

JAERI-M

9 1 6 7

トカマク炉心プラズマの一次元
シミュレーション・コード：POISE1

1980年11月

東稔 達三・真木 紘一*・笠井 雅夫**・西田 秀嗣***

この報告書は、日本原子力研究所が JAERI-M レポートとして、不定期に刊行している研究報告書です。入手、複製などのお問合わせは、日本原子力研究所技術情報部（茨城県那珂郡東海村）あて、お申しこしください。

JAERI-M reports, issued irregularly, describe the results of research works carried out in JAERI. Inquiries about the availability of reports and their reproduction should be addressed to Division of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken, Japan.

トカマク炉心プラズマの一次元
シミュレーション・コード：POISE 1

日本原子力研究所東海研究所核融合研究部

東稔達三・真木紘一*・笠井雅夫**・西田秀嗣***

(1980年10月13日受理)

トカマク炉心プラズマの振舞いを解析するために半径方向一次元のシミュレーションコードを開発した。輸送方程式系は、重水素、三重水素、アルファ粒子、不純物のそれぞれの粒子バランス、電子とイオンのエネルギーのバランス及び電流の式からなっている。プラズマの外部加熱は中性粒子入射によって行う。燃焼制御はトロイダルリップルによって行う。本報告書では計算モデル、数値解法、コードの使用法について記述し、いくつかの代表的な適用例も示している。基本方程式系の数値計算にはCrank-Nicolsonの陰解法を用いた。また基本方程式系は一般化したひとつの表示式で与え、モデルの修正、式の追加・削除が容易なようにプログラムされている。

* 外来研究員；日立製作所(株)，日立エネルギー研究所

** 外来研究員；三菱原子力工業(株)

*** 外来研究員；東洋情報システム(株)

A One-Dimensional Transport Code for the Simulation
of D-T Burning Tokamak Plasma : POISE1

Tatsuzo TONE, Koichi MAKI^{*}, Masao KASAI^{**}
and Hidetsugu NISHIDA^{***}

Division of Thermonuclear Fusion Research,
Tokai Research Establishment, JAERI

(Received October 13, 1980)

A one-dimensional transport code for D-T burning tokamak plasma has been developed, which simulates the spacial behavior of fuel ions(D,T), alpha particles, impurities, temperatures of ions and electrons, plasma current, neutrals, heating of alpha and injected beam particles. The basic transport equations are represented by one generalized equation so that the improvement of models and the addition of new equations may be easily made.

A model of burn control using a variable toroidal field ripple is employed. This report describes in detail the simulation model, numerical method and the usage of the code. Some typical examples to which the code has been applied are presented.

Keywords : Tokamak Reactor, Plasma Simulation, Numerical
Solution, One-Dimensional Transport, Generalized
Equation, D-T Burning, Burn Control, Plasma
Heating

* On leave from Energy Research Laboratory, Hitachi Ltd.,
Ibaraki, Japan

** On leave from Mitsubishi Atomic Power Industries Inc.,
Omiya, Japan

*** On leave from Toyo Information Systems Co., Ltd., Tokyo,
Japan

目 次

1. 序	1
2. 計算モデル	2
2.1 輸送方程式	3
2.1.1 基本方程式	3
2.1.2 補助方程式	7
2.2 高速イオンの減速	13
2.2.1 減速モデル	13
2.2.2 エネルギー群化モデル	15
2.3 輸送係数と反応率係数	19
2.3.1 輸送係数	19
2.3.2 反応率係数	24
2.4 初期条件と境界条件	27
2.4.1 初期条件	27
2.4.2 境界条件	29
2.5 中性粒子の輸送方程式	30
2.5.1 基本式	30
2.5.2 多成分中性粒子モデル	36
2.5.3 燃料供給モデル	41
2.6 不純物	41
2.6.1 不純物の発生モデル	41
2.6.2 不純物の輸送と原子過程モデル	42
2.7 燃焼制御モデル	47
3. 基本式の一般化と変動座標系への変換	51
3.1 基本式の一般化表示	51
3.2 変動座標系への変換	51
4. 数値解法	58
4.1 Crank-Nicolson による解法の差分化	58
4.2 中性粒子輸送方程式の解法	68
4.2.1 平板モデル	68
4.2.2 円柱モデル	70
4.3 境界条件と初期条件	71
4.4 空間メッシュ	72
5. 適用例	74
5.1 プラズマの立上げ	74

5.2	リップルによる燃焼制御	74
6.	プログラムの構成と流れ図	79
7.	出力	100
8.	入力	105
9.	結 言	114
	謝 辞	114
	文 献	115

Contents

1. Introduction	1
2. Calculation Models	2
2.1 Transport equations	3
2.1.1 Basic equations	3
2.1.2 Auxiliary equations	7
2.2 Slowing down of fast ions	13
2.2.1 Slowing down model	13
2.2.2 Multigroup model	15
2.3 Transport coefficients and reaction rate coefficients	19
2.3.1 Transport coefficients	19
2.3.2 Reaction rate coefficients	24
2.4 Initial conditions and boundary conditions	27
2.4.1 Initial conditions	27
2.4.2 Boundary conditions	29
2.5 Transport of neutrals	30
2.5.1 Transport equation	30
2.5.2 Model for multi-species and multi-energy neutrals	36
2.5.3 Fuel supply model	41
2.6 Impurities	41
2.6.1 Generation model of impurities	41
2.6.2 Transport and atomic processes	42
2.7 Burn control	47
3. Generalized Formulation of Basic Equations and Transformation to Moving Coordinate System	51
3.1 Generalized formulation of basic equations	51
3.2 Transformation to moving coordinate system	51
4. Numerical Method	58
4.1 Difference equation by Crank-Nicolson method	58
4.2 Methods for the transport equations of neutrals	68
4.2.1 Slab model	68
4.2.2 Cylinder model	70
4.3 Initial conditions and boundary conditions	71
4.4 Spatial mesh	72
5. Computational Examples	74
5.1 Start-up	74
5.2 Burn control by a variable toroidal field ripple	74

6. Organization of Program and Flow Chart of the Computation	...	79
7. Output		100
8. Input		105
9. Conclusion		114
Acknowledgement		114
References		115

1. 序

これまでにトカマク・プラズマの計算機シミュレーションを行うために、半径方向一次元の輸送方程式系を解くコードが多数開発されてきている。その多くは、プラズマの密度、温度、電流等について実験解析あるいは実験装置プラズマのシミュレーションを行う目的で作成されており、我国においてもいくつか開発されている。炉心プラズマ用にも適用できるものは多くなく Düchs コード⁽¹⁾と称されるトカマク・コードが代表的なものと考えられる。しかし我国においては炉心プラズマ用のものは未開発である。

炉心プラズマ設計に当ってプラズマパラメータを設定する際、零次元解析による検討も十分有用であるが、トカマク・プラズマにおいては諸物理量の空間分布特性は重要であり、少なくとも一次元輸送モデルによる検討は欠かせない。特に壁への粒子束、熱粒子束、燃料源となる中性粒子分布、加熱分布、燃焼制御等は空間分布特性の評価を必要とし、排気、プラズマに面した材料の熱構造設計、燃料供給法、燃焼制御等に関するハードの設計に大きく関わってくる。炉心プラズマは現在の実験装置プラズマに較べて寸法も大きく、また粒子の種類も多い上に密度、温度、電流の中心と周辺部空間変化の度合いも大きい（これらは計算時間を長くする）。そして実験データとのつき合は当然その目的でなく、将来の炉心プラズマの特性を種々の前提条件の下で検討し、炉心及びシステム設計に反映させていくことがシミュレーションコードに要求される。従って炉心プラズマ用シミュレーション・コードの開発に当っては、実験データを如何に説明するかを目的とする現在の多くのシミュレーションコードとは異った観点も加える必要がある。

我々はトカマク炉のプラズマ設計の一環として炉心プラズマ・一次元シミュレーションコード POISE 1 の開発を行った。プログラムの機能としては、スクレイプ・オフ層も含めてプラズマの粒子及びエネルギーバランスに関わる主要なものは包含している。その場合、実験装置用シミュレーションコードとは異った観点から、物理現象のモデルの近似と精度及び全体の所要時間を考えて方程式系の構成を行っている。POISE 1 の基礎方程式系は次のものからなる。① D, T, アルファ及び不純物粒子の輸送 ② イオン及び電子のエネルギー輸送 ③ プラズマ電流（ポロイダル磁場） ④ 入射高エネルギー中性粒子と 3.5 MeV アルファ粒子の減速過程と加熱 ⑤ 中性粒子の輸送 ⑥ 不純物による放射損失 ⑦ 燃焼制御。

輸送係数は擬古典則、Alcator 則、Six-Regime 則が選択できる。数値解法は Crank-Nicolson の陰解法を用いている。プログラム技術の点では、方程式系を一般化表示し指定した方程式の削除ができた新たな方程式の追加も容易であるように工夫されている。

このコードの開発に当っては、天野と岡本⁽²⁾が当時実験装置プラズマの解析のために開発しつつあったシミュレーションコードを参考にした。特に彼等のコードにおける線型化近似、格子点の扱い方、プログラム構成、一部のサブルーチンの利用を行った。また非平衡状態の不純物の輸送方程式のサブルーチンも彼等が計算時間短縮を狙って開発したものを利用している。そしてスクレイプ・オフ層の取扱いについては永見のコード⁽³⁾を参考にした。卒直に云って我々のシミュレーションコードは必ずしも完成されたものではないが、昨年度以来 INTOR プラズマのシミュレ-

3439
 ションに多いに活用され、その間に手直し及び拡張がなされて一応使用に耐え得るものになったと判断されるに至った。まだいくつかの問題点は散見されるしこれからも現われると思うが、この段階でこのコードの公開を行って利用者と共に今後の改善を図っていききたいと思う。

2. 計算モデル

トカマク・プラズマを1次元円柱モデルで近似する。即ち磁気面は同心円で、粒子とエネルギーの保存式及び Maxwell の式で与えられるプラズマの輸送方程式を半径方向に一次元化し、空間分布の時間変化を与えられた初期条件のもとで解く。モデルの主な特徴を以下に示す。

- (1) プラズマを主プラズマと境界層（スクレイプ・オフ層）に分ける。主プラズマの外側境界値（固定）を与えて主プラズマのみについて解を求めることも出来るが、主プラズマと境界層プラズマを同時に解くこともできる。また境界層プラズマについて解く場合、平均量のみあるいは輸送方程式を空間的に解くことも出来る。これらはいずれもオプション（入力）として自由に選べる。
- (2) 主プラズマの境界の位置が変わらない場合は Euler の方程式系で与え、プラズマの立上りの際にその位置が変化するような場合は Lagrange の方程式で表わしてある。これもオプションとして選べる。
- (3) 方程式系の構成にはかなりの自由度がある。即ち、重水素(D)と三重水素(T)をひとつの代表燃料イオンによる表示、アルファ粒子の輸送方程式の省略、不純物イオンの輸送方程式の数の選択（1あるいは2個）あるいは省略が可能である。これはシミュレーションの対象によって計算時間の観点から方程式系の構成を簡略化することを考慮したものである。
- (4) 主プラズマの外側の境界はプラズマが接触している材料面によって与えられ、リミタ面、ダイバート板へ通ずるセパトリックスが相当する。
- (5) 加熱は中性粒子入射によるものを考える。
- (6) 不純物の挙動はコロナ平衡モデルによる簡単な方法に基づいても解析できるが、さらに詳細に解析するためには各イオン価状態について電離・再結合項をもつ輸送方程式系を忠実に解く（方程式の数は1種類の不純物に対してその原子番号の数だけある）。どちらか一方のモデルを入力で選択できる。但し後者の場合計算時間がかかるので、コロナ平衡近似が十分成立する高い温度領域ではコロナモデルを用いる。
- (7) 高速イオンの減速は多群エネルギーモデルで取扱う。これによってパワーバランスの安定性の動特性解析に加熱の時間遅れが考慮される。
- (8) 中性粒子の分布は Boltzmann の定常状態の輸送方程式から求める。平板座標系と円柱座標系のいずれかを入力で選択できる。
- (9) プラズマから流出する粒子のリサイクリングは適当な壁での反射率を与えて考慮する。プラズマへ再流入する中性粒子のエネルギーは2成分まで取扱える。
- (10) 燃料供給はガスパフとペレット及びその併用が選べる。但しペレットは ablation の過程は解かずイオン化された粒子の分布を与える。

- (11) 燃焼制御はトロイダルリップルによる方法を主たる方法と考えている。
- (12) 輸送係数は、Alcator 則、擬古典則、Six-Regime 則等が選択できる。また Ware ピンチ効果も考慮できる。
- (13) 方程式系は近似度の高い線型化を行って、Crank-Nicolson の陰解法を適用して解く。
- (14) 階差式の精度を上げるために、空間点を整数格子点（輸送係数等）と半整数格子点（密度、温度、電流等）の2つに分けている。⁽²⁾
- (15) 単位は特にことわらない限り原則としてMKS と keV を用いている。

2.1 輸送方程式

2.1.1 基本方程式

取扱う方程式は、D, T, アルファと不純物の粒子保存式、電子とイオンのエネルギー保存式及び電流（あるいはポロイダル磁場）のMaxwell の式である。不純物は2種類考慮しているので、基本輸送方程式の数は8つである。但しオプションによって、DとTを同じ粒子として取扱いひとつの方程式で表わす、アルファと不純物の方程式をいずれかあるいは両方共除くこと等ができる。以下に各方程式を記す。各変数は時間 t と空間 r の関数であるが、特に必要のない限り省略する。

(D粒子)

$$\frac{\partial n_D}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(D_D \frac{\partial n_D}{\partial r} - \Gamma_W^D \right) \right] - n_D n_T \langle \sigma v \rangle_f + S_D - \Gamma_{\parallel}^D \quad (2.1-1)$$

(T粒子)

$$\frac{\partial n_T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(D_T \frac{\partial n_T}{\partial r} - \Gamma_W^T \right) \right] - n_D n_T \langle \sigma v \rangle_f + S_T - \Gamma_{\parallel}^T \quad (2.1-2)$$

(アルファ粒子)

$$\frac{\partial n_{\alpha}}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(D_{\alpha} \frac{\partial n_{\alpha}}{\partial r} - \Gamma_W^{\alpha} \right) \right] + n_D n_T \langle \sigma v \rangle_f + S_{\alpha} - \Gamma_{\parallel}^{\alpha} \quad (2.1-3)$$

(不純物イオン)

$$\frac{\partial n_{I\ell}}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(D_{I\ell} \frac{\partial n_{I\ell}}{\partial r} - \Gamma_W^{I\ell} \right) \right] + S_{I\ell} - \Gamma_{\parallel}^{I\ell} \quad (2.1-4)$$

($\ell = 1, 2$)

(電子エネルギー)

$$\begin{aligned} \frac{3}{2} \frac{\partial}{\partial t} (n_e T_e) &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(\kappa_e \frac{\partial T_e}{\partial r} - \frac{5}{2} n_e v_e T_e \right) \right] + v_e \frac{\partial}{\partial r} (n_e T_e) \\ &\quad - \frac{3}{2} n_e \frac{T_e - T_i}{\tau_{eq}} + \frac{\eta}{k} j_z^2 + W_{Be} + W_{\alpha e} \\ &\quad - (P_{Br} + P_S + P_L) + W_e - q_{\parallel}^e \end{aligned} \quad (2.1-5)$$

(イオンエネルギー)

$$\begin{aligned}
\frac{3}{2} \frac{\partial}{\partial t} (n_i T_i) = & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r \left\{ \kappa_i^* \frac{\partial T_i}{\partial r} - \frac{5}{2} T_i (n_D v_D + n_T v_T \right. \right. \\
& + n_\alpha v_\alpha + n_{I1} v_{I1} + n_{I2} v_{I2}) \} \} + \left\{ v_D \frac{\partial}{\partial r} (n_D T_i) + v_T \frac{\partial}{\partial r} (n_T T_i) \right. \\
& + v_\alpha \frac{\partial}{\partial r} (n_\alpha T_i) + v_{I1} \frac{\partial}{\partial r} (n_{I1} T_i) + v_{I2} \frac{\partial}{\partial r} (n_{I2} T_i) \\
& + \frac{3}{2} n_e \frac{T_e - T_i}{\tau_{eq}} + W_{Bi} + W_{\alpha i} + W_i - q_{\parallel}^i - 2 \cdot \frac{3}{2} n_D n_T \langle \sigma v \rangle_f T_i \quad (2.1-6)
\end{aligned}$$

(電磁場)

$$\frac{\partial}{\partial t} B_\theta = \frac{\partial}{\partial r} E_z \quad (2.1-7)$$

$$j_z = \frac{1}{\mu} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r B_\theta) \quad (2.1-8)$$

$$E_z = \eta j_z \quad (2.1-9)$$

より

$$\frac{\partial B_\theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{\eta}{\mu} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r B_\theta) \right\} \quad (2.1-10)$$

あるいは

$$\frac{\partial j_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r \frac{\partial}{\partial r} (\eta j_z) \right\} \quad (2.1-11)$$

なお電場 E_z はオプションによって次式も取扱える

$$E_z = \eta j_z - v_e B_\theta \quad (2.1-12)$$

$$v_e = -\frac{D_e}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial r} \quad (2.1-13)$$

ここで全ての粒子の温度は同じとし

$$n_i = n_D + n_T + n_\alpha + n_{I1} + n_{I2} \quad (2.1-14)$$

である。電子の密度は

$$n_e = n_D + n_T + 2 n_\alpha + Z_{I1} n_{I1} + Z_{I2} n_{I2} \quad (2.1-15)$$

で与えられる。 $\langle \sigma v \rangle_f$ は核融合反応係数, D は粒子の拡散係数, κ_e は電子の熱伝導率で, κ_i^* は,

$$\kappa_i^* = \kappa_i + \kappa_i^r \quad (2.1-16)$$

で与えられ, κ_i はイオンの熱伝導率で κ_i^r はリップル拡散による熱伝導率である。 $\Gamma_{\parallel}$ と $q_{\parallel}$ はスクレイプ・オフ層における, それぞれの粒子のトロイダル磁場と平行な粒子束とエネルギー束を示す。磁場を横切る粒子束は

$$\Gamma = n v = -D \frac{\partial n}{\partial r} \quad (2.1-17)$$

で定義される。 v は半径(r)方向の拡散速度である。 Γ_w は Ware ピンチ効果による influx を示す。 η は電気抵抗, τ_{eq} は電子とイオンのエネルギー緩和時間である。

$$\frac{1}{\tau_{eq}} = \frac{1}{\tau_{eq}^D} + \frac{1}{\tau_{eq}^T} + \frac{1}{\tau_{eq}^\alpha} + \frac{1}{\tau_{eq}^{II}} + \frac{1}{\tau_{eq}^{I2}} \quad (2.1-18)$$

S_D, S_T, S_α と S_{IL} は電離等による粒子数の変化分, W_e と W_i は電離, 荷電交換等による電子とイオンのエネルギーの変化分である。それぞれは以下の式で与えられる。

$$S_D = \Delta I_B + \Delta N_D \quad (2.1-19)$$

$$\Delta I_B = n_{GB}^B / \tau_{SD}^{GB} \quad (2.1-20)$$

$$\Delta N_D = n_e n_D^n \langle \sigma v \rangle_e + (n_D + n_T) n_D^n \langle \sigma v \rangle_i - n_e n_D \langle \sigma v \rangle_r \quad (2.1-21)$$

$$S_T = -n_T n_B \langle \sigma v \rangle_B + \Delta N_T \quad (2.1-22)$$

$$\Delta N_T = n_e n_T^n \langle \sigma v \rangle_e + (n_D + n_T) n_T^n \langle \sigma v \rangle_i - n_e n_T \langle \sigma v \rangle_r \quad (2.1-23)$$

$$S_\alpha = -n_e n_\alpha^n \langle \sigma v \rangle_\alpha + n_{G\alpha}^\alpha / \tau_{S\alpha}^{G\alpha} \quad (2.1-24)$$

$$S_{IL} = n_e \langle \sigma v \rangle_e N_{IL}^0 \frac{r_w}{r} \exp \left\{ -\frac{1}{v_{IL}} \int_r^{r_w} n_e \langle \sigma v \rangle_e dr \right\} \quad (2.1-25)$$

$$W_e = -n_e (n_D^n + n_T^n) \langle \sigma v \rangle_e \chi_H - \frac{3}{2} n_e (n_D + n_T) \langle \sigma v \rangle_r T_e - P_{ei} - P_{er} \quad (2.1-26)$$

$$W_i = \frac{3}{2} \{ n_e \langle \sigma v \rangle_e + (n_D + n_T) \langle \sigma v \rangle_i \} T_n (n_D^n + n_T^n) - \frac{3}{2} (n_D + n_T) \{ (n_D^c + n_T^c) C_X^0 (T_i - T_{no}) + \int_0^a d\xi K(r, \xi) n_n(\xi) \cdot C_x(r, \xi) \{ T_i(r) - T_i(\xi) \} \} - \frac{3}{2} n_e (n_D + n_T) \langle \sigma v \rangle_r T_i - P_{ii} - P_{ir} \quad (2.1-27)$$

n_B は加熱のために入射された高エネルギー粒子 (ここではD粒子を考える) の密度, $\langle \sigma v \rangle_B$ は減速中の核融合反応係数の平均値である。 $\langle \sigma v \rangle_e$ と $\langle \sigma v \rangle_i$ は電子とイオンによる電離反応係数, $\langle \sigma v \rangle_r$ は再結合係数である。 $\langle \sigma v \rangle_\alpha$ は中性のアルファ粒子の電離反応係数である。 n_D^n, n_T^n はDとTの中性粒子密度で

$$\left. \begin{aligned} n_D^n &= n_D^c + n_D^h \\ n_T^n &= n_T^c + n_T^h \\ n_n &= n_D^n + n_T^n \end{aligned} \right\} \quad (2.1-28)$$

で与えられる。 n_D^c, n_T^c は, パフ, ペレット等で外部から注入された中性粒子のうち, 荷電交換, 電離等の衝突を経験しない粒子の密度を示す (第1世代)。 n_D^h, n_T^h は荷電交換の過程から得られる中性粒子である。 χ_H は水素原子の電離のためのポテンシャル・エネルギー (13.64 eV) で,

C_x は荷電交換反応係数を示す。 T_n は中性粒子の平均エネルギーである。 N_L^0 は壁で発生する不純物密度で、2.6.1節で述べられる。 W_{Be} と $W_{\alpha e}$ は入射された高エネルギー粒子（ここではD粒子を考えている）と3.5 MeVのアルファ粒子がそれぞれ電子に与えるエネルギーであり、 W_{Bi} と $W_{\alpha i}$ はイオンに与えるエネルギーである。 P_{Br} , P_S , P_L はそれぞれ制動放射、シンクロトロン放射、線放射によるエネルギー損失である。 P_{ei} , P_{er} 及び P_{ii} , P_{ir} はイオン化、再結合による電子及びイオンの損失エネルギーを示す。

$$\left. \begin{aligned} P_{ei} &= n_e \sum_{Ik=1}^{Z_I} n_I^k \alpha_I^k E_{Ik}^{k+1} \\ P_{er} &= \frac{3}{2} n_e T_e \sum_I \sum_{k=1}^{Z_I} n_I^{k+1} \beta_I^k \\ P_{ii} &= - \sum_I E_0^I S_I \\ P_{ir} &= \frac{3}{2} n_e T_i \sum_I n_I^{k=2} \beta_I^1 \end{aligned} \right\} \quad (2.1-29)$$

プログラムでは現在これらの値は零にしてある。

スクレイプ・オフ層を1次元空間で取り扱うかどうかはオプションである。スクレイプ・オフ層 ($a \leq r \leq r_w$) まで輸送方程式を適用する場合、 $\Gamma_{\parallel}^j$ と $q_{\parallel}^j$ は次式で与える⁽³⁾

$$\Gamma_{\parallel}^j = C_j \theta n_j v_s^j \quad (2.1-30)$$

$$v_s^j = \sqrt{\frac{T}{m_j}} = 3.09 \times 10^5 \sqrt{A_j T(\text{keV})} \quad (\text{m/s}) \quad (2.1-31)$$

$$\theta = \frac{y}{\pi r} \frac{B\theta}{B_t} = \frac{y}{\pi q(r)R} \quad (2.1-32)$$

$$q(r) = \frac{r}{R} \frac{B_t}{B\theta} \quad (2.1-33)$$

$$q_{\parallel}^e = \frac{3}{2} C_e (0.5 + C_D) \theta n_e v_s T_e \quad (2.1-34)$$

$$q_{\parallel}^i = \frac{3}{2} C_e \theta (n_D v_s^D + n_T v_s^T) T_i \quad (2.1-35)$$

$$v_s = \frac{n_D v_s^D + n_T v_s^T}{n_D + n_T} \quad (2.1-36)$$

C_j ($j=D, T, \alpha, I1, I2$) は入力する。磁力線方向の粒子の閉込め時間を $\tau_{\parallel}^j$ とすると

$$\Gamma_{\parallel}^j = \frac{n_j}{\tau_{\parallel}^j} \quad (2.1-37)$$

$$\tau_{\parallel}^j = \frac{1}{C_j \theta v_s^j} = \frac{L}{C_j v_s^j} \quad (2.1-38)$$

$$L = \frac{\pi q(r)R}{y} \quad (2.1-39)$$

ここでLはリミタ間あるいはダイバータ間の磁力線の長さの半分である。yはリミタの数あるいはダイバータのnull点の数である。

なお上記の中性粒子に関する項では、プラズマへ流入する中性粒子のエネルギー成分は一種類としているが、多成分中性粒子の取扱いについては2.5.2節で述べる。また不純物はひとつにまとめているが、各電荷状態の不純物イオンの輸送方程式のモデルについては2.6.2節で述べる。

2.1.2 補助方程式

前節の輸送方程式の各項の算出に必要な補助方程式を以下に示す。

(制動放射)⁽⁴⁾

$$P_{Br} = 3.34 \times 10^{-21} Z_{eff} n_e^2 T_e^{1/2} \quad (\text{keV} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{s}^{-1}) \quad (2.1-40)$$

$$Z_{eff} = (n_D + n_T + Z_\alpha^2 n_\alpha + Z_{I1}^2 n_{I1} + Z_{I2}^2 n_{I2}) / n_e \quad (2.1-41)$$

$Z_\alpha = 2$ で Z_{I1} , Z_{I2} は不純物 n_{I1} と n_{I2} の価電数である。

(シンクロトロン放射)⁽⁵⁾

$$P_s = 1.054 \times 10^5 \sqrt{\frac{n_e}{a}} B_t^{5/2} T_e^{11/4} \left(1 + \frac{T_e}{204}\right) (1 - K_r) \quad (\text{keV} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{s}^{-1}) \quad (2.1-42)$$

K_r は壁における反射率である。

(線放射)⁽⁶⁾

$$P_L = (1.16 \times 10^{-22} Z_{e2} + 2.578 \times 10^{-24} \frac{Z_{e3}}{T_e}) \frac{n_e^2}{T_e^{1/2}} \quad (\text{keV} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{s}^{-1}) \quad (2.1-43)$$

$$Z_{e2} = (n_D + n_T + Z_\alpha^4 n_\alpha + Z_{I1}^4 n_{I1} + Z_{I2}^4 n_{I2}) / n_e \quad (2.1-44)$$

$$Z_{e3} = (n_D + n_T + Z_\alpha^6 n_\alpha + Z_{I1}^6 n_{I1} + Z_{I2}^6 n_{I2}) / n_e \quad (2.1-45)$$

(電気抵抗率)

古典論によれば⁽⁴⁾

$$\eta = 1.65 \times 10^{-9} \frac{\ell n A}{T_e^{3/2}} Z_{eff} \quad (\Omega \cdot \text{m}) \quad (2.1-46)$$

$$\ell n A = 25.3 - 1.15 \log n_e + 2.3 \log T_e \quad (2.1-47)$$

ℓn は自然対数, $\log$ は常用対数を示す。

捕捉粒子の影響を考慮した新古典論によれば⁽¹⁾⁽⁷⁾

$$\eta = \frac{m_e \nu_{e\eta}}{n_e e^2 f_T} \quad (2.1-48)$$

$$\nu_{e\eta} = \nu_{ei} \left(\frac{0.457 Z_{eff}}{1.077 + Z_{eff}} + 0.29 Z_{eff} \right) \quad (2.1-49)$$

$$f_T = 1 - \frac{1}{1 + \nu_e^*} \left\{ 1.9 \left(\frac{r}{R} \right)^{1/2} - \frac{r}{R} \right\} \quad (2.1-50)$$

ν_{ei} と ν_e^* は (2.1-53) と (2.1-55) 式で与えられる。

(電子とイオンのエネルギー緩和時間)⁽¹⁵⁾

$$\tau_{eq}^j = \frac{1}{2} \frac{m_i}{m_e} \tau_{ei} = 1.0 \times 10^{19} \frac{A_j T_e^{3/2}}{n_j Z_j^2 \ell n A} \quad (2.1-51)$$

j は D, T, α , I1, I2 を示し, A_j は軽水素(H)の質量(m_H)に対するそれぞれの粒子の質量の比である。

$$A_j = m_j / m_H \quad (2.1-52)$$

τ_{ei} は電子とイオンの衝突時間で (2.1-52) 式で与えられる。

(衝突周波数)⁽¹⁵⁾

電子-イオン:

$$\begin{aligned} \nu_{ei} &= \frac{1}{\tau_{ei}} = \frac{4 \sqrt{2\pi} Z_{eff} n_e e^4 \ell n A_e}{3 \sqrt{m_e} T_e^{3/2}} \\ &= 9.19 \times 10^{-17} \frac{Z_{eff} n_e \ell n A_e}{T_e^{3/2}} \end{aligned} \quad (2.1-53)$$

イオン-イオン:

$$\begin{aligned} \nu_{ii} &= \frac{1}{\tau_{ii}} = \frac{4 \sqrt{\pi} Z_{eff} n_i e^4 \ell n A_i}{3 \sqrt{m_i} T_i^{3/2}} = \sqrt{\frac{m_e}{2 m_i}} \cdot 9.19 \times 10^{-17} \frac{Z_{eff} n_i \ell n A_i}{T_e^{3/2}} \\ &= 9.60 \times 10^{-19} \frac{n_i \ell n A_i}{T_i^{3/2}} \end{aligned} \quad (2.1-54)$$

但し $m_i = (m_D + m_T) / 2$

(衝突パラメータ)⁽⁸⁾

$$\begin{aligned} \nu_e^* &= \frac{\nu_{eff}^e}{\omega_{be}} = \frac{\nu_{ei} q R \left(\frac{R}{r} \right)^{3/2}}{v_e} \\ \nu_i^* &= \frac{\nu_{eff}^i}{\omega_{bi}} = \frac{\nu_{ii} q R \left(\frac{R}{r} \right)^{3/2}}{v_i} \end{aligned} \quad (2.1-55)$$

但し

$$\omega_b = v / q R A^{1/2} \quad (\text{バウンス周波数}) \quad (2.1-56)$$

$$\left. \begin{aligned} \nu_{\text{eff}}^e &= \nu_{ei} A && (\text{電子の有効衝突周波数}) \\ \nu_{\text{eff}}^i &= \nu_{ii} A && (\text{イオンの有効衝突周波数}) \end{aligned} \right\} \quad (2.1-57)$$

$$v = \sqrt{2kT/m} \quad (\text{熱速度}) \quad (2.1-58)$$

Aはアスペクト比 (R/r) である。

(ラーマ半径, サイクロトロン周波数)

$$\rho = m v_{\perp} / e B = \sqrt{\frac{2kT}{m}} / \omega_c \quad (2.1-59)$$

$$\omega_c = \frac{eB}{m} \quad (2.1-60)$$

それぞれの粒子のラーマ半径(m)は温度T(keV), 磁場B(T)に対して次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \rho &= \frac{\sqrt{2mT}}{ZeB} = 1.07 \times 10^{-4} \frac{\sqrt{T}}{B} && (\text{電子}) \\ &= 4.57 \times 10^{-3} \frac{\sqrt{T}}{B} && (\text{H}) \\ &= 6.46 \times 10^{-3} \frac{\sqrt{T}}{B} && (\text{D}) \\ &= 7.91 \times 10^{-3} \frac{\sqrt{T}}{B} && (\text{T}) \\ &= 4.55 \times 10^{-3} \frac{\sqrt{T}}{B} && (\alpha) \end{aligned} \right\} \quad (2.1-61)$$

(ガスブランケット中の粒子バランス)

ダイバータがない場合, プラズマと第1壁間のリサイクリングと密度に対しては次のようなモデルを考える。

(a) 中性粒子

$$\begin{aligned} V_B \frac{dn_o^x}{dt} &= S_o^x + A_p [\Gamma_x^+ \epsilon r_L + \Gamma_x^+ (1-\epsilon) r_w] \\ &\quad - A_p (1-r) \Gamma_x^n - C_f v_o^x n_o^x \end{aligned} \quad (2.1-62)$$

n_o^x ($x=D, T$) は中性粒子密度, V_B はガスブランケットの体積, S_o^x は外部から注入される中性ガス量, A_p はプラズマ表面積である。 Γ_x^+ はプラズマからガスブランケットへ流出する燃料イオン束で, ϵ はそれがリミタへ行く割合, r_L と r_w はリミタと第一壁における反射率である。 Γ_x^+ は次式で算出する。(2.1-1) と (2.1-2) 式より

$$\Gamma_x^+ = -\frac{1}{a} \int_0^a \left\{ \frac{\partial n_x}{\partial t} + n_D n_T <\sigma v>_f - S_x \right\} r dr \quad (2.1-63)$$

Γ_x^n はプラズマ内へ入る中性粒子束で, r はそれがプラズマ外へ出る中性粒子束の割合である(2.5節参照)。 C_f は排気パラメータである。 v_o^x はガスブランケット中の中性粒子の温度 T_{no} 。

から

$$v_o^x = \sqrt{\frac{8kT_{no}}{\pi m_x}} \quad (2.1-64)$$

で与える。

(b) アルファ粒子

$$V_B \frac{d n_o^\alpha}{d t} = A_P (\Gamma_\alpha^+ r_\alpha^+ - \Gamma_\alpha^n) - C_\alpha v_o^\alpha n_o^\alpha \quad (2.1-65)$$

n_o^α は中性のアルファ粒子密度, Γ_α^+ はプラズマからガスブランケットへ流出するアルファイオン束で次式で与えられる。

$$\Gamma_\alpha^+ = -\frac{1}{a} \int_0^a \left\{ \frac{\partial n_\alpha}{\partial t} - S_\alpha \right\} r dr \quad (2.1-66)$$

r_α は壁での反射率, C_α はアルファ粒子の排気パラメータ, v_o^α はアルファ中性粒子の温度 $T_{\alpha o}$ から次式で与えられる。

$$v_o^\alpha = \sqrt{\frac{8kT_{\alpha o}}{\pi m_\alpha}} \quad (2.1-67)$$

Γ_α^n はプラズマに流入する中性のアルファ粒子束である。

壁での反射率を r_α , 電離の割合を C_α^o として Γ_α^+ がガスブランケット内で中性粒子になる過程を追うと

$$\begin{aligned} \Gamma_\alpha^+ [r_\alpha (1 - C_\alpha^o) + r_\alpha C_\alpha^o \cdot r_\alpha (1 - C_\alpha^o) + r_\alpha C_\alpha^o \cdot r_\alpha C_\alpha^o (1 - C_\alpha^o) + \dots] \\ = \Gamma_\alpha^+ r_\alpha^+ \end{aligned} \quad (2.1-68)$$

$$r_\alpha^+ \equiv r_\alpha \frac{1 - C_\alpha^o}{1 - r_\alpha C_\alpha^o} \quad (2.1-69)$$

Γ_α^n は次式で与える。

$$\Gamma_\alpha^n = \frac{1}{4} n_o^\alpha v_o^\alpha \quad (2.1-70)$$

$r_\alpha^+ = 1.0$ で定常状態なら

$$A_P (\Gamma_\alpha^+ - \Gamma_\alpha^n) = n_D n_T \langle \sigma v \rangle_f V_P = C_\alpha v_o^\alpha n_o^\alpha \quad (2.1-71)$$

である。

(c) 不純物

$$V_B \frac{d n_o^{I\ell}}{d t} = A_P (\Gamma_{I\ell}^+ r_{I\ell}^+ + \Gamma_{I\ell}^s r_{I\ell}^{s*} - \Gamma_{I\ell}^n) - C_{I\ell} v_o^{I\ell} n_o^{I\ell} \quad (2.1-72)$$

$n_o^{I\ell}$ は不純物 $I\ell$ ($I=1, 2$) の中性粒子密度, $\Gamma_{I\ell}^+$ はプラズマからガスブランケットへ流出す

る不純物イオンで

$$\Gamma_{IL}^+ = -\frac{1}{a} \int_0^a \left(\frac{\partial n_{IL}}{\partial t} - 4S_{IL} \right) r dr \quad (2.1-73)$$

で与えられる。

Γ_{IL}^s は壁よりスパッタリング等で放出される不純物の粒子束, C_{IL}^0 は電離の割合を表わす。 C_{IL} は不純物の排気パラメータで, v_o^{IL} は中性不純物の温度 T_{IL0} から次式で与えられる。

$$v_o^{IL} = \sqrt{\frac{8kT_{IL0}}{\pi m_{IL}}} \quad (2.1-74)$$

Γ_{IL}^s については 2.6.1 節で述べる。

壁での反射率を r_{IL} , 電離の割合を C_{IL}^0 として Γ_{IL}^+ がガスブランケット内で中性粒子になる過程を追うと

$$\begin{aligned} & \Gamma_{IL}^+ [r_{IL}(1-C_{IL}^0) + r_{IL}C_{IL} \cdot r_{IL}(1-C_{IL}^0) + r_{IL}C_{IL} \cdot r_{IL}C_{IL}^0(1-C_{IL}^0) + \dots] \\ & = \Gamma_{IL}^+ r_{IL}^+ \end{aligned} \quad (2.1-75)$$

$$r_{IL}^* \equiv r_{IL} \frac{1-C_{IL}^0}{1-r_{IL}C_{IL}^0} \quad (2.1-76)$$

同様に

$$r_{IL}^* \equiv \frac{1-C_{IL}^0}{1-r_{IL}C_{IL}^0} \quad (2.1-77)$$

Γ_{IL}^n は次式で与える。

$$\Gamma_{IL}^n = \frac{1}{4} n_o^{IL} v_o^{IL} \quad (2.1-78)$$

(スクレイプ・オフ層の平均物理量)

ダイバータ・プラズマの解析においては, $r \leq a$ に対してのみ輸送方程式を適用し, スクレイプ・オフ層に対しては平均パラメータで考えることもできる。DIVAの実験結果⁽⁴⁰⁾に基づいて次のようにパラメータを求める。

平均温度は

$$\bar{T}_b = \frac{P_H - P_{CX} - P_{RAD}}{r \Gamma_{es}} \quad (2.1-79)$$

ここで r は熱の輸送係数, P_H はプラズマの加熱パワーでアルファ加熱と外部加熱の和である。即ち

$$P_H = P_\alpha + P_{inj} \quad (2.1-80)$$

P_{CX} と P_{RAD} は荷電交換と放射による損失パワーである。 Γ_{es} はプラズマから流出する粒子束である。即ち, プラズマ体積を V_P , 平均密度を $\bar{n}_e$, 粒子閉込め時間を τ_p とすると

$$\Gamma_{es} = \frac{\bar{n}_e V_P}{\tau_P} \quad (2.1-81)$$

プラズマ密度は

$$\bar{n}_b = \frac{L}{4\pi^2 R a} \cdot \frac{\Gamma_{es}}{v_f d} \quad (2.1-82)$$

v_f は flow velocity で、音速を v_s とすると

$$v_f = C_f v_s \quad (2.1-83)$$

で与えられる ($C_f = 0.3$)。L はリミタ間あるいはダイバータ間の磁力線の長さの半分で次式で与えられる。

$$L = \frac{\pi q R}{y} = \frac{\pi a}{y} \frac{B_t}{B_\theta} \quad (2.1-84)$$

y はリミタの数あるいはダイバータの null 点の数である。double null のポロイダル・ダイバータの場合 ($y = 2$)

$$\bar{n}_b = \frac{1}{8\pi R} \cdot \frac{B_t}{B_\theta} \frac{\Gamma_{es}}{v_f d} \quad (2.1-85)$$

となる。d はスクレイプ・オフ層の厚さで

$$\left. \begin{aligned} d &= \sqrt{D_\perp L / v_f} \\ D_\perp &= r_B D_B \\ D_B &= 6.25 \times 10 \frac{\bar{T}_b}{B_t} \end{aligned} \right\} \quad (2.1-86)$$

で与えられる (通常 $r_B = 0.1$)。

(プラズマ全電流)

プラズマ全電流の時間的変化は Fig. 2.1.1 のように与える。

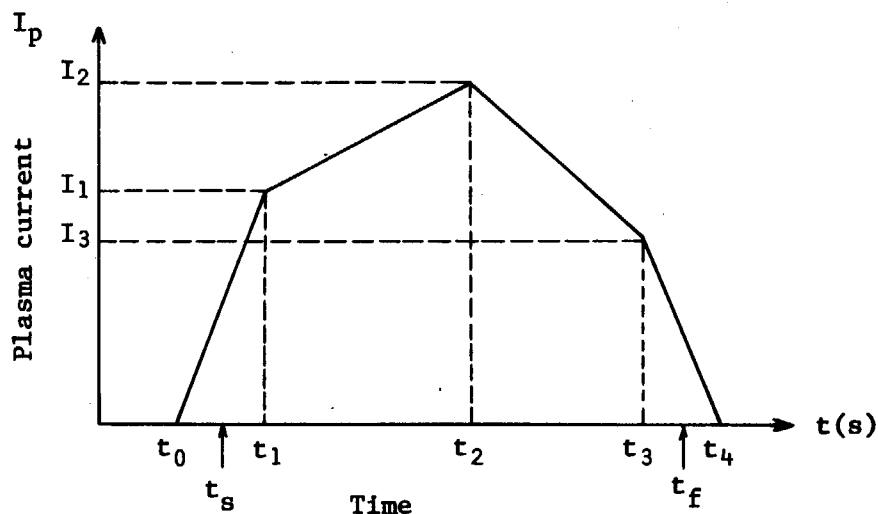


Fig. 2.1.1 Variation of plasma current

$$\left. \begin{aligned}
 t_0 \leq t \leq t_1 : I_P &= \frac{I_1}{t_1 - t_0} (t - t_0) \\
 t_1 \leq t \leq t_2 : I_P &= \frac{1}{t_1 - t_2} \{ I_1 (t - t_2) - I_2 (t - t_1) \} \\
 t_2 \leq t \leq t_3 : I_P &= \frac{1}{t_2 - t_3} \{ I_2 (t - t_3) - I_3 (t - t_2) \} \\
 t_3 \leq t \leq t_4 : I_P &= \frac{I_3}{t_2 - t_3} (t - t_4)
 \end{aligned} \right\} \quad (2.1-87)$$

$t_1 \sim t_4$, $I_1 \sim I_3$, t_s , t_f は入力データである。 t_s , t_f は実際に計算を行う開始時刻と終了時刻である。

2.2 高速イオンの減速

2.2.1 減速モデル

field particle の速度分布が Maxwell 分布の場合, field particle j (電子, D, T, アルファ, 不純物粒子) による入射粒子または高速アルファ粒子 1 個あたりの平均的なエネルギー損失率は, Fokker-Planck の減速モデルに基づく次式で表わされる。⁽⁹⁾

$$\left\langle \frac{dE}{dt} \right\rangle_j^x = - \frac{1}{\tau} \frac{A_x^{3/2} T_e^{3/2}}{\sqrt{A_e} \sqrt{E} n_e \ell n A_e} \frac{n_j Z_j^2 \ell n A_j}{A_j} x_j F(x_j) \quad (2.2-1)$$

但し

$$\frac{1}{\tau} = 8 \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{m_e} Z_x^2 e^4 n_e \ell n A_e}{m_x (k T_e)^{3/2}} = 1.5 \times 10^{-19} \frac{Z_x^2 n_e \ell n A_e}{A_x T_e^{3/2}} \text{ (s}^{-1}\text{)} \quad (2.2-2)$$

$$\left. \begin{aligned}
 F(x_j) &= \frac{1}{x_j} \int_0^{x_j} e^{-x^2} dx - \left(1 + \frac{A_j}{A_x}\right) e^{-x_j^2} \\
 x_j &= \sqrt{\frac{A_j E}{A_x E_j}}
 \end{aligned} \right\} \quad (2.2-3)$$

E は高速イオンのエネルギー, T_j は粒子 j の温度, m_j は粒子 j の質量, subscript の x は高速イオン (D または アルファ 粒子) を表わす。

電子とイオンに対してそれぞれ $x_j \leq 1$, $A_j/A_x \ll 1$ と $x_j \gg 1$, $A_j/A_x \sim 1$ の近似を適用すると,^{(9)~(11)} 電子に対し

$$x_j F(x_j) \sim \frac{3}{2} x_j^3 \quad (2.2-4)$$

イオンに対し

$$x_j F(x_j) \sim 1 \quad (2.2-5)$$

が導かれる。従って全 field particle によるエネルギー損失率は

$$\left\langle \frac{dE}{dt} \right\rangle^x = \sum_j \left\langle \frac{dE}{dt} \right\rangle_j^x = -\frac{2}{3} \frac{1}{\tau} \left(\frac{E_c^{3/2}}{\sqrt{E}} + E \right) \quad (2.2-6)$$

となる。但し E_c はイオンによるエネルギー損失と電子によるそれが等しくなる減速イオンのエネルギーである。即ち,

$$\sum_{j \neq e} \left\langle \frac{dE}{dt} \right\rangle_j^x = \left\langle \frac{dE}{dt} \right\rangle_e^x \quad (2.2-7)$$

を満足し次式で与えられる。

$$E_c = \left[\frac{3\sqrt{\pi}}{4} \frac{(A_x T_e)^{3/2}}{\sqrt{A_e}} \frac{1}{n_e \ell n A_e} \sum_{j \neq e} \frac{n_j Z_j^2 \ell n A_j}{A_j} \right]^{2/3} \quad (2.2-8)$$

$$= r^{2/3} T_e \quad (2.2-9)$$

$$r_j = 57 Z_j^2 \frac{A_x^{3/2}}{A_j} \frac{n_j}{n_e} \frac{\ell n A_j}{\ell n A_e}$$

$$r = \sum_{j \neq e} r_j$$

上式より減速イオンのエネルギーは

$$E(t) = [(E_c^{3/2} + E_0^{3/2}) e^{-t/\tau} - E_c^{3/2}]^{2/3} \quad (2.2-10)$$

となる。但し E_0 は減速イオンの初期エネルギーを表わし

$$E_0 = \begin{cases} E_B & \text{for injected particle} \\ E_\alpha = 3.52 \text{ MeV} & \text{for alpha particle} \end{cases} \quad (2.2-11)$$

である。 E_{th} まで減速する時間は

$$\tau_{sx} = \int_{E_{th}}^{E_0} \frac{dE}{-\left\langle \frac{dE}{dt} \right\rangle^x} \quad (2.2-12)$$

$$= \tau \ell n \frac{E_0^{3/2} + E_c^{3/2}}{E_{th}^{3/2} + E_c^{3/2}} \quad (2.2-13)$$

となる。但し

$$E_{th} = \max \left\{ \frac{3}{2} T_i, \frac{3}{2} T_e \right\}.$$

以上の減速の式に基づいて、入射粒子による粒子源および電子とイオンのエネルギー輸送方程式中の加熱の項を与える。まず、高速イオンはそれが生じた磁気面上で減速しながら電子及びイオンにエネルギーを与えるとする。そして磁気軸はプラズマ軸に一致し磁気面は同心円上にあるとする。これらの仮定によって減速過程の空間特性は半径方向の座標のみで表わされる。従って高速イオンの輸送方程式は輸送項を落して減速項のみで各空間点において次のように表わされる。⁽¹²⁾

$$\frac{\partial n^x}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial E} \{ n^x F(E) \} \quad (2.2-14)$$

$$F(E) \equiv - \left\langle \frac{dE}{dt} \right\rangle^x = \frac{2}{3\tau} \left(\frac{E_c^{3/2}}{\sqrt{E}} + E \right) \quad (2.2-15)$$

n_x^f は高速イオン ($x=B, \alpha$) の時刻 t , エネルギー E における単位エネルギー当りの粒子密度である。

2.2.2 エネルギー群化モデル

減速中の粒子損失がないとして ($n_x^f F = \text{一定}$) 上式をエネルギーについて多群化すると,

$$\frac{\partial n_g^x}{\partial t} = n^x (E_{g-1}) F(E_{g-1}) - n^x (E_g) F(E_g) = \frac{n_{g-1}^x}{\tau_{sx}^{g-1}} - \frac{n_g^x}{\tau_{sx}^g} \quad (2.2-16)$$

となる。但し

$$n_g^x \equiv \int_{E_g}^{E_{g-1}} n^x dE = n^x (E_g) F(E_g) \int_{E_g}^{E_{g-1}} \frac{dE}{F(E)} = n^x (E_g) F(E_g) \tau_{sx}^g \quad (2.2-17)$$

$$\tau_{sx}^g = \tau \ell n \frac{E_{g-1}^{3/2} + E_c^{3/2}}{E_g^{3/2} + E_c^{3/2}} \quad (2.2-18)$$

τ_{sx}^g はエネルギー区間 $E_{g-1} \sim E_g$ の減速時間である。実際には減速中には損失があるので, 上式は次のように修正してプログラムされている。

入射粒子に対してエネルギー分割数を G_B とすると,

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial n_1^B}{\partial t} &= I_B - \frac{n_1^B}{\tau_{SD}^1} \gamma_B^1 - n_1^B n_T \langle \sigma v \rangle_B^1 - n_1^B n_D^1 C_B^1 \\ &\dots\dots\dots \\ \frac{\partial n_{G_B}^B}{\partial t} &= \frac{n_{G_B-1}^B}{\tau_{SD}^{G_B-1}} - \frac{n_{G_B}^B}{\tau_{SD}^{G_B}} \gamma_B^{G_B} - n_{G_B}^B n_T \langle \sigma v \rangle_B^{G_B} - n_{G_B}^B n_D^{G_B} C_B^{G_B} \end{aligned} \right\} \quad (2.2-19)$$

$$n^B = \sum_{g=1}^{G_B} n_g^B \quad (2.2-20)$$

$$\gamma_B^g = 1 + P_{LB}^g \quad (2.2-21)$$

C_B^g は荷電交換反応係数, P_{LB}^g は g 群の D 粒子の洩れる確率 (入力), $\langle \sigma v \rangle_B^g$ は高エネルギー D 粒子と field particle の T との核融合反応係数で全エネルギー区間の平均は

$$\langle \sigma v \rangle_B = \sum_{g=1}^{G_B} n_g^B \langle \sigma v \rangle_B^g \tau_{SD}^g / n^B \tau_{SD} \quad (2.2-22)$$

である。 $\langle \sigma v \rangle_B^g$ は近似的に次式で与えられる。

$$\begin{aligned}
\langle \bar{\sigma v} \rangle_B^g &= \frac{1}{\tau_{SD}^g} \int_{\tau_{SD}(E_B^{g-1})}^{\tau_{SD}(E_B^g)} \langle \sigma v \rangle_B dt \\
&= -\frac{1}{\tau_{SD}^g} \sqrt{\frac{2k}{m_D}} \int_{E_B^g}^{E_B^{g-1}} \frac{\sigma_f(E) \sqrt{E}}{\langle dE/dt \rangle^D} dE
\end{aligned} \quad (2.2-23)$$

$I_B(r)$ は入射イオンビームによる r 点における単位体積当りのイオン生成率である。ペンシル・ビームを仮定すると

$$I_B(r_j) = \frac{I_B^0 \langle \sigma_T n \rangle}{4\pi^2 R r_j} e^{-D(a)} \{ e^{D(r_j)} + e^{-D(r_j)} \} \quad (2.2-24)$$

となる。但し

$$D(r_j) = \int_0^{r_j} \langle \sigma_T n \rangle dr \quad (2.2-25)$$

$$\langle \sigma_T n \rangle = (\sigma_{cx} + \sigma_i) n_i + \frac{\langle \sigma v \rangle_e}{v_B} n_e \quad (2.2-26)$$

$$v_B = \sqrt{\frac{2kE_B}{m_D}} \quad (\text{m/s}) \quad (2.2-27)$$

ここで E_B は入射ビームのエネルギー (keV) で σ は E_B に対する値である。上近似式は $r=0$ で発散するので次のようにする。 $r=0$ の点を r_1 、次の空間点を r_2 としその中間点を $r_{3/2}$ とし、 $r_1 \sim r_{3/2}$ の平均値で $I_B(0)$ を与える。即ち

$$I_B(0) = \frac{I_B^0}{2\pi^2 R r_{3/2}^2} e^{-\{D(a)-D(r_{3/2})\}} \{1 - e^{-2D(r_{3/2})}\} \quad (2.2-28)$$

ビームがプラズマを突抜ける確率は

$$P_B^L = e^{-2D(a)} \quad (2.2-29)$$

で与えられる。 I_B^0 で規格化したイオン生成の空間分布は

$$f_B(r) = \frac{2\pi^2 R a^2}{I_B^0} I(r) \quad (2.2-30)$$

である。入射パワーが P_{inj} (MW) とすると

$$I_B^0 = 6.24 \times 10^{21} \frac{P_{inj}}{E_B} \quad (\text{particles/s}) \quad (2.2-31)$$

である。

一方ビームの空間的な広がりは以下の近似手法で考慮する。

中性粒子ビームの断面形状は $\ell_w \times \ell_h$ の矩形とした。ただし、 ℓ_w はビームの横巾、 ℓ_h は高さである。またビームは一様な分布であるとした。

ビームの減衰は、近似的にビーム中心で評価し、メッシュ面上でイオン化するビーム中性粒子の量 S_B は次式より求めた。ただし、ビームはプラズマ中心軸に対して直角に、トーラス面上で入射するとした。

$$S_B = \begin{cases} 2 <\sigma_T n> I_B r \ell_w \sin^{-1}(\ell_h/r) / (4\pi^2 r R) & r \geq \ell_h \\ <\sigma_T n> I_B \pi r \ell_w / (4\pi^2 r R) & r < \ell_h \end{cases} \quad (2.2-32)$$

$$I_B = \frac{P_{inj}}{\ell_w \ell_h (k E_B)} \left\{ \exp\left(-\int_0^a <\sigma_T n> dr + \int_0^r <\sigma_T n> dr\right) \right. \\ \left. + \exp\left(-\int_0^a <\sigma_T n> dr - \int_0^r <\sigma_T n> dr\right) \right\} \quad (2.2-33)$$

ここで、

- r : メッシュ面の半径
- P_{inj} : 中性粒子ビームの入射パワー
- E_B : ビームエネルギー
- k : ボルツマン定数
- R : 主半径
- a : プラズマ半径

アルファ粒子に対してエネルギー分割数を G_α とすると、

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial n_1^\alpha}{\partial t} &= n_D n_T <\sigma v>_f + n^B n_T <\sigma v>_B - \frac{n_1^\alpha}{\tau_{s\alpha}^1} r_\alpha^1 \\ &\dots\dots\dots \\ \frac{\partial n_{G_\alpha}^\alpha}{\partial t} &= \frac{n_{G_\alpha-1}^\alpha}{\tau_{s\alpha}^{G_\alpha-1}} - \frac{n_{G_\alpha}^\alpha}{\tau_{s\alpha}^{G_\alpha}} \end{aligned} \right\} \quad (2.2-34)$$

$$n^\alpha = \sum_{g=1}^{G_\alpha} n_\alpha \quad (2.2-35)$$

$$r_\alpha^g = 1 + P_{L\alpha}^g \quad (2.2-36)$$

$P_{L\alpha}^g$ は g 群のアルファ粒子の洩れる確率（入力）である。

次に加熱項を与える。エネルギー E を通過して減速する粒子束は単位時間当たり $n^x(E) F(E)$ であるので、対応するエネルギー束は $n^x(E) F(E) \cdot E$ である。また $n^x(E) F(E) \cdot dE$ は dE 間 ($E \sim E+dE$) の粒子数 $n^x(E) dE$ が dt 間に減速によって失うエネルギーであるので、 g 群に含まれる粒子のエ

エネルギー Q_g の変化は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} Q_g &= n^x(E_{g-1}) F(E_{g-1}) E_{g-1} - n^x(E_g) F(E_g) E_g \\ &\quad - \int_{E_g}^{E_{g-1}} n^x(E) F(E) dE \end{aligned} \quad (2.2-37)$$

減速中のエネルギーの洩れ（輸送によって）がなければ右辺では第3項のみが残って

$$\frac{\partial}{\partial t} Q_g = - (W_{xe}^g + W_{xi}^g) \quad (2.2-38)$$

となる。但し

$$\begin{aligned} W_{xe}^g &= \int_{E_g}^{E_{g-1}} n^x(E) \cdot \frac{2}{3\tau} E dE = \int_{E_g}^{E_{g-1}} n^x(E) F(E) \frac{E^{\frac{3}{2}}}{E_c^{\frac{3}{2}} + E^{\frac{3}{2}}} dE \\ &= \frac{n_g^x}{\tau_{sx}^g} \int_{E_g}^{E_{g-1}} \frac{E^{\frac{3}{2}}}{E_c^{\frac{3}{2}} + E^{\frac{3}{2}}} dE \\ &= \frac{n_g^x}{\tau_{sx}^g} \Delta E_g - W_{xi}^g \end{aligned} \quad (2.2-39)$$

W_{xe}^g は g 群で電子に与えるエネルギーである。

$$\begin{aligned} W_{xi}^g &= \int_{E_g}^{E_{g-1}} n^x(E) \frac{2}{3\tau} \frac{E_c^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{E}} dE \\ &= \frac{n_g^x}{\tau_{sx}^g} \cdot E_c^{\frac{3}{2}} \int_{E_g}^{E_{g-1}} \frac{dE}{E_c^{\frac{3}{2}} + E^{\frac{3}{2}}} \\ &= \frac{n_g^x}{\tau_{sx}^g} \cdot 2E_c \left[\frac{1}{6} \ell n \left| \frac{E_c^{\frac{3}{2}} + E^{\frac{3}{2}}}{(E_c^{\frac{1}{2}} + E^{\frac{1}{2}})^3} \right| + \frac{1}{\sqrt{3}} \tan^{-1} \frac{2E^{\frac{1}{2}} E_c^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{3} E_c^{\frac{1}{2}}} \frac{\sqrt{E_{g-1}}}{\sqrt{E_g}} \right] \end{aligned} \quad (2.2-40)$$

W_{xi}^g は g 群でイオンに与えるエネルギーである。

$$\Delta E_g = E_{g-1} - E_g \quad (2.2-41)$$

エネルギー群分けは次のように行う。

入射粒子に対して

$$E_g = E_B e^{-g \Delta u_B}, \quad \Delta u_B = \frac{\ell n E_B / E_{th}}{G_B} \quad (2.2-42)$$

アルファ粒子に対して

$$E_g = E_\alpha e^{-g \Delta u_\alpha}, \quad \Delta u_\alpha = \frac{\ell n E_\alpha / E_{th}}{G_\alpha} \quad (2.2-43)$$

減速イオンの平均エネルギーは

$$\hat{E}_x(r) = \frac{\int_{E_{th}}^{E_0} n^x(E) E dE}{\int_{E_{th}}^{E_0} n^x(E) dE} = \frac{1}{\sum_g n_g^x} \sum_g n_g^x (E_g) F(E_g) \int_{E_g}^{E_{g-1}} \frac{E}{F(E)} dE \quad (2.2-44)$$

$$= \frac{3}{2} \tau \frac{W_{xe}}{n^x} \quad (2.2-45)$$

$$W_{xe} = \sum_g W_{xe}^g \quad (2.2-46)$$

W_{xe} は高速イオンが電子に与える全エネルギーである。イオンに与える全エネルギーは

$$W_{xi} = \sum_g W_{xi}^g \quad (2.2-47)$$

である。減速中に洩れがなければ ($n^x(E)F(E) = \text{一定}$), (2.2-17) を用いて

$$\bar{E} = \frac{3\tau}{2} \cdot \frac{\sum_g \int_{E_g}^{E_{g-1}} \frac{E}{F(E)} dE}{\sum_g \tau_{sx}^g} = \frac{3}{2} \tau \frac{\int_{E_{th}}^{E_0} \frac{E^{3/2}}{E_c^{3/2} + E^{3/2}} dE}{\tau_{sx}} \quad (2.2-48)$$

となる。

2.3 輸送係数と反応率係数

2.3.1 輸送係数

(実験則)

電子のエネルギー輸送係数：⁽¹⁶⁾

$$\chi_e = \frac{\chi_e}{n_e} = \frac{C_e}{n_e} \quad (\text{m}^2/\text{s}) \quad (2.3-1)$$

イオンのエネルギー輸送係数：⁽¹⁾⁽¹⁴⁾

$$\chi_i = \frac{C_k \kappa_i}{n_i} = C_k \left[\frac{0.68}{1 + 0.36 \nu_i^*} \left(\frac{r}{R} \right)^{1/2} \nu_i \rho_{i0}^2 + \{ 1 + 1.6 q^2(r) \} \nu_i \rho_i^2 \right] \quad (2.3-2)$$

但し

$$\left. \begin{aligned} \rho_{i\theta} &= \frac{\sqrt{2 m_i k T_i}}{e B_\theta} \\ \rho_i &= \frac{\sqrt{2 m_i k T_i}}{e B_0} \\ B_0 &= \sqrt{B_t^2 + B_\theta^2} \end{aligned} \right\} \quad (2.3-3)$$

$$\nu_i^* = \frac{\nu_i}{\nu_{i1}} = \frac{\nu_i q R}{v_i} \left(\frac{R}{r} \right)^{3/2} \quad (2.3-4)$$

ν_{i1} はバナナとプラトー領域の境界周波数, q は安全係数, v_i は熱速度である。 C_e, C_k は常数でそれぞれ 5×10^{19} , 3 としている。

$$q = \frac{r}{R} \cdot \frac{B_t}{B_\theta} \quad (2.3-5)$$

$$v_i = \sqrt{\frac{2k T_i}{m_i}} \quad (2.3-6)$$

(2.3-2) 式の第 1 項はバナナ・プラトー領域, 第 2 項は Pfirsch-Schlüter 領域を表示する。衝突周波数 ν_i の大きさによって

$$\left. \begin{aligned} \nu_i^* &< 1 && \text{バナナ領域} \\ 1 &< \nu_i^* < \left(\frac{R}{r} \right)^{3/2} && \text{プラトー領域} \\ \left(\frac{R}{r} \right)^{3/2} &< \nu_i^* && \text{Pfirsch-Schlüter 領域} \end{aligned} \right\} \quad (2.3-7)$$

と分かれる。(2.3-2) 式は各領域をなめらかにつなぐために和の形になっている。

粒子の輸送係数:⁽¹⁶⁾

$$D = \frac{\chi_e}{C} \quad (r \leq a) \quad (2.3-8)$$

$$= r_B D_B \quad (r > a) \quad (2.3-9)$$

C は 10 前後, r_B は 0.1 程度の定数で D_B はボーム拡散係数である。

$$D_B = \frac{1}{16} \frac{T_e}{e B} \quad (2.3-10)$$

(擬古典則)⁽¹³⁾

$$D_P = \frac{C_P \nu_e \eta \rho_e^2}{\theta^2} \left(1 + \frac{T_i}{T_e} \right) \quad (2.3-11)$$

$$\kappa_e = C_E n_e D_P \quad (2.3-12)$$

C_P, C_E は 1 程度の大きさの定数である。 θ はシア・パラメータで次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \theta &= \frac{r r_n}{B} \left| \frac{d}{dr} \left(\frac{B\theta}{r} \right) \right| \\ r_n &= \left| \frac{1}{n_e} \frac{dn_e}{dr} \right| \end{aligned} \right\} \quad (2.3-13)$$

$$\nu_{e\eta} = \nu_e \cdot \left(\frac{0.457 Z_{eff}}{1.077 + Z_{eff}} + 0.29 Z_{eff} \right) \quad (2.3-14)$$

イオンの熱伝導率 κ_i は (2.3-3) 式で与える。

(Six Regime Transport) ⁽¹⁾

(i) Bohm 拡散

$$D_B = \frac{1}{16} \frac{T_e}{eB} \quad (2.3-15)$$

(ii) Kadomtsev 拡散

$$D_K = \frac{C_K \nu_{e\eta}^{1/3}}{(r_n \theta)^{2/3} (\omega_{ce} \omega_{ci})^{1/3}} \left(\frac{T_e}{eB} \right)^{1/3} \left(1 + \frac{T_i}{T_e} \right)^{1/3} \quad (2.3-16)$$

$$\left. \begin{aligned} \theta &= \frac{r r_n}{B} \left| \frac{d}{dr} \left(\frac{B\theta}{r} \right) \right| \\ r_n^{-1} &= \left| \frac{1}{n_e} \frac{dn_e}{dr} \right| \end{aligned} \right\} \quad (2.3-17)$$

$$\left. \begin{aligned} \omega_{ce} &= \frac{eB}{m_e} \\ \omega_{ci} &= \frac{eB}{m_i} \end{aligned} \right\} \quad (2.3-18)$$

C_K は常数で、2.0 にしてある。

(iii) 擬古典拡散

$$D_P = \frac{C_P \nu_{e\eta} \rho_e^2}{\theta^2} \left(1 + \frac{T_i}{T_e} \right) \quad (2.3-19)$$

C_P は常数で、2.0 にしてある。

Collisional drift wave に基づく輸送の拡散係数を次式で与える。

$$D'_{drift} = \frac{D_P D_K D_B / (D_K + D_B)}{D_P + D_K D_B / (D_K + D_B)} \quad (2.3-20)$$

Collisionless drift wave による拡散係数は次式で与えられる。

$$D'_{\text{drift}} = \frac{C_D \rho_e^2}{\theta r_n} \left(\frac{T_e}{m_e} \right)^{1/2} \left(1 + \frac{T_i}{T_e} \right) \quad (2.3-21)$$

C_D は常数で, 0.2 としてある。

よって Drift wave による拡散係数 D_{drift} は,

$$D_{\text{drift}} = D'_{\text{drift}} + \bar{D}_{\text{drift}} \quad (2.3-22)$$

となる。

(IV) Trapped electron による拡散係数

$$D_{\text{TE}} = \frac{D_B D'_{\text{TE}}}{D_B + D'_{\text{TE}}} \quad (2.3-23)$$

$$D'_{\text{TE}} = \frac{C_{\text{TE}}}{r_n^2} \left(\frac{r}{R} \right)^{3/2} \left(\frac{T_e}{eB} \right)^2 \frac{3}{\nu_{ei} + 10 \nu_0} \exp \left(- \frac{n_e}{n_{\text{crit}}^{\text{TE}}} \right) \quad (2.3-24)$$

$$\nu_0 = \frac{r}{R r_n} \left(\frac{T_e \theta}{m_i} \right)^{1/2} \quad (2.3-25)$$

$$n_{\text{crit}}^{\text{TE}} = \frac{6.0 \times 10^{13} T_e^2}{r q (1 + Z_{\text{eff}}) \ell n A_e} \left(\frac{r}{R} \right)^{5/2} \quad (2.3-26)$$

C_{TE} は常数で, 1.0 としてある。

(V) Trapped ion による拡散係数

$$D_{\text{TI}} = \frac{D'_{\text{TI}} + D_B}{D_B + D'_{\text{TI}}} \quad (2.3-27)$$

$$D'_{\text{TI}} = \frac{2 C_{\text{TI}}}{\nu_{ei} r_n^2} \left(\frac{r}{R} \right)^{5/2} \left(\frac{T_e}{eB} \right)^2 \left(1 + \frac{T_e}{T_i} \right)^{-2} \exp \left(\frac{-n_e}{n_{\text{crit}}^{\text{TI}}} \right) \quad (2.3-28)$$

$$n_{\text{crit}}^{\text{TI}} = \frac{2.2 \times 10^{12} T_i T_e}{A_i^{1/3} r q (1 + Z_{\text{eff}}) \ell n A_e} \left(\frac{r}{R} \right)^{5/2} \quad (2.3-29)$$

以上から, Six Regime transport coefficients を次のように与える。

$$D_D = D_{\text{drift}} + \frac{r_n}{r_T} D_{\text{TE}} + (1.0 + 1.5 r_T) D_{\text{TI}} \quad (2.3-30)$$

$$D_T = D_{\text{drift}} + \frac{r_n}{r_T} D_{\text{TE}} + 2 D_{\text{TI}} \quad (2.3-31)$$

$$\kappa_e = \frac{3}{2} n_e (D_{\text{drift}} + D_{\text{TE}} + 5 D_{\text{TI}}) \quad (2.3-32)$$

$$\kappa_i = \frac{3}{2} n_e (D_{\text{drift}} + \frac{r_n}{r_T} D_{\text{TE}} + (1 + \frac{3}{2} \frac{r_n}{r_T}) D_{\text{TI}}) \quad (2.3-33)$$

$$\left. \begin{aligned} r_n^{-1} &= \left| \frac{1}{n_e} \frac{dn_e}{dr} \right| \\ r_T^{-1} &= \left| \frac{1}{T_e} \frac{dT_e}{dr} \right| \end{aligned} \right\} \quad (2.3-34)$$

(リップル拡散係数)

トロイダルリップルの分布 $\delta(r, \varphi)$ を次式で近似できるとする。

$$\delta(r, \varphi) = \{ \delta_0 + (\delta_a - \delta_0) \left(\frac{r}{a} \right)^m \} \exp(-\beta \varphi^2) \quad (2.3-35)$$

ただし, δ_0 : プラズマ中心リップル値

δ_a : プラズマ外側境界リップル値

a : プラズマ半径

φ : ポロイダル方向角度 (外側原点)

m : 小半径方向分布パラメータ

β : ポロイダル方向分布パラメータ

$\delta_0, \delta_a, m, \beta$ は入力パラメータとする。

文献(17)によると, トロイダルリップルによる熱伝導係数 χ_i^δ は次のように表わされる。

$$\chi_i^\delta \simeq 46.5 \times 10^6 \frac{\delta(r)^{\frac{3}{2}} G(\alpha, \beta : \kappa) \left(\frac{T_i}{B_0 R \kappa} \right)^2}{\nu_i} \quad (2.3-36)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ただし, } \delta(r) &= \delta_0 + (\delta_a - \delta_0) (r/a)^m \\ \alpha &= \epsilon(r) / \{ N q(r) \delta(r) g(\varphi) \} \\ g(\varphi) &= \exp(-\beta \varphi^2) \end{aligned} \right\} \quad (2.3-37)$$

T_i : イオン温度 (keV)

B_0 : トロイダル磁束密度 (T)

κ : 非円形度

ν_i : イオン-イオン衝突周波数

N : トロイダルコイル数

$\epsilon(r)$: 逆アスペクト比

$q(r)$: 安全係数

また $G(\alpha, \beta : \kappa)$ は, 粒子のトラッピングに効くポテンシャルの効果を表わす因子で, 次のように書ける。(17)

$$\left. \begin{aligned} G(\alpha, \beta : \kappa) &= \frac{1}{\pi} \int \left\{ \frac{\Delta(r, \varphi : \kappa)}{2 \delta(r)} \right\}^{\frac{1}{2}} \sin^2 \varphi (1 - A \cos \varphi)^2 d\varphi \\ A &= \frac{\epsilon(r)}{q(r)^2} (\kappa^2 - 1), \quad \Delta(r, \varphi : \kappa) = \frac{B_{\max} - B_{\min}}{B_0} \end{aligned} \right\} \quad (2.3-38)$$

$G(\alpha, \beta : \kappa)$ は最終的に次のようになる。

$$G(\alpha, \beta : \kappa) = \frac{2}{\pi} \int_c d\varphi [\sin^2 \varphi (1 - A \cos \varphi)^2 g(\varphi) \\ \times \{ 1 - \alpha(r)^2 \sin^2 \varphi (1 - A \cos \varphi)^2 / g(\varphi)^2 - \frac{\alpha(r)}{g(\varphi)} \left| \sin \varphi (1 - A \cos \varphi) \right| \\ \times \{ \frac{\pi}{2} - \sin^{-1} \left[\frac{\alpha(r)}{g(\varphi)} \left| \sin \varphi (1 - A \cos \varphi) \right| \} \}^{\frac{3}{2}}] \quad (2.3-39)$$

ただし,

$$\int_c [\quad] d\varphi = \int_0^{\varphi_1} [\quad] d\varphi + \int_{\varphi_2}^{\pi} [\quad] d\varphi$$

を意味し, φ_1, φ_2 は次式の根である。

$$1 - \alpha^2(r) \sin^2 \varphi (1 - A \cos \varphi)^2 / g^2(\varphi) = 0 \quad (2.3-40)$$

(Ware ピンチ)

Ware ピンチによる inward flux Γ_{ware} は次のように表わされる。⁽¹⁸⁾

$$\Gamma_{\text{ware}} = - \frac{2.44}{1 + 0.85 \nu_e^*} G_{\text{wp}} \frac{\epsilon(r) E_z}{B_\theta} n_j \quad (2.3-41)$$

ただし, $\nu_e^* = \nu_{ei} / \nu_{el}$

ν_{ei} : 電子-イオン衝突周波数

ν_{el} : バナナープラトー境界周波数

n_j : 粒子 j の密度

$\epsilon(r)$: 逆アスペクト比

E_z : トロイダル電場

B_θ : ポロイダル磁場

G_{wp} : Ware ピンチの係数

トロイダル電場 E_z は, $E_z = i_z \eta$ で求める。ここで, i_z はプラズマのトロイダル電流密度で, η はプラズマの比抵抗である。

また G_{wp} は通常 1.0 であるが, Ware ピンチの効果を入れたくない場合は 0.0 とすればよい。

2.3.2 反応率係数

(核融合反応)

D と T の速度分布が Maxwell 分布とすると温度 T で

$$\langle \sigma v \rangle_f = \frac{4}{\sqrt{2\pi m_D}} \left(\frac{m_r}{m_D k T} \right)^{\frac{3}{2}} \int_0^\infty dU U \sigma(U) \exp \left(- \frac{m_r U}{m_D k T} \right) \quad (2.3-43)$$

である。⁽¹⁹⁾ 但し v_r は D と T の相対速度で

$$m_r = \frac{m_D m_T}{m_D + m_T}, \quad U = \frac{1}{2} m_D v_r^2 \quad (2.3-44)$$

反応断面積 σ は Duane⁽²¹⁾ が実験データの fitting から得た次式を用いた。

$$\sigma_f(E) = \frac{A_2 / \{1 + (A_3 E - A_4)^2\} + A_5}{E \{ \exp(A_1 / \sqrt{E}) - 1 \}} \quad (\text{barn}) \quad (2.3-45)$$

E は eV 単位で各係数は

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= 1.453 \times 10^3 \\ A_2 &= 5.02 \times 10^7 \\ A_3 &= 1.368 \times 10^{-5} \\ A_4 &= 1.076 \\ A_5 &= 4.09 \times 10^5 \end{aligned} \right\} \quad (2.3-46)$$

である。プログラム上は、上式の数値計算の結果得られた $\langle \sigma v \rangle_f$ が温度 T の Table として与えられており、任意の温度に対しては内挿で求めるようになっている。

D がビームの場合の減速中の核融合反応率は現在とりあえず近似的に次式を用いている。

$$\langle \sigma v \rangle_B = \sigma_f \cdot v_B = \sqrt{\frac{2k}{m_D}} \sigma_f(E) E \quad (2.3-47)$$

(電子による電離)⁽²¹⁾

$$\left. \begin{aligned} \ell n \langle \sigma v \rangle_e &= -6 \ell n 10 + \sum_{i=0}^6 A_i Y^i \quad (\text{m}^3/\text{s}) \\ Y &= \ell n (T_e \times 10^3 / A_x) \quad (x = D, T) \end{aligned} \right\} \quad (2.3-48)$$

$$\left. \begin{aligned} A_0 &= -0.3173850 \times 10^2 \\ A_1 &= 0.1143818 \times 10^2 \\ A_2 &= -0.3833998 \times 10 \\ A_3 &= 0.7046892 \\ A_4 &= -0.7431436 \times 10^{-1} \\ A_5 &= 0.4153749 \times 10^{-2} \\ A_6 &= -0.9486967 \times 10^{-4} \end{aligned} \right\} \quad (2.3-49)$$

(イオンによる電離)⁽²¹⁾

$$\left. \begin{aligned} \ell n \langle \sigma v \rangle_i &= -6 \ell n 10 + \sum_{i=0}^8 A_i Y^i \quad (\text{m}^3/\text{s}) \\ Y &= \ell n (T_i \times 10^3 / A_x) \quad (x = D, T) \end{aligned} \right\} \quad (2.3-50)$$

$$A_0 = -0.1490861 \times 10^3$$

$$A_1 = 0.7592575 \times 10^2$$

$$A_2 = -0.2209281 \times 10^2$$

$$A_3 = 0.3909709 \times 10$$

$$A_4 = -0.4402168$$

$$A_5 = 0.3209047 \times 10^{-1}$$

$$A_6 = -0.1493409 \times 10^{-2}$$

$$A_7 = 0.4094151 \times 10^{-4}$$

$$A_8 = -0.5069777 \times 10^{-6}$$

$$\sigma_i = 3.6 \times 10^{-16} \frac{\log (166.6 E_B / A_D)^{22}}{E_B \times 10^3 / A_D} \quad (\text{m}^2) \quad \text{for } E_B / A_D > 150 \text{ keV} \quad (2.3-52)$$

$$\log \sigma_i = -0.8712 X^2 + 8.156 X - 38.833^{22,23} \quad \text{for } E_B / A_D < 150 \text{ keV} \quad (2.3-53)$$

$$X = \log (E_B \times 10^3 / A_D)$$

(荷電交換)²²

(2.1-27) における C_x^0 と C_x に対しては

$$C_x^0(r) = \sigma_{cx}(r) v_r^0(r) \quad (2.3-54)$$

$$\sigma_{cx} = \frac{0.6937 \times 10^{-18} (1 - 0.155 X)^{22}}{1 + 0.1112 \times 10^{-14} (T_i^r \times 10^3 / A_x)^{3.3}} \quad (\text{m}^2) \quad (2.3-55)$$

$$\begin{aligned} T_i^r &= \frac{1}{2} m_x \{ v_r^0(r) \}^2 / k \\ v_r^0(r) &= \left\{ \frac{8k}{\pi} \left(\frac{T_i(x)}{m_x} + \frac{T_n}{m_x} \right) \right\}^{1/2} \end{aligned} \quad (2.3-56)$$

$$C_x(r) = \sigma_{cx}(\xi) v_r(r, \xi) \quad (2.3-57)$$

$$\begin{aligned} T_i^r &= \frac{1}{2} m_x \{ v_r(r) \}^2 / k \\ v_r(r, \xi) &= \left[\frac{8k}{\pi} \left(\frac{T_i(r)}{m_x} + \frac{T_i(\xi)}{m_x} \right) \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (2.3-58)$$

A_x, m_x において $x = D, T$ である。

(再結合)²⁴

$$\begin{aligned} \langle \sigma v \rangle_r &= 5.2 \times 10^{-20} \left(\frac{\chi_H}{T_e} \right)^{3/2} e^{\frac{\chi_H}{T_e}} K_1 \left(\frac{\chi_H}{T_e} \right) \\ K_1(x) &= \int_x^\infty \frac{e^{-t}}{t} dt \end{aligned} \quad (2.3-59)$$

$$\chi_H = 0.01364 \text{ keV (水素のイオン化エネルギー)}$$

(アルファ粒子の電離)

電子による 1 価と 2 価へのイオン化は次式で与えられる。⁽²⁵⁾

$$\begin{aligned} \langle \sigma v \rangle_{ek}^{\alpha} = 6.7 \times 10 \left\{ \frac{a \xi}{T_e^{3/2}} \left\{ \frac{1}{\chi/T_e} E_1(\chi/T_e) \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{b \cdot e^c}{\chi/T_e + c} E_1\left(\frac{\chi}{T_e} + c\right) \right\} \right\} \quad (\text{m}^3/\text{s}) \\ (T_e : \text{eV}) \end{aligned} \quad (2.3-60)$$

$$E_1(x) = \int_x^{\infty} \frac{e^{-t}}{t} dt$$

	$\chi \text{ (eV)}$	a	b	c	ξ
k=1	24.6	4.0×10^{-14}	0.75×10^{-14}	0.46	2
k=2	54.4	4.4×10^{-14}	0.38×10^{-14}	0.6	1

$$\langle \sigma v \rangle_e^{\alpha} = \langle \sigma v \rangle_{e1}^{\alpha} + \langle \sigma v \rangle_{e2}^{\alpha} \quad (2.3-61)$$

2.4 初期条件と境界条件

2.4.1 初期条件

(1) プラズマ密度と温度

プラズマ密度と温度の初期分布は次式で与える。

$$\begin{aligned} n_b(r) &= [n_D(0) - n_D(a)] \left\{ 1 - \left(\frac{r}{a} \right)^{m_1} \right\}^{\ell_1} + n_D(a) \\ n_T(r) &= [n_T(0) - n_T(a)] \left\{ 1 - \left(\frac{r}{a} \right)^{m_2} \right\}^{\ell_2} + n_T(a) \\ n_{\alpha}(r) &= [n_{\alpha}(0) - n_{\alpha}(a)] \left\{ 1 - \left(\frac{r}{a} \right)^{m_3} \right\}^{\ell_3} + n_{\alpha}(a) \\ n_{\text{imp}}^k(r) &= [n_{\text{imp}}^k(0) - n_{\text{imp}}^k(a)] \left\{ 1 - \left(\frac{r}{a} \right)^m \right\}^{\ell} + n_{\text{imp}}^k(a) \\ T_e(r) &= [T_e(0) - T_e(a)] \left\{ 1 - \left(\frac{r}{a} \right)^{m_6} \right\}^{\ell_6} + T_e(a) \\ T_I(r) &= [T_I(0) - T_I(a)] \left\{ 1 - \left(\frac{r}{a} \right)^{m_7} \right\}^{\ell_7} + T_2(a) \end{aligned} \quad (2.4-1)$$

スクレイプオフ層 ($a \leq r \leq r_w$) に対しては

$$u(r) = u(a) + \frac{r-a}{r_w-r_a} [u(r_w) - u(a)] \quad (2.4-2)$$

とする。但し $u(r)$ は各粒子密度、電子温度とイオン温度を表わす。

(2) 電流分布

電流（あるいはポロイダル磁場）に対しては次の 3 式で与える。

$$(i) \quad j_z(r) = j_z(0) \left\{ 1 - \left(\frac{r}{a} \right)^{m_8} \right\}^{\mathcal{L}_8} + j_z(a) \quad (2.4-3)$$

$j_z(0)$ はプラズマ全電流の初期値 $I_p(0)$ から求まる。即ち

$$I_p = 2\pi \int_0^a r j_z(r) dr \quad (2.4-4)$$

より

$$j_z(0) = \frac{I_p - \pi a^2 j_z(a)}{2\pi \int_0^a r \left\{ 1 - \left(\frac{r}{a} \right)^{m_8} \right\}^{\mathcal{L}_8} dr} + j_z(a) \quad (2.4-5)$$

となる。ポロイダル磁場は

$$B_\theta(r) = \frac{\mu_0}{r} \int_0^r r j_z(r) dr \quad (2.4-6)$$

で与えられる。

$$(ii) \quad \eta j_z = \text{一定} \quad (2.4-7)$$

この場合 $j_z \propto 1/\eta \propto T_e^{3/2}$ であるから

$$B_\theta(r) = B_\theta(a) \frac{a}{r} \cdot \frac{\int_0^r r \left\{ \left\{ 1 - \left(\frac{r}{a} \right)^{m_8} \right\}^{\mathcal{L}_8} + C_{w0} \right\}^{3/2} dr}{\int_0^a r \left\{ \left\{ 1 - \left(\frac{r}{a} \right)^{m_8} \right\}^{\mathcal{L}_8} + C_{w0} \right\}^{3/2} dr} \quad (2.4-8)$$

となる。但し

$$C_{w0} = \frac{T_e(a)}{T_e(0) - T_e(a)} \quad (2.4-9)$$

$$B_\theta(a) = \frac{2 \times 10^{-7}}{a} I_p \quad (W_b / m^2) \quad (2.4-10)$$

$$(iii) \quad \eta j_z - v_e B_\theta = E_{z0} \quad (2.4-11)$$

E_{z0} は入力で与える (仮の値)。

$$\mu_0 j_z = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r B_\theta) \quad (2.4-12)$$

$$n_e v_e = -D_e \frac{\partial n_e}{\partial r} \quad (2.4-13)$$

より

$$\frac{\eta}{\mu_0} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r B_\theta) + \frac{B_\theta D_e}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial r} = E_{z0} \quad (2.4-14)$$

となる。これを B_θ について解く。この式には D_e , $\frac{\partial n_e}{\partial r}$ が含まれているのでくり返し計算で B_θ を求めることになる。得られた B_θ から $j_z(r)$ を求める。 j_z から得られる全電流が初期値の $I_p(0)$ に一致するためには、上記の計算の結果得られる $B_\theta(r)$, $j_z(r)$, E_{z0} に

$$I_p / 2 \pi \int_0^a r j_z(r) dr$$

を掛けて補正する必要がある。

2.4.2 境界条件

中心 ($r=0$) における境界条件は

$$\frac{\partial n_x}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial T_e}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial T_i}{\partial r} = 0, \quad B_\theta = 0 \quad (2.4-15)$$

である。但し $x=D, T, \alpha, \text{imp}$ で各プラズマ粒子を示す。

$r=a$ あるいは $r=r_w$ における境界条件はオブションによって以下のように与える。

(1) $r=a$ で密度と温度を与える

$$n_x(a) = n_{x0}, \quad T_e(a) = T_{e0}, \quad T_i(a) = T_{i0} \quad (2.4-16)$$

$$B_\theta(a) = \frac{2 \times 10^{-7}}{a} I_p \quad (2.4-17)$$

(2) $T_e(a)$ と $T_i(a)$ をスクレイプ・オフ層の平均パラメータで与える。

スクレイプオフ層のプラズマパラメータは以下の式で与えられる。

$$T_b = \frac{P_H - P_{CX} - P_R}{r \Gamma_{es}} \quad (2.4-18)$$

$$\text{但し } P_H = P_\alpha + P_I + P_J \quad (2.4-19)$$

$$\Gamma_{es} = \Gamma_f + 2 \Gamma_\alpha + \sum_{k=1,2} Z_{\text{imp}}^k \Gamma_{\text{imp}}^k \quad (2.4-20)$$

$$n_b = \frac{La}{2v_f d} \cdot \frac{\Gamma_{es}}{V_p} \quad (2.4-21)$$

但し V_p はプラズマ体積で、

$$\left. \begin{aligned} v_f &= r_s v_s = r_s \sqrt{T_b / m_i} \\ d &= \sqrt{L D_\perp / v_s} \\ D_\perp &= r_B D_B = r_B \cdot 6.25 \times 10 \frac{T_b}{B} \end{aligned} \right\} \quad (2.4-22)$$

ここで v_s , d , L は音速, スクレイプオフ層の厚さ, 壁面までの磁力線の長さであり, D_B は Bohm 拡散係数である。通常 $r=7 \sim 20$, $r_s=0.3$, $r_B=0.1$ である。

なお上下対称のポロイダルダイバータの場合

$$n_b = \frac{1}{8\pi R} \cdot \frac{B_t}{B_\theta(a)} \cdot \frac{1}{v_f d} \cdot r_{es} \quad (2.4-23)$$

となる。

プラズマの境界条件として

$$\begin{aligned} T_e(a) &= T_i(a) = T_b \\ n_e(a) &= n_i(a) = n_b \end{aligned} \quad (2.4-24)$$

で与える。

(3) $r = r_w$ で密度と温度を与える。

$$n_x(r_w) = n_{xw}, \quad T_e(r_w) = T_{ew}, \quad T_i(r_w) = T_{iw} \quad (2.4-25)$$

この場合 r_w まで粒子とエネルギーバランス式 (2.1-1) ~ (2.1-6) を解く。

2.5 中性粒子の輸送方程式

中性粒子の分布は Boltzmann の輸送方程式の定常解を各時間ステップ毎に求める。中性粒子の電離、荷電交換の過程はプラズマの拡散の時間尺度より十分速いのでこの近似は妥当である。手順は①ある時間ステップ t_n におけるプラズマ・パラメータ (2.1 節に与えたプラズマの輸送方程式の解 $t_n = 0$ では初期値) を用いて中性粒子の定常分布を計算する。②プラズマの輸送方程式中の中性粒子による粒子とエネルギーの変化項を求め直し、プラズマの各式を計算する。③ある収束条件を満たすまで①と②の過程をくり返す。

取扱う中性粒子は D, T とアルファ粒子である。アルファ粒子の場合荷電交換反応は無視できるので、中性粒子の分布はプラズマに流入した中性粒子の電離分布で決まりエネルギーの変化もない。D と T については板状系と円柱系のいずれかがオプションで選べる。中性粒子の分布がプラズマ表面付近でのみ効く場合は平板モデルでもよいが、中性粒子がプラズマ内部に入って無視できない場合は円柱系座標で解く必要がある。但し円柱系では 3 次元座標になるので板状系に較べ計算時間はかなりかかる。アルファ粒子は電離過程のみであるので円筒系のみで計算する (時間は極めて短い)。

2.5.1 基本式

(1) 平板モデル

次の Boltzmann 方程式を Dnestrovskii 等の方法に従って解を求める。⁽²⁾²⁹

$$\begin{aligned} \vec{v} \cdot \nabla f_n &= - \int |\vec{v} - \vec{v}'| \{ \sigma_e f_e(\vec{v}') + \sigma_i f_i(\vec{v}') \} f_n(\vec{v}) d\vec{v}' \\ &+ |\vec{v} - \vec{v}'| \sigma_{cx} \{ f_n(\vec{v}') f_i(\vec{v}) - f_n(\vec{v}) f_i(\vec{v}') \} d\vec{v}' \end{aligned} \quad (2.5-1)$$

f_n, f_e, f_i はそれぞれ中性粒子, 電子, イオンの分布関数である。 σ_e は電子による電離, σ_i はイオンによる電離, σ_{cx} は荷電交換の断面積である。電子に対して Maxwell 分布, イオンに対して次の δ -関数分布を仮定する。

$$f_i(v, x) = \frac{n_i}{2v_0} \left\{ \delta\left(\frac{v+v_i}{v_0}\right) + \delta\left(\frac{v-v_i}{v_0}\right) \right\} \quad (2.5-2)$$

v_0 は規格化定数 (プラズマに流入する際の実速度), v_i はイオンの熱速度で

$$v_i = \sqrt{\frac{2kT_i(x)}{m_i}}, \quad v_0 = \sqrt{\frac{2kT_{no}}{m_i}} \quad (2.5-3)$$

で与えられる。上式を次のように近似する。

$$\begin{aligned} v \frac{\partial f_n(x)}{\partial x} = & -\{ \langle \sigma v \rangle_e n_e + \langle \sigma v \rangle_i n_i \} f_n(x) \\ & + \langle \sigma v \rangle_{cx} n_n(x) f_i(x) - n_i \langle \sigma v \rangle_{cx} f_n(x) \end{aligned} \quad (2.5-4)$$

$$n_n(x) = \int f_n(v) dv \quad (2.5-5)$$

ここで中性粒子の速さが、平均的に電子やイオンの速さより小さいとして無視している。 $\langle \sigma v \rangle$ は Maxwell 分布での平均値を意味しているが、 $\langle \sigma v \rangle_e$ 以外は

$$\left. \begin{aligned} \langle \sigma v \rangle_i &\approx \sigma_i v_i \\ \langle \sigma v \rangle_{cx} &\approx \sigma_{cx} v_i \end{aligned} \right\} \quad (2.5-6)$$

としているので、場合によっては近似が悪い可能性もある。

解くべき式は以下のようになる。

$$\frac{\partial}{\partial x} f_n(v, x) + \frac{S_n(x)}{v} f_n(v, x) = G(v, x) \quad (2.5-7)$$

$$S_n(x) = n_e \langle \sigma v \rangle_e + n_i \{ \langle \sigma v \rangle_i + \langle \sigma v \rangle_{cx} \} \quad (2.5-8)$$

$$G(v, x) = n_n(x) \frac{\langle \sigma v \rangle_{cx}}{v} f_i(v, x) \quad (2.5-9)$$

中性粒子のプラズマ境界の密度を n_0 とすると解は次のように与えられる。

$$n_n(x) = n^c(x) + \int_0^a K(x, \xi) n_n(\xi) d\xi \quad (2.5-10)$$

$$n^c(x) = n_0 \{ \phi(x, a, v_0) + \phi(0, x, v_0) \phi(0, a, v_0) \} \quad (2.5-11)$$

$$\begin{aligned} K(x, \xi) = & \frac{1}{2} \frac{F(\xi)}{v_i(\xi)} \{ \phi(\xi, x, \text{sign}(x-\xi) v_i(\xi)) \\ & + \phi(0, \xi, v_i(\xi)) \phi(0, x, v_i(\xi)) \} \end{aligned} \quad (2.5-12)$$

$$\phi(\xi, x, v) = \exp \left[-\frac{1}{v} \int_{\xi}^x s(x') dx' \right] \quad (2.5-13)$$

但し

$$F = n_i \langle \sigma v \rangle_{cx} \quad (2.5-14)$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{2k T_{n0}}{m_i}} \quad (2.5-15)$$

(2.5-10) 式の右辺の第2項は荷電交換後に生じる中性粒子密度で

$$n^h(x) = \int_0^a K(x, \xi) n_n(\xi) d\xi \quad (2.5-16)$$

と表わす。従って

$$n_n(x) = n^c(x) + n^h(x) \quad (2.5-17)$$

中性粒子の温度は次式で与えられる。

$$n_n(x) T_n(x) = n^o(x) T_{n0} + \int_0^a T_i(\xi) K(x, \xi) n_n(\xi) d\xi \quad (2.5-18)$$

中性粒子分布をDとTの2成分について解くために次のようにする。kernel $K(x, \xi)$ を2成分に分ける。

$$K(x, \xi) = K_D(x, \xi) + K_T(x, \xi) \quad (2.5-19)$$

$K_D(x, \xi)$ と $K_T(x, \xi)$ は上式においてそれぞれ m_i を m_D と m_T に置き換えて得られるものである。即ち v_i , v_0 を

$$\left. \begin{aligned} v_D &= \sqrt{2k T_i / m_D}, & v_T &= \sqrt{2k T_i / m_T} \\ v_{D0} &= \sqrt{2k T_{n0} / m_D}, & v_{T0} &= \sqrt{2k T_{n0} / m_T} \end{aligned} \right\} \quad (2.5-20)$$

としたものである。また n_0 を n_0^D と n_0^T の成分に分けると

$$\left. \begin{aligned} n_D^c(x) &= n_0^D \{ \phi(x, a, v_{D0}) + \phi(0, x, v_{D0}) \phi(0, a, v_{D0}) \} \\ n_T^c(x) &= n_0^T \{ \phi(x, a, v_{T0}) + \phi(0, x, v_{T0}) \phi(0, a, v_{T0}) \} \end{aligned} \right\} \quad (2.5-21)$$

これらを用いると (2.5-17) 式は

$$n_n(x) = n_D^c(x) + n_T^c(x) + \int_0^a \{ K_D(x, \xi) + K_T(x, \xi) \} n_n(\xi) d\xi \quad (2.5-22)$$

となる。この式を解いて得られる全中性粒子密度 $n_n(x)$ を用いると

$$\left. \begin{aligned} n_D^h(x) &= \int_0^a K_D(x, \xi) n_n(\xi) d\xi \\ n_T^h(x) &= \int_0^a K_T(x, \xi) n_n(\xi) d\xi \end{aligned} \right\} \quad (2.5-23)$$

が得られる。その結果DとTの中性粒子密度は

$$\left. \begin{aligned} n_n^D(x) &= n_D^c(x) + n_D^h(x) \\ n_n^T(x) &= n_T^c(x) + n_T^h(x) \end{aligned} \right\} \quad (2.5-24)$$

から求まる。

中性粒子のエネルギー・スペクトルは次のようにして得られる。 x_j 点の Δx_j の区間巾にある中性粒子数 $n(x_j) \Delta x_j$ が、 x_j 点で荷電交換しその点の温度 T_j をもって衝突なしに x 点に到達する数は

$$n_x^h(T_j, x) = K_x(x, x_j) n_n^x(x_j) \Delta x_j \quad (x=D, T) \quad (2.5-25)$$

である。従ってこれが x 点のエネルギー・スペクトルを表わす。数値計算上の誤差があるので $n_x^h(x)$ で規格化する必要がある。即ち

$$n_x^h(T_j, x) = K_x(x, x_j) n_n^x(x_j) \Delta x_j \frac{n_x^h(x)}{\sum_j K_x(x, x_j) n_n^x(x_j) \Delta x_j} \quad (2.5-26)$$

次に $x=a$ における中性粒子の outflux とスペクトルを与える。 $v_{x0}(x=D, T)$ でプラズマに流入してそのままプラズマ外に抜け出るものは

$$\Gamma_{xc}^n = n_o^x v_{x0} \phi(-a, a, v_{x0}) \quad (2.5-27)$$

である。荷電交換をくり返してプラズマ外へ出るのは

$$\Gamma_{xh}^n = \int_0^a v_x(\xi) K_x(a, \xi) n_n(\xi) d\xi \quad (2.5-28)$$

である。全 outflux は

$$\Gamma_x^n = \Gamma_{xc}^n + \Gamma_{xh}^n \quad (2.5-29)$$

となる。

$x=a$ における outflux のスペクトルは前と同様に

$$\Gamma_{xh}^n(T_j) = v_x(x_j) K_x(a, x_j) n_n(x_j) \Delta x_j \frac{\Gamma_{xh}^n}{\sum_j v_x(x_j) K_x(a, x_j) n_n(x_j) \Delta x_j} \quad (2.5-30)$$

と表わされる。

$x=a$ における中性粒子の熱流束は

$$\begin{aligned} \Gamma_{th}^n = & \int_0^a v_D(\xi) K_D(x, \xi) n_n(\xi) T_i(\xi) d\xi + \int_0^a v_T(\xi) K_T(x, \xi) n_n(\xi) T_i(\xi) d\xi \\ & + (\Gamma_{DC}^n + \Gamma_{TC}^n) T_{no} \quad (\text{keV/m}^2) \end{aligned} \quad (2.5-31)$$

である。実際では $\Gamma_{xc}^n T_{no} \approx 0$ である。全熱流束は

$$4\pi^2 R a \Gamma_{th}^n (\text{keV}) = 4\pi^2 R a \times 1.6021 \times 10^{-22} \Gamma_{th}^n (\text{MW}) \quad (2.5-32)$$

となる。

(2) 円柱モデル

円柱座標系における中性粒子の分布は小林等⁽²⁷⁾の方法で求める。荷電交換で生じた中性粒子の速度分布は等方的とすると、Fig. 2.5.1 に示す。無限円柱座標系において Boltzmann 方程式は

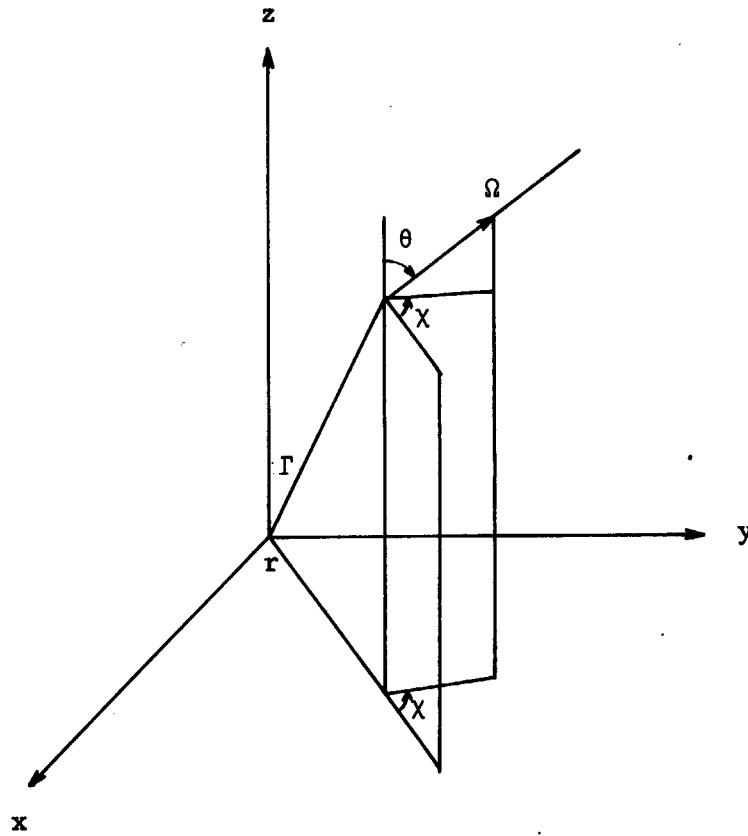


Fig. 2.5.1 Cylindrical coordinate system for neutral transport. (Ω is the transport direction of neutrals at point r)

次のようになる。

$$v \sqrt{1-\mu^2} \left\{ \cos \chi \frac{\partial f_n}{\partial r} - \frac{\sin \chi}{r} \frac{\partial f_n}{\partial \chi} \right\} + \{ \langle \sigma v \rangle_e n_e + \langle \sigma v \rangle_i + \langle \sigma v \rangle_{cx} \} n_i \} f_n$$

$$= \int_0^{2\pi} d\chi \int_{-1}^1 d\mu \frac{1}{4\pi} \langle \sigma v \rangle_{cx} n_i f_n(r, \mu, \chi) \delta(v - v_i) \quad (2.5-33)$$

但し $\mu = \cos \theta$ である。

上式を積分形で表わすと前述の平板モデルの場合と類似の式になる。

$$n_n(r) = n^c(r) + \int_0^a K(r, \eta) n_n(\eta) d\eta \quad (2.5-34)$$

$$n^c(x) = n_0 \int_0^{\pi/2} d\chi \int_{-1}^1 d\mu \beta(\mu, \chi) \{ \phi(a, r, v_0) + \phi(a, r \sin \chi, v_0) \\ \cdot \phi(a, r \sin \chi, v_0) \} \quad (2.5-35)$$

$$K(r, \eta) = \int_0^{\pi/2} d\chi \int_{-1}^1 d\mu \frac{\langle \sigma v \rangle_{cx} n_i(\eta)}{\pi v_i(\eta)} \tau(r, \eta, \mu, \chi)$$

$$[\{ \phi(\eta, r, v_i(\eta)) + \phi(r, r \sin \chi, v_i(\eta)) \}$$

$$\begin{aligned}
& \cdot \phi(\eta, r \sin \chi, v_i(\eta)) \} \ell(\eta - r) \\
& + \{ \phi(r, \eta, v_i(\eta)) + \phi(r, r \sin \chi, v_i(\eta)) \\
& \cdot \phi(\eta, r \sin \chi, v_i(\eta)) \} \ell(\eta - r \sin \chi) \ell(r - \eta) \} \quad (2.5-36)
\end{aligned}$$

$$\tau(r, \eta, \mu, \chi) = \frac{1}{\sqrt{1-\mu^2}} \frac{\eta}{\sqrt{\eta^2 - r^2 \sin^2 \chi}} \quad (2.5-37)$$

$$\begin{aligned}
\phi(r, \eta, v) = \exp \left[-\frac{1}{v} \int_{\eta}^r \{ \langle \sigma v \rangle_e n_e + (\langle \sigma v \rangle_i + \langle \sigma v \rangle_{cx}) n_i \} \right. \\
\left. \cdot \tau(r, \xi, \mu, \chi) d\xi \right] \quad (2.5-38)
\end{aligned}$$

$$\ell(\eta) = \begin{cases} 1 & \eta \geq 0 \\ 0 & \eta < 0 \end{cases} \quad (2.5-39)$$

但し $\beta(\mu, \chi)$ はプラズマに流入する中性粒子の角度分布で、ここでは等方を仮定して $2/\pi$ とする。

(2.5-33) 式は第2種 Fredholm の積分方程式であり、

$$n_n^{k+1}(r) = \int_0^a K(r, \eta) n_n^k(\eta) d\eta \quad (2.5-40)$$

と逐次代入法で数値的に解ける。 n_n^k は荷電交換のくり返しで生じた k 世代目の中性粒子密度を表わす。全中性粒子はそれらの和として

$$n_n(r) = \sum_{k=0}^{\infty} n_n^k(r) \quad (2.5-41)$$

で与えられる。但し $n_n^0(r) = n_n^c(r)$ である。

中性粒子束は influx を $\Gamma_{in}^n(r)$, outflux を $\Gamma_{out}^n(r)$ とすれば

$$\begin{aligned}
\Gamma_{in}^n(r) = n_0 v_0 \int_0^{\pi/2} d\chi \int_0^1 d\mu \sqrt{1-\mu^2} \cos \chi \{ \beta(\mu, \chi) \phi(a, r, v_0) \\
+ \int_r^a \phi(\eta, r, v_i(\eta)) \frac{\langle \sigma v \rangle_{cx} n_i(\eta) n_n(\eta)}{\pi} \tau(r, \eta, \mu, \chi) d\eta \} \quad (2.5-42)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Gamma_{out}^n(r) = n_0 v_0 \int_0^{\pi/2} d\chi \int_0^1 d\mu \sqrt{1-\mu^2} \cos \chi \{ \beta(\mu, \chi) \phi(r, r \sin \chi, v_0) \\
\cdot \phi(a, r \sin \chi, v_0) + \int_{r \sin \chi}^a \phi(r, r \sin \chi, v_i(\eta)) \\
\cdot \phi(\eta, r \sin \chi, v_i(\eta)) \cdot \frac{\langle \sigma v \rangle_{cx} n_i(\eta) n_n(\eta)}{\pi} \tau(r, \eta, \mu, \chi) d\eta \\
+ \int_{r \sin \chi}^r \phi(\eta, r, v_i(\eta)) \frac{\langle \sigma v \rangle_{cx} n_i(\eta) n_n(\eta)}{\pi} \tau(r, \eta, \mu, \chi) d\eta \} \quad (2.5-43)
\end{aligned}$$

となる。 $\Gamma_{in}^n(r)$ はプラズマに流入する量を

$$\Gamma_{in}^n(a) = \frac{1}{2} n_0 v \quad (2.5-44)$$

として求めている。

DとTの再結合によって生じた中性粒子を源とする場合の中性粒子分布も同じ方式で計算できる。但し、最初の世代の分布 $n_n^0(r)$ は $n_n^0(r)$ の代りに

$$n_n^0(r) = n_D n_T <\sigma v>_r / \pi v_i(r) \quad (2.5-45)$$

とすればよい。

プラズマの外へ出る中性粒子束のエネルギースペクトルは、各世代毎に求めて和をとらなくても(計算時間がかかる)既に得られた $n_n(r)$ を用いて既述の方法(平板モデル参照)で求まる。

中性のアルファ粒子の分布は

$$n_n^\alpha = n_0^\alpha \int_0^{\pi/2} d\chi \int_{-1}^1 d\mu \beta(\mu, \chi) \{ \phi_\alpha(a, r, v_{\alpha 0}) + \phi_\alpha(a, r \sin \chi, v_{\alpha 0}) \cdot \phi_\alpha(a, r \sin \chi, v_{\alpha 0}) \} \quad (2.5-46)$$

$$\phi_\alpha(r, \eta, v) = \exp \left[-\frac{1}{v} \int_\eta^r <\sigma v>_e^\alpha n_e \tau(r, \xi, \mu, \chi) d\xi \right] \quad (2.5-47)$$

$$v_{\alpha 0} = \sqrt{\frac{2kT_{\alpha 0}}{m_\alpha}} \quad (2.5-48)$$

で与えられる。 $<\sigma v>_e^\alpha$ は電子による電離反応率係数である。

(c) 中性粒子のリサイクリング

プラズマから抜け出た中性粒子の平均エネルギーは

$$\bar{T}_n^x = \frac{\int_0^a d\xi v_x(\xi) K_x(a, \xi) n_n(\xi) T_i(\xi)}{\int_0^a d\xi v_x(\xi) K_x(a, \xi) n_n(\xi)} \quad (2.5-49)$$

で与えられる($x=D, T$)。上式中の積分形は平板モデルに対するものであるが、円柱モデルでも同様である。この $\bar{T}_n^x$ は壁との衝突でエネルギー反射率 γ_E^x で再びプラズマに流入するとする。

従ってプラズマに流入する中性粒子のエネルギーと速度は

$$T_{no}^x = \gamma_E^x \bar{T}_n^x \quad (2.5-50)$$

$$v_{xo} = \sqrt{2k \gamma_E^D \bar{T}_n^x / m_x} \quad (2.5-51)$$

となる。プログラムでは、リサイクリングによる中性粒子のエネルギー変化は上式で近似的に取扱っている(オプション)。

2.5.2 多成分中性粒子モデル

円柱座標モデルによる中性粒子の計算は、基本的にはJAERI-M7014の方法に基づくが、本コードではD,T2成分への拡張およびプラズマ外からの influx 中性粒子のエネルギー多群化

の改良を行った。

(1) エネルギー多群化

ガスパフで注入される中性粒子とリサイクリング中性粒子のエネルギーはかなり異なっていると考えられる。一方中性粒子の平均自由行程は中性粒子のエネルギーが高いほど長いので、ガスパフ中性粒子とリサイクリング中性粒子とでは、プラズマ内へ入る深さが違ってくる。したがって両者のエネルギーを区別して計算した場合と両者のエネルギーを同一視した場合では、親世代の中性粒子密度分布に差が現われ、その結果子世代の中性粒子密度分布に差が出るのが予想される。

本コードではモデルをより現実的なものに近づけるために、プラズマ外からの influx 中性粒子のエネルギー多群化の改良を行なった。子世代の中性粒子はプラズマイオンとの荷電交換に帰因するものであるからその取扱いは従来のままでよい。したがってエネルギーの多群化は、親世代の分布の計算と第2世代（子の第1世代）の中性粒子のソース分布の計算のみを修正すればよいことになる。

(2) D,T2成分化

DとTは同じ温度でも速度が異なる。また中性粒子入射はDのみで行う。従って炉心プラズマ内ではDとTの分布には差が自然に生じる。一方DとTの分布あるいは存在比の差をできるだけ小さくするような燃料供給の制御が必要になる。それゆえ1成分のみでなく、D,T2成分プラズマの場合も計算できるように改良した。

中性粒子計算手順を概念的に示すと次のように書ける。

i) 親世代の計算

1個の中性粒子がプラズマ外から入射した場合の中性粒子密度分布を求める。

ii) 次の世代の中性粒子ソース分布の計算

i) で求めた前世代中性粒子分布とプラズマイオンとの荷電交換による次の世代の中性粒子ソース分布を計算する。

iii) 次世代の中性粒子分布計算

ii) で求めたソース分布より次世代の中性粒子密度分布を求める。

iv) 繰り返し計算

ある世代の中性粒子密度が、それ以前の世代の中性粒子密度の和に比べて十分低くなるまで、ii) と iii) の計算を繰り返す。

v) 再結合中性粒子のソース分布計算

プラズマ外から入射する中性粒子の計算が終わった後は、再結合により発生する中性粒子の計算に移り、まず再結合中性粒子のソース分布を求める。

vi) 再結合中性粒子の分布計算

再結合中性粒子について、外部入射中性粒子の場合と同様 ii) および iii) の計算を繰り返す。

vii) 真の中性粒子密度分布の計算

再結合中性粒子についてはvi) で真の値が求まっているが、外部入射の中性粒子については入射粒子1個当りの値しか求まっていない。したがってまずプラズマ外から何個の中性粒子が入るかを求め、入射粒子1個当りの計算結果に掛けることにより真の値を出す。次にこの結果に再結

合中性粒子の分を加えることにより全体の中性粒子分布を求める。

VIII) 計算誤差の補正

中性粒子の密度は、プラズマ粒子の密度と比べると4～5桁小さいため、計算精度はよくない。しかし中性粒子計算の誤差はプラズマの粒子密度の計算に大きく影響するため、中性粒子計算の誤差を補正しておくことが望ましい。この補正は次のようにして行う。

プラズマ外から入射した中性粒子のうち実際にプラズマ内に捕捉される中性粒子数は、中性粒子による総プラズマソース量に等しくなくてはならない。これら2つの量を計算し、その比 C_f を求めてこれをすでに求めてある中性粒子の計算結果にかけて補正する。ここで補正係数 C_f は概念的に次のように書ける。

$$C_f = \frac{\text{実際にトラップされる influx}}{\text{中性粒子による総プラズマソース}} \quad (2.5-52)$$

i) の親世代の D, T 2 成分化およびエネルギー群化は次のように行う。

まず D と T の入射中性粒子の個数の割合をそれぞれ f_D , f_T とする。全入射中性粒子の個数を 1 個とすると、 f_D , f_T はそれぞれ D および T の入射中性粒子の個数となる。次に hot 中性粒子 (recycling 中性粒子) と cold 中性粒子 (puff 中性粒子) の入射個数の割合 f_a^h , f_a^c ($a=D, T$) を導入する。さらに hot 中性粒子, cold 中性粒子それぞれについてエネルギースペクトルを考えてエネルギー群に分ける。ただし、各群の入射中性粒子の個数の割合は input により与えるものとする。この割合を f_i^h , f_j^c ($i=1\sim\text{NGH}$, $j=1\sim\text{NGC}$, NGH: hot 中性粒子の群数, NGC: cold 中性粒子の群数) とする。以上のモデル化をすると、親世代の計算は各成分粒子について NGH + NGC 回行なうことになる。また本コードでは全入射中性粒子の個数を 1 個に規格化しているため、例えば hot な D 中性粒子の i 群の入射個数は $f_D \cdot f_D^h \cdot f_i^h$ 個として計算する。

親世代中性粒子とプラズマイオンとの荷電交換により発生する子世代の中性粒子のエネルギーは、発生した場所におけるイオンのエネルギーに等しく、親世代のエネルギーとは無関係なので、子世代の計算では 2 成分化のための改良をするだけでよい。

再結合中性粒子に関する計算は、外部入射中性粒子に関する子世代の計算と本質的に同じであるから、再結合中性粒子の計算のみのための本質的な修正はない。

vii) の外部入射中性粒子に関する規格化した計算結果から実際の値を求める方法は以下のようになる。プラズマ外から入射する中性粒子束には次のような粒子束が考えられる。

- 拡散によりプラズマ外に出て中性化し、プラズマ内に向う influx 中性粒子束 Γ^+
- 燃料補給の目的で新たにガスパフにより注入された influx 中性粒子束 Γ^{puff}
- プラズマ内で再結合により発生した中性粒子で、プラズマ外に出て再びプラズマ内に向う中性粒子束 Γ^r
- プラズマ外から入射した中性粒子に帰因した中性粒子で、プラズマ外に出て再びプラズマ内に向う中性粒子束 Γ^{rc}

以上の他に、プラズマ・ブレークダウン時にプラズマ周辺に残留している中性粒子でプラズマ内に向う中性粒子束もあるが、これは時間的にすぐ無くなってしまうので、ここでは省くこととする。

a と b の中性粒子束は、中性粒子計算をする以前にすでにわかっている量である。また c については再結合中性粒子の計算から直接求まる。しかし d については入射粒子 1 個当りの中性粒子の計算からは直接的には求まらない。またこれが求まらなると外部入射中性粒子に帰因する中性粒子分布の真の値は求まらない。

d を求めるために次のように考える。

プラズマ外から入射する中性粒子束に対するプラズマ外へ出る中性粒子束（再結合中性粒子は考えない）の比を γ とすると入射中性粒子束の実際の値 Γ は次のように書ける。

$$\Gamma = \Gamma^+ + \Gamma^{\text{puff}} + \Gamma^r + \gamma \Gamma = \frac{\Gamma^+ + \Gamma^{\text{puff}} + \Gamma^r}{1 - \gamma} \quad (2.5-53)$$

DT 2 成分系の場合、プラズマ外へ出る D 中性粒子束はプラズマ内に入射する D 中性粒子束のみでなく、T 中性粒子束にも依存する。T についても同様なことがいえる。したがって DT 2 成分系の場合には、エネルギー多群化も考慮すると上式は次のように書き改められる。

$$\Gamma_D^h = \Gamma_D^{\text{oh}} + r_{\text{ef}}^w (\gamma_{\text{DD}}^h \Gamma_D^h + \gamma_{\text{DT}}^h \Gamma_T^h) \quad (2.5-54)$$

$$\Gamma_T^h = \Gamma_T^{\text{oh}} + r_{\text{ef}}^w (\gamma_{\text{TD}}^h \Gamma_D^h + \gamma_{\text{TT}}^h \Gamma_T^h) \quad (2.5-55)$$

$$\left. \begin{aligned} \Gamma_D^{\text{oh}} &= f_{\ell} r_{\text{ef}}^{\ell} \Gamma_D^+ + (1-f_{\ell}) r_{\text{ef}}^w \Gamma_D^+ + r_{\text{ef}}^w (\gamma_{\text{DD}}^c \Gamma_D^{\text{puff}} + \gamma_{\text{DT}}^c \Gamma_T^{\text{puff}}) \\ \Gamma_T^{\text{oh}} &= f_{\ell} r_{\text{ef}}^{\ell} \Gamma_T^+ + (1-f_{\ell}) r_{\text{ef}}^w \Gamma_T^+ + r_{\text{ef}}^w (\gamma_{\text{TD}}^c \Gamma_D^{\text{puff}} + \gamma_{\text{TT}}^c \Gamma_T^{\text{puff}}) \end{aligned} \right\} \quad (2.5-56)$$

$$\left. \begin{aligned} \Gamma_D^c &= \Gamma_D^{\text{puff}} \\ \Gamma_T^c &= \Gamma_T^{\text{puff}} \end{aligned} \right\} \quad (2.5-57)$$

ただし、下付き添字 D, T はそれぞれ deuterium, tritium を示し、上付き添字 h, c はそれぞれ hot neutral (recycling neutral), cold neutral (puff neutral) を意味し、 r_{ij}^a , r_{ef}^w , r_{ef}^{ℓ} , f_{ℓ} はそれぞれ次のような意味である。

r_{ij}^h : hot な j 種入射中性粒子束に対するプラズマ外に出る hot な i 種中性粒子束の比

r_{ij}^c : cold な j 種入射中性粒子束に対するプラズマ外に出る hot な i 種中性粒子束の比

r_{ef}^w : 第一壁における中性粒子の反射率

r_{ef}^{ℓ} : リミタにおける粒子の反射率

f_{ℓ} : リミタに行くプラズマ粒子の割合

また、cold な入射中性粒子束に対する cold なプラズマ外へ出る中性粒子束の比は非常に小さいので無視した。

式 (2.5-54) ~ 式 (2.5-56) に示したように D, T 2 成分の場合には γ はマトリックスになり、

またエネルギーを多群化した場合は2種類のマトリックス r_{ij}^h , r_{ij}^c を求めなければならない, 単純に1成分の計算を2回行なうだけでは済まない。

式(2.5-54)と(2.5-55)を解くと Γ_D^h , Γ_T^h は次のように書ける。

$$\left. \begin{aligned} \Gamma_D^h &= \frac{(1-r_{ef}^w r_{TT}^h) \Gamma_D^{oh} + r_{ef}^w r_{DT}^h \Gamma_T^{oh}}{(1-r_{ef}^w r_{DD}^h)(1-r_{ef}^w r_{TT}^h) - (r_{ef}^w)^2 r_{DT}^h r_{TD}^h} \\ \Gamma_T^h &= \frac{(1-r_{ef}^w r_{DD}^h) \Gamma_T^{oh} + r_{ef}^w r_{TD}^h \Gamma_D^{oh}}{(1-r_{ef}^w r_{DD}^h)(1-r_{ef}^w r_{TT}^h) - (r_{ef}^w)^2 r_{DT}^h r_{TD}^h} \end{aligned} \right\} \quad (2.5-58)$$

式(2.5-57)と(2.5-58)を用いると, 規格化された外部入射中性粒子束に対する真の入射中性粒子束の比 C^F は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} C_D^F &= \frac{\Gamma_D^h + \Gamma_D^c}{\frac{1}{2} \bar{v}_{oD} f_D} \\ C_T^F &= \frac{\Gamma_T^h + \Gamma_D^c}{\frac{1}{2} \bar{v}_{oT} f_T} \end{aligned} \right\} \quad (2.5-59)$$

ここで, f_D , f_T はそれぞれDとTの入射中性粒子の個数比である。本コードでは外部入射中性粒子はDとT合わせて1個に規格化してあるため, $f_D + f_T = 1$ なる関係にある。また $\bar{v}_{oD}$, $\bar{v}_{oT}$ はそれぞれDとTの入射中性粒子の平均速度で次のように書ける。

$$\bar{v}_{oD} = f_D^h \sum_i v_{oD}^{hi} f_h^i + f_D^c \sum_j v_{oD}^{cj} f_c^j = f_D^h \bar{v}_{oD}^h + f_D^c \bar{v}_{oD}^c \quad (2.5-60)$$

$$\bar{v}_{oT} = f_T^h \sum_i v_{oT}^{hi} f_h^i + f_T^c \sum_j v_{oT}^{cj} f_c^j = f_T^h \bar{v}_{oT}^h + f_T^c \bar{v}_{oT}^c \quad (2.5-61)$$

ただし, f_a^h : a種中性粒子のうち hot な粒子の割合

f_a^c : a種中性粒子のうち cold な粒子の割合

f_h^i : hot な中性粒子のうち第 i エネルギー群の粒子の割合

f_c^j : cold な中性粒子のうち第 j エネルギー群の粒子の割合

$\bar{v}_{oa}^h$: hot な a 種入射中性粒子の平均速度

$\bar{v}_{oa}^c$: cold な a 種入射中性粒子の平均速度

v_{oa}^{hi} : a 種の hot な中性粒子の第 i エネルギー群の熱速度

v_{oa}^{cj} : a 種の cold な中性粒子の第 j エネルギー群の熱速度 である。

これらのパラメータのうち, v_{oa}^{hi} , v_{oa}^{cj} , f_h^i , f_c^j の値は input により与えられるものとする。

以上のようにして求めた C_D^F , C_T^F を規格化して行なわれた中性粒子計算の結果にかけることにより, プラズマ外から入射した中性粒子に帰因する中性粒子分布の実際の値が求まる。

またその結果を用いて $f_D^h, f_T^h, f_D^c, f_T^c, f_D, f_T$ は次のように求まる。

$$f_a^h = \frac{\Gamma_a^h / \bar{v}_{oa}^h}{\Gamma_a^h / \bar{v}_{oa}^h + \Gamma_a^c / \bar{v}_{oa}^c} \quad (2.5-62)$$

$$a = D, T$$

$$f_a^c = \frac{\Gamma_a^c / \bar{v}_{oa}^c}{\Gamma_a^h / \bar{v}_{oa}^h + \Gamma_a^c / \bar{v}_{oa}^c} \quad (2.5-63)$$

$$\bar{v}_{oa}^h = \sum_i v_{oa}^{hi} f_h^i, \quad \bar{v}_{oa}^c = \sum_j v_{oa}^{cj} f_c^j \quad (2.5-64)$$

$$f_a = \frac{\Gamma_a^h / \bar{v}_{oa}^h + \Gamma_a^c / \bar{v}_{oa}^c}{\sum_{k=D,T} \{ \Gamma_k^h / \bar{v}_{ok}^h + \Gamma_k^c / \bar{v}_{ok}^c \}} \quad (2.5-65)$$

これらのパラメータは、親世代の計算の際に使われているが、その時点ではまだ求められないパラメータである。したがって本コードでは、最初の計算の時は推定値を使い、以後前のステップの値を用いて親世代の計算を行なうことにしている。

2.5.3 燃料供給モデル

燃料供給はNBIとガスパフにより行なうとする。

NBIによるプラズマソース分布については、次の仮定の下で求める。

- ・NBIに帰因する高速イオンのドリフト面と磁気面とのずれは無視する。
- ・磁気面と小半径方向メッシュ面は一致しているとする。
- ・バナナ運動は無視する。
- ・磁気面上で局所的にイオン化した高速イオンは、瞬時に磁気面上に一様に分布すると仮定する。

また、ガスパフによるソース分布については、ガスパフによる入射中性粒子のイオン化率より求めればよい。実際には、中性粒子分布計算の際にプラズマ外から入射する中性粒子束にガスパフの項を加えることにより、リサイクリング中性粒子といっしょに計算してソース分布を求める。したがってガスパフによるソース分布とリサイクリング中性粒子によるソース分布は区別なくいっしょに求まる。

2.6 不純物

2.6.1 不純物の発生モデル

荷電交換によって生じたエネルギーの高い中性粒子によるスパッタリングは次のように求める。

スパッタリング率は

$$\eta_n^{I\ell}(E) = S_m^{I\ell} \frac{4(E - E_c^{I\ell})^{\frac{3}{2}} \sqrt{E_m^{I\ell}}}{(E_m^{I\ell})^2 + 3E^2} \quad (2.6-1)$$

で与えられる。 $S_m^{I\ell}$, $E_m^{I\ell}$, $E_c^{I\ell}$ は不純物 ℓ に対する定数である。

	S_m	E_m (eV)	E_c (eV)
炭素	0.015	6000	5
鉄	0.024	6000	23
モリブデン	0.005	6000	55

2.5節において求めた $x=a$ における中性粒子の outflux のスペクトルを用いると、スパッタリング量は

$$\Gamma_n^s = \sum_j \eta_n^{IL}(T_j) \{ \Gamma_{Dh}^n(T_j) + \Gamma_{Th}^n(T_j) \} \quad (2.6-2)$$

で与えられる。平板モデルの場合

$$\Gamma_n^s = \int_0^a \eta_n^{IL}(T_i(\xi)) \{ v_D(\xi) K_D(a, \xi) + v_T(\xi) K_T(a, \xi) \} n_n(\xi) \quad (2.6-3)$$

と書き直せる。

燃料イオン, アルファイオン, 不純物イオンのスパッタリング率を, それぞれ η_i , η_α , η_{IL} とするとスパッタリング量は

$$\left. \begin{aligned} \Gamma_i^s &= \eta_i \Gamma_i^+ \\ \Gamma_\alpha^s &= \eta_\alpha \Gamma_\alpha^+ \\ \Gamma_{imp}^s &= \eta_{IL} \Gamma_{IL}^+ \end{aligned} \right\} \quad (2.6-4)$$

で与えられる。現在 η_i , η_α , η_{IL} は入力として特にモデルを与えていない。全スパッタリング量は

$$\Gamma_{IL}^s = \Gamma_n^s + \Gamma_i^s + \Gamma_\alpha^s + \Gamma_{imp}^s \quad (2.6-5)$$

壁での中性不純物の密度は

$$N_{IL}^0 = \frac{\Gamma_{IL}^s}{v_{IL}} \quad (2.6-6)$$

で与えられ, 空間分布は

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r n_{IL} v_{IL}) = -n_e n_{IL} \langle \sigma v \rangle_e \quad (2.6-7)$$

より

$$n_{IL}(r) = N_{IL}^0 \frac{r_w}{r} \exp \left\{ -\frac{1}{v_{IL}} \int_r^{r_w} \langle \sigma v \rangle_e n_e(r) dr \right\} \quad (2.6-8)$$

となる。

2.6.2 不純物の輸送と原子過程モデル

不純物原子の全電子が電離するためのイオン化ポテンシャルエネルギーよりもプラズマの電子温度の方が非常に大きい場合には, イオン価数全体にわたって, 輸送による不純物イオン密度の

変化する速さに比べて原子過程（電離・再結合）によって変化する速さの方がはるかに速い。このような場合には、不純物の各イオン化状態相互間にイオン化平衡が成立しているものとして取り扱うことができる。プラズマの断面を考えた場合、プラズマの中心領域は周囲よりも温度が高い。もしこの温度が数 keV（取り扱う不純物原子によって異なる）以上であれば、プラズマの中心領域に対しては、イオン化平衡モデルを適用できる。これに対して、プラズマの周囲に近い領域ではイオン化平衡が成立しないので、輸送過程と原子過程を考慮したモデルによって、不純物の密度変化を取り扱う必要がある。

本コードでは両モデルを併用した。理由はイオン化平衡モデルによる計算の方が、輸送過程と原子過程を考慮したモデルによる計算よりもはるかに速いからであり、各イオン化状態の不純物イオン密度を計算する過程に要する計算時間をできるだけ短くするためである。この節では、輸送過程と原子過程を考慮したモデルについて説明し、つぎに、このモデルにイオン化平衡の成立する近似を施して得られるイオン化平衡モデルについて説明する。

〔1〕輸送過程と原子過程を考慮したモデル

原子番号 Z_I の不純物 I のイオン化状態を $k = 1, \dots, Z_I + 1$ で表わす。 $k = 1$ は中性の不純物粒子を意味し、 $k = Z_I + 1$ は軌道電子のない Z_I 価の不純物イオンを表わす。また、イオン化状態 k は、 $k - 1$ 価の不純物イオンを表わす。不純物 I のイオン化状態 k のイオン密度 n_I^k は、電子密度を n_e とすると、原子過程を含むつぎの輸送方程式で表わされる。

$$\frac{\partial n_I^k}{\partial t} = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \Gamma_I^k) + n_e \{ (\alpha_I^{k-1} n_I^{k-1} - \alpha_I^k n_I^k - (\beta_I^{k-1} n_I^k - \beta_I^k n_I^{k+1})) \} - \frac{n_I^k}{\tau_I^k} \quad (k \geq 2) \quad (2.6-9)$$

ここで、 Γ_I^k は、不純物 I のイオン化状態 k のイオンの粒子束で、

$$\Gamma_I^k = -D_I^k \frac{\partial n_I^k}{\partial r} + r_w^I \cdot W_I^k \cdot n_I^k \quad (2.6-10)$$

で与えられる。不純物イオンの輸送係数として、 $r < a$ では Pfirsch-Schlüter regime⁽²⁹⁾ における輸送係数 D_{ps} 、 $a < r < r_w$ では、ボーム輸送係数 D_{BM} を用い、 $r = a$ では両者の平均を用いる。（ただし、 r_s はスクレイプオフ層の半径）

$$D_I^k = D_{PS} = (1 + 2q(r)^2) \nu_I^k (\rho_I^k)^2 \text{ for } r < a \quad (2.6-11)$$

$$D_I^k = D_{BM} = \frac{1}{16} \frac{T_e}{B_Z} \text{ for } a < r < r_w \quad (2.6-12)$$

$$D_I^k = \frac{1}{2} (D_{PS} + D_{BM}) \quad \text{at } r = a \quad (2.6-13)$$

ここで、 $q(r)$: 安全係数

$$q(r) = \frac{r}{R} \frac{B_Z}{B_\theta} \quad (2.6-14)$$

ν_I^k : (k-1) 価の不純物イオンの衝突周波数 (s^{-1})

$$\nu_I^k = \frac{4}{3} \frac{\sqrt{2\pi} (k-1)^2 Z_i^2 e^4 n_i \ell n A}{\sqrt{m_{Ii}} T_i^{3/2}} \quad (2.6-15)$$

ρ_I^k : (k-1) 価の不純物イオンのトロイダルラーマ半径 (m)

$$(\rho_I^k)^2 = \frac{m_{Ii} T_i}{(k-1)^2 e^2 B_z^2} \quad (2.6-16)$$

で与えられるものとする。 W_I^k は、プラズマイオンとの摩擦、プラズマイオン温度勾配によって生じる内向きの拡散速度であり、次式で与えられる。⁽²⁹⁾

$$W_I^k = D_I^k \frac{k-1}{Z_i} \left[\frac{1}{n_i} \frac{\partial n_i}{\partial r} - \frac{1}{2} \frac{1}{T_i} \frac{\partial T_i}{\partial r} \right] \quad (2.6-17)$$

また、 r_w^I は、内向き拡散速度の異常係数として導入した因子である。

ただし、 R : プラズマの主半径

B_z : トロイダル磁場

B_θ : ポロイダル磁場

Z_i : プラズマイオンの荷電数

e : 荷電素量

n_i : プラズマイオン密度

m_{Ii} : 不純物イオンとプラズマイオンの換算質量

$$m_{Ii} = \frac{m_I \cdot m_i}{m_I + m_i}$$

m_I : 不純物 I のイオンの質量

m_i : プラズマイオンの質量

$\ell n A$: クーロン対数

α_I^k , β_I^k は、それぞれ、k から k+1 状態へのイオン化率、k+1 から k 状態への再結合率を示し、つぎの式で与えられる。

イオン化率⁽³⁰⁾ :

$$\alpha_I^k = 5.9 \times 10^{-14} q_I^k (E_{Ik}^{k+1})^{-3/2} \sqrt{X_k} Y_1(X_k) \quad (m^3 s^{-1}) \quad (2.6-18)$$

再結合率 :

$$\beta_I^k = \beta_{rI}^k + \beta_{dI}^k \quad (\text{ただし, } \beta_{dI}^{Z_I+1} = 0) \quad (2.6-19)$$

ここで、 β_{rI}^k は放射再結合率で次式で与えられる。⁽³⁰⁾

$$\beta_{rI}^k = 5.2 \times 10^{-20} k X_k^{3/2} e^{X_k} Y_1(X_k) \quad (m^3 s^{-1}) \quad (2.6-20)$$

また、 β_{dI}^k は2電子放射再結合率で Burgess³¹⁾により次式で与えられている。

$$\beta_{dI}^k = 7.6 \times 10^{-20} A(x_k) B(z_k) f e^{-\tilde{E}/T_e} T_e^{-3/2} \quad (\text{m}^3 \text{s}^{-1}) \quad (2.6-21)$$

ただし、 q_I^k : 不純物Iのk状態での最外殻の軌道電子数

E_{Ik}^{k+1} : kからk+1状態へのイオン化ポテンシャル (keV)

$$X_k = E_{Ik}^{k+1} / T_e \quad (2.6-22)$$

$$Y_1(u) = \int_u^\infty \frac{e^{-t}}{t} dt \quad (2.6-23)$$

$$A(x_k) = x_k^{1/2} (1 + 0.105 x_k + 0.015 x_k^2)^{-1} \quad (2.6-24)$$

$$B(z_k) = z_k^{1/2} (z_k + 1)^{5/2} (z_k^2 + 13.4)^{-1/2} \quad (2.6-25)$$

$$x_k = \frac{E_{ex}}{I_H(z_k + 1)} \quad (2.6-26)$$

$I_H = 13.64 \text{ eV}$: 水素のイオン化エネルギー

$$\tilde{E}/T_e = \frac{E_{ex}^I}{\{1 + 0.015 Z_k^3 (Z_k + 1)^{-2}\} T_e} \quad (2.6-27)$$

以上の式の中で、 Z_k はk状態のイオン価数、すなわち $Z_k = k-1$ を示す。 q_I^k , E_{Ik}^{k+1} を Table 2.6.1 に示す。 E_{ex}^I は励起ポテンシャル、 f は振動子強度で中村幸治等が求めたテーブル³²⁾を用いる。これらのテーブルは、Table 2.6.2 ~ Table 2.6.4 に示す。

つぎに、 $n_I^k / \tau_{\parallel}$ は、磁力線方向の輸送を示し、 $r_p < r < r_w$ の領域で定義され、つぎのように表わされる。

$$\frac{n_k}{\tau_{\parallel}} = C_I \theta v_s^I n_k \quad (2.6-28)$$

ここで、 C_I は常数である (入力データで与える)。

$$\theta = \frac{y}{\pi r} \frac{B_\theta}{B_z}$$

ただし、 y : セパトロリクス磁気面上の特異点の数

$$v_s^I = 9.79 \times 10^3 \sqrt{A_I} \sqrt{T_e}$$

$$A_I = \frac{m_I}{m_H} \quad (m_I, m_H : \text{不純物, 水素の質量})$$

(2) イオン化平衡近似モデル

この節の頭初に述べたように、プラズマ温度がどの軌道電子のイオン化ポテンシャルエネルギーよりも遥かに高い領域では、イオン価数全体にわたって、原子過程による不純物イオンの密度

変化の速さの方が輸送過程による変化の速さに比べて遥かに速くなるので、輸送過程による変化を無視できるようになる。そこで、(2.6-9)式はつぎのように書ける。

$$\frac{\partial n_I^k}{\partial t} = n_e \{ (\alpha_I^{k-1} n_I^{k-1} - \alpha_I^k n_I^k) - (\beta_I^{k-1} n_I^k - \beta_I^k n_I^{k+1}) \} \quad (2.6-29)$$

この式の解は、 $n_e t$ がプラズマの電子温度に依存するある値以上になると、定常解となる。³³⁾

そこで、 $n_e \Delta t$ が定常解を得るのに十分な大きさであれば、(2.6-29)式の左辺=0として取り扱うことができる。すなわち

$$\left. \begin{aligned} k = Z_I : n_I^{Z_I} &= \frac{\beta_I^{Z_I}}{\alpha_I^{Z_I}} n_I^{Z_I+1} \\ k = Z_I - 1 : n_I^{Z_I-1} &= \frac{\beta_I^{Z_I-1}}{\alpha_I^{Z_I-1}} n_I^{Z_I} = \frac{\beta_I^{Z_I} \cdot \beta_I^{Z_I-1}}{\alpha_I^{Z_I} \cdot \alpha_I^{Z_I-1}} n_I^{Z_I+1} \\ \dots\dots\dots \\ k = k : n_I^k &= \frac{\beta_I^k}{\alpha_I^k} n_I^{k+1} = \frac{\beta_I^{Z_I} \dots \beta_I^k}{\alpha_I^{Z_I} \dots \alpha_I^k} n_I^{Z_I+1} \\ \dots\dots\dots \\ k = 2 : n_I^2 &= \frac{\beta_I^2}{\alpha_I^2} n_I^3 = \frac{\beta_I^{Z_I} \dots \beta_I^2}{\alpha_I^{Z_I} \dots \alpha_I^2} n_I^{Z_I+1} \end{aligned} \right\} \quad (2.6-30)$$

となる。ここで

$$n_I = \sum_{k=2}^{Z_I+1} n_I^k = \left[\sum_{k=2}^{Z_I} \left(\frac{\beta_I^{Z_I} \dots \beta_I^k}{\alpha_I^{Z_I} \dots \alpha_I^k} \right) + 1 \right] n_I^{Z_I+1} \quad (2.6-31)$$

となるように、 $n_I^{Z_I+1}$ を決める。

以上(1)と(2)節で求めた n_I^k ($k=2 \dots Z_I+1$) を用いて、 $\bar{Z}_I$, Z_{eff}^I を求めると、つぎのようになる。

$$\bar{Z}_I = \frac{\sum_{k=2}^{Z_I+1} (k-1) n_I^k}{n_I} \quad (2.6-32)$$

$$Z_{eff}^I = \frac{\sum_{k=2}^{Z_I+1} (k-1)^2 n_I^k}{\sum_{k=2}^{Z_I+1} (k-1) n_I^k} = \frac{\sum_{k=2}^{Z_I+1} (k-1)^2 n_I^k}{n_I \bar{Z}_I} \quad (2.6-33)$$

電荷のバランスから電子密度を求めると

$$n_e = n_D + n_T + n_\alpha Z_\alpha + \sum_I \sum_{k=2}^{Z_I+1} (k-1) n_I^k \quad (2.6-34)$$

すなわち、 $n_e = n_D + n_T + n_\alpha Z_\alpha + \sum_I \bar{Z}_I n_I$

となり、また実効電荷は、

$$Z_{\text{eff}} = (n_D + n_T + Z_\alpha^2 n_\alpha + \sum_I \sum_{k=2}^{Z_I+1} (k-1)^2 n_I^k) / n_e$$

$$\text{すなわち、} Z_{\text{eff}} = (n_D + n_T + Z_\alpha^2 n_\alpha + \sum_I Z_{\text{eff}}^I \bar{Z}_I n_I) / n_e \quad (2.6-35)$$

となる。

2.7 燃焼制御モデル

現在実験的に確かめられているプラズマ輸送のスケーリング則では、プラズマの自己点火達成後、何の制御も無ければプラズマの温度は熱的不安定性によって上昇し、設定温度での運転が不可能となる。プラズマ温度の制御方法として種々の方法が考えられるが、ここではトロイダルリップルによる制御を考えることにする。トロイダルリップルによる輸送係数は温度の上昇とともに急激に増大する特性を持つため、熱的不安定性の制御に適している。

制御変数であるトロイダルリップルは、制御の際も分布形状はかわらないとする。すなわちトロイダルリップル $\delta(r, \varphi)$ は次のように表わされるとする。

$$\delta(r, \varphi) = C_L \delta_0(r, \varphi) \quad (2.7-1)$$

ただし、 $\delta_0(r, \varphi)$ はベーストロイダルリップルを示し、 C_L は1以上のパラメータである。したがってパラメータ C_L の値を決めることにより制御することになる。

本コードでは制御方式として、以下に示すようにフィードバック制御とプレプログラミング制御を考えている。

1) フィードバック制御

フィードバック制御にはPI制御を用いることとし、次式よりパラメータ C_L を決めることとする。

$$C_L = k \{ P(t - \delta t) + \frac{1}{T_c} \int_{t_0}^{t - \delta t} P(t') dt' \} + 1.0 \quad (2.7-2)$$

ただし、 $P(t)$: 操作量の目標値と時刻 t における現在値の差

k : ゲイン

T_c : 積分時定数

δt : 制御の遅れ時間

t_0 : 制御開始時刻 である。

また $C_L < 1.0$ となった場合は、 $C_L = 1.0$ にセットする。(ベースリップルよりリップル値が小さくなることはないと仮定する。)

2) プレプログラミング制御

ここでは簡単にトロイダルリップル値を目標値まで指数関数的に次のように立ち上げることとする。

$$C_L = \begin{cases} V_\delta \left\{ 1 - \exp \left(-\frac{t-t_0}{\tau} \right) \right\} + 1 & t \geq t_0 \\ C_L = 1 & t \leq t_0 \end{cases} \quad (2.7-3)$$

ただし, V_δ : リップル増加分/ベースリップル値

τ : リップル立ち上げの時定数

本コードでは操作量として、トロイダルベータ値、総熱出力、および平均イオン温度の中から1つを選ぶことができる。如何なる変数を操作量とするかはIRIPL(入力パラメータ)の値により次のように決められている。

- IRIPL 0 : 制御せず
 ± 1 : トロイダルベータの制御
 ± 2 : 総熱出力の制御
 ± 3 : 平均イオン温度の制御

またIRIPL < 0 の場合は、プレプログラミング制御のみを、IRIPL > 0 の場合は、プレプログラミング制御+フィードバック制御を行うことにしている。

Table 2.6.1 Ionization Potentials and Equivalent Electrons⁽³³⁾.

	CARBON		OXYGEN		IRON	
	E_k^{k+1} (eV)	q_k	E_k^{k+1} (eV)	q_k	E_k^{k+1} (eV)	q_k
I	11.260	2	13.618	4	7.870	2
II	24.382	1	35.117	3	16.182	1
III	47.883	2	54.900	2	30.651	6
IV	64.492	1	77.413	1	54.8	5
V	392.084	2	113.902	2	75.0	4
VI	489.980	1	138.115	1	99.0	3
VII			739.327	2	125.0	2
VIII			871.390	1	151.18	1
IX					234.87	6
X					262.0	5
XI					290.3	4
XII					330.8	3
XIII					361.0	2
XIV					392.2	1
XV					457.0	2
XVI					490.0	1
XVII					1265.0	6
XVIII					1358.0	5
XIV					1456.0	4
XX					1582.0	3
XXI					1689.0	2
XXII					1799.0	1
XXIII					1950.0	2
XXIV					2045.0	1
XXV					8828.0	2
XXVI					9278.0	1

Table 2.6.2 Atomic data of carbon, such as configuration, term, statistical weight, oscillator strength, excitation energy and ionization energy. ΔE and χ_1 denote excitation energy and ionization energy, respectively⁽³²⁾.

Ion	Transition		f	$\Delta E(\text{eV})$	$\chi_1(\text{eV})$
	Configuration	Term			
6					490.0
5	1s-2p		0.42	367.4	392.1
4	1s ² -1s2p	¹ S- ¹ P ⁰	0.647	307.8	64.5
3	2s-2p	² S- ² P ⁰	0.286	8.0	47.9
2	2s ² -2s2p	¹ S- ¹ P ⁰	0.81	12.69	24.4
1	2s ² -2p-2s2p ²	² P ⁰ - ² P	0.34	13.71	11.26

Table 2.6.3 Atomic data of oxygen, such as configuration, term, statistical weight, oscillator strength, excitation energy and ionization energy. ΔE and χ_1 denote excitation energy and ionization energy, respectively⁽³²⁾.

Ion	Transition		f	$\Delta E(\text{eV})$	$\chi_1(\text{eV})$
	Configuration	Term			
8					871.4
7	1s-2p		0.42	653.5	739.114
6	1s ² -1s2p	¹ S- ¹ P ⁰	0.694	573.79	138.08
5	2s-2p	² S- ² P ⁰	0.196	11.99	113.87
4	2s ² -2s2p	¹ S- ¹ P ⁰	0.53	19.68	77.394
3	2p-3d	² P ⁰ - ² D	0.50	51.97	54.934
2	2p ² -2p3d	² P- ³ D ⁰	0.43	40.54	35.196
1	2s ² 2p ³ -2s2p ⁴	⁴ S ⁰ - ⁴ P	0.43	14.87	13.614

Table 2.6.4 Atomic data of iron, such as configuration, term, statistical weight, oscillator strength, excitation energy and ionization energy. ΔE and χ_i denote excitation energy and ionization energy, respectively⁽³²⁾.

Ion	Transition Configuration	Term	f	$\Delta E(\text{eV})$	$\chi_i(\text{eV})$
26					9278.0
25	1s-2p	$^2S-^2P^0$	0.42	6900.0	8828.0
24	$1s^2-1s2p$	$^1S-^1P^0$	0.79	6699.7	2045.0
23	2s-3p	$^2S-^2P$	0.379	1150.0	1950.0
22	$1s^22s^2-1s2s^22p$	$^1S-^1P$	0.78	6630.0	1799.0
21	$2s^22p-2s^23d$	$^2P^0-^2D$	0.66	1050.0	1689.0
20	$2s^22p^2-2s2p^3$	$^3P-^3P$	0.052	105.0	1582.0
19	$2s^22p^3-2s-2p^23d$	$^4S-^4P$	1.6	970.0	1456.0
18	$2s^22p^4-2s2p^5$	$^3P-^3P^0$	0.10	118.39	1358.0
17	$2p^5-2p^43d$	$^2P^0-^2D$	3.11	862.4	1265.0
16	$2p^6-2p^53d$	$^1S-^1P$	2.24	820.0	490.0
15	3s-3p	$^2S-^2P^0$	0.398	36.09	457.0
14	$3s^2-3s3p$	$^1S-^1P^0$	0.96	43.62	392.0
13	$3s^23p-3s^23d$	$^2P-^2D$	0.55	58.66	361.0
12	$3s^23p^2-3s3p^3$	$^3P-^3S^0$	0.16	51.49	331.0
11	$3s^23p^3-3p^23d$	$^4S-^4P$	1.227	63.85	290.0
10	$3s^23p^4-3p^33d$	$^3P-^3D$	1.35	69.31	262.0
9	$3p^5-3p^43d$	$^2P-^2D$	1.687	71.67	235.0
8	$3p^6-3p^53d$	$^1S-^1P^0$	3.72	72.46	151.0
7	$3p^53d-3p^53d^2$	$^2D-^2D^0$	0.73	73.96	125.0
6					99.0
5					75.0
4					54.8
3					30.7
2					16.2
1					7.9

3. 基本式の一般化と変動座標系への変換

プログラミングを容易にするため、および、前章で述べた基本方程式を変更したり、新たな式を付加することが容易なように、前章で述べた基本式を一般化して一本の方程式で表示する。また、核融合炉の起動における半径の変化するプラズマを記述できるようにするために、前章で表示した固定座標系から変動座標系による表示に変換する。この変換は、方程式を Euler 系から Lagrange 系へ座標変換することによって得られる。

3.1 基本式の一般化表示

変数をつぎのように u_ℓ によって表示する。

$$\{n_D, n_T, n_\alpha, n_{II}, n_{I2}, T_e, T_i, B_\theta, j_p\} = \{u_\ell\}_{\ell=1, \dots, 9}$$

これを用いて、基本式を書き直すとつぎのようになる。

$$(2.1-1) \rightarrow \frac{\partial u_1}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} G_1 - r_w^1 \frac{\partial u_1}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r r_w^1) u_1 - u_1 u_2 < \sigma v >_f + S_1 - \frac{u_1}{\tau_w^1} \quad (3-1)$$

$$(2.1-2) \rightarrow \frac{\partial u_2}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} G_2 - r_w^2 \frac{\partial u_2}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r r_w^2) u_2 - u_1 u_2 < \sigma v >_f + S_2 - \frac{u_2}{\tau_w^2} \quad (3-2)$$

$$(2.1-3) \rightarrow \frac{\partial u_3}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} G_3 - r_w^3 \frac{\partial u_3}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r r_w^3) u_3 + u_1 u_2 < \sigma v >_f + S_3 - \frac{u_3}{\tau_w^3} \quad (3-3)$$

$$(2.1-4) \rightarrow \begin{cases} \frac{\partial u_4}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} G_4 - r_w^4 \frac{\partial u_4}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r r_w^4) u_4 + S_4 - \frac{u_4}{\tau_w^4} \\ \frac{\partial u_5}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} G_5 - r_w^5 \frac{\partial u_5}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r r_w^5) u_5 + S_5 - \frac{u_5}{\tau_w^5} \end{cases} \quad (3-4)$$

$$(2.1-5) \rightarrow \frac{\partial u_6}{\partial t} = -\frac{u_6}{n_e} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\sum_{\ell=1}^5 Z_\ell G_\ell \right) + \frac{1}{n_e} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} G_6 + \frac{u_6}{n_e} \sum_{\ell} Z_\ell \left\{ \frac{2}{3} v_e + r_w^\ell \right\} \frac{\partial u_\ell}{\partial r} \\ - \frac{2}{3} \frac{D_e}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial r} \frac{\partial u_6}{\partial r} + \frac{u_6}{n_e} \sum_{\ell} Z_\ell \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r r_w^\ell) + \frac{1}{\tau_w^\ell} \right\} u_\ell \\ - \left(\frac{1}{\tau_{ei}} + \frac{2}{3} C_{\theta e} \right) u_6 + \frac{1}{\tau_{ei}} u_7 + \frac{2}{3} \frac{1}{n_e} \frac{\eta}{k} u_9 \cdot u_9$$

$$+ \frac{2}{3} \frac{1}{n_e} (W_{Be} + W_{\alpha e} + W_e - (P_{Br} + P_s + P_L)) - \frac{u_6}{n_e} \sum_{\ell} Z_{\ell} S_{\ell} \quad (3-6)$$

$$\begin{aligned} (2.1-6) \rightarrow \frac{\partial u_7}{\partial t} = & -\frac{u_7}{n_i} \frac{1}{r} \sum_{\ell=1}^5 \frac{\partial}{\partial r} G_{\ell} + \frac{1}{n_i} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} G_7 + \frac{u_7}{n_i} \sum_{\ell} \left\{ r_w^{\ell} + \frac{2}{3} v_{\ell} \right\} \frac{\partial u_{\ell}}{\partial r} \\ & - \frac{1}{n_i} \sum_{\ell} \frac{2}{3} D_{\ell} \frac{\partial u_{\ell}}{\partial r} \cdot \frac{\partial u_7}{\partial r} + \frac{u_7}{n_i} \sum_{\ell} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r r_w^{\ell}) + \frac{1}{\tau_{\ell}} \right\} u_{\ell} + \frac{n_e}{n_i} \frac{1}{\tau_{ei}} u_6 \\ & - \frac{1}{n_i} \left(\frac{n_e}{\tau_{ei}} + \frac{2}{3} C_{\theta i} \right) u_7 - \frac{u_7}{n_i} \sum_{\ell} S_{\ell} \\ & + \frac{2}{3} \frac{1}{n_i} (W_{Bi} + W_{\alpha i} + W_i) - 2 \cdot \frac{u_7}{n_i} u_1 u_2 < \sigma v >_f \end{aligned} \quad (3-7)$$

$$(2.1-10) \rightarrow \frac{\partial u_8}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} G_8 - \frac{E_z}{r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} G_8 - \frac{1}{r} \left(\sum_{\ell} D_{8\ell} \frac{\partial u_{\ell}}{\partial r} + D_{88} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r u_8) \right) \quad (3-8)$$

$$(2.1-11) \rightarrow \frac{\partial u_9}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} G_9 + \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial \eta}{\partial r} \frac{\partial u_9}{\partial r} + \frac{1}{\mu_0} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \eta}{\partial r} \right) \cdot u_9 \quad (3-9)$$

(3-1) ~ (3-9) の中で用いている物理量の定義式を示す。

$$G_{\ell} = r \left\{ \sum_{j=8}^9 D_{\ell j} \frac{\partial u_j}{\partial r} + D_{\ell 8} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r u_8) \right\} \quad (3-10)$$

$$r_w^{\ell} = - \frac{2.44}{1 + 0.85 \nu_e^*} G_{wp} \frac{\epsilon_r^{1/2} E_z}{B_p} \quad ((2.3-41) \text{ 式を参照}) \quad (3-11)$$

$$\frac{1}{\tau_{\ell}} = C_j \theta v_s^j \quad ((2.1-38) \text{ 式を参照}) \quad (3-12)$$

$$D_{jj} = D_j \quad (j = 1, \dots, 5) \quad (3-13)$$

$$D_{6\ell} = \frac{5}{3} Z_{\ell} D_{\ell} u_6 \quad (\ell = 1, \dots, 5), \quad D_{66} = \frac{2}{3} \kappa_6 \quad (\kappa_6 = \kappa_e) \quad (3-14)$$

$$D_{7\ell} = \frac{5}{3} D_{\ell} u_7 \quad (\ell = 1, \dots, 5), \quad D_{77} = \frac{2}{3} \kappa_7^* \quad (\kappa_7^* = \kappa_i^*) \quad (3-15)$$

$$D_{8\ell} = \frac{D_e}{n_e} Z_{\ell} u_8 \quad (\ell = 1, \dots, 5), \quad D_{88} = \frac{1}{\mu_0} \eta \quad (3-16)$$

$$D_{99} = \frac{\eta}{\mu_0} \quad (3-17)$$

上記以外の $D_{j\ell}$ は, $D_{j\ell} = 0$ ($j \leq 9, \ell \leq 9$)

$$\left. \begin{aligned} C_{\theta e} &= C_e (0.5 + C_D) v_s \theta \\ C_{\theta i} &= \frac{3}{2} C_i (n_D v_s^D + n_T v_s^T) \theta \end{aligned} \right\} \quad (3-18)$$

ここで後出の $V_{j\ell}$ について, 以下のように定義しておく。

$$V_{6\ell} = Z_\ell \left(\frac{2}{3} D_e \frac{\partial n_e}{\partial r} - r_w^\ell \right), \quad (\ell = 1, \dots, 5) \quad V_{66} = \frac{2}{3} \frac{D_e}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial r},$$

$$V_{68} = -\frac{2}{3} \frac{\eta}{\mu_0^2 k n_e} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r u_8) \text{ or } 0 \text{ (スクレイプオフ層)} \quad (3-19)$$

$$V_{7\ell} = \left(\frac{2}{3} D_\ell \frac{\partial n_\ell}{\partial r} - r_w^\ell \right), \quad (\ell = 1, \dots, 5), \quad V_{77} = \frac{2}{3} \frac{1}{n_i} \sum_{\ell} D_\ell \frac{\partial n_\ell}{\partial r} \quad (3-20)$$

上記以外の $V_{j\ell}$ は $V_{j\ell} = 0$ ($j \leq 7, \ell \leq 9$)

(3.1) ~ (3.11) はつぎのように一つの式で表現することができる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_j}{\partial t} &= \sum_{\ell} Y_{j\ell}^1 \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} G_\ell + \sum_{\ell} Y_{j\ell}^2 F_{j\ell} \frac{\partial u_\ell}{\partial r} + \sum_{\ell} Y_{j\ell}^3 H_{j\ell} u_\ell + \sum_{\ell} Y_{j\ell}^4 S_{j\ell} \\ &\quad + \sum_{\ell} Y_{j\ell}^5 W_{j\ell} u_1 u_2 \end{aligned} \quad (3-21)$$

ここで $F_{j\ell}$ は $V_{j\ell}$ を用いて 55 ページ以降で定義され, $Y_{j\ell}^m$ ($m = 1, \dots, 5$) は (3-21) 式の具体的な形を決定するパラメータであり, この目的を達成できる形として次式を選ぶ。

$$Y_{j\ell}^m = \frac{g_{j\ell}^m + \sum_k \xi_{j\ell k}^m u_k}{h_{j\ell}^m + \sum_k \zeta_{j\ell k}^m u_k} \quad (m = 1, \dots, 5, j = 1, \dots, 9, \ell = 1 \dots 9) \quad (3-22)$$

$Y_{j\ell}^m$ は, u_k, Z_ℓ を含む時は時間と空間の関数であるが, それ以外のときは, 定数である。

$$[j = 1, \dots, 5] \quad Y_{jj}^1 = 1, Y_{jj}^2 = 1, Y_{jj}^3 = 1, Y_{j8}^3 = 1, Y_{j1}^4 = 1, Y_{j1}^5 = 1 \quad (j = 1, 2, 3) \quad (3-23)$$

$$\begin{aligned}
 (j=6), Y_{61}^1 &= -\frac{u_6}{n_e} Z_\ell \quad (\ell=1, \dots, 5) : \xi_{6\ell 6}^1 = -Z_\ell, \quad \zeta_{6\ell k}^1 = Z_k \quad (k=1, \dots, 5) \\
 Y_{66}^1 &= \frac{1}{n_e} : \xi_{66k}^1 = Z_k \quad (k=1, \dots, 5), \quad g_{66}^1 = 1 \\
 Y_{6\ell}^2 &= \frac{u_6}{n_e} \quad (\ell=1, \dots, 5) : \xi_{6\ell 6}^2 = 1, \quad \zeta_{6\ell k}^2 = Z_k \quad (k=1, \dots, 5) \\
 Y_{66}^2 &= 1, \quad Y_{68}^2 = 1 : g_{66}^2 = 1, \quad h_{66}^2 = 1, \quad g_{68}^2 = 1, \quad h_{68}^2 = 1 \\
 Y_{6\ell}^3 &= \frac{u_6}{n_e} \quad (\ell=1, \dots, 5) : \xi_{6\ell 6}^3 = 1, \quad \zeta_{6\ell k}^3 = Z_k \quad (k=1, \dots, 5) \\
 Y_{6\ell}^3 &= 1 \quad (\ell=6, 7) : g_{6\ell}^3 = 1, \quad h_{6\ell}^3 = 1 \quad (\ell=6, 7) \\
 Y_{69}^3 &= \frac{u_9}{n_e} : \xi_{699}^3 = 1, \quad \zeta_{69k}^3 = Z_k \quad (k=1, \dots, 5) \\
 Y_{61}^4 &= \frac{1}{n_e} : g_{61}^4 = 1, \quad \zeta_{61k}^4 = Z_k \quad (k=1, \dots, 5) \\
 Y_{62}^4 &= \frac{u_6}{n_e} : \xi_{626}^4 = 1, \quad \zeta_{62k}^4 = Z_k \quad (k=1, \dots, 5)
 \end{aligned}
 \tag{3-24}$$

$$\begin{aligned}
 (j=7) Y_{71}^1 &= -\frac{u_7}{n_i} \quad (\ell=1, \dots, 5) : \xi_{7\ell 7}^1 = -1, \quad \zeta_{7\ell k}^1 = 1 \quad (k=1, \dots, 5) \\
 Y_{77}^1 &= \frac{1}{n_i} : g_{77}^1 = 1, \quad \zeta_{77k}^1 = 1 \quad (k=1, \dots, 5) \\
 Y_{7\ell}^2 &= \frac{u_7}{n_i} \quad (\ell=1, \dots, 5) : \xi_{7\ell 7}^2 = 1, \quad \zeta_{7\ell k}^2 = 1 \quad (k=1, \dots, 5) \\
 Y_{77}^2 &= 1 : g_{77}^2 = 1, \quad h_{77}^2 = 1 \\
 Y_{7\ell}^3 &= \frac{u_7}{n_i} \quad (\ell=1, \dots, 5) : \xi_{7\ell 7}^3 = 1, \quad \zeta_{7\ell k}^3 = 1 \quad (k=1, \dots, 5) \\
 Y_{76}^3 &= \frac{n_e}{n_i} : \xi_{76k}^3 = Z_k \quad (k=1, \dots, 5), \quad \zeta_{76k}^3 = 1 \quad (k=1, \dots, 5) \\
 Y_{77}^3 &= \frac{1}{n_i} : g_{77}^3 = 1, \quad \zeta_{77k}^3 = 1 \quad (k=1, \dots, 5)
 \end{aligned}
 \tag{3-25}$$

$$\begin{aligned}
 Y_{71}^4 &= \frac{1}{n_i} & : g_{71}^4 = 1, \zeta_{71k}^4 = 1 \quad (k=1, \dots, 5) \\
 Y_{72}^4 &= \frac{u_7}{n_i} & : \xi_{727}^4 = 1, \zeta_{72k}^4 = 1 \quad (k=1, \dots, 5) \\
 Y_{71}^5 &= \frac{u_7}{n_i} & : \xi_{717}^5 = 1, \zeta_{71k}^5 = 1 \quad (k=1, \dots, 5)
 \end{aligned} \tag{3-25}$$

$$[j=8] \quad Y_{88}^1 = 1, Y_{88}^3 = 1, Y_{8\ell}^2 = 1 \quad (\ell=1, \dots, 5) \tag{3-26}$$

$$[j=9] \quad Y_{99}^1 = 1, Y_{99}^2 = 1, Y_{99}^3 = 1 \tag{3-27}$$

上記以外の $Y_{j\ell}^m, g_{j\ell}^m, h_{j\ell}^m, \xi_{j\ell k}^m, \zeta_{j\ell k}^m$ はすべて0である。

つぎに, $F_{j\ell}, H_{j\ell}, S_{j\ell}, W_{j\ell}$ を求める。

$$\begin{aligned}
 [j=1, \dots, 5] \quad F_{jj} &= -r_w^j, \\
 H_{jj} &= -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r r_w^j), \\
 H_{j8} &= -\frac{C_j y}{\pi r} \frac{v_j}{B_z}, \\
 S_{j1} &= S_j, \\
 W_{j1} &= -\langle \sigma v \rangle_f \quad (j=1, 2), \quad W_{31} = \langle \sigma v \rangle_f
 \end{aligned} \tag{3-28}$$

$$\begin{aligned}
 [j=6] \quad F_{6\ell} &= -V_{6\ell} \quad (\ell=1, \dots, 6, 8), \\
 H_{6\ell} &= Z_\ell \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r r_w^\ell) + \frac{1}{\tau_{\parallel}^\ell} \right) \quad (\ell=1, \dots, 5), \\
 H_{66} &= -\left(\frac{1}{\tau_{ei}} + \frac{2}{3} C_{\theta e} \right), \\
 H_{67} &= \frac{1}{\tau_{ei}}, \\
 H_{69} &= \frac{2}{3} \frac{\eta}{k}, \\
 S_{61} &= \frac{2}{3} [W_{Be} + W_{\alpha e} + W_e - (P_{Br} + P_S + P_L)], \\
 S_{62} &= -\sum_{\ell}^5 Z_\ell S_\ell
 \end{aligned} \tag{3-29}$$

$$\begin{aligned}
 [j=7] \quad & F_{7\ell} = -V_{7\ell} \quad (\ell=1, \dots, 5, 7) \\
 & H_{7\ell} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \gamma_w^\ell) + \frac{1}{\tau_{\ell}} \quad (\ell=1, \dots, 5) \\
 & H_{76} = \frac{1}{\tau_{ei}} \\
 & H_{77} = - \left(\frac{n_e}{\tau_{ei}} + \frac{2}{3} C_{\theta i} \right) \\
 & S_{71} = \frac{2}{3} (W_{Bi} + W_{\alpha i} + W_i), \quad S_{72} = - \sum_{\ell}^5 S_{\ell} \\
 & W_{71} = -2 \langle \sigma v \rangle_f
 \end{aligned} \quad (3-30)$$

$$[j=8] \quad F_{8\ell} = -\frac{1}{r} D_{8\ell} \quad (\ell=1, \dots, 5), \quad H_{88} = -\frac{D_{88}}{r^2} \quad (3-31)$$

$$[j=9] \quad F_{99} = \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial \eta}{\partial r}, \quad H_{99} = \frac{1}{\mu_0} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \eta}{\partial r} \right) \quad (3-32)$$

3.2 変動座標系への変換

一般化された微分方程式 (3-21) を Euler 系から Lagrange 系へ変換することによって変動座標系で記述する。具体的には,

$$\frac{du_j}{dt} = \frac{\partial u_j}{\partial t} + \frac{dr}{dt} \frac{\partial u_j}{\partial r} \quad (3-33)$$

の変換を施す。(3-21) は, つぎのようになる。

$$\begin{aligned}
 \frac{du_j}{dt} = & \frac{dr}{dt} \frac{\partial u_j}{\partial r} + \sum_{\ell} Y_{j\ell}^1 \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} G_{\ell} + \sum_{\ell} Y_{j\ell}^2 F_{j\ell} \frac{\partial u_{\ell}}{\partial r} + \sum_{\ell} Y_{j\ell}^3 H_{j\ell} u_{\ell} + \sum_{\ell} Y_{j\ell}^4 S_{j\ell} \\
 & + \sum_{\ell} Y_{j\ell}^5 W_{j\ell} u_1 u_2
 \end{aligned} \quad (3-34)$$

ここで, プラズマ半径 a は時間の関数として与えられ, 各点は,

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{r} \frac{dr}{dt} &= \frac{1}{a} \frac{da}{dt} \quad (r \leq a) \\
 \frac{dr}{dt} &= \frac{da}{dt} \quad (a < r \leq r_s)
 \end{aligned} \quad (3-35)$$

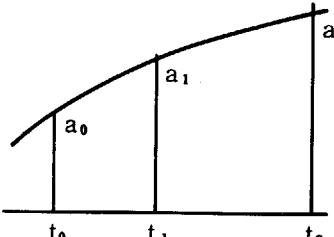
に従って移動するものと仮定する。すなわち、 $r = 0$ から $r = a$ までは、空間メッシュ点は $\frac{r}{a}$

$\frac{da}{dt}$ の速さで移動し、メッシュ数およびメッシュ幅の比は時間に関して不変である。これに対し

て、 $r = a$ から $r = r_s$ までは、空間メッシュ点はプラズマ半径の膨張する速さと同じ速さで移動し、メッシュ数およびメッシュ幅は時間に関して不変である。

プラズマ半径 a の時間変化を時間波形で与える。この場合、時点間の値は直線内挿で求める。 da/dt に関しては、直接差分をとると時点間の値が求まるので、各時点上の値を求めるため、三点階差式を用いる。 $a = a(t)$ として、 $a_0 = a(t_0)$ 、 $a_1 = a(t_1)$ 、 $a_2 = a(t_2)$ とすると、 da/dt は、

つぎのように与えられる。



$$\begin{aligned} \frac{da(t)}{dt} = & \frac{2t - t_1 - t_2}{(t_0 - t_1)(t_0 - t_2)} a_0 + \frac{2t - t_2 - t_0}{(t_1 - t_2)(t_1 - t_0)} a_1 \\ & + \frac{2t - t_0 - t_1}{(t_2 - t_0)(t_2 - t_1)} a_2 \end{aligned} \quad (3-36)$$

そこで、

$$\left(\frac{da}{dt} \right)_{t=t_1} = \frac{t_1 - t_2}{(t_0 - t_1)(t_0 - t_2)} a_0 + \frac{2t_1 - t_2 - t_0}{(t_1 - t_2)(t_1 - t_0)} a_1 + \frac{t_1 - t_0}{(t_2 - t_0)(t_2 - t_1)} a_2 \quad (3-37)$$

$$\left(\frac{da}{dt} \right)_{t=t_2} = \frac{t_2 - t_1}{(t_0 - t_1)(t_0 - t_2)} a_0 + \frac{t_2 - t_0}{(t_1 - t_2)(t_1 - t_0)} a_1 + \frac{2t_2 - t_0 - t_1}{(t_2 - t_0)(t_2 - t_1)} a_2 \quad (3-38)$$

で与えられる。

4. 数 値 解 法

4.1 Crank-Nicolson による解法の差分化

一般化された方程式 (3-34) を Crank-Nicolson の方法で解く。時間ステップとして、 t と $t + \Delta t$ に対する変数を u_ℓ , $\bar{u}_\ell$ と記し、以下 $t + \Delta t$ の時点に対する物理量を“-”を付けて表わす。空間メッシュの採り方を Fig. 4.1 に示す。Integral mesh で表わす物理量としては、 r , $D_{i\ell}$, $G_{i\ell}$ であり、Half mesh で表わす物理量は、 r , u_i , $F_{i\ell}$, $H_{i\ell}$, $S_{i\ell}$, $W_{i\ell}$, $Y_{i\ell}^n$ である。非線型項は、 $\overline{AB} = \bar{A}\bar{B} + \bar{A}B - AB$, $(\frac{1}{A}) = \frac{1}{A} (2 - \frac{\bar{A}}{A})$, $(\frac{B}{A}) = \frac{B}{A} (\frac{\bar{B}}{B} - \frac{\bar{A}}{A} + 1)$ 等の諸式を用いて線型化する。(3.34) をつぎのように書きなおす。

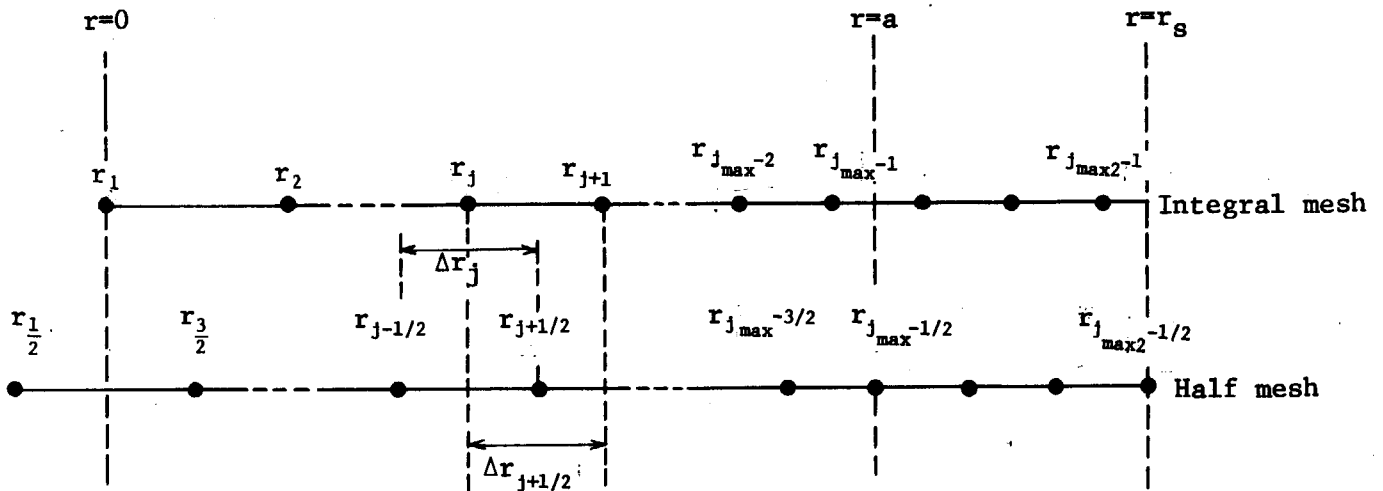


Fig. 4.1 Spatial mesh points

$$\begin{aligned} \frac{du_i}{dt} = & \sum_{\ell} Y_{i\ell}^1 \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} G_{\ell} + \sum_{\ell} Y_{i\ell}^2 \left[F_{i\ell} + \delta_{i\ell} \frac{r}{a} \frac{da}{dt} \right] \frac{\partial u_{\ell}}{\partial r} \\ & + \sum_{\ell} Y_{i\ell}^3 H_{i\ell} u_{\ell} + \sum_{\ell} Y_{i\ell}^4 S_{i\ell} + \sum_{\ell} Y_{i\ell}^5 W_{i\ell} u_1 u_2 \end{aligned} \quad (4.1-1)$$

両辺の差分をとると、

$$\begin{aligned} \frac{\bar{u}_{ij-1/2} - u_{ij-1/2}}{\Delta t} = & \frac{1}{2} \sum_{\ell} \left\{ \bar{Y}_{i\ell}^1 \left(\frac{1}{r_{j-1/2}} \right) \left(\frac{\partial G_e}{\partial r} \right)_{j-1/2} + Y_{i\ell}^1 \frac{1}{r_{j-1/2}} \left(\frac{\partial G_e}{\partial r} \right)_{j-1/2} \right\} \\ & + \frac{1}{2} \sum_{\ell} \left\{ \bar{Y}_{i\ell}^2 \left\{ \bar{F}_{i\ell} + \delta_{i\ell} \left(\frac{\bar{r}}{a} \right) \left(\frac{da}{dt} \right) \right\} \right\}_{j-1/2} \left(\frac{\partial u_e}{\partial r} \right)_{j-1/2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + Y_{i\ell}^2 \left\{ \bar{F}_{i\ell} + \delta_{i\ell} \left(\frac{r}{a} \right) \left(\frac{da}{dt} \right) \right\}_{j-1/2} \left(\frac{\partial u_e}{\partial r} \right)_{j-1/2} \\
& + \frac{1}{2} \sum_{\ell} \left[\bar{Y}_{i\ell}^3 \bar{H}_{i\ell j-1/2} \bar{u}_{\ell j-1/2} + Y_{i\ell}^3 H_{i\ell j-1/2} u_{\ell j-1/2} \right] \\
& + \frac{1}{2} \sum_{\ell} \left[\bar{Y}_{i\ell}^4 \bar{S}_{i\ell j-1/2} + Y_{i\ell}^4 S_{i\ell j-1/2} \right] \\
& + \frac{1}{2} \sum_{\ell} \left[\bar{Y}_{i\ell}^5 \bar{W}_{i\ell j-1/2} \bar{u}_{1j-1/2} \bar{u}_{2j-1/2} + Y_{i\ell}^5 W_{i\ell j-1/2} u_{1j-1/2} u_{2j-1/2} \right]
\end{aligned}
\tag{4.1-2}$$

線型近似を施すと,

$$\begin{aligned}
\frac{\bar{u}_{ij-1/2} - u_{ij-1/2}}{\Delta t} &= \frac{1}{2} \sum_{\ell} \left[Y_{i\ell}^1 \left(\frac{1}{r_{j-1/2}} \right) \left(\frac{\partial G_{\ell}}{\partial r} \right)_{j-1/2} + Y_{i\ell}^1 \left(\frac{1}{r_{j-1/2}} \right) \left(\frac{\partial G_{\ell}}{\partial r} \right)_{j-1/2} \right. \\
& \quad \left. + \bar{Y}_{i\ell}^1 \left(\frac{1}{r_{j-1/2}} \right) \left(\frac{\partial G_{\ell}}{\partial r} \right)_{j-1/2} - Y_{i\ell}^1 \left(\frac{1}{r_{j-1/2}} \right) \left(\frac{\partial G_{\ell}}{\partial r} \right)_{j-1/2} \right] \\
& + \frac{1}{2} \sum_{\ell} \left[Y_{i\ell}^2 \left\{ \bar{F}_{i\ell} + \delta_{i\ell} \left(\frac{r}{a} \right) \left(\frac{da}{dt} \right) \right\}_{j-1/2} \left(\frac{\partial u_{\ell}}{\partial r} \right)_{j-1/2} \right. \\
& \quad + \bar{Y}_{i\ell}^2 \left\{ \bar{F}_{i\ell} + \delta_{i\ell} \left(\frac{r}{a} \right) \left(\frac{da}{dt} \right) \right\}_{j-1/2} \left(\frac{\partial u_{\ell}}{\partial r} \right)_{j-1/2} \\
& \quad - Y_{i\ell}^2 \left\{ \bar{F}_{i\ell} + \delta_{i\ell} \left(\frac{r}{a} \right) \left(\frac{da}{dt} \right) \right\}_{j-1/2} \left(\frac{\partial u_{\ell}}{\partial r} \right)_{j-1/2} \\
& \quad \left. + Y_{i\ell}^2 \left\{ \bar{F}_{i\ell} + \delta_{i\ell} \left(\frac{r}{a} \right) \left(\frac{da}{dt} \right) \right\}_{j-1/2} \left(\frac{\partial u_{\ell}}{\partial r} \right)_{j-1/2} \right] \\
& + \frac{1}{2} \sum_{\ell} \left[Y_{i\ell}^3 \bar{H}_{i\ell j-1/2} \bar{u}_{\ell j-1/2} + \bar{Y}_{i\ell}^3 \bar{H}_{i\ell j-1/2} u_{\ell j-1/2} \right. \\
& \quad \left. - Y_{i\ell}^3 \bar{H}_{i\ell j-1/2} u_{\ell j-1/2} + \bar{Y}_{i\ell}^3 H_{i\ell j-1/2} u_{\ell j-1/2} \right] \\
& + \frac{1}{2} \sum_{\ell} \left[\bar{Y}_{i\ell}^4 \bar{S}_{i\ell j-1/2} + Y_{i\ell}^4 S_{i\ell j-1/2} \right] \\
& + \frac{1}{2} \sum_{\ell} \left[Y_{i\ell}^5 \bar{W}_{i\ell j-1/2} \bar{u}_{1j-1/2} \bar{u}_{2j-1/2} + \bar{Y}_{i\ell}^5 \bar{W}_{i\ell j-1/2} u_{1j-1/2} \right. \\
& \quad \left. u_{2j-1/2} + \bar{Y}_{i\ell}^5 \bar{W}_{i\ell j-1/2} u_{1j-1/2} u_{2j-1/2} \right]
\end{aligned}$$

$$-2Y_{i\ell}^5 \overline{W}_{i\ell j-1/2} u_{1j-1/2} u_{2j-1/2} + Y_{i\ell}^5 W_{i\ell j-1/2} u_{1j-1/2} u_{2j-1/2}] \quad (4.1-3)$$

(3-22) で与えられる $\overline{Y}_{i\ell}^n$ を求める。

$$\begin{aligned} \overline{Y}_{i\ell}^n &= \left(\frac{g_{i\ell}^n + \sum_k \xi_{i\ell k}^n u_{kj-1/2}}{h_{i\ell}^n + \sum_k \zeta_{i\ell k}^n u_{kj-1/2}} \right) \\ &= Y_{i\ell}^n \left(\frac{g_{i\ell}^n + \sum_k \xi_{i\ell k}^n \overline{u}_{kj-1/2}}{g_{i\ell}^n + \sum_k \xi_{i\ell k}^n u_{kj-1/2}} - \frac{h_{i\ell}^n + \sum_k \zeta_{i\ell k}^n \overline{u}_{kj-1/2}}{h_{i\ell}^n + \sum_k \zeta_{i\ell k}^n u_{kj-1/2}} + 1 \right) \\ &= Y_{i\ell}^n \left[\left(\frac{g_{i\ell}^n}{g_{i\ell}^n + \sum_k \xi_{i\ell k}^n u_{kj-1/2}} - \frac{h_{i\ell}^n}{h_{i\ell}^n + \sum_k \zeta_{i\ell k}^n u_{kj-1/2}} + 1 \right) \right. \\ &\quad \left. + \sum_m \left(\frac{\xi_{i\ell m}^n}{g_{i\ell}^n + \sum_k \xi_{i\ell k}^n u_{kj-1/2}} - \frac{\zeta_{i\ell m}^n}{h_{i\ell}^n + \sum_k \zeta_{i\ell k}^n u_{kj-1/2}} \right) \overline{u}_{mj-1/2} \right] \\ &= Y_{i\ell}^n \left[(\varepsilon_{i\ell}^n + 1) + \sum_m \omega_{i\ell m}^n \overline{u}_{mj-1/2} \right] \quad (4.1-4) \end{aligned}$$

ここで, $\varepsilon_{i\ell}^n$, $\omega_{i\ell m}^n$ はつぎの量である。

$$\varepsilon_{i\ell}^n = \frac{g_{i\ell}^n}{g_{i\ell}^n + \sum_k \xi_{i\ell k}^n u_{kj-1/2}} - \frac{h_{i\ell}^n}{h_{i\ell}^n + \sum_k \zeta_{i\ell k}^n u_{kj-1/2}} \quad (4.1-5)$$

$$\omega_{i\ell m}^n = \frac{\xi_{i\ell m}^n}{g_{i\ell}^n + \sum_k \xi_{i\ell k}^n u_{kj-1/2}} - \frac{\zeta_{i\ell m}^n}{h_{i\ell}^n + \sum_k \zeta_{i\ell k}^n u_{kj-1/2}} \quad (4.1-6)$$

つぎに, $G_{\ell j}$ を差分によって与える。

$$\begin{aligned} G_{\ell i} &= r_j \left[\sum_{k \neq k'} \left(D_{\ell k} \frac{\partial u_k}{\partial r} \right)_j + \left(D_{\ell k'} \frac{1}{r} \frac{\partial r u_{k'}}{\partial r} \right)_j \right] \quad (k' = \text{IBT}) \\ &= r_j \left[\sum_{k \neq k'} D_{\ell k j} \frac{u_{kj+1/2} - u_{kj-1/2}}{\Delta r_j} + D_{\ell k' j} \frac{1}{r_j} \frac{r_{j+1/2} u_{k'j+1/2} - r_{j-1/2} u_{k'j-1/2}}{\Delta r_j} \right] \\ &= \frac{r_j}{\Delta r_j} \sum_{k \neq k'} D_{\ell k j} (u_{kj+1/2} - u_{kj-1/2}) + \frac{D_{\ell k' j}}{\Delta r_j} (r_{j+1/2} u_{k'j+1/2} - r_{j-1/2} u_{k'j-1/2}) \quad (4.1-7) \end{aligned}$$

ここで, IBT は, ポロイダル磁場をとく式の番号 (=ポロイダル磁場の変数の番号) である。

(4.1-7) を用いて, $G_{\ell j}$ の空間微分を求める。

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{\partial G_{\ell}}{\partial r} \right)_{j-1/2} &= \frac{1}{\Delta r_{j-1/2}} (G_{\ell j} - G_{\ell j-1}) \quad (k' = \text{IBT}) \\
 &= \frac{1}{\Delta r_{j-1/2}} \left[\left(\frac{r_j}{\Delta r_j} \sum_{k \neq k'} D_{\ell k j} (u_{k j+1/2} - u_{k j-1/2}) + \frac{D_{\ell k' j}}{\Delta r_j} \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. (r_{j+1/2} u_{k' j+1/2} - r_{j-1/2} u_{k' j-1/2}) \right) \right. \\
 &\quad \left. - \left(\frac{r_{j-1}}{\Delta r_{j-1}} \sum_{k \neq k'} D_{\ell k j-1} (u_{k j-1/2} - u_{k j-3/2}) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \frac{D_{\ell k' j-1}}{\Delta r_{j-1}} (r_{j-1/2} u_{k' j-1/2} - r_{j-3/2} u_{k' j-3/2}) \right) \right] \\
 &= \frac{1}{\Delta r_{j-1/2}} \left[\sum_{k \neq k'} \left\{ \frac{r}{\Delta r_j} D_{\ell k j} u_{k j+1/2} - \left(\frac{r_j}{\Delta r_j} D_{\ell k j} + \frac{r_{j-1}}{\Delta r_{j-1}} D_{\ell k j-1} \right) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. u_{k j-1/2} + \frac{r_{j-1}}{\Delta r_{j-1}} D_{\ell k j-1} u_{k j-3/2} \right\} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{r_{j+1/2}}{\Delta r_j} D_{\ell k' j} u_{k' j+1/2} - \left(\frac{r_{j+1/2}}{\Delta r_j} D_{\ell k' j} + \frac{r_{j-1/2}}{\Delta r_{j-1}} D_{\ell k' j-1} \right) u_{k' j-1/2} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{r_{j-3/2}}{\Delta r_{j-1}} D_{\ell k' j-1} u_{k' j-3/2} \right] \\
 &= \frac{1}{\Delta r_{j-1/2}} \sum_k \left[\frac{D_{\ell k j}}{\Delta r_j} \{ (1 - \delta_{k, k'}) r_j + \delta_{k, k'} r_{j+1/2} \} u_{k j+1/2} \right. \\
 &\quad \left. - \left\{ \frac{D_{\ell k j}}{\Delta r_j} ((1 - \delta_{k, k'}) r_j + \delta_{k, k'} r_{j+1/2}) + \frac{D_{\ell k j-1}}{\Delta r_{j-1}} ((1 - \delta_{k, k'}) r_{j-1} \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \delta_{k, k'} r_{j-1/2}) \right\} u_{k j-1/2} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{D_{\ell k j-1}}{\Delta r_{j-1}} \{ (1 - \delta_{k, k'}) r_{j-1} + \delta_{k, k'} r_{j-3/2} \} u_{k j-3/2} \right] \quad (4.1-8)
 \end{aligned}$$

(4.1-4) と (4.1-8) を用いて, (4.1-3) を以下のように整理する。

$$\begin{aligned}
 \text{第1項} &= \frac{1}{2} \sum_{\ell} Y_{\ell}^1 \left\{ \frac{1}{r_{j-1/2}} - \frac{1}{\Delta r_{j-1/2}} \sum_m \left[\frac{\bar{D}_{\ell m j}}{\Delta r_j} \{ (1 - \delta_{m, m'}) \bar{r}_j + \delta_{m, m'} \bar{r}_{j+1/2} \} \bar{u}_{m j+1/2} \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \frac{\bar{D}_{\ell m j-1}}{\Delta r_{j-1}} \{ (1 - \delta_{m, m'}) \bar{r}_{j-1} + \delta_{m, m'} \bar{r}_{j-3/2} \} \bar{u}_{m j-3/2} \right] \right\} \quad (m' = \text{IBT})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \left\{ \frac{\bar{D}_{\ell m j}}{\bar{d}r_j} ((1-\delta_{m,m'}) \bar{r}_j + \delta_{m,m'} \bar{r}_{j+1/2}) + \frac{\bar{D}_{\ell m j-1}}{\bar{d}r_{j-1}} ((1-\delta_{m,m'}) \bar{r}_{j-1} \right. \\
& \left. + \delta_{m,m'} \bar{r}_{j-1/2}) \right\} \bar{u}_{mj-1/2} \\
& + \frac{\bar{D}_{\ell m j-1}}{\bar{d}r_{j-1}} \left\{ (1-\delta_{m,m'}) \bar{r}_{j-1} + \delta_{m,m'} \bar{r}_{j-3/2} \right\} \bar{u}_{mj-3/2} \Big] \\
& + \left[(\epsilon_{i\ell}^1 + 1) + \sum_m \omega_{i\ell m}^1 \bar{u}_{mj-1/2} \right] \frac{1}{r_{j-1/2} \bar{d}r_{j-1/2}} (G_{\ell j} - G_{\ell j-1}) \\
& + \frac{1}{r_{j-1/2}} \left(1 - \frac{\bar{r}_{j-1/2}}{r_{j-1/2}} \right) \frac{1}{\bar{d}r_{j-1/2}} (G_{\ell j} - G_{\ell j-1}) \Big]
\end{aligned}$$

そこで $\frac{1}{r_{j-1/2}} = \frac{1}{r_{j-1/2}} \left(2 - \frac{\bar{r}_{j-1/2}}{r_{j-1/2}} \right)$ を用いた。さらに整理して、

$$\begin{aligned}
& = \frac{1}{2 r_{j-1/2} \bar{d}r_{j-1/2}} \sum_{\ell} Y_{i\ell}^1 \left[\left(2 - \frac{\bar{r}_{j-1/2}}{r_{j-1/2}} \right) \sum_m \left[\frac{\bar{D}_{\ell m j}}{\bar{d}r_j} \left(2 - \frac{\bar{d}r_j}{\bar{d}r_j} \right) \right. \right. \\
& \left. \left\{ (1-\delta_{m,m'}) \bar{r}_j + \delta_{m,m'} \bar{r}_{j+1/2} \right\} \bar{u}_{mj+1/2} \right. \\
& \left. - \left\{ \frac{\bar{D}_{\ell m j}}{\bar{d}r_j} \left(2 - \frac{\bar{d}r_j}{\bar{d}r_j} \right) ((1-\delta_{m,m'}) \bar{r}_j + \delta_{m,m'} \bar{r}_{j+1/2}) + \frac{\bar{D}_{\ell m j-1}}{\bar{d}r_{j-1}} \right. \right. \\
& \left. \left(2 - \frac{\bar{d}r_{j-1}}{\bar{d}r_{j-1}} \right) ((1-\delta_{m,m'}) \bar{r}_{j-1} + \delta_{m,m'} \bar{r}_{j-1/2}) \right\} \bar{u}_{mj-1/2} \\
& \left. - \omega_{i\ell m}^1 (G_{\ell j} - G_{\ell j-1}) \right\} \bar{u}_{mj-1/2} \\
& \left. + \frac{\bar{D}_{\ell m j-1}}{\bar{d}r_{j-1}} \left(2 - \frac{\bar{d}r_{j-1}}{\bar{d}r_{j-1}} \right) \left\{ (1-\delta_{m,m'}) \bar{r}_{j-1} + \delta_{m,m'} \bar{r}_{j-3/2} \right\} \bar{u}_{mj-3/2} \right] \\
& + \left[(\epsilon_{i\ell}^1 + 1) + \left(1 - \frac{\bar{r}_{j-1/2}}{r_{j-1/2}} \right) \right] (G_{\ell j} - G_{\ell j-1}) \Big] \tag{4.1-9}
\end{aligned}$$

同様に第2項はつぎのようになる。

$$\begin{aligned}
\text{第2項} & = \frac{1}{2} \sum_{\ell} Y_{i\ell}^2 \left[\left\{ \bar{F}_{i\ell} + \delta_{i\ell} \left(\frac{\bar{r}}{a} \right) \left(\frac{da}{dt} \right) \right\} \right. \\
& \left. \frac{1}{\bar{d}r_j + \bar{d}r_{j-1}} \left(2 - \frac{\bar{d}r_j + \bar{d}r_{j-1}}{\bar{d}r_j + \bar{d}r_{j-1}} \right) \right. \\
& \left. (\bar{u}_{\ell j+1/2} - \bar{u}_{\ell j-3/2}) \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left\{ (\varepsilon_{i\ell}^2 + 1) + \sum_m \omega_{i\ell m}^2 \bar{u}_{mj-1/2} \right\} \left\{ \bar{F}_{i\ell} + \delta_{i\ell} \left(\frac{\bar{r}}{a} \right) \left(\frac{d\bar{a}}{dt} \right) \right\}_{j-1/2} \\
& \frac{1}{\Delta r_j + \Delta r_{j-1}} (u_{\ell j+1/2} - u_{\ell j-3/2}) - \left\{ (\bar{F}_{i\ell j-1/2} - F_{i\ell j-1/2}) \right. \\
& \left. + \delta_{i\ell} \left(\left(\frac{\bar{r}}{a} \right) \left(\frac{d\bar{a}}{dt} \right) - \left(\frac{r}{a} \right) \left(\frac{da}{dt} \right) \right)_{j-1/2} \right\} \frac{1}{\Delta r_j + \Delta r_{j-1}} (u_{\ell j+1/2} - u_{\ell j-3/2}) \Big] \\
& = \frac{1}{2} \frac{1}{\Delta r_j + \Delta r_{j-1}} \sum_{\ell} Y_{i\ell}^2 \left[\left\{ F_{i\ell} + \delta_{i\ell} \left(\frac{\bar{r}}{a} \right) \left(\frac{d\bar{a}}{dt} \right) \right\}_{j-1/2} \left(2 - \frac{\Delta r_j + \Delta r_{j-1}}{\Delta r_j + \Delta r_{j-1}} \right) \bar{u}_{\ell j+1/2} \right. \\
& \left. + \left\{ \bar{F}_{i\ell} + \delta_{i\ell} \left(\frac{\bar{r}}{a} \right) \left(\frac{d\bar{a}}{dt} \right) \right\}_{j-1/2} (u_{\ell j+1/2} - u_{\ell j-3/2}) \sum_m \omega_{i\ell m}^2 \bar{u}_{mj-1/2} \right. \\
& \left. - \left\{ \bar{F}_{i\ell} + \delta_{i\ell} \left(\frac{\bar{r}}{a} \right) \left(\frac{d\bar{a}}{dt} \right) \right\}_{j-1/2} \left(2 - \frac{\Delta r_j + \Delta r_{j-1}}{\Delta r_j + \Delta r_{j-1}} \right) \bar{u}_{\ell j-3/2} \right. \\
& \left. + \left\{ \varepsilon_{i\ell}^2 \left(\bar{F}_{i\ell} + \delta_{i\ell} \left(\frac{\bar{r}}{a} \right) \left(\frac{d\bar{a}}{dt} \right) \right)_{j-1/2} + \left(F_{i\ell} + \delta_{i\ell} \left(\frac{r}{a} \right) \left(\frac{da}{dt} \right) \right)_{j-1/2} \right\} \right. \\
& \left. (u_{\ell j+1/2} - u_{\ell j-3/2}) \right] \quad (4.1-10)
\end{aligned}$$

以下、第3項、第4項、第5項を記す。

$$\begin{aligned}
\text{第3項} &= \frac{1}{2} \sum_{\ell} Y_{i\ell}^3 \left[\bar{H}_{i\ell j-1/2} \bar{u}_{\ell j-1/2} + \left\{ (\varepsilon_{i\ell}^3 + 1) + \sum_m \omega_{i\ell m}^3 \bar{u}_{mj-1/2} \right\} \bar{H}_{i\ell j-1/2} u_{\ell j-1/2} \right. \\
&\quad \left. - (\bar{H}_{i\ell j-1/2} - H_{i\ell j-1/2}) u_{\ell j-1/2} \right] \\
&= \frac{1}{2} \sum_{\ell} Y_{i\ell}^3 \left[\bar{H}_{i\ell j-1/2} \sum_m (\delta_{\ell m} + \omega_{i\ell m}^3 u_{\ell j-1/2}) \bar{u}_{mj-1/2} \right. \\
&\quad \left. + (\varepsilon_{i\ell}^3 \bar{H}_{i\ell j-1/2} + H_{i\ell j-1/2}) u_{\ell j-1/2} \right] \quad (4.1-11)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{第4項} &= \frac{1}{2} \sum_{\ell} Y_{i\ell}^4 \left[\left\{ (\varepsilon_{i\ell}^4 + 1) + \sum_m \omega_{i\ell m}^4 \bar{u}_{mj-1/2} \right\} \bar{S}_{i\ell j-1/2} + S_{i\ell j-1/2} \right] \\
&= \frac{1}{2} \sum_{\ell} Y_{i\ell}^4 \left[\bar{S}_{i\ell j-1/2} \sum_m \omega_{i\ell m}^4 \bar{u}_{mj-1/2} + (\varepsilon_{i\ell}^4 + 1) \bar{S}_{i\ell j-1/2} + S_{i\ell j-1/2} \right] \quad (4.1-12)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{第5項} &= \frac{1}{2} \sum_{\ell} Y_{i\ell}^5 \left[\bar{W}_{i\ell j-1/2} u_{1j-1/2} u_{2j-1/2} \left\{ (\varepsilon_{i\ell}^5 + 1) + \sum_m \omega_{i\ell m}^5 \bar{u}_{mj-1/2} \right\} + \bar{W}_{i\ell j-1/2} u_{2j-1/2} \bar{u}_{1j-1/2} \right. \\
&\quad \left. + \bar{W}_{i\ell j-1/2} u_{1j-1/2} \bar{u}_{2j-1/2} + (W_{i\ell j-1/2} - 2\bar{W}_{i\ell j-1/2}) u_{1j-1/2} u_{2j-1/2} \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} \sum_{\ell} Y_{i\ell}^5 \left\{ \bar{W}_{i\ell j-1/2} \sum_m \left\{ \delta_{m1} u_{2j-1/2} + \delta_{m2} u_{1j-1/2} + u_{1j-1/2} u_{2j-1/2} \omega_{i\ell m}^5 \right\} \bar{u}_{mj-1/2} \right. \\
&\quad \left. + \left\{ W_{i\ell j-1/2} + (\epsilon_{i\ell}^5 - 1) \bar{W}_{i\ell j-1/2} \right\} u_{1j-1/2} u_{2j-1/2} \right\} \quad (4.1-13)
\end{aligned}$$

以上の結果を $\bar{u}_{\ell j+1/2}$, $\bar{u}_{\ell j-1/2}$, $\bar{u}_{\ell j-3/2}$ の項ごとに整理する。

• $\bar{u}_{\ell j+1/2}$ の項

($m' = \text{IBT}$)

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{2r_{j-1/2} dr_{j-1/2}} \sum_{\ell} Y_{i\ell}^1 \left(2 - \frac{dr_{j-1/2}}{dr_{j-1/2}} \right) \sum_m \frac{\bar{D}_{\ell m j}}{dr_j} \left(2 - \frac{dr_j}{dr_j} \right) \left\{ (1 - \delta_{m,m'}) \bar{r}_j + \delta_{m,m'} \bar{r}_{j+1/2} \right\} \bar{u}_{mj+1/2} \\
&+ \frac{1}{2(dr_j + dr_{j-1})} \sum_{\ell} Y_{i\ell}^2 \left\{ \bar{F}_{i\ell} + \delta_{i\ell} \left(\frac{\bar{r}}{a} \right) \left(\frac{da}{dt} \right) \right\}_{j-1/2} \left(2 - \frac{dr_j + dr_{j-1}}{dr_j + dr_{j-1}} \right) \bar{u}_{\ell j+1/2} \\
&= \frac{1}{2} \sum_{\ell} \left[\frac{1}{r_{j-1/2} dr_{j-1/2}} \left(2 - \frac{dr_{j-1/2}}{dr_{j-1/2}} \right) \sum_m Y_{im}^1 \frac{\bar{D}_{\ell m j}}{dr_j} \left(2 - \frac{dr_j}{dr_j} \right) \left\{ (1 - \delta_{\ell m'}) \bar{r}_j + \delta_{\ell m'} \bar{r}_{j+1/2} \right\} \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{dr_j + dr_{j-1}} \left(2 - \frac{dr_j + dr_{j-1}}{dr_j + dr_{j-1}} \right) Y_{i\ell}^2 \left\{ \bar{F}_{i\ell} + \delta_{i\ell} \left(\frac{\bar{r}}{a} \right) \left(\frac{da}{dt} \right) \right\}_{j-1/2} \right] \bar{u}_{\ell j+1/2} \quad (4.1-14)
\end{aligned}$$

• $\bar{u}_{\ell j-1/2}$ の項

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2r_{j-1/2} dr_{j-1/2}} \sum_{\ell} Y_{i\ell}^1 \left(2 - \frac{dr_{j-1/2}}{dr_{j-1/2}} \right) \sum_m \left[\frac{\bar{D}_{\ell m j}}{dr_j} \left(2 - \frac{dr_j}{dr_j} \right) \left\{ (1 - \delta_{m,m'}) \bar{r}_j + \delta_{m,m'} \bar{r}_{j+1/2} \right\} \right. \\
&\quad \left. + \frac{\bar{D}_{\ell m i-1}}{dr_{j-1}} \left(2 - \frac{dr_{j-1}}{dr_{j-1}} \right) \left\{ (1 - \delta_{m,m'}) \bar{r}_{j-1} + \delta_{m,m'} \bar{r}_{j-1/2} \right\} \right. \\
&\quad \left. - \omega_{i\ell m} (G_{\ell j} - G_{\ell j-1}) \right] \bar{u}_{mj-1/2} \\
&+ \frac{1}{2(dr_j + dr_{j-1})} \sum_{\ell} Y_{i\ell}^2 \left\{ \bar{F}_{i\ell} + \delta_{i\ell} \left(\frac{\bar{r}}{a} \right) \left(\frac{da}{dt} \right) \right\}_{j-1/2} (u_{\ell j+1/2} - u_{\ell j-3/2}) \sum_m \omega_{i\ell m} \bar{u}_{mj-1/2} \\
&+ \frac{1}{2} \sum_{\ell} Y_{i\ell}^3 H_{i\ell j-1/2} \sum_m (\delta_{\ell m} + \omega_{i\ell m} u_{\ell j-1/2}) \bar{u}_{mj-1/2} \\
&+ \frac{1}{2} \sum_{\ell} Y_{i\ell}^4 \bar{S}_{i\ell j-1/2} \sum_m \omega_{i\ell m}^4 \bar{u}_{mj-1/2} \\
&+ \frac{1}{2} \sum_{\ell} Y_{i\ell}^5 \bar{W}_{i\ell j-1/2} \sum_m \left\{ \delta_{m1} u_{2j-1/2} + \delta_{m2} u_{1j-1/2} + u_{1j-1/2} u_{2j-1/2} \omega_{i\ell m}^5 \right\} \bar{u}_{mj-1/2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{1}{\Delta t} \bar{u}_{ij-1/2} \\
& = \frac{1}{2} \sum_{\ell} \left\langle \sum_m \left[- \frac{1}{r_{j-1/2} \Delta r_{j-1/2}} \left(2 - \frac{\bar{d}r_{j-1/2}}{\Delta r_{j-1/2}} \right) Y_{im}^1 \left\{ \frac{\bar{D}_{m\ell j}}{\Delta r_j} \left(2 - \frac{\bar{d}r_j}{\Delta r_j} \right) ((1-\delta_{\ell m'}) \bar{r}_j + \delta_{\ell m'} \bar{r}_{j+1/2}) \right. \right. \right. \\
& \quad + \frac{\bar{D}_{m\ell j-1}}{\Delta r_{j-1}} \left(2 - \frac{\bar{d}r_{j-1}}{\Delta r_{j-1}} \right) ((1-\delta_{\ell m'}) r_{j-1} + \delta_{\ell m'} \bar{r}_{j-1/2}) \\
& \quad - \omega_{im\ell}^1 (G_{mj} - G_{mj-1}) \left. \right\} + \frac{1}{\Delta r_j + \Delta r_{j-1}} Y_{im}^2 \left\{ \bar{F}_{im} + \delta_m \left(\frac{\bar{r}}{a} \right) \left(\frac{\bar{d}a}{dt} \right) \right\}_{j-1/2} (u_{mj+1/2} - u_{mj-3/2}) \omega_{im\ell}^2 \\
& \quad + Y_{im}^3 \bar{H}_{mj-1/2} (\delta_{m\ell} + \omega_{im\ell}^3 u_{mj-1/2}) \\
& \quad + Y_{im}^4 \bar{S}_{imj-1/2} \omega_{im\ell}^4 + Y_{im}^5 \bar{W}_{imj-1/2} \{ \delta_{\ell 1} u_{2j-1/2} + \delta_{\ell 2} u_{1j-1/2} + u_{1j-1/2} u_{2j-1/2} \omega_{im\ell}^5 \} \Big] \\
& \quad - \frac{2}{\Delta t} \delta_{i\ell} \Big\rangle \bar{u}_{\ell j-1/2} \tag{4.1-15}
\end{aligned}$$

• $\bar{u}_{\ell j-3/2}$ の項

($m' = \text{IBT}$)

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{2r_{j-1/2} \Delta r_{j-1/2}} \sum_{\ell} Y_{i\ell}^1 \left(2 - \frac{\bar{d}r_{j-1/2}}{\Delta r_{j-1/2}} \right) \sum_m \frac{\bar{D}_{m\ell j-1}}{\Delta r_{j-1}} \left(2 - \frac{\bar{d}r_{j-1}}{\Delta r_{j-1}} \right) \{ (1-\delta_{mm'}) \bar{r}_{j-1} + \delta_{mm'} \bar{r}_{j-3/2} \} \bar{u}_{mj-3/2} \\
& - \frac{1}{2(\Delta r_j + \Delta r_{j-1})} \sum_{\ell} Y_{i\ell}^2 \left(2 - \frac{\bar{d}r_j + \bar{d}r_{j-1}}{\Delta r_j + \Delta r_{j-1}} \right) \left\{ \bar{F}_{i\ell} + \delta_{i\ell} \left(\frac{\bar{r}}{a} \right) \left(\frac{\bar{d}a}{dt} \right) \right\}_{j-1/2} \bar{u}_{\ell j-3/2} \\
& = \frac{1}{2} \sum_{\ell} \left[\frac{1}{r_{j-1/2} \Delta r_{j-1/2}} \left(2 - \frac{\bar{d}r_{j-1/2}}{\Delta r_{j-1/2}} \right) \sum_m Y_{im}^1 \frac{\bar{D}_{m\ell j-1}}{\Delta r_{j-1}} \left(2 - \frac{\bar{d}r_{j-1}}{\Delta r_{j-1}} \right) \{ (1-\delta_{\ell m'}) \bar{r}_{j-1} + \delta_{\ell m'} \bar{r}_{j-3/2} \} \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{\Delta r_j + \Delta r_{j-1}} \left(2 - \frac{\bar{d}r_j + \bar{d}r_{j-1}}{\Delta r_j + \Delta r_{j-1}} \right) Y_{i\ell}^2 \left\{ \bar{F}_{i\ell} + \delta_{i\ell} \left(\frac{\bar{r}}{a} \right) \left(\frac{\bar{d}a}{dt} \right) \right\}_{j-1/2} \right] \bar{u}_{\ell j-3/2} \tag{4.1-16}
\end{aligned}$$

• $\bar{u}_{\ell j+1/2}$, $\bar{u}_{\ell j-1/2}$, $\bar{u}_{\ell j-3/2}$ を含まない項

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{2r_{j-1/2} \Delta r_{j-1/2}} \sum_{\ell} Y_{i\ell}^1 \left\{ (\varepsilon_{i\ell}^1 + 1) + \left(1 - \frac{\bar{r}_{j-1/2}}{r_{j-1/2}} \right) \right\} (G_{\ell j} - G_{\ell j-1}) \\
& + \frac{1}{2(\Delta r_j + \Delta r_{j-1})} \sum_{\ell} Y_{i\ell}^2 \left\{ \varepsilon_{i\ell}^2 \left(\bar{F}_{i\ell} + \delta_{i\ell} \left(\frac{\bar{r}}{a} \right) \left(\frac{\bar{d}a}{dt} \right) \right) \right\}_{j-1/2} \\
& + \left(\bar{F}_{i\ell} + \delta_{i\ell} \left(\frac{\bar{r}}{a} \right) \left(\frac{\bar{d}a}{dt} \right) \right)_{j-1/2} (u_{\ell j+1/2} - u_{\ell j-3/2})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{2} \sum_{\ell} Y_{i\ell}^3 (\epsilon_{i\ell}^3 \bar{H}_{i\ell j-1/2} + H_{i\ell j-1/2}) u_{\ell j-1/2} \\
& + \frac{1}{2} \sum_{\ell} Y_{i\ell}^4 \{ (\epsilon_{i\ell}^4 + 1) \bar{S}_{i\ell j-1/2} + S_{i\ell j-1/2} \} \\
& + \frac{1}{2} \sum_{\ell} Y_{i\ell}^5 \{ W_{i\ell j-1/2} + (\epsilon_{i\ell}^5 - 1) \bar{W}_{i\ell j-1/2} \} u_{1j-1/2} u_{2j-1/2} \\
& + \frac{1}{dt} u_{ij-1/2} \\
& = \frac{1}{2} \sum_{\ell} \left[\frac{1}{r_{j-1/2} dr_{j-1/2}} Y_{i\ell}^1 \left(\epsilon_{i\ell}^1 + 2 - \frac{\bar{r}_{j-1/2}}{r_{j-1/2}} \right) (G_{\ell j} - G_{\ell j-1}) \right. \\
& + \frac{1}{dr_j + dr_{j-1}} Y_{i\ell}^2 \left\{ \epsilon_{i\ell}^2 \left(\bar{F}_{i\ell} + \delta_{i\ell} \left(\frac{\bar{r}}{a} \right) \left(\frac{da}{dt} \right) \right)_{j-1/2} + \left(F_{i\ell} + \delta_{i\ell} \left(\frac{r}{a} \right) \left(\frac{da}{dt} \right) \right)_{j-1/2} \right\} u_{\ell j+1/2} u_{\ell j-3/2} \\
& + Y_{i\ell}^3 (\epsilon_{i\ell}^3 \bar{H}_{i\ell j-1/2} + H_{i\ell j-1/2}) u_{\ell j-1/2} \\
& + Y_{i\ell}^4 \{ (\epsilon_{i\ell}^4 + 1) \bar{S}_{i\ell j-1/2} + S_{i\ell j-1/2} \} + Y_{i\ell}^5 \{ W_{i\ell j-1/2} + (\epsilon_{i\ell}^5 - 1) \bar{W}_{i\ell j-1/2} \} u_{1j-1/2} u_{2j-1/2} \\
& \left. + \frac{2}{dt} u_{\ell j-1/2} \right] \tag{4.1-17}
\end{aligned}$$

$\{\bar{u}_{\ell j+1/2}\} = \mathbf{U}_{j+1}$, $\{\bar{u}_{\ell j-1/2}\} = \mathbf{U}_j$, $\{\bar{u}_{\ell j-3/2}\} = \mathbf{U}_{j-1}$ として, (4-3) を書きなおすと,

$$-\mathbf{A}_j \mathbf{U}_{j+1} + \mathbf{B}_j \mathbf{U}_j - \mathbf{C}_j \mathbf{U}_{j-1} = \mathbf{D}_j \tag{4.1-18}$$

と書ける。ここで,

$$\mathbf{A}_j = \{a_{i\ell}\}_j, \mathbf{B}_j = \{b_{i\ell}\}_j, \mathbf{C}_j = \{c_{i\ell}\}_j, \mathbf{D}_j = \{d_i\}_j$$

とすると (4.1-14) ~ (4.1-17) から, $a_{i\ell}$, $b_{i\ell}$, $c_{i\ell}$, d_i が決まる。

$$\begin{aligned}
(a_{i\ell})_j = & - \frac{1}{r_{j-1/2} dr_{j-1/2}} \left(2 - \frac{\bar{dr}_{j-1/2}}{dr_{j-1/2}} \right) \sum_m Y_{im}^1 \frac{\bar{D}_{m\ell j}}{dr_j} \left(2 - \frac{\bar{dr}_j}{dr_j} \right) \{ (1 - \delta_{\ell m'}) \bar{r}_j + \delta_{\ell m'} \bar{r}_{j+1/2} \} \\
& (m' = IBT) \\
& - \frac{1}{dr_j + dr_{j-1}} \left(2 - \frac{\bar{dr}_j + \bar{dr}_{j-1}}{dr_j + dr_{j-1}} \right) Y_{i\ell}^2 \left\{ \bar{F}_{i\ell} + \delta_{i\ell} \left(\frac{\bar{r}}{a} \right) \left(\frac{da}{dt} \right) \right\}_{j-1/2} \tag{4.1-19}
\end{aligned}$$

$$(b_{i\ell})_j = \sum_m \left[- \frac{1}{r_{j-1/2} dr_{j-1/2}} \left(2 - \frac{\bar{dr}_{j-1/2}}{dr_{j-1/2}} \right) Y_{im}^1 \frac{\bar{D}_{m\ell j}}{dr_j} \left(2 - \frac{\bar{dr}_j}{dr_j} \right) \{ (1 - \delta_{\ell m'}) \bar{r}_j + \delta_{\ell m'} \bar{r}_{j+1/2} \} \right]$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\overline{D_{m\ell j-1}}}{dr_{j-1}} \left(2 - \frac{\overline{dr_{j-1}}}{dr_{j-1}} \right) \left((1 - \delta_{\ell m'}) \overline{r_{j-1}} + \delta_{\ell m'} \overline{r_{j-1/2}} \right) \\
& - \omega_{im\ell}^1 (G_{mj} - G_{mj-1}) \Big\} \\
& + \frac{1}{dr_j + dr_{j-1}} Y_{im}^2 \left\{ \overline{F}_{im} + \delta_{im} \left(\frac{\overline{r}}{a} \right) \left(\frac{da}{dt} \right) \right\}_{j-1/2} (u_{mj-1/2} - u_{mj-3/2}) \omega_{im\ell}^2 \\
& + Y_{im}^3 \overline{H}_{imj-1/2} (\delta_{m\ell} + \omega_{im\ell}^3 u_{mj-1/2}) + Y_{im}^4 \overline{S}_{imj-1/2} \omega_{im\ell}^4 \\
& + Y_{im}^5 \overline{W}_{imj-1/2} \left\{ \delta_{\ell 1} u_{2j-1/2} + \delta_{\ell 2} u_{1j-1/2} + u_{1j-1/2} u_{2j-1/2} \omega_{im\ell}^5 \right\} \Big] \\
& - \frac{2}{dt} \delta_{i\ell}
\end{aligned} \tag{4.1-20}$$

$$\begin{aligned}
(c_{i\ell})_j = & - \frac{1}{r_{j-1/2} dr_{j-1/2}} \left(2 - \frac{\overline{dr_{j-1/2}}}{dr_{j-1/2}} \right) \sum_m Y_{im}^1 \frac{\overline{D_{m\ell j-1}}}{dr_{j-1}} \left(2 - \frac{\overline{dr_{j-1}}}{dr_{j-1}} \right) \left\{ (1 - \delta_{\ell m'}) \overline{r_{j-1}} + \delta_{\ell m'} \overline{r_{j-3/2}} \right\} \\
& + \frac{1}{dr_j + dr_{j-1}} \left(2 - \frac{\overline{dr_j} + \overline{dr_{j-1}}}{dr_j + dr_{j-1}} \right) Y_{i\ell}^2 \left\{ \overline{F}_{i\ell} + \delta_{i\ell} \left(\frac{\overline{r}}{a} \right) \left(\frac{da}{dt} \right) \right\}_{j-1/2}
\end{aligned} \tag{4.1-21}$$

$$\begin{aligned}
(d_i)_j = & - \sum_{\ell} \left[\frac{1}{r_{j-1/2} dr_{j-1/2}} Y_{i\ell}^1 \left(\epsilon_{i\ell}^1 + 2 - \frac{\overline{r_{j-1/2}}}{r_{j-1/2}} \right) (G_{\ell j} - G_{\ell j-1}) \right. \\
& + \frac{1}{dr_j + dr_{j-1}} Y_{i\ell}^2 \left\{ \epsilon_{i\ell}^2 \left(\overline{F}_{i\ell} + \delta_{i\ell} \left(\frac{\overline{r}}{a} \right) \left(\frac{da}{dt} \right) \right) \right. \\
& \left. \left. + \left(\overline{F}_{i\ell} + \delta_{i\ell} \left(\frac{\overline{r}}{a} \right) \left(\frac{da}{dt} \right) \right)_{j-1/2} \right\} (u_{\ell j+1/2} - u_{\ell j-3/2}) \right. \\
& + Y_{i\ell}^3 (\epsilon_{i\ell}^3 \overline{H}_{i\ell j-1/2} + H_{i\ell j-1/2}) u_{\ell j-1/2} + Y_{i\ell}^4 \{ (\epsilon_{i\ell}^4 + 1) \overline{S}_{i\ell} + S_{i\ell j-1/2} \} \\
& \left. + Y_{i\ell}^5 \{ W_{i\ell j-1/2} + (\epsilon_{i\ell}^5 - 1) \overline{W}_{i\ell j-1/2} \} u_{1j-1/2} u_{2j-1/2} + \frac{2}{dt} u_{\ell j-1/2} \right]
\end{aligned} \tag{4.1-22}$$

変数ベクトル $\mathbf{U}_j$ は,

$$\mathbf{U}_j = \mathbf{E}_j \mathbf{U}_{j+1} + \mathbf{F}_j \tag{4.1-23}$$

と書けるので, (4.1-18) とから

$$\mathbf{U}_j = (\mathbf{B}_j - \mathbf{C}_j \mathbf{E}_{j-1})^{-1} \mathbf{A}_j \mathbf{U}_{j+1} + (\mathbf{B}_j - \mathbf{C}_j \mathbf{E}_{j-1})^{-1} (\mathbf{D}_j + \mathbf{C}_j \mathbf{F}_{j-1}) \tag{4.1-24}$$

となるので、(4.1-23)と比較すると、

$$\mathbf{E}_j = (\mathbf{B}_j - \mathbf{C}_j \mathbf{E}_{j-1})^{-1} \mathbf{A}_j \quad (4.1-25)$$

$$\mathbf{F}_j = (\mathbf{B}_j - \mathbf{C}_j \mathbf{E}_{j-1})^{-1} (\mathbf{D}_j + \mathbf{C}_j \mathbf{F}_{j-1}) \quad (4.1-26)$$

となるので、(4.1-23)に境界条件を与えることによって、 $\mathbf{U}_j$ は一般に解くことができる。

このコードに採用してある収束条件および時間メッシュの採り方について述べる。

(1) 収束条件

収束条件として ε_{IT} を入力し、現収束回で求めた値 u_{ij} と前回で求めた値 u'_{ij} とを比較し、つぎの条件を満足した場合に収束したものとする。

$$\left| \frac{u_{ij} - u'_{ij}}{u'_{ij}} \right| \leq \varepsilon_{IT} \quad (i = 1, \dots, I_{\max}, j = 1, \dots, J_{\max}) \quad (4.1-27)$$

ここで、 $I_{\max}$ は、プラズマ物理量変数の個数で、 $J_{\max}$ は空間のメッシュ数である。収束回数を入力で指定するが、数値的安定性を考えて、1回目の収束回数時には収束判定せず、2回目以降に収束判定する。また、入力で指定した収束回数を越えた場合には、収束しないものと見做し、時間メッシュ幅を $1/2$ にして計算を進める。再度収束回数を越えた場合には、同様の操作を何回も繰り返す。時間メッシュ幅を $1/2$ とする回数が連続して入力で指定する回数を越えた場合には、収束しないものと見做して計算を打切る。

(2) 時間メッシュ幅の採り方

初期の時間メッシュ幅は入力で指定する。時間メッシュ幅は、計算の途中で(1)の過程によって変更される他に、計算時間を節約するため、また、数値的な安定化を図るため、つぎの操作をする。現時点で収束した値 u_{ij} と前時点で収束した値 u^0_{ij} とを比較し、入力で指定する値 $\varepsilon_{\min}$, $\varepsilon_{\max}$ に対して、時間メッシュ Δt をつぎのように変更する。

$$\left. \begin{aligned} \left| \frac{u_{ij} - u^0_{ij}}{u^0_{ij}} \right| &\leq \varepsilon_{\min} \text{ なら } \Delta t = 2 \Delta t, \\ \left| \frac{u_{ij} - u^0_{ij}}{u^0_{ij}} \right| &\geq \varepsilon_{\max} \text{ なら } \Delta t = \frac{1}{2} \Delta t. \end{aligned} \right\} \quad (4.1-28)$$

以上の過程は、第6章のフローチャートに示されている。

4.2 中性粒子輸送方程式の解法

4.2.1 平板モデル⁽²⁾

$$u(x) = f(x) + \int_a^b K(x, \xi) u(\xi) d\xi \quad (4.2-1)$$

は空間点

$$a = x_1 < x_2 < \dots < x_N = b \quad (4.2-2)$$

で書き表わすと

$$u(x_i) = f(x_i) + \sum_{j=1}^{N-1} \int_{x_j}^{x_{j+1}} K(x_i, \xi) u(\xi) d\xi \quad (4.2-3)$$

となる。これを階差式で表わすと

$$\begin{aligned} u_i &= f_i + \sum_{j=1}^{N-1} \frac{1}{2} (K_{ij} u_j + K_{ij+1} u_{j+1}) \sigma x_j \\ &= f_i + K_{i1} \frac{\Delta x_1}{2} u_1 + \sum_{j=2}^{N-1} K_{ij} \frac{\Delta x_j + \Delta x_{j-1}}{2} u_j \\ &\quad + K_{iN} \frac{\Delta x_{N-1}}{2} u_N \end{aligned} \quad (4.2-4)$$

$$\Delta x_j = x_{j+1} - x_j \quad (4.2-5)$$

同様に

$$u(x) = f(x) + \int_0^b K(x, \xi) u(\xi) d\xi \quad (4.2-6)$$

の積分方程式に対する階差式は次のようになる。

$$-x_2 = x_1 < 0 < x_2 < \dots < x_N = b \quad (4.2-7)$$

$$\begin{aligned} \int_{x_1}^0 K(x, \xi) u(\xi) d\xi &= \int_{x_1}^{\frac{x_1+x_2}{2}} K(x, \xi) u(\xi) d\xi \\ &= \frac{1}{4} \left\{ K_{i1} + \frac{1}{2} (K_{i1} + K_{i2}) \frac{1}{2} (u_1 + u_2) \right\} \Delta x_1 \end{aligned} \quad (4.2-8)$$

$$u_1 = u_2$$

だから

$$\begin{aligned} u_i &= f_i - \left\{ K_{i1} + \frac{1}{2} (K_{i1} + K_{i2}) \right\} \frac{\Delta x_1}{4} u_2 + K_{i1} \frac{\Delta x_1}{2} u_2 \\ &\quad + K_{i2} \frac{\Delta x_2 + \Delta x_1}{2} u_2 + \sum_{j=3}^{N-1} K_{ij} \frac{\Delta x_j + \Delta x_{j-1}}{2} u_j + K_{iN} \frac{\Delta x_{N-1}}{2} u_N \\ &= f_i + \left\{ K_{i1} \frac{\Delta x_1}{8} + K_{i2} \frac{3\Delta x_1 + 4\Delta x_2}{8} \right\} u_2 \\ &\quad + \sum_{j=3}^{N-1} K_{ij} \frac{\Delta x_j + \Delta x_{j-1}}{2} u_j + K_{iN} \frac{\Delta x_{N-1}}{2} u_N \end{aligned} \quad (4.2-9)$$

この式は

$$\left. \begin{aligned} A \vec{u} &= \vec{f} \\ \vec{u} &= \begin{bmatrix} u_2 \\ \vdots \\ u_N \end{bmatrix}, \quad \vec{f} = \begin{bmatrix} f_2 \\ \vdots \\ f_N \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (4.2-10)$$

で表わされる。A は上式の係数から求まりその逆行列を計算することによって解 $\vec{u}$ が求まる。

4.2.2 円柱モデル ⁽²⁷⁾⁽⁴¹⁾

円柱モデルの場合、前の世代の中性粒子分布を用いて次の世代の計算を順次行うので、 μ , χ , r の積分を実行するだけでよい。

(1) μ , χ に関する積分はガウス積分によって行う。

$$\int_{-1}^1 f(\mu) d\mu = \sum_i w_i f(\mu_i) \quad (4.2-11)$$

$$\int_0^{\pi/2} dx \int_0^1 d\mu f(x, \mu) = \sum_i \sum_j \frac{\pi}{2} w_i w_j f(x_i, \mu_j) \quad (4.2-12)$$

(2) r に関する積分は差分化の前に解析的に変形し、積分は台形公式を用いる。

$$q(r) = \frac{\langle \sigma v \rangle_{cx} n_i(r)}{\pi v_i(r)} \quad (4.2-13)$$

$$p(r) = \frac{\langle \sigma v \rangle_e n_e(r) + (\langle \sigma v \rangle_i + \langle \sigma v \rangle_{cx}) n_i(r)}{v} \quad (4.2-14)$$

とすると r に関する積分の部分は次のようになる。

$$\begin{aligned} & \int_{r_{j-1}}^{r_j} \exp \left[- \int_{r_{j-1}}^{\eta} \frac{p \left(\frac{r_j + r_{j-1}}{2} \right) \xi d\xi}{\sqrt{1-\mu^2} \sqrt{\xi^2 - r^2 \sin^2 \chi}} \right] q \left(\frac{r_j + r_{j-1}}{2} \right) \\ & \quad \cdot \frac{\eta d\eta}{\sqrt{1-\mu^2} \sqrt{\eta^2 - r^2 \sin^2 \chi}} \quad (4.2-15) \\ & \approx \frac{q \left(\frac{r_j + r_{j-1}}{2} \right)}{\sqrt{1-\mu^2}} \int_{r_{j-1}}^{r_j} \exp \left[- \frac{p \left(\frac{r_j + r_{j-1}}{2} \right)}{\sqrt{1-\mu^2}} \left\{ \sqrt{\eta^2 - r^2 \sin^2 \chi} - \sqrt{r_{j-1}^2 - r^2 \sin^2 \chi} \right\} \right] \\ & \quad \cdot \frac{\eta d\eta}{\sqrt{\eta^2 - r^2 \sin^2 \chi}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left(\because \int \frac{\xi d\xi}{\sqrt{\xi^2 - r^2 \sin^2 \chi}} = \sqrt{\xi^2 - r^2 \sin^2 \chi} \right) \\
& = \frac{q}{\sqrt{1-\mu^2}} \left[-\frac{\sqrt{1-\mu^2}}{p} \left\{ \exp \left(-\frac{p}{\sqrt{1-\mu^2}} \sqrt{r_j^2 - r^2 \sin^2 \chi} \right) \right. \right. \\
& \quad \left. \left. - \exp \left(-\frac{p}{\sqrt{1-\mu^2}} \sqrt{r_{j-1}^2 - r^2 \sin^2 \chi} \right) \right\} \exp \left(\frac{p}{\sqrt{1-\mu^2}} \sqrt{r_{j-1}^2 - r^2 \sin^2 \chi} \right) \right] \\
& \left(\because \int \exp(-\alpha \sqrt{\eta^2 - r^2 \sin^2 \chi}) \frac{\eta d\eta}{\sqrt{\eta^2 - r^2 \sin^2 \chi}} = \int \exp(-\alpha y) dy \right. \\
& \quad \left. = -\frac{\exp(-\alpha \sqrt{\eta^2 - r^2 \sin^2 \chi})}{\alpha} \right) \\
& = \frac{q \left(\frac{r_j + r_{j-1}}{2} \right)}{p \left(\frac{r_j + r_{j-1}}{2} \right)} \left[1 - \exp \left\{ -\frac{p \left(\frac{r_j + r_{j-1}}{2} \right)}{\sqrt{1-\mu^2}} \left(\sqrt{r_j^2 - r^2 \sin^2 \chi} \right. \right. \right. \\
& \quad \left. \left. \left. - \sqrt{r_{j-1}^2 - r^2 \sin^2 \chi} \right) \right\} \right]
\end{aligned} \tag{4.2-16}$$

4.3 境界条件と初期条件

(1) 境界条件

プラズマの中心 ($r=0$) における境界条件は、ポロイダル磁場以外の物理量の勾配が0となるようにとる。

$$\left(\frac{\partial u_\ell}{\partial r} \right)_{r=0} = 0 \quad (\ell \ni \text{IBT} : \text{ポロイダル磁場の変数番号}) \tag{4.3-1}$$

$$u_{\text{IBT}} = 0 \tag{4.3-2}$$

ポロイダル磁場とプラズマ電流密度の場合は、プラズマの外周 ($r=a$) での境界条件が必要である。すなわち、

$$u_{\text{IBT}}(a) = 0.2 I_p / a \quad (I_p : \text{MA}, a : \text{m}) \tag{4.3-3}$$

および、

$$u_{\text{IIP}}(a) = 0 \tag{4.3-4}$$

である。これ以外の物理量については、第1壁 ($r=r_w$) での境界条件を与えればよい。すなわち、

$$u_\ell(r_w) = u_{r_w} \quad (\ell \ni \text{IBT}, \text{IIP}) \tag{4.3-5}$$

(2) 初期条件

ポロイダル磁場以外の初期条件は、すべて、 $0 < r \leq a$ では、

$$u_i(r) = \{ u_i(0) - u_i(a) \} \left\{ 1 - \left(\frac{r}{a} \right)^{\ell_i} \right\}^{m_i} + u_i(a) \quad (4.3-6)$$

$i = \text{IIP}$ (プラズマ電流密度) の場合は、境界条件によって、 $u_{\text{IIP}}(a) = 0$ が与えられているが、それ以外の物理量については、初期条件としての $u_i(a)$ を入力データで与える。 $u_i(0)$ については、プラズマ電流密度については、全プラズマ電流 I_P が与えられているので、

$$I_P = 2\pi \int_0^a r j_z(r) dr = 2\pi \int_0^a r \left\{ (j_z(0) - j_z(a) \left(1 - \left(\frac{r}{a} \right)^{\ell_{\text{IIP}}} \right)^{m_{\text{IIP}}} + j_z(a) \right\} dr$$

より、

$$j_z(0) = \frac{I_P - a^2 \pi j_z(a)}{2\pi \int_0^a r \left(1 - \left(\frac{r}{a} \right)^{\ell_{\text{IIP}}} \right)^{m_{\text{IIP}}} dr} + j_z(a) \quad (4.3-7)$$

で与えられる。それ以外の物理量については、入力データで与えられる。 $a < r \leq r_w$ では、 $u_i(r_w)$ を入力データで与え、 $u_i(r)$ は、つぎのように、直線内挿によって与える。

$$u_i(r) = u_i(a) + (u_i(r_w) - u_i(a)) \frac{r - a}{r_w - a} \quad (4.3-8)$$

ただし、 $i \neq \text{IIP}$ である。

つぎに、ポロイダル磁場については、プラズマ電流密度分布 $j_z(r)$ が、

$$j_z(r) = j_z(0) \left\{ 1 - \left(\frac{r}{a} \right)^{\ell_{\text{IIP}}} \right\}^{m_{\text{IIP}}} \quad (4.3-9)$$

となるように初期値を定める。

4.4 空間メッシュ

プラズマ外周に近づくにつれて物理量の変化率が大きくなり、とくに、核融合炉のプラズマを記述する場合にはその様相が顕しい。そこで、このコードでは、プラズマ外周へ近づくにつれて、メッシュ幅が等比数列で少くなるように空間点を探る。また、スクレepオフ層は、厚さが数cm程度であり、炉のプラズマ半径に比べて遥かに小さいので、スクレepオフ層における空間メッシュは等間隔のメッシュ幅を探る。以上を式で表わすとつぎのようになる。

$$dr_j = \alpha^{j-1} dr_1 \quad (0 \leq r \leq a) \quad (4.4-1)$$

$$dr_j = dr_s \quad (r < r \leq r_w) \quad (4.4-2)$$

ここで、 α は隣接する空間メッシュ幅の比を示す ($\alpha \leq 1$)。

(1) $0 \leq r \leq a$

$$r_{j-1/2} - r_{j-3/2} = \alpha^{j-2} (r_{3/2} - r_{1/2}) = 2r_{3/2} \alpha^{j-2} \quad (4.4-3)$$

右側の等号は, $r_{1/2} = -r_{3/2}$ (Fig. 4.1 参照のこと) から導いたものである。この式より,

$$r_{j-1/2} = r_{3/2} + 2 r_{3/2} (\alpha + \dots + \alpha^{j-2}) = r_{3/2} (-1 + 2 \frac{1 - \alpha^{j-1}}{1 - \alpha}) \quad (4.4-4)$$

となり, $a = r_{j_{\max}-1/2}$ であるから,

$$r_{3/2} = a (-1 + 2 \frac{1 - \alpha^{j_{\max}-1}}{1 - \alpha})^{-1} \quad (4.4-5)$$

となる。以上から,

$$r_{j-1/2} = \frac{1 + \alpha - 2 \alpha^{j-1}}{1 + \alpha - 2 \alpha^{j_{\max}-1}} a \quad (4.4-6)$$

となる。

(2) $a < r \leq r_w$

$$r_{j-1/2} = a + \Delta r_s (j - j_{\max}) \quad (4.4-7)$$

ただし, $\Delta r_s = \frac{r_w - a}{j_{\max 2} - j_{\max}}$ であるから,

$$r_{j-1/2} = a + (r_w - a) \frac{j - j_{\max}}{j_{\max 2} - j_{\max}} \quad (4.4-8)$$

となる。

以上の(1), (2)において, Integral mesh と Half mesh との関係は,

$$r_j = \frac{1}{2} (r_{j-1/2} + r_{j+1/2}) \quad (4.4-9)$$

で与えられる。

5. 適用例

本コードを用いてINTORプラズマの立上げおよび燃焼のシミュレーションを行なった。INTORプラズマの主要パラメータをTable 5.1に示す。⁽³⁴⁾ 現在までの実験では、電子に関するスケーリング則は Alcator 則が、またイオンに関しては新古典則が成り立っている。特に PLTの実験ではNBI加熱によりイオン温度は数keVに達し、イオンの collisionality が補促イオン不安定性の領域に入っても不安定性が励起されず、スケーリング則は従来通りであり⁽³⁵⁾、将来の大型トカマク炉でもこれらの法則が成り立つ可能性が高いと考えられるようになった。そこで本シミュレーションでは次のような輸送モデルを用いた⁽³⁴⁾。

- 熱輸送

電 子 : Alcator 則

イオン : 新古典則の値の3倍

+リップル拡散+Wareピンチ

- 粒子輸送

電子の熱伝導係数の $1/12$

5.1 プラズマの立上げ

プラズマ密度分布および温度分布の時間変化の1例をFig. 5.1に示す。NBIのエネルギーは200 keV、パワー注入率は70 MWで、プラズマブレイクダウン後5秒～9.5秒の4.5秒間注入される。トロイダルリップルはプラズマ表面で0.5%とした。また中性粒子については、100%リサイクリング（拡散でプラズマ外に出た粒子は中性粒子となり再びプラズマに入る）を仮定し、エネルギーは500 eVと仮定した。プラズマ電流は5秒間で立上げられるとし、シミュレーションはプラズマ電流が立上がった時点から開始した。プラズマの密度および温度の初期分布は放物分布とした。

Fig. 5.1に示すように、温度分布は、放物分布に近い形が予想されるのに対し、密度分布は放物分布よりかなり平坦な分布になると予想される。（D分布がプラズマ中心にピークを持っているのはNBIの影響である。）これは、プラズマの中心近傍では燃料が核融合反応でどんどん失われるのに対して、外部から入る中性粒子はほとんど中心まで届かないためと考えられる。（しかし現実実験結果に関する密度分布のシミュレーションにはまだ問題点があり、今後の発展が期待される。）

5.2 リップルによる燃焼制御

トロイダルリップルによるイオンの熱伝導率の制御は、熱的不安定性を抑えるための手段として有望視されている。一方、トロイダルリップルが大きいと、中性粒子ビームのイオン化により

発生する高速イオンの損失が増し、これが第1壁を局所的にたたき、第1壁へのローカルな熱流束を高めたり⁽³⁶⁾⁽³⁷⁾、スパッタリングによる不純物の発生を増加させる。したがって中性粒子ビーム注入中はできるだけリップル値を低く抑えておき、自己点火に達しNBIを停止した後にリップルを必要な値まで急速に立上げる必要がある。リップル立上げの時定数が長過ぎるとプラズマ温度は大きくオーバーシュートしてしまう。温度上昇の時定数はエネルギー閉じ込め時間よりは長く、数秒～10数秒はあると考えられるので⁽³⁸⁾、リップル立上げの時定数が1～2秒であれば温度のオーバーシュートは問題にならないであろう。したがって本シミュレーションでは、トロイダルリップルを式(2.7-3)に従って時定数1秒で立上げることとした。

Fig. 5.2にリップルを式(2.7-3)に従って変化させた場合の平均イオン温度の時間変化を示す。トロイダルリップル値は、中性粒子注入時ではプラズマ境界で0.75%、プラズマ中心で0.035%であり、このベース値からNBI停止後直ちに種々のリップル値まで立上げることとした。(図中の最終リップル値はプラズマ境界における値である。)中性粒子ビームのエネルギーは175 keV、パワーは75 MWで、放電開始後5秒から10秒までNBIの運転をするとした。また中性粒子に関するモデル化は、Fig. 5.1の場合と同じである。

トロイダルリップルの値が限界値以上になると、自己点火条件を満たせなくなるが、Fig. 5.2よりINTORプラズマでは、限界値はプラズマ境界でおおよそ1.5%程度と推定される。またFig. 5.2では、イオン温度はいったん増加した後徐々に下がってきている。これは α 粒子の蓄積や、プラズマ密度分布の平坦化によるものと考えられる。これらの要因にもかかわらず平均イオン温度を設定値に一定に保つためには、フィードバック制御をするのがよいであろう。

Fig. 5.3にプラズマの平均イオン温度のフィードバック制御した計算例を示す。設定温度は13 keVとした。制御モデルは2.6節に示したように、平均イオン温度が設定温度に達するまではプレプログラミング制御、それ以降はPI制御とした。ゲイン k は0.6、積分時定数 T_c は2.5秒、制御の遅れ時間 δt は0.1秒とした。またNBI停止後の平均燃料密度は $1.3 \times 10^{20}/\text{m}^3$ となるように制御した。

Fig. 5.3から、平均イオン温度はほとんどオーバーシュートすることなく設定温度近傍に制御されているのがわかる。トロイダルリップルはいったん1.6%程度まで増加し、その後徐々に下がっている。本シミュレーションでは、拡散によりプラズマ外へ出た α 粒子は100%排気するというモデルを用いているが、 α 粒子の閉じ込め時間は10～15秒とかなり長いために⁽³⁴⁾、 α 粒子は10%程度蓄積するものと考えられる。

Table 5.1 Plasma and device parameters which can achieve the self-ignition and 1 MW/m^2 neutron wall loading.

1. Device parameters	
(1) Major radius (R) ;	5 m
(2) Minor radius (a) ;	1.2 m
(3) Noncircularity (κ) ;	1.5 ($b = 1.8 \text{ m}$)
(4) Plasma volume (V) ;	213 m^3
(5) Plasma surface area (S_p) ;	300 m^2
(6) Wall surface area (S_w) ;	350 m^2
(7) Magnetic field at plasma center (B_t) ;	5 T
(8) Plasma current (I_p) ;	4.7 MA (5.9 MA)
(9) Safety factor (q_a) ;	2.5 (2.0)
2. Plasma parameters	
(1) Average ion temperature ($\bar{T}_i$) ;	10 keV
(2) Average ion density ($\bar{n}_i$) ;	$1.2 \times 10^{20} \text{ m}^{-3}$
(3) Toroidal beta value (β_t) ;	4 %
(4) Poloidal beta value (β_p) ;	2.6 (1.6)
(5) Confinement time (τ_E) ;	$\geq 1.5 \text{ sec}$
(6) Effective charge (Z_{eff}) ;	$1.5 \sim 2.0$
(7) Total fusion power (P_f) ;	$400 \sim 450 \text{ MW}$
(8) Neutron wall loading (P_{wn}) ;	1 MW/m^2
(9) Alpha heating power (P_α) ;	$80 \sim 90 \text{ MW}$
(10) NBI heating power (P_{NBI}) ;	$50 \sim 70 \text{ MW}$
(11) NBI injection energy (E_b) ;	200 keV
(12) NBI heating time (T_{NBI}) ;	$\sim 5 \text{ sec}$

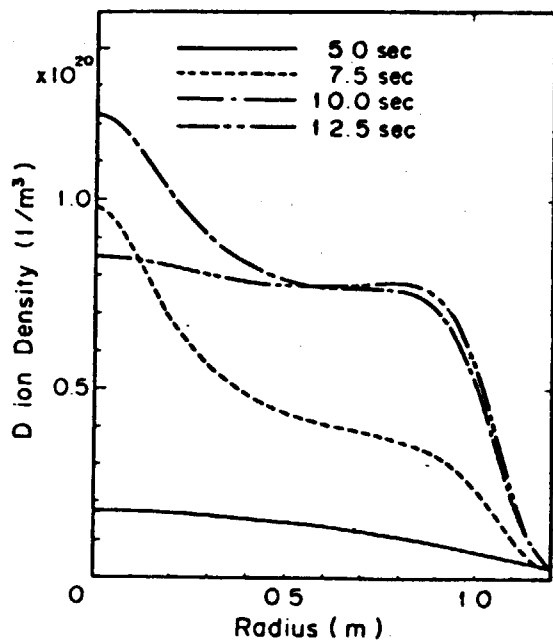


Fig. 5.1(a)
Time evolution of deuterium density profile of gas puffing and 100% recycling case. NBI is started at $t=5.0s$ and stopped at $t=9.5s$.

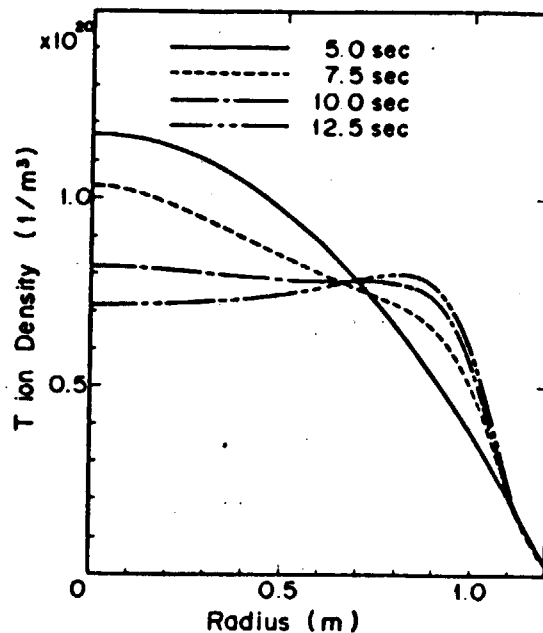


Fig. 5.1(b)
Time evolution of tritium density profile of gas puffing and 100% recycling case. NBI is started at $t=5.0s$ and stopped at $t=9.5s$.

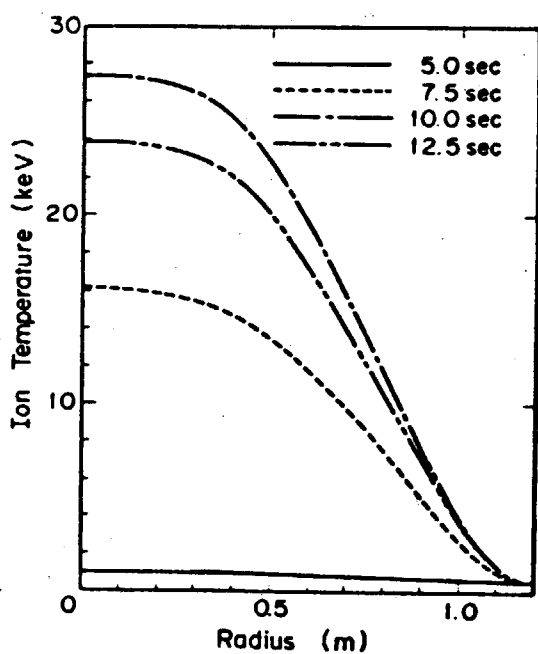


Fig. 5.1(c)
Time evolution of ion temperature profile of gas puffing and 100% recycling case. NBI is started at $t=5.0s$ and stopped at $t=9.5s$.

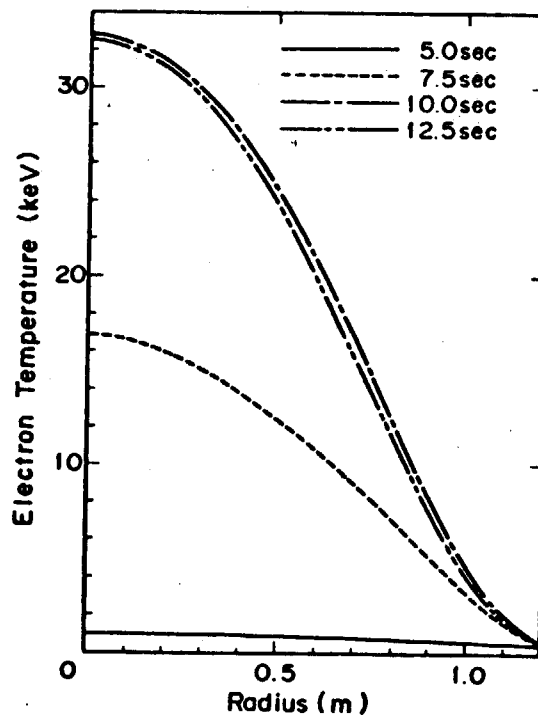


Fig. 5.1(d)
Time evolution of electron temperature profile of gas puffing and 100% recycling case. NBI is started at $t=5.0s$ and stopped at $t=9.5s$.

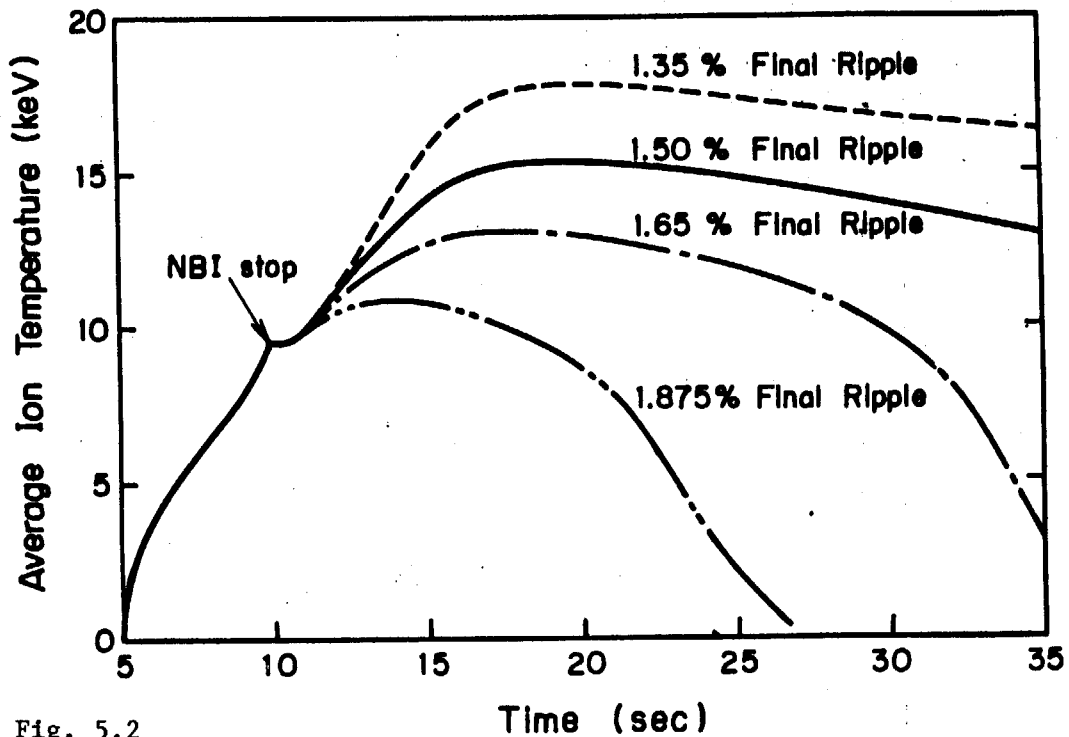


Fig. 5.2

The time behaviors of average ion temperature with parameter of the final TF ripple. TF ripple at outer plasma boundary is increased from base value 0.75 % to the final one with time constant of 1 sec, after NBI is turned off. The index β (poloidal dependency of TF ripple) is fixed to 0.5.

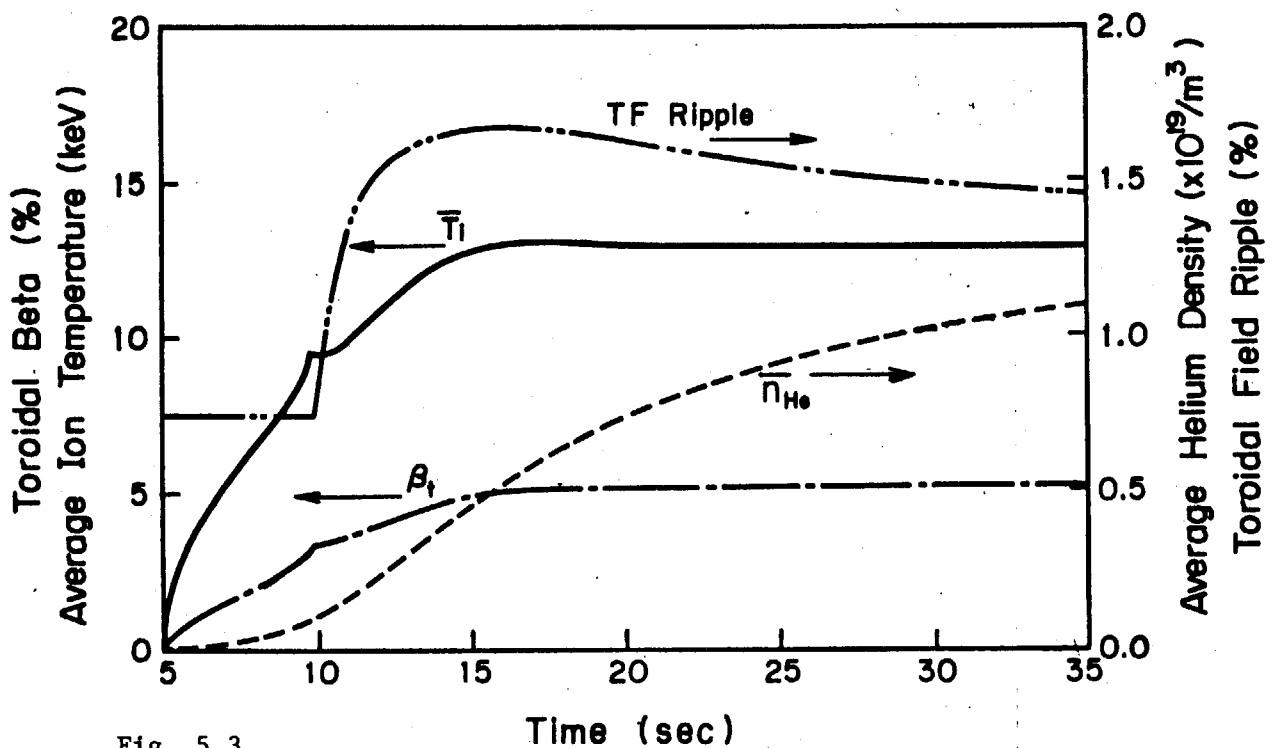


Fig. 5.3

The time behaviors of the controlled ion temperature for various target temperatures. The parameters k , T_c and Δt are set to 0.6, 2.5 sec and 0.1 sec respectively. Final fuel density is fixed to $1.3 \times 10^{20}/\text{m}^3$.

6. プログラムの構成と流れ図

Fig. 6.1 に計算の基本的な流れ図 (flow chart), Fig. 6.2 に詳細なブロック図を示す。Table 6.1 は本文の変数とプログラムで用いられている記号を対応させたものである。Table 6.2 に各 SUBROUTINE と FUNCTION の機能について簡単な説明を与えてある。

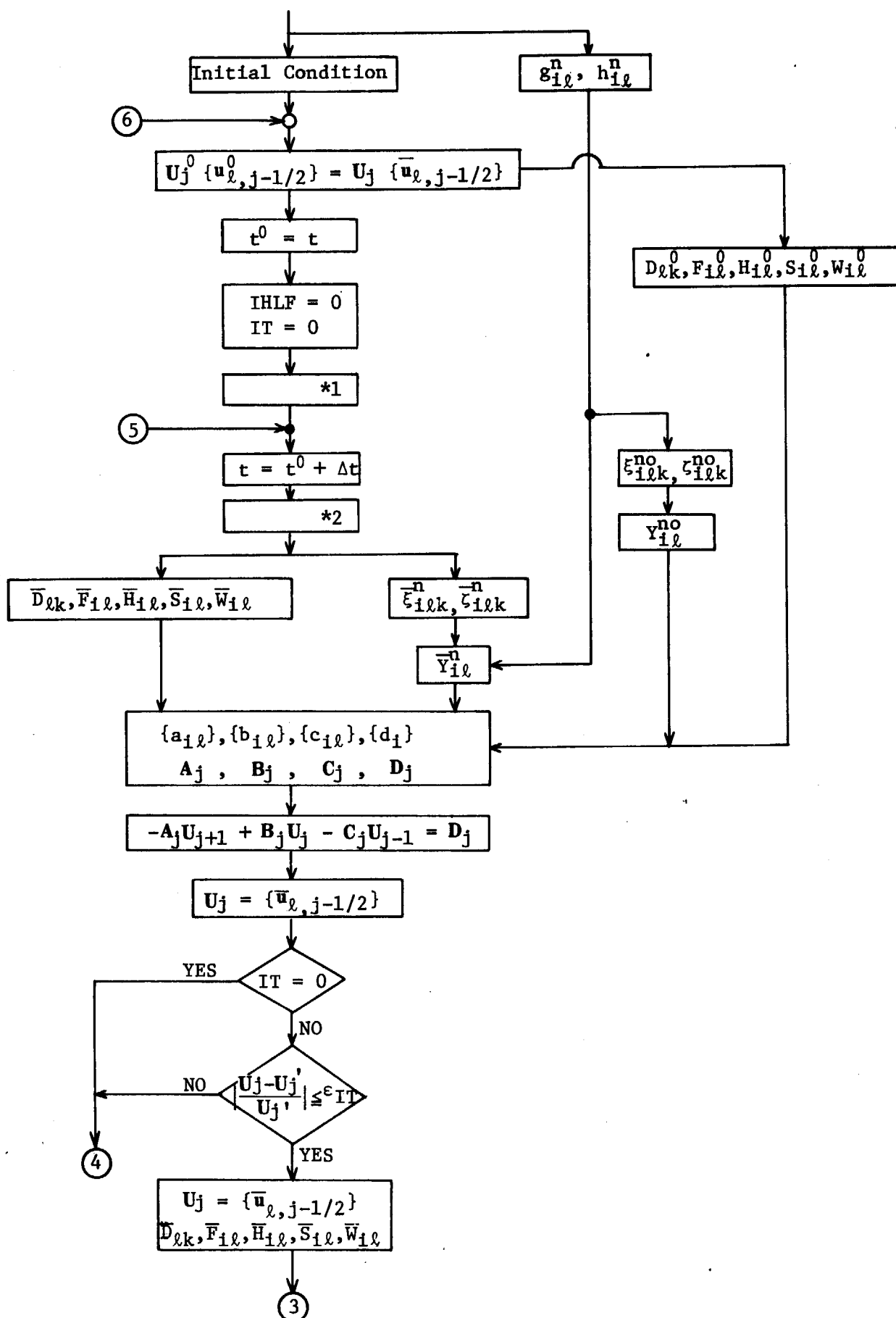


Fig. 6.1 Main flow of transport calculation

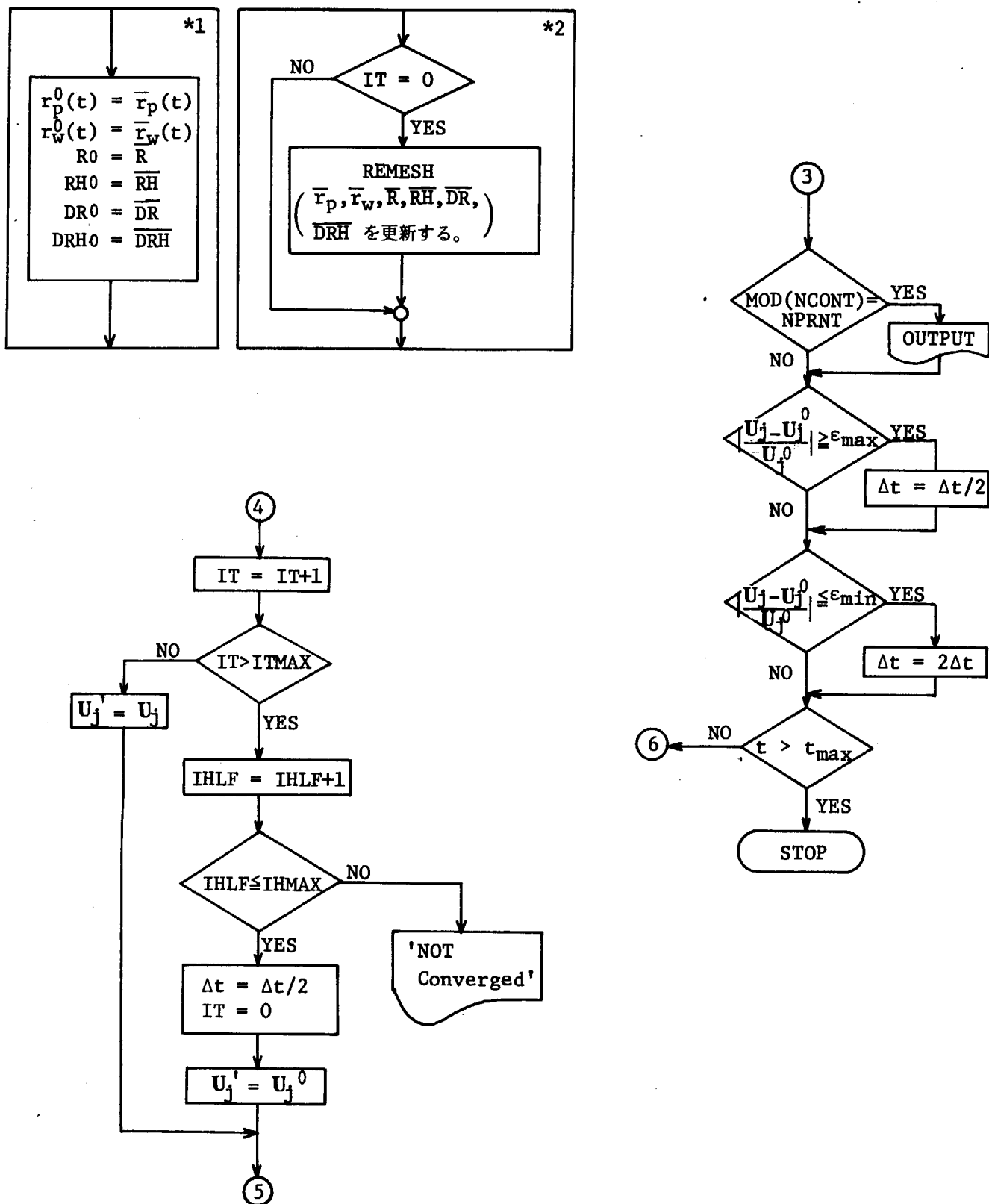


Fig. 6.1 (continued)

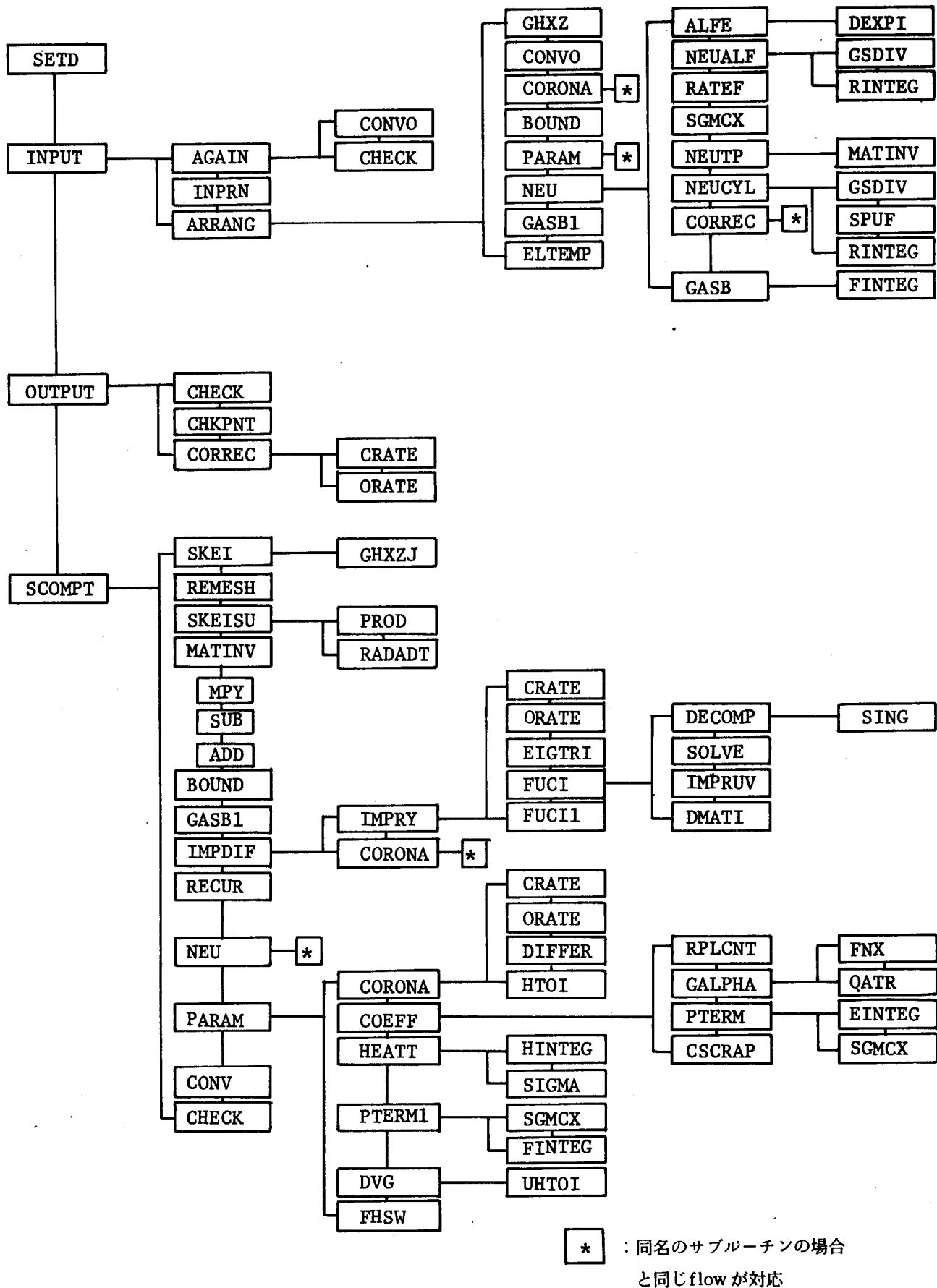


Fig. 6.2 Block diagram

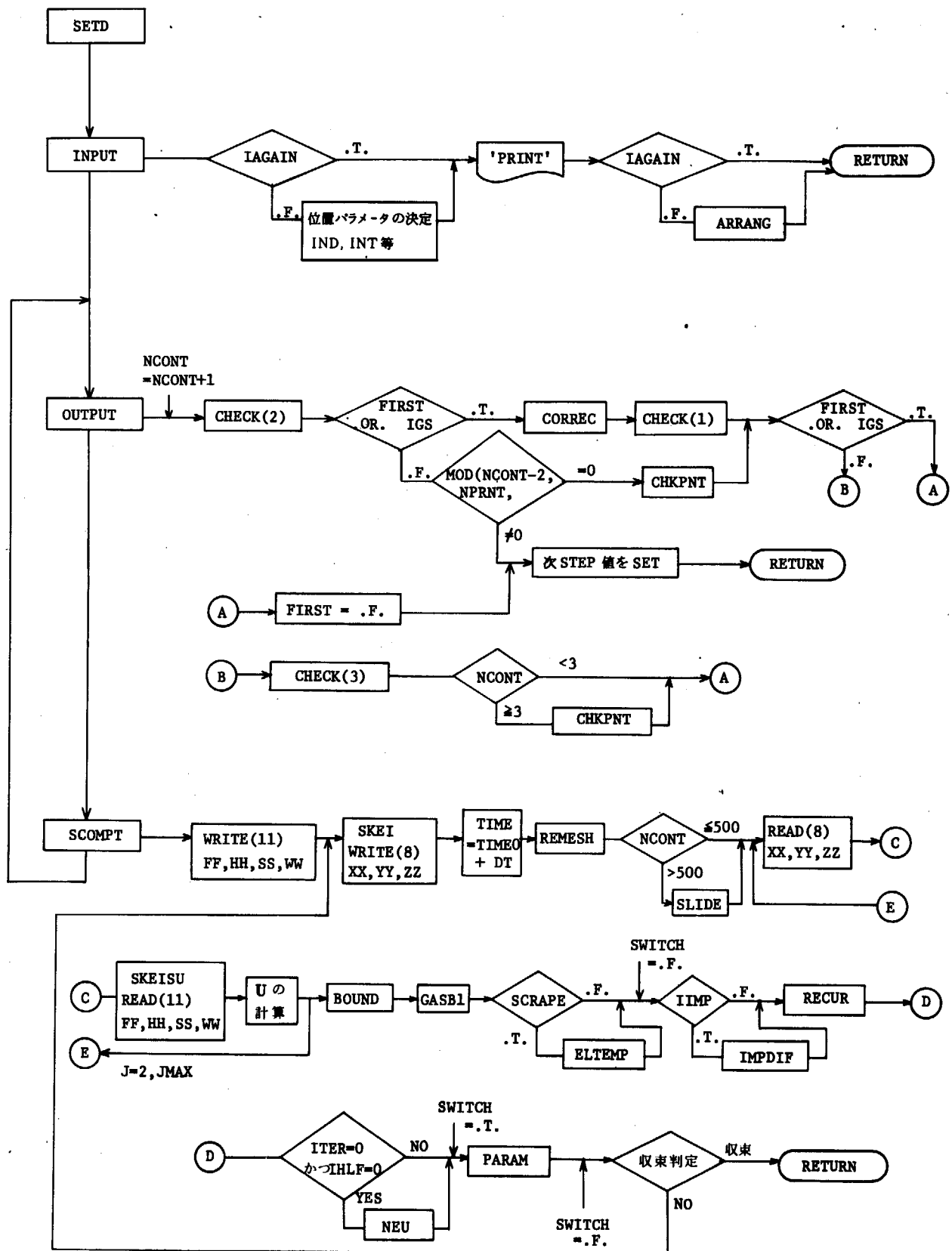


Fig. 6.3 Main flow of calculation

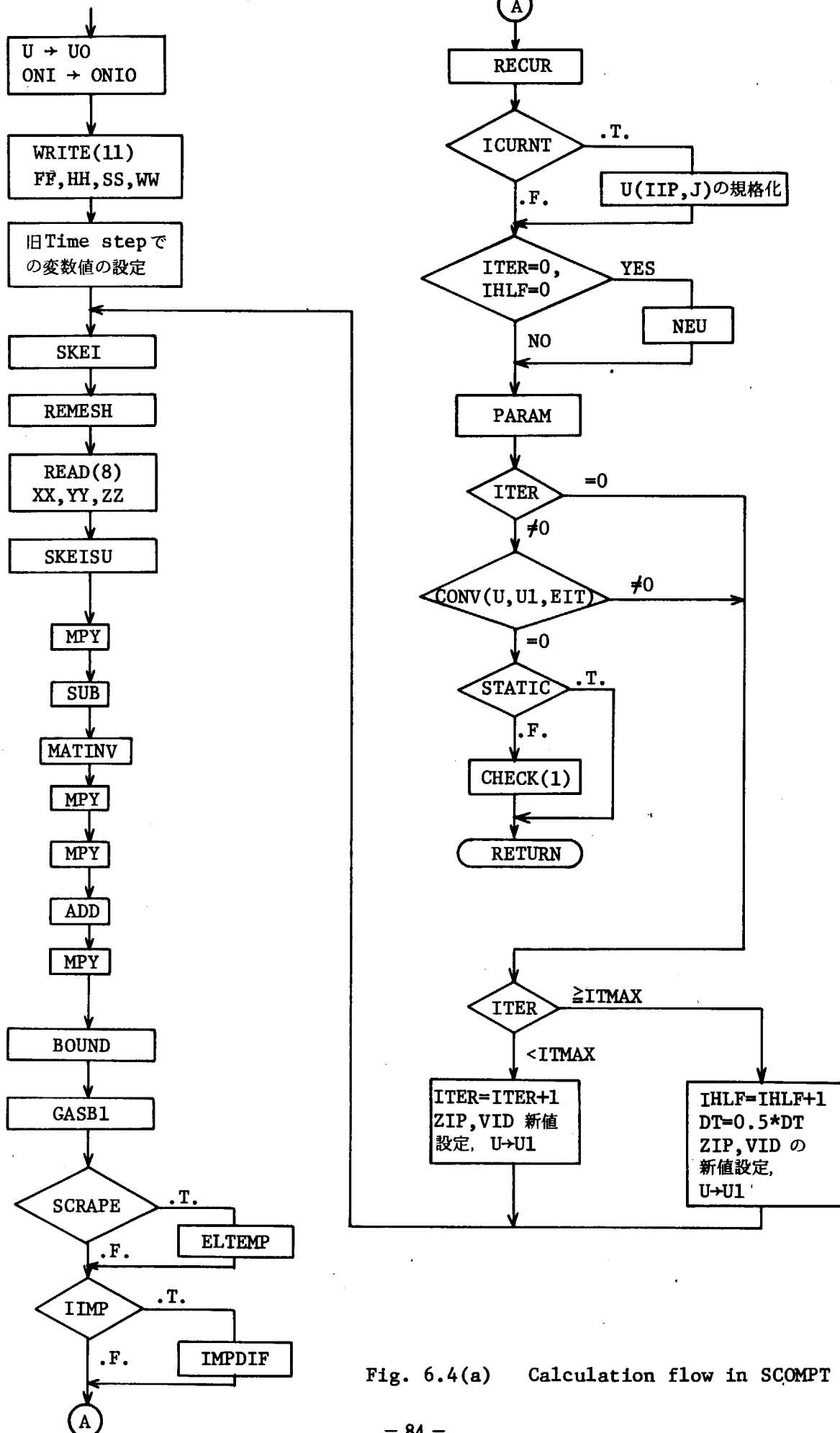


Fig. 6.4(a) Calculation flow in SCOMPT

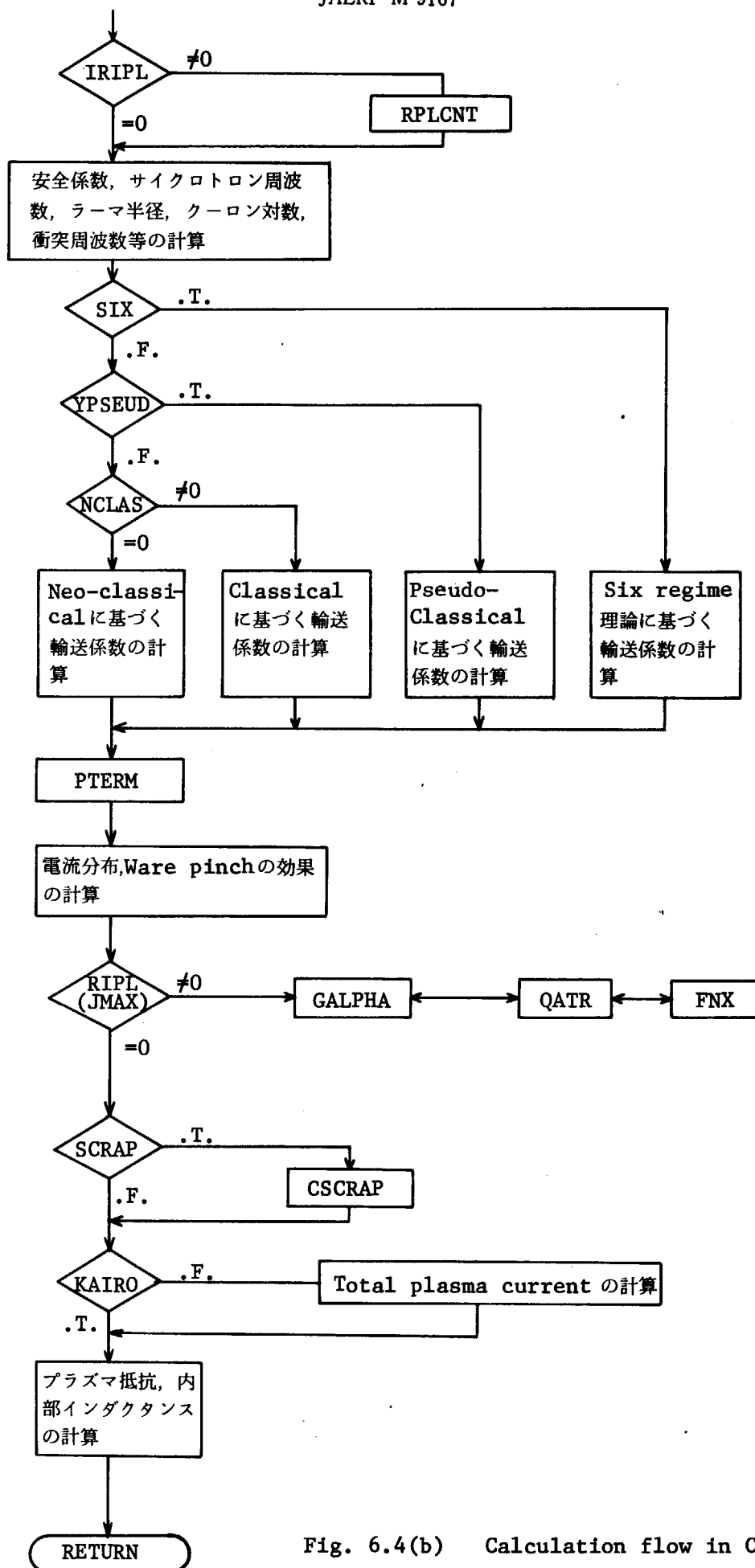


Fig. 6.4(b) Calculation flow in COEFF

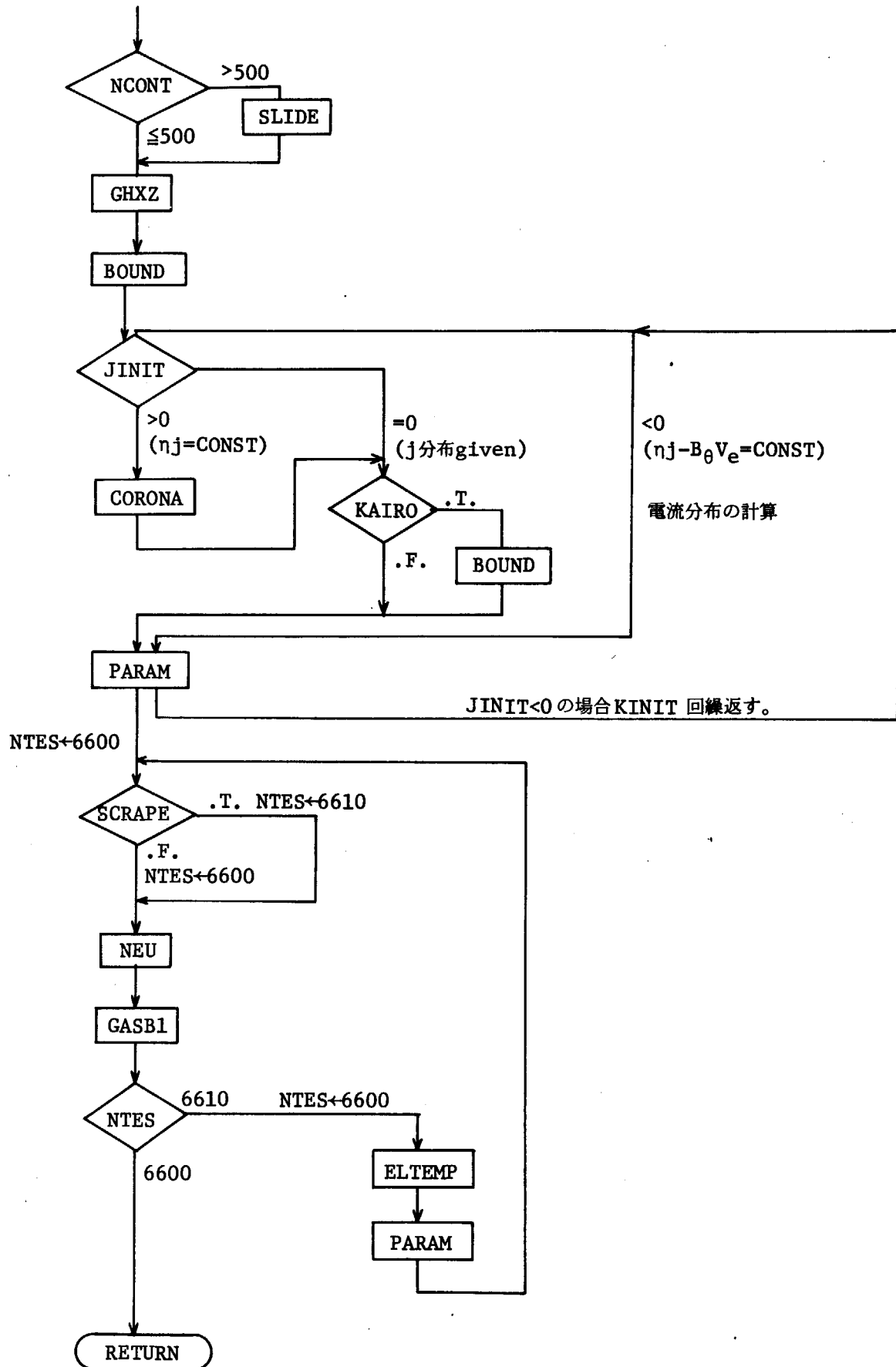


Fig. 6.4(c) Calculation flow in ARRANG

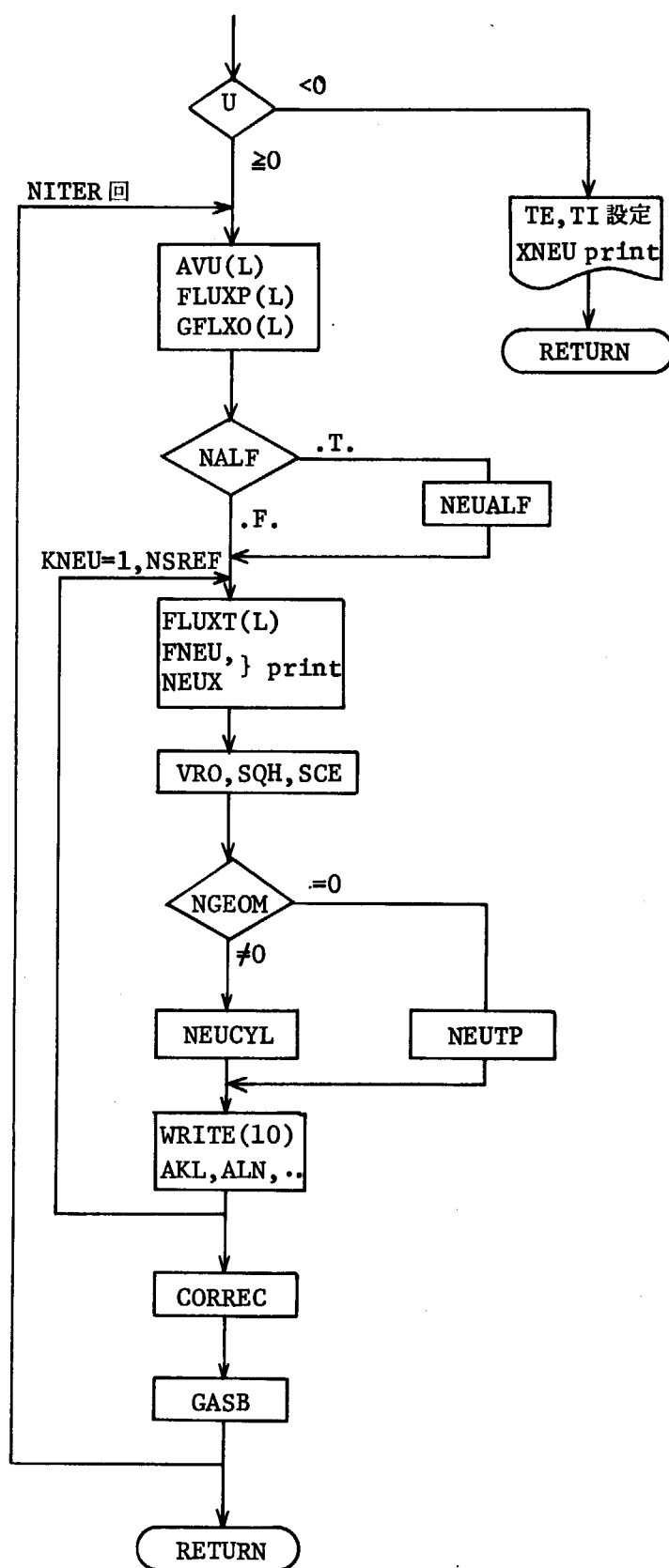
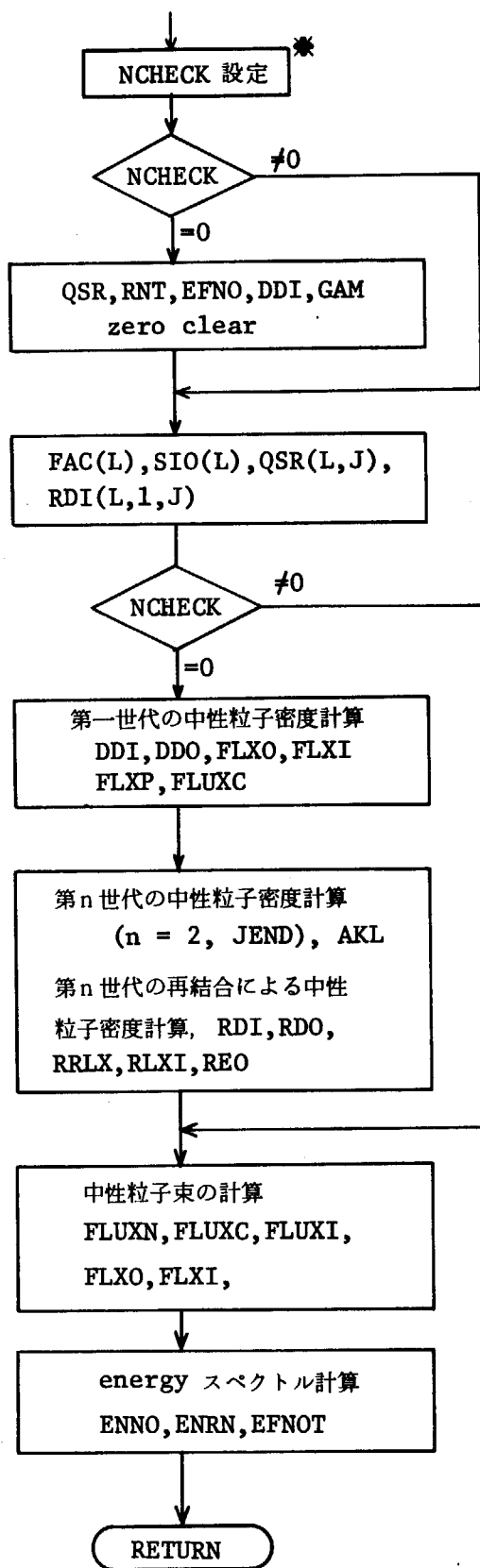


Fig. 6.4(d) Calculation flow in NEU



※ NSKIP 回に1回, 中性粒子
密度の分布を計算する為の変
数。
分布の計算を省略しても, 中
性粒子密度の絶対値は求まる。

Fig. 6.4(e) Calculation flow in NEUCYL

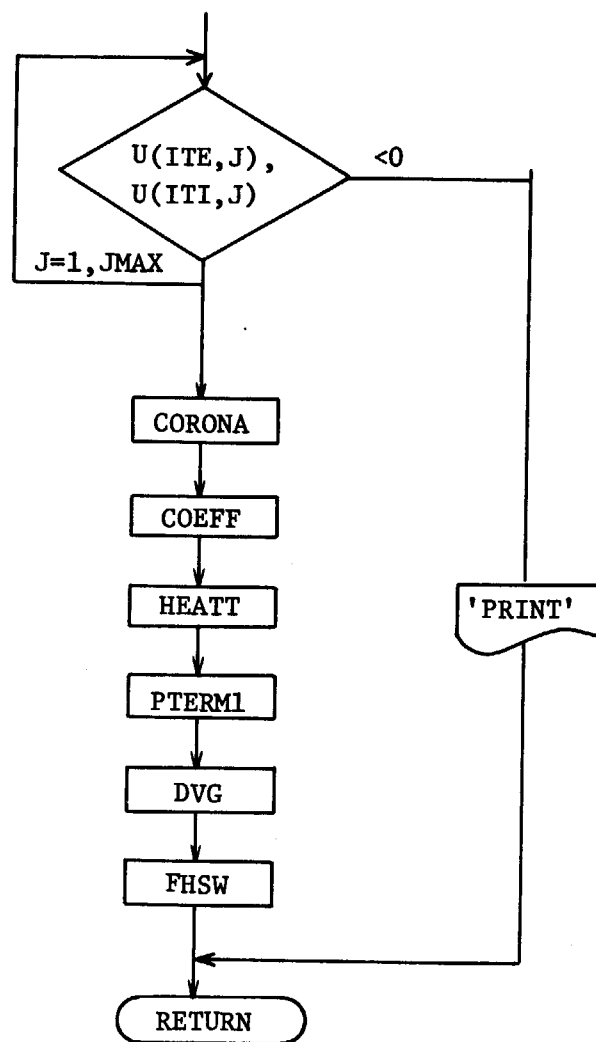


Fig. 6.4(f) Calculation flow in PARAM

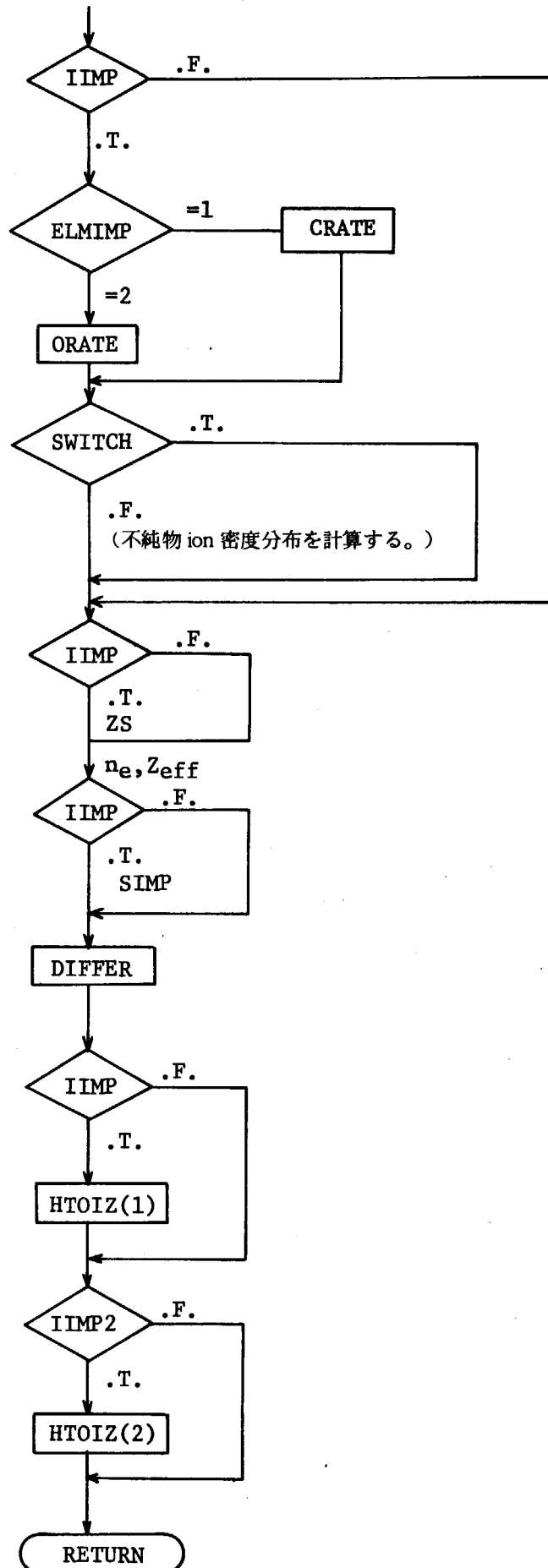


Fig. 6.4(g) Calculation flow in CORONA

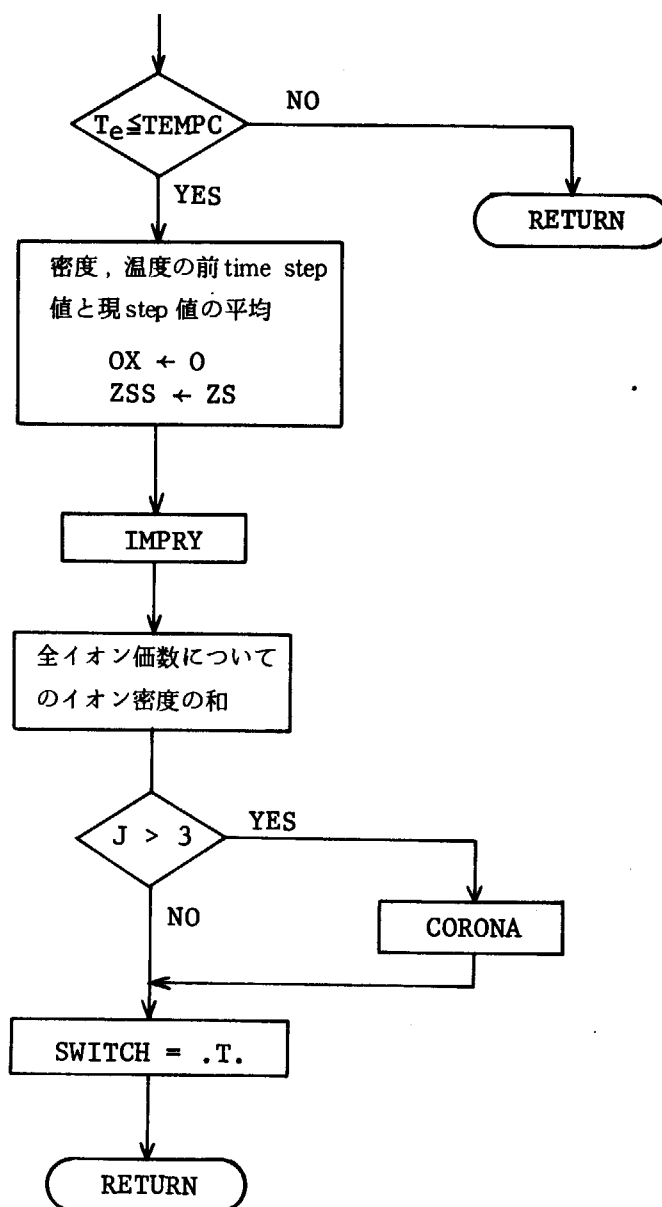


Fig. 6.4(h) Calculation flow in IMPDIF

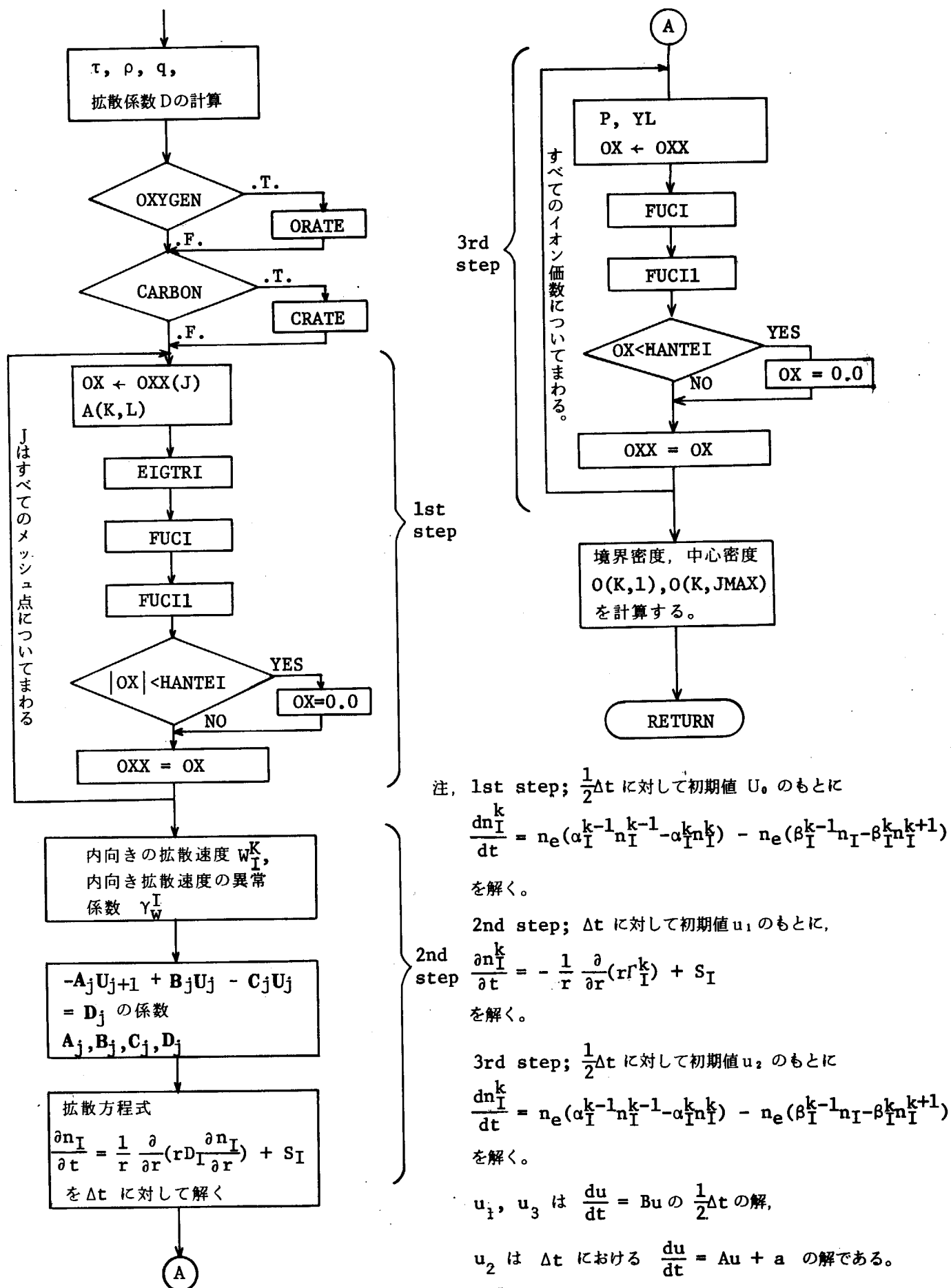


Fig. 6.4(i) Calculation flow in IMPRY

Table 6.1 Variables used in the text and program

(密度)	
$n_D(r) [u(IND, J)]$	: D の密度 [m^{-3}]
$n_T(r) [u(INT, J)]$	: T の密度
$n_\alpha(r) [u(INA, J)]$	: 4He の密度
$n_{I1}(r) [u(INI, J)]$	: 不純物 I 1 の密度
$n_{I2}(r) [u(INW, J)]$	: 不純物 I 2 の密度
$n_i(r) [u(ION, J)]$	: イオン粒子密度の和
$n_e(r) [u(INE, J)]$	: 電子密度
$n_b(r) [ANB]$	: スクレイプ・オフ層の平均プラズマ密度
$n_n(r) [DNT(J)]$	: 中性粒子密度 ($=n_n^D + n_n^T$)
$n_n^k(r) [DNT(J)]$	: 第 k 世代の中性粒子密度
$n_n^x(r) [UN(L, J)]$	: 中性粒子密度 ($=n_x^c + n_x^h$, $x=D, T$)
$n_x^c(r) [ALN(L, J)]$	: 第 1 世代の中性粒子密度 ($x=D, T$)
$n_x^h(r) [UNH(J)]$	: 第 2 世代以後の中性粒子密度の和 ($x=D, T$)
$n_\alpha^n(r) [UNA(J)]$	: 中性のアルファ粒子密度
(温度)	
$T_i(r) [u(ITI, J)]$	: イオン温度 (keV)
$T_e(r) [u(ITE, J)]$	: 電子温度
$T_n(r) [TN(J)]$	: 中性粒子の温度
$T_{no} [TNO(L)]$	: プラズマへ流入する中性粒子の温度
$T_n^x [EO(x, 3, JMAX)]$	: プラズマから流出する中性粒子の平均エネルギー ($x=D, T$)
$\gamma_E^x [GAME(EPG(17))]$	: 壁における中性粒子エネルギーの反射係数 ($x=D, T$)
$T_b [ATB]$	: スクレイプオフ層の平均温度
(寸法)	
$R [RMAJ]$	: 主半径 (m)
$a [RTUBE]$	: プラズマ半径 (m)
$A [ASPECT]$	: アスペクト比 ($=R/a$)
$r_w [AW]$	: 壁までの距離
$d [DSCR P]$	: スクレイプ・オフ層の厚さ
(プラズマ電流, 磁場)	
$j_z [JZ(J)]$	: プラズマ電流密度 (A/m^2)
$I_P [ZIP]$	: プラズマ全電流 (A)
$B_\theta [u(IBM, J)]$	: ポロイダル磁場 (W_b/m^2)

(定 数)

k [KE]	: ボルツマン定数 (1.6021×10^{-16} joule/keV)
μ [MU0]	: 透磁率 ($4\pi \times 10^{-7}$ H/m)
m_e [ME]	: 電子の質量 (9.108×10^{-31} kg)
m_H [MA]	: Hの質量 (1.673×10^{-27} kg)
m_D	: Dの質量 (3.343×10^{-27} kg)
m_T	: Tの質量 (5.006×10^{-27} kg)
m_α	: ^4He の質量 (6.643×10^{-27} kg)
$m_{I\ell}$	: 不純物 I ℓ の質量

(トロイダルリップル拡散)

δ_o [RIPC]	: プラズマ中心におけるリップル値 (%)
δ_a [RIPWAL]	: プラズマ外側境界におけるリップル値 (%)
φ	: ポロイダル方向角度 (外側原点) (ラジアン)
m [MRIP]	: 小半径方向リップル分布パラメータ
β [BETAR]	: ポロイダル方向リップル分布パラメータ
χ_i^δ [PIPLX]	: リップルによるイオンの熱伝導係数
$\delta(r)$ [RIPL(J)]	: トロイダルリップルの小半径方向分布成分

$$\delta(r) = \delta_o + (\delta_a - \delta_o) \left(\frac{r}{a}\right)^m$$

$g(\varphi)$ (0.01)	: トロイダルリップルの φ 方向分布成分
$g(\varphi) = \exp(-\beta\varphi^2)$ (現在は定数: 0.01)	

T_i [U(ITI, J)]	: イオン温度 (keV)
B_o [BZWMX]	: プラズマ中心におけるトロイダル磁束密度 (T)
κ [ELL]	: プラズマ非円形度
ν_i [TAU(2)]	: イオン-イオン衝突周波数 (1/sec)
N [NTF]	: トロイダルコイル本数
$\epsilon(r)$ [RR2]	: 逆アスペクト比
$g(r)$ [QR(J)]	: 安全係数

(Ware ピンチ)

ν_e^*	: ν_{ei}/ν_{el}
ν_{ei} [TAU(1)]	: 電子-イオン衝突周波数 (1/sec)
ν_{el} [TAU(3)]	: バナナープラトー境界周波数 (1/sec)
E_Z [EZ0]	: トロイダル電場 (V/m)
B_θ [U(IBT, J)]	: ポロイダル磁束密度 (T)
G_{WP} [GWP]	: Ware ピンチの係数
i_Z [JZ(J)]	: トロイダル電流密度 (A/m ²)

- η [DIFF (IBT, J)] : プラズマ比抵抗 ($\Omega - m$)
 (中性粒子)
 Γ^+ [FLUXP (I, J)] : 拡散プラズマ粒子に起因する中性粒子の influx ($/m^2 \cdot sec$)
 Γ^{puff} [PUF (I)] : ガスパフ中性粒子の influx ($/m^2 \cdot sec$)
 Γ^r [RLX (I, 3, JMAX)] : 再結合中性粒子の influx ($/m^2 \cdot sec$)
 r_{ij}^h [GAM (I, J)] : hot な j 種中性粒子の influx に対する hot な i 種中性粒子の
 outflux の比
 r_{ij}^c [GAMC (I, J)] : cold な j 種中性粒子の influx に対する cold な i 種中性粒子の
 outflux の比
 r_{ef}^w [GAMW or EPG(3)] : 第一壁における中性粒子反射率
 r_{ef}^l [GAMW or EPG(2)] : リミッタで中性化したプラズマ粒子のうち, 中性粒子となってプラ
 ズマへ向かう粒子の割合
 f_l [EPS or EPG(1)] : リミッタへ行くプラズマ粒子の割合
 C_i^I [DO II (i)] : i 種中性粒子に関する入射中性粒子束の規格値に対する真の値の比
 f_i [FAC (i)] : i 種中性粒子の入射個数比
 $\bar{v}_{oi}^h$ [AVVN (1, i)] : hot な i 種の入射中性粒子の平均熱速度 (m/sec)
 $\bar{v}_{oi}^c$ [AVVN (2, i)] : cold な i 種の入射中性粒子の平均熱速度 (m/sec)
 v_{oi}^{hn} [VO (i, 1, n)] : i 種の hot な中性粒子の第 n エネルギー群の熱速度 (m/sec)
 v_{oi}^{cn} [VO (i, 2, n)] : i 種の cold な中性粒子の第 n エネルギー群の熱速度 (m/sec)
 f_i^h [FRAC (1, n)] : i 種中性粒子のうち hot な粒子の割合
 f_i^c [FRAC (2, n)] : i 種中性粒子のうち cold な粒子の割合
 f_h^n [FSPC (1, n)] : hot な中性粒子のうち第 n エネルギー群の粒子の割合
 f_c^n [FSPC (2, n)] : cold な中性粒子のうち第 n エネルギー群の粒子の割合
 (燃焼制御モデル)
 $\delta_o(r, \varphi)$ [RIPL (j)] : ベーストロイダルリップル分布 (%)
 $P(t)$ [PT(N)] : 操作量の目標値と現在値の差
 k [CKL] : ゲイン
 T_c [TC] : 積分時定数
 δt [DTD] : 制御の遅れ時間 (sec)
 t_o [TIMEO] : 制御開始時刻 (sec)
 V_δ [ZC] : リップル増加分/ベースリップル値 (%)
 τ (1.0) : リップル増加の時定数 (sec)

(燃料供給モデル)

ℓ_w [DNBT]	: 中性粒子ビーム断面の巾 (m)
ℓ_h [DNBP]	: 中性粒子ビーム断面の高さ (m)
P_{inj} [PIN]	: 中性粒子ビームの入射パワー (MW)
E_B [EB0]	: 中性粒子ビームのエネルギー (keV)
σ_i [SI]	: ビーム中性粒子に関するイオン化断面積 (m ²)

Table 6.2 Subroutines

サブルーチン名	分類	機 能
ADD	S	matrix 演算; $C = A + B$
ALFE	S	Ionization cross section (m^3/S) of He by electron
ARRANG	S	定数値, 初期分布の設定, メッシュの分割
BOUND	S	磁場の境界条件を与える。
CHECK	S	出力諸変数の計算
COEFF	S	輸送係数の決定
CONV0	F	収束判定値の設定
(CONV)		収束判定を行なう。; $\max \bar{u}_{ij} - u_{ij} < \epsilon$
CORONA	S	不純物の各 ion 化ごとの配分を決める。
CORREC	S	Source term を求める。
CRATE	S	炭素の ion 化率と, 再結合率を与える。
CSCRAP	S	Scrape-off 層における輸送係数及び平行成分 $n/\tau_{\parallel}$ を求める。
DEXPI	S	ionization cross section (m^3/S) of He by electron の計算式 (called by ALFE)
DIFFER	S	独立変数の空間偏微分
DVG	S	D_{iL} , V_{iL} , G_{iL} の計算
EINTEG	S	数値積分
(FINTEG)		微分方程式の解; $\frac{du}{dt} = A - Bu$ $u = \frac{A}{B} + (u_0 - \frac{A}{B}) e^{-B \Delta t}$
(SGMCX)		断面積の計算式; $\sigma_{cx} = \frac{0.6937 \times 10^{-18} \times (1 - 0.155 \times X)^2}{1 + 0.1112 \times 10^{-14} \times (E_B^0 \times 10^3 / A_d)^{3.3}}$
ELTEMP	S	境界温度の計算
EXPO	F	$e^x \quad -70 \leq x \leq 70$ $e^{-70} \quad x < -70$ $e^{70} \quad x > 70$
(CRONE)		Cronecker's delta $\delta_{ij} = 1 \quad i = j$ $\delta_{ij} = 0 \quad i \neq j$
FHSW	S	F_{iL} , H_{iL} , S_{iL} , W_{iL} の決定
FNX	S	(called by GALPHA)
GALPHA	S	$G(\alpha, \beta; \kappa)$ を計算する。
GASB	S	ガスブランケット中の方程式を解く。

サブルーチン名	分類	機 能
(GASB1)		
GHXZ	S	$g_{i\ell}^n, h_{i\ell}^n, \xi_{i\ell k}^n, \zeta_{i\ell k}^n$ の設定
(GHXZ J)		
GSDIV	S	積分方程式の解法上の数値を与える。
HEATT	S	加熱パワー, 損失パワーを求める。
HINTEG	F	加熱パワーの定積分を与える。 $I(r) = \frac{2}{3} \int_0^{x(r)} [(1+r)e^{-x} - r]^{2/3} dx \quad (x(r) = \ln(\frac{1+r}{r}))$ $I(r) = 1+r^{2/3} \left[\frac{1}{3} \ln\left(\frac{(1+r^{1/2})^3}{1+r}\right) - \frac{2}{\sqrt{3}} \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2r^{1/3}-1}\right) \right]$
HTOI	S	補間 (Half mesh $\leftrightarrow$ integral mesh); $Z_j = \frac{1}{2}(Z_{j+\frac{1}{2}} + Z_{j-\frac{1}{2}})$
INPRN	S	入力データの編集, print.
(INPRI)		
(INPRA)		
(INPRT)		
(INPRH)		
INPUT	S	入力データの read.
IZERO		Array の Zero set.
※MAIN0001		メインプログラム
MATINV	S	逆 matrix を求める。
MOVE	S	Array の移動 ; TO(N1, N2) = FROM(N1, N2)
MPY	S	Matrix の積 ; TO(N1, N3) = FROM1(N1, N2) $\times$ FROM2(N2, N3)
NEU	S	中性粒子の分布計算の制御
NEUALF	S	α 粒子分布の計算
NEUCYL	S	円筒モデルにより, 中性粒子積分方程式を解く
NEUTP	S	平板モデルにより, 中性粒子積分方程式を解く
ORATE	S	酸素の ion 化率と再結合率を与える。
OUTPUT	S	結果の出力
PARAM	S	諸計算ルーチンの制御
PROD	S	Matrix 処理 ; TO(I, J) = FROM1(I, J) $\times$ FROM2(I, J)
PTERM	S	高速入射ビームによる Source term
(PTERM1)		(中性粒子とプラズマとの反応率等)
QATR	S	Romberg 積分 ($G(\alpha, \beta; \kappa)$ 計算中の積分を与える。)
RATEF	F	ion 化率, 再結合率の定積分を与える。: $K(Z) = \int_Z^\infty \frac{e^{-t}}{t} dt$

サブルーチン名	分類	機能
RECUR	S	漸化式: $u_{ij} = E_{ij} \times u_{ij} + F_{ij}$ を変数毎に解く。
RINTEG	S	数値積分; $\int_{r \sin x}^{\eta} \frac{\alpha(\xi) \xi}{\sqrt{\xi^2 - r^2 \sin^2 x}} d\xi = \int \alpha(\xi) d\sqrt{\xi^2 - r^2 \sin^2 x}$ →台形公式にて計算する。
RPLCNT	S	Toroidal field ripple の制御によって, β 値, 出力, ion 温度を制御する為のパラメータ CORL の設定
RSF	S	数値積分; Lagrange の補間式に基づく。 $\int_0^a r f(r) dr$
(QSF)	"	" $\int_0^a f(r) dr$
SCOMPT	S	微分方程式を解く。
SETD	S	入力されない基本データ, 入力データのデフォルト値の設定
SIGMA	S	反応断面積を与える。
SKEI	S	Y_{iL}^n の計算 (GHXZ で求めた G, H, X, Z に基づいて Y_{iL}^n を決定する。)
SKEISU	S	微分方程式の係数 A, B, C, D を与える。 $(-A_j U_{j+1} + B_j U_j - C_j U_{j-1} = D_j)$
SLIDE	S	$A(N) = A(N+1)$
SPUF	S	SPUF の計算
SUB	S	Matrix の引算
UHTOI	S	half mesh の matrix から integral mesh へ
UMOVE	S	Matrix の移動
UPRN	S	Array の print
IMPDIF	S	不純物の分布計算の制御
IMPRY	S	不純物拡散方程式を解く
ZCOEFF	S	不純物の拡散係数を与える
EIGTRI	S	実係数 非対称三次元行列式を解く
DECOMP	S	} 線型方程式系を解く
SING	S	
DMATI	S	逆行列を求める
IMPRUV	S	} 線型方程式系を解く
SOLVE	S	
DEDADR	S	空間微分 $\partial n / \partial r$, $\partial / \partial r (r \partial n / \partial r)$ の計算
RADADT	S	格子点上の $(r/a)(da/dt)$, $(\overline{r/a})(d\overline{a/dt})$ の計算
REMESH	S	$\overline{R}, \overline{RH}, \overline{DR}, \overline{DRH}, \overline{RTUBE}, \overline{AW}$ を更新する。

7. 出 力

(A) 空間平均量

(密度, 温度)

密度と温度の平均値は次式で与えられる。

$$\bar{X} = \frac{2}{a^2} \int_0^a X(r) r dr \quad (7-1)$$

ここで $X(r)$ は $n_D(r)$, $n_T(r)$, $n_\alpha(r)$, $n_{I\ell}(r)$, $n_e(r)$, $T_e(r)$, $T_i(r)$, $n_g^B(r)$, $n^B(r)$, $n_g^\alpha(r)$, $n^\alpha(r)$, 等を表わす。

平均温度については次式によっても計算する。

$$\langle T_x \rangle = \frac{\int_0^a n_x(r) T_x(r) r dr}{\int_0^a n_x(r) r dr}, \quad (x=e, i) \quad (7-2)$$

(高速イオンのエネルギー)

$$\langle E_x \rangle = \frac{2}{a^2} \int_0^a n^x(r) \hat{E}_x(r) r dr / \bar{n}^x \quad (7-3)$$

$n^x(r)$ ($x=\beta, \alpha$) は (2.2-20), (2.2-35) 式で, $\bar{n}^x$ は $n^x(r)$ を (7-1) 式で求めたものである。 $\hat{E}_x(r)$ は (2.2-44) 式で与えられる。

(プラズマ圧力)

$$P_{\text{ress}} = P_{\text{ress}}^0 + P_{\text{ress}}^B + P_{\text{ress}}^\alpha \quad (7-4)$$

$$P_{\text{ress}}^0 = \frac{2k}{a^2} \int_0^a (n_i T_i + n_e T_e) r dr \quad (\text{N/m}^2) \quad (7-5)$$

$$P_{\text{ress}}^B = \frac{2}{3} \cdot \frac{2k}{a^2} \int_0^a n^B \hat{E}_B(r) r dr \quad (\text{N/m}^2) \quad (7-6)$$

$$P_{\text{ress}}^\alpha = \frac{2}{3} \cdot \frac{2k}{a^2} \int_0^a n^\alpha \hat{E}_\alpha(r) r dr \quad (\text{N/m}^2) \quad (7-7)$$

但し $k = 1.6021 \times 10^{-16}$.

高エネルギーイオンが全プラズマ圧力の中に占める割合は

$$\left. \begin{aligned} \bar{\Gamma}_B &= \frac{P_{\text{ress}}^B}{P_{\text{ress}}^0} \\ \bar{\Gamma}_\alpha &= \frac{P_{\text{ress}}^\alpha}{P_{\text{ress}}^0} \end{aligned} \right\} \quad (7-8)$$

(ベータ値)

$$\begin{aligned} \beta_{pe} &= \frac{4 \mu_0}{a^2 B_\theta^2(a)} \int_0^a n_e(r) T_e(r) r dr \\ &= \frac{P_{\text{ress}}^e}{I_p^2 \mu_0 / 8 \pi^2 a^2} \end{aligned} \quad (7-9)$$

$$\beta_p = \frac{P_{\text{ress}}}{B_\theta^2(a) / 2 \mu_0} \quad (7-10)$$

$$\beta_t = \frac{P_{\text{ress}}}{B_t^2 / 2 \mu_0} \quad (7-11)$$

但し

$$\begin{aligned} I_p &= 2 \pi \int_0^a j_z(r) r dr = \frac{2 \pi}{\mu_0} \int_0^a \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r B_\theta) r dr \\ &= \frac{2 \pi a}{\mu_0} B_\theta(a) \end{aligned} \quad (7-12)$$

(プラズマ抵抗)

$$R_p = \frac{4 \pi^2 R}{I_p^2} \int_0^a \eta j_z^2 r dr \quad (7-13)$$

(内部インダクタンス)

$$\ell_i = \frac{8 \pi^2}{\mu_0^2} \frac{1}{I_p^2} \int_0^a B_\theta^2 r dr \quad (7-14)$$

(ループ電圧)

$$V_L = R_p I_p + L_i \frac{d I_p}{dt} + \frac{1}{2} I_p \frac{d L_i}{dt} \quad (7-15)$$

$$L_i = \frac{\mu_0 R}{2} \ell_i \quad (7-16)$$

(粒子閉込め時間)

$$\tau_P^D = \frac{N_D}{S_D^*} \quad (7-17)$$

$$\tau_P^T = \frac{N_T}{S_T^*} \quad (7-18)$$

$$\tau_P = \frac{N_D + N_T}{S_D^* + S_T^*} \quad (7-19)$$

$$\tau_\alpha = \frac{N_\alpha}{S_\alpha^*} \quad (7-20)$$

但し

$$N_D = 4\pi^2 R \int_0^a n_D(r) r dr \quad (7-21)$$

$$N_T = 4\pi^2 R \int_0^a n_T(r) r dr \quad (7-22)$$

$$N_\alpha = 4\pi^2 R \int_0^a n_\alpha(r) r dr \quad (7-23)$$

$$S_D^* = 4\pi^2 R \int_0^a \left[S_D - n_D n_T \langle \sigma v \rangle_f - \frac{\partial n_D}{\partial t} \right] r dr \quad (7-24)$$

$$S_T^* = 4\pi^2 R \int_0^a \left[S_T - n_D n_T \langle \sigma v \rangle_f - \frac{\partial n_T}{\partial t} \right] r dr \quad (7-25)$$

$$S_\alpha^* = 4\pi^2 R \int_0^a \left[S_\alpha + n_D n_T \langle \sigma v \rangle_f - \frac{\partial n_\alpha}{\partial t} \right] r dr \quad (7-26)$$

上式は(2.1-1) ~ (2.1-3) 式から導かれる。

(エネルギー閉込め時間)

$$\tau_E^e = \frac{E_p^e}{W_e^*} \quad (7-27)$$

$$\tau_E^i = \frac{E_p^i}{W_i^*} \quad (7-28)$$

$$\tau_E = \frac{E_p^e + E_p^i}{W_e^* + W_i^*} \quad (7-29)$$

$$\tau_E^{e*} = \frac{E_p^e}{H_e} \quad (7-30)$$

$$\tau_E^{i*} = \frac{E_p^i}{H_i} \quad (7-31)$$

$$\tau_E^* = \frac{E_p^e + E_p^i}{H_e + H_i} \quad (7-32)$$

$$E_p^e = 4 \pi^2 R k \int_0^a n_e T_e r dr \quad (7-33)$$

$$E_p^i = 4 \pi^2 R k \int_0^a n_i T_i r dr \quad (7-34)$$

$$W_e^* = 4 \pi^2 R k \int_0^a \left[W_{Be} + W_{\alpha e} + \frac{\eta}{k} j_z^2 - \frac{3}{2} n_e \frac{T_e - T_i}{\tau_{eq}} \right. \\ \left. - (P_{Br} + P_s + P_L) + W_e - \frac{3}{2} \frac{\partial}{\partial t} (n_e T_e) \right] r dr \quad (7-35)$$

$$W_i^* = 4 \pi^2 R k \int_0^a \left[W_{Bi} + W_{\alpha i} + \frac{3}{2} n_e \frac{T_e - T_i}{\tau_{eq}} + W_i \right. \\ \left. - \frac{3}{2} \frac{\partial}{\partial t} (n_i T_i) \right] r dr \quad (7-36)$$

$$H_e = 4 \pi^2 R k \int_0^a \left[W_{Be} + W_{\alpha e} + \frac{\eta}{k} j_z^2 - \frac{3}{2} \frac{\partial}{\partial t} (n_e T_e) \right] r dr \quad (7-37)$$

$$H_i = 4 \pi^2 R k \int_0^a \left[W_{Bi} + W_{\alpha i} - \frac{3}{2} \frac{\partial}{\partial t} (n_i T_i) \right] r dr \quad (7-38)$$

上式は(2.1-5), (2.1-6)式から導かれる。

(B) 積分量

(プラズマ内部エネルギー)

$$E_p = 4 \pi^2 R \int_0^a \frac{3}{2} k (n_i T_i + n_e T_e) r dr \quad [\text{Joule}] \quad (7-39)$$

(加熱, 損失パワー)

$$Y_T = 4 \pi^2 R k \int_0^a Y(r) r dr \quad (W) \quad (7-40)$$

ここで $Y(r)$ は(2.1-5), (2.1-6)式における, P_{Br} , P_s , P_L , W_{Be} , $W_{\alpha e}$, W_{Bi} , $W_{\alpha i}$, $\eta j_z^2/k$, 等を表わし, 電離, 再結合, 荷電交換損失等も同様に求められる。

(出 力)

$$P_{FM} = 4 \pi^2 R k E_f \int_0^a n_D n_T \langle \sigma v \rangle_f r dr \quad (W) \quad (7-41)$$

$$P_{FB} = 4 \pi^2 R k E_f \int_0^a n_B n_T \langle \sigma v \rangle_B r dr \quad (W) \quad (7-42)$$

 $P_{inj} \neq 0$ のとき

$$Q = \frac{P_{FM} + P_{FB}}{P_{inj}} \quad (7-43)$$

(プラズマから流出する中性粒子)

低エネルギー中性粒子数: $\Gamma_{xc}^n(T_{no})$ ($x=D, T$)高エネルギー中性粒子数: $\Gamma_{xh}^n(T_j)$ ($x=D, T$)中性粒子の熱流束: Γ_{th}^n

(C) 空間分布

(基本方程式の解)

$n_D(r), n_T(r), n_\alpha(r), n_{I1}(r), n_{I2}(r), n_i(r), n_e(r), T_e(r), T_i(r), B_\theta(r) [T], j_z(r) [A/m^2], E_z(r) [V/m], q(r)$ 。密度は $[m^{-3}]$, 温度は $[keV]$ の単位である。

(中性粒子)

 $n_n^D(r), n_n^T(r), n_n^\alpha(r), n_D^c(r), n_T^c(r), n_D^h(r), n_T^h(r), T_n(r)$

(粒子及びエネルギーバランス)

基本方程式系 (2.1-1) ~ (2.1-6) の各項を出力する。

8. 入 力

入力データはNAMELISTで読み込む。入力データには全て標準値がサブルーチンSETDで設定されているので、変更するものだけを入力として与えればよい。入力データの変数名をTable 8.1に与えてある。Table 8.2にFACOM/M200用のコントロール・カードと入力データの例を示す。

DISK中にあるSource file JOOOO.POISE1 をコンパイル、リンク、そしてSYSIN以下のデータを読み込ませてrun する為のJCLとテストデータを示した。(原研のFACOM M-200による。)

注1 FT14, FT15はそれぞれ再スタート計算の為のファイルで前もって作成しておく。

FT14は書き込み用, FT15は, 再スタート計算 (IAGAIN = T) において, 前回の結果を読み込む為のものである。サブルーチン「ARRANG」中のエントリー名「AGAIN」, 「CHKPNT」にて行なわれる。

再スタート計算が不要の場合には, それぞれ適宜, DUMMYとすればよい。

注2 FT08, FT10, FT11については, コード内で, 計算結果を受渡す為のファイルであるが, そのread, write の場所は以下の通りである。

ファイル定義名	READ	WRITE
FT08F001	SCOMPT	SKEI
FT10F001	CORREC	NEU
FT11F001	SKEISU	SCOMPT

注3 入力データは, NAME LIST形式で読み込むようになっているので, Table 8.1の入力データ一覧表に従って適宜変更する。

Table 8.1 Input variables given by NAME LIST format

(1) NAME LIST/SIZE/			
RMAJ	(6.75 m)	プラズマ主半径	
RMIN	(1.5 m)	プラズマ副半径	[RTUBE]
AW	(1.75 m)	第一壁副半径	
ELL	(1.5)	プラズマ非円形度	
NTF	(12)	TF コイル数	
AWMAX	(1.75 m)	プラズマ半径が膨張する時の第一壁の最大値	
AIN		プラズマ半径可変のパラメータ IFA=1のときの各時点の半径	
TIN		プラズマ半径可変のパラメータ IFA=1のときの時点 (10点)	
(2) NAME LIST/PROFIL/			
NDC	$(6.5 \times 10^{19} / \text{m}^3)$	Dの初期中心密度	
NDWAL	$(5.0 \times 10^{18} / \text{m}^3)$	Dの境界密度	
NTC	$(6.5 \times 10^{19} / \text{m}^3)$	Tの初期中心密度	
NTWAL	$(5.0 \times 10^{18} / \text{m}^3)$	Tの境界密度	
NAC	$(5.0 \times 10^{18} / \text{m}^3)$	α の初期中心密度	
NAWAL	$(5.0 \times 10^{17} / \text{m}^3)$	α の境界密度	
NIMC	$(1.2:3 \times 10^{17} / \text{m}^3)$	不純物の初期中心密度 (5種類) 1:C, 2:O	
NIMWAL	$(1.2:3 \times 10^{15} / \text{m}^3)$	不純物の境界密度 (5種類) 1:C, 2:O	
TEC	(11 KeV)	電子初期中心温度	
TEWAL	(0.01 KeV)	電子境界温度	
TIC	(11 KeV)	イオン初期中心温度	
TIWAL	(0.01 KeV)	イオン境界温度	
RIPC	(0.035%)	プラズマ中心におけるTFリップル	
RIPWAL	(0.5%)	プラズマ境界におけるTFリップル	
BETAR	(0.9340)	ポロイダル方向リップル分布パラメータ	
LLND	(1.0)	初期分布パラメータ $F = C \left\{ 1 - \left(\frac{r}{r_p} \right)^{\text{MM}} \right\}^{\text{LL}} + \text{WAL}$ $\text{RIPL} = (\text{RIPWAL} - \text{RIPC}) \times \left(\frac{r}{r_p} \right)^{\text{MM}} + \text{RIPC}$	
LLNT	(1.0)		
LLNA	(1.0)		
LLTE	(1.0)		
LLTI	(1.0)		
LLBT	(1.0)		
LIMP	(1.0)		
MMND	(2.0)		
MMNT	(2.0)		
MMNA	(2.0)		
MMTE	(2.0)	ND	: D 密度
MMTI	(2.0)	NT	: T 密度
MMBT	(2.0)	NA	: α 密度
MIMP	(2.0)	TE	: 電子温度
MRIP	(2.0)	TI	: ion 温度
IPWAL	(0.0)	BT	: ポロイダル磁束密度
IPC		IP	: プラズマ電流
MMIP	(1.0)	IMP	: 不純物密度
LLIP	(2.0)	RIP	: TF リップル

NDWS	(0.0)	Dのスクレイプオフ層外縁における密度
NTWS	(0.0)	Tのスクレイプオフ層外縁における密度
NAWS	(0.0)	α のスクレイプオフ層外縁における密度
NIMWS	(0.0)	不純物のスクレイプオフ層外縁における密度
TEWS	(0.0)	電子のスクレイプオフ層外縁における温度
TIWS	(0.0)	イオンのスクレイプオフ層外縁における温度
(3) NAME LIST/MESH/		
NMESH	(40)	メッシュ数 [メッシュ点数は NMESH + 1]
MRATIO	(0.98)	前のメッシュ幅と次のメッシュ幅との比
NSCRP	(0)	スクレイプオフ層のメッシュ数
(4) NAME LIST/TIMEX/		
TMIN	(0.1 sec)	スタート時間
TMAX	(5.0 sec)	計算終了時間
DT	(10^{-6} sec)	初期時間幅
DTMIN	(10^{-7} sec)	最小時間幅
DTMAX	(0.1 sec)	最大時間幅
TCONST	(2.3 4 4 7)	プラズマ半径可変パラメータ IFA=3のときの時定数
(5) NAME LIST/EP SRN/		
EIT	(0.0 5)	収束条件 [相対誤差で判定]
ITMAX	(5)	収束繰返し数
IHMAX	(4)	再収束繰返し数
EMAX	(0.5)	相対変動の最大値 [$\epsilon_{\max}$:これを越えたら時間幅を半分に]
EHIN	(0.1)	相対変動の最小値 [$\epsilon_{\max}$:これを越えたら時間幅を2倍に]
EPSN	(0.0)	中性粒子分布計算の精度 [0.0の場合, 15世代まで計算する]
(6) NAME LIST/LOGIC/		
IDT	(.FALSE.)	T; D, Tプラズマ, .F.; Dプラズマ
IALF	(.FALSE.)	T; α 粒子を計算する。
IIMP	(.FALSE.)	T; 不純物を計算する。
NALF	(.FALSE.)	T; α 中性粒子分布を計算する。
NREF	(.FALSE.)	T; 粒子のエネルギー反射率を考慮する。
IAGAIN	(.FALSE.)	T; 再スタート計算
YUSO	(.FALSE.)	T; Neo-classical law (TのときYPSEUDは働かない)
YPSEUD	(.FALSE.)	T; Pseudo-classical law, .F.; Subbaramayer's law
STATIC	(.FALSE.)	T; 定常計算
SIX	(.FALSE.)	T; Six regime transport
KAIRO	(.FALSE.)	T; 回路計算とカップリングする。
PSEUD	(5 0 0 0)	Subbaramayer's law の係数
ALFA	(0.0)	Pseudo-classical law の係数
SCRAPE	(.FALSE.)	T; 境界での温度を計算する。
ICURNT	(.FALSE.)	T; プラズマ電流分布を直接方程式を解いて求める。
ISCRP	(.FALSE.)	T; Scrape-off layer まで含めた方程式を解く。
(7) NAME LIST/TRNSP/		
NCLAS	(1)	≈ 0 のとき Alcator scaling law
FALC	(5×10^{10})	Alcator scaling law の係数
GKE	(1.0)	電子の熱伝導 anormalous factor

GKI	(1.0)	イオンの熱伝導 anormalous factor
GDI	(1.2.0)	イオンの拡散係数の係数 (GDI 分の 1 となる。)
GWP	(1)	Ware - ピンチの係数
(8) NAME LIST/OPTN/		
JINIT	(1)	負; $\eta_j - B_{\theta} v_e = \text{const.}$, 1; $\eta_j = \text{const.}$, 0; j 分布は与えられている。
KINIT	(4)	JINIT=0 の時の電流分布計算収束繰返し数
NGEOM	(0)	中性粒子分布計算モデルの選択 (0; 平板系, 1; 円柱系)
NITER	(0)	計算開始時の中性粒子計算回数
NRC	(0)	0; 再結合の計算をしない。1; 再結合の計算をする。
JEND	(0)	Charge exchange の世代数
KGS	(4)	ガウス積分分割パラメータ
MGS	(4)	ガウス積分分割パラメータ
KGSP	(1.6)	ガウス積分分割パラメータ
MGSP	(4)	ガウス積分分割パラメータ
NSKIP	(5)	中性粒子分布計算を飛ばすパラメータ (NSKIP 回毎に計算する)
IFA	(0)	プラズマ半径変化の条件 (0; 半径固定, 1; 入力による, 2; q による制約, 3; 関数)
(9) NAME LIST/NEUTL/		
UND0D	($10^{15}/\text{m}^3$)	D 中性粒子の初期境界密度
UND0T	($10^{15}/\text{m}^3$)	T 中性粒子の初期境界密度
UND0A	(0.0)	α 粒子の初期境界密度
TN0	(0.01 KeV)	recycling 中性粒子の温度
EN0	(10^{-4} KeV)	外部注入中性粒子の温度
TA0	(10^{-4} KeV)	α 粒子の温度
CX	(0.0 m^2)	排気係数 $[V_p \frac{dn}{dt} = -CX \cdot n_v + \dots]$
ID0	(0.0/sec)	ガスブランケット内への D 中性粒子の注入率
IT0	(0.0/sec)	ガスブランケット内への T 中性粒子の注入率
TO	(5×10^{-1} ; 5×10^{-3})	puff, 中性粒子の温度 (D, T, 等しくしている。)
NEG		(NEG(1); recycling による high energy 群数, NEG(2); puff による low energy 群数)
FSPC	(1.0)	中性粒子のうち, 第 n エネルギー群の粒子の割合 (hot, cold について)
WND0	($0.0/\text{m}^3$)	[未使用]
WNT0	($0.0/\text{m}^3$)	[未使用]
EVND	(0.003 KeV)	[未使用]
EVNT	(0.003 KeV)	[未使用]
TAUNEU	(0.002 sec)	境界中性粒子の変化時定数
TPST	(0.0 sec)	ガスパフ開始時刻
TPEND	(0.0 sec)	ガスパフ終了時刻
PUFD	($0.0/\text{m}^2$)	D ガスパフ入射流束
PUFT	($0.0/\text{m}^2$)	T ガスパフ入射流束
NAME LIST/HEAT/		
PIN	(3.5 MW)	中性粒子注入パワー
EB0	(1.50 KeV)	中性粒子ビームエネルギー
EN	(2.00 KeV)	中性粒子ビームエネルギー [未使用]
NGB	(3)	中性粒子ビームエネルギー群数
NGA	(3)	α 粒子エネルギー群数

TSSTART	(0.0sec)	中性粒子ビーム入射開始時刻
TEND	(0.0sec)	中性粒子ビーム入射終了時刻
DNBT	(0.2 m)	トロイダル方向ビーム幅
DNBP	(0.2 m)	ポロイダル方向ビーム幅
(11) NAME LIST/IMPRY/		
SYLD	スパッタリング率の関数形の係数 [1; O (0.015), 2; C (0.0), 3; Fe (0.024), 4; Mo (0.005)]	
EIMPM	"	[1; (6.0), 2; (0.0), 3; (6.0), 4; (6.0)]
EIMPC	"	[1; (0.005), 2; (0.0), 3; (0.023), 4; (0.055)]
TIMP 0	(1~5; 0.0)	ガスブランケット中の不純物の温度
UIMP 0	(1~5; 0.0)	ガスブランケット中の不純物の濃度
ELMIMP	不純物元素名 (1; CARBON, 2; OXYGEN, 3; AIRON, 4; AMOLYB)	
EIMP 0	influx 不純物中性粒子の温度 (1; 0.001KeV, 2; 0.001KeV, 3~4; 0.0)	
AIMP	不純物の原子量 (1; 12.0, 2; 18.0, 3~4; 0.0)	
KIMP	不純物のイオン化状態数+1 [中性状態] (1; 7, 2; 9, 3~4; 0)	
SPTYLD	スパッタリング率 (1; 0.01, 2; 0.01, 3~4; 0.0)	
(12) NAME LIST/RECYX/		
EPS	(1.0)	リミッタに行くイオンの割合
GAML	(1.0)	リミッタでのイオンの recycling 率
GAMW	(1.0)	壁におけるイオンの recycling 率
GAMLD	(0.0)	ガスブランケットを用いた場合のリミッタでのイオンの recycling 率
GAMWD	(0.0)	ガスブランケットを用いた場合の壁でのイオンの recycling 率
EPSIMP	(1.0)	不純物のリミッタへ行く割合
RIMP	(1.0)	不純物のリミッタでの recycling 率
YIMP	(0.0)	不純物のリミッタでの self sputtering 率
RIMPD	(1.0)	不純物の壁での recycling 率
YIMPD	(0.0)	不純物の壁での self sputtering 率
EPSA	(1.0)	α 粒子のリミッタへ行く割合
YETI	(0.0)	リミッタでのイオンによる sputtering 率
YETA	(0.0)	リミッタでの α 粒子による sputtering 率
YETID	(0.0)	壁でのイオンによる sputtering 率
YETAD	(0.0)	壁での α 粒子による sputtering 率
GAMA	(0.0)	α 粒子のガスブランケット中での recycling 率
GAME	(0.0)	中性粒子のエネルギー反射率
(13) NAME LIST/SCRIP/		
SEATH	(7.8)	境界プラズマの熱伝達係数
BWL	(0.0)	scrape off 層の外側での境界値 [D, T の密度や温度]
ALMT	(0.0)	磁力線の長さ
FBOM	(0.0)	ボーム拡散係数の係数 [ex. $\frac{1}{10} D_{Bohm}$ の $\frac{1}{10}$]
FSON	(0.0)	scrape off 層での幅を計算する際の粒子速度と音速との比
CDUE	(0.3)	scrape off 層でのトロイダル磁場と平行方向の D 粒子束の係数
CTRI	(0.3)	scrape off 層でのトロイダル磁場と平行方向の T 粒子束の係数
CALP	(0.3)	scrape off 層でのトロイダル磁場と平行方向の α 粒子束の係数
CIMP	(0.3)	scrape off 層でのトロイダル磁場と平行方向の不純物粒子束の係数
YTATA	(1.0)	リミッタの数またはダイバータの null 点の数

CELE	(7.8)	scrape off 層でのトロイダル磁場と平行方向の電子のエネルギー束の係数
CION	(7.8)	scrape off 層でのトロイダル磁場と平行方向のイオンのエネルギー束の係数
CONSA	(10.0)	scrape off 層でのD, T, α 粒子の拡散係数とボームの拡散係数との比
(14) NAME LIST/CURRENT/		
TZ 0	(0.0sec)	初期時刻
TZ 1	(0.1sec)	プラズマ電流が Z I 1 になる時刻
TZ 2	(5.0 sec)	プラズマ電流が Z I 2 になる時刻
TZ 3	(10.0sec)	プラズマ電流が Z I 3 になる時刻
TZ 4	(20.0sec)	終了時刻 [プラズマ電流は 0.0 A]
Z I 1	(40×10^6 A)	TZ 1 時におけるプラズマ電流
Z I 2	(40×10^6 A)	TZ 2 時におけるプラズマ電流
Z I 3	(40×10^6 A)	TZ 3 時におけるプラズマ電流
Z I P	(0.0 A)	全プラズマ電流
CA	(0.0)	[未使用]
BZWMX	(6.0T)	トロイダル磁束密度
(15) NAME LIST/CONTRL/		
NCONTL	(0)	(0; 制御せず, 1; 中性粒子注入による制御, 2; PUFF による制御)
NSOLV	(0)	ガスブランケット中の方程式系の解法のオプション ※
TIMEO	(0.0sec)	制御開始時刻
DTD	(0.0sec)	制御の時間遅れ
FD	(0.0/sec)	D の注入率制御係数
FT	(0.0/sec)	T の注入率制御係数
FINJ	(0.0)	中性粒子ビームの注入率係数
PT0	(0.0 MW)	TIMEO 時における核融合出力
IRIPL	(0)	(0; ripple による制御をせず, 1, 2, 3 でそれぞれ β_t , 出力, $\bar{T}_i$ を制御する。)
PFNL	(0.06)	制御対象変数の目標値
CKL	(100.0)	PI 制御の比例係数
TC	(1.0×10^3)	PI 制御の時定数
TDC	(1.0)	PI 制御の比例係数
(16) NAME LIST/PRINT/		
NPRNT	(1)	出力プリントの制御 [NPRNT 回毎に結果を出力する]
NDEBUG	(0)	デバッグ用出力の制御パラメータ (0 ~ 10 まで)
※1 NSOLV = 0; 境界中性粒子密度の初期値を与える。 1; 境界中性粒子密度を一定とする。 2; 境界中性粒子密度を $a + bt$ の形で与える。 3; ガスブランケットへの D, T の注入率を与える。 注1 () 内の数値は SUB. SETD でセットされる値である。		

PAGE 1 OF 1

共通E 173

* 73-75: DATAID / 76-80: SEQUENTIAL NUMBER

共通E173

PAGE 3 OF

共通E 173

* 73~75: DATAID, 76~80: SEQUENTIAL NUMBER

9. 結 言

本レポートでは、トカマク炉心プラズマの一次元シミュレーション・コードの方程式系の構成と数値解法について記述し、その適用例と利用法について説明を行った。プログラミングに当っては、基本方程式系を一般化して機能の拡張、改良が容易であるように工夫を施した。

本コードは実験炉の炉心プラズマの設計⁽³⁸⁾の一環としてまずプラズマ内の粒子とエネルギーバランスの特性を解析するために開発に着手された。その後設計の進展に伴いモデルの改良と拡散がなされ、特に周辺プラズマの挙動、燃焼制御法、中性粒子の輸送、不純物の輸送等について改善が行われた。本コードには炉心プラズマの特性解析に必要な主要な機能は一応備わっている。従ってその機能はかなり広範囲に亘っているが、全ての機能の詳細な検討はまだ必ずしも終了しているわけではない。昨年度より INTOR のプラズマの検討のために、特に立上げ、燃焼制御、閉込め時間、燃料供給、粒子束等の評価に広く適用されその過程で生じた種々の問題点の解決が行われた。しかし一部数値計算上の問題も若干ないわけではない。また多くの専門家からモデルについて助言と教示を受けたが、まだ十分にプログラム化されていない面もある。特に燃焼制御法として加熱と燃料供給を用いる方法は一応プログラムしたものの、まだモデル上改良すべき点があり現在検討を進めている。しかし昨年来の炉心プラズマ・シミュレーションへの適用結果から一応使用可能と判断され、上記の課題は本コードを一般利用者に公開してそれによるフィードバックを得ながら今後改善していきたいと思っている。

謝 辞

このシミュレーション・コードの開発に当っては、当時開発されつつあった実験装置プラズマ用の天野一岡本のトカマクコードを参考にした。特に理論研究室の岡本正雄氏（現名大プラズマ研究所）には基本方程式系の数値解法及び不純物の輸送方程式の解法等については多くの有益な助言をいただいた。またプラズマ実験研究室（DIVAグループ）の永見正幸氏にはスクレイブ・オフ層のモデルとその数値解法について助言をいただいた。なお同研究室の下村安夫氏にもスクレイブ・オフ層のモデル化について助言をいただいた。これらの方々に深く感謝したい。

大型トカマク開発部の杉原正芳氏には INTOR のプラズマシミュレーションにこのコードを大いに適用していただき、その結果はコードのいくつかの改善に役立った。ここに同氏に感謝する。このコードの最初の原型は IBM 社でプログラムされ、その後の FACOM-230/75 への変換及び一部のモデルと解法の改善に対するプログラム作業は富士通（株）によってなされた。プログラミングに協力された両社の方々に感謝する。

最後にこのコードの開発に対して終始激励を戴いた迫 淳 炉設計研究室長に感謝する。

文 献

- (1) Duchs, D.F., et al.: Nuclear Fusion, Vol.17, No.3 565 (1977).
- (2) 天野恒雄, 岡本正雄: JAERI-M 8420 (1979).
- (3) 氷見正幸: 私信 (1978).
- (4) Spitzer, L., Jr.: "Physics of Fully Ionized Gases", (1962), p.149, Interscience Publishers, New York.
- (5) Rose, D.J.: Nuclear Fusion, 9, 183 (1969) and ORNL-TM-2204 (1968).
- (6) Post, R.F.J.: Nuclear Energy (Part C) Plasma Physics, 3, 273 (1961).
- (7) Hazeltine, R.D., Hinton, F.L., Rosenbluth, M.N.: Phys. Fluids, 16, 1645 (1973).
- (8) Dean, S.O., et al.: "Status and Objectives of Tokamak Systems for Fusion Research", WASH-1295 (1974).
- (9) Sivukhin, D.V.: "Reviews of Plasma Physics", Vol.4, (1966), p.93, Consultants Bureau, New York.
- (10) Butler, S.T., Buckingham, M.J.: Phys. Rev., 126, 1 (1962).
- (11) 東稔達三: JAERI-M 7769 (1978).
- (12) Corman, E.G., et al.: Nuclear Fusion, 15, 377 (1975).
- (13) Yoshikawa, S.: Phys. Rev. Lett., 25, 353 (1970).
- (14) Rosenbluth, M.N., Hazeltine, R.D., Hinton, F.L.: Phys. Fluids, 15, 116 (1972).
- (15) Brginskii, S.I.: "Reviews of Plasma Physics", Vol.2, (1965), p.205, Consultants Bureau, New York.
- (16) INTOR report : "International Tokamak Reactor, Zero Phase", IAEA, Vienna, 1980 and Nuclear Fusion, 20, 349 (1980).
- (17) Uckan, N.A., et al.: ORNL/TM-5603 (1976).
- (18) Ware, A.A.: "Pinch Effect for Trapped Particles in a Tokamak", Phys. Rev. Lett., 25, 15 (1970).
Hinton, F.L., Wiley, J.C.: "Neoclassical Transport in Tokamaks in Banana/Plateau Regimes", Phys. Rev. Lett., 29, 698 (1972).
- (19) Rose, D.J., Clark, M., Jr.: "Plasmas and Controlled Fusion", (1961), p.81, MIT Press, Cambridge, Massachusetts.
- (20) Duane, B.H.: BNWL-1685, p.75 (1972).
- (21) Freeman, R.L., Jones, E.M.: CLM-R 137 (1974).
- (22) Riviere, A.C.: Nuclear Fusion, 11, 363 (1971).
- (23) Smith, R.R.: MATT-1124 (1975).

- (24) Hinnov, E.: MATT-777 (1970).
- (25) Lotz : IPP 1/62 (1969).
- (26) Dnestrovskii, Yu. N., et al.: Atomnaya Energiya, 32, 301 (1972).
- (27) 小林朋文, 他 : JAERI-M 7014 (1977).
- (28) Cohen, S.A.: cited in Conn, R.W., et al., UWFD-136 (1975) and Meade, D., et al., Proc. 5th Conf. on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, Tokyo, CN-33/A15-4 (1974).
- (29) Samain, A., Werkoff, F.: Nuclear Fusion, 17, 53 (1977).
- (30) Hinnov, E.: MATT-777 (1970).
- (31) Burgess, A.: Astrophys. J. 141, 1588 (1965).
- (32) 中村幸治, 他 : JAERI-M 7019 (1977).
- (33) Amano, T., Okamoto, M.: JAERI-M 6401 (1976).
- (34) Sugihara, M. (ed) : "IAEA INTOR Workshop Report, Group 1 — Energy and Particle Confinement — ", JAERI-M 8621 (1980).
- (35) Eubank, H., et al.: Proc. 7th Conf. on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, Innsbruck, 1978, Vol.I, 167 (IAEA-CN-37/C-3), (IAEA, Vienna, 1979).
- (36) Tani, K. et al.: 8th IAEA International Conference on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, Brussels, 1980, IAEA-CN-38/W-2-2.
- (37) Tone, T., et al.: "Some Considerations of Design Issues on Toroidal Field Ripple", JAERI-M 8938 (1980).
- (38) Tone, T., et al.: Proc. 2nd Topical Meeting on the Technology of Controlled Nuclear Fusion, Richland, 1976, Vol.III, 975 (CONF-760935), and JAERI-M 7300, p.102-123 (1977).
- (39) Tone, T. (ed) : "IAEA INTOR Workshop Report, Group 12 — Start-up, Burn and Shutdown — ", JAERI-M 8625 (1980).
- (40) DIVA Group : "Recent Results in the DIVA Experiment", JAERI-M 7610 (1978) and Nuclear Fusion, 18, 1619 (1978).
- (41) 小林朋文 : 私信 (1977).

正 誤 表 (JAERI-M 9167)

ページ	行 (位置)	誤	正
2	14 行	オフショント	オフション
3	(2.1-5) 式 a 右辺第1項	$-\frac{5}{2} n_0 v_0 T_e]$	$-\frac{5}{2} n_0 v_0 T_e)]$
4	(2.1-6) 式 a 3 行目	$v_{12} \frac{\partial}{\partial r} (n_{12} T_i)$	$v_{12} \frac{\partial}{\partial r} (n_{12} T_i) \}$
5	21 行	再結合係数	再結合係数
8	9 行	(2.1-52) 式	(2.1-51) 式
11	(2.1-75) 式	C_{11}	C_{11}^0
	(2.1-76) 式	γ_{11}^*	γ_{11}^+
27	(2.4-1) 式 a 最終式	$+ T_2(a)$	$+ T_2(a)$
32	(2.5-21) 式 a 第2式	$n_T^0(x)$	$n_T^c(x)$
40	(2.5-69) 式 a 第2式	T_D^c	T_T^c
	16 行	f_a^d	f_a^c
52	(3-7) 式 a 第2行	τ_{11}	τ_{11}^d
54	(3-25) 式 a 第1式	γ_{11}^i	γ_{11}^j
67	(4.1-22) 式 a 4 行目	$\bar{S}_{ij} +$	$\bar{S}_{ij-1/2} +$
68	(4.1-28) 式 a 第2式	$\frac{1}{2} \Delta t$	$\frac{1}{2} \Delta t$
72	20 行	少 z <	小 z <
105	6 行	Source file	Source file
114	6 ~ 7 行	拡散	拡張