

JAERI-M

8919

反跳陽子比例計数管の応答関数と
Wall-and-end効果の補正

1980年7月

大部 誠・一守 俊寛*

この報告書は、日本原子力研究所が JAERI-M レポートとして、不定期に刊行している研究報告書です。入手、複製などのお問い合わせは、日本原子力研究所技術情報部（茨城県那珂郡東海村）あて、お申しこしください。

JAERI-M reports, issued irregularly, describe the results of research works carried out in JAERI. Inquiries about the availability of reports and their reproduction should be addressed to Division of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken, Japan.

反跳陽子比例計数管の応答関数と wall-and
-end 効果の補正

日本原子力研究所 東海研究所 原子炉工学部
大部 誠・一守俊寛*

(1980年5月29日受理)

反跳陽子計数管スペクトロメータの応答関数を Snidow の解析的な方法により求めた。計数管の不感領域の影響を取扱うため、計算は管端に不感領域をもつ円筒二領域モデルについて行った。メタンおよび水素計数管の wall-and-end 応答を、陽子エネルギーの関数として 5 MeV まで求めている。計算結果から、wall-and-end 効果を受ける応答のうち、不感領域から発生する陽子事象の占める割合は平均的に約 15% であることが判明した。

得られた応答関数は、FCA における測定反跳陽子エネルギー分布に対する wall-and-end 効果の補正に適用している。補正に関する unfolding の手順および補正量の定量的検討を行い、それらの補正が導出中性子スペクトルにおよぼす影響について論じている。

*現在、東京工業大学原子炉工学研究所

Response functions for proton-recoil counters
and wall-and-end effect corrections

Makoto OBU and Toshihiro ICHIMORI*

Division of Reactor Engineering,
Tokai Research Establishment, JAERI

(Received May 29, 1980)

Response functions for the proton-recoil counter spectrometer were obtained by Snidow's analytical method. In order to treat the effect of the dead region in the counter, calculations were made for a two-region cylindrical model with the dead region. The wall-and-end response as a function of the proton energy was obtained up to 5 MeV for the methane and the hydrogen counters. The results by calculation indicate that the ratio of events from the dead-region origin to total wall-and-end distorted events is about 15 % on the average.

The response functions obtained were applied in the correction of measured proton-recoil energy distributions for the wall-and-end effect. The procedure of the integral unfolding, the corrected values and their influence upon the neutron spectrum derived are described.

Keywords : Response Function, Proton-recoil Counter, Wall-and-end Effects, Snidow's Method, Two-region Cylindrical Model, Dead-region, Integral Unfolding, Corrected Values

* Tokyo Institute of Technology at present

目 次

| | |
|--------------------------|----|
| 1. まえがき | 1 |
| 2. 応答関数の数式表示 | 2 |
| 3. 計算と結果 | 7 |
| 3.1 応答関数 $C_n(E, E_n)$ | 7 |
| 3.2 $C_n(E, E_n)$ の積分応答 | 7 |
| 4. Wall-and-end 効果の補正 | 15 |
| 4.1 補正の手順 | 15 |
| 4.2 Wall-and-end 効果の補正量 | 16 |
| 5. あとがき | 22 |
| 謝 辞 | 22 |
| 参考文献 | 23 |
| 付録 1. 有限円筒形の径路長さ確率関数の関数形 | 24 |
| 付録 2. 応答関数計算コード RESPONSE | 28 |
| 付録 3. 応答関数の内挿 | 43 |

Contents

| | |
|-------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1. Introduction | 1 |
| 2. Analytical form of response function | 2 |
| 3. Calculation and results | 7 |
| 3.1 Response function $C_n(E, E_n)$ | 7 |
| 3.2 Integrated response of $C_n(E, E_n)$ | 7 |
| 4. Correction of wall-and-end effects | 15 |
| 4.1 Procedure of the correction | 15 |
| 4.2 Corrected values of wall-and-end effects | 16 |
| 5. Conclusion | 22 |
| Acknowledgment | 22 |
| References | 23 |
| Appendix 1. Form of path length probability functions for finite length cylinder | 24 |
| Appendix 2. Response-function calculation code RESPONSE | 28 |
| Appendix 3. Interpolation of response function | 43 |

1. ま え が き

反跳陽子比例計数管内に中性子束が入射したとき、中性子と充填ガス中の水素原子との $n-p$ 散乱により反跳陽子が発生し、それらの陽子をもつエネルギーに比例した電離が生ずる。しかし、計数管の寸法が有限であるため、高いエネルギーをもつ一部の陽子は計数管の壁または端面に突きあたり、全エネルギーをガス中に放出することなく阻止されてしまう。その結果、測定により得られる陽子のパルス波高分布は、見かけ上、波高の高い事象が減少し、波高の低い事象が増加している。以上の現象はガス中に生ずる陽子の飛程に関して起るので、計数管のガス圧にもまた関係する。中性子スペクトルを測定する場合、この wall-and-end 効果を正しく補正しなければならない。

wall-and-end 効果を調べるには、まず計数管内で発生する陽子に対する出力の陽子エネルギー分布の基本的な応答を求めることが重要である。Bennett ら¹⁾はガス圧の異った幾つかの計数管を用いて、各々について単色エネルギー発生陽子に対する応答を測定し、これらをエネルギー・分子密度の変換式を用いて、エネルギー尺度換算を行って応答関数を求めた。実際の wall-and-end 補正の適用には多数の応答関数を必要とするので、これらの実測応答分布をルジャンドル多項式を用いて関数適合を行って必要な応答関数を導出している。応答関数はまた、モンテカルロ法により計数管体系に適合させた実際的な計算から求める方法がある。Snidow ら²⁾は反跳陽子が計数管中を走る飛跡の径路に関する確率関数を解析的に表現して応答関数を計算する方法を開発した。この方法は球形反跳陽子計数管^{3) 4)}に適用されて wall-and-end 効果の補正に有効に使われている。^{5) 6)}しかし一般的に言って、Snidow 法は球形モデルの場合径路長さ確率関数の形が簡単に表現できるので計算が容易にできるが、円筒形計数管の場合、特に円筒形の有感領域の両端に電界の乱れを防ぐための不感領域を有するより実際形状に近いモデルに対しては径路長さ確率関数の式の形が非常に複雑になるので計算の実行に大きな労力と計算時間の消費を伴う。そのため、Bennett と Yule は円筒形の不感領域を省略したモデルで Snidow 法による応答関数を算出し、wall-and-end 効果の補正に適用した。^{7) 8)}しかし厳密には、特に、wall-and-end 効果が大きい高エネルギー計数管に対して不感領域の効果を正しく評価することが重要である。

本報告書では、FCA で開発した円筒形反跳陽子比例計数管^{9) 10)}をモデルとした Snidow 法による応答関数の計算とそれらの応答関数を用いた wall-and-end 効果の補正について述べる。応答関数の計算は両端に不感領域を有する二領域円筒形モデルで行った。代表的な計数管はメタン 5 気圧充填、長さ対直径比 (length to diameter ratio) が 3.5 である。水素充填計数管についても検討を行っている。

計算は、計数管内のガス中で発生する陽子が等方向かつ均一であることを仮定して行い、単色発生陽子に対する応答関数を求めた。発生陽子エネルギーと応答エネルギーについて (200 メッシュ × 200 メッシュ) 容量の計算を行っている。有感領域および不感領域から発生するそれぞれの応答事象の全応答に対する割合を調べた。実際の wall-and-end 効果の補正には多数の応答関数を必要とするが、任意の発生エネルギーに対する応答はこれら 200 × 200 メッシュの応答関

数をもとにした内挿法により求め、補正時間を短縮する方式を用いる。炉内測定による反跳陽子エネルギー分布のデータの wall-and-end 効果の補正にこれらの応答関数を適用した。wall-and-end 効果の補正は integral unfolding 法¹⁾により行った。結果としての wall-and-end 効果の補正量について述べている。

2. 応答関数の数式表示

陰極接地型の円筒形比例計数管は、通常、円筒の同軸中心に位置するよう陽極芯線を張り、その両端を管端に設けた気密端子に固定して支持する構造となっている。しかし、この状態で陽極に電圧を加えると、管端では芯線に対して垂直方向の理想的な電気力線が得られず、電界は局部的にゆがめられる。このゆがみを除くため、通常、管端に計数管の半径程度の長さのフィールド・チューブを設けて管端近くの体積を不感領域として設定する。すなわち、芯線より直径の大きなチューブを用いて不感領域のガス増幅を止める。

計数管の円筒二領域の配置を Fig. 1 に示す。ここで、 a は計数管の半径、 L と L' はそれぞれ計数管の有感長さおよび不感長さである。簡単のため、ここで中央の有感体積内でガス増幅を一定であると仮定し、また不感領域内ではガス増幅がないものとする。以上の仮定のもとに、計数管内で反跳陽子のつくる径路長さを次の4つに分類する。

- (a) 有感領域を出発し、乱されることなく有感領域内で止るもの。
 - (b) 有感領域を出発し、その領域内で一部のエネルギーを失った後、壁に当たるかまたは不感領域に入り込むもの。
 - (c) 不感領域を出発し有感領域で止るもの。
 - (d) 不感領域を出発し、不感領域内で一部のエネルギーを失った後、有感領域に入り、さらに有感領域で一部のエネルギーを失った後、壁に当たるかまたは他の不感領域に入り込むもの。
- 各々の径路について、測定に寄与するものは有感領域のガス中でエネルギーを失う部分である。

以上の4つの場合を想定して次の仮定のもとに径路長さ確率関数を導出する。1) 陽子は計数管のいずれの領域からも均等に発生する。2) 陽子の飛跡は等方的に発生する。飛跡を表現する径路長さ確率関数を

$N(l, dl)$: 有感体積内で発生した陽子が、有感体積の表面に対して l と $l + dl$ の間の径路長さをもつ確率。

$F(l)$: 有感体積の表面に対して径路の長さが l よりも大きくなる部分。もしもエネルギー E をもつ陽子の飛程 $R(E)$ が $l = R(E)$ になる場合、 $F(R)$ は先にあげた径路の分類の(a)に当てはまる確率になる。

$M(l', l) dl' dl$: 不感体積内で発生した陽子が、有感体積の表面に対して径路長さが l と $l + dl$ の間にあり、かつ、この径路のうち不感体積内にある部分の長さが l' と $l' + dl'$ の間にある確率。

$G(l', l)$: 不感体積内で飛程 l の長さをもって発生した陽子が、不感体積内で径路長さが l と

数をもとにした内挿法により求め、補正時間を短縮する方式を用いる。炉内測定による反跳陽子エネルギー分布のデータの wall-and-end 効果の補正にこれらの応答関数を適用した。wall-and-end 効果の補正は integral unfolding 法¹⁾により行った。結果としての wall-and-end 効果の補正量について述べている。

2. 応答関数の数式表示

陰極接地型の円筒形比例計数管は、通常、円筒の同軸中心に位置するよう陽極芯線を張り、その両端を管端に設けた気密端子に固体して支持する構造となっている。しかし、この状態で陽極に電圧を加えると、管端では芯線に対して垂直方向の理想的な電気力線が得られず、電界は局部的にゆがめられる。このゆがみを除くため、通常、管端に計数管の半径程度の長さのフィールド・チューブを設けて管端近くの体積を不感領域として設定する。すなわち、芯線より直径の大きなチューブを用いて不感領域のガス増幅を止める。

計数管の円筒二領域の配置を Fig. 1 に示す。ここで、 a は計数管の半径、 L と L' はそれぞれ計数管の有感長さおよび不感長さである。簡単のため、ここで中央の有感体積内でガス増幅を一定であると仮定し、また不感領域内ではガス増幅がないものとする。以上の仮定のもとに、計数管内で反跳陽子のつくる径路長さを次の4つに分類する。

- (a) 有感領域を出発し、乱されることなく有感領域内で止るもの。
- (b) 有感領域を出発し、その領域内で一部のエネルギーを失った後、壁に当るかまたは不感領域に入り込むもの。
- (c) 不感領域を出発し有感領域で止るもの。
- (d) 不感領域を出発し、不感領域内で一部のエネルギーを失った後、有感領域に入り、さらに有感領域で一部のエネルギーを失った後、壁に当るかまたは他の不感領域に入り込むもの。

各々の径路について、測定に寄与するものは有感領域のガス中でエネルギーを失う部分である。

以上の4つの場合を想定して次の仮定のもとに径路長さ確率関数を導出する。1) 陽子は計数管のいずれの領域からも均等に発生する。2) 陽子の飛跡は等方的に発生する。飛跡を表現する径路長さ確率関数を

$N(l)dl$: 有感体積内で発生した陽子が、有感体積の表面に対して l と $l+dl$ の間の径路長さをもつ確率。

$F(l)$: 有感体積の表面に対して径路の長さが l よりも大きくなる部分。もしもエネルギー E をもつ陽子の飛程 $R(E)$ が $l = R(E)$ になる場合、 $F(R)$ は先にあげた径路の分類の(a)に当てはまる確率になる。

$M(l', l)dl'dl$: 不感体積内で発生した陽子が、有感体積の表面に対して径路長さが l と $l+dl$ の間にあり、かつ、この径路のうち不感体積内にある部分の長さが l' と $l'+dl'$ の間にある確率。

$G(l', l)$: 不感体積内で飛程 l の長さをもって発生した陽子が、不感体積内で径路長さが l と

$\ell' + d\ell$ の間にあり、かつ、有感体積内で止る確率。

で表現する。これらの確率関数の導出については、他に詳しい文献があるので省略する（参考文献2参照）。

今、 $P(E') dE'$ を計数管の単位体積、単位時間当り E' と $E' + dE'$ の間のエネルギーをもって発生する反跳陽子の数とする。このとき、単位時間当り有感体積内で E と $E + dE$ の間でエネルギーを失う反跳陽子の数を $C(E, E') dE$ とし、これを前述の確率関数 F, N, G および M で表現すると $C(E, E') = F(R(E)) P(E) V_s$

$$\begin{aligned}
 & + V_s \int_E^{E'_{\max}} \left(\frac{dR}{dE} \right)_{(E'-E)} \cdot N(R(E') - R(E' - E)) P(E') dE' \\
 & + 2 V_d \left(\frac{dR}{dE} \right)_E \cdot \int_E^{E_{\max}} G(R(E') - R(E), R(E')) P(E') dE' \\
 & + 2 V_d \cdot \int_{E'=E}^{E'_{\max}} \int_{E''=0}^{E'-E} \left(\frac{dR}{dE} \right)_{(E'-E''-E)} \cdot \left(\frac{dR}{dE} \right)_{(E'-E'')} \\
 & \cdot M(R(E') - R(E' - E''), R(E') - R(E' - E'' - E)) P(E') dE' dE'' \quad (1)
 \end{aligned}$$

ここで、 $R(E)$ はエネルギー E をもつ陽子の飛程、 V_s と V_d はそれぞれ有感体積と不感体積である。 E'_{\max} は発生する陽子の最大エネルギー、 E'' は不感領域内で陽子が一部失うエネルギーである。式(1)の $C(E, E')$ はエネルギー E' をもつ発生陽子に対する損失エネルギー E における応答関数であり、右辺の4つの項はそれぞれ前述の径路に関する分類(a), (b), (c) および (d) の事象に対応する。また、(1)式における陽子飛程と径路 ℓ, ℓ' の関数を分類(a) ~ (d) に対比させて Fig. 2 に示す。 ℓ および ℓ' の関数としての N, F, M および G の形は付録1にまとめて記述してある。

もし、単色エネルギー入射中性子に対する陽子応答を考えるならば、(1)式の $P(E')$ は $0 < E' < E_{\max}$ の範囲で一定になり、 $E_{\max} < E'$ で零になるいわゆる矩形分布を示す。このとき P は積分の外に出せるので(1)式は単純化できる。

今、計数管内で単色エネルギー発生陽子を考え、エネルギーを E_n 、陽子飛程を $R(E_n)$ とする。簡単のため、発生陽子のエネルギー分解能を無視することとし、陽子分布関数を

$$P(E') = \delta(E' - E_n) \quad (2)$$

とする。ここで $\delta(E' - E_n)$ はデルタ関数である。(2)式を(1)式に代入して E' について積分すると

$$\begin{aligned}
 C(E, E_n) & = V_s \cdot F(R(E_n)) \delta(E - E_n) \\
 & + V_s \cdot \left(\frac{dR}{dE} \right)_{(E_n - E)} \cdot N(R(E_n) - R(E_n - E))
 \end{aligned}$$

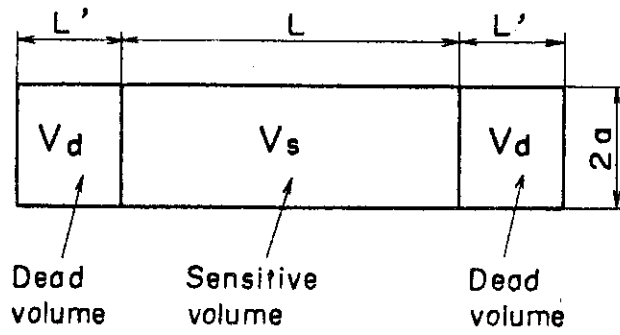


Fig. 1 Cylindrical counter with dead regions

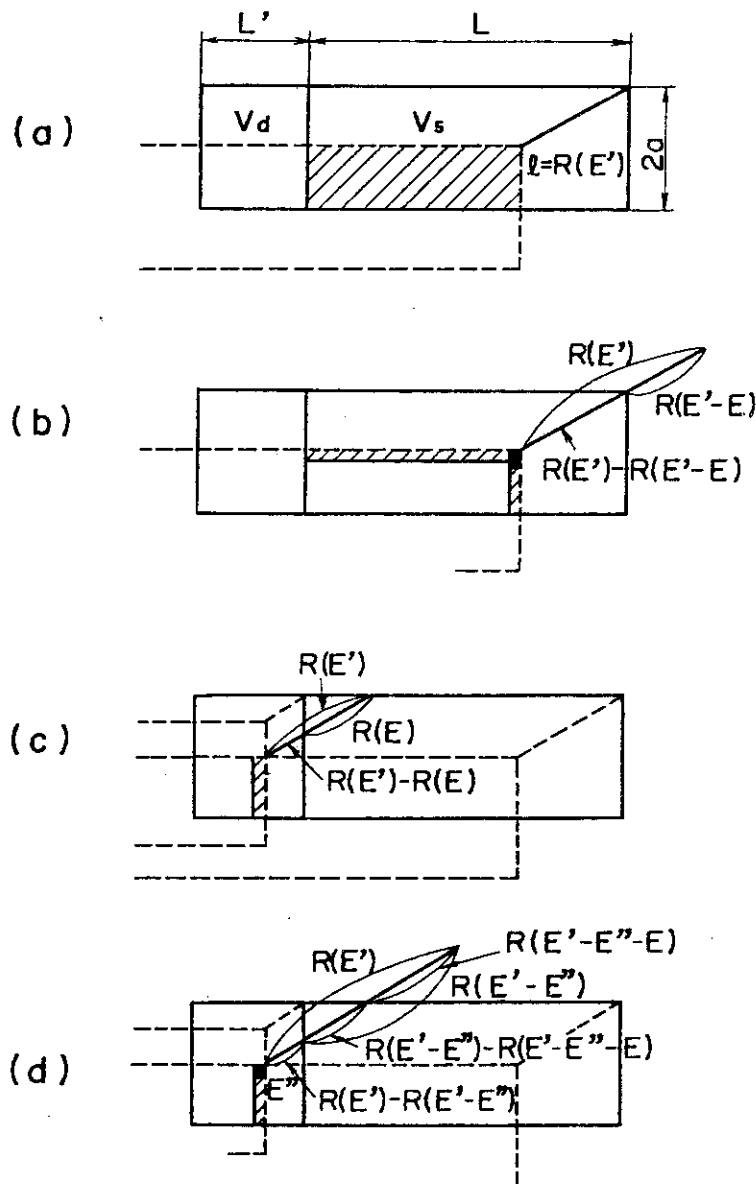


Fig. 2 Path-lengths of protons in the cylindrical counter

$$\begin{aligned}
 & + 2 V_d \cdot \left(\frac{dR}{dE} \right)_E \cdot G [R(E_n) - R(E), R(E_n)] \\
 & + 2 V_d \cdot \int_{E''=0}^{E_n-E} \left(\frac{dR}{dE} \right)_{(E_n-E''-E)} \cdot \left(\frac{dR}{dE} \right)_{(E_n-E'')} \\
 & \cdot M [R(E_n) - R(E_n-E''), R(E_n) - R(E_n-E''-E)] dE''
 \end{aligned} \tag{3}$$

となる。

(3)式は計数管の形状、充填ガスの種類、ガス圧および陽子飛程が与えられたとき、管内で E_n のエネルギーをもって発生する陽子が有感体積でエネルギー E を損失する場合の応答関数をあらわす。

(3)式の両辺を V_s で除し

$$\frac{1}{V_s} C(E, E_n) \equiv C_n(E, E_n)$$

として整理すると

$$C_n(E, E_n) = C_0(E_n) f(E, E_n, \Delta E_n) + \sum_{i=1}^3 CF_{2,i}(E, E_n) \tag{4}$$

ここで

$$C_0(E_n) = F[R(E_n)]$$

$$CF_{2,1}(E, E_n) = \left(\frac{dR}{dE} \right)_{(E_n-E)} \cdot N [R(E_n) - R(E_n-E)]$$

$$CF_{2,2}(E, E_n) = \frac{2V_d}{V_s} \left(\frac{dR}{dE} \right)_E \cdot G [R(E_n) - R(E), R(E_n)]$$

$$CF_{2,3}(E, E_n) = \frac{2V_d}{V_s} \int_{E''=0}^{E_n-E} \left(\frac{dR}{dE} \right)_{(E_n-E''-E)} \cdot \left(\frac{dR}{dE} \right)_{(E_n-E'')}$$

$$\cdot M [R(E_n) - R(E_n-E''), R(E_n) - R(E_n-E''-E)] dE''$$

ただし、 $f(E, E_n, \Delta E_n)$ はガウスの正規確率密度関数

$$f(E, E_n, \sigma) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)} \exp \left\{ -\frac{(E-E_n)^2}{2\sigma^2} \right\}$$

の σ を半値幅 ΔE_n (full width at half maximum) で表したものである。すなわち $f(E, E_n, \sigma)$ に $\sigma^2 = \Delta E_n^2 / 8 \ln 2$ を代入して整理すると最終的に

$$f(E, E_n, \Delta E_n) = \left(\frac{4 \ln 2}{\pi} \right)^{1/2} \frac{1}{\Delta E_n} \exp \left\{ -4 \ln 2 \left[\frac{E - \Delta E_n}{\Delta E_n} \right]^2 \right\}$$

で与えられる。

(4)式の右辺の2項は再び径路の4つの分数(a)~(d)に対応する。すなわち第1項は wall-and-end の乱れを受けない部分であり、 $C_0(E_n)$ のもつエネルギー分解能の広がりを規格化されたガウスの確率密度関数を用いて表わす。第2項は wall-and-end 効果を受ける部分の項の総和である。

3. 計算と結果

3.1 応答関数 $C_n(E, E_n)$

応答関数の計算に必要な入力定数として、計数管寸法、ガスの種類、エネルギー範囲およびエネルギー・メッシュ数がある。計算に用いた入力パラメータを Table 1 に示す。他の重要な入力源として陽子の飛程—エネルギーの関係 (range-energy relation) があるが、これは Rarker ら¹¹⁾ が 1 気圧、15°C のメタンおよび水素について求めた値を使用した。総圧力 P 気圧の混合ガスの飛程については次の式から求めた。すなわち、混合ガスの種類を j 、それらのガス圧を P_j 、 j 種のガス 1 気圧におけるエネルギー E_i の陽子飛程を $R(E_i)$ とすると、合成した P 気圧の混合ガス中でエネルギー E_i をもつ陽子飛程は

$$R(E_i) = \left[\sum_{j=1}^{j_{\max}} \frac{P_j}{R_j(E_i)} \right]^{-1}, \quad (5)$$

$$P = P_1 + P_2 + \dots + P_{j_{\max}}$$

で表すことが出来る。ここで、 j_{\max} はガスの種類の総数である。

(5)式において $j = 1$ の場合は当然 $R(E_i) = R_1(E_i)/P_1$ と簡単な形になる。ここでの計算においては、メタン計数管の充填ガスはメタンのみ、水素計数管には主充填ガスの水素に消滅ガスとして少量のメタンを添加した場合を考える。

以上の入力の準備のもとに 2. の(4)式の $C_n(E, E_n)$ を、応答関数計算コード RESPONSE により求めた (コードの内容については付録 2. 参照)。Fig. 3 に 5 気圧メタン計数管の応答関数 $C_n(E, E_n)$ の wall-and-end 効果を受ける部分の計算結果を代表的な E_n について実線で示す。図中の点線は E_n が 2.01 MeV の $C_n(E, E_n)$ の wall-and-end 効果を受けない部分を例として図示したものである。なお、点線で示す応答部分はガウス関数適合により 9% の分解能幅 (半値幅, Full Width at Half Maximum) で広げている。Wall-and-end 効果は E_n が大きくなるに従って次第に増加する様子が示されている。Fig. 4 に同じメタン計数管で E_n が 2.5 MeV 以上の $C_n(E, E_n)$ の例を示す。5 気圧メタン計数管の応答については、 E_n が 3 MeV に達するとほとんど 100% の応答が wall-and-end 効果をこうむっていることが分る。

3 気圧と 5 気圧のメタン計数管の E_n が 768 keV の $C_n(E, E_n)$ について、wall-and-end 効果を受ける部分の応答を Fig. 5 に示す。また、5 気圧水素計数管の $C_n(E, E_n)$ の同様な応答例を Fig. 6 に示す。

3.2 $C_n(E, E_n)$ の積分応答

発生陽子がこうむる wall-and-end 効果事象の総応答事象に対する割合を求めるため、(4)式の $C_n(E, E_n)$ を E について積分した量を考える。なお $C_n(E, E_n)$ の積分は 1 に規格化する。

Table 1 Input parameters used in calculation of response functions

| Parameters | Methane counter 5 atm | Methane counter 3 atm | Hydrogen counter 5 atm |
|------------------------------------------------|--------------------------|--------------------------|---------------------------|
| Counter radius a | 1.0 cm | 1.0 cm | 0.75 cm |
| Length of sensitive region L | 4.2 cm | 4.2 cm | 4.2 cm |
| Length of dead region L' | 1.4 cm | 1.4 cm | 1.4 cm |
| Gas pressure P ₁ (H ₂) | 0 | 0 | 5.14 atm |
| Gas pressure P ₂ (CH ₄) | 4.93 atm | 3.03 atm | 0.26 atm |
| Energy range of E _n | 50 keV ~ 5 MeV | 50 keV ~ 5 MeV | 26 keV ~ 5 MeV |
| Energy mesh of E _n | 200 points | 200 points | 200 points |
| Energy mesh of E | 200 points | 200 points | 200 points |

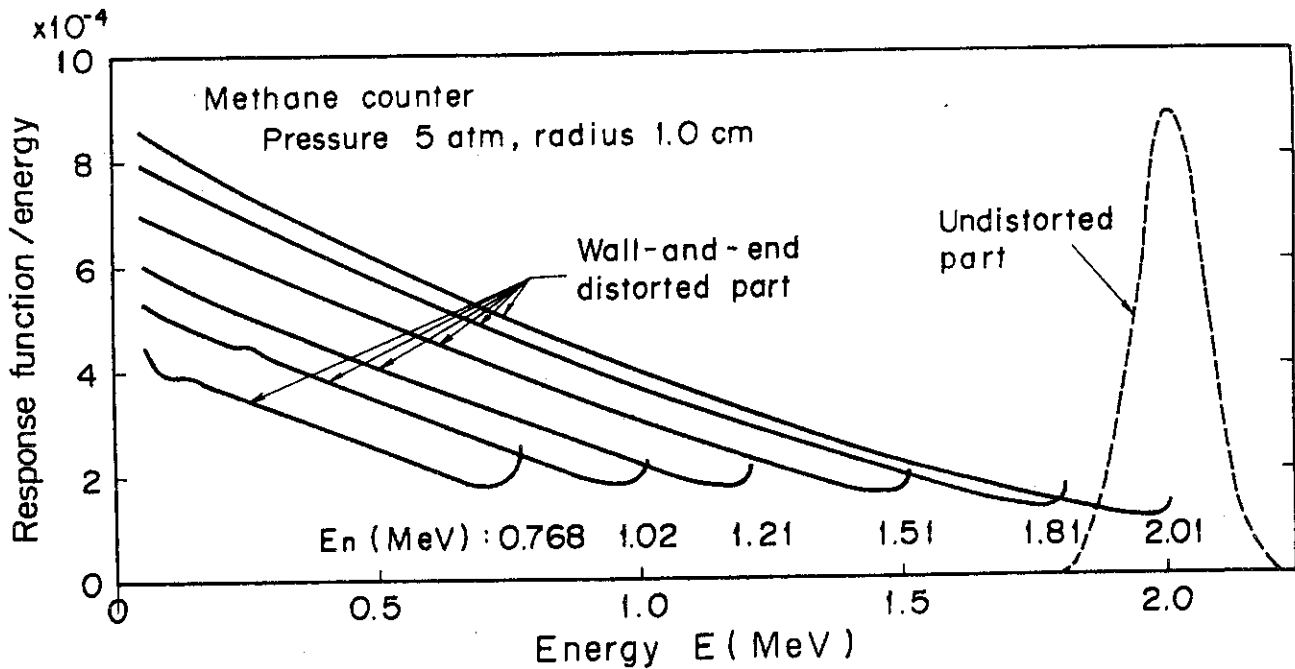


Fig. 3 Calculated distorted part of response functions for the methane counter to proton energy E_n

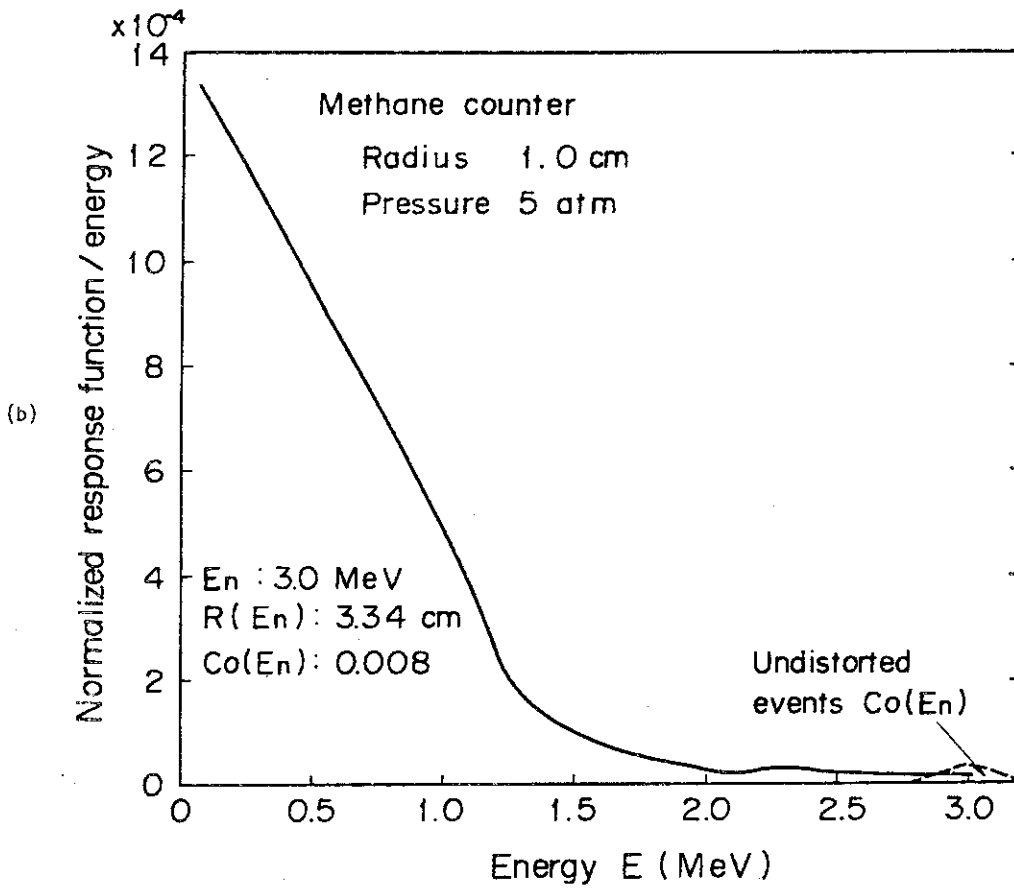
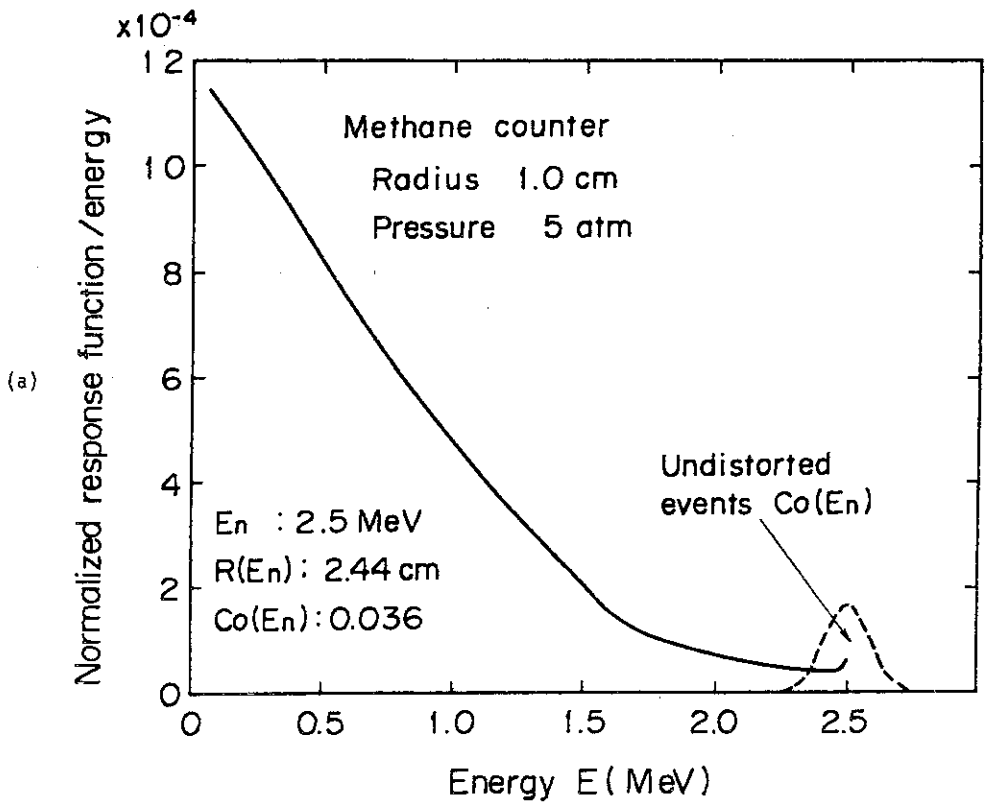


Fig. 4 Wall-and-end responses for the methane counter to proton energy E_n above 2.5 MeV

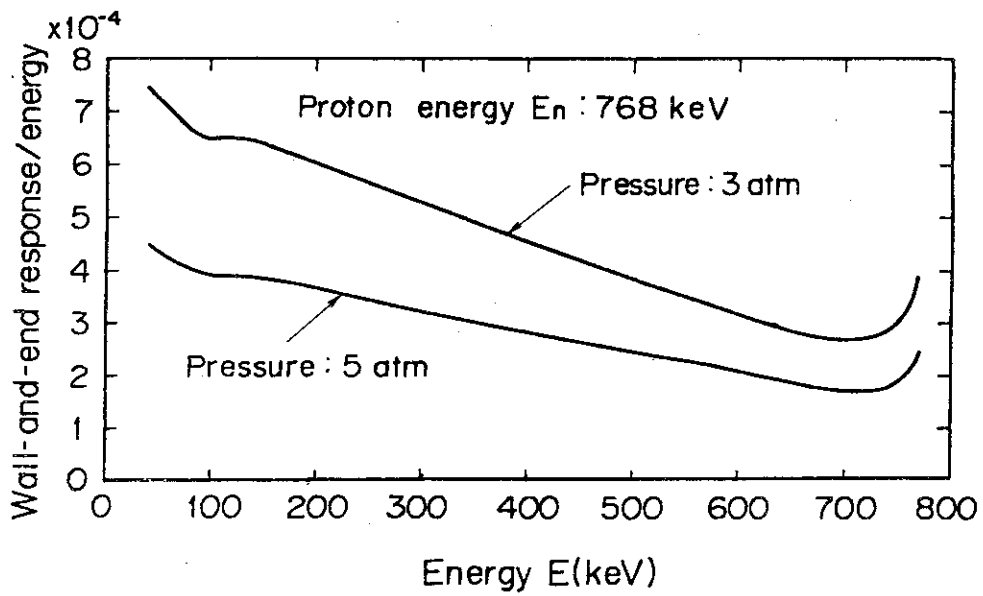


Fig. 5 Wall-and-end distorted part of response functions for 3-atm and 5-atm methane counters; proton energy is 768 keV

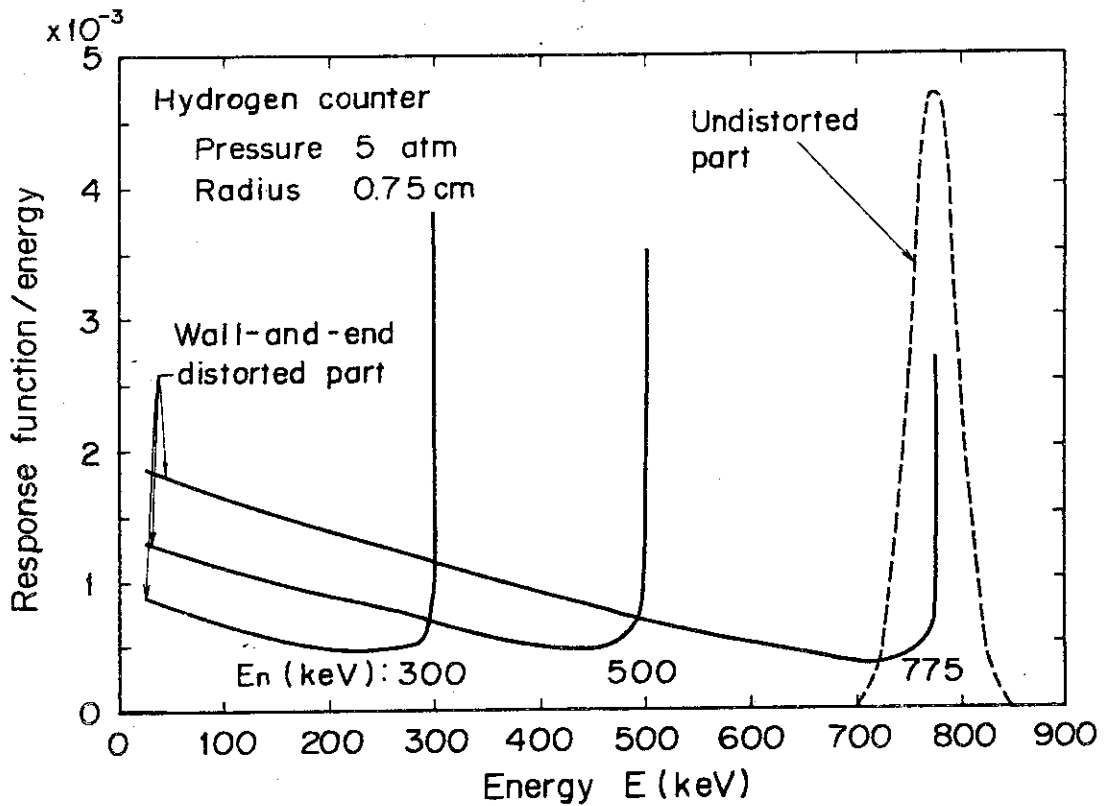


Fig. 6 Calculated distorted part of response functions for the hydrogen counter to proton energy E_n

すなわち

$$\int_0^{E_n, \max} C_n(E, E_n) dE = \int_0^{E_n, \max} C_0(E_n) f(E, E_n, \Delta E_n) dE + \int_0^{E_n, \max} \sum_{i=1}^3 CF_{2,i}(E, E_n) dE \quad (6)$$

および

$$\int_0^{E_n, \max} C_n(E, E_n) dE = 1 \quad (7)$$

ここで、積分の上限 E_n, \max は陽子発生エネルギー E_n のとり得る最大値である。

メタン計数管について、(6)および(7)式から求めた応答関数の積分値に対する wall-and-end 効果を受ける部分と受けない部分のそれぞれの積分値の割合を幾つかの E_n に関して、陽子飛程と共に Table 2 に示す。陽子の飛程は発生エネルギーが大きくなるにつれて次第に長くなるが、 $E_n = 1$ MeV で飛程はメタン計数管の約 1/2 半径長さ (0.5 cm) に相当する。このとき、wall-and-end の乱れを受けない部分は全応答事象の 65.4% であり、残りの 34.6% が wall-and-end 効果を受ける。 $E_n = 1.5$ MeV において飛程は半径長さに相当するが、乱れを受けない部分は 39% に減少する。 E_n が 1.5 MeV を越えると wall-and-end の乱れを受けない部分は急速に減少し、 $E_n = 3.5$ MeV で wall-and-end の乱れを受けない応答は零になる。Fig. 7 は以上の応答事象の部分の内訳を詳しく図示したものである。wall-and-end 効果を受けない部分と受ける部分の全応答事象に対する割合を E_n の関数として実線で示す。また、wall-and-end 効果を受けるそれぞれの部分の全応答に対する割合を内訳として点線で示す。wall-and-end 事象 (b), (c), (d) のうちで有感領域発生事象 (b) の占める割合は平均的にみて 0.85 である。残りは不感領域発生事象が占める。この結果は、もしも有感領域発生事象のみで wall-and-end 効果を評価すると約 15% の過小評価になることを示している。なお計算に最も手数を要する (d) 事象は 1.5 MeV 以下ではほとんど影響をおよぼさない。

メタン計数管についてそのガス圧を 3 気圧と 5 気圧にした場合の wall-and-end 効果の積分的な応答の比較を Fig. 8 に示す。ガス圧 3 気圧中の陽子飛程は 5 気圧のそれに比べて 5/3 長くなるため、3 気圧充填の wall-and-end 効果は 5 気圧充填の場合より 40~60% 増加する。

5 気圧充填の水素計数管の積分的な応答の割合を Table 3 と Fig. 9 に示す。水素中の陽子飛程はメタン中の飛程よりはるかに大きいので (~4 倍)、一般に水素充填計数管の wall-and-end 効果はメタン充填計数管の場合より大きくなる。しかし、実際の中性子スペクトル測定においては、水素計数管は低エネルギー測定の実利さ (分解能、ガス増幅度適用範囲、 γ 線弁別など) から約 200 keV 以下の wall-and-end 効果の小さいエネルギー領域で使用される。

Table 2 Undistorted and distorted events of integrated response function for the methane counter[†]

| Proton energy E_n (MeV) | Undistorted events ^{††} | Wall-and-end distorted events ^{††} | Proton range $R(E_n)$ cm |
|------------------------------|-------------------------------------|------------------------------------------------|-----------------------------|
| 0.322 | 0.938 | 0.062 | 0.09 |
| 0.520 | 0.875 | 0.125 | 0.18 |
| 0.768 | 0.773 | 0.227 | 0.33 |
| 1.02 | 0.654 | 0.346 | 0.50 |
| 1.21 | 0.549 | 0.451 | 0.67 |
| 1.51 | 0.390 | 0.610 | 1.00 |
| 1.81 | 0.239 | 0.761 | 1.37 |
| 2.01 | 0.151 | 0.849 | 1.65 |
| 2.25 | 0.070 | 0.930 | 2.00 |
| 2.50 | 0.036 | 0.964 | 2.44 |
| 3.02 | 0.008 | 0.992 | 3.34 |
| 3.52 | 0. | 1.000 | 4.40 |

† Counter radius is 1.0cm and pressure of filling gas is 5 atm

†† Total events are normalized to unity

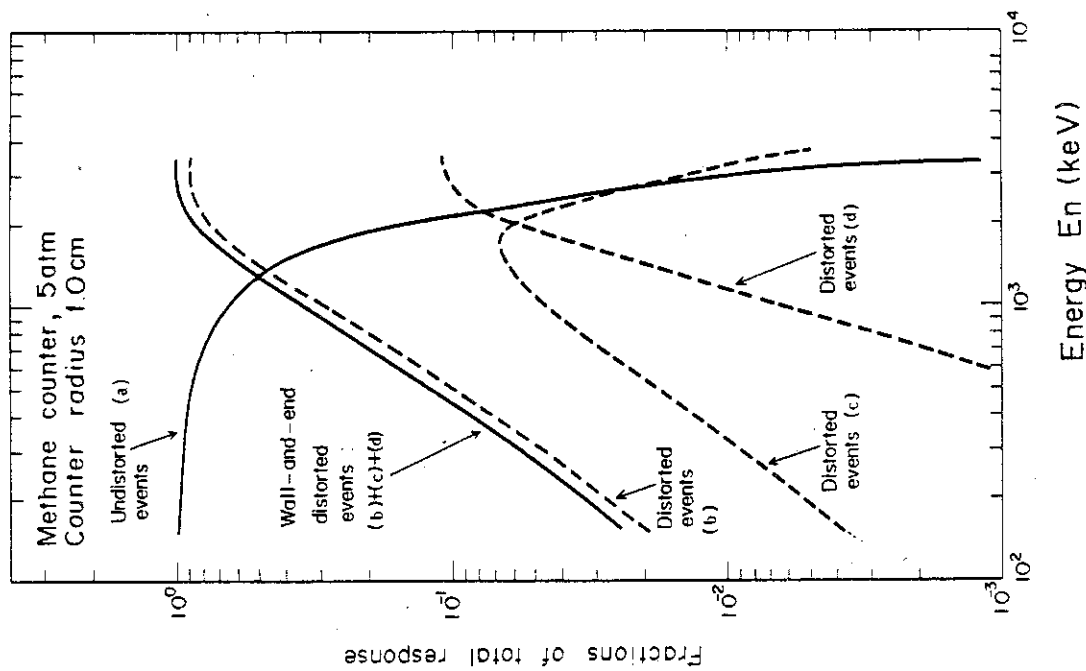


Fig. 7 Fractions of the total response for the methane counter, as a function of proton energy E_n

(a) Track starts in sensitive region, stops in sensitive region
 (b) Track starts in sensitive region, hits wall
 (c) Track starts in dead region, stops in sensitive region
 (d) Track starts in dead region, hits wall

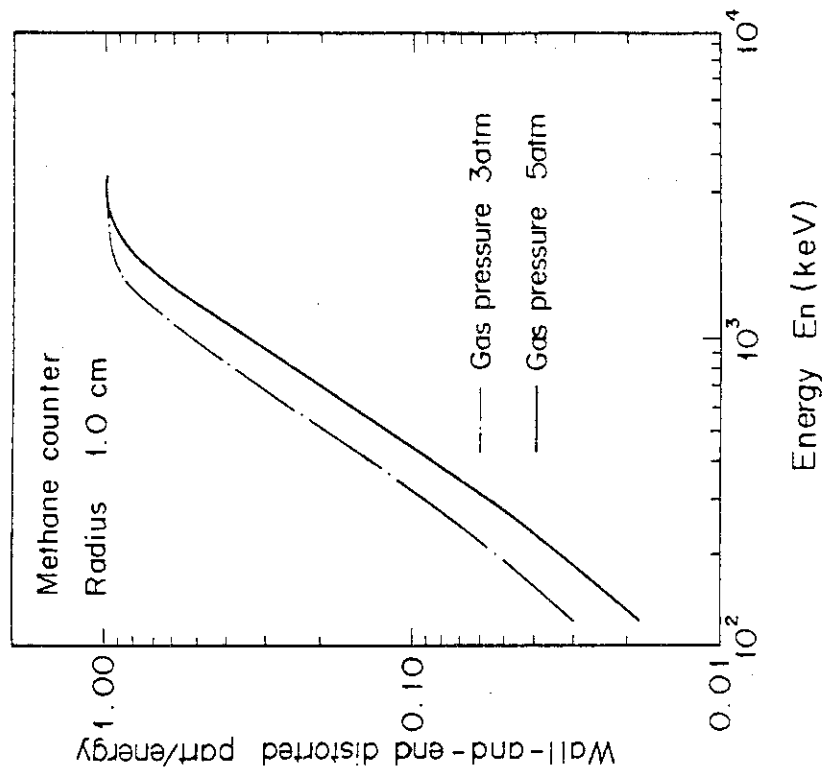


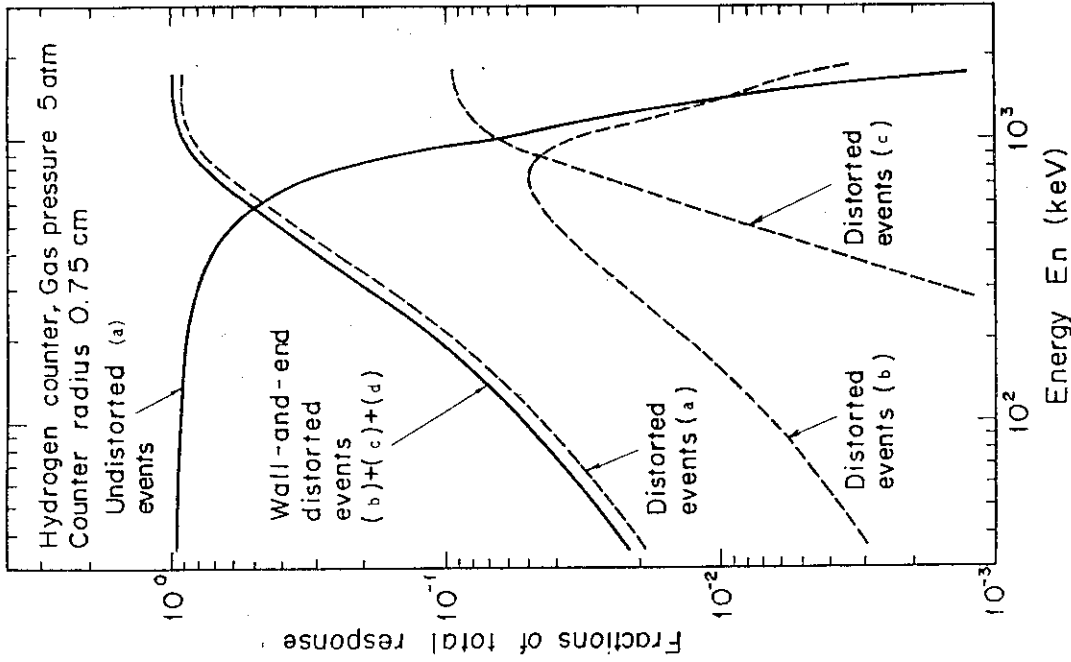
Fig. 8 Comparison of wall-and-end distorted parts for 3-atm and 5-atm methane counters; total responses are normalized to unity

Table 3 Undistorted and distorted events of integrated response function for the hydrogen counter†

| Proton energy E_n (keV) | Undistorted events†† | Wall-and-end distorted events†† | Proton range $R(E_n)$ cm |
|------------------------------|-------------------------|------------------------------------|-----------------------------|
| 100 | 0.947 | 0.054 | 0.072 |
| 200 | 0.886 | 0.114 | 0.16 |
| 300 | 0.805 | 0.195 | 0.27 |
| 500 | 0.596 | 0.404 | 0.61 |
| 775 | 0.273 | 0.727 | 1.27 |
| 1000 | 0.076 | 0.924 | 1.98 |
| 1200 | 0.028 | 0.972 | 2.72 |
| 1500 | 0.006 | 0.994 | 4.04 |
| 1750 | 0. | 1.000 | 5.28 |

† Counter radius is 0.75cm and pressure of filling gas is 5 atm

†† Total events are normalized to unity



- (a) Track starts in sensitive region, stops in sensitive region
- (b) Track starts in sensitive region, hits wall
- (c) Track starts in dead region, stops in sensitive region
- (d) Track starts in dead region, hits wall

Fig. 9 Fractions of the total response for the hydrogen counter, as a function of proton energy E_n

4. Wall-and-end 効果の補正

4.1 補正の手順

前章において、単色エネルギーをもって発生する陽子に対する応答関数を求めた。それらの応答関数を用いて、連続エネルギー中性子束入射の応答として得られる反跳陽子エネルギー分布の wall-and-end 効果を補正することについて述べる。

計数管に単位エネルギー当りの中性子束 $\phi(E)$ が入射したとき、応答する反跳陽子のエネルギー分布 $P_c(E)$ は次の式で与えられる。

$$P_c(E) = NT \int_E^{\infty} \phi(E') \sigma(E') dE'/E' \quad (8)$$

ここで、NT は計数管の単位体積あたりの水素原子数と有効計数時間との積、 E' は中性子の入射エネルギー、 $\sigma(E')$ は水素の n, p 散乱の断面積である。(8)式の $P_c(E)$ は wall-and-end 効果を受けない、いわゆる無限大媒質中の理想的な反跳陽子エネルギー分布である。

(8)式を書換えると

$$\phi(E) = - \frac{1}{NT} \frac{E}{\sigma(E)} \frac{dP_c(E)}{dE} \quad (9)$$

となる。(9)式は、中性子スペクトルが反跳陽子エネルギー分布の E についての微分に比例することを示している。反跳陽子分布に測定値を用いて中性子束 $\phi(E)$ を導出しようとする場合、もし、測定値が wall-and-end 効果を受けているならば、その効果を補正して $P_c(E)$ に変換しなければならない。

測定反跳陽子エネルギー分布 $P_m(E)$ は、発生陽子エネルギーに関する無限大媒質陽子エネルギー分布 $P_c(E_n)$ と応答関数 $C_n(E, E_n)$ を用いて次のような積分形で表わすことができる。

$$P_m(E) = \int_E^{\infty} P_c(E_n) C_n(E, E_n) dE_n \quad (10)$$

$C_n(E, E_n)$ について 2.(4)式の右辺の第1項の f を簡単のため、再びデルタ関数で置換えたのち、右辺を wall-and-end 効果を受ける項と受けない項の二つに整理すると

$$C_n(E, E_n) = C_0(E_n) \delta(E - E_n) + C_2(E, E_n) \quad (11)$$

ここで、 $C_2 = \sum_{i=1}^3 C_{2,i}(E, E_n)$ である。

(11)式は次の条件を満足するように規格化する。

$$\int_0^{\infty} C_n(E, E_n) dE = 1 \quad (12)$$

(12)の条件を満足する(11)式を(10)式に代入すると関数の直交関係より次式が導かれる。

$$P_m(E) = C_0(E_n) P_c(E) + \int_E^{\infty} P_c(E_n) C_2(E, E_n) dE_n \quad (13)$$

(13)式を書換えると

$$P_c(E) = \left[P_m(E) - \int_E^{\infty} P_c(E_n) C_2(E, E_n) dE_n \right] / C_0(E_n) \quad (14)$$

となる。(14)式の右辺に含まれる積分項は wall-and-end 効果の補正項であり、積分範囲はエネルギー-E 以上のみに関係するものである。

(14)式を用いて $P_m(E)$ に対する wall-and-end 効果の補正を行う。積分 unfolding 法では補正を行うにさいし、エネルギーの上限を定めてそこを切断エネルギー点 E_c とし、 E_c より順次エネルギーの低い方に向けて補正を行う。 E_c の値には、測定から得られる反跳陽子エネルギー分布がもつ上限エネルギーを採るのが普通である。 E_c は2 MeVに設定した。

メタン計数管の応答関数は5 MeV~50 keVを200分割した E_n とそれらの各々の E_n について200点の応答エネルギー点(200×200)メッシュ容量が準備されている。同様に、水素計数管の応答関数は5 MeV~26 keVを E_n とEについて(200×200)メッシュが準備された。これらの応答関数は全て磁気テープに収録されている。反跳陽子分布の多数の測定点をカバーするため、unfolding を行うさいメッシュの中間にあたる任意の E_n およびEに対する応答関数は応答関数内挿サブルーチンINTERPを用いて計算値の内挿から求めることにする(付録3.参照)。

積分 unfolding の手順に従い、wall-and-end 効果の補正を、切断エネルギー点 E_c より下向に向けて行った。この場合、 E_c 以上にある中性子から発生する反跳陽子からの wall-and-end 応答が E_c 以下に落ちる効果(down scattering)を考慮しなければならないが、これは計算した中性子スペクトルを使って補正した。すなわち、2 MeV以上の中性子スペクトルを詳細群計算により求め、このスペクトルを積分により逆に反跳陽子分布に変換して2 MeV以上の反跳陽子分布データを仮定した。この変換反跳陽子データと2 MeV以上の応答関数を用いて、(14)式から2 MeV以下に対する wall-and-end 部分の補正を行った。

4.2 Wall-and-end 効果の補正量

FCA集合体の炉心中心で測定した反跳陽子エネルギー分布¹²⁾の wall-and-end 効果の補正量の結果を述べる。5気圧メタン計数管で測定した反跳陽子分布に補正を加えたものと加えないものの比較をFig. 10に示す。また、同測定における wall-and-end 効果の補正量をTable 4に示す。前述のごとく、wall-and-end 効果は高いエネルギーをもつ陽子の飛程が壁または管端で阻止されて全エネルギーを計数管のガス中に放出できない現象であるので、結果として測定陽子

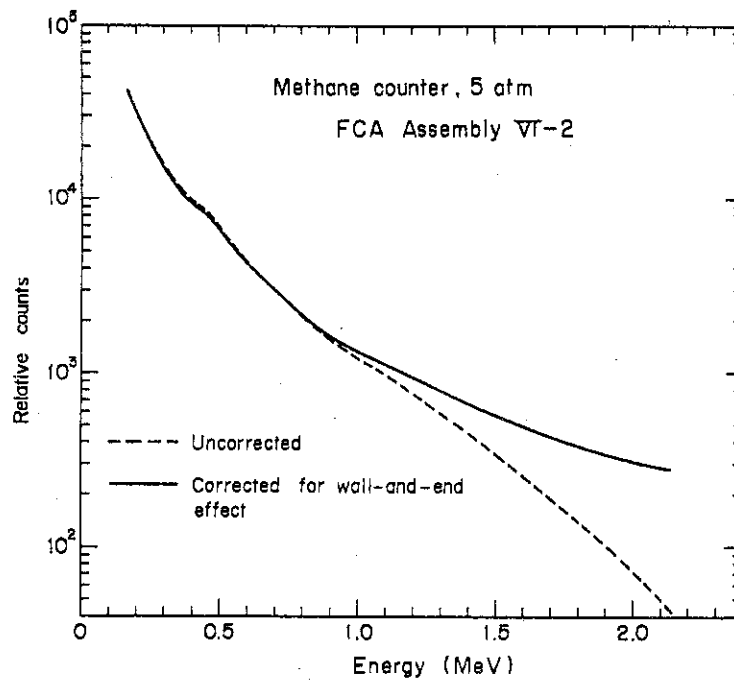


Fig. 10 Wall-and-end effect corrections of the proton recoil distribution measured with methane counter

Table 4 Correction factor of wall-and-end effects at typical energies for the VI-2 measurement

| Methane-data | | Hydrogen-data | |
|--------------|-------------------|---------------|-------------------|
| Energy (keV) | Correction factor | Energy (keV) | Correction factor |
| 2630 | 25.5 | 201 | 0.855 |
| 2430 | 14.3 | 181 | 0.868 |
| 2230 | 8.63 | 160 | 0.889 |
| 2030 | 4.61 | 140 | 0.901 |
| 1820 | 2.90 | 121 | 0.918 |
| 1620 | 2.03 | 100 | 0.932 |
| 1410 | 1.56 | 91.3 | 0.936 |
| 1210 | 1.28 | 80.9 | 0.940 |
| 1050 | 1.10 | 70.5 | 0.948 |
| 904 | 1.04 | 61.5 | 0.953 |
| 800 | 1.01 | 50.3 | 0.960 |
| 700 | 0.995 | 40.6 | 0.965 |
| 600 | 0.980 | 30.9 | 0.968 |
| 506 | 0.976 | 20.0 | 0.974 |
| 400 | 0.960 | 10.2 | 0.977 |
| 302 | 0.959 | 5.00 | 0.977 |
| 202 | 0.967 | 2.06 | 0.975 |

分布は見かけ上、低いエネルギー点で過大評価となり高いエネルギーで過小評価になっている。補正值は 800 keV 以上のエネルギー点で 1 より大きくなることが分る。

補正量は 1 MeV で 10% である。1 MeV 以上ではエネルギーの増加に従って補正值は急速に増加する。200 keV 以下の 5 気圧水素計数管の範囲での補正量はおよそ 15% 以下である。ガス圧 3 気圧のメタンについては Fig. 11 および Table 5 に示すごとく、wall-and-end 効果の補正值は 600 keV 以上で 1 より大きくなる。

中性子スペクトルは反跳陽子エネルギー分布をエネルギーについて微分することにより導出する。この微分はエネルギー点における分布の勾配を求める方法で行なう。従って求めた反跳陽子エネルギー分布に対する wall-and-end 効果の補正量は、そのものが中性子スペクトルに現れるのではなく、最終的に中性子スペクトルに誘導されるのは Fig. 10 で示した二つの反跳陽子分布エネルギー分布の勾配の差であると言える。

VI-2 集合体における測定について、wall-and-end 効果を補正した後の中性子スペクトルと補正を行わない中性子スペクトルを Fig. 12 に示す。また、補正を行わない中性子スペクトルと補正を行ったスペクトルの比を Table 6 に示す。wall-and-end 効果の補正の影響は 2 MeV の点で 8% の変化になって現れる。それ以上のエネルギー点で wall-and-end 効果の影響は急速に増加する。200 keV 以下の水素計数管測定では、wall-and-end 効果の影響はメタン計数管の場合より小さく 2~6% である。

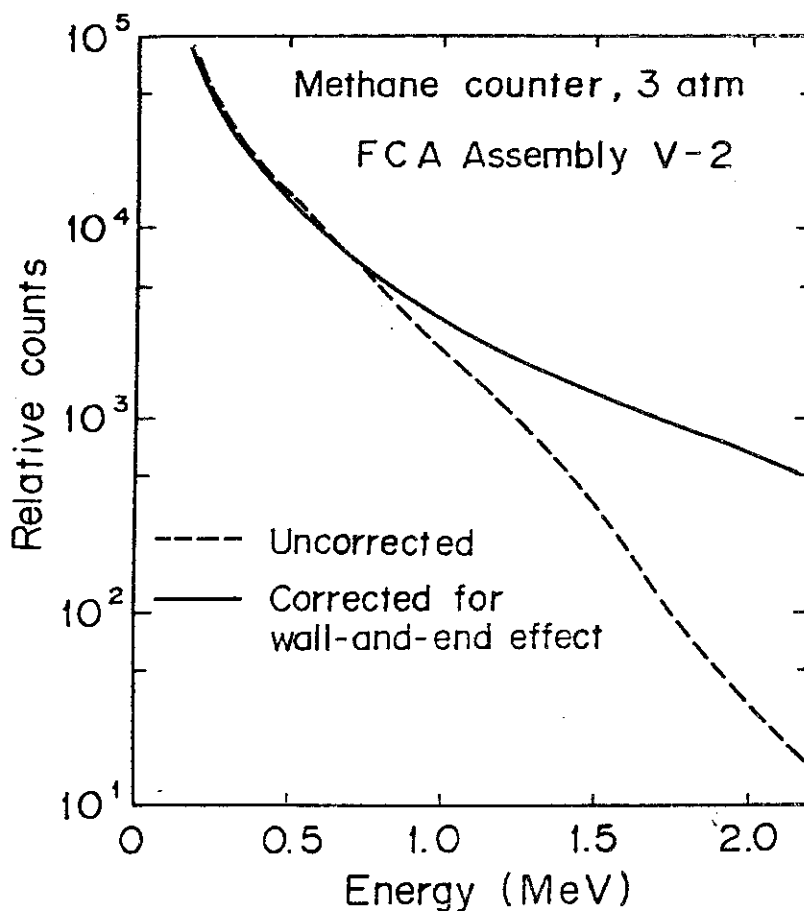


Fig. 11 Wall-and-end effect correction of the proton recoil distribution measured with 3-atm methane counter

Table 5 Correction factor of wall-and-end effects of 3 atm methane counter for the V-2 measurement

| Energy (keV) | Correction factor | Energy (keV) | Correction factor |
|--------------|-------------------|--------------|-------------------|
| 2220 | 33.63 | 804 | 1.14 |
| 2000 | 21.97 | 700 | 1.04 |
| 1820 | 12.18 | 603 | 1.00 |
| 1610 | 6.06 | 500 | 0.974 |
| 1410 | 3.11 | 401 | 0.949 |
| 1210 | 1.95 | 302 | 0.940 |
| 1000 | 1.37 | 203 | 0.950 |
| 901 | 1.22 | 180 | 0.952 |

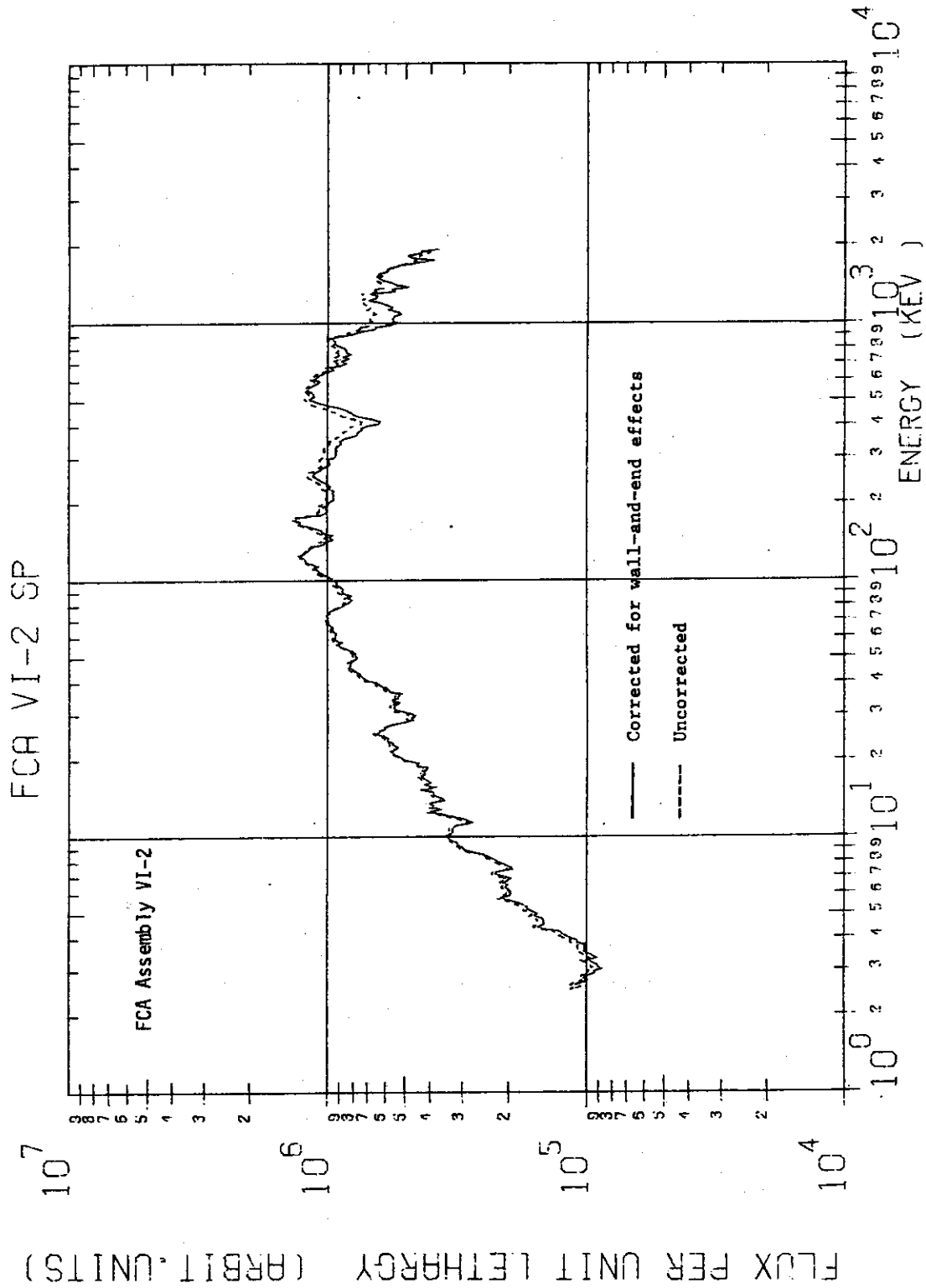


Fig. 12 Neutron spectra corrected and uncorrected for wall-and-end effects

Table 6 Ratio of wall-and-end uncorrected neutron flux to corrected flux for the VI-2 measurement

| Energy (keV) | Corrected/ flux / uncorrected flux | Energy (keV) | Corrected/ flux / uncorrected flux |
|-----------------|------------------------------------------|-----------------|------------------------------------------|
| 2450 | 4.02 | 182 | 0.935 |
| 2210 | 1.59 | 161 | 0.966 |
| 2000 | 1.08 | 140 | 0.958 |
| 1810 | 1.11 | 122 | 0.981 |
| 1610 | 1.03 | 102 | 0.963 |
| 1430 | 0.904 | 90.2 | 0.966 |
| 1210 | 0.921 | 81.6 | 0.968 |
| 1010 | 0.819 | 71.1 | 0.964 |
| 918 | 0.911 | 60.5 | 0.980 |
| 814 | 0.945 | 50.5 | 0.974 |
| 708 | 0.927 | 40.5 | 0.975 |
| 603 | 0.959 | 30.6 | 0.959 |
| 504 | 0.951 | 20.9 | 0.977 |
| 404 | 0.848 | 10.8 | 0.967 |
| 306 | 0.899 | 5.06 | 0.952 |
| 200 | 0.944 | 2.06 | 0.948 |

5. あとがき

反跳陽子比例計数管の応答関数を Snidow の解析的方法を用いて計算し、wall-and-end 効果を調べた。代表的なメタン 5 気圧充填計数管の場合、陽子エネルギー 1.5 MeV で wall-and-end 効果を受けるのは全応答事象の約 60% であるが、1.5 MeV 以上でエネルギーの増大にともない wall-and-end 効果は急速に増加する。

二領域円筒モデルによる計算の結果、それぞれの領域から発生する陽子の飛程が wall-and-end 効果を受ける詳細が明確になった。ここで、wall-and-end 効果を受ける陽子飛程の応答数に対して、不感領域発生陽子事象が占める数の割合は、平均的に見て約 15% である。この結果から、もしも wall-and-end 効果を見積る場合、計数管の不感領域発生陽子事象を無視するならば、wall-and-end 効果を約 15% 過小評価することになると言える。

広いエネルギーにわたり測定された反跳陽子エネルギー分布に対して wall-and-end 効果の補正を行うには、それに見合う極めて多数の応答関数を必要とする。本報告で行った補正では、限られたメッシュ数の計算により応答関数を準備し、メッシュ点の間に入る応答関数を内挿法により求める方法をとった。内挿法の導入により、短い時間で必要な応答関数を求めることが出来た。

反跳陽子エネルギー分布にたいする wall-and-end 効果の補正量は、5 気圧メタン計数管の場合、1 MeV 以下で 10% 以内であるが、それを越えるエネルギーで補正量は急速に増大する。反跳陽子分布の勾配を微分することにより導出される中性子スペクトルに最終的に現れる wall-and-end 補正の影響は 2 MeV で約 10% 程度である。

計数管の応答関数と wall-and-end 効果の補正について以上の幾つかの事実が明らかになった。Snidow 法による二領域円筒モデルの計算は計数管の応答を調べる上で有効である。本報告書では主として実際に炉内中性子スペクトルに適用する設計の計数管をモデルとして wall-and-end 効果を述べた。汎用的には計数管の設計パラメータは、計数管寸法とガス圧の二変数になるので用途により選択の幅が広く、ここでは一般的な計数管の扱いまでは論じていない。しかし、ここで用いた方法は異った変数の計数管の wall-and-end 効果の見積りにも容易に適用できる。

謝 辞

本研究を遂行するにあたり、種々の御支援をいただいた高速炉物理研究室長黒井英雄氏に深く感謝いたします。

5. あとがき

反跳陽子比例計数管の応答関数を Snidow の解析的方法を用いて計算し、wall-and-end 効果を調べた。代表的なメタン 5 気圧充填計数管の場合、陽子エネルギー 1.5 MeV で wall-and-end 効果を受けるのは全応答事象の約 60% であるが、1.5 MeV 以上でエネルギーの増大にともない wall-and-end 効果は急速に増加する。

二領域円筒モデルによる計算の結果、それぞれの領域から発生する陽子の飛程が wall-and-end 効果を受ける詳細が明確になった。ここで、wall-and-end 効果を受ける陽子飛程の応答数に対して、不感領域発生陽子事象が占める数の割合は、平均的に見て約 15% である。この結果から、もしも wall-and-end 効果を見積る場合、計数管の不感領域発生陽子事象を無視するならば、wall-and-end 効果を約 15% 過小評価することになると言える。

広いエネルギーにわたり測定された反跳陽子エネルギー分布に対して wall-and-end 効果の補正を行うには、それに見合う極めて多数の応答関数を必要とする。本報告で行った補正では、限られたメッシュ数の計算により応答関数を準備し、メッシュ点の間に入る応答関数を内挿法により求める方法をとった。内挿法の導入により、短い時間で必要な応答関数を求めることが出来た。

反跳陽子エネルギー分布にたいする wall-and-end 効果の補正量は、5 気圧メタン計数管の場合、1 MeV 以下で 10% 以内であるが、それを越えるエネルギーで補正量は急速に増大する。反跳陽子分布の勾配を微分することにより導出される中性子スペクトルに最終的に現れる wall-and-end 補正の影響は 2 MeV で約 10% 程度である。

計数管の応答関数と wall-and-end 効果の補正について以上の幾つかの事実が明らかになった。Snidow 法による二領域円筒モデルの計算は計数管の応答を調べる上で有効である。本報告書では主として実際に炉内中性子スペクトルに適用する設計の計数管をモデルとして wall-and-end 効果を述べた。汎用的には計数管の設計パラメータは、計数管寸法とガス圧の二変数になるので用途により選択の幅が広く、ここでは一般的な計数管の扱いまでは論じていない。しかし、ここで用いた方法は異った変数の計数管の wall-and-end 効果の見積りにも容易に適用できる。

謝 辞

本研究を遂行するにあたり、種々の御支援をいただいた高速炉物理研究室長黒井英雄氏に深く感謝いたします。

参 考 文 献

- 1) Bennett, E.F., Gold, R., Olson, I.K.: Analysis and Reduction of Proton-Recoil Data, ANL-7394 (1968).
- 2) Snidow, N.L., Warren, H.D.: Wall Effect Corrections in Proportional Counter Spectrometers, Nucl. Instrum. Method, 51, 109-116 (1967).
- 3) Broomfield, A.M., Carter, M.D.: Proton Recoil Counter Techniques in ZEBRA, AEEW-M905 (1969).
- 4) Benjamin, P.W., Kemshall, C.D., Redfearn, J.: A high Resolution Spherical Proportional Counter, Nucl. Instrum. Method, 59, 77 (1968).
- 5) Broomfield, A.M., Carter, M.D.: Proton Recoil Counter Spectrum Measurements in ZEBRA Assembly 8, AEEW-R721 (1976).
- 6) Benjamin, P.W., Kemshall, C.D., Brickstock, A.: The Analysis of Recoil Proton Spectra, AERE O-9/68 (1968).
- 7) Bennett, E.F., Yule, T.J.: Response Functions for Proton-Recoil Proportional Counter Spectrometer, Nucl. Instrum. Methods, 98, 393-412 (1972).
- 8) Bennett, E.F., Yule, T.J.: Techniques and Analysis of Fast Neutron Spectroscopy with Proton-Recoil Proportional Counters, ANL-7763 (1971).
- 9) 大部 誠, 一守俊寛, 白方敬章: フィールド・チューブを設けた反跳陽子比例計数管の特性, JAERI-M 5466 (1973).
- 10) Ichimori, T., Obu, M., Shirakata, K.: A High-Resolution Cylindrical Proportional Counter for Neutron-Spectrum Measurements in a Fast Critical Assembly, Nucl. Instrum. Methods, 127, 571-577 (1975).
- 11) Parker, J.B., White, P.H., Webster, R.J.: The Interpretation of Recoil Proton Spectra, Nucl. Instrum. Methods, 23, 61-68 (1963).
- 12) Obu, M., Shirakata, K., Ichimori, T.: Proton-Recoil Counter Technique for Measurement of Fast Neutron Spectrum, J. Nucl. Sci. Technol., (16), 5, 329 (1979).

付録1. 有限円筒形の径路長さ確率関数の関数形

本文2のFig. 1に示すような半径 a , 有感体積 V_s および不感体積 V_d をもつ有限長さの円筒形を考える。 L と L' はそれぞれ有感体積および不感体積の長さである。反跳陽子の径路の分布が均一であり、かつ等方的であると仮定すると、有感領域 V_d を出発して径路の長さが l と $l+d$ の長さにある確率 $N(l) dl$ として定義される径路長さ確率関数 $N(l)$ は²⁾

l が直径より小さい場合

$$\begin{aligned}
 N(l) = & \{ 2(1-k^2)/(3\pi a k^2) \} [K(k) - F(\cos^{-1} m, k)] \\
 & - \{ 2(1-2k^2)/(3\pi a k^2) \} [E(k) - E(\cos^{-1} m, k)] \\
 & - \{ (1+4k^2)/(8\pi \alpha a k^2) \} \sin^{-1} k \\
 & + \{ [1+4k^2(1-m^2)]/(8\pi \alpha a k^2) \} \sin^{-1} k (1-m^2)^{1/2} \\
 & + \{ m^2/(4\alpha a) \} \\
 & + \{ [2m/(3\pi a)] + [6k^2(1-m^2) - 1]/(8\pi \alpha a k) \} \\
 & \times \{ (1-m^2)\{1-k^2(1-m^2) - 1\}/(8\pi \alpha a k) \} \\
 & \times \{ (1-6k^2)/(8\pi \alpha a k) \} (1-k^2)^{1/2}
 \end{aligned} \tag{A 1}$$

l が直径より大きい場合

$$\begin{aligned}
 N(l) = & \{ 2(2k^2-1)/(3\pi a k) \} \\
 & \times \{ E(1/k) - E\{\sin^{-1} k(1-m^2)^{1/2}, 1/k\} \} \\
 & - \{ 4(k^2-1)/(3\pi a k) \} K(1/k) \\
 & + \{ 4(k^2-1)/(3\pi a k) \} F\{\sin^{-1} k(1-m^2)^{1/2}, 1/k\} \\
 & + \{ [2m/(3\pi a)] + [6k^2(1-m^2) - 1]/(8\pi \alpha a k) \} \\
 & \times \{ (1-m^2)\{1-k^2(1-m^2)\}^{1/2} \\
 & + \{ [4k^2(1-m^2) + 1]/(8\pi \alpha a k^2) \} \sin^{-1} k (1-m^2)^{1/2} \\
 & - \{ 1+4k^2(1-m^2) \}/(1\sigma \alpha a k^2)
 \end{aligned} \tag{A 2}$$

ここで、 $F(\phi, k)$ と $E(\phi, k)$ はそれぞれ第1種と第2種の楕円積分である。

$$F(\phi, k) = \int_0^\phi (1-k^2 \sin^2 \theta)^{-1/2} d\theta,$$

$$E(\phi, k) = \int_0^\phi (1-k^2 \sin^2 \theta)^{1/2} d\theta$$

$K(k)$ と $E(k)$ は完全楕円積分で

$$K(k) = F\left(\frac{1}{2}\pi, k\right)$$

$$E(k) = E\left(\frac{1}{2}\pi, k\right)$$

で与えられる。パラメータ k と α は半径単位で

$$k \equiv \frac{1}{2} \ell/a$$

$$\alpha \equiv \frac{1}{2} L/a$$

として与える。パラメータ m は、円筒の軸方向に沿った座標軸と ℓ 方向のベクトルのなす角 θ が、 θ についての積分のさい取り得る範囲であり対称条件より $\cos^{-1} m < \theta < \sin^{-1} n$ 、ここで m は L/ℓ と 1 より小さく n は $1/k$ と 1 より小さい。

径路長さ確率関数 $F(\ell)$ は

ℓ が直径より小さい場合

$$\begin{aligned} F(\ell) = & \left\{ 4(1-k^2)/(3\pi k) \right\} \\ & \times [K(k) - F\{\sin^{-1}(1-m^2)^{1/2}, k\}] \\ & - \left\{ 4(1+k^2)/(3\pi k) \right\} \\ & \times [E(k) - E\{\sin^{-1}(1-m^2)^{1/2}, k\}] \\ & + \left\{ (4k^2-1)/(4\pi\alpha k) \right\} \sin^{-1} k \\ & - \left\{ (2m/\pi) + \{4k^2(1-m^2)-1\}/(4\pi\alpha k) \right\} \\ & \times \sin^{-1} k (1-m^2)^{1/2} + m - km^2/(2\alpha) \\ & - \left\{ \{2km/(3\pi)\} + \{2k^2(1-m^2)+1\}/(4\pi\alpha) \right\} \\ & \times \{(1-m^2)\{1-k^2(1-m^2)\}\}^{1/2} \\ & + \left\{ (1+2k^2)/(4\pi\alpha) \right\} (1-k^2)^{1/2} \end{aligned} \quad (A 3)$$

ℓ が直径より大きい場合

$$\begin{aligned} F(\ell) = & \left\{ 4(k^2-1)/(3\pi) \right\} \\ & \times [K(1/k) - F\{\sin^{-1}k(1-m^2)^{1/2}, 1/k\}] \\ & - \left\{ 4(k^2+1)/(3\pi) \right\} \\ & \times [E(1/k) - E\{\sin^{-1}k(1-m^2)^{1/2}, 1/k\}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - \{ 2m/\pi + \{ 4k^2(1-m^2) - 1 \} / (4\pi\alpha k) \} \\
 & \times \text{Sin}^{-1}k (1-m^2)^{1/2} \\
 & + m - 1/(8\alpha k) + (\frac{1}{2}k/\alpha) (1-m^2) \\
 & - \{ 2km/(3\pi) + \{ 2k^2(1-m^2) + 1 \} / (4\pi\alpha) \} \\
 & \times \{ (1-m^2) \{ 1-k^2(1-m^2) \} \}^{1/2}
 \end{aligned} \tag{A 4}$$

$N(\ell)$ と $F(\ell)$ は、また次の関係で書くことができる。

$$F(\ell) = \int_{\ell}^{\ell_{\max}} N(\ell') d\ell'$$

ここで ℓ_{\max} は体積の最大弦長で $\ell_{\max} = (L^2 + 4a^2)^{1/2}$ である。

径路長さ確率関数 $M(\ell', \ell)$ は不感領域から出発する径路を円筒の表面までの距離および円筒の他の端までの距離に関する二つの確率関数の和として表現する。すなわち一つは、不感領域 V_d を出発した径路の長さが V_d 内で ℓ' と $\ell' + d\ell'$ の間にあり、かつ円筒表面に対する総径路長さが ℓ と $\ell + d\ell$ にある確率が $H(\ell', \ell) d\ell' d\ell$ として定義される $H(\ell', \ell)$ と、もう一つは V_d を出発した径路が V_d 内で ℓ' と $\ell' + d\ell'$ の長をもち、かつ他の一方の管端に対する総径路長さが ℓ と $\ell + d\ell$ にある確率が $E(\ell', \ell) d\ell'$ となる $E(\ell', \ell)$ である。 $k = \frac{1}{2} \ell/a$ のとき

$$\begin{aligned}
 H(\ell', \ell) = & \{ a/(8V_d k^2) \} \{ n(2r^2 k^2 - 1) (1 - n^2 k^2)^{1/2} \\
 & + \{ 1 - 2k^2(1-m^2) \} \{ (1-m^2) \{ 1 - k^2(1-m^2) \} \}^{1/2} \\
 & + (1/k) \{ \text{sin}^{-1}kn - \text{sin}^{-1}k(1-m^2)^{1/2} \}
 \end{aligned}$$

ここで m と n は再び積分のさい θ のとり得る範囲に関する値で $\cos^{-1}m \sim \text{sin}^{-1}n$ で

$$m = \left. \begin{array}{l} L/\ell' \\ L/(\ell - \ell') \\ 1 \end{array} \right\} \text{最小} \tag{A 4-1}$$

$$n = \left. \begin{array}{l} 1/k \\ 1 \end{array} \right\} \text{より小}$$

の条件で定められる。

$$\begin{aligned}
 E(\ell', \ell) = & \{ am^2/(4V_d k) \} \\
 & \times \left[\pi - 2k \{ (1-m^2) \{ 1 - k^2(1-m^2) \} \}^{1/2} - \text{sin}^{-1}k(1-m^2)^{1/2} \right]
 \end{aligned}$$

ここで m と n は(A 4-1)の条件で定められる。

以上より $M(\ell', \ell)$ は

$$M(l', l) = H(l', l) + E(l', l) \quad (\text{A } 5)$$

もしも $l' > l$ のとき $M(l', l) = 0$

径路長さ確率関数 $G(l', l)$ は V_d を出発した径路が V_d 内で l' と $l' + dl'$ の長さを持ち、かつ円筒表面に対する総径路長さが l よりも大きい確率が $G(l', l) dl'$ であると定義されるものである。 $G(l', l)$ の解は、 m と n が $\cos^{-1} m \sim \sin^{-1} n$ で (A 4 - 1) の条件で与えられるとき

$$\begin{aligned} G(l', l) = \{ a^2 / 4V_d \} & \left[\pi (n^2 + m^2 - 1) \right. \\ & + 2 \left\{ \left(\frac{1}{4} / k^2 \right) - n^2 \right\} \sin^{-1} kn \\ & + 2 \left\{ 1 - m^2 - \left(\frac{1}{4} / k^2 \right) \right\} \sin^{-1} k (1 - m^2)^{1/2} \\ & - n \left(\frac{1}{2} + k^2 r^2 \right) \left\{ \left(\frac{1}{k^2} \right) - n^2 \right\}^{1/2} + \left\{ \frac{1}{2} + k^2 (1 - m^2) \right\} \\ & \left. \times \left\{ (1 - m^2) \left(\frac{1}{k^2} - 1 + m^2 \right) \right\}^{1/2} \right] \quad (\text{A } 6) \end{aligned}$$

である。

付録2. 応答関数計算コードRESPONSE

.....1.....2.....3.....4.....5.....6.....7.....8

```

*FORT      A=SP
           OPTION MAP
C
           SUBROUTINE CALABG
           DOUBLE PRECISION A,Q,S
           COMMON /COMR/ ER(150),RER(150),ALPH(150),BETA(150)
1          ,GAMMA(150),IMAX,ERD(150)
           DIMENSION A(3,3),Q(3),S(3)
           IM=IMAX-1
           DO 10 I=2,IM
             Q(1)=ALOG10(RER(I-1))
             Q(2)=ALOG10(RER(I))
             Q(3)=ALOG10(RER(I+1))
             S(1)=ALOG10(ER(I-1))
             S(2)=ALOG10(ER(I))
             S(3)=ALOG10(ER(I+1))
             DO 20 J=1,3
               A(J,1)=S(J)*S(J)
               A(J,2)=S(J)
20          A(J,3)=1.0
             D=DETERM( A )
             IF(D.NE.0.) GO TO 25
             WRITE(6,100) 1,(Q(J),J=1,3),(S(J),J=1,3)
100         FORMAT(1H0,'1=',I3.5X,'Q=',3E15.6,5X,'S=',3E15.6)
25          CONTINUE
             DO 30 J=1,3
30          A(J,2)=Q(J)
             BETA(1)=DETERM( A )/D
             DO 40 J=1,3
               A(J,2)=S(J)
40          A(J,3)=Q(J)
             GAMMA(1)=DETERM( A )/D
             DO 50 J=1,3
               A(J,1)=Q(J)
50          A(J,3)=1.0
             ALPH(1)=DETERM( A )/D
10          CONTINUE
             DO 60 I=1,IM
60          ERD(I)=SQRT(ER(I)*ER(I+1))
           RETURN
           END
C-----
           SUBROUTINE CEL1(R,CK,ER)
C-----
           X=1.E+4
           A=1,
           B=1,
           DK=SQRT(1.-CK*CK)
           CALL ELI2(R,X,DK,A,B)
           RETURN
           END
C-----
           SUBROUTINE CEL2(R,CK,A,B,ER)
C-----
           X=1.E+4

```

.....1.....*.....2.....*.....3.....*.....4.....*.....5.....*.....6.....*.....7.....*

```

  9 ANG=-1,E-8*AANG
 10 PIM=PIM+3.1415927
    ISI=ISI+1
 11 AANG=ARI*ARI+ANG*ANG
    P=D/SQRT(AANG)
    IF (ISI-4)13,12,12
 12 ISI=ISI-4
 13 IF (ISI-2)15,14,14
 14 P=-P
 15 C=C+P
    D=D*(AARI-GEO)*0.5/ARI
    IF (ABS(AARI-GEO)-1,E-4*AARI)17,17,16
 16 SGEO=SQRT(SGEO)
  C   GEOMETRIC MEAN
    GEO=SGEO+SGEO
    PIM=PIM+PIMA
    ISI=ISI+ISI
    GOTO 8
  C   ACCURACY WAS SUFFICIENT
 17 R=(ATAN(ARI/ANG)+PIM)*AN/ARI
    C=C+D*ANG/AANG
    GOTO 4
  END
*PRGEDTD FNAME=J0521,RESPONSE

```

* END OF FORTRAN *

.....*.....1.....*.....2.....*.....3.....*.....4.....*.....5.....*.....6.....*.....7.....*.....8

```
DK=SQRT(B)
CALL ELI2(R,X,DK,A,B)
RETURN
END
```

```
C
SUBROUTINE CLEAR(A,N,C)
DIMENSION A(N)
DO 10 I=1,N
A(I)=C
10 CONTINUE
RETURN
END
```

```
C
FUNCTION DETERM ( A )
DOUBLE PRECISION X,A
DIMENSION A(3,3)
X=0.
X=X+A(1,1)*A(2,2)*A(3,3)
X=X+A(1,2)*A(2,3)*A(3,1)
X=X+A(1,3)*A(2,1)*A(3,2)
X=X-A(1,3)*A(2,2)*A(3,1)
X=X-A(1,2)*A(2,1)*A(3,3)
X=X-A(1,1)*A(2,3)*A(3,2)
DETERM=X
RETURN
END
```

```
FUNCTION DR (XX)
COMMON /COMR/ ER(150),RER(150),ALPH(150),BETA(150)
1 GAMMA(150),IMAX,ERD(150)
DR(X)100
DR(X)150
X=XX
IM=IMAX-1
IF( X .LT. ER(2) ) GO TO 10
DO 20 I=2,IM
IF( X .LT. ER(I) ) GO TO 30
IF( X .LT. ERD(I) ) GO TO 40
20 CONTINUE
Z=ER(IM)*ER(IMAX)
B=ALPH(IM)*ALOG10(Z) +BETA(IM)
S=ALOG10(ERD(IM))
Y=(ALPH(IM)*S+BETA(IM))*S+GAMMA(IM)
70 DR=10.**Y*Z**(-B/2.)*B*X**(B-1.0)
RETURN
40 IF( I .EQ. IM ) GO TO 50
S=ALOG10(X)
Y=(((ALPH(I)+ALPH(I+1))*S+BETA(I)+BETA(I+1))*S
1 +GAMMA(I)+GAMMA(I+1))/2.
80 DR=(2.*ALPH(I)*S+BETA(I))*10.**Y/X
RETURN
30 S=ALOG10(X)
Y=(((ALPH(I)+ALPH(I-1))*S+BETA(I)+BETA(I-1))*S
1 +GAMMA(I)+GAMMA(I-1))/2.
GO TO 80
50 S=ALOG10(X)
Y=(ALPH(IM)*S+BETA(IM))*S+GAMMA(IM)
DR=(2.*ALPH(IM)*S+BETA(IM))*10.**Y/X
```

.....1.....2.....3.....4.....5.....6.....7.....8

```

RETURN
10 IF( X ,LT, ERD(1) ) GO TO 60
IM=2
GO TO 50
60 Z=ER(1)*ER(2)
B=ALPH(2)*ALOG10(Z)+BETA(2)
S=ALOG10(ERD(1))
Y=(ALPH(2)*S+BETA(2))*S+GAMMA(2)
IF( X,LT,0.005) X=0.005
GO TO 70
END

```

SUBROUTINE ELI1(R,X,CK)

```

A=1.
B=1.
CALL ELI2(R,X,CK,A,B)
RETURN
END

```

C

| | |
|---------------------------------------------------------------|----------|
| FUNCTION F(X) | F(X)0000 |
| COMMON /COMG/ L,LD,A,ALPHA,VS,VD | F(X)0100 |
| REAL L,LD,K,M | F(X)0200 |
| DATA PHI,PHI3,PHI4 / 3,141593,9.424778,12.56637 / | F(X)0250 |
| IF(X .GT. 0.) GO TO 10 | F(X)0300 |
| F=1.0 | F(X)0350 |
| RETURN | F(X)0400 |
| 10 K=X/(2.*A) | F(X)0500 |
| M=AMINI(L/X,1.0) | F(X)0550 |
| IF(X ,LE, SQRT(L*L+4.*A*A)) GO TO 15 | F(X)0560 |
| F=0. | F(X)0570 |
| RETURN | F(X)0580 |
| 15 CONTINUE | F(X)0590 |
| SQM=1,-M*M | F(X)0600 |
| SQK=K*K | F(X)0650 |
| SQK1=1,-SQK | F(X)0700 |
| IF(K-1.0) 20,30,40 | F(X)0750 |
| 30 IF(2.*A .GT. L) GO TO 20 | F(X)0800 |
| F=1,-8./PHI3-1./(8.*ALPHA) | F(X)0900 |
| RETURN | F(X)0950 |
| 20 SSQM=SQRT(SQM) | F(X)1000 |
| TTHET=ARSIN(SSQM) | F(X)1050 |
| CALL CEL1 (Y1,K,ER1) | F(X)1100 |
| CALL CEL2 (Y2,K,1.0,SQK1,ER2) | F(X)1150 |
| TTHET=TAN(THET) | F(X)1200 |
| SSQK1=SQRT(SQK1) | F(X)1250 |
| CALL ELI1 (Y3,TTHET,SSQK1) | F(X)1350 |
| CALL ELI2 (Y4,TTHET,SSQK1,1.0,SQK1) | F(X)1400 |
| F=(4.*SQK1*(Y1-Y3)-4.*(1.+SQK)*(Y2-Y4))/(PHI3*K) | F(X)1500 |
| 1 +(4.*SQK-1.)*ARSIN(K)/(PHI4*ALPHA*K) | F(X)1550 |
| 2 -(2.*M/PHI+(4.*SQK*SQM-1.)/(PHI4*ALPHA*K))*ARSIN(K*SSQM)+M | F(X)1600 |
| 3 -K*M*M/(ALPHA*2.) | F(X)1650 |
| 4 -(2.*K*M/PHI3+(2.*SQK*SQM+1.)/(PHI4*ALPHA)) | F(X)1700 |
| 5 *SQRT(SQM*(1.-SQK*SQM))+(1.+2.*SQK)/(PHI4*ALPHA)*SQRT(SQK1) | F(X)1750 |
| RETURN | F(X)1850 |

.....1.....2.....3.....4.....5.....6.....7.....8

```

40 THET=ARSIN(K*SQRT(SQM))
   ARK=1./K
   SQARK=1,-ARK*ARK
   CALL CEL1 ( Y1,ARK,ER1 )
   CALL CEL2 ( Y2,ARK,1.0,SQARK,ER2 )
   TTTHET=TAN(THET)
   SSQAR=SQRT(SQARK)
   CALL ELI1 ( Y3,TTTHET,SSQAR )
   CALL ELI2 ( Y4,TTTHET,SSQAR,1.0,SQARK )
   F=(-4.*SQK1*(Y1-Y3)-4.*(1.+SQK)*(Y2-Y4))/PHI3
1  -(2.*M/PHI+(4.*SQK*SQM-1.)/(PHI4*ALPHA*K))*THET+M-1./(8.*ALPHA*K)
2  +K*SQM/(2.*ALPHA)
3  -(2.*K*M/PHI3+(2.*SQK*SQM+1.)/(PHI4*ALPHA))
4  *SQRT(SQM*(1.-SQK*SQM))
   RETURN
   END

```

C

```

FUNCTION FM(X,Y)
COMMON /COMG/ L,LD,A,ALPHA,VS,VD
DATA PHI / 3.141593 /
REAL L,LD,K,M,N
IF( X+Y .GT. 0. ) GO TO 10
FM=A/(3.*VD)
RETURN
10 IF( X .LE. Y ) GO TO 20
80 FM=0.
RETURN
20 K=Y/(A+A)
N=AMIN1( 1./K,1.0 )
IF( X .EQ. Y ) GO TO 30
IF( L/(Y-X) .GE. 1. ) GO TO 30
IF( X .EQ. 0. ) GO TO 40
IF( LD/X .GT. L/(Y-X) ) GO TO 40
CP=1.0
70 M=LD/X
GO TO 50
30 CP=1.0
IF( X .EQ. 0. ) GO TO 60
IF( LD/X .LT. 1. ) GO TO 70
60 M=1.0
GO TO 50
40 CP=2.0
M=L/(Y-X)
50 CONTINUE
SQM=1.-M*M
SQK=K*K
SQN=N*N
IF( SQN .LT. SQM ) GO TO 80
SQNK=SQN*SQK
IF(SQNK.GT.1.) SQNK=1.
FM=A*(N*(2.*SQN*SQK-1.0)*SQRT(1.-SQNK )
1  +(1.-2.*SQK*SQM)*SQRT(SQM*(1.-SQK*SQM))
2  +(ARSIN(K*N)-ARSIN(K*SQRT(SQM)))/K)/(8.*VD*SQK)
IF( CP .LT. 2 ) RETURN
FM=FM+A*M*M*(PHI-2.*K*SQRT(SQM*(1.-SQK*SQM))-2.*ARSIN(K*SQRT(SQM)))

```


.....1.....*.....2.....*.....3.....*.....4.....*.....5.....*.....6.....*.....7.....*.....8

```

1          )/(4,*VD*K)
RETURN
END
C
FUNCTION FN(X)
COMMON /COMG/ L,LD,A,ALPHA,VS,VD
DATA PHI3,PHI8 / 9.424778,25.13274 /
REAL L,LD,K,M
IF( X .GT. 0. ) GO TO 10
FN=1./(2.*A)+1./(4.*ALPHA*A)
RETURN
10 IF( X ,LE. SQRT(L*L+4.*A*A) ) GO TO 20
FN=0,
RETURN
20 K=X/(2.*A)
M=AMIN1( L/X,1.0 )
SQM=1.-M*M
SQK=K*K
SQK1=1.-SQK
IF( K-1.0 ) 30,40,50
40 IF( 2.*A .GT. L ) GO TO 30
FN=2./(PHI3*A)-1./(16.*ALPHA*A)
RETURN
30 THET=ARCOS(M)
CALL CEL1 ( Y1,K,ER1 )
CALL CEL2 ( Y2,K,1.0,SQK1,ER2 )
TTHET=TAN(THET)
SSQK1=SQRT(SQK1)
CALL ELI1 ( Y3,TTHET,SSQK1 )
CALL ELI2 ( Y4,TTHET,SSQK1,1.0,SQK1 )
FN=2.*(SQK1*(Y1-Y3)-(1.-2.*SQK)*(Y2-Y4))/(PHI3*A*SQK)
1  -((1,+4.*SQK)*ARSIN(K)-(1,+4.*SQK*SQM)*ARSIN(K*SQRT(SQM)))
2  /(PHI8*ALPHA*A*SQK)+M*M/(4.*ALPHA*A)+(2.*M/(PHI3*A)
3  +(6.*SQK*SQM-1.)/(PHI8*ALPHA*A*K))*SQRT(SQM*(1.-SQK*SQM))
4  +(1.-6.*SQK)*SSQK1/(PHI8*ALPHA*A*K)
RETURN
50 THET=ARSIN(K*SQRT(SQM))
ARK=1./K
SQARK=1.-ARK*ARK
CALL CEL1 ( Y1,ARK,ER1 )
CALL CEL2 ( Y2,ARK,1.0,SQARK,ER2 )
TTHET=TAN(THET)
SSQAR=SQRT(SQARK)
CALL ELI1 ( Y3,TTHET,SSQAR )
CALL ELI2 ( Y4,TTHET,SSQAR,1.0,SQARK )
FN=(4.*SQK1*(Y1-Y3)+2.*(2.*SQK-1.)*(Y2-Y4))/(PHI3*A*K)
1  +(2.*M/(PHI3*A)+(6.*SQK*SQM-1.)/(PHI8*ALPHA*A*K))
2  *SQRT(SQM*(1.-SQK*SQM))
3  +(4.*SQK*SQM+1.)*(THET/PHI8-1./16.)/(ALPHA*A*SQK)
RETURN
END
N(X)04250
N(X)04400
N(X)04500
N(X)1000
N(X)1100
N(X)1150
N(X)1200
N(X)1300
N(X)1350
N(X)1450
N(X)1500
N(X)1600
N(X)1650
N(X)1750
N(X)1800
N(X)1850
N(X)1900
N(X)1950
N(X)2000
N(X)2050
N(X)2150
N(X)2250
N(X)2350
N(X)2450
N(X)2500
N(X)2600
N(X)2650
N(X)2800
N(X)2850
N(X)3000
N(X)3050
N(X)3100
N(X)3150
N(X)3200
N(X)3350
N(X)3450
N(X)3500
N(X)3550
N(X)3650
N(X)3700
N(X)3800
N(X)3850
N(X)4000
N(X)4050
N(X)4200
N(X)4250
N(X)4300
N(X)4350
N(X)4500
N(X)4600

```

C PROGRAM RESPONSE (MAIN ROUTINE)
C -----
CALL RESPON

.....*.....1.....*.....2.....*.....3.....*.....4.....*.....5.....*.....6.....*.....7.....*.....8

```

STOP
END

C
FUNCTION F5(Z)
COMMON /VARI/ X,Y,RY,DUM1
YZ=Y-Z
IF(YZ,LE,0.) YZ=0,
YXZ=Y-X-Z
IF(YXZ,LE,0.) YXZ=0,
F5=DR(YXZ)*DR(YZ)*FM(RY-R(YZ),RY-R(YXZ))
RETURN
END
F5(Z)000
F5(Z)100
F5(Z)250
F5(Z)400
F5(Z)500
F5(Z)550

C
FUNCTION F6(X)
COMMON /COMC/ EN(200),EE(200),COE(200),C2(200,200)
1      ,M1,M2,NN
COMMON /COMA/ CF(200,3),II
DO 10 I=1,M1
IF( X-EE(I)) 20,30,10
10 CONTINUE
I=M1
GO TO 40
30 F6=CF(I,II)
RETURN
20 IF( I .EQ. 1 ) I=2
40 F6=((CF(I,II)-CF(I-1,II))*X+EE(I)*CF(I-1,II)-EE(I-1)*CF(I,II))
1 / (EE(I)-EE(I-1))
RETURN
END
F6(X)000
RES02000
RES02250
F6(X)
F6(X)
F6(X)
F6(X)
F6(X)
F6(X)
F6(X)
F6(X)
F6(X)
F6(X)
F6(X)
F6(X)
F6(X)
F6(X)

C
FUNCTION G(X,Y)
COMMON /COMG/ L,LD,A,ALPHA,VS,VD
DATA PHI / 3,141593 /
REAL L,LD,K,M,N
IF( X .LE. Y ) GO TO 10
60 G=0,
RETURN
10 G=PHI*A*A/(4.*VD)
IF( Y .GT. 0.) GO TO 20
RETURN
20 K=Y/(2.*A)
N=AMIN1( 1./K,1,0)
YX=Y-X
IF(YX,LT,1.0E-30) YX=1,0E-30
XX=X
IF(XX,LT,1.0E-30) XX=1,0E-30
M=AMIN1(LD/XX,L/YX,1,0)
SQM=1.-M*M
SQK=K*K
SQKK=(1./K)*(1./K)
SQN=N*N
IF( SQN .LT. SQM ) GO TO 60
RTM=0,0
IF(SQM,GT,0,0) RTM=SQRT(SQM)
RTKN=0,0
GXY01000
GXY01100
GXY01150
GXY01200
GXY01300

```

.....*.....1.....*.....2.....*.....3.....*.....4.....*.....5.....*.....6.....*.....7.....*.....8

```

      IF(SQKK .GT.SQN) RTKN=SQRT(SQKK - SQN)
      RTMK=0.0
      TMP=SQM*(SQKK-SQM)
      IF(TMP.GT.0.) RTMK=SQRT(TMP)
      TMP=0.25*SQKK
      G=G/PHI
      G=G*(PHI*(SQN-SQM) +2.0*(TMP-SQN)*ARSIN(K*N)
1         +2.*(SQM-TMP)*ARSIN(K*RTM)
2         -N*(0.5+SQN*SQK)*RTKN
3         +(0.5+SQM*SQK)*RTMK)
      RETURN
      END
      SUBROUTINE @G10 (XL,XU,F,Y)
      DIMENSION C(10),D(10),EE(22),FF(22)
      DATA C / .0130467 , .0674683 , .1602952 , .2833023 , .42556283,
*             .57443717 , .7166977 , .8397048 , .9325317 , .9869533 /
      DATA D / .03333567 , .07472567 , .1095432 , .1346334 , .1477621 ,
*             .1477621 , .1346334 , .1095432 , .07472567 , .03333567 /
      DATA EPS1, EPS2 / 1.E-30, 1.E-30 /
C-----
1000 Y=0.
      B=XU-XL
      IF(B.LE.EPS1) RETURN
      EE(1)=XL
      EE(12)=XU
      DO 1010 I=1,10
      EE(I+1)=XL+C(I)*B
1010 CONTINUE
      DO 1020 I=1,12
      FF(I)=F(EE(I))
1020 CONTINUE
C-----
      N=1
C-----
1030 DO 1040 I=N,12
      IF(FF(I).GT.EPS2) GO TO 1050
1040 CONTINUE
      RETURN
C-----
1050 IF(I.EQ.12) GO TO 1070
      N=I+1
      DO 1060 J=N,12
      IF(FF(J).LE.EPS2) GO TO 1080
1060 CONTINUE
1070 J=13
C-----
1080 IF(I.EQ.1) GO TO 1090
      EL=EE(I-1)
      EU=EE(I)
      NN=1
      GO TO 1120
C-----
1090 IF(I.EQ.J-1) GO TO 1100
      NN=2
      L=1

```

.....1.....*.....2.....*.....3.....*.....4.....*.....5.....*.....6.....*.....7.....*.....8

```

IF(I.EQ.1.AND.J.EQ.13) GO TO 1140
EL=EE(I )
EU=EE(J-1)
GO TO 1120
C-----
1100 IF(J.EQ.13) RETURN
EL=EE(J-1)
EU=EE(J )
NN=3
GO TO 1120
C-----
1110 IF(J.EQ.12) RETURN
N=J+1
GO TO 1030
C-----
1120 L=12
B=EU-EL
DO 1130 K=13,22
EE(K)=EL+C(K-12)*B
FF(K)=F(EE(K))
1130 CONTINUE
1140 S=0.
DO 1150 K=1,10
M=L+K
S=S+D(K)*FF(M)
1150 CONTINUE
S=S*B
Y=Y+S
GO TO (1090,1100,1110),NN
C-----
END
C
FUNCTION R(X)
COMMON /COMR/ ER(150),RER(150),ALPH(150),BETA(150)
1 GAMMA(150),IMAX,ERD(150)
IF(X.EQ.0.0) GO TO 100
IM=IMAX-1
IF( X .LT. ER(2) ) GO TO 10
IF( X .GT. ER(IM) ) GO TO 20
DO 30 I=2,IM
IF( X-ER(I) ) 40,50,30
30 CONTINUE
GO TO 20
40 CONTINUE
S=ALOG10(X)
Y=((ALPH(I-1)+ALPH(I))*S+BETA(I-1)+BETA(I))*S
1 +GAMMA(I-1)+GAMMA(I))/2.0
R=10.**Y
RETURN
50 R=RER(I)
RETURN
20 E=ER(IM)*ER(IMAX)
ED=ERD(IM)
IF( X .GT. ED ) GO TO 60
80 S=ALOG10(X)
R(X)0000
R(X)0100
R(X)0150

```

.....1.....2.....3.....4.....*.....5.....*.....6.....*.....7.....*.....8

```

        Y=(ALPH(IM)*S+BETA(IM))*S+GAMMA(IM)
        R=10.**Y
        RETURN
60  S=ALOG10(ED)
    B=ALPH(IM)*ALOG10(E) +BETA(IM)
    Y=(ALPH(IM)*S+BETA(IM))*S+GAMMA(IM)
90  R=10.**Y*E**(-B/2.)*X**B
    RETURN
10  E=ER(1)*ER(2)
    ED=ERD(1)
    IF( X .LT. ED ) GO TO 70
    IM=2
    GO TO 80
70  S=ALOG10(ED)
    B=ALPH(2)*ALOG10(E)+BETA(2)
    Y=(ALPH(2)*S+BETA(2))*S+GAMMA(2)
    GO TO 90
100 R=0.0
    RETURN
    END
    SUBROUTINE RESPON
C
C  RESPONSE FUNCTION
C
    COMMON /COMG/  L,LD,A,ALPHA,VS,VD
    COMMON /COMR/  ER(150),RER(150),ALPH(150),BETA(150)
1   ,GAMMA(150),IMAX,ERD(150)
    COMMON /VARI/  X,Y,RX,RY
    REAL  L,LD
    COMMON /COMC/  EN(200),EE(200),COE(200),C2(200,200)
1   ,M1,M2,NN
    COMMON /COMA/  CF(200,3),II
    EQUIVALENCE (RX,RE)
    DIMENSION AA(150),BB(150),GG(150)
    DIMENSION RSTA(150,3),PRES(3)
    DIMENSION CI(200,3)
    DIMENSION EEW(200),CFW(200,3)
    DATA PHI / 3.141593 /
    EXTERNAL F5,F6
    LIST=0
    CALL CLEAR (ER(1),901,0.)
    CALL CLEAR (AA(1),450,0.)
    READ (5,1000) NSTART,LTIME
    READ (5,1000) IMAX,JMAX,M1,M2
    READ (5,1000) LSTU,LST1,LST2,LDMP
    READ(5,1003 ) L,LD,A
    READ (5,1005) EINI,EEND
1000 FORMAT(12I6)
    DO 10 I=1,IMAX
10  READ (5,1001) ER(I),(RSTA(I,J),J=1,JMAX)
1001 FORMAT( 4E12.5 )
    READ (5,1002) (PRES(J),J=1,JMAX)
1002 FORMAT( 12X,3E12.5 )
    WRITE (6,2004) NSTART,LTIME,IMAX,JMAX,M1,M2,LSTU,LST1,LST2,
1   LDMP,L,LD,A,EINI,EEND
RES01000
RES01050
RES01100
RES
RES01300
RES01350
RES01650
RES01750
RES02000
RES02250
RES02100
RES
RES
RES
RES
RES1
RES
RES
RES
RES

```

.....1.....*.....2.....*.....3.....*.....4.....*.....5.....*.....6.....*.....7.....*.....8

```

2004 FORMAT(1H1,'RESPONSE FUNCTION ..... INPUT PARAMATER TABLE'
1      /1X,'NSTART (RESTART POINT )',10X,I12
2      /1X,'LTIME (TIME LIMIT )',10X,I12
3      /1X,'IMAX ( )',10X,I12
4      /1X,'JMAX ( )',10X,I12
5      /1X,'M1 ( )',10X,I12
6      /1X,'M2 ( )',10X,I12
7      /1X,'LSTO ( )',10X,I12
8      /1X,'LST1 ( )',10X,I12
9      /1X,'LST2 ( )',10X,I12
A      /1X,'LDMP (TAPE DUMP (LDMP=(0/1)=(NO/YES) )',10X,I12
B      /1X,'L ( )',10X,E12.5
C      /1X,'LD ( )',10X,E12.5
D      /1X,'A ( )',10X,E12.5
E      /1X,'EINI ( )',10X,E12.5
F      /1X,'EEND ( )',10X,E12.5 )
WRITE (6,2000) (PRES(J),J=1,JMAX) RES
2000 FORMAT( 1H1,15X,'P(J)',4X,3E20.6 ) RES
WRITE (6,2001) RES
2001 FORMAT( 1H0 / 1H0,15X,'E',19X,'R*-1',16X,'R*-2',16X,'R*-3' / 1H ) RES
DO 20 I=1,IMAX RES
S=0. RES
DO 21 J=1,JMAX RES
21 S=S+PRES(J)/RSTA(I,J) RES
RER(I)=1./S RES
20 CONTINUE RES
CALL CALABG RES
I1=IMAX-1 RES
DO 31 I=1,IMAX RES
31 WRITE (6,2002) ER(I),(RSTA(I,J),J=1,JMAX) RES
2002 FORMAT( 4X,4E20.6 ) RES
DO 16 I=2,I1
AA(I)=ALPH(I)
BB(I)=BETA(I)/(2.*ALPH(I))
GG(I)=GAMMA(I)-BETA(I)*BETA(I)/(4.*ALPH(I))
16 CONTINUE
WRITE (6,3009) (ER(I),RER(I),AA(I),BB(I),GG(I),I=1,IMAX) RES
3009 FORMAT( 1H1,T16,'E',T33,'R',T47,' AA ',T63,' BB ',T79,' GG ' RES
1 / (7X,5E16.6) ) RES
IF(LSTO.EQ.0) GO TO 40
WRITE (6,3000) (ER(I),RER(I),ALPH(I),BETA(I),GAMMA(I) RES
1 ,I=1,IMAX) RES
3000 FORMAT( 1H1,T16,'E',T33,'R',T47,' ALPHA',T63,' BETA',T79,' GAMMA' RES
1 / (7X,5E16.6) ) RES
40 CONTINUE RES
1003 FORMAT( 3E12.5 )
WRITE (6,2003) L,LD,A RES
2003 FORMAT( 1H1,6X,'L=',E13.6,7X,'LD=',E13.6,7X,'A=',E13.6,7X,'OPTION RES
1... B' ) RES
VS=PHI*A*A*L RES
VD=PHI*A*A*LD RES
ALPHA=L/(A+A) RES
C RES1
C (B) RES1
C RES1

```


.....*.....1.....*.....2.....*.....3.....*.....4.....*.....5.....*.....6.....*.....7.....*.....8

```

C2(M,N)=CF(M,1)+CF(M,2)+CF(M,3)                                RES1
IF(C2(M,N).LT.1.E-30) NZERO=NZERO+1
IF(NZERO,E0,M1) GO TO 207
210 CONTINUE                                                    RES1
207 IF(M,E0,M1) GO TO 209
DO 208 I=M,M1
CF(I,1)=0.
CF(I,2)=0.
CF(I,3)=0.
C2(I,N)=0.
208 CONTINUE
209 DO 221 I=1,3
221 CI(N,I)=0.
K=(M1-1)/5+1
DE=EN(N)/K
NN=N
DO 220 J=1,K
DO 222 I=1,3
II=I
CALL @G10 ( DE*(J-1),DE*J ,F6,Y1 )
CI(N,I)=CI(N,I)+Y1
222 CONTINUE
220 CONTINUE
IF (LDMP,E0,0) GO TO 223
WRITE (50) (CI(N,I),I=1,3),COE(N),(C2(M,N),M=1,M1)
223 CONTINUE
IF (MOD(N-1,LST2).NE.0) GO TO 240
IF(LIST,NE,0) GO TO 232
DO 231 I=1,M1
EEW(I)=EE(I)
DO 230 J=1,3
CFW(I,J)=CF(I,J)
230 CONTINUE
231 CONTINUE
NW=N
LIST=1
GO TO 240
232 WRITE(6,2030) EN(NW),COE(NW),EN(N),COE(N)
2030 FORMAT(1H1,'EN =',1PE13,5,10X,'CO =',1PE13,5,24X,'EN =',1PE13,5,
* 10X,'CO =',1PE13,5/1H0,7X,'E',11X,'CF1',10X,'CF2',10X,
* 'CF3',10X,'C2',15X,'E',11X,'CF1',10X,'CF2',10X,'CF3',10X,
* 'C2'/1H0)
WRITE(6,2031) (EEW(M),(CFW(M,I),I=1,3),C2(M,NW),
* EE (M),(CF (M,I),I=1,3),C2(M,N ),M=1,M1,LST1)
2031 FORMAT(2(1X,1P5E13,5,2X))
LIST=0
240 IF (LIST,NE,0) GO TO 200
CALL CLOCK (NTIME)
KTIME = LTIME - NTIME
IF (KTIME.LE.0) GO TO 9997
200 CONTINUE                                                    RES1
IF(LIST,E0,0) GO TO 201
WRITE(6,2034) EN(NW),COE(NW)
2034 FORMAT(1H1,'EN =',1PE13,5,10X,'CO =',1PE13,5/1H0,7X,'E',11X,'CF1',
* 10X,'CF2',10X,'CF3',10X,'C2'/1H0)

```


.....1.....2.....3.....4.....5.....6.....7.....8

```

WRITE(6,2035) (EEW(M),(CFW(M,I),I=1,3),C2(M,NW),M=1,M1,LST1)
2035 FORMAT(1X,1PE13.5)
201 CONTINUE
WRITE(6,2032)
2032 FORMAT(1H1,17X,'EN',14X,'CO',14X,'CI1',13X,'CI2',13X,'CI3'
1      ,13X,'CT2',13X,'TO' / 1H0 )
DO 205 N=1,M2
CT2=CI(N,1)+CI(N,2)+CI(N,3)
TO=COE(N)+CT2
WRITE(6,2033) EN(N),COE(N),(CI(N,I),I=1,3),CT2,TO
2033 FORMAT(10X,7E16,6 )
205 CONTINUE
9997 IF (KTIME.GT.0) GO TO 9998
WRITE (6,2040) N ,LTIME,NTIME
2040 FORMAT(1H1/10X,'RESPONSE FUNCTION (RESTART)'
1      /10X,'KANRYO POINT ... ',I12
2      /10X,'TIME LIMIT ... ',I12
3      /10X,'USED TIME ... ',I12)
9998 IF (LDMP,E0.0) GO TO 9999
ENDFILE 50
REWIND 50
9999 CONTINUE
RETURN
END

```

CEL12

```

C .....
C
C SUBROUTINE EL12
C
C PURPOSE
C COMPUTES THE GENERALIZED ELLIPTIC INTEGRAL OF SECOND KIND
C
C USAGE
C CALL EL12(R,X,CK,A,B)
C
C DESCRIPTION OF PARAMETERS
C R - RESULT VALUE
C X - UPPER INTEGRATION BOUND (ARGUMENT OF ELLIPTIC
C INTEGRAL OF SECOND KIND)
C CK - COMPLEMENTARY MODULUS
C A - CONSTANT TERM IN NUMERATION
C B - QUADRATIC TERM IN NUMERATION
C
C REMARKS
C MODULUS K = SQRT(1.-CK*CK).
C SPECIAL CASES OF THE GENERALIZED ELLIPTIC INTEGRAL OF
C SECOND KIND ARE
C F(ATAN(X),K) OBTAINED WITH A=1.,B=1.
C E(ATAN(X),K) OBTAINED WITH A=1.,B=CK*CK.
C B(ATAN(X),K) OBTAINED WITH A=1.,B=0.
C D(ATAN(X),K) OBTAINED WITH A=0.,B=1.
C
C SUBROUTINES AND FUNCTION SUBPROGRAMS REQUIRED
C NONE
C

```

.....*.....1.....*.....2.....*.....3.....*.....4.....*.....5.....*.....6.....*.....7.....*.....8

```

C      METHOD
C      DEFINITION
C      R=INTEGRAL((A+B*T*T)/(SQRT((1+T*T)*(1+(CK*T)**2))*(1+T*T)),
C          SUMMED OVER T FROM 0 TO X),
C      EQUIVALENT IS THE DEFINITION
C      R=INTEGRAL((A+(B-A)*(SIN(T))**2)/SQRT(1-(K*SIN(T))**2),
C          SUMMED OVER T FROM 0 TO ATAN(X)),
C      EVALUATION
C      LANDENS TRANSFORMATION IS USED FOR CALCULATION.
C      REFERENCE
C      R. BULIRSCH, NUMERICAL CALCULATION OF ELLIPTIC INTEGRALS AND
C      ELLIPTIC FUNCTIONS
C      HANDBOOK SERIES OF SPECIAL FUNCTIONS
C      NUMERISCHE MATHEMATIK VOL. 7, 1965, PP. 78-90,
C
C      .....
C      SUBROUTINE ELI2(R,X,CK,A,B)
C          TEST ARGUMENT
C          IF(X)2,1,2
C      1 R=0.
C          RETURN
C          TEST MODULUS
C      2 C=0.
C          D=0.5
C          IF(CK)7,3,7
C      3 R=SQRT(1.+X*X)
C          R=(A-B)*ABS(X)/R+B*ALOG(ABS(X)+R)
C          TEST SIGN OF ARGUMNT
C      4 R=R+C*(A-B)
C          IF(X)5,6,6
C      5 R=-R
C      6 RETURN
C          INITIALIZATION
C      7 AN=(B+A)*0.5
C          AA=A
C          R=B
C          ANG=ABS(1./X)
C          PIM=0.
C          ISI=0
C          ARI=1.
C          GEO=ABS(CK)
C          LANDEN TRANSFORMATION
C      8 R=AA*GEO+R
C          SGEO=ARI*GEO
C          AA=AN
C          AARI=ARI
C          ARITHMETIC MEAN
C          ARI=GEO+ARI
C          SUM OF SINE VALUES
C          AN=(R/ARI+AA)*0.5
C          AANG=ABS(ANG)
C          ANG=-SGEO/ANG+ANG
C          PIMA=PIM
C          IF(ANG)10,9,11
    
```

付録3. 応答関数の内挿

本文 4.2 で述べたごとく、応答関数は陽子発生エネルギー E_n とその分布 E エネルギーについて 200×200 点の数が計算により準備されている。しかし、測定値の補正を行うにはさらに多数の応答関数を発生させなければならず、準備したメッシュ数では十分と言えない。これを補うため、メッシュ点の間に入る応答関数については計算値の内挿から求める。内挿法の導入により、wall-and-end 補正の計算時間は大きく短縮できる。

今、計算値 $C_0(E_j)$, $C_2(E_i, E_j)$ をテーブルで与えた代表点とし、それらを基準として新しい $C_0(E'_n)$, $C_2(E', E'_n)$ を内挿式により求める。

- (1) E'_n が E_j と E_{j+1} の中間にある場合

$C_0(E'_n)$ を $C_0(E_j)$ と $C_0(E_{j+1})$ の直線内挿により求める。

$$C_0(E'_n) = - \frac{C_0(E_{j+1}) - C_0(E_j)}{E_{j+1} - E_j} (E_{j+1} - E'_n) + C_0(E_{j+1})$$

- (2) E'_n が E_j と一致し、かつ E' が E_i と E_{i+1} の中間にある場合

この場合 $C_0(E'_n)$ はテーブルから定まるので、 $C_2(E', E'_n)$ は E_j 発生の $C_2(E_i, E_j)$ と $C_2(E_{i+1}, E_j)$ の間の直線内挿により求めることができる。

$$C_2(E', E'_n) = - \frac{C_2(E_{i+1}, E_j) - C_2(E_i, E_j)}{E_{i+1} - E_i} \times (E_{i+1} - E') + C_2(E_{i+1}, E_j)$$

ただし、 $C_2(E_i, E_j) > C_2(E_{i+1}, E_j)$ の場合。

- (3) E'_n が E_j と E_{j+1} の中間にあり、かつ E' がエネルギー・メッシュの中間にある場合。

各々発生エネルギーが異なるので、対応する wall-and-end の応答分布はそれぞれエネルギー尺度の大きさが異っている。そのため、参考にする分布のエネルギー尺度を合せてから（発生エネルギーを 1 に規格化）内挿を行う。尺度適合のさい、分布の積分的な面積は相対的に保存されるようにする。

エネルギー E' に対応する E_j 発生と E_{j+1} 発生の新しい尺度の分布エネルギーは、比例関係よりそれぞれ $E'/E'_n \cdot E_j$ および $E'/E'_n \cdot E_{j+1}$ である。これらのエネルギーをもつ wall-and-end 部分の応答は

$$C_2 \left\{ \frac{E'}{E'_n} E_{j+1}, E_{j+1} \right\} \equiv X$$

$$C_2 \left\{ \frac{E'}{E'_n} E_j, E_j \right\} \equiv Y$$

で表わされる。 $E'/E'_n \cdot E_{j+1}$ または $E'/E'_n \cdot E_j$ がエネルギー・メッシュ点の間に入る場合は、 X と Y は(2)の方法で求めることができる。

X と Y を用いて最後に $C_n(E', E'_n)$ を内挿により求めることができる。すなわち

$$C(E, E'_n) = \left[\frac{X \cdot E_{j+1} - Y \cdot E_j}{E_{j+1} - E_j} \{E'_n - E_j\} + Y \cdot E_j \right] \frac{1}{E'_n}$$

である。

エネルギー・メッシュ点を細かくとる限り、相隣るメッシュ点の応答関数の分布形はよく類似するので、内挿法による中間点の応答関数の導出はよい近似法と言える。なお、50 keV以下の応答関数については、本文の計算結果から推察できるように wall-and-end 部分の応答自身が非常に小さくなる。また、このエネルギー範囲で応答関数の分布形はそれぞれよく類似しているので分布形を相対的に比例近似させて求めても大きな誤りは生じないと考えられる。