

J A E R I - M
93-062

高速炉の反応度推定への
H ∞ 最適推定器の適用

1993年3月

鈴木 勝男・島崎 潤也

日本原子力研究所
Japan Atomic Energy Research Institute

JAERI-Mレポートは、日本原子力研究所が不定期に公刊している研究報告書です。

入手の問合せは、日本原子力研究所技術情報部情報資料課（〒319-11 茨城県那珂郡東海村）あて、お申しこみください。なお、このほかに財団法人原子力弘済会資料センター（〒319-11 茨城県那珂郡東海村日本原子力研究所内）で複写による実費領布をおこなっております。

JAERI-M reports are issued irregularly.

Inquiries about availability of the reports should be addressed to Information Division Department of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokaimura, Naka-gun, Ibaraki-ken 319-11, Japan.

© Japan Atomic Energy Research Institute, 1993

編集兼発行 日本原子力研究所
印 刷 ニッセイエプロ株式会社

高速炉の反応度推定への H_∞ 最適推定器の適用

日本原子力研究所東海研究所原子炉工学部

鈴木 勝男・島崎 潤也

(1993年2月24日受理)

本報は、 H_∞ 最適推定理論に基づく設計法を用いて高速炉の反応度推定器を設定しその推定結果について報告するものである。 H_∞ 最適推定理論は L_2 関数空間に属する外乱全体に対する推定誤差の最大“エネルギー”を H_∞ ノルムの意味で最小にするミニマックス問題として定式化される。まず、通常の核的一点動特性方程式に仮想的な外乱で駆動される正味反応度の状態方程式を組合せた設計モデルを作成し推定器を設計する。次に、計算機シミュレーションにより種々の外乱に対する反応度変化の推定結果を示す。

Application of H_∞ Optimal Estimator to
Reactivity Estimation of Fast Breeder Reactor

Katsuo SUZUKI and Junya SHIMAZAKI

Department of Reactor Engineering
Tokai Research Establishment
Japan Atomic Energy Research Institute
Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken

(Received February 24, 1993)

In this report a reactivity estimator for a fast breeder reactor is designed using the design method based on H_∞ optimal estimation theory and the estimation results are shown. The H_∞ optimal estimation theory is formulated as a minimax problem where the maximum "energy" of estimation error over all disturbance trajectories in L_2 functional space is minimized in the sense of H_∞ -norm. In the design was used a system model which consists of usual point reactor kinetics equations combined with a state equation of net reactivity driven by fictitious noise/disturbance. Finally, we show by computer simulation that H_∞ estimator gives good results in estimating net reactivity changes caused by various disturbances.

Keyword: Reactivity Estimation, H_∞ Control Theory, H_∞ Estimation Theory, Reactor Core Dynamics, Optimal Estimation Technique, Fast Breeder Reactor

目 次

1. はじめに	1
2. 高速炉の反応度推定器の設計	2
2.1 H_∞ 最適推定器の設計法	2
2.2 設計システムモデル	4
2.3 H_∞ 反応度推定器の設計	5
3. 反応度推定の計算機シミュレーション	8
3.1 炉心動特性モデル	8
3.2 計測データの生成	13
3.3 反応度推定結果	13
4. おわりに	28
参考文献	28

Contents

1. Introduction	1
2. Design of Reactivity Estimator for FBR	2
2.1 Design Method of H_∞ Optimal Estimator	2
2.2 System Model for Design	4
2.3 Design of H_∞ Estimator for Reactivity	5
3. Computer Simulation of Reactivity Estimation	8
3.1 Core Dynamics Model	8
3.2 Generation of Measured Data	13
3.3 Results of Reactivity Estimation	13
4. Conclusions	28
References	28

1. はじめに

原子炉の出力運転状態において、炉心の正味反応度を連続的に監視し、なんらかの反応度異常が発生した際に早期に検出して適切な処置をとることは原子炉を安全に運転する上で重要である。特に、高速炉等では中性子寿命が短く、プルトニウム燃料炉心ではウラン燃料炉心の約3分の1程度の反応度で即発臨界に達するから、運転中の正味反応度を監視することの必要性はより高いと云える。しかし、炉心反応度を直接計測することは出来ないから中性子密度等の計測量から間接的に推定しなければならない。このような反応度推定法は既にいくつか開発されている。その主要なものは逆動特性方程式によるもの¹⁾⁻²⁾とカルマンフィルタ理論によるものの2つである³⁾⁻⁴⁾。前者は中性子束信号の時間微分値を用いるので測定信号に大きな雑音が加わるような場合には推定値の揺らぎも大きくなるという欠点がある。一方、後者の推定法は中性子束信号の時間微分値を陽には必要としないのでこの点は改善される。しかし、カルマンフィルタは推定誤差の分散の最小化を図るものであり、炉心反応度監視の観点から重要な速応性を直接的に考慮して設計されるものではない。カルマンフィルタ理論の枠内で速応性仕様を考慮するにはシステム雑音の分散値をパラメトリックに設定して探索する等の設計上の工夫が必要である。

本報は L_2 関数空間に属する外乱全体に対して推定誤差の最大”エネルギー”を H^∞ ノルムの意味で最小化するミニマックス問題として定式化された H^∞ 最適推定理論に基づく設計法⁵⁾ を用いて高速炉の反応度推定器を設計し、その推定結果について報告するものである。まず、通常の核的一点動特性方程式に仮想的な外乱で駆動される正味反応度の状態方程式を組合せた設計モデルを作成し、与えられた設計仕様に対応する推定器を設計する。次に、計算機シミュレーションにより白色雑音状、ステップ状、ランプ状あるいは正弦波状の反応度外乱の印加時の正味反応度に対する推定結果を示す。

2. 高速炉の反応度推定器の設計

2.1 $H\infty$ 最適推定器の設計法⁶⁾

次の線形時不变システムを考える。

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bw(t) \quad (2.1a)$$

$$y(t) = Cx(t) + Dw(t) \quad (2.1b)$$

ここで、 $x(t)$ はシステム状態を、 $y(t)$ は計測値を表す。 $w(t)$ はシステム外乱 ($W(t)$) 及び計測雑音 ($V(t)$) からなる列ベクトルである。すなわち、 $w(t) := (W(t)^T, V(t)^T)^T$ また、 A 、 B 、 C 、 D は適当な次元の定係数行列である。

推定の対象とする量 $z(t)$ は (2.1) 式の状態変数 $x(t)$ の線形結合

$$z(t) = Lx(t) \quad (2.2)$$

で与えられるものとする。

次に、設計仕様が「推定対象量の変動に対する指定周波数帯域の成分へ追従すること。また、指定周波数帯域における計測雑音の推定値の及ぼす影響をフィルタすること」の形で与えられる時の推定器設計を考える。この仕様はシステム外乱 ($W(s)$) と計測雑音 ($V(s)$) から推定誤差までのそれぞれの伝達関数を $T_{ew}(s)$ と $T_{ev}(s)$ とするとき、それぞれの周波数重み $H_w(s)$ と $H_v(s)$ として最適化基準 (J) を次のように採ることにより設計で考慮することができる。

$$J := \| T_{ew}(s)H_w(s), T_{ev}(s)H_v(s) \| \infty \quad (2.3)$$

この設計問題は Fig. 2.1 のように標準的な $H\infty$ 制御ブロック図で表すことができる。この一般化プラント $G(s)$ の状態空間表現は実システムの状態変数を $x(t)$ 、周波数重み $H(s)$ の状態空間表現の状態変数を $x_H(t)$ として、 $G(s)$ の状態変数を $x_g := (x^T, x_H^T)^T$ で定義すれば、外乱 w 、入力 z 、制御量 e 、計測量 y として次のように得られる。

$$\dot{x}_g = A_g x_g + B_g w \quad (2.4a)$$

$$e = L_g x_g - z \quad (2.4b)$$

$$y = C_g x_g + D_g w \quad (2.4c)$$

ここで、

$$A_s := \begin{bmatrix} A & B \cdot C_H \\ 0 & A_H \end{bmatrix} \quad B_s := \begin{bmatrix} B \cdot D_H \\ B_H \end{bmatrix} \quad (2.4d)$$

$$C_s := [C \quad D \cdot C_H] \quad D_s := D \cdot D_H \quad (2.4e)$$

ただし、 A_H 、 B_H 、 C_H 、 D_H は周波数重み $H(s)$ の状態空間実現の係数行列である。すなわち、

$$A_H := \text{diag}(A_w, A_v), \quad B_H := \text{diag}(B_w, B_v), \quad C_H := \text{diag}(C_w, C_v), \quad D_H := \text{diag}(D_w, D_v)$$

ここで、 A_w, B_w, C_w, D_w および A_v, B_v, C_v, D_v はそれぞれ周波数重み $H_w(s), H_v(s)$ の状態空間実現の係数行列を表す。

また、 L_s は次のようにになる。

$$L_s := [L, 0] \quad (2.5)$$

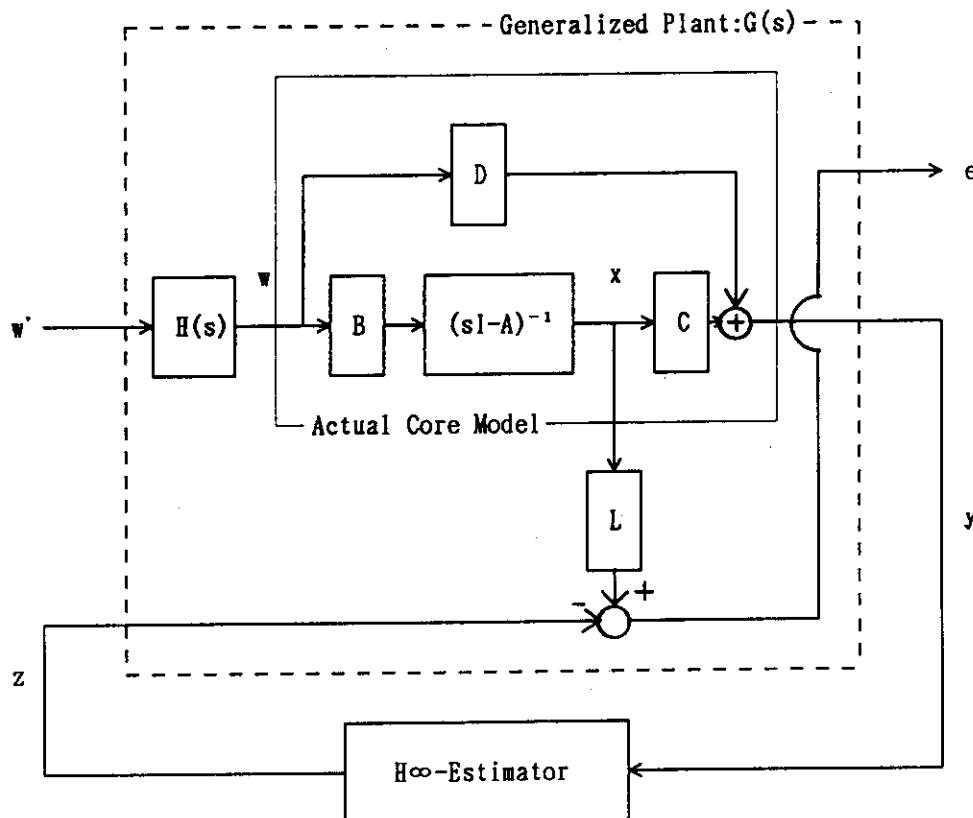


Fig. 2.1 Block diagram for H^∞ estimator design

2.2 設計システムモデル

ここでは炉心の正味反応度が推定出来るような核的動特性を記述するモデルを作成する。通常、原子炉の核的動特性は次の遅発中性子6群1点炉近似の動特性モデルで扱う⁸⁾。

$$\dot{n}(t) = \beta(\rho(t)-1)n(t)/\Lambda + \sum_{i=1}^6 \lambda_i c_i(t) + S \quad (2.6a)$$

$$\dot{c}_i(t) = \beta_i n(t)/\Lambda - \lambda_i c_i(t), \quad i=1, 2, \dots, 6 \quad (2.6b)$$

ここで、

$n(t)$: 中性子密度、 $c_i(t)$: i 番目の遅発中性子先行核密度、 $\rho(t)$: 反応度 (\$)、 S : 中性子源、 Λ : 即発中性子寿命 (s)、 β_i : i 番目の遅発中性子先行核割合、 β : $\sum \beta_i$ 、 λ_i : i 番目の遅発中性子先行核崩壊定数 (s^{-1})。

推定器設計用モデルは(2.6)式を定常運転状態($n_0, c_{10}, c_{20}, \dots, c_{60}$)の近傍で線形化近似した7個の微分方程式に正味反応度 δR を状態変数とする人為的に導入した状態方程式を付加えた合計8個の微分方程式系で記述する。

$$\dot{\delta N} = (-\beta/\Lambda) \delta N + \sum_{i=1}^6 (\beta_i/\Lambda) \delta C_i + (\beta/\Lambda) \delta R + W_n \quad (2.7a)$$

$$\dot{\delta C}_i = \lambda_i \delta N - \lambda_i \delta C_i \quad (i=1, 2, \dots, 6) \quad (2.7b)$$

$$\dot{\delta R} = W_R \quad (2.7c)$$

ただし、 δ は定常運転状態(n_0, c_{10})からの変動を表し、 $\delta N := (n-n_0)/n_0$ 、 $\delta C_i := (\lambda_i \Lambda / \beta_i) (c_i - c_{10}) / n_0$ 、 $\delta R := \delta \rho$ 、 $W :=$ 線形化モデルの近似誤差や反応度外乱／雑音である。

次に計測量に対するシステムモデルを作成する。上の動的システムにおいて直接的に計測できる状態量は中性子密度 δN のみである。実際の測定値には計測系等で発生する種々の雑音 $V(t)$ が加わる。これを δN に加法的に加わるものと仮定して、次のようにモデル化する。

$$\delta z = \delta N + V \quad (2.8)$$

(2.7)と(2.8)式は状態変数ベクトル $x := (\delta N, \delta C_1, \delta C_2, \delta C_3, \delta C_4, \delta C_5, \delta C_6, \delta R)^T$ と雑音項 $w := (W_n, W_R, V)$ として行列表現すると次の様になる。

$$\dot{x} = Ax + Bw \quad (2.9a)$$

$$y = Cx + Dw \quad (2.9b)$$

ここで、

$$A := \begin{bmatrix} -\beta/\Lambda & \beta_1/\Lambda & \beta_2/\Lambda & \beta_3/\Lambda & \beta_4/\Lambda & \beta_5/\Lambda & \beta_6/\Lambda & \beta/\Lambda \\ \lambda_1 & -\lambda_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_2 & 0 & -\lambda_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_3 & 0 & 0 & -\lambda_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_4 & 0 & 0 & 0 & -\lambda_4 & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\lambda_5 & 0 & 0 \\ \lambda_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\lambda_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.9c)$$

$$B := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0_{6 \times 1} & 0_{6 \times 1} & 0_{6 \times 1} \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.9d)$$

$$C := [1 \ 0_{1 \times 7}] , D := [0 \ 0 \ 1] \quad (2.9e)$$

Table 2.1 に示す核的動特性パラメータを用いて計算した A の具体的な数値は以下のようになる。

$$A := \begin{bmatrix} -17831.0 & 573.47 & 3664.8 & 3315.3 & 6940.1 & 2635.5 & 702.21 & 17831.0 \\ 0.0128 & -0.0128 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0316 & 0 & -0.0316 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.1250 & 0 & 0 & -0.1250 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.3260 & 0 & 0 & 0 & -0.3260 & 0 & 0 & 0 \\ 1.3850 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1.3850 & 0 & 0 \\ 3.8400 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3.8400 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

最後に、 $w(t) \in L_2$ であることに注意しておく。

2. 3 H ∞ 反応度推定器の設計

本節では $L := [0_{1 \times 7}, 1]$ として与えられた設計仕様に対応する正味反応度 δR を推定する 3 つの推定器を設計する。

1) 推定器 A の設計

推定器 A は重み $H_w(s) := \text{diag}(1, 1)$ 、 $H_v(s) := 1$ と与えて設計したものである。このとき、 $A_H := []$ 、 $B_H := []$ 、 $C_H := []$ 、 $D_H := \text{diag}(1, 1, 1)$ と置けば、(2.4) 式から、

$$A_x = A, B_x := BD_H = B, C_x := C, D_x := DD_H = D \quad (2.11)$$

となる。H ∞ 推定器 A の γ の最小値 (γ_m) は 0.73845 であった。

1) 推定器 B の設計

推定器 A は「反応度変化に対する速応性が高いこと」という設計仕様に対応して設計される推定器である。この設計仕様を重み $H_w(s) := \text{diag}(3, 3)$ 、 $H_v(s) := 1$ と採ることで表すことにする。このとき、 $A_H := []$ 、 $B_H := []$ 、 $C_H := []$ 、 $D_H := \text{diag}(3, 3, 1)$ と置けば (2.4) 式から、

$$A_x := A \quad (2.12a)$$

$$B_x := BD_H = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0_{6 \times 1} & 0_{6 \times 1} & 0_{6 \times 1} \\ 0 & 3 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.12b)$$

$$C_x := C, D_x := DD_H = D \quad (2.12c)$$

となる。H ∞ 推定器 B の γ の最小値 (γ_m) は 0.845 であった。

2) 推定器 C の設計

推定器 C は「反応度推定値への計測雑音の影響をフィルタすること」という設計仕様に対応して設計される推定器である。この設計仕様を重み $H_w(s) := \text{diag}(1, 1)$ 、 $H_v(s) := 3$ と採ることで表すことにする。このとき、 $A_H := []$ 、 $B_H := []$ 、 $C_H := []$ 、 $D_H := \text{diag}(1, 1, 3)$ と置けば (2.4) 式から、

$$A_x = A, B_x := BD_H = B, C_x := C, D_x := DD_H = [0 \ 0 \ 3] \quad (2.13)$$

となる。H ∞ 推定器 C の γ の最小値 (γ_m) は 1.825 であった。

3) 推定器 D の設計

この推定器は「外乱により駆動される正味反応度の変化の 0.15Hz 程度までの周波数帯域の成分に追従性し、計測雑音を全周波数域で一様にフィルタする」という設計仕様に対応して設計するものである。この仕様を重み $H_w(s) = (0.1s+10)/(s+1)$ 、 $H_v(s) = 10$ で近似的に表現した。従って、 $A_H := \text{diag}(A_w, 0)$ 、 $B_H := \text{diag}(B_w, 0)$ 、 $C_H := \text{diag}(C_w, 0)$ 、 $D_H := \text{diag}(D_w,$

10)となる。よって、重みを考慮した一般化プラント $G(s)$ の状態空間表現 (A_s, B_s, C_s, D_s) は次の様に求まる。

$$A_s := \begin{bmatrix} A & BC_H \\ 0 & A_H \end{bmatrix} \quad B_s := \begin{bmatrix} BD_H \\ B_H \end{bmatrix} \quad (2.14a)$$

$$C_s := [C \quad DC_H] \quad D_s := DD_H \quad (2.14b)$$

(A_s, B_s) の可安定性は行列 A_s, B_s を可制御標準形に変換し不可制御部分の漸近安定性から確認される。 (C_s, A_s) - 可検出性についても同様である。また、 $D_s B_s^T = 0$ 及び $D_s D_s^T = V \neq 0$ は容易に確認できる。リカッチ方程式は Schur の解法⁹⁾により解いた。推定器 D の設計では $\gamma_m = 7.375$ であった。

Table 2.1 Kinetics Parameters of a FBR

Group No.	β_i	$\lambda_i (s^{-1})$
1	0.0001680	0.0128
2	0.0010276	0.0316
3	0.0009296	0.125
4	0.0019460	0.326
5	0.0007390	1.385
6	0.0001969	3.840
$\beta = \sum \beta_i = 0.00499$		
$\Lambda = 0.2804E-6$		

3. 反応度推定の計算機シミュレーション

3. 1 炉心動特性モデル

1) 核的動特性モデル

(2.6) 式を線形化した次の遅発中性子 6 群 1 点炉近似の動特性方程式で記述する。

$$\delta \dot{N} = (-\beta/\Lambda) \delta N + \sum_{i=1}^6 (\beta_i/\Lambda) \delta C_i + (\beta/\Lambda) \rho_{ex} + (\beta/\Lambda) W_n \quad (3.1a)$$

$$\delta \dot{C}_i = \lambda_i \delta N - \lambda_i \delta C_i \quad (i=1, 2, \dots, 6) \quad (3.1b)$$

ただし、 δ は定常運転状態 (n_0, c_{10}) からの変動を表し、 $\delta N := (n - n_0)/n_0$ 、 $\delta C_i := (\lambda_i \Lambda / \beta_i) (c_i - c_{10})/n_0$ である。また、 ρ_{ex}, W_n はそれぞれ外乱反応度及び炉心雑音反応度（いずれも \$ 単位）である。動特性パラメータは Table 2.1 に示す値を使用する。

2) 热的動特性モデル⁴⁾

高速炉の熱出力及び冷却材流量の分布の概略を Fig. 3.1 に示す。多数の炉心燃料体の中から炉心動特性について平均的特性を示す 1 つの燃料チャネルを代表チャネル（1 本の燃料棒）として選定し、そのチャネルについて熱的動特性モデルを作成する。この代表チャネルの燃料棒、被覆材および冷却材に注目して熱伝導・熱伝達・熱流動を表す動特性モデルを多点集中定数系方程式（ノード方程式）で表す。一般に、燃料棒内の温度分布および冷却材の流れ方向温度分布は適当に分割数を与えることによってこの多点集中定数系近似モデルによって計算が可能である。流れ方向に n 分割し、半径方向に燃料、被覆材および冷却材に各 1 点をとり合計 $3n$ 個のノード方程式で記述する（実際のシミュレーションでは $n = 3$ とした）。第 i 番目の分割要素における動特性方程式は次の様に与えられる。

$$(M_{ei} C_{ei}) \dot{T}_{ei}(t) = q_i - (U_{1i} L_i) (T_{ei}(t) - T_{mi}(t)) \quad (3.2a)$$

$$(M_{mi} C_{mi}) \dot{T}_{mi}(t) = (U_{1i} L_i) (T_{ei}(t) - T_{mi}(t)) - (U_{2i} L_i) (T_{mi}(t) - \bar{T}_{ei}(t)) \quad (3.2b)$$

$$(M_{ci} C_{ci}) \dot{T}_{ci}(t) = (U_{2i} L_i) (T_{mi}(t) - \bar{T}_{ei}(t)) - (W_{ci} C_{ci}) (T_{ci}(t) - T_{ci+1}(t)) \quad (3.2c)$$

$$\bar{T}_{ei} = (T_{ei} + T_{ei+1})/2 \quad (3.2d)$$

ここで、 T : 温度 (°C)、 q : 燃料ピン一本あたりの発熱量 (kcal/s·pin)、 M : 燃料ピン一本あたりの重量 (kg/pin)、 C : 比熱 (kcal/kg·°C)、 $U1$: 燃料から被覆材への熱貫流率

(kcal/m·s·°C)、 U_2 ：被覆材から冷却材への熱貫流率 (kcal/m·s·°C)、 L ：炉心有効長 (m)、 $W_c = \gamma_c V$ ：冷却材重量流量 (kg/s) である。添字は f は燃料を、 m は被覆材を、 c は冷却材を、 i は軸方向上部から i 番目の分割要素を表す。従って、例えば $M_{f,i}$ は燃料ビンの i 番目の分割要素の重量を表し、 $T_{f,i}$ はその部分の温度を示す。

また、 $\bar{T}_{c,i}$ は同じ分割要素における冷却材の平均温度である。ただし、冷却材温度は燃料温度、被覆材温度と異なり軸方向分割点の値を表し、従って冷却材出口温度は $T_{c,n}$ に、入口温度は $T_{c,n+1}$ に対応する。

軸方向を等分割とし各分割要素における熱伝達係数、比重等を一定とすれば、(3.2) 式は簡単になる。

$$\dot{T}_{f,i}(t) = (m \cdot q_i / M_f C_f) - (U_1 L / M_f C_f) (T_{f,i}(t) - T_{m,i}(t)) \quad (3.3a)$$

$$\dot{T}_{m,i}(t) = (U_1 L / M_m C_m) (T_{f,i}(t) - T_{m,i}(t)) - (U_2 L / M_m C_m) (T_{m,i}(t) - \bar{T}_{c,i}(t)) \quad (3.3b)$$

$$\dot{T}_{c,i}(t) = (U_2 L / M_c C_c) (T_{m,i}(t) - \bar{T}_{c,i}(t)) - (m \cdot W_c / M_c) (T_{c,i}(t) - T_{c,i+1}(t)) \quad (3.3c)$$

軸方向の出力分布を外挿距離 $0.71\lambda_f = 17$ cm の正弦状を仮定する。以下では $n=3$ の場合について記述する。

分割を上から番号付けて行っているので、状態変数も同じ方向に燃料、被覆材、冷却材の順に並べて作る。状態変数は次の 9 次のベクトルで定義する。

$$x_t := (T_{f,1}, T_{m,1}, T_{c,1}, T_{f,2}, T_{m,2}, T_{c,2}, T_{f,3}, T_{m,3}, T_{c,3})^T \quad (3.4)$$

一方、制御入力は熱出力と冷却材入口温度の 2 つである。

$$u_t := (P, T_{c,1,n})^T \quad (3.5)$$

ここで、出力は正規化して 50MW で $P=1.0$ とする。また、入口温度 $T_{c,1,n} = 370^\circ\text{C}$ とする。

(3.3) 式を行列表示の状態方程式は次の様になる。

$$\dot{x}_t = A_t x_t + B_t u_t \quad (3.6a)$$

ここで、

$$A_t := \begin{bmatrix} -a_{11} & a_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & -a_{22} & a_{23}/2 & 0 & 0 & a_{23}/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{32} & a_{33} & 0 & 0 & a_{34} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -a_{11} & a_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{21} & -a_{22} & a_{23}/2 & 0 & 0 & a_{23}/2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{32} & a_{33} & 0 & 0 & a_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -a_{11} & a_{11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{21} & -a_{22} & a_{23}/2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \quad (3.6b)$$

$$B_t := \begin{bmatrix} b_1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ b_2 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ b_3 & 0 \\ 0 & a_{23}/2 \\ 0 & a_{34} \end{bmatrix} \quad (3.6c)$$

$$a_{11} = (U_1 \cdot L) / (M_t \cdot C_t), \quad a_{21} = (U_1 \cdot L) / (M_m \cdot C_m), \quad a_{22} = (U_1 \cdot L) / (M_m \cdot C_m) + (U_2 \cdot L) / (M_m \cdot C_m)$$

$$a_{23} = (U_2 \cdot L) / (M_m \cdot C_m), \quad a_{32} = (U_2 \cdot L) / (M_c \cdot C_c), \quad a_{33} = (U_2 \cdot L) / (2 \cdot M_c \cdot C_c) + (3 \cdot W_c) / M_c$$

$$a_{34} = 3 \cdot W_c / M_c - (U_2 \cdot L) / (2 \cdot M_c \cdot C_c)$$

$$b_1 = b \{ \cos(L_{ext} \pi / L_t) - \cos((L/3 - L_{ext}) \pi / L_t) \}$$

$$b_2 = b \{ \cos((L/3 - L_{ext}) \pi / L_t) - \cos((2L/3 - L_{ext}) \pi / L_t) \} \quad (3.6d)$$

$$b_3 = b \{ \cos((2L/3 - L_{ext}) \pi / L_t) + \cos(L_{ext} \pi / L_t) \}$$

$$b = (3 \cdot q) / (2 \cdot M_t \cdot C_t \cos(L_{ext} \pi / L_t))$$

$$L_t = L + L_{ext} = L + 0.17 \text{ (m)}$$

以上で状態変数 9 次、制御入力 2 次の熱伝達動特性モデルが完成した。状態方程式 (3.6) の定常温度分布 $x_t\infty$ は $u_t\infty = (1.0, 370)^T$ として直ちに、

$$x_t\infty = -A_t^{-1} B_t u_t\infty \quad (3.7)$$

と求まる。定常分布からの偏差分 $\delta x_i := x_i - x_{i,\infty}$ を状態変数とする方程式は (3.6) 式の線形系においては同じ形をとるから、(3.6) 式を偏差分 δx_i の式と看做すことが出来る。

Table 3.1 に示す炉心熱伝達関連のデータを用いて計算した A_t 、 B_t の具体的な数値は次のようになる。

$$A_t = \begin{bmatrix} 0.423 & 0.423 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1.111 & -38.13 & 18.518 & 0 & 0 & 18.51 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 46.58 & -43.79 & 0 & 0 & -2.795 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.423 & 0.423 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.111 & -38.13 & 18.51 & 0 & 0 & 18.51 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 46.58 & -43.79 & 0 & 0 & -2.795 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.423 & 0.423 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.111 & -38.13 & 18.51 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 46.58 & -43.79 \end{bmatrix}$$

(3.8a)

$$B_t = \begin{bmatrix} 157.39 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 200.54 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 157.39 & 0 \\ 0 & 18.508 \\ 0 & -2.7949 \end{bmatrix}$$

(3.8b)

3) 温度フィードバック反応度モデル

燃料温度、被覆材温度、冷却材温度の動特性の核的動特性への影響は反応度フィードバック効果として表せる。定常状態からの反応度フィードバック量 ΔR_{fb} (\$単位) は次式で表される。

$$\Delta R_{fb} = (1/m \cdot \beta) \sum_{i=1}^m (\alpha_s \delta T_{si} + \alpha_m \delta T_{mi} + \alpha_e \delta T_{ei}) \quad (3.9)$$

ここで、 δT_{f1} 、 δT_{m1} 、 δT_{c1} はそれぞれ燃料、被覆材、冷却材の各部の温度の偏差分である。また、 α_f 、 α_m 、 α_c は反応度温度係数であり、その値をTable 3.2に示す。

Table 3.1 炉心熱伝達のデータ⁴⁾

項目	記号	単位	定格時の値
燃料ピン1本あたりの発熱量	q	kcal/sec·pin	1.834
" 冷却材流量	V	m ³ /sec·pin	0.849E-4
" 燃料の質量	M _f	kg/pin	0.1420
" 被覆材の質量	M _m	"	0.0312
" 冷却材の質量	M _c	"	0.0106
燃料の比熱	C _f	kcal/kg·°C	0.07519
被覆材の比熱	C _m	"	0.1304
冷却材の比熱	C _c	"	0.305
燃料の比重	γ _f	kg/m ³	10332.0
被覆材の比重	γ _m	"	7950.0
冷却材の比重	γ _c	"	853.0
燃料ピンの炉心有効長	L	m	0.6
燃料ピン半径	a ₁	"	0.0027
燃料ピン外径	a ₂	"	0.00315
被覆管内径	a ₃	"	0.0028
燃料1本あたりの流路断面積	A _c	m ²	2.07E-5
燃料の熱伝導率	λ _f	kcal/m·sec·°C	6.2111E-4
被覆材の熱伝導率	λ _m	"	4.7324E-3
燃料-被覆管間の熱伝達係数	h ₁	kcal/m ² ·sec·°C	1.3564
被覆管-冷却材間の熱伝達係数	h ₂	"	24.545
燃料-被覆管間の熱貫流率	U ₁	kcal/m·sec·°C	0.004518
被覆材-冷却材間の熱貫流率	U ₂	"	0.1506

Table 3.2 Reactivity Feedback Coefficients⁴⁾

Temperature Coefficient	Values($\Delta k/k/°C$)
Fuel + Doppler(α_f)	-6.30E-6
Clad (α_m)	-0.52E-6
Coolant (α_c)	-9.10E-6

4) 計測モデル

上の核熱結合動特性モデルにおいて中性子束を計測する。実際の計測に伴う雑音 ($V(t)$) が計測信号に加法的に加わるとして次のようにモデル化する。

$$\delta z = \delta N + V \quad (3.10)$$

3. 2 計測データの生成

本節では原子炉への反応度外乱として炉心反応度雑音 (W_0) と確定的な外乱 (ρ_{ex}) を想定して Fig. 3.2 のブロック線図で示される動特性シミュレーションを行い、測定値は計測雑音が加法的に加わるとして次の4つの計測データ (y) を生成する。なお、この動特性シミュレーションではサンプル時間 (ΔT) 10ms で行った。

- 1) 計測データ No. 1: システム雑音 (W) として $(0.5\%)^2$ の分散をもつ正規型白色雑音状の反応度が印加された場合の動特性シミュレーションを行い、中性子束信号に分散 (0.2% full-scale) 2 の計測雑音を加えて計測データとする。これを Fig. 3.3(a) に図示する。
- 2) 計測データ No. 2: 反応度外乱 (ρ_{ex}) として 5% がステップ状に印加した場合の中性子束信号に分散 (1% full-scale) 2 の計測雑音を加えて計測データとしたものである。これを Fig. 3.3(b) に示す。
- 3) 計測データ No. 3: 外乱 (ρ_{ex}) が $1.0\%/\text{sec}$ の傾きのランプ状に印加した場合の中性子束信号に分散 (1% full-scale) 2 の計測雑音を加えて計測データとしたものである。これを Fig. 3.3(c) に示す。
- 4) 計測データ No. 4: 正弦波状 (振幅: 1%, 周波数 $f=0.15\text{Hz}$) の反応度外乱印加時の計測データ (計測雑音 1% full-scale) である。これを Fig. 3.3(d) に示す。

3. 3 反応度推定結果

1) 推定器 A による結果

Fig. 3.4(a) - (d) は $\gamma_m = 0.73845$ で設計された (H_∞ 最適) 推定器による推定結果である。図中の破線は正味反応度変化の真値であり、実線は推定値である。これらの結果から、 γ の最小値で設計された推定器は速応性の高い推定特性を有するが、推定結果は計測雑音に大きく影響されることがわかる。そこで、 γ の値を少し緩め、 $\gamma = 0.8$ で設計した推定器による推定結果を Fig. 3.5(a) - (d) に示す。白色雑音状の正味反応度変化への追従性は悪くなるが、その他の外乱駆動による正味反応度変化の推定は計測雑音の影響が低減され良好な推定結果を与えている。

2) 推定器 B による結果

推定器 B は推定の速応性を重視するように設計仕様の重み ($H_w=3, H_v=1$) を与えて設計したものである。Fig. 3.6(a) - (d) は $\gamma_m = 0.845$ で設計された (H_∞ 最適) 推定器による推定結果である。図中の破線は正味反応度変化の真値であり、実線は推定値である。 γ_m での推定器の推定結果は推定器 A と同様の特性を示す。 γ の値を少し緩めて $\gamma = 1.0$ で設計

した推定器による推定結果を Fig. 3.7(a)–(d) に示す。白色雑音状の正味反応度変化への追従性は推定器 A と同様に悪いが、その他の外乱駆動による正味反応度変化の推定は計測雑音の影響が若干大きいが推定器 A より高いことが認められ、設計仕様に盛り込まれた速応性重視の意図が実現されている。

3) 推定器 C による結果

推定器 C は計測雑音のフィルタ特性を重視するように設計仕様の重み ($H_w=1$, $H_v=3$) を与えて設計したものである。Fig. 3.8(a)–(d) は $\gamma_m = 1.825$ で設計された ($H\infty$ 最適) 推定器による推定結果である。図中の破線は正味反応度変化の真値であり、実線は推定値である。 γ_m での推定器の推定結果は前の 2 つの推定器と同様の特性を示すが計測雑音のフィルタ効果が認められる。Fig. 3.9(a)–(d) は γ の値を少し緩めて $\gamma = 1.9$ で設計した推定器による推定結果である。推定の追従性が劣化し、計測雑音がフィルタされている様子が認められ設計仕様に盛り込まれた計測雑音フィルタの意図が実現されている。

4) 推定器 D による結果

以上の結果から、 $H\infty$ 推定器を実際の反応度推定問題に適用する場合には速応性とフィルタ特性のトレードオフを図ることが重要となることが分る。推定器 D は「外乱により駆動される正味反応度の変化の 0.15Hz 程度までの周波数帯域の成分に追従性し、計測雑音を全周波数域で一様にフィルタする」というトレードオフを考慮したものである。これを重み $H_w(s)=(0.1s+10)/(s+1)$ 、 $H_v(s)=10$ で近似的に表現した。Fig. 3.10(a) は外乱反応度 5 ¢ がステップ状に印加した場合の中性子束の計測信号（計測雑音 1 %full-scale）である。同図 (b) はこの中性子束信号を入力として $\gamma_m=7.375$ の最適推定器 D により正味反応度を推定した結果である。ステップ変化への立上がりは良好な特性を示すが、推定値は計測雑音に乱され推定精度は悪い結果になっている。同図 (c) は速応性とフィルタ特性のトレードオフをはかるために $\gamma=8.0$ に増大させて設計した推定器による結果である。速応性とフィルタ特性間のトレードオフが図られ立上がり特性は若干劣化するが推定精度は改善されている。

Fig. 3.11 にランプ状 (1.0 ¢ / sec) の反応度外乱印加時の計測信号（計測雑音 1 %full-scale）と推定結果である。Fig. 3.12 は正弦波状（振幅：1 ¢、周波数 $f=0.15\text{Hz}$ ）の反応度外乱印加時の計測信号（計測雑音 1 %full-scale）と推定結果である。計測雑音の影響を受けた推定値の揺らぎが見られるが速応性のよい結果となっている。

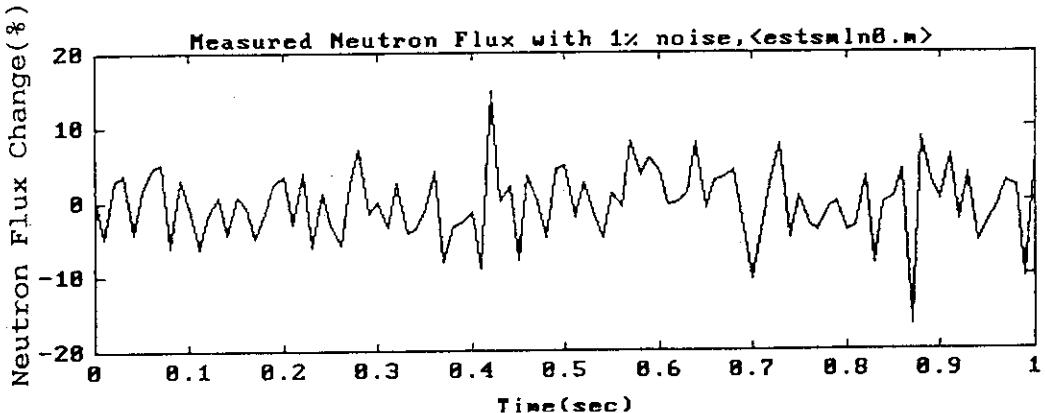


Fig. 3.3(a) Data No.1: Power change by white noise disturbance.

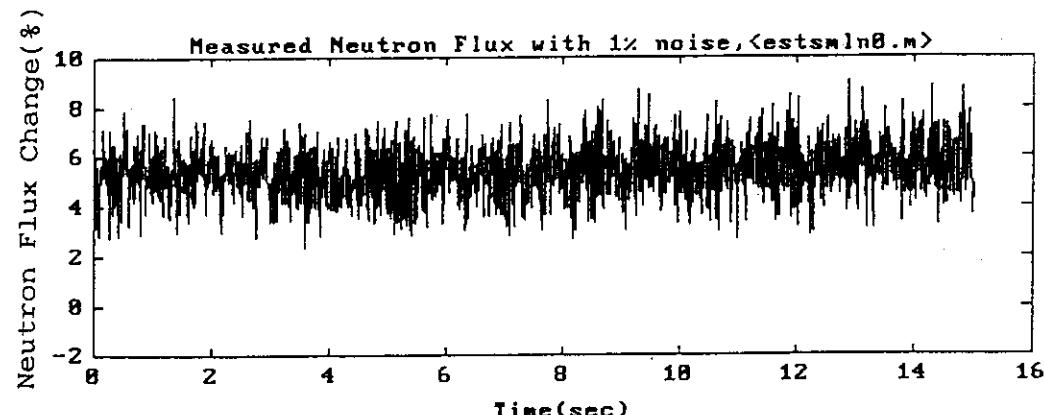


Fig. 3.3(b) Data No.2: Power change by step disturbance.

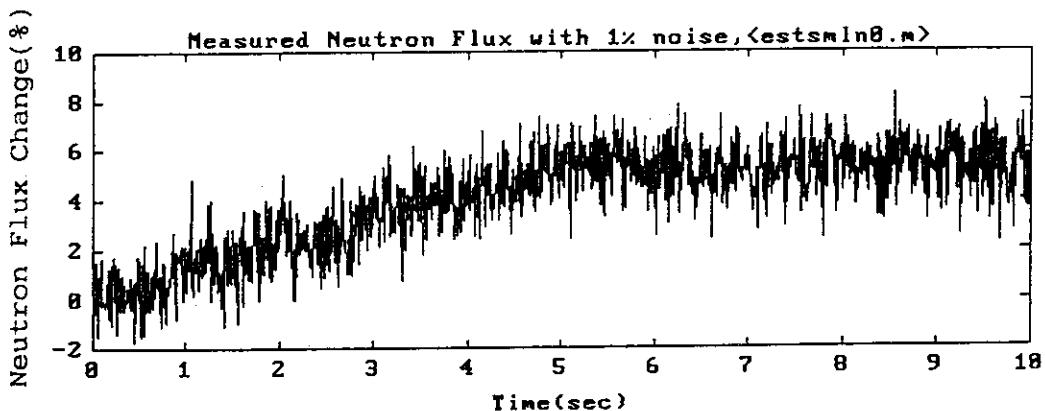


Fig. 3.3(c) Data No.3: Power change by ramp disturbance.

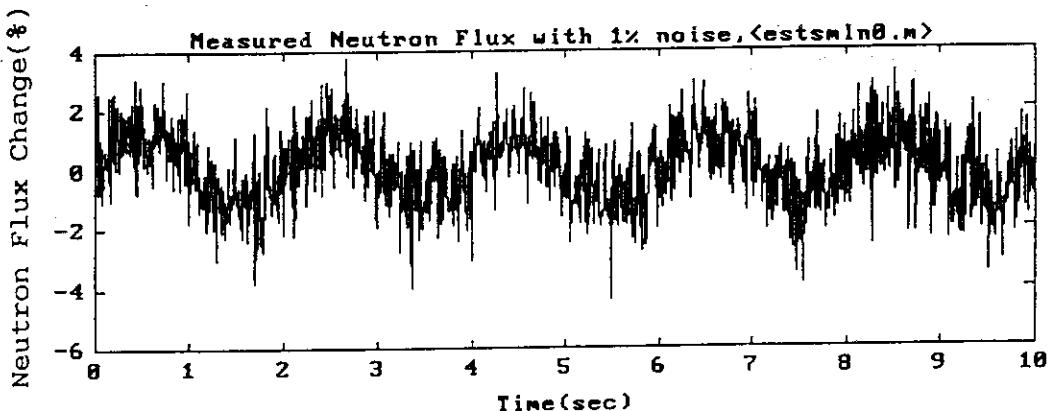


Fig. 3.3(d) Data No.4: Power change by sine wave disturbance.

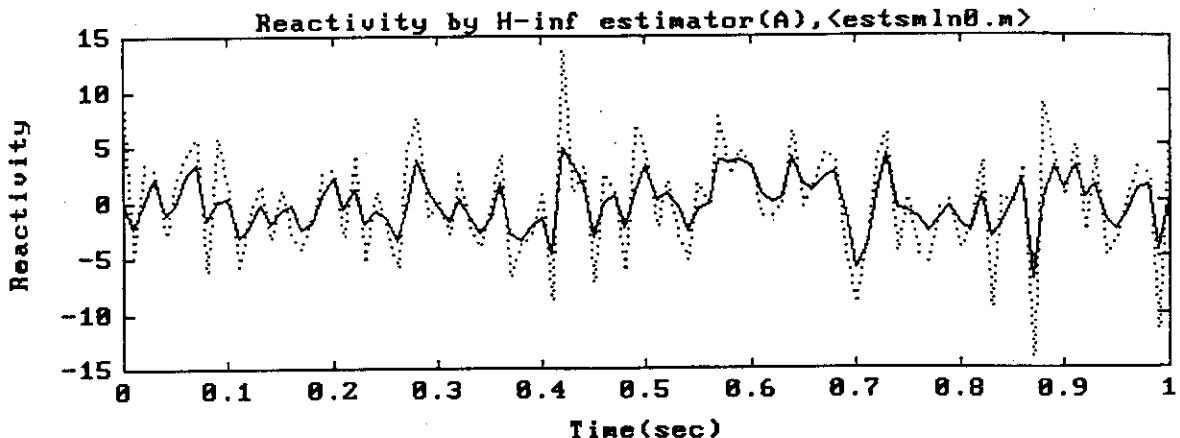


Fig. 3.4(a) Estimated net reactivity by the estimator A with $\gamma_e=0.73845$ based on Data No. 1.
Dotted line: True value, Solid line: Estimated value.

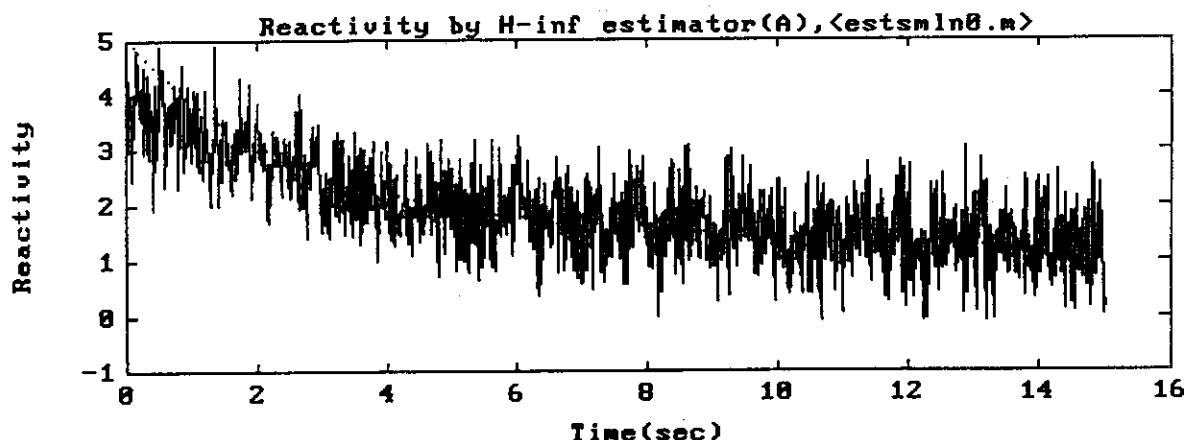


Fig. 3.4(b) Estimated net reactivity by the estimator A with $\gamma_e=0.73845$ based on Data No. 2.
Dotted line: True value, Solid line: Estimated value.

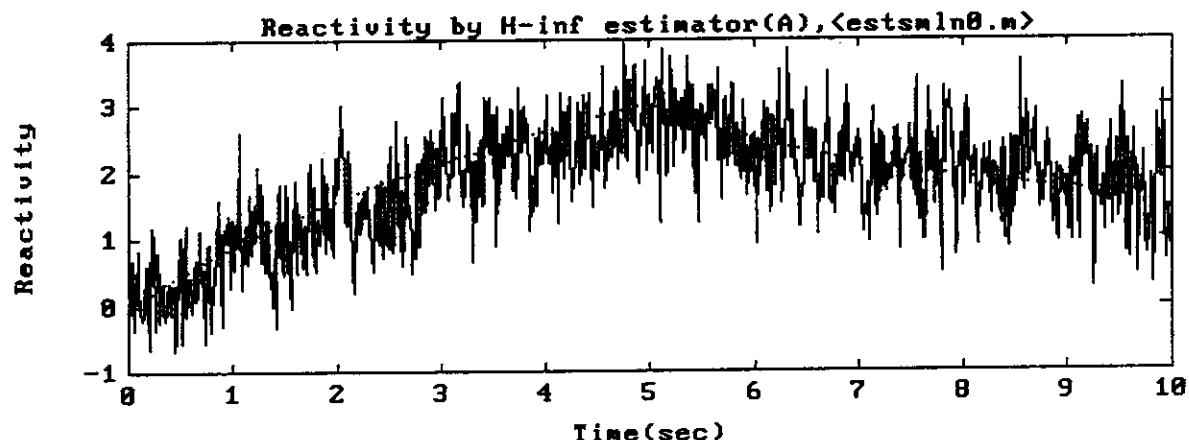


Fig. 3.4(c) Estimated net reactivity by the estimator A with $\gamma_e=0.73845$ based on Data No. 3.
Dotted line: True value, Solid line: Estimated value.

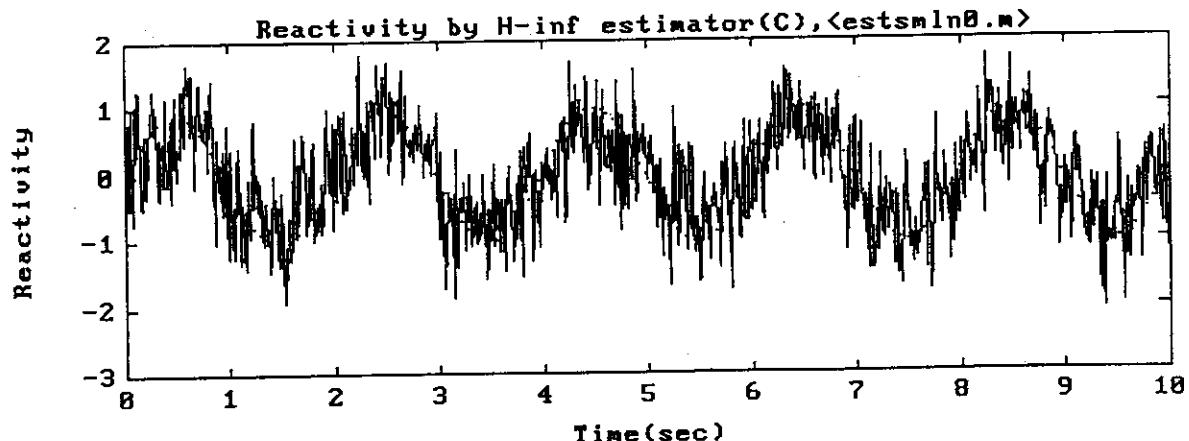


Fig. 3.4(d) Estimated net reactivity by the estimator A with $\gamma_m=0.73845$ based on Data No. 4.

Dotted line: True value, Solid line: Estimated value.

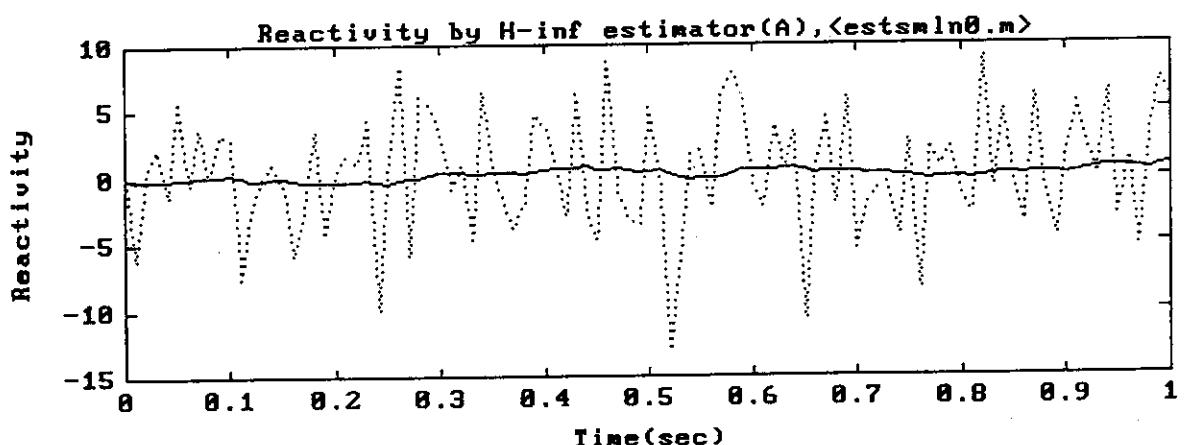


Fig. 3.5(a) Estimated net reactivity by the estimator A with $\gamma=0.8$ based on Data No. 1.

Dotted line: True value, Solid line: Estimated value.

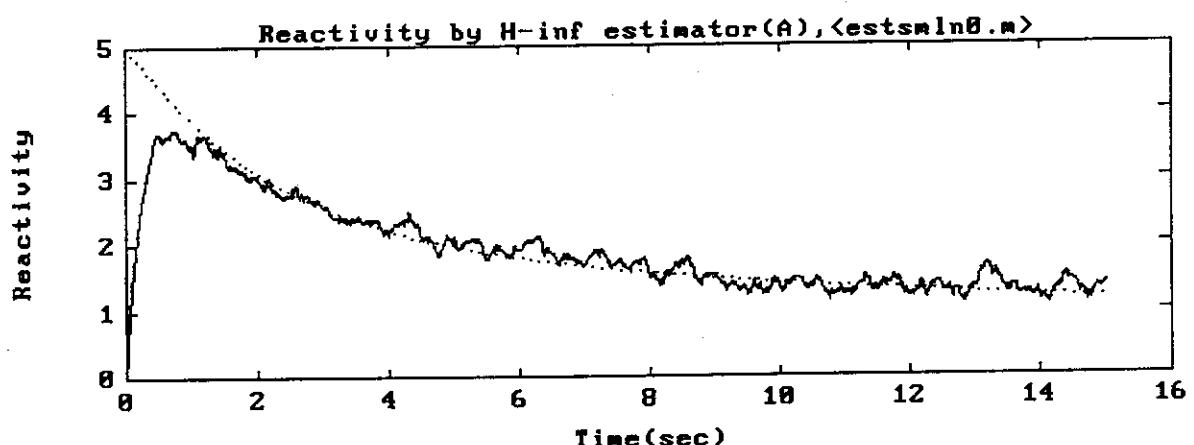


Fig. 3.5(b) Estimated net reactivity by the estimator A with $\gamma=0.8$ based on Data No. 2.

Dotted line: True value, Solid line: Estimated value.

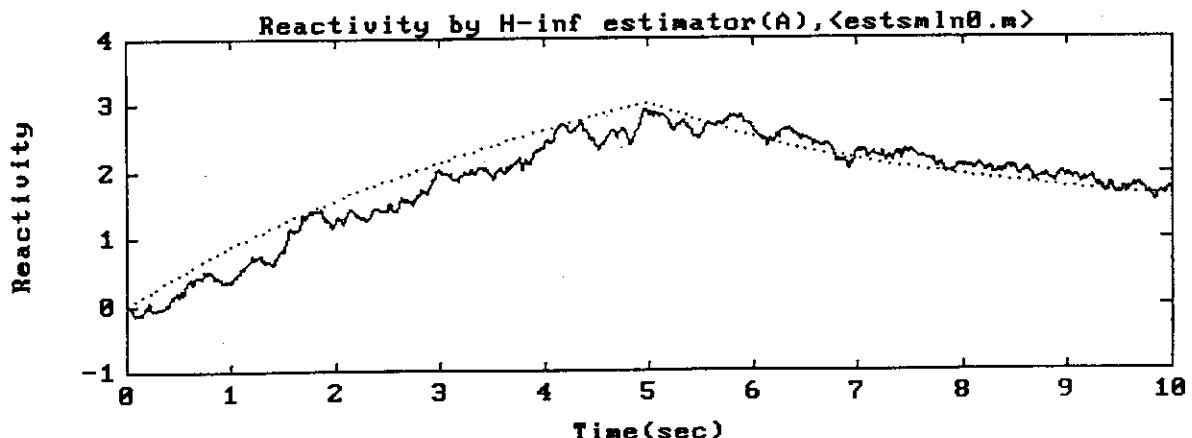


Fig. 3.5(c) Estimated net reactivity by the estimator A with $\gamma=0.8$ based on Data No. 3.
Dotted line: True value, Solid line: Estimated value.

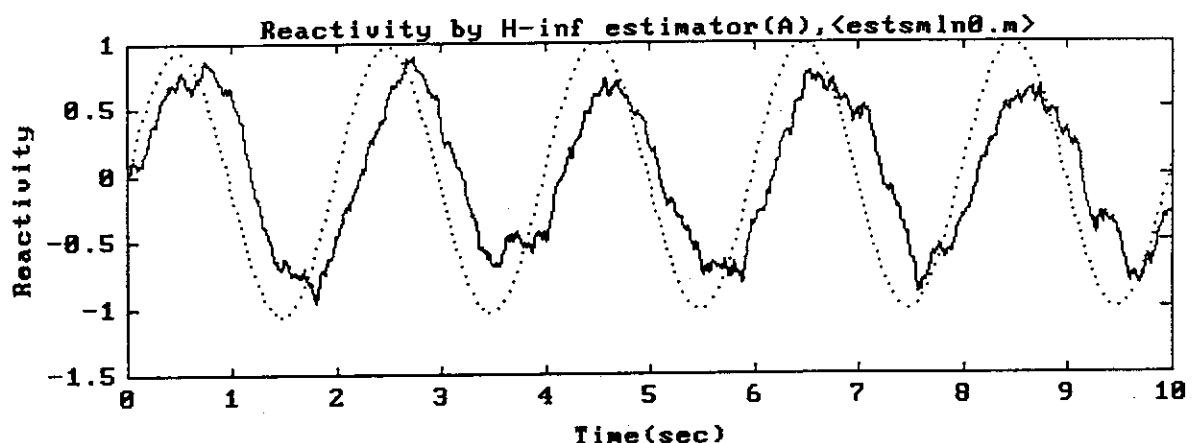


Fig. 3.5 Estimated net reactivity by the estimator A with $\gamma=0.8$ based on Data No. 4
Dotted line: True value, Solid line: Estimated value.

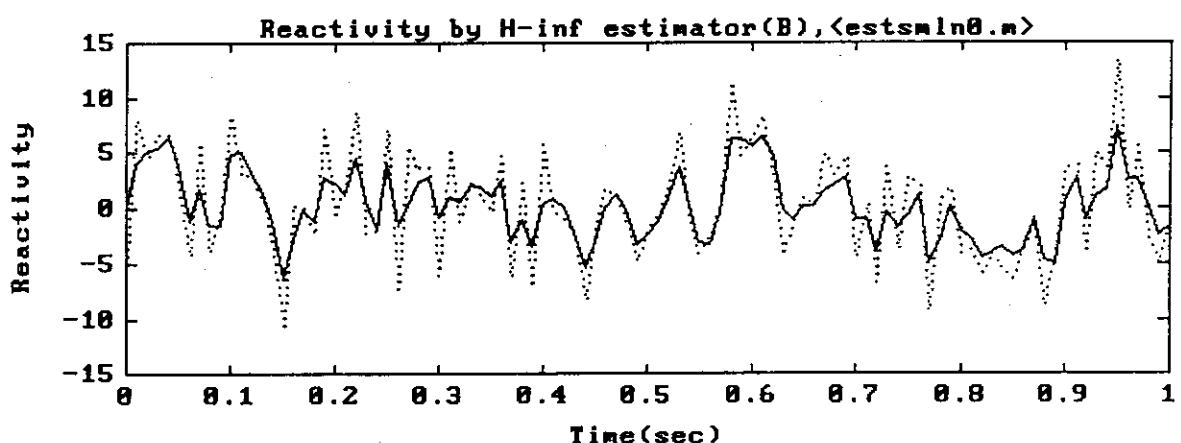


Fig. 3.6(a) Estimated net reactivity by the estimator B with $\gamma_m=0.845$ based on Data No. 1.
Dotted line: True value, Solid line: Estimated value.

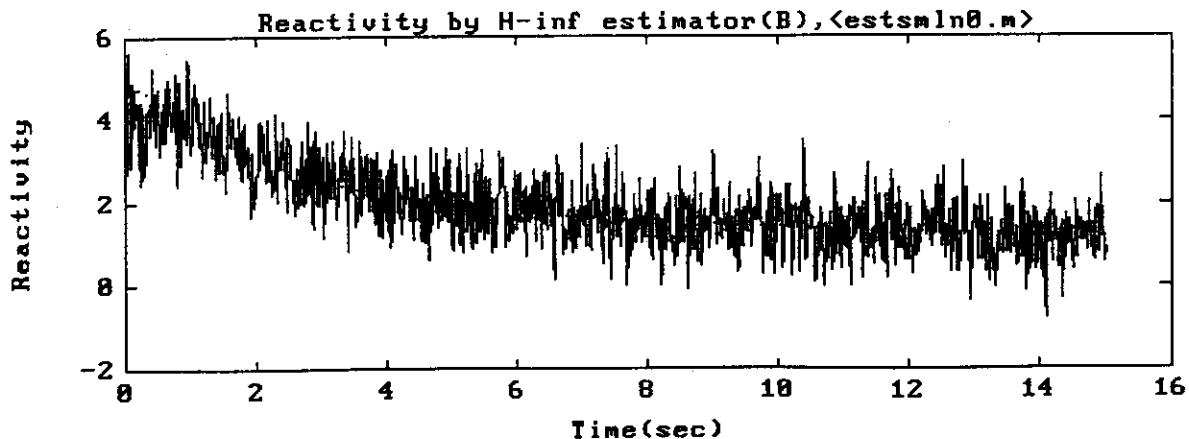


Fig. 3.6(b) Estimated net reactivity by the estimator B with $\gamma_m=0.845$ based on Data No. 2.

Dotted line: True value, Solid line: Estimated value.

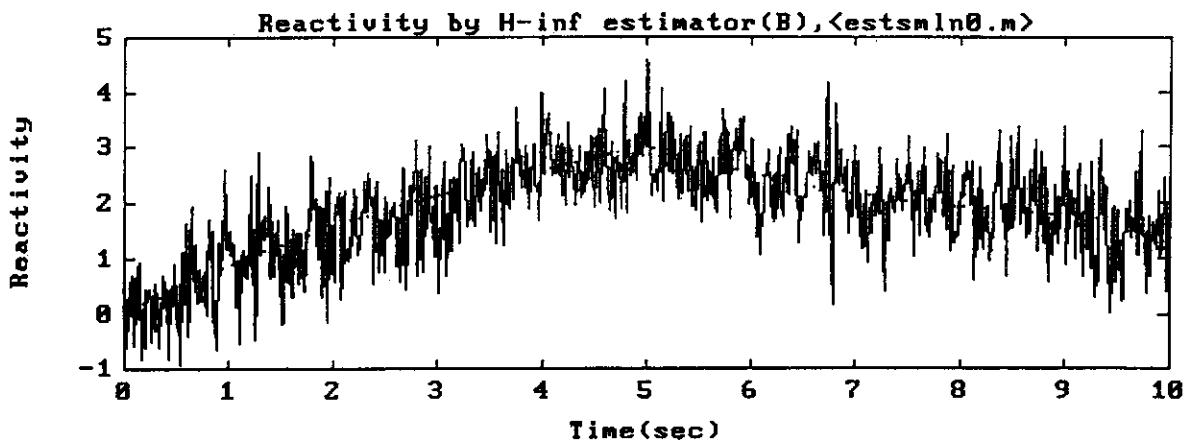


Fig. 3.6(c) Estimated net reactivity by the estimator B with $\gamma_m=0.845$ based on Data No. 3.

Dotted line: True value, Solid line: Estimated value.

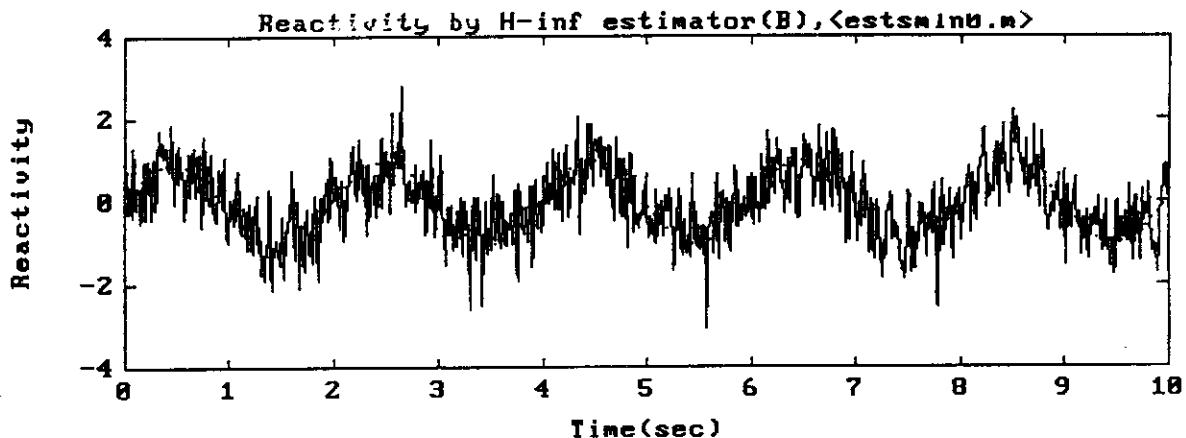


Fig. 3.6(d) Estimated net reactivity by the estimator B with $\gamma_m=0.845$ based on Data No. 4.

Dotted line: True value, Solid line: Estimated value.

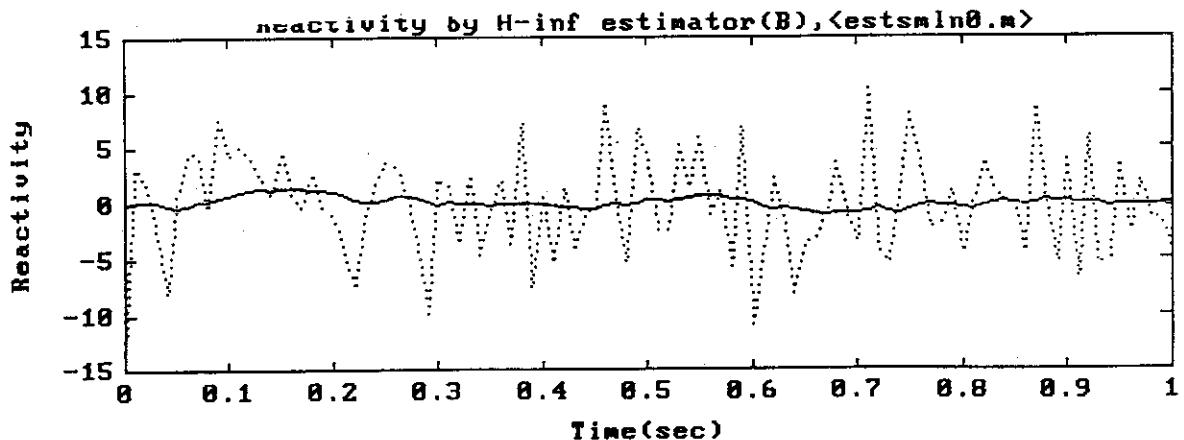


Fig. 3.7(a) Estimated net reactivity by the estimator B with $\gamma=1.0$ based on Data No. 1.
Dotted line: True value, Solid line: Estimated value.

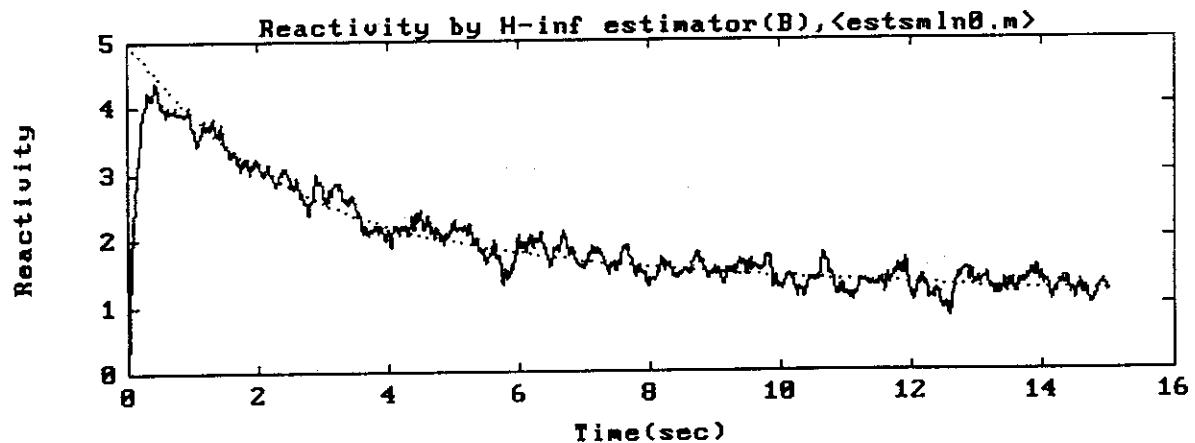


Fig. 3.7(b) Estimated net reactivity by the estimator B with $\gamma=1.0$ based on Data No. 2.
Dotted line: True value, Solid line: Estimated value.

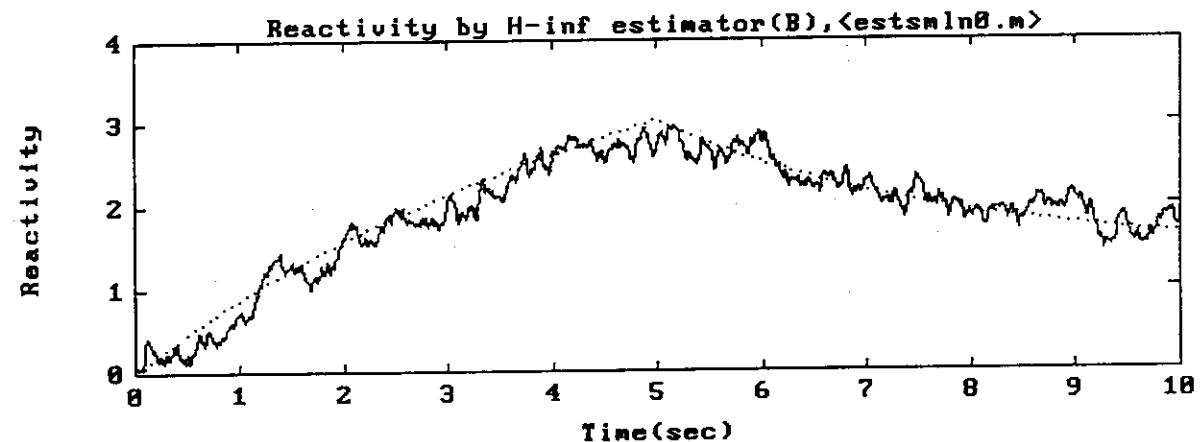


Fig. 3.7(c) Estimated net reactivity by the estimator B with $\gamma=1.0$ based on Data No. 3.
Dotted line: True value, Solid line: Estimated value.

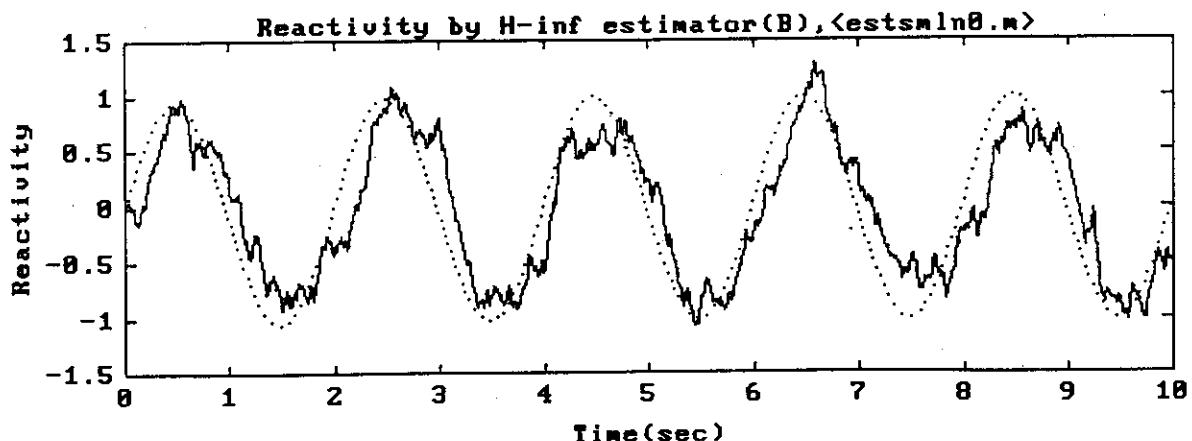


Fig. 3.7(d) Estimated net reactivity by the estimator B with $\gamma=1.0$ based on Data No. 4.
Dotted line: True value, Solid line: Estimated value.

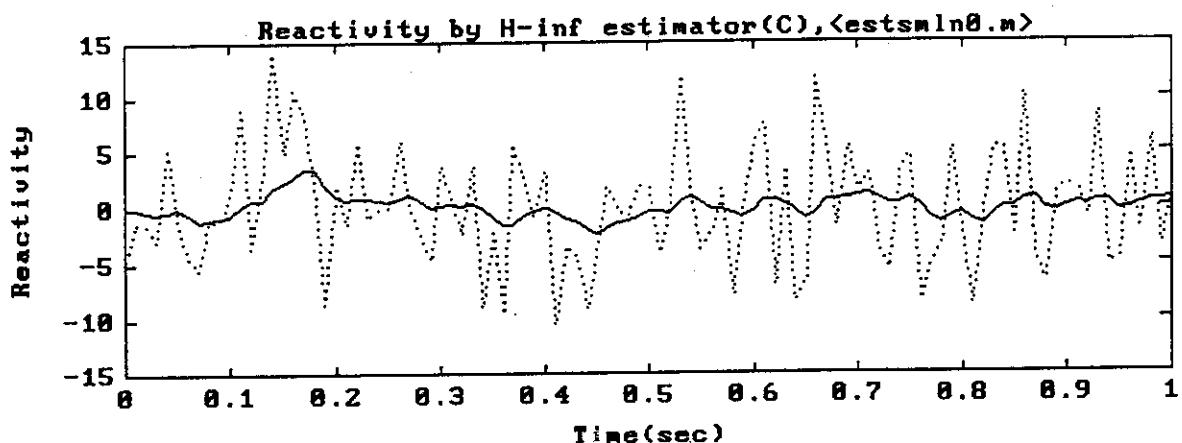


Fig. 3.8(a) Estimated net reactivity by the estimator C with $\gamma_m=1.825$ based on Data No. 1.
Dotted line: True value, Solid line: Estimated value.

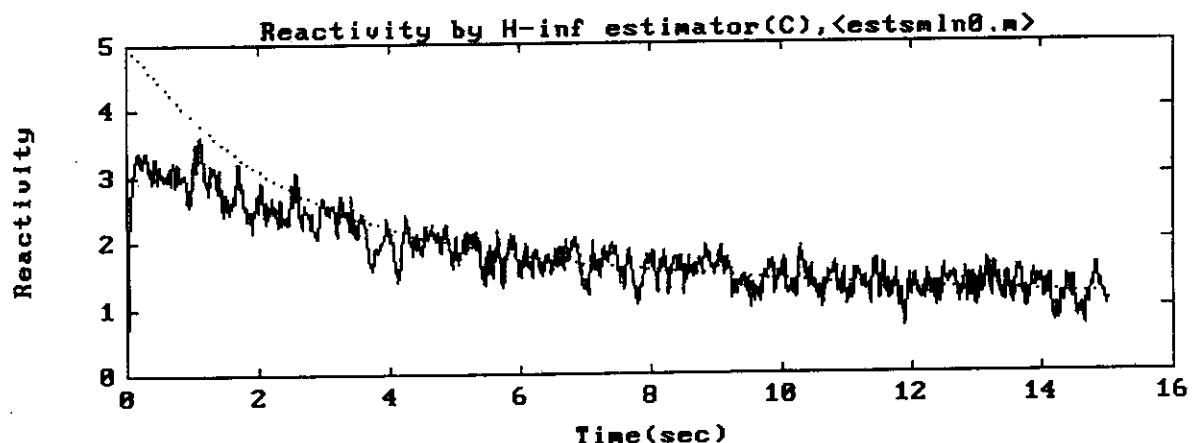


Fig. 3.8(b) Estimated net reactivity by the estimator C with $\gamma_m=1.825$ based on Data No. 2.
Dotted line: True value, Solid line: Estimated value.

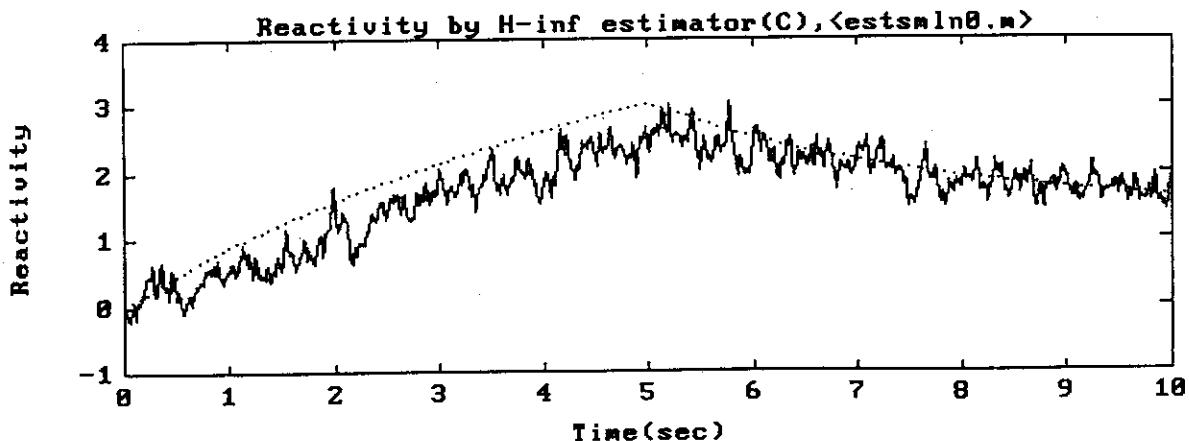


Fig. 3.8(c) Estimated net reactivity by the estimator C with $\gamma_m=1.825$ based on Data No. 3.
Dotted line: True value, Solid line: Estimated value.

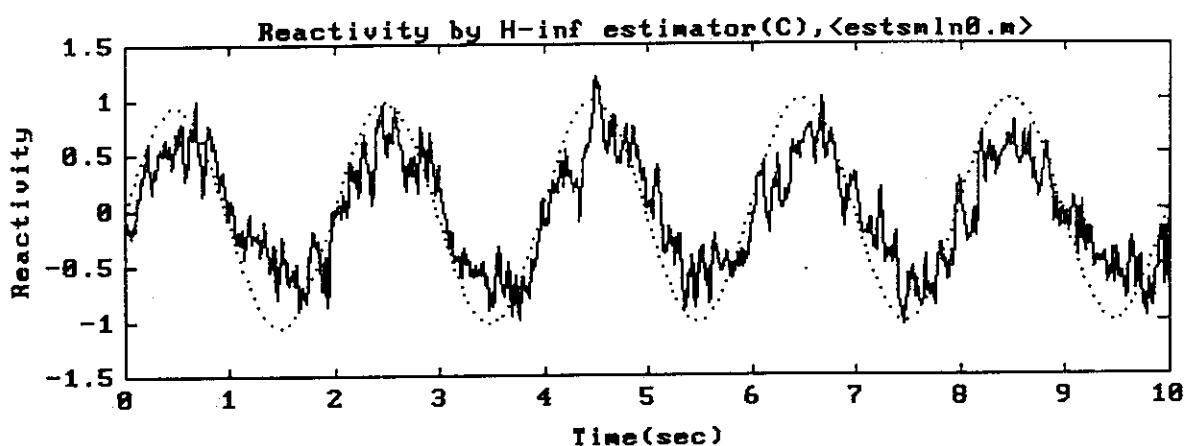


Fig. 3.8(d) Estimated net reactivity by the estimator C with $\gamma_m=1.825$ based on Data No. 4.
Dotted line: True value, Solid line: Estimated value.

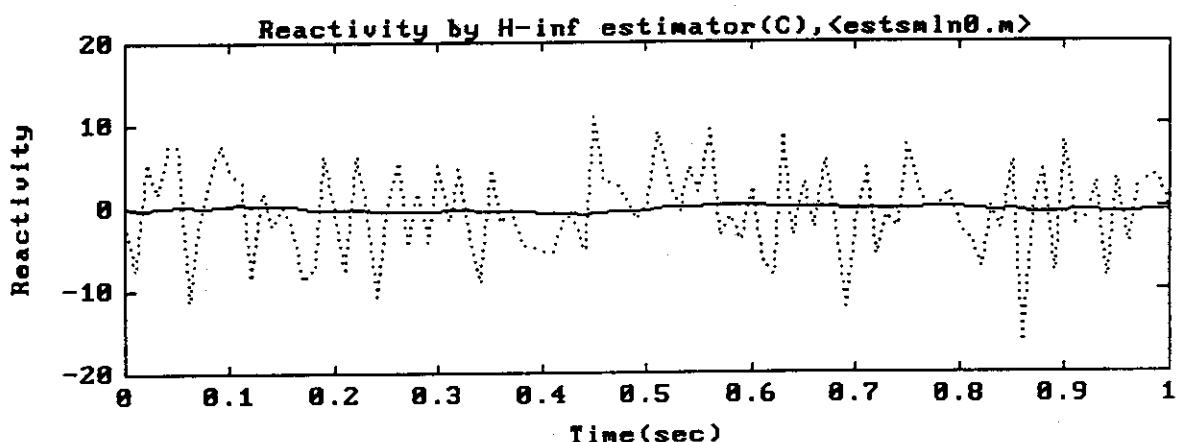


Fig. 3.9(a) Estimated net reactivity by the estimator C with $\gamma=1.9$ based on Data No. 1.
Dotted line: True value, Solid line: Estimated value.

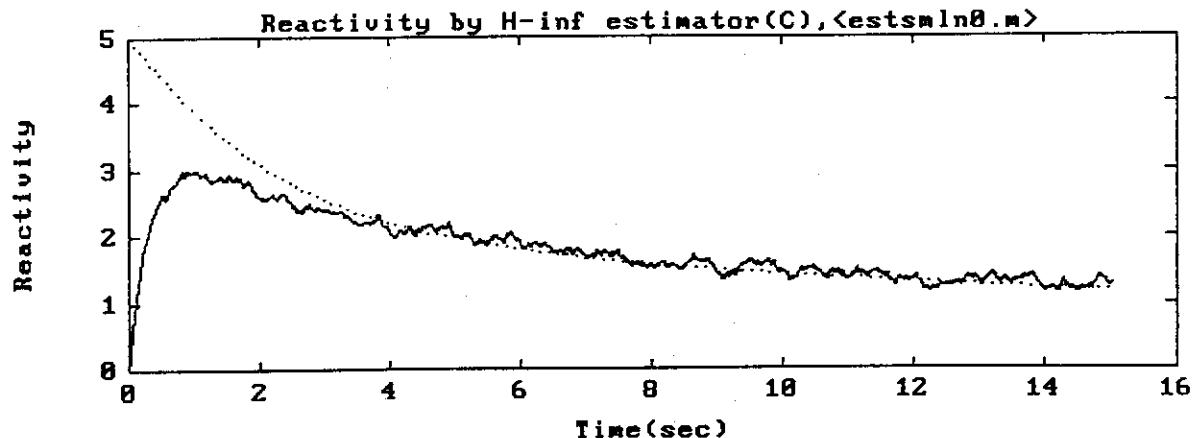


Fig. 3.9(b) Estimated net reactivity by the estimator C with $\gamma=1.9$ based on Data No. 2.
Dotted line: True value, Solid line: Estimated value.

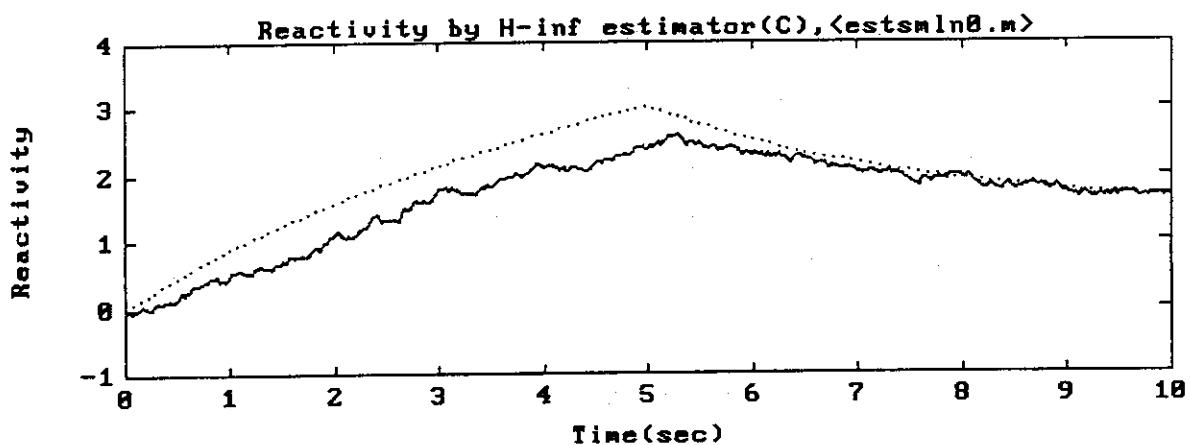


Fig. 3.9(c) Estimated net reactivity by the estimator C with $\gamma=1.9$ based on Data No. 3.
Dotted line: True value, Solid line: Estimated value.

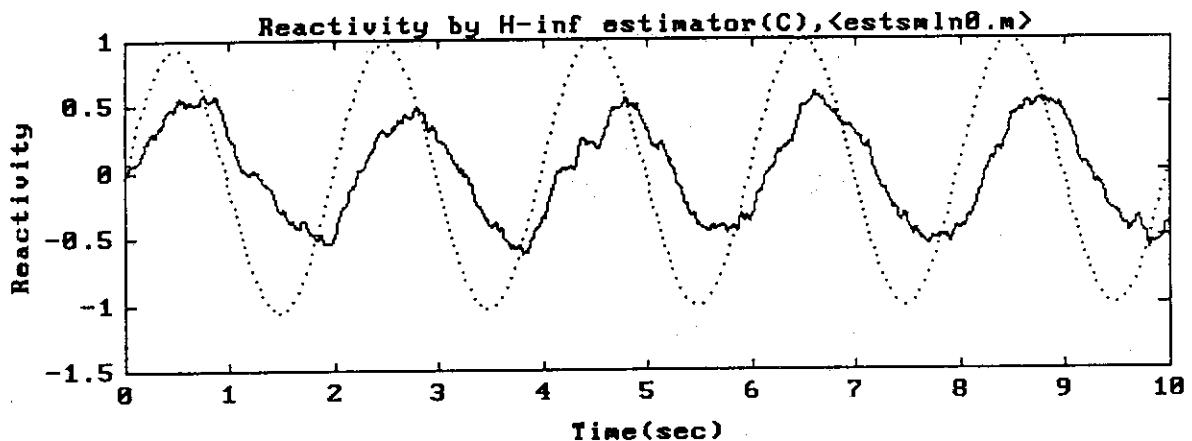


Fig. 3.9(d) Estimated net reactivity by the estimator C with $\gamma=1.9$ based on Data No. 4.
Dotted line: True value, Solid line: Estimated value.

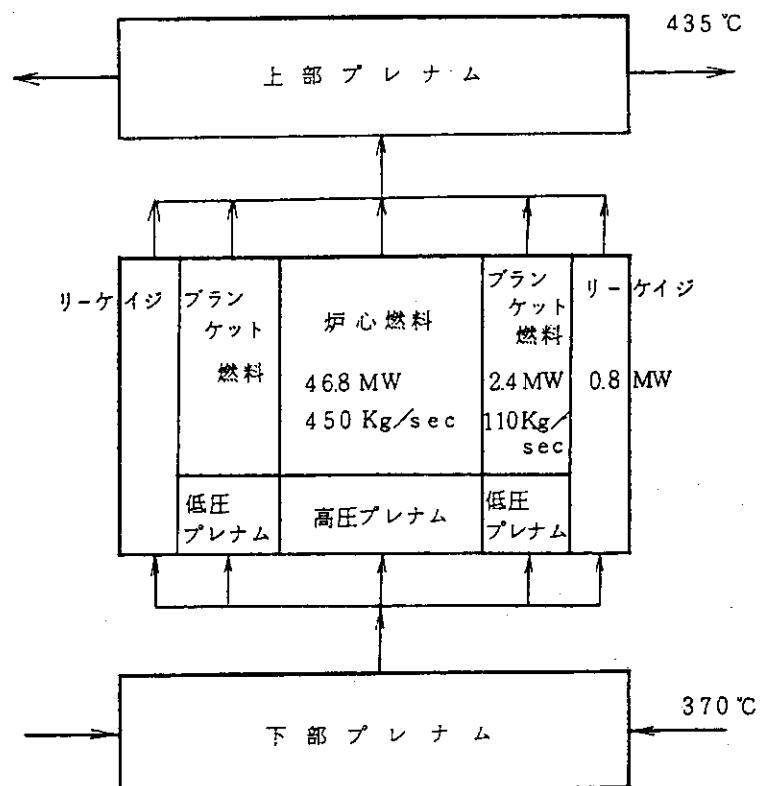


Fig. 3.1 Thermal power and coolant flow distributions of FBR "JOYO" (at 50Mwt)⁴⁾.

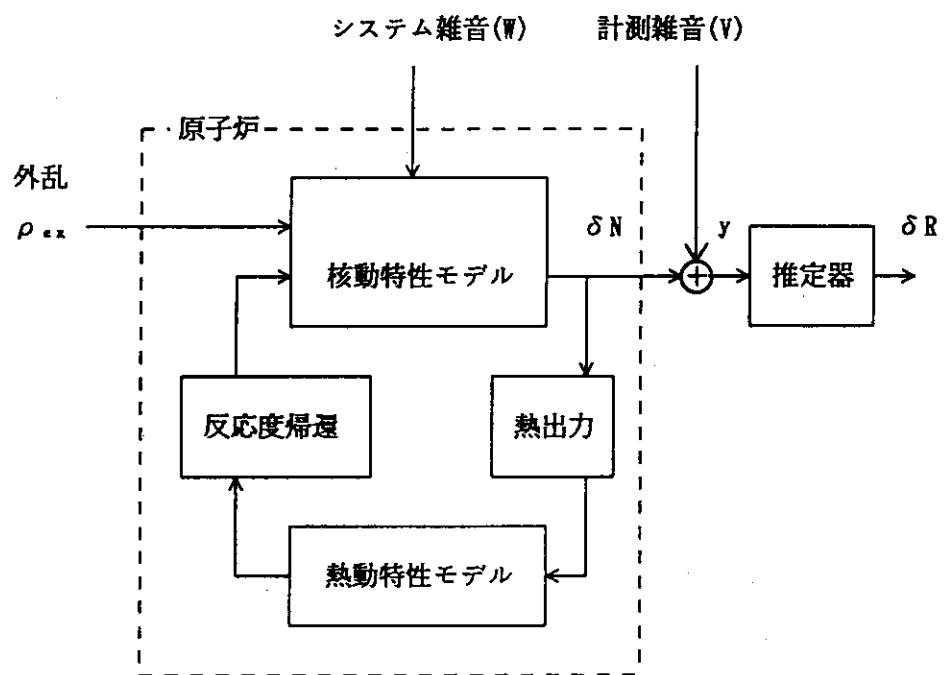


Fig. 3.2 Block diagram of numerical simulation.

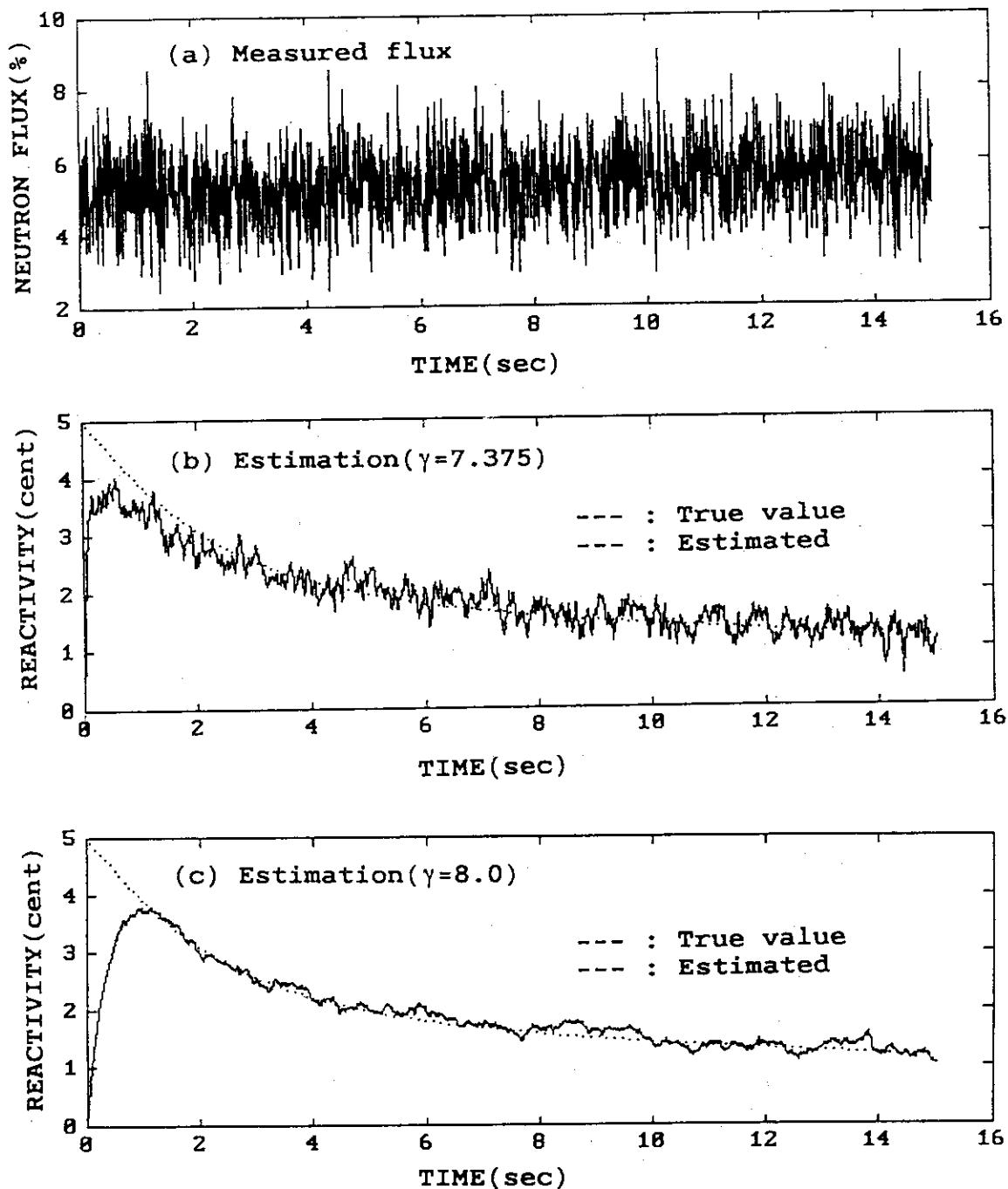


Fig. 3.10 Net reactivity estimated by estimator D for Data No.2.
Dotted line: True value, Solid line: Estimated value.

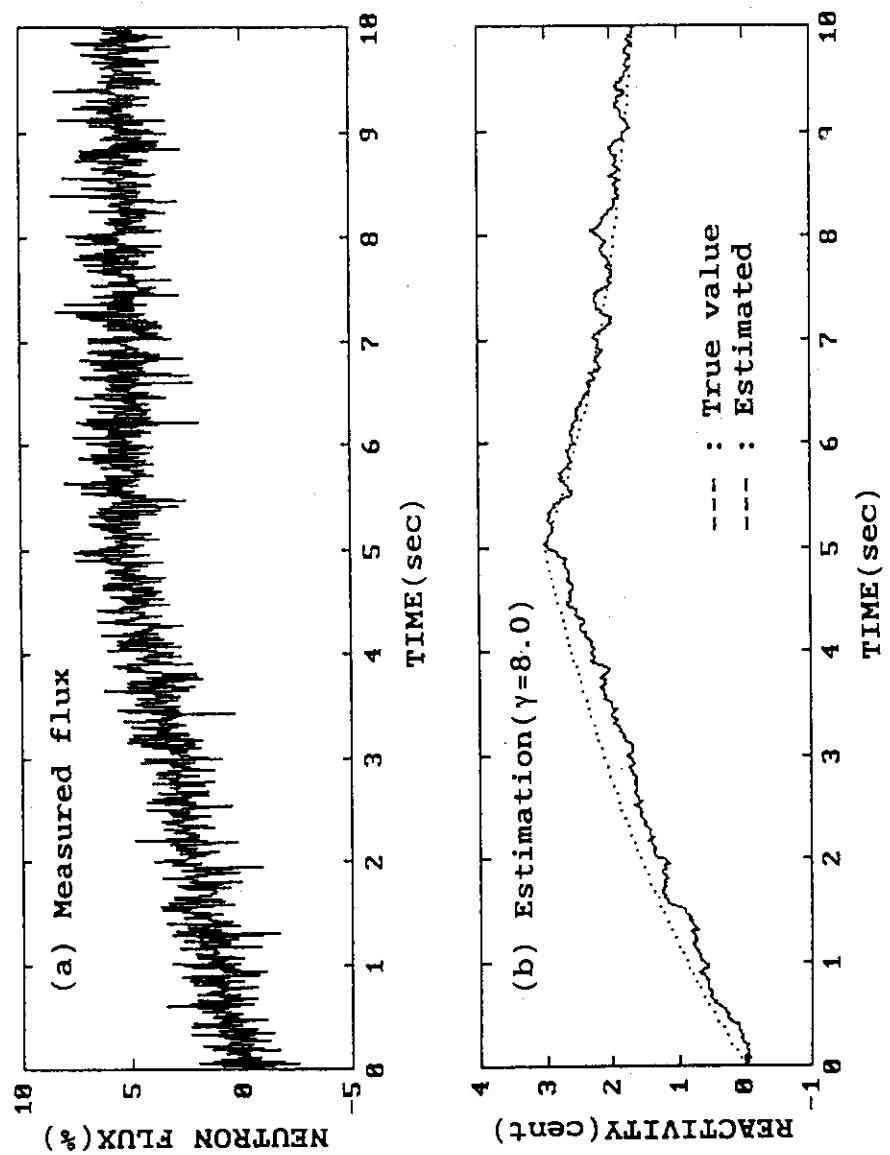


Fig. 3.11 Net reactivity estimated by estimator D for Data No. 3.
 Dotted line: True value, Solid line: Estimated value.

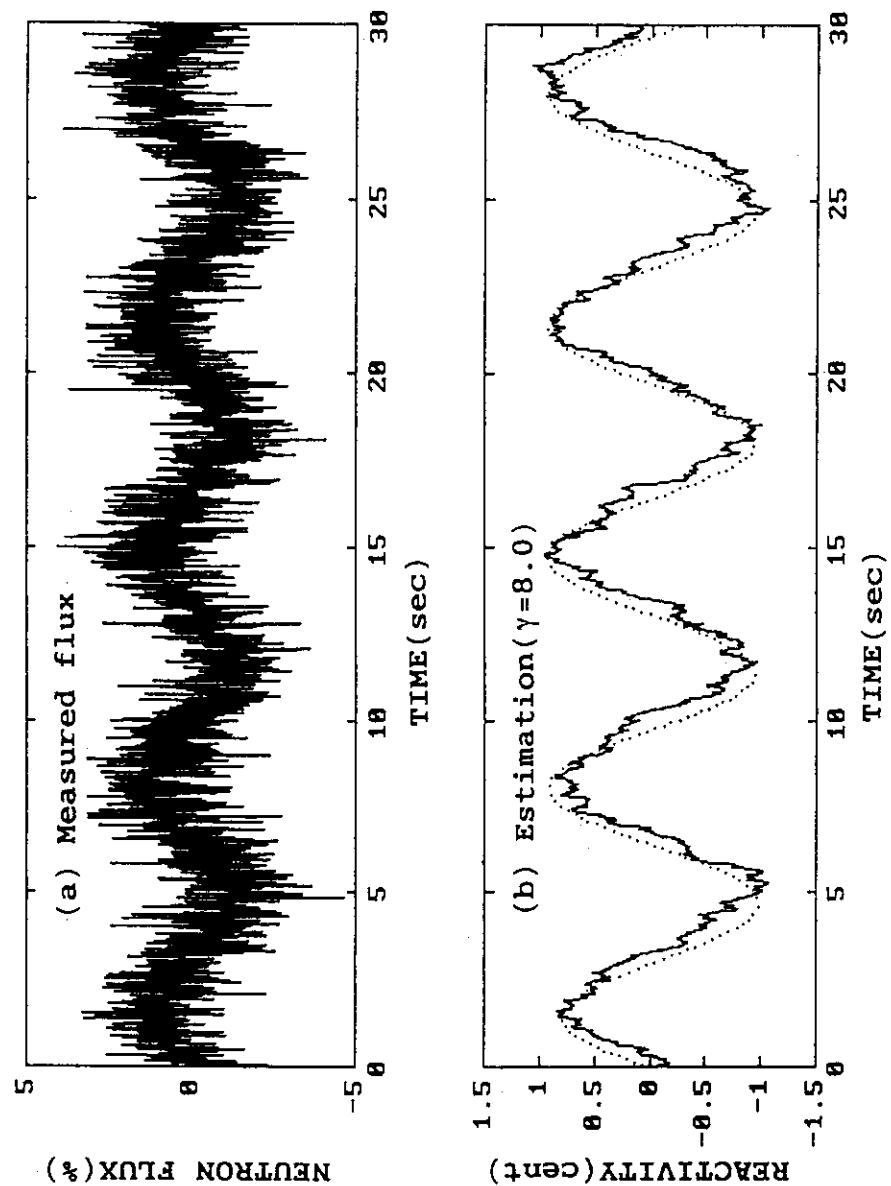


Fig. 3.12 Net reactivity estimated by estimator D for Data No. 4.
 Dotted line: True value, Solid line: Estimated value.

4. おわりに

H^∞ 最適推定理論は入力外乱のクラスを L_2 関数空間全体にとり最適化基準を外乱から推定誤差までの伝達関数の $\|\cdot\|_\infty$ ノルム最小化で与えている。この定式化の特徴に着目すると与えられた設計仕様が推定誤差伝達関数の周波数重みとして最適化基準に取入れて扱う設計法が構成できる。本報はこの設計法に基づいて4つの反応度推定器(A、B、C、D)を設計し、種々の反応度外乱に対する正味反応度推定の計算機シミュレーションを行って以下の結論を得た。

- ① γ の最小値で設計した最適推定器Aは推定量に対する高感度推定器となり、その推定値は計測雑音の影響を受けて大きな揺らぎを伴っている。しかし、 γ の値を適当に弛めて($\gamma = 0.8$)設計すると感度が低下して良好な推定結果を与えている。 γ を最小値から若干ずれた値で設計する手法は他の推定器に対しても一般に有効である。従って、実際の設計に際しては計測雑音を実計装系に対して評価し、それに対応した適当な γ の値で設計することが重要である。
- ②推定器Bはステップ状、ランプ状及び正弦波状のいずれの外乱に対しても推定結果は推定器Aに比較して速応性の良い応答を示し、与えた速応性設計仕様がよく反映されている。
- ③推定器Cでは速応性は劣化しているが、計測雑音による推定値の揺らぎは抑えられ計測雑音がよくフィルタされている様子が認められる。
- ④推定器Dでは速応性と計測雑音のフィルタ特性のトレードオフが良く図られた結果を与えており、本設計法はきめ細かな設計仕様も設計に取込むことができる事が分った。

参考文献

- 1) SASTRE, C. A., : Nucl. Sci. Eng., 8, 443(1960).
- 2) LEHTO, K. W. and COHN, C. E., : Reactor Technol., 4, 345(1972).
- 3) VENERUS, J. C. and BULLOCK, T. E., : Nucl. Sci. Eng., 40, 199(1970).
- 4) 島崎潤也 : JAERI-memo 8454(1979).
- 5) NAGPAL, K. M. and KHARGONEKAR, P. P., : Automat. Contr., AC-36, 152(1991).
- 6) 鈴木勝男、他 : JAERI-M 93-040(1993).
- 7) 鈴木勝男、他 : 原子力学会秋の大会(1992).
- 8) 須田信英 : 原子炉の動特性と制御、同文書院(1969).
- 9) 安藤和昭、他 : 数値解析手法による制御系設計、計測自動制御学会(1986).

4. おわりに

H^∞ 最適推定理論は入力外乱のクラスを L_2 関数空間全体にとり最適化基準を外乱から推定誤差までの伝達関数の $\|\cdot\|_\infty$ ノルム最小化で与えている。この定式化の特徴に着目すると与えられた設計仕様が推定誤差伝達関数の周波数重みとして最適化基準に取入れて扱う設計法が構成できる。本報はこの設計法に基づいて4つの反応度推定器(A、B、C、D)を設計し、種々の反応度外乱に対する正味反応度推定の計算機シミュレーションを行って以下の結論を得た。

- ① γ の最小値で設計した最適推定器Aは推定量に対する高感度推定器となり、その推定値は計測雑音の影響を受けて大きな揺らぎを伴っている。しかし、 γ の値を適当に弛めて($\gamma = 0.8$)設計すると感度が低下して良好な推定結果を与える。 γ を最小値から若干ずれた値で設計する手法は他の推定器に対しても一般に有効である。従って、実際の設計に際しては計測雑音を実計装系に対して評価し、それに対応した適当な γ の値で設計することが重要である。
- ②推定器Bはステップ状、ランプ状及び正弦波状のいずれの外乱に対しても推定結果は推定器Aに比較して速応性の良い応答を示し、与えた速応性設計仕様がよく反映されている。
- ③推定器Cでは速応性は劣化しているが、計測雑音による推定値の揺らぎは抑えられ計測雑音がよくフィルタされている様子が認められる。
- ④推定器Dでは速応性と計測雑音のフィルタ特性のトレードオフが良く図られた結果を与えており、本設計法はきめ細かな設計仕様も設計に取込むことができる事が分った。

参考文献

- 1) SASTRE, C. A., : Nucl. Sci. Eng., 8, 443(1960).
- 2) LEHTO, K. W. and COHN, C. E., : Reactor Technol., 4, 345(1972).
- 3) VENERUS, J. C. and BULLOCK, T. E., : Nucl. Sci. Eng., 40, 199(1970).
- 4) 島崎潤也 : JAERI-memo 8454(1979).
- 5) NAGPAL, K. M. and KHARGONEKAR, P.P., : Automat. Contr., AC-36, 152(1991).
- 6) 鈴木勝男、他 : JAERI-M 93-040(1993).
- 7) 鈴木勝男、他 : 原子力学会秋の大会(1992).
- 8) 須田信英 : 原子炉の動特性と制御、同文書院(1969).
- 9) 安藤和昭、他 : 数値解析手法による制御系設計、計測自動制御学会(1986).