

JAERI-M

9083

二次元水平断熱層内透過流解析コード
PERFLOW1

1980年9月

田所 啓弘

この報告書は、日本原子力研究所が JAERI-M レポートとして、不定期に刊行している研究報告書です。入手、複製などのお問い合わせは、日本原子力研究所技術情報部（茨城県那珂郡東海村）あて、お申しこしください。

JAERI-M reports, issued irregularly, describe the results of research works carried out in JAERI. Inquiries about the availability of reports and their reproduction should be addressed to Division of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken, Japan.

二次元水平断熱層内透過流解析コード
PERFLOW 1

日本原子力研究所動力炉開発・安全性研究管理部

田 所 啓 弘

(1980年8月20日受理)

本報告書は、多目的高温ガス炉に用いられる高温配管において、内部断熱層に設けられた仕切板が破損したときに生じる透過流を解析するための計算コードPERFLOW 1の内容と使用方法についてまとめたものである。解析の対象は配管内において仕切板で区切られた1つの内部断熱層とし、その層内を一相系二次元モデルで取扱った。

本コードにより、内部断熱層内の温度、流関数、および流速分布などを計算することができる。計算時間(cpu)は、x軸方向の格子数20、y軸方向の格子数15に対してFACOM230/75システムで約300秒である。

PERFLOW 1: A Two-dimensional Permeation Flow Analysis Code for
Horizontal Thermal Insulator

Yoshihiro TADOKORO

Division of Power Reactor Projects, JAERI

(Received August 20, 1980)

The contents and use of a computer code PERFLOW 1 are described, which analyzes the behavior of the permeation flow occurring in the case of break down of a partition plate mounted in a thermal insulator of a hot pipe in a HTGR. The PERFLOW 1 simulates a single thermal insulation layer divided with partition plates and treats this layer as a two-dimensional, homogeneous model.

Outputs of the code are distributions of temperature, stream function, and velocity in the thermal insulation layer. The running time (cpu) in the case of 20 x 15 mesh points is about 300 sec with the FACOM 230/75 system.

Keywords: Permeation Flow Analysis, Thermal Insulation Layer, High-Temperature Piping, Computer Program, Steady-State Simulation, Stream Function, Two-Dimensional Model

目 次

1. はじめに	1
2. 計算理論	2
2.1 解析モデル	2
2.2 基礎方程式	3
2.3 無次元方程式	6
3. 数値解法	11
3.1 差分方程式	11
3.2 数値計算	15
4. 計算コード	19
4.1 構成と流れ図	19
4.2 入力量	20
4.3 出力量	20
4.4 計算例	21
5. まとめ	26
謝 辞	26
参考文献	26
付録 温度場に関する数値計算式	28

Contents

1. Introduction	1
2. Theoretical description	2
2.1 Analytical model	2
2.2 Basic equations	3
2.3 Dimensionless equations	6
3. Numerical method	11
3.1 Finite difference equations	11
3.2 Numerical calculations	15
4. Computer program	19
4.1 Program structure and flow diagram	19
4.2 Program input	20
4.3 Program output	20
4.4 Example case	21
5. Conclusion	26
Acknowledgement	26
References	26
Appendix Numerical calculations on temperature distribution	28

1. はじめに

多目的高温ガス実験炉の高温配管は、原子炉で発生する1000℃の高温ヘリウムガスを熱的に効率よくかつ安全に輸送する機能を必要とするため、実験炉プラントの機器のなかで最も重要な機器の一つである。1000℃、4.0 kg/cm²の高温高圧に直接耐えうる高温材料が開発されていない現在、高温配管の耐圧管は、圧力障壁と温度障壁を分離した内部断熱方式を採用することにより、比較的低温で設計される。そのため内部断熱構造物には高度の健全性と信頼性が要求される。

内部断熱構造物は主流のヘリウムガスと接する側にライナが張られており、多孔質の断熱材が充填された断熱構造内には長手方向のヘリウム流防止と断熱構造の支持のために仕切板が設けられている。片側の仕切板には、主流のヘリウムガスと断熱構造内部のヘリウムガスの圧力差による過大な圧力がライナに発生しないように均圧孔が設けられている。もう片側の仕切板はライナと耐圧管に溶接されているが、この仕切板とライナとの間に破損孔が生じた場合、破損孔と均圧孔との間にヘリウムガスの透過流が形成される。その結果、内部断熱構造物の断熱性能は低下し、温度障壁としての機能が損なわれ、耐圧管の局部的温度上昇を招く。このときに、ヘリウムガスの透過流がどのように形成されるか、また、この透過流によって断熱構造物の有効熱伝導率がどのような影響を受けるか、これらについて検討するために、「二次元水平断熱層内透過流解析コード」を開発した。コードの開発にあたっては、昭和53年度前半に実施した「実験炉特性解析」の作業の一環として作成した透過流解析コードを参考にした。なお、この作業は契約メーカーである三菱重工業株式会社と三菱原子力工業株式会社の協力を得て実施したものである。

断熱層内の透過流に関する研究としては、C. B. Baxi, et al.⁽¹⁾, M. Jannot, et al.⁽²⁾などのものがある。C. B. Baxi, et al.の研究は、温度ガス炉の断熱構造物における断熱層内の透過流を解析することを目的としたものである。この場合の透過流は、主流の高温ヘリウムガスと接するカバープレートの隙間をヘリウムガスが通過する強制対流と断熱層内温度差による自然対流との発生によるものである。したがって、境界条件としてのカバープレートは断熱層と異なる透過率を有する多孔質層として取扱われている。このため破損孔と均圧孔との間に形成される透過流を解析することを目的とした本研究とは、主流の高温ヘリウムガスと接する境界条件の取扱いが異なる。つまり、ライナの計算モデル上の取扱いにおいて、本研究においては破損孔と均圧孔以外はすべて固体壁であるが、C. B. Baxi, et al.のカバープレートはすべて多孔質層であるという点である。

C. B. Baxi, et al.は式と境界条件を確認するために、二次元垂直断熱層の低温側の固体壁における局所ヌセルト数の計算結果を、M. Jannot et al.の実験結果と比較している。透過流の発生が自然対流のみの場合はかなり良く一致しているが、強制対流を加味した場合はあまり良い一致を得ていない。また、式の確認に続いて、高温ガス炉の原子炉と水蒸気発生器を結ぶ水平方向のダクトにおける断熱層内の透過流を解析し、有効ヌセルト数が1.0より僅かに大きい程度であると報告している。

本解析コードでは、断熱層内の透過流を二次元の定常問題として取扱い、その内部の流れは Darcy の法則に従うものとした。また、断熱材とヘリウムガスの温度は局所的に等しい一相系モデルとした。数値解法は温度と流関数に関する差分方程式を加速リープマン法で解いた。計算時間 (cpu) は、X 軸方向の格子数 20、Y 軸方向の格子数 15 に対して FACOM 230/75 システムで約 300 秒である。

2. 計算理論

2.1 解析モデル

解析の対象は、高温配管の水平部とし、Fig. 2.1 にその配管の断面図を示す。この断面図は配管を長手方向へ切った場合の耐圧管ならびに内部断熱構造物の上側の断面のみを描いたものである。本図に示された内部断熱構造物は、主流の高温ヘリウムガスに接するライナと、高温ガスから耐圧管 (Pressure tube) を断熱遮断する断熱層から構成されている。断熱層には断熱材が充填されており、断熱材中のヘリウム流を防止するために、長手方向の両端に仕切板 (Partition plate) が、また、径方向に仕切管 (Partition sleeve) がそれぞれ設けられている。仕切管には一様に均圧用の穴がけられている。このような内部断熱構造物に前章で説明した透過流が形成されたときの解析モデル図を Fig. 2.2 に示す。本図に示すように、透過流は、主流のヘリウムガスの圧力勾配が駆動力となって、上流側の破損孔が流入孔となり下流側の均圧孔が流出孔となって形成される。なお、透過流に関する計算理論は、次に示す前提条件に基づいて作成された。

(1) 仮定条件

- (i) 断熱層内の透過流は二次元 (X-Y 座標) の定常問題として扱う。
- (ii) 内部の流体の流れは Darcy の法則に従う。
- (iii) 内部の熱の移動は熱伝導と対流によるものとし、熱放射は十分に小さく無視できるものとする。
- (iv) 断熱材とヘリウムガスの温度は局所的に等しい一相系モデルとする。
- (v) 内部の圧力勾配は温度のそれに比べて極めて小さいものとする。また、物性値に対してもその影響は無視できるものとする。
- (vi) ライナ及び耐圧管の熱抵抗は無視する。

(2) 境界条件

- (i) ライナと耐圧管の両面では、熱伝達がある。
- (ii) 軸方向の面端にある仕切板の両面は断熱として扱う。
- (iii) 仕切板、耐圧管、およびライナなどの固体壁の境界面では流体の滑りが許されるものとする。
- (iv) 流入孔と流出孔の間には、主流のヘリウムガスの圧力損失に相当する圧力差が生じるものとする。

(3) 物性値

本解析コードでは、断熱層内の透過流を二次元の定常問題として取扱い、その内部の流れは Darcy の法則に従うものとした。また、断熱材とヘリウムガスの温度は局所的に等しい一相系モデルとした。数値解法は温度と流関数に関する差分方程式を加速リープマン法で解いた。計算時間 (cpu) は、X 軸方向の格子数 20、Y 軸方向の格子数 15 に対して FACOM 230/75 システムで約 300 秒である。

2. 計算理論

2.1 解析モデル

解析の対象は、高温配管の水平部とし、Fig. 2.1 にその配管の断面図を示す。この断面図は配管を長手方向へ切った場合の耐圧管ならびに内部断熱構造物の上側の断面のみを描いたものである。本図に示された内部断熱構造物は、主流の高温ヘリウムガスに接するライナと、高温ガスから耐圧管 (Pressure tube) を断熱遮断する断熱層から構成されている。断熱層には断熱材が充填されており、断熱材中のヘリウム流を防止するために、長手方向の両端に仕切板 (Partition plate) が、また、径方向に仕切管 (Partition sleeve) がそれぞれ設けられている。仕切管には一様に均圧用の穴があげられている。このような内部断熱構造物に前章で説明した透過流が形成されたときの解析モデル図を Fig. 2.2 に示す。本図に示すように、透過流は、主流のヘリウムガスの圧力勾配が駆動力となって、上流側の破損孔が流入孔となり下流側の均圧孔が流出孔となって形成される。なお、透過流に関する計算理論は、次に示す前提条件に基づいて作成された。

(1) 仮定条件

- (i) 断熱層内の透過流は二次元 (X-Y 座標) の定常問題として扱う。
- (ii) 内部の流体の流れは Darcy の法則に従う。
- (iii) 内部の熱の移動は熱伝導と対流によるものとし、熱放射は十分に小さく無視できるものとする。
- (iv) 断熱材とヘリウムガスの温度は局所的に等しい一相系モデルとする。
- (v) 内部の圧力勾配は温度のそれに比べて極めて小さいものとする。また、物性値に対してもその影響は無視できるものとする。
- (vi) ライナ及び耐圧管の熱抵抗は無視する。

(2) 境界条件

- (i) ライナと耐圧管の両面では、熱伝達がある。
- (ii) 軸方向の面端にある仕切板の両面は断熱として扱う。
- (iii) 仕切板、耐圧管、およびライナなどの固体壁の境界面では流体の滑りが許されるものとする。
- (iv) 流入孔と流出孔の間には、主流のヘリウムガスの圧力損失に相当する圧力差が生じるものとする。

(3) 物性値

- (i) ヘリウムガスの比重量は理想気体の状態方程式に従うものとする。
- (ii) ヘリウムガスの比熱は温度と圧力に対して一定とする。
- (iii) ヘリウムガスの熱伝導率と静粘性係数は温度の関数で表示されるものとする。
- (iv) 断熱層の熱伝導率は、断熱材と静止時のヘリウムガスの混合物の値とし、等方的であるとする。また、その値は温度の関数で表示されるものとする。
- (v) 断熱層の透過率はX, Y各方向に対して異方的な取扱いをすることもできる。

2.2 基礎方程式

2.2.1 方程式

二次元水平断熱層内の透過流を解析するには、速度 ($u; v$)、密度 ρ 、圧力 P 、および温度 T を (X, Y) の関数として求めればよい。未知量は5個 (u, v, ρ, P, T) あるから、これを求めるには5個の方程式が必要である。これらの方程式は、状態方程式、連続方程式、運動方程式 (2個)、およびエネルギー方程式である。状態方程式に関しては前述したように理想気体の状態方程式に従うものとした。したがって、連続方程式、運動方程式、およびエネルギー方程式について以下に示す。

まず、座標系に関しては、Fig. 2.2 に示すようにライナと断熱面の交点を原点にとり、ライナに沿った水平方向を x' 軸とし、ライナに垂直な方向を y' 軸とする。 x' 方向の流速を u 、 y' 方向の流速を v とすると、質量保存の法則から圧縮性流体の連続方程式は次のように書くことができる。

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x'} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y'} = 0 \quad (2.1)$$

ここで ρ はヘリウムガスの流体密度 (kg/m^3) であり、理想気体の状態方程式に従う。

次に、運動方程式は Darcy の法則を二次元流に拡張すれば、

$$\varepsilon u = \frac{K_x}{\mu} \left(\rho g_x - \frac{\partial P}{\partial x'} \right) \quad (2.2)$$

$$\varepsilon v = \frac{K_y}{\mu} \left(\rho g_y - \frac{\partial P}{\partial y'} \right) \quad (2.3)$$

と書くことができる。断熱材が充填されている断熱層内では、流速が極めて小さいため、粘性力は流速に比例し、かつ、慣性力は粘性力に比べて無視できる。このため Darcy の法則を適用することができる。

ここで、

ε : 空隙率 (-)

$\varepsilon u, \varepsilon v$: 見掛け流速 (m/s)

K_x, K_y : 断熱層の x', y' 方向の透過率 (m^2)

μ : 流体の静粘性係数 ($\text{kg s} / \text{m}^2$)

g_x, g_y : x', y' 方向の重力加速度 (m / s^2) (但し, $g_x = 0, g_y = -g$, なお, g は $-y'$ 方向の重力加速度である。)

P : 流体の圧力 (kg / cm^2)

断熱層内の熱の移動は流体の流れによるエンタルピー輸送と混合物としての断熱層内の熱伝導によって生じ、エネルギー方程式は次のように書くことができる。

$$\frac{\partial}{\partial x'} (\epsilon u \rho c_p T) + \frac{\partial}{\partial y'} (\epsilon v \rho c_p T) = \frac{\partial}{\partial x'} \left(\lambda_x \frac{\partial T}{\partial x'} \right) + \frac{\partial}{\partial y'} \left(\lambda_y \frac{\partial T}{\partial y'} \right) \quad (2.4)$$

ここで、

c_p : 流体の定圧比熱 ($\text{kcal} / \text{kg } ^\circ\text{C}$)

λ_x, λ_y : 断熱層 (断熱材と静止時ヘリウムガス) の x', y' 方向の熱伝導率 ($\text{kcal} / \text{mh } ^\circ\text{C}$) (但し, $\lambda_x = \lambda_y = \lambda$)

T : 温度 ($^\circ\text{K}$)

断熱層内の熱伝導率について考察してみると、Darcy の法則が成立する範囲では、流体塊の乱流的混合による熱移動などは一般に無視できるため、断熱層の熱伝導率は静止時のヘリウムガスと断熱材の混合物としての熱伝導率としてさしつかえない⁽⁴⁾。また、本解析モデルでは、熱放射の影響を無視しているが、断熱層が均質であれば、断熱層の熱伝導率に熱放射を含ませてもよい⁽³⁾。

2.2.2 境界条件

(1) 仕切板 ($x' = 0, x' = \ell$)

軸方向の両端にある仕切板の両面では、熱の流れを断熱として扱おう。また、面に沿った流体の流れには滑りがあり、一方、面に垂直な流体の流速は壁面で零であるから、境界条件は以下のように書ける。

(i) 温度

$$\frac{\partial T}{\partial x'} = 0 \quad (0 \leq y' \leq d) \quad (2.5)$$

(ii) 流速

$$u = 0, v = 0 \quad (0 \leq y' \leq d) \quad (2.6)$$

(2) 耐圧管 ($y' = d$)

耐圧管では、外部と熱伝達があるものとする。また流体の流れに関する境界条件は、仕切板の場合と同様の考えに基づくものとする。

(i) 温度

$$\lambda_c \frac{\partial T}{\partial y'} = -h_c (T - T_c) \quad (0 \leq x' \leq \ell) \quad (2.7)$$

(ii) 流速

$$u \approx 0, v = 0 \quad (0 \leq x' \leq \ell) \quad (2.8)$$

(3) ライナ ($y' = 0$)

温度に関する境界条件は、流入孔 $x' = x'_1$ と流出孔 $x' = x'_2$ を除いて耐圧管と同様であり、流入孔と流出孔は別に定められる。一方、流れに関しては以下に示すように三つに分けられる。

(i) 温度

① 流入孔と流出孔を除いたライナ

$$\lambda_H \frac{\partial T}{\partial y'} = -h_H (T_H - T) \quad (0 \leq x'_1 < x', x'_1 < x' < x'_2, x'_2 < x' \leq \ell) \quad (2.9)$$

② 流入孔と流出孔

$$\lambda_H \frac{\partial T}{\partial y'} = -\frac{k}{a} (T_H - T) \quad (x' = x'_1, x' = x'_2) \quad (2.10)$$

ライナの厚さ (m) を a 、流入または流出するヘリウムガスの熱伝導率を k 、主流のヘリウムガスの温度を T_H とすると、流入孔と流出孔の断熱層側の温度 T に関して上式が成立する。

(ii) 流速

① ライナに沿った両端の流速

$$u \approx 0, v = 0 \quad (0 \leq x' < x'_1, x'_2 < x' \leq \ell) \quad (2.11)$$

② ライナに沿った流入・流出孔間の流速

$$u \approx 0, v = 0 \quad (x'_1 < x' < x'_2) \quad (2.12)$$

$$\Delta P_i = P_o(1) - P_o(2) \quad (2.13)$$

流入孔では主流のヘリウムガスが流入し、断熱層内を透過して流出孔から主流のヘリウムガスへ合流する。この間の圧力損失は、流入孔での主流のヘリウムガスの圧力 (kg/cm^2) $P_o(1)$ と流出孔での主流のヘリウムガスの圧力 (kg/cm^2) $P_o(2)$ との圧力差 (kg/cm^2) ΔP_i に等しく、かつライナに沿った流入・流出孔間の流速と整合がとられていなければならない。

③ 流入孔と流出孔の圧力勾配

$$\left(\frac{\partial T}{\partial y'} \right)_{x'=x'_1} = \frac{P_i(1) - P_o(2)}{a} \quad (2.14)$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial y'} \right)_{x'=x'_2} = \frac{P_i(2) - P_o(2)}{a} \quad (2.15)$$

流入孔における y' 方向の圧力勾配は、流入孔 $x' = x'_1$ における断熱層側のヘリウムガスの圧力を $P_i(1)$ 、ライナの厚さを a とすると、主流のヘリウムガスの圧力 $P_o(1)$ との差から求

められる。流出孔 $x'=x'_2$ においても、断熱層側のヘリウムガスの圧力を $P_1(2)$ とすれば、同様なことが言える。

ここで、

- ℓ : 断熱層の軸方向長さ (m)
- d : 断熱層の厚さ (m)
- λ_c : 断熱層の耐圧管近傍の熱伝導率 (kcal/mh $^{\circ}$ C)
- λ_H : 断熱層のライナ近傍の熱伝導率 (kcal/mh $^{\circ}$ C)
- h_c : 耐圧管と外部との熱伝達率 (kcal/m 2 h $^{\circ}$ C)
- h_H : 主流のヘリウムガスの熱伝達率 (kcal/m 2 h $^{\circ}$ C)
- T_c : 耐圧管の外部の温度 ($^{\circ}$ K)
- T_H : 主流のヘリウムガスの温度 ($^{\circ}$ K)

2.3 無次元方程式

運動方程式、およびエネルギー方程式を無次元化するにあたって、無次元座標軸 x, y 、および無次元温度 θ を次のように定義する。

$$x = x' / d \quad (2.16)$$

$$y = y' / d \quad (2.17)$$

$$\theta = (T - T_c) / (T_H - T_c) \quad (2.18)$$

また、(2.1) 式を満足する流関数 ψ を次のように定義する。

$$u = \frac{\rho_r \kappa_r}{\varepsilon \rho d} \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad (2.19)$$

$$v = - \frac{\rho_r \kappa_r}{\varepsilon \rho d} \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (2.20)$$

ここで κ は温度伝導率 (m 2 /h) であり、断熱層の熱伝導率 (kcal/mh $^{\circ}$ C) λ とヘリウムガスの密度 (kg/m 3) ρ 、定圧比熱 (kcal/kg $^{\circ}$ C) C_p から求められる。

$$\kappa = \frac{\lambda}{C_p \rho} \quad (2.21)$$

なお、(2.19)、(2.20) 式中の ρ_r 、 κ_r における添字 r は、基準温度

$$T_r = \frac{T_H + T_c}{2} \quad (2.22)$$

に対する値をとることを示し、以下の式に出てくる ν_r 、 λ_r も同様のことを示す。

2.3.1 方程式

運動方程式 (2.2)、(2.3) は、前述の (2.16) ~ (2.20) 式を導入することにより、次に示す無

次元運動方程式に変換することができる。

$$\frac{1}{Da_x} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\nu}{\nu_r} \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) + \frac{1}{Da_y} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\nu}{\nu_r} \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) = Ra \left(\frac{T_r}{T} \right)^2 \left(\frac{g_y}{g} \frac{\partial \theta}{\partial x} - \frac{g_x}{g} \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) \quad (2.23)$$

ここで、 R_a は自然対流に関する無次元数レイリ数であり、グラスホフ数 G_r とプラントル数 P_r の積、 $R_a = G_r \cdot P_r$ から、

$$R_a = \frac{g (T_H - T_c) d^3}{T_r \nu_r^2} \frac{\nu_r}{\kappa_r} \quad (2.24)$$

また、 Da_x 、 Da_y は透過流に関する無次元数ダーシー数であり、 x 方向に対して、

$$Da_x = K_x / d^2 \quad (2.25)$$

y 方向に対して、

$$Da_y = K_y / d^2 \quad (2.26)$$

である。なお、 ν は流体の動粘性係数である。変換に際しては、断熱層内部の圧力勾配が温度のそれに比べて極めて小さいこと、

$$\frac{1}{P} \frac{\partial P}{\partial x} \ll \frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial x} \quad (2.27)$$

$$\frac{1}{P} \frac{\partial P}{\partial y} \ll \frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial y} \quad (2.28)$$

また、断熱層内部のヘリウムガスの比重量が理想気体の状態方程式に従い、かつ、圧力 P が基準温度 T_r に対し、

$$P = R \cdot \rho_r g \cdot T_r \quad (2.29)$$

であることなどの仮定条件が含まれている。ここで、 R はガス定数である。

次に、エネルギー方程式 (2.4) は、(2.1) 式、および (2.16) ~ (2.20) 式を導入することにより、次式の無次元エネルギー方程式に変換することができる。

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\lambda_x}{\lambda_r} \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\lambda_y}{\lambda_r} \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) = \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \theta}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \theta}{\partial y} \quad (2.30)$$

以上、(2.23) 式、(2.30) 式に無次元基礎方程式が求められた。

2.3.2 境界条件

無次元基礎方程式 (2.23)、(2.30) の境界条件は、(2.5) ~ (2.15) 式から求めることができる。そのなかでとくに、流速は (2.19) 式と (2.20) 式を用いて流関数に置き換えられる。なお、

流関数に関する境界条件は、仕切板、耐圧管、およびライナなどの固体壁の境界面では流体の滑りが許されるから、流入孔→仕切板→耐圧管→仕切板→流出孔の経路に沿う流線を基本流線と定義し、その流関数を ψ_0 とした。一方、流入孔→ライナ→流出孔の経路に沿う流線の流関数を ψ_1 とした。なお、経路に沿う流線の方法は、基本流線が断熱層を横断しない場合は、Fig. 2.3に示すようになる。基本流線が断熱層を横断する場合は、横断された部分の経過に沿う流線の方法は逆向きになる。以下に無次元温度と流関数の境界条件を示す。

(1) 仕切板 ($x = 0, x = \ell/d$)

(i) 温度

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} = 0 \quad (0 \leq y \leq 1) \quad (2.31)$$

(ii) 流関数

$$\psi = \psi_0 \quad (0 \leq y \leq 1) \quad (2.32)$$

(2) 耐圧管 ($y = 1$)

(i) 温度

$$\bar{\lambda}_c \frac{\partial \theta}{\partial y} = -Nu_c \theta \quad (0 \leq x \leq \frac{\ell}{d}) \quad (2.33)$$

(ii) 流関数

$$\psi = \psi_0 \quad (0 \leq x \leq \frac{\ell}{d}) \quad (2.34)$$

ここで、 $\bar{\lambda}_c$ は断熱層の耐圧管近傍の無次元熱伝導率

$$\bar{\lambda}_c = \frac{\lambda_c}{\lambda_r} \quad (2.35)$$

であり、 Nu_c は次式で定義されるヌセルト数である。

$$Nu_c = \frac{d h_c}{\lambda_r} \quad (2.36)$$

(3) ライナ ($y = 0$)

(i) 温度

① 流入孔と流出孔を除いたライナ

$$\bar{\lambda}_H \frac{\partial \theta}{\partial y} = -Nu_H (1 - \theta) \quad (0 \leq x < x_1, x_1 < x < x_2, x_2 < x \leq \ell) \quad (2.37)$$

② 流入孔と流出孔

$$\bar{\lambda}_H \frac{\partial \theta}{\partial y} = - \left(\frac{d}{a} \right) \left(\frac{k}{\lambda_r} \right) (1 - \theta) \quad (x = x_1, x = x_2) \quad (2.38)$$

ここで、 $\bar{\lambda}_H$ は断熱層のライナ近傍の無次元熱伝導率

$$\bar{\lambda}_H = \frac{\lambda_H}{\lambda_r} \quad (2.39)$$

であり、 Nu_H は次式で定義されるヌセルト数である。

$$Nu_H = \frac{d h_H}{\lambda_r} \quad (2.40)$$

x_1, x_2 はそれぞれ無次元座標軸における流入孔と流出孔の位置を示す。

(ii) 流関数

① ライナに沿った両端の流関数

$$\psi = \psi_0 \quad (0 \leq x < x_1, x_2 < x < \frac{b}{d}) \quad (2.41)$$

② ライナに沿った流入・流出孔間の流関数

$$\psi = \psi_1 \quad (x_1 < x < x_2) \quad (2.42)$$

③ 流入孔と流出孔の流関数

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} = Re Pr_r - \frac{K_x}{K_L} \frac{a}{d} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \quad (x = x_1, x = x_2) \quad (2.43)$$

さて流関数 ψ_0 と ψ_1 の導出について触れてみると、まず流関数 ψ_0 は基本流線の流関数であるから任意に定めることができる。次に流関数 ψ_1 は、(2.13) 式を満足するライナに沿った流線の流関数として求めることができる。

流入孔と流出孔の流関数は、上式 (2.43) から求めることができる。この式の導出は (2.2)、(2.3) 式に、流入孔では (2.14) 式、流出孔では (2.15) 式をそれぞれ導入して求められる。(2.43) 式において Pr_r はプラント数、 K_L は流入孔または流出孔の透過率を示す。また (2.39) 式右辺第 1 項にみられる Re は次式で定義されるレイノルズ数である。

$$Re = \frac{d}{\nu} \frac{K_x}{\mu_r} \left(\rho g_x - \frac{\partial P_0}{\partial x'} \right) \quad (2.44)$$

上式に含まれる $\partial P_0 / \partial x'$ は、主流のヘリウムガスの圧力勾配を示し、流れに沿って圧力勾配が一定であれば、次式が成立する。

$$\frac{\partial P_0}{\partial x'} = - \frac{\Delta P_t}{x'_2 - x'_1} \quad (2.45)$$

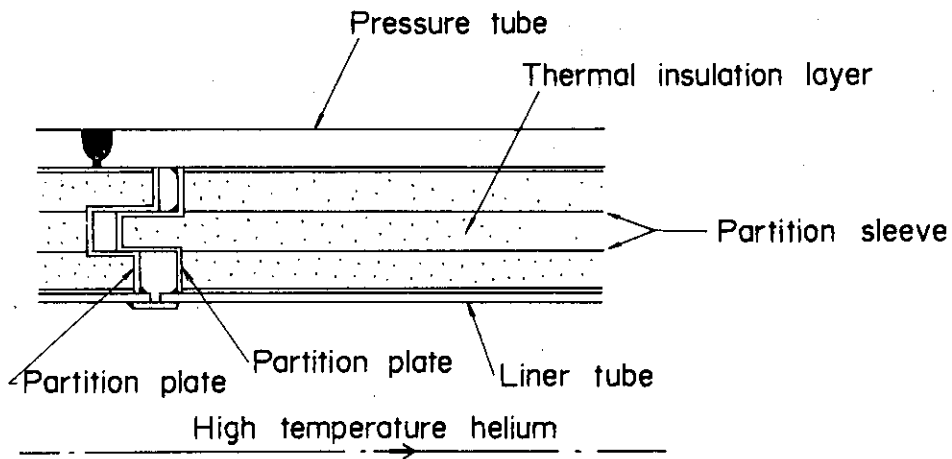


Fig.2.1 High temperature piping structure

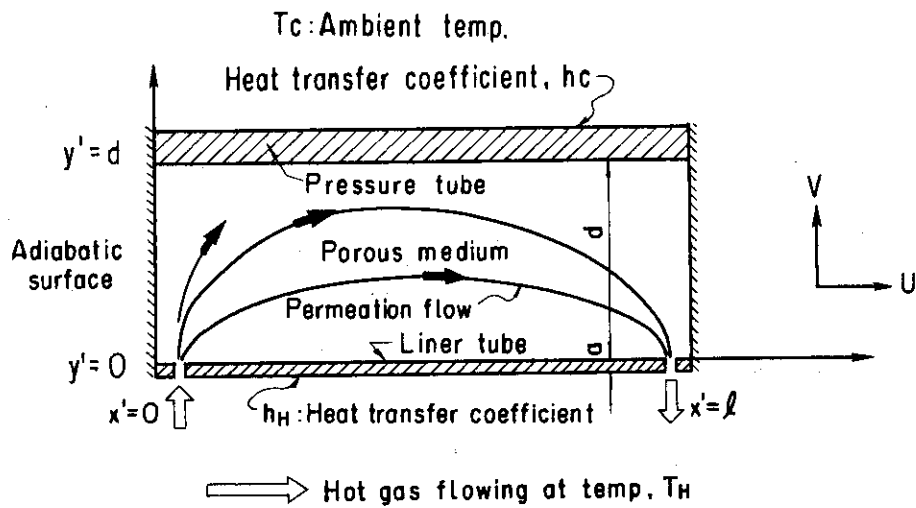


Fig.2.2 Coordinates and boundary conditions of thermal insulation layer

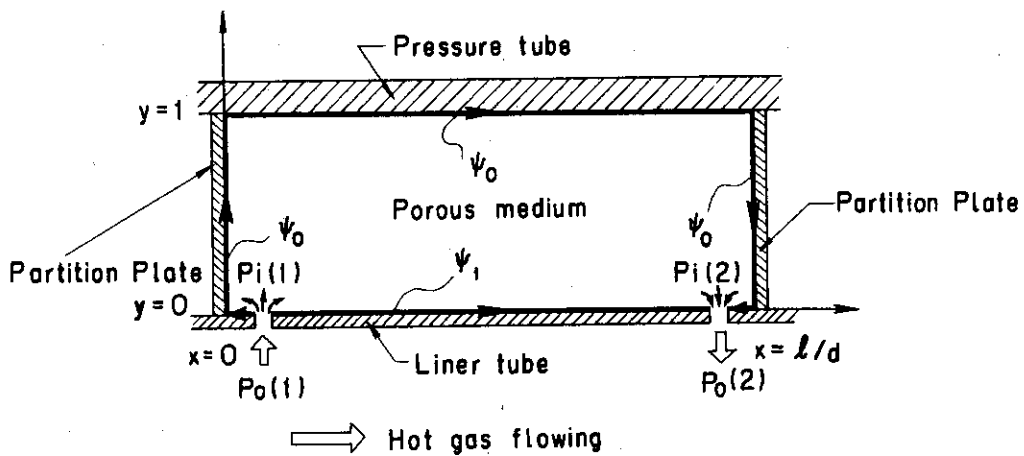


Fig.2.3 Boundary conditions on streamlines

3. 数 値 解 法

3.1 差分方程式

二次元水平断熱層内で透過流が発生したときの熱流動特性は、温度場に関する無次元方程式 (2.30) および流関数に関する方程式 (2.23) の二つの方程式を解くことによって、把握することができる。これらの式は、Fig. 3.1 に示すような各格子点において差分方程式に近似され、また境界面では境界条件を加味することにより差分近似化される。差分近似の方法は、断熱層内部では中心差分法が用いられるが、境界面では一部、隣接差分法が用いられる。x 方向の格子数を i_m 、その格子間隔を δx 、y 方向の格子数を j_m 、その格子間隔を δy とすると、任意の格子点 (i, j) に着目した場合の差分方程式は以下のように書くことができる。なお、 $\theta_{i,j}$ は格子点 (i, j) の温度を示し、 $\psi_{i,j}$ は流関数を示す。

3.1.1 温度場

(1) 断熱層内部 ($1 < i < i_m, 1 < j < j_m$)

(2.30) 式を差分近似すると、次のごとくなる。

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\bar{\lambda}_{i+1,j} - \bar{\lambda}_{i-1,j}}{2\delta x} \right) \left(\frac{\theta_{i+1,j} - \theta_{i-1,j}}{2\delta x} \right) + \frac{\bar{\lambda}_{i,j}}{\delta x^2} (\theta_{i-1,j} - 2\theta_{i,j} + \theta_{i+1,j}) \\ & + \left(\frac{\bar{\lambda}_{i,j+1} - \bar{\lambda}_{i,j-1}}{2\delta y} \right) \left(\frac{\theta_{i,j+1} - \theta_{i,j-1}}{2\delta y} \right) + \frac{\bar{\lambda}_{i,j}}{\delta y^2} (\theta_{i,j-1} - 2\theta_{i,j} + \theta_{i,j+1}) \\ & = \left(\frac{\theta_{i+1,j} - \theta_{i-1,j}}{2\delta x} \right) \left(\frac{\psi_{i,j+1} - \psi_{i,j-1}}{2\delta y} \right) - \left(\frac{\theta_{i,j+1} - \theta_{i,j-1}}{2\delta y} \right) \left(\frac{\psi_{i+1,j} - \psi_{i-1,j}}{2\delta x} \right) \end{aligned} \quad (3.1)$$

ここで、 $\bar{\lambda}_{i,j}$ は格子点 (i, j) における断熱層内の無次元熱伝導率

$$\bar{\lambda}_{i,j} = \frac{\lambda}{\lambda_r} \quad (\text{但し, } \lambda = \lambda_x = \lambda_y) \quad (3.2)$$

である。

(2) 仕切板 ($i = 1, i = i_m, 1 < j < j_m$)

温度場に関する式 (2.30) を境界面 $i = 1$ へ適用すると、境界条件 (2.31) 式および (2.32) 式を代入すれば、次のごとくなる。

$$\frac{\bar{\lambda}_{i,j}}{\delta x^2} (2\theta_{i+1,j} - 2\theta_{i,j}) + \left(\frac{\bar{\lambda}_{i,j+1} - \bar{\lambda}_{i,j-1}}{2\delta y} \right) \left(\frac{\theta_{i,j+1} - \theta_{i,j-1}}{2\delta y} \right)$$

$$+ \frac{\bar{\lambda}_{i,j}}{\delta y^2} (\theta_{i,j-1} - 2\theta_{i,j} + \theta_{i,j+1}) = - \left(\frac{\theta_{i,j+1} - \theta_{i,j-1}}{2\delta y} \right) \left(\frac{\psi_{i+1,j} - \psi_o}{\delta x} \right) \quad (3.3)$$

同様に、 $i = i_m$ では次のごとくなる。

$$\begin{aligned} & \frac{\bar{\lambda}_{i,j}}{\delta x^2} (2\theta_{i-1,j} - 2\theta_{i,j}) + \left(\frac{\bar{\lambda}_{i,j+1} - \bar{\lambda}_{i,j-1}}{2\delta y} \right) \left(\frac{\theta_{i,j+1} - \theta_{i,j-1}}{2\delta y} \right) \\ & + \frac{\bar{\lambda}_{i,j}}{\delta y^2} (\theta_{i,j-1} - 2\theta_{i,j} + \theta_{i,j+1}) = - \left(\frac{\theta_{i,j+1} - \theta_{i,j-1}}{2\delta y} \right) \left(\frac{\psi_o - \psi_{i-1,j}}{\delta x} \right) \end{aligned} \quad (3.4)$$

(3) 耐圧管 ($j = j_m, 1 < i < i_m$)

温度場に関する式 (2.30) に境界条件 (2.33) 式および (2.34) 式を代入すれば、次式が得られる。

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\bar{\lambda}_{i+1,j} - \bar{\lambda}_{i-1,j}}{2\delta x} \right) \left(\frac{\theta_{i+1,j} - \theta_{i-1,j}}{2\delta x} \right) + \frac{\bar{\lambda}_{i,j}}{\delta x^2} (\theta_{i-1,j} - 2\theta_{i,j} + \theta_{i+1,j}) \\ & + \left(\frac{\bar{\lambda}_{i,j} - \bar{\lambda}_{i,j-1}}{\delta y} \right) \left(\frac{\theta_{i,j} - \theta_{i,j-1}}{\delta y} \right) + \frac{1}{\delta y} \left(-\text{Nu}_c \theta_{i,j} - \bar{\lambda}_{i,j} \frac{\theta_{i,j} - \theta_{i,j-1}}{\delta y} \right) \\ & = \left(\frac{\theta_{i+1,j} - \theta_{i-1,j}}{2\delta x} \right) \left(\frac{\psi_o - \psi_{i,j-1}}{\delta y} \right) \end{aligned} \quad (3.5)$$

(4) ライナ ($j = 1, 1 < i < i_m$)

温度場に関する式 (2.30) に境界条件 (2.37) 式を代入すれば、次式が得られる。

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\bar{\lambda}_{i+1,j} - \bar{\lambda}_{i-1,j}}{2\delta x} \right) \left(\frac{\theta_{i+1,j} - \theta_{i-1,j}}{2\delta x} \right) + \frac{\bar{\lambda}_{i,j}}{\delta x^2} (\theta_{i-1,j} - 2\theta_{i,j} + \theta_{i+1,j}) \\ & + \left(\frac{\bar{\lambda}_{i,j+1} - \bar{\lambda}_{i,j}}{\delta y} \right) \left(\frac{\theta_{i,j+1} - \theta_{i,j}}{\delta y} \right) + \frac{1}{\delta y} \left\{ \bar{\lambda}_{i,j} \frac{\theta_{i,j+1} - \theta_{i,j}}{\delta y} + \text{Nu}_H (1 - \theta_{i,j}) \right\} \\ & = \left(\frac{\theta_{i+1,j} - \theta_{i-1,j}}{2\delta x} \right) \left(\frac{\psi_{i,j+1} - \psi_{i,j}}{\delta y} \right) \end{aligned} \quad (3.6)$$

なおライナ上の格子点 (i, j) が流入孔または流出孔である場合は、温度場に関する式 (2.30) に境界条件 (2.38) 式を導入すれば、次式が得られる。

$$\left(\frac{\bar{\lambda}_{i+1,j} - \bar{\lambda}_{i-1,j}}{2\delta x} \right) \left(\frac{\theta_{i+1,j} - \theta_{i-1,j}}{2\delta x} \right) + \frac{\bar{\lambda}_{i,j}}{\delta x^2} (\theta_{i-1,j} - 2\theta_{i,j} + \theta_{i+1,j})$$

$$\begin{aligned}
 & + \left(\frac{\bar{\lambda}_{i,j+1} - \bar{\lambda}_{i,j-1}}{\delta y + \delta a} \right) \left(\frac{\theta_{i,j+1} - \theta_{i,j-1}}{\delta y + \delta a} \right) + \frac{2}{(\delta y + \delta a)} \left(\bar{\lambda}_{i,j} \frac{\theta_{i,j+1} - \theta_{i,j}}{\delta y} - \bar{\lambda}_{i,j} \frac{\theta_{i,j} - \theta_{i,j-1}}{\delta a} \right) \\
 & = \left(\frac{\theta_{i+1,j} - \theta_{i-1,j}}{2\delta x} \right) \left(\frac{\psi_{i,j+1} - \psi_{i,j}}{\delta y} \right) - \left(\frac{\theta_{i,j+1} - \theta_{i,j-1}}{\delta y + \delta a} \right) \left(\frac{\psi_{i+1,j} - \psi_{i-1,j}}{2\delta x} \right) \quad (3.7)
 \end{aligned}$$

上式において、 δa はライナの無次元厚さ、 $\theta_{i,j-1}$ は主流のヘリウムガスの無次元温度、 $\bar{\lambda}_{i,j-1}$ は流出入口のヘリウムガスの無次元熱伝導率である。

(5) 各コーナー

耐圧管を含むコーナーでは、境界条件 (2.31) ~ (2.34) 式を導入することにより、温度場の式 (2.30) は以下に示すように差分近似化される。同様にライナを含むコーナーでも、境界条件 (2.31) 式、(2.32) 式、(2.37) 式、および (2.41) 式を導入して得られる。

格子点 $(1, j_m)$ にて

$$\begin{aligned}
 & \frac{\bar{\lambda}_{i,j}}{\delta x^2} (2\theta_{i+1,j} - 2\theta_{i,j}) + \left(\frac{\bar{\lambda}_{i,j} - \bar{\lambda}_{i,j-1}}{\delta y} \right) \left(\frac{\theta_{i,j} - \theta_{i,j-1}}{\delta y} \right) \\
 & + \frac{1}{\delta y} \left(-Nu_c \theta_{i,j} - \bar{\lambda}_{i,j} \frac{\theta_{i,j} - \theta_{i,j-1}}{\delta y} \right) = 0 \quad (3.8)
 \end{aligned}$$

格子点 (i_m, j_m) にて

$$\begin{aligned}
 & \frac{\bar{\lambda}_{i,j}}{\delta x^2} (2\theta_{i-1,j} - 2\theta_{i,j}) + \left(\frac{\bar{\lambda}_{i,j} - \bar{\lambda}_{i,j-1}}{\delta y} \right) \left(\frac{\theta_{i,j} - \theta_{i,j-1}}{\delta y} \right) \\
 & + \frac{1}{\delta y} \left(-Nu_c \theta_{i,j} - \bar{\lambda}_{i,j} \frac{\theta_{i,j} - \theta_{i,j-1}}{\delta y} \right) = 0 \quad (3.9)
 \end{aligned}$$

格子点 $(1, 1)$ にて

$$\begin{aligned}
 & \frac{\bar{\lambda}_{i,j}}{\delta x^2} (2\theta_{i+1,j} - 2\theta_{i,j}) + \left(\frac{\bar{\lambda}_{i,j+1} - \bar{\lambda}_{i,j}}{\delta y} \right) \left(\frac{\theta_{i,j+1} - \theta_{i,j}}{\delta y} \right) \\
 & + \frac{1}{\delta y} \left\{ \bar{\lambda}_{i,j} \frac{\theta_{i,j+1} - \theta_{i,j}}{\delta y} + Nu_H (1 - \theta_{i,j}) \right\} \\
 & = 0 \quad (3.10)
 \end{aligned}$$

格子点 $(i_m, 1)$ にて

$$\frac{\bar{\lambda}_{i,j}}{\delta x^2} (2\theta_{i-1,j} - 2\theta_{i,j}) + \left(\frac{\bar{\lambda}_{i,j+1} - \bar{\lambda}_{i,j}}{\delta y} \right) \left(\frac{\theta_{i,j+1} - \theta_{i,j}}{\delta y} \right)$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{1}{\delta y} \left\{ \bar{\lambda}_{i,j} \frac{\theta_{i,j+1} - \theta_{i,j}}{\delta y} + \text{Nu}_H (1 - \theta_{i,j}) \right\} \\
 & = 0
 \end{aligned} \tag{3.11}$$

3.1.2 流関数

(1) 断熱層内部 ($1 < i < i_m, 1 < j < j_m$)

流関数については、無次元運動方程式 (2.23) を差分近似化すると、次のように書ける。

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{\text{Da}_y} \left(\frac{\bar{\nu}_{i+1,j} - \bar{\nu}_{i-1,j}}{2\delta x} \right) \left(\frac{\psi_{i+1,j} - \psi_{i-1,j}}{2\delta x} \right) + \frac{\bar{\nu}_{i,j}}{\delta x^2} (\psi_{i-1,j} - 2\psi_{i,j} + \psi_{i+1,j}) \\
 & + \frac{1}{\text{Da}_x} \left(\frac{\bar{\nu}_{i,j+1} - \bar{\nu}_{i,j-1}}{2\delta y} \right) \left(\frac{\psi_{i,j+1} - \psi_{i,j-1}}{2\delta y} \right) + \frac{\bar{\nu}_{i,j}}{\delta y^2} (\psi_{i,j-1} - 2\psi_{i,j} + \psi_{i,j+1}) \\
 & = \text{Ra} \left(\frac{T_r}{T_{i,j}} \right)^2 \left(\frac{g_y}{g} \frac{\theta_{i+1,j} - \theta_{i-1,j}}{2\delta x} - \frac{g_x}{g} \frac{\theta_{i,j+1} - \theta_{i,j-1}}{2\delta y} \right)
 \end{aligned} \tag{3.12}$$

ここで、 $\bar{\nu}_{i,j}$ は格子点 (i, j) における断熱層内の無次元動粘性係数

$$\bar{\nu}_{i,j} = \frac{\nu}{\nu_r} \tag{3.13}$$

である。

(2) 仕切板 ($i = 1, i = i_m, 1 < j < j_m$)

境界条件 (2.32) 式より次のように書ける。

$$\psi_{i,j} = \psi_0 \tag{3.14}$$

(3) 耐圧管 ($j = j_m, 1 < i < i_m$)

境界条件 (2.34) 式より次のように書ける。

$$\psi_{i,j} = \psi_0$$

(4) ライナ ($j = 1, 1 < i < i_m$)

流入孔の格子点を ($i_1, 1$)、流出孔の格子点を ($i_2, 1$) とすれば、ライナにおける流関数は、境界条件 (2.41) 式、(2.42) 式、および (2.43) 式より次のように書ける。

$$\psi_{i,j} = \psi_0 \quad (1 < i < i_1, i_2 < i < i_m) \tag{3.16}$$

$$\psi_{i,j} = \psi_1 \quad (i_1 < i < i_2) \tag{3.17}$$

$$\frac{\psi_{i,j+1} - \psi_{i,j}}{\delta y} = \text{Re Pr}_r - \frac{K_x}{K_L} \frac{a}{d} \frac{\psi_{i-1,j} - 2\psi_{i,j} + \psi_{i+1,j}}{\delta x^2} \quad (i = i_1, i = i_2) \tag{3.18}$$

(5) 各コーナー

各コーナーにおける格子点 $(1, j_m)$, (i_m, j_m) , $(1, 1)$, および $(i_m, 1)$ では, 境界条件 (2.32) 式, (2.34) 式, および (2.41) 式から, 流関数は,

$$\psi_{i,j} = \psi_0 \quad (3.19)$$

である。

3.2 数値計算

3.2.1 温度場

断熱層内部, および各境界面における温度 $\theta_{i,j}$ は, 前節で述べた温度場に関する差分近似方程式を代数的に変形して求められる。例えば, 断熱層内部の温度 $\theta_{i,j}$ は, (3.1) 式を $\theta_{i,j}$ について変形すれば次のように書くことができる。

$$\begin{aligned} \theta_{i,j} = & \left[\frac{\partial y^2}{2(\partial x^2 + \partial y^2)} \left(\frac{\bar{\lambda}_{i+1,j} - \bar{\lambda}_{i-1,j}}{4\bar{\lambda}_{i,j}} + 1 \right) - \frac{\partial x \partial y}{8(\partial x^2 + \partial y^2)} \frac{1}{\bar{\lambda}_{i,j}} (\psi_{i,j+1} - \psi_{i,j-1}) \right] \theta_{i+1,j} \\ & - \left[\frac{\partial y^2}{2(\partial x^2 + \partial y^2)} \left(\frac{\bar{\lambda}_{i+1,j} - \bar{\lambda}_{i-1,j}}{4\bar{\lambda}_{i,j}} - 1 \right) - \frac{\partial x \partial y}{8(\partial x^2 + \partial y^2)} \frac{1}{\bar{\lambda}_{i,j}} (\psi_{i,j+1} - \psi_{i,j-1}) \right] \theta_{i-1,j} \\ & + \left[\frac{\partial x^2}{2(\partial x^2 + \partial y^2)} \left(\frac{\bar{\lambda}_{i,j+1} - \bar{\lambda}_{i,j-1}}{4\bar{\lambda}_{i,j}} + 1 \right) + \frac{\partial x \partial y}{8(\partial x^2 + \partial y^2)} \frac{1}{\bar{\lambda}_{i,j}} (\psi_{i+1,j} - \psi_{i-1,j}) \right] \theta_{i,j+1} \\ & - \left[\frac{\partial x^2}{2(\partial x^2 + \partial y^2)} \left(\frac{\bar{\lambda}_{i,j+1} - \bar{\lambda}_{i,j-1}}{4\bar{\lambda}_{i,j}} - 1 \right) + \frac{\partial x \partial y}{8(\partial x^2 + \partial y^2)} \frac{1}{\bar{\lambda}_{i,j}} (\psi_{i+1,j} - \psi_{i-1,j}) \right] \theta_{i,j-1} \end{aligned} \quad (3.20)$$

なお仕切板, 耐圧管, ライナ, および各コーナー等の境界面においても同様に求めることができるが, ここではそれらの記述は省略し, 巻末の付録を参照されたい。

3.2.2 流関数

断熱層内の流関数 $\psi_{i,j}$ は, 流線に関する差分近似方程式 (3.12) を $\psi_{i,j}$ について変形すると次のように書ける。

$$\begin{aligned} \psi_{i,j} = & \frac{Da_x \partial y^2}{2(Da_x \partial x^2 + Da_y \partial y^2)} \left(\frac{\bar{\nu}_{i+1,j} - \bar{\nu}_{i-1,j}}{4\bar{\nu}_{i,j}} + 1 \right) \psi_{i+1,j} \\ & - \frac{Da_x \partial y^2}{2(Da_x \partial x^2 + Da_y \partial y^2)} \left(\frac{\bar{\nu}_{i+1,j} - \bar{\nu}_{i-1,j}}{4\bar{\nu}_{i,j}} - 1 \right) \psi_{i-1,j} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{Da_y \delta x^2}{2(Da_x \delta x^2 + Da_y \delta y^2)} \left(\frac{\bar{\nu}_{i,j+1} - \bar{\nu}_{i,j-1}}{4 \bar{\nu}_{i,j}} + 1 \right) \psi_{i,j+1} \\
 & - \frac{Da_y \delta x^2}{2(Da_x \delta x^2 + Da_y \delta y^2)} \left(\frac{\bar{\nu}_{i,j+1} - \bar{\nu}_{i,j-1}}{4 \bar{\nu}_{i,j}} - 1 \right) \psi_{i,j-1} \\
 & - \frac{Da_x \delta x \delta y^2}{4(Da_x \delta x^2 + Da_y \delta y^2)} \frac{g_y}{g} Ra Da_y \left(\frac{T_r}{T_{i,j}} \right)^2 \frac{1}{\bar{\nu}_{i,j}} \theta_{i+1,j} \\
 & + \frac{Da_x \delta x \delta y^2}{4(Da_x \delta x^2 + Da_y \delta y^2)} \frac{g_y}{g} Ra Da_y \left(\frac{T_r}{T_{i,j}} \right)^2 \frac{1}{\bar{\nu}_{i,j}} \theta_{i-1,j} \\
 & + \frac{Da_x \delta x^2 \delta y}{4(Da_x \delta x^2 + Da_y \delta y^2)} \frac{g_y}{g} Ra Da_y \left(\frac{T_r}{T_{i,j}} \right)^2 \frac{1}{\bar{\nu}_{i,j}} \theta_{i,j+1} \\
 & - \frac{Da_x \delta x^2 \delta y}{4(Da_x \delta x^2 + Da_y \delta y^2)} \frac{g_y}{g} Ra Da_y \left(\frac{T_r}{T_{i,j}} \right)^2 \frac{1}{\bar{\nu}_{i,j}} \theta_{i,j-1} \tag{3.21}
 \end{aligned}$$

次に境界面であるライナの一部分を占める流出入孔の流関数は、(3.18)式に(3.16)式と(3.17)式を導入すると、以下のごとく書ける。

$$\psi_{i,j} = \frac{1}{\frac{1}{\delta y} + \frac{2}{\delta x^2} \frac{K_x}{K_L} \frac{a}{d}} \left[-Re Pr_r + \frac{1}{\delta x^2} \frac{K_x}{K_L} \frac{a}{d} (\psi_0 + \psi_1) + \frac{1}{\delta y} \psi_{i,j+1} \right] \tag{3.22}$$

上式に見られる流関数 ψ_0 と ψ_1 は、Fig. 2.3 に示されている境界面の流関数である。したがって ψ_0 は前述したように基本流線であるから任意に定めることができる。一方 ψ_1 は以下に示す関係式を代数的に解くことによって求めることができる。

$$\Delta P_1 + \Delta P_2 + \Delta P_k - \Delta P_t = 0 \tag{3.23}$$

$$\Delta P_1 = f_1 (\psi_1, \psi_0, C_1) \tag{3.24}$$

$$\Delta P_2 = f_2 (\psi_1, \psi_0, C_2) \tag{3.25}$$

$$\Delta P_k = f_k (\psi_1, \psi_0, \psi_{i,j}, C_k) \tag{3.26}$$

ここで、 ΔP_1 は流入孔の圧力損失、 ΔP_2 は流出孔の圧力損失、 ΔP_k は流関数 ψ_1 を有する流線に沿った流路の圧力損失である。 f_1, f_2, f_k はそれぞれの圧力損失に対する関数表示である。 C_1, C_2, C_k は主として物性値を含む項を表し、 $\psi_{i,j}$ は ψ_1 を有する格子点に隣接する格子点の流関数である。なお ΔP_t は(2.13)式で定義される圧力損失である。

3.2.3 物性値

数値計算に必要な物性値は、ヘリウムガスに関しては比重量 γ 、定圧比熱 C_p 、熱伝導率 k 、静粘性係数 μ などであり、断熱層に関しては熱伝導率 λ 、透過率 K などである。このなかでヘリウムガスの比重量と定圧比熱は、ヘリウムガスを理想気体として取扱えば次のように表わされる。

$$\gamma = \frac{P}{RT} \quad (\text{kg/m}^3), \quad (\text{但し}, R = 2.11836 \times 10^{-2} \text{kgm}^3/\text{kg}^\circ\text{Kcm}^2) \quad (3.27)$$

$$C_p = 1.24 \quad (\text{kcal/kg}^\circ\text{C}) \quad (3.28)$$

一方、ヘリウムガスの熱伝導率と静粘性係数は、圧力の影響が非常に小さいためこれを無視することができる。したがって静粘性係数はCederbergらの式から得られる式⁽⁵⁾を簡略化すれば次のように表わされる。

$$k = 2.5536 \times 10^{-3} T^{0.69} \quad (\text{kcal/mh}^\circ\text{C}) \quad (3.29)$$

$$\mu = 3.857 \times 10^{-8} T^{0.69} \quad (\text{kgs/m}^2) \quad (3.30)$$

次に、断熱層の熱伝導率は断熱材と静止時のヘリウムガスの混合物の有効熱伝導率であるから、その値は断熱材の種類、空隙率、およびヘリウムガスの圧力などの違いにより異なる。現状ではこれらの効果をすべて考慮した推奨できる整理式がないため、次式に示すような実験整理式を用いる。ここで C_3 、 C_4 は同一断熱層における実験データから求められる定数である。

$$K = C_3 \cdot T^{C_4} \quad (\text{kcal/mh}^\circ\text{C}) \quad (3.31)$$

断熱層の透過率に関しては、Kozenyの式⁽⁶⁾を参考にすると次式によって計算できる。

$$K = \frac{C_5 \cdot \varepsilon^3}{(1 - \varepsilon)^2} \cdot D_p^2 \quad (\text{m}^2) \quad (3.32)$$

ここで、 D_p は断熱材の繊維径または粒子径であり、 C_5 は断熱材の種類が同一である実験データから求められる定数である。

3.2.4 反復計算

断熱層の温度場と流関数を数値計算で求めるには、反復計算が必要である。これは(3.20)式と(3.21)式にも示すように、式の中に温度に依存する物性値と隣接格子点の温度と流関数を含む項があるからである。反復計算の手順としては、流関数と温度場を分離して計算する方法と、一体にして同時に計算する方法とがあるが、収束性を重視して前者の分離して計算する方法を採用した。したがって反復計算の構成は、流関数反復計算、温度場反復計算、および流関数・温度場結合反復計算から成る。このなかで結合反復計算は、流関数反復計算と温度場反復計算の整合をとるために必要な反復計算である。

流関数反復計算と温度場反復計算の手順は、最新反復値で使えるものを直ちに利用し、相次ぐ行に沿って各格子点を系統的に走査する方法をとる。具体的にはFig. 3.1に示すように、格子点

(i, j) の反復回数 ($n+1$) 回目の近似値は、隣接格子点 ($i, j-1$) と ($i-1, j$) の第 ($n+1$) 回目の近似値と ($i, j+1$) と ($i+1, j$) の第 n 回目の近似値を利用して求められる。初期設定値に関しては、結合反復計算回数が第 1 回目と第 2 回目では、流関数の初期値は零とし、温度場の初期値は前章で定義した基準温度とする。第 3 回目では、流関数の初期値は第 1 回目の計算結果の値とし、温度場は第 2 回目の計算結果の値とする。第 4 回目以降から前回の計算結果の値を初期値とする。なお、第 1 回目は等温条件下で流関数のみが計算され、第 2 回目は透過流がない条件下で温度場のみが計算される。

収束判定は、流関数反復計算および温度場反復計算とも、第 ($n+1$) 回目の近似値と第 n 回目の近似値との相対誤差を許容誤差以下にすることである。これは全格子点にわたって判定され、収束していない格子点があれば反復計算が続行される。この場合、計算の収束性を加速させるために加速リープマン法が用いられている。さて、流関数が収束すればその次に温度場の計算が行なわれ、温度場の計算が収束すれば、また流関数の計算が行なわれる。このような流関数・温度場結合反復計算の収束判定も結合反復計算回数前後の相対誤差で評価される。

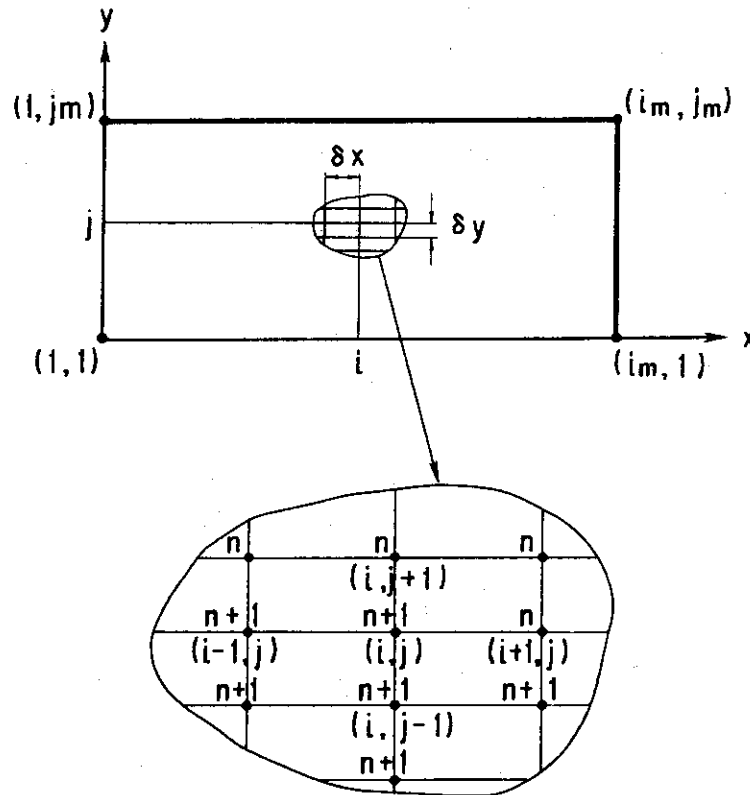


Fig.3.1 Relation between mesh points (i, j) and iteration times (n)

4. 計算コード

4.1 構成と流れ図

本コードのプログラム・ステップ数は約1300であり、使用記憶容量はFACOM230/75において約90Kwordである。使用計算コードがFACOM230/75の場合、各サブルーチンの構成およびその機能は次に示すとおりである。

MAIN	プログラムの logic flow のコントロールを行う。
SUBROUTINE	下記の12ヶから構成される。
CHEKOT	check 用の出力印刷のコントロールを行う。
INPUT	入力量の読み込みを行う。
INPUTD	入力量の印刷を行う。
KEISUA	数値計算式の定数項を予め計算する。
KEISUB	断熱層の透過率を計算する。
KEISUC	ライナに沿った流入・流出孔間の流関数を計算する。
OUTPUT	出力量の印刷を行う。
PHYSPR	断熱層の熱伝導率、ヘリウムガスの物性値などを計算する。
PRESS	ライナに沿った流入・流出孔間の圧力損失を計算する。
REFPR	基準温度における断熱層およびヘリウムガスの物性値を計算する。
STREAM	断熱層内の流関数分布を計算する。
TEMP	断熱層内の温度分布を計算する。

Fig. 4.1 に本コードのMAINの流れ図を示す。反復計算の箇所は、SUBROUTINE STREAMにおける流関数反復計算とSUBROUTINE TEMPにおける温度場反復計算があり、更に流関数と温度場の整合をとるため流関数・温度場結合反復計算がそれらの外側にある。流れ図に使用されている記号の説明を以下に示す。

NSTEP	流関数・温度場結合反復計算回数
KKONT	結合反復計算収束判定指標
KONT	反復計算収束判定指標
ERR1	結合反復計算における流関数の相対誤差
ERR2	結合反復計算における温度場の相対誤差
ES	流関数の許容誤差
ER	温度場の許容誤差

4.2 入力量

入力量はタイトル・カード、コントロール・カード、およびコントロール・カードで指定される入力群から構成される。すなわち各ケースにはタイトル・カードとコントロール・カードが必要であるが、連続ケースの場合には第2ケース以後の入力群は前ケースと異なる入力群のみでよく、またそのときの処理はコントロール・カードで指定される。入力量を Card No 別に説明すると次のとおりである。

- | | |
|-------|-----------------|
| 1 | タイトル・カード |
| 2 | コントロール・カード |
| 3 | 反復計算に関する条件 |
| 4 | コントロール カード |
| 5, 6 | 格子数, 寸法諸元 |
| 7, 8 | 断熱層の空隙率 |
| 9~12 | ライナと耐圧管に関する境界条件 |
| 13~15 | 流出入孔に関するデータ |
| 16 | ヘリウムガスに関するデータ |
| 17 | check 用の出力印刷の指定 |

なお PERFLOW 1 の入力形式を Table 4.1 に示す。

4.3 出力量

出力量は入力値の印刷と計算結果の印刷から構成される。以下に印刷される順序に従って出力量を示す。

(1) 入力値

入力形式に従って印刷される。

(2) 基準温度における物性値

DENSR	断熱層内ヘリウムガスの比重量 (kg/m^3)
CONDR	断熱層の熱伝導率 ($\text{kcal}/\text{mh } ^\circ\text{C}$)
VISCR	断熱層内ヘリウムガスの静粘性係数 (kgs/m^2)
KINVR	断熱層内ヘリウムガスの動粘性係数 (m^2/s)
ALPHR	断熱層の温度伝導率 (m^2/s)
PRANR	断熱層のプラントル数
RAYLR	断熱層のレイリ数

(3) 断熱層内温度分布

断熱層内の温度分布が2次元表示で印刷される。その他にタイトル文, 結合反復計算回数 NSTEP, 温度場反復計算回数 NR などが印刷される。

(4) 断熱層内流関数分布

断熱層内の流関数分布が2次元表示で印刷される。その他に流関数反復計算回数 NS, 断熱層

内の流入・流出孔間の圧力損失 DP T などが印刷される。

(5) 断熱層内流速分布

断熱層内の x 軸方向の流速 U (cm/min) と y 軸方向の流速 V (cm/min) が、それぞれ 2 次元表示で印刷される。

4.4 計算例

本コードを用いて、透過流が生じた場合の断熱層内の温度分布を求めてみた。なお断熱層内には仕切管がある場合とない場合の 2 ケースについて行った。主要な計算条件を以下に示す。

断熱配管長さ	1 m	断熱層空隙率	0.9
断熱層厚さ	16 cm	ヘリウムガス圧力	40 kg/cm ²
ライナ厚さ	6 mm	主流のヘリウムガスの圧力勾配	-0.2 kg/cm ² ・m
主流のヘリウムガスの温度	1000℃	主流のヘリウムガスの熱伝達率	480 kcal/mh ² ℃
耐圧管の外部の温度	20℃	耐圧管と外部との熱伝達率	10 kcal/mh ² ℃

計算結果を Fig. 4.2 に示す。本図において①は透過流が存在しない場合の温度分布である。②は透過流が生じた場合の温度分布であり、耐圧管の温度は①と比較して 335℃ 上昇している。③は仕切管を断熱層内に設けた場合の温度分布であり、このときの耐圧管の温度は①と比較して 30℃ の上昇にとどまっている。これは仕切管が透過流を十分に抑制できることを示している。

Table 4.1 Input specifications

CardNo	Input symbol	Format	Notes
1	TITLE	18A4/18A4	タイトル
2	KEL KDI KPC LTH LFF LBC	6I12	KEL=0 Card No.3 必要, KEL=1 Card No.3 不要 KDI=0 Card No.4 必要, KDI=1 Card No.4 不要 KPC=0 Card No.7,8 必要, KPC=1 Card No.7,8 不要 LTH=0 Card No.9~12 必要, LTH=1 Card No.9~12 不要 LFF=0 Card No.13~15 必要, LFF=1 Card No.13~15 不要 LBC=0 Card No.16,17 必要, LBC=1 Card No.16,17 不要
3	ES AS ER AC TL	6E121	流関数許容誤差 流関数における加速リープマン法緩和パラメータ 温度場許容誤差 温度場における加速リープマン法緩和パラメータ 温度場上限温度 (°C)
4	LDN LDL	6I12	LDN=0 Card No.5 必要, LDN=1 Card No.5 不要 LDL=0 Card No.6 必要, LDL=1 Card No.6 不要
5	IN JN	6I12	x 軸方向の格子数 y 軸方向の格子数

Card No	Input symbol	Format	Notes
6	XL YL AL	6E123	x 軸方向の長さ (mm) y 軸方向の長さ (mm) ライナの厚さ (mm)
7	NP C (POROS(L), L=1, NPC)	I12/6F123	断熱層空隙率の種類の数 断熱層空隙率
DO 210 J=1, JN			
8(1)	(LP(I,J), I=1, IN)	24I3	x 軸方向の透過率の計算に用いる空隙率の指定番号
210 CONTINUE			
DO 110 J=1, JN			
8(2)	(MP(I,J), I=1, IN)	24I3	y 軸方向の透過率の計算に用いる空隙率の指定番号
110 CONTINUE			
9	NTH LA LT LH	6I12	ライナと耐圧管からなる境界の格子点の数 LA=0 Card No 10 必要, LA=1 Card No 10 不要 LA=2 Sub. INPUTで定義するため Card No 10 不要 LT=0 Card No 11 必要, LT=1 Card No 11 不要 LT=2 簡略化された Card No 11 が必要 LH=0 Card No 12 必要, LH=1 Card No 12 不要 LH=2 簡略化された Card No 12 が必要
DO 114 KA=1, NTH			
10	IA (KA) JA (KA)	2I12	ライナと耐圧管からなる境界の x 座標の格子点番号 ライナと耐圧管からなる境界の y 座標の格子点番号
114 CONTINUE			
[LT=2の場合]			
11	TFH TFC	6E12.1	主流のヘリウムガスの温度 (°C) 耐圧管の外部の温度 (°C)
[LT=0の場合]			
11	(TFA(KA), KA=1, NTH)	6E12.1	ライナと耐圧管からなる境界の外部の温度 (°C)
[LH=2の場合]			
12	HHH HHC	6E12.1	主流のヘリウムガスの熱伝達率 (kcal/m ² h °C) 耐圧管と外部との熱伝達率 (kcal/m ² h °C)
[LH=0の場合]			
12	(HHA(KA), KA=1, NTH)	6E12.1	ライナと耐圧管からなる境界と外部との熱伝達率 (kcal/m ² h °C)

Card No	Input symbol	Format	Notes
13	NFF LB LF	6I12	NFF=2 流出入孔がある場合 NFF=1 流出入孔がない場合 LB=0 Card No. 14必要, LB=1 Card No. 15不要 LF=0 Card No. 15必要,
DO124 KB=1, NFF			
14	IB (KB) JB (KB)	2I12	流出入孔の x 座標の格子点番号 流出入孔の y 座標の格子点番号
124 CONTINUE			
DO127 KB=1, NFF			
15	PER (KB)	6E123	断熱層の x 軸方向透過率と流出入孔の透過率との比
127 CONTINUE			
16	TH TC PHE PDI GGX GGY	6E121	主流のヘリウムガスの最高温度 (°C) 耐圧管の外部の最低温度 (°C) 断熱層内のヘリウムガス圧力 (kg/cm ²) 主流のヘリウムガスの圧力勾配 ((kg/cm ²)/m) GGX=0.0 GGY=-1.0
17	(ICHEK(IK), IK=1 15)	24I3	ICHEK(IK)=0 印刷しない, ICHEK(IK)=1 印刷する 1 IK=1 NSTEP=1の計算結果 2 NSTEP=2の計算結果 3 NSTEP ≥ 3の計算結果 4 断熱層の熱伝導率 (kcal/mh °C) 5 断熱層内ヘリウムガスの静粘性係数 (kgs/m ²) 6 断熱層内ヘリウムガスの動粘性係数 (m ² /s) 7 断熱層内ヘリウムガスの比重量 (kg/m ³) 8 断熱層の x 軸方向の透過率 (m ²) 9 断熱層の y 軸方向の透過率 (m ²) ICHEK (10) ~ICHEK (15) =0 を記入
		A 4	最終カード *END を記入

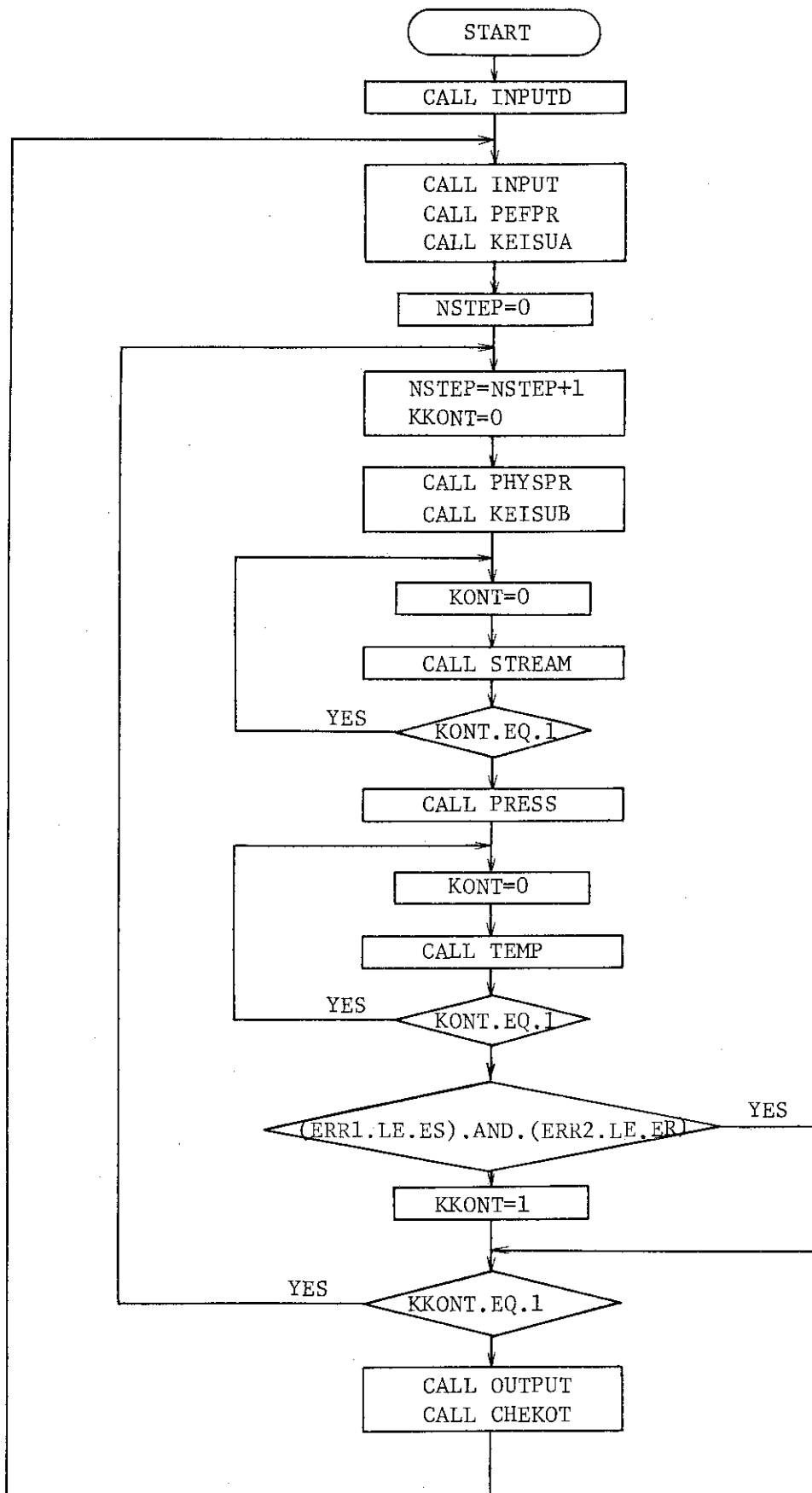


Fig. 4.1 Main routine flow chart

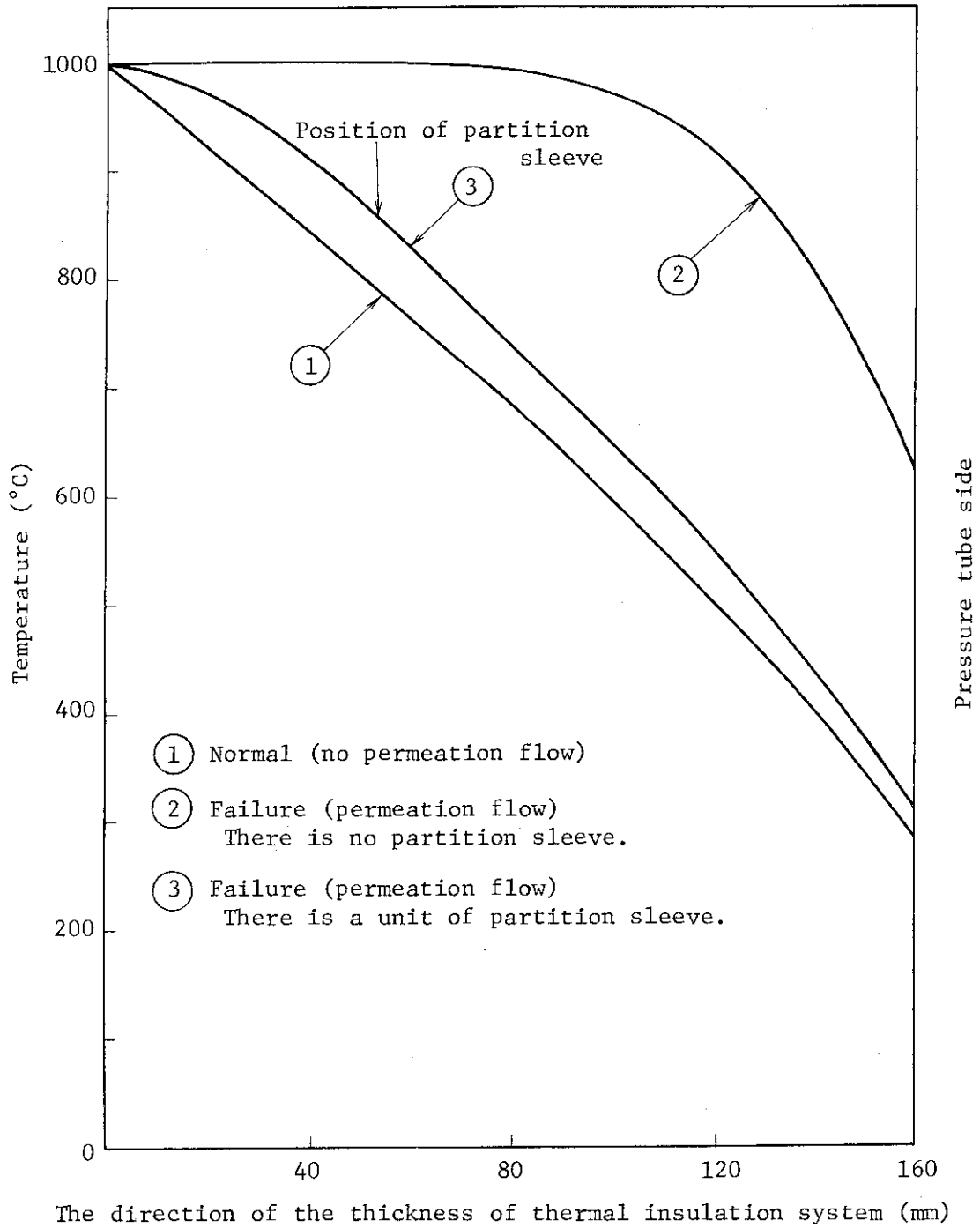


Fig. 4.2 Effect of partition sleeve on temperature distribution in the thermal insulation system.

5. ま と め

多目的高温ガス炉に用いられる高温配管の内部断熱層において、仕切板が破損したときに生じる透過流を解析するための計算コード PERFLOW 1 を開発し、その計算モデルとコードの使用方法を本報告書にまとめた。

本計算コードの開発にあたっては、次に示す基本事項を計算モデルとした。

- (i) 断熱層内の透過流を二次元の定常問題として取扱い、その内部の流れは Darcy の法則に従うものとする。
- (ii) 断熱材とヘリウムガスの温度は局所的に等しい一相系モデルとし、熱の移動は熱伝導と対流によるものとする。
- (iii) 温度境界条件に関してはライナと耐圧管では伝熱があり、仕切板の両面では断熱とする。流関数境界条件に関しては主流のヘリウムガスは破損孔から流入して透過流となり、均圧孔から流出して主流のヘリウムガスと合流する。その際、固体壁では流体の滑りが許されるものとする。
- (iv) 数値解法としては温度と流関数に関する無次元方程式を差分近似化し、加速リープマン法を用いて解く。

本計算コードを用いて、似下に示す特性解析を実施することができる。

- (i) 内部断熱層に生じる透過流の形成を把握し、有効熱伝導率を明らかにする。
- (ii) 種々の内部断熱構造物に関して、仕切板が破損したときの耐圧管の健全性を評価する。

これらの特性解析から得られた結果は、内部断熱構造物を有する高温配管、および高温熱交換器などの設計に資することができる。

本コードの計算時間 (cpu) は、x 軸方向の格子数 20、y 軸方向の格子数 15 に対して FACOM 230/75 システムで約 300 秒である。なおプログラム・ステップ数は約 1300 であり、使用記憶容量は約 90 Kword である。

謝 辞

本コードの開発にあたり、解析的内容について有益な助言を頂いた多目的高温ガス実験炉設計室の武藤康氏に深く感謝の意を表します。

参考文献

- (1) Baxi, C.B., et al.: Permeation Flow and Heat Transfer in the HTGR Thermal Barrier, ASME 74-WA/HT-9 (1974).
- (2) Jannot, M., et al.: Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 16, 401 (1973).

5. ま と め

多目的高温ガス炉に用いられる高温配管の内部断熱層において、仕切板が破損したときに生じる透過流を解析するための計算コード PERFLOW 1 を開発し、その計算モデルとコードの使用方法を本報告書にまとめた。

本計算コードの開発にあたっては、次に示す基本事項を計算モデルとした。

- (i) 断熱層内の透過流を二次元の定常問題として取扱い、その内部の流れは Darcy の法則に従うものとする。
- (ii) 断熱材とヘリウムガスの温度は局所的に等しい一相系モデルとし、熱の移動は熱伝導と対流によるものとする。
- (iii) 温度境界条件に関してはライナと耐圧管では伝熱があり、仕切板の両面では断熱とする。流関数境界条件に関しては主流のヘリウムガスは破損孔から流入して透過流となり、均圧孔から流出して主流のヘリウムガスと合流する。その際、固体壁では流体の滑りが許されるものとする。
- (iv) 数値解法としては温度と流関数に関する無次元方程式を差分近似化し、加速リープマン法を用いて解く。

本計算コードを用いて、似下に示す特性解析を実施することができる。

- (i) 内部断熱層に生じる透過流の形成を把握し、有効熱伝導率を明らかにする。
- (ii) 種々の内部断熱構造物に関して、仕切板が破損したときの耐圧管の健全性を評価する。

これらの特性解析から得られた結果は、内部断熱構造物を有する高温配管、および高温熱交換器などの設計に資することができる。

本コードの計算時間 (cpu) は、x 軸方向の格子数 20、y 軸方向の格子数 15 に対して FACOM 230/75 システムで約 300 秒である。なおプログラム・ステップ数は約 1300 であり、使用記憶容量は約 90 Kword である。

謝 辞

本コードの開発にあたり、解析的内容について有益な助言を頂いた多目的高温ガス実験炉設計室の武藤康氏に深く感謝の意を表します。

参考文献

- (1) Baxi, C.B., et al. : Permeation Flow and Heat Transfer in the HTGR Thermal Barrier, ASME 74-WA/HT-9 (1974).
- (2) Jannot, M., et al. : Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 16, 401 (1973).

5. ま と め

多目的高温ガス炉に用いられる高温配管の内部断熱層において、仕切板が破損したときに生じる透過流を解析するための計算コード PERFLOW 1 を開発し、その計算モデルとコードの使用方法を本報告書にまとめた。

本計算コードの開発にあたっては、次に示す基本事項を計算モデルとした。

- (i) 断熱層内の透過流を二次元の定常問題として取扱い、その内部の流れは Darcy の法則に従うものとする。
- (ii) 断熱材とヘリウムガスの温度は局所的に等しい一相系モデルとし、熱の移動は熱伝導と対流によるものとする。
- (iii) 温度境界条件に関してはライナと耐圧管では伝熱があり、仕切板の両面では断熱とする。流関数境界条件に関しては主流のヘリウムガスは破損孔から流入して透過流となり、均圧孔から流出して主流のヘリウムガスと合流する。その際、固体壁では流体の滑りが許されるものとする。
- (iv) 数値解法としては温度と流関数に関する無次元方程式を差分近似化し、加速リーブマン法を用いて解く。

本計算コードを用いて、似下に示す特性解析を実施することができる。

- (i) 内部断熱層に生じる透過流の形成を把握し、有効熱伝導率を明らかにする。
- (ii) 種々の内部断熱構造物に関して、仕切板が破損したときの耐圧管の健全性を評価する。

これらの特性解析から得られた結果は、内部断熱構造物を有する高温配管、および高温熱交換器などの設計に資することができる。

本コードの計算時間 (cpu) は、x 軸方向の格子数 20、y 軸方向の格子数 15 に対して FACOM 230/75 システムで約 300 秒である。なおプログラム・ステップ数は約 1300 であり、使用記憶容量は約 90 Kword である。

謝 辞

本コードの開発にあたり、解析的内容について有益な助言を頂いた多目的高温ガス実験炉設計室の武藤康氏に深く感謝の意を表します。

参考文献

- (1) Baxi, C.B., et al.: Permeation Flow and Heat Transfer in the HTGR Thermal Barrier, ASME 74-WA/HT-9 (1974).
- (2) Jannot, M., et al.: Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 16, 401 (1973).

- (3) 甲藤好郎, 増岡隆士: 機論 (第2部), 32 [243], 1708~1717 (1966)
- (4) 増岡隆士: 機論 (第2部), 34 [259], 491~500 (1968)
- (5) Harth, R., et al.: Thermodynamische Stoffwerte von HELIUM in Bereich von 0 bis 3000 °C und 0.2 bis 200 bar, Jül-666-RB (1970)
- (6) Dallavalle, J. M.: Micromeritics, 2nd ed. (1948)

付 録 温度場に関する数値計算式

断熱層内部、および各境界面における温度 $\theta_{i,j}$ は、本文の第3.1.1節で述べた温度場に関する差分近似方程式を代数的に変形して求められる。ここではとくに各境界面における温度 $\theta_{i,j}$ の数値計算式についてまとめて記す。

(1) 仕切板 ($i=1, i=i_m, 1 < j < j_m$)

(i) $i=1$

本文(3.3)式を $\theta_{i,j}$ について変形すると、

$$\begin{aligned} \theta_{i,j} &= \frac{\partial y^2}{(\partial x^2 + \partial y^2)} \theta_{i+1,j} \\ &+ \left[\frac{\partial x^2}{2(\partial x^2 + \partial y^2)} \left(\frac{\bar{\lambda}_{i,j+1} - \bar{\lambda}_{i,j-1}}{4 \bar{\lambda}_{i,j}} + 1 \right) + \frac{\partial x \partial y}{4(\partial x^2 + \partial y^2)} \frac{\psi_{i+1,j} - \psi_0}{\bar{\lambda}_{i,j}} \right] \theta_{i,j+1} \\ &- \left[\frac{\partial x^2}{2(\partial x^2 + \partial y^2)} \left(\frac{\bar{\lambda}_{i,j+1} - \bar{\lambda}_{i,j-1}}{4 \bar{\lambda}_{i,j}} - 1 \right) + \frac{\partial x \partial y}{4(\partial x^2 + \partial y^2)} \frac{\psi_{i+1,j} - \psi_0}{\bar{\lambda}_{i,j}} \right] \theta_{i,j-1} \end{aligned}$$

(ii) $i=i_m$

本文(3.4)式を $\theta_{i,j}$ について変形すると、

$$\begin{aligned} \theta_{i,j} &= \frac{\partial y^2}{(\partial x^2 + \partial y^2)} \theta_{i-1,j} \\ &+ \left[\frac{\partial x^2}{2(\partial x^2 + \partial y^2)} \left(\frac{\bar{\lambda}_{i,j+1} - \bar{\lambda}_{i,j-1}}{4 \bar{\lambda}_{i,j}} + 1 \right) + \frac{\partial x \partial y}{4(\partial x^2 + \partial y^2)} \frac{\psi_0 - \psi_{i-1,j}}{\bar{\lambda}_{i,j}} \right] \theta_{i,j+1} \\ &- \left[\frac{\partial x^2}{2(\partial x^2 + \partial y^2)} \left(\frac{\bar{\lambda}_{i,j+1} - \bar{\lambda}_{i,j-1}}{4 \bar{\lambda}_{i,j}} - 1 \right) + \frac{\partial x \partial y}{4(\partial x^2 + \partial y^2)} \frac{\psi_0 - \psi_{i-1,j}}{\bar{\lambda}_{i,j}} \right] \theta_{i,j-1} \end{aligned}$$

(2) 耐圧管 ($j=j_m, 1 < i < i_m$)

本文(3.5)式を $\theta_{i,j}$ について変形すると、

$$\begin{aligned} \theta_{i,j} &= \left[\frac{1}{\partial x^2} \left(\frac{\bar{\lambda}_{i+1,j} - \bar{\lambda}_{i-1,j}}{4 \bar{\lambda}_{i,j}} + 1 + \frac{\partial x}{2 \partial y} \frac{\psi_{i,j-1} - \psi_0}{\bar{\lambda}_{i,j}} \right) \theta_{i+1,j} \right. \\ &\left. - \frac{1}{\partial x^2} \left(\frac{\bar{\lambda}_{i+1,j} - \bar{\lambda}_{i-1,j}}{4 \bar{\lambda}_{i,j}} - 1 + \frac{\partial x}{2 \partial y} \frac{\psi_{i,j-1} - \psi_0}{\bar{\lambda}_{i,j}} \right) \theta_{i-1,j} \right] \end{aligned}$$

$$+ \frac{1}{\delta y^2} \left(\frac{\bar{\lambda}_{i,j-1}}{\bar{\lambda}_{i,j}} \right) \theta_{i,j-1} \Big] /$$

$$\left[\frac{\partial x^2 + 2 \delta y^2}{\delta x^2 \delta y^2} + \frac{1}{\delta y^2} \left(\frac{\bar{\lambda}_{i,j-1}}{\bar{\lambda}_{i,j}} - 1 \right) + \frac{1}{\delta y} \frac{Nu_c}{\bar{\lambda}_{i,j}} \right]$$

(3) ライナ ($j=1, 1 < i < i_m$)

本文 (3.6) 式を $\theta_{i,j}$ について変形すると,

$$\theta_{i,j} = \left[\frac{1}{\delta x^2} \left(\frac{\bar{\lambda}_{i+1,j} - \bar{\lambda}_{i-1,j}}{4 \bar{\lambda}_{i,j}} + 1 - \frac{\delta x}{2 \delta y} \frac{\phi_{i,j+1} - \phi_{i,j}}{\bar{\lambda}_{i,j}} \right) \theta_{i+1,j} \right.$$

$$- \frac{1}{\delta x^2} \left(\frac{\bar{\lambda}_{i+1,j} - \bar{\lambda}_{i-1,j}}{4 \bar{\lambda}_{i,j}} - 1 - \frac{\delta x}{2 \delta y} \frac{\phi_{i,j+1} - \phi_{i,j}}{\bar{\lambda}_{i,j}} \right) \theta_{i-1,j}$$

$$\left. + \frac{1}{\delta y^2} \frac{\bar{\lambda}_{i,j+1}}{\bar{\lambda}_{i,j}} \theta_{i,j+1} + \frac{1}{\delta y} \frac{Nu_H}{\bar{\lambda}_{i,j}} \right] /$$

$$\left[\frac{\partial x^2 + 2 \delta y^2}{\delta x^2 \delta y^2} + \frac{1}{\delta y^2} \left(\frac{\bar{\lambda}_{i,j+1}}{\bar{\lambda}_{i,j}} - 1 \right) + \frac{1}{\delta y} \frac{Nu_H}{\bar{\lambda}_{i,j}} \right]$$

流入・流出孔では本文 (3.7) 式を $\theta_{i,j}$ について変形すると,

$$\theta_{i,j} = \left[\frac{1}{\delta x^2} \left(\frac{\bar{\lambda}_{i+1,j} - \bar{\lambda}_{i-1,j}}{4 \bar{\lambda}_{i,j}} + 1 - \frac{\delta x}{2 \delta y} \frac{\phi_{i,j+1} - \phi_{i,j}}{\bar{\lambda}_{i,j}} \right) \theta_{i+1,j} \right.$$

$$- \frac{1}{\delta x^2} \left(\frac{\bar{\lambda}_{i+1,j} - \bar{\lambda}_{i-1,j}}{4 \bar{\lambda}_{i,j}} - 1 - \frac{\delta x}{2 \delta y} \frac{\phi_{i,j+1} - \phi_{i,j}}{\bar{\lambda}_{i,j}} \right) \theta_{i-1,j}$$

$$+ \frac{1}{(\delta y + \delta a)^2} \left(\frac{\bar{\lambda}_{i,j+1} - \bar{\lambda}_{i,j-1}}{\bar{\lambda}_{i,j}} + \frac{2(\delta y + \delta a)}{\delta y} + \frac{(\delta y + \delta a)}{2 \delta x} \frac{\phi_{i+1,j} - \phi_{i-1,j}}{\bar{\lambda}_{i,j}} \right) \theta_{i,j+1}$$

$$\left. - \frac{1}{(\delta y + \delta a)^2} \left(\frac{\bar{\lambda}_{i,j+1} - \bar{\lambda}_{i,j-1}}{\bar{\lambda}_{i,j}} - \frac{2(\delta y + \delta a)}{\delta a} + \frac{(\delta y + \delta a)}{2 \delta x} \frac{\phi_{i+1,j} - \phi_{i-1,j}}{\bar{\lambda}_{i,j}} \right) \right] /$$

$$\left(\frac{2}{\delta x^2} + \frac{2}{(\delta y + \delta a) \delta y} + \frac{2}{(\delta y + \delta a) \delta a} \right)$$

(4) 各コーナー

(i) 格子点 $(1, j_m)$

本文 (3.8) 式を $\theta_{i,j}$ について変形すると,

$$\theta_{i,j} = \frac{1}{\frac{2\bar{\lambda}_{i,j}}{\partial x^2} + \frac{\bar{\lambda}_{i,j-1}}{\partial y^2} + \frac{Nu_c}{\partial y}} \left[\frac{2\bar{\lambda}_{i,j}}{\partial x^2} \theta_{i+1,j} + \frac{\bar{\lambda}_{i,j-1}}{\partial y^2} \theta_{i,j-1} \right]$$

(ii) 格子点 (i_m, j_m)

本文 (3.9) 式を $\theta_{i,j}$ について変形すると,

$$\theta_{i,j} = \frac{1}{\frac{2\bar{\lambda}_{i,j}}{\partial x^2} + \frac{\bar{\lambda}_{i,j-1}}{\partial y^2} + \frac{Nu_c}{\partial y}} \left[\frac{2\bar{\lambda}_{i,j}}{\partial x^2} \theta_{i-1,j} + \frac{\bar{\lambda}_{i,j-1}}{\partial y^2} \theta_{i,j-1} \right]$$

(iii) 格子点 $(1, 1)$

本文 (3.10) 式を $\theta_{i,j}$ について変形すると,

$$\theta_{i,j} = \frac{1}{\frac{2\bar{\lambda}_{i,j}}{\partial x^2} + \frac{\bar{\lambda}_{i,j+1}}{\partial y^2} + \frac{Nu_H}{\partial y}} \left[\frac{2\bar{\lambda}_{i,j}}{\partial x^2} \theta_{i+1,j} + \frac{\bar{\lambda}_{i,j+1}}{\partial y^2} \theta_{i,j+1} + \frac{Nu_c}{\partial y} \right]$$

(iv) 格子点 $(i_m, 1)$

本文 (3.11) 式を $\theta_{i,j}$ について変形すると,

$$\theta_{i,j} = \frac{1}{\frac{2\bar{\lambda}_{i,j}}{\partial x^2} + \frac{\bar{\lambda}_{i,j+1}}{\partial y^2} + \frac{Nu_H}{\partial y}} \left[\frac{2\bar{\lambda}_{i,j}}{\partial x^2} \theta_{i-1,j} + \frac{\bar{\lambda}_{i,j+1}}{\partial y^2} \theta_{i,j+1} + \frac{Nu_H}{\partial y} \right]$$