

JAERI-M
89-157

**自由境界・抵抗性MHDモード解析コード
AEOLUS-E1**

1989年10月

栗田 源一・安積 正史・滝塚 知典
常松 俊秀・竹田 辰興

日本原子力研究所
Japan Atomic Energy Research Institute

JAERI-M レポートは、日本原子力研究所が不定期に公刊している研究報告書です。
入手の問合せは、日本原子力研究所技術情報部情報資料課（〒319-11 茨城県那珂郡東海村）あて、お申しこしください。なお、このほかに財団法人原子力弘済会資料センター（〒319-11 茨城県那珂郡東海村日本原子力研究所内）で複写による実費領布をおこなっております。

JAERI-M reports are issued irregularly.

Inquiries about availability of the reports should be addressed to Information Division Department of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokaimura, Naka-gun, Ibaraki-ken 319-11, Japan.

©Japan Atomic Energy Research Institute, 1989

編集兼発行 日本原子力研究所
印 刷 いばらき印刷株

自由境界・抵抗性 MHD モード解析コード
AEOLUS-E1

日本原子力研究所那珂研究所核融合研究部

栗田 源一・安積 正史⁺・滝塚 知典

常松 俊秀・竹田 辰興

(1989年9月26日受理)

トカマクに於ける自由境界抵抗性 MHD モードを解析するためのコード, AEOLUS-E1, が開発された。簡約抵抗性 MHD 方程式が, “擬真空” モデルを使って, 自由境界値問題として, 円筒配位, 単一ヘリシティの仮定のもとで解かれる。本コードは, プラズマとリミターの間の相互作用及び外部回路との結合の効果も含めることができる。

Numerical code "AEOLUS-E1"
for analysing free-boundary resistive MHD mode

Gen-ichi KURITA, Masafumi AZUMI⁺, Tomonori TAKIZUKA
Toshihide TSUNEMATSU and Tatsuoki TAKEDA

Department of Thermonuclear Fusion
Naka Fusion Research Establishment
Japan Atomic Energy Research Institute
Naka-machi, Naka-gun, Ibaraki-ken

(Received September 26, 1989)

Numerical code "AEOLUS-E1" for analysing a free-boundary resistive MHD mode in a tokamak is developed. Reduced set of the resistive MHD equation is solved as a single-helicity free-boundary problem based on "pseudo-vacuum" model in a cylindrical geometry. The code can solve problems including effects of coupling to external circuit and interaction between plasma and limiter.

Keywords: Reduced MHD Equation, Free Boundary Mode, Pseudo Vacuum, Single Helicity, Limiter, Major Disruption, Magnetic Bubble, Tokamak

+ Department of Large Tokamak Development

目 次

1.はじめに	1
2.基礎方程式	3
3.空間離散化	5
4.“擬真空”モデル	7
4.1 モデルの原型	7
4.2 モデルの妥当性	8
4.3 非線形計算のための数値解法	10
4.3.1 マッピング法	10
4.3.2 折返し法	11
5.時間離散化	16
6.数値安定条件	18
7.初期条件	20
8.境界条件	22
8.1 全プラズマ電流一定の条件	22
8.2 外部回路系との結合	22
8.3 リミターの効果	23
9.計算例	25
10.まとめ	48
謝　　辞	48
参考文献	49
付　　録	50

Contents

1. Introduction	1
2. Basic equation	3
3. Space discretization	5
4. "Pseudo-vacuum" model	7
4.1 Prototype of model	7
4.2 Validity of model	8
4.3 Numerical method for non-linear calculation	10
4.3.1 Mapping method	10
4.3.2 Folding method	11
5. Time discretization	16
6. Numerical stability condition	18
7. Initial condition	20
8. Boundary condition	22
8.1 Condition of total current constant	22
8.2 Coupling to external circuit	22
8.3 Limiter effect	23
9. Calculation sample	25
10. Summary	48
Acknowledgements	48
References	49
Appendix	50

1. はじめに

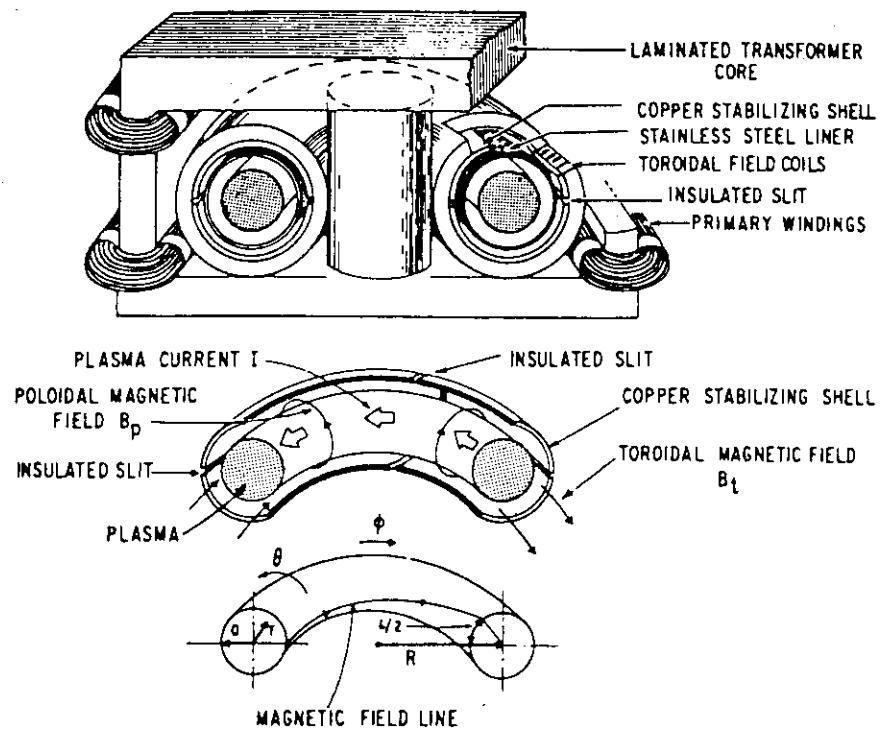
核融合炉実現を目指して、いろいろな方式による研究開発が行われているが、その中で磁気閉込め熱核融合方式のトカマク型装置のプラズマが、現在のところ炉心の条件に最も近い位置にある。

トカマクは、第1図の様に、トロイダル形状の容器にトーラス型プラズマを閉める装置であるが、そのトーラスの大周方向にかけられた強いトロイダル磁場、 B_t 、と大周方向に流されたプラズマ電流、 I 、によってできる小周方向のポロイダル磁場、 B_ϕ 、の2つの磁場によってプラズマを閉める装置である。トカマク型閉込め装置に於て、プラズマ電流、 I 、が突然遮断される現象がしばしば観測されているが、その原因は未だにはっきりとは解明されていない。この現象はメジャー・ディスラプションと呼ばれ、装置が大きくなるにつれて装置に与える影響が大きくなることが予想され、原因の解明と制御の方法を見出すことは、トカマク核融合炉実現の最も大きな問題の一つである。その原因の候補の一つとして、カドムツェフがトカマク・プラズマ中にMHD不安定性によって大きな真空の“泡”ができる、プラズマが急激に膨張する可能性を理論的に示した¹⁾。これに対して、ローゼンブルス等は、数値計算によって理想MHDの範囲では、平坦電流分布の場合、この“泡”はできるが、内部に集中して流れる分布電流では、シェアとよばれる磁力線のよじれの効果で“泡”的できないことを示した²⁾。

本コード、AEOLUS-E1は、簡約化された抵抗性MHD方程式を時間積分して、トカマク・プラズマのMHD的ふるまいを解析するためのコードで、上に述べた“泡”形成にプラズマの有限抵抗がどのような影響を与えるのかを調べることを目的として開発された。本コードは、プラズマの有限抵抗の効果、又、真空領域を高抵抗プラズマで置換えた“擬真空”モデルを用いた自由境界問題が計算できる。この“擬真空”モデルは、最初ポグチェによって提案され³⁾、その後、自由境界キンク・モードの非線形計算に用いられて、威力を発揮している⁴⁾。本コードでは、このモデルによって自由境界問題を解くために、プラズマの電気抵抗の時間発展も同時に解かれるが、その際、プラズマ抵抗の磁力線方向及びそれに垂直な方向の拡散の効果も含まれる。又、プラズマの電流チャンネルを制限するために設けられているリミターの効果、及び外部回路との結合の効果も含めることができる。但し、現在のところは、トカマク・プラズマは、逆アスペクト比 $\epsilon \ll 1$ ($\epsilon = a / R_i$; a, R_i は各々プラズマ・リングの小半径、大半径を表わす) の仮定のもとに、円筒プラズマとして取扱い、又、簡単のため、単一ヘリシティ (ヘリシティとは、摂動量の大周方向及び小周方向の波数を n, m としたとき、その比 m/n で表わされる) のモードのみを対象としている。

以下、第2章では基礎方程式、第3章では空間離散化について述べる。第4章に於いては、“擬真空”モデルが詳細に述べられるが、4.3節では、“擬真空”モデルを使うための数値解法を紹介する。第5章、第6章は、各々、時間離散化、及びプラズマ抵抗の摂動を含めた場合の拡散方程式の数値安定条件について、又、第7章では初期条件について述べる。第8章は境界条件について述べられるが、この中で、外部回路系との結合や、リミターの効果について記述する。第9

章、第10章は各々、計算例とまとめにあてられる。



第1図 トカマク方式によるプラズマ閉込め装置

2. 基 础 方 程 式

オームの法則を使った一流体抵抗性MHD方程式は、次式で表わされる。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 , \quad (2.1)$$

$$\rho \left[\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right] = -\nabla p + \mathbf{J} \times \mathbf{B} , \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) p + \Gamma p \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 , \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B} - \eta \mathbf{J}) , \quad (2.4)$$

$$\mathbf{J} = \nabla \times \mathbf{B} , \quad (2.5)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 , \quad (2.6)$$

ここで、 ρ 、 \mathbf{v} 、 p 、 \mathbf{J} 、 \mathbf{B} 、 η は各々プラズマ密度、プラズマ速度、プラズマ圧力、プラズマ電流、磁場、プラズマ電気抵抗を、又 Γ は比熱比を表わす。この方程式系の特性時間は、圧縮性の磁気音波によって決められる。一方、トカマク・プラズマに於けるMHD現象の特徴的な時間は、磁力線に沿って伝播するアルフヴェン波によって決められ、この両者の特性時間の比は、 q/ϵ (q は安全係数、 ϵ は逆アスペクト比) で表わされ、通常10程度の大きさとなる。この両者の特性時間の大きな比は、変数の多さとともに (2.1) ~ (2.6) 式を直接解いて、トカマク・プラズマの MHD現象を数値計算することを困難にしている。この困難さを避ける最も簡単で有効な方法はトカマク・オーダーリング ($\epsilon \ll 1$ を仮定したオーダーリング) を用いて、圧縮性の磁気音波を上述の (2.1) ~ (2.6) 式から解析的に取除いた簡約抵抗性MHD方程式を用いることである。この簡約抵抗性MHD方程式は、ローゼンブルス等によって、自由境界シンク・モードの数値計算²⁾ のため最初に導入されて以来、内部不安定性や抵抗性不安定性の解析に威力を發揮している^{5~7)}。元来、この簡約抵抗性MHD方程式は、逆アスペクト比、 ϵ 、の1次のオーダーの効果を含んだトロイダル配位の式であるが、本コードでは、それを更に簡単にした次の円筒配位の簡約抵抗性 MHD方程式を用いる。

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = [\psi, \phi] + \frac{B_0}{R_0} \frac{\partial \phi}{\partial \varphi} + \eta J - E^w , \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} = [U, \phi] - [J, \psi] + \frac{B_0}{R_0} \frac{\partial J}{\partial \varphi} + \nu \Delta_{\perp}^* U , \quad (2.8)$$

$$U = \Delta_{\perp}^* \phi , \quad (2.9)$$

$$J = \Delta_{\perp}^* \psi , \quad (2.10)$$

$$\Delta_{\perp}^* = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} , \quad (2.11)$$

$$[a, b] = \frac{1}{r} \left[\frac{\partial a}{\partial r} \frac{\partial b}{\partial \theta} - \frac{\partial a}{\partial \theta} \frac{\partial b}{\partial r} \right] , \quad (2.12)$$

ここで、 Ψ , Φ , B_0 , U , E , ν は各々ポロイダル磁束関数、流れ関数、トロイダル磁場、渦度、シェル上の印加電圧、粘性率を表わし、又 (r, θ, φ) は各々小径方向、ポロイダル方向、トロイダル方向の座標である。これらのうち、ポロイダル磁束関数、 Ψ 、及び流れ関数、 Φ 、は元のMHD方程式、(2.1)～(2.6)式、のプラズマ速度 \mathbf{v} 、磁場 \mathbf{B} と次の関係で結びつけられる。

$$\mathbf{v} = \mathbf{e}_\varphi \times \nabla_\perp \Phi, \quad (2.13)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{e}_\varphi \times \nabla_\perp \Psi + B_0 \mathbf{e}_\varphi, \quad (2.14)$$

ここで、 \mathbf{e}_φ は φ 方向の単位ベクトルである。なお(2.7)～(2.12)式の簡約抵抗性MHD方程式の導出は、文献8)の付録に詳しく述べられている。

本コードでは、この式に磁力線方向、及びそれに垂直方向の拡散を考慮した次のプラズマ抵抗の輸送方程式を加える。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -(\mathbf{v} \cdot \nabla) \eta + \kappa_{||} (\mathbf{B} \cdot \nabla)^2 \eta + \kappa_\perp \Delta_\perp^* \eta, \quad (2.15)$$

ここで、 $\kappa_{||}$, κ_\perp は各々磁力線方向及びそれに垂直な方向の拡散係数を表わす。(2.13), (2.14)式を(2.15)式に代入して、 \mathbf{v} , \mathbf{B} の項を消去すれば、

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = [\eta, \Phi] + \kappa_{||} \left\{ [X, \Psi] + \frac{B_0}{R_0} \frac{\partial X}{\partial \varphi} \right\} + \kappa_\perp \Delta_\perp^* \eta, \quad (2.16)$$

となる。ここで、

$$X = [\eta, \Psi] + \frac{B_0}{R_0} \frac{\partial \eta}{\partial \varphi}. \quad (2.17)$$

これらの方程式系で、プラズマ密度は、空間的、時間的に一定となっている。又時間は、ポロイダル・アルフヴェン速度で測った時間； $\tau_{pa} = B_0 / (\sqrt{\rho} R_0)$ 、プラズマ抵抗 η は $\sqrt{\rho} R_0 / (B_0 b^2)$ (b はシェルの半径) 又磁力線方向の拡散係数 $\kappa_{||}$ は $\sqrt{\rho} / (B_0 R_0)$ で各々規格化されている。

この円筒配位の簡約抵抗性MHD方程式のエネルギー積分は、次式で表わされる。

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_V d\tau \left\{ |\nabla_\perp \Phi|^2 + |\nabla_\perp \Psi|^2 \right\} = \\ \int_V d\tau (\eta J^2 + \nu U^2 - E^w J) + \int_S \mathbf{ds} \cdot \nabla_\perp \Psi \frac{\partial \Psi}{\partial t}, \end{aligned} \quad (2.18)$$

ここで、 $d\tau$ はプラズマ全体の体積積分、又 $d\mathbf{s}$ は表面積分を表わす。(2.18)式の左辺第1項、第2項は各々垂直方向の運動エネルギー、磁場エネルギーを、又右辺第1項、第2項は各々プラズマ抵抗、粘性によるエネルギー損失、第3項はジェール入力を表わす。又右辺の最後の項は、壁から出てゆくポインティング・フラックスを表わす量である。

3. 空間離散化

トカマクでは、全ての現象はポロイダル及びトロイダル方向に周期的であるので、本コードでは、グリッドを切って差分化することによって生ずる誤差を省くために、全ての変数を次のように両方向にフーリエ展開する。

$$\left. \begin{aligned} U(r, \theta, \varphi) &= \sum_{m,n} i U_{m/n}(r) \exp(i(m\theta - n\varphi)), \\ \Phi(r, \theta, \varphi) &= \sum_{m,n} i \Phi_{m/n}(r) \exp(i(m\theta - n\varphi)), \\ \Psi(r, \theta, \varphi) &= \sum_{m,n} \Psi_{m/n}(r) \exp(i(m\theta - n\varphi)), \\ J(r, \theta, \varphi) &= \sum_{m,n} J_{m/n}(r) \exp(i(m\theta - n\varphi)), \\ \eta(r, \theta, \varphi) &= \sum_{m,n} \eta_{m/n}(r) \exp(i(m\theta - n\varphi)), \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

ここで、 m, n は各々ポロイダル方向、トロイダル方向の波数を表わす。 (3.1) 式は、 $(m\theta - n\varphi)$ に関して、各々 U, Φ は奇関数、又 Ψ, J, η は偶関数であることを表わしている。更に、ポロイダル磁束関数 $\Psi(r, \theta, \varphi)$ に対して、ヘリカル対称性 ($n/m = \text{const.}$) の仮定のもとに次のヘリカル・ポロイダル磁束関数、 $\Psi^*(r, \theta, \varphi)$ を導入する。即ち

$$\Psi^*(r, \theta, \varphi) = \Psi(r, \theta, \varphi) - \frac{n}{2m} r^2 \frac{B_0}{R_0}. \quad (3.2)$$

これより、ヘリカル・ポロイダル磁束関数のフーリエ成分は、次式で表わせる。

$$\Psi_{m/n}^*(r) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} d\varphi' \int_{-\pi}^{\pi} d\theta' \Psi^*(r, \theta', \varphi') \exp(i(m\theta' - n\varphi')). \quad (3.3)$$

(3.1) 式によるフーリエ展開を行い、 (3.3) 式のヘリカル・ポロイダル磁束関数を導入すると、簡約抵抗性MHD方程式 $(2.7) \sim (2.12)$, $(2.16) (2.17)$ 式は、次のように書ける。

$$\frac{\partial \Psi_{m/n}^*}{\partial t} = [\Psi^*, \Phi]_{m/n} + \sum_{\substack{m' + m'' = m \\ n' + n'' = n}} \eta_{m'/n'} J_{m''/n''} - E_{m/n}^w, \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial U_{m/n}}{\partial t} = [U, \Phi]_{m/n} + [J, \Psi^*]_{m/n} + \nu \Delta_\perp^* U_{m/n}, \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial \eta_{m/n}}{\partial t} = [\eta, \Phi]_{m/n} - \kappa_{||} [X, \Psi^*]_{m/n} + \kappa_\perp \Delta_\perp^* \eta_{m/n}, \quad (3.6)$$

$$U_{m/n} = \Delta_\perp^* \Phi_{m/n}, \quad (3.7)$$

$$J_{m/n} = \Delta_\perp^* \Psi_{m/n}, \quad (3.8)$$

$$X_{m/n} = [\eta, \Psi^*]_{m/n}, \quad (3.9)$$

$$\Delta_\perp^* = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{m^2}{r^2}, \quad (3.10)$$

$$[a, b]_{m/n} \equiv \sum_{\substack{m' + m'' = m \\ n' + n'' = n}} \frac{m'}{r} \left[a_{m'/n'} \frac{\partial b_{m''/n''}}{\partial r} - b_{m'/n'} \frac{\partial a_{m''/n''}}{\partial r} \right] \quad (3.11)$$

ここで、(3.8)式の ψ は通常のポロイダル磁束関数である。

小径方向、 r 方向、にはグリッドを切って差分化を行なうが、この方向には任意の点、特異点など、で集積化ができるように r は次式によって決める。

$$r = \int_0^r \left\{ 1 + \sum_{\ell=1}^2 A_\ell \exp \left[-\left(\frac{r' - r_\ell}{\delta_\ell} \right)^2 \right] \right\} dr' / r_b , \quad (3.12)$$

ここで、

$$r_b = \int_0^b \left\{ 1 + \sum_{\ell=1}^2 A_\ell \exp \left[-\left(\frac{r' - r_\ell}{\delta_\ell} \right)^2 \right] \right\} dr' , \quad (3.13)$$

r_ℓ 、 δ_ℓ 、 A_ℓ は各々グリッドを集積させる点の位置、その幅、又その集積度を表わす。1階微分、2階微分はそのグリッドとその両隣りのグリッド、両端は最も近い2つのグリッド、の3つのグリッドの関数の値を使って、関数を r の2次式で近似して求める。この方法による1階及び2階の差分式は、両端を除いて次式で表わせる。

$$\frac{\partial f}{\partial r} \Big|_{r=r_i} = d1 r_i^1 f_{i-1} + d1 r_i^2 f_i + d1 r_i^3 f_{i+1} , \quad (3.14)$$

$$\left. \begin{aligned} d1 r_i^1 &= \frac{-(r_{i+1} - r_i)}{(r_{i+1} - r_{i-1})(r_i - r_{i-1})} , \\ d1 r_i^2 &= \frac{r_{i+1} - 2r_i + r_{i-1}}{(r_{i+1} - r_i)(r_i - r_{i-1})} , \\ d1 r_i^3 &= \frac{r_i - r_{i-1}}{(r_{i+1} - r_{i-1})(r_{i+1} - r_i)} , \end{aligned} \right\} \quad (3.15)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial r^2} \Big|_{r=r_i} = d2 r_i^1 f_{i-1} + d2 r_i^2 f_i + d2 r_i^3 f_{i+1} , \quad (3.16)$$

$$\left. \begin{aligned} d2 r_i^1 &= \frac{2}{(r_{i+1} - r_{i-1})(r_i - r_{i-1})} , \\ d2 r_i^2 &= \frac{-2}{(r_{i+1} - r_i)(r_i - r_{i-1})} , \\ d2 r_i^3 &= \frac{2}{(r_{i+1} - r_i)(r_{i+1} - r_{i-1})} , \end{aligned} \right\} \quad (3.17)$$

ここで、 r_i は i 番目のグリッドを表わす。等間隔グリッドの場合 (3.14)～(3.17)式の1階及び2階の差分式は、各々中心差分の式と一致する。

4. “擬真空”モデル

4.1 モデルの原型

自由境界問題は、通常真空領域は真空解を別に求め、それをプラズマ-真空の境界で内部解とつないで解く方法をとるが、この方法は現在のところ理想MHD計算の場合に限られ、又非線形計算では、境界条件の複雑さに加えて、境界の位置を正確に追跡しなければならないという困難さを伴う。従って、本コードでは、真空解を求めることをせずに、真空領域を高抵抗プラズマで置換えた、高抵抗“擬真空”モデルを用いる。

この“擬真空”モデルは、最初ボグチェによって、トカマクに於ける自由境界モードから、テアリング・モードへの連続的な遷移を調べるために考案された³⁾。彼等は、電子の慣性項を考慮したMHD方程式からその分散関係式を導き、プラズマ密度とプラズマ電子温度、プラズマ抵抗の逆べき乗に比例、の各々プラズマ中及び周辺部（“擬真空”中）の値をいろいろと変化させることによって、この式を解析し次の結果を得ている。;

- ① 周辺部のプラズマ密度のプラズマ中のそれに対する比が小さい時、周辺温度が低くなることによって、テアリング・モードから自由境界モードへの連続的な遷移が起こる。
- ② しかしながら、周辺の温度が充分高い時でも、電子の慣性項を考慮すれば、周辺のプラズマ密度を低くすることによって、テアリング・モードから、自由境界モードと同じ成長率を持つ慣性キンク・モードへの連続的な遷移が起こる。

従って、彼等は、“擬真空”モデルは、周辺部の低温度、高抵抗、ではなくて、周辺部の低密度が本質的な役割を果すと結論している。しかしながら、MHDの非線形計算では、この電子の慣性項は通常考慮されておらず、又周辺部を低密度とすると、この領域でアルフヴェン速度が他の領域に比べて大きくなり、数値安定性の条件から、時間ステップ幅が小さくなることが予想され、時間発展方程式を数値積分する非線形計算に対して、この低密度は好ましくない。そこで我々は、次の4.2節で、この電子の慣性項を考慮しない場合の成長率に対するプラズマ密度比及びプラズマ抵抗比依存性を解析的、数値解析的に詳しく解析して、周辺のプラズマ密度がプラズマ中と同じで、周辺が高抵抗の“擬真空”モデルの抵抗性自由境界モードの解析への応用の妥当性を示す。

この“擬真空”モデルを使った自由境界モードの計算では、プラズマ-“擬真空”的境界の位置は、プラズマ抵抗の分布によって決められるが、このモデルを使った数値計算では多くの場合、このプラズマ抵抗の挙動は、プラズマ抵抗、 η 、の式からではなくて、プラズマ抵抗がボロイダル磁束関数、 ψ 、に凍りついで動くという仮定で求められている⁴⁾。本コードでは、第2章の基礎方程式のところで述べた様にこの仮定はせずに有限の κ_{\parallel} と κ_{\perp} の値を使って、プラズマ抵抗の輸送方程式をMHD方程式と同時に解くことによって、この境界の位置を決める。上述の仮定は、プラズマ抵抗の輸送方程式(2.15)式で $\kappa_{\parallel} \rightarrow \infty$ 、かつ $\kappa_{\perp} = 0$ とおいたことに担当している。この高抵抗“擬真空”モデルを使えば、プラズマ-真空の境界の位置を追跡する必要はないが、この付近で、プラズマ抵抗の値が急峻な傾きをもつため、数値計算上いろいろな問題を引起す。

4.3 節では、それらの問題を回避するための数値解法について述べる。

4.2 モデルの妥当性

ここでは、“擬真空”モデルが、実際の真空をどのくらいよく表現するのかを解析的かつ数値解析的に調べる。線形化された抵抗性簡約MHD方程式は次の様になる。

$$r \nabla_{\perp}^* (\rho_0 \nabla_{\perp} \Phi) = F \Delta_{\perp}^* \Psi - \frac{m}{r} \frac{d J_0}{dr} \Psi, \quad (4.1)$$

$$r \Psi = -F \Phi + \eta_0 \Delta_{\perp}^* \Psi, \quad (4.2)$$

$$F = \frac{1}{q} (m - n q), \quad (4.3)$$

ここで添字 0 は平衡量であることを表わし、時間微分は成長率、 r 、で置換えられている。又この章の解説では、(4.1)式に示されているようにプラズマ密度、 ρ_0 、の分布の効果は含めるが、プラズマ抵抗の摂動項は線形解析に対して本質的な影響を与えないことから、プラズマ抵抗の輸送方程式、(2.15)式、は省略する。

以下、変数は添字 i (internal) で、プラズマ内部領域の量であることを、又添字 e (external) で、プラズマ外部の“擬真空”領域の量であることを表わす。

まず、外部のプラズマ密度、 ρ_e 、の効果を調べる。簡単のために、プラズマ密度、プラズマ電流、プラズマ抵抗は、各々プラズマ内部、プラズマ外部では一定であると仮定し、かつ $\eta_i / \eta_e \ll 1$ 、 $J_e / J_i \ll 1$ と仮定すれば、(4.1)、(4.2)式とプラズマ表面 ($r = a$) での連続の条件を使って、内部解； $\Psi_i = r^m$ 、 $\Phi_i = -r \Psi_i / F_i$ 、及び外部解； $\Psi_e = (r^m - b^{2m} r^{-m}) / (1 - (b/a)^{2m})$ 、 $\Phi_e = r \Psi_e / F_i$ が求まる。更に、プラズマ表面での次の境界条件、

$$r \ll \rho_0 \frac{d\Phi}{dr} \gg = F \ll \frac{d\Psi}{dr} \gg - \frac{m}{r} \Psi \ll J_0 \gg, \quad (4.4)$$

を考える。(4.4)式で $\ll f \gg$ は f のその場所でのとびを表わす。上で求めた解に(4.4)式の境界条件を使えば“擬真空”モデルによる自由境界モードの成長率、 $r_{p.v.}$ 、が次の様に求まる。

$$r_{p.v.}^2 = \left[1 + \frac{\rho_e}{\rho_i} \frac{1 + (a/b)^{2m}}{1 - (a/b)^{2m}} \right]^{-1} r_{r.v.}^2, \quad (4.5)$$

ここで、

$$r_{r.v.}^2 = \frac{2}{q_a^2} (m - n q_a) \left[1 - \frac{m - n q_a}{1 - (a/b)^{2m}} \right], \quad (4.6)$$

は、理想MHDで実際の真空解を使った一様電流分布の場合の自由境界シンク・モードの解析的な成長率を表わす⁹⁾。 $\rho_e / \rho_i \rightarrow 0$ で“擬真空”モデルに対する成長率は、真空解に対する成長率に一致する。しかしながら、 $\rho_e / \rho_i = 1$ の場合でも $r_{p.v.}^2$ は $r_{r.v.}^2$ に要素 $(1 - (a/b)^{2m}) / 2$ 倍されるだけで、そのオーダーはかわらない。第2図に $a/b = 0.5$ 、 $q_a = 1.4$ で一様電流分布の場合の成長率 r の $\log_{10}(\rho_e / \rho_i)$ 依存性を示す。 $r_{p.v.}$ は、(4.5)式によって求めた値、 r_{cal} は(4.1)、(4.2)式を固有値問題として数値計算して求めた値で両者は、よく一致している。

この図より、 $\rho_e / \rho_i = 0.1$ 程度で、“擬真空”モデルの成長率は、実際の真空に対する成長率

に一致することがわかる。

次に外部のプラズマ抵抗の値, η_e , の効果を調べる。簡単のために上での解析と同様にプラズマ密度, プラズマ電流, プラズマ抵抗は各々プラズマ内部, 外部で一定であると仮定し, かつ $\rho_e/\rho_i \ll 1$, $J_e/J_i \ll 1$ と仮定すれば, ファース等によって得られたテアリング・モードの成長率の公式¹⁰⁾を用いて, 次の分散関係式を得る。

$$\left[1 - \left(\frac{r_s}{b} \right)^{2m} \right] \left[1 - \left(\frac{a}{r_s} \right)^{2m} \right] \frac{q_a^2}{2} r^{13/5} + \beta \left[1 - \left(\frac{a}{b} \right)^{2m} \right] \frac{q_a^2}{2} r^2 \\ + (m - nq_a) \left[1 - \left(\frac{r_s}{b} \right)^{2m} \right] \left[m - nq_a - 1 + \left(\frac{a}{r_s} \right)^{2m} \right] r^{5/4} \\ + \beta (m - nq_a) \left[m - nq_a - 1 + \left(\frac{a}{b} \right)^{2m} \right] = 0, \quad (4.7)$$

ここで,

$$\beta = \frac{2m}{(r_s/b)} \left[\frac{(dq/dr)^2 m^2 b^2 \rho_i}{32 q^4 \rho_e} \right]^{1/4} \eta_e^{3/4} \Big|_{r=r_s}, \quad (4.8)$$

$r = r_s$ は特異点の位置を表わす。 $\beta \gg 1$ の場合, この分散関係式より (4.6) 式の自由境界キンク・モードの成長率が得られるが, $\beta \ll 1$ の場合は, 次のテアリング・モードの成長率となる。

$$r = \frac{1}{2} \left[\frac{(dq/dr)^2 m^2 b^2 \rho_i}{q^4 \rho_e} \right]^{1/5} \Delta'^{4/5} \eta_e^{3/5} \Big|_{r=r_s}, \quad (4.9)$$

ここで

$$\Delta' = - \frac{2m}{(r_s/b)} \frac{1}{1 - (r_s/b)^{2m}} \frac{m - nq_a - 1 + (a/b)^{2m}}{m - nq_a - 1 + (a/r_s)^{2m}}. \quad (4.10)$$

第3図に, $a/b = 0.5$, $q_a = 1.4$, $\eta_i = 10^{-7}$ で一様電流分布の場合の成長率, r , の η_e 依存性を示す。 $\eta_e < 10^{-4}$ の領域では, r は $\eta_e^{3/5}$ に比例して不安定モードがテアリング・モードであることを示しているが, 充分大きな η_e ($\eta_e > 10^{-4}$) の領域では, η_e の値に無関係に一定値をとり, 理想MHDでの自由境界キンク・モードであることを示している。双方の場合に対して, 計算された成長率は図中の点線で示してある解析的な値, (4.6)式及び(4.9)式, によく一致している。 $\rho_e/\rho_i = 1$ の場合も計算された成長率(図中的一点鎖線で示されている)は同様の η_e 依存性を示している。これらの結果より電子の慣性項を考慮しない場合, 外部領域に於けるプラズマ低密度ではなくて, プラズマ高抵抗の“擬真空”が自由境界キンク・モードの解析に本質的な役割を果していることがわかった。

最後に, 分布電流の場合を考える。第4図に $a/b = 0.66$, $\eta_i = 10^{-6}$, パラボラ電流分布; $J_i \propto (1 - r^2)$, の場合の計算された成長率, r の q_a 依存性を示す。“擬真空”を用いて $\rho_e/\rho_i = 10^{-3}$ の場合の成長率(図中の実線で示されている)は理想MHDで, 実際の真空解を使って計算された成長率(図中の点線で示されている)によく一致している。更に $\rho_e/\rho_i = 1$ の場合は, 計算された成長率は, 図中的一点鎖線で示されているように, 一様電流分の場合とほぼ同じ割合だけ低い値となっている。第4図でもわかるように“擬真空”による成長率は, 理想MHDの場合と違って $q_a > 2$ の領域でも, 有限の値をもっている。これは, プラズマ内部の有限のプラズマ抵抗, η_i , によるもので, これを詳しく調べるために $q_a > 2$ の領域で, $a/b = 0.66$ と $a/b =$

1の場合の成長率を第5図に示す。図中の点線は、各々の場合について、通常の Δ' による解析¹⁰⁾によって計算されたテアリング・モードの成長率で、両者は双方の場合についてよい一致を示している。従って、"擬真空"による $q_a > 2$ の領域の不安定性は、プラズマ内部の有限抵抗によって引起されているテアリング・モードであることがわかった。

以上、この高抵抗"擬真空"モデルを用いることによって、通常の自由境界キンク・モードだけではなくプラズマ内部に特異点をもつテアリング・モードが、特異点がプラズマ表面近くにある場合を含めて、殆んど正確に表現できることがわかった。

4.3 非線形計算のための数値解法

ここでは、4.2節で詳しく述べた高抵抗"擬真空"モデルを使って、非線形自由境界問題を数値的に解くための数値解法について考える。

4.3.1 マッピング法

"擬真空"モデルを使う場合、プラズマ抵抗、 η は一般にプラズマ表面付近で急峻な傾きをもっている。この場合、 η の式(3.6)式をそのまま解くと実空間でのあるグリッド上に於ける η の値が数値的に負の値になることがしばしば起こる。 η のグリッド上の値が負になると、後の数値安定条件のところで述べるように、数値不安定性が起つて、数値積分を続けることができなくなる。従って、このモデルを使って、時間発展の式(3.4)～(3.6)式を解く場合、 η の値が実空間の全てのグリッド上で、常に正值をとることを保障しなければならない。ここでは、そのためのマッピング法について述べる。

まず、プラズマの小半径方向、 r 方向の位置を表わす新しい変数、 $S_{m/n}(r)$ 、を導入し、変数変換を行つて(3.6)式のプラズマ抵抗の輸送方程式を、次の様に変形する。

$$\begin{aligned} \frac{\partial S_{m/n}}{\partial t} &= [S, \phi]_{m/n} - \kappa_{\parallel} \left\{ [X, \psi]_{m/n} + \left(\frac{\eta''}{\eta'} X^2 \right)_{m/n} \right\} \\ &\quad + \kappa_{\perp} \left\{ \Delta_{\perp}^* S_{m/n} + \left(\frac{\eta''}{\eta'} |\nabla_{\perp} S|^2 \right)_{m/n} \right\}, \end{aligned} \quad (4.11)$$

$$X_{m/n} = [S, \psi]_{m/n}. \quad (4.12)$$

(4.11)式に於いて、'は S による微分を表わし、 κ_{\parallel} 及び κ_{\perp} のついた項の第2項は各々変数変換によって生じる付加項で、その係数は、プラズマ-真空境界付近で大きな値をもつ。(4.11)式によって得られた $S_{m/n}(r)$ をフーリエ合成して、実空間に於ける $\widehat{S}(r, \theta)$ を求める。ここで θ は、ヘリカル対称性($m/n = \text{const}$)を方程式に導入することによって生じたヘリカル・ポロイダル座標で、元のポロイダル座標 θ とは、次の関係式で結びつけられる。

$$\Theta = \theta - \frac{n}{m} \varphi, \quad (4.13)$$

ここで、 φ はトロイダル座標を表わす。この $\widehat{S}(r, \theta)$ が求まった後、次のマッピングの式、

$$\widehat{\eta}(r, \theta) \equiv \widehat{\eta}(\widehat{S}(r, \theta)|_{t=0}); \quad \widehat{S}(r, \theta)|_{t=0} \equiv r, \quad (4.14)$$

と、 r 方向の内挿によって、全ての (r, θ) のグリッド上の $\hat{\eta}$ の値を求め、それを θ に関してフーリエ展開することによって、各 m/n についてのフーリエ係数 $\eta_{m/n}(r)$ が求まる。

このマッピング法によって、実空間での全てのグリッド上で正値をとるプラズマ抵抗、 η 、のフーリエ係数が求まり、(3.4)式の Ψ の方程式の拡散項についての数値安定条件が満足される。

4.3.2 折返し法

プラズマー真空の境界付近ではプラズマ抵抗、 η 、の値が急峻な傾きをもつため、実空間上で、 η がプラズマー真空境界付近で、少しの摂動をもてば、 η のフーリエ係数は高モードのものまで大きな振幅をもつ。このスペクトラムの広がった η のフーリエ係数を用いて η の式を解くと、 Ψ のスペクトラムも広がり、モード数を充分多くとらなければ、数値積分を続けることが困難となる。ここでは、その困難さを避けるための Ψ の式を解く場合の“折返し法”について述べる。

今、単一ヘリシティの場合で、フーリエ・モード数 M と同じだけ実空間で θ 方向にグリッドを切った場合を考える。グリッドの数を J とすると $J = M$ 。実空間の 2 つの変数を $\hat{a}(\theta), \hat{b}(\theta)$ 、又その積を $\hat{c}(\theta)$ で表わし、それらのフーリエ係数を各々、 a_m, b_m, c_m で表わす。 $\hat{a}(\theta), \hat{b}(\theta)$ の積は、

$$\begin{aligned} a(\theta_j) \times b(\theta_j) &= \left[\sum_{m'=-M}^M a_{m'} \exp(i m' \theta_j) \right] \left[\sum_{m''=-M}^M b_{m''} \exp(i m'' \theta_j) \right] \\ &= \sum_{m'=-M}^M \sum_{m''=-M}^M a_{m'} b_{m''} \exp(i (m'+m'') \theta_j), \end{aligned} \quad (4.15)$$

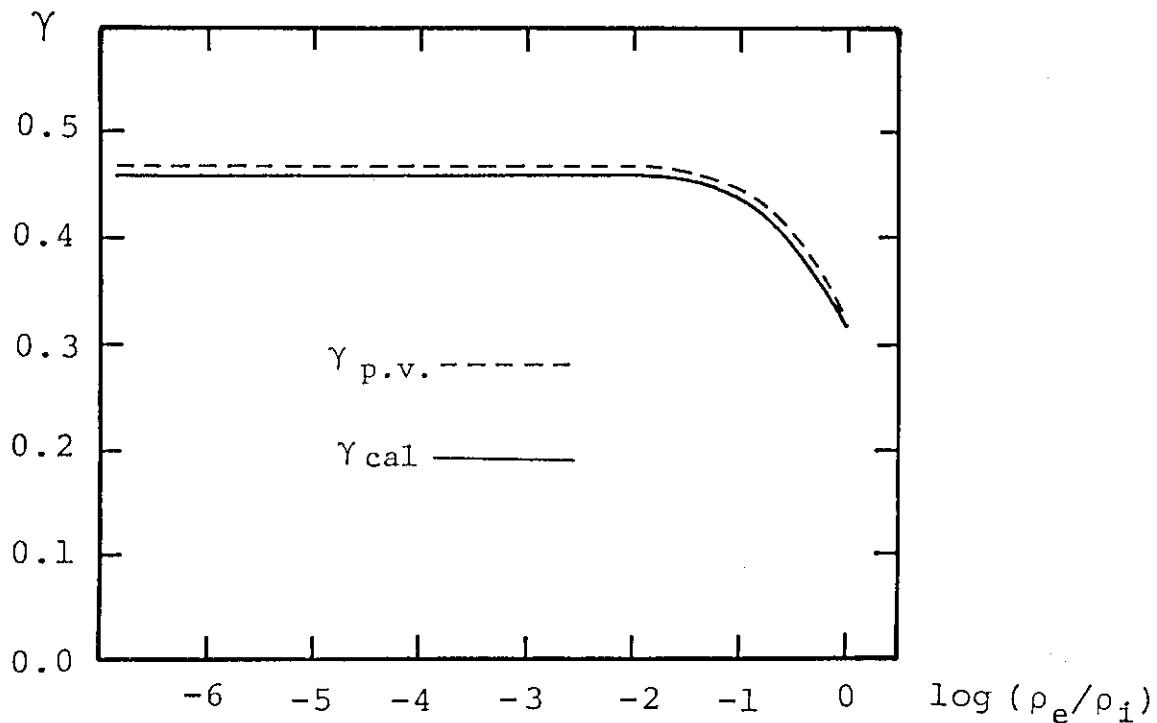
となる。 $\hat{c}(\theta_j) = \hat{a}(\theta_j) \hat{b}(\theta_j)$ より、両辺のフーリエ係数を比較すれば、

$$c_m = \sum_{m'+m''=m} a_{m'} b_{m''}, \quad (4.16)$$

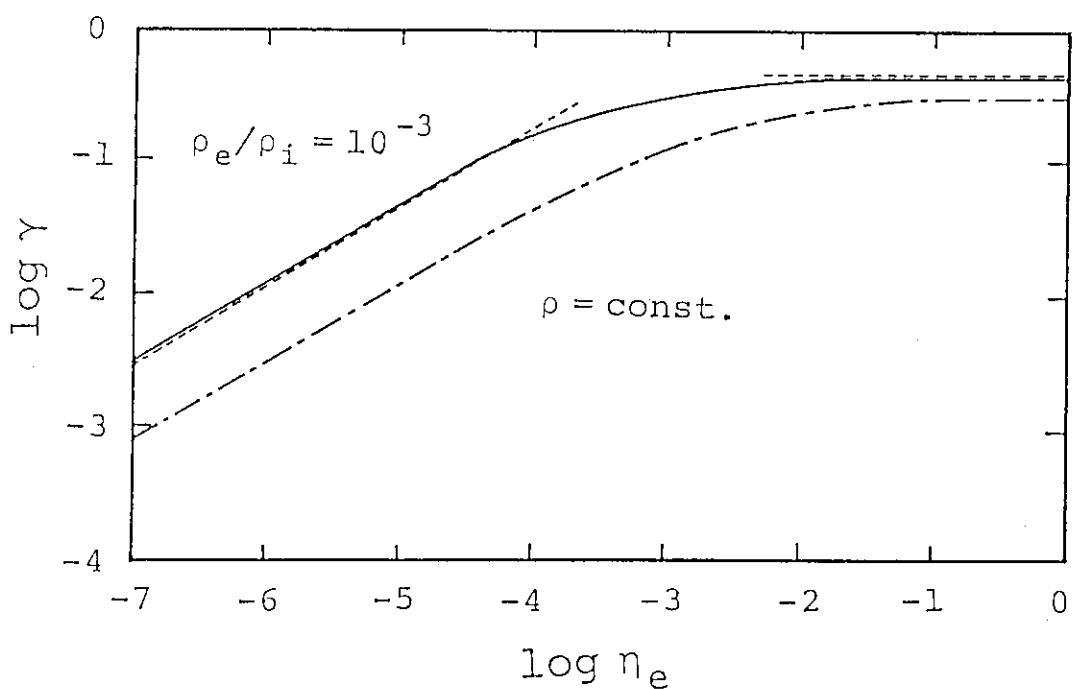
の通常のフーリエ空間のコンボルーションの式となる。この $m' + m'' = m$ となる (m', m'') の組合せは第 6 図に示されているように、 $-M \leq m', m'' \leq M$ かつ $m=0$ と $m=M$ で表わされる 2 つの直線で囲まれた領域（図中の●印で示されている）で、通常のフーリエ展開による方法では図中の○印で示されている $m > M$ の領域の組合せは、カットされる。しかしながら、この領域の組合せも $m' + m'' = M + k$ ($k > 0$) とおけば、総グリッド数 $J = M$ で $\theta_j = (j-1)\pi/J$ であることを考慮すれば、

$$\begin{aligned} \exp(i (m'+m'') \theta_j) &= \exp(i (M+k) \theta_j) \\ &= \exp(i (M-k) \theta_j), \end{aligned} \quad (4.17)$$

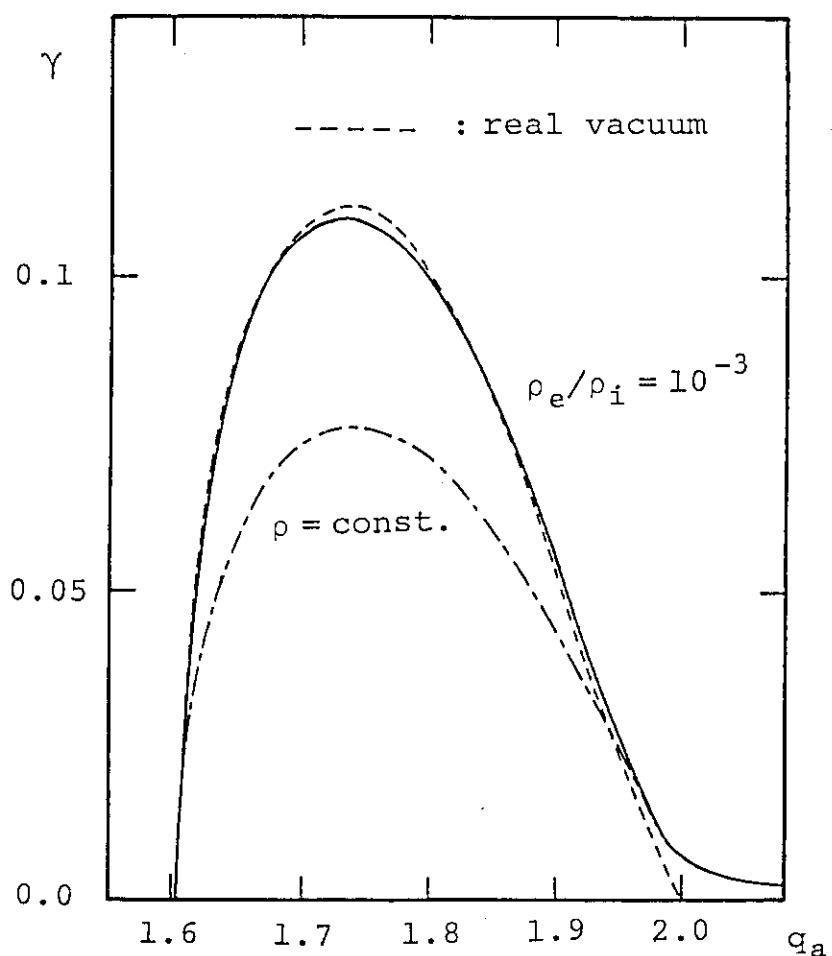
となり、これらの組合せも、 $m=M$ の線を対称として、 $0 < m < M$ の対象としているモード数の領域に折返すことができる。我々は、この方法を“折返し法”とよぶ。この方法は、“擬真空”モデルを用いて、自由境界モードの非線形計算を行う場合のように、瞬時にスペクトラムが広がる計算を行う場合に、有効な方法である。



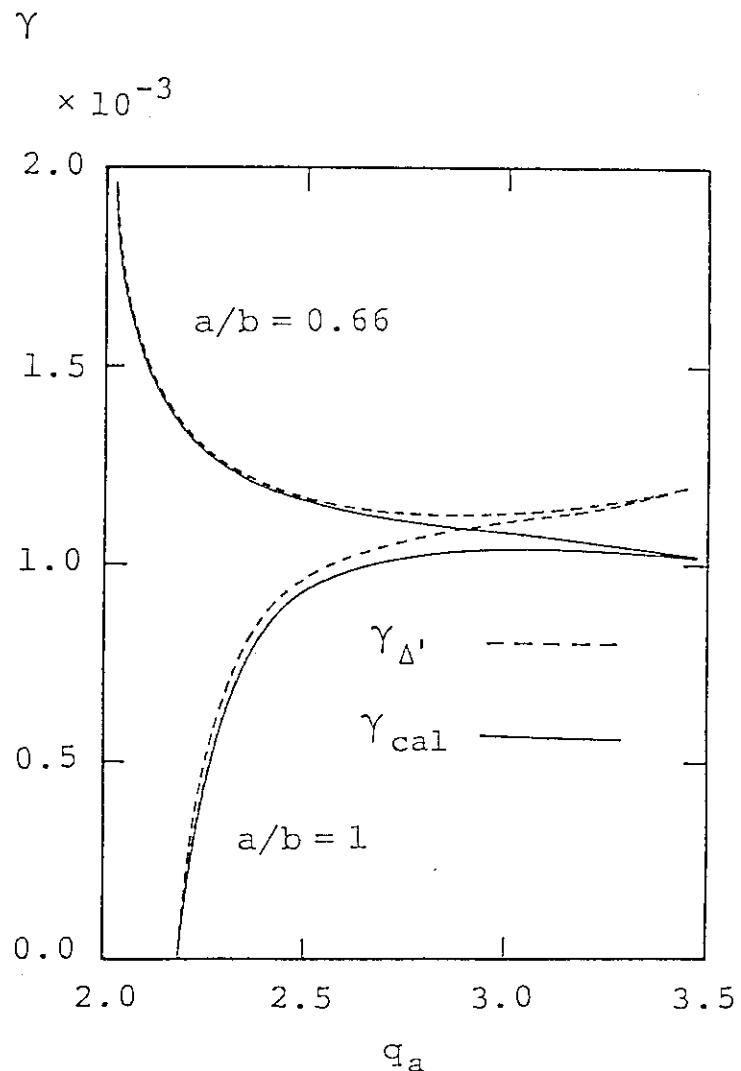
第2図 “擬真空”モデルによる自由境界キンク・モードの成長率。プラズマ内部の外部に対する密度比の依存性を示す。一様電流分布で、 $a/b = 0.5$, $q_a = 1.4$, $\eta_i/\eta_e = 10^{-7}$ とした。点線は、(4.5)式によって計算された解析的な成長率を示す。



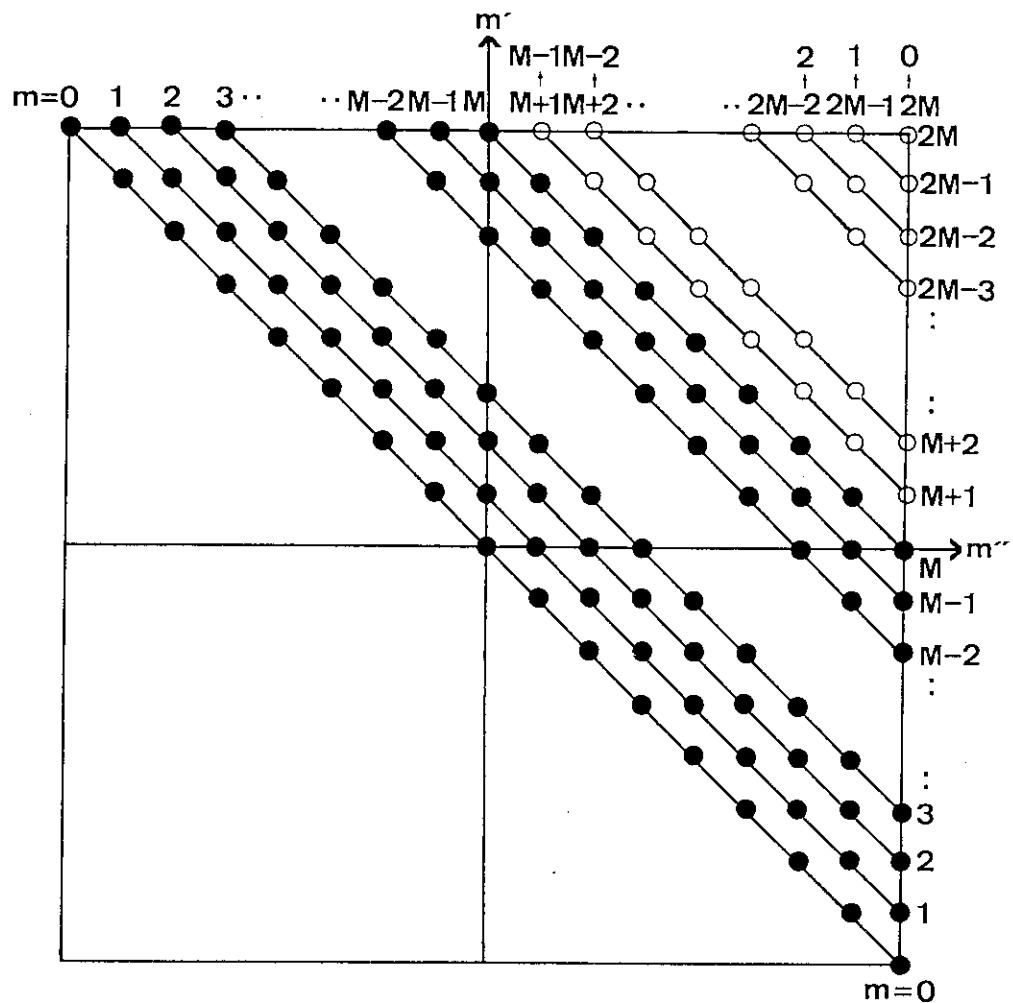
第3図 “擬真空”モデルによる自由境界モードの成長率のプラズマ内部の外部に対する抵抗比の依存性。第2図と同じパラメータで、 $\eta_i = 10^{-7}$ とし、点線は解析的な式、(4.5), (4.9)式、で計算された成長率を示す。



第4図 “擬真空”モデルによる自由境界モードの成長率の
 q_a 依存性。パラボラ電流分布で、 $a/b = 0.66$ 、
 $\eta_i/\eta_e = 10^{-6}$ で、点線は、実際の真空解による理想
MHDの自由境界キンク・モードの成長率を示す。
“擬真空”モデルによる成長率の $q_a > 2$ の領域は、
テアリング・モードによる成長率を示している。



第5図 “擬真空”モデルによる自由境界、及び固定境界のテアリング・モードの成長率。点線は、 Δ' 解析によって得られた成長率を示す。



第6図 折返し法による (m', m'') の組合せ。 $m = M$ の線より上 (○印, $m' > M$) の組合せは、本来のフーリエ空間に於ける積の計算では、カットされるが、この方法では、 $m = M$ の線を対称として、 $m < M$ の領域に折返される。

5. 時間離散化

この章では、基礎方程式の時間に関する離散化について述べる。(3.4)～(3.9)式の時間発展の方程式は、2ステップのプレディクタ・コレクタ法を用いて次の様に時間離散化を行う。

第1ステップ：

$$\frac{U_m^{k+1/2} - U_m^k}{\Delta t / 2} = [U^k, \phi^k]_m + [J^k, \psi^{*,k}]_m + \frac{\nu}{2} [\Delta_{\perp}^* (U_m^{k+1/2} + U_m^k)] , \quad (5.1)$$

$$\phi_m^{k+1/2} = (\Delta_{\perp}^*)^{-1} U_m^{k+1/2} , \quad (5.2)$$

$$\frac{\psi_m^{*,k+1/2} - \psi_m^{*,k}}{\Delta t / 2} = [\psi^{*,k}, \phi^{k+1/2}]_m + \sum_{m' \neq m''=m} \frac{\eta_{m'}^k}{2} (\Delta_{\perp}^* \psi_{m''}^{k+1/2} + J_{m''}^k) - E_m^w , \quad (5.3)$$

$$J_m^{k+1/2} = \Delta_{\perp}^* \psi_m^{k+1/2} , \quad (5.4)$$

$$\begin{aligned} \frac{S_m^{k+1/2} - S_m^k}{\Delta t / 2} &= [S^k, \phi^{k+1/2}]_m - \kappa_{\parallel} \left\{ [X^{k+1/2}, \psi^{*,k+1/2}]_m \right. \\ &\quad \left. + \sum_{m' \neq m''=m} Y_{m'}^k X_{m''}^{k+1/2} \right\} + \kappa_{\perp} \Delta_{\perp}^* S_m^{k+1/2} , \end{aligned} \quad (5.5)$$

$$X_m^{k+1/2} = [S^{k+1/2}, \psi^{*,k+1/2}]_m , \quad (5.6)$$

$$Y_m^k = \sum_{m' \neq m''=m} \left(\frac{\eta''}{\eta'} \right)_{m'}^k [S^k, \psi^{*,k+1/2}]_{m''} \quad (5.7)$$

$$S_m^{k+1/2}(r) \rightarrow \widehat{S}^{k+1/2}(r, \theta) \rightarrow \widehat{\eta}^{k+1/2}(r, \theta) \rightarrow \eta_m^{k+1/2}(r) , \quad (5.8)$$

第2ステップ：

$$\begin{aligned} \frac{U_m^{k+1} - U_m^k}{\Delta t} &= [U^{k+1/2}, \phi^{k+1/2}]_m + [J^{k+1/2}, \psi^{*,k+1/2}]_m \\ &\quad + \frac{\nu}{2} [\Delta_{\perp}^* (U_m^{k+1} + U_m^k)] , \end{aligned} \quad (5.9)$$

$$\phi_m^{k+1} = (\Delta_{\perp}^*)^{-1} U_m^{k+1} , \quad (5.10)$$

$$\begin{aligned} \frac{\psi_m^{*,k+1} - \psi_m^{*,k+1/2}}{\Delta t / 2} &= [\psi^{*,k+1/2}, \phi^{k+1/2}]_m \\ &\quad + \sum_{m' \neq m''=m} \frac{\eta_{m'}^{k+1/2}}{2} (\Delta_{\perp}^* \psi_{m''}^{k+1} + J_{m''}^{k+1/2}) - E_m^w , \end{aligned} \quad (5.11)$$

$$J_m^{k+1} = \Delta_{\perp}^* \psi_m^{k+1} , \quad (5.12)$$

$$\frac{S_m^{k+1} - S_m^k}{\Delta t} = [S^{k+1/2}, \phi^{k+1}]_m - \kappa_{\parallel} \left\{ [X^{k+1}, \psi^{*, k+1}]_m + \sum_{m' \neq m''} Y_{m'}^{k+1/2} X_{m''}^{k+1} \right\} + \kappa_{\perp} \Delta_{\perp}^* S_m^{k+1}, \quad (5.13)$$

$$X_m^{k+1} = [S^{k+1}, \psi^{*, k+1}]_m, \quad (5.14)$$

$$Y_m^{k+1/2} = \sum_{m' \neq m''} \left(\frac{\eta''}{\eta'} \right)_{m'}^{k+1/2} [S^{k+1/2}, \psi^{*, k+1}]_{m''}, \quad (5.15)$$

$$S_m^{k+1}(r) \rightarrow \widehat{S}^{k+1}(r, \theta) \rightarrow \widehat{\eta}^{k+1}(r, \theta) \rightarrow \eta_m^{k+1}(r), \quad (5.16)$$

ここで、 k は時間ステップ、又 Δt は時間ステップ幅を表わし、ヘリカル対称性を仮定していることから、各フーリエ係数の添字 m/n のうちトロイダル・モード数 n は省略した。又、 S の式 (5.5)、(5.13) 式の κ_{\perp} の項に対する付加項は省略した。

(5.1)、(5.2)、(5.9)、(5.10) 式は、各々三重対角行列となり、簡単に解けるが (5.3)、(5.5)、(5.11)、(5.13) 式は、ブロック三重対角行列となり、特に (5.5)、(5.13) 式は各々 (5.6)～(5.8) 式、(5.14)～(5.16) 式の二重のコンボルーションの計算や、実空間でのマッピングを行うこともあって、この部分の計算が本コードを使って行う計算の殆んど 90% に近い CPU 時間を費す。

6. 数値安定条件

この章では、次に示すプラズマ抵抗、 η 、を拡散係数としたポロイダル磁束、 Ψ 、の拡散方程式の数値安定条件を4.3.2節で述べた“折返し”のある場合を含めて考える。拡散方程式は、

$$\frac{\partial \Psi_{m/n}}{\partial t} = \eta \Delta^* \Psi_{m/n}. \quad (6.1)$$

まず、折返しのない通常のフーリエ展開の場合で、 $\Psi_0 = \Psi_{m/n=0/0}$ と $\Psi_1 = \Psi_{m/n=0/0}$ の2つのフーリエ成分に対する準線形の式は、 η の摂動、 $\eta_1 = \eta_{m/n=0/0}$ 、を考えた場合、次式で表わせる。

$$\frac{\partial \Psi_0}{\partial t} = -k_r^2 \eta_0 \Psi_0 - 2(k_r^2 + k_\theta^2) \eta_1 \Psi_1, \quad (6.2)$$

$$\frac{\partial \Psi_1}{\partial t} = -k_r^2 \eta_1 \Psi_0 - (k_r^2 + k_\theta^2) \eta_1 \Psi_1, \quad (6.3)$$

ここで、 k_r 、 k_θ は各々 r 方向、 θ 方向の波数を表わし、又、 t の1階微分の項は省略した。時間離散化した式は、右辺の項を全て $k+1$ の時間で評価する完全陰解法を使えば、時間ステップ幅を Δt として、次の行列式形式で表わせる。

$$\begin{bmatrix} 1 + \Delta t k_r^2 \eta_0, & 2 \Delta t (k_r^2 + k_\theta^2) \eta_1 \\ \Delta t k_r^2 \eta_1, & 1 + \Delta t (k_r^2 + k_\theta^2) \eta_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_0^{k+1} \\ \Psi_1^{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Psi_0^k \\ \Psi_1^k \end{bmatrix}. \quad (6.4)$$

(6.4)式の行列を $\bar{\mathbf{A}}$ 、ベクトルを \mathbf{x} とおき、 $\mathbf{x}^{k+1} = \lambda^{-1} \mathbf{x}^k$ とおけば、数値安定条件は、

$$|\lambda| \geq 1. \quad (6.5)$$

$\bar{\mathbf{A}} \mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{x}^k = \lambda \mathbf{x}^{k+1}$ であるので、(6.4)式の \mathbf{x} が解をもつためには

$$|\bar{\mathbf{A}} - \lambda| = 0, \quad (6.6)$$

が必要条件となる。(6.6)式に(6.4)式の行列要素を代入して、 λ を求めると、

$$\lambda = 1 + \frac{1}{2} \left[d \pm \sqrt{d^2 - 4 \Delta t^2 k_r^2 (k_r^2 + k_\theta^2) (\eta_0^2 - 2\eta_1^2)} \right], \quad (6.7)$$

ここで、

$$d = \Delta t (2k_r^2 + k_\theta^2) \eta_0. \quad (6.8)$$

(6.5)、(6.7)式より、この拡散方程式の数値安定条件は、折返しのない場合、

$$|\eta_0| \geq \sqrt{2} |\eta_1|, \quad (6.9)$$

となる。次に折返しのある場合を考える。第6図より、 $M=1$ の場合、行列 $\bar{\mathbf{A}}$ の変化は、右上の要素が2倍されることが容易にわかる。上と同様にして、固有値 λ を求めると

$$\lambda = 1 + \frac{1}{2} \left[d \pm \sqrt{d^2 - 4 \Delta t^2 k_r^2 (k_r^2 + k_\theta^2) (\eta_0^2 - 4\eta_1^2)} \right], \quad (6.10)$$

となる。従って数値安定条件は、

$$|\eta_0| \geq 2 |\eta_1|, \quad (6.11)$$

となる。今、実空間での $\hat{\eta}(r, \theta)$ を考えると、

$$\begin{aligned}\widehat{\eta}(r, \theta) &= \sum_{m=-1}^1 \eta_m(r) \exp(i m \theta) \\ &= \eta_0 + 2\eta_1 \exp(i \theta),\end{aligned}\quad (6.12)$$

で表わされるので、(6.11)式の条件は $\widehat{\eta}(r, \theta) \geq 0$ の物理条件となっていることがわかる。 (6.9)式と(6.11)式を比較すれば、折返しを考えた場合の方が、折返しを考えない通常の Fourier 空間の計算よりも、数値安定のための条件はきつくなっているが、プラズマ抵抗 η を 4.3.1 節で述べたマッピング法を使って解いている限り、実空間での $\widehat{\eta}(r, \theta) \geq 0$ の条件は常に満足されるので、(6.11)式も満たされて、(3.4)式の ψ の方程式の拡散部分の数値安定性は確保される。

7. 初期条件

この章では、非線形計算を行うための初期条件として、平衡配位と初期摂動の2つについて考える。

最初に平衡は、基礎方程式として簡約MHD方程式を使い、かつ円筒配位トカマクを対象としているのでプラズマ電流分布、 $J_0(r)$ 、を与えるべきである。通常のMHDの計算では、物理的に重要な意味をもつ安全係数、 $q(r)$ の分布から次の様にプラズマ電流分布、 $J_0(r)$ を決めることが、多くの場合行われている。

$$J_0(r) = \frac{B_0}{R_0} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{r}{q^2(r)} \right) . \quad (7.1)$$

ここで、 B_0 、 R_0 は各々トロイダル磁場、プラズマ大半径を表す。安全係数、 $q(r)$ の分布は、次式で与えられる。

$$q(r) = q_0 \left[1 + \left(\frac{r}{r_0} \right)^{2\lambda} \right]^{1/\lambda}. \quad (7.2)$$

ここで、 q_0 は磁気軸での安全係数の値、 λ 、 r_0 は各々プラズマ電流分布の集中度、及び幅を表すパラメータである。本コードでは(7.2)式の $q(r)$ の分布より平衡を決める事もできるが、“擬真空”モデルを使って、非線形の自由境界問題を解く場合、“擬真空”中のプラズマ電流の値が、その領域のプラズマ抵抗の値を決める事から、電流分布自身を与える方が都合がよい。そのため、次の関数、 $f_0(r)$ を考える。

$$f_0(r) = \begin{cases} f_{in}(r) = (1 - C_a) \left[1 - \left(\frac{r}{a} \right)^{2C_b} \right]^{C_c} + C_a; & 0 \leq r \leq a - \delta, \\ f_{ex}(r) = C_a S(a + \delta) / S(a - \delta); & a + \delta < r \leq b, \end{cases} \quad (7.3)$$

$$f_0(r) = \begin{cases} f_{in}(r) S(r) / S(a - \delta); & a - \delta < r \leq a, \\ f_{ex}(r) S(r) / S(a + \delta); & a < r \leq a + \delta. \end{cases} \quad (7.5)$$

(7.3)、(7.4)式の C_a は“擬真空”中のプラズマ電流の値、又 C_b 、 C_c は、プラズマ電流の集中度を決めるパラメータで、プラズマ-真空境界、 $r = a$ で $f_{in}(r)$ と $f_{ex}(r)$ を滑らかにつなぐために導入された形状関数、 $S(r)$ は次式で与えられる。

$$S(r) = (1 - C) \left[\frac{1}{2} + \tan^{-1}(x) - \frac{x}{1 + \pi^2} \right] + C, \quad (7.7)$$

$$x = \pi \frac{r - a}{\delta}, \quad (7.8)$$

ここで、 δ はプラズマ-真空境界領域の幅を表し、 $\delta \ll a$ となるように選ばれる。この関数、 $f_0(r)$ を使い、プラズマ表面($r = a$)での安全係数の値、 q_a を入力としてプラズマ電流分布は、次式で計算される。

$$J_0(r) = \frac{\int_0^a r f_0(r) dr}{q_a a^2} f_0(r) . \quad (7.9)$$

平衡のプラズマ抵抗は、この $J_0(r)$ の逆数となるように決める。即ち、

$$\eta_0(r) = \frac{\eta_0(b)}{J_0(r)} J_0(b) . \quad (7.10)$$

プラズマ抵抗の絶対値はシェル上の値、 $\eta_0(b)$ 、で入力する。次に、初期摂動について考える。本コードは、時間発展の方程式を初期値問題として解いているため、上述の平衡解に何らかの初期摂動を与えなければならない。物理的に妥当な初期摂動としては、すべての波数成分を含んでいるランダムな関数を選べば、その中で最も不安定なモードが成長して、他のモードはこのモードに比べて相対的に減衰することになるが、これを毎回行うと膨大な計算時間を費すことになる。もし、与えられた平衡解に対して最も不安定なモードの関数形がわかっているれば、それを初期摂動として用いれば、最も効率的な計算が期待できる。従って、本コードでは、線形化された方程式を固有値問題として解き、その最も不安定なモードの固有関数を初期摂動として用いる。時間微分を成長率、 r 、で置換えた簡約抵抗性MHD方程式、(3.4)～(3.6)式、を線形化すると次式が得られる。

$$r \Delta_\perp^* \phi = F \Delta_\perp^* \psi - \frac{m}{r} \frac{d J_0}{dr} \psi , \quad (7.11)$$

$$r \psi = -F \phi + \eta_0 \Delta_\perp^* \psi + \eta J_0 , \quad (7.12)$$

$$r \eta = -\frac{m}{r} \frac{d \eta_0}{dr} \phi + \kappa_{\parallel} F \left(\frac{m}{r} \frac{d \eta_0}{dr} \psi - F \eta \right) + \kappa_{\perp} \Delta_\perp^* \eta , \quad (7.13)$$

$$F \equiv \frac{1}{q} (m - nq) . \quad (7.14)$$

(7.11)～(7.13)式を、 r 方向に時間発展部分と同じグリッドを切って離散化し、同じ平衡量に対する固有値問題として解き、その固有関数を求めて、それを適当な物理条件で規格化して、非線形部分の初期摂動として用いる。

8. 境界条件

この章では、(3.4)～(3.6)式を解く際の境界条件について、全プラズマ電流一定の条件と、外部回路系との結合の効果を含めた場合の2つについて考える。又、リミターの効果の含め方にについても考える。

8.1 全プラズマ電流一定の条件

まず、ポロイダル・モード数が零でない $m \neq 0$ モードに対しては、磁気軸 ($r = 0$) 及びシェル上 ($r = b$) で各々の変数に対して、次の条件となる。

$$\Psi_{m/n} \Big|_{r=0,b} = 0, \quad (8.1)$$

$$J_{m/n} \Big|_{r=0,b} = 0, \quad (8.2)$$

$$\Phi_{m/n} \Big|_{r=0,b} = 0, \quad (8.3)$$

$$U_{m/n} \Big|_{r=0,b} = 0. \quad (8.4)$$

次に、 $m = 0$ のモードに対しては、磁気軸 ($r = 0$) で、 θ に関して対称でなければならないので、

$$\frac{\partial \Psi_{m/n}}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0, \quad (8.5)$$

$$\frac{\partial J_{m/n}}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0. \quad (8.6)$$

Φ_m と U_m に対しては (3.1) 式のようなフーリエ展開を行っているため、 $m = 0$ のモードは存在しない。

最後に、 $m/n = 0/0$ モードのシェル上 ($r = b$) での境界条件について考える。円筒かつ円断面のシェルであるので、全プラズマ電流を I_p とすれば、

$$I_p = \int_s \nabla \times \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = 2\pi b B^\theta(b), \quad (8.7)$$

となる。又、

$$\frac{\partial \Psi_{0/0}}{\partial r} \Big|_{r=b} = B^\theta(b) = \frac{I_p}{2\pi b}, \quad (8.8)$$

であるので、 $\partial \Psi_{0/0} / \partial r = \text{const.}$ とおけば $I_p = \text{const.}$ の通常使われる全プラズマ電流一定の条件となる。

8.2 外部回路系との結合

前節では、全プラズマ電流一定の条件を考えたが、プラズマのMHD的挙動と外部回路系とは、この全プラズマ電流、 I_p を通じて関係づけられるので、次のように MHD 方程式と外部回路の式を連立させて解くこともできる。

第7図のトカマク等価回路を考える。電源側の電圧、電流、インダクタンスを V_0, I_0, L_0 、又プラズマ側のそれらを各々 $V_{p0} + V_p, I_p, L_p$ 、又相互インダクタンスを M_0 とすれば、回路方程式は、

$$V_0 = L_0 \dot{I}_0 - M_0 \dot{I}_p , \quad (8.9)$$

$$M_0 \dot{I}_0 = L_p \dot{I}_p + V_{p0} + V_p , \quad (8.10)$$

$$(V_{p0} + V_p) = \dot{E}_t + Q , \quad (8.11)$$

ここで、

$$E_t = \int d\tau [|\nabla_\perp \phi|^2 + |\nabla_\perp \psi|^2] , \quad (8.12)$$

$$Q = \int d\tau (\eta J^2 + \nu U^2) . \quad (8.13)$$

(8.9)～(8.11)式に於いて、 \cdot は時間微分、 V_{p0} は初期印加電圧、 V_p はプラズマ挙動による摂動電圧を表わす。(8.11)式は、 $V_{p0} = E^w, V_p = \dot{\psi}|_{r=b}$ とおけば、(2.18)式の簡約抵抗性MHD方程式のエネルギー保存の式となる。(8.9)～(8.11)式より、 \dot{I}_0 を消去すれば、 I_p の式として次式を得る。

$$\dot{I}_p = - \widehat{L}_p^{-1} V_p , \quad (8.14)$$

ここで、

$$V_p = I_p^{-1} (\dot{E}_t + Q) - E^w , \quad (8.15)$$

$$\widehat{L}_p = L_p - \frac{M_0^2}{L_0} \cong \ell n \left(8 \frac{R_0}{b} \right) - 2 , \quad (8.16)$$

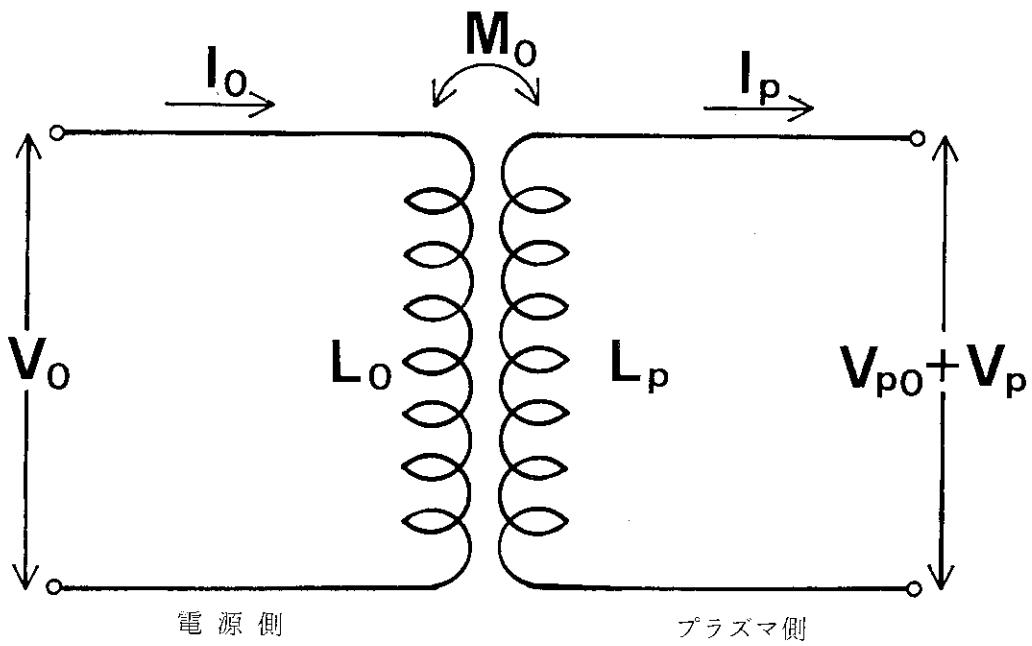
又、

$$\frac{M_0}{L_0} V_0 = V_{p0} = E^w , \quad (8.17)$$

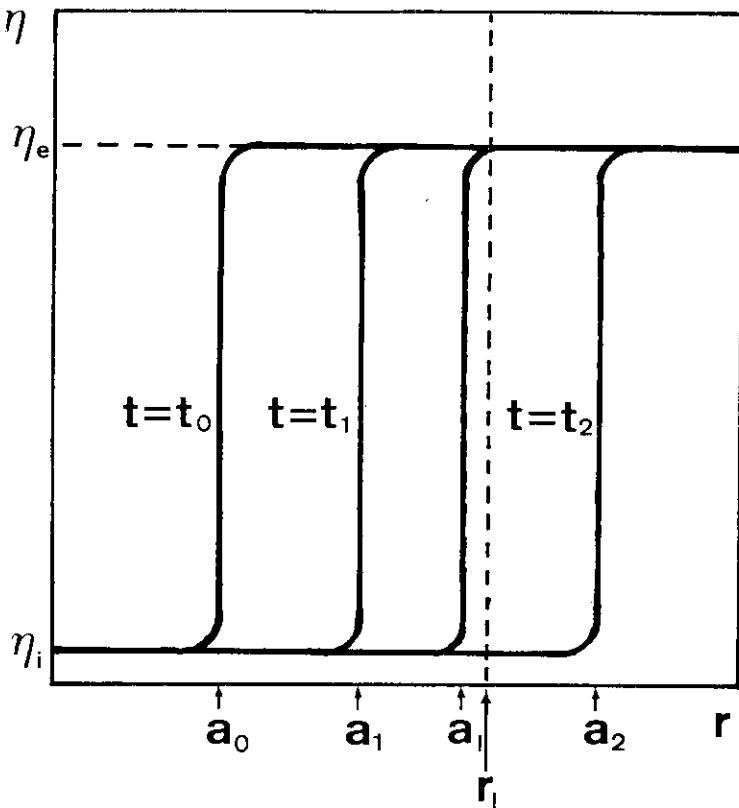
とおいた。(8.14)式を(3.4)～(3.6)式と同時に解き、 I_p を求めて、それを $\psi_{0/0}$ を解く際の境界条件として用いる。但し、 I_p の式に \dot{E}_t を含んでるので、 ψ の式を解く際の I_p は、半時間ステップ前の値を使う。(8.16)式より、 $R_0/b \rightarrow \infty$ の時、 $\widehat{L}_p \rightarrow \infty$ となり、 $I_p = \text{const.}$ の全プラズマ電流一定の条件となる。

8.3 リミターの効果

ここでは、リミター効果の含め方について考える。入力としては“擬真空”中の実空間の位置を与える。但し、ヘリカル対称性を仮定して、方程式を2次元で解いているため、リミターもヘリカル対称なものしか考慮できず、実際には、殆どの場合ポロイダル方向に対称なものを考える。このリミターの効果を含める計算は、実空間上で行う。第8図に示されているように、1つのポロイダル方向に於いて、 $t=0$ で、 $r=a_0$ の位置にあるプラズマ表面が、不安定性によって外側にふくらみ、リミターの位置、 $r=r_\ell$ までリミターと接触した時、熱いプラズマ($\eta < \eta_e$)はリミターの位置を越えては進んでいけないという条件をつける。これを各ポロイダル方向について行い、2次元平面での全てのグリッド上のプラズマ抵抗、 η 、の値を決める。他の変数、 ψ, U は、この η の挙動を通して、リミターの影響を受ける。



第7図 トカマク等価回路



第8図 リミターの効果。プラズマ抵抗、 η 、の急峻な傾きの位置で定義されるプラズマ表面は、 $t=t_0$ で $r=a_0$ の位置にあるが、不安定性によって、 $t=t_1$ で $r=a_1$ の位置、更にリミターがなければ、 $t=t_2$ で $r=a_2$ の位置まで移動するが、図中の点線、 $r=r_\ell$ 、の位置にリミターがある場合、 $r=a_\ell$ の位置で止められる。

9. 計 算 例

この章では、本コードを使った代表的な計算例を3つ示す。まず3つの場合に共通なパラメータは、物理定数に関しては次の値を選ぶ。

プラズマ半径； $a/b = 0.66$,

プラズマ表面での安全係数； $q_a = 1.95$,

ポロイダル・モード数； $m = 2$,

トロイダル・モード数； $n = 1$,

プラズマ抵抗の磁力線方向の拡散係数； $\kappa_{\parallel} = 10^2$,

プラズマ抵抗の磁力線と垂直方向の拡散係数； $\kappa_{\perp} = 10^{-8}$,

粘性率； $\nu = 10^{-5}$,

プラズマ電流分布；

$C_a = 10^{-6}$, $C_b = 1.781$, $C_c = 2$ [(7.3) 式],

$C = 1$ [(7.7) 式],

プラズマ抵抗の絶対値； $\eta_0(b) = 1$ [(7.10) 式].

このプラズマ電流分布、及びプラズマ半径に対して、磁気軸及びシェル上での安全係数の値は、各々 $q_a = 0.975$, $q_b = 4.476$, 又磁気軸でのプラズマ抵抗の値は、 $\eta_0(0) = 10^{-6}$ となる。次に数値計算に関するパラメータは、

r 方向グリッド数 ; IRMAX = 201,

Θ 方向グリッド数 ; JTMAX = 11,

全モード数 ; LMAX = 10,

時間ステップ幅 ; DT = 0.02,

とする。なお r 方向のグリッドは等間隔のものを、又、 Θ 方向に関しては、 $m = 2$ のモードと対象としていることから、 $0 \leq \Theta \leq \pi/2$ の範囲で、等間隔のグリッドを切る。

以上の共通のパラメータを使って、次の3つの場合の計算例を示す。

[A] リミター無、全プラズマ電流一定

$r_\ell/b = 1$, $R_0 \rightarrow \infty$ [(8.16) 式],

[B] リミター有、全プラズマ電流一定

$r_\ell/b = 0.68$, $R_0 \rightarrow \infty$ [(8.16) 式],

[C] リミター無、外部回路との結合有

$r_\ell/b = 1$, $R_0 = 5$ [(8.16) 式].

まず、入力データを含む全JCLを[A], [B], [C]の3つの場合について示す。

Case [A]

JCL 1

```

//JCLG JOB
// EXEC JCLG
//SYSIN DD DATA,DLM='++'
// JUSER 16763227,GE.KURITA,0032.01
  T.12 W.4 C.3 I.4 OPN
  OOPTP NOTIFY=J3227,PASSWORD=XXXXXXXX,CLASS=6
//FORT77 EXEC FORT77PA,REGION.FORT77VP=3000K,
//           SO='J3227.AEOLUSE1',
//           A='ELM(*),NOSOURCE,NOVS,NOVMSG',LCT=62
// EXEC LKED77
// EXEC SYSA
// EXEC GOA
//FT01FO01 DD DSN=J3227.AEOLUS.#0.DATA,DISP=SHR
//SYSIN DD *
  :: NONLINEAR EVOLUTION OF EXTERNAL KINK MODE :: RL/B=1,ASP=0,A/B=0.66,
  QA=1.95,QA/QO=2,PARA=100,PERP=1.D-8,VISC=1.D-5,ETA=1.D-6,IMX=201
&TIM CPUMAX=7150.,&END
&DSK IREAD=0,JREAD=00,JWRITE=00,IWRITE=1,&END
&AAA KMAX=3,IZMAX=5001,EETA=1.D00,RBND=0.66,0.66,1.0D0,FDN2=1.,
  FCU0=1.781,FCU1=2.000,FCU2=1.D-06,VISC=1.D-5,DIFU=0.D-6,
  SCU0=2.5D-2,SCU1=2.5D-2,SCU2=1.D00,SDN2=1.D00,
  SET0=1.D-2,SET1=1.D-2,SET2=0.D00,ERES=1.D0,
  IRROUT=2,RRES=-1.95D0,ALR=1.0,IVEC=1,WISL=2.D-2,
  IRMAX=201,ACCO=0.D0,0.D0,ACC1=1.00,0.01D0,
  DT=0.02,ITOUT(1)=50,50,10,IMP=0,BIMP=1.,
  ICMX=0,TOUTS=5000.0,TMAX=5000.,LNE=0,EPsd=1.D-4,
  MODEC=10,JTMAX=11,GRDF=0.,DLAX=1.10,
  PIMP=1.0D0,PARA=1.D02,PERP=1.D-8,FPEP=2.D0,ICMX=1,ITRN=0,
  RBND(3)=1.0D0,ASP=0.D0,
&END
*/
++
//
```

Case [B]

JCL 2

```

//JCLG JOB
// EXEC JCLG
//SYSIN DD DATA,DLM='++'
// JUSER 16763227,GE.KURITA,0032.01
  T.12 W.4 C.3 I.4 OPN
  OOPTP NOTIFY=J3227,PASSWORD=XXXXXXXX,CLASS=6
//FORT77 EXEC FORT77PA,REGION.FORT77VP=3000K,
//           SO='J3227.AEOLUSE1',
//           A='ELM(*),NOSOURCE,NOVS,NOVMSG',LCT=62
// EXEC LKED77
// EXEC SYSA
// EXEC GOA
//FT01FO01 DD DSN=J3227.AEOLUS.#1.DATA,DISP=SHR
//SYSIN DD *
  :: NONLINEAR EVOLUTION OF EXTERNAL KINK MODE :: RL/B=0.68,ASP=0,
  QA=1.95,QA/QO=2,PARA=100,PERP=1.D-8,VISC=1.D-5,ETA=1.D-6,A/B=0.66
&TIM CPUMAX=7150.,&END
&DSK IREAD=0,JREAD=00,JWRITE=00,IWRITE=1,&END
&AAA KMAX=3,IZMAX=5001,EETA=1.D00,RBND=0.66,0.66,1.0D0,FDN2=1.,
  FCU0=1.781,FCU1=2.000,FCU2=1.D-06,VISC=1.D-5,DIFU=0.D-6,
  SCU0=2.5D-2,SCU1=2.5D-2,SCU2=1.D00,SDN2=1.D00,
  SET0=1.D-2,SET1=1.D-2,SET2=0.D00,ERES=1.D0,
  IRROUT=2,RRES=-1.95D0,ALR=1.0,IVEC=1,WISL=2.D-2,
  IRMAX=201,ACCO=0.D0,0.D0,ACC1=1.00,0.01D0,
  DT=0.02,ITOUT(1)=50,50,10,IMP=0,BIMP=1.,
  ICMX=0,TOUTS=5000.0,TMAX=5000.,LNE=0,EPsd=1.D-4,
  MODEC=10,JTMAX=11,GRDF=0.,DLAX=1.10,
  PIMP=1.0D0,PARA=1.D02,PERP=1.D-8,FPEP=2.D0,ICMX=1,ITRN=0,
  RBND(3)=0.68D0,ASP=0.D0,
&END
*/
++
//
```

Case [C]

JCL 3

```

//JCLG JOB
// EXEC JCLG
//SYSIN DD DATA,DLM='++'
// JUSER 16763227,GE.KURITA,0032.01
  T.12 W.4 C.3 I.4 OPN
  DPTP NOTIFY=J3227,PASSWORD=XXXXXXXX,CLASS=6
//FORT77 EXEC FORT77PA,REGION.FORT77VP=3000K,
//           SO='J3227.AEOLUSE1',
//           A='ELM(*),NOSOURCE,NOVS,NOVMSG',LCT=62
// EXEC LKED77
// EXEC SYSA
// EXEC GOA
//FT01FO01 DD DSN=J3227.AEOLUS.#2.DATA,DISP=SHR
//SYSIN DD *
  :: NONLINEAR EVOLUTION OF EXTERNAL KINK MODE :: RL/B=1.00,ASP=5,
  QA=1.95,QA/Q0=2,PARA=100,PERP=1.D-8,VISC=1.D-5,ETA=1.D-6,A/B=0.66
&TIM CPUMAX=7150.,&END
&DSK IREAD=0,JREAD=00,JWRITE=00,IWRITE=1,&END
&AAA KMAX=3,IZMAX=5001,EETA=1.D00,RBND=0.66,0.66,1.000,FDN2=1.,
  FCUO=1.781,FCU1=2.000,FCU2=1.D-06,VISC=1.D-5,DIFU=0.D-6,
  SCUO=2.5D-2,SCU1=2.5D-2,SCU2=1.D00,SDN2=1.D00,
  SETO=1.D-2,SET1=1.D-2,SET2=0.D00,ERES=1.D0,
  IROUT=2,RRES=-1.95D0,ALR=1.0,IVEC=1,WISL=2.D-2,
  IRMAX=201,ACCO=0.D0,0.D0,ACC1=1.00,0.01D0,
  DT=0.02,ITOUT(1)=50,50,10,IMP=0,BIMP=1.,
  ICMX=0,TOUTS=5000.0,TMAX=5000.,LNE=0,EPSD=1.D-4,
  MODEC=10,JTMAX=11,GRDF=0.,DLAX=1.10,
  PIMP=1.0D0,PARA=1.D02,PERP=1.D-8,FPEP=2.D0,ICMX=1,ITRN=0,
  RBND(3)=1.00D0,ASP=5.D0,
&END
*/
++
//
```

なお、入力データの意味については、付録に詳しく記述されている。又、JCLからわかるように、3つの場合に使われているDISK名は、各々、

[A] ; AEOLUS. # 0. DATA
 [B] ; AEOLUS. # 1. DATA
 [C] ; AEOLUS. # 2. DATA

となっている。

次に、代表として、[B]の場合のライン・プリンターへの出力結果を示す。

最後に、磁気エネルギー、運動エネルギー等の時間変化を描いた図形出力を示す。特に〔A〕と〔B〕の場合については、ヘリカル・ポロイダル磁束とプラズマ抵抗の等高線を重ねた図の時間変化も示す。これらの図は、プラズマ表面（図中のプラズマ抵抗の等高線で、太い実線で描かれている）の変形の様子が示されている。〔A〕の場合は、磁気の“泡”がプラズマ中に形成されていく様子が、又〔B〕の場合は図中の小さい長方形群で示されたリミターによってプラズマが削り取られて小さくなっていく様子が、よくわかる。

Case [A] DISK=REQLUS.*0.DATA

```

NODE/NODE= 2/ 1
NODEC= 10
IRMAX=201

PARA = 1.0000D+02
PERPO= 1.0000-08
PERPA= 1.0000-08
PERPB= 1.0000-08

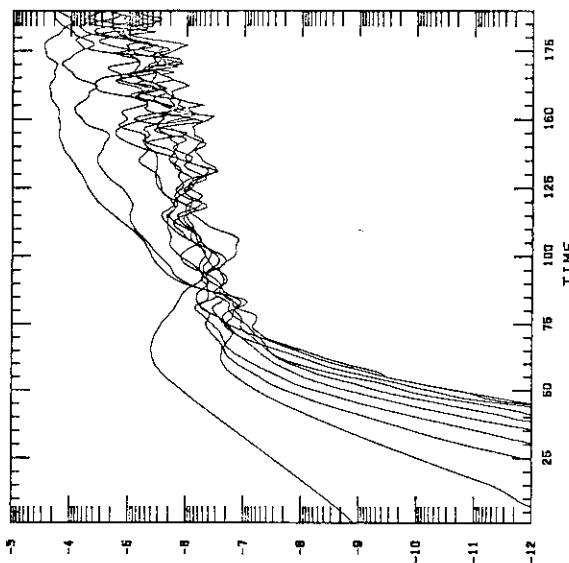
VISCO= 1.0000D-05
VISCA= 1.0000D-05
VISCB= 1.0000D-05

DIFU = 0.0
ETAO = 1.0000D-06
ETAR = 1.0000D+00
ETRB = 1.0000D+00

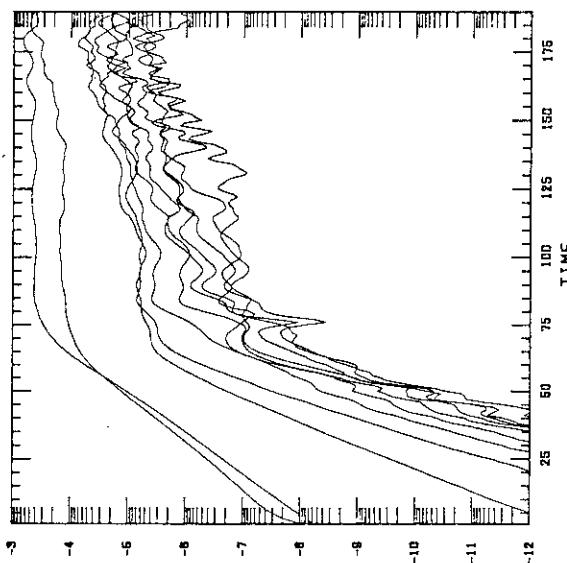
RPLASMA = 0.660
RLIMITER= 1.000

```

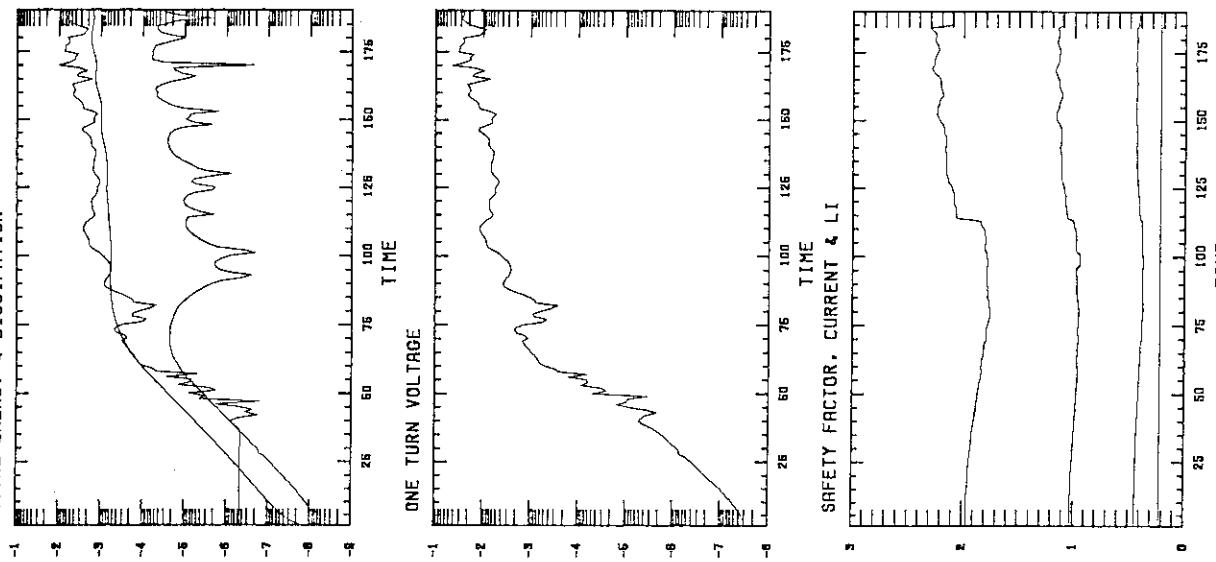
KINETIC ENERGY



MAGNETIC ENERGY



TOTAL ENERGY & DISSIPATION



```

CURTO= 2.234D-01
ASP = 0.0
TOTAL CURRENT CONST.
DATE : 1989-09-01

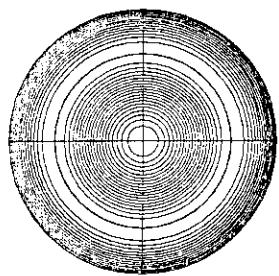
```

Case [A]

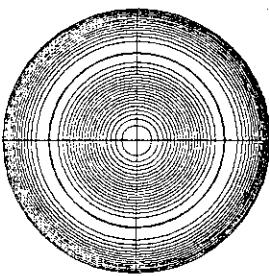
1989-07-28

DISK=AEOPLUS.*0.DATA

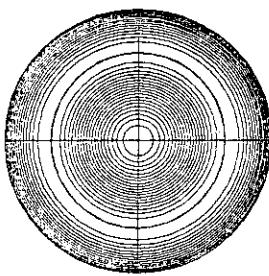
IRMAX= 201	MODEC= 10	ETAO= 1.000-06	ETAB= 1.000+00	PMAX= 6.7500-02 I/J=135/ 1	PMIN=-2.8090-06 I/J= 0/ 0	EMAX= 1.0000+00 I/J=135/ 1	EMIN= 1.0000-06 I/J= 0/ 0	PMAX= 6.7740-02 I/J=134/ 1	PMIN=-2.8080-06 I/J= 0/ 0
VISC= 1.000-05	PARA= 1.000+02	PEPO= 1.000-08	PEPB= 1.000-08	EMAX= 1.0000+00 I/J=135/ 1	EMIN= 1.0000-06 I/J= 0/ 0	EMAX= 1.0000+00 I/J=135/ 1	EMIN= 1.0000-06 I/J= 0/ 0	EMAX= 1.0000+00 I/J=135/ 10	EMIN= 1.0000-06 I/J= 0/ 0
RPLASMA= 0.560	RLIMITA= 1.000	ASP = 0.0		EMAX= 1.0000+00 I/J=135/ 1	EMIN= 1.0000-06 I/J= 0/ 0	EMAX= 1.0000+00 I/J=135/ 1	EMIN= 1.0000-06 I/J= 0/ 0	EMAX= 1.0000+00 I/J=135/ 10	EMIN= 1.0000-06 I/J= 0/ 0
IPSI= 20	IETRA= 10	IPSI= 20	IETRA= 10	IPSI= 20	IETRA= 10	IPSI= 20	IETRA= 10	IPSI= 20	IETRA= 10



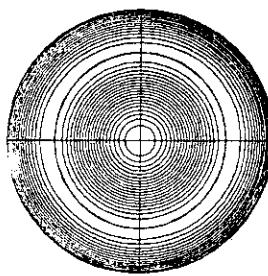
TIME = 0.0



TIME = 10.00

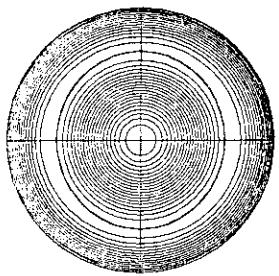


TIME = 20.00

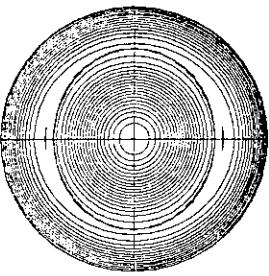


TIME = 30.00

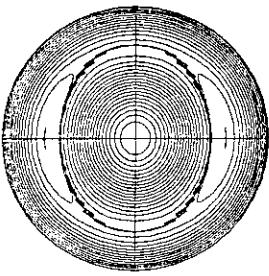
PMAX= 6.8100-02 I/J=134/ 1	PMAX= 6.9000-02 I/J=133/ 1	PMAX= 7.1190-02 I/J=132/ 1	PMAX= 7.4540-02 I/J=130/ 1
PMIN=-2.8070-06 I/J= 0/ 0	PMIN=-2.8010-06 I/J= 0/ 0	PMIN=-2.7710-06 I/J= 0/ 0	PMIN=-2.6400-06 I/J= 0/ 0
EMAX= 1.0000+00 I/J=134/ 28	EMAX= 1.0000+00 I/J=135/ 28	EMAX= 1.0000+00 I/J=139/ 28	EMAX= 1.0000+00 I/J=144/ 28
EMIN= 1.0000-06 I/J= 0/ 0			
IPSI= 20	IETRA= 10	IPSI= 20	IETRA= 10



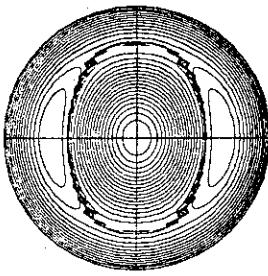
TIME = 40.00



TIME = 50.00

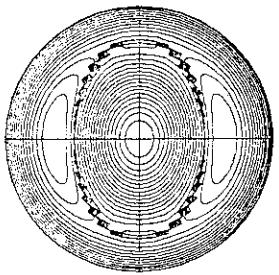


TIME = 60.00

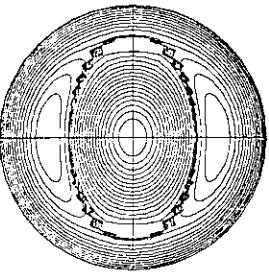


TIME = 70.00

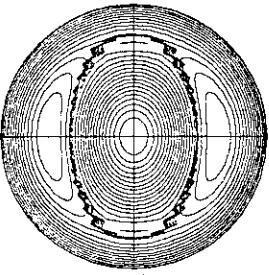
PMAX= 7.6900-02 I/J=128/ 1	PMAX= 7.7680-02 I/J=128/ 1	PMAX= 7.7570-02 I/J=128/ 1	PMAX= 7.7460-02 I/J=128/ 1
PMIN=-2.3190-06 I/J= 0/ 0	PMIN=-1.8570-06 I/J= 0/ 0	PMIN=-1.5030-06 I/J= 0/ 0	PMIN=-1.3920-06 I/J= 0/ 0
EMAX= 1.0000+00 I/J=151/ 30	EMAX= 1.0000+00 I/J=154/ 30	EMAX= 1.0000+00 I/J=154/ 30	EMAX= 1.0000+00 I/J=150/ 29
EMIN= 1.0000-06 I/J= 0/ 0			
IPSI= 20	IETRA= 10	IPSI= 20	IETRA= 10



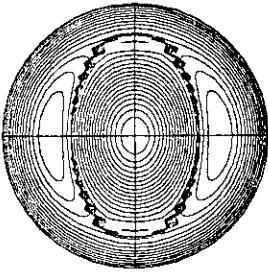
TIME = 80.00



TIME = 90.00



TIME = 97.54



TIME = 100.00

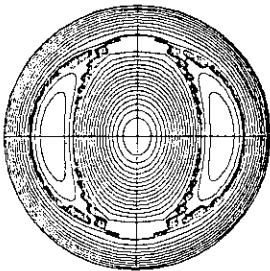
Case [A]

1989-07-28

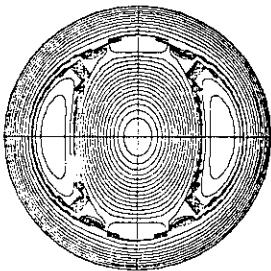
DISK=AEOPLUS.*0.DATA

IRMAX= 201 MODEC= 10 ETAO= 1.000D-06 ETAB= 1.000D+00
 VISCE= 1.000D-05 PARA= 1.000D+02 PEPO= 1.000D-08 PEPB= 1.000D-08
 RPLASMA= 0.660 RLIMITA= 1.000 RSP = 0.0

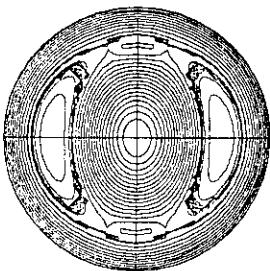
PMAX= 7.757D-02 I/J=128/ 1 PMAX= 7.846D-02 I/J=128/ 1 PMAX= 7.773D-02 I/J=128/ 1 PMAX= 7.826D-02 I/J=128/ 1
 PMIN=-9.463D-07 I/J= 0/ 0 PMIN=-4.469D-07 I/J= 0/ 0 PMIN= 7.623D-08 I/J= 0/ 0 PMIN= 5.482D-07 I/J= 0/ 0
 EMAX= 1.000D+00 I/J=150/ 34 EMAX= 1.000D+00 I/J=157/ 30 EMAX= 1.000D+00 I/J=155/ 34 EMAX= 1.000D+00 I/J=155/ 34
 EMIN= 1.000D-06 I/J= 0/ 0
 IPSI= 20 IETR= 10 IPSI= 20 IETR= 10 IPSI= 20 IETR= 10 IPSI= 20 IETR= 10



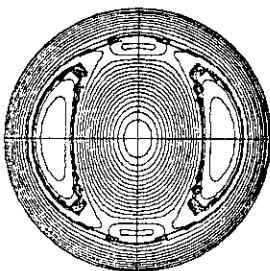
TIME = 110.00



TIME = 120.00

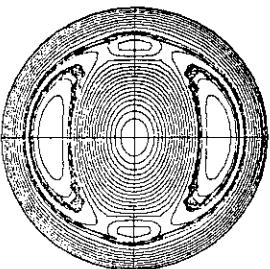


TIME = 130.00

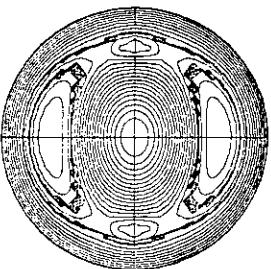


TIME = 140.00

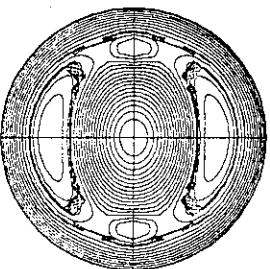
PMAX= 7.805D-02 I/J=127/ 1 PMAX= 7.893D-02 I/J=127/ 1 PMAX= 7.788D-02 I/J=126/ 1 PMAX= 7.981D-02 I/J=125/ 1
 PMIN= 1.100D-06 I/J= 0/ 0 PMIN= 1.601D-05 I/J= 0/ 0 PMIN= 2.237D-06 I/J= 0/ 0 PMIN= 2.904D-06 I/J= 0/ 0
 EMAX= 1.000D+00 I/J=157/ 34 EMAX= 1.000D+00 I/J=156/ 34 EMAX= 1.000D+00 I/J=160/ 34 EMAX= 1.000D+00 I/J=158/ 34
 EMIN= 1.000D-06 I/J= 0/ 0
 IPSI= 20 IETR= 10 IPSI= 20 IETR= 10 IPSI= 20 IETR= 10 IPSI= 20 IETR= 10



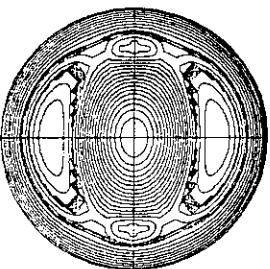
TIME = 150.00



TIME = 160.00

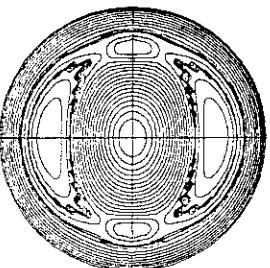


TIME = 170.00

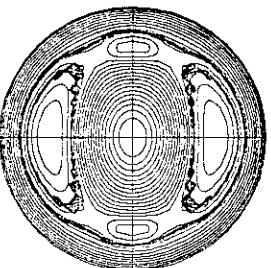


TIME = 180.00

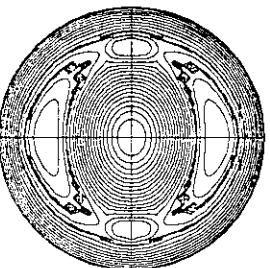
PMAX= 7.780D-02 I/J=126/ 1 PMAX= 7.915D-02 I/J=125/ 1 PMAX= 7.726D-02 I/J=129/ 1 PMAX= 7.831D-02 I/J=126/ 1
 PMIN= 3.411D-06 I/J= 0/ 0 PMIN= 3.704D-06 I/J= 0/ 0 PMIN= 4.033D-06 I/J= 0/ 0 PMIN= 4.376D-06 I/J= 0/ 0
 EMAX= 1.000D+00 I/J=151/ 34 EMAX= 1.000D+00 I/J=158/ 34 EMAX= 1.000D+00 I/J=161/ 34 EMAX= 1.000D+00 I/J=166/ 38
 EMIN= 1.000D-06 I/J= 0/ 0
 IPSI= 20 IETR= 10 IPSI= 20 IETR= 10 IPSI= 20 IETR= 10 IPSI= 20 IETR= 10



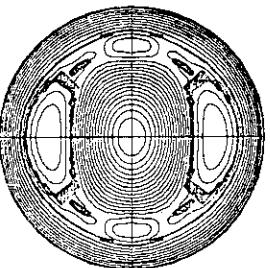
TIME = 190.00



TIME = 194.48



TIME = 200.00

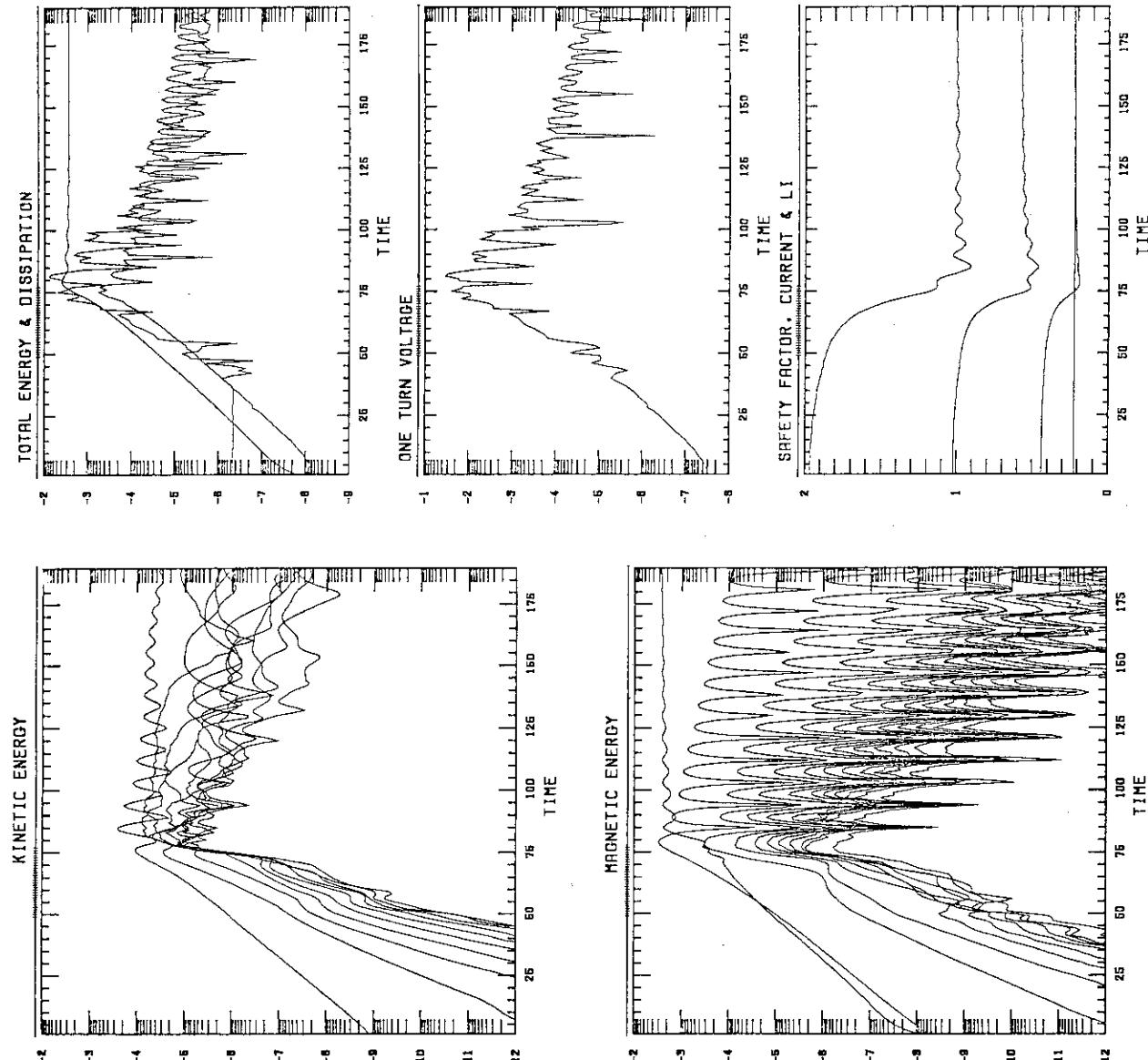


TIME = 210.00

Case [B] DISK=REOLUS.*1.DATA

MODE/NODE= 2 / 1
 MODEC= 10
 IRMAX=201

PARA = 1.0000D+02
 PERPO= 1.0000-08
 PERPA= 1.0000-08
 PERPB= 1.0000-08
 VISCD= 1.0000-05
 VISCA= 1.0000-05
 VISCB= 1.0000-05
 DIFU = 0 . 0
 ETAD = 1.0000D-06
 ETAA = 1.0000D+00
 ETAB = 1.0000D+00
 RPLASMA = 0.660
 RLIMITER= 0.680



CURTO= 2.234D-01
 ASP = 0 . 0
 TOTAL CURRENT CONST.
 DATE : 1989-09-01

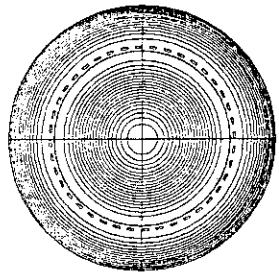
Case [B]

1989-07-28

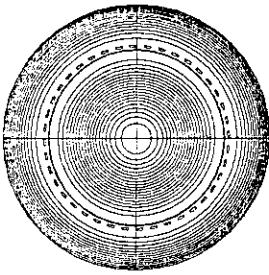
DISK=AEOLUS.*1.DATA

IRMAX= 201 MODEC= 10 ETAO= 1.000-06 ETAB= 1.000+00
 VISC= 1.000-05 PARA= 1.000+02 PEP0= 1.000-08 PEPB= 1.000-08
 RPLASMA= 0.660 RLIMITA= 0.680 ASP = 0.0

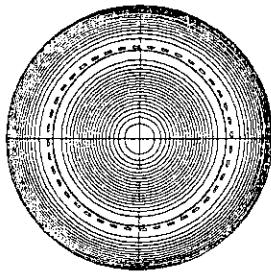
PMAX= 6.750D-02 I/J=135/ 1 PMAX= 6.753D-02 I/J=135/ 1 PMAX= 6.760D-02 I/J=135/ 1 PMAX= 6.774D-02 I/J=134/ 1
 PMIN=-2.809D-06 I/J= 0/ 0 PMIN=-2.809D-06 I/J= 0/ 0 PMIN=-2.809D-06 I/J= 0/ 0 PMIN=-2.808D-06 I/J= 0/ 0
 EMAX= 1.000D+00 I/J=135/ 1 EMAX= 1.000D+00 I/J=135/ 1 EMAX= 1.000D+00 I/J=135/ 1 EMAX= 1.000D+00 I/J=135/ 10
 EMIN= 1.000D-06 I/J= 0/ 0
 IPSI= 20 IETR= 10 IPSI= 20 IETR= 10 IPSI= 20 IETR= 10 IPSI= 20 IETR= 10 IPSI= 20 IETR= 10



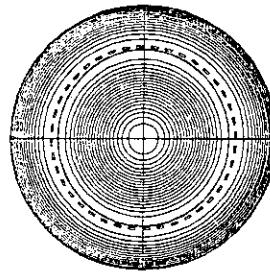
TIME = 0.0



TIME = 10.00

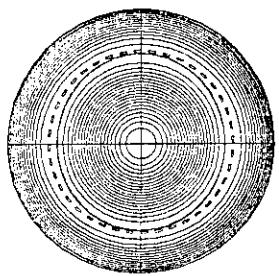


TIME = 20.00

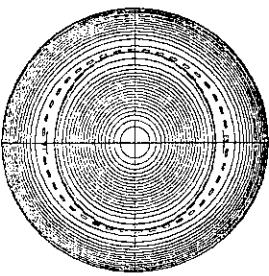


TIME = 30.00

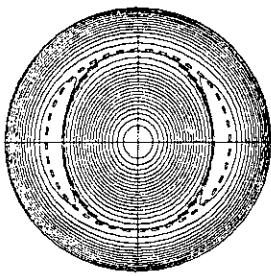
PMAX= 6.810D-02 I/J=134/ 1 PMAX= 6.900D-02 I/J=133/ 1 PMAX= 7.127D-02 I/J=132/ 1 PMAX= 7.759D-02 I/J=127/ 1
 PMIN=-2.807D-06 I/J= 0/ 0 PMIN=-2.801D-06 I/J= 0/ 0 PMIN=-2.769D-06 I/J= 0/ 0 PMIN=-2.553D-06 I/J= 0/ 0
 EMAX= 1.000D+00 I/J=134/ 28 EMAX= 1.000D+00 I/J=135/ 28 EMAX= 1.000D+00 I/J=136/ 28 EMAX= 1.000D+00 I/J=125/ 28
 EMIN= 1.000D-06 I/J= 0/ 0
 IPSI= 20 IETR= 10 IPSI= 20 IETR= 10 IPSI= 20 IETR= 10 IPSI= 20 IETR= 10 IPSI= 20 IETR= 10



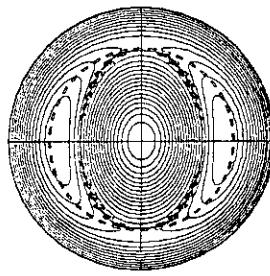
TIME = 40.00



TIME = 50.00

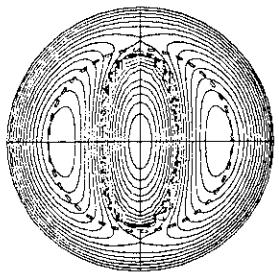


TIME = 60.00

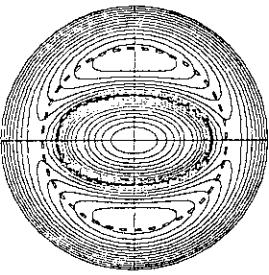


TIME = 70.00

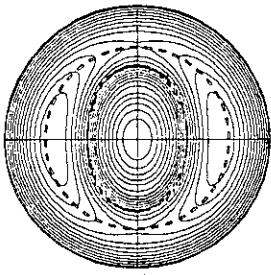
PMAX= 9.473D-02 I/J=119/ 1 PMAX= 9.150D-02 I/J=124/ 11 PMAX= 8.956D-02 I/J=127/ 1 PMAX= 8.921D-02 I/J=127/ 1
 PMIN=-1.477D-07 I/J= 0/ 0 PMIN= 1.242D-06 I/J= 0/ 0 PMIN= 1.582D-06 I/J= 0/ 0 PMIN= 1.867D-06 I/J= 0/ 0
 EMAX= 1.000D+00 I/J=128/ 30 EMAX= 1.000D+00 I/J=112/ 39 EMAX= 1.000D+00 I/J=111/ 30 EMAX= 1.000D+00 I/J=103/ 28
 EMIN= 1.000D-06 I/J= 0/ 0
 IPSI= 20 IETR= 10 IPSI= 20 IETR= 10 IPSI= 20 IETR= 10 IPSI= 20 IETR= 10 IPSI= 20 IETR= 10



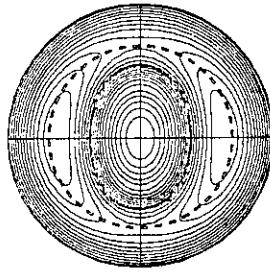
TIME = 80.00



TIME = 90.00



TIME = 97.00



TIME = 100.00

Case [B]

1989-07-28

DISK=AEOLUS.*1.DATA

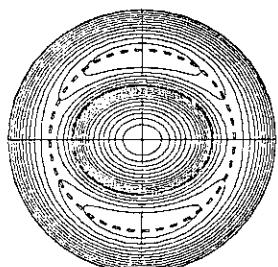
IRMAX= 201	MODEC= 10	ETA0= 1.000-06	ETAB= 1.00D+00	PMAX= 8.491D-02 I/J=132/ 11
VISC= 1.00D-05	PARA= 1.00D+02	PEPO= 1.000-08	PEPB= 1.00D-08	PMIN= 2.676D-06 I/J= 0/ 0
RPLASMA= 0.660	RLIMITA= 0.680	ASP = 0.0		EMAX= 1.0000+00 I/J= 92/ 34
				EMIN= 1.0000-06 I/J= 0/ 0
				IPSI= 20 IETR= 10 IPSI= 20 IETR= 10 IPSI= 20 IETR= 10

PMAX= 8.695D-02 I/J=130/ 11 PMIN= 2.228D-06 I/J= 0/ 0 EMAX= 1.000D+00 I/J=104/ 39 EMIN= 1.000D-06 I/J= 0/ 0 IPSI= 20 IETR= 10 IPSI= 20 IETR= 10 IPSI= 20 IETR= 10

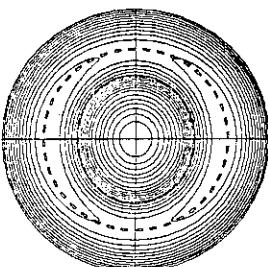
PMAX= 8.437D-02 I/J=132/ 1 PMIN= 2.454D-06 I/J= 0/ 0 EMAX= 1.0000+00 I/J= 95/ 26 EMIN= 1.0000-06 I/J= 0/ 0 IPSI= 20 IETR= 10 IPSI= 20 IETR= 10 IPSI= 20 IETR= 10

PMAX= 8.281D-02 I/J=134/ 1 PMIN= 2.580D-06 I/J= 0/ 0 EMAX= 1.0000+00 I/J= 97/ 1 EMIN= 1.0000-06 I/J= 0/ 0 IPSI= 20 IETR= 10 IPSI= 20 IETR= 10 IPSI= 20 IETR= 10

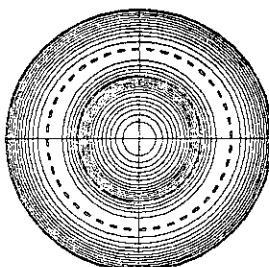
PMAX= 8.491D-02 I/J=132/ 11 PMIN= 2.676D-06 I/J= 0/ 0 EMAX= 1.0000+00 I/J= 92/ 34 EMIN= 1.0000-06 I/J= 0/ 0 IPSI= 20 IETR= 10 IPSI= 20 IETR= 10 IPSI= 20 IETR= 10



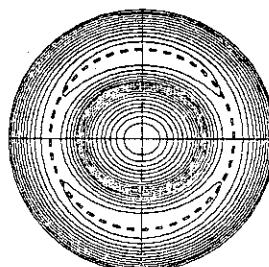
TIME = 110.00



TIME = 120.00

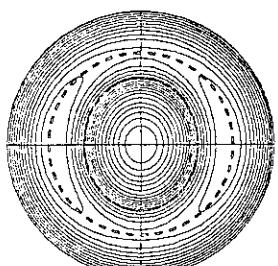


TIME = 130.00

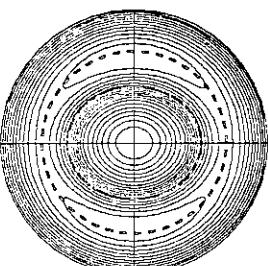


TIME = 140.00

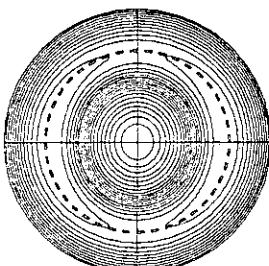
PMAX= 8.599D-02 I/J=131/ 1	PMAX= 8.581D-02 I/J=131/ 11	PMAX= 8.473D-02 I/J=133/ 1	PMAX= 8.329D-02 I/J=134/ 11
PMIN= 2.742D-06 I/J= 0/ 0	PMIN= 2.787D-06 I/J= 0/ 0	PMIN= 2.804D-06 I/J= 0/ 0	PMIN= 2.801D-06 I/J= 0/ 0
EMAX= 1.0000+00 I/J=100/ 28	EMAX= 1.0000+00 I/J= 93/ 35	EMAX= 1.0000+00 I/J=100/ 10	EMAX= 1.0000+00 I/J= 97/ 1
EMIN= 1.0000-06 I/J= 0/ 0			
IPSI= 20 IETR= 10			



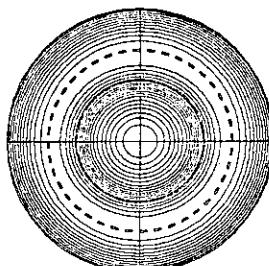
TIME = 150.00



TIME = 160.00

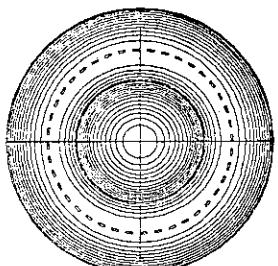


TIME = 170.00

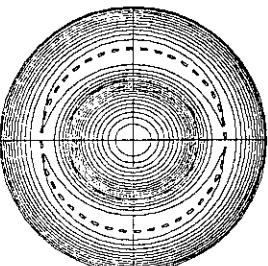


TIME = 180.00

PMAX= 8.357D-02 I/J=134/ 11	PMAX= 8.478D-02 I/J=133/ 11
PMIN= 2.783D-06 I/J= 0/ 0	PMIN= 2.779D-06 I/J= 0/ 0
EMAX= 1.0000+00 I/J= 96/ 10	EMAX= 1.0000+00 I/J= 94/ 35
EMIN= 1.0000-06 I/J= 0/ 0	EMIN= 1.0000-06 I/J= 0/ 0
IPSI= 20 IETR= 10	IPSI= 20 IETR= 10



TIME = 190.00



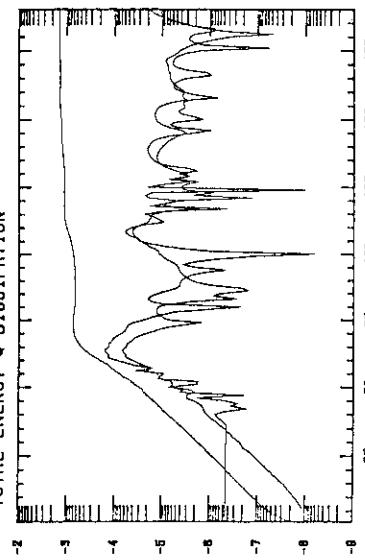
TIME = 192.10

Case [C] DISK=RECOLUS..#2..DATA

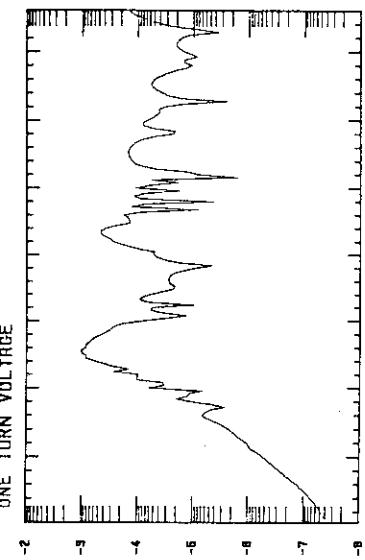
MODE/NODE= 2 / 1
 MODEC= 10
 IRMAX=201

PARA = 1.0000D+02
 PERPO= 1.0000-08
 PERPA= 1.0000-08
 PERPB= 1.0000-08
 VISCO= 1.0000-05
 VISCA= 1.0000-05
 VISCB= 1.0000-05
 DIFU = 0.0
 ETAO = 1.0000-06
 ETAA = 1.0000+00
 ETAB = 1.0000+00
 RPLASMA = 0.660
 RLIMITER= 1.000

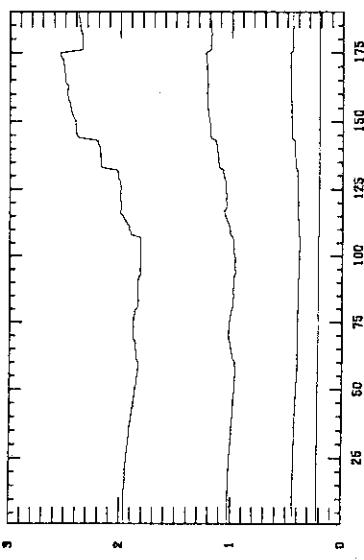
TOTAL ENERGY & DISSIPATION



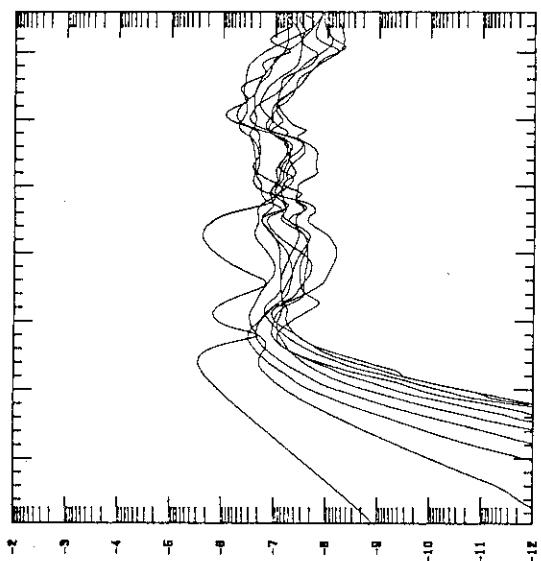
ONE TURN VOLTAGE



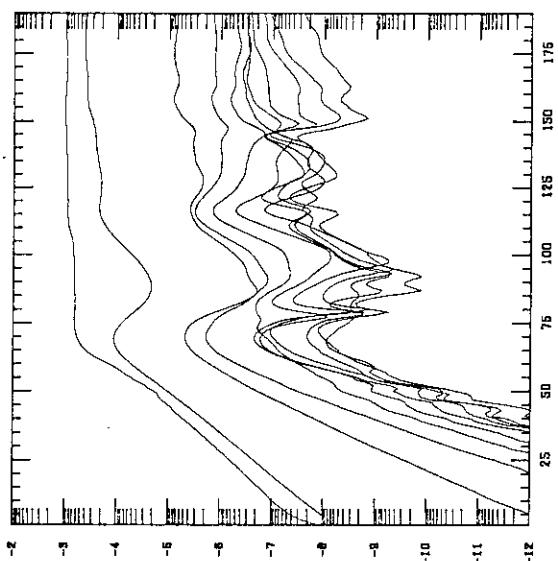
SAFETY FACTOR. CURRENT & L1



KINETIC ENERGY



MAGNETIC ENERGY



CURTO= 2.2340-01
 RSP = 5.0000+00

DATE : 1989-09-01

10. ま　　と　　め

トカマクに於ける自由境界抵抗性 MHD モードを解析するためのコード, AEOLUS-E1, が開発された。本コードは簡約抵抗性 MHD 方程式を“擬真空”モデルを使って自由境界値問題として円筒配位, 単一ヘリシティの仮定のもとで解く。本コードはプラズマの有限抵抗の効果, プラズマとリミターの相互作用, 又外部回路系との結合の効果も含めることができる。

本コードを使った数値計算によって以下のことがわかった。まず, 特異点がプラズマ外部に存在する自由境界モードと, 特異点がプラズマ内部にあってプラズマの有限抵抗によって引起されるテアリング・モードの間に, テアリング・モードの性質をもちつつプラズマ表面を動かす“表面テアリング・モード”的存在することを示した^{11, 12)}。次に, カドムツェフが理論的に示した真空の“泡”的形成¹⁾について, ローゼンブルス等が数値計算によって理想MHD の範囲では, 一様電流の場合, “泡”は形成されるが, 分布電流の場合, シェアの効果で“泡”は形成されないことを示していたが²⁾, プラズマの有限抵抗の効果を含めると, 自由境界モードによって一様電流の場合だけでなく, シェアのある場合にも“泡”的形成され得ること, 更に, 上で述べた“表面テアリング・モード”によても“泡”的形成され得ることを示した¹¹⁾。最後に, 上の計算は全てプラズマ抵抗の拡散項のない場合 ($\kappa_{\parallel} = 0$, $\kappa_{\perp} = 0$) であったが, この拡散の効果を含めると $\kappa_{\parallel} \rightarrow \infty$ の場合, 上述の“泡”的形成はなくなるが, κ_{\parallel} の値が有限の場合, 同様に“泡”的形成されること, 更に, リミターの効果を含めるとプラズマとリミターが激しく相互作用することによってプラズマが削り取られ, 小さくなり, プラズマ表面の安全係数, q_a , の値が 1 以下にまでなり得ることを示した^{13, 14)}。この場合, 最も危険といわれている $m=1$ の自由境界モードが不安定となり, これがプラズマ電流の最大値を制限しているメジャー・ディスラプションの一因として考えることができる。

謝　　辞

本コードを作成するにあたりまして, 終始激励していただきました田中正俊那珂研究所長に深く感謝いたします。

10. ま　　と　　め

トカマクに於ける自由境界抵抗性 MHD モードを解析するためのコード, AEOLUS-E1, が開発された。本コードは簡約抵抗性 MHD 方程式を“擬真空”モデルを使って自由境界値問題として円筒配位, 単一ヘリシティの仮定のもとで解く。本コードはプラズマの有限抵抗の効果, プラズマとリミターの相互作用, 又外部回路系との結合の効果も含めることができる。

本コードを使った数値計算によって以下のことがわかった。まず, 特異点がプラズマ外部に存在する自由境界モードと, 特異点がプラズマ内部にあってプラズマの有限抵抗によって引起されるテアリング・モードの間に, テアリング・モードの性質をもちつつプラズマ表面を動かす“表面テアリング・モード”的存在することを示した^{11, 12)}。次に, カドムツェフが理論的に示した真空の“泡”的形成¹⁾について, ローゼンブルス等が数値計算によって理想MHD の範囲では, 一様電流の場合, “泡”は形成されるが, 分布電流の場合, シェアの効果で“泡”は形成されないことを示していたが²⁾, プラズマの有限抵抗の効果を含めると, 自由境界モードによって一様電流の場合だけでなく, シェアのある場合にも“泡”的形成され得ること, 更に, 上で述べた“表面テアリング・モード”によても“泡”的形成され得ることを示した¹¹⁾。最後に, 上の計算は全てプラズマ抵抗の拡散項のない場合 ($\kappa_{\parallel} = 0$, $\kappa_{\perp} = 0$) であったが, この拡散の効果を含めると $\kappa_{\parallel} \rightarrow \infty$ の場合, 上述の“泡”的形成はなくなるが, κ_{\parallel} の値が有限の場合, 同様に“泡”的形成されること, 更に, リミターの効果を含めるとプラズマとリミターが激しく相互作用することによってプラズマが削り取られ, 小さくなり, プラズマ表面の安全係数, q_a , の値が 1 以下にまでなり得ることを示した^{13, 14)}。この場合, 最も危険といわれている $m=1$ の自由境界モードが不安定となり, これがプラズマ電流の最大値を制限しているメジャー・ディスラプションの一因として考えることができる。

謝　　辞

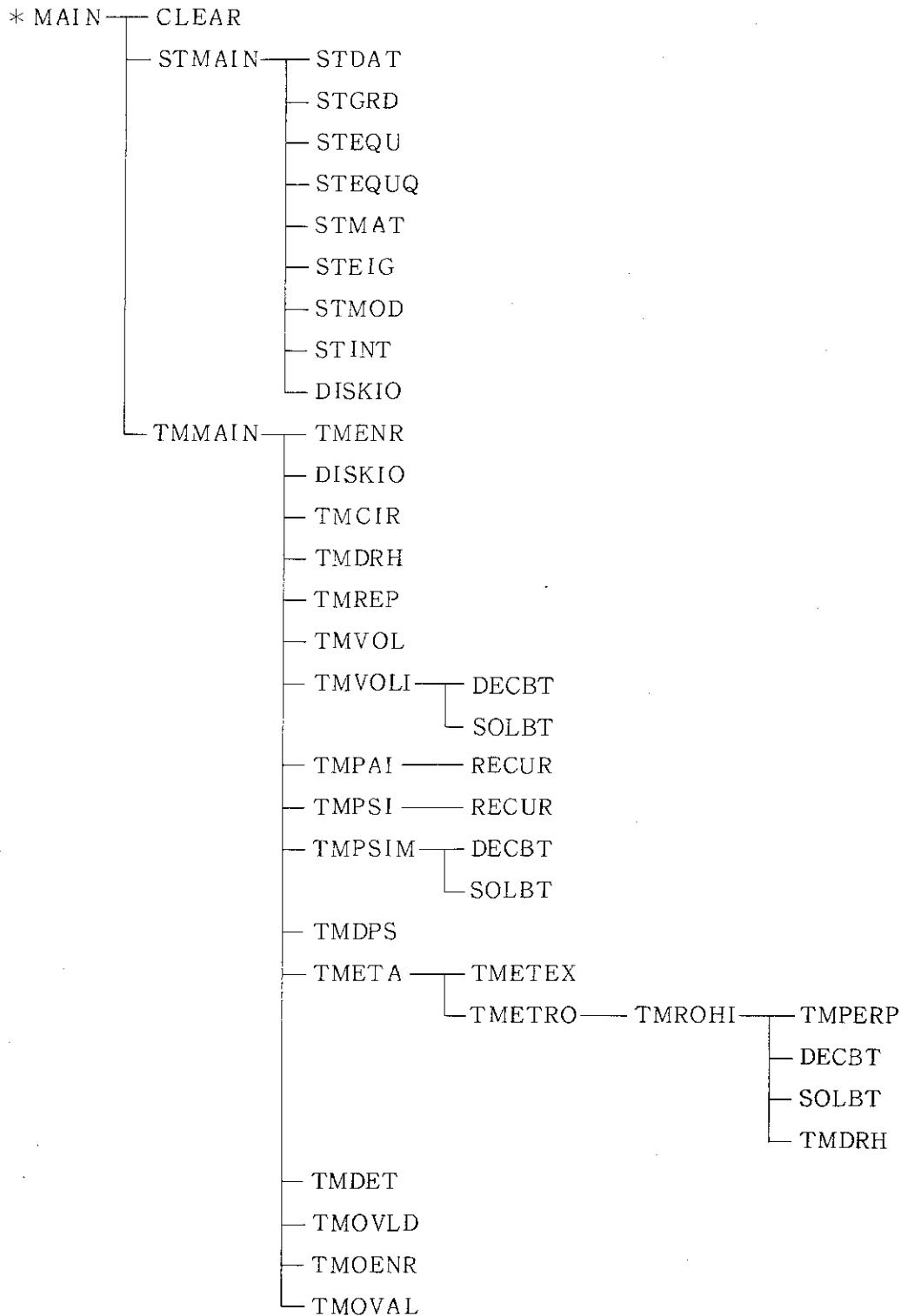
本コードを作成するにあたりまして, 終始激励していただきました田中正俊那珂研究所長に深く感謝いたします。

参 考 文 献

- 1) B.B. Kadomtsev, O.P. Pogutse, Sov. Phys. JETP 38 (1974) 283.
- 2) M.N. Rosenbluth, D.A. Monticello, H.R. Strauss, R.B. White, Phys. Fluids 19 (1976) 1987.
- 3) O.P. Pogutse, E.I. Yurchenko, Sov. J. Plasma Phys. 3 (1977) 283.
- 4) Yu. N. Dnestrovskii, D.P. Kostomarov, A.M. Popov, E.A. Shagirov, Sov. J. Plasma Phys. 11 (1985) 616.
- 5) H.R. Strauss, Phys. Fluids 19 (1976) 134.
- 6) B.V. Waddell, M.N. Rosenbluth, D.A. Monticello, R.B. White, Nucl. Fusion 16 (1976) 528.
- 7) B.V. Waddell, B.A. Carreras, H.R. Hicks, J.A. Holmes, D.K. Lee, Phys. Rev. Lett. 13 (1978) 1386.
- 8) Y. Tanaka, M. Azumi, T. Tsunematsu and T. Takeda, JAERI-M 8656 (1980) (in Japanese).
- 9) V.D. Shafranov, Sov. Phys. Tech. Phys. 15 (1970) 175.
- 10) H.P. Furth, P.H. Rutherford, H. Selberg, Phys. Fluids 16 (1973) 1054.
- 11) G. Kurita, M. Azumi, T. Takizuka, T. Tuda, T. Tsunematsu, Y. Tanaka and T. Takeda, Nucl. Fusion 26 (1986) 449.
- 12) T. Takizuka, G. Kurita, M. Azumi and T. Takeda, JAERI-M 85-156 (1985).
- 13) G. Kurita, T. Takizuka, M. Azumi and T. Takeda, Nucl. Fusion 27 (1987) 1030.
- 14) G. Kurita, T. Takizuka, M. Azumi and T. Takeda, Proc. of Int. Conf. of Plasma Phys. vol.3 (1987) 90.

付 錄

A. 主要な木構造



B. 主要なサブルーチン

MAIN ; メイン
 CLEAR ; 全ての配列要素のゼロクリア
 DISKIO ; DISK INPUT／OUTPUT
 STMAIN ; 平衡値及び初期値設定のコントロール
 STDAT ; インプット・データの default 値の設定
 STGRD ; 径方向のグリッドの設定
 STEQUQ ; 安全係数, $q(r)$, から平衡量を計算するルーチン
 STEQU ; プラズマ電流分布, $J(r)$, から平衡量を計算するルーチン
 STMAT ; 線形化方程式の固有値問題を解くためのマトリックスの値の設定
 STEIG ; 固有関数の計算
 STINT ; 非線形の時間発展の式を解くのに必要な全ての初期値の設定
 STMOD ; モード結合のテーブルの設定
 TMMAIN ; 時間発展の計算を行なうルーチンのコントロール
 TMENR ; 運動エネルギー, 磁気エネルギーの計算
 TMCIR ; $J(r)$ の境界値を決めるため回路方程式を解いて I_p を求めるルーチン
 TMDRH ; $S_{m/n}(r) \rightarrow \eta_{m/n}(r)$ のマッピング及び $S_{m/n}(r)$ の r 微分の計算
 TMREP ; 新しく計算された変数の値を store するルーチン
 TMVOL ; ボルテックス, $U_{m/n}(r)$, の計算
 TMVOLI ; // (粘性に空間変化のある場合)
 TMPAI ; 流れ関数, $\phi_{m/n}$, の計算
 TMPSI ; ポロイダル磁束関数, $\psi_{m/n}(r)$, の計算
 TMPSIM ; // (プラズマ抵抗の摂動のある場合)
 TMDPS ; プラズマ電流分布, $J_{m/n}(r)$, 及び $\psi_{m/n}(r)$ の r 微分の計算
 TMETA ; プラズマ抵抗, $\eta_{m/n}(r)$, の計算ルーチンのコントロール
 TMETEX ; プラズマ抵抗, $\eta_{m/n}(r)$, の計算 (explicit scheme)
 TMETRO ; プラズマの径方向摂動, $S_{m/n}(r)$, を計算するルーチンのコントロール
 TMROHI ; // の計算
 TMPERP ; $S_{m/n}(r)$ を解く際の $\kappa_\perp \Delta_\perp^* S_{m/n}(r)$ の項の処理
 TMDET ; プラズマ抵抗, $\eta_{m/n}(r)$ の微分の計算
 TMOENR ; TMENR で計算された各エネルギーの出力
 TMOVAL ; 各変数の値の出力
 TMOVLD ; 各変数の微分値 (r 微分) の出力

C. 主要な変数

入力 CPUMAX ; CPU打切時間（単位 sec）

IREAD ; データの読み込み機番

JREAD ; restart するデータの番号

IWRITE ; データの書き込み機番

JWRITE ; 追加書き込みをする場合の直前のデータの番号

IZMAX ; 径方向グリッド数（主な平衡量の計算のみ）

KMAX ; = 2 → プラズマ抵抗の摂動無

= 3 → プラズマ抵抗の摂動有

IRMAX ; 径方向グリッド数

RACC, ACC0, ACC1 ; グリッドの集積化のパラメータ

MODE ; 摂動のポロイダル・モード数, m

NODE ; 摂動のトロイダル・モード数, n

CBNF ; = 0 → 全プラズマ電流, $I_p = \text{const.}$ ≠ 0 → ポロイダル磁束, $\psi_{0/0} |_{r=a} = \text{const.}$

RRES ; > 0 → 特異点の位置

< 0 → プラズマ表面での安全係数の値

QAXI, FQQ 0, FQQ 1 ; 安全係数, q(r), の設定パラメータ

FCU 0, FCU 1, FCU 2 ; プラズマ電流分布, J(r), の設定パラメータ

RBND (1) ; プラズマ表面の位置

RBND (3) ; リミターの位置

EETA, ERES ; プラズマ抵抗の分布, $\eta(r) \propto 1/J(r)$, の絶対値とその位置

WISL ; 初期摂動の絶対値（磁気島の幅）

ALR ; 固有値の guess 値

EPS ; 固有値の収束判定誤差

IVEC ; = 0 → 固有関数のライン・プリンターへの出力無

≠ 0 → 固有関数のライン・プリンターへの出力有

DT ; 時間きざみ幅

TMAX ; 計算打切時間（物理時間）

ITOUT ; 出力（ライン・プリンター及びディスク）コントロール・パラメータ

IROUT ; 径方向の出力量のコントロール

TOOTS ; デバッグ開始時間（物理時間）

VISC ; 粘性率, ν

PARA ; プラズマ抵抗の磁力線方向の拡散係数, κ_{||}PERP ; プラズマ抵抗の磁力線と垂直方向の拡散係数, κ_⊥

ASP ; = 0 → 外部回路との結合無

≠ 0 → 外部回路との結合有 (\widehat{L}_p の R_o の値)

D. 主要な配列要素

RR(I), RI(I) ; 径方向グリッド, r , 及びその逆数, $1/r$
 MMODE(L) ; ポロイダル・モード数, m
 RIM(I,L), RIM2(I,L) ; m/r , $(m/r)^2$
 D1R(3,I) ; 1階数値微分の係数
 D3R(3,I) ; 2階数値微分の係数
 D2R(3,I) ; $D3R(3,I) + RI(I)*D1R(3,I)$
 PSI(I,L), DPS(I,L), PSO(I,L) ; ポロイダル磁束関数, $\Psi_{m/n}(r)$, $\Psi'_{m/n}(r)$, $\Psi''_{m/n}(r)$
 VOL(I,L), DVL(I,L), VLO(I,L) ; ボルテックス, $U_{m/n}(r)$, $U'_{m/n}(r)$, $U''_{m/n}(r)$
 ETA(I,L), DET(I,L), ETO(I,L) ; プラズマ抵抗, $\eta_{m/n}(r)$, $\eta'_{m/n}(r)$, $\eta''_{m/n}(r)$
 ROH(I,L), DRH(I,L), RHO(I,L) ; プラズマ径方向摂動, $S_{m/n}(r)$, $S'_{m/n}(r)$, $S''_{m/n}(r)$
 CUR(I,L), DCU(I,L) ; プラズマ電流, $J_{m/n}(r)$, $J'_{m/n}(r)$
 PAI(I,L), DPI(I,L) ; 流れ関数, $\phi_{m/n}(r)$, $\phi'_{m/n}(r)$
 ROR(I,J) ; 2次元プラズマ径方向摂動, $\widehat{S}(r,\theta)$
 ETR(I,J) ; 2次元プラズマ抵抗, $\widehat{\eta}(r,\theta)$
 CS(L,J) ; $\cos(m\theta)$
 VIS(I,L), DVS(I,L), DIR(I,J) ; 粘性率, $\nu_{m/n}(r)$, $\nu'_{m/n}(r)$, $\widehat{\nu}(r,\theta)$
 PEP(I,L), DEP(I,L), PER(I,J) ; プラズマ抵抗拡散係数, $\kappa_{\perp,m/n}(r)$, $\kappa'_{\perp,m/n}(r)$,
 $\widehat{\kappa}_{\perp}(r,\theta)$
 ENMAG(L,K), ENKIN(L,K) ; 磁気エネルギー, 及び運動エネルギー
 EQTS(K), EQTTS(K) ; プラズマ抵抗によるオーム損失, 及びその時間積分
 EETS(K), EETTS(K) ; E^w によるシェル上でポインティング・フラックス及びその時間積分
 EMTS(K), EKTS(K) ; 全磁気エネルギー, 及び全運動エネルギー
 ETOTS(K) ; 系の全エネルギー
 GSI(1,K) ; $\neq 0 \rightarrow$ プラズマ表面とリミターの接触有
 $= 0 \rightarrow$ プラズマ表面とリミターの接触無
 GSI(2,K) ; $\Psi(a)$ の時間変化, $\dot{\Psi}|_{r=a}$
 GSI(3,K) ; 全プラズマ電流, I_p
 GSI(4,K) ; 全プラズマ電流, I_p , の時間変化
 GSI(5,K) ; 全プラズマエネルギー, E
 GSI(6,K) ; 全プラズマエネルギー, E , の時間変化
 GSI(7,K) ; エネルギーの散逸, Q
 GSI(8,K) ; プラズマの摂動電圧, V
 GSI(9,K) ; プラズマ断面積, S
 GSI(10,K) ; プラズマ表面安全係数, q_a
 GSI(11,K) ; プラズマ内部インダクタンス, ℓ_i
 CU(I), DC(I) ; 平衡状態のプラズマ電流分布, $J(r)$, 及びその r 微分, $J'(r)$
 QQ(I) ; 平衡状態の安全係数分布, $q(r)$

ET (I) ; 平衡状態のプラズマ抵抗分布, $\eta(\mathbf{r})$

VS (I) ; 平衡状態の粘性分布, $\nu(\mathbf{r})$

EFLD (L) ; シェル上での印加電圧, E^w

但し, $\hat{\cdot}$; 実空間 2 次元変数

' ; \mathbf{r} 微分

I ; 径方向グリッド数

L ; モード数

J ; 角度方向グリッド数 (通常 $L+1$)

K ; 時間ステップ[°]