JAERI-M
91-205

ランダム媒質における間欠的電場
－常温核融合に対する推測－

1991年12月

田中　正俊*

日本原子力研究所
Japan Atomic Energy Research Institute

JAERI-M レポートは，日本原子力研究所が不定期に公刊している研究報告書です。

入手の問合わせは，日本原子力研究所技術情報部情報資料課（〒319-11茨城県那珂郡東海村）あて，お申しこしください。なお，このほかに財団法人原子力弘済会資料センター（〒319-11 茨城県那珂郡東海村日本原子力研究所内）で複写による実費頒布をおこなっております。

JAERI-M reports are issued irregularly.

Inquiries about availability of the reports should be addressed to Information Division, Department of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken 319-11, Japan.

編集兼発行　日本原子力研究所

印　　刷　㈱原子力資料サービス

ランダム媒質における間欠的電場
－ 常温核融合に対する推測 －

日本原子力研究所那珂研究所核融合工学部
田中　正俊＊

（1991年11月5日受理）

電気電導度がランダムに変化する媒質中で電場が間欠的（intermittent）である可能性をモデル方程式に基づいて検討した。また常温核融合との関連についての１つの推測を述べる。

那珂研究所：〒311－01　茨城県那珂郡那珂町大字向山801－1
＊特別研究員

Intermittent Electric Field in a Random Medium
- a conjecture to cold fusion -

Masatoshi TANAKA*

Department of Fusion Engineering Research
Naka Fusion Research Establishment
Japan Atomic Energy Research Institute
Naka-machi, Nak-gun, Ibaraki-ken

(Received November 5, 1991)

Possible existence of an intermittent electric field in a medium, in which the electric conductivity is supposed to be a random quantity, is studied on the basis of a model equation. Implication to cold fusion is noted.

Keywords: Random process, Electric Conductivity, Diffusion Equation, Cold Fusion

---

* Science Adviser

目　　次

Contents

1.　はじめに

間欠性（intermittency）という言葉は乱流の速度場の特徴を表わすものとして導入された。[1)] 例えば速度場の空間微分$\partial u/\partial x$をとると，十分発達した乱流では$\partial u/\partial x$はランダム量と考えられるが，その分布は典型的なガウス（正規）分布から大きくずれていることが観測によって示された。ガウス分布に比べて裾野がずっと広く，また原点での値が大きい。時系列でいえば，$\partial u/\partial x$が小さな値でゆらぐ期間が長く続き，間欠的（intermittent）に$\partial u/\partial x$の大きな値が観測される。このガウス分布からのずれはモーメントにも反映される。裾野を引いている効果は高次のモーメントに対して強調されると期待されるが，たとえば$\partial u/\partial x$の分布の尖度（$\langle(\partial u/\partial x)^4\rangle/[\langle(\partial u/\partial x)^2\rangle]^2$）はレイノルズ数とともに約40まで増加する（ガウス分布では恒等的に3）。間欠性の“強さ”は分布次第である。乱流では速度場の時間微分$\partial u/\partial t$は$\partial u/\partial x$に比べてガウス分布からのずれが大きい。一方速度uの分布はガウス分布に近いようである（高派数成分は大きくずれているが)。

ここでは電気伝導度がランダムに変化している媒質中で電場が間欠性を示す可能性について推測を交えて検討する。§2でモデル方程式を示し，§3，§4でその解が間欠的であることを示す。最後に常温核融合との関連についての推測を述べる。また間欠的なランダム変数の特徴をもつ典型的な例を付録に示す。

2．モデル方程式

電気伝導度σがランダムな変量であるとき，その媒質中で電場がどのような振舞いをするか考える。電気伝導度に注目しているので，媒質の誘電率，透磁率は1とし，また現象の変化は準静的として変位電流を落したマックスウエルの方程式とオームの法則

$$\boldsymbol{J}=\sigma\boldsymbol{E}$$

から出発する。オームの法則はもともと定常電流に対するものであるが，現象の変化の時定数が電流のキャリアの平均自由時間より十分長ければ成立つ。また電気伝導度は等方的とする。

磁場を消去し，オームの法則および$\nabla\cdot\boldsymbol{J}=0$に注意すると，電場に対する次の方程式がえられる。

$$\frac{\partial\boldsymbol{E}}{\partial t}=\frac{c^2}{4\pi\sigma}\nabla^2\boldsymbol{E}-\frac{\dot{\sigma}}{\sigma}\boldsymbol{E} \tag{2.1}$$

右辺第2項がないとき，すなわち電気伝導度が常数のとき，(2.1) は表皮効果を記述する拡散方程式である（拡散係数　$D=c^2/4\pi\sigma$）。

(2.1) と同形のスカラー量$n(x,t)$ に対する次の方程式を考える。

$$\frac{\partial n}{\partial t}=D\nabla^2 n+f(x,t)\,n \tag{2.2}$$

ここではDは常数，$f(x,t)$ はランダムに変化する関数とする。(2.1) と比べると，$-\dot{\sigma}/\sigma$をランダム関数$f(x,t)$ を置き換えた一方でDを常数としていること，またとくに$\boldsymbol{E}$はベクトル量であるのに対しnはスカラー量であるといった差がある。ここで注目するnの性質が$\boldsymbol{E}$に対しても期待できるか否か疑問が残るが，以下では (2.2) について考える。(2.2) で記述される量は§1で述べた間欠性を示すが，それには右辺第2項が本質的なので，少なくとも最初の疑問は解消できるものと考えられる。なお (2.2) に担当する方程式は化学反応論その他多くの分野で，コヒーレントな構造形成の問題に関連して扱われている。[2)3)]

3．弱い拡散の極限

(2.2) の右辺で第2項の効果が dominant として拡散項を落して考える。

$$\frac{dn}{dt}=f(t)\,n \tag{3.1}$$

この方程式は直ちに積分できて解は

$$n(t)=\exp\left(\int_0^t f(t')\,dt'\right) \tag{3.2}$$

と表される。$f(t)$ の確率分布を決めれば，それについて (3.2) を平均して平均値，一般にモーメントが求められる。

$$\langle(n(t)^p)\rangle=\langle\exp\left(p\int_0^t f(t')\,dt'\right)\rangle \tag{3.3}$$

確率分布は物理モデルによっていろいろ考えられるが，平均操作を解析的に実行できる次の例をまず考える。十分長い時間をとって，$f(t)$ をその中での独立かつランダムなパルス列，その総数はポアソン分布にしたがうとする。よりくわしくいえば

① m（0または正の整数）はポアソンの法則

$$P(m)=\frac{(\overline{m})^m e^{-\overline{m}}}{m!}$$

$$\Sigma_{m=1}^{\infty}P(m)=1$$

にしたがう。ここで $\overline{m}=\Sigma_{m=0}^{\infty}mP(m)$ はパルス数の平均値。

② $T\gg t$ の時間区間（0，T）を考え，その中で m 個の時刻 t_k（$k=1$，2，……，m）を独立かつランダムにえらび，その各々の時刻に対応してパルスを発生。

さらに各パルスの形を同じとして

$$f(t)=A\Sigma_{k=1}^{\infty}g(t-t_k),\quad A>0 \tag{3.4}$$

とする。($A>0$　は $\dot{\sigma}/\sigma<0$ に対応)。

(3.4) を (3.3) に代入して，平均操作を行う。

$$\langle(n(t)^p)\rangle=\langle\langle\exp\left(pA\Sigma_{k=1}^{m}\int_0^t g(t-t_k)\,dt'\right)\rangle_{t_k}\rangle_m$$

$$=\langle\langle\Pi_{k=1}^{m}\exp\left(pA\int_0^t g(t'-t_k)\,dt'\right)\rangle_{t_k}\rangle_m$$

ここで $\langle A\rangle_{t_k}$, $\langle A\rangle_m$ はそれぞれ A の①，②にしたがった平均値を表す。

まず t_k についての平均は区間（0，T）で積分して T で割ればよい。それを実行して

$$\langle (n(t))^{p} \rangle = \langle [\frac{1}{T} \int_0^T dt' \exp(pA \int_0^t dt' g(t'-t''))]^{m} \rangle_m$$

右辺の［　］の中を a と書くと，m について平均して最終的に

$$\begin{aligned} \langle (n(t)^{p}) \rangle &= \langle a^{m} \rangle \\ &= \Sigma_{m=0}^{\infty} a^{m} \frac{(\overline{m})^{m} e^{-\overline{m}}}{m} \\ &= \exp[\overline{m}(a-1)] \end{aligned}$$

となる。この指数関数の引数は次のように変形できる。

$$\begin{aligned} \overline{m}(a-1) &= \overline{m}[\frac{1}{T} \int_0^T dt'' \exp(pA \int_0^t g(t'-t'')) - \frac{1}{T} \int_0^T dt''] \\ &= \frac{\overline{m}}{T} \int_0^T dt'' [\exp(pA \int_0^t dt' g(t'-t'')) - 1] \end{aligned} \tag{3.5}$$

パルスの形 $g(t)$ を $\tau_0 \ll t$ として

$$g(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ \frac{1}{\tau_0} & 0 < t < \tau \\ 0 & t > \tau_0 \end{cases} \tag{3.6}$$

とする（面積1の矩形パルス)。このとき

$$\exp((pA \int_0^t dt' g(t'-t'')) = \begin{cases} \exp(pA) & , \quad t < t - \tau_0 \\ \exp\left(\frac{pA(t-t'')}{\tau_0}\right), & t - \tau_0 < t'' < t \\ 1 & , \quad t'' > t \end{cases}$$

したがって p 次のモーメントに現れる指数関数の引数 (3.5) は，

$$\overline{m}(a-1) = \frac{\overline{m}}{T}\left[(\exp(pA) - 1)t - \tau_0\left(\exp(pA)\left(1 - \frac{1}{pA}\right) + \frac{1}{pA}\right)\right] \tag{3.9}$$

となる。② の平均操作のために時間区間（0，T）を考えたが，当然のことながら T はあらわには現れず，結果は単位時間あたりの平均パルス数

$$\mu = \frac{\overline{m}}{T} \tag{3.10}$$

を用いて表される。

ここでの議論にパルス巾は本質的でないので $\tau_0 = 0$ とする ($g(t) = \delta(t)$ に対応)。このとき p 次のモーメントは

$$\langle (n(t)^{p}) \rangle = \exp[\mu(e^{pA} - 1)t] \tag{3.11}$$

で与えられる。弱いパルス $A \ll 1$ のとき，$pA \ll 1$ を充すモーメントに対しては

$$<(n(t)^p)>^{1/p} \simeq \exp(\mu A t)$$

であって，モーメントの成長率は p によらない。しかし $A \gtrsim 1$（以下強いパルスという）のとき

$$<(n(t))^p>^{1/p} \simeq \exp\left(\frac{\mu\, e^{pA}\, t}{p}\right) \tag{3.12}$$

となり，高次のモーメントほど速く大きくなる。§1で述べたように，このことは $n(t)$ が間欠性をもつ量であることを意味している（付録も参照)。

以上，パルス $g(t)$ は確定した関数であるとしたが，形は同じであるが高さがある確率分布によって与えられる場合にも，それについて平均した結果は特性関数を用いて表すことができる。議論の本筋とは無関係であるが結果のみ記す。

$$f(t) = \Sigma_{k=1}^{m} A_k g(t - t_k) \tag{3.13}$$

として，A_k か確率分布 P (A) にしたがうとする。t_k，m での平均を行う前に A_k で平均すると

$$<\Pi_{k=1}^{m} \exp\left(A_k p \int_0^t g(t' - t_k)\, dt'\right)>_{A_k}$$
$$= \chi\left(-ip \int_0^t g(t' - t_k)\, dt'\right)$$

ここで χ は $P(A)$ の特性関数。t_k と m について平均した結果は

$$\overline{m}\,(a^{\cdot} - 1) = \frac{\overline{m}}{T} \int_0^T dt'' \left[\chi\left(-ip \int_0^T dt'\, g(t - t'')\right) - 1\right]$$

となる。

もう1つのモデルとして $f(t)$ がホワイトノイズとする。

$$\begin{aligned} &<f(t)> = 0 \\ &<f(t) f(t')> = \delta(t - t') \end{aligned} \tag{3.14}$$

ここで $<A>$ は A の時間平均を表わす。

$$f(t) = \frac{dw(t)}{dt} \tag{3.15}$$

とおくと，(3.14) から

$$\begin{aligned} &<w(t)> = 0 \\ &<(w(t))^2> = t \end{aligned} \tag{3.16}$$

となる。$w(t)$ はドリフト0，分散1のブラウン運動に他ならない。事実 (3.15) から $w(t)$ は独立なランダム量 $f(t_i)$ の和で表され，中心極限定理によってガウス型の確率分布（(3.16) に対応して平均値0，分散1）をもつ。さらに大数の法則から時間平均は確率分布での平均に等しい（エルゴード性)。

(3.1) の解は $w(t)$ を用いると

$$n(t)=\exp(w(t)) \tag{3.17}$$

となり，上述のエルゴード性によって

$$\begin{aligned}\langle(n(t))^p\rangle&=\langle\exp(pw(t))\rangle\\&=\frac{1}{\sqrt{2t}}\int_{-\infty}^{\infty}e^{pw}\cdot e^{-\frac{w}{2t}}\,dw\\&=\exp\left(\frac{p^2t}{2}\right)\end{aligned} \tag{3.18}$$

となる。この場合にも高次のモーメントほど速く大きくなり，$n(t)$ は間欠的である。

(3.14) は $f(t)$ が相関時間 $\tau_0=0$ のランダムパルスであることを表している。(それに対応してブラウン運動 $w(t)$ は到るところ微分不可能である)。相関時間 τ_0 が有限でスムージングされているとすれば通常の微積分の公式が適用できる。上記はそうして得られたもので，(3.1) で $\tau_0\fallingdotseq 0$ を固定して $dt\to 0$ とし，計算のあとで $\tau_0\to 0$ としたことに相当する。逆に (2.1) を最初に $\tau_0=0$ とし，次に $dt\to 0$ とした方程式と解釈することもできる。それぞれ Stratonovich および伊藤の解釈である。[4] 後者の場合ブラウン運動 $w(t)$ に対して，拡散則

$$(dw)^2=dt$$

が成り立つこと ((3.16) に対応) に注意して，$F(t,\ w(t))$ ($F(t,\ x)$ は普通の関数) の微分は

$$dF=\left(F_t+\frac{1}{2}F_{ww}\right)dt+F_w\,dw$$

を用いる必要がある。これによれば (3.1) の解は

$$n(t)=\exp\left(w(t)-\frac{t}{2}\right) \tag{3.19}$$

となる。実際微分をつくると

$$\begin{aligned}dn&=\exp\left(w(t)-\frac{t}{2}\right)\left[\left(-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)dt+dw\right]\\&=\exp\left(w(t)-\frac{t}{2}\right)dw\\&=n(t)\,dw\end{aligned}$$

となっている。(3.19) から前と同様にして

$$\langle(n(t))^p\rangle=\exp\left(\frac{p(p-1)t}{2}\right) \tag{3.20}$$

が得られるが，(3.18) と比べると p^2 の代わりに $p(p-1)$ となっている。p の大きいときモーメントが $\exp(p^2t/2)$ であ大きくなることにかわりはない。

4．拡散項の影響

(2.2) の右辺第１項，拡散項の影響を調べることは容易でない。§３の結果，すなわちｎが間欠性を示すということが，少くとも拡散係数 D が小さい場合には成立つであろうことを示す。

(3.4) の形のパルスを１個考える。ただし空間依存性を入れて

$$f(x,\ t) = Ah(x - x_k)\ g(t - t_k) \tag{4.1}$$

とする。$g(t)$ は (3.6)，また $h(x)$ は

$$h(x) = h(|x|) = \begin{cases} 1 & |x| < r_0 \\ 0 & |x| > r_0 \end{cases} \tag{4.2}$$

で与える。パルスが作用している時間，$t_k < t < t_k + \tau_0$ に対して $n(x,\ t) = n(x)\exp(\gamma t)$ とすると (2.2) は

$$\left(-D\nabla^2 - \frac{A}{\tau_0}h(|x - x_k|)\right)n(x) = -\gamma n(x)$$

と書ける。これは井戸型ポンテンシャル $V(x) = -(A/\tau_0)\ h(|x - x_k|)$ のエネルギー準位を決めるシュレーディンガー方程式と同形である。エネルギー E は $-\gamma$ に対応しているので，n の時間変化を考えたとき dominant なのは，束縛状態の最低エネルギー準位 $(E_0 < 0)$ である。$n(x,\ t)$ の固有関数展開でこの dominant な項のみとると

$$n(x,\ t) \simeq e^{-E_0 t}\Psi_0(x) \tag{4.3}$$

となる。ここで Ψ_0 は最低エネルギー準位の固有関数で $x = x_k$ のまわりに局在している。拡散項が小さいとき，すなわち $Ar_0^2/\tau_0 \gg D$ で，固有値問題が深いポテンシャルに相当するとき，最低固有値 E_0 は空間の次元数によらず

$$E_0 \simeq -\frac{A}{\tau_0} \tag{4.4}$$

となり，個々のパルスに対する n の時間変化は拡散項がない場合と同形である。これは§３の結果が $D \to 0$ で連続的に成立つことを示唆するものと考えられる。(強い拡散は浅いポテンシャルに相当する。このときの最低固有値は空間次元による。例えば３次元の場合束縛状態は存在しない，すなわち成長する解はない)。

拡散項を落とした場合には (3.2) のように解を書き下すことができた。$D \fallingdotseq 0$ の場合にも，虚数時間を用いると (2.2) はシュレーディンガー方程式と同形となり ($-f(x,\ t)$ がポテンシャルに相当)，経路積分の形で解を形式的に書くことができる。しかし具体的な計算は非常に困難である。Zel'dovich らは拡散項を離散化して格子点上のランダムウォークと置き換えてその評価を試み，§３で示した n の性質が弱い拡散の場合にも保たれると結論している。[3)]

5．おわりに――常温核融合に対する推測

(2.2) で記述されるスカラー量 $n(x,\ t)$ は非常にはっきりした間欠性を示すが，(2.1) を充たす電場が同様の性質をもつか否か，§2でも述べたように確かではない。しかし間欠的な電場がありうるとすれば，非常に強い電場が局所的に spontaneous に発生する可能性がある（但しその確率は非常に小さい)。常温核融合の一部の実験でバースト状の中性子発生が報告されており，固体の破砕の際の中性子等の発生とともに，クラック形成に伴う電場の発生，それによる粒子加速とする説明がある。[5] 間欠性電場がもし存在しうるならば，それによる加速も考えられる。§1で電気伝導度をランダム量に置き換えた。電気伝導度は本来物質固有の量であるが，もし微小なクラックの発生など電流の通りやすさに影響する現象が時間的，空間的にランダムにおこっている状況を想定すると，実効的な電気伝導度を考えて§1のように扱うことも意味があると考えられる。

電場が間欠的な性質をもつとした場合，興味があるのはどの程度の強さの電場がどの位の間隔で発生するかということである。$n(t)$ の分布は $f(t)$ の分布次第であるが，$f(t)$ の分布をどう選ぶべきか明らかでない。$f(t)$ の分布がホワイトノイズのとき結果は一番簡明であるが，付録に述べるような疑問が残っている。間欠性が観測されるためには，対象とする媒質の体積が十分大きく，また十分長い観測時間が必要なことは確かであるが，十分とはどの程度のことか不明である。物理モデル（確率モデルも含めて)，解析法をさらに検討する必要がある。

引用文献

1) G.K.Batchelor, “Theory of Homogeneous Turbulence” (Cambridge University Press, 1953). A. モーニン，A. ヤグロム “統計流体力学” 3および4（文一統合出版，1979)

2) 例えば G. ニコリス，L. プリゴジーヌ，“散逸構造――自己秩序形成の物理学的基礎”（岩波，1988)

3) Ya.Zel'd vich, S.Molchanov, A.Ruzmaikin and D.Sokolov, Sov.Phys.Usp.**30** (1987) 353

4) 両者のちがいの分かりやすい説明として 掘 “ランジュバン方程式”（岩波，1977)

5) 例えば 立川（編)，原子力工業 **37** (1991) 11

5．おわりに――常温核融合に対する推測

(2.2) で記述されるスカラー量 $n(x, t)$ は非常にはっきりした間欠性を示すが，(2.1) を充たす電場が同様の性質をもつか否か，§2でも述べたように確かではない。しかし間欠的な電場がありうるとすれば，非常に強い電場が局所的に spontaneous に発生する可能性がある（但しその確率は非常に小さい)。常温核融合の一部の実験でバースト状の中性子発生が報告されており，固体の破砕の際の中性子等の発生とともに，クラック形成に伴う電場の発生，それによる粒子加速とする説明がある。[5] 間欠性電場がもし存在しうるならば，それによる加速も考えられる。§1で電気伝導度をランダム量に置き換えた。電気伝導度は本来物質固有の量であるが，もし微小なクラックの発生など電流の通りやすさに影響する現象が時間的，空間的にランダムにおこっている状況を想定すると，実効的な電気伝導度を考えて§1のように扱うことも意味があると考えられる。

電場が間欠的な性質をもつとした場合，興味があるのはどの程度の強さの電場がどの位の間隔で発生するかということである。$n(t)$ の分布は $f(t)$ の分布次第であるが，$f(t)$ の分布をどう選ぶべきか明らかでない。$f(t)$ の分布がホワイトノイズのとき結果は一番簡明であるが，付録に述べるような疑問が残っている。間欠性が観測されるためには，対象とする媒質の体積が十分大きく，また十分長い観測時間が必要なことは確かであるが，十分とはどの程度のことか不明である。物理モデル（確率モデルも含めて)，解析法をさらに検討する必要がある。

引用文献

1）　G.K.Batchelor, “Theory of Homogeneous Turbulence” (Cambridge University Press, 1953). A. モーニン, A. ヤグロム “統計流体力学” 3および4（文一統合出版, 1979）

2）　例えば　G. ニコリス, L. プリゴジーヌ, “散逸構造――自己秩序形成の物理学的基礎”（岩波, 1988）

3）　Ya.Zel’d vich, S.Molchanov, A.Ruzmaikin and D.Sokolov, Sov.Phys.Usp.**30** (1987) 353

4）　両者のちがいの分かりやすい説明として　堀 “ランジュバン方程式”（岩波, 1977）

5）　例えば　立川（編), 原子力工業 **37**（1991）11

付録 間欠性（intermittency）について*)

ξ_i ($i=1, 2, \cdots\cdots, N$) を平均値０，分散１の独立なランダム変数，ξをその和とすると，Nの大きい極限で

$$\xi = \Sigma_{i=1}^{N} \ \xi_i \ \sim \ N^{1/2}\zeta \tag{1}$$

となることはよく知られている（中心極限定理)。ζは平均値０，分散１の標準ガウス分布にしたがう。ここで$\xi_i=\log\eta_i$, $\xi=\log\eta$　とすると

$$\eta = \Pi_{i=1}^{N} \ \eta_i \ \sim \ \exp\ (N^{1/2}\zeta) \tag{2}$$

となる。この分布はガウス分布と全くちがう形であることは次を見れば明かである。ζは分数１のガウス分布にしたがうので，ζのとる値はほとんど$-1<\zeta<1$である。対応するηの値は，$\zeta<0$のときは$\eta\sim0$，$\zeta>0$のときは$\exp\ (N^{1/2})$ のオーダーである。一方ζの平均値は

$$\begin{aligned}<\eta> &\sim \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} exp\ (N^{1/2}\zeta)\cdot exp\ (-\frac{\zeta^2}{2})\ d\zeta \\ &= exp\ \left(\frac{N}{2}\right)\end{aligned} \tag{3}$$

で与えられる。すなわちζが$\zeta\gg1$の値をとる確率は非常に小さいにもかかわらず，そのときのηの値（$\eta\sim\exp\ (N^{1/2}\zeta)$ と非常に大きい）が平均値に効いている。この傾向は高次のモーメントをとると更に強調されることが期待される，事実

$$<\eta^p> \ \sim \ \exp\ \left(\frac{p^2N}{2}\right)$$

とpの大きいほど増大度が大きい。なお(4)は本文（3.18）と同形である。これは（3.2）の$f(t)$の積分を和の形に表せば当然である。(ここではNの大きいときの漸近形(2)を用いてモーメントを計算したが，厳密にはこれは正しくない。また(4)のようにモーメントがpとともに急速におおきくなるとき，凡てのモーメントの値が与えられても確率分布は一意的に定まらない)。

ηを“観測”すると，$0<\eta<\exp\ (N^{1/2})$ の値が続いて多数記録され，まれに$\eta\sim\exp\ (N^{1/2}\zeta)$（$\zeta\gg1$）という大きな値が現れることになる。すなわち$\eta$は間欠的なランダム量である。それはまた$\eta$の高次のモーメントが急速に大きくなることに表れている（前述のように問題はあるが)。

以上の議論から独立な正の値をとるランダム変数の積のしたがう分布は，間欠性をもつ分布の典形ともいえる。このことは次の例が更にはっきりと示している。θ_i ($i=1, 2, \cdots\cdots, N$) を確率１／２で０または２となるランダム変数とし，その積をθとする。

$$\theta=\theta_1\cdot\theta_2\cdot\cdots\cdots\cdot\theta_N$$

ζの値は凡てのθ_iが２という値をとるとき2^N，他の凡ての場合に$\theta=0$である。前者の確率は2^{-N}と非常に小さいが，平均値，一般に高次のモーメントはそれで決まっている。

$$<\theta^p>=\frac{0+0+\cdots+0+2^{pN}}{2^N}=2^{(p-1)N}$$

*）文献３）によるところが多い。