

JAERI-M  
91-164

燃料密度が中性子増倍率に与える効果  
(受託研究)

1991年10月

荻野 晃久・内藤 健孝

日本原子力研究所  
Japan Atomic Energy Research Institute

JAERI-M レポートは、日本原子力研究所が不定期に公刊している研究報告書です。  
入手の問合せは、日本原子力研究所技術情報部情報資料課（〒319-11茨城県那珂郡東海村）  
あて、お申しこしください。なお、このほかに財団法人原子力弘済会資料センター（〒319-11茨城  
県那珂郡東海村日本原子力研究所内）で複写による実費領布をおこなっております。

JAERI-M reports are issued irregularly.  
Inquiries about availability of the reports should be addressed to Information Division, Department  
of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun,  
Ibaraki-ken 319-11, Japan.

© Japan Atomic Energy Research Institute, 1991

---

編集兼発行 日本原子力研究所  
印 刷 日立高速印刷株式会社

## 燃料密度が中性子増倍率に与える効果

日本原子力研究所東海研究所燃料安全工学部

荻野 晃久<sup>+</sup>・内藤 傲孝

(1991年9月18日受理)

臨界安全評価を行う場合に、核燃料密度  $\rho$  が中性子増倍率  $k_{\text{eff}}$  にどのような影響を与えるかを一般的に明らかにするために、二酸化ウラン ( $\text{UO}_2$ ) 燃料の密度  $\rho$  と中性子増倍率  $k_{\text{eff}}$  の関係を検討した。

その結果、質量を保存して燃料密度を上げると中性子増倍率  $k_{\text{eff}}$  が大きくなることを確認した。これは質量を保存して燃料密度を上げると、体積は減少し形状パックリング  $Bg^2$  は増大するが中性子移動面積  $M^2$  の方がよりいっそう減少し、その結果中性子漏洩量  $M^2 \cdot Bg^2$  が減少するためである。

結果として、核燃料の臨界安全評価を行う場合には、同一核種組成のもとでは密度の一番高い燃料で安全を評価するとよいことが分かった。また、この結論は燃料の組成にも反射体の有無にも無関係で成立することを示した。さらに、複数のユニットからなる系についても成立することを証明した。

---

この報告書は、電源開発促進対策特別会計法に基づく科学技術庁からの受託として行った研究成果の一部である。

東海研究所：〒319-11 茨城県那珂郡東海村白方字白根2-4

+ 大型放射光施設計画推進室

Effect of Fuel Density  
on Neutron Multiplication Factor

Teruhisa OGINO<sup>+</sup> and Yoshitaka NAITO

Department of Fuel Safety Research  
Tokai Research Establishment  
Japan Atomic Energy Research Institute  
Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken

(Received September 18, 1991)

From the nuclear criticality safety point of view, a case study has been carried out to investigate effect of uranium dioxide density on the neutron multiplication factor.

The neutron multiplication factors  $k_{eff}$ 's are predicted to increase as fuel density increases with fuel mass unchanged. In this case, the fuel volume decreases to increase its geometrical buckling  $B_g^2$ . On the other hand, the neutron migration area  $M^2$  decreases more greatly so that the neutron leakage factor  $M^2 B_g^2$  decreases to result in the greater  $k_{eff}$  calculted.

As a conclusion, it is recommended that criticality safety of nuclear fuel with the same isotopic composition should be evaluated assuming the highest fuel density considered in the facility. This conclusion can be shown not to be influenced by difference of fuel materials or reflection conditions, and applicable not only for a single unit system but also for an interacting one.

Keywords: Neutron Multiplication Factor, Effect of Fuel Density,  
Criticality Safety Evaluation

---

Notice: This work was carried out by the Japan Atomic Energy Research Institute (JAERI) under the entrustment by the Science and Technology Agency (STA) of Japan.

+ Office of Synchrotron Radiation Facility Project

## 目 次

1. 序 .....	1
2. 計算方法 .....	2
3. 計算結果 .....	2
4. 結果の検討 .....	2
4.1 反射体の無い体系における中性子漏洩量と燃料密度の関係 .....	3
4.2 反射体ありの体系における中性子増倍率と燃料密度の関係 .....	5
4.3 二酸化プルトニウム燃料体系における中性子増倍率と燃料密度の関係 .....	7
4.4 $^{235}\text{U}$ 燃料と $^{239}\text{Pu}$ 燃料の臨界質量 .....	8
4.5 複数ユニットからなる系における検討 .....	8
5. 結論 .....	12
謝 辞 .....	12
参考文献 .....	13

## Contents

1. Introduction .....	1
2. Calculation Method .....	2
3. Results .....	2
4. Discussion .....	2
4.1 Relation between Neutron Leakage Rate and Fuel Density without Reflector .....	3
4.2 Relation between Neutron Multiplication Factor and Fuel Density with Reflector .....	5
4.3 Relation between Neutron Multiplication Factor and Fuel Density of $\text{PuO}_2$ .....	7
4.4 Critical Mass of $^{235}\text{U}$ and $^{239}\text{Pu}$ .....	8
4.5 Discussion on Pulural Units System .....	8
5. Conclusion .....	12
Acknowledgment .....	12
References .....	13

## 1. 序

核燃料密度  $\rho$  の変化が中性子増倍率  $k_{\text{eff}}$  に与える効果を検討し、このときの  $\rho$  と  $k_{\text{eff}}$  の関係を一般的に明らかにすることが本報告書の目的である。

粉末状・溶液状の核燃料を取り扱う核燃料再処理施設等においては、圧縮・蒸発・沈澱等のために、たとえ核燃料が高密度になったとしても、常に未臨界であるように設計する必要がある。そこで核燃料の密度によって反応度がどのように変わるかを知ること、即ち燃料密度が中性子増倍率に与える効果を知ることは臨界安全評価上重要である。

国が作成した臨界安全ハンドブック<sup>1)</sup>でも核燃料密度の重要性にかんがみ、「密度変化については、含水率の変化あるいは物質組成の変化をともなわない場合には、密度の増加に対して臨界質量は減少し、反応度は単調に増大する。したがって通常の粉末燃料を扱う場合、不用意な水の侵入が考えられないならば、実際に起こりうる最大の密度をモデル上設定してもよい」と記載している。

E. D. Claytonは“Anomalies of Nuclear Criticality”<sup>2)</sup>の中で、「リチウム・重水反射体で囲まれたプルトニウム小球に、強力レーザービームや電子ビームを照射してこの小球を圧縮し高密度にすると、超臨界が作り出せる」という密度効果の極端な例を示した。

また TID-7016 によると、プルトニウム金属 ( $^{239}\text{Pu}$ ) の最小臨界質量が  $\alpha$  相プルトニウムと  $\delta$  相プルトニウムとで異なっており、 $\alpha$  相プルトニウムでは 5.6 Kg,  $\delta$  相プルトニウムでは 7.6 Kg となっている。これは  $\alpha$  相プルトニウムの理論密度が  $19.84 \text{ g/cm}^3$ ,  $\delta$  相プルトニウムの理論密度が  $15.92 \text{ g/cm}^3$  であり、理論密度が異なることに起因する。

そこで、我々は核燃料密度の変化が中性子増倍率に与える影響を検討するため、質量を保存して密度を変化させた場合の中性子増倍率の計算を行った。質量を保存して密度を増大させると形状の体積は減少するが、中性子増倍率は増えると考えられる。このような密度増加とともに反応度変化について検討し、臨界安全ハンドブックを補墳することも本研究の目的である。

本報告書では、まず二酸化ウラン ( $\text{UO}_2$ ) 燃料の密度増加が基本形状（球・円柱・平板）の中性子増倍率にどのように影響するかを、裸の体系について、計算によって調べるとともに、反射体ありの場合についても検討した。つぎに二酸化ウラン ( $\text{UO}_2$ ) 以外の燃料（二酸化プルトニウム ( $\text{PuO}_2$ )）について調べるとともにウラン ( $^{235}\text{U}$ ) 及びプルトニウム ( $^{239}\text{Pu}$ ) 燃料における臨界質量と密度の関係についても検討を加えた。さらに、複数ユニットからなる系においてもその中の任意のユニットの形状寸法を減少させ密度を増大させると系の実効増倍率が増大することを証明した。

本報告書の構成は、第 2 章で計算方法を示し、第 3 章で計算結果を示す。第 4 章で結果を検討し、第 5 章では結論として、反射体のあり・なし、燃料の組成に関わらず核燃料の密度が増加すると、单一ユニットの中性子実効増倍率  $k_{\text{eff}}$  は単調増加すること、また、密度を増加させた单一ユニットを含む複数ユニットの実効増倍率も増加するので、臨界安全評価においては想定される最も高い密度を想定する必要があることを提言する。

## 2. 計 算 方 法

計算のモデルとして、球・円柱・平板形状を考える。円柱については高さ方向の長さ、平板については高さ方向・幅方向の長さをそれぞれ固定する。燃料の質量を保存し、燃料密度  $\rho$  にともなう中性子増倍率  $k_{\text{eff}}$  を計算する。燃料密度  $\rho$  にともなって球半径・円柱半径・平板厚さは、それぞれ表1のように変化する。 $\text{UO}_2$ 粉末燃料 ( $\text{H}/\text{U}$ 比 = 0.0,  $^{235}\text{U}$ 濃縮度 = 4.0 wt %, 質量 = 2145 kg  $\text{UO}_2$ ) について反射体なしの均質体系を計算する。加えて十分な厚さの軽水反射体がある体系についても計算する。

中性子増倍率  $k_{\text{eff}}$  の計算は、日本原子力研究所が開発した臨界安全性評価コードシステム (JACS)<sup>3)</sup> を用いて行った。中性子増倍率  $k_{\text{eff}}$  はモンテカルロ計算コード KENO-IV コードで計算する。KENO-IV コードの計算条件は 1 世代当たりの中性子発生数 300・世代数 103・スキップ世代数 3・中性子発生分布一様とする。中性子移動面積  $M^2$ ・拡散係数  $D$  及び中性子無限増倍率  $k_\infty$  は簡易計算コード SIMCR I で計算する。

## 3. 計 算 結 果

燃料密度  $\rho$  にともなう中性子増倍率  $k_{\text{eff}}$  の計算結果を図1～図3に示す。いずれの図も横軸に燃料密度  $\rho$ 、縦軸に中性子増倍率  $k_{\text{eff}}$  をとっている。

図1～図3から分かるように、球・円柱形状における  $k_{\text{eff}}$  は  $\rho$  にともない単調に増加する。平板形状における  $k_{\text{eff}}$  は、密度が  $1.0 \text{ g UO}_2/\text{cm}^3$  以上になると反射体ありの場合も反射体なしの場合にも各々ほぼ一定値となる。球・円柱・平板体系において次のことが言える。 $k_{\text{eff}}$  は密度の増大に伴ない無限増倍率  $k_\infty$  に近づくが、 $k_\infty$  を越えることはない。反射体なしの場合の  $k_{\text{eff}}$  より反射体ありの  $k_{\text{eff}}$  の方が常に大きいが、密度が増大すると反射体あり・なしの  $k_{\text{eff}}$  は近づく傾向を示す。

## 4. 結 果 の 検 討

モンテカルロ計算の結果を修正一群理論を用いて整理するために、中性子漏洩量  $M^2 \cdot B_g^2$  と燃料密度  $\rho$ との関係等について検討する。

修正一群理論において体系の中性子実効増倍率  $k_{\text{eff}}$  は、

$$k_{\text{eff}} = \frac{k_\infty}{1 + M^2 B_g^2} \quad (1)$$

である。

ここで、 $M^2$  は中性子移動面積、 $B_g^2$  は形状バッククリング。

## 2. 計 算 方 法

計算のモデルとして、球・円柱・平板形状を考える。円柱については高さ方向の長さ、平板については高さ方向・幅方向の長さをそれぞれ固定する。燃料の質量を保存し、燃料密度  $\rho$  にともなう中性子増倍率  $k_{\text{eff}}$  を計算する。燃料密度  $\rho$  にともなって球半径・円柱半径・平板厚さは、それぞれ表1のように変化する。 $\text{UO}_2$ 粉末燃料 ( $\text{H}/\text{U}$ 比 = 0.0,  $^{235}\text{U}$ 濃縮度 = 4.0 wt %, 質量 = 2145 kg  $\text{UO}_2$ ) について反射体なしの均質体系を計算する。加えて十分な厚さの軽水反射体がある体系についても計算する。

中性子増倍率  $k_{\text{eff}}$  の計算は、日本原子力研究所が開発した臨界安全性評価コードシステム (JACS)<sup>3)</sup> を用いて行った。中性子増倍率  $k_{\text{eff}}$  はモンテカルロ計算コード KENO-IV コードで計算する。KENO-IV コードの計算条件は 1 世代当たりの中性子発生数 300・世代数 103・スキップ世代数 3・中性子発生分布一様とする。中性子移動面積  $M^2$ ・拡散係数  $D$  及び中性子無限増倍率  $k_\infty$  は簡易計算コード SIMCR I で計算する。

## 3. 計 算 結 果

燃料密度  $\rho$  にともなう中性子増倍率  $k_{\text{eff}}$  の計算結果を図1～図3に示す。いずれの図も横軸に燃料密度  $\rho$ 、縦軸に中性子増倍率  $k_{\text{eff}}$  をとっている。

図1～図3から分かるように、球・円柱形状における  $k_{\text{eff}}$  は  $\rho$  にともない単調に増加する。平板形状における  $k_{\text{eff}}$  は、密度が  $1.0 \text{ g UO}_2/\text{cm}^3$  以上になると反射体ありの場合も反射体なしの場合にも各々ほぼ一定値となる。球・円柱・平板体系において次のことが言える。 $k_{\text{eff}}$  は密度の増大に伴ない無限増倍率  $k_\infty$  に近づくが、 $k_\infty$  を越えることはない。反射体なしの場合の  $k_{\text{eff}}$  より反射体ありの  $k_{\text{eff}}$  の方が常に大きいが、密度が増大すると反射体あり・なしの  $k_{\text{eff}}$  は近づく傾向を示す。

## 4. 結 果 の 検 討

モンテカルロ計算の結果を修正一群理論を用いて整理するために、中性子漏洩量  $M^2 \cdot B_g^2$  と燃料密度  $\rho$ との関係等について検討する。

修正一群理論において体系の中性子実効増倍率  $k_{\text{eff}}$  は、

$$k_{\text{eff}} = \frac{k_\infty}{1 + M^2 B_g^2} \quad (1)$$

である。

ここで、 $M^2$  は中性子移動面積、 $B_g^2$  は形状パックリング。

## 2. 計 算 方 法

計算のモデルとして、球・円柱・平板形状を考える。円柱については高さ方向の長さ、平板については高さ方向・幅方向の長さをそれぞれ固定する。燃料の質量を保存し、燃料密度  $\rho$  にともなう中性子増倍率  $k_{\text{eff}}$  を計算する。燃料密度  $\rho$  にともなって球半径・円柱半径・平板厚さは、それぞれ表1のように変化する。 $UO_2$ 粉末燃料 ( $H/U$ 比 = 0.0,  $^{235}U$ 濃縮度 = 4.0 wt %, 質量 = 2145 kg  $UO_2$ ) について反射体なしの均質体系を計算する。加えて十分な厚さの軽水反射体がある体系についても計算する。

中性子増倍率  $k_{\text{eff}}$  の計算は、日本原子力研究所が開発した臨界安全性評価コードシステム (JACS)<sup>3)</sup> を用いて行った。中性子増倍率  $k_{\text{eff}}$  はモンテカルロ計算コード KENO-IV コードで計算する。KENO-IV コードの計算条件は 1 世代当りの中性子発生数 300・世代数 103・スキップ世代数 3・中性子発生分布一様とする。中性子移動面積  $M^2$ ・拡散係数  $D$  及び中性子無限増倍率  $k_\infty$  は簡易計算コード SIMCR で計算する。

## 3. 計 算 結 果

燃料密度  $\rho$  にともなう中性子増倍率  $k_{\text{eff}}$  の計算結果を図1～図3に示す。いずれの図も横軸に燃料密度  $\rho$ 、縦軸に中性子増倍率  $k_{\text{eff}}$  をとっている。

図1～図3から分かるように、球・円柱形状における  $k_{\text{eff}}$  は  $\rho$  にともない単調に増加する。平板形状における  $k_{\text{eff}}$  は、密度が  $1.0 \text{ g } UO_2/\text{cm}^3$  以上になると反射体ありの場合も反射体なしの場合にも各々ほぼ一定値となる。球・円柱・平板体系において次のことが言える。 $k_{\text{eff}}$  は密度の増大に伴ない無限増倍率  $k_\infty$  に近づくが、 $k_\infty$  を越えることはない。反射体なしの場合の  $k_{\text{eff}}$  より反射体ありの  $k_{\text{eff}}$  の方が常に大きいが、密度が増大すると反射体あり・なしの  $k_{\text{eff}}$  は近づく傾向を示す。

## 4. 結 果 の 検 討

モンテカルロ計算の結果を修正一群理論を用いて整理するために、中性子漏洩量  $M^2 \cdot B_g^2$  と燃料密度  $\rho$ との関係等について検討する。

修正一群理論において体系の中性子実効増倍率  $k_{\text{eff}}$  は、

$$k_{\text{eff}} = \frac{k_\infty}{1 + M^2 B_g^2} \quad (1)$$

である。

ここで、 $M^2$  は中性子移動面積、 $B_g^2$  は形状パックリング。

中性子漏洩量  $M^2 \cdot B_g^2$  は、式(1)で示すように  $k_\infty / k_{\text{eff}} - 1$  に他ならない。燃料密度  $\rho$  にともなう中性子漏洩量  $k_\infty / k_{\text{eff}} - 1$  の変化を図4～図6に示す。

いま、  $C = M_0^2 \cdot \rho_0^{-2}$  ( $\rho_0$ : 燃料の基準密度,  $M_0^2$ :  $\rho_0$  で決められる中性子移動面積) とすると、  $C$  は密度  $\rho$  に関係なく一定値で一般に、

$$M^2 = C \cdot \rho^{-2} \quad , \quad (2)$$

と表現することができる。

#### 4.1 反射体の無い体系における中性子漏洩量と燃料密度の関係

反射体のない体系における外挿距離  $d$  は、

$$d = 2 D = \frac{2}{3 \Sigma_{\text{tr}}} = \frac{2}{3} \cdot C_1 \rho^{-1} \quad (3)$$

ここで、  $D$  は拡散係数、  $\Sigma_{\text{tr}}$  は燃料内マクロ輸送断面積、  $C_1$  は定数である。簡易計算コード SIMCRI で算出した拡散係数  $D$  の燃料密度  $\rho$  による変化を図7に示す。

##### (イ) 球形状における中性子漏洩量と燃料密度の関係

式(1)より球形状の  $k_{\text{eff}}$  は、

$$k_{\text{eff}} = \frac{k_\infty}{1 + M^2 \left( \frac{\pi}{R+d} \right)^2} \quad , \quad (4)$$

である。ここで、  $\pi$  は円周率、  $R$  は球半径、  $d$  は外挿距離。

式(2)の  $M^2 = C \cdot \rho^{-2}$  を使うと、 中性子漏洩量と燃料密度の関係は、

$$\frac{k_\infty}{k_{\text{eff}}} - 1 = \frac{\pi^2 \cdot C}{\left\{ \left( \frac{3m}{4\pi} \right)^{1/3} \cdot \rho^{2/3} + d \cdot \rho \right\}^2} \quad , \quad (5)$$

となる。ここで、  $m$  は質量。

$R \gg d$  の場合は、近似式として、

$$k_{\text{eff}} \approx \frac{k_\infty}{1 + M^2 \left( \frac{\pi}{R} \right)^2} \quad , \quad (6)$$

を得るので、式(5)は、

$$\frac{k_\infty}{k_{\text{eff}}} - 1 \approx \pi^2 \cdot C \left( \frac{3m}{4\pi} \right)^{-2/3} \cdot \rho^{-4/3} \quad , \quad (7)$$

となる。

表1の球半径の値からは  $R$  は  $d$  に比べて充分大きいと判断できる。よって中性子漏洩量  $k_\infty / k_{\text{eff}} - 1$  は  $\rho^{-4/3}$  に比例する。

図4の上に  $\rho^{-4/3}$  の関係をプロットしてみると、  $\rho$  が増大してゆくにつれてモンテカルロ計算の結果と合致する傾向を示す。しかし  $\rho$  が減少すると合わない。これは図7からも分かるよ

うに、拡散係数  $D$  は  $\rho$  の $-1$ 乗に比例しており、 $d \propto \rho^{-1}$  である。ゆえに  $\rho$  の減少に伴い外挿距離  $d$  は大きくなり、 $k_{\text{eff}}$  は増大して  $k_{\infty}/k_{\text{eff}} - 1$  の値を下げるからである。

(ロ) 円柱形状における中性子漏洩量と燃料密度の関係

円柱状の  $k_{\text{eff}}$  は、

$$k_{\text{eff}} = \frac{k_{\infty}}{1 + M^2 \cdot \left\{ \left( \frac{2.405}{r+d} \right)^2 + \left( \frac{\pi}{H+2d} \right)^2 \right\}} \quad (8)$$

である。ここで、 $r$  は円柱の半径、 $H$  は円柱の高さ。

中性子漏洩量と燃料密度の関係は、式(2)の  $M^2 = C \cdot \rho^{-2}$  を使うと、

$$\begin{aligned} \frac{k_{\infty}}{k_{\text{eff}}} - 1 &= \frac{2.405^2 \cdot C}{\left\{ \left( \frac{m \rho}{\pi H} \right)^{1/2} + d \rho \right\}^2} \\ &\quad + \frac{\pi^2 \cdot C}{(H \rho + 2d \rho)^2}, \end{aligned} \quad (9)$$

となる。

$H \gg d$ 、 $H \gg r$  かつ  $r \gg d$  の場合は近似式として、

$$k_{\text{eff}} = \frac{k_{\infty}}{1 + M^2 \left( \frac{2.405}{r} \right)^2}, \quad (10)$$

を得るので式(9)は、

$$\frac{k_{\infty}}{k_{\text{eff}}} - 1 \approx 2.405^2 \cdot \pi \cdot C \cdot \frac{H}{m} \cdot \rho^{-1}, \quad (11)$$

となる。

つまり中性子漏洩量  $k_{\infty}/k_{\text{eff}} - 1$  は  $\rho^{-1}$  に比例する。

図5の上に  $\rho^{-1}$  の関係をプロットしてみると  $\rho$  が増大してゆくにつれてモンテカルロ計算の結果と合致する傾向を示す。しかし  $\rho$  が減少すると合わない。これは球形状の場合と同様に、 $\rho$  の減少に伴い外挿距離  $d$  は大きくなり、 $k_{\text{eff}}$  が増大して  $k_{\infty}/k_{\text{eff}} - 1$  の値を下げるからである。

(ハ) 平板形状における中性子漏洩量と燃料密度の関係

平板形状の  $k_{\text{eff}}$  は、

$$k_{\text{eff}} = \frac{k_{\infty}}{1 + M^2 \cdot \left\{ \left( \frac{\pi}{h+2d} \right)^2 + \left( \frac{\pi}{w+2d} \right)^2 + \left( \frac{\pi}{t+2d} \right)^2 \right\}}, \quad (12)$$

である。ここで  $h$  は平板高さ、 $w$  は平板幅、 $t$  は平板厚さ。

中性子漏洩量と燃料密度の関係は、式(2)の  $M^2 = C \cdot \rho^{-2}$  を使うと、

$$\frac{k_{\infty}}{k_{\text{eff}}} - 1 = \frac{\pi^2 \cdot C}{\left(\frac{m}{w t} + 2 d \rho\right)^2} + \frac{\pi^2 \cdot C}{\left(\frac{m}{h t} + 2 d \rho\right)^2} + \frac{\pi^2 \cdot C}{\left(\frac{m}{h w} + 2 d \rho\right)^2}, \quad (13)$$

となる。

$h \gg d$ ,  $w \gg d$ ,  $t \gg d$  の場合は、近似式として、

$$\frac{k_{\infty}}{k_{\text{eff}}} = \frac{k_{\infty}}{1 + M^2 \cdot \left\{ \left(\frac{\pi}{h}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{w}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{t}\right)^2 \right\}}, \quad (14)$$

を得るので、式(13)は、

$$\frac{k_{\infty}}{k_{\text{eff}}} - 1 = \pi^2 \cdot C \cdot \left(\frac{w t}{m}\right)^2 + \pi^2 \cdot C \cdot \left(\frac{h t}{m}\right)^2 + \pi^2 \cdot C \cdot \left(\frac{h w}{m}\right)^2, \quad (15)$$

となる。

よって中性子漏洩量  $k_{\infty}/k_{\text{eff}} - 1$  は、 $\rho$  に関係なく一定である。

図6のモンテカルロ計算の結果は  $\rho = 1.0 \text{ g UO}_2/\text{cm}^3$  より大きいところで修正一群理論と合致する。 $\rho = 1.0 \text{ g UO}_2/\text{cm}^3$  より小さい所で合わないのは、密度の小さいほど高さ・幅方向への漏洩量  $k_{\infty}/k_{\text{eff}} - 1$  が大きくなるからである。

#### 4.2 反射体ありの体系における中性子増率と燃料密度の関係

反射体ありの体系の外挿距離  $d$  は、反射体が充分な厚さであれば次式で表される。

$$d = 2 D \cdot \frac{1 + \beta}{1 + \beta} \quad (16)$$

ここで、 $\beta$  は燃料形状に応じたアルベド値、 $D$  は燃料内拡散係数である。

反射体ありの体系において算出した拡散係数  $D$  の変化を図7に示す。Dは簡易計算コード SIMCRIで算出した。

アルベド値  $\beta$  は各形状についてそれぞれ次式で与えられる。

球形状の場合、

$$\beta = \frac{1 - 2 D_R \cdot (x_R + 1/R)}{1 + 2 D_R \cdot (x_R + 1/R)} \quad (17)$$

ここで、 $R$  は球半径、 $D_R$  は反射体での拡散係数、 $x_R$  は反射体での拡散距離の逆数。

無限円柱状の場合（有限円柱の場合でも円柱高さ  $H \gg r$  とすれば無限円柱に近似できるものとする），

$$\beta = \frac{1 - 2 D_R x_R \cdot \frac{K_1(x_R \cdot r)}{K_0(x_R \cdot r)}}{1 + 2 D_R x_R \cdot \frac{K_1(x_R \cdot r)}{K_0(x_R \cdot r)}}, \quad (18)$$

ここで， $r$  は円柱半径， $K_0$  は第 2 種変形 0 次ベッセル関数， $K_1$  は第 2 種変形 1 次ベッセル関数である。

無限平板形状の場合（有限平板の場合でも高さ  $h$  と幅  $w$  が平板厚さ  $t$  よりもはるかに大きければ即ち  $h, w \gg t$  とすると，無限平板に近似できるものとする），

$$\beta = \frac{1 - 2 x_R \cdot D_R}{1 + 2 x_R \cdot D_R}, \quad (19)$$

である。

よって式(16)のアルベド値  $\beta$  は反射体に関する量であり，燃料密度に依存しない。式(16)の  $D$  は図 7 のように燃料密度の逆数に比例する。しかし  $d$  が燃料半径または燃料平板厚さに比べて充分小さい場合，反射体ありの体系の  $k_{eff}$  の密度依存性は，反射体なしの場合と同様の傾向を示す。

反射体ありの体系で重要なのは，体系の中性子エネルギースペクトルが変化し，この効果が  $k_{eff}$  に影響を及ぼすことである。そこで，体系の中性子エネルギースペクトルの変化によって  $k_{eff}$  がどのような影響を受けるかを検討するために， $F, A$  を式(20)，式(21)のように定義して  $F/A$  を調べた。

$$F = \int_{Fuel} \int \nu \cdot \Sigma_f(E) \cdot \phi(E, r) \cdot dE \cdot dr, \quad (20)$$

$$A = \int_{Fuel} \int \Sigma_a(E) \cdot \phi(E, r) \cdot dE \cdot dr, \quad (21)$$

ここで， $\nu$  は核分裂当たりの中性子放出数， $\Sigma_f$  は核分裂断面積， $\Sigma_a$  は吸収断面積， $\phi(E, r)$  は中性子エネルギースペクトルである。

よって  $F/A$  は，燃料ユニットからの中性子の漏洩及び反射体による中性子の反射効果が燃料の中性子スペクトルに与える影響を考慮にいれた場合の燃料ユニット内の中性子反応率<sup>4)</sup> である。 $F, A$  はモンテカルロ計算コード KENO-IV で算出した。中性子スペクトル変化を考慮した中性子反応度率  $F/A$  の燃料密度  $\rho$  にともなう変化を図 8～図 10 に示す。

図 8 や図 9 の  $F/A$  の変化からわかるように，密度が高くなると反射体ありの  $F/A$  は，反射体なしの  $F/A$  に近づく。このことは，密度が高くなると，球形状や円柱形状の燃料からの中性子の漏洩量が減少し，反射体あり・なしの状態での燃料中の中性子エネルギースペクトルが近づくことを意味する。このため図 4 および図 5 に示すように，密度が高くなると中性子漏洩量  $k_\infty/k_{eff} - 1$  の変化は反射体あり・なしで近い傾向を示す。

そこで，燃料中の中性子エネルギースペクトル変化の影響も考慮して  $k_{eff}$  を検討するため， $(F/A)/k_{eff} - 1$  を調べた。 $(F/A)/k_{eff} - 1$  は，中性子漏洩量を表した  $k_\infty/k_{eff} - 1$  の  $k_\infty$  の代わりに  $F/A$  用いることによって，燃料中の中性子スペクトル変化による影響を考

慮した場合の中性子漏洩量を意味する。

中性子スペクトル変化を考慮した中性子漏洩量  $(F/A)/k_{eff} - 1$  の燃料密度  $\rho$  にともなう変化を図11～図13に示す。図4～図6と図11～図13をくらべてみると、 $k_\infty$  の代わりに  $F/A$  を用いて  $(F/A)/k_{eff} - 1$  とした方が、修正一群理論から導いた中性子漏洩量の変化をより明確に示せることがわかる。

また図11～図13において、モンテカルロ法に基づく計算値と修正一群理論に基づく中性子漏洩量とで差が大きく生じている理由は、修正一群理論では中性子エネルギースペクトルの影響が考慮されていないからである。例えば図11の球形状における反射体ありの場合では、修正一群理論に基づく中性子漏洩量とモンテカルロ法に基づく計算値との差（密度が 3.0, 5.0 g UO<sub>2</sub>/cm<sup>3</sup>において差は 0.169, 0.115 となる）は、同じ密度での中性子エネルギースペクトルの影響（密度が 3.0, 5.0 g UO<sub>2</sub>/cm<sup>3</sup>において  $k_\infty/(F/A) - 1$  の値は 0.168, 0.115 となる）とほぼ同じであることからも理解できる。

#### 4.3 二酸化プルトニウム燃料体系における中性子増倍率と燃料密度の関係

二酸化ウラン (UO<sub>2</sub>) 燃料以外の燃料でも同じ結果を得ることを確認するために、二酸化プルトニウム (PuO<sub>2</sub>) 燃料についても二酸化ウラン燃料と同様の方法で検討した。

二酸化プルトニウム燃料体系については、先の二酸化ウラン燃料体系のものと同じ球・円柱・平板形状を考える。質量はすべての形状と密度に対して 2145 kg PuO<sub>2</sub> を保存し、Pu 同位体組成が <sup>238</sup>Pu : <sup>239</sup>Pu : <sup>240</sup>Pu : <sup>241</sup>Pu : <sup>242</sup>Pu = 0 : 75 : 25 : 0 : 0 [wt%]，H/Pu 比：0.0 を考える。よって二酸化プルトニウム燃料のモデル寸法（球半径、円柱高さ、円柱半径、平板高さ、平板幅、平板厚さ）はそれぞれ表1のものと同じとなる。

二酸化プルトニウム燃料密度  $\rho$  にともなう中性子増倍率  $k_{eff}$  の変化を図14～図16に、燃料密度  $\rho$  にともなう中性子漏洩量  $k_\infty/k_{eff} - 1$  の変化を図17～図19に示す。

図14～図16から分かるように球・円柱形状における中性子増倍率  $k_{eff}$  は、反射体あり・なしに関わらず燃料密度  $\rho$  にともない単調に増加する。平板形状における  $k_{eff}$  は、密度が 1.0 g UO<sub>2</sub>/cm<sup>3</sup> 以上になると反射体ありの場合も反射体なしの場合も各々ほぼ一定値となる。また球・円柱・平板体系において、 $k_{eff}$  は無限増倍率  $k_\infty$  ( $k_\infty = 2.781$ ) に近づくが  $k_\infty$  を越えることはない。反射体なしの場合の  $k_{eff}$  よりも反射体がある場合の  $k_{eff}$  の方が常に大きいが、密度が増大すると反射体あり・なしの  $k_{eff}$  は近づく傾向を示す。

図17に  $\rho^{-4/3}$  の関係を、図18に  $\rho^{-1}$  の関係を、図19に  $\rho^0$  の関係をプロットしてみると、燃料密度  $\rho$  の増大にともないモンテカルロ法に基づく計算結果と合致する傾向を示す（球形状のとき  $k_\infty/k_{eff} - 1$  は  $\rho^{-4/3}$  に比例し、円柱形状のとき  $k_\infty/k_{eff} - 1$  は  $\rho^{-1}$  に比例し、平板形状のとき  $k_\infty/k_{eff} - 1$  は  $\rho$  に関係なく一定である）。

よって二酸化プルトニウム燃料における中性子増倍率  $k_{eff}$  と燃料密度  $\rho$  の関係は、二酸化ウラン燃料の場合と同じである。

#### 4.4 $^{235}\text{U}$ 燃料と $^{239}\text{Pu}$ 燃料の臨界質量

燃料密度  $\rho$  にともなう燃料増倍率  $k_{\text{eff}}$  の検討を補填するために、燃料密度  $\rho$  と臨界質量の関係について検討する。

$^{235}\text{U}$  燃料および  $^{239}\text{Pu}$  燃料が単体かつ裸の状態で存在する場合の燃料密度  $\rho$  にともなう臨界質量  $m_c$  (中性子増倍率  $k_{\text{eff}} = 1.0$  のときの球質量) を計算した。計算は、先の中性子増倍率の計算と同じく臨界安全性評価コードシステム (JACS)<sup>3)</sup> を用いた。Sn 計算コード ANISN で球の臨界半径をサーチ計算して後、球の容積を算出し、さらに密度を乗じて臨界質量とした。

計算結果を図20に示す。図20によるとウラン臨界質量もプルトニウム臨界質量も燃料密度  $\rho$  にともない単調かつ直線的 (両対数グラフにおいて) に減少する。

今、中性子増倍率  $k_{\text{eff}} = 1.0$  (臨界) であることから、式(6) より、

$$\frac{M^2}{R^2} = C_2 \quad , \quad (22)$$

ここで、  $C_2$  は  $C_2 = k_\infty - 1 / \pi^2$  である。

また臨界質量  $m_c = 4 / 3 \pi R^3 \cdot \rho$  より、

$$R^2 = m_c^{2/3} \cdot \rho^{-2/3} \cdot (3 / 4 \pi)^{2/3} \quad . \quad (23)$$

である。

式(22)に式(2)の  $M^2 = C \cdot \rho^{-2}$  と式(23)を代入し、臨界質量  $m_c$  について整理すると、

$$m_c = \rho^{-2} \cdot (3 / 4 \pi)^{-1} \cdot (C_2 / C)^{-3/2} \quad (24)$$

となる。

$(C_2 / C)^{-3/2}$  はそれぞれの燃料に対して固有の定数であるので、臨界質量  $m_c$  は  $\rho^{-2}$  に比例する。

図20の上に  $\rho^{-2}$  の関係をプロットしてみると、ANISN コードで計算した臨界質量の結果は、修正一群理論と合致していることが分かる。

#### 4.5 複数ユニットからなる系における検討

單一ユニットについては、質量を保存させた状態で密度を増大させると実効増倍率が増加することが分かった。複数ユニットからなる系については、形状寸法を変えずに燃料密度を上げると、他ユニットからの見込み立体角は変化ないが中性子漏洩量が減少し中性子相互干渉効果が小さくなる。この結果、系の実効増倍率が必ず増大するという保証はない。

2つのユニットからなる系において、ユニット1の燃焼密度を増大させた場合に系全体の実効増倍率がどのように変化するかを検討する。ユニット1からユニット2を見込む立体角分率を  $\Omega_{1,2}$  とすると2つのユニットからなる系の実効増倍率は下記の行列式の固有値( $\lambda$ )になる。

$$\left| \begin{array}{l} -\{(DB^2)_1 + \Sigma_{a1}\} V_1 + \frac{1}{\lambda} (\nu \Sigma f V)_1, \quad (DB^2)_2 V_2 \Omega_{2,1} \\ (DB^2)_1 V_1 \Omega_{1,2}, \quad -\{(DB^2)_2 + \Sigma_{a2}\} V^2 + \frac{1}{\lambda} (\nu \Sigma f V)^2 \end{array} \right| = 0 \quad (25)$$

式(25)を各ユニットが単独で存在している場合の増倍率 $k_1$ 及び $k_2$ と各ユニットからの中性子漏洩の割合 $(M^2 B_g^2)_1$ 及び $(M^2 B_g^2)_2$ を用いて書き直すと、

$$f\left(\frac{1}{\lambda}\right) = \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{k_1}\right) \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{k_2}\right) = \frac{(M^2 B_g^2)_2}{k_{\infty 2}} \cdot \frac{(M^2 B_g^2)_1}{k_{\infty 1}} \Omega_{2,1} \cdot \Omega_{1,2} \equiv \eta \quad (26)$$

となる。但し、添字の1及び2はユニットを識別するための記号である。

式(26)の右辺 $\eta$ は相互干渉効果の強さの指標になるものである。 $\eta$ が零のときは相互干渉がないときで、固有値 $\lambda$ は $k_1$ か $k_2$ になる。

ここで問題を明確にするために式(26)の性質を図に用いて説明する。例として、 $k_1 > k_2$ であったとして、そのときに第1ユニットの密度を高めたとする。密度が増大すると $(M^2 B_g^2)_1$ は小さくなり、 $k_1$ は増大するが $\eta$ 値は減少する。

図21に示すように、 $k_1$ の増大( $1/k_1$ の減少)は実効増倍率 $\lambda$ を増大( $1/\lambda$ を減少)させる。 $1/\lambda$ は2次曲線 $f(1/\lambda)$ と一定値 $\eta$ との交点として求めることができる。密度が増大しても $\eta$ 値が一定であれば $\lambda$ の値は増大することは図21から自明であるが、 $\eta$ の値は減少し図中の $\eta'$ に移るはずである。 $\eta$ が減少する効果は $\lambda$ を減少( $1/\lambda$ を増大)させるものである。この2つの競争関係により、1つのユニットの密度を増大させると複数ユニットの系の増倍率が増大するかどうかは自明でない。

式(26)から $\lambda$ を求める。

$$\frac{2}{\lambda} = \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}\right) - \sqrt{\left(\frac{1}{k_1} - \frac{1}{k_2}\right)^2 + 4\eta} \quad (27)$$

となる。ここで、平方根の前の記号を負としたのは我々が求めようとするのは最大固有値であるからである。第1ユニットの密度変化に対する固有値の変化を求める。

$$\begin{aligned}
-\frac{2}{\lambda^2} \frac{\partial \lambda}{\partial \rho} &= \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \frac{1}{k_1} \right) - \frac{\left( \frac{1}{k_1} - \frac{1}{k_2} \right) \cdot \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \frac{1}{k_1} \right) + 2 \frac{\partial \eta}{\partial \rho}}{\sqrt{\left( \frac{1}{k_1} - \frac{1}{k_2} \right)^2 + 4 \eta}} \\
&= \left[ 1 - \frac{\left( \frac{1}{k_1} - \frac{1}{k_2} \right)}{\sqrt{\left( \frac{1}{k_1} - \frac{1}{k_2} \right)^2 + 4 \eta}} \right] \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \frac{1}{k_1} \right) \\
&\quad - \frac{1}{\sqrt{\left( \frac{1}{k_1} - \frac{1}{k_2} \right)^2 + 4 \eta}} \cdot 2 \frac{\partial \eta}{\partial \rho} \tag{28}
\end{aligned}$$

$$k_1 = \frac{k_{\infty 1}}{1 + (M^2 B_g^2)_1} \tag{29}$$

であるから、

$$\frac{\partial}{\partial \rho} \left( \frac{1}{k_1} \right) = \frac{1}{k_{\infty 1}} \frac{\partial}{\partial \rho} (M^2 B_g^2)_1 \tag{30}$$

となる。

式(28)の右辺の第1項の係数は正であり、 $\frac{\partial}{\partial \rho} \left( \frac{1}{k_1} \right)$  は式(30)からわかるように負である。

なぜなら、密度( $\rho$ )が大きくなると漏洩割合 $M^2 B_g^2$ は減少するからである。式(28)の右辺の第2項の符号は $\partial \eta / \partial \rho$ で定まる。 $\rho$ が大きくなると $(M^2 B_g^2)_1$ は減少するので $\partial \eta / \partial \rho$ は負となる。

以上の結果、 $\partial \eta / \partial \rho$ の符号は式(28)の右辺第1項と第2項の係数の大小により定まる。

式(28)を式(30)及び式(26)を用いて書き換える。

$$\begin{aligned}
-\frac{1}{\lambda^2} \frac{\partial \lambda}{\partial \rho} &= \left[ \left\{ 1 - \frac{\left( \frac{1}{k_1} - \frac{1}{k_2} \right)}{\sqrt{\left( \frac{1}{k_1} - \frac{1}{k_2} \right)^2 + 4 \eta}} \right\} \frac{1}{k_{\infty 1}} \right. \\
&\quad \left. - \frac{2}{\sqrt{\left( \frac{1}{k_1} - \frac{1}{k_2} \right)^2 + 4 \eta}} \cdot \frac{(M^2 B_g^2)_2 \cdot \Omega_{2,1} \Omega_{1,2}}{k_{\infty 2}} \right] \frac{\partial}{\partial \rho} (M^2 B_g^2)_1 \\
&= \left[ 1 - \frac{1}{\sqrt{\left( \frac{1}{k_1} - \frac{1}{k_2} \right)^2 + 4 \eta}} \left\{ \left( \frac{1}{k_1} - \frac{1}{k_2} \right) + 2 \frac{(M^2 B_g^2)_2}{k_{\infty 2}} \Omega_{2,1} \Omega_{1,2} \right. \right. \\
&\quad \times \frac{1}{k_{\infty 1}} \cdot \frac{\partial}{\partial \rho} (M^2 B_g^2)_1 \left. \right\} \right] \tag{31}
\end{aligned}$$

式(31)の[ ]内の符号を調べる。

$$\begin{aligned}
 D &\equiv \left( \sqrt{\left( \frac{1}{k_1} - \frac{1}{k_2} \right)^2 + 4\eta} \right)^2 - \left\{ \left( \frac{1}{k_1} - \frac{1}{k_2} \right) + 2 \frac{(M^2 B_g^2)_2}{k_{\infty 2}} \cdot \Omega_{2,1} \Omega_{1,2} \right\}^2 \\
 &= 4\eta - 4 \left( \frac{1}{k_1} - \frac{1}{k_2} \right) \frac{(M^2 B_g^2)_2}{k_{\infty 2}} \Omega_{2,1} \Omega_{1,2} - 4 \left( \frac{(M^2 B_g^2)_2}{k_{\infty 2}} \Omega_{2,1} \Omega_{1,2} \right)^2 \\
 &= 4 \cdot \frac{(M^2 B_g^2)_2}{k_{\infty 2}} \Omega_{2,1} \Omega_{1,2} \left[ \frac{(M^2 B_g^2)_1}{k_{\infty 1}} - \left( \frac{1}{k_1} - \frac{1}{k_2} \right) - \frac{(M^2 B_g^2)_2}{k_{\infty 2}} \Omega_{2,1} \Omega_{1,2} \right] \\
 &= 4 \cdot \frac{(M^2 B_g^2)_2}{k_{\infty 2}} \Omega_{2,1} \Omega_{1,2} \left[ -\frac{1}{k_{\infty 1}} + \frac{1}{k_2} - \frac{(M^2 B_g^2)_2}{k_{\infty 2}} \Omega_{2,1} \Omega_{1,2} \right] \\
 &= 4 \cdot \frac{(M^2 B_g^2)_2}{k_{\infty 2}} \Omega_{2,1} \Omega_{1,2} \left[ \left( \frac{1}{k_{\infty 2}} - \frac{1}{k_{\infty 1}} \right) + \frac{(M^2 B_g^2)_2}{k_{\infty 2}} (1 - \Omega_{2,1} \Omega_{1,2}) \right]
 \end{aligned} \tag{32}$$

式(32)の[ ]内の第2項は、 $\Omega_{2,1}$  及び $\Omega_{1,2}$ が 1.0 以下であるから、正符号である。

したがって、 $k_{\infty 1} \geq k_{\infty 2}$  であれば  $D > 0$  である。一般的には、

$$\frac{1}{k_{\infty 1}} < \frac{1}{k_{\infty 2}} + \frac{(M^2 B_g^2)_2}{k_{\infty 2}} (1 - \Omega_{2,1} \Omega_{1,2}) < \frac{1}{k_2} \tag{33}$$

なる条件を満たすとき  $D > 0$  となり  $\partial \lambda / \partial \rho > 0$  となる。

$\Omega_{2,1} \Omega_{1,2}$  は通常 1.0 に比して十分小さい値であるので、複数ユニットに対する密度効果を調べるためにには、

$$k_2 < k_{\infty 1} \tag{34}$$

を判定の基準として使用することができる。

以上の結論として、着目する単一ユニットの無限増倍率が他のユニットから系の実効増倍率より大きい場合には着目する単一ユニットの密度が最大になる状態で安全評価を行うことが望ましい。逆の場合、即ち、着目する単一ユニットの無限増倍率が他のユニットからなる系の実効増倍率より小さい場合には、着目する単一ユニットの密度を小さくして複数ユニットの安全評価を行う必要がある。但し、臨界安全評価の対象となる核燃料ユニットは多くの場合無限増倍率が 1.0 以上のものである。また、複数ユニットは臨界にならないように設計されるのであるから  $k_2 > 1.0$  になることはない。このため、通常の安全評価において  $k_2 > k_{\infty 1}$  となるような例に遭遇することはほとんどないと考えられる。

## 5. 結 論

以上の結果の検討から次のことが言える。

二酸化ウラン ( $\text{UO}_2$ ) 燃料体系において、球形状や円柱形状については反射体あり・なしに関わらず密度の増加に伴い中性子増倍率  $k_{\text{eff}}$  は単調に大きくなり、平板形状については高さや幅方向への中性子の漏れが少ない場合は、密度が増大しても中性子増倍率  $k_{\text{eff}}$  は変化せず一定である。

反射体なしの場合の各形状において、密度が増大すると外挿距離  $d$  は小さくなり、中性子増倍率  $k_{\text{eff}}$  の変化の割合が修正一群理論から導いた近似式 ( $k_{\infty}/k_{\text{eff}} - 1$  の変化が、球形状の場合には  $\rho$  の  $-4/3$  乗に比例し、円柱形状の場合には  $\rho$  の  $-1$  乗に比例し、平板形状の場合には  $\rho$  に関係なく一定となる) にほぼ合致する傾向を示す。

反射体ありの体系は中性子エネルギースペクトルの変化により振舞いが複雑であるが、形状が同じであれば、密度が増大すると反射体ありの中性子増倍率  $k_{\text{eff}}$  は反射体なしの場合と同じ傾向を示す様になる。なぜなら、密度が増大すると中性子漏洩量が減少し反射体あり・なしの状態での燃料中の中性子エネルギースペクトルは近づくからである。

以上のこととは、二酸化ウラン ( $\text{UO}_2$ ) 以外の燃料、例えば二酸化プルトニウム ( $\text{PuO}_2$ ) 燃料、についても全く同様に成立する。

よって、核燃料の臨界安全評価を行う場合には、同一核種組成のもとでは、燃料密度の一番高くなる場合を想定して安全性を評価する必要のあることが分かる。また、臨界質量を算出するに当たっては、球形状を想定するとともに、燃料密度が最大となる場合を想定する必要があることが分かる。

複数ユニットからなる系においても、その中の任意のユニットの密度を、核種組成を変化させることなく、増大させると系の実効増倍率が増大する。複数ユニットの臨界安全評価はこのことを考慮して行う必要がある。

## 謝 辞

本研究を進めてゆく途中で日本原子力研究所の核燃料施設安全性研究委員会臨界安全専門部会臨界安全性実験データ検討ワーキンググループの諸先生方に貴重なるご意見並びにご検討をいただいたことをここに記し、心からの謝意を表すものであります。

## 5. 結 論

以上の結果の検討から次のことが言える。

二酸化ウラン ( $\text{UO}_2$ ) 燃料体系において、球形状や円柱形状については反射体あり・なしに関わらず密度の増加に伴い中性子増倍率  $k_{\text{eff}}$  は単調に大きくなり、平板形状については高さや幅方向への中性子の漏れが少ない場合は、密度が増大しても中性子増倍率  $k_{\text{eff}}$  は変化せず一定である。

反射体なしの場合の各形状において、密度が増大すると外挿距離  $d$  は小さくなり、中性子増倍率  $k_{\text{eff}}$  の変化の割合が修正一群理論から導いた近似式 ( $k_{\infty}/k_{\text{eff}} - 1$  の変化が、球形状の場合には  $\rho$  の  $-4/3$  乗に比例し、円柱形状の場合には  $\rho$  の  $-1$  乗に比例し、平板形状の場合には  $\rho$  に関係なく一定となる) にほぼ合致する傾向を示す。

反射体ありの体系は中性子エネルギースペクトルの変化により振舞いが複雑であるが、形状が同じであれば、密度が増大すると反射体ありの中性子増倍率  $k_{\text{eff}}$  は反射体なしの場合と同じ傾向を示す様になる。なぜなら、密度が増大すると中性子漏洩量が減少し反射体あり・なしの状態での燃料中の中性子エネルギースペクトルは近づくからである。

以上のこととは、二酸化ウラン ( $\text{UO}_2$ ) 以外の燃料、例えば二酸化プルトニウム ( $\text{PuO}_2$ ) 燃料、についても全く同様に成立する。

よって、核燃料の臨界安全評価を行う場合には、同一核種組成のもとでは、燃料密度の一番高くなる場合を想定して安全性を評価する必要があることが分かる。また、臨界質量を算出するに当たっては、球形状を想定するとともに、燃料密度が最大となる場合を想定する必要があることが分かる。

複数ユニットからなる系においても、その中の任意のユニットの密度を、核種組成を変化させることなく、増大させると系の実効増倍率が増大する。複数ユニットの臨界安全評価はこのことを考慮して行う必要がある。

## 謝 辞

本研究を進めてゆく途中で日本原子力研究所の核燃料施設安全性研究委員会臨界安全専門部会臨界安全性実験データ検討ワーキンググループの諸先生方に貴重なるご意見並びにご検討をいただいたことをここに記し、心からの謝意を表すものであります。

## 参考文献

- 1) 科学技術庁原子力安全局核燃料規制課編, “臨界安全ハンドブック”, にっかん書房, 東京(1988).
- 2) E.D. CLAYTON, "Anomalies of Nuclear Criticality," PNL-SA-4868 Rev. 5, Battelle Memorial Institute, Pacific Northwest Laboratory (June 1979).
- 3) Katakura J., Naito Y. and Komuro Y., "Development of the Computer Code System JACS for Criticality Safety," Trans. Am. Nucl. Soc., 41, 329 (1982).
- 4) 荻野, 内藤, “無限増倍率が1.0未満である核燃料体系の臨界性” JAERI-M 89-039 (1989).

表 1 質量を保存した場合の各計算モデルの寸法

UO <sub>2</sub> 密度 (gUO <sub>2</sub> /cm <sup>3</sup> )	球半径 (cm)	円柱 <sup>(・1)</sup> 半径 (cm)	平板 <sup>(・2)</sup> 厚さ (cm)
0.1	172.35	82.62	238.30
0.5	100.79	36.95	47.66
1.0	80.00	26.12	23.83
3.0	55.47	15.09	7.94
5.0	46.78	11.69	4.77
10.0	37.13	8.26	2.38

<sup>(・1)</sup> 円柱高さ 1000.0cm<sup>(・2)</sup> 平板高さ 300.0cm 平板幅 300.0cm

ただし、UO<sub>2</sub>粉末燃料 (H/U比0.0, <sup>235</sup>U濃縮度4.0wt%) の質量は、すべての形状と密度に対して 2145kgUO<sub>2</sub>を保存した。このときのk<sub>∞</sub>は0.748となる。

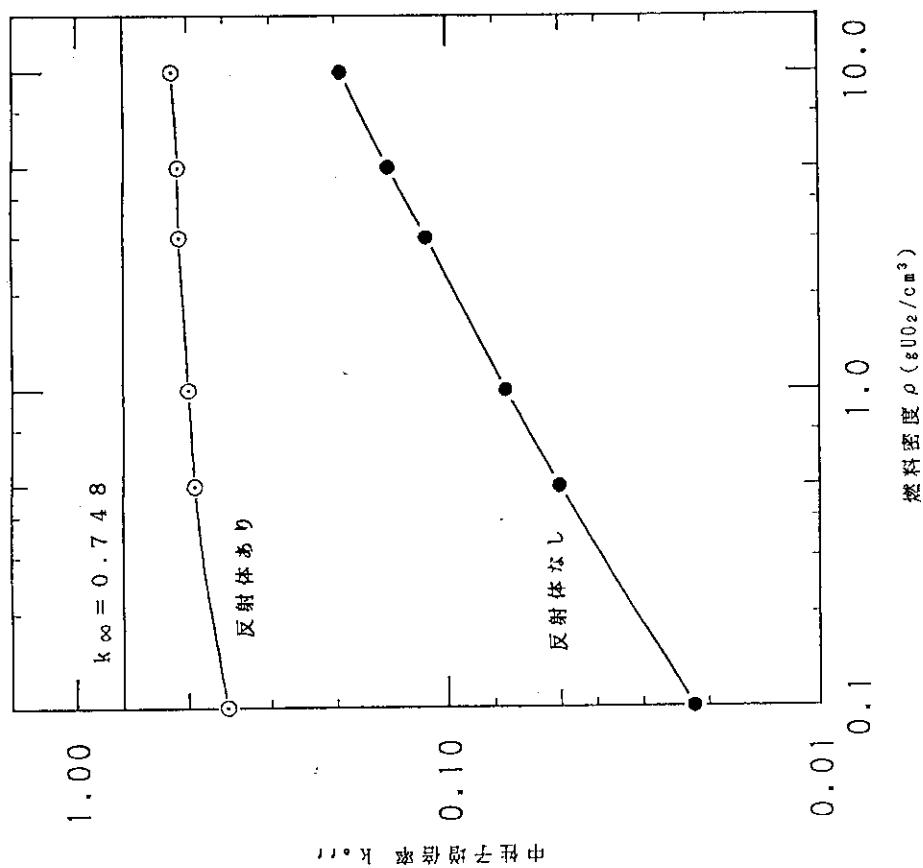


図 1 中性子増倍率  $k_{\text{eff}}$  の変化 (球形状の場合)  
計算は  $\text{UO}_2$  粉末燃料 ( $^{235}\text{U}$  濃縮度 = 4.0 wt %,  
 $\text{H}/\text{U}$  比 = 0.0, 燃料質量 = 2 14.5 kg  $\text{UO}_2$ ) について行った。

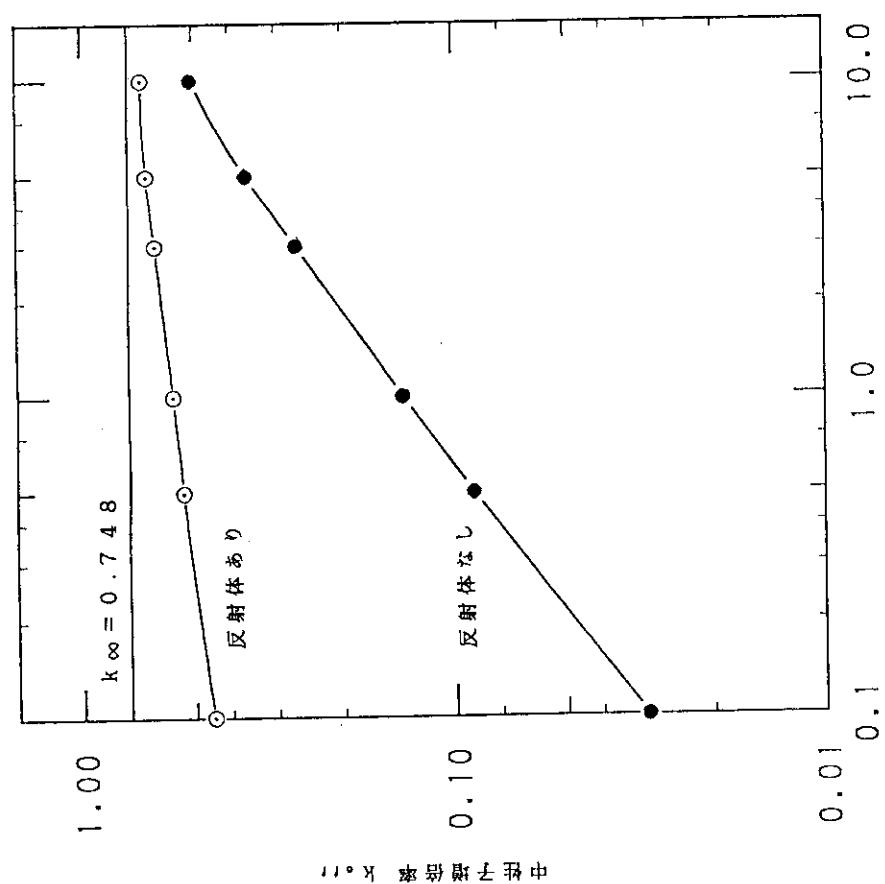


図 2 中性子増倍率  $k_{\text{eff}}$  の変化 (円柱形状の場合)  
計算は  $\text{UO}_2$  粉末燃料 ( $^{235}\text{U}$  濃縮度 = 4.0 wt %,  
 $\text{H}/\text{U}$  比 = 0.0, 燃料質量 = 2 14.5 kg  $\text{UO}_2$ ) について行った。

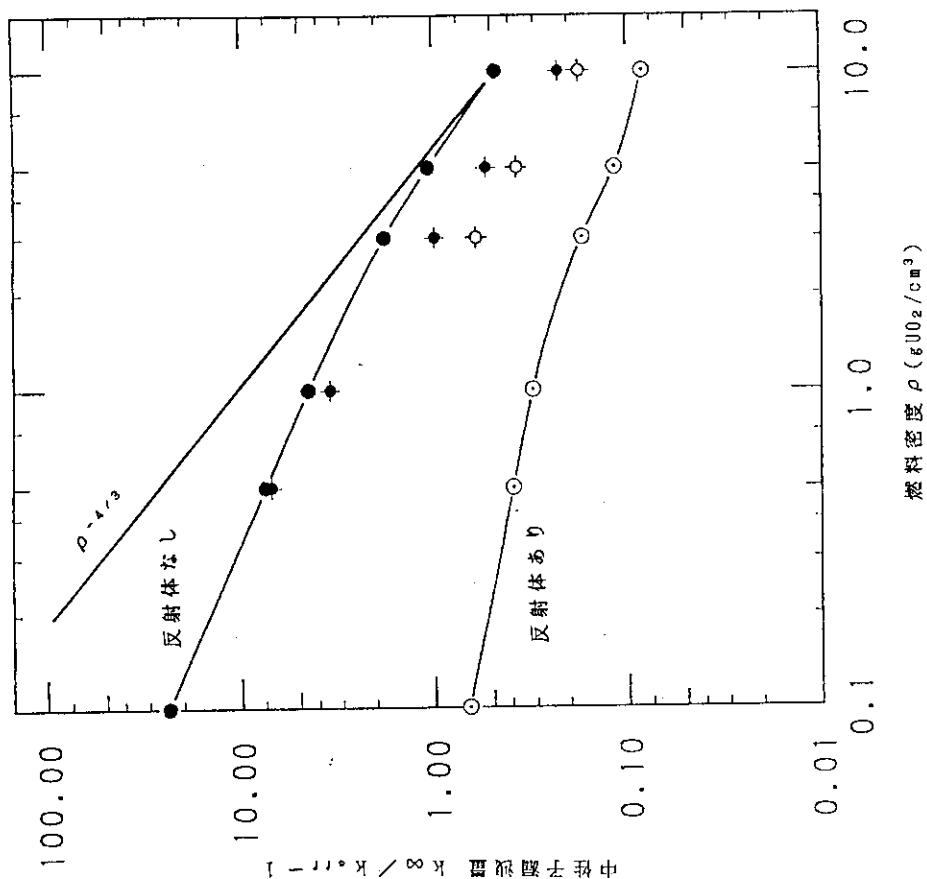


図 4 中性子漏洩率  $k_{\infty} / k_{\text{eff}} - 1$  の変化（球形状の場合）  
 ●：修正一群理論に基づく中性子漏洩量（反射体なし）  
 ◆：修正一群理論に基づく中性子漏洩量（反射体あり）  
 ○：計算は  $UO_2$  粉末燃料 ( $^{235}U$  濃縮度 = 4.0 wt %, H/U 比 = 0.0, 燃料質量 = 2145 kg  $UO_2$ ) について行った。

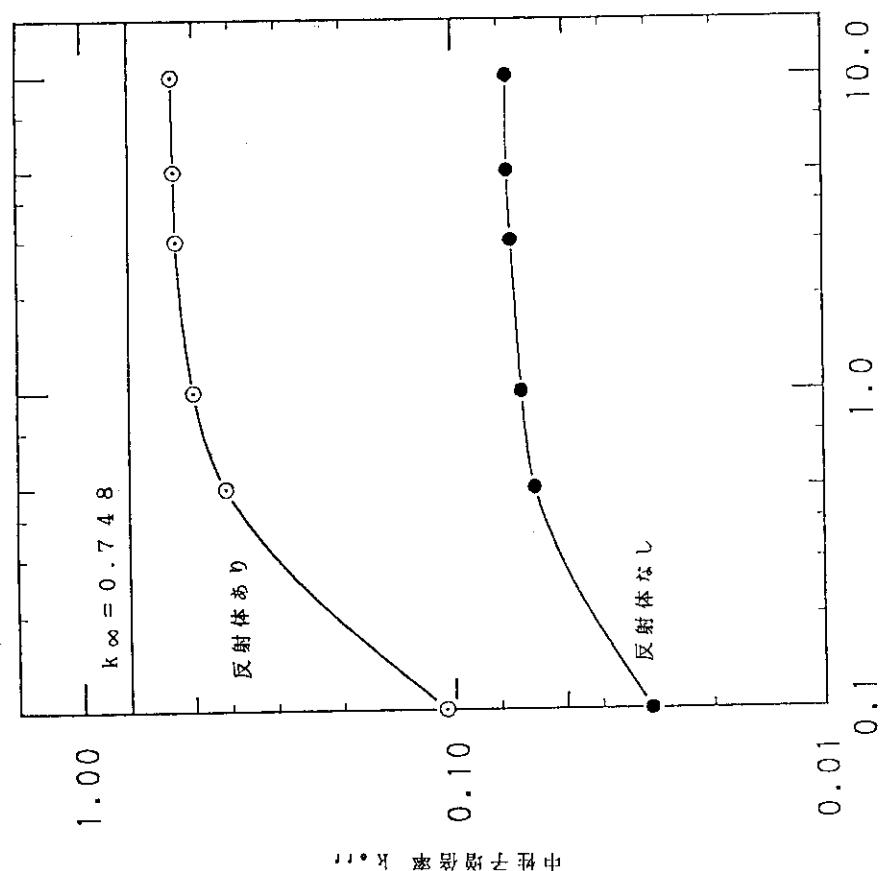


図 3 中性子増倍率  $k_{\text{eff}}$  の変化（平板形状の場合）  
 計算は  $UO_2$  粉末燃料 ( $^{235}U$  濃縮度 = 4.0 wt %, H/U 比 = 0.0, 燃料質量 = 2145 kg  $UO_2$ ) について行った。

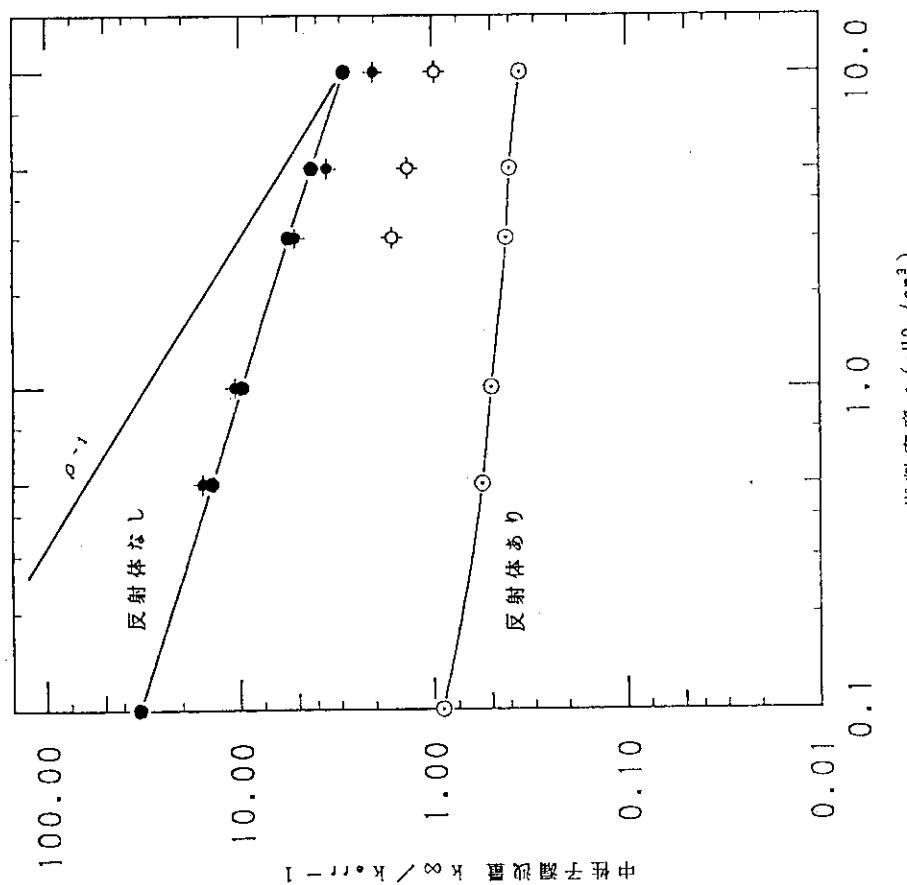
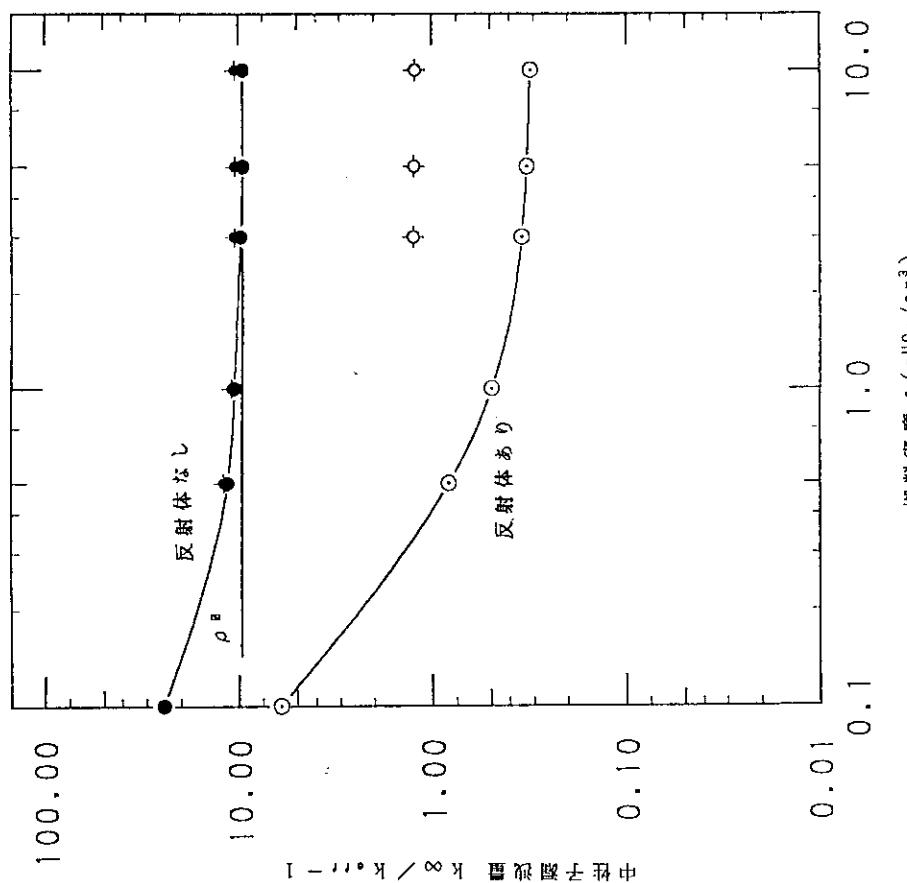


図 5 中性子漏洩量  $k_{\infty} / k_{\text{eff}} - 1$  の変化（円柱形状の場合）  
 ♦：修正一群理論に基づく中性子漏洩量（反射体なし）  
 ◆：修正一群理論に基づく中性子漏洩量（反射体あり）  
 ◇：修正一群理論に基づく中性子漏洩量（反射体あり）  
 計算は  $\text{UO}_2$  粉末燃料 ( $^{235}\text{U}$  濃縮度 = 4.0 wt %, H/U 比 = 0.0, 燃料質量 = 214.5 kg  $\text{UO}_2$ ) について行った。

図 6 中性子漏洩量  $k_{\infty} / k_{\text{eff}} - 1$  の変化（平板形状の場合）  
 ♦：修正一群理論に基づく中性子漏洩量（反射体なし）  
 ◆：修正一群理論に基づく中性子漏洩量（反射体あり）  
 ◇：修正一群理論に基づく中性子漏洩量（反射体あり）  
 計算は  $\text{UO}_2$  粉末燃料 ( $^{235}\text{U}$  濃縮度 = 4.0 wt %, H/U 比 = 0.0, 燃料質量 = 214.5 kg  $\text{UO}_2$ ) について行った。

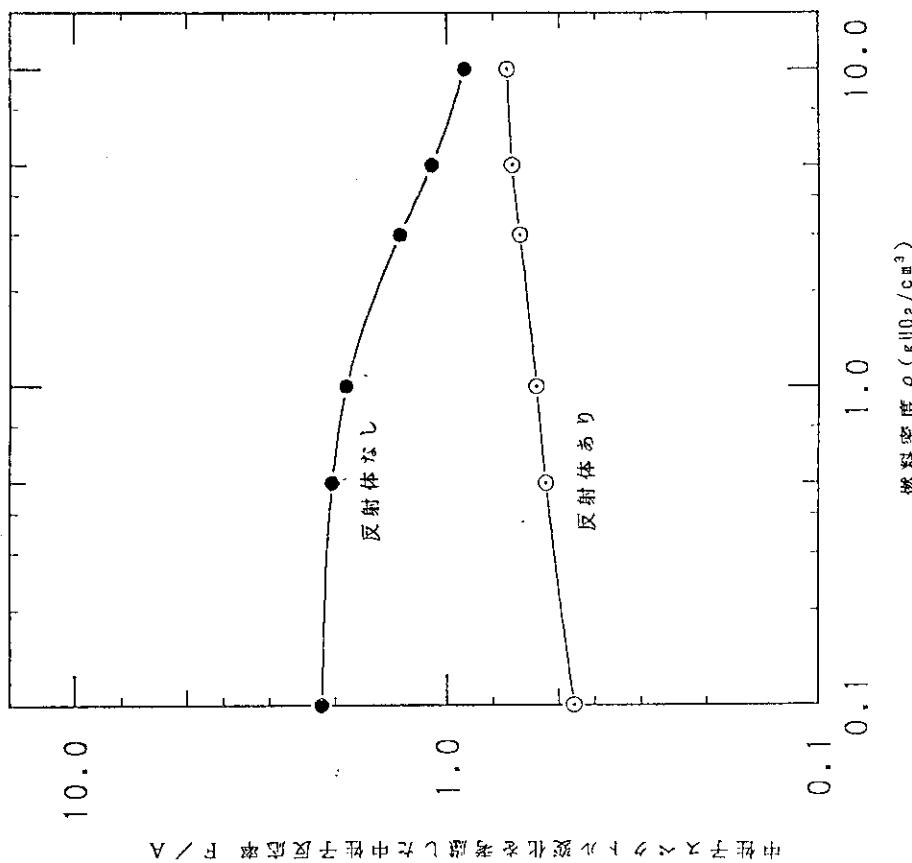


図 8 中性子スペクトル変化を考慮した中性子反応率  $F/A$  の  
変化(球形状の場合)  
計算は  $\text{UO}_2$  粉末燃料 ( $^{235}\text{U}$  濃縮度 = 4.0 wt %,  $\text{H}/\text{U}$   
比 = 0.0, 燃料質量 = 2145 kg  $\text{UO}_2$ )について行った。

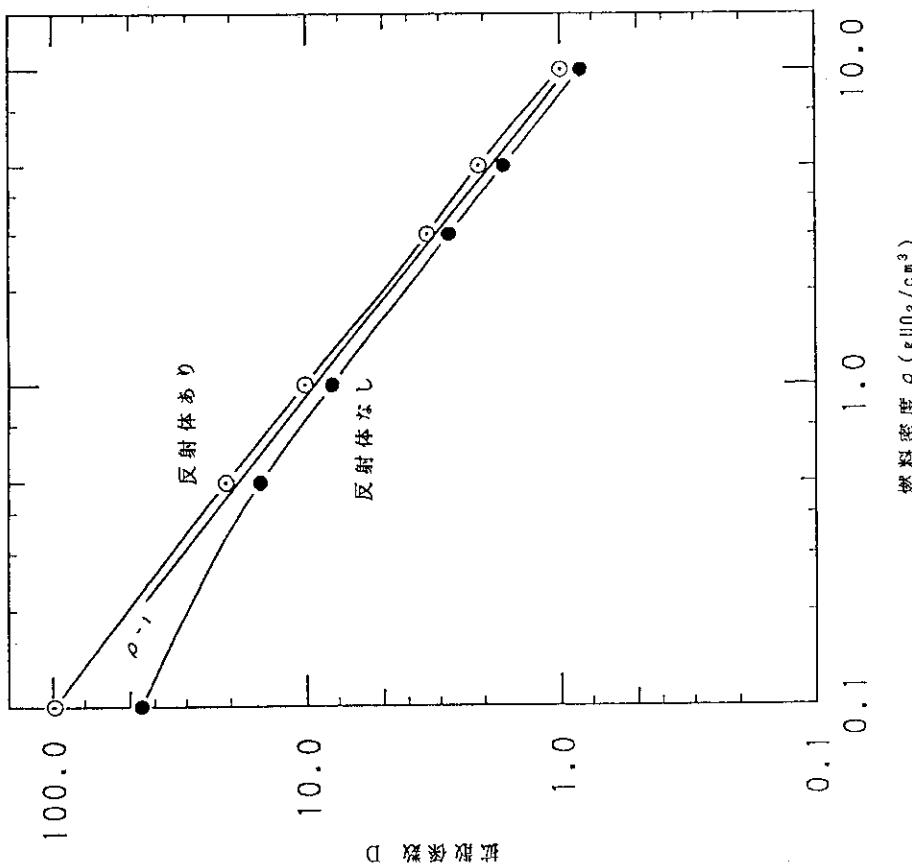


図 7 拡散係数  $D$  の変化  
計算は  $\text{UO}_2$  粉末燃料 ( $^{235}\text{U}$  濃縮度 = 4.0 wt %,  $\text{H}/\text{U}$   
比 = 0.0, 燃料質量 = 2145 kg  $\text{UO}_2$ ) について行った。

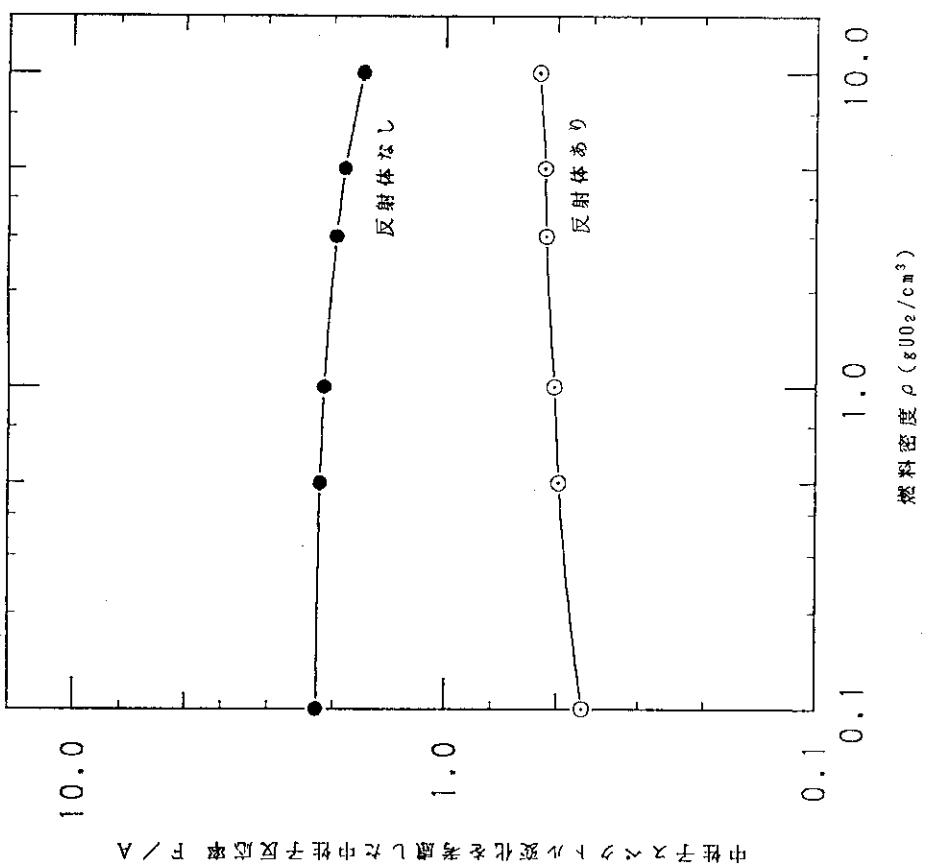
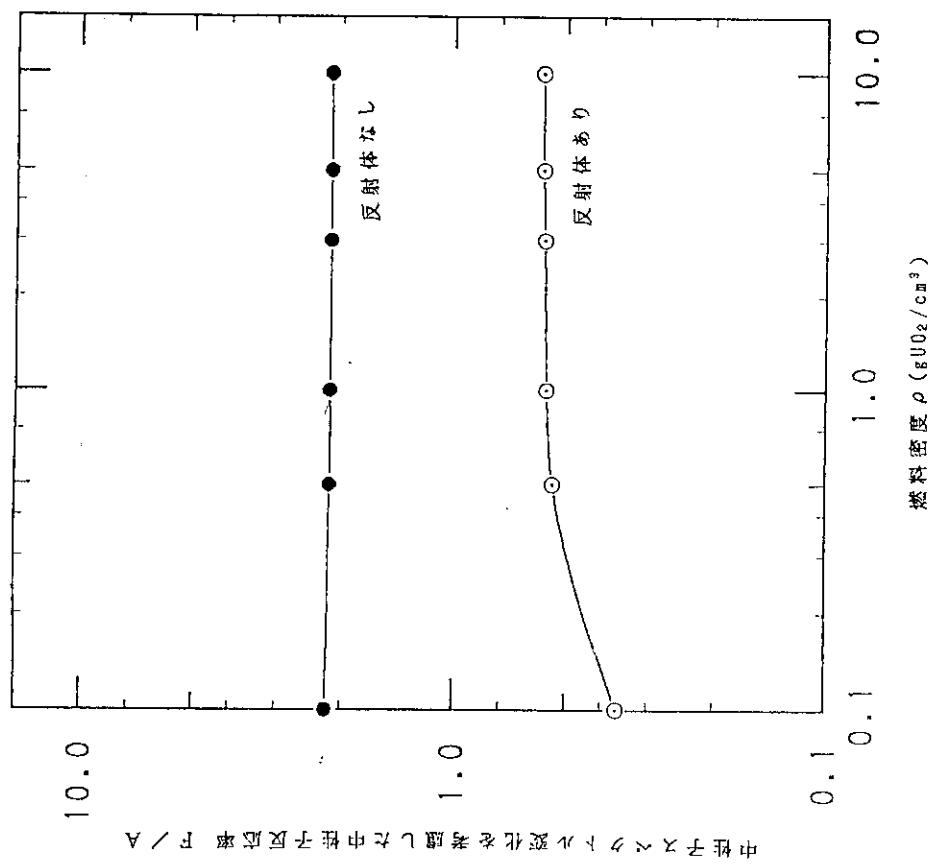


図 9 中性子スペクトル変化を考慮した中性子反応率  $F/A$  の  
変化（円柱形状の場合）  
計算は  $\text{UO}_2$  粉末燃料 ( $^{235}\text{U}$  濃縮度 = 4.0 wt %,  $\text{H}/\text{U}$   
比 = 0.0, 燃料質量 = 214.5 kg  $\text{UO}_2$ ) について行った。

図 10 中性子スペクトル変化を考慮した中性子反応率  $F/A$  の  
変化（平板形状の場合）  
計算は  $\text{UO}_2$  粉末燃料 ( $^{235}\text{U}$  濃縮度 = 4.0 wt %,  $\text{H}/\text{U}$   
比 = 0.0, 燃料質量 = 214.5 kg  $\text{UO}_2$ ) について行った。

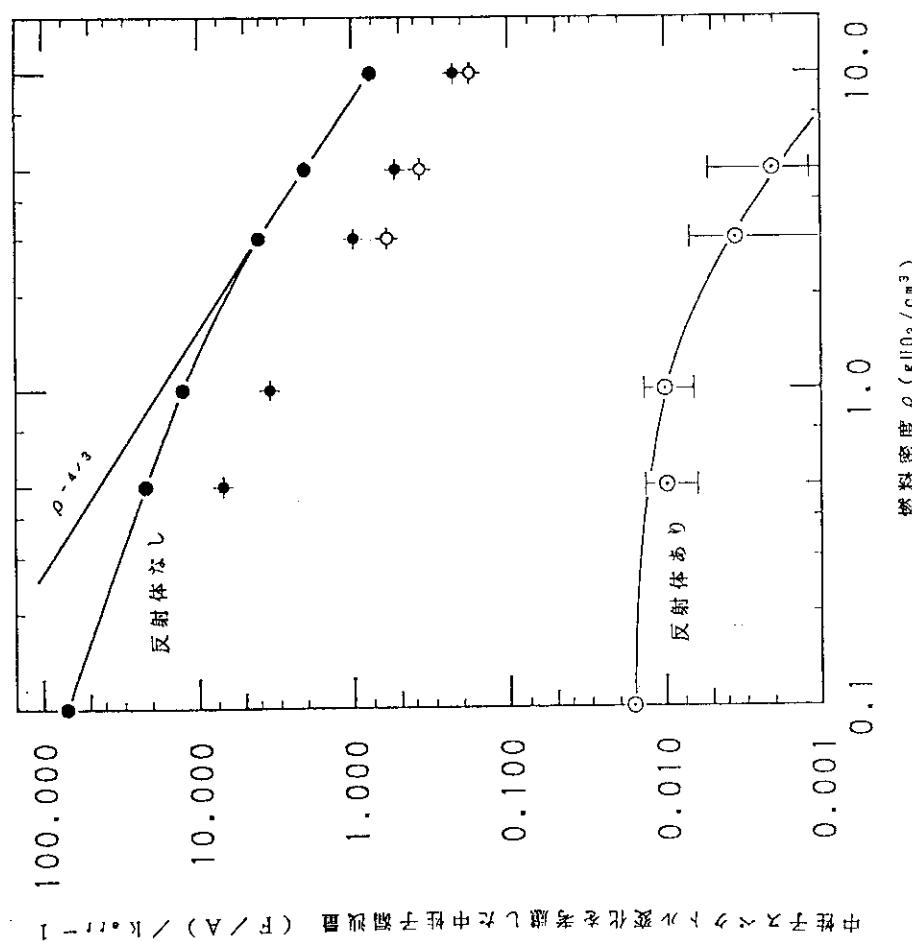
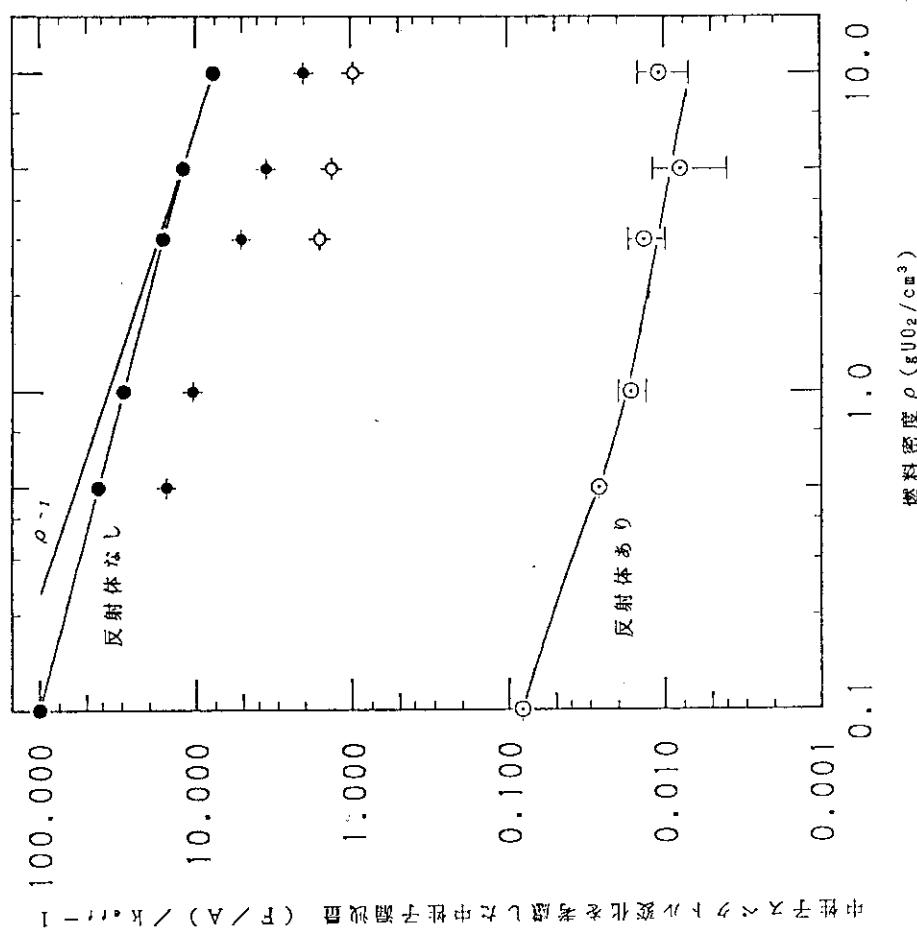


図11 中性子スペクトル変化を考慮した中性子漏洩量  $(F/A) / k_{\text{eff}} - 1$  の変化（球形状の場合）  
 ◆：修正一群理論に基づく中性子漏洩量（反射体なし）  
 ✖：修正一群理論に基づく中性子漏洩量（反射体あり）  
 ○：計算は  $^{235}\text{U}$  粉末燃料 ( $^{235}\text{U}$  濃縮度 = 4.0 wt %, H/U 比 = 0.0, 燃料質量 = 214.5 kg  $\text{UO}_2$ ) について行った。

図12 中性子スペクトル変化を考慮した中性子漏洩量  $(F/A) / k_{\text{eff}} - 1$  の変化（円柱形状の場合）  
 ◆：修正一群理論に基づく中性子漏洩量（反射体なし）  
 ✖：修正一群理論に基づく中性子漏洩量（反射体あり）  
 ○：計算は  $^{235}\text{U}$  粉末燃料 ( $^{235}\text{U}$  濃縮度 = 4.0 wt %, H/U 比 = 0.0, 燃料質量 = 214.5 kg  $\text{UO}_2$ ) について行った。

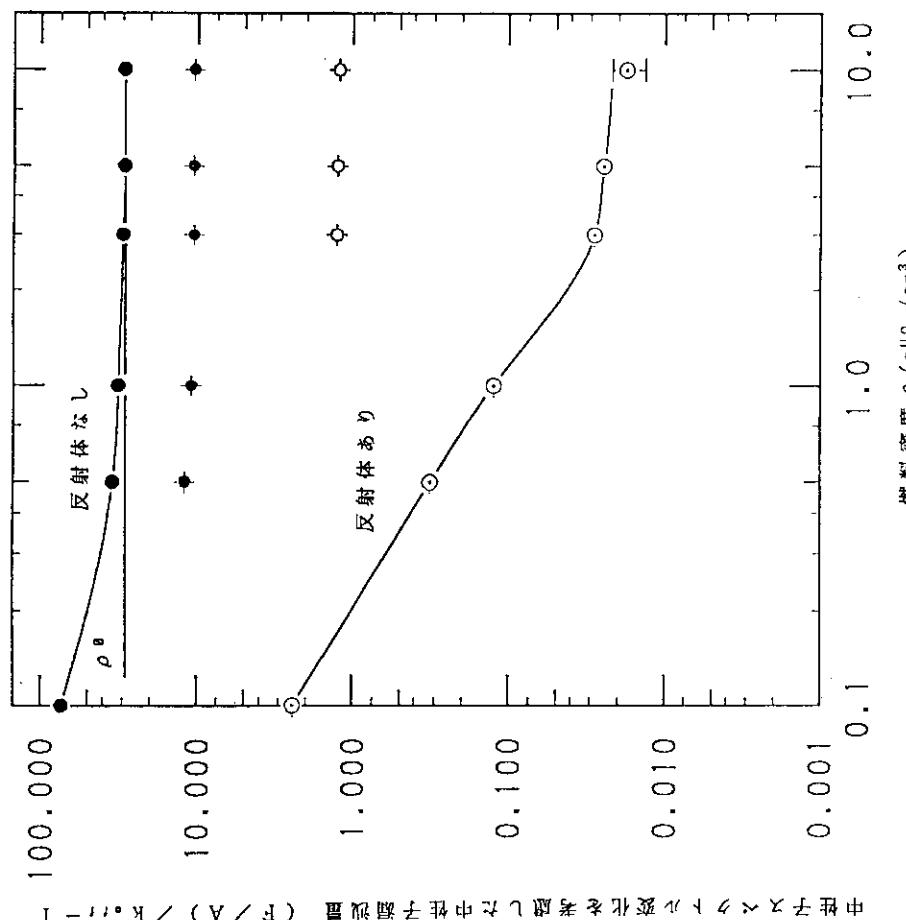
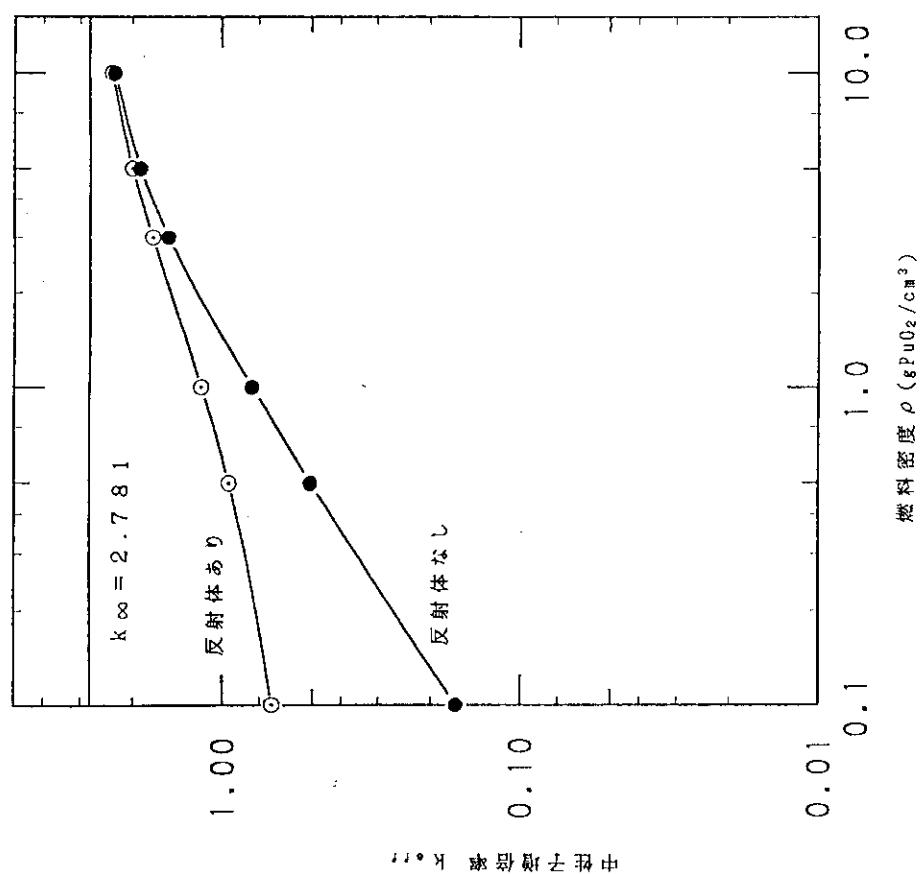


図13 中性子スペクトル変化を考慮した中性子漏洩量  
( $F/A$ ) /  $k_{\text{eff}}$  の変化 (平板形状の場合)  
◆: 修正一群理論に基づく中性子漏洩量 (反射体なし)  
◇: 修正一群理論に基づく中性子漏洩量 (反射体あり)  
計算は  $\text{UO}_2$  粉末燃料 ( $^{235}\text{U}$  濃縮度 = 4.0 wt %,  $\text{H}/\text{U}$  比 = 0.0, 燃料質量 = 21.45 kg  $\text{PuO}_2$ ) について行った。

図14 中性子増倍率  $k_{\text{eff}}$  の変化 (球形状の場合)  
計算は  $\text{PuO}_2$  粉末燃料 ( $^{239}\text{Pu} : ^{240}\text{Pu} = 75 : 25$  [wt %],  $\text{H}/\text{Pu}$  比 = 0.0, 燃料質量 = 21.45 kg  $\text{PuO}_2$ ) について行った。

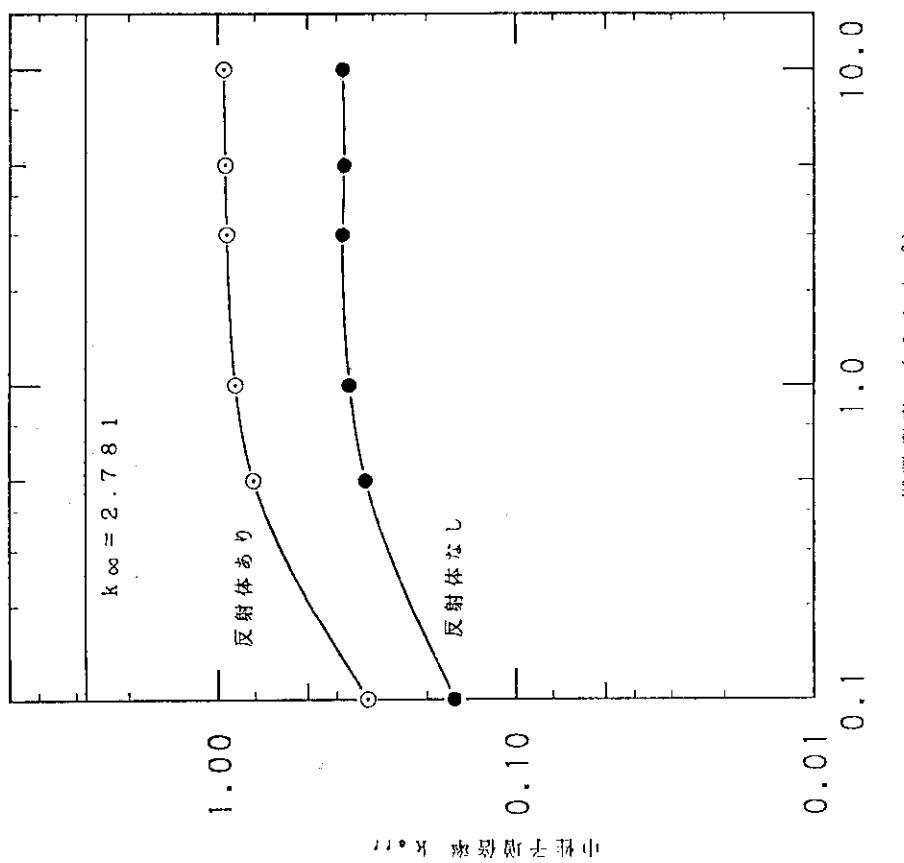


図16 中性子増倍率  $k_{\text{eff}}$  の変化（平板形状の場合）  
計算は  $\text{PuO}_2$  粉末燃料 ( $^{239}\text{Pu} : {^{240}\text{Pu}} = 75 : 25$  [wt %] , H/Pu比 = 0.0, 燃料質量 = 2145 kg  $\text{PuO}_2$ )について行った。

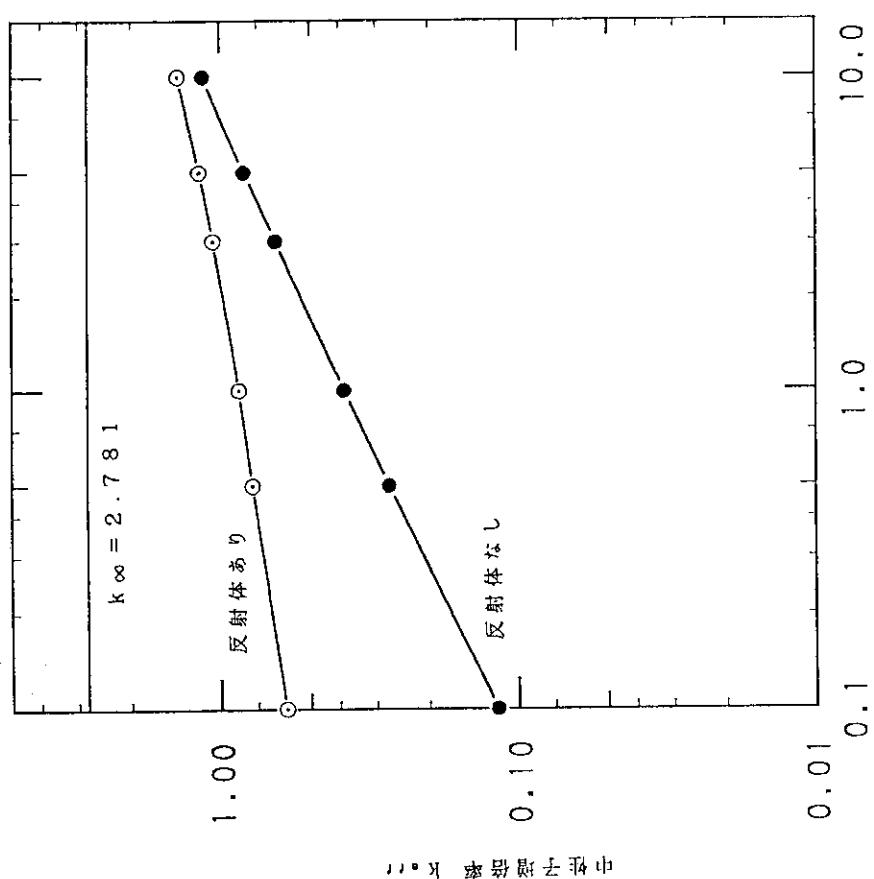


図15 中性子増倍率  $k_{\text{eff}}$  の変化（円柱形状の場合）  
計算は  $\text{PuO}_2$  粉末燃料 ( $^{239}\text{Pu} : {^{240}\text{Pu}} = 75 : 25$  [wt %] , H/Pu比 = 0.0, 燃料質量 = 2145 kg  $\text{PuO}_2$ )について行った。

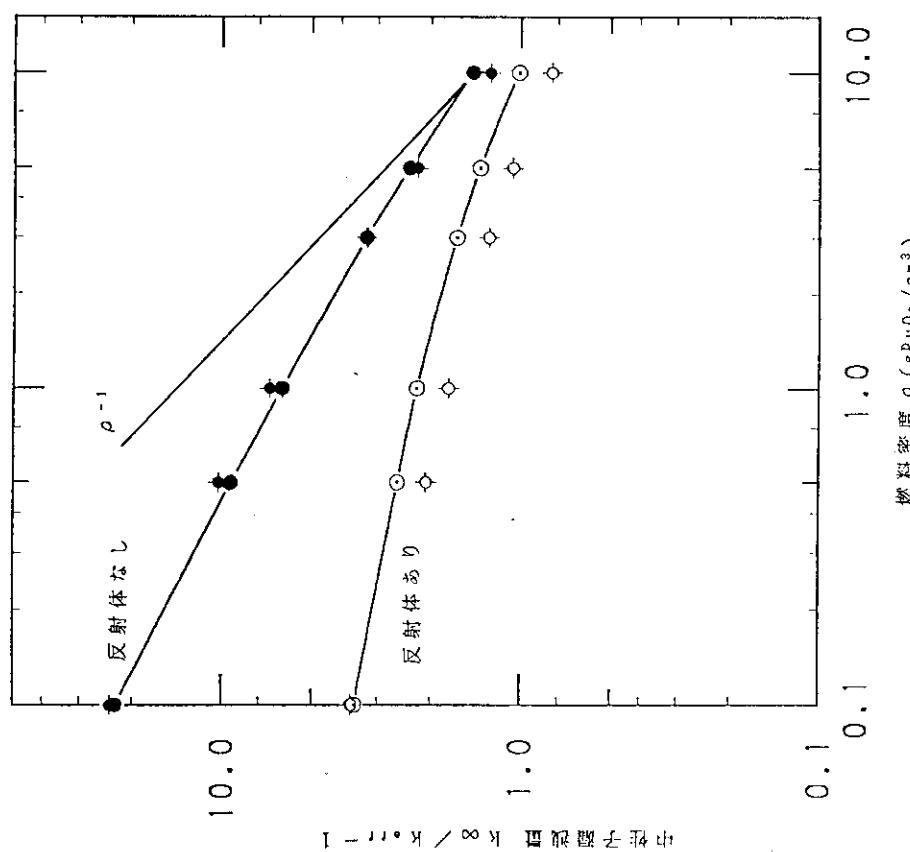


図17 中性子漏洩率  $k_{\infty} / k_{\text{eff}} - 1$  の変化（球形状の場合）  
 ♦：修正一群理論に基づく中性子漏洩量（反射体なし）  
 ◇：修正一群理論に基づく中性子漏洩量（反射体あり）  
 計算はPuO<sub>2</sub>粉末燃料 (<sup>239</sup>Pu : <sup>240</sup>Pu = 75 : 25 [wt %] , H / Pu比 = 0.0 , 燃料質量 = 2145 kg PuO<sub>2</sub>)について行った。

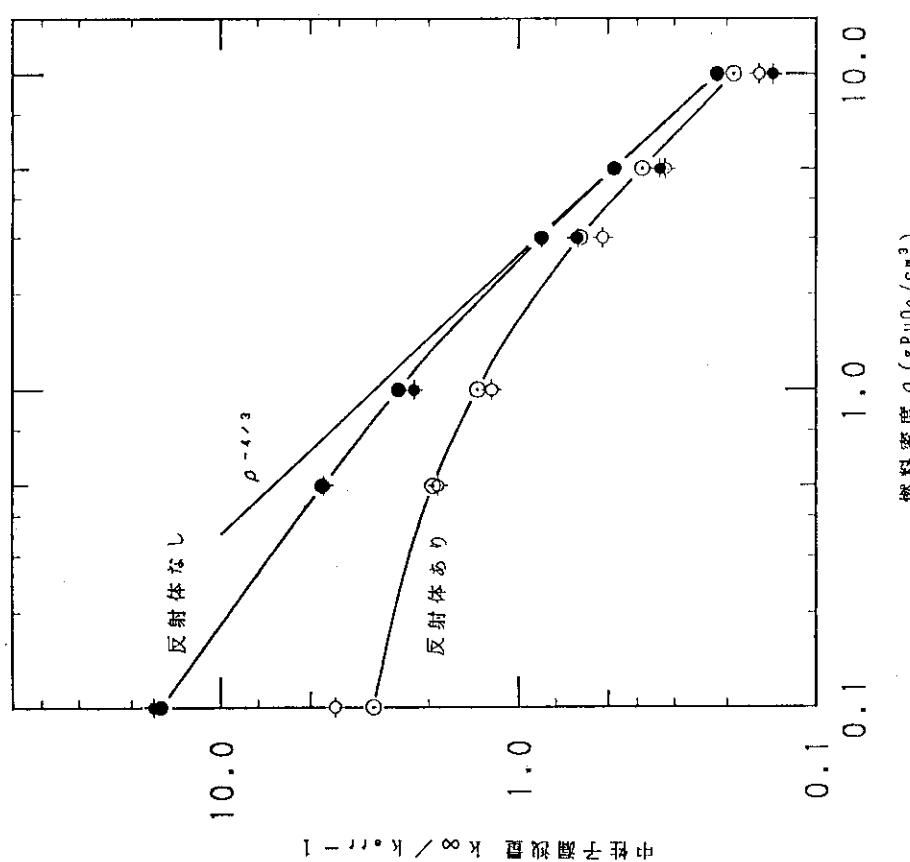
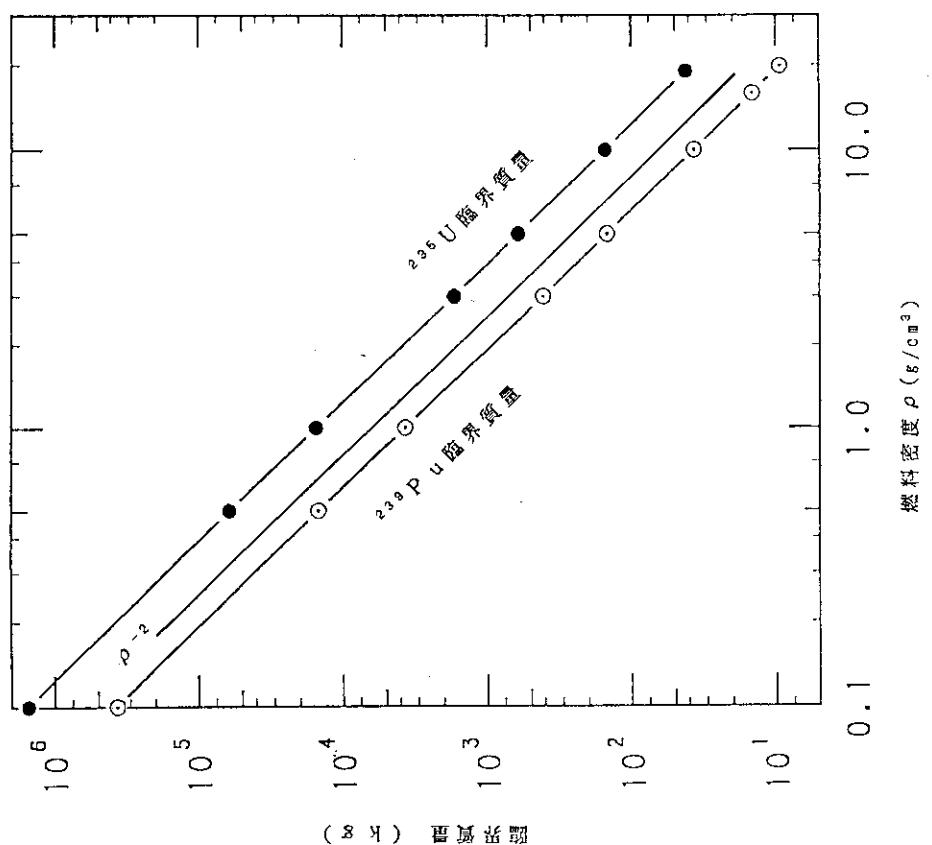
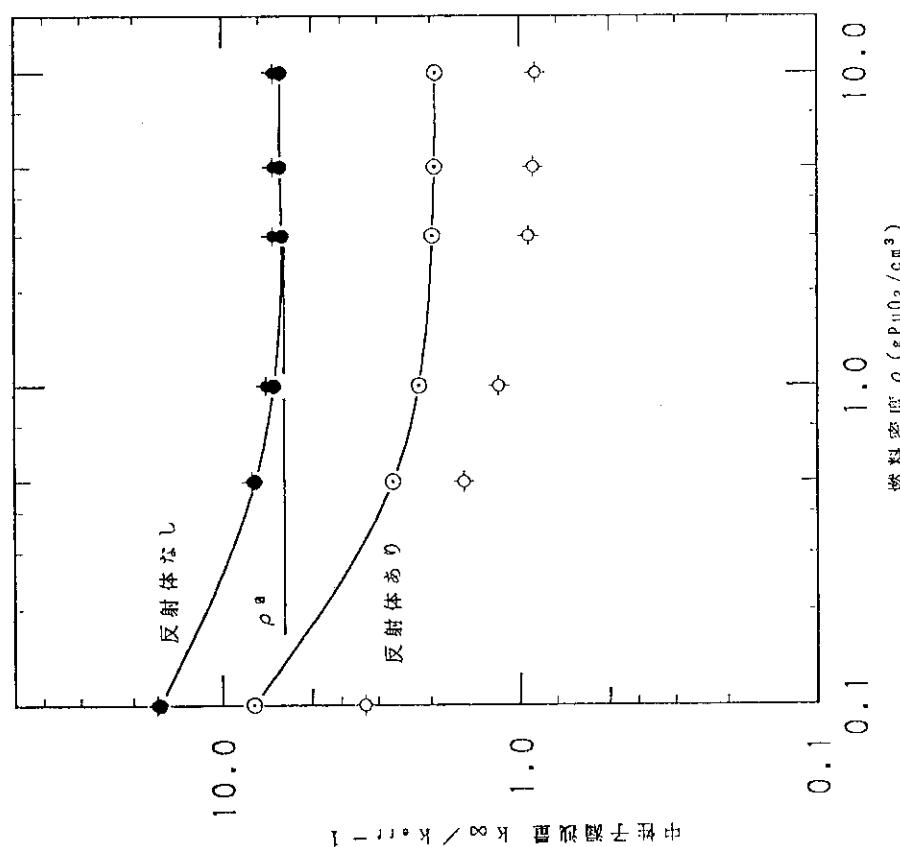


図18 中性子漏洩率  $k_{\infty} / k_{\text{eff}} - 1$  の変化（円柱形状の場合）  
 ♦：修正一群理論に基づく中性子漏洩量（反射体なし）  
 ◇：修正一群理論に基づく中性子漏洩量（反射体あり）  
 計算はPuO<sub>2</sub>粉末燃料 (<sup>239</sup>Pu : <sup>240</sup>Pu = 75 : 25 [wt %] , H / Pu比 = 0.0 , 燃料質量 = 2145 kg PuO<sub>2</sub>)について行った。

図20 燃料密度  $\rho$  (g/cm<sup>3</sup>)図19 中性子漏洩量  $k_\infty / k_{\text{eff}} - 1$  の変化（平板形状の場合）

◆：修正一群理論に基づく中性子漏洩量（反射体なし）  
 ◇：修正一群理論に基づく中性子漏洩量（反射体あり）  
 計算は  $\text{PuO}_2$  粉末燃料 ( $^{240}\text{Pu} : 240\text{Pu} = 75 : 25$   
 [wt %]，H/Pu比 = 0.0，燃料質量 = 214.5  
 kg  $\text{PuO}_2$ )について行った。

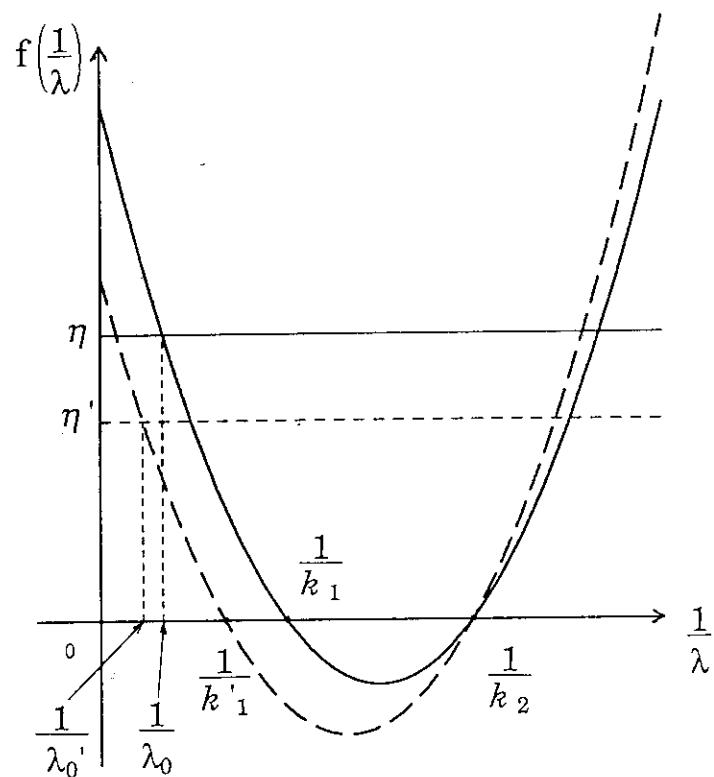


図21 固有値が  $k_1$  と  $k_2$  である 2 つの單一ユニットからなる系の固有値を  $\lambda_0$  とし、そのときの相互干渉効果を度合を  $\eta$  とする。密度が増大して  $k_1$  が  $k'_1$  になり、その結果相互干渉効果の度合が  $\eta'$  に減少したとすると密度増大後の複数ユニットの固有値は  $\lambda'_0$  となる。