

J A E R I - M  
89-173

大型放射光施設設計報告書—10

大型放射光施設入射系シンクロトロンの  
基本設計(II)

1989年11月

中山 光一・梶沢 光昭・原見 太幹  
島田 太平・横溝 英明

日本原子力研究所  
Japan Atomic Energy Research Institute

JAERI-Mレポートは、日本原子力研究所が不定期に公刊している研究報告書です。  
入手の問合せは、日本原子力研究所技術情報部情報資料課（〒319-11 茨城県那珂郡東海村）あて、  
お申しこしください。なお、このほかに財団法人原子力弘済会資料センター（〒319-11 茨城県那珂郡  
東海村日本原子力研究所内）で複写による実費領布をおこなっております。

JAERI-M reports are issued irregularly.  
Inquiries about availability of the reports should be addressed to Information Division Department  
of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokaimura, Naka-gun, Ibaraki-  
ken 319-11, Japan.

© Japan Atomic Energy Research Institute, 1989

編集兼発行 日本原子力研究所  
印 刷 日青工業株式会社

大型放射光施設入射系シンクロトロンの基本設計(Ⅱ)

日本原子力研究所大型放射光施設設計画チーム

中山 光一<sup>+</sup>・樋沢 光昭<sup>+</sup>・原見 太幹  
島田 太平<sup>+</sup>・横溝 英明<sup>+</sup>

(1989年10月5日受理)

大型放射光入射系シンクロトロンの加速時のビームのふるまいを調べた。加速周期として、1 Hz 運転および10 Hz 運転の場合の比較を行った。

本報告書では、ビームダクトの渦電流の影響および加速時のビームエミッタスの変化を中心に述べる。

Basic Design for the Synchrotron in the Large Synchrotron  
Radiation Facility (II)

Koichi NAKAYAMA<sup>+</sup>, Mitsuaki KABASAWA<sup>+</sup>, Taikan HARAMI  
Taihei SHIMADA<sup>+</sup> and Hideaki YOKOMIZO<sup>+</sup>

Synchrotron Radiation Research Laboratory  
Japan Atomic Energy Research Institute  
Honkomagome, Bunkyo-ku, Tokyo

(Received October 5, 1989)

We have investigated the dynamic behavior of the longitudinal and transverse beam emittance during acceleration for the 8-GeV synchrotron in the Large Synchrotron Radiation Facility. We have compared the 1-Hz synchrotron with the 10-Hz one.

In this report, we have discussed the effect of eddy current during acceleration and the beam dynamic behavior with beam instability.

Keywords: Synchrotron Radiation Facility, Injection System, Electron, Positron, Synchrotron, Eddy Current, Beam Tracking, Dynamic Aperture, Beam Emittance, Beam Instability, Acceleration Cycle, Booster

---

+ Department of Physics, Tokai Research Establishment

## 目 次

1. はじめに .....	1
2. 涡電流の影響 .....	4
2.1 涡電流の評価 .....	4
2.1.1 発熱量の評価 .....	5
2.1.2 誤差磁場の評価 .....	5
2.2 ビームに対する影響 .....	6
2.2.1 クロマティシティの変化 .....	6
2.2.2 ビームトラッキングによる評価 .....	7
2.3 まとめ .....	7
3. 加速時のビームのふるまい .....	14
3.1 Combined function型シンクロトロン .....	15
3.2 Separated function型シンクロトロン .....	16
3.3 ビーム不安定性の検討 .....	16
3.3.1 入射時のビーム不安定性 .....	17
3.3.2 加速時のビームのふるまい .....	18
3.4 まとめ .....	19
4. 結論 .....	28
謝辞 .....	28
参考文献 .....	28

## Contents

1. Introduction .....	1
2. Eddy Current Effect .....	4
2.1 Estimataton of Eddy Current .....	4
2.1.1 Heat loss .....	5
2.1.2 Error field .....	5
2.2 Influence on Beams .....	6
2.2.1 Chromaticity changes .....	6
2.2.2 Beam tracking .....	7
2.3 Summary .....	7
3. Beam Dynamic Behavior During Acceleration .....	14
3.1 Combined Function Lattice .....	15
3.2 Separated Function Lattice .....	16
3.3 Beam Instability .....	16
3.3.1 Beam instability at injection energy .....	17
3.3.2 Beam dynamics during acceleration .....	18
3.4 Summary .....	19
4. Conclusion .....	28
Acknowledgement .....	28
References .....	28

## 1. はじめに

現在、大型放射光研究室では8 GeV電子（陽電子）蓄積リングの入射系シンクロトロンの基本設計を進めている。シンクロトロンの基本パラメータとしては入射エネルギー、加速周期、ビームエミッタス等が挙げられる。このうち出射時のビームエミッタスは蓄積リングへの入射効率を落とさないという条件より、今のところ200 nm以下が蓄積リングより要求されている。<sup>[1]</sup>前回の報告ではシンクロトロンのラティスの設計および入出射システムの基本検討を行った。

一方入射系の役割としては一定時間内に必要な電流を蓄積リングに入射する事が挙げられる。本放射光施設ではイオントラッピングを避けて安定な放射光を得るために入射ビームとして陽電子を用いることを予定している。陽電子は200 MeV程度に加速された大電流の電子ビームを金属ターゲットに入射した際に $\gamma$ 線の対生成により発生した後、磁場により集束され再びライナックにより加速される。この時の電子・陽電子変換効率は通常 $10^{-3}$ のオーダのため数Aの電子から数mAの陽電子しか得られない。このため入射系としては限られた陽電子を効率よく加速すると共に、陽電子源のくり返しを速くする工夫が必要となる。これまでに以下に述べるいくつかの方法の検討を行った。

① シンクロトロンに多重入射<sup>(\*)</sup>する。（<sup>(\*)</sup>放射減衰を利用した繰り返し入射）

ライナックのエネルギーを高くする。E > 1.5 GeV

② シンクロトロンの加速サイクルを速くする。

（くり返し 10 Hz 程度）

③ 専用のダンピングリングを作る。

エネルギー 400 ~ 500 MeV で、ダンピング時間を 40 ~ 50 Hz の入射に対応して 20 mS 程度にする。

④ シンクロトロンに連続(60 Hz)にビームを入射する。

入射機器の立上げ及び立下げ時間を速くして、リングの周上に複数個(～8個)ビームを入射。最大エネルギーまで加速後出射する。これを 1 Hz でくり返す。実質的には～8 Hz 程度になる(図 1.1 参照)。

ここでライナックのエネルギーを 1 GeV 程度とすると②～④が残る。②は ESRF, ③は APS で採用を考えている方式である。APS は陽電子ビームで考えているため 40 ~ 50 Hz 対応で考えている。ESRF は当初は電子ビームを用いる予定で 10 Hz 対応にしている。

本施設では、②～④の入射系システムについて比較検討を進めているが、とりあえず③のダンピングリングを用いる方式はオプションとする。残りの②, ④に対しても、シンクロトロンの繰り返しが 1 Hz および 10 Hz の場合に対して、ビームの加速時のふるまいおよび電磁石、真空チャンバー等のハード機器の検討を進めている。本報告ではこのうちシンクロトロンの加速時のビームのふるまい(ビームダイナミックス)と加速周期についての検討結果を示す。

シンクロトロンでは蓄積専用リングと異なり加速機能があるため磁場およびビームのエネルギーが時間と共にダイナミックに変化する。このため各機器の設計も加速周期に依存するため、比較的早い時期に加速周期を決定する必要がある。この報告の目的は本施設入射系シンクロトロンに最適な加速周期を決定する為に必要なデータを収集する事である。そのために加速に伴なう問題点について考えてみる。

シンクロトロンでは磁場が非定常に変化する事で以下に述べる検討が必要になってくる。

a) 涡電流の影響（主にビームダクト）

渦電流に起因する誤差磁場のビームに対する影響

b) 加速によるビームダンピング

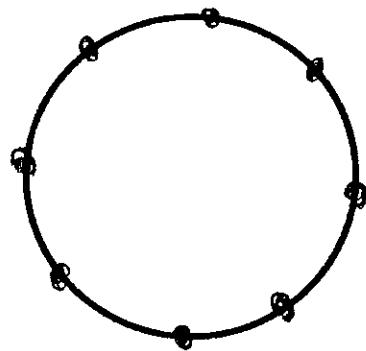
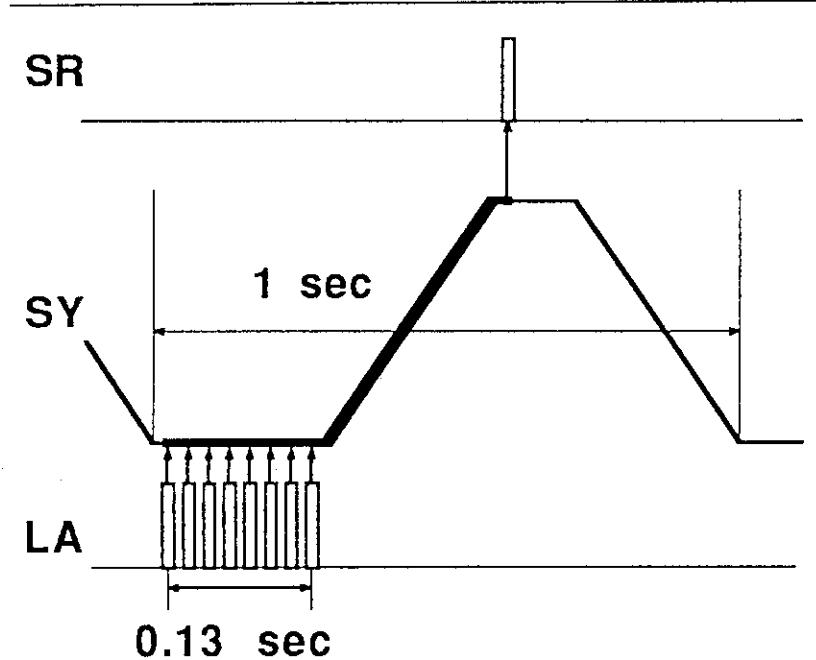
加速時のビームサイズ、エネルギー巾の変化およびビーム不安定性を考慮した場合のビームのふるまい。

c) 各機器のトラッキング誤差の影響

トラッキング誤差に伴う誤差磁場の影響

次章以降では、1 Hz および 10 Hz の加速周期に対する比較検討を行う。第 2 章では、a) の渦電流によるビームの影響について述べる。第 3 章では加速ダンピングのある場合のビームの振るまいおよびビーム不安定性の検討を行う。10 Hz 運転の場合については combind function 型のラティスの検討も行った。

8 パルス入射



672 個のR F バケットの内、等間隔に 8 力所・そ  
れぞれ 1 個ずつうまる

図 1.1 8 パルス入射概念図 ( 672 バンチ )

## 2. 涡電流の影響

シンクロトロンでは、電磁石の励磁によってビームダクトに渦電流が発生して発熱および誤差磁場の原因となる。渦電流による発熱量は磁場の変化率( $\dot{B}$ )の2乗に比例し、これに対して誤差磁場は $\dot{B}$ に比例するため速いサイクル(～くり返し50 Hz以上)のシンクロトロンはビームダクトの発熱が問題となるため金属製のダクトが使えずセラミック製のチャンバーが使用されている。一方10 Hz程度以下のシンクロトロンでは、金属製のチャンバーの使用が可能となるがこの場合は誤差磁場が主な問題となるためビームへの影響を検討する必要がある。<sup>[2]</sup> 本章では、現在比較検討を進めている1 Hzおよび10 Hzのシンクロトロンに対して渦電流の影響を調べる。

### 2.1 渦電流の評価

渦電流の評価は、ビームダクトの実際の形状を考慮した計算機コードによる計算および実機モデルを用いた実験で行う必要があるがここでは簡単のため簡易式による評価を行う。

偏向部ビームダクトとしては図2.1に示す隋円形状で、渦電流によるビームダクトの発熱と誤差磁場の評価を行う。図2.1に示す微小断面dF部の単位長さ当たりの抵抗 $\gamma$ はダクトの導電率 $\sigma$ を用いて次式になる。

$$\gamma = 1 / (\sigma \cdot dF) \quad (2-1)$$

一方単位長さ当たりの起電力 $v$ は、磁束の時間変化で与えられる。

$$v = \dot{B} \cdot x \quad (2-2)$$

dF部での単位長さ当たりの発熱量dNは次式になる。

$$dN = \langle v^2 \rangle / \gamma = \sigma \langle \dot{B}^2 \rangle x^2 dF \quad (2-3)$$

ここで $\langle \cdot \rangle$ は、時間平均を表わす。

チャンバーの単位長当りの発熱Nは $x = a \sin \varphi$  および $dF = a D \sqrt{\cos^2 \varphi + (b/a)^2 \sin^2 \varphi} d\varphi$ より次式となる。

$$N = 4 \sigma \langle \dot{B}^2 \rangle D a^3 \int_0^{\pi/2} \sin^2 \varphi \sqrt{\cos^2 \varphi + (b/a)^2 \sin^2 \varphi} d\varphi \quad (2-4)$$

一方、dF部に流れる渦電流dJは $v/\gamma$ より次式となる。

$$dJ = \sigma D a^2 \dot{B} \sin \varphi \sqrt{\cos^2 \varphi + (b/a)^2 \sin^2 \varphi} d\varphi \quad (2-5)$$

鉄心の磁極間距離を  $2h$  として、鉄心の透磁率  $\mu$  を無限大とするとチャンバー中心での渦電流による誤差磁場は

$$\frac{\Delta B}{B} = \frac{\mu_0 \sigma D a^2 \dot{B}}{B h} \int_0^{\pi/2} \sqrt{\sin \varphi \cos^2 \varphi + (b/a)^2 \sin^2 \varphi} d\varphi \quad (2-6)$$

となる。この時 6 極成分  $m$  は次式で表わされる。

$$m = \frac{1}{B \rho} d^2 B / d X^2 = \frac{\mu_0 \sigma D \dot{B}}{B \rho h} \quad (2-7)$$

### 2.1.1 発熱量の評価

次に、具体的検討を行う。基本パラメータを以下に示す。

$$\begin{aligned} \sigma &= 1.36 \times 10^6 \text{ (1/Ω · m)} & : \text{SUS} \\ D &= 0.3 \text{ mm} & : \text{DESY-II タイプ}^{(2)} \\ a &= 36 \text{ mm}, b = 18 \text{ mm}, b/a = 1/2 \end{aligned}$$

10 Hz の場合磁場の時間変化は次式を用いる。

$$B(t) = B_0 (\alpha - \cos \omega t) ; \omega = 20 \pi \quad (2-8)$$

ここで、 $\alpha = B_{DC} / B_0$  で DC 分と AC 分の比を表わす。

$\alpha \approx 1$  として、 $B_{max} = 1 \text{ T}$  とすると  $B_0 \sim 0.5 \text{ T}$  となる。始めに、発熱分の評価を行う。

(2-7) 式を用いて  $\sqrt{\langle \dot{B}^2 \rangle}$  を計算してみる。

$$\sqrt{\langle \dot{B}^2 \rangle} = \left( \frac{\omega}{\sqrt{2}} B_0 \right) \approx 22 \text{ (T/S)} ; \omega = 20 \pi, B_0 \sim 0.5 \text{ T} \quad (2-4) \text{ 式に代入}$$

して、 $N$  を求めてみる。

$N = 19 \text{ (W/m)}$  となり、発熱はほとんど問題にならない。1 Hz 運転の場合を考えると、 $\langle \dot{B}^2 \rangle$  が  $\sim 10^{-2}$  程度に減少するため、0.3 mm の 10 倍の 3 mm のダクトを使用すると仮定しても  $N \sim 19 \times 10^{-2} \times 10 \sim 2 \text{ W/m}$  程度である。

### 2.1.2 誤差磁場の評価

ここでも、影響の大きい 10 Hz の場合の検討を行う。(2-6) 式に示したように、 $\Delta B/B$  は  $\dot{B}$  に比例するため次式に示す関数  $F(t)$  と比例関係にある。

$$\Delta B/B \sim \dot{B}/\omega B \equiv F(t) = \sin \omega t / (\alpha - \cos \omega t) \quad (2-9)$$

図 2.2 に、 $F(t)$  の時間変化を示す。グラフに示した様に  $\alpha$  の値により  $F(t)$  の最大値は大きく変化する。DESY-II の場合の様な低エネルギー入射 ( $E_{inj} = 200 \text{ MeV}$ ,  $E_{max} = 7 \text{ GeV}$ )

の場合は  $\alpha = 1.01$  程度にして  $F(t)$  を小さくする工夫をしている。<sup>[2]</sup> 現在の大型放射光施設では、シンクロトロンの入射エネルギーは図 2.2 に矢印で示した 500 MeV 以上で検討を進めているため  $F(t)$  の値は  $\alpha$  により大きく変化しないため、以後  $\alpha = 1.0$  として検討を進める。

図 2.2 より入射エネルギー 500 MeV の時の  $F(t)$  の値は 3.82 となるので、(2-6) 式に代入すると  $\Delta B/B$  は  $(\Delta B/B)_{inj} = 6.5 \times 10^{-3}$  となる。この分だけ中心磁場が減少することになるがあらかじめ予測可能であるため補正が可能である。

次に (2-7) 式で示した、渦電流による 6 極成分の評価を行う。現在考えているシンクロトロンの主要パラメータを表 2.1 に示す。偏向半径  $\rho = 31.4$  m を用いて計算した 6 極成分  $m$  の時間変化を図 2.3 に示す。入射エネルギー 500 MeV での、6 極成分は  $m = 0.2 \text{ m}^{-3}$  となる。この値はクロマティシティ補正用に使用する 6 極成分の数%程度となる。偏向部の長さは、表 2.1 より  $2.9 \text{ m} \times 68 = 197.2 \text{ m}$  ある。一方 6 極磁石の全長は  $0.15 \text{ m} \times 48 = 7.2 \text{ m}$  で偏向部の長さの約 1/30 であるため 6 極成分の積分値で比較すると同じ程度となるため詳細な検討が必要になってくる。

1 Hz 運転の場合は、 $B$  が 10 Hz の約 1/10 となるため 10 Hz と同様に 0.3 mm のダクトを使用した場合は誤差磁場の影響は ~1/10 になるが、1.5 mm 程度の薄肉ダクトを用いる場合は ~1/10 × 1.5 mm / 0.3 mm = 1/2 程度の影響があるため注意を要する。

## 2.2 ビームに対する影響

前節での検討により、10 Hz 運転での偏向部ダクトに生じる渦電流による 6 極成分はかなり大きな事が分ったのでビームに対する影響を調べてみる。

### 2.2.1 クロマティシティの変化

シンクロトロンのラティスを図 2.4 に示す。2 種類の 6 極磁石 SF および SD は、クロマティシティを補正するために用いられる。表 2.1 より、ラティスによるクロマティシティは以下のように与えられる。

$$\xi_x^{\text{nat}} = -15.3 ; \quad \xi_y^{\text{nat}} = -12.7$$

次に渦電流による 6 極成分に起因するクロマティシティの変化  $\Delta \xi_x$  および  $\Delta \xi_y$  を計算する。

$$\Delta \xi_x = \frac{1}{4\pi} \int_{BD} m \beta_x \eta dS \quad (2-10)$$

$$\Delta \xi_y = -\frac{1}{4\pi} \int_{BD} m \beta_y \eta dS \quad (2-11)$$

10 Hz 運転の入射エネルギー 500 MeV での渦電流による 6 極成分  $m = 0.2 \text{ m}^{-3}$  を代入すると、 $\Delta \xi_x = +17.3$ ,  $\Delta \xi_y = -15.0$  となる。全体のクロマティシティは  $\xi = \xi^{\text{nat}} + \Delta \xi$  で与えられるので各々、500 MeV で、

$\xi_x = 2.0$ ,  $\xi_y = -27.7$  となる。図2.5にエネルギーによる全クロマティシティの変化を示す。

次にこの全クロマティシティを補正するために必要な6極磁石SFおよびSDの値を計算する。図2.6にエネルギーによる変化を示す。y方向のクロマティシティの絶対値はx方向に比べてかなり大きいため、SDの値がSFに比較して大きくなっている。入射時500MeVでのSDの強度は、渦電流のない場合の2倍程度ある。

### 2.2.2 ビームトラッキングによる評価

渦電流による6極成分およびクロマティシティ補正に使用するSFおよびSDの6極成分によるビームのダイナミックアバーチャーの変化を計算する。トラッキングに用いたRACETRACKは、6極等の非線型項を薄肉レンズで近似する計算のため各偏向磁石を2分割して入口、出口および中心の3ヶ所に6極成分を分割して近似した。

図2.7に入射エネルギー500MeVの時のトラッキングの結果を示す。黒丸が渦電流による6極成分だけの場合、白丸が渦電流によるクロマティシティ分も含めてSFおよびSDにより6極補正した場合、四角印がラティスによるクロマティシティ補正をした渦電流のない場合の結果である。どの場合も、中心部に示したダクトサイズに比較して、大きなダイナミックアバーチャーがある事が分った。

## 2.3 まとめ

偏向部ダクトでの渦電流による発熱量および誤差磁場の評価を行い、以下の結果を得た。

- ① 10Hz運転のシンクロトロンで電子および陽電子を500MeVから8GeVまで加速する際の発熱量はDESY-II型の0.3mmのダクトを使用した場合に19W/m程度で問題がない事が分った。1Hz運転の場合は3mmのダクトを使用しても2W/m程度である。
- ② 誤差磁場の2極成分は、10Hz運転の時に最大で $4B/B \sim 6.5 \times 10^{-3}$ 程度となる。実際の運転の際はこの分をあらかじめ補正する必要がある。
- ③ 10Hzの場合誤差磁場の6極成分はかなり大きく、入射時(500MeV)にクロマティシティを $\Delta\xi_x = +17.3$ ,  $\Delta\xi_y = -15.0$ だけ変化させる。このクロマティシティの変化分を含めた6極補正を行った場合も、かなり安定範囲は狭くなるが、十分なダイナミックアバーチャーのある事をビームトラッキングにより確認した。しかし、6極補正に必要な6極磁場がビームエネルギーに比例しなくなるため6極磁石の電源の立上げパターンと、偏向磁石電源の立上げパターンを変える必要がてくる。1Hz運転の場合も、1.5mm程度のビームダクトを用いた場合は、10Hzで0.3mmのビームダクトを用いた場合の1/2程度の6極成分をもつため詳細な検討が必要となる。

表2.1 シンクロトロンパラメータ

Injection energy	1.0 GeV
Maximum energy	8.0 GeV
Maximum beam current	10 mA
Beam emittance horizontal	$1.95 \times 10^{-7}$ (m rad) ( $k = 0$ )
Energy spread at 8 GeV	$1.2 \times 10^{-3}$
Circumference	396 m
Repetition rate	1 Hz
Radiation loss per one turn	11.5 MeV/turn
Number of cells/Periodicity	40 / 2
Nominal tunes ( $v_x/v_y$ )	11.73 / 8.78
Natural chromaticities ( $\xi_x/\xi_y$ )	-15.3 / -12.7
Momentum compaction	$9.51 \times 10^{-3}$
Bending magnet	
Number of magnets	68
Magnetic field at 8 GeV	0.85024 T
Length	2.9 m
Bending radius	31.385 m
Quadropole magnet	
Number of magnets (QF/QD)	40/40 total 80
Magnet field QF	14.512 T/m
QD	12.489 T/m
Length	0.6 m
Sextupole magnet	
Number of magnets (SF/SD)	32/32 total 64
Magnet field SF	100.66 T/m <sup>2</sup>
SD	162.65 T/m <sup>2</sup>
Length	0.15 m
Damping time ( $\tau_x/\tau_y/\tau_z$ )	1.0 GeV 8.0 GeV
( $\beta_x$ )max / ( $\beta_y$ )max / ( $\gamma_x$ )max	956 msec / 937 msec / 464 msec 1.87 msec / 1.83 msec / 0.91 msec 17.0 m / 17.7 m / 0.96 m
RF system parameters	
Resonant frequency	508.7 MHz
Harmonic number	672
Accelerating voltage at 8 GeV	17.1 MV
Accelerating voltage at 1 GeV	1.1 MV
Over voltage factor at 8 GeV	1.49
Synchrotron frequency at 8 GeV	30.3 kHz at 8 GeV
Quantum lifetime	over 10 sec at 8 GeV

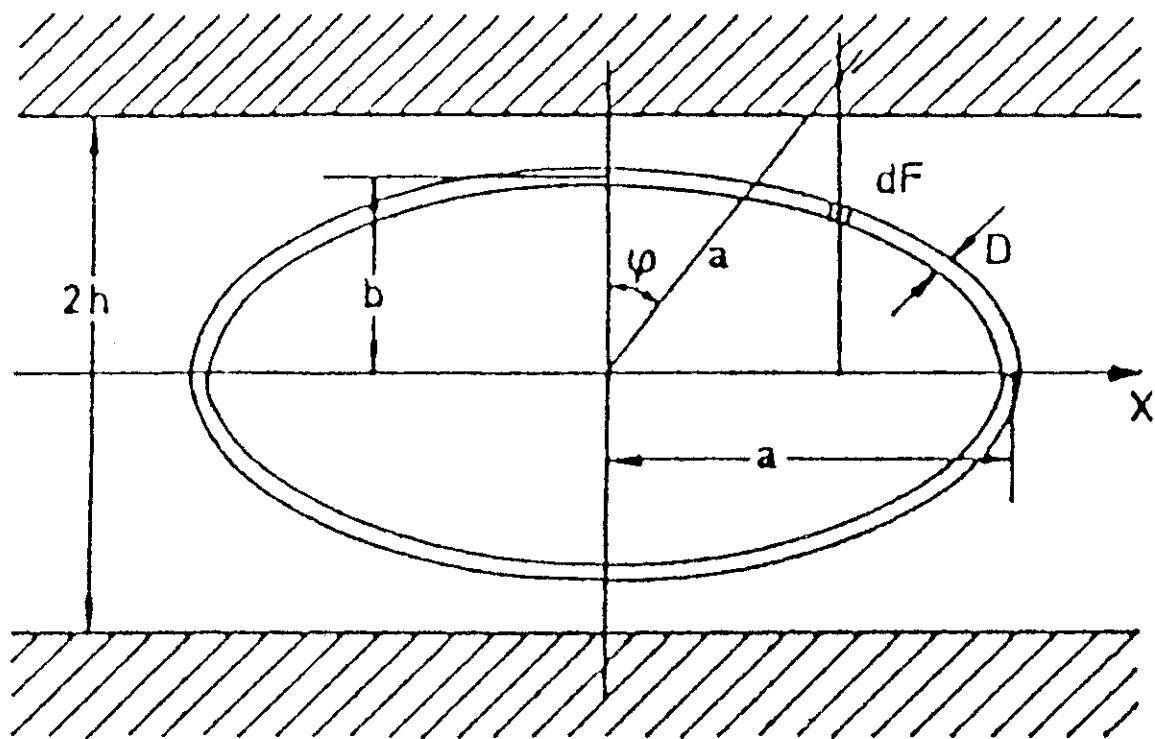
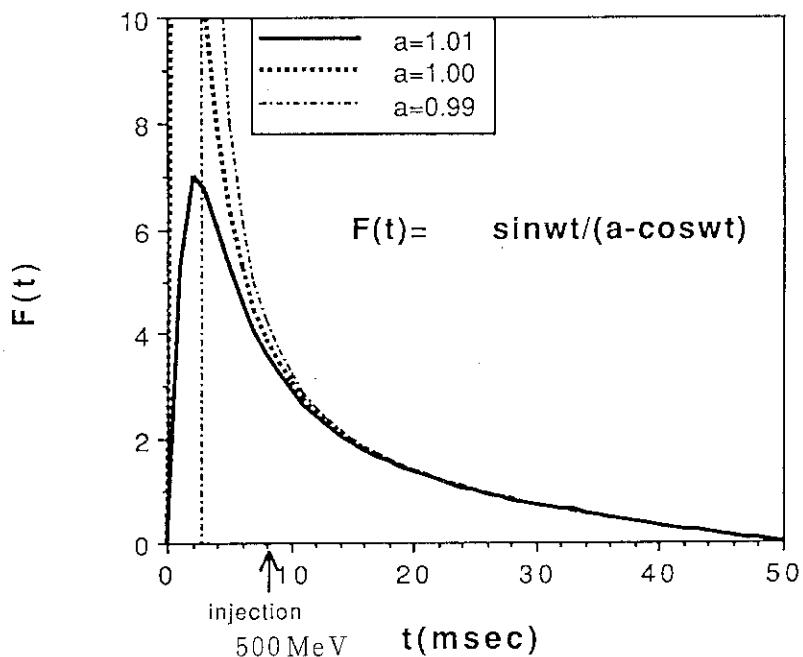
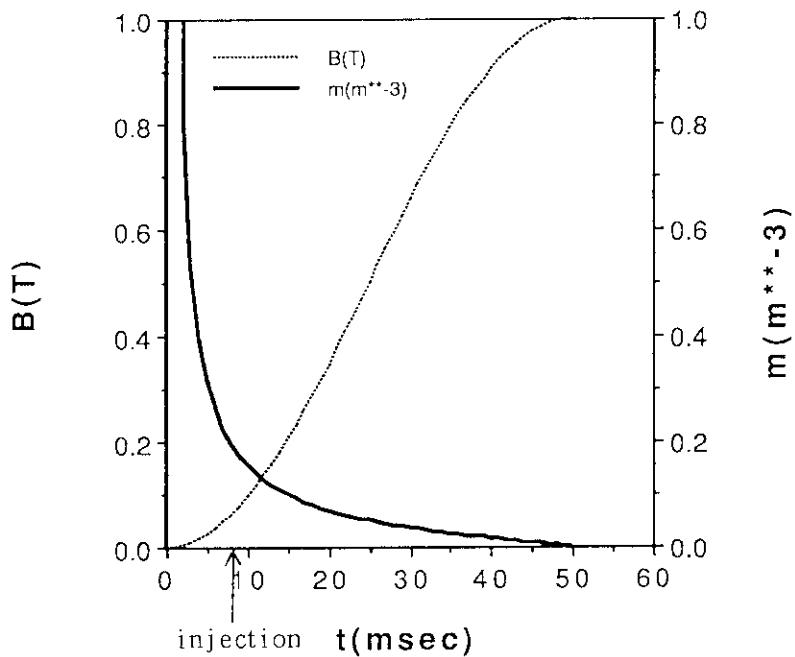


図 2.1 偏向部ビームダクト

The function  $F(t)$  of the sextupole term due  
to eddy currents ;(10 Hz)

図 2.2  $F(t)$  の時間変化

The sextupole term due to eddy current  
(10 Hz,  $d=0.3$  mm, gap=45mm)

図 2.3 6 極成分  $m$  の時間的変化

# NORMAL CELL

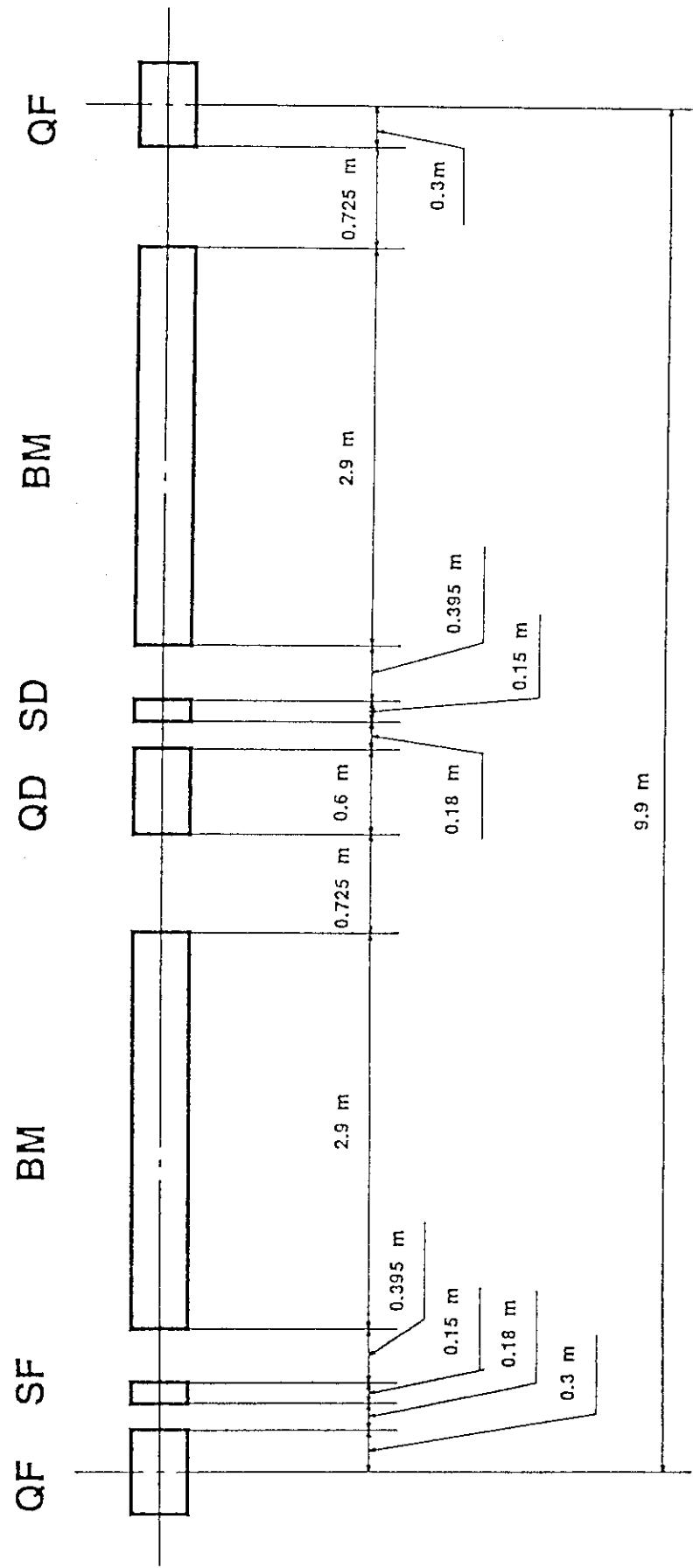


図2.4 シンクロトロソラティス

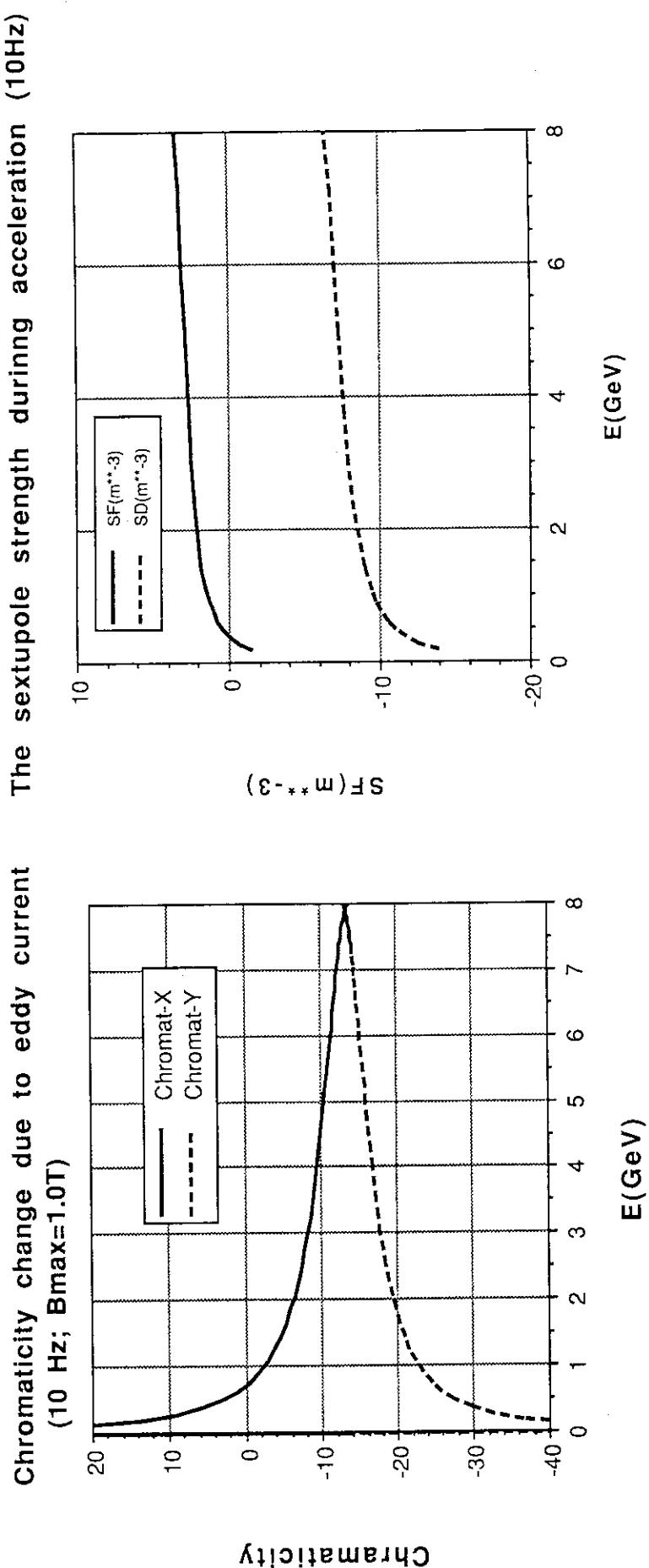


図 2.5 全クロマティシティのエネルギーによる変化

図 2.6 クロマティシティ補正用 6 極磁石の強度変化

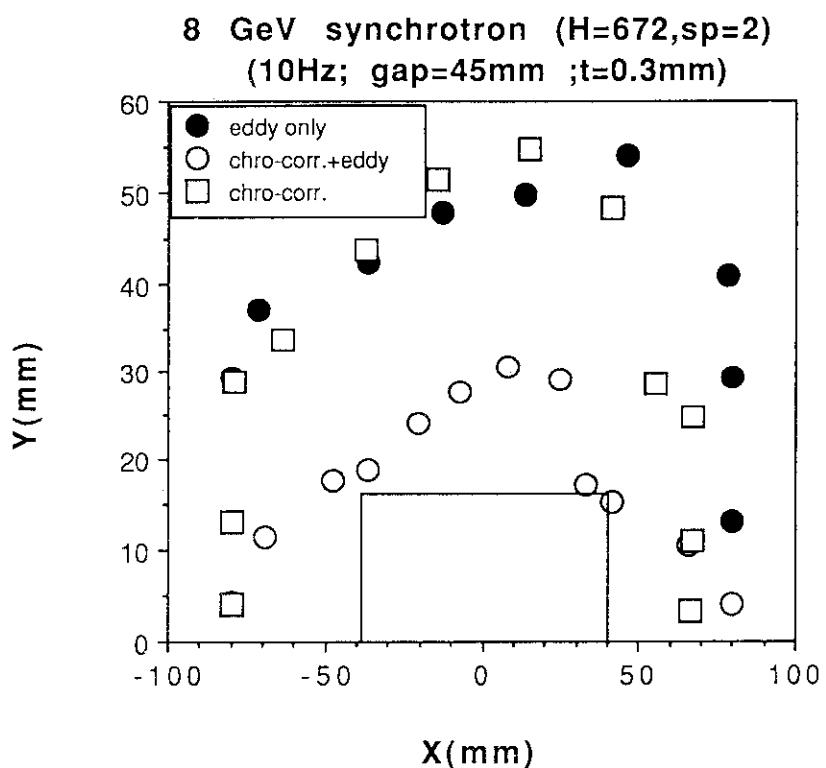


図 2.7 ダイナミックアパートナー

### 3. 加速時のビームのふるまい

電子および陽電子リングのビームのエミッタスおよびエネルギー幅は、定常状態では放射減衰と量子ゆらぎのバランスによって決定される。一方シンクロトロンでは加速ダンピングを考慮する必要がある。また、ビーム不安定性のある場合はその成長率がビームのふるまいを作用する。本章では以上述べた4種の作用を考慮してシンクロトロンでのビームのふるまいを調べてみる。

- |           |   |
|-----------|---|
| ① 加速ダンピング | $\propto \dot{E}/E$   |
| ② 放射減衰    | $\propto \alpha$  |
| ③ 量子ゆらぎ   | $\propto \frac{1}{2} \frac{\langle H \cdot N \langle u^2 \rangle \rangle}{E^2}$ |
| ④ 不安定性成長率 | $\propto 1/\tau_{\text{insta}}$   |

〔基本式〕

水平方向(X方向)のビームエミッタス $\varepsilon_x$ の時間変化は、上に述べた①～④により次式で表わされる。

$$\frac{d\varepsilon_x}{dt} = - \left( \frac{\dot{E}}{E} + 2\alpha_x \right) \varepsilon_x + \frac{1}{2} \cdot \frac{\langle H \cdot N \langle u^2 \rangle \rangle}{E^2} + \frac{1}{\tau_{\text{insta}}} \cdot \varepsilon_x \quad (3-1)$$

同様にして、エネルギー巾の2乗 $\sigma_p^2 = (\Delta E/E)^2$ の時間変化は(3-2)式で与えられる。

$$\frac{d\sigma_p^2}{dt} = - \left( \frac{1}{2} \frac{\dot{E}}{E} + 2\alpha_E \right) \sigma_p^2 + \frac{1}{2} \frac{\langle N \langle u^2 \rangle \rangle}{E^2} + \frac{1}{\tau_{\text{insta}}} \sigma_p^2 \quad (3-2)$$

(3-1)式および(3-2)式の各項は以下の様に書ける。<sup>[3]</sup>

$$\begin{aligned} \alpha_i &= \gamma_e / 3 \cdot \gamma^3 \frac{c}{2\pi R} J_i \cdot \frac{2\pi}{\rho} \\ &\propto \gamma^3 \frac{J_i}{\rho R} \quad (i = X, E) \end{aligned} \quad (3-3)$$

ここで、 $\gamma_e$ は電子の古典半径、 $\gamma = E/mc^2$ 、 $c$ は光速、 $R$ はリングの平均半径で $J_i$ は放射減衰指数である。

$$\frac{\langle N \langle u^2 \rangle \rangle}{E^2} = \frac{55\gamma_e}{24\sqrt{3}} \cdot \frac{hc^2}{mc^2} \cdot \frac{\gamma^5}{\rho^3}$$

$$\propto \gamma^5 / \rho^3 \quad (3-4)$$

$$\begin{aligned} \langle H \rangle &= \left\langle \frac{1}{\beta} (\eta^2 + (\beta \eta' + \alpha \eta)^2) \right\rangle \\ &\propto R / v_x^3 \end{aligned} \quad (3-5)$$

ここで、 $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\eta$ ,  $\eta'$  はラティス関数、 $v_x$  は tune を表わす。

### 3.1 Combined function型シンクロトロン

現在大型放射光施設のシンクロトロンは偏向電磁石と4極電磁石の機能を分離したいわゆる Separated function型で検討を進めている。一方、くり返しの速いシンクロトロンでは偏向電磁石と4極電磁石を一体とした磁石からなる Combined function型のラティスが用いられている。Combined function型のラティスでは、放射減衰しないため ( $\alpha < 0$ ; anti-damping) ビームに作用する減衰作用は加速ダンピングだけになる。

Combined function型のシンクロトロンは、国内では東大原子核研究所の ES ( $e^-$ ) (1.3 GeV, 21.5 Hz) および KEK の PS booster (Proton) (500 MeV, 20 Hz) が現在運転中である。8 GeV クラスの電子シンクロトロンとしては、DESY I<sup>(\*)</sup> (7 GeV, 50 Hz) および Cornell 大の電子シンクロトロン (12 GeV, 60 Hz) が存在するのでこれらのリングで 8 GeV 運転した場合を考えてみる。表 3.1 に、DESY-I および Cornell シンクロトロンの主要パラメータを示す。

はじめに、DESY-I および Cornell シンクロトロンを各々定格運転（繰り返し周波数）した場合の水平方向のビームサイズ  $\sigma_x$  の変化を調べる。（3-1）式に、表 3.1 のパラメータを代入して数値積分を行う。入射時のビームのエミッタанс  $\epsilon_x^0 = 1.0 \text{ mm} \cdot \text{mrad}$  と仮定して各時刻でのエミッタанс  $\epsilon$  を求める。ビームサイズは、 $\epsilon_x$  を用いて次式より求める。

$$\sigma_x = \sqrt{\epsilon_x \beta_x} \quad (3-6)$$

図 3.1(a) に DESY-I の結果を示す。定格の 50 Hz 運転の際に 7 GeV 付近で入射ビームサイズとほぼ同じになり、その後急激にビームサイズが増大する。図 3.2(a) に Cornell の 10 GeV 運転の際のビームサイズの変化を示す。最大の 10 GeV でビームサイズは 1.6 mm 程度になる。この時のビームエミッタансは  $2 \times 10^{-7} \text{ m} \cdot \text{rad}$  と大型放射光施設のシンクロトロンに要求される値と同程度になる。繰り返しが 60 Hz で周長が 750 m 程度のシンクロトロンであれば、放射減衰をしない Combined function 型のラティスを採用できることになる。

しかし 50 ~ 60 Hz のシンクロトロンでは、第 2 章で述べた様に渦電流による発熱が  $B$  の 2 乗

(\*) 現在は、陽子シンクロトロン DESY-III に改造

に比例する事で金属製のダクトが使用できず、セラミック製あるいはCornellの様に磁極面が真空チャンバーの一部となる構造をとらざるを得ない。現在、考えている大型放射光施設のシンクロトロンでは金属製のビームダクトを使うという前提で加速周期は最大でも 10 Hz程度で検討している。そこで、次にDESY-I およびCornell のシンクロトロンを 10 Hz運転で 8 GeVまで加速した場合を考えてみる。図 3.1(b)および図 3.2(b)にビームサイズの時間変化を示す。10 Hz運転の場合は、Cornell の場合でもビームサイズは 8 GeVで入射時より大きくなっている。  
 (3-3~5) 式からわかるように、ビームサイズを小さく抑えるためにはリングを大きくして、 $\rho$ , R および  $r_x$  を大きくする必要がある。

図 3.3 に周長を Cornell シンクロトロンの 2 倍にした場合のビームサイズの時間的変化を示す。この場合は、10 Hz運転でも 8 GeVで蓄積リング側から要求されるエミッタス  $\epsilon = 0.2 \text{ mm} \cdot \text{mrad}$  以下になっている。周長が蓄積リングなみのシンクロトロンであれば、10 Hz運転の場合でも combined function 型のラティスが採用可能になる。

### 3.2 Separated function型シンクロトロン

現在検討を進めているシンクロトロンのラティスは、すでに図 2.4 に示した separated function 型で考えている。このタイプのシンクロトロンでは、放射減衰するため加速終了後一定時間たてば定常状態のエミッタスに落ちつく。入射ビームのエミッタスを 1.0 mm · mrad および 5.0 mm · mrad とした場合の加速時のエミッタスの変化を 1 Hz および 10 Hz 運転のシンクロトロンで調べる。

図 3.4 に、10 Hz の正弦波の加速パターンの場合のエミッタスの時間変化を示す。実線が、定常状態のエミッタスの時間変化になっている。入射時のビームのエミッタスが 5.0 mm · mrad の場合でも 8 GeVまで加速途中にはほぼ定常状態のエミッタスに達する。図 3.5 は 1 Hz 運転の場合のエミッタスの時間変化を示す。加速時間は 0.4 秒としている。入射時 (500 MeV) のエミッタスが 1.0 mm · mrad および 5.0 mm · mrad の場合に加速後 0.2 秒以内にはほぼ定常状態のエミッタスに一致している。以上の検討により、現在考えている separated function 型のシンクロトロンでは加速周期が 1 Hz および 10 Hz の場合に対して入射ビームのエミッタスによらず 8 GeV のエミッタスは定常状態の値になる事がわかった。

ビーム不安定性のある場合は、不安定性の成長率と加速による減衰とのバランスでビームエミッタスが決定される。次節では、ビーム不安定性の一般的な検討を行った後、1 Hz と 10 Hz シンクロトロンについて不安定性を考慮してビームエミッタスの変化を調べてみる。

### 3.3 ビーム不安定性の検討

一般にシンクロトロンに要求されるビーム特性、特にビームの最大電流およびビーム寿命は蓄積リングと比較するとそれほど厳しい値ではない。一方、シンクロトロンでは入射エネルギーが

低いため放射減衰の効果が小さくかつ低エネルギーではビーム不安定性の成長率が大きくなる。

本節では、入射時のビームの不安定性を入射ビームの条件を考慮して調べる。さらにビーム不安定性としてよく知られた head tail instability を例として加速時のビームのふるまいと加速周期の関係を検討する。

### 3.3.1 入射時のビーム不安定性

入射時のビームエネルギー依存性を調べてみる。入射ビームとして以下の条件で計算を行う。

エネルギー 500 ~ 2500 MeV

ビームエミッタス  $\sim 1 \times 10^{-6}$  m · rad

エネルギー巾  $\sim 1\%$

ビームダクトのインピーダンスは、通常の蓄積リングでは  $2\Omega$  程度を目標にして設計されるがシンクロトロンでは入出射機器等のインピーダンスを高くする要素が多いため安全をみて  $10\Omega$  として検討を行う。

( single-bunch limit )

はじめに、シングルバンチのビーム不安定性を調べる。ビーム不安定性計算コード ZAP<sup>[4]</sup> の結果を図 3.6 に示す。入射エネルギー 500 MeV の時の不安定性のしきい値は 12 mA である。シングルバンチ時に要求される電流値は 1 mA 以下であるため問題ない。参考に、しきい値電流のエネルギー依存性を次式に示す。

$$I_{th} \propto \frac{N_{bunch} * E * \sigma_L(E)}{\left| \frac{Z}{n} \right|} \quad (3-7)$$

ここで、 $N_{bunch}$  はバンチ数、 $\sigma_L(E)$  はバンチ長、 $\left| \frac{Z}{n} \right|$  はダクトによるインピーダンスである。 $\sigma_L(E)$  のエネルギー依存は次式になる。

$$\begin{aligned} \sigma_L(E) &\propto \left( \frac{dE}{E} \right) * \frac{1}{v_s} \quad ; \quad v_s \propto \frac{1}{\sqrt{E}} \\ &\propto \left( \frac{dE}{E} \right) * \sqrt{E} \end{aligned} \quad (3-8, 9)$$

( 3-7, 8 ) 式より  $\left( \frac{dE}{E} \right) =$  一定の場合は、 $I_{th} \propto E^{1.5}$  となる。入射時には、 $\left( \frac{dE}{E} \right) = 1.0\%$  と大きいためバンチ長が長くなつて  $I_{th}$  が大きくなることがわかる。

( head-tail instability )

head-tail 不安定性は、バンチビームの先頭部 ( head ) による wake-field で同一バンチの後部 ( tail ) が影響をうけることによって起こる。バンチ内ではシンクロトロン振動によって先頭部と後部が入れ替り、その時のベータトロン振動の位相の遅れにより横方向の振動が大きくな

る。この時の、不安定性の成長率は次式で与えられる。

$$\frac{1}{\tau} = - I_m \Delta \omega \quad (3-10)$$

$$\Delta \omega = \frac{j}{2 v_\beta \omega_0} \frac{e \beta}{\gamma m_0} \frac{Z_+ (\omega_\xi) I}{2 \pi R B}$$

$$\omega_\xi = \xi / \alpha v_\beta \omega_0$$

ここで  $I$  : ビーム電流,  $v_\beta$  : ベータトロン振動数,  $\omega_0$  : 周回周波数,  $R$  : リング平均半径,  $B$  : バンチング係数,  $\xi$  : クロマティシティ,  $\alpha$  : momentum compaction factor,  $Z_+ (\omega_\xi)$  : 横方向のインピーダンスである。

図3.7に,  $R$ ,  $Z_+$  とベータトロン振動の位相のずれとの関係を示す。クロマティシティ補正しない場合は位相のずれが負で不安定になる。6極磁場を用いてクロマティシティを正の値に補正するとビームは安定になる。

次に具体的に growth time  $\tau$  を計算してみる。

図3.8に, ハーモニック数672のシンクロトロンに対する head-tail 不安定性の growth time のエネルギー依存性を示す。太線がエネルギー巾を 1 % とした場合, 細線が定常状態のエネルギー巾の計算値で実線がシングルバンチで 1 mA, 点線が 672 個のバンチに合計で 1 mA に対応する。

#### ( Coupled bunch instability )

RF 加速空洞の高次モードに起因する coupled bunch 不安定性についても ZAP コードで計算を行った。計算条件としては, 全バンチに合計で 1 mA のビーム電流と仮定した。成長率は, 入射エネルギーで  $10^{-3} \sim 10^{-4}$  秒のオーダとなり何らかの対策が必要である。今後, 加速空洞の開発と並行して高次モードダンパーの検討等を行っていく。

#### 3.3.2 加速時のビームのふるまい

ここでビーム不安定性がある場合のシンクロトロンの加速時のビームのふるまいを調べてみる。シンクロトロンとしては, head-tail 不安定性の検討対象としたハーモニック数672のシンクロトロンで加速周期は 1 Hz および 10 Hz で計算する。以下に計算条件を示す。

入射エネルギー	500 MeV
入射ビームエネルギー巾	$\sim 1\%$
入射ビームエミッタنس	$\sim 1 \times 10^{-6} \text{ m} \cdot \text{rad}$
入射電流(シンクロトロン)	1 mA

ビーム不安定性として head-tail instability を考える。

計算手順としては, (3-9) 式で不安定性の計算率を計算して (3-1) および (3-2) 式によりビームサイズおよびエネルギー巾の変化を計算する。head-tail instability は横方

向の不安定性のため、エネルギー巾の変化は独立に計算される。図3.9に10 Hz運転の場合のエネルギー巾の時間変化を示す。入射時1%あったエネルギー巾が加速および放射減衰が効いて6 GeV付近で0.1%以下になりその後ほぼ定常状態の値に近づいていく様子がわかる。

次に図3.9のエネルギー巾の変化を考慮して計算したhead-tail instabilityのある場合のビームエミッターンスの変化を計算する。図3.10に結果を示す、実線が不安定性のない場合のエミッターンスである。電流1 mAの場合で800バンチの場合はほとんどエミッターンスが不安定性により大きくならない、80バンチ程度でも加速途中で入射時の2倍程度まで大きくなるが加速終了時の8GeVではビーム不安定性のない場合のエミッターンスの値に近づいている。入射時500 MeVでの不安定性の成長率は672バンチで7ms、100バンチで1.0ms程度(図3.8)であるため、10Hzのシンクロトロンの場合は入射時のビーム不安定性の成長率が1 ms程度であればビームは安定に加速できる事がわかった。

シンクロトロンの加速周期が1 Hz(加速時間0.4秒)の場合の結果を図3.11に示す。(10 Hzの場合の加速時間~40 msと比較して10倍程度の加速時間となるため平均的な加速減衰は1/10になり672バンチの場合でも加速途中で入射時よりエミッターンスが大きくなった後5 GeV付近で不安定性のない場合の値に近づいている。1 Hz運転の場合は、672バンチでのhead-tail instabilityの成長率に相当する7 ms程度のgrowth rateがあってもビームは安定に加速できる。

### 3.4 まとめ

シンクロトロンの加速時のビームのふるまいと加速周期の検討を行い以下の結果を得た。

- ① combined function型のラティスではCornellシンクロトロンの2倍程度の周長1500 m、8GeVのエミッターンスを $2 \times 10^{-7} \text{ m} \cdot \text{rad}$ 以下にできる。  
mのシンクロトロンを用いると10Hz運転でも、8GeVのエミッターンスを $2 \times 10^{-7} \text{ m} \cdot \text{rad}$ 以下にできる。
- ② Separated function型のラティスでは、加速周期が1 Hzおよび10 Hzの場合に対して入射ビームのエミッターンスによらず8GeVでのエミッターンスは定常状態の値になる事がわかった。
- ③ ビーム不安定性のある場合の加速時のビームのふるまいを検討した結果、10 Hz運転の場合には不安定性の成長率が入射時に1 ms、1 Hzの場合には10 ms程度であればビームは安定に加速可能な事がわかった。

表 3.1 シンクロトロンパラメータ

	DESY-I	Cornell
$E(\text{GeV})$	7.0	12.0
$E_{\text{inj}}(\text{MeV})$	40	150
$\rho(m)$	31.7	100.
$R(m)$	~50.	~120.
$v_x$	~5	~10
$\beta_x(m)$	~10	~12
$J_x$	-0.95	~-0.95
Rep. rate(Hz)	50	60

## Beam dynamic behavior (DESY-I; 50Hz)

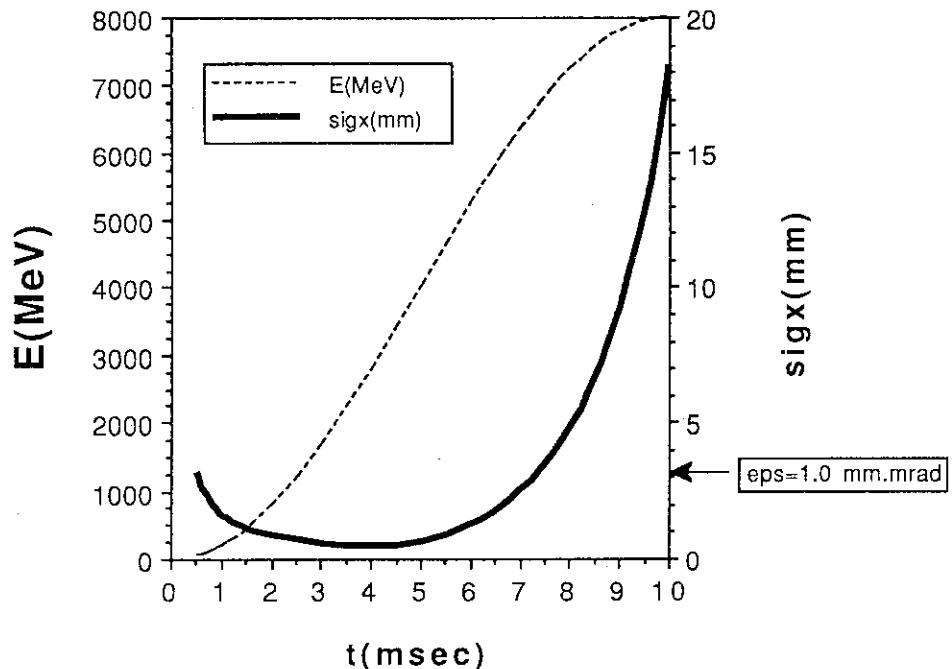


図 3.1(a) DESY-I ( 50 Hz )

## DESY-1(10 Hz)

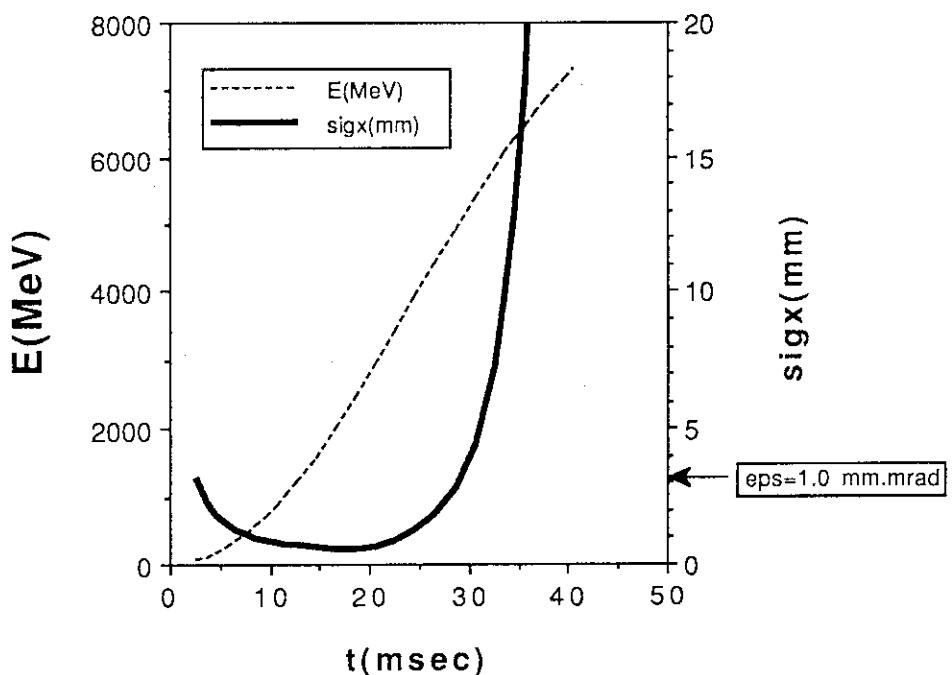


図 3.1(b) DESY-I ( 10 Hz )

## CORNELL 60Hz

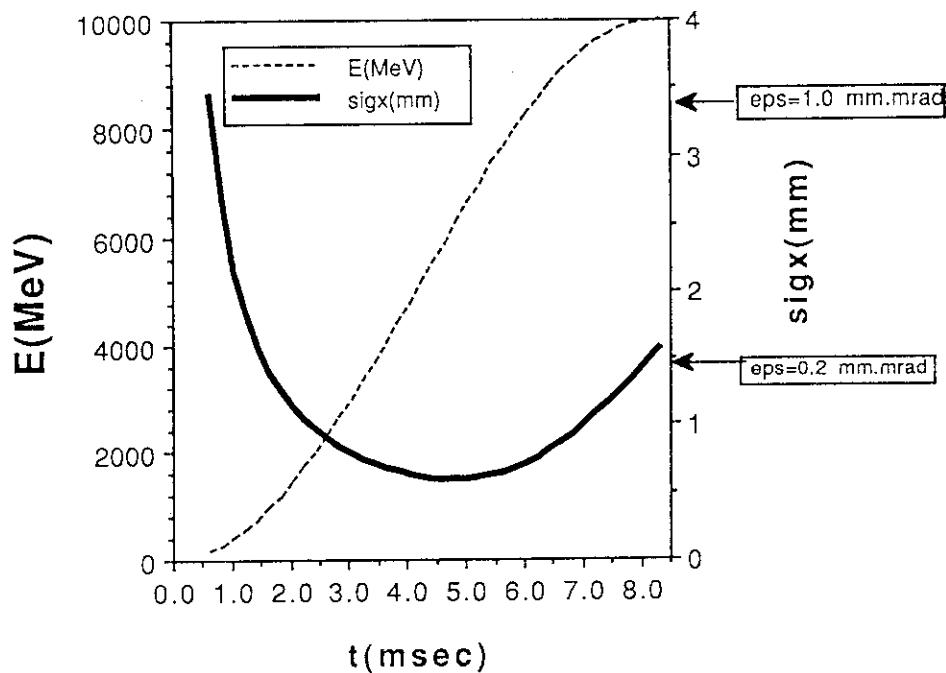


図 3.2(a) Cornell シンクロトロン( 60 Hz )

## Cornell (10Hz ; 8 GeV)

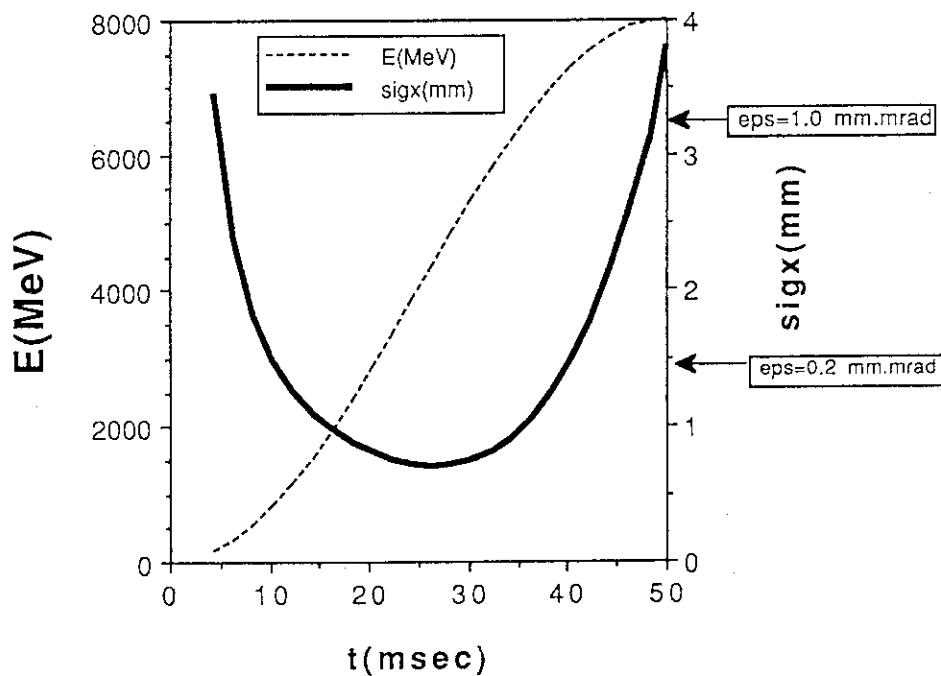


図 3.2(b) Cornell シンクロトロン( 10 Hz )

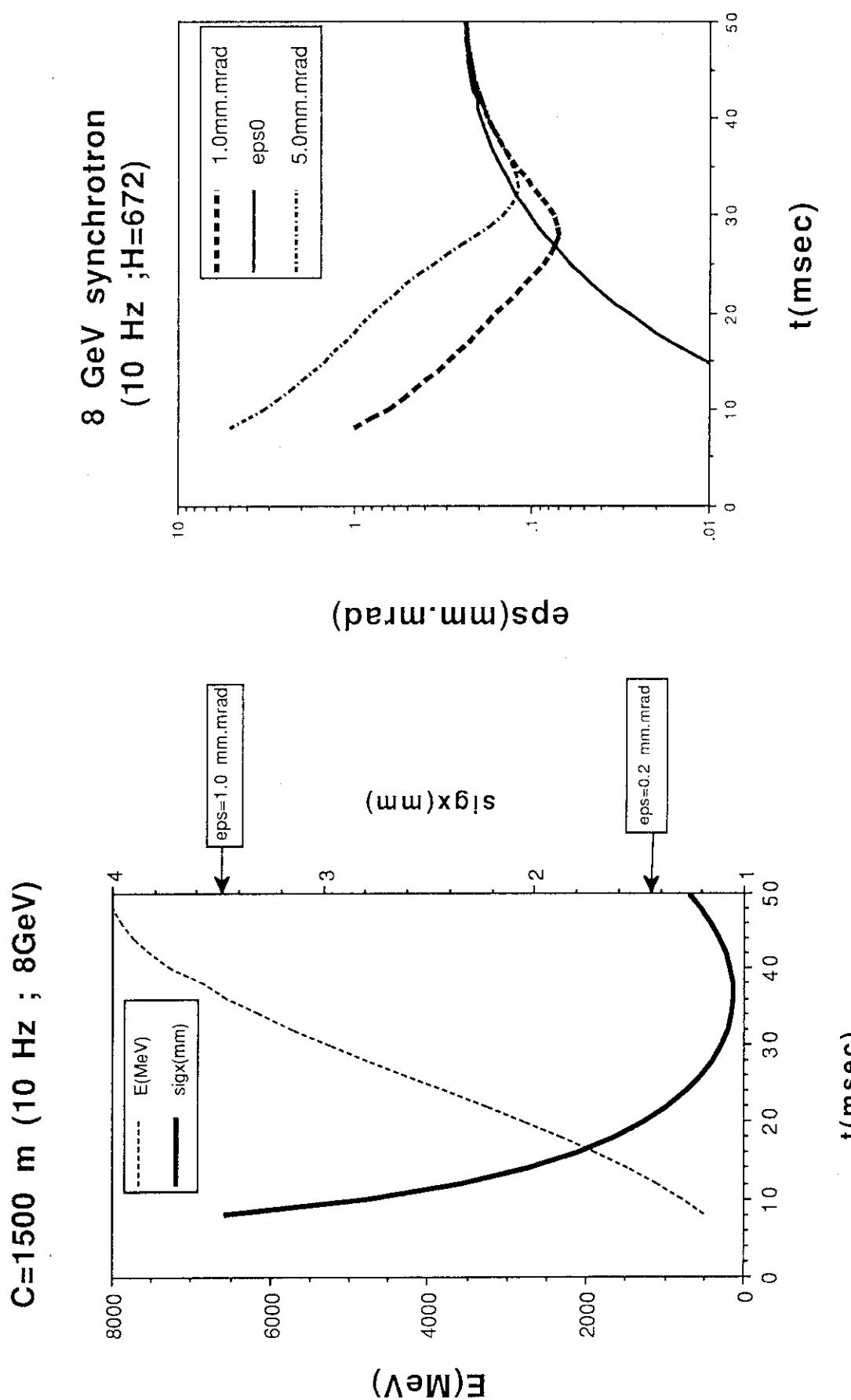


図 3.3 周長 1500 m のシンクロトロン

図 3.4 10 Hz シンクロトロン ( separated function )

8 GeV synchrotron  
(1 Hz ; H=672)

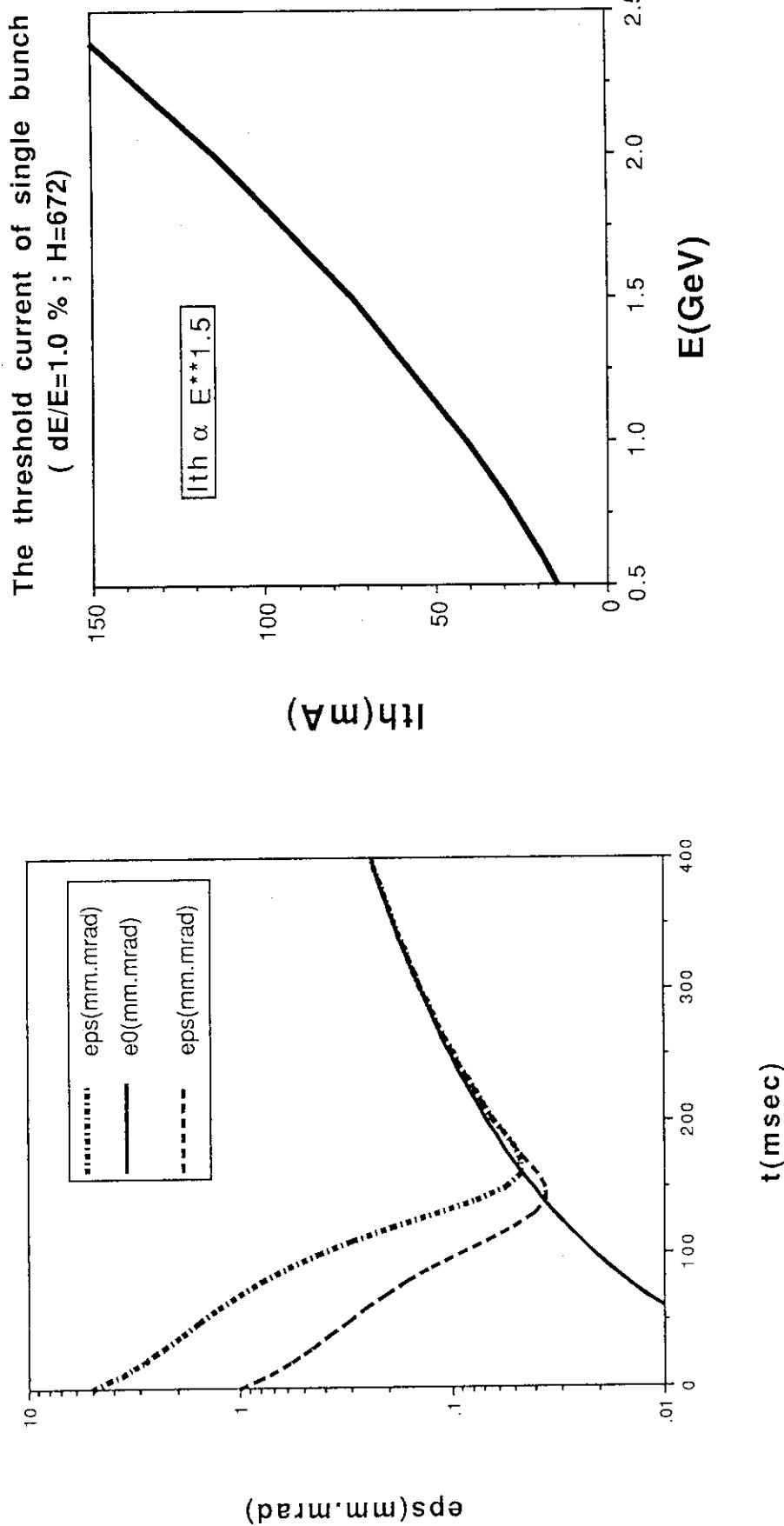


図 3.5 1 Hz シンクロトロソ (separated function )

図 3.6 シングルバンチ不安定性しきい値

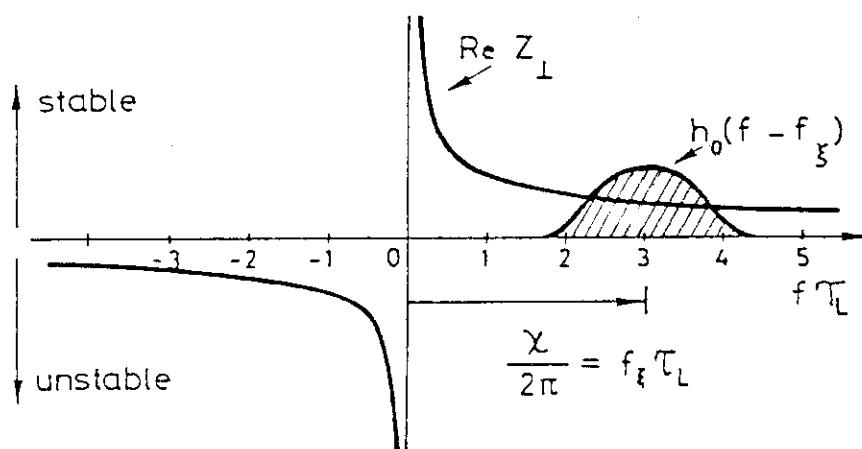


図 3.7 ベータトロンの位相のずれによる横方向  
インピーダンスの変化

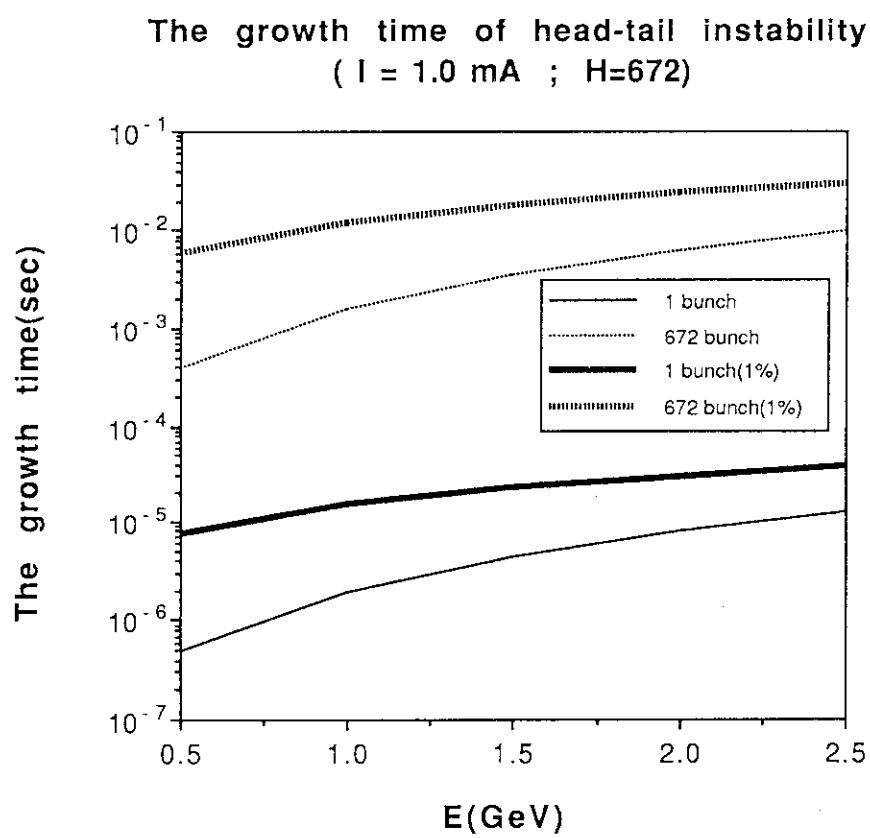


図 3.8 head-tail instability の growth time

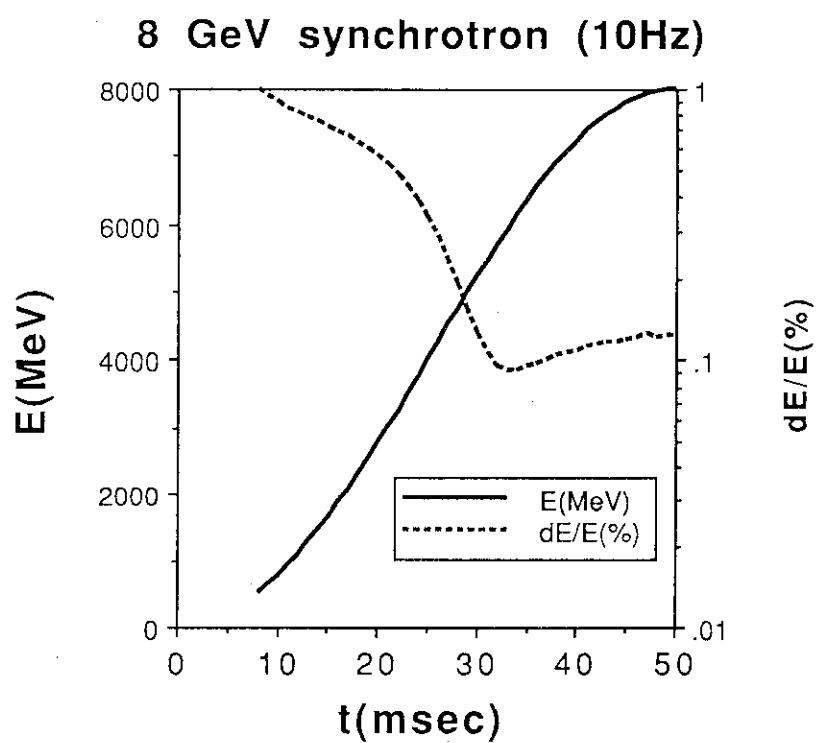


図 3.9 エネルギー巾の加速時の変化 ( 10 Hz )

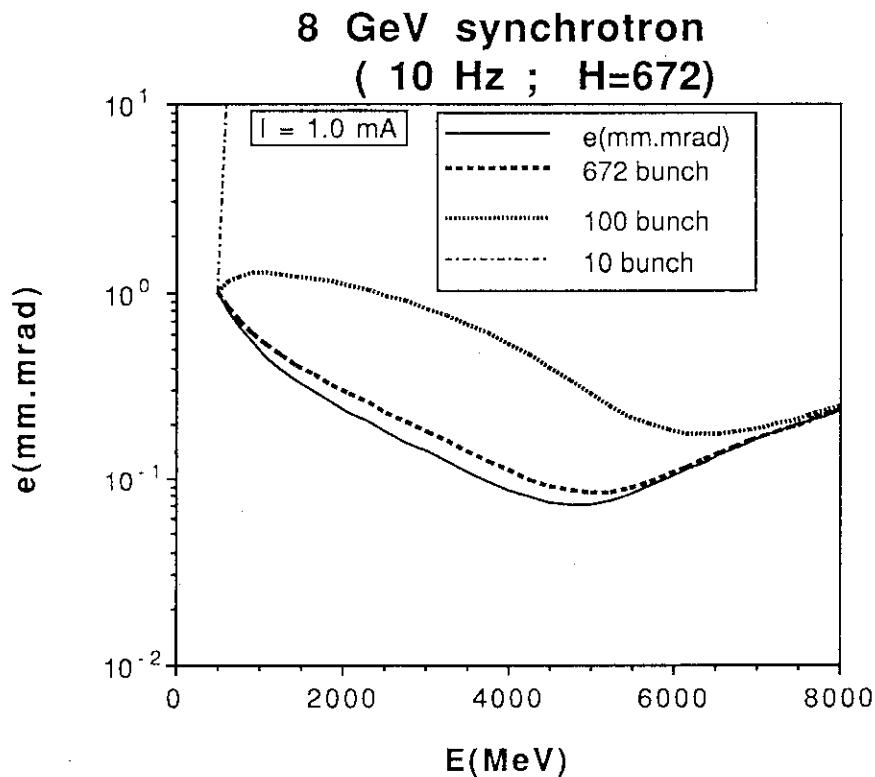


図 3.10 ビーム不安定性のある場合の加速時の  
エミッタノス ( 10 Hz )

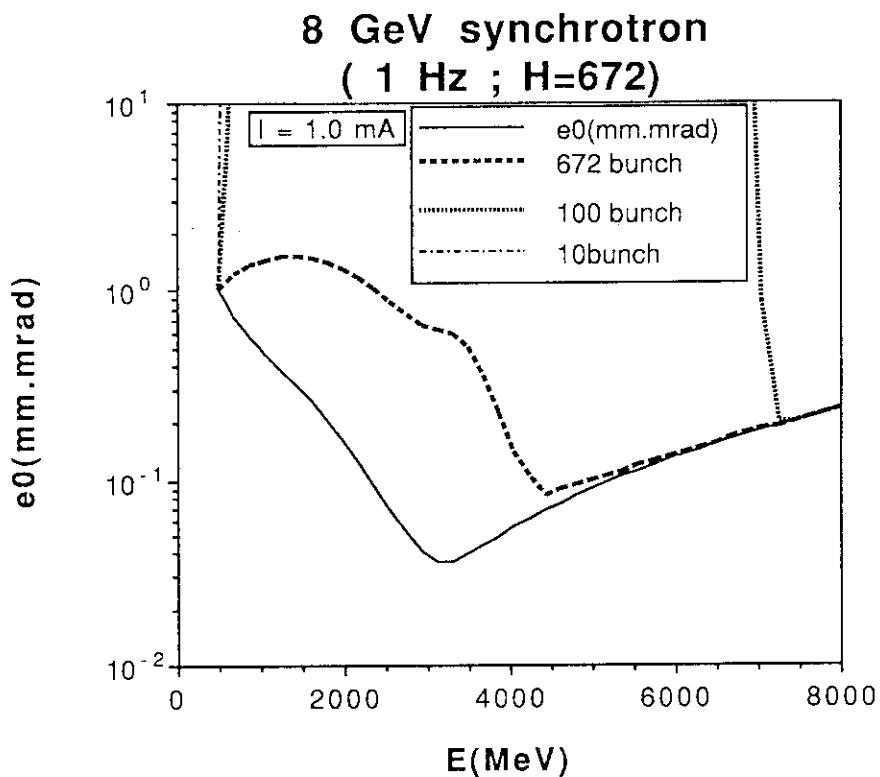


図 3.11 ビーム不安定性のある場合の加速時の  
エミッタノス ( 1 Hz )

## 4. 結 論

大型放射光施設入射系 8 GeV シンクロトロンについて、加速に伴う問題点を検討した。加速周期として 1 Hz 運転および 10 Hz 運転の場合の比較を行ない以下の結果を得た。

- ① 加速時の過電流の影響は、偏向部磁石部ダクトに生じる 6 極磁場成分が主に問題になる。  
10 Hz 運転の場合でも DESY-II タイプの 0.3 mm 厚程度のビーム ダクトを使用することでクロマティシティ補正の 6 極磁場をさらに加えたとしても、現在考えているラティスに対してビームダクトより大きなダイナミックアパー チャーが確保できる。
  - ② separated 型のラティスを用いると、1 Hz および 10 Hz 運転共に 8 GeV 加速終了時に、ほぼ定常状態のビームエミッタンスになる。
  - ③ 1 Hz および 10 Hz 運転の場合も、シングルバンチで 1 mA の場合に head-tail 不安定性を加速ダンピングのみで抑えることはできず 6 極磁場によるクロマティシティが必要になる。  
しかし 10 Hz 運転の場合は、不安定性の成長率が 1 ms 程度であれば安定に加速できる。加速空洞の高次モードに起因するビーム不安定性の成長率は、1 ms 以下になる事も予想されるので今後加速空洞の高次モードダンパーの開発等の検討が必要である。
- 1 Hz および 10 Hz 運転の比較の結果、加速時のビームのふるまいには本質的には大きな差がない事がわかった。現在のところ、各機器の製作性を考慮して 1 Hz 運転を前提にして検討を進めていく予定である。

## 謝 辞

本研究を行うにあたって、貴重な御助言を頂いた富家和雄特別研究員に感謝します。また終始一貫して激励していただいた鈴木康夫サブリーダに深く感謝します。

## 参 考 文 献

1. 植沢光昭他：JAERI-M-89-109
2. G. Hemmie and J. Roßbach : DESY M-84-05
3. 神谷幸秀：「OHO'84」II 加速器の原理(1984)
4. M. S. Zisman et al. : LBL-21270

## 4. 結 論

大型放射光施設入射系 8 GeV シンクロトロンについて、加速に伴う問題点を検討した。加速周期として 1 Hz 運転および 10 Hz 運転の場合の比較を行ない以下の結果を得た。

- ① 加速時の過電流の影響は、偏向部磁石部ダクトに生じる 6 極磁場成分が主に問題になる。  
10 Hz 運転の場合でも DESY-II タイプの 0.3 mm 厚程度のビーム ダクトを使用することでクロマティシティ補正の 6 極磁場をさらに加えたとしても、現在考えているラティスに対してビームダクトより大きなダイナミックアパー チャーが確保できる。
- ② separated 型のラティスを用いると、1 Hz および 10 Hz 運転共に 8 GeV 加速終了時に、ほぼ定常状態のビームエミッタンスになる。
- ③ 1 Hz および 10 Hz 運転の場合も、シングルバンチで 1 mA の場合に head-tail 不安定性を加速ダンピングのみで抑えることはできず 6 極磁場によるクロマティシティが必要になる。  
しかし 10 Hz 運転の場合は、不安定性の成長率が 1 ms 程度であれば安定に加速できる。加速空洞の高次モードに起因するビーム不安定性の成長率は、1 ms 以下になる事も予想されるので今後加速空洞の高次モードダンパーの開発等の検討が必要である。  
1 Hz および 10 Hz 運転の比較の結果、加速時のビームのふるまいには本質的には大きな差がない事がわかった。現在のところ、各機器の製作性を考慮して 1 Hz 運転を前提にして検討を進めていく予定である。

## 謝 辞

本研究を行うにあたって、貴重な御助言を頂いた富家和雄特別研究員に感謝します。また終始一貫して激励していただいた鈴木康夫サブリーダに深く感謝します。

## 参 考 文 献

1. 植沢光昭他：JAERI-M-89-109
2. G. Hemmie and J. Roßbach : DESY M-84-05
3. 神谷幸秀：「OHO'84」II 加速器の原理(1984)
4. M. S. Zisman et al. : LBL-21270

## 4. 結 論

大型放射光施設入射系 8 GeV シンクロトロンについて、加速に伴う問題点を検討した。加速周期として 1 Hz 運転および 10 Hz 運転の場合の比較を行ない以下の結果を得た。

- ① 加速時の過電流の影響は、偏向部磁石部ダクトに生じる 6 極磁場成分が主に問題になる。  
10 Hz 運転の場合でも DESY-II タイプの 0.3 mm 厚程度のビーム ダクトを使用することでクロマティシティ補正の 6 極磁場をさらに加えたとしても、現在考えているラティスに対してビームダクトより大きなダイナミックアパー チャーが確保できる。
- ② separated 型のラティスを用いると、1 Hz および 10 Hz 運転共に 8 GeV 加速終了時に、ほぼ定常状態のビームエミッタンスになる。
- ③ 1 Hz および 10 Hz 運転の場合も、シングルバンチで 1 mA の場合に head-tail 不安定性を加速ダンピングのみで抑えることはできず 6 極磁場によるクロマティシティが必要になる。  
しかし 10 Hz 運転の場合は、不安定性の成長率が 1 ms 程度であれば安定に加速できる。加速空洞の高次モードに起因するビーム不安定性の成長率は、1 ms 以下になる事も予想されるので今後加速空洞の高次モードダンパーの開発等の検討が必要である。  
1 Hz および 10 Hz 運転の比較の結果、加速時のビームのふるまいには本質的には大きな差がない事がわかった。現在のところ、各機器の製作性を考慮して 1 Hz 運転を前提にして検討を進めていく予定である。

## 謝 辞

本研究を行うにあたって、貴重な御助言を頂いた富家和雄特別研究員に感謝します。また終始一貫して激励していただいた鈴木康夫サブリーダに深く感謝します。

## 参 考 文 献

1. 植沢光昭他：JAERI-M-89-109
2. G. Hemmie and J. Roßbach : DESY M-84-05
3. 神谷幸秀：「OHO'84」II 加速器の原理(1984)
4. M. S. Zisman et al. : LBL-21270