉛構造物の酸化量等を知るためにには炉内に発生する多成分気体の流動特性を知る必要がある。しかしながら、多成分気体の流れに関する研究はこれまであまり行われていない。本報では多成分気体流れの中で最も基本的な流れの1つである円形噴流を取り上げ、静止気体（空気）中に異種気体（炭酸ガス）が層流状態で鉛直下向きに噴出する場合の2成分気体噴流の流れ場と濃度場を数値解析によって調べた。1成分気体噴流の流動特性については、Schlichting⁽¹⁾を始めとする多くの研究が行われているが、2成分気体噴流の流動特性については理論的研究、実験的研究共に少なく、拡散を伴う場合の流動特性の理解は十分ではない。

周囲流体と密度の異なる2成分気体噴流の速度場及び濃度場は噴出孔から離れるにつれて重力（又は浮力）等の影響を受けて、初期分布から徐々に異なった分布に変化する。周囲流体より密度の高い流体を鉛直下向きに噴出する流れでは、噴流は流れ方向（以下、 x 方向）に重力のために加速される。また水平方向（以下、 r 方向）には拡散と周囲流体の巻き込みによって広がる。通常、1成分気体噴流解析は境界層近似を施した放物型の境界層方程式に基づいて行われる。しかし、本報の場合のように r 方向（半径方向）の濃度分布を求める必要のある2成分気体噴流においては、拡散成分の質量保存式（以下、拡散方程式）において r 方向の対流項を正確に取り扱う必要がある。換言すれば、 r 方向の速度成分を正確に与える必要がある。

したがって本報では、従来の研究でよく行われているような境界層近似を行った放物型の境界層方程式ではなく、橢円型のNavier-Stokes方程式を用いた数値解析を行った。

2. 解 析 方 法

本報で取り扱う2成分気体の噴流において、その濃度場を正確に求めるには半径方向の分子拡散のみでなく半径方向の速度成分 v を正確に求める必要がある。本報では、従来の研究でよく行われているような境界層近似を行った放物型の境界層方程式ではなく、橢円型のNavier-Stokes方程式を用いた数値解析を行った。

1. 序 論

高温ガス炉等において万一、一次冷却系二重配管またはスタンドパイプ等が破断するような事故が生じた場合には、炉内のヘリウムガスが格納容器内に噴出し炉内と格納容器の圧力が均圧した後、破断孔から空気が炉内に侵入し、黒鉛構造物が酸化されると考えられる。この時炉内には空気、ヘリウム、一酸化炭素、炭酸ガス等が混在する。したがって、配管破断事故時に炉内に侵入する空気量、黒鉛構造物の酸化量等を知るためにには炉内に発生する多成分気体の流動特性を知る必要がある。しかしながら、多成分気体の流れに関する研究はこれまであまり行われていない。本報では多成分気体流れの中で最も基本的な流れの1つである円形噴流を取り上げ、静止気体（空気）中に異種気体（炭酸ガス）が層流状態で鉛直下向きに噴出する場合の2成分気体噴流の流れ場と濃度場を数値解析によって調べた。1成分気体噴流の流動特性については、Schlichting⁽¹⁾を始めとする多くの研究が行われているが、2成分気体噴流の流動特性については理論的研究、実験的研究共に少なく、拡散を伴う場合の流動特性の理解は十分ではない。

周囲流体と密度の異なる2成分気体噴流の速度場及び濃度場は噴出孔から離れるにつれて重力（又は浮力）等の影響を受けて、初期分布から徐々に異なった分布に変化する。周囲流体より密度の高い流体を鉛直下向きに噴出する流れでは、噴流は流れ方向（以下、 x 方向）に重力のために加速される。また水平方向（以下、 r 方向）には拡散と周囲流体の巻き込みによって広がる。通常、1成分気体噴流解析は境界層近似を施した放物型の境界層方程式に基づいて行われる。しかし、本報の場合のように r 方向（半径方向）の濃度分布を求める必要のある2成分気体噴流においては、拡散成分の質量保存式（以下、拡散方程式）において r 方向の対流項を正確に取り扱う必要がある。換言すれば、 r 方向の速度成分を正確に与える必要がある。

したがって本報では、従来の研究でよく行われているような境界層近似を行った放物型の境界層方程式ではなく、橢円型のNavier-Stokes方程式を用いた数値解析を行った。

2. 解 析 方 法

本報で取り扱う2成分気体の噴流において、その濃度場を正確に求めるには半径方向の分子拡散のみでなく半径方向の速度成分 v を正確に求める必要がある。本報では、従来の研究でよく行われているような境界層近似を行った放物型の境界層方程式ではなく、橢円型のNavier-Stokes方程式を用いた数値解析を行った。

2.1 基 础 式

(1) 保存形表示の基礎式

2成分気体噴流では気体の濃度が空間的に分布するので、2成分の混合気体の密度及び粘度も空間的に分布する。このような場合の2次元定常流（層流）の基礎式を円柱座標系について保存形表示で書き表すと次式となる。

$$\frac{\partial}{\partial x} (\rho r u \phi) + \frac{\partial}{\partial r} (\rho r v \phi) = \frac{\partial}{\partial x} (r \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial r} (r \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial r}) + r S_\phi \quad (1)$$

ここで、 ϕ はu（x方向流速）、v（r方向流速）、 ω_A （炭酸ガスの質量分率）など、 Γ_ϕ は μ （粘度）、 ρD_{AB} （ D_{AB} は拡散係数）など、 S_ϕ はソース項であり、以下の式で与えられる。

連続の式では、

$$\phi = 1, \quad \Gamma_\phi = S_\phi = 0 \quad (2)$$

x方向運動量の式では、

$$\begin{aligned} \phi &= u, \quad \Gamma_\phi = \mu, \\ S_\phi &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ &\quad - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \mu \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\mu}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv) \right\} + (\rho - \rho_\infty) g \end{aligned} \quad (3)$$

r方向運動量の式では、

$$\begin{aligned} \phi &= v, \quad \Gamma_\phi = \mu, \\ S_\phi &= -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu \frac{\partial v}{\partial r} \right) - \frac{2 \mu v}{r^2} \\ &\quad - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \mu \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\mu}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv) \right\} \end{aligned} \quad (4)$$

成分A（炭酸ガス）の拡散方程式では、

$$\phi = \omega_A, \quad \Gamma_\phi = \rho D_{AB}, \quad S_\phi = 0 \quad (5)$$

また2成分の混合気体の密度は2成分の混合気体が完全ガスの状態方程式に従うとして次式から求めた。

$$\rho = \frac{\rho_0 \rho_\infty}{\rho_0 - (\rho_0 - \rho_\infty) \omega_A} \quad (6)$$

混合気体の粘度は Wilke の評価式⁽¹⁾ を用いた。すなわち、混合気体の粘度 μ は成分気体の粘度 μ_0 , μ_∞ から次式(7)によって求められる⁽²⁾。

$$\mu = \frac{\mu_0}{1 + \frac{x_B \phi_{AB}}{x_A}} + \frac{\mu_\infty}{1 + \frac{x_A \phi_{BA}}{x_B}} \quad (7)$$

$$\text{ここで, } \phi_{AB} = \frac{\left(1 + \left(\frac{\mu_0}{\mu_\infty} \right)^{1/2} \left(\frac{M_B}{M_A} \right)^{1/4} \right)^2}{\frac{4}{\sqrt{2}} \left(1 + \frac{M_A}{M_B} \right)^{1/2}} \quad (8)$$

$$\phi_{BA} = \frac{\left(1 + \left(\frac{\mu_\infty}{\mu_0} \right)^{1/2} \left(\frac{M_A}{M_B} \right)^{1/4} \right)^2}{\frac{4}{\sqrt{2}} \left(1 + \frac{M_B}{M_A} \right)^{1/2}} \quad (9)$$

$$x_A = \frac{\rho_\infty \omega_A}{\rho_0 - (\rho_0 - \rho_\infty) \omega_A} \quad (10)$$

$$x_B = 1 - x_A \quad (11)$$

(2) 基礎式の無次元化

各々の保存式は以下のように表すこともできる。

① 連続の式

$$\frac{\partial}{\partial x} (\rho r u) + \frac{\partial}{\partial r} (\rho r v) = 0 \quad (12)$$

② 運動量の式

(x 方向)

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} (\rho r u^2) + \frac{\partial}{\partial r} (\rho r u v) \\ &= \frac{\partial}{\partial x} (r \mu \frac{\partial u}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial r} (r \mu \frac{\partial u}{\partial r}) \\ &+ r \left[-\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} (\mu \frac{\partial u}{\partial x}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \mu \frac{\partial v}{\partial x}) \right. \\ &\left. - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \mu \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\mu}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v) \right\} + (\rho - \rho_\infty) g \right] \end{aligned} \quad (13)$$

(r 方向)

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial x} (\rho r u v) + \frac{\partial}{\partial r} (\rho r v^2) \\
&= \frac{\partial}{\partial x} (r \mu \frac{\partial v}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial r} (r \mu \frac{\partial v}{\partial r}) \\
&+ r \left[-\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial x} (\mu \frac{\partial u}{\partial r}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \mu \frac{\partial v}{\partial r}) - \frac{2 \mu v}{r^2} \right. \\
&\quad \left. - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial r} \{ \mu \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\mu}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v) \} \right] \tag{14}
\end{aligned}$$

③ 成分 A (炭酸ガス) の拡散方程式

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial x} (\rho r u \omega_A) + \frac{\partial}{\partial r} (\rho r v \omega_A) \\
&= \frac{\partial}{\partial r} (r \rho D_{AB} \frac{\partial \omega_A}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial r} (r \rho D_{AB} \frac{\partial \omega_A}{\partial r}) \tag{15}
\end{aligned}$$

基礎式の無次元化に当たり以下の無次元数を用いる。

$$\bar{x} = \frac{x}{D_0}, \quad \bar{r} = \frac{r}{D_0}, \quad \bar{u} = \frac{u}{u_m}, \quad \bar{v} = \frac{v}{u_m}, \quad \bar{\rho} = \frac{\rho}{\rho_0}, \quad \bar{\mu} = \frac{\mu}{\mu_0}, \quad \bar{p} = \frac{p - p_\infty}{\rho_0 u_m^2}$$

これらの無次元数を用いると、式(2)～(15)は以下のように無次元化される。

④ 連続の式

$$\frac{\partial}{\partial \bar{x}} (\bar{\rho} \bar{r} \bar{u}) + \frac{\partial}{\partial \bar{r}} (\bar{\rho} \bar{r} \bar{v}) = 0 \tag{16}$$

⑤ 運動量の式

(x 方向)

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial \bar{x}} (\bar{\rho} \bar{r} \bar{u}^2) + \frac{\partial}{\partial \bar{r}} (\bar{\rho} \bar{r} \bar{u} \bar{v}) \\
&= \frac{1}{Re} \left\{ \frac{\partial}{\partial \bar{x}} (\bar{r} \bar{\mu} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}}) + \frac{\partial}{\partial \bar{r}} (\bar{r} \bar{\mu} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{r}}) \right\} - \bar{r} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} \\
&+ \frac{\bar{r}}{Re} \left[\frac{\partial}{\partial \bar{x}} (\bar{\mu} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}}) + \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} (\bar{r} \bar{\mu} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{x}}) - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \{ \bar{\mu} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \frac{\bar{\mu}}{\bar{r}} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} (\bar{r} \bar{v}) \} \right] \\
&+ \bar{r} \cdot \frac{Gr}{Re^2} x_A \tag{17}
\end{aligned}$$

(r 方向)

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial \bar{x}} (\bar{\rho} \bar{r} \bar{u} \bar{v}) + \frac{\partial}{\partial \bar{r}} (\bar{\rho} \bar{r} \bar{v}^2) \\
&= \frac{1}{Re} \left\{ \frac{\partial}{\partial \bar{x}} (\bar{r} \bar{\mu} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}}) + \frac{\partial}{\partial \bar{r}} (\bar{r} \bar{\mu} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{r}}) \right\} - \bar{r} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{r}} \\
&+ \frac{\bar{r}}{Re} \left(\frac{\partial}{\partial \bar{x}} (\bar{\mu} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{r}}) + \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} (\bar{r} \bar{\mu} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{r}}) - \frac{2 \bar{\mu} \bar{v}}{\bar{r}^2} \right. \\
&\left. - \frac{2}{3} \cdot \frac{\partial}{\partial \bar{r}} (\bar{\mu} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \bar{\mu} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} (\bar{r} \bar{v})) \right) \quad (18)
\end{aligned}$$

⑥ 成分A（炭酸ガス）の拡散方程式

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial \bar{x}} (\bar{\rho} \bar{r} \bar{u} \omega_A) + \frac{\partial}{\partial \bar{r}} (\bar{\rho} \bar{r} \bar{v} \omega_A) \\
&= \frac{1}{Pe} \left\{ \frac{\partial}{\partial \bar{x}} (\bar{r} \bar{\rho} \frac{\partial \omega_A}{\partial \bar{x}}) + \frac{\partial}{\partial \bar{r}} (\bar{r} \bar{\rho} \frac{\partial \omega_A}{\partial \bar{r}}) \right\} \quad (19)
\end{aligned}$$

ここで、無次元パラメータ（Re, Gr, Pe）は次のとおりである。

$$\begin{aligned}
Re &= \frac{\rho_0 U_m D_0}{\mu_0}, \\
Gr &= \frac{\rho_0 (\rho_0 - \rho_\infty) D_0^3 g}{\mu_0^2}, \\
Pe &= \frac{U_m D_0}{D_{AB}}
\end{aligned}$$

さらに、x方向の運動量の式(17)はフルード数Fr（= $U_m^2/g D_0$ ）を用いて以下の式に変形できる。

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial \bar{x}} (\bar{\rho} \bar{r} \bar{u}^2) + \frac{\partial}{\partial \bar{r}} (\bar{\rho} \bar{r} \bar{u} \bar{v}) \\
&= \frac{1}{Re} \left\{ \frac{\partial}{\partial \bar{x}} (\bar{r} \bar{\mu} \frac{\partial u}{\partial \bar{x}}) + \frac{\partial}{\partial \bar{r}} (\bar{r} \bar{\mu} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{r}}) \right\} - \bar{r} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} \\
&+ \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial}{\partial \bar{x}} (\bar{\mu} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}}) + \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} (\bar{r} \bar{\mu} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{x}}) \right. \\
&\left. - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial \bar{x}} (\bar{\mu} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \bar{\mu} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} (\bar{r} \bar{v})) \right) \\
&+ \bar{r} \frac{1}{Fr} (\bar{\rho} - \bar{\rho}_\infty) \quad (20)
\end{aligned}$$

2.2 解析モデルと解析条件

静止空气中に噴出する炭酸ガスの噴流を Fig. 1 のようにモデル化した。座標系は $x - r$ の 2 次元軸対称円柱座標系である。中心の円管から鉛直下向き（重力加速度 g と同じ向き）に成分 A の気体（0 °C, 1 気圧の炭酸ガス）が 0 °C 1 気圧の静止空气中に噴出する。解析対象領域の大きさは、Table 1 に示すように、 X_1 が 0.5 m, R_1 が 0.0975 m, X_{jet} が 0.123 m, R_{jet} が 0.01 m である。 x 及び r 方向に 79 x 39 等分割して計算した。計算に使用した物性値を Table 1 に示す。

境界条件は以下のとおりである (Fig. 1 参照)。

(1) $x = 0, 0 \leq r \leq R_{jet}$ (噴出孔) で

$$u = 2 u_m (1 - r^2 / R_{jet}^2)$$

(発達した円管内層流の速度分布)

$$v = 0, \omega_A = 1$$

(2) $x = -X_{jet}, R_{jet} \leq r \leq R_1$ で

$$\partial u / \partial x = 0, v = 0, \omega_A = 0$$

(3) $x = X_1 - X_{jet}$ で

$$\partial u / \partial x = 0, v = 0, \partial \omega_A / \partial x = 0$$

(4) $r = 0, 0 \leq x \leq X_1 - X_{jet}$ で

$$\partial u / \partial r = 0, v = 0, \partial \omega_A / \partial r = 0, \partial p / \partial r = 0$$

(5) $r = R_{jet}, -X_{jet} < x < 0$ で

$$u = 0, v = 0, \partial \omega_A / \partial r = 0$$

(6) $r = R_1$ で

$$u = 0, v = 0, \omega_A = 0$$

また無次元化した境界条件は以下のとおりである。

(7) $\bar{x} = 0, 0 \leq \bar{r} \leq 0.5$ で

$$\bar{u} = 2 (1 - \bar{r}^2 / 4), \bar{v} = 0, \omega_A = 1$$

(8) $\bar{x} = -X_{jet} / D_o, 0.5 \leq \bar{r} \leq R_1 / D_o$ で

$$\partial \bar{u} / \partial \bar{x} = 0, \bar{v} = 0, \omega_A = 0$$

(9) $\bar{x} = (X_1 - X_{jet}) / D_o$ で

$$\partial \bar{u} / \partial \bar{x} = 0, \bar{v} = 0, \partial \omega_A / \partial \bar{x} = 0$$

(10) $\bar{r} = 0, 0 \leq \bar{x} \leq (X_1 - X_{jet}) / D_o$ で

$$\partial \bar{u} / \partial \bar{r} = 0, \bar{v} = 0, \partial \omega_A / \partial \bar{r} = 0, \partial \bar{p} / \partial \bar{r} = 0$$

(11) $\bar{r} = 0.5, -X_{jet} / D_o < \bar{x} < 0$ で

$$\bar{u} = 0, \bar{v} = 0, \partial \omega_A / \partial \bar{r} = 0$$

(12) $\bar{r} = R_1 / D_o$ で

$$\bar{u} = 0, \bar{v} = 0, \omega_A = 0$$

2.3 解析コード

本解析は Huang ら⁽⁸⁾により開発された橿円型方程式の計算コードTEAM (Turbulent Elliptic Algorithm Manchester) に成分A(炭酸ガス)の拡散方程式を追加し、2成分気体の流れに拡散挙動を取り扱えるように改良して行った。TEAMはスタッガード格子系を用いたコントロール・ボリューム差分法を採用しており、対流項の差分スキームを2種類選択できる。1つは QUICK⁽⁴⁾で2次の上流差分スキームであり、もう1つはPLDSでセル・ペクレ数のベキ乗で表され Patankar⁽⁵⁾により提案された差分スキームである。本解析では、解の安定性に優れているPLDSを用いた。収束判定は式(1)の計算物理量 ϕ_{ij} (ij はコントロール・ボリューム番号) とその残差 $\Delta\phi_{ij}$ を用い、以下の条件式によった。

$$\sum_{i=1}^m \left(\sum_{j=1}^n \frac{\Delta\phi_{ij}}{\phi_{ij}} \right) < \epsilon \quad (= 10^{-3}) \quad (21)$$

計算時間は FACOM-VP 100 で、1件当たり約30分～60分であった。
なお、計算コードTEAMによる1成分気体の衝突噴流の熱流動特性の数値解析は功刀ら^{(6),(7)}により行われており、実験データと良い一致を見ている。

3. 解析結果

Figs. 2～10に得られた流速ベクトル図、圧力分布図及び濃度分布図を示す。Frが0.667の場合の流速ベクトル図、圧力分布図及び濃度分布図をそれぞれFig. 2、Fig. 3及びFig. 4に示し、Frが0.167の場合の結果をFig. 5、Fig. 6及びFig. 7に示す。また、Frが0.007の場合の結果をFig. 8、Fig. 9及びFig. 10に示す。

3.1 軸方向流速の分布

円管より噴出する炭酸ガス噴流の中心流速 u_1 の x 方向変化を Fig. 11 に示す。炭酸ガスは空気より重いので重力により加速され、 \bar{u}_1 は下流に向かって増加している。中心流速 \bar{u}_1 を \bar{x}/Fr との関係で整理すると、 $\bar{x}/Fr > 6$ では $(\bar{x}/Fr)^{1/3}$ にほぼ比例して増加していることが分かる。

Frが0.667 (Reが1000に相当) 及び0.007 (Reが100に相当) の場合の軸方向流速 u の r 方向変化をそれぞれFig. 12及びFig. 13に示す。流速 u は、噴流の中心軸で最大であり r 方向に減少する。Frが0.667の場合には軸方向距離 \bar{x} が増加しても、 \bar{r} が約0.4以下の位置における流速 \bar{u}_2 は放物形分布からほとんど変化せず、流速分布の半値幅もほとんど変化しない。 \bar{r} が約0.4以上では放物形速度分布(噴出孔での軸方向流速 u の r 方向分布)からずれて \bar{r} の増加につれて滑らかに零に漸近する。このため、軸方向距離 \bar{x} が増加しても流速分布の半値幅はほとんど変化しない。しかし、Frが0.007の場合には流速 \bar{u}_2 の r 方向分布は放物形速度分布から大きく変化している。すなわち、 \bar{r} が約0.1以上になると \bar{u}_2 が放物形速度分布から急勾

2.3 解析コード

本解析は Huang ら⁽⁸⁾により開発された橿円型方程式の計算コードTEAM (Turbulent Elliptic Algorithm Manchester) に成分A(炭酸ガス)の拡散方程式を追加し、2成分気体の流れに拡散挙動を取り扱えるように改良して行った。TEAMはスタッガード格子系を用いたコントロール・ボリューム差分法を採用しており、対流項の差分スキームを2種類選択できる。1つは QUICK⁽⁴⁾で2次の上流差分スキームであり、もう1つはPLDSでセル・ペクレ数のベキ乗で表され Patankar⁽⁵⁾により提案された差分スキームである。本解析では、解の安定性に優れているPLDSを用いた。収束判定は式(1)の計算物理量 ϕ_{ij} (ij はコントロール・ボリューム番号) とその残差 $\Delta\phi_{ij}$ を用い、以下の条件式によった。

$$\sum_{i=1}^m \left(\sum_{j=1}^n \frac{\Delta\phi_{ij}}{\phi_{ij}} \right) < \varepsilon \quad (= 10^{-3}) \quad (21)$$

計算時間は FACOM-VP 100 で、1件当たり約30分～60分であった。

なお、計算コードTEAMによる1成分気体の衝突噴流の熱流動特性の数値解析は功刀ら^{(6), (7)}により行われており、実験データと良い一致を見ている。

3. 解析結果

Figs. 2～10に得られた流速ベクトル図、圧力分布図及び濃度分布図を示す。Frが0.667の場合の流速ベクトル図、圧力分布図及び濃度分布図をそれぞれFig. 2、Fig. 3及びFig. 4に示し、Frが0.167の場合の結果をFig. 5、Fig. 6及びFig. 7に示す。また、Frが0.007の場合の結果をFig. 8、Fig. 9及びFig. 10に示す。

3.1 軸方向流速の分布

円管より噴出する炭酸ガス噴流の中心流速 u_1 の x 方向変化を Fig. 11 に示す。炭酸ガスは空気より重いので重力により加速され、 \bar{u}_1 は下流に向かって増加している。中心流速 \bar{u}_1 を \bar{x}/Fr との関係で整理すると、 $\bar{x}/Fr > 6$ では $(\bar{x}/Fr)^{1/3}$ にほぼ比例して増加していることが分かる。

Frが0.667 (Reが1000に相当) 及び0.007 (Reが100に相当) の場合の軸方向流速 u の r 方向変化をそれぞれFig. 12及びFig. 13に示す。流速 u は、噴流の中心軸で最大であり r 方向に減少する。Frが0.667の場合には軸方向距離 \bar{x} が増加しても、 \bar{r} が約0.4以下の位置における流速 \bar{u}_2 は放物形分布からほとんど変化せず、流速分布の半値幅もほとんど変化しない。 \bar{r} が約0.4以上では放物形速度分布(噴出孔での軸方向流速 u の r 方向分布)からずれて \bar{r} の増加につれて滑らかに零に漸近する。このため、軸方向距離 \bar{x} が増加しても流速分布の半値幅はほとんど変化しない。しかし、Frが0.007の場合には流速 \bar{u}_2 の r 方向分布は放物形速度分布から大きく変化している。すなわち、 \bar{r} が約0.1以上になると \bar{u}_2 が放物形速度分布から急勾

配で減少するが、 \bar{r} が約 0.4 以上では \bar{u}_2 は滑らかに零に漸近する。 r 方向に同じ位置の流速 \bar{u}_2 は軸方向距離 \bar{x} が増加すると共に増加し、流速分布の半値幅も増加する。

3.2 濃度分布

噴流の中心軸上における炭酸ガスの質量分率 ω_{A1} の x 方向変化を Fig. 14 に示す。下流に進むにしたがって中心軸近傍の流速は大きくなり、それに伴って周囲流体が巻き込まれる (v が負となる) ため炭酸ガスは希釈される。したがって ω_{A1} は x 方向に減少する。

Fr が 0.667 の場合の半径方向濃度分布を Fig. 15 に示す。半径方向濃度分布は \bar{x} の増加と共に減少し、その半値幅 (b_w) も減少する。一方、Fig. 16 に示すように Fr が 0.007 の場合の半径方向濃度分布は \bar{x} の増加と共に広がり、その半値幅 (b_w) も増大する。

3.3 半径方向流速と圧力の半径方向分布

Fr が 0.667 の場合の v の半径方向分布を Fig. 17 に示す。 \bar{v} は負の値であり、周囲の流体は中心軸方向へ巻き込まれている。この傾向は、 \bar{x} が小さい場所ほど顕著に現われている。

圧力（大気圧の値を差し引いた圧力）の半径方向分布を Fig. 18 に示す。圧力は中心軸で最大（正の値）となるが、この傾向は、 \bar{x} が 5 ~ 15 の範囲で、 \bar{x} が小さいほど顕著になっている。圧力は \bar{r} の増加と共に減少し $\bar{r} = 0.3 \sim 0.5$ 以上で負の値になる。 \bar{r} が約 0.5 ~ 0.6 の位置では \bar{p} は最小値となり、さらに \bar{r} の増加につれて滑らかに零に漸近する。

4. 考察

4.1 軸方向流速の分布

中心流速 \bar{u}_1 を \bar{x}/Fr との関係で整理すると、Fig. 11 に示したように、 $\bar{x}/Fr > 6$ では $(\bar{x}/Fr)^{1/3}$ にほぼ比例して増加している。これは石垣の研究⁽⁸⁾による高温流体を噴出させる 1 成分気体の浮力噴流の場合と全く異なった傾向であり興味深い。石垣の研究によると、1 成分気体の浮力噴流の場合中心流速 \bar{u}_1 は $(\bar{x}/Fr)^{-1/3}$ にほぼ比例する関係で整理される。石垣の取り扱っている浮力噴流では噴流の温度や濃度の希釈が著しく、Boussinesq 近似が成立し流速分布及び温度分布が相似になる領域（発達領域）の浮力噴流を取り扱っているが、本解析では濃度の希釈はあまり著しくなく、中心流速が加速されて流速分布及び温度分布が相似形にならない領域（未発達領域）の 2 成分気体噴流を取り扱っている。このため、 \bar{u}_1 と \bar{x}/Fr との関係が両者で異なっているものと考えられる。したがって、発達領域の 2 成分気体噴流の研究を行うに際し、発達領域で石垣の提出した関係式が適用できるかどうか、今後検討する必要があろう。

配で減少するが、 \bar{r} が約 0.4 以上では \bar{u}_2 は滑らかに零に漸近する。 r 方向に同じ位置の流速 \bar{u}_2 は軸方向距離 \bar{x} が増加すると共に増加し、流速分布の半値幅も増加する。

3.2 濃度分布

噴流の中心軸上における炭酸ガスの質量分率 ω_{A1} の x 方向変化を Fig. 14 に示す。下流に進むにしたがって中心軸近傍の流速は大きくなり、それに伴って周囲流体が巻き込まれる (v が負となる) ため炭酸ガスは希釈される。したがって ω_{A1} は x 方向に減少する。

Fr が 0.667 の場合の半径方向濃度分布を Fig. 15 に示す。半径方向濃度分布は \bar{x} の増加と共に減少し、その半値幅 (b_w) も減少する。一方、Fig. 16 に示すように Fr が 0.007 の場合の半径方向濃度分布は \bar{x} の増加と共に広がり、その半値幅 (b_w) も増大する。

3.3 半径方向流速と圧力の半径方向分布

Fr が 0.667 の場合の v の半径方向分布を Fig. 17 に示す。 \bar{v} は負の値であり、周囲の流体は中心軸方向へ巻き込まれている。この傾向は、 \bar{x} が小さい場所ほど顕著に現われている。

圧力 (大気圧の値を差し引いた圧力) の半径方向分布を Fig. 18 に示す。圧力は中心軸で最大 (正の値) となるが、この傾向は、 \bar{x} が 5 ~ 15 の範囲で、 \bar{x} が小さいほど顕著になっている。圧力は \bar{r} の増加と共に減少し $\bar{r} = 0.3 \sim 0.5$ 以上で負の値になる。 \bar{r} が約 0.5 ~ 0.6 の位置では \bar{p} は最小値となり、さらに \bar{r} の増加につれて滑らかに零に漸近する。

4. 考察

4.1 軸方向流速の分布

中心流速 \bar{u}_1 を \bar{x}/Fr との関係で整理すると、Fig. 11 に示したように、 $\bar{x}/Fr > 6$ では $(\bar{x}/Fr)^{1/3}$ にはほぼ比例して増加している。これは石垣の研究⁽⁸⁾による高温流体を噴出させる 1 成分気体の浮力噴流の場合と全く異なった傾向であり興味深い。石垣の研究によると、1 成分気体の浮力噴流の場合中心流速 \bar{u}_1 は $(\bar{x}/Fr)^{-1/3}$ にはほぼ比例する関係で整理される。石垣の取り扱っている浮力噴流では噴流の温度や濃度の希釈が著しく、Boussinesq 近似が成立し流速分布及び温度分布が相似になる領域 (発達領域) の浮力噴流を取り扱っているが、本解析では濃度の希釈はあまり著しくなく、中心流速が加速されて流速分布及び温度分布が相似形にならない領域 (未発達領域) の 2 成分気体噴流を取り扱っている。このため、 \bar{u}_1 と \bar{x}/Fr との関係が両者で異なっているものと考えられる。したがって、発達領域の 2 成分気体噴流の研究を行うに際し、発達領域で石垣の提出した関係式が適用できるかどうか、今後検討する必要があろう。

4.2 流速分布と濃度分布の半値幅

Fig. 19に \bar{u} の流速分布の半値幅(b)と濃度分布の半値幅($b\omega$)が x 方向に変化する様子を示す。Frが0.007と小さい場合には通常の浮力噴流の場合と同様、半値幅は b 及び $b\omega$ 共に x 方向に増加する。しかし、Frが0.667の場合には b は x 方向にはほとんど変化せず、 $b\omega$ は減少する。濃度分布の半値幅が x 方向に減少する点は2成分気体噴流の特徴であると考えられ、この点については今後実験的に検討を行う予定である。

4.3 圧力項の取り扱い

従来、噴流問題では x 方向の運動量の式において圧力項は無視している。この理由としては、任意の同一水平面上では圧力がほぼ一様であり、圧力項が慣性項や粘性項に比べて無視できるほど小さいからである。この x 方向の運動量の式と連続の式を連立させて解くことにより流速 u 、 v を求めている。しかし、2成分気体噴流で半径方向の速度場、濃度場を求める場合、慣性項や粘性項は圧力項と同程度の大きさであり、 r 方向の運動量の式において圧力項と同様に慣性項や粘性項は無視することはできない可能性がある。

ここで、Frが0.667の場合を例にとって各項の比較を行い、圧力項の影響の程度を検討する。すなわち、 \bar{x} が10(噴流孔の直径の10倍の x 方向距離)で \bar{r} が0.5(中心軸から噴流孔の直径の0.5倍の r 方向距離)の位置での各項の比較検討を行う。ここで、単位は kg/ms^2 である。

(x 方向) 圧力項 = 2.76×10^{-7} , 慣性項 = 6.86×10^{-3} , 粘性項 = 1.08×10^{-3}
すなわち、圧力項は慣性項や粘性項に比べて無視できるので、 x 方向の運動量の式において圧力項は無視しても良いことが分かる。

(r 方向) 圧力項 = 8.72×10^{-5} , 慣性項 = 7.32×10^{-5} , 粘性項 = 2.76×10^{-6}
すなわち、慣性項や粘性項は圧力項と同程度の大きさであるので、 r 方向の運動量の式において慣性項や粘性項は無視することはできないことが分かる。したがって、本報では梢円型方程式に圧力補正法(SIMPLE法)を適用した解析コード⁽³⁾を用いた。

4.4 対流項と拡散項の比較

拡散方程式において、対流項と拡散項の比を表す無次元数としてペクレ数 $Pe (= u_m D_0 / D_{AB})$ と $Pe_v (= |v| D_0 / D_{AB})$ がある。Frが0.667の場合について Pe の大きさを求めると、 U_m が 0.36 m/s 、 D_0 が 0.02 m 、 D_{AB} が $1.37 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ なので、 Pe は525となる。

すなわち、 x 方向への成分A気体の移動量は対流により移動する量が支配的であり拡散により移動する量は無視できる。

また、 $\bar{x} = 10$ 、 $\bar{r} = 0.5$ の位置で Pe_v は7.3であり、半径方向の対流による成分A気体の移動量が拡散による移動量より大きいことを示している。

5. 結 論

静止気体（空気）より密度の高い気体（炭酸ガス）が層流状態で鉛直下向きに噴出する場合の2成分気体噴流の流れ場と濃度場をFrが0.007～0.7の範囲について数値解析によって求めた。その結果、以下のことが分かった。

- (1) 噴流は重力のために加速されるので、下流に向かって軸方向速度は増加する。
- (2) 濃度場を求めるに当たっては、半径方向速度を正確に求める必要がある。
- (3) Frが小さい場合には、通常の浮力噴流の場合と同様、速度分布及び濃度分布の半値幅は流れ方向に増加する。しかし、Frが比較的大きい場合には速度分布の半値幅は流れ方向にはほぼ一定であり、濃度分布の半値幅は減少する。

参 考 文 献

- (1) Schlichting, H. "Boundary Layer Theory", p 220 6 th. Ed. McGraw-Hill (1968)
- (2) Wilke, C. R., J. Chem. Phy. 18, 517 (1950)
- (3) Huang, P. G. et.al., TFD/83/9/R, UMIIST (1983)
- (4) Leonard, B. P., Comp. Meths. Appl. Mech. Eng., Vol. 9, 59 (1979)
- (5) Patankar, S. V., "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", McGraw-Hill (1980)
- (6) 功刀資彰ら, 第22回日本伝熱シンポジウム講演論文集B201 (1985)
- (7) Kunugi, T., and Kawamura, H., Proceedings of 2nd Int. Sympo. on Transport Phenomena in Turbulent Flows 509 (1987)
- (8) 石垣 博, 日本機械学会論文集(B編) 50巻458号, 2579 (1984)

5. 結 論

静止気体（空気）より密度の高い気体（炭酸ガス）が層流状態で鉛直下向きに噴出する場合の2成分気体噴流の流れ場と濃度場をFrが0.007～0.7の範囲について数値解析によって求めた。その結果、以下のことが分かった。

- (1) 噴流は重力のために加速されるので、下流に向かって軸方向速度は増加する。
- (2) 濃度場を求めるに当たっては、半径方向速度を正確に求める必要がある。
- (3) Frが小さい場合には、通常の浮力噴流の場合と同様、速度分布及び濃度分布の半値幅は流れ方向に増加する。しかし、Frが比較的大きい場合には速度分布の半値幅は流れ方向にはほぼ一定であり、濃度分布の半値幅は減少する。

参 考 文 献

- (1) Schlichting, H. "Boundary Layer Theory", p 220 6 th. Ed. McGraw-Hill (1968)
- (2) Wilke, C. R., J. Chem. Phy. 18, 517 (1950)
- (3) Huang, P. G. et.al., TFD/83/9/R, UMIST (1983)
- (4) Leonard, B. P., Comp. Meths. Appl. Mech. Eng., Vol. 9, 59 (1979)
- (5) Patankar, S. V., "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", McGraw-Hill (1980)
- (6) 功刀資彰ら, 第22回日本伝熱シンポジウム講演論文集B201 (1985)
- (7) Kunugi, T., and Kawamura, H., Proceedings of 2nd Int. Sympo. on Transport Phenomena in Turbulent Flows 509 (1987)
- (8) 石垣 博, 日本機械学会論文集(B編) 50巻458号, 2579 (1984)

Table 1 Geometry factors and property values

(I) Geometry factors

R_{jet} ($=1/2D_0$)	: 0.01 m
R_1 ($=1/2D_\infty$)	: 0.0975 m
X_{jet}	: 0.123 m
X_1	: 0.5 m

(II) Property values of 0 DEG-C and 1 atm.

Component A gas: CO₂

Density ρ	: 1.912 kg/m ³
Viscosity μ	: 1.383×10^{-5} Pa.s
Molecular weight M	: 44.01 kg/kmole

Component B gas: Air

Density ρ	: 1.251 kg/m ³
Viscosity μ	: 1.726×10^{-5} Pa.s
Molecular weight M	: 28.96 kg/kmole
Binary diffusivity D_{AB}	: 1.37×10^{-5} m ² /s

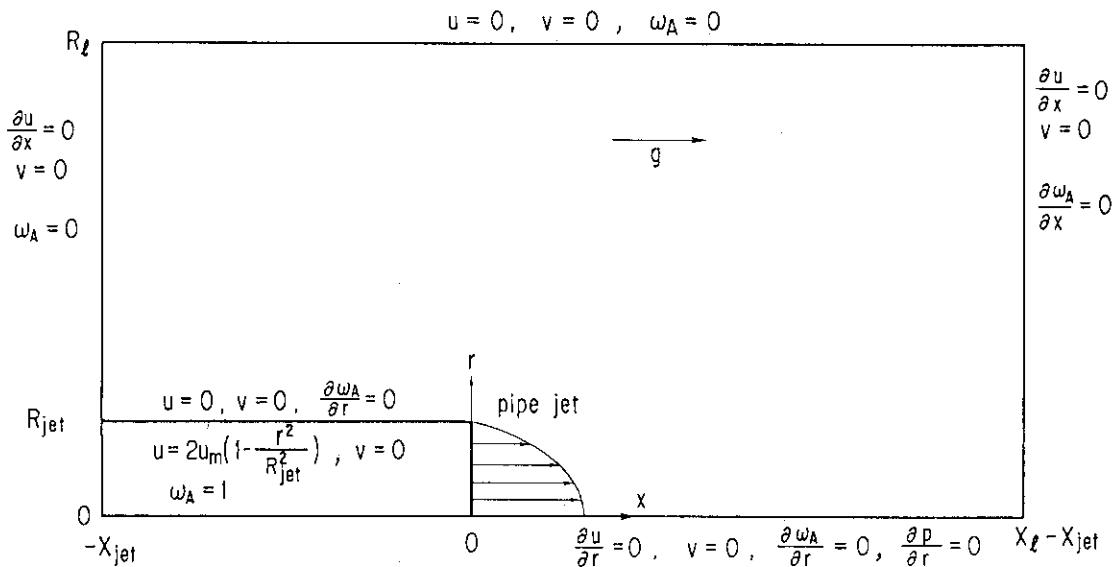


Fig.1 Analytical model and boundary condition

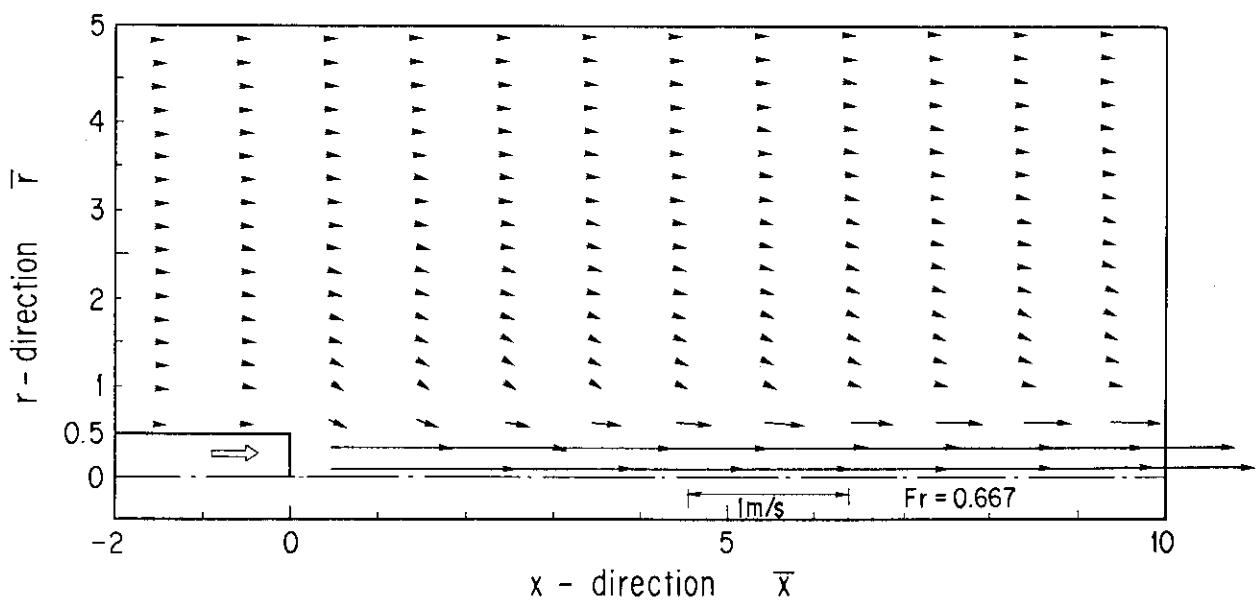


Fig.2 Velocity vector distribution

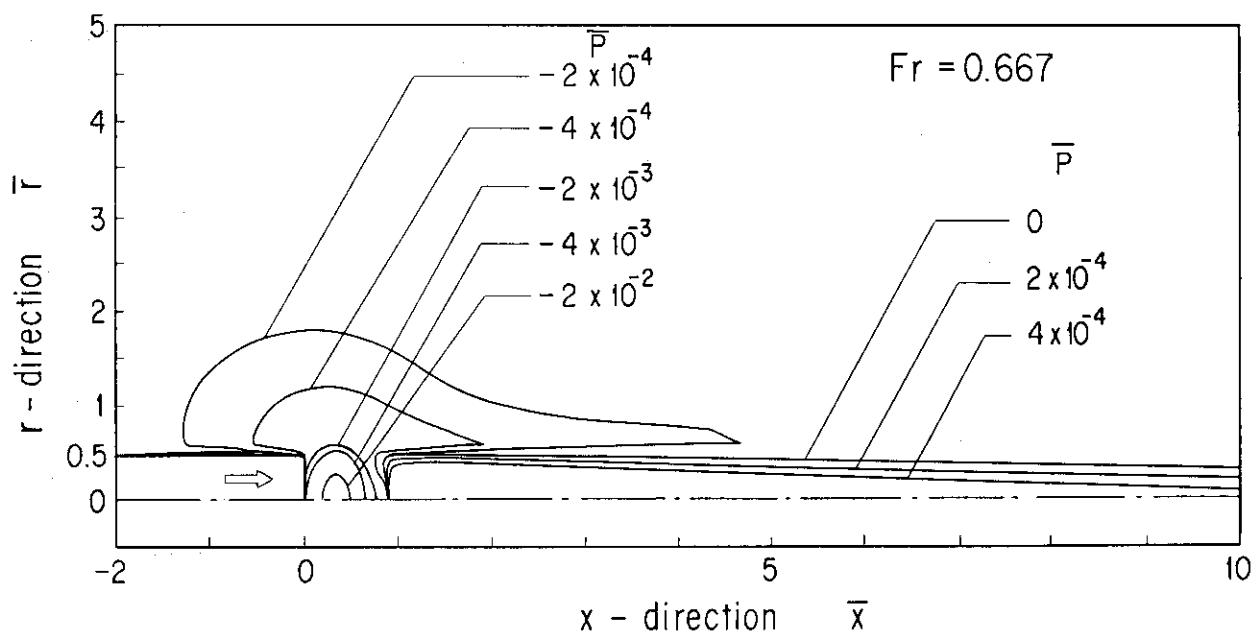
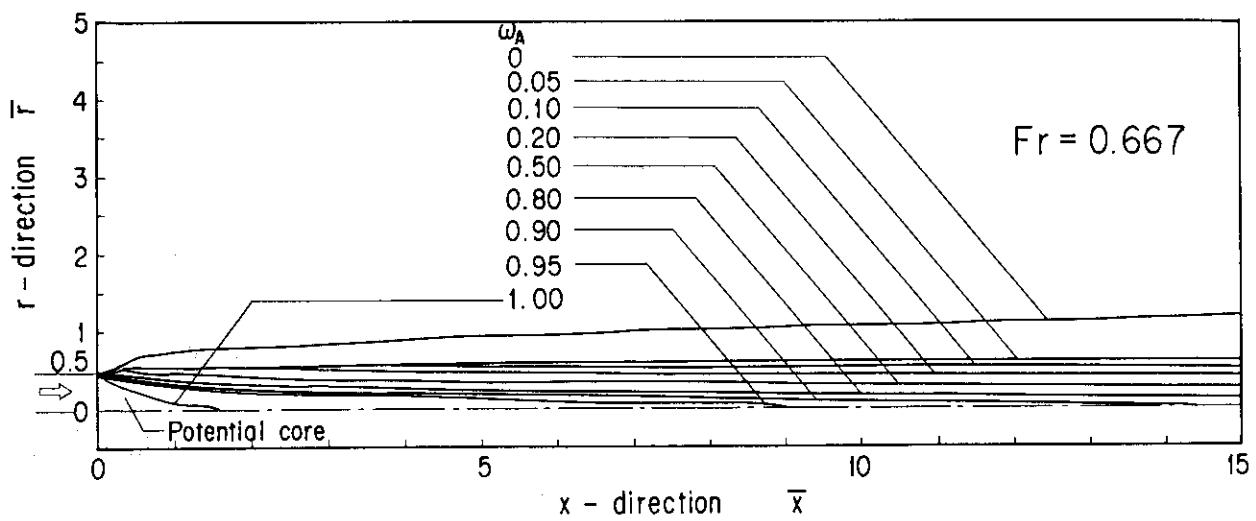


Fig.3 Contour lines of pressure

Fig.4 Contour lines of CO_2 mass fraction

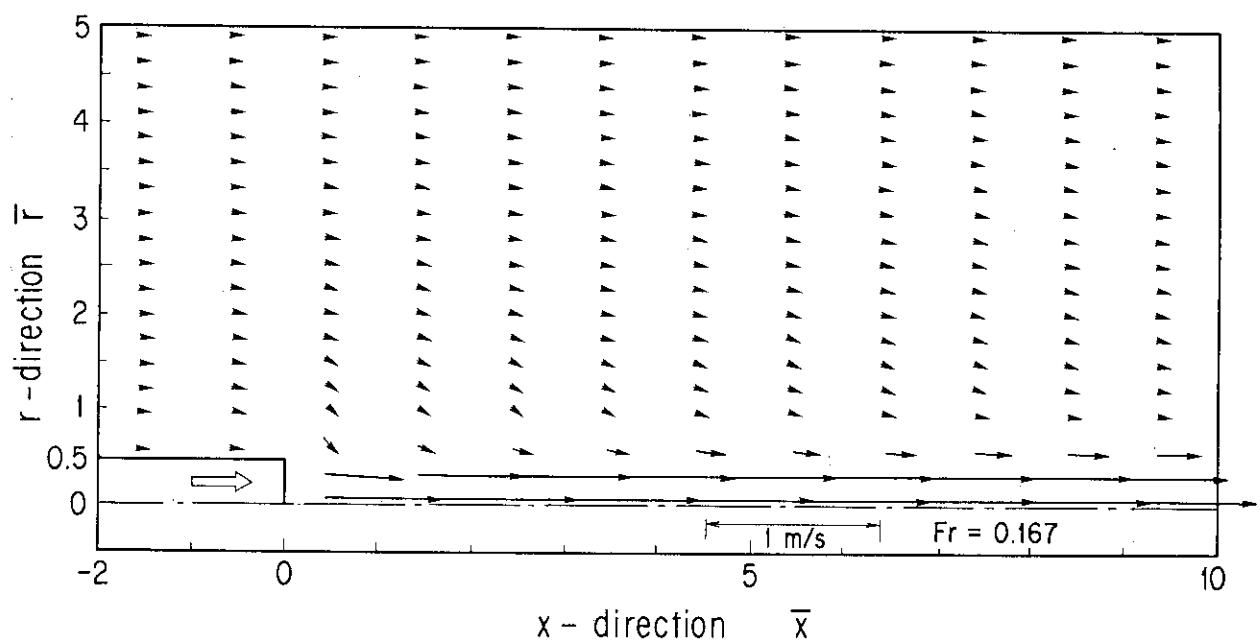


Fig. 5 Velocity vector distribution

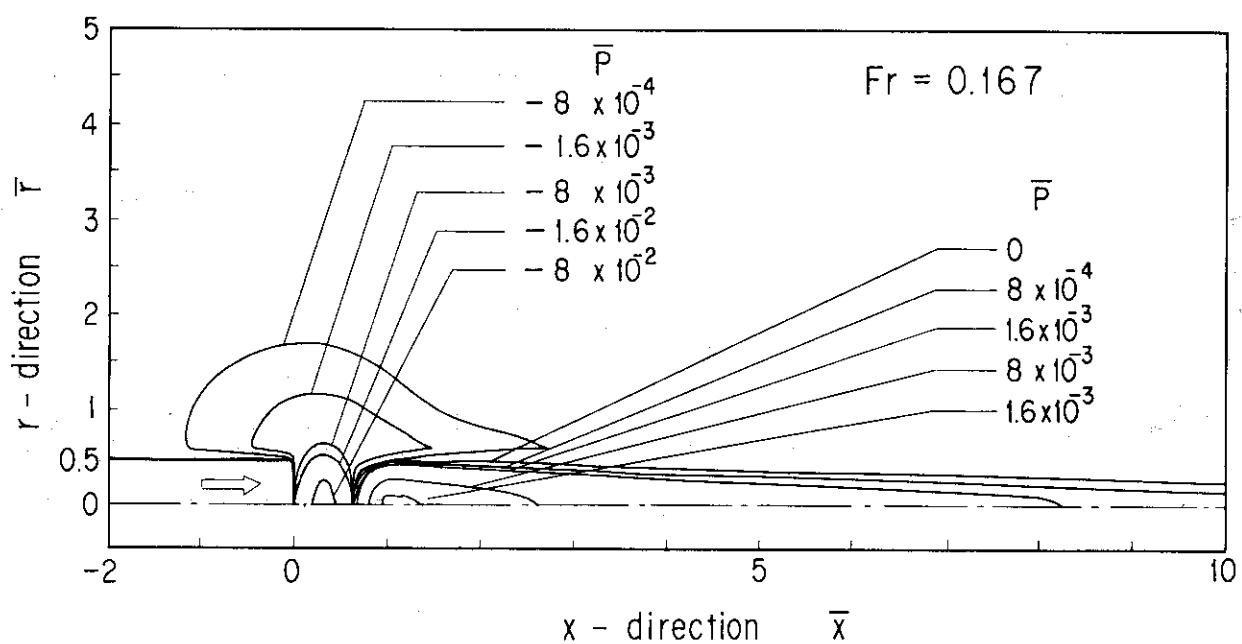


Fig. 6 Contour lines of pressure

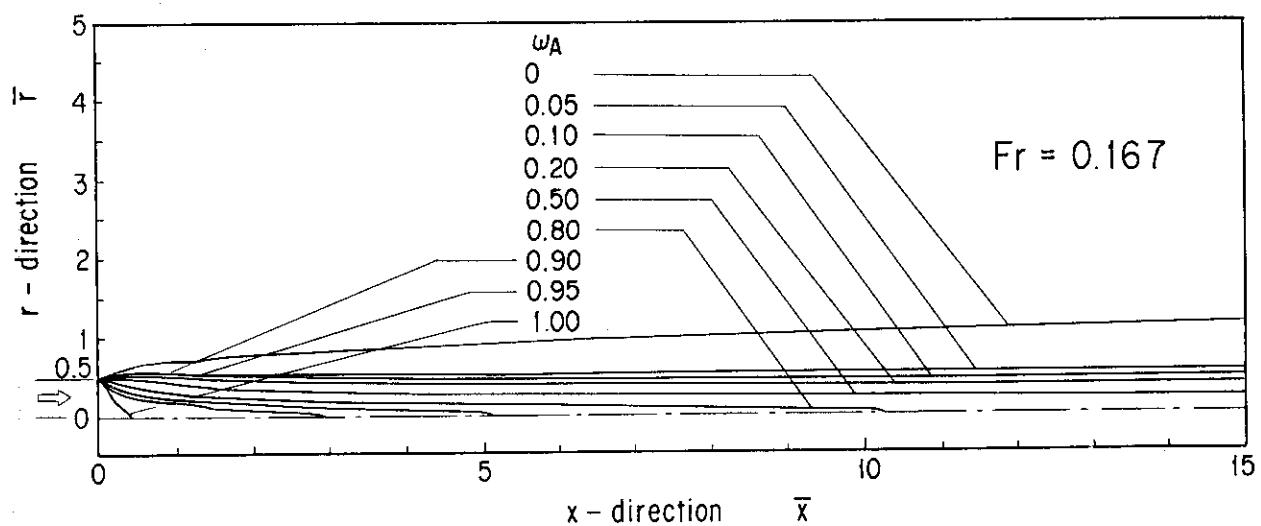
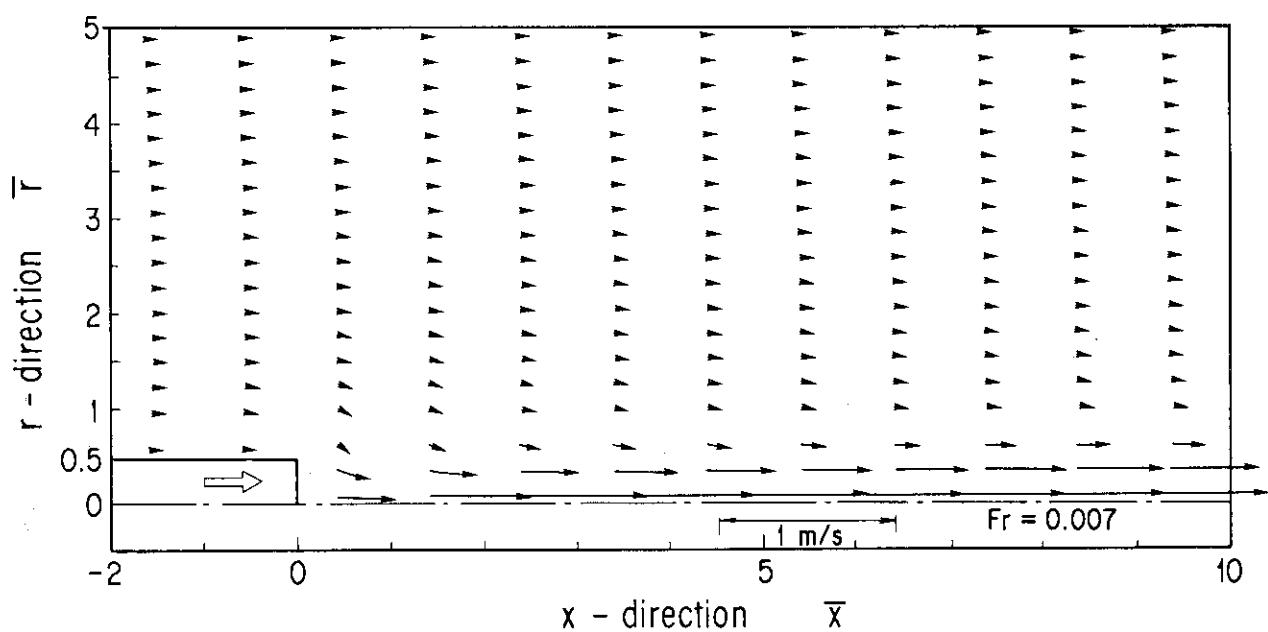
Fig. 7 Contour lines of CO_2 mass fraction

Fig. 8 Velocity vector distribution

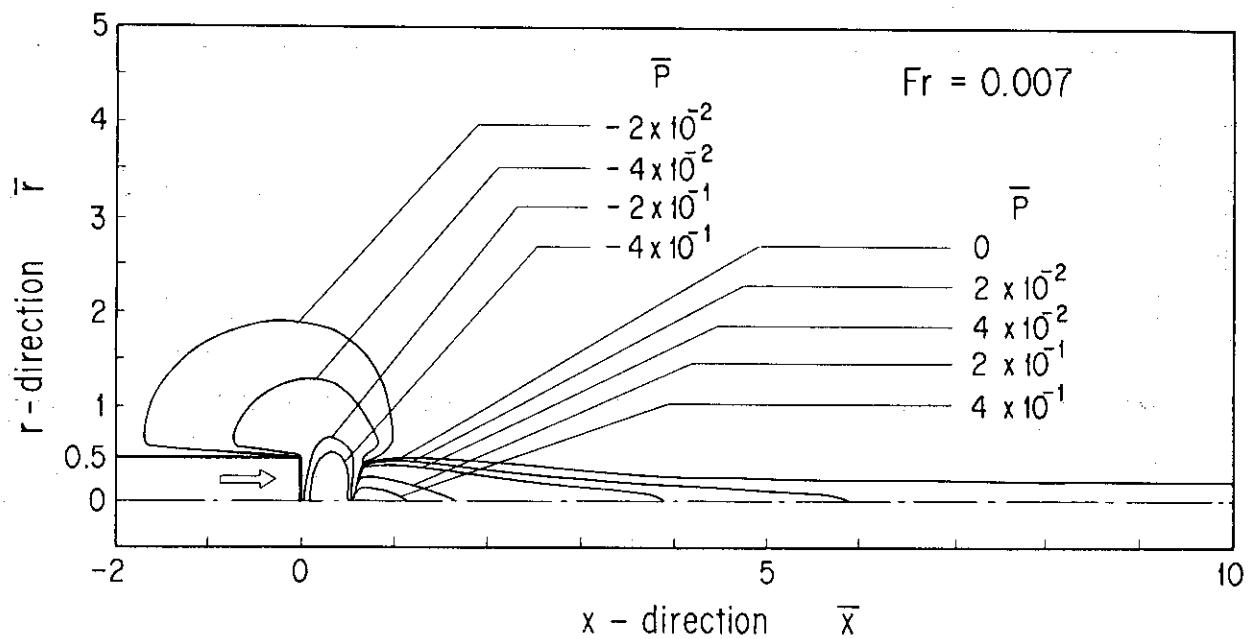
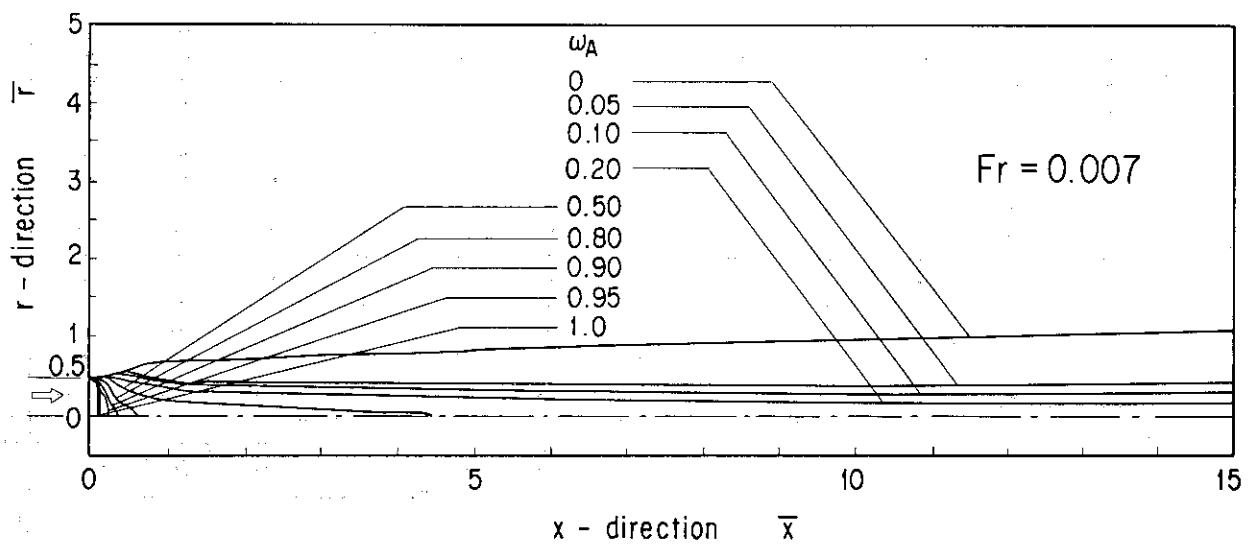


Fig.9 Contour lines of pressure

Fig.10 Contour lines of CO_2 mass fraction

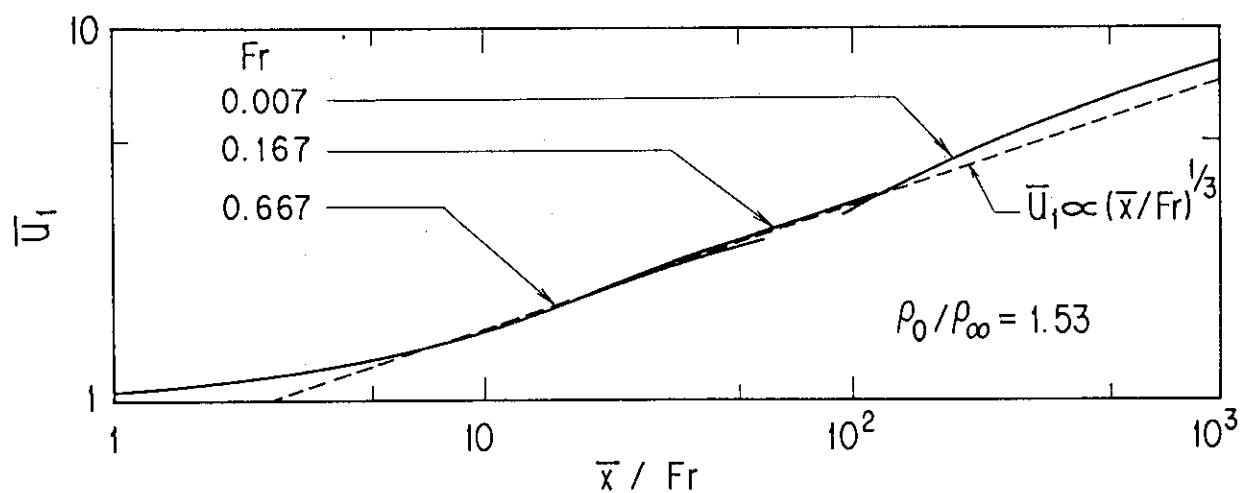


Fig.11 Variation of center line velocity in CO₂-Air flow

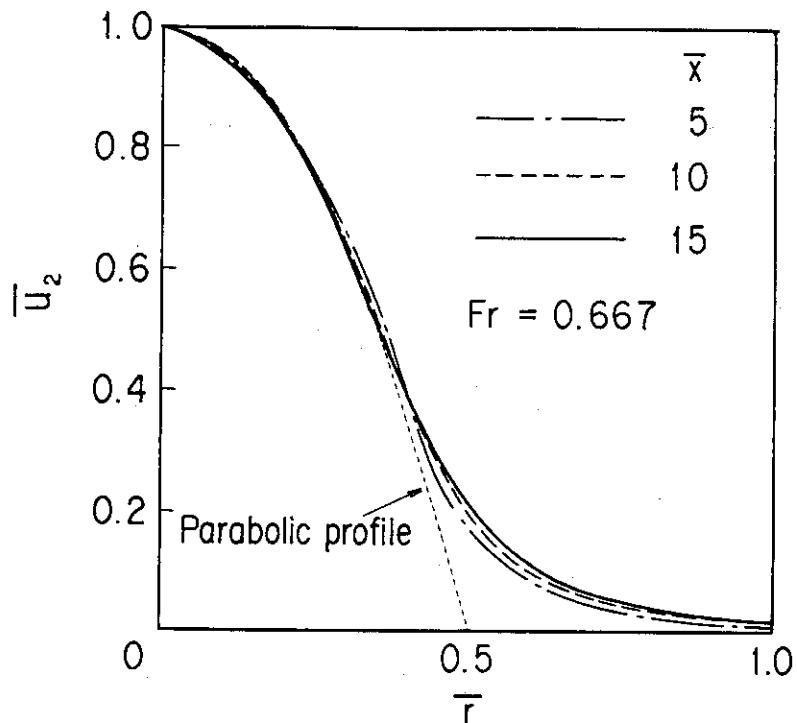


Fig.12 Axial velocity profiles of radial direction

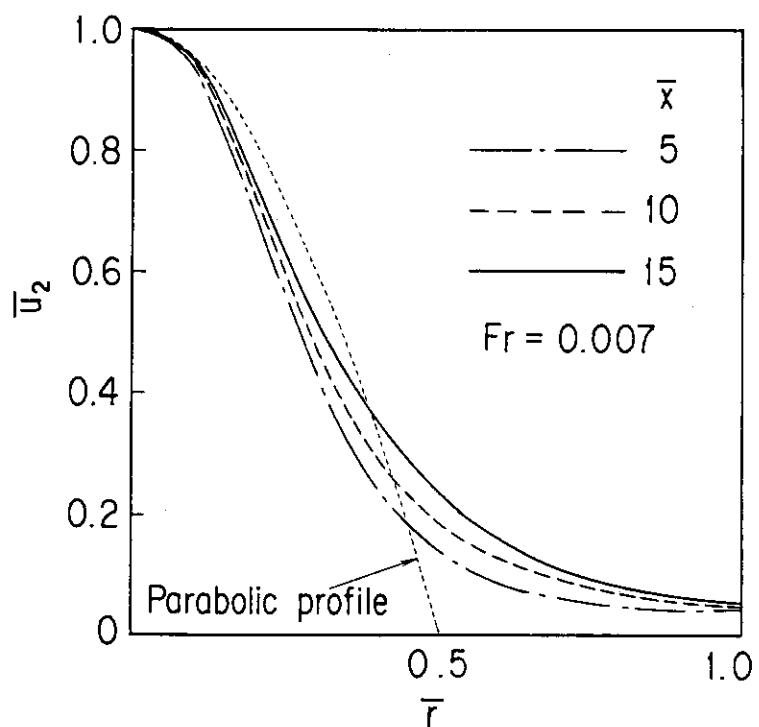


Fig.13 Axial velocity profiles of radial direction

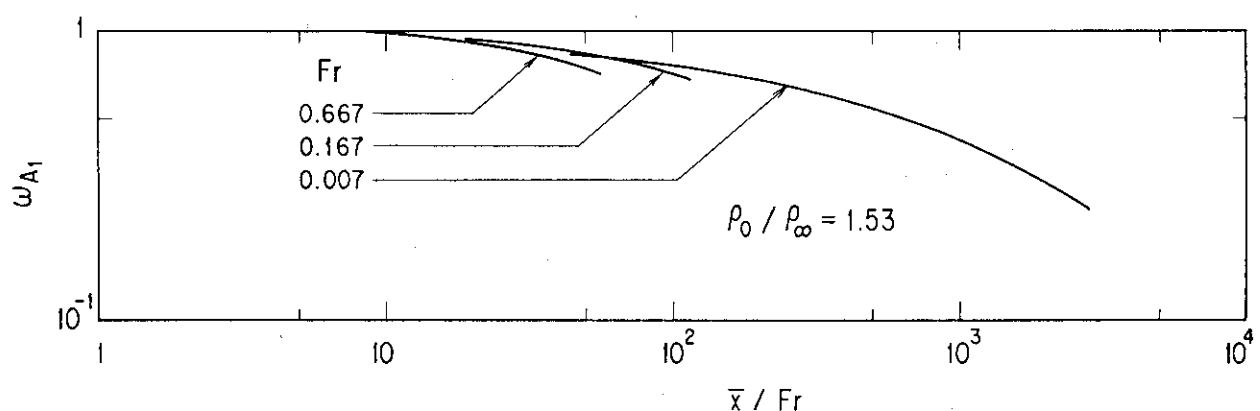


Fig.14 Variation of center line mass fraction in CO₂-Air flow

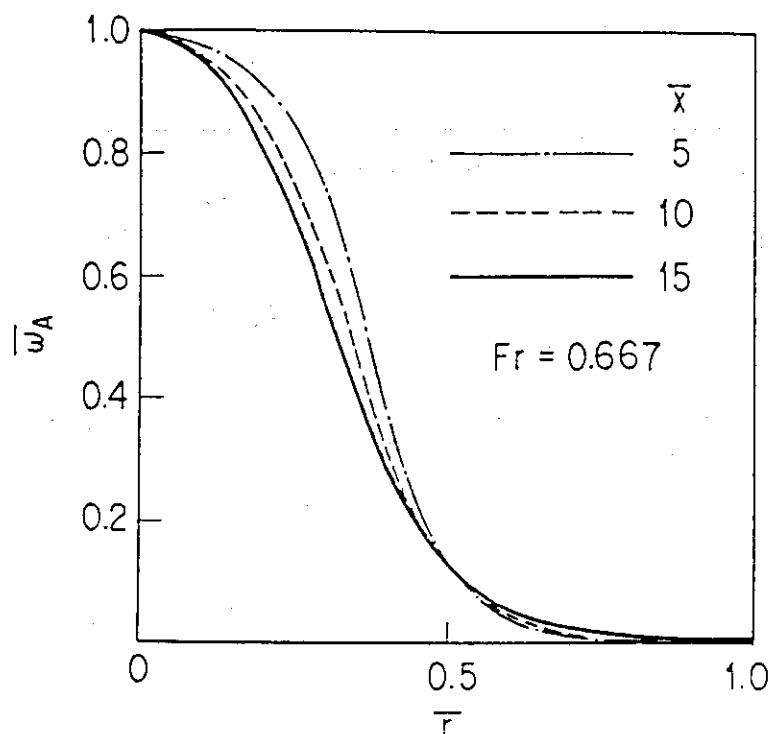


Fig.15 Mass fraction profiles of radial direction

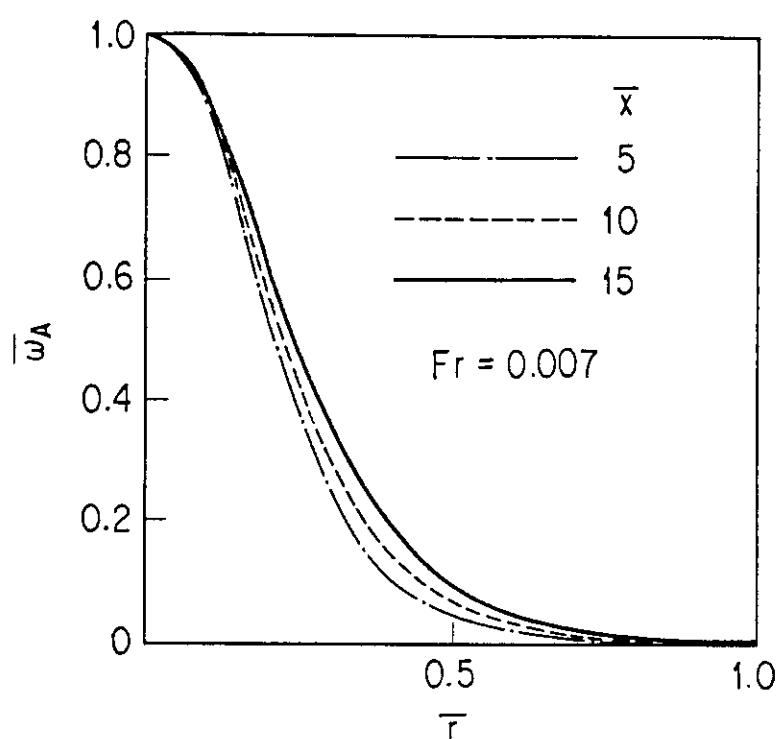


Fig.16 Mass fraction profiles of radial direction

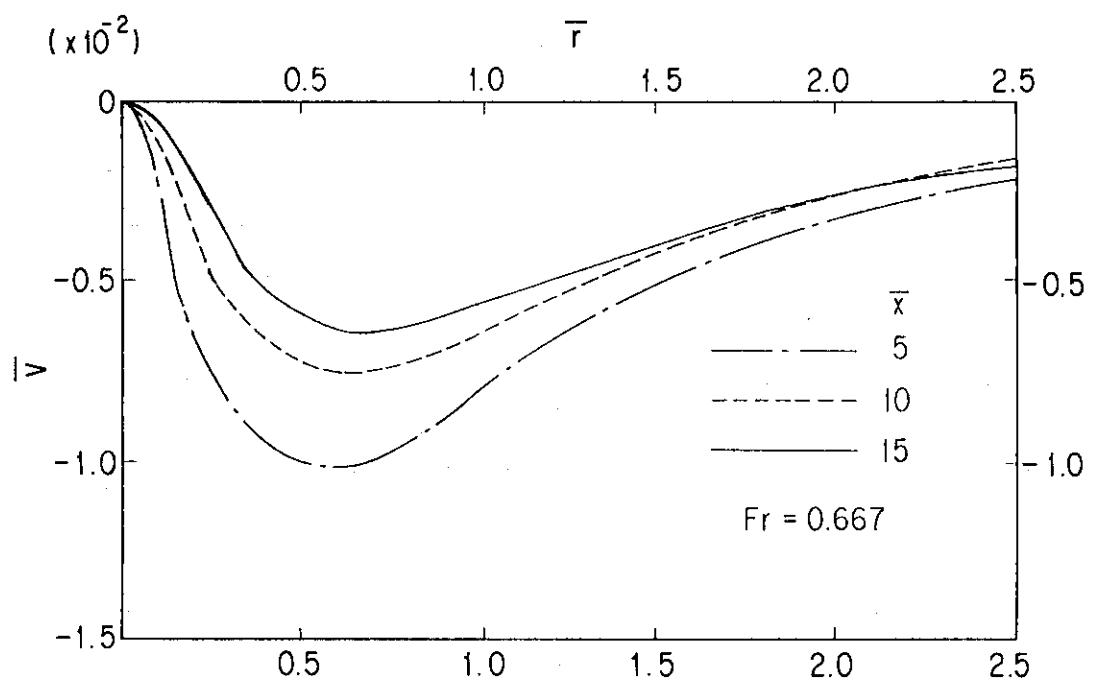


Fig.17 Radial velocity profiles of radial direction

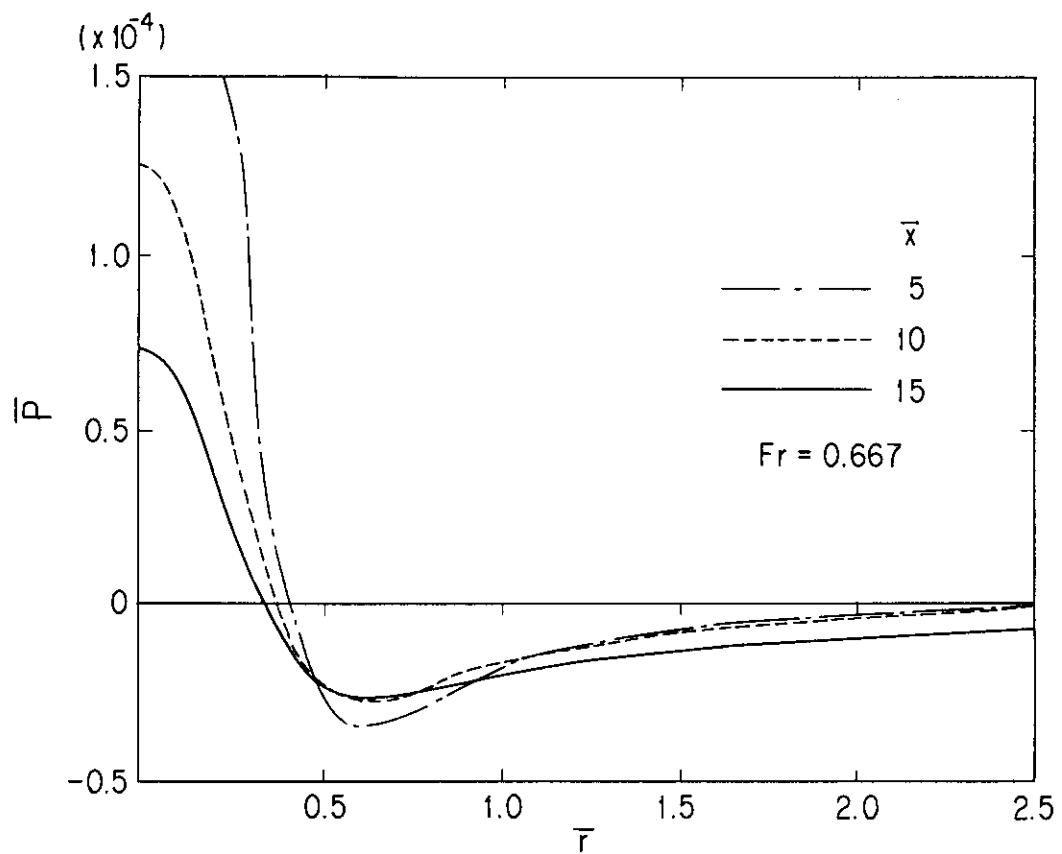


Fig.18 Pressure profiles of radial direction

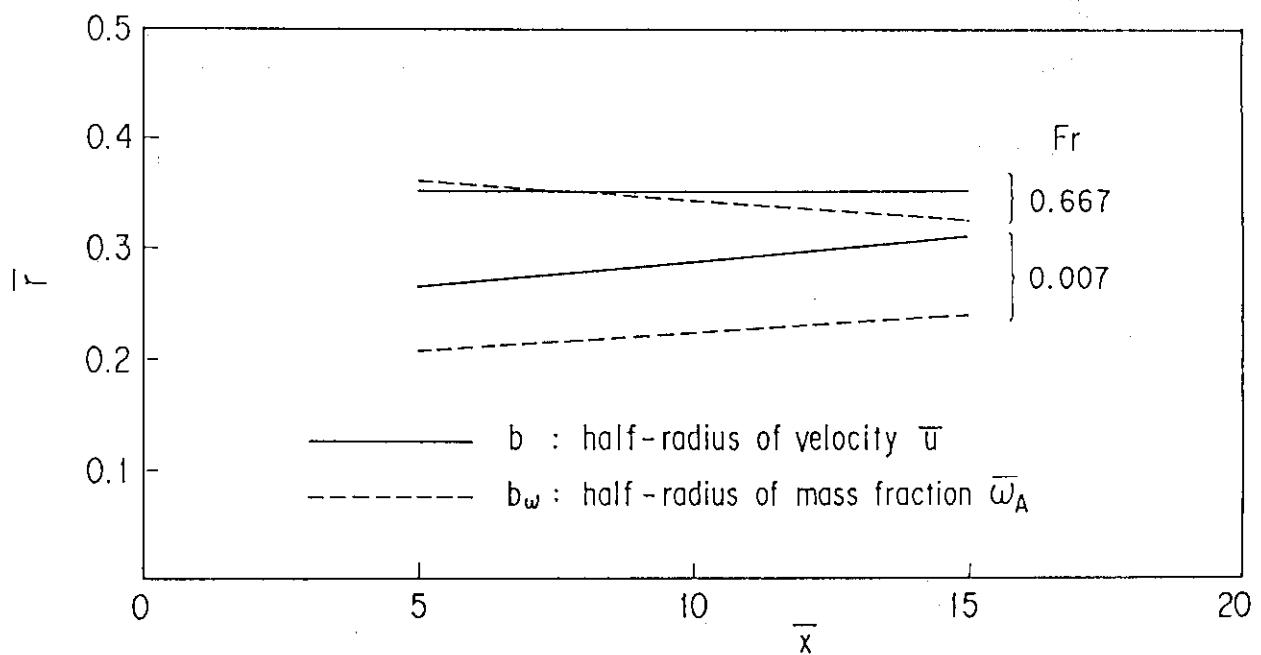


Fig.19 Variation of half-radii for velocity \bar{u} and mass fraction $\bar{\omega}_A$

付録 静止空気中に空気が噴出する場合の解析結果

静止空気中に噴出孔より空気が噴出する場合（1成分気体噴流）の解析結果を以下に記す。レイノルズ数 Re が 52.4 ~ 524 の範囲で、円管より噴出する空気噴流の中心流速 \bar{u}_1 の x 方向変化を Fig. A 1.1 に示す。運動量が粘性により r 方向に伝達されるので、 \bar{u}_1 は \bar{x}/Re の増加と共に減少するが、本解析結果は、Akaike らの解析及び実験結果^(A1)と良く一致している。 Re が 524 の場合の軸方向流速の半径方向分布を Fig. A 1.2 に示す。 \bar{x} が 10 以上では本解析の流速分布は Schlichting⁽¹⁾の結果によく一致している。 \bar{x} が 5 の場合には \bar{r} が 0.5 以下の位置（噴出孔半径より内側）では本解析の流速分布は Schlichting の値より高い値となっている。この理由として次のことが考えられる。すなわち、Schlichting の結果は境界層方程式を解いて求めた結果であり、完全に発達した領域における軸方向流速は正確に求められるが未発達の領域（ \bar{x} が 10 より小さい領域）の速度場は境界層方程式では正確に記述できず、その解析結果には誤差を含んでいるものと考えられる。

また \bar{x}/Re が 0.034 における軸方向流速の半径方向分布を Fig. A 1.3 に示す。本解析の流速分布は Akaike らの実験結果^(A1)に良く一致している。

圧力及び半径方向流速の半径方向分布をそれぞれ Fig. A 1.4 及び Fig. A 1.5 に示す。本解析結果と Schlichting の結果には大きな相違がある。この理由として、噴流についての Schlichting の結果は、完全に発達した噴流について境界層近似を行い、 x 方向の運動量の式において圧力項は無視している。すなわち、任意の同一水平面上では圧力がほぼ一様であると仮定し、圧力項が慣性項や粘性項に比べて無視できるとしているからである。この x 方向の運動量の式と連続の式を連立させて解くことにより流速 u , v を求めている。これに対して、本解析では x 方向及び r 方向の運動量の式で慣性項及び粘性項と同様に圧力項の影響を考慮しているために両者で解析結果に相違が出たと考えられる。

また、Fig. A 1.4 の圧力分布の基で、 r 方向流速 v は Fig. A 1.5 に示すような結果となっている。すなわち、 \bar{x} が 10 の場合 \bar{r} が 0.5 より大きな値の位置では r 方向流速 \bar{v} は負であり、中心軸へ流体が巻き込まれていることを示している。 \bar{r} が 0.5 以下の位置では、本解析結果も Schlichting の結果も r 方向流速 \bar{v} は正の値となっているが、ピークの位置が異なるのは放物型近似と橢円型数値解の差を示すもので、 r 方向の圧力分布がその原因である。

本解析コード及び解析結果は層流の 1 成分気体噴流の流動問題に適用できると考えて良い。なお、1 成分気体噴流について Schlichting が求めた流速分布は次式で与えられる。

$$u = \frac{3 J}{8 \pi \mu} \frac{1}{X'} \frac{1}{(1 + \xi^2)^2}$$

$$v = \left(\frac{3 J}{4 \pi \rho} \right)^{1/2} \frac{1}{X'} \frac{\xi - \xi^3}{(1 + \xi^2)^2}$$

ここで、

$$\xi = \frac{1}{8 \nu} \left(\frac{3 J}{\pi \rho} \right)^{1/2} \frac{r}{X'}$$

$$J = \frac{\pi \rho D_0^2 U_m^2}{6} \quad (\text{poiseuille flow})$$

$$X' = x + \frac{Re}{8} D_0$$

付録の参考文献

- (A1) Akaike, S. and Nemoto, M., "Jets and Cavities-Int. Sympo.", p 85 FED- Vol. 31
(1985)

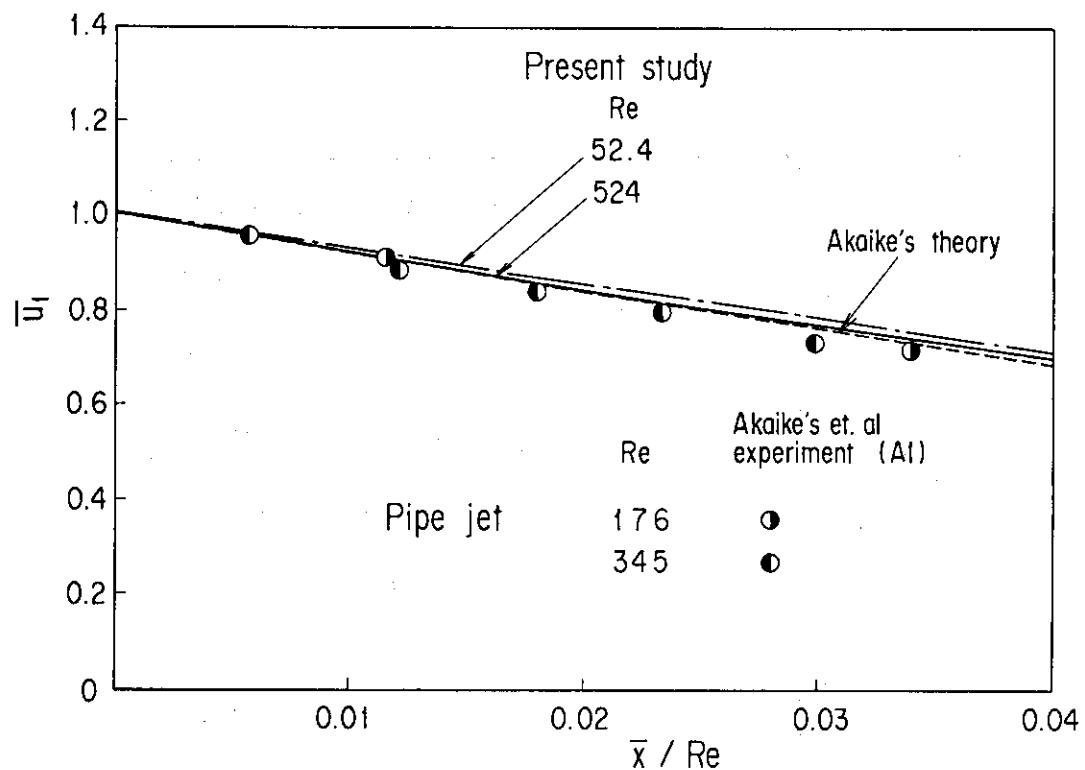


Fig. A1.1 Variation of center line velocity

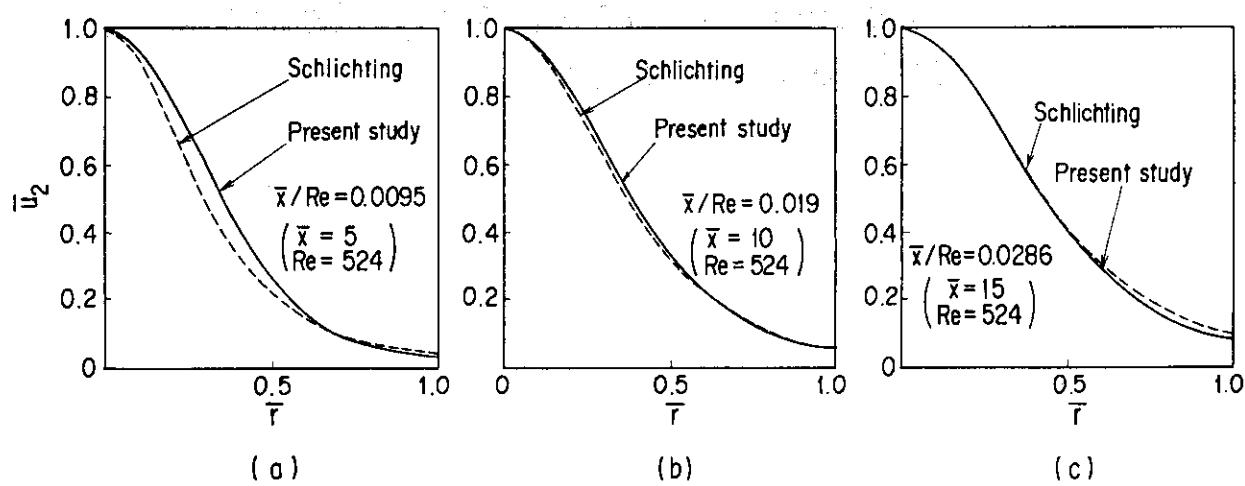


Fig. A1.2 Axial velocity profiles of radial direction

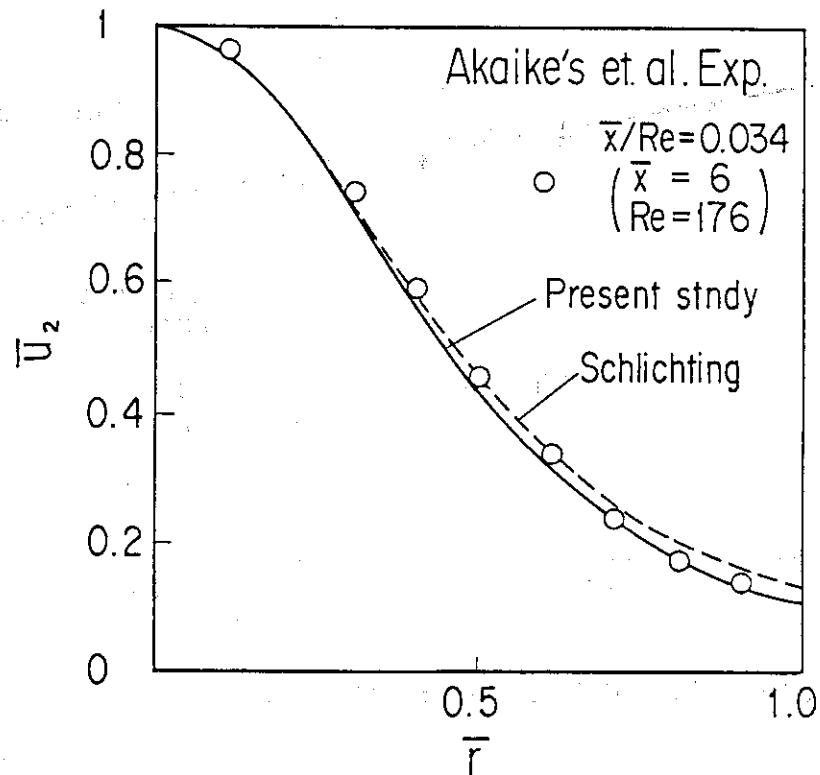


Fig.A1.3 Axial velocity profiles of radial direction compared with present study , Schliching and Akaike's results

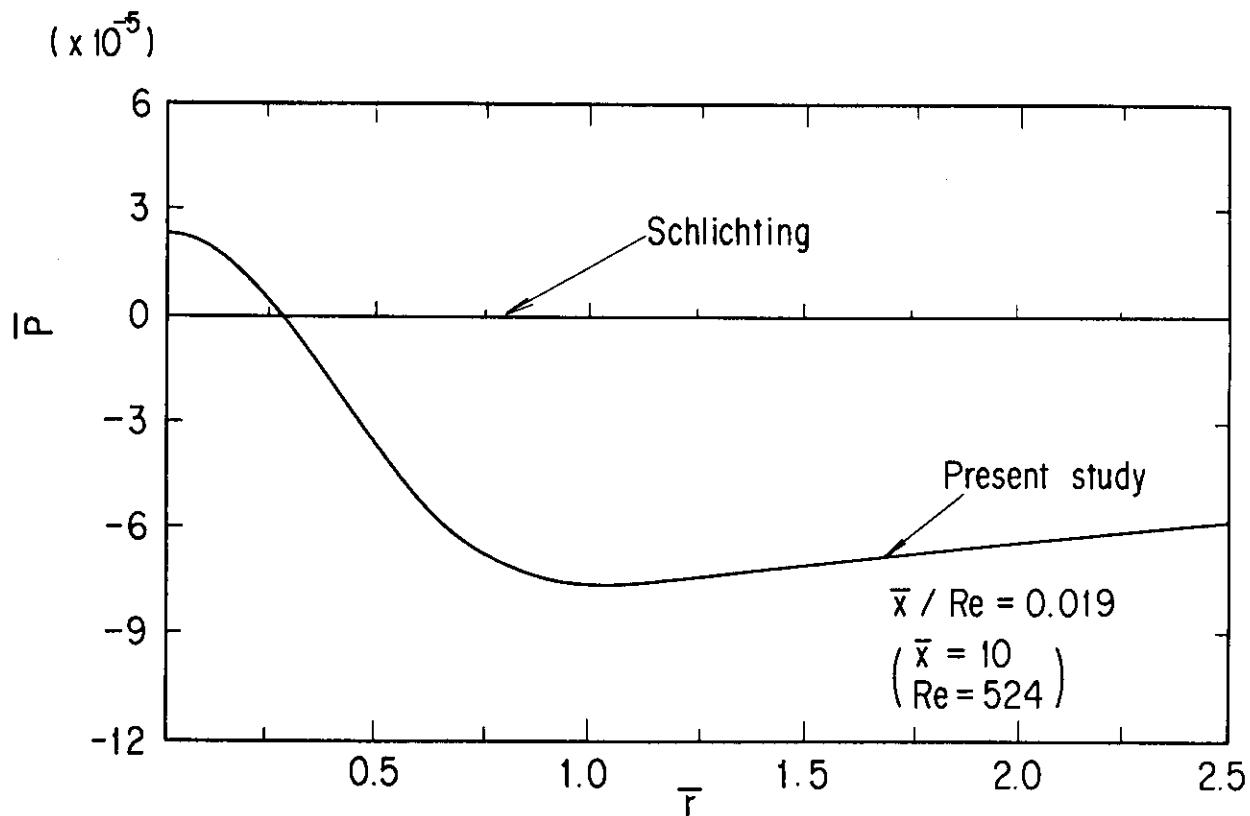


Fig. A1.4 Pressure profiles of radial direction

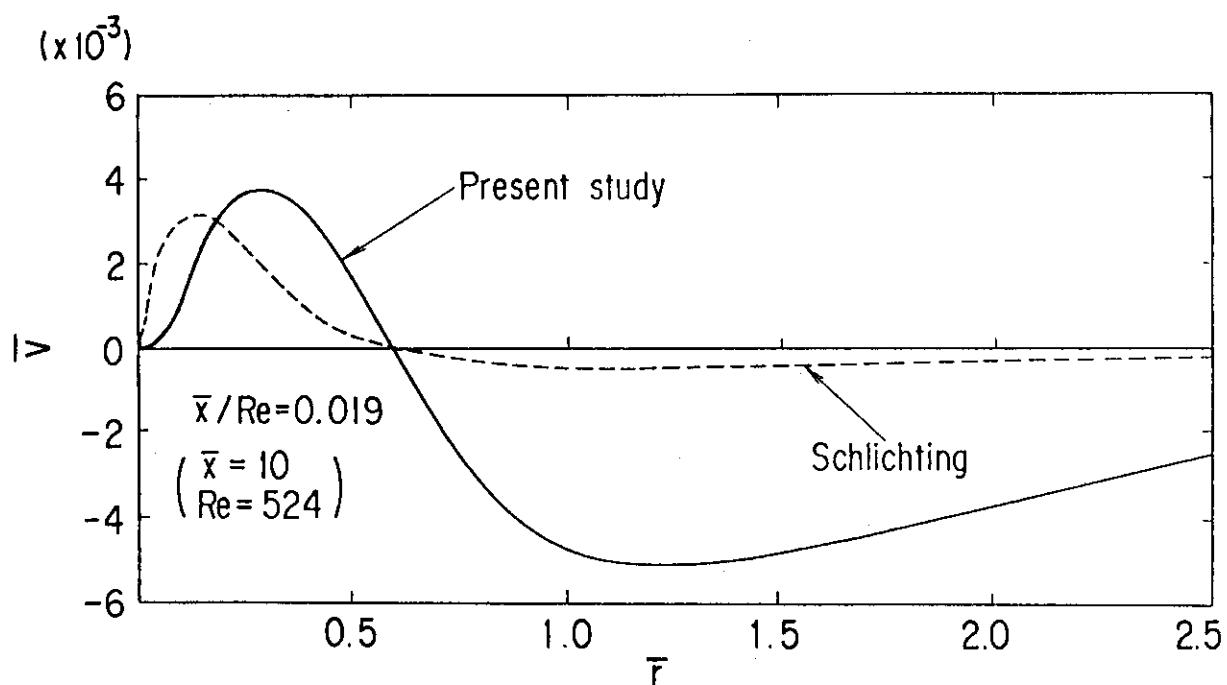


Fig. A1.5 Radial velocity profiles of radial direction