

JAERI - M
89-199

挫屈した被覆等ギャップ寸法の変化が燃料棒内の
温度、熱流束分布に与える効果の解析

1989年12月

星屋 泰二・染谷 博之・山口 昇*・原山 泰雄

JAERI-Mレポートは、日本原子力研究所が不定期に公刊している研究報告書です。
入手の間合わせは、日本原子力研究所技術情報部情報資料課（〒319-11茨城県那珂郡東海村）あて、お申しこしください。なお、このほかに財団法人原子力弘済会資料センター（〒319-11茨城県那珂郡東海村日本原子力研究所内）で複写による実費頒布をおこなっております。

JAERI-M reports are issued irregularly.

Inquiries about availability of the reports should be addressed to Information Division
Department of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-
mura, Naka-gun, Ibaraki-ken 319-11, Japan.

©Japan Atomic Energy Research Institute, 1989

編集兼発行 日本原子力研究所
印 刷 いばらき印刷㈱

挫屈した被覆等ギャップ寸法の変化が燃料棒内の
温度，熱流束分布に与える効果の解析

日本原子力研究所大洗研究所材料試験炉部
星屋 泰二・染谷 博之・山口 昇*・原山 泰雄

(1989年11月2日受理)

燃料ペレットの被覆内での偏心，あるいは燃料被覆の ovality を含めより高次の挫屈による変形があると，燃料棒内のギャップ寸法は周方向に変化する。ギャップ寸法の変化に伴うギャップ熱伝達率の局所的变化が燃料棒内温度および熱流束に与える影響を評価可能な評価式を導いた。導出した温度，熱流束分布の評価式は，UC 燃料のような熱伝達率の高い燃料棒に適用すると，評価誤差が大きくなるが， UO_2 燃料のような熱伝達率の小さな燃料棒への適用では，評価誤差の小さいことが示された。 UO_2 燃料を使用した軽水炉燃料棒の設計，安全性評価等には十分使用可能である。

特に，結果の一つとして，燃料ペレットの被覆内偏心を含めギャップ寸法が周方向に周期的に変化する場合の平均ギャップ熱伝達率を定量的に表す評価式が得られた。この式を用い軽水炉燃料棒で燃料ペレットが被覆内で偏心した時の平均ギャップ熱伝達率を評価すると，平均ギャップ熱伝達率は nominal ギャップ寸法の熱伝達率と見做してもよいことが分った。これは，燃料棒の熱設計計算等において，中心軸対称で計算を実施している従来の温度評価法に問題はないと言う論理的根拠を与える。

Analysis of Effect of Variation of Gap Size in Buckled Cladding
on Temperature and Heat Flux Distribution of Fuel Rod

Taiji HOSHIYA, Hiroyuki SOMEYA, Noboru YAMAGUCHI* and Yasuo HARAYAMA

Department of JMTR Project
Oarai Research Establishment
Japan Atomic Energy Research Institute
Oarai-machi, Higashiibaraki-gun, Ibaraki-ken

(Received November 2, 1989)

Gap size will vary along the periphery of a pellet in a fuel rod, when the pellet shifted one side within the cladding, fuel cladding had ovality or buckling took place. Expressions were analytically derived to estimate effects of local gap conductance due to gap size variation on the temperature and heat flux in the fuel rod. It was shown that errors in temperature estimation decreased to small values when these expressions are applied to a UO_2 fuel rod with a small thermal conductivity and that those, on the other hand, increased to large ones when applied to a UC fuel rod with a large thermal conductivity. Derived expressions can be used in design and safety evaluation for UO_2 -zircaloy fuel rods in light water reactors.

The average gap conductance was represented quantitatively by those expressions when gap size varied along the periphery of a pellet or the pellet shifted one side within the cladding in a fuel rod. It was found from derived expressions that the average gap conductance was regarded as the nominal gap conductance at axisymmetrical gap size, even if the center of pellet shifted from the center of cladding. This provides us with the logical grounds that assuming a fuel-cladding location to be axisymmetric, no problem takes place for evaluating the temperature of the fuel rod using conventional methods in thermal design calculations of the fuel rod.

* On leave from KAWASAKI Heavy Industry Co., Ltd.

Keywords: Gap Conductance, Buckling, Ovality, Cladding, Fuel Rod,
Gap Size, Temperature, Heat Flux

目 次

1. はじめに	1
2. 温度分布評価式の導出	2
2.1 燃料ペレット表面温度に関する仮定	2
2.1.1 ギャップにおける温度差	2
2.1.2 被覆における温度差	3
2.1.3 ペレット表面と冷却水間の温度差	3
2.2 基礎方程式および境界関数	3
2.3 温度分布評価式（その1）	5
2.4 温度分布評価式（その2）	7
2.5 平均ギャップ熱伝達率	8
3. 数値計算および検討	11
3.1 被覆内ペレットの偏心	11
3.1.1 ペレット偏心時の温度分布について	12
3.1.2 熱流束について	14
3.1.3 平均ギャップ熱伝達率について	15
3.2 被覆にオバリティーをもつ燃料棒の温度	18
3.2.1 温度分布について	18
3.2.2 熱流束について	19
4. 結 論	33
謝 辞	34
参考文献	35

Contents

1. Introduction	1
2. Derivation of expressions to estimate temperature distribution .	2
2.1 Assumptions for the fuel pellet surface temperature	2
2.1.1 Differences between the pellet surface temperature and the cladding inner surface temperature	2
2.1.2 Differences between the cladding inner surface temperature and the cooling water temperature	3
2.1.3 Differences between the pellet surface temperature and the cooling water temperature	3
2.2 Basic equation and boundary function	3
2.3 Expressions to estimate temperature distribution (1)	5
2.4 Expressions to estimate temperature distribution (2)	7
2.5 Average gap conductance	8
3. Numerical calculations and discussion	11
3.1 Eccentricity of a pellet in the cladding	11
3.1.1 Temperature distribution of a pellet shifted one side within the cladding	12
3.1.2 Heat flux	14
3.1.3 Average gap conductance	15
3.2 Fuel rod temperature in the cladding with ovality	18
3.2.1 Temperature distribution	18
3.2.2 Heat flux	19
4. Conclusions	33
Acknowledgment	34
References	35

記 号 表

e	: 燃料ペレットの被覆内の偏心率 "eccentricity" ($= w/s$)
h_f	: 燃料被覆表面熱伝達率 ($W/cm^2 \cdot ^\circ C$)
h_g	: nominal ギャップ寸法におけるギャップ熱伝達率 ($W/cm^2 \cdot ^\circ C$)
k	: 燃料ペレットの熱伝導率 ($W/cm \cdot ^\circ C$)
k_{cl}	: 被覆の熱伝導率 ($W/cm \cdot ^\circ C$)
k_g	: ギャップガスの熱伝導率 ($W/cm \cdot ^\circ C$)
m	: Buckling の葉数, 但し, $m=1$ の場合は燃料ペレットの被覆内偏心を表わす。
$q''(r, \theta)$: 燃料ペレット径方向熱流束 (W/cm^2)
$q''(R, \theta)$: 燃料ペレット径方向表面熱流束 (W/cm^2)
q''_{av}	: 燃料ペレット径方向表面平均熱流束 (W/cm^2)
q'''	: heat generation rate (W/cm^3)
r_c	: ペレット中心から被覆内面までの距離 (cm)
R	: 燃料ペレット外半径 (cm)
R_{ci}	: 被覆の内半径 (cm)
R_{co}	: 被覆の外半径 (cm)
s	: nominal radial gap size (cm)
$T(r, \theta)$: 温度 ($^\circ C$)
T_w	: 原子炉冷却水温度 ($^\circ C$)
u	: Local radial gap size (cm)
w	: ギャップ寸法変動幅 (cm), refer equ. (18).
z	: $z = w/(R+s)$
α	: 被覆に関する総括熱伝達率の逆数。defined by equ. (30).
r, θ	: cylindrical coordinates

1. はじめに

燃料棒中の温度は、非均一発熱や被覆内でペレットが偏心したとき等種々の状態下でどのような分布になるかについて古くから研究されてきた^{1),2)}。しかし、被覆が挫屈した等の変形したときの燃料棒内の温度分布を解析した報告は見当たらない。

燃料被覆の変形を考察したものとして、燃料ペレットの焼きしまり (densification) 状態における被覆の安全性が評価されたことがある。燃料ペレットが焼きしまりを起こす場合、焼きしまりによって生じた燃料棒中の軸方向ギャップに被覆が内方向にクリープにより潰れを起こし、扁平化 (flattening) する現象が生じた。この状態における燃料の安全性を評価するため被覆の非円形性 (ovality) の変化を計算する計算機モデルが作成されている³⁾。このような ovality を持つ燃料棒について、ovality が燃料棒の温度分布に与える効果を考慮した解析プログラムもある⁴⁾。しかし、これは、燃料棒の挙動解析の中の一環として行われているもので、計算機プログラム内の一つの計算モデルとして組込まれていて、被覆の変形時の強度評価に重点がおかれ、そのときの燃料の温度分布自体を扱ったものではない。

軽水炉燃料の被覆は、内外圧に対し“自立型 (freestanding type)”に設計されるが、照射クリープにより製作時の初期 ovality が進行し、被覆がペレットに接触することがある。特に、高燃焼度 (extended burnup) ではかなりな ovality の進行が予想される⁵⁾。

この報告書は、燃料ペレットの被覆内の偏心をも含め被覆が挫屈したようなギャップ寸法が周方向に変化する状態の燃料棒について、ギャップ寸法が周期的に変化すると仮定し燃料棒内温度分布を統一して解析的に扱った。

結果の一つとして、ギャップ寸法が変化する場合の燃料棒内の温度分布を工学的に許される条件の下で計算できる評価式を提案した。解析的に表示されているため、燃料ペレットの熱伝導率やギャップ熱伝達率等のパラメータが温度、熱流束分布にどのような効果を持つかはただちに判明するばかりか、燃料棒の設計検討等にも使用可能と考えられる。なお、安全性評価等で詳細な解析が必要な場合は、電子計算機を利用した数値解析のほうが効率的と考えられるが、ここに導いた解析式の結果を数値解析の初期値 (initial guess) として使用すれば、計算時間 (computer consuming time) を大幅に節約することが出来ると考えられる。

2. 温度分布評価式の導出

この報告書の温度分布評価式の導出の概要は、次の通りである。燃料棒内の温度分布では、その被覆外の原子炉冷却水温度が境界条件である。燃料ペレットの温度分布に関しては、その表面温度が境界条件となる。ペレットが中実円柱体であるとする、燃料ペレット内温度は表面温度分布が定まれば、一義的に求めうる。ここで、ギャップ寸法が周方向に変化すると、ギャップ熱伝達率、ペレット表面熱流束も周方向に変化し、ペレット表面温度は一定とならず、変動すると予想される。

この報告書では、可能な限り単純な解析的手法を適用するため、ペレット表面温度に関し、「ギャップ中において、ギャップ寸法に依存する温度差が発生するが、燃料棒全体の形状としては中心軸対称として扱える」との仮定を設けた。この仮定のもとに、燃料ペレット表面温度分布の関係式を導いた。この仮定の理由は、被覆が ovality や挫屈を起こしても、元々のギャップ寸法は小さく燃料棒全体としては、真円からそれ程はずれる訳ではないことを考慮したことによる。この仮定により、燃料棒温度分布は、ギャップ中等での周方向変化による変動を持つが、幾何学上は中心軸対称として扱える。

上記の如く幾何学的には中心軸対称となった計算モデルに二次元定常熱伝導方程式を適用する。次に、ペレット表面温度を満足する温度分布を級数展開して与える。級数各項の係数は、未知数とする。

ペレット表面から原子炉冷却水までの温度差を満足するためにペレット表面温度、熱流束が満足しなければならぬ関係式が導かれる。しかし、この関係式から表面温度分布を定める級数の各項の係数を厳密に定めることは困難である。この報告書では、これら係数を近似的に定める方法を採用した。近似の方法として、

- 1) 被覆に関する総括熱伝達率（ノミナルギャップコンダクタンス使用）に対し、ギャップ寸法変化によるギャップ熱伝達率変化が小さく、その効果を見捨てる場合、
- 2) 上記の如く無視することが困難な場合、

の二通りを考えた。

上の2)の場合、係数が満足しなければならぬ関係式より、係数間の多元一次連立方程式を定め、係数の近似値が求められる。この方法は、Nij sing が採用した方法に等しいが、この報告書の目的は、可能な限り簡単な温度分布の評価式を求めることにあるので、二元連立方程式に限定し、係数を定め、温度評価式の定式化を試みた。

なお、温度評価式を求める過程の中から、平均ギャップ熱伝達率の表示式が得られる。

2.1 燃料ペレット表面温度に関する仮定

2.1.1 ギャップにおける温度差

燃料棒内のギャップにおいて、ペレット表面から被覆内面への熱は、ペレットを中心として放

射状にのみ流れると仮定する。この仮定のもとで、ギャップ中の温度差 $\Delta T_g (= T_p - T_{ci}, T_p$: ペレット外表面温度, T_{ci} : 被覆内面温度) は,

$$\Delta T_g = q''(R, \theta) (R/k_g) \ln(r_c/R) \quad (1)$$

と表すことができる。ただし、 r_c は燃料ペレット中心から被覆内面までの距離とする。

2.1.2. 被覆における温度差

被覆内面とペレットの温度差は、式(1)によって与えられる温度差を持つが、被覆の形状は燃料棒の軸について同心であると考えことにする (Fig. 2.1 を参照されたい)。この仮定は、

R. Nijsing がペレットが被覆内で偏心した時の温度分布に及ぼす効果を解析したときの仮定と同じである²⁾。さらに、問題を単純化するため、被覆内での円周方向の熱の流れはないものと仮定する。この仮定は、文献(6), (7)に採用されている仮定であり、一般に設計等に使用するに有用な評価式を導くことができる。

これ等の仮定より、被覆内面の温度 (T_{ci}) と冷却水温度 (T_w) 間の温度差 $\Delta T_c (= T_{ci} - T_w)$ は、

$$\Delta T_c = q''(R, \theta) \left\{ \frac{R}{k_{ci}} \ln(R_{co}/R_{ci}) + \frac{R}{R_{co} h_f} \right\} \quad (2)$$

と表される。

2.1.3. ペレット表面と冷却水間の温度差

式(1)と(2)より、ペレット表面と冷却水間の温度差 ($T_p - T_w$) は、

$$\begin{aligned} T_p - T_w &= \Delta T_g + \Delta T_c \\ &= q''(R, \theta) \left\{ \alpha_o + \frac{R}{k_g} \ln(R_c/R) \right\} \end{aligned} \quad (3a)$$

となる。ここに、

$$\alpha_o = \frac{R}{k_{ci}} \ln(R_{co}/R_{ci}) + \frac{1}{h_f} \frac{R}{R_{co}} \quad (3b)$$

とする。

2.2 基礎方程式および境界関数

基礎方程式として、二次元定常熱伝導方程式を考えることにする。すなわち、

$$k \left\{ \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} \right\} = -Q'''(r, \theta) \quad (4)$$

とする。

上記方程式に対する境界条件を次のように設定する。

- 1) 被覆外の冷却水温度は、一定値 (T_w) である。
- 2) Fig. 2.1 に示す角度、 $\theta = 0, \pi/m$ における円周方向熱流束を 0 とする。

基礎方程式(4)において $k = \text{const.}$, $Q'''(r, \theta) = \text{const.} (= q''')$ とすると、ペレット内

の温度分布は

$$T(r, \theta) = \frac{q'''}{4k} R^2 \left\{ 1 - (r/R)^2 \right\} + G(r, \theta) \quad (5)$$

と表示可能である。ここで、右辺の第1項は式(4)の特解、第2項は境界条件によって決定されなければならない関数である。G(r, θ)は、ペレット表面(r=R)でその表面における温度を表し、ペレット内部(r<R)で調和関数でなければならない。境界関数、G(r, θ)が定められれば、温度分布は決定できる。

ペレット表面から冷却水間の温度差は、第2.1節の仮定より式(3)で与えられている。式(5)で燃料ペレットの温度分布が表されるとすると、ペレット表面温度は、 $T_p = G(R, \theta)$ でなければならない。

境界関数G(R, θ)が、先の燃料棒としての境界条件1)を満足するためには、次の関係が成立しなければならない。

いま、ペレット表面での熱流束、 $q''(R, \theta)$ の値は、

$$q''(R, \theta) = -k \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=R}$$

で与えられる。ここで、T(r, θ)として、式(5)を用いれば、

$$q''(R, \theta) = q''_{av} - k \left. \frac{\partial G(r, \theta)}{\partial r} \right|_{r=R} \quad (6)$$

となる。式(6)を式(3)に代入することにより、

$$G(R, \theta) - T_w = \left\{ \alpha_0 + \frac{R}{k_g} \ln(r_c/R) \right\} \left\{ q''_{av} - k \left. \frac{\partial G(r, \theta)}{\partial r} \right|_{r=R} \right\} \quad (7)$$

が成立しなければならない。ただし、 q''_{av} は、ペレット表面での平均熱流束(=Rq'''/2)とする。

境界条件を満足するための式(5)の関数として、G(r, θ)が

$$G(r, \theta) = T_w + Aq''_{av} + \sum_{j=1}^{\infty} M_j (r/R)^{jm} \cos(jm\theta) \quad (8)$$

で表されると仮定する。ここに、係数AおよびM_jは定数とする。

式(8)を微分し、式(7)に代入して整理すると、係数A、M_jに関する関係式が次のように得られる。

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^{\infty} \left\{ 1 + (mj) \frac{\alpha_0 k}{R} + (mj) \frac{k}{k_g} \ln(r_c/R) \right\} M_j \cos(jm\theta) \\ & = \left\{ \alpha_0 + \frac{R}{k_g} \ln(r_c/R) - A \right\} q''_{av} \end{aligned} \quad (9)$$

ここで、係数A、M_jを決定するため、両辺に含まれるln(r_c/R)を

$$\ln(r_c/R) = a_0 + \sum_{j=1}^{\infty} a_j \cos(jm\theta) \quad (10)$$

の如くFourier's seriesに展開する。なお、場合により、

$$g(m\theta) = \sum_{j=1}^{\infty} a_j \cos(jm\theta)$$

とおくことにする。式(10)を(9)に代入し、整理すると

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^{\infty} \left\{ 1 + (mj) \frac{\alpha_0 k}{R} + (mj) \frac{k}{k_g} (a_0 + g(m\theta)) \right\} M_j \cos(jm\theta) \\ & = \left\{ \alpha_0 + \frac{R}{k_g} a_0 + \frac{R}{k_g} \sum_{j=1}^{\infty} a_j \cos(jm\theta) - A \right\} q_{av}'' \end{aligned} \quad (11)$$

を得る。いま、

$$A = \alpha_0 + (R/k_g) a_0 \quad (= \alpha) \quad (12)$$

と置くと、残る係数 M_j が決定できれば、燃料棒内の温度を定めることができる。

2.3 温度分布評価式 (その1)

係数間の関係式(11)の左辺の括弧の中で

$$\left| \frac{(k/k_g) \sum_{j=1}^{\infty} a_j \cos(jm\theta)}{(1/mj) + (k/R) \alpha_0 + (R/k_g) a_0} \right| \ll 1 \quad (13a)$$

が成立するならば、式(11)左辺の中の $g(m\theta)$ は無視することが可能である。そのとき式(13a)が成立する範囲内で温度分布の近似式を導くことが可能である。式(13a)が成立する場合、式(8)の係数 M_j の近似値、

$$M_j = \frac{a_j}{1 + (mj) (\alpha k/R)} (R/k_g) q_{av}''' \quad (13b)$$

が定め得る。ただし、式(12)の $A = \alpha$ が成立するとした。

式(13)で与えられる係数を用いることにより、被覆の挫屈等によりギャップ寸法が変化した燃料棒の温度分布の近似式の一つは、式(5)および式(8)より

$$\begin{aligned} T(r, \theta) - T_w & = \alpha q_{av}''' + \frac{q'''}{4k} R^2 \left\{ 1 - (r/R)^2 \right\} \\ & + \frac{R}{k_g} q_{av}''' \sum_{j=1}^{\infty} \frac{a_j}{1 + jm\alpha k/R} (r/R)^{jm} \cos(jm\theta) \end{aligned} \quad (14)$$

となる。ここに、 a_0 、 a_j 、 α は、式(10)および式(12)で与えられる係数である。

上式で右辺の第1項は燃料ペレット表面温度、第2項は中心軸対称の均一発熱についての温度分布、第3項はギャップ寸法の変化による温度分布の変化を表している。ただし、第2項までに限定すれば、この式は中心軸対称の通常の燃料ペレット内の温度分布と同一形式である。なお、内部の周方向の温度の変化は第3項で表されているが、この変化は $(r/R)^{jm}$ で表現されるので、挫屈の葉数 m の増加と共に急激に減少すると予想される。

温度分布が上記のように近似されるとき半径方向熱流束 $q''(r, \theta) (= -k\partial T/\partial r)$ は

$$\begin{aligned} \frac{q''(r, \theta)}{q_{av}''} & = (r/R) - (k/k_g) \times \\ & \sum_{j=1}^{\infty} \frac{jma_j}{1 + jm\alpha k/R} (r/R)^{jm-1} \cos(jm\theta) \end{aligned} \quad (15)$$

となる。

特に、燃料ペレット表面では、

$$\frac{q''(R, \theta)}{q''_{av}} = 1 - \sum_{j=1}^{\infty} \frac{j m (k/k_g) a_j}{1 + j m \alpha k / R} \cos(j m \theta) \quad (16)$$

と表される。

熱流束を与える式(15)より、燃料棒内の最高温度について次のような推定が成立する。 $m \geq 2$ の場合、燃料ペレット中心($r=0$)の温度が常に最高温度となる。 $m=1$ の場合のみ、燃料ペレットの最高温度の位置はペレットの中心でなく、中心からずれた点となる。もし、式(15)で二次以上の項を無視できるならば、最高温度位置は、 $\theta = 0$ の線上で

$$r/R \approx (k/k_g) \frac{a_1}{1 + \alpha k / R} \quad (17)$$

で評価可能である。

ギャップ寸法が、

$$u = s + w \cos(m\theta) \quad (18)$$

で表示される場合について考える。ただし、 s はnominal ギャップ寸法、 w はギャップ寸法の変動幅で($|w| \leq s$)とする。

ペレット中心から被覆内面までの距離は、 $r_c = R + u$ となる。これを式(10)に代入し、変形すると、

$$\ln \frac{R+s+w \cos(m\theta)}{R} = \ln \frac{R+s}{R} + \ln \left\{ 1 + \frac{w}{R+s} \cos(m\theta) \right\}$$

が得られる。右辺の第2項を $z = w/(R+s)$ として展開すれば、

$$\begin{aligned} \ln \left\{ 1 + \frac{w}{R+s} \cos(m\theta) \right\} &= \ln \frac{1 + \sqrt{1-z^2}}{2} \\ &+ 2 \sum_{j=1}^{\infty} \frac{(-1)^{j+1}}{j} \left(\frac{z}{1 + \sqrt{1-z^2}} \right)^j \cos(j m \theta) \end{aligned}$$

となる。これより、式(10)の展開の係数は、

$$\begin{aligned} a_0 &= \ln \frac{R+s}{R} + \ln \frac{1 + \sqrt{1-z^2}}{2} \\ a_j &= 2 \frac{(-1)^{j+1}}{j} \left(\frac{z}{1 + \sqrt{1-z^2}} \right)^j \end{aligned} \quad (19)$$

である。

式(19)の係数を使用したときの、ペレット内温度分布の近似式(14)は、

$$\begin{aligned} T(r, \theta) - T_w &= \alpha q''_{av} + \frac{R}{2k} q''_{av} \left\{ 1 - (r/R)^2 \right\} \\ &+ \frac{2R}{k_g} q''_{av} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{(-1)^{j+1}}{j} \frac{(z/(1 + \sqrt{1-z^2}))^j}{1 + j m \alpha k / R} (r/R)^{j m} \cos(j m \theta) \end{aligned} \quad (20)$$

となる。ただし、 $q''_{av} = R q'' / 2$ である。

なお、この式における展開を、 z の値が小さいことから高次の項の係数も小さいことを考慮し、

$\cos \theta$ に関し第一次近似までにとると,

$$T(r, \theta) - T_w = \alpha q_{av}'' + \frac{R}{2k} q_{av}'' \left\{ 1 - (r/R)^2 \right\} + \frac{2mz}{1 + \sqrt{1-z^2}} \frac{R}{k_g} q_{av}'' \frac{1}{1 + m\alpha k/R} (r/R) \cos(m\theta) \quad (21)$$

となる。上記の如く一次近似が成立するとき、 $m=1$ 、すなわち、燃料ペレットが被覆内で偏心したときの最高温度の位置は $\theta = 0$ の線上にあり、

$$r/R \simeq (k/k_g) \frac{2z}{1 + \sqrt{1-z^2}} \frac{1}{1 + \alpha k/R} \quad (22)$$

で近似される。なお、温度分布が式(21)で与えられるときの、燃料ペレット表面熱流束は、

$$\frac{q''(R, \theta)}{q_{av}''} = 1 - 2m \frac{k}{k_g} \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^{j+1} \frac{(z/(1 + \sqrt{1-z^2}))^j}{1 + jm\alpha k/R} \cos(jm\theta) \quad (23)$$

である。

2.4 温度分布評価式 (その2)

後の計算例で示されるように軽水炉燃料では、先に述べた式(13a)が成立すると考えてよい。しかし、熱伝導率の大きい UC 燃料等では、先の近似は成立しないことがある。先に述べた式(13a)が成立しない ($g(m\theta)$ が無視できない) 場合、温度分布に関する仮定式(8)中の係数 M_j を数値的に定め、温度分布の近似式を求めることも不可能ではない。その一つの方法を示すと次の通りである。

ギャップ寸法が、 $u = s + w \cos(m\theta)$ で表示されるとする。このとき、ペレット中心から被覆内面までの距離は、 $r_c = R + u$ となるので、これを式(10)に代入する。 $u \ll R$ を考慮し、最も簡単な近似を行えば、

$$\ln \frac{R + s + w \cos(m\theta)}{R} = \frac{s}{R} + \frac{w}{R} \cos(m\theta) \quad (24)$$

となる。すなわち、 $a_0 = s/R$ 、 $a_1 = w/R$ である。これを式(9)に代入することにより、係数 M_j が満足しなければならない関係式として

$$\sum_{j=1}^{\infty} \left\{ 1 + jm(\alpha k/R) + jm(e\alpha_g k/R) \cos(m\theta) \right\} M_j \cos(jm\theta) = (e\alpha_g k) q_{av}'' \cos(m\theta) \quad (25)$$

を得る。ただし、式(11)に対応する係数の設定において、 $A = \alpha$ とした。また、 $w/k_g = es/k_g = e\alpha_g$ が成立するとした (次節参照)。

式(25)を用い、係数 M_j の近似値を前節とは異なる方法で次のように定めることができる。

いま、角度 θ の範囲 $0 \leq \theta \leq \pi/m$ 中に n 個の任意の角度を選び式(25)の両辺に代入すると、係数 M_1, M_2, \dots, M_n を未知数とした n 元の連立一次方程式が得られる。得られた連立方程式を解くことにより、係数の近似値を数値的に定める。係数の関係式は異なるが、Nijsing はこのような方法を用い燃料ペレットが被覆内で偏心したときの温度分布を数値的に求めている。しかし、

この方法には、

- 1) 角度の選定に注意しないと連立方程式が不定となることがあり、角度は完全に任意に選べない。
- 2) 計算後の係数は n が小さいと選定した角度に依存する。

最も簡単な評価式を得るため、例えば $\cos(m\theta)$ について一次の項までとし、二次以上を truncate することによれば、 $0 \leq \theta \leq \pi/m$ の内の一つの角度を選べばよい。しかし、この場合角度の選び方によって係数 M_j の値は大きく変わる。ギャップ寸法の表示が $\cos(m\theta)$ について一次までの近似にもかかわらず、安定した係数の値を得るためには、かなり高次までの展開を必要とする。

等の難点がある。

このため、この方法による評価法である程度安定した値の係数を得るには、 $\cos \theta$ に関しかなり高次にまで展開する必要があるが、温度分布の係数を解析的に表示することは困難で、温度分布の正確を期すには数値的に係数を求めざるをえない。事実、Nijsing は、個々の問題について数値的にしか温度分布等を求めていない。

しかしながら、設計検討等を進める場合には何らかの式で表示されている方が便利である。そこで、上記の方法で角度 $\theta = 0$ 、および π/m の 2 点を使用した近似式を求める。近似式の係数 M_1 、 M_2 は $M'_1 = M_1 / e\alpha_g q''_{av}$ 、 $M'_2 = M_2 / e\alpha_g q''_{av}$ として、次のように表される。

$$\begin{aligned} M'_1 &= \frac{(1 + 2m\alpha k/R)}{(1 + m\alpha k/R)(1 + 2m\alpha k/R) - 2(e m\alpha_g k/R)^2} \\ M'_2 &= - \frac{(m e\alpha_g k/R)}{(1 + m\alpha k/R)(1 + 2m\alpha k/R) - 2(e m\alpha_g k/R)^2} \end{aligned} \quad (26)$$

式(26)の係数を使用したときの、ペレット内温度分布は、式(14)と同様に、

$$\begin{aligned} T(r, \theta) - T_w &= \alpha q''_{av} + \frac{R}{2k} q''_{av} \left\{ 1 - (r/R)^2 \right\} \\ &+ e\alpha_g q''_{av} \left\{ M'_1 (r/R)^m \cos(m\theta) + M'_2 (r/R)^{2m} \cos(2m\theta) \right\} \end{aligned} \quad (27)$$

となる。ここで、温度分布が式(27)で与えられるときの燃料ペレット表面熱流束は、

$$\frac{q''(R, \theta)}{q''_{av}} = 1 - (e\alpha_g k/R) \left\{ M'_1 \cos(m\theta) + 2M'_2 \cos(2m\theta) \right\} \quad (28)$$

と表わされる。

2.5 平均ギャップ熱伝達率

式(14)等に含まれるパラメータ α 、すなわち、式(12)で与えられる係数 A は被覆に関する総括熱伝達率の逆数を表している。これは次のことから分る。いま、ギャップ寸法が式(18)と同様に、 $u = s + w \cos(m\theta)$ で表示されるとする。ここで、 s は nominal ギャップ寸法、 w はギャップ寸法の変動幅で、 $|w| \leq s$ である。また、 $e = w/s$ とする。

ペレット中心から被覆内面までの距離は、 $r_c = R + u$ である。これを式(10)に代入し展開する。

この展開の係数は、式(19)で与えられる。その係数をもとに式(12)により α の値を求めると、

$$\alpha = (R/k_g) \left\{ \ln((R+s)/R) + \ln((1+\sqrt{1-z^2})/2) \right\} \\ + (R/k_{ci}) \ln(R_{co}/R_{ci}) + (R/R_{co}/h_f) \quad (29)$$

である。

ここで、上式に含まれる $(R/k_g) \ln((R+s)/R)$ は nominal ギャップ寸法におけるギャップの熱伝達率の逆数を表しており、 $1/h_g$ と置換え可能と考えよう。 $(R/k_g) \cdot \ln((1+\sqrt{1-z^2})/2)$ についても、 z の値が小さいことを考慮した近似計算を行い $(\sqrt{1-z^2} = 1 - z^2/2)$ 、かつ、 $h_g = k_g/s$ と考えることにより、 α は、

$$\alpha = 1/h_g - \frac{e}{4h_g} \frac{w}{R+s} + \frac{R}{k_{ci}} \ln(R_{co}/R_{ci}) + R/R_{co}/h_f \quad (30)$$

として評価可能となる。上式で $e=0$ (ギャップ寸法が一様である中心軸対称) としてみれば分る如く、 $1/\alpha$ は、燃料ペレット表面熱流束を基準にしたときの、被覆に関する総括熱伝達率を表している。第1項と第2項がギャップ熱伝達に関する値で、第2項がギャップ寸法の変化による変動を表している。なお、 α は熱伝達の逆数なので、ギャップが変化することにより熱伝達率がよくなることを意味する。

温度分布の式(20)等から、 α はギャップ熱伝達率を含んだ平均の熱伝達率に関係している。式(30)からギャップ熱伝達率に関する部分のみを取出し、表示すればギャップにおける平均ギャップ熱伝達率が得られ、

$$h_{g, av} = \frac{h_g}{1 - ew/4/(R+s)} \quad (31)$$

となる。平均ギャップ熱伝達率の h_g からの変化分は、 $w, s \ll R$ であることを考えると、きわめて小さい値である。例えば、ギャップ寸法における展開において、式(24)のような簡単な近似の係数を用いると、平均ギャップ熱伝達率は、nominal ギャップ熱伝達率と変わらないという結果になる。

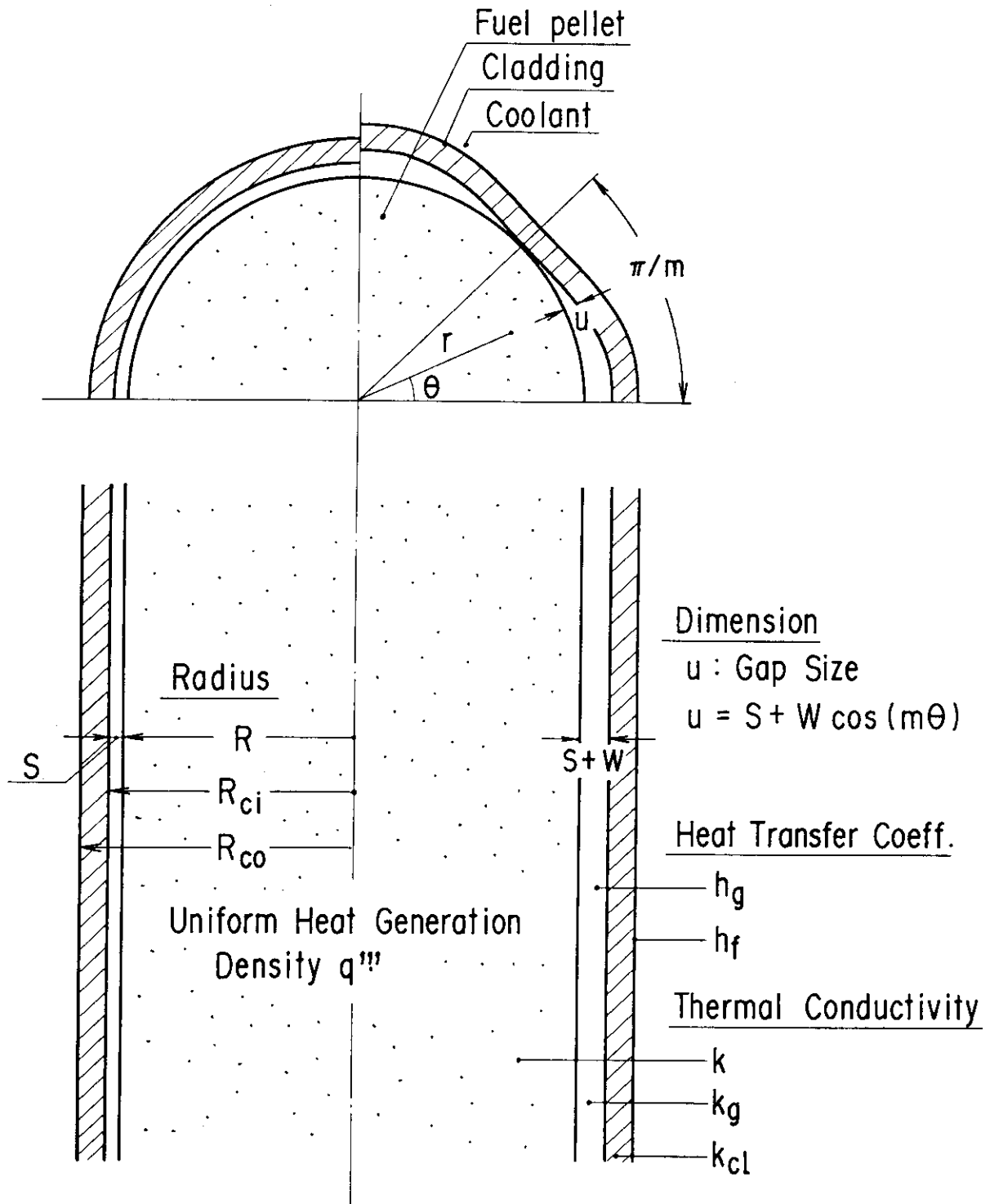


Fig. 2.1 Schematic representation used in numerical calculations. Right hand side is drawn as the buckled cladding of lobe number of $m=4$.

3. 数値計算および検討

原子炉燃料棒で考えられるギャップ寸法の変動は、被覆内でのペレットの偏心と被覆の ovality である。そこで、ここではこの二つの主題についての数値計算を行い、検討を行なった。被覆内でのペレットの偏心時の温度分布については、先にも引用した Nijsing による解析があるので、その計算結果との比較を行った。

3.1 被覆内ペレットの偏心

Fig. 3.1 に示す様なペレットが被覆内で偏心した時の温度分布、熱流束の解析等は、E. Aranovitch, E. Labarre, J. Reynen 等による先行的研究がある¹⁾。これに続いて R. Nising による近似数値解が得られている²⁾。Nijsing の解は、かなり複雑であり、最終的には数値計算によらねばならないが、彼は数値計算結果を図として与えている。ここでは、彼の数値近似解の計算結果とこの報告による評価式の比較を行う。

Nijsing は、 UO_2 と UC の二種の燃料につき、ステンレス鋼被覆とアルミニウム被覆の燃料棒を計算に使用している。この比較計算にはステンレス鋼被覆の燃料棒のみを採用した。彼が数値計算に使用した数値は次の通りである。

$$\text{燃料ペレット表面平均熱流束: } q_{av}'' = 1.1 \times 10^6 \text{ (W/m}^2\text{)}$$

幾何学的寸法:

$$\text{ペレット半径: } R = 6.0 \text{ (mm)} = 6 \times 10^{-3} \text{ (m)}$$

$$\text{被覆内半径: } R_{ci} = 6.0 \text{ (mm)} = 6 \times 10^{-3} \text{ (m)}$$

$$\text{被覆内外径: } R_{co} = 6.4 \text{ (mm)} = 6.4 \times 10^{-3} \text{ (m)}$$

$$\text{被覆肉厚: } t = 0.4 \text{ (mm)} = 0.4 \times 10^{-3} \text{ (m)}$$

$$\text{偏 心 度: } 90 \%$$

(被覆中心から燃料ペレット中心の偏心距離を w として偏心度, eccentricity e を $e = w/s$ で定義する)

熱伝導率:

$$\text{UO}_2 : k = 35 \text{ (W/m} \cdot \text{°C)}$$

$$\text{UC} : k = 22 \text{ (W/m} \cdot \text{°C)}$$

$$\text{ステンレス鋼被覆: } k_{ci} = 17 \text{ (W/m} \cdot \text{°C)}$$

熱伝達率:

$$\text{被覆表面熱伝達率: } h_f = 1.0 \times 10^4 \text{ (W/m}^2 \cdot \text{°C)}$$

$$\text{ギャップ熱伝達率: } h_g = 0.5 \times 10^4 \text{ (W/m}^2 \cdot \text{°C)}$$

Nijsing の評価法では、ギャップ寸法およびギャップ層におけるガスの熱伝導率を必要としないため、ギャップ寸法等を与えていない。また、nominal ギャップ寸法の値が評価式に表れないため、彼はペレット半径と被覆半径は等しいとする。しかし、この報告の評価計算においては

nominal ギャップ寸法 s およびギャップ層におけるガスの熱伝導率 k_g を必要とする。そこで、この計算では nominal 寸法を $s = 0.1 \text{ mm}$ (radial gap) ($= 0.1 \times 10^{-3} \text{ m}$) と仮定した。しかし、これによるペレット半径の変更は行わない。ギャップ内のガスの熱伝導率は、可能な限り先の数値に準拠することにし、 $k_g = h_g \cdot s$ により変換する方法を取り、 $k_g = 0.5 \text{ (W/m} \cdot \text{°C)}$ とした。

Nijsing は、ギャップ寸法の表示として

$$u = s + w \cos(\theta)$$

を採用する。ここで、 u はギャップ寸法、 s は nominal ギャップ寸法である。偏心度 90% などで、 $w = 0.9 \times 10^{-4} \text{ m}$ ($= 0.9 \times s$) となる。

3.1.1 ペレット偏心時の温度分布について

ギャップ寸法を先の如く与えることから、被覆内でペレットが偏心したときの温度分布を式(20)を使用して評価してみる。被覆内でのペレット偏心なので $m=1$ として、

$$T(r, \theta) - T_w = \alpha q_{av}'' + \frac{R}{2k} q_{av}'' \left\{ 1 - (r/R)^2 \right\} + \frac{2R}{k_g} q_{av}'' \sum_{j=1}^{\infty} \frac{(-1)^{j+1}}{j} \frac{(z/(1+\sqrt{1-z^2}))^j}{1+j\alpha k/R} (r/R)^j \cos(j\theta) \quad (32)$$

となる。なお、この式において $z (= w/(R+s))$ の値が小さいことから、高次の項の係数も小さくなることを考慮し、第一次近似までにとれば、

$$T(r, \theta) - T_w = \alpha q_{av}'' + \frac{R}{2k} q_{av}'' \left\{ 1 - (r/R)^2 \right\} + \frac{2z}{1+\sqrt{1-z^2}} \frac{R}{k_g} q_{av}'' \frac{1}{1+\alpha k/R} (r/R) \cos \theta \quad (33)$$

である。ただし、上記の式(32)、(33)における α は式(30)で与えられるものとする。

先の数値を使用し式(32)による温度分布を求めた結果を Fig. 3.2 (UO₂燃料棒) および Fig. 3.3 (UC燃料棒) に示す。なお、図中には偏心のない場合の温度分布をも書込んでいる。この温度分布の特長は、最高温度がペレット中心から少しずれること、ペレット表面温度に差が現れることである。

UO₂ 燃料棒の場合、冷却水温度を基準にとって中心温度は 1290°C、最高温度はギャップの大きい側にずれて約 1300°C である。偏心した場合の表面温度は、偏心のない場合の表面温度から変動する。すなわち、ギャップの大きい側 ($\theta = 0$) で約 514°C、小さい側 ($\theta = \pi$) で約 180°C である。この変動幅は式(32)の右辺第 3 項で表されるもので、偏心のない場合の表面温度 (348°C) に対し約 $\pm 169^\circ\text{C}$ 以内である。

UC燃料棒の場合、中心温度 497°C、最高温度約 510°C であり、表面温度は約 439°C および 256°C である。この変動幅は偏心のない場合の表面温度 (348°C) に対し約 $\pm 92^\circ\text{C}$ 以内である。図の計算は、式(32)を使用したか、この結果は一次近似の式(33)を使用してもほとんど変わらない。このことを逆に言えば、通常の評価計算では、式(33)を使用すればよいことを示している。

Fig. 3.4 (UO₂燃料棒) および Fig. 3.5 (UC燃料棒) に Nijsing による温度分布の計算結果を

示す。なお、彼は偏心のない（ギャップ中で一様な熱抵抗）場合の温度分布をも点線で記載している。

UO₂ 燃料棒の場合、冷却水温度を基準にとって中心温度は約 1240°C、最高温度はギャップの大きい側にずれて約 1250°C である。偏心しない場合の表面温度は、偏心のない場合の表面温度から変動する。すなわち、ギャップの大きい側 ($\theta = 0$) で約 470°C、小さい側 ($\theta = \pi$) で約 150°C である。

UC 燃料棒の場合、冷却水温度を基準にとって偏心しない場合の中心温度は約 480°C、表面温度は約 340°C である。偏心した場合、最高温度はギャップの大きい側にずれて約 467°C である。偏心した場合の表面温度は、偏心のない場合の表面温度から変動する。すなわち、ギャップの大きい側 ($\theta = 0$) で約 389°C、小さい側 ($\theta = \pi$) で約 205°C である。

UO₂ 燃料棒の温度について、この報告書による計算 Fig. 3.2 と Nijsing による計算結果 Fig. 3.4 とを比較すると、燃料ペレット表面における最高、最低の温度変動幅は、それぞれ約 334°C (514-180)、320°C (470-150) であり、大きな相違はない。この報告書の方法による計算は Nijsing の結果と大差ないと考えられる。

UC 燃料棒の温度について、Fig. 3.3 と Fig. 3.5 の計算結果を比較すると、この報告による計算と Nijsing が与えている計算結果には相違が見られる。最大の相違点は次のことである。この報告の計算による Fig. 3.3 では、偏心したときの最高温度は中心からずれて、かつ偏心のない場合の最高温度（中心温度）より高くなるが、Fig. 3.5 に示される Nijsing の結果はペレットが被覆内で偏心したことにより温度が全体として低くなり、最高温度も低下することを示している。ただ、Nijsing の結果の温度のペレット内の分布の形状のみに注目すれば、その結果は、Fig. 3.3 とそれ程大きな差がある訳ではない。この比較の結果は、温度の相違を起す要因がギャップ熱伝達率の評価にあることを推測させる。

偏心のない場合は、どのような方法をとろうとも式(32)で右辺の第2項までによって表される（ただし、 α は式(30)で $e = 0$ とした与えられる値）。そこで、試しに、彼の値を使用し、偏心のない場合の温度分布を計算すると、彼が図中に示している温度分布と一致しない。まず、Nijsing の計算結果の均一ギャップ寸法におけるペレット表面温度は、冷却水温度からの温度差で約 340°C (UO₂, UC 燃料共通)、ペレット中心温度は約 1250°C (UO₂ 燃料)、燃料の場合約 480°C (UC 燃料) となっている。しかし、先の彼の数値を使用して計算すると、 $\alpha = 3.17 \times 10^{-4}$ (m²°C/W) となり、ペレット表面温度は、約 348°C、ペレット中心温度は UO₂ 燃料の場合約 1290°C、UC 燃料の場合約 498°C とならなければならない。この相違は、計算上の丸め、数値表記上の丸めの誤差等による計算誤差では説明がつかない。Nijsing の計算には、表面で約 10°C、中心で約 40°C (UO₂ 燃料)、約 20°C (UC 燃料) 程度温度を低く評価していると考えねばならない。

Fig. 3.6 は、UC 燃料につき、この報告による評価法でギャップ熱伝達係数、 h_g のみ 0.6×10^4 (W/m²·°C) に増加させた温度分布と Nijsing の結果を比較したものである。この結果はかなりよい一致を示している。このことから、逆に、ギャップ熱伝達の評価法を除き、この報告の評価法と Nijsing の方法は本質的に一致していると言い得る。なお、UO₂ 燃料棒の計算結果、Fig. 3.2 と Fig. 3.4 を詳細に比較検討すれば分るように上に述べたことは、これ等の図にも表れてい

る。ただ、何故大きな相違がUC燃料棒に現れUO₂燃料棒に現れないかと言う理由は、燃料ペレットの熱伝導率の値の相違に起因している。

3.1.2 熱流束について

被覆内でペレットが偏心したときの燃料ペレット表面熱流束を、式(23)を使用して評価する。被覆内でのペレットの偏心なのでm=1として、

$$\frac{q''(r, \theta)}{q''_{av}} = 1 - 2(k/k_g) \times \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^{j+1} \frac{(z/(1+\sqrt{1-z^2}))^j}{1+j\alpha k/R} \cos(j\theta) \quad (34)$$

で表わされる。先の式(33)と同様に第一次近似までにとれば、

$$\frac{q''(r, \theta)}{q''_{av}} = 1 - (k/k_g) \frac{2z}{1+\sqrt{1-z^2}} \frac{1}{1+\alpha k/R} \cos(\theta) \quad (35)$$

となる。

Fig. 3.7 に式(34)による燃料ペレット表面熱流束の計算結果を示す。これ等の曲線はほとんど角度90°で熱流束比1の点を通っている。このことはcosθに関し高次の項の効果はほとんどないので、計算する場合は式(35)による第一次近似で十分であることを示している。

式(35)による数値計算結果を表示すると次のようになる。まず、計算上の主要パラメータとなるαは、式(30)より、

$$\alpha = 3.159 \times 10^{-4} \text{ (m}^2 \cdot \text{°C/W)}$$

である。燃料ペレット表面の熱流束は、

UO₂について、

$$\frac{q''(R, \theta)}{q''_{av}} = 1 - \frac{0.1050059}{1 + 0.184248} = 1 - 0.08867 \cos \theta$$

UCについて、

$$\frac{q''(R, \theta)}{q''_{av}} = 1 - \frac{0.6600371}{1 + 1.15813} = 1 - 0.30584 \cos \theta$$

と表される。

式(35)等の導出にさいして、条件式(13a)の成立が仮定されている。上記の計算は単純に計算したのみなので、条件式の成立の可否の検討を行う。いま、式(13a)に関しcosθについて第1項までに取り評価すると、その最大値は(k/k_g)(w/R)/(1+αk/R)で表わされる。これは、式(35)でz~w/R、1-z²~1であることを考えると、ほぼ式(35)の右辺第2項の値に等しい。その値は、UO₂燃料の場合0.0886、UC燃料の場合0.31である。このことは、上記の式で求めた値はそれぞれ±約9%および約30%程度の誤差を含むことを意味する。

Fig. 3.7の図中に点線で示す曲線は、UC燃料棒について式(28)による熱流束評価計算結果を示す。この結果は、先の式(34)による熱流束の変化より大きな変動になる。なお、この結果は、式(28)がcosθに関し二次までであることと、熱流束の計算においては、温度分布の式が微分され、各係数に微分による指数jが乗ぜられるため、未だ収束状態は十分でないことを示している。

Fig. 3.8 に Nijssing による燃料ペレット表面の熱流束計算結果を示す。Fig. 3.7 の計算結果と比較すると、燃料が UO_2 の場合はほとんど差がないことが見られる。燃料が UC の場合は、この報告の評価法による計算と Nijssing の計算結果にかなりの差が見られる。UC 燃料の熱流束に式(34)を適用した評価は Nijssing の結果より変化が小さい。一方、式(28)を適用した熱流束の評価は、近似の収束は必ずしもよくないが、変化は Nijssing の結果よりも更に大きな値となっている。

UC 燃料棒の熱流束に式(34)を適用したときに発生している評価差は、約 30% 程度の評価誤差を含むことによると考えられる。すなわち、この計算条件の UC 燃料棒の熱流束については、条件式(13a)の成立の程度が悪く、その適用範囲外であろう。このことから、式(34)、(35)等の適用限界は、条件式(13a)の値が、約 10% 前後以下のときと考えられる。

形状、寸法等が等しいにも拘らず、UC 燃料の場合、熱流束の大きな変化を起こす原因は、UC の熱伝導率が UO_2 に比較し大きいためである。熱伝導率の大きな UC 燃料等に使用すると近似の程度が悪くなる。逆に言えば、熱伝導率の値が小さな UO_2 燃料等には式(34)等を適用しうることを示している。

熱伝導率の大きな UC 燃料の熱流束評価に式(28)適用すると、かなり大きな変化を予測する。しかし、仮に Nijssing の計算結果が正しいとすると、保守側の値を必要とする設計や安全性の評価等に式(28)による推定を使用することは差支えないと考えられる。

3.1.3 平均ギャップ熱伝達率について

この報告の推定によれば、先に 2.5 節で述べたように、平均ギャップ熱伝達率は、被覆内でペレットが偏心等があっても、ほとんど変化しない。仮にペレットの一端が被覆内面に接触したとしても、その変化分は、 $1/(1-ew/4/(R+s))-1$ で表され、先の数値による場合、この変化率は 1% 以下である。その結果、被覆内で偏心したペレットの最高温度は偏心しない場合の最高(中心)温度より高くなる。しかし、一方、Nijssing の計算結果は、この節 3.1.1 項 Fig. 3.5 (UC 燃料) について見るように燃料ペレットが被覆内で偏心したことにより温度が全体として低くなり、最高温度も低下することを示している。この理由は、平均ギャップ熱伝達率をかなり大きく評価することにある。温度分布に相違を起こす要因がギャップ熱伝達率の評価にあるので、この報告の方法のギャップ熱伝達率と Nijssing のギャップ熱伝達率の評価法の比較検討を行う。

Nijssing の解法の概略は次のようである。彼はギャップ寸法は変化するが、幾何学的には燃料ペレットに関し中心軸対称とし、ギャップにおける熱伝達率のみが変化すると仮定する。この仮定のもとに、この報告書の式(9)に対応するような温度分布の式の係数が満足しなければならない関係式を導く。ただし、導出にさいし、燃料ペレットが偏心することにより平均ギャップ熱伝達率の変化は、ギャップ寸法に逆比例すると考え、平均ギャップ熱伝達率を定義し、関係式の導出に使用する。しかし、彼の関係式の導出には被覆内の円周方向の熱の流れも考えるのでかなり複雑な式となる。温度分布の式中の係数は、係数に関する関係式を数値的に解いて与えられる。すなわち、任意の角度を n 個選び係数の関係式の両辺に代入する。この結果、係数を未知数とした n 個の連立方程式が得られる。連立方程式を解くことにより係数を定める。これは、第 2.4 節で述べたと同様な方法である。

Nijssing は、ギャップの熱伝達率の平均値を次のように定義する。彼は、まずギャップ寸法を

$u = s + w \cos \theta$ で近似する。なお、 $e = w/s$ とする。ここで、角度 θ における局所のギャップ熱伝達率 h_{gl} を次のように与える。ただし、記号はこの報告書の記号に置換える。

$$h_{gl} = \frac{k_g}{s + w \cos \theta} = \frac{1}{(s/k_g)(1 + e \cos \theta)} \quad (a)$$

k_g/s は、nominal gap size s におけるギャップ熱伝達率を表しているので、 h_g に置換える。次いで、被覆内でペレットが偏心したときの“平均ギャップ熱伝達率 (average gap heat transfer coefficient)”を

$$h_{g,av} = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi h_{gl} d\theta = \frac{h_g}{\sqrt{1-e^2}} \quad (b)$$

として導入する。この“平均ギャップ熱伝達率”を使用し、局所のギャップ熱伝達率を

$$h_{gl} = h_{g,av} \frac{\sqrt{1-e^2}}{1 + e \cos \theta} \quad (c)$$

として再定義する。

温度分布の係数決定の関係式には、上記(b)(c)式を使用する。燃料ペレットの表面の“平均温度”は(b)式による“平均ギャップ熱伝達率”を使って計算する。

Nijsing が定義した“平均ギャップ熱伝達率”には次のような問題がある。式(b)のように“平均ギャップ熱伝達率”を与えるとき、彼の計算例は $e = 0.9$ を採用しているが、ペレットが被覆に接触する場合 ($e = 1$)，“平均ギャップ熱伝達率”は無限大となる。これは、ペレットが被覆に接触する場合、燃料棒内のギャップ空間における熱伝達上の抵抗が全体としてなくなることを意味し、明らかに現実と矛盾する。この矛盾を避けるためモデルを修正することも不可能ではない。例えば、原子炉反応度変化下の燃料棒の挙動を解析するため、柳原らは、Nijsing のモデルを次のように修正している⁸⁾。

$$h_g(\theta, w) = \frac{h_g}{1 + \frac{w}{s+m} \cos \theta} \quad (d)$$

とし、“平均ギャップ熱伝達率”を

$$\begin{aligned} h_{g,av} &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} h_g(\theta, w) d\theta \\ &= \frac{h_g}{\sqrt{1 - \left(\frac{w}{s+m}\right)^2}} \end{aligned} \quad (e)$$

とする。ここで、 $m = 2\mu m$ (定数) とする。

モデルをこのように修正すれば“平均ギャップ熱伝達率”が無限大になることは避けられるが、“平均ギャップ熱伝達率”の値が大きくなることは避けられない。本来、ギャップ熱伝達率は、 $q''(R, \theta) = h_g \Delta T_i$ (ΔT_i : ギャップを含む両面間の温度差) の関係式から決まるもので、熱流束、温度分布をも含んだ関係式の中で平均ギャップ熱伝達率を考えなければ物理的な意味はない。この意味で熱伝達率の表示式のみを抽出し、形式的に式(b)(c)の如く平均することは妥当性を欠いている。

燃料棒の通常運転時において燃料棒の水力振動などにより被覆内でペレットが偏心することは十分に予想される。軽水炉燃料棒の場合、式(e)で平均ギャップ熱伝達率を考慮しても nominal ギャップ熱伝達率の 5 倍程度になる。このように“平均ギャップ熱伝達率”が偏心により変化すれば、燃料棒内の温度は、大きな変動を起こすと考えねばならない。しかしながら、現実の温度計測付燃料棒内の測定温度は落ち着いており、その平均ギャップ熱伝達率に大きな変化があるとは考えられない。

Nijsing は、平均ギャップ熱伝達率等を先のように定義するが、その仮定と計算結果の間には矛盾を生じている。それは、次のような検討を行って見れば分る。

平均ギャップ熱伝達率が式(b)で与えられるならば、その値は nominal ギャップ寸法におけるギャップ熱伝達率の約 2.3 倍 ($\sim 1/\sqrt{1-0.9 \times 0.9}$) になる。このとき $\alpha = 2.035 \times 10^{-4}$ ($\text{m}^2 \cdot \text{C}/\text{W}$) 程度となることから、燃料ペレット表面平均温度を求めると、約 224°C である。これを UO_2 燃料の場合の温度分布 Fig. 3.4 で検討すると、この温度は、 $\theta = \pi$ (ギャップの狭い側) の燃料ペレット温度とそれ程差はない。この温度を中心に变化するものならば、温度分布は全体としてもっと低下しなければならない。

UO_2 燃料の場合、Nijsing の熱流束は Fig. 3.8 に見るように $\theta = \pi/2$ でその比はほとんど 1 である。このことは、熱流束、温度分布とも $\cos \theta$ に関し一次近似が成立することを示している。これより $\theta = \pi/2$ の燃料ペレット表面温度はほとんど Fig. 3.4 の表面温度の中央値、約 310°C ($= (150 + 470)/2$) でなければならない。また、 $\theta = \pi/2$ での熱流束は、ほぼ平均熱流束になるはずだから、 $T(R, \pi/2) - T_w = \alpha q_{av}$ より $\theta = \pi/2$ のギャップ熱伝達率を逆算してみると $\alpha = 2.818 \times 10^{-4}$ ($\text{m}^2 \cdot \text{C}/\text{W}$) から、 $h_g = 0.6 \times 10^4$ ($\text{W}/\text{m}^2 \cdot \text{C}$) でなければならない。この値は、平均熱流束部分におけるギャップ熱伝達率なので、“平均ギャップ熱伝達率”に相当する。しかし、この値は式(c)による約 $2.3 \times h_g$ より小さい。一方、Nijsing が与えたギャップ熱伝達率のモデルの式(c)から、 $\theta = \pi/2$ の時のギャップ熱伝達率は、nominal ギャップ寸法におけるギャップ熱伝達率となる。すなわち、 $\theta = \pi/2$ の時のギャップ熱伝達率は計算例に与えた 0.5×10^4 ($\text{m}^2 \cdot \text{C}/\text{W}$) でなければならない。

このように UO_2 燃料棒の計算結果から角度 $\theta = \pi/2$ の時のギャップ熱伝達率を推定し検討すると、その値は平均ギャップ熱伝達率であるべきだが、Nijsing が与えた“平均ギャップ熱伝達率”に一致しない。また、角度 $\theta = \pi/2$ におけるギャップ熱伝達率の値は、nominal ギャップ寸法におけるギャップ熱伝達率にも一致すべきだが、これにも一致しない。逆に、先に 3.1.1 項で指摘したように (Fig. 3.6 参照)、この報告の方法でギャップ熱伝達率を 0.6×10^4 ($\text{W}/\text{m}^2 \cdot \text{C}$) としたものは、Nijsing の計算結果によく一致する。このような混乱を生じる理由は、Nijsing の解法において、温度分布の係数を定める係数関係式に定数項をも含んで数値的に解いていることにあると推定される。しかし、これ以上の原因の追究は数値解法の中にマスクされて不可能である。

これらの検討結果等を総合して考えると、Nijsing の方法には内在する矛盾を含んでおり正しいとは考えられない。すなわち、Nijsing の式(b)で与えられる“平均ギャップ熱伝達率”は彼の計算結果において平均ギャップ熱伝達率を表していない。また、計算結果は計算条件として与えたギャップ熱伝達率であるべき場所で、与えた値よりも高いギャップ熱伝達率で計算されている

可能性がある。結果として、Nijsing の偏心時の温度計算は、燃料ペレットの偏心による温度低下を過大に見積もっているとせざるをえない。

この報告の方法は Nijsing の仮定と基本的に同じである。温度分布近似式を定式化する場合にのみ式(13 a)による条件の成立の可否を考慮したが、総括熱伝達率(“平均ギャップ熱伝達率”の評価を含む)に関しては、この条件とはかかわりなく成立する。燃料棒の熱設計の一環として行われる温度評価は、燃料棒の中心軸対称を仮定して計算される。しかし、被覆内で燃料ペレットが燃料棒の中心にあるとは考えられず、必ず多少の偏心していることは十分に予想される。しかしながら、中心軸対称を仮定した温度計算結果は、一般的に照射試験等で得られた温度結果に一致している。このことは、ギャップ熱伝達率はほとんど変化しないことを意味している。もし、Nijsing の予想のように偏心によりギャップ熱伝達率が大きくなるならば、先の中心軸対称での解析は不可能になると考えられる。

3.2 被覆にオバリティーをもつ燃料棒の温度

非円形性(ovality)をもつ被覆の燃料棒やさらに高次の挫屈(buckling)をもつ被覆の燃料棒についての温度分布や熱流束は、導いた近似式の上で挫屈の葉数 m が異なるだけで表わされ、温度分布等の基本的特性は同じである。ここでは被覆に ovality をもつ BWR タイプ 燃料棒を計算例として取上げる。

計算例は、 UO_2 燃料/ジルカロイ-2 被覆である。その燃料棒の仕様等を Table 3.1 に示す。これらの燃料棒についてそのギャップ寸法は、

$$u(\text{radial gap}) = s + w \cos(2\theta)$$

で近似する。計算に必要なギャップガス熱伝導率 k_g は、nominal ギャップ寸法における Rod 1 のギャップ熱伝達率 h_g より $k_g = h_g \cdot s$ で変換した $0.6237 \text{ (W/m}^2 \cdot \text{°C)}$ の値を共通に使用することにした。

3.2.1 温度分布について

被覆が ovality を起こしたとき、燃料棒の温度分布は、式(20)あるいは式(21)で $m=2$ として表わされる。近似式から得られている結果は、最高温度が燃料ペレットの中心であり、その温度の表示は軸対称の温度の表示と同じである。ただし、ovality によりギャップ熱伝達率が良くなるとすると、最高温度が低下することが予想される。前節で見たように UO_2 燃料棒の温度については、式(21)による評価が成立すると考えられるので、式(21)によって計算する。

Fig. 3.9 および Fig. 3.10 に計算例に取上げた Rod 1, 2 の式(21)による計算結果を示す。なお、図中に点線で示した温度は、同一条件で軸対称の場合の温度分布の計算結果である。

この図より、最高温度の中心温度は、軸対称の温度とほとんど変わらないことが分る。数値的には約 1 °C 程度の違いに過ぎない。

Ovality を生じた被覆燃料棒内の温度分布の特長は軸対称でないということである。この一例を Fig. 3.11 に上記 Rod 2 についての横断面の温度分布の計算結果を示す。図中には、軸対称の場合の 1400 °C の等温線を点線で示す。燃料ペレットの高温領域が、表面熱伝達率の低下により

表面温度が上昇するため、ギャップの広い側 ($\theta = 0, \pi$) に広がることが分る。中心温度が被覆の変形により変化しないことより、同一条件の軸対称な温度分布と比較しある同一温度以上の温度領域の面積はあまり変化しないようである。

3.2.2 熱流束について

Fig. 3.12 に Rod 1, 2 の燃料ペレット表面熱流束の計算結果を示す。幾何学的に同一の燃料棒であり、値はほとんど同じであるが、計算結果の熱流束変動は Rod 1 の方が小さくなっている。変動幅に少し差が生じている理由は、計算に与えたギャップ熱伝達率が Rod 1 の方が小さいためである。この計算結果はギャップ熱伝達率が小さくなると熱流束の変動が小さくなることを示している。

以上の計算は、式(23)によっている。先の 3.1.1 項と同様に式(13a)の成立条件を検討する。Fig. 3.12 に見るように、曲線は角度 $\theta = \pi/4$ で、熱流束比 1 の点を通っていることから、 $\cos \theta$ に関し一次近似が成立する。式(13a)で $\cos \theta$ に関し一次までとると、 $m(k/k_g) a_1 / (1 + m\alpha k/R)$ である。いま、 $a_1 = w/R$ で近似し、Rod 2 についてこれを評価する。Rod 2 の場合、 $\alpha = 1.927 \times 10^{-4}$ である。先の値は、約 0.145 となる。評価誤差はやや大きいようであるが、それ程大きな誤差は生じていないと考えられる。

Table 3.1 Specification of BWR type fuel rods used in numerical calculations

Specification	Rod 1	Rod 2
Average heat flux at fuel pellet surface : W/m ²	7.5×10 ⁵	1.35×10 ⁶
Fuel rod LHGR : W/cm	(~250)	(~450)
Coolant temperature : °C	288	288
Geometrical dimension		
Pellet diameter : mm	10.60	10.60
Clad inner diameter : mm	nominal 10.82	nominal 10.82
Outer diameter : mm	nominal 12.56	nominal 12.56
Thickness : mm	0.87	0.87
Gap size (radial) : μm		
Nominal gap size s	110	
Gap size variation w	110	
Thermal conductivity : W/m·°C		
UO ₂ pellet	2.59	
Zircaloy-2	13	
Heat transfer coefficient : W/m ² ·°C		
at fuel rod surface	5.67×10 ⁴	5.67×10 ⁴
at nominal gap	5.67×10 ³	0.85×10 ⁴

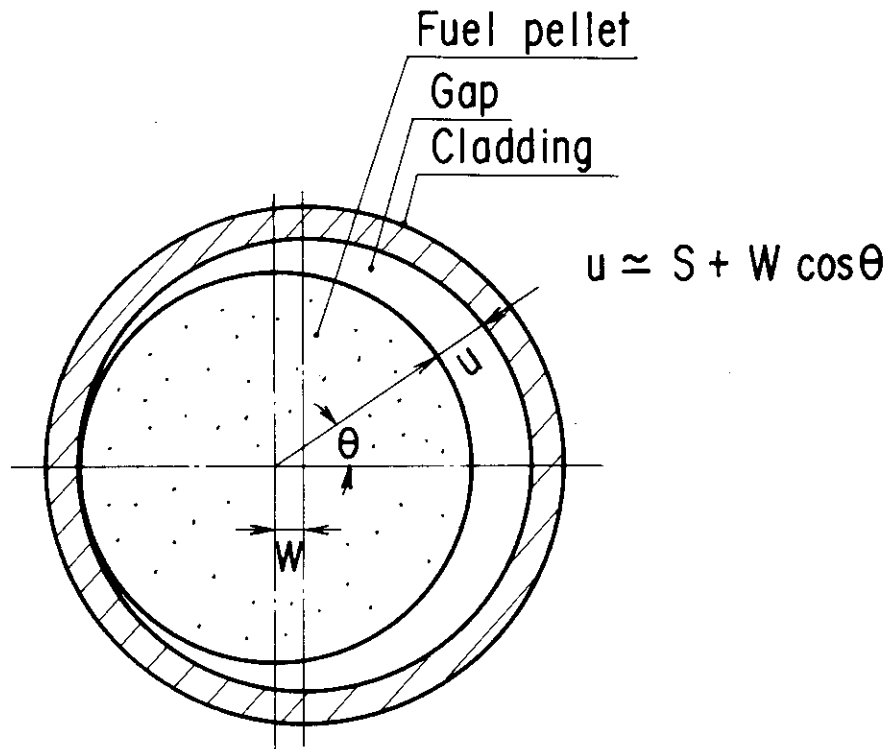


Fig. 3.1 Schematic illustration of eccentrically located fuel pellet in cladding.

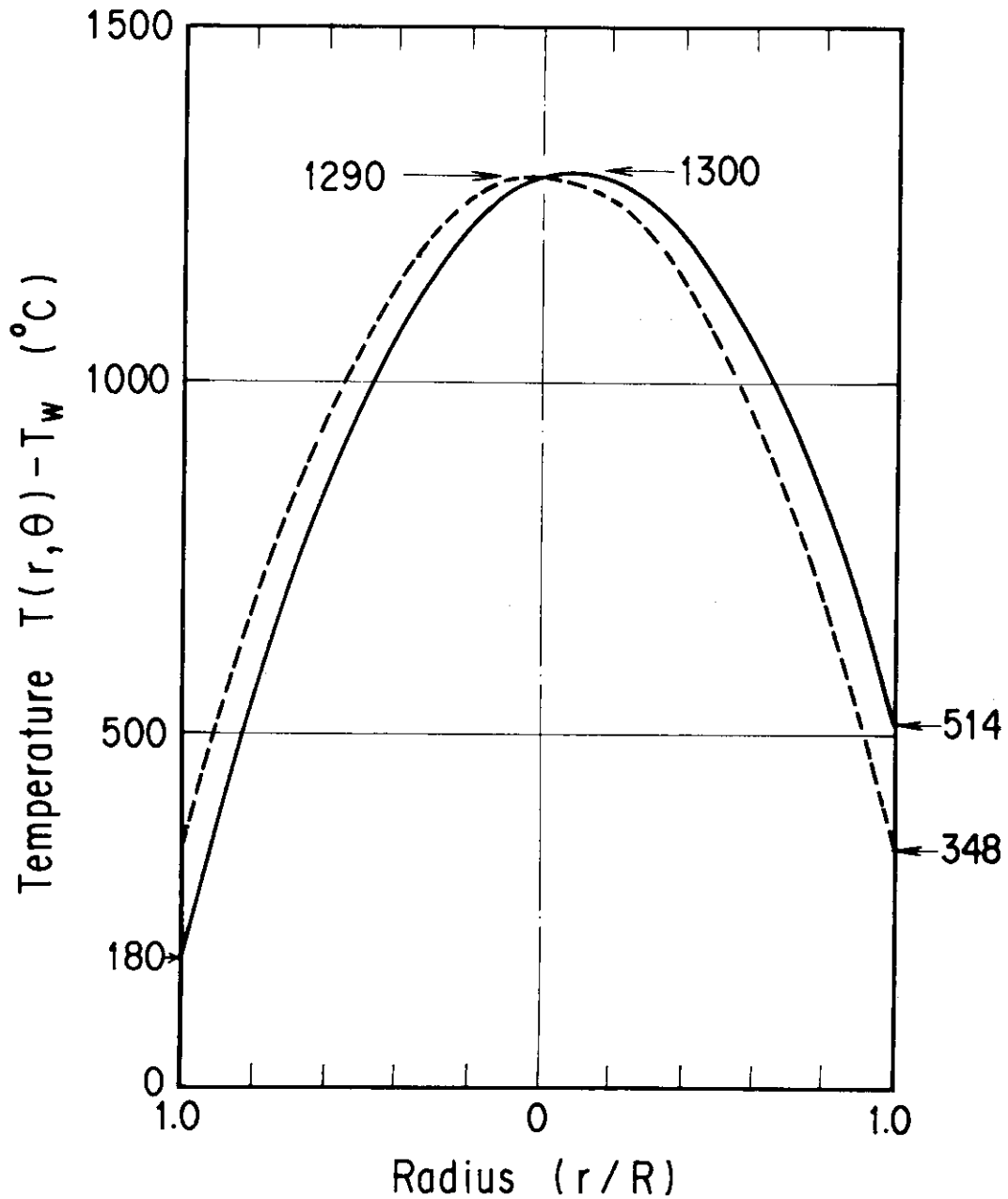


Fig. 3.2 The effect of fuel pellet eccentricity ($e=0.9$) on the radial UO_2 fuel temperature distribution calculated by equ. (32) in the $\pi-0$ plane with $\theta=0$ at the right hand side. The dashed line indicates temperature distribution with peripheral uniform gap size.

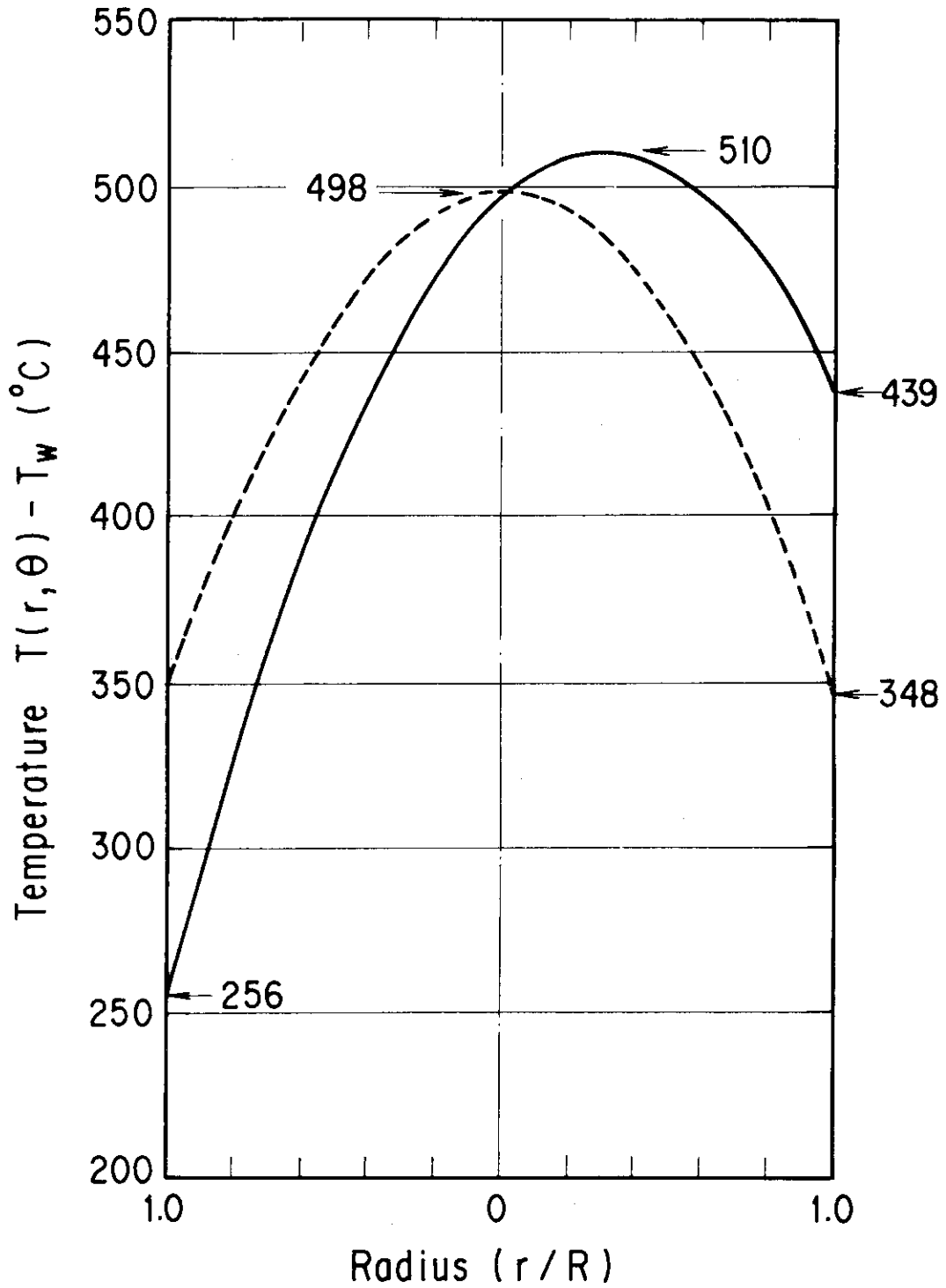


Fig. 3.3 The effect of fuel pellet eccentricity ($e=0.9$) on the radial UC fuel temperature distribution calculated by equ. (32) in the $\pi=0$ plane with $\theta=0$ at the right hand side. The dashed line indicates temperature distribution with peripheral uniform gap size.

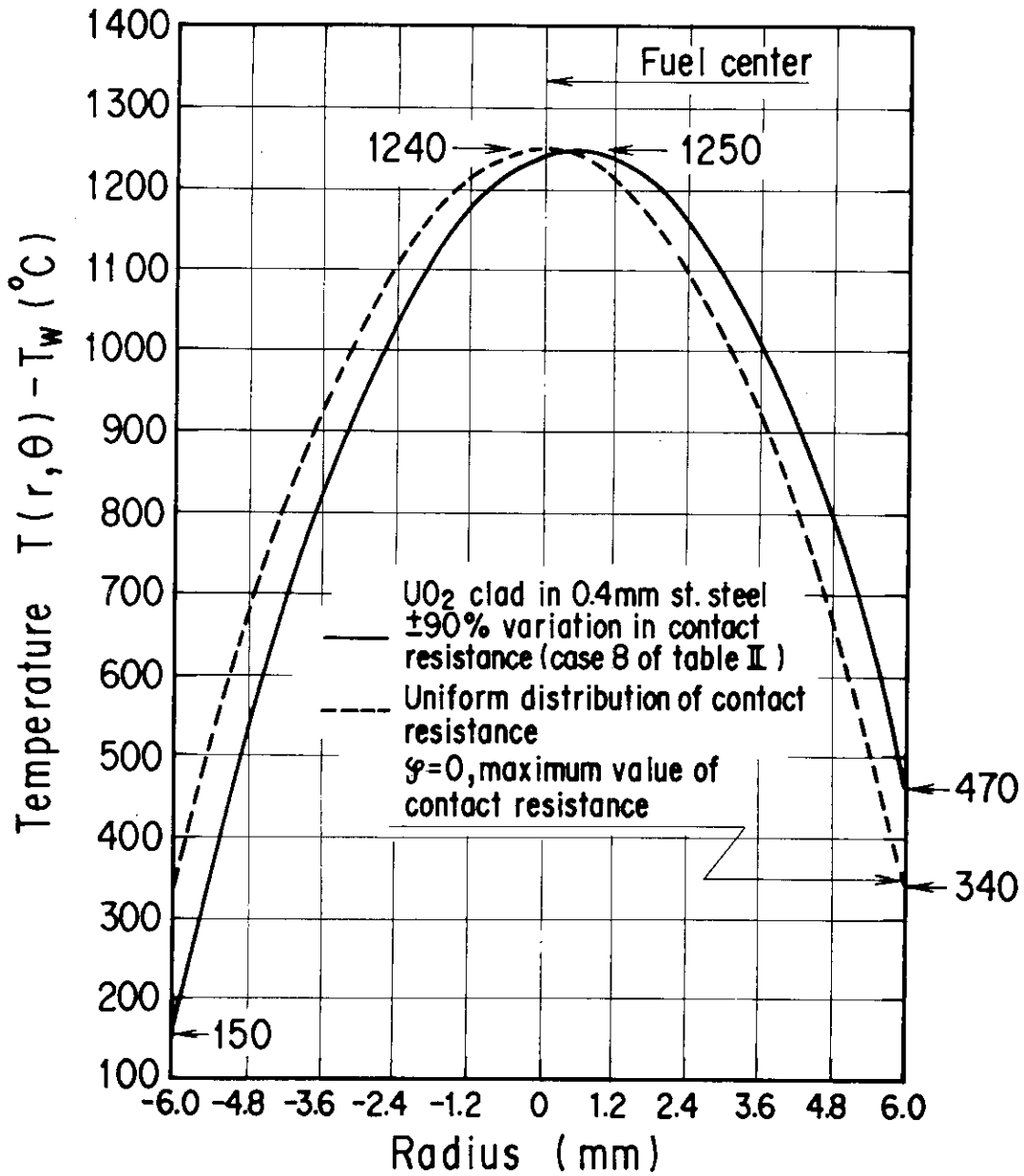


Fig. 3.4 The effect of fuel pellet eccentricity ($e=0.9$) on the radial UO₂ fuel temperature distribution in the $\pi-0$ plane with $\theta=0$ at the right hand side (from ref. 2).

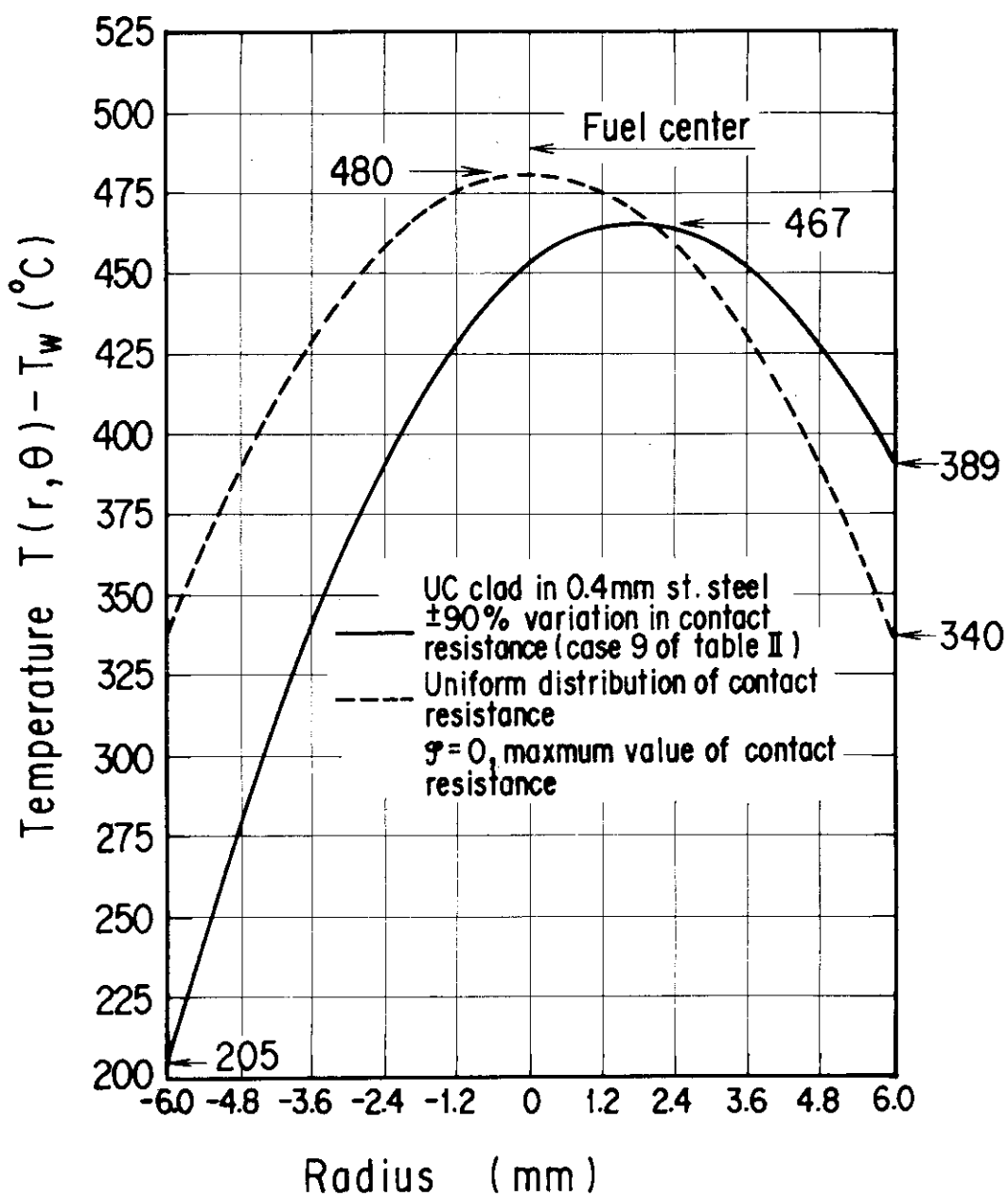


Fig. 3.5 The effect of fuel pellet eccentricity ($e=0.9$) on the radial UC fuel temperature distribution in the $\pi-0$ plane with $\theta=0$ at the right hand side (from ref. 2).

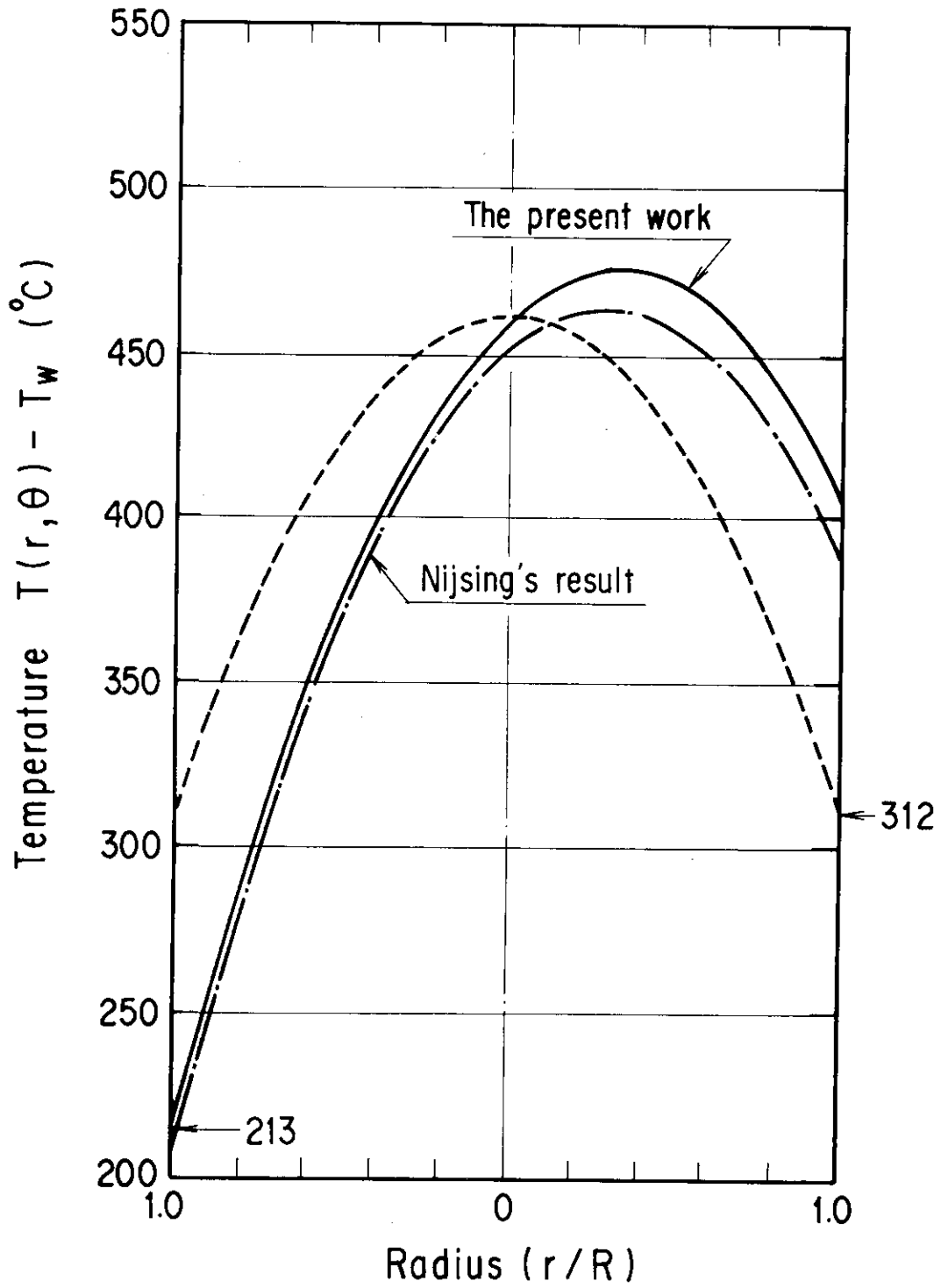


Fig. 3.6 Comparison of UC fuel pellet temperature distribution calculated by Nijsing with the present work assumed the average gap heat transfer coefficient of $h_g = 0.6 \times 10^4$ ($W/m^2 \cdot ^\circ C$).

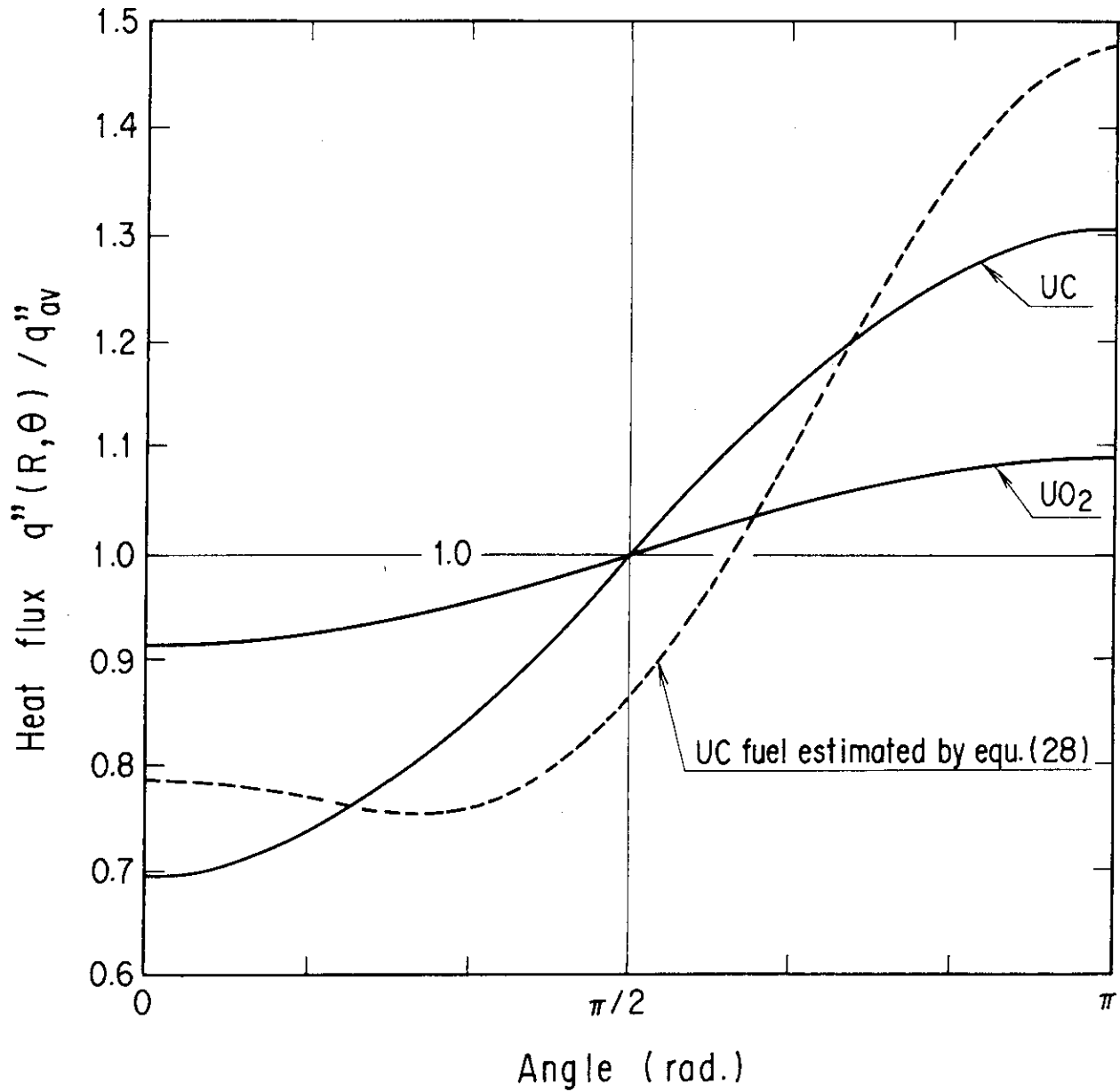


Fig. 3.7 Peripheral variation of heat flux at the fuel pellet surface. The solid lines represent heat flux distribution estimated by equ. (34). The dashed line indicates heat flux distribution for UC fuel estimated by equ. (28).

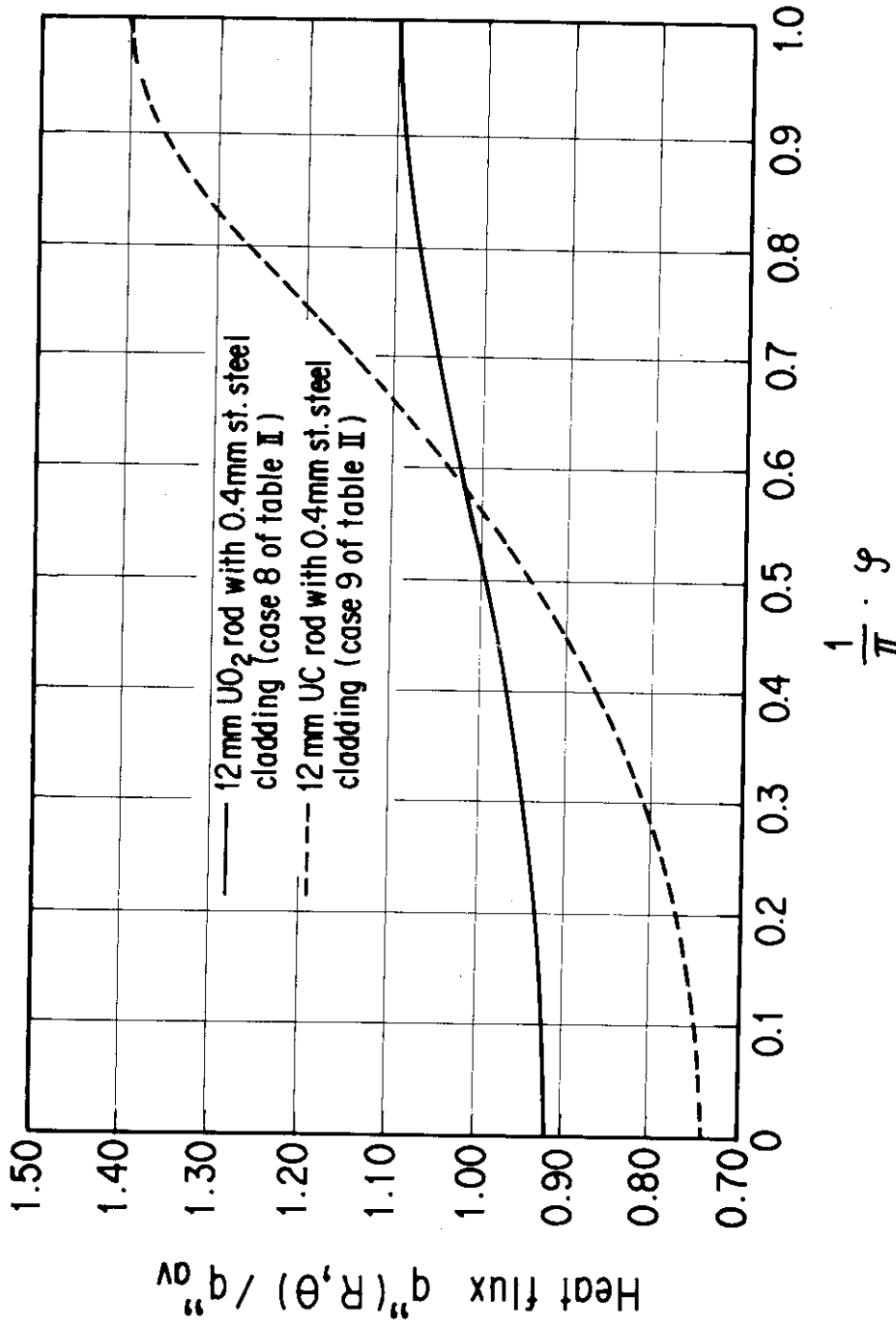


Fig. 3.8 Peripheral variation of heat flux at the fuel surface for a 90% pellet eccentricity (from ref. 2).

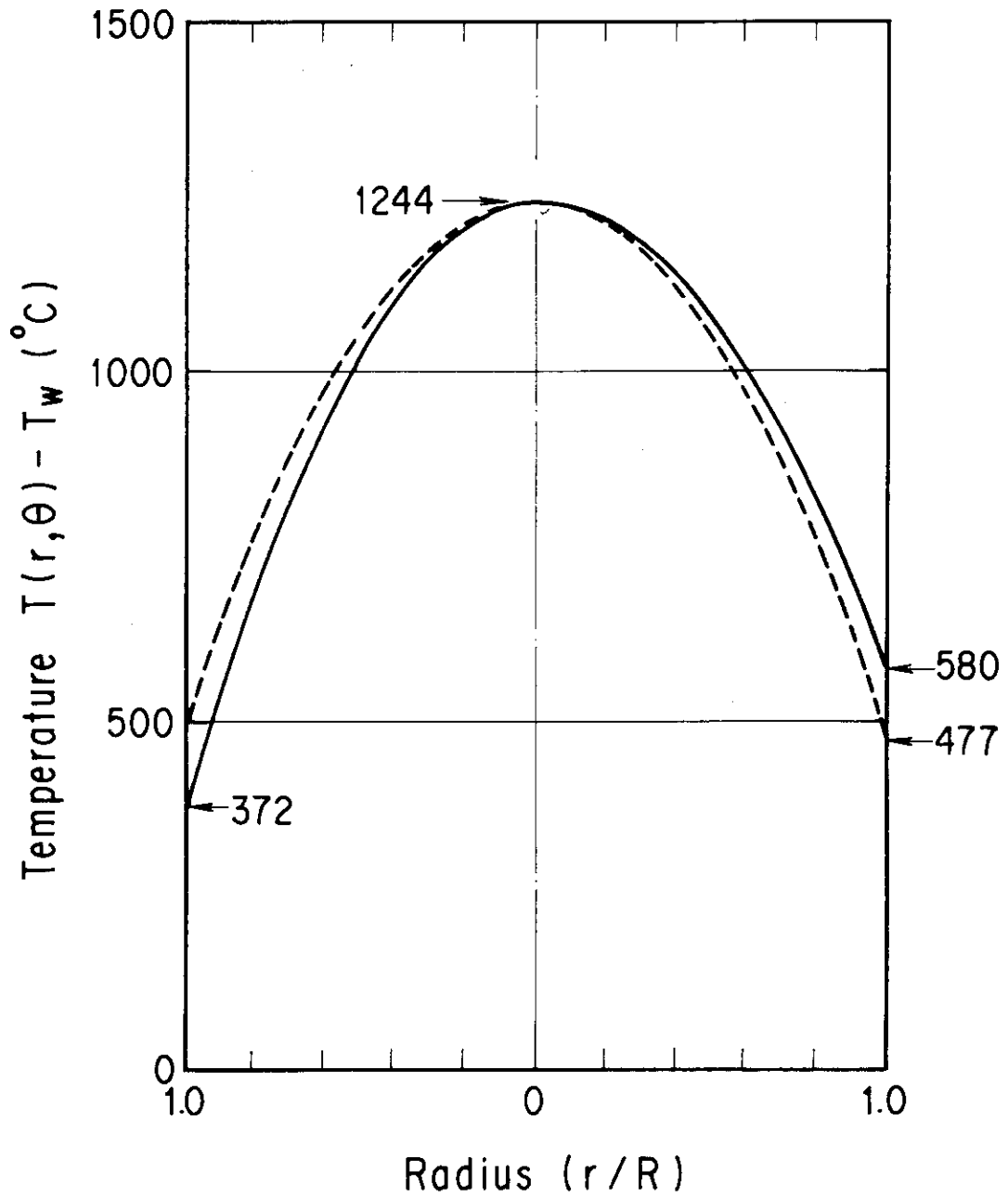


Fig. 3.9 The effect of cladding ovality on radial fuel pellet temperature distribution in the $\pi/2-0$ plane with $\theta=0$ at the right hand side for Rod 1 listed in table 3.1. The dashed line indicates temperature distribution with uniform peripheral gap size.

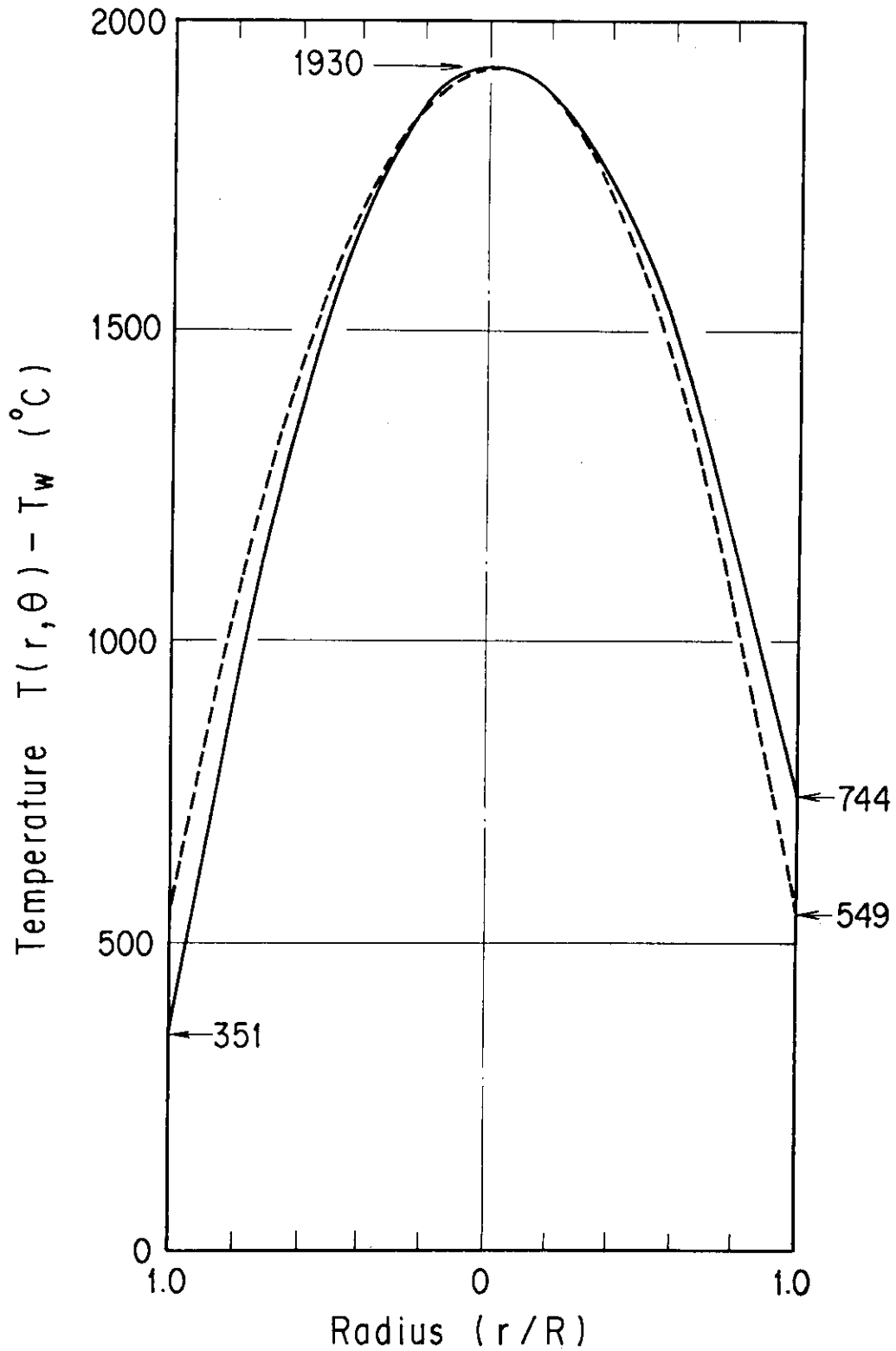


Fig. 3.10 The effect of cladding ovality on radial fuel pellet temperature distribution in the $\pi/2-0$ plane with $\theta=0$ at the right hand side for Rod 2 listed in table 3.1. The dashed line indicates temperature distribution with uniform peripheral gap size.

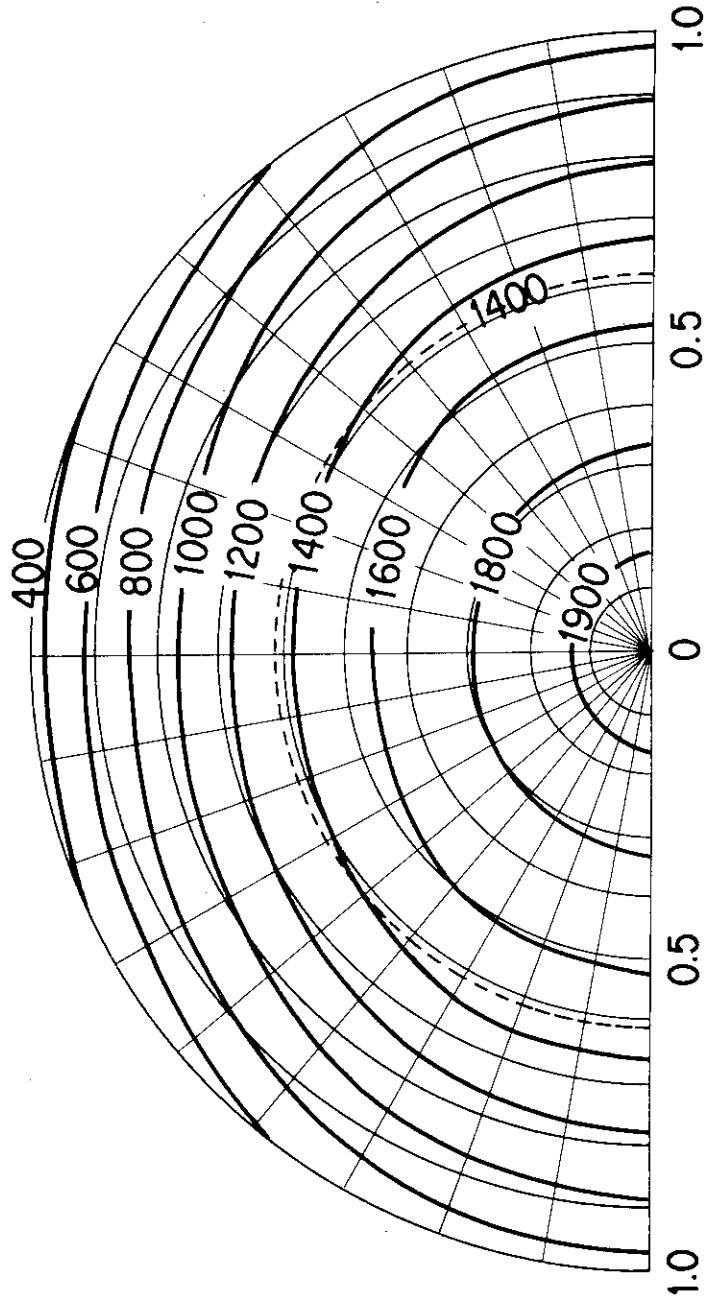


Fig. 3.11 Cross-sectional temperature distribution of fuel pellet in cladding with ovality. The dashed line indicates temperature of 1400°C on uniform peripheral gap size.

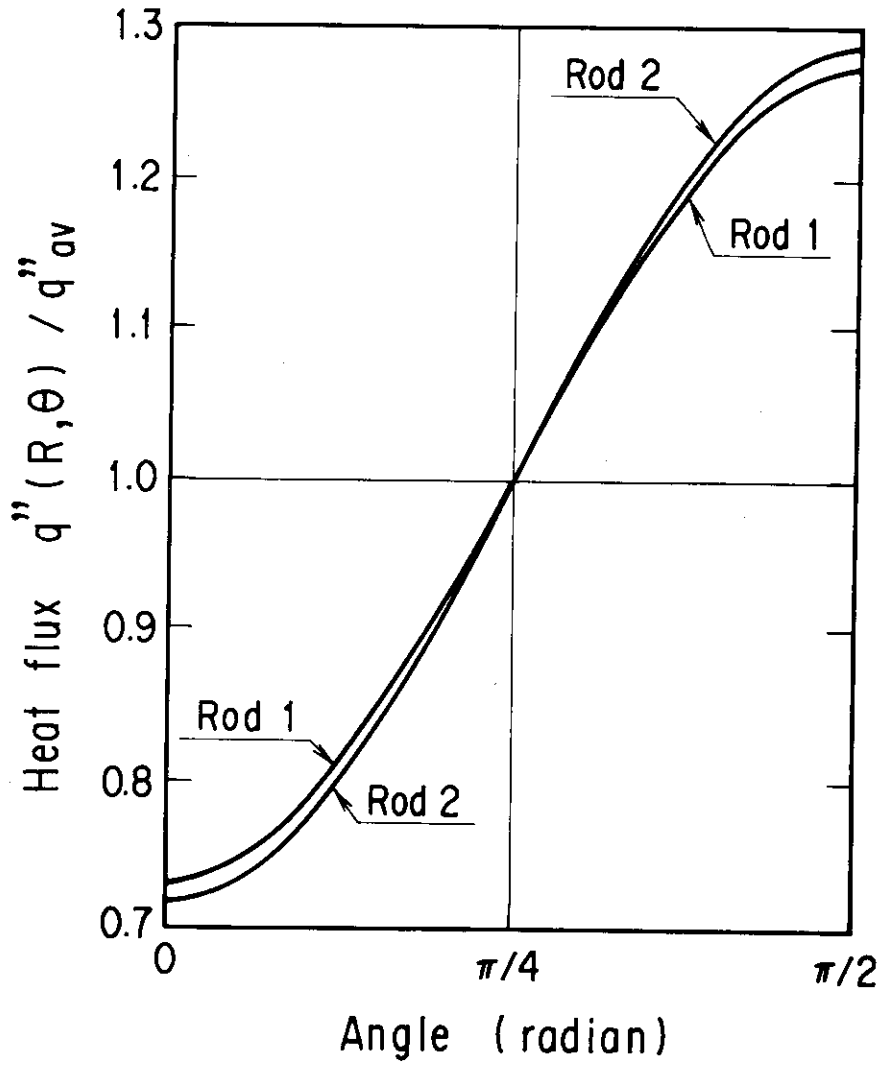


Fig. 3.12 Heat flux distribution of Rod 1 and Rod 2 at the pellet surface for cladding with ovality.

4. 結 論

軽水炉燃料の被覆は、内外圧に対し“自立型 (freestanding type)”に設計されているが、原子炉冷却水圧および照射クリープにより ovality が進行し、被覆がペレットに接触することがある。特に、高燃焼度 (extended burnup) ではかなりな ovality の進行が予想される。

この報告書は、燃料ペレットの被覆内の偏心をも含め被覆の ovality ばかりでなく、被覆が挫屈等により変形したときの燃料棒内温度分布を解析的方法により統一的に扱った。このような ovality を持つ燃料棒や燃料ペレットの被覆内の偏心について、ovality やペレットの偏心により燃料棒内でギャップ寸法が変化する場合、燃料ペレットの温度、熱流束に及ぼす影響を統一的に表わす評価式を導いた。これ等の評価式ならびに数値計算結果から次の事が結論される。

- 1) 燃料棒内のギャップ寸法が周方向に変化したとき、ギャップにおける平均ギャップ熱伝達率は式(31)で評価できる。燃料棒の如くギャップ寸法の小さいものにおいて、平均ギャップ熱伝達率はほとんど燃料棒を軸対称と考えたときの nominal ギャップ熱伝達率に等しい。厳密には、ギャップ寸法の変化により平均ギャップ熱伝達率は増加するが、その増加率は1%以下と推定される。これは、燃料棒の熱設計計算等において、中心軸対称で計算を実施しても特に問題はないと言う論理的基礎を与える。
- 2) 燃料棒内の温度分布、表面熱流束は、式(14), (16)で表示される。具体的にギャップ寸法が $u = s + w \cos(m\theta)$ で表されると仮定すれば、表示式は式(20), (23)となる。これ等の表示式について、被覆内でペレットが偏心した時の温度分布に関し先行する研究との比較計算は、少なくとも UO_2 燃料棒については、よく一致することが分った。得られた結果の温度分布等は解析式として表示されているので、温度分布に影響を与える種々のパラメータやギャップ熱伝達率がどのような効果を持つかがただちに判明し、燃料棒の設計や安全性評価に有用な情報を提供する。
- 3) 被覆内でペレットが偏心した時、燃料ペレットの最高温度は中心ではなく、ギャップ寸法の広い側にずれ、最高温度は軸対称として計算した中心温度より高くなる。しかし、その温度差は UO_2 燃料の場合小さい。

被覆内のペレットが偏心した時の、燃料ペレット内の温度分布については、Nijssing の数値解析が知られているが、彼の評価法には次のような問題、疑問点等がある。

- (a) 燃料ペレットの被覆内の偏心による最高温度は、軸対称として評価した場合の最高(中心)温度より低い。これは燃料ペレットの位置の状態変化を保守側に評価しない。
- (b) 温度分布の未知係数を定める関係式はかなり複雑であり、ある程度安定な係数を求めるには、 $\cos \theta$ に関し高次までの展開を要することから、高元の連立方程式を解く必要がある。この結果、解析的な評価式で表すことは困難となり、数値計算で係数を求めねばならない。そのため、ある問題が与えられた場合、個々の問題についてしか温度分布等は求められない。

- (c) ギャップ寸法の表示として、 $\cos \theta$ に関し一次式で与えるが、温度分布については、前記に述べたように $\cos \theta$ に関し高次まで展開する。ギャップ寸法表示そのものが一次近似式であるのに高次まで展開しても、意味がないように見える。
- 4) 被覆が挫屈した時等の燃料ペレットの最高温度は燃料ペレットの中心であり、その温度はギャップ寸法を nominal ギャップ寸法として求めた最高温度に等しいと考えて誤りはない。
- 5) 導いた評価式は UC 燃料棒の如く熱伝導率の大きなものについては、その精度はあまり良くない。しかし、そのような場合に必要な温度、熱流束の評価式を式(27), (28)として定式化した。設計等の一次の安全性評価に必要な温度推定計算には使用可能と考える。
- 6) 解析的方法を採用することから、問題を単純化するため、燃料ペレット内の出力分布を一様、熱伝導率の温度依存性はないと仮定した。燃料ペレットの熱伝導率の温度依存性を考慮しなければならないような解析を必要とする場合は、計算機プログラムを利用した数値解析の方が有効と考えられる。しかし、その際、計算機による数値解析の initial guess としてこの評価によって得られた評価式を利用すれば、計算時間 (computer consuming time) を大幅に節約する事が出来る可能性がある。

謝 辞

この報告の論考において、内田正明氏 (燃料安全第一研究室) との討論から、実に多くの教示を得た。ここにその氏名を記し深遠な謝意を表す。

- (c) ギャップ寸法の表示として、 $\cos \theta$ に関し一次式で与えるが、温度分布については、前記に述べたように $\cos \theta$ に関し高次まで展開する。ギャップ寸法表示そのものが一次近似式であるのに高次まで展開しても、意味がないように見える。
- 4) 被覆が挫屈した時等の燃料ペレットの最高温度は燃料ペレットの中心であり、その温度はギャップ寸法を nominal ギャップ寸法として求めた最高温度に等しいと考えて誤りはない。
- 5) 導いた評価式は UC 燃料棒の如く熱伝導率の大きなものについては、その精度はあまり良くない。しかし、そのような場合に必要な温度、熱流束の評価式を式(27)、(28)として定式化した。設計等の一次の安全性評価に必要な温度推定計算には使用可能と考える。
- 6) 解析的方法を採用することから、問題を単純化するため、燃料ペレット内の出力分布を一様、熱伝導率の温度依存性はないと仮定した。燃料ペレットの熱伝導率の温度依存性を考慮しなければならないような解析を必要とする場合は、計算機プログラムを利用した数値解析の方が有効と考えられる。しかし、その際、計算機による数値解析の initial guess としてこの評価によって得られた評価式を利用すれば、計算時間 (computer consuming time) を大幅に節約する事が出来る可能性がある。

謝 辞

この報告の論考において、内田正明氏（燃料安全第一研究室）との討論から、実に多くの教示を得た。ここにその氏名を記し深遠な謝意を表す。

参 考 文 献

- 1) E. Aranovitch, E. Labarre and J. Reynen, "Etude des perturbations circonferentiel les et axiales de temperature dans une-gaine cylindrique d'element combustible", EUR 2480 f (1965).
- 2) R. Nijsing, "Temperature and Heat flux Distribution in Nuclear Fuel Element Rods", Nucl. Eng. Des., 4(1966) p.p.1-20.
- 3) P.J. Pankaskie, "BUCKLE: An Analytical Computer Code for Calculating Creep Buckling of an Initial Oval Tube", BNWL-1774 (1974).
- 4) E. Dumcome, C.M. Friedrich and J.K. Fischer, "CYGRO-3 - A Computer Program to determine Temperature, Stresses and Deformations in Oxide Fuel Rods", WAPD-TM-961(1970).
- 5) E. Kolstad, "Cladding creepdown and ovalization measurements on pressurized and non-pressurized segments of PWR sized fuel rods", Halden Project Report HPR-211 Vol.II(1977).
- 6) Y. Harayama, "Calculated effect of Radial Asymmetric Heat Generation on Temperature and Heat Flux Distribution in a Fuel Rod", Nucl. Eng. Des. 33, p.p. 66-71(1974).
- 7) Y. Harayama and M. Kyoya, "Analysis of Eccentric Holes in Pellets on Temperature and Heat Flux Distribution in Fuel Rod", J. Nucl. Tech. 2(23), p.p. 151-159(1986).
- 8) S. Yanagihara, et. al., "Effect of Fuel Pellet Eccentricity with Cladding on Fuel Rod Thermal Behavior under Reactivity Initiated Accident Condition", J. Nucl. Tech., 19(6)p.p. 469-481(June 1982).