

JAERI - M  
91-155

挿入光源の磁場形状変化がアンジュレーター  
放射光に与える影響

1991年10月

松木 信雄・佐々木茂美

JAERI-Mレポートは、日本原子力研究所が不定期に公刊している研究報告書です。  
入手の間合わせは、日本原子力研究所技術情報部情報資料課（〒319-11茨城県那珂郡東海村）あて、お申しこしてください。なお、このほかに財団法人原子力弘済会資料センター（〒319-11茨城県那珂郡東海村日本原子力研究所内）で複写による実費頒布をおこなっております。

JAERI-M reports are issued irregularly.

Inquiries about availability of the reports should be addressed to Information Division, Department of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken 319-11, Japan.

© Japan Atomic Energy Research Institute, 1991

---

編集兼発行 日本原子力研究所  
印 刷 ㈱原子力資料サービス

挿入光源の磁場形状変化がアンジュレーター放射光に与える影響

日本原子力研究所・理化学研究所大型放射光施設計画推進共同チーム

松木 信雄・佐々木茂美

(1991年9月3日受理)

大型計算機を利用して、各種形状の磁場中を運動する電子によるアンジュレーター放射光強度を数値計算し比較した。正弦波型磁場、三角波型磁場、矩形波型磁場、磁場強度分布の半値幅を狭くした形状の4種類の挿入光源について、電子エネルギー： $E = 0.3 \text{ GeV}$ ，周期長： $\lambda_u = 80 \text{ mm}$ ，周期数： $n_u = 12$ の条件で軸上の放射光強度を計算した。それぞれの磁場強度については、アンジュレーター放射光の基本波の波長が  $K = 1$  の正弦波型磁場挿入光源の基本波と一致する条件で比較した。

いずれの磁場形状についても1次光には顕著な変化はなかったが、高次のアンジュレーター放射光には顕著な強度変化が見られた。正弦波型磁場の放射光と比較して5次光の強度は、磁場形状を三角波型にすると1.5倍、矩形波型にすると0.6倍、半値幅を半分にすると3倍になる。磁場強度の半値幅を狭くすればより一層、高調波光の強度増加になる結果を得た。

## 目 次

1. 序 論 .....	1
2. 電子軌道 .....	2
3. 放射光スペクトル .....	6
4. 考 察 .....	8
5. 結 論 .....	10
参考文献 .....	10

## Contents

1. Introduction .....	1
2. Electron Orbit .....	2
3. Spectrum of Undulator Radiation .....	6
4. Discussion .....	8
5. Conclusion .....	10
Reference .....	10

# 1. 序 論

近年、放射光は従来の光源に代わる高輝度の光源として多くの科学技術分野で利用されている。特に、紫外線からX線に至る波長領域では、連続波長あるいは波長可変の高輝度光源が放射光を除いては存在しないため、放射光は貴重な光源として注目されている。とりわけアンジュレーター放射光は、偏向電磁石からの光にくらべて、桁違いに高輝度かつ準単色であるため、その利用価値は計り知れない。しかしながら、アンジュレーター放射光の基本波の波長は偏向電磁石からの放射光の臨界波長よりかなり長いいため、より短い波長のアンジュレーター放射光を必要とする実験には基本波の整数分の一の波長を持つ高次光を利用することが望ましい。そこで本報告では、挿入光源の磁場形状を変えることにより高次光の強度を増すことが可能かどうかを検討した。

挿入光源からのアンジュレーター放射光については、これまで正弦波型磁場の挿入光源については詳細な報告がなされている [1][2]。正弦波型磁場  $B_y = B_S \sin(2\pi z/\lambda_u)$  によるアンジュレーター放射光の波長は次式のようになる [3]。

$$\lambda_n = \frac{\lambda_u}{2n\gamma^2} \left( 1 + \frac{K^2}{2} + \gamma^2 \theta^2 \right)$$

$$K = 93.4 B_S \text{ [T]} \quad \lambda_u \text{ [m]} \quad \gamma = 1957 E \text{ [GeV]}$$

ここで  $\lambda_n$  は  $n$  次のアンジュレーター放射光の波長、 $\lambda_u$  はアンジュレーターの磁場周期長、 $\theta$  は電子軌道軸からの傾き角、 $E$  は電子ビームのエネルギーであり、また  $K$  はこの放射の特徴を決定する重要なパラメータである。しかし正弦波型磁場以外の磁場形状については上記の式は成り立たない、また放射光スペクトルを解析的に求めるのも困難である。そのため本報告では大型計算機を用いて、磁場中を運動する電子の遅延ポテンシャル  $A$  を直接積分する方法により、放射光強度を計算した。計算方法は、最初に磁場中を運動する電子の軌道を運動方程式より計算し、電子速度をフーリエ分解し電子軌道を関数として表現した。次にこの関数として表現した軌道上を走る電子による場  $A$  を直接数値積分してアンジュレーター放射光強度を計算した。この方法により電子軌道と放射場の計算を分離し、計算時間の短縮と軌道計算のとき生じる計算誤差の放射光強度への影響を減らす事が出来た。

正弦波型磁場の他に三角波型磁場、矩形波型磁場、磁場強度分布の半値幅を半分にした磁場の4種類の磁場形状の挿入光源について軸上の放射光強度を計算した。計算パラメータは、原研小型電子蓄積リング JSR に挿入したアンジュレーターを想定して電子のエネルギー： $E = 0.3 \text{ GeV}$ 、磁場周期長： $\lambda_u = 80 \text{ mm}$ 、周期数： $n_u = 12$  とした。それぞれの磁場強度については、アンジュレーター放射光の基本

波の波長が  $K = 1$  の正弦波型磁場挿入光源の基本波  $\lambda_n$  ( $n$  は高調波光の次数) と一致する磁場強度で比較した。

## 2. 電子軌道

### 2.1 電子軌道の計算

静磁場中を運動する電子の運動方程式は

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{P}(\mathbf{r}, t)}{dt} &= \frac{e}{c} \mathbf{v}(\mathbf{r}, t) \times \mathbf{H}(z) \\ \mathbf{P}(\mathbf{r}, t) &= \frac{\epsilon}{c^2} \mathbf{v}(\mathbf{r}, t)\end{aligned}\quad (1)$$

と書かれる、ここで  $\mathbf{P}$  は運動量、 $\mathbf{v}$  は速度、 $\mathbf{H}$  は磁場、 $\epsilon$  は電子のエネルギーである。磁場は垂直成分 ( $y$  軸) のみ持ち、入射してくる電子の方向 ( $z$  軸) に変化する静磁場を考えた (Fig.1 参照)、電子については  $y$  軸方向に初速度を持たないモデルを考える。この条件により運動方程式 (1) は 2 次元の複素関数で次のように書くことが出来る。

$$\begin{aligned}\frac{dv}{dt} &= i\omega v \\ v &= v_x + iv_z \quad \omega(z) = \frac{ce}{\epsilon} H_y(z)\end{aligned}\quad (2)$$

磁場が一定と見なせる微小区間  $n-1 \rightarrow n$  の変化について、式 (2) より計算すると:

$$\begin{aligned}t_n &= t_{n-1} + \Delta t \\ v_n &= v_{n-1} \exp(i\omega_{n-1} \Delta t) \\ r_n &= r_{n-1} - i \frac{v_{n-1}}{\omega_{n-1}} \{ \exp(i\omega_{n-1} \Delta t) - 1 \} \\ v_n &= v_{xn} + iv_{zn} \\ r_n &= x_n + iz_n \\ \omega_n &= \frac{ce}{\epsilon} H_y(z_n)\end{aligned}\quad (3)$$

この式を使い、計算機を用いて電子軌道を計算する。

波の波長が  $K = 1$  の正弦波型磁場挿入光源の基本波  $\lambda_n$  ( $n$  は高調波光の次数) と一致する磁場強度で比較した。

## 2. 電子軌道

### 2.1 電子軌道の計算

静磁場中を運動する電子の運動方程式は

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{P}(\mathbf{r}, t)}{dt} &= \frac{e}{c} \mathbf{v}(\mathbf{r}, t) \times \mathbf{H}(z) \\ \mathbf{P}(\mathbf{r}, t) &= \frac{\epsilon}{c^2} \mathbf{v}(\mathbf{r}, t)\end{aligned}\quad (1)$$

と書かれる、ここで  $\mathbf{P}$  は運動量、 $\mathbf{v}$  は速度、 $\mathbf{H}$  は磁場、 $\epsilon$  は電子のエネルギーである。磁場は垂直成分 ( $y$  軸) のみ持ち、入射してくる電子の方向 ( $z$  軸) に変化する静磁場を考えた (Fig.1 参照)、電子については  $y$  軸方向に初速度を持たないモデルを考える。この条件により運動方程式 (1) は 2 次元の複素関数で次のように書くことが出来る。

$$\begin{aligned}\frac{dv}{dt} &= i\omega v \\ v &= v_x + iv_z \quad \omega(z) = \frac{ce}{\epsilon} H_y(z)\end{aligned}\quad (2)$$

磁場が一定と見なせる微小区間  $n-1 \rightarrow n$  の変化について、式 (2) より計算すると:

$$\begin{aligned}t_n &= t_{n-1} + \Delta t \\ v_n &= v_{n-1} \exp(i\omega_{n-1} \Delta t) \\ r_n &= r_{n-1} - i \frac{v_{n-1}}{\omega_{n-1}} \{ \exp(i\omega_{n-1} \Delta t) - 1 \} \\ v_n &= v_{xn} + iv_{zn} \\ r_n &= x_n + iz_n \\ \omega_n &= \frac{ce}{\epsilon} H_y(z_n)\end{aligned}\quad (3)$$

この式を使い、計算機を用いて電子軌道を計算する。

## 2.2 挿入光源の磁場

### 2.2.1 磁場形状の比較

磁場形状については、周期磁場を仮定し、すでに詳細な報告がなされている「正弦波型磁場」、5次のフーリエ級数で表現された「三角波型磁場」と「矩形波型磁場」、磁場強度の半値幅が正弦波型磁場の半分になる「正弦波の5乗型磁場」の4タイプの磁場について議論した。磁場周期長を $\lambda_u$ として、これらの周期磁場形状を次の関数で表現した。

#### (a). 正弦波型磁場 Sinusoidal Type

$$H_y(z) = H_S \sin\left(2\pi \frac{z}{\lambda_u}\right) \quad (4)$$

#### (b). 三角波型磁場 Triangular Type ( Fig.2 )

$$H_y(z) = H_T \left\{ \sin\left(2\pi \frac{z}{\lambda_u}\right) + \frac{1}{9} \sin\left(2\pi \frac{z}{\lambda_u} 3\right) + \frac{1}{25} \sin\left(2\pi \frac{z}{\lambda_u} 5\right) \right\} \quad (5)$$

#### (c). 矩形波型磁場 Rectangular Type ( Fig.3 )

$$H_y(z) = H_R \left\{ \sin\left(2\pi \frac{z}{\lambda_u}\right) - 0.21 \sin\left(2\pi \frac{z}{\lambda_u} 3\right) + 0.05 \sin\left(2\pi \frac{z}{\lambda_u} 5\right) \right\} \quad (6)$$

#### (d). 正弦波の5乗型磁場 5th Power Type ( S5 Type) ( Fig.4 )

$$H_y(z) = H_P \sin^5\left(2\pi \frac{z}{\lambda_u}\right) \quad (7)$$

ただし、 $\lambda_u$ はアンジュレーターの磁場周期長である。

### 2.2.2 磁場強度の比較

基本波の波長が  $K = 1.0$  の正弦波型磁場と同じになる磁場強度で、磁場形状の放射光への影響を比較した。挿入光源の基本波の光子エネルギーは、

$$\hbar\omega_0 = \frac{2\hbar}{T} \left( 1 - \frac{\lambda_u \cos\theta}{cT} \right)^{-1}$$

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{z_0}{R}\right)$$

で求められる。電子の運動周期： $T$ が同じになる磁場強度  $H_S$ ,  $H_T$ ,  $H_R$ ,  $H_P$  を各々選ぶ事により、それぞれの基本波の波長を一致させた。電子のエネルギー： $E = 0.3$



GeV 周期長： $\lambda_u = 80$  mm として、三角波型磁場・矩形波型磁場・正弦波の 5 乗型磁場の最大磁場強度と、半周期の磁場面積：

$$\int_0^{\frac{\lambda_u}{2}} H_y(z) dz$$

を正弦波型磁場と比較すると表 1 のような関係になる。

表 1：磁場強度の比較

	三角波型磁場	矩形波型磁場	S5 Type
最大磁場強度差	+11.6%	-9.73%	+32.8%
磁場面積の差	-2.97%	+7.73%	-15.8%

同じ波長の基本波が得られる各種挿入光源の磁場強度は、磁場形状を鋭くすると最大磁場強度が強くなり、磁場面積が少なくなることがわかる。

## 2.3 電子軌道のフーリエ分解

### 2.3.1 フーリエ展開

運動する電子が放射する電磁波は、その波長を周期として位相が変化して伝播する。従って放射場を計算するための電子軌道のメッシュ分割は放射場の波長より小さく取る必要がある。本報告における例では、 $\lambda$  を放射光の波長として  $\lambda_u/\lambda \approx 10^6$  となるので、電子軌道から放射場を計算するために必要なメッシュの数は磁場から電子軌道を計算する場合より  $10^6$  倍程度細かくする必要があり、膨大な計算時間を要する。そこで計算時間を短縮するため、電子軌道を周期関数で置き換え放射場の計算と軌道計算を分離した。

初期条件の設定により周期磁場中の電子は周期運動をする。この事により電子の運動をフーリエ級数で表すことができる。

電子速度のフーリエ級数は：

$$\begin{aligned} v_x(t) &= c \sum_{n=0}^N f_{vxn} \cos(2\pi \frac{t}{T} n) \\ v_z(t) &= c \left\{ \beta_e + \sum_{n=0}^N f_{vzn} \cos(2\pi \frac{t}{T} n) \right\} \end{aligned} \quad (8)$$

$c\beta_e$ : 電子の入射速度

となる。

フーリエ成分  $f_{vn}$  は：

$$f_{vn} = \frac{2}{T} \int_0^T \frac{v(t)}{c} \cos\left(2\pi \frac{t}{T} n\right) dt \quad (9)$$

の計算で得られる。

軌道計算から求めた磁場中電子の速度を式 (9) によりフーリエ変換して式 (8) のように速度を関数として表現する。電子の位置は軌道の計算時に、誤差を累積するためフーリエ級数にした速度関数から数学的に積分して導く。

電子位置のフーリエ級数は：

$$\begin{aligned} x(t) &= c \left\{ f_{vx0}t + \sum_{n=1}^N \frac{f_{vxn}}{n\varphi} \sin(n\varphi t) \right\} \\ z(t) &= c \left\{ (\beta_e + f_{vz0})t + \sum_{n=1}^N \frac{f_{vzn}}{n\varphi} \sin(n\varphi t) \right\} \\ \varphi &= \frac{2\pi}{T} \quad T: \text{周期} \end{aligned} \quad (10)$$

となる。以上により、運動方程式より計算した各種磁場形状中の電子軌道をフーリエ級数で表現することが出来る。

### 2.3.2 軌道計算上の留意点

#### (a) 位相変換

電子軌道の計算において、初期条件を簡単にするために磁場関数式 (4) ~ (7) と速度関数式 (8) (10) を  $\pi/2$  位相変換して書き換えた。すなわち磁場強度が最大の位置を入射点  $z=0$  とすることになる。このことにより計算時に電子初期速度の  $x$  軸成分を  $v_x(0) = 0$  と置くことができ、初期条件が簡単になる。

#### (b) 電子の運動周期

電子の運動周期  $T$  は電子軌道の長さを  $l$  として：

$$T = \frac{\lambda_u + \Delta l}{c} \quad \Delta l = l - \lambda_u$$

である。

磁場形状の影響は軌道の長さ変化  $\Delta l$  に表れる、 $\Delta l$  による  $T$  の微少な変化が挿入光源の干渉現象の本質である。そしてこの変化が、放射光強度が極大になる基本波及び高調波の波長に大きく影響する。しかし  $\Delta l$  は  $l$  に比べて非常に微小であり、 $l$  の誤差にうもれやすいため、計算にはこの事を注意する必要がある。

### 2.3.3 フーリエ成分

4タイプの周期磁場中の電子の軌道を計算し、式(9)より電子の速度比のフーリエ成分  $f_{vxn}$ 、 $f_{vzn}$  を求めた。正弦波型周期磁場でのフーリエ成分  $f_{vxn}$ 、 $f_{vzn}$  を Fig.5 に示す。x成分は1次の項、z成分は0次と2次の項のみ現れ、その他の成分は計算誤差と見なせる。この結果は解析的に解いた結果と一致する。

正弦波型磁場以外での、速度比のフーリエ成分  $f_{vxn}$ 、 $f_{vzn}$  については、x成分は奇数の高次項が、z成分は偶数の高次項の成分が増加する。その他の成分、x成分の偶数項とz成分の奇数項は計算誤差と見なせる程度に小さく無視できる。電子の速度比のフーリエ成分の絶対値を Fig.6 ~ 8.のグラフに描いた。また、 $f_{vx1}$ 、 $f_{vx3}$ 、 $f_{vz0}$ 、 $f_{vz2}$ 、 $f_{vz4}$  について表2で比較した。

表2：電子の速度比のフーリエ成分

	正弦波型磁場	三角波型磁場	矩形波型磁場	S5 Type
$f_{vx1}$	$+1.70 \times 10^{-3}$	$+1.70 \times 10^{-3}$	$+1.70 \times 10^{-3}$	$+1.68 \times 10^{-3}$
$f_{vx3}$	$+6.08 \times 10^{-8}$	$-6.30 \times 10^{-5}$	$+1.19 \times 10^{-4}$	$-2.80 \times 10^{-4}$
$f_{vz0}$	$-7.25 \times 10^{-7}$	$-7.25 \times 10^{-7}$	$-7.25 \times 10^{-7}$	$-7.25 \times 10^{-7}$
$f_{vz2}$	$-7.25 \times 10^{-7}$	$-6.70 \times 10^{-7}$	$-8.24 \times 10^{-7}$	$-4.66 \times 10^{-7}$
$f_{vz4}$	$-2.30 \times 10^{-11}$	$+4.20 \times 10^{-8}$	$-1.16 \times 10^{-7}$	$+2.07 \times 10^{-7}$

## 3. 放射光スペクトル

### 3.4 電子による場

電子の速度と位置の関数、式(8)(10)およびフーリエ級数  $f_{vn}$ により定まる電子軌道からアンジュレーター放射光スペクトルを計算する。

まず電子の系から遠く離れた場所での場  $A(r, t)$  を求める。スペクトル分解された波動場はつぎの表式として書かれる [4] :

$$A_{\omega} = \frac{n_e e}{cR} \int_{-\infty}^{\infty} v(t) e^{i\omega(t - \frac{z}{c} \cos\theta)} dt \quad (11)$$

$$A(r, t) = \int_{-\infty}^{\infty} A_{\omega} e^{-i\omega t} \frac{d\omega}{2\pi} \quad (12)$$

ここで、 $R$  は電子と観測点の距離、 $v(t)$  は電子の速度、 $z$  は電子の位置、 $\omega$  は波動場の振動数、 $e$  は電子の電荷、 $n_e$  は電子数、 $c$  は真空中の光速、座標原点は電子の

### 2.3.3 フーリエ成分

4タイプの周期磁場中の電子の軌道を計算し、式(9)より電子の速度比のフーリエ成分  $f_{vxn}$ 、 $f_{vzn}$  を求めた。正弦波型周期磁場でのフーリエ成分  $f_{vzn}$ 、 $f_{vzn}$  を Fig.5 に示す。x成分は1次の項、z成分は0次と2次の項のみ現れ、その他の成分は計算誤差と見なせる。この結果は解析的に解いた結果と一致する。

正弦波型磁場以外での、速度比のフーリエ成分  $f_{vxn}$ 、 $f_{vzn}$  については、x成分は奇数の高次項が、z成分は偶数の高次項の成分が増加する。その他の成分、x成分の偶数項とz成分の奇数項は計算誤差と見なせる程度に小さく無視できる。電子の速度比のフーリエ成分の絶対値を Fig.6～8.のグラフに描いた。また、 $f_{vx1}$ 、 $f_{vx3}$ 、 $f_{vz0}$ 、 $f_{vz2}$ 、 $f_{vz4}$  について表2で比較した。

表2：電子の速度比のフーリエ成分

	正弦波型磁場	三角波型磁場	矩形波型磁場	S5 Type
$f_{vx1}$	$+1.70 \times 10^{-3}$	$+1.70 \times 10^{-3}$	$+1.70 \times 10^{-3}$	$+1.68 \times 10^{-3}$
$f_{vx3}$	$+6.08 \times 10^{-8}$	$-6.30 \times 10^{-5}$	$+1.19 \times 10^{-4}$	$-2.80 \times 10^{-4}$
$f_{vz0}$	$-7.25 \times 10^{-7}$	$-7.25 \times 10^{-7}$	$-7.25 \times 10^{-7}$	$-7.25 \times 10^{-7}$
$f_{vz2}$	$-7.25 \times 10^{-7}$	$-6.70 \times 10^{-7}$	$-8.24 \times 10^{-7}$	$-4.66 \times 10^{-7}$
$f_{vz4}$	$-2.30 \times 10^{-11}$	$+4.20 \times 10^{-8}$	$-1.16 \times 10^{-7}$	$+2.07 \times 10^{-7}$

## 3. 放射光スペクトル

### 3.4 電子による場

電子の速度と位置の関数、式(8)(10)およびフーリエ級数  $f_{vn}$  により定まる電子軌道からアンジュレーター放射光スペクトルを計算する。

まず電子の系から遠く離れた場所での場  $A(r, t)$  を求める。スペクトル分解された波動場はつぎの表式として書かれる [4] :

$$A_{\omega} = \frac{n_e e}{cR} \int_{-\infty}^{\infty} v(t) e^{i\omega(t - \frac{z}{c} \cos \theta)} dt \quad (11)$$

$$A(r, t) = \int_{-\infty}^{\infty} A_{\omega} e^{-i\omega t} \frac{d\omega}{2\pi} \quad (12)$$

ここで、 $R$  は電子と観測点の距離、 $v(t)$  は電子の速度、 $z$  は電子の位置、 $\omega$  は波動場の振動数、 $e$  は電子の電荷、 $n_e$  は電子数、 $c$  は真空中の光速、座標原点は電子の

磁場への入射点とした。

電子の運動は  $T$  の周期運動をするため、式 (11) は展開してつぎのような形に書くことができる：

$$\mathbf{A}_\omega = \sum_{n=1}^{n_u} \alpha^n \frac{n_e e}{cR} \int_0^T \mathbf{v}(t) e^{i\omega(t - \frac{z}{c} \cos \theta)} dt \quad (13)$$

$$\alpha = e^{i\varphi} \quad n_u : \text{周期数}$$

$$\varphi = \omega \left( T - \frac{\lambda_u \cos \theta}{c} \right)$$

### 3.5 放射光スペクトル

ベクトルポテンシャルのフーリエ成分  $\mathbf{A}_\omega$  式 (13) から、スペクトル分解された磁場・電場は、観測点の座標を  $(x_o, y_o, z_o)$  として次のように書かれる。

$$\mathbf{H}_\omega = ik \times \mathbf{A}_\omega \quad (14)$$

$$\mathbf{E}_\omega = \frac{ic}{\omega} \mathbf{k} \times (\mathbf{A}_\omega \times \mathbf{k}) \quad (15)$$

$$\mathbf{k} = \frac{c}{\omega R} (x_o \mathbf{e}_i + y_o \mathbf{e}_j + z_o \mathbf{e}_k) \quad R = \sqrt{x_o^2 + y_o^2 + z_o^2}$$

挿入光源からの放射光の光子数スペクトル分布は：

$$dN_\omega = \frac{c}{2\pi\hbar\omega} |\mathbf{H}_\omega|^2 R^2 d\Omega \frac{d\omega}{2\pi} \quad (16)$$

とした形で書ける。

光子数  $N_\omega$  は式 (13)、(14)、(16) より展開すると：

$$\begin{aligned} dN_\omega &= \frac{e^2 d\Omega d\omega}{4\pi^2 \hbar \omega c} G_\omega \times S_\omega \quad (17) \\ G_\omega &= \left| \frac{\sin \frac{\omega}{\omega_0} N_u}{\sin \frac{\omega}{\omega_0}} \right|^2 \quad \omega_0 = \frac{2}{T} \left( 1 - \frac{\lambda_u \cos \theta}{cT} \right)^{-1} \\ S_\omega &= \left| \int_0^T \mathbf{k} \times \mathbf{v}(t) e^{i\omega(t - \frac{z}{c} \cos \theta)} dt \right|^2 \end{aligned}$$

と書ける。 $G_\omega$  により干渉で極大となる基本波及び高調波光の振動数と放射光スペクトル強度分布の半値幅が定まる。この項は磁場形状にはよらず  $\lambda_u$ : 周期長、 $T$ : 軌道周期、 $n_u$ : 周期数の関数である。 $S_\omega$  は一周期の電子の軌道すなわち磁場の形状で決まる。

角振動数 $\omega_H = 2\pi/T$ で運動している電子からの放射場は $\omega_H$ の高次の成分：

$$\omega = \omega_H \times n \quad n: \text{整数}$$

のみであり放射場を計算する時にこのことを注意する必要がある。

計算機を用いて  $A_\omega$  式 (13.) を計算し、各種磁場形状のアンジュレーターからの放射光スペクトルのシミュレーションを行った。正弦波型磁場の放射光スペクトルが Fig.9 に描いてある。三角波型磁場、矩形波型磁場、正弦波の5乗型磁場による放射光スペクトルの1次、3次及び5次光強度の比較を Fig.10,11,12 に描いた。(正弦波型磁場挿入光源からの1次光の強度(光子数)  $N_\omega$  を1としてある。)  $G_\omega$  の項により基本波の振動数が定まる、そのため異なる磁場形状によるアンジュレーター放射光の基本波及び高調波光の光子エネルギーが一致する。 $S_\omega$  の項により放射光スペクトル強度分布が定まり、磁場形状の変化が放射光強度に影響している。表3に基本波及び高調波の極大値を比較した。

表3：磁場形状の異なる挿入光源からの基本波及び高調波光の極大値

	正弦波型磁場	三角波型磁場	矩形波型磁場	S5 Type
1次光 (強度比)	1.00	1.01 (1.01)	0.980 (0.979)	1.02 (1.02)
3次光	0.165	0.183 (1.11)	0.133 (0.804)	0.246 (1.49)
5次光	$3.10 \times 10^{-2}$	$4.66 \times 10^{-2}$ (1.50)	$1.75 \times 10^{-2}$ (0.565)	$10.0 \times 10^{-2}$ (3.23)

(-): 正弦波型磁場によるアンジュレーター放射光との強度比

いずれの形状も1次光の強度への影響はわずかであるが、磁場形状は高次の高調波光に大きく影響することが分かった。磁場形状を鋭くした三角波型磁場及びS5 Typeについては高次光の強度が増加、矩形波型磁場は高次光の強度が減少する結果となった。

## 4. 考 察

電子による場を直接積分する方法により、基本波の波長を一致させる条件でアンジュレーター放射光強度を計算した。正弦波型磁場の他に三角波型磁場、矩形波型磁場、磁場強度分布の半値幅を半分にした磁場の4種類の磁場形状の挿入光源について軸上の放射光強度を比較した。

角振動数 $\omega_H = 2\pi/T$ で運動している電子からの放射場は $\omega_H$ の高次の成分：

$$\omega = \omega_H \times n \quad n: \text{整数}$$

のみであり放射場を計算する時にこのことを注意する必要がある。

計算機を用いて  $A_\omega$  式 (13.) を計算し、各種磁場形状のアンジュレーターからの放射光スペクトルのシミュレーションを行った。正弦波型磁場の放射光スペクトルが Fig.9 に描いてある。三角波型磁場、矩形波型磁場、正弦波の5乗型磁場による放射光スペクトルの1次、3次及び5次光強度の比較を Fig.10,11,12 に描いた。(正弦波型磁場挿入光源からの1次光の強度(光子数)  $N_\omega$  を1としてある。)  $G_\omega$  の項により基本波の振動数が定まる、そのため異なる磁場形状によるアンジュレーター放射光の基本波及び高調波光の光子エネルギーが一致する。 $S_\omega$  の項により放射光スペクトル強度分布が定まり、磁場形状の変化が放射光強度に影響している。表3に基本波及び高調波の極大値を比較した。

表3：磁場形状の異なる挿入光源からの基本波及び高調波光の極大値

	正弦波型磁場	三角波型磁場	矩形波型磁場	S5 Type
1次光 (強度比)	1.00	1.01 (1.01)	0.980 (0.979)	1.02 (1.02)
3次光	0.165	0.183 (1.11)	0.133 (0.804)	0.246 (1.49)
5次光	$3.10 \times 10^{-2}$	$4.66 \times 10^{-2}$ (1.50)	$1.75 \times 10^{-2}$ (0.565)	$10.0 \times 10^{-2}$ (3.23)

(-): 正弦波型磁場によるアンジュレーター放射光との強度比

いずれの形状も1次光の強度への影響はわずかであるが、磁場形状は高次の高調波光に大きく影響することが分かった。磁場形状を鋭くした三角波型磁場及び S5 Type については高次光の強度が増加、矩形波型磁場は高次光の強度が減少する結果となった。

## 4. 考 察

電子による場を直接積分する方法により、基本波の波長を一致させる条件でアンジュレーター放射光強度を計算した。正弦波型磁場の他に三角波型磁場、矩形波型磁場、磁場強度分布の半値幅を半分にした磁場の4種類の磁場形状の挿入光源について軸上の放射光強度を比較した。

いずれの磁場形状についても基本波には顕著な変化は見られなかったが、高調波光には顕著な強度変化が見られた。正弦波型磁場の放射光と比較して5次光の強度は、磁場形状を三角波型にすると1.5倍、矩形波型にすると0.6倍、半値幅を半分にすると3倍になる結果を得た。

電子ビームのエネルギー、挿入光源の磁場強度と周期長でアンジュレーター放射光の1次光のエネルギーが決まる。従って、現実の放射光施設では1次光で高い光子エネルギーを得るにはおのずから限界がある。そのため一部の利用者は高次のアンジュレーター放射光で実験を行っている。この様に高次光を積極的に利用する場合、挿入光源の磁場形状を鋭くして高次光の強度を増加させる事が挿入光源の性能を上げる一つの方法といえる。

そこでさらにこの傾向を確認するために正弦のべき乗型磁場を用い、磁場強度分布の半値幅が正弦波型に比べて1/2, 1/3, 1/4倍になる (Fig.13) 磁場形状を持った、挿入光源からのアンジュレーター放射光スペクトルを計算した。これらの基本波及び3次、5次の高調波光のスペクトル分布を Fig.14,15,16 に描いた。表4にはこれらの極大値を比較した。

表4：磁場半値幅の放射光強度への影響

Type	S1	S5	S11	S21
磁場形状	$\sin(2\pi\frac{z}{\lambda_u})$	$\sin^5(2\pi\frac{z}{\lambda_u})$	$\sin^{11}(2\pi\frac{z}{\lambda_u})$	$\sin^{21}(2\pi\frac{z}{\lambda_u})$
半値幅比	1	$2.0^{-1}$	$3.0^{-1}$	$4.1^{-1}$
最大強度比	1	1.58	2.15	2.84
磁場面積変化	—	-15.8%	-20.6%	-23.2%
1次光強度 (強度比)	1.00	1.02 (1.02)	1.02 (1.02)	1.02 (1.02)
3次光強度	0.166	0.247 (1.49)	0.291 (1.75)	0.318 (1.92)
5次光強度	0.031	0.100 (3.24)	0.178 (5.75)	0.233 (7.51)

(強度比): 正弦波型磁場のアンジュレーター放射光との強度比

磁場を中心に集め磁場強度分布を鋭くすると磁場面積が減少しても高調波光の強度が増加する事になる。

本報告においては電子軌道に広がりがないという仮定の下で、磁場形状が軸上のアンジュレーター放射光にどの様に影響するか比較したにすぎない。挿入光源の最適な磁場形状を設計するには、軸上以外の放射光への影響やフラックスなどについての議論、磁気回路の計算や試作などの手段を用いて、どの様な磁場構造を持って挿



入光源の磁場形状が実現可能であるか等の議論をする必要がある。さらに、挿入光源が電子ビームに与える影響、電子ビームの広がりやスペクトルに与える影響、誤差磁場の影響等についても議論する必要があると思われる。

## 5. 結 論

基本波の波長を一致させる条件では、磁場面積は正弦波型と比較して三角波型では -3%、矩形波型では +8% 変化し、最大磁場強度は三角波型では +12%、矩形波型では -9% 変化する。磁場形状を鋭くすると、最大磁場強度を強くする必要があるが、少ない磁場面積で同じ波長の基本波及び高調波光を得られる。

磁場形状変化が及ぼすアンジュレーター放射光への影響は、いずれの磁場形状についても基本波光には顕著な変化は見られなかったが、高次の高調波光には顕著な強度変化が見られた。正弦波型磁場の放射光と比較して5次光の強度は、磁場形状を三角波型にすると1.5倍、矩形波型にすると0.6倍、半値幅を半分にすると3倍になる。磁場強度の半値幅を狭くすればより一層高次光の強度増加になる結果を得た。以上により磁場形状を変える事が出来れば、高次の高調波を強調または減らす挿入光源を実現可能なことが分かった。

## 参考文献

- [ 1 ] Roman Tatchyn and Anthony D. Cox : " Undulator Spectra : Computer Simulations and Modeling " SPIE 582, 47 (1985).
- [ 2 ] R.P. Walker : " Calculation of Undulator Radiation Spectral and Angular Distributions " Rev.Sci.Instrum. 60, 1816 (1989).
- [ 3 ] 日本物理学会 : " シンクロトロン放射 " , 培風館, 東京 (1986).
- [ 4 ] ランダウ=リフシッツ : " 場の古典論 " , 東京図書, 東京 (1984).

入光源の磁場形状が実現可能であるか等の議論をする必要がある。さらに、挿入光源が電子ビームに与える影響、電子ビームの広がりやスペクトルに与える影響、誤差磁場の影響等についても議論する必要があると思われる。

## 5. 結 論

基本波の波長を一致させる条件では、磁場面積は正弦波型と比較して三角波型では -3%、矩形波型では +8% 変化し、最大磁場強度は三角波型では +12%、矩形波型では -9% 変化する。磁場形状を鋭くすると、最大磁場強度を強くする必要があるが、少ない磁場面積で同じ波長の基本波及び高調波光を得られる。

磁場形状変化が及ぼすアンジュレーター放射光への影響は、いずれの磁場形状についても基本波光には顕著な変化は見られなかったが、高次の高調波光には顕著な強度変化が見られた。正弦波型磁場の放射光と比較して5次光の強度は、磁場形状を三角波型にすると1.5倍、矩形波型にすると0.6倍、半値幅を半分にすると3倍になる。磁場強度の半値幅を狭くすればより一層高次光の強度増加になる結果を得た。以上により磁場形状を変える事が出来れば、高次の高調波を強調または減らす挿入光源を実現可能なことが分かった。

## 参考文献

- [ 1 ] Roman Tatchyn and Anthony D. Cox : " Undulator Spectra : Computer Simulations and Modeling " SPIE 582, 47 (1985).
- [ 2 ] R.P. Walker : " Calculation of Undulator Radiation Spectral and Angular Distributions " Rev.Sci.Instrum. 60, 1816 (1989).
- [ 3 ] 日本物理学会 : " シンクロトロン放射 " , 培風館, 東京 (1986).
- [ 4 ] ランダウ=リフシッツ : " 場の古典論 " , 東京図書, 東京 (1984).

入光源の磁場形状が実現可能であるか等の議論をする必要がある。さらに、挿入光源が電子ビームに与える影響、電子ビームの広がりやスペクトルに与える影響、誤差磁場の影響等についても議論する必要があると思われる。

## 5. 結 論

基本波の波長を一致させる条件では、磁場面積は正弦波型と比較して三角波型では -3%、矩形波型では +8% 変化し、最大磁場強度は三角波型では +12%、矩形波型では -9% 変化する。磁場形状を鋭くすると、最大磁場強度を強くする必要があるが、少ない磁場面積で同じ波長の基本波及び高調波光を得られる。

磁場形状変化が及ぼすアンジュレーター放射光への影響は、いずれの磁場形状についても基本波光には顕著な変化は見られなかったが、高次の高調波光には顕著な強度変化が見られた。正弦波型磁場の放射光と比較して5次光の強度は、磁場形状を三角波型にすると1.5倍、矩形波型にすると0.6倍、半値幅を半分にすると3倍になる。磁場強度の半値幅を狭くすればより一層高次光の強度増加になる結果を得た。以上により磁場形状を変える事が出来れば、高次の高調波を強調または減らす挿入光源を実現可能なことが分かった。

## 参考文献

- [ 1 ] Roman Tatchyn and Anthony D. Cox : " Undulator Spectra : Computer Simulations and Modeling " SPIE 582, 47 (1985).
- [ 2 ] R.P. Walker : " Calculation of Undulator Radiation Spectral and Angular Distributions " Rev.Sci.Instrum. 60, 1816 (1989).
- [ 3 ] 日本物理学会 : "シンクロトロン放射" , 培風館, 東京 (1986).
- [ 4 ] ランダウ=リフシツ : "場の古典論" , 東京図書, 東京 (1984).

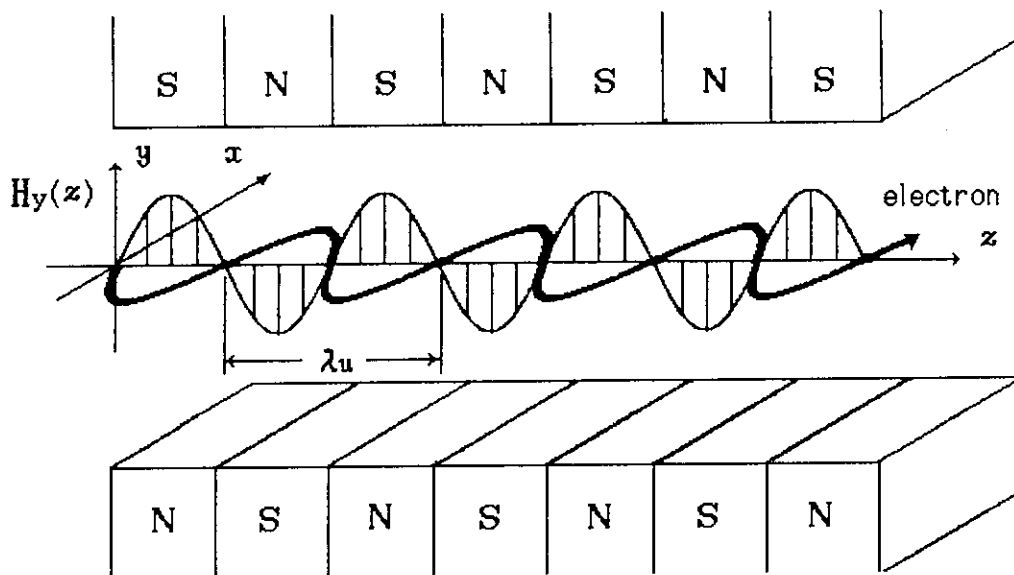


Fig. 1 Reference coordinate system.

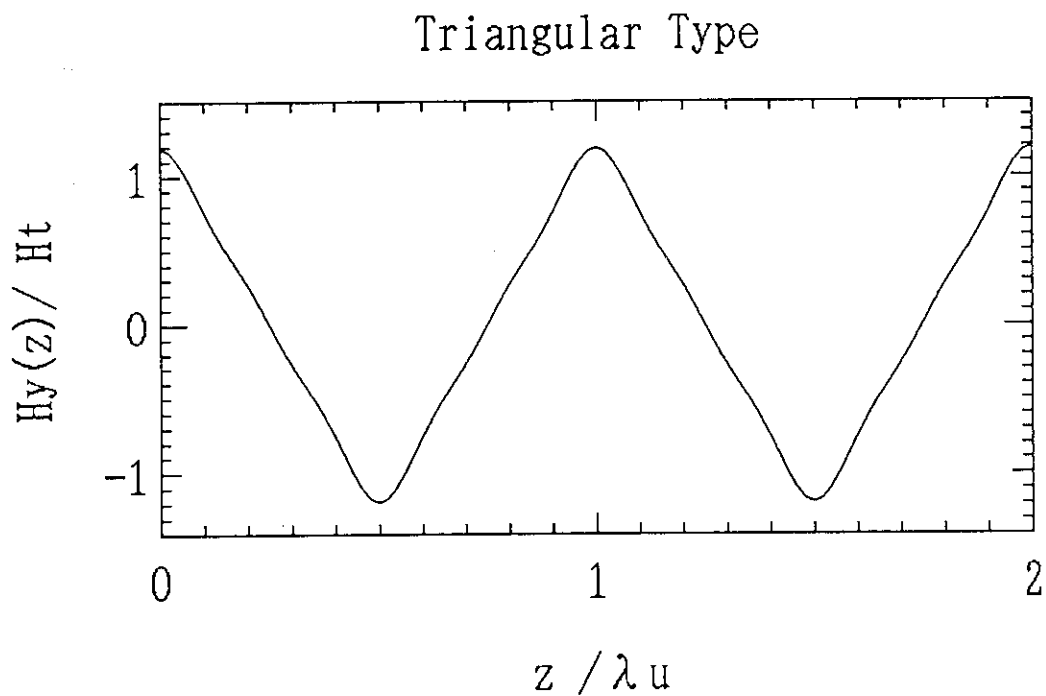


Fig. 2 The shape of the triangular type magnetic field.

Rectangular Type

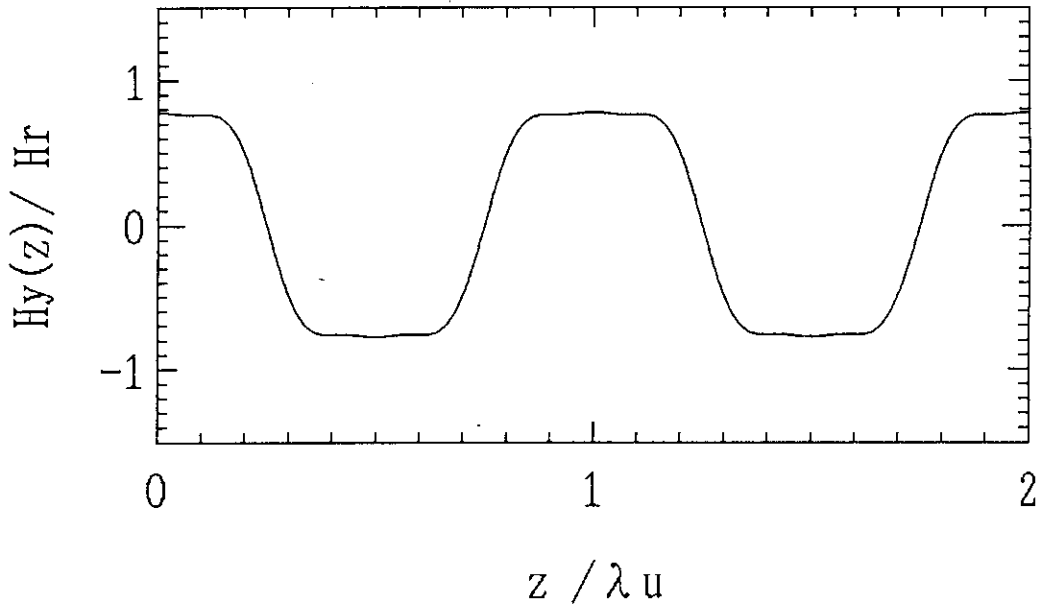


Fig. 3 The shape of the rectangular type magnetic field.

5th Power Type

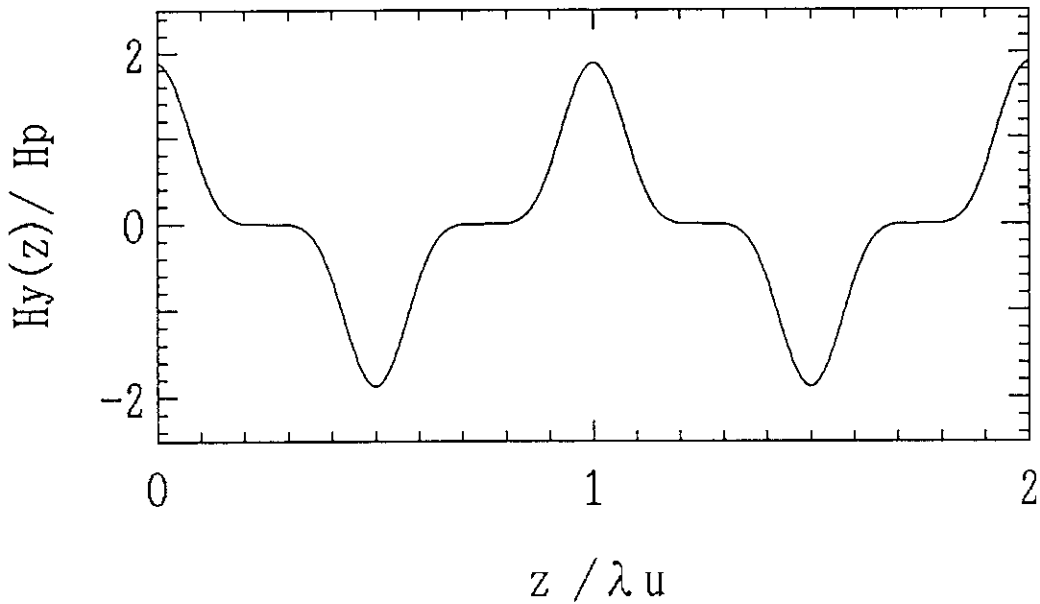


Fig. 4 The shape of the 5th power type magnetic field. The FWHM of magnetic field strength is a half of that for sinusoidal type magnetic field.

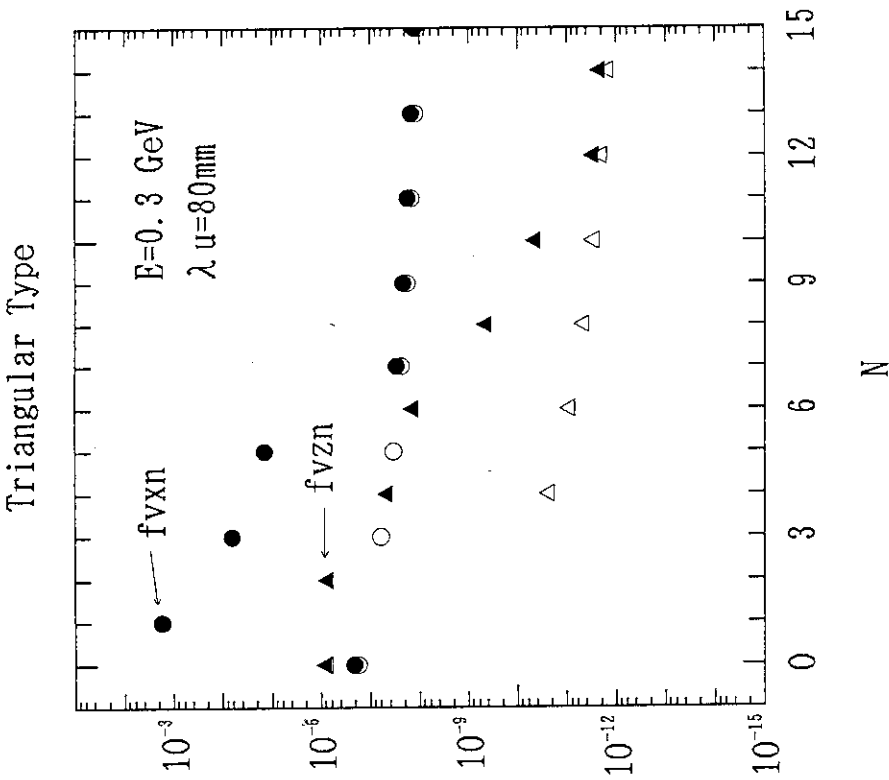


Fig. 6 Fourier components of relativistic electron  $\beta(=v/c)$  in the triangular type magnetic field. ●: Fourier components  $f_{vxN}$  of  $v_x/c$ . ▲: Fourier components  $f_{vzN}$  of  $v_z/c$ . ○, △: Fourier components of  $v/c$  for the sinusoidal type.

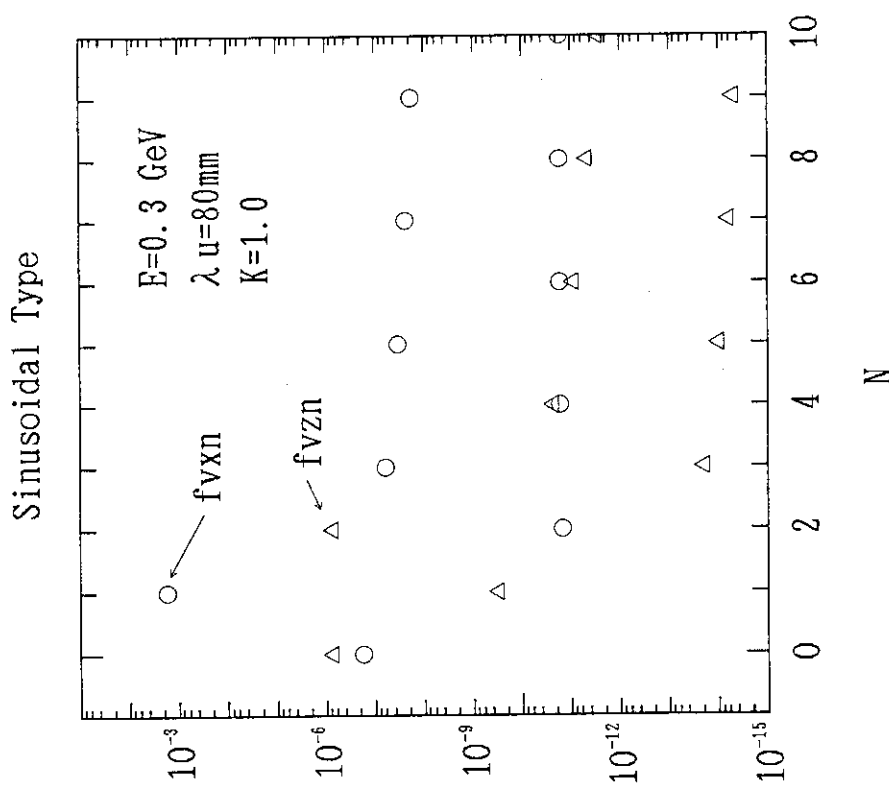


Fig. 5 Fourier components of relativistic electron velocity  $\beta(=v/c)$  in the sinusoidal type magnetic field. ○: Fourier components  $f_{vxN}$  of  $v_x/c$ . △: Fourier components  $f_{vzN}$  of  $v_z/c$ .

Rectangular Type

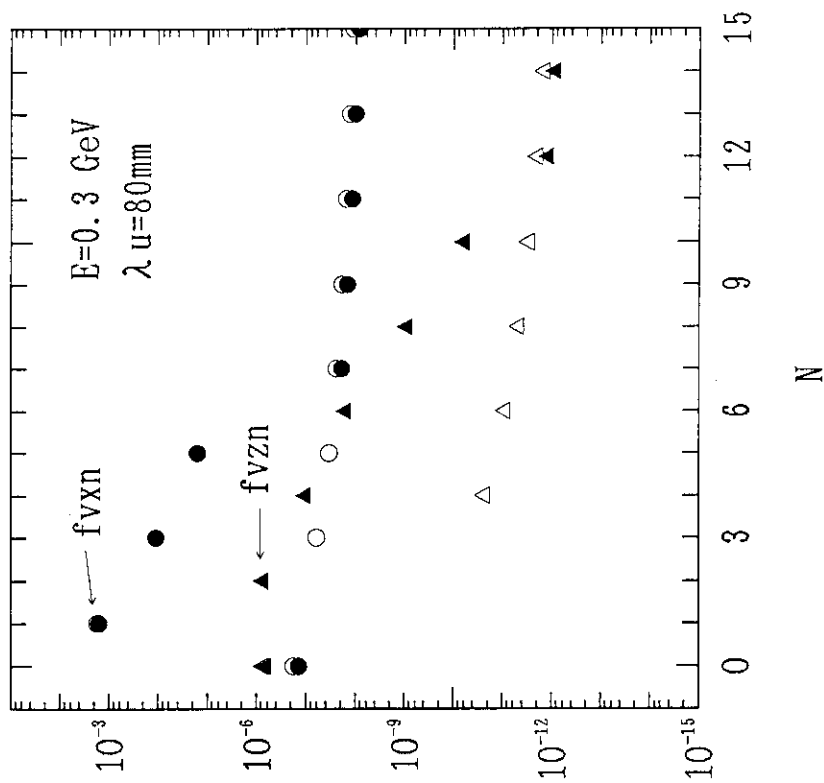


Fig. 7 Fourier components of relativistic electron velocity  $\beta(=v/c)$  in the rectangular type magnetic field. ●: Fourier components  $f_{vxN}$  of  $v_x/c$ . ▲: Fourier components  $f_{vzN}$  of  $v_z/c$ . ○, △: Fourier components of  $v/c$  for the sinusoidal type.

5th Power Type

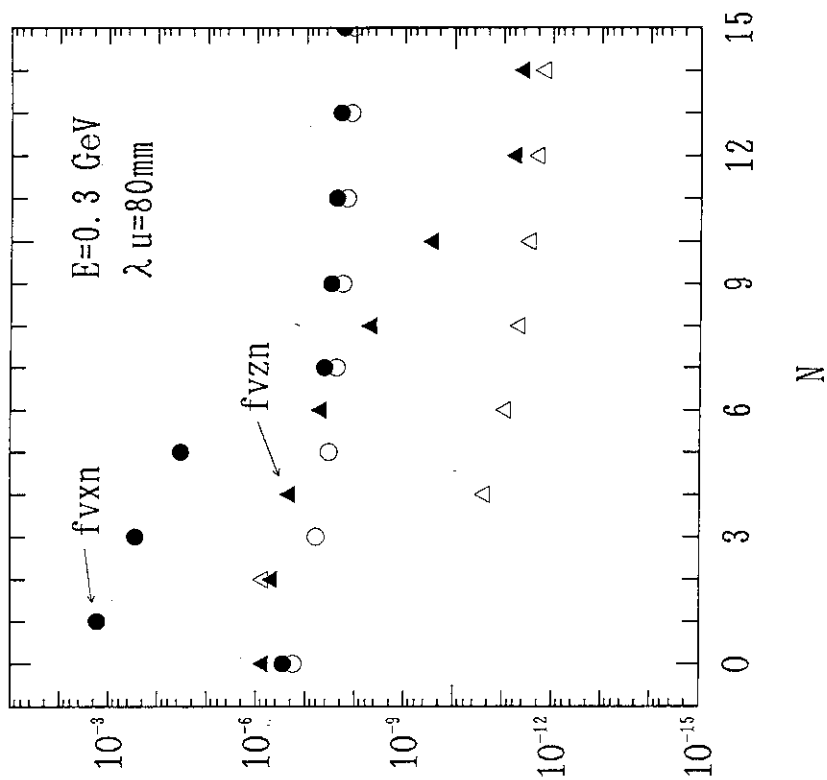


Fig. 8 Fourier components of relativistic electron velocity  $\beta(=v/c)$  in the 5th power type magnetic field. ●: Fourier components  $f_{vxN}$  of  $v_x/c$ . ▲: Fourier components  $f_{vzN}$  of  $v_z/c$ . ○, △: Fourier components of  $v/c$  for the sinusoidal type.

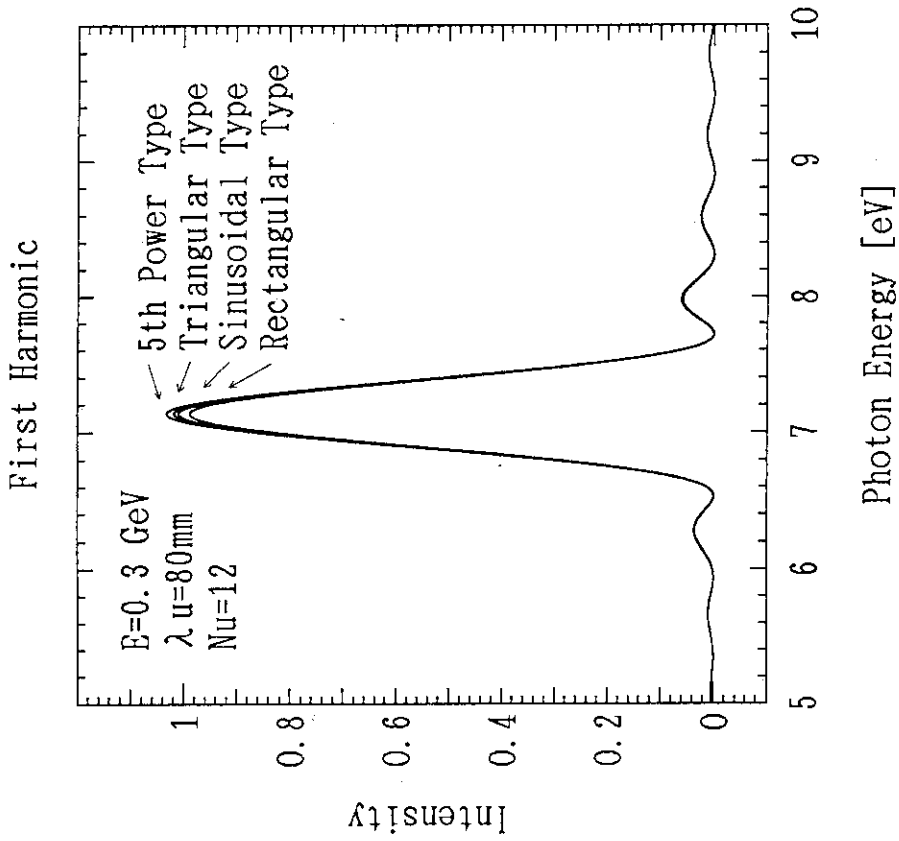


Fig. 10 Comparisons of on-axis intensity spectrums of the 1st harmonic undulator radiation from four different magnetic fields. Sinusoidal, triangular, rectangular and the 5th power type.

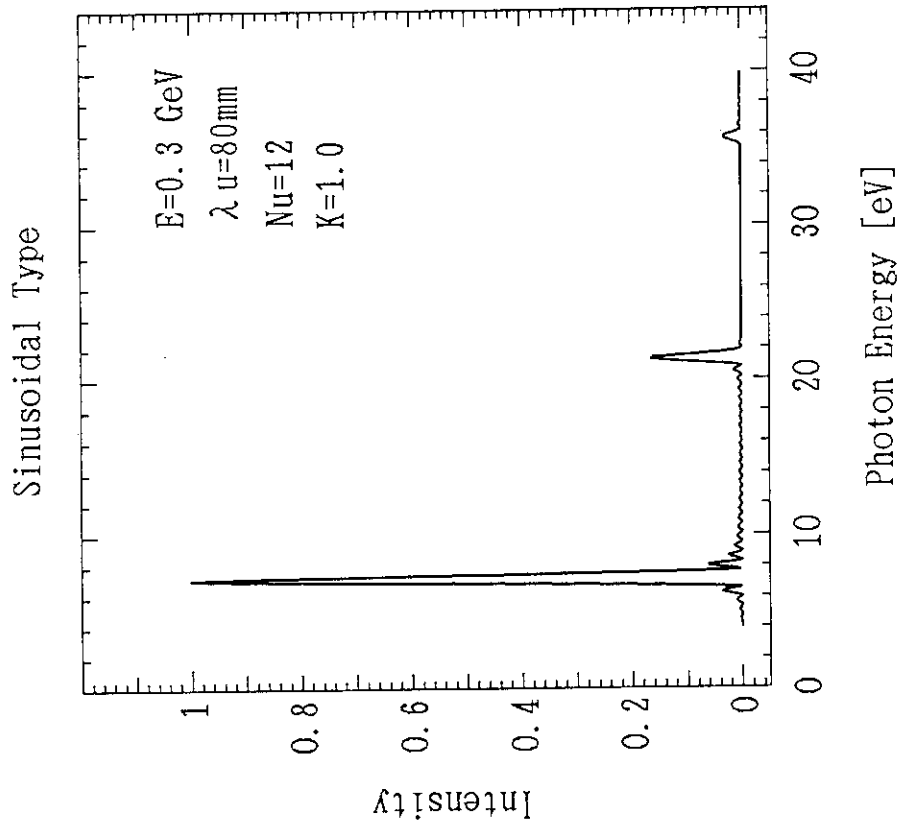


Fig. 9 On-axis intensity spectrum of radiation from the sinusoidal type magnetic field undulator.



Third Harmonic

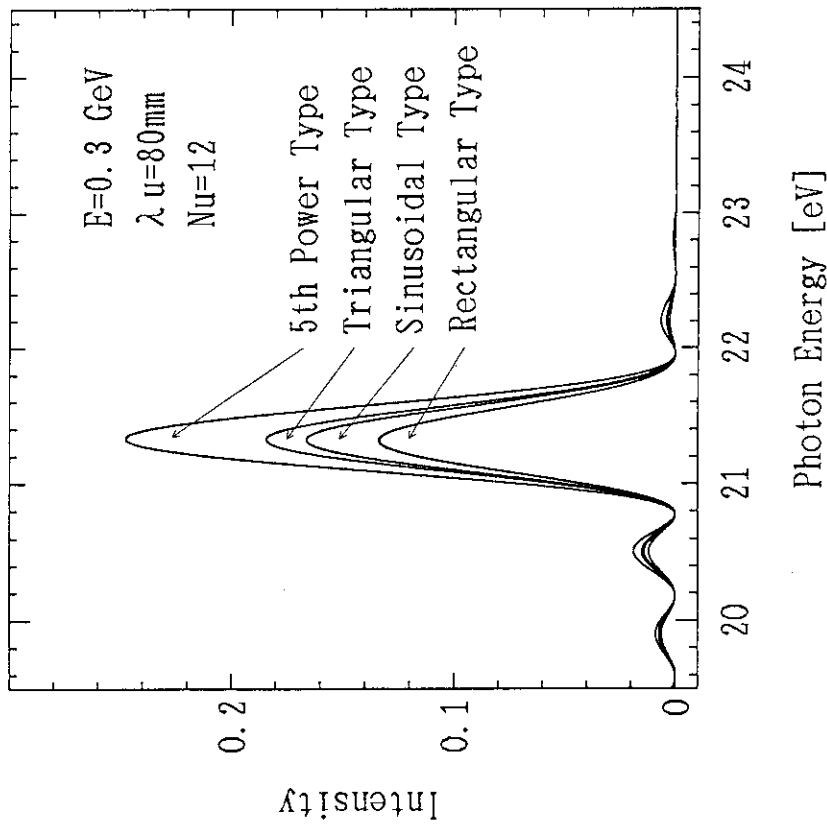


Fig. 11 Comparisons of on-axis intensity spectrums of 3rd harmonic undulator radiation from four different magnetic fields. Sinusoidal, triangular, rectangular and the 5th power type.

Fifth Harmonic

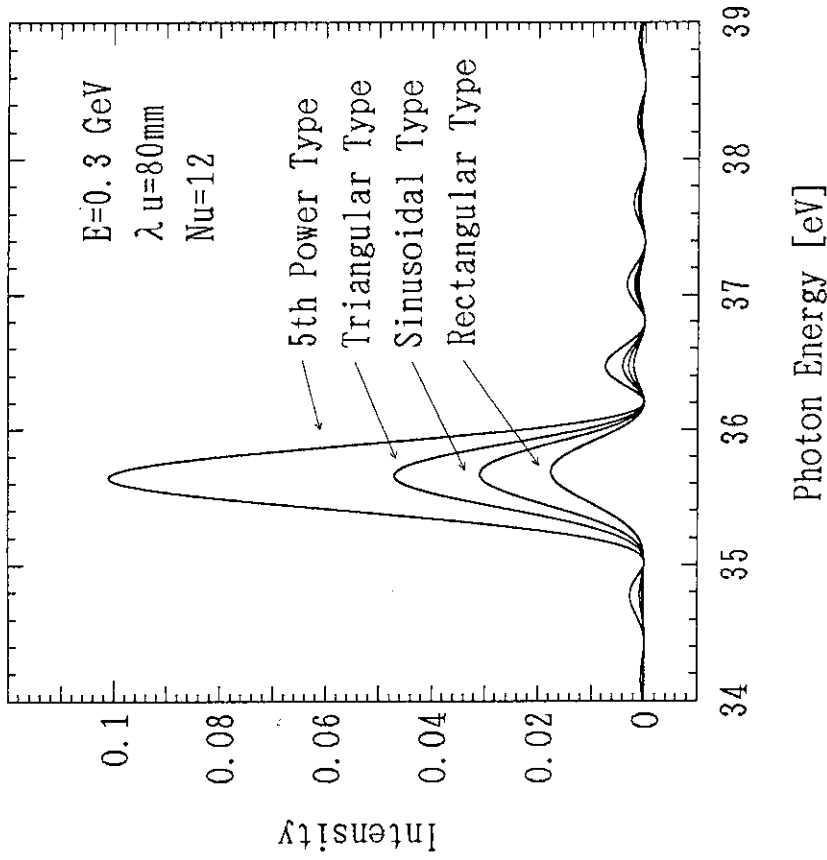


Fig. 12 Comparisons of on-axis intensity spectrums of 5th harmonic undulator radiation from four different magnetic fields. Sinusoidal, triangular, rectangular and the 5th power type.

First Harmonic

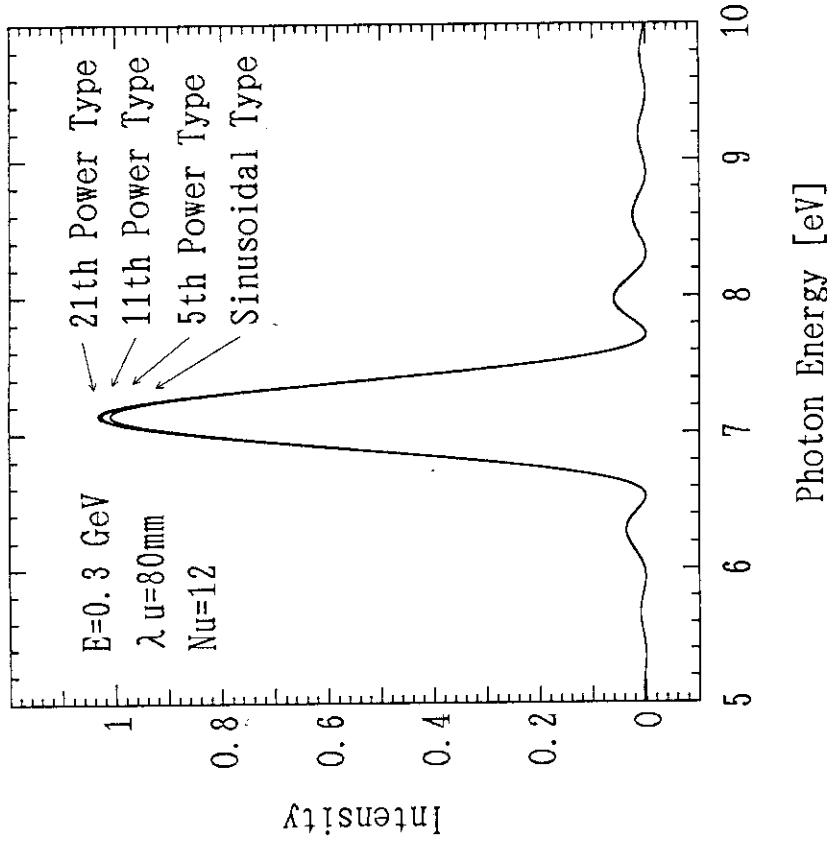


Fig. 14 Comparisons of on-axis intensity spectrums of the 1st harmonic undulator radiation from four different magnetic fields. The FWHM of magnetic field strength for the 5th power type is 1/2 of that for sinusoidal type. The FWHM for the 11th power type is 1/3. The FWHM for the 21th power type is 1/4.

S1 S5 S11 and S21 Type

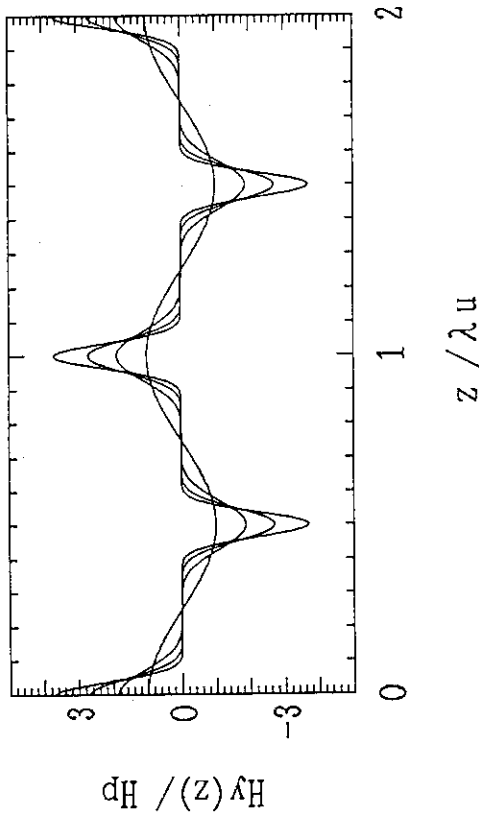


Fig. 13 Comparisons of various shapes of magnetic field of undulators. The FWHM of magnetic field are 1, 1/2, 1/3, 1/4 of that for sinusoidal type, respectively.

Third Harmonic

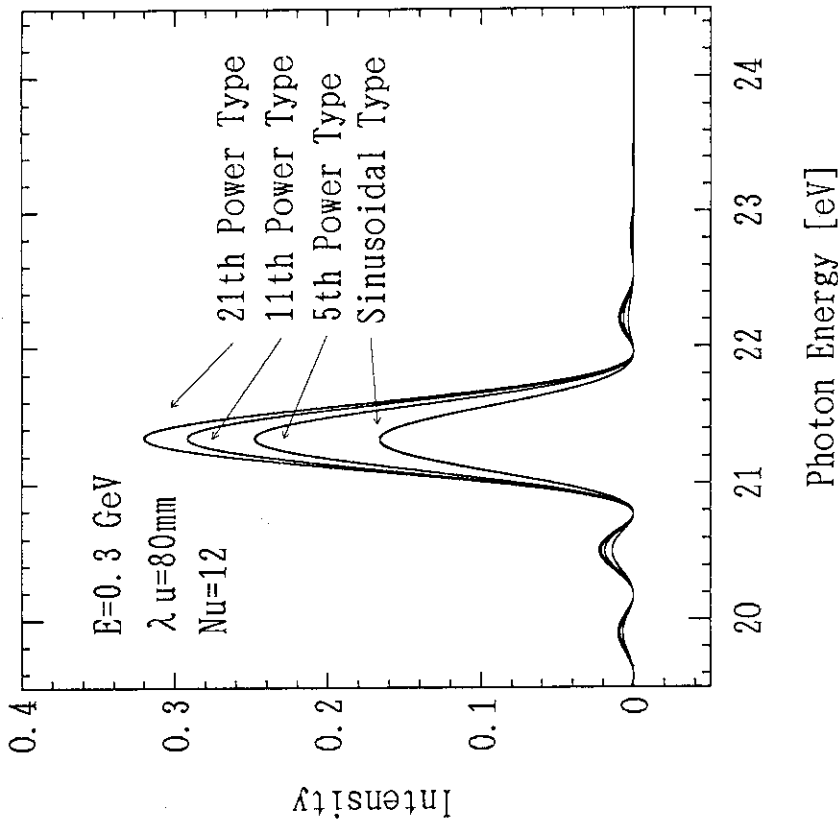


Fig. 15 Comparisons of on-axis intensity spectrums of the 3rd harmonic undulator radiation from four different magnetic fields. The FWHM of magnetic field strength for the 5th power type is 1/2 of that for sinusoidal type. The FWHM for the 11th power type is 1/3. The FWHM for the 21th power type is 1/4.

Fifth Harmonic

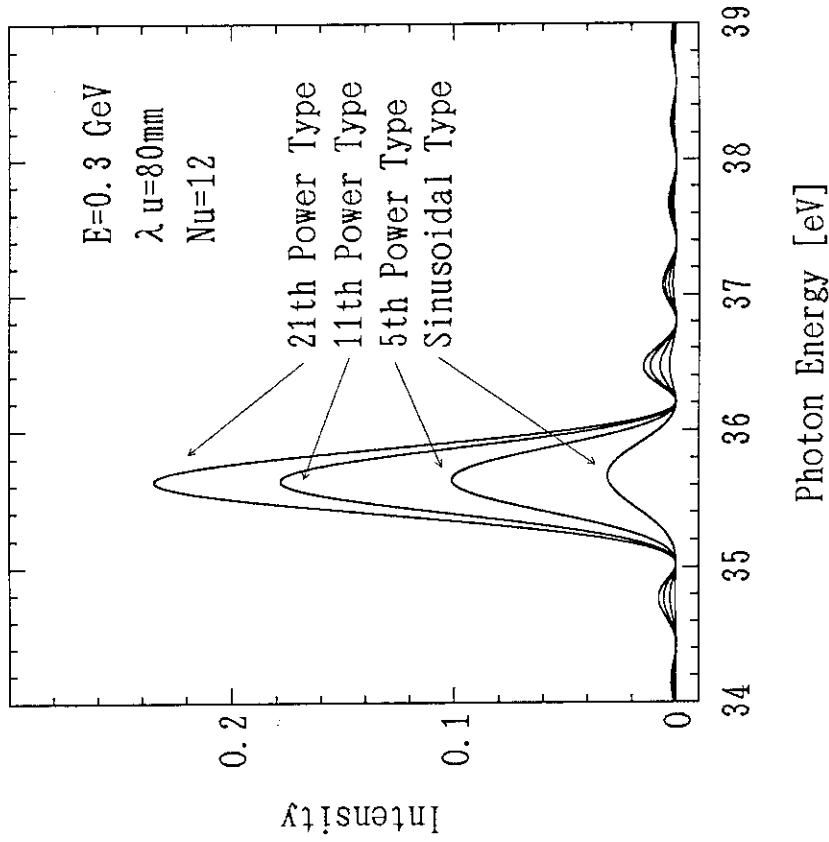


Fig. 16 Comparisons of on-axis intensity spectrums of the 5th harmonic undulator radiation from four different magnetic fields. The FWHM of magnetic field strength for the 5th power type is 1/2 of that for sinusoidal type. The FWHM for the 11th power type is 1/3. The FWHM for the 21th power type is 1/4.