

JAERI-M  
93-063

パルス制御の概念と特性

1993年5月

島崎 潤也・石川 信行

JAERI-Mレポートは、日本原子力研究所が不定期に公刊している研究報告書です。

入手の間合わせは、日本原子力研究所技術情報部情報資料課（〒319-11茨城県那珂郡東海村）あて、お申しこしてください。なお、このほかに財団法人原子力弘済会資料センター（〒319-11茨城県那珂郡東海村日本原子力研究所内）で複写による実費頒布をおこなっております。

JAERI-M reports are issued irregularly.

Inquiries about availability of the reports should be addressed to Information Division, Department of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken 319-11, Japan.

© Japan Atomic Energy Research Institute, 1993

---

編集兼発行 日本原子力研究所  
印刷 日立高速印刷株式会社

パルス制御の概念と特性

日本原子力研究所東海研究所原子炉工学部

島崎 潤也・石川 信行

(1993年2月24日受理)

パルス制御は1つのデジタル制御技術であり、ここではサンプリング時間幅の一部で与えられる操作変数を利用する。パルス制御の設計法及びその特性を3つの現代的制御法、すなわち状態フィードバックによる極配置法、現形2次評価基準の最適制御法、有限時間整定の制御法について、簡単な制御系モデルを用いて検討した。これらの制御法に対して設計したパルス制御の特性を連続制御及びデジタル制御と比較した。その結果、パルス制御はその操作変数に強い制約があるにもかかわらず連続及びデジタルの制御と同等の制御性能を発揮できることが示された。

パルス制御の現実プラントへ適用はパルス幅の自由な選定により制御時間の制御された場合に有効になる。

Pulse Control Method and Its Characteristics

Junya SHIMAZAKI and Nobuyuki ISHIKAWA

Department of Reactor Engineering  
Tokai Research Establishment  
Japan Atomic Energy Research Institute  
Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken

(Received February 24, 1993)

Pulse control is defined as one of digital control techniques and acts during part of time-sampling period of control. A design method of the pulse control and its characteristics are discussed on the basis of simple control system model for three types of modern control such as pole assignment control with state variable feedback, linear quadratic optimal control and dead-beat digital control. Control performances of the pulse control corresponding to the above mentioned controls are compared to continuous and ordinary digital controls. As the results, the pulse controls are shown to have good control performances as same as the other two controls, although the former has strong restrictions on the control variables.

Applications of the pulse control to real plants will be useful for short time of control by flexible design of pulse width.

Keywords : Pulse Control, Digital Control, Advanced Control, State Feedback, Linear Quadratic Performance, Optimal Control, Dead-beat Control, Softening Filter, Pole Assignment

## 目 次

1. パルス制御の意味 .....	1
2. パルス制御の特徴 .....	3
3. 連続系の固有値にあわせた離散値系パルス制御 .....	5
3.1 連続系の極配置 .....	6
3.2 極配置によるデジタル制御 .....	8
3.3 極配置によるパルス制御 .....	10
4. 線形2次評価 (LQ) 最適制御への応用 .....	12
4.1 連続系におけるLQ最適制御 .....	12
4.2 デジタルのLQ最適制御 .....	13
4.3 パルスのLQ最適制御 .....	15
5. 有限時間整定を実現するパルス制御 .....	17
5.1 有限整定のデジタル制御 .....	17
5.2 有限整定のパルス制御 .....	20
5.3 緩和フィルタつき有限整定のデジタル制御 .....	23
5.4 緩和フィルタつき有限整定のパルス制御 .....	26
6. 結論 .....	29
謝 辞 .....	29
参考文献 .....	30

Contents

1. Definition of Pulse Control .....	1
2. Characteristics of Pulse Control .....	3
3. Controls for Discrete-time System Assigned the Poles	
Corresponding to Continuous System .....	5
3.1 Pole Assignment Control of Continuous System .....	6
3.2 Digital Control by Pole Assignment Design .....	8
3.3 Pulse Control by Pole Assignment Design .....	10
4. Optimal Control in Linear Quadratic Performance .....	12
4.1 Continuous Optimal Control .....	12
4.2 Digital Optimal Control .....	13
4.3 Pulse Optimal Control .....	15
5. Controls for Dead-beat Control Problems .....	17
5.1 Digital Dead-beat Control .....	17
5.2 Pulse Dead-beat Control .....	20
5.3 Digital Dead-beat Control with Softening Filter .....	23
5.4 Pulse Dead-beat Control with Softening Filter .....	26
6. Conclusion .....	29
Acknowledgement .....	29
References .....	30

# 1. パルス制御の意味

パルス制御は通常のデジタル制御の概念を拡張した制御方法であり、サンプリング時間の中の一部で定義される信号を制御信号として用いるものである。この制御は可変サンプル値制御の1つとしても定式化でき、文献において有限時間幅のサンプル値制御<sup>1)</sup>(全く同一ではない)や周期的可変サンプル値制御<sup>2)</sup>として扱われているが、ここではデジタル制御に対してこの言葉を用い、現代的制御法による設計およびその制御特性を検討する。また、パルス制御の名は既に、論文「大規模システムを対象とする動特性と制御のための計算プログラム」等<sup>3)4)</sup>において、1つの離散時間制御の方法・技術として提案した。そこでの考え方は連続系の制御対象に対してデジタル制御を適用するとき、その制御の質を連続系の制御と比較しておとさずに、またさらにデジタル制御の特性をより発揮するような制御方法を提案し設計することであった。それには、連続系の制御システムをデジタル的に制御しているという実感をもち、従ってサンプル値点間の応答特性も十分考慮してデジタル制御の質を高めることが重要であった。パルス制御は広義のデジタル制御の概念に入ってしまうであろうが、通常のデジタル制御と区別するために、新しくパルス制御を提案した。通常のデジタル制御はマイクロプロセッサで実現され、その制御器はサンプル、ホールド回路により連続系の制御対象と接続され。サンプル点間の操作量はゼロ次ホールド回路の場合では一定値、1次ホールド回路では時間的に直線の信号を用いる。パルス制御ではサンプル点間でその始めの一部をホールド回路の出力として生成し(パルスのホールド回路といえる)、操作量として用いるものである。そこで、パルス制御の制御時間をサンプリング時間全部にしたものが通常のデジタル制御であり、パルス制御は通常のデジタル制御の拡張になっている。パルス制御は1つの制御技術であると見ることができる。デジタル制御で考えられている制御方法のほとんどすべてがパルス制御でも実現できる。

パルス制御の基本的形態をFig. 1に、連続制御及びデジタル制御と比較して示す。通常のデジタル制御は図のようにサンプリング時間 $\Delta t$ 全体で一定の値(ゼロ次ホールドを仮定して)の制御信号となるが、パルス制御は $\Delta t$ の中の $\Delta t_c$ で一定の制御信号を利用する。そこで、パルス制御においては制御時間幅(サンプリング時間に対するパルス制御時間幅をパルス制御のデューティ比と呼ぶ)が重要なパラメータであり、連続制御及びデジタル制御との制御特性を比較する際この制御時間幅が有用になる。また、パルス制御においては制御が行われないサンプリング時間の残りの部分は完全に何も信号が出力しない状態であり、他の目的に利用できる。

デジタル制御において連続制御と同等の制御特性を問題にするときには、 $\Delta t$ を十分小さくすればよいといえる。また、制御対象の特性がゆっくりしているときには $\Delta t$ を比較的大きく、また速い特性では小さく設定することによって、連続制御と同等の特性を得ることができる。さらに、デジタル制御は有限整定制御、予測制御、等のアドバンスト制御<sup>3)</sup>が容易に実現できる特性をもち、パルス制御においてもこれらの制御法を実現できる。ここではパルス制御によりそれらの制御がいかにより設計、実現され、どのような特性を示すかを議論する。また、先の文献<sup>3) 4)</sup>においては連続系のレギュレータ問題をデジタル制御さらにパルス制御による処理法と状態フィードバック制御のゲインと最適指標の値の変化を議論したが、ここではより詳細に他の種々の制御に対してパルス制御の特性を検討する。

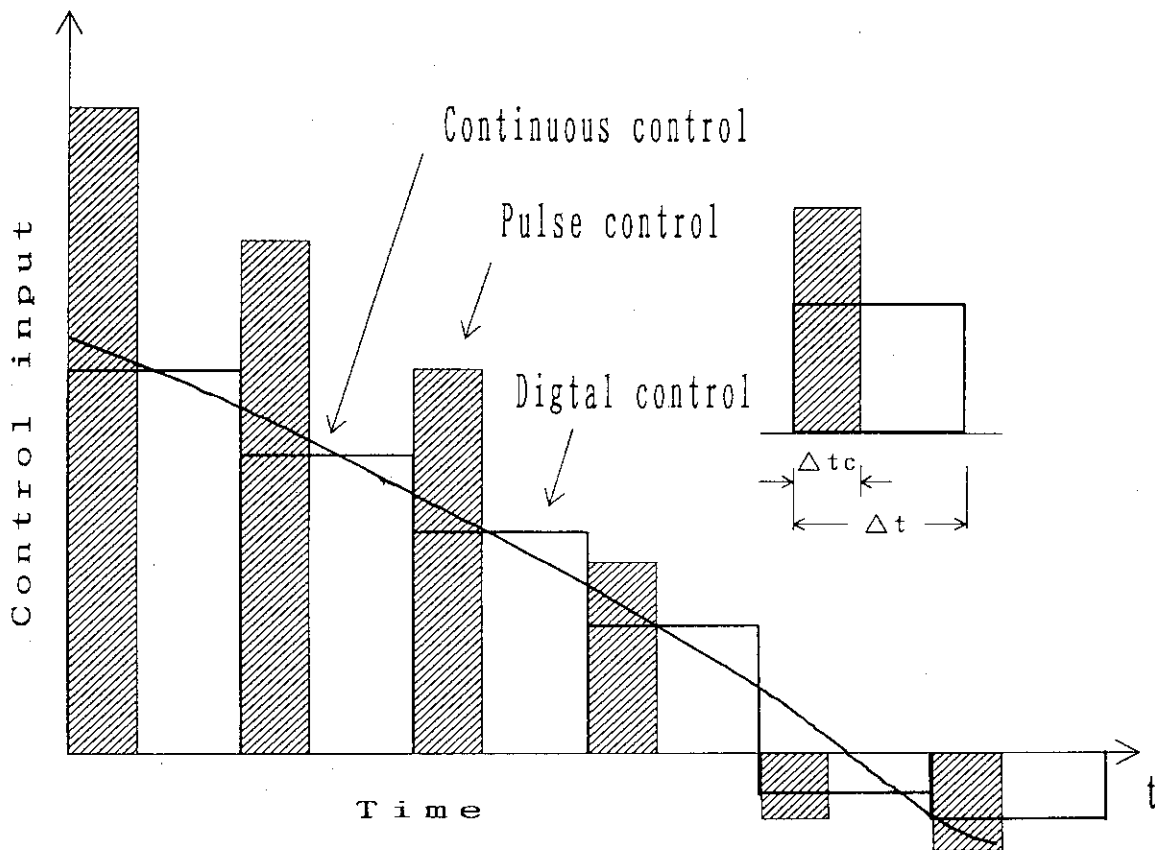


Fig.1 Pulse, digital and continuous controls



## 2. パルス制御の特徴

パルス制御に用いる動特性モデルは一種の離散時間モデルであり、以下のように導出できる。

まず、連続系の状態方程式モデルを次のように記述する。

$$dx/dt = A x + B u \quad (1)$$

ここで、 $x$  :  $n$ 次元状態変数、 $u$  :  $r$ 次元操作変数、

$A, B$ はそれぞれの次元の定数マトリックスである。

この状態方程式において、サンプリング時間 $\Delta t$ の離散時間モデルは操作変数がこの時間区間で一定であると仮定して、離散時間モデルは以下のように表される。

$$z_{k+1} = F z_k + G u_k \quad (2)$$

ここで、 $F = \exp(A \Delta t)$ 、 $G = (F - I)A^{-1}B$  (3)

離散時間モデルの計算については種々の方法があるが、パデ近似を用いた1つの効率的な方法が著者によって開発されている<sup>6)</sup>。

問題のパルス制御用のモデルは、操作変数をサンプリング時間 $\Delta t$ の中で $\Delta t_c$ の区間でしか用いないという条件を課して、上記の制御マトリックス  $G$ を $G_1$ に変更することにより求まる。すなわち、

$$G_1 = \int \exp(A(t-\tau))B(\tau)d\tau \quad (\text{積分区間: } 0 \text{ から } \Delta t_c) \quad (4)$$

この式を計算することによってパルス制御用モデルは求まるが、ここでは効率的なモデル作成法とパルス制御の特性を違った観点から述べる。すなわち、小さなサンプリング時間に対して求めた離散時間モデルを拡張して指定したサンプリング時間に対するパルス制御用モデルを作成する。

新たに連続系の状態方程式制御モデルを次のように記述する。

$$dx/dt = A x + B_1 u + B_2 w \quad (5)$$

ここで、 $x$  :  $n$ 次元状態変数、 $u$  :  $r$ 次元操作変数、 $w$  :  $1$ 次元外乱変数で、

$A, B_1, B_2$ はそれぞれの次元の定数マトリックスである。

この状態方程式に対して、小さなサンプリング時間 $\Delta t_1$ の離散時間モデルは、操作変数と外乱変数がこの時間区間で一定であると仮定して、次のように表される。

$$z_{k+1} = F_1 z_k + G_1 u_k + G_2 w_k \quad (6)$$

$$\text{ここで、} F_1 = \exp(A \Delta t_1) \text{、} G_1 = (F_1 - I)A^{-1}B_1 \text{、} G_2 = (F_1 - I)A^{-1}B_2 \text{。} \quad (7)$$

ここで、パルス制御に用いる離散時間モデルであるが、パルスの時間幅を  $\Delta t_1$ 、サンプリング時間を  $2\Delta t_1$  とすると、次のように表される。

$$z_{k+2} = F_1^2 z_k + F_1 G_1 u_k + (F_1 + I)G_2 w_k \quad (8)$$

この式はパルス制御の仮定から  $u_{k+1}=0$ 、外乱に対して  $w_{k+1}=w_k$  と仮定して導いている。通常のデジタル制御用モデルとの違いは制御マトリックスが  $(F_1 + I)G_1$  から  $F_1 G_1$  になったことである。このような考え方を進めれば、任意時間幅（その整数倍が丁度サンプリング時間になる場合）のパルス制御に対する離散時間モデルが導出できる。例えば、パルス時間幅を  $\Delta t_1$ 、サンプリング時間を  $4\Delta t_1$  のときのパルス制御用モデルを示すと

$$z_{k+4} = F_1^4 z_k + F_1^3 G_1 u_k + (F_1^3 + F_1^2 + F_1 + I)G_2 w_k \quad (9)$$

サンプリング時間  $\Delta t$  とパルス制御時間幅  $\Delta t_c$  の比  $\Delta t_c / \Delta t$ （以後デュティ比と呼ぶ）を明示する形で、パルス制御用モデルを示す。そのために離散時間モデルのサンプリング時間を  $\Delta t$  に固定し、制御マトリックスを上記の意味に解釈する。ただし、パルスのデュティ比を括弧で記述する。

$$z_{k+1} = F z_k + G u_k + G W w_k, \quad (1/m) \quad (10)$$

この式はパルス制御用モデルとしてサンプリング時間  $\Delta t$  の中で  $\Delta t/m$  のパルス時間幅をもつ離散時間モデルを表す。さらに、サンプリング時間の有理数倍のモデルも最小時間の離散時間モデルから作成することができる。システムマトリックス  $F$  についてはパルス制御用モデルとデジタル制御用モデルでは同じであり、システムの固有値（極）は2つの離散時間モデルで完全に一致する。また、パルス制御のシステム論的な性質の可制御性についてはデジタル制御の場合<sup>7)</sup>と同等であり、特別のパルス制御幅  $\Delta t_c$  を除いて、ほとんどの  $\Delta t_c$  に対して連続系の可制御性と同じである。

パルス制御では制御時間を短縮しているので通常のデジタル制御と同等の質を実現するには制御量が増大するが、基本的にはデジタル制御と同等の制御が実現できる。また、パルス制御の実現において技術的難しさはほとんどなく、制御がされていないあき時間を異常の診断等別の目的に利用できる。

ここではいろいろのデジタル制御をパルス制御で実施したときの特性を議論する。

### 3. 連続系の固有値にあわせた離散値系 パルス制御

パルス制御の特性を検討するにあたって、制御対象及び制御方法を説明する。  
まず、制御対象は3次の連続系で次のパラメータのものを考える。

$$dx/dt = A x + b u \quad (11)$$

$$y = c x$$

$$\text{ここで、} A = \begin{pmatrix} -4, & 2, & 0 \\ 1, & -3, & 1 \\ 0, & 1, & -2 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad c = (0, 1, 0). \quad (12)$$

制御対象の固有値は

$$\lambda = -5.115, -2.746, -1.139 \quad (13)$$

と求まる。

初期条件は次のように与え、初期値応答を制御性能比較に用いる。

$$x_0 = (-1, -1, 0)^T \quad (14)$$

この系の自由応答（制御入力なし）は Fig. 2 のようになる。

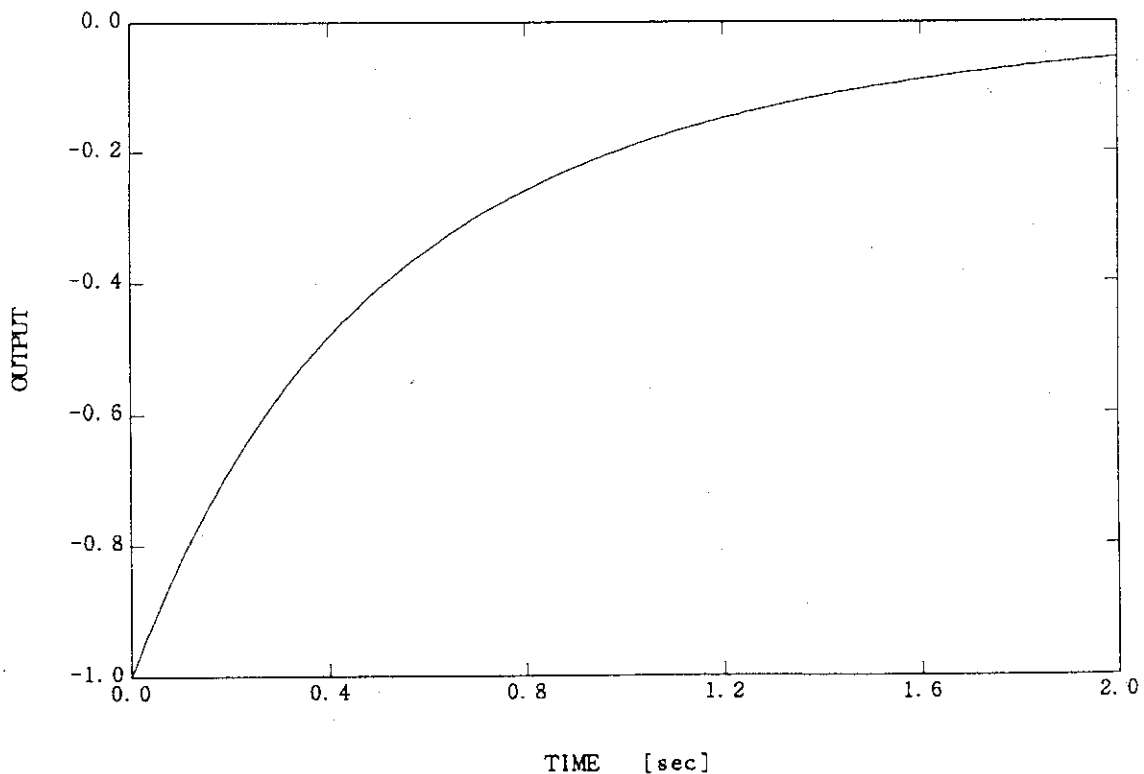


Fig.2 Output response without control

制御系については、状態フィードバック制御による実現を考える。

$$u = -f x, \quad f = (f_1, f_2, f_3). \quad (14)$$

ここで、ベクトル  $f$  は状態変数からのフィードバックゲインである。

### 3.1 連続系の極配置

目標の制御系の極を次のように与えて、

$$p_c = (-5+j2, -5-j2, -6) \quad (15)$$

それを実現する状態フィードバックゲインを求めると、

$$f = (3.5, 15.5, 30.5). \quad (16)$$

この状態フィードバック制御を用いたときの初期値応答は Fig. 3 のようになる。

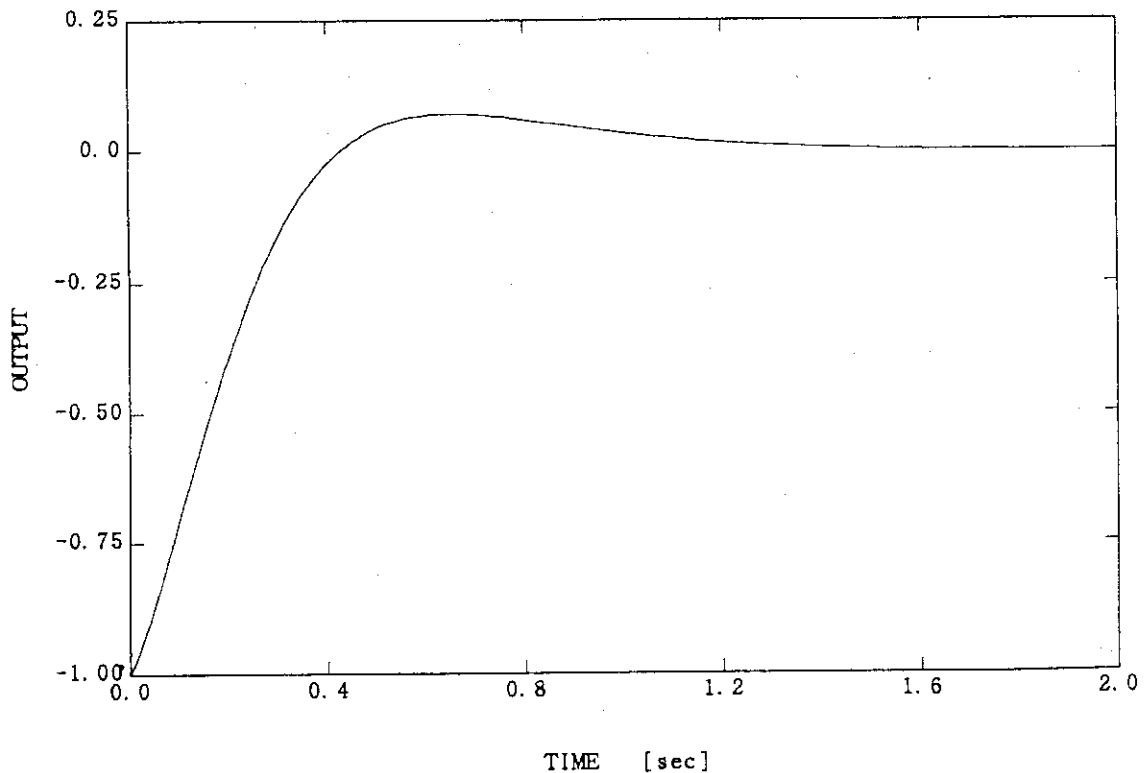


Fig. 3 Output response by a state feedback control assigning specified poles (Continuous control)

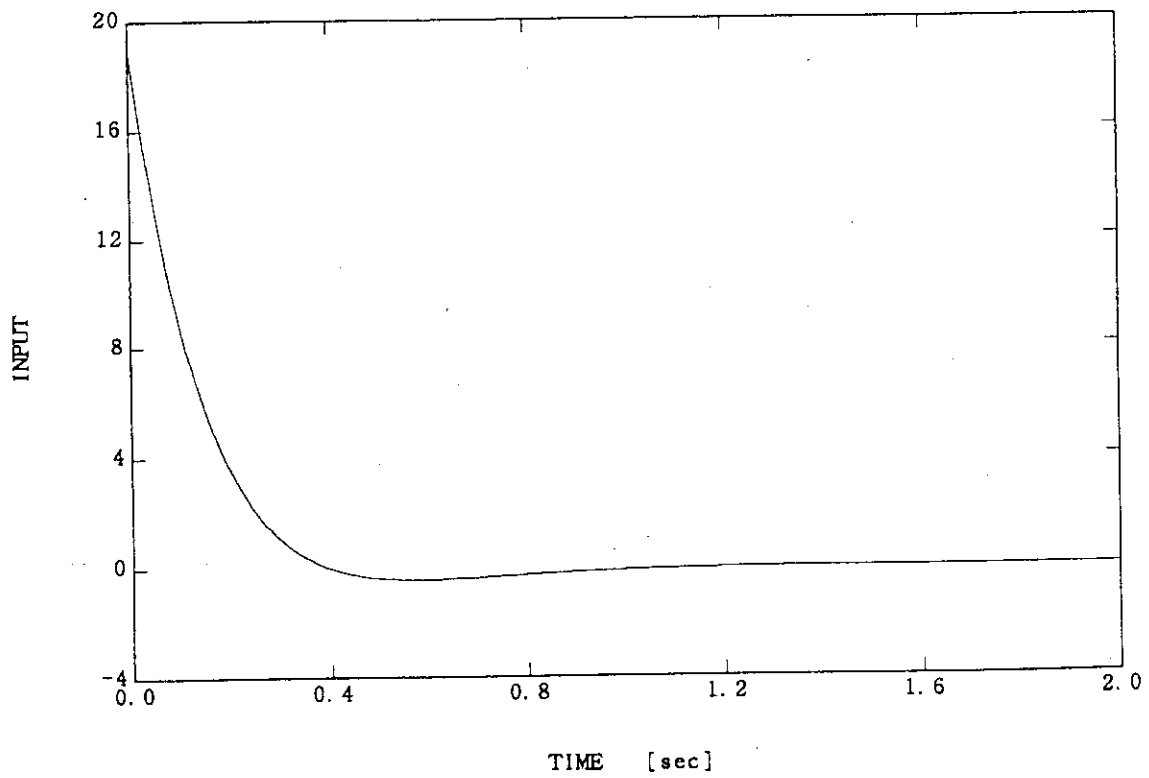


Fig.4 State feedback control assigning specified poles  
(Continuous control)

### 3.2 極配置によるデジタル制御

極配置によるデジタル制御を実現する。

その設計法は、まず極の指定を連続系で与え、それぞれの極に対応する離散系の極を求め、デジタルの状態フィードバックにより極配置を行う。連続系の固有値(極)  $p_c$  に対する離散系の固有値  $p_d$  は次式で与えられる。

$$p_d = \exp(p_c \cdot \Delta t) \quad (17)$$

上記連続系の極に対して各サンプリング時間の離散系の極およびその極配置の状態フィードバックゲインは次のように求まる。

$$\textcircled{1} \Delta t = 0.01 \text{ (sec)}$$

$$p_d = (0.95 \pm j0.02, 0.94) \quad (18)$$

$$f_d = (3.39, 14.93, 39.23)$$

$$\textcircled{2} \Delta t = 0.02 \text{ (sec)}$$

$$p_d = (0.90 \pm j0.04, 0.89) \quad (19)$$

$$f_d = (3.28, 14.38, 28.03)$$

$$\textcircled{3} \Delta t = 0.04 \text{ (sec)}$$

$$p_d = (0.82 \pm j0.07, 0.79) \quad (20)$$

$$f_d = (3.08, 13.35, 25.77)$$

$$\textcircled{4} \Delta t = 0.08 \text{ (sec)}$$

$$p_d = (0.66 \pm j0.11, 0.62) \quad (21)$$

$$f_d = (2.72, 11.54, 21.84)$$

これらの応答比較を示す。出力の応答は連続系の応答曲線とほとんど一致しているので応答図を省略し、操作変数の変化を①③④の場合について示す。Fig. 5の中で、①の応答は連続系の操作変数をデジタルで近似したと同様の様子を示す。③と④の応答は制御系の特性が比較的ゆっくりしているのでそれぞれのサンプリング時間で応答特性を犠牲にせず制御された状態を示す。注目すべき点は、比較的ゆっくりしたデジタル制御で同じ制御の質を保つことができ、操作変数の最大値はサンプリング時間を大きくした方が小さく抑えられることである。

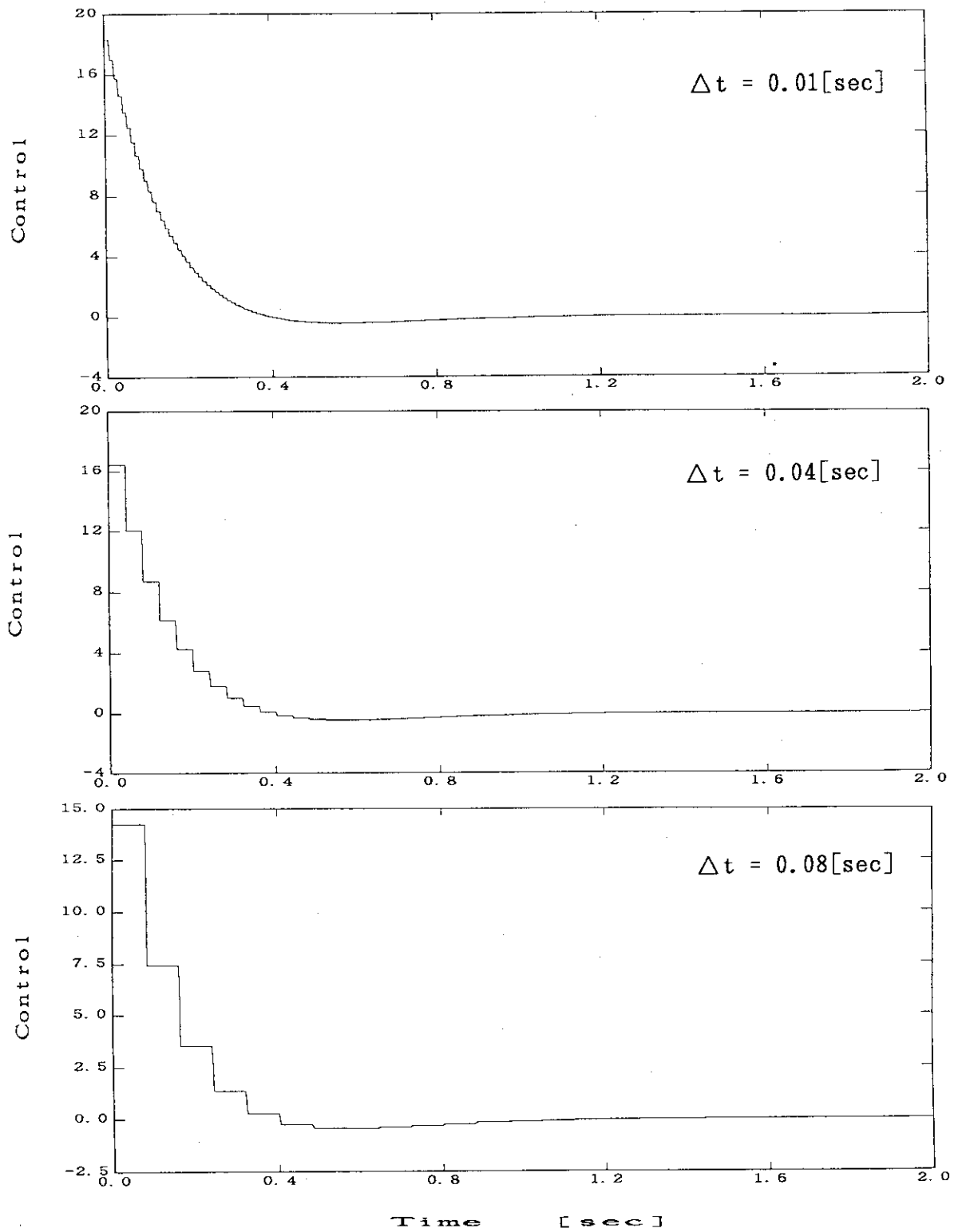


Fig. 5 Digital controls with different sampling times  
(Pole assignment control design)

### 3.3 極配置によるパルス制御

パルス制御でこの極配置を考える。条件として、サンプリング時間を 0.08秒に固定し、従って離散系の固有値は  $(0.66 \pm j0.11, 0.62)$  の下にパルスのデュティ比を変化してデジタル制御と同様の極配置を行う。次の3つのデュティ比のパルス制御に対して、状態フィードバックゲインが求まる。

$$\textcircled{1} \text{ Duty ratio} = 1/2$$

$$f_p = (5.40, 23.37, 45.01) \quad (22)$$

$$\textcircled{2} \text{ Duty ratio} = 1/4$$

$$f_p = (10.76, 47.02, 91.38) \quad (23)$$

$$\textcircled{3} \text{ Duty ratio} = 1/8$$

$$f_p = (21.48, 94.31, 184.12) \quad (24)$$

フィードバックゲインがデュティ比に反比例する特性は利用するパルス幅が小さくして同じ特性を実現することから理解できる。

デジタル制御の場合と同様、出力の応答は連続系（デジタル制御でも同様）にほとんど一致するので、操作変数の変化をFig. 6に示す。



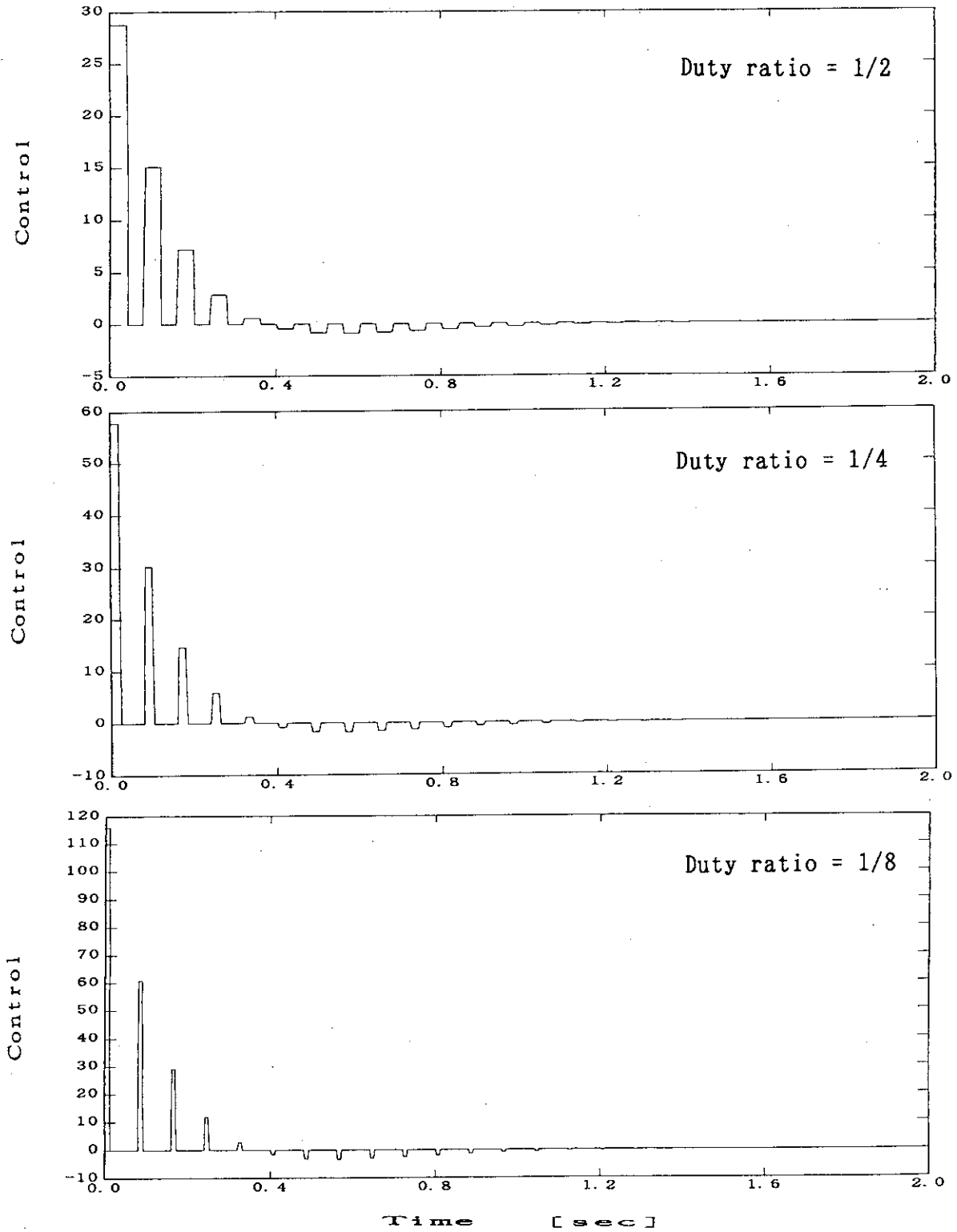


Fig. 6 Pulse controls with different duty ratios in 0.08 s sampling period (Pole assignment control design)

## 4. 線形 2 次評価 (L Q) 最適制御への応用

### 4.1 連続系における L Q 最適制御

線形の重みを以下のようにとって、

$$Q = \begin{pmatrix} 50, & 0, & 0 \\ 0, & 500, & 0 \\ 0, & 0, & 1000 \end{pmatrix} \quad r = 1. \quad (25)$$

連続系に対する最適フィードバックゲインを求めると、

$$f = (6.02, 10.29, 7.00). \quad (26)$$

このときの閉ループ系の固有値は

$$\text{Eigen values}(A-bf) = (-14.51, -4.53, -2.00). \quad (27)$$

この制御による出力の応答図は Fig. 7 のようになる。

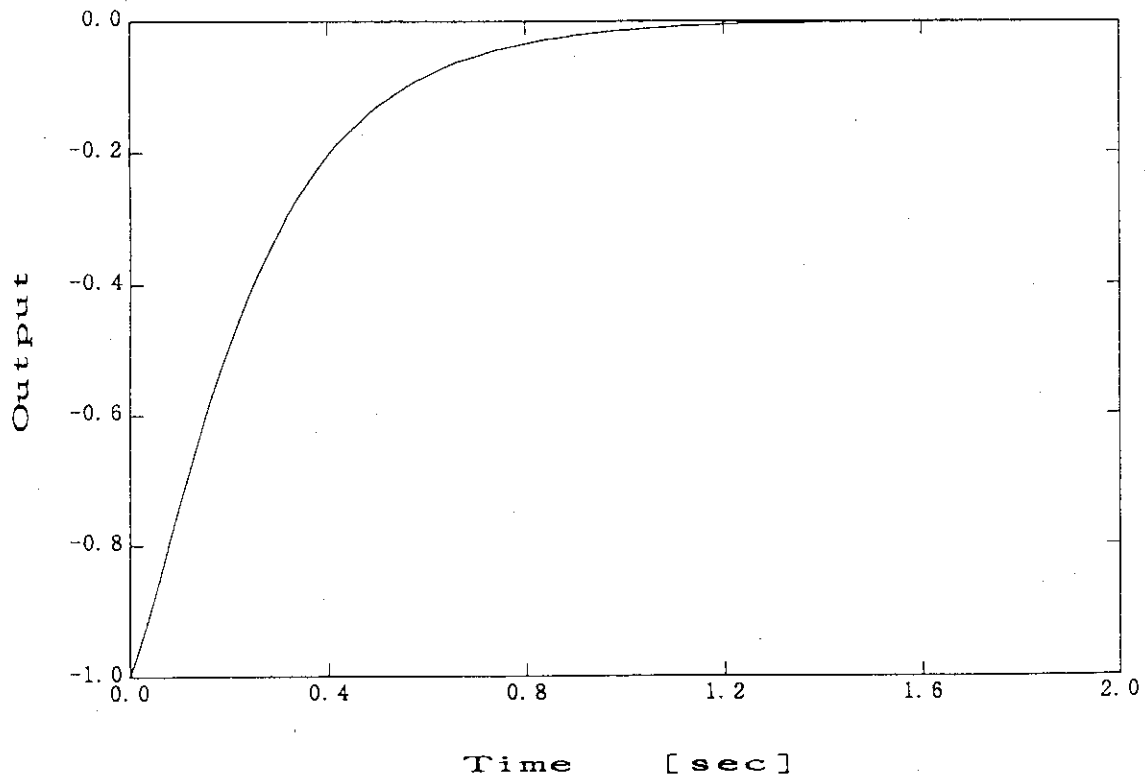


Fig. 7 Output response by a linear quadratic optimal control  
(Continuous control)

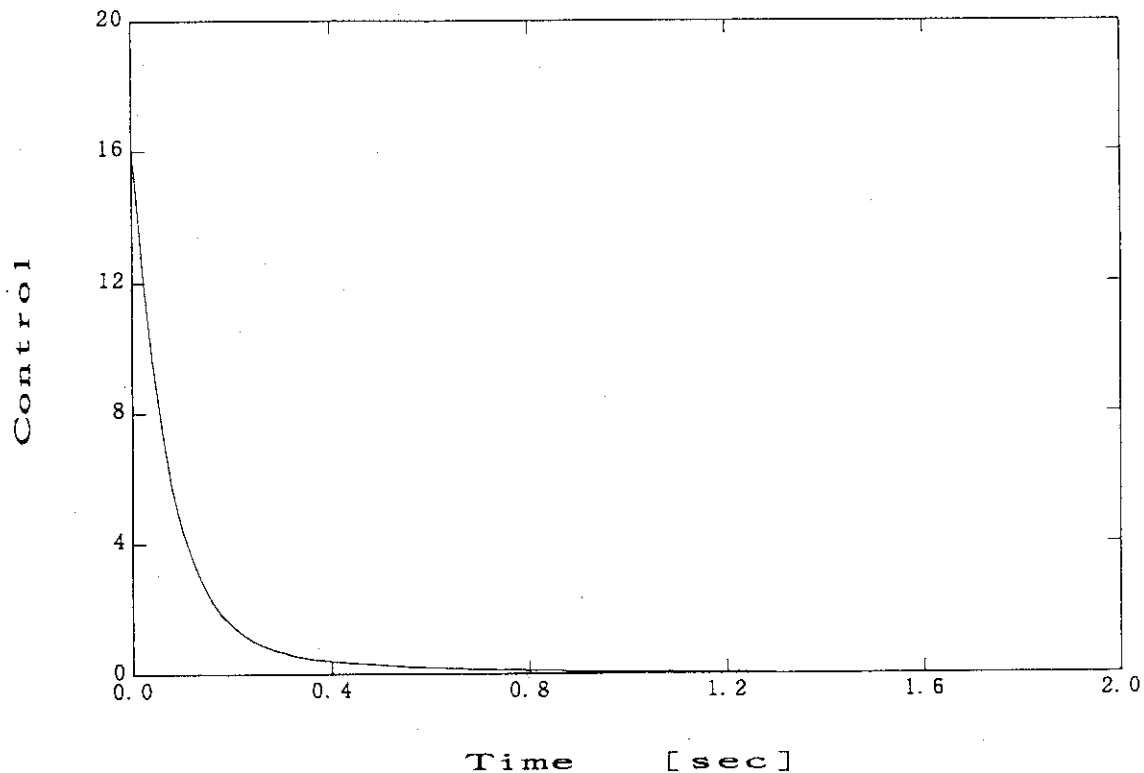


Fig.8 Control variable in a linear quadratic optimal control

#### 4.2 デジタルのLQ最適制御

連続系に対するLQ最適制御をデジタル的に実現する。これは離散時間系に対するLQ最適制御であり、ここでは種々のサンプリング時間（デジタル制御の時間幅）における制御性能を検討する。

各サンプリング時間に対するLQ最適制御のフィードバックゲインは次のように計算される。

①  $\Delta t = 0.01$  (sec)

$$f_d = ( 5.60, 9.64, 6.58 ) \quad (28)$$

②  $\Delta t = 0.02$  (sec)

$$f_d = ( 5.21, 9.02, 6.18 ) \quad (29)$$

③  $\Delta t = 0.04$  (sec)

$$f_d = ( 4.50, 7.92, 5.46 ) \quad (30)$$

④  $\Delta t = 0.08$  (sec)

$$f_d = ( 3.40, 6.21, 4.33 ) \quad (31)$$

以上のデジタル制御に対する応答において、出力の応答は連続系の場合にほとんど一致するので省略し、操作変数の応答を①③④についてFig.9に示す。この出力の応答の一致は最適制御の解が上記のサンプリング時間のデジタル制御で十分に制御できる程のゆっくりした特性を示すからである。一般的には、サンプリング時間が大きくなるに従って初期値外乱の応答性能が悪くなり、従ってサンプリング時間を十分小さくしたときに連続制御と同等の制御性能を示すことになる。本報告ではこの点を議論しない。

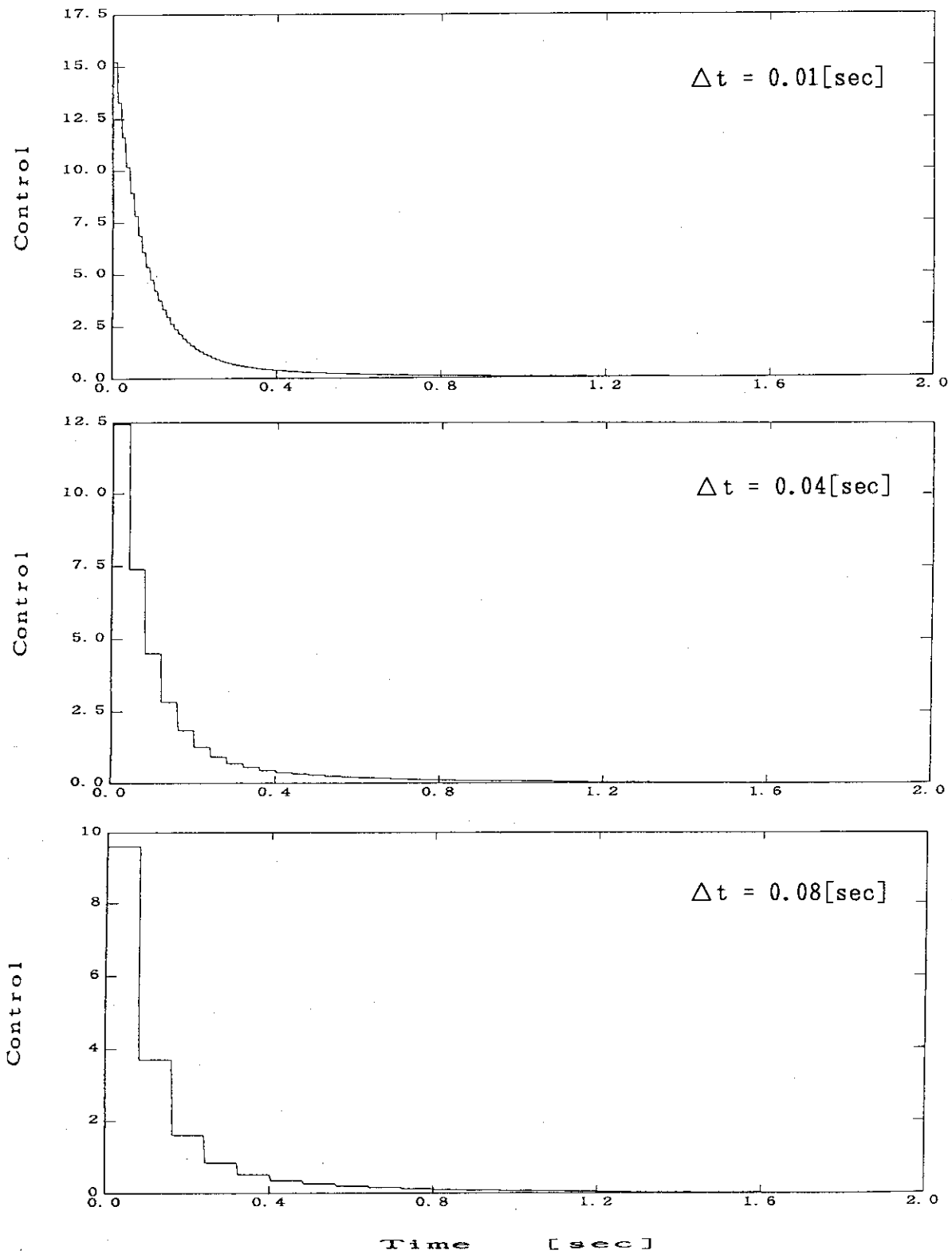


Fig. 9 Digital controls with different sampling periods  
(Linear quadratic optimal control)

### 4.3 パルスのLQ最適制御

パルス制御によりLQ最適制御を実現する。サンプリング時間を0.08秒に固定し、パルス制御のデューティ比を変化した場合の状態フィードバックゲインを求めると次のようになる。

① Duty ratio = 1/2

$$f_p = ( 5.24, 10.55, 7.34 ) \quad (32)$$

② Duty ratio = 1/4

$$f_p = ( 7.51, 15.87, 11.24 ) \quad (33)$$

③ Duty ratio = 1/8

$$f_p = ( 10.13, 22.06, 16.00 ) \quad (34)$$

出力の応答特性をFig. 10に示す。①のデューティ比が1/2の場合はほとんど連続系（デジタル制御と同様）の応答を示すが、デューティ比が1/4、1/8になると幾分遅れた特性を示すがその差は大きいものではない。この違いはLQ最適制御の評価指数が出力それ自身にしていないことにも関係しているが、ここでは少しの制御性能の違いがデューティ比を高めた場合に生じるという特性として理解する。

また、操作変数の特性をFig. 11に示す。この図から、デューティ比が大きくなるとパルスの幅が小さくなり、操作変数の最大値が増加するがそれぞれ2倍ずつにはなっていない。

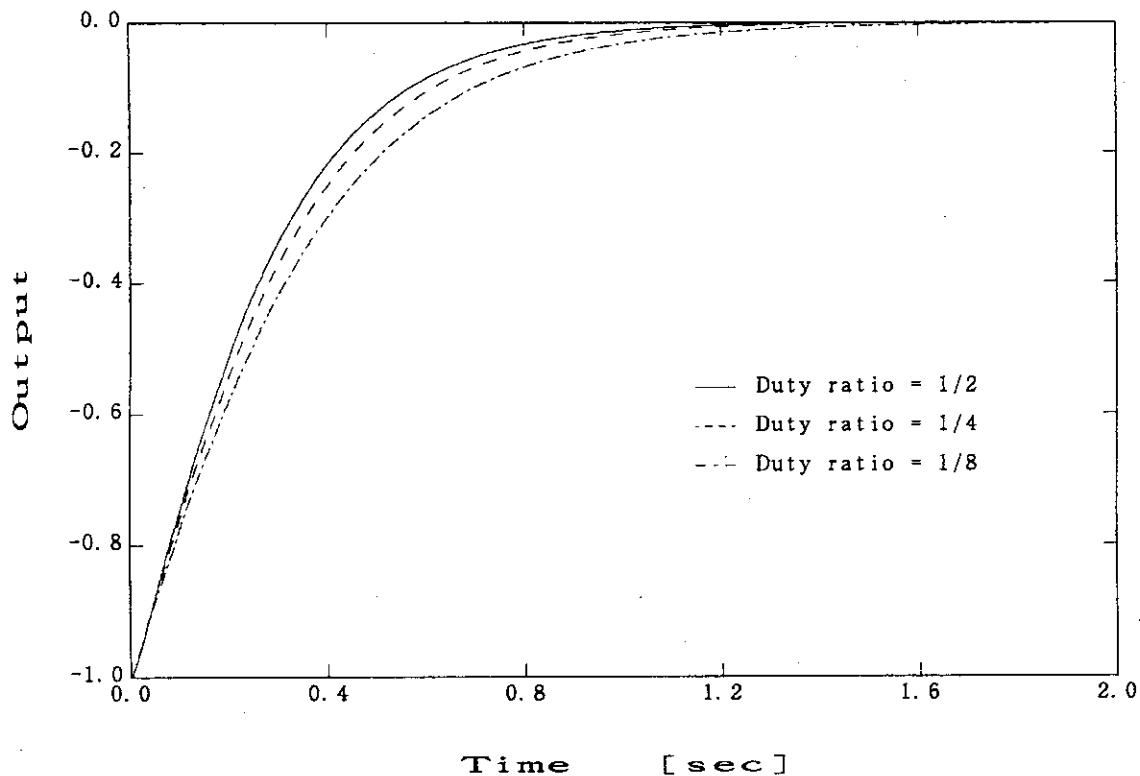


Fig. 10 Output responses by pulse controls with different duty ratios  
(Linear quadratic optimal control)

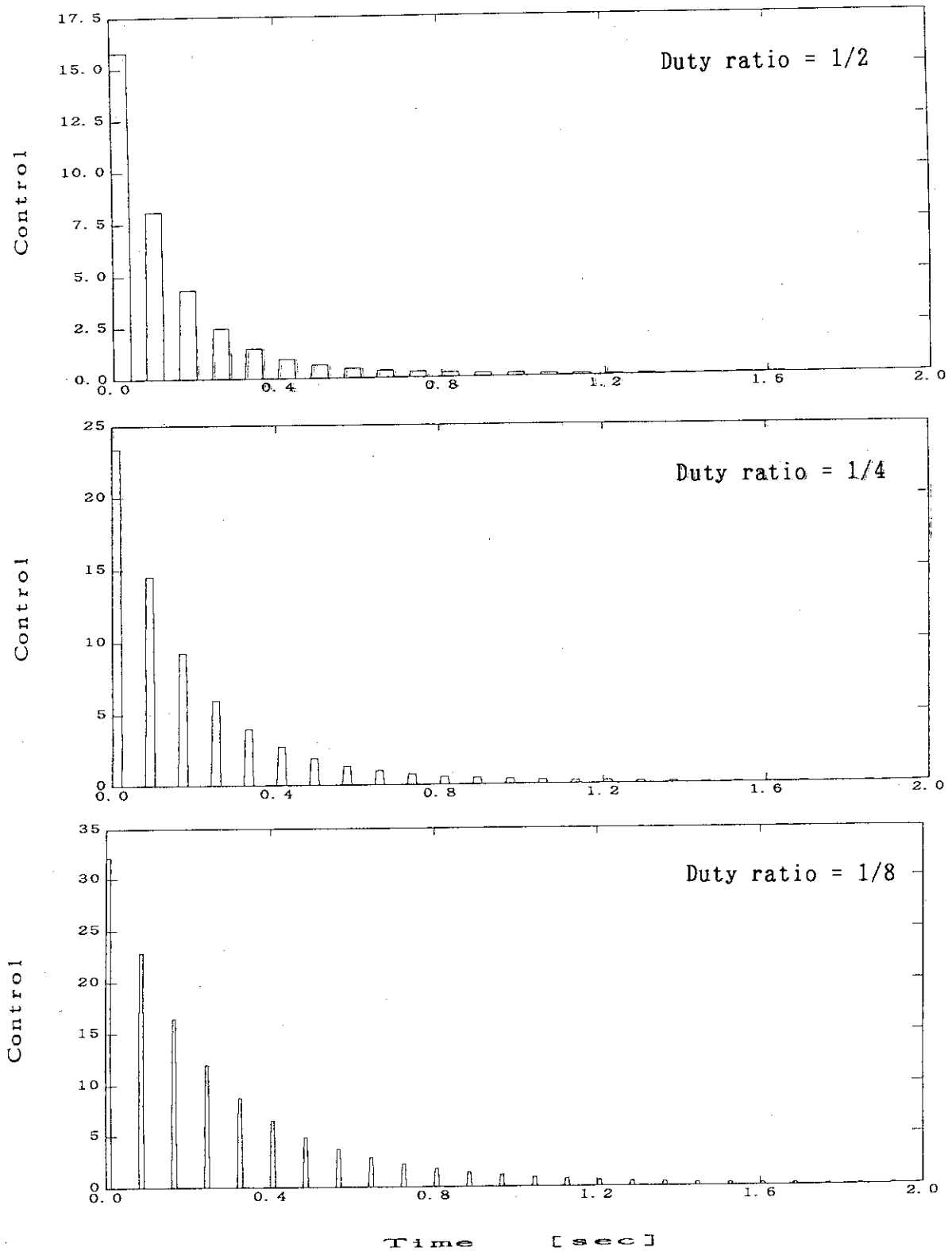


Fig.11 Pulse controls with different duty ratios in 0.08 s sampling period (Linear quadratic optimal control)

## 5. 有限時間整定を実現するパルス制御

### 5.1 有限整定のデジタル制御

連続制御では普通のフィードバックで実現困難な有限時間整定制御をデジタル制御およびパルス制御で実現する。

有限時間整定問題は有限時間ですべての状態をゼロに整定する問題である。デジタルにおいては、状態フィードバック制御を用いて制御対象の次元の時間ステップですべての状態をゼロに整定できることが分かっている。その解は離散時間系の極をゼロにする状態フィードバックゲインを定めることにより求まる。各サンプリング時間に対して次のような解が求まる。

$$\textcircled{1} \quad \Delta t = 0.04 \text{ (sec)} \\ f_d = ( 21.8, 614.6, 7985.1 ) \quad (35)$$

$$\textcircled{2} \quad \Delta t = 0.08 \text{ (sec)} \\ f_d = ( 10.4, 151.5, 1023.7 ) \quad (36)$$

$$\textcircled{3} \quad \Delta t = 0.20 \text{ (sec)} \\ f_d = ( 3.60, 23.62, 71.83 ) \quad (37)$$

それぞれ3サンプリング時間でゼロ状態に整定するので、サンプリング時間が大きければフィードバックゲインが小さくて済むが、整定までに時間がかかる。

そのときの出力と操作変数の応答図をFig. 12に示す。

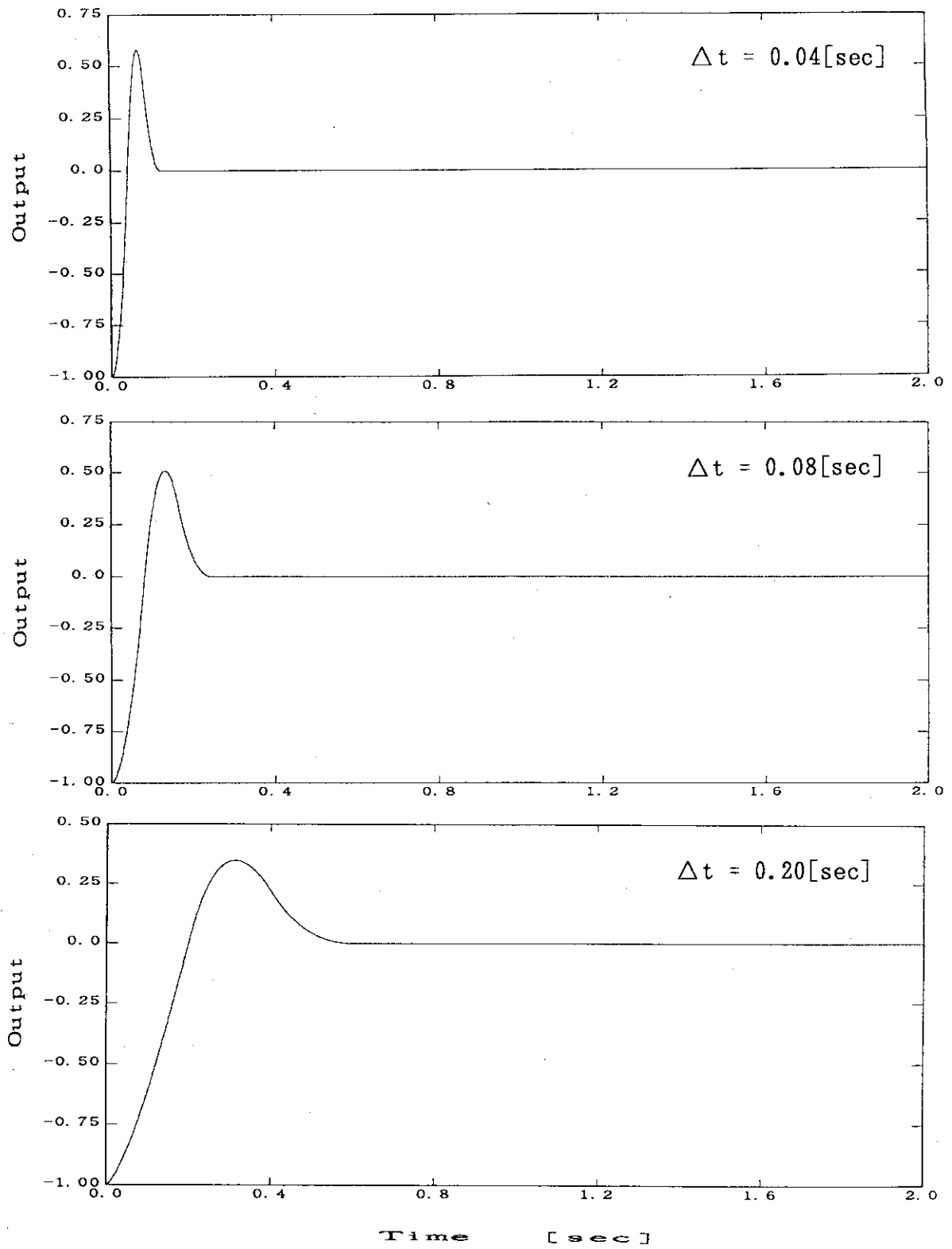


Fig.12 Output responses by digital dead-beat controls



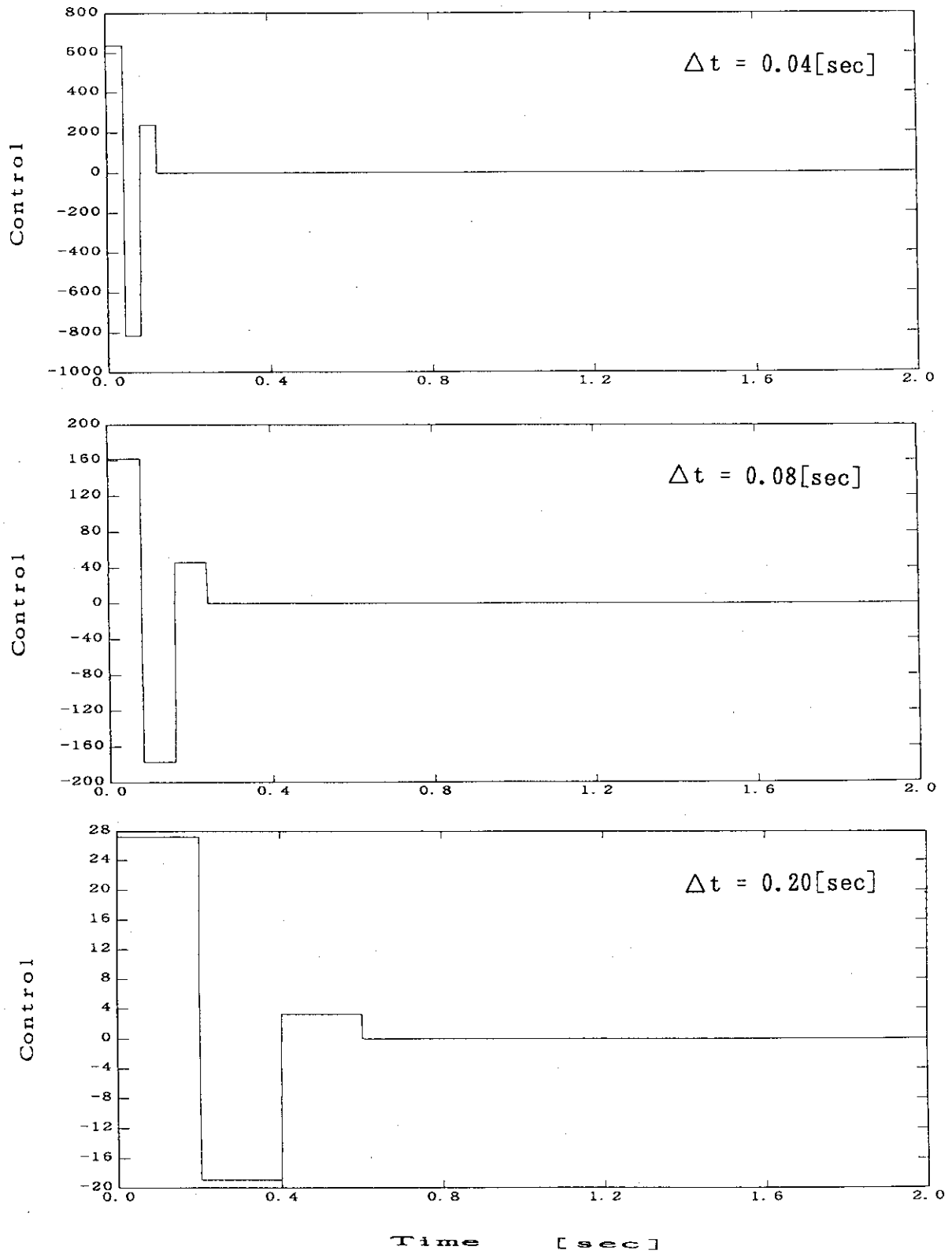


Fig.13 Digital dead-beat controls

## 5.2 有限整定のパルス制御

有限時間整定問題をパルス制御によって解く。ここではサンプリング時間を 0.2秒とし、デュティ比を変化したときの状態フィードバックゲインを求める。

$$\textcircled{1} \text{ Duty ratio} = 1/2$$

$$f_p = ( 6.14, 45.69, 157.02 ) \quad (38)$$

$$\textcircled{2} \text{ Duty ratio} = 1/4$$

$$f_p = ( 11.15, 89.34, 328.2 ) \quad (39)$$

このときの出力と操作変数の応答図をFig. 14, 15に示す。

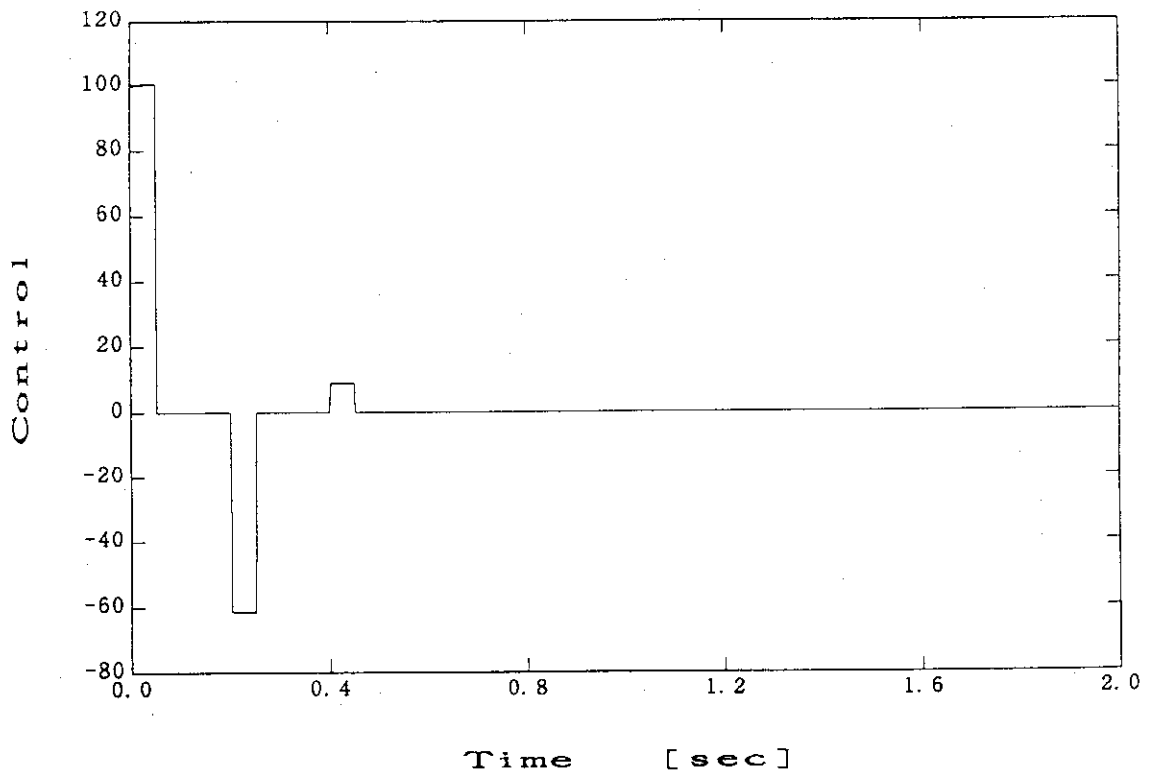
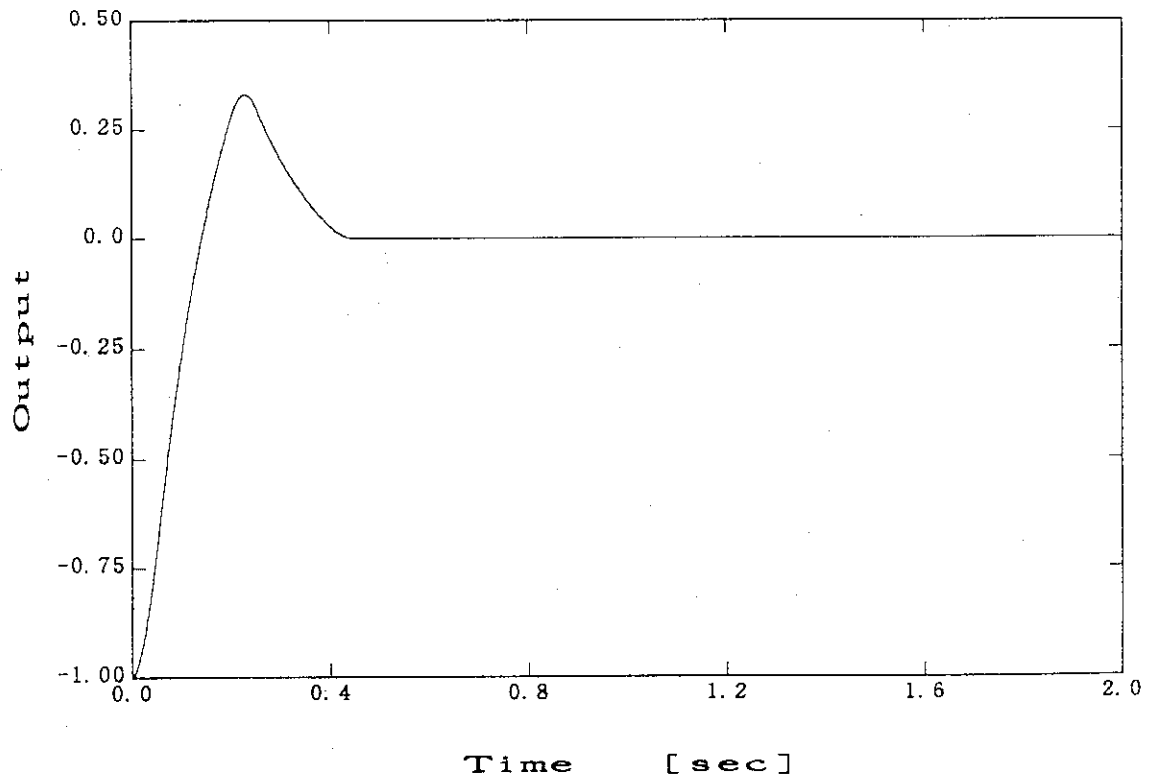


Fig.14 Pulse dead-beat control with duty ratio 1/2 in 0.2 s sampling period

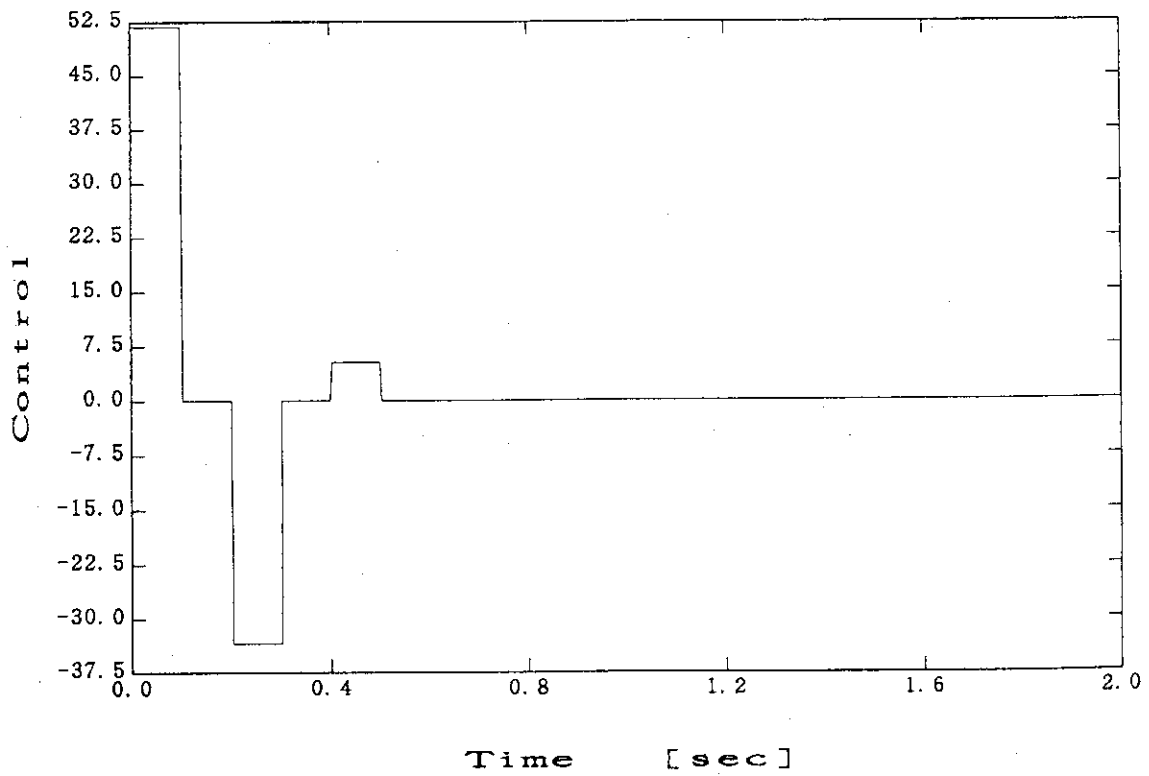
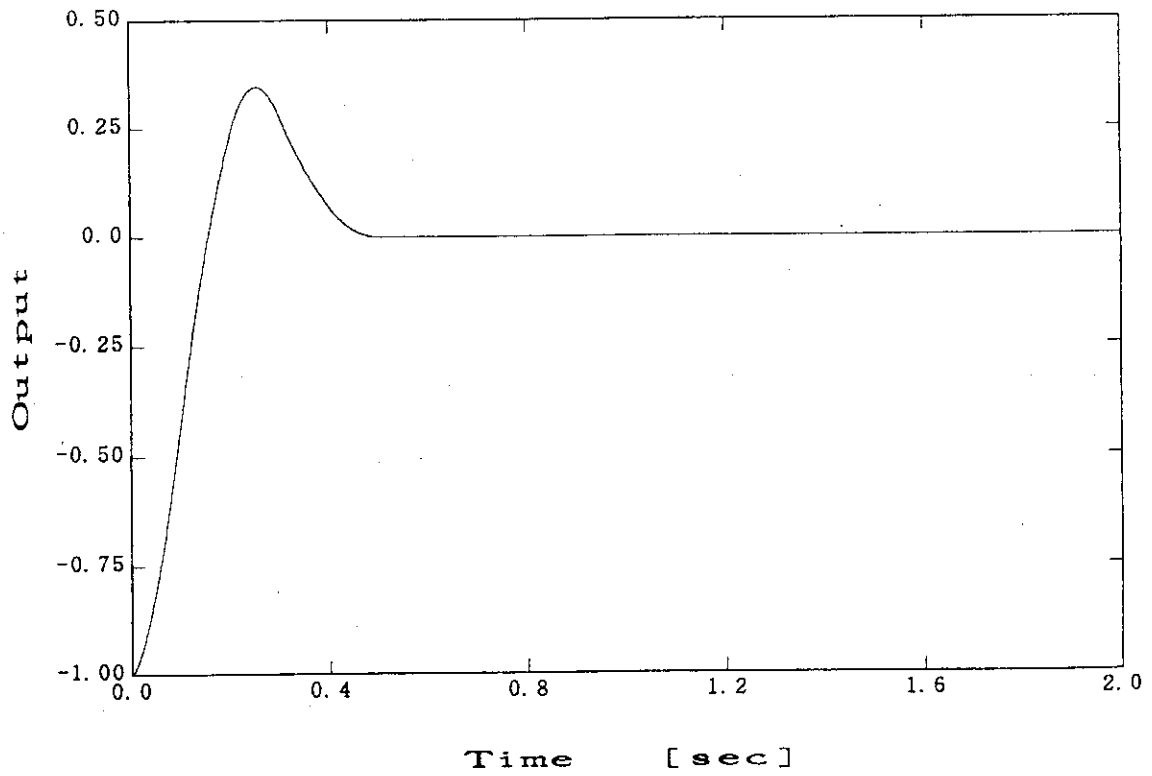


Fig.15 Pulse dead-beat control with duty ratio 1/4 in 0.2 s sampling period

### 5.3 緩和フィルタつき有限整定のデジタル制御

有限時間整定制御の1つの問題はフィードバックゲインが過度に大きくなることで、特にサンプリング時間を小さくしたときに著しい。この解決法は低次の緩和フィルタ<sup>8)</sup>を導入して、フィードバックゲインを小さくすることである。緩和フィルタを導入した有限時間整定制御の設計法を示す。

制御対象の離散時間モデルを次のように与える。

$$X_{k+1} = F X_k + g U_k \quad (40)$$

この状態方程式に、緩和フィルタ（ここでは1次で）を加える。

$$X_{rk+1} = (1-h) v_k \quad (41)$$

操作変数 $u_k$ を緩和フィルタからの出力ともとの操作量の重み付き和として生成する。そこで、次の拡大系を定式化し、その下で有限時間整定問題を解く。

$$\begin{pmatrix} X_{k+1} \\ X_{rk+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F & g \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_k \\ X_{rk} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} hg \\ 1-h \end{pmatrix} v_k \quad (42)$$

ここで、デジタル制御用とパルス制御用の離散時間モデルは同一のモデル表現であってもホールド回路の特性及び一部のパラメータが違っている。すなわち、通常のデジタル制御においてはゼロ次のホールドを、またパルス制御においては前述のタイプのパルスホールドを制御対象と緩和フィルタに付いているとみる。当然、制御対象のモデルでは制御マトリックス $g$ はパルス制御用とデジタル制御用では異なる。緩和フィルタについては方程式は同じでも時間特性は異なる。

サンプリング時間 0.2秒の有限時間整定問題を上記の1次緩和フィルタを用いて解く。1次の緩和フィルタにはパラメータ  $h$ を含んでいるので  $h$ の大きさによる制御特性を調べる。

デジタル制御における解は次のようになる。

$$\textcircled{1} \quad h = 0.7 \\ fd = ( 4.23, 24.33, 64.12, 1.31 ) \quad (43)$$

$$\textcircled{2} \quad h = 0.5 \\ fd = ( 4.52, 24.26, 60.03, 1.48 ) \quad (44)$$

$$\textcircled{3} \quad h = 0.3 \\ fd = ( 4.72, 23.98, 56.52, 1.61 ) \quad (45)$$

このときの出力と操作変数の応答図はそれぞれFig. 16およびFig. 17のようになる。

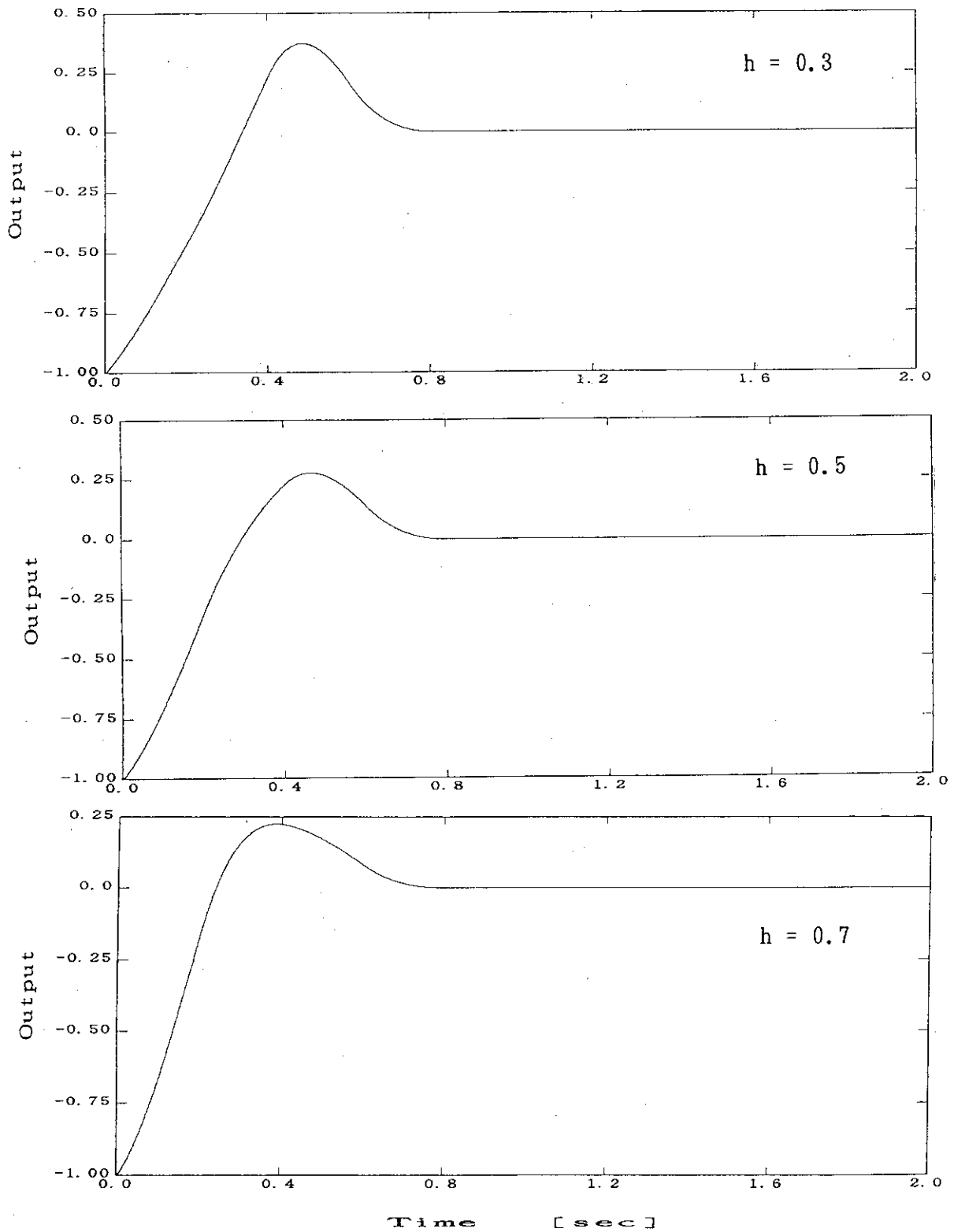


Fig.16 Output responses by digital dead-beat controls with a softening filter (  $\Delta t = 0.2[\text{sec}]$  )

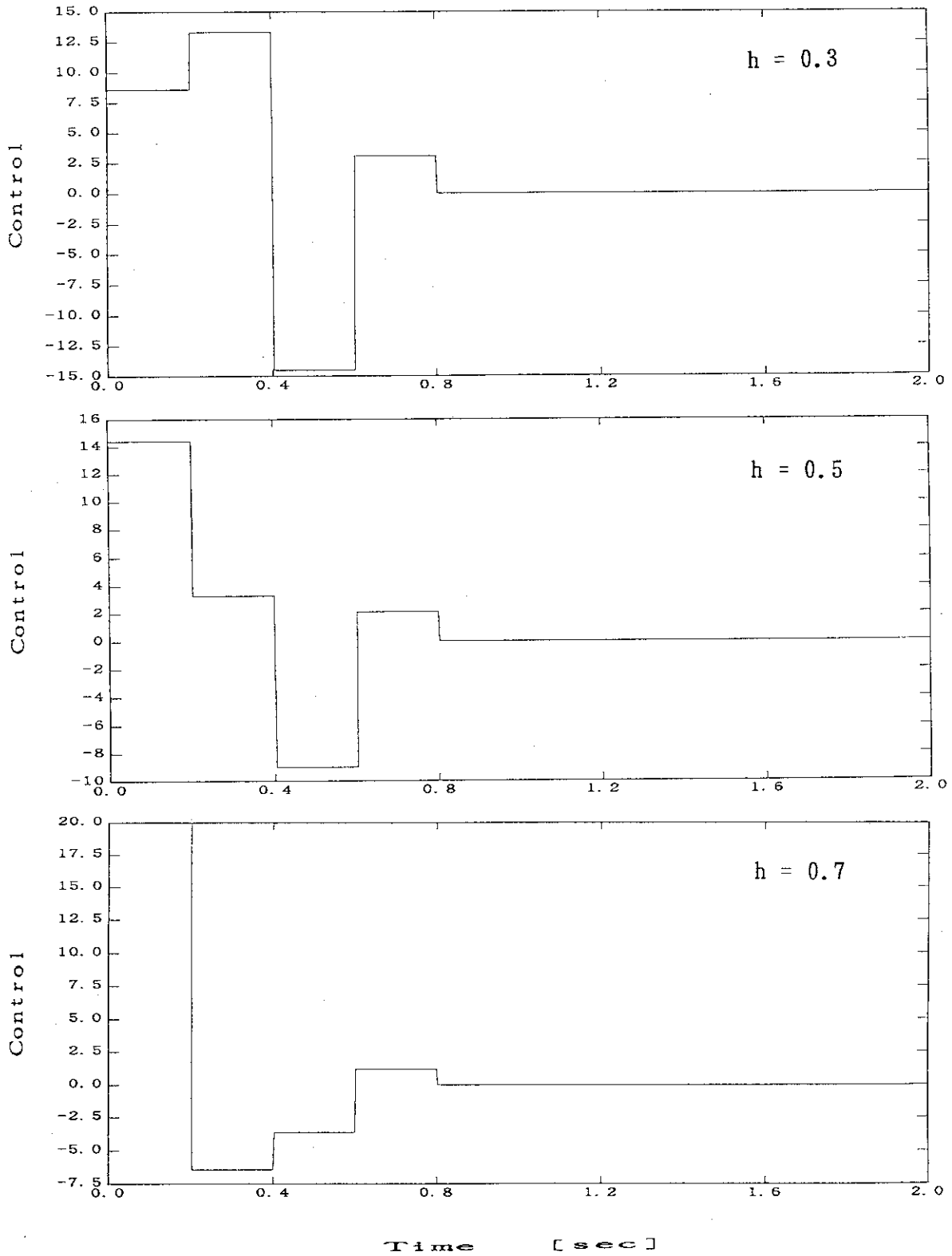


Fig.17 Digital dead-beat controls with a softening filter  
 (  $\Delta t = 0.2[\text{sec}]$  )

## 5.4 緩和フィルタつき有限整定のパルス制御

パルス制御においては、サンプリング時間  $\Delta t=0.2(\text{sec})$ 、パルスの Duty ratio =0.5 として、緩和フィルタつき有限整定問題を解く。1次の緩和フィルタのパラメータ  $h$  の種々の値に対する状態フィードバックゲインは次のように求まる。

$$\textcircled{1} \quad h = 0.7 \\ f_p = ( 7.56, 48.18, 139.76, 1.31 ) \quad (46)$$

$$\textcircled{2} \quad h = 0.5 \\ f_p = ( 8.27, 48.47, 130.65, 1.48 ) \quad (47)$$

$$\textcircled{3} \quad h = 0.3 \\ f_p = ( 8.79, 48.21, 122.87, 1.61 ) \quad (48)$$

このときの出力と操作変数の応答図はそれぞれ Fig. 18 および Fig. 19 のようになる。



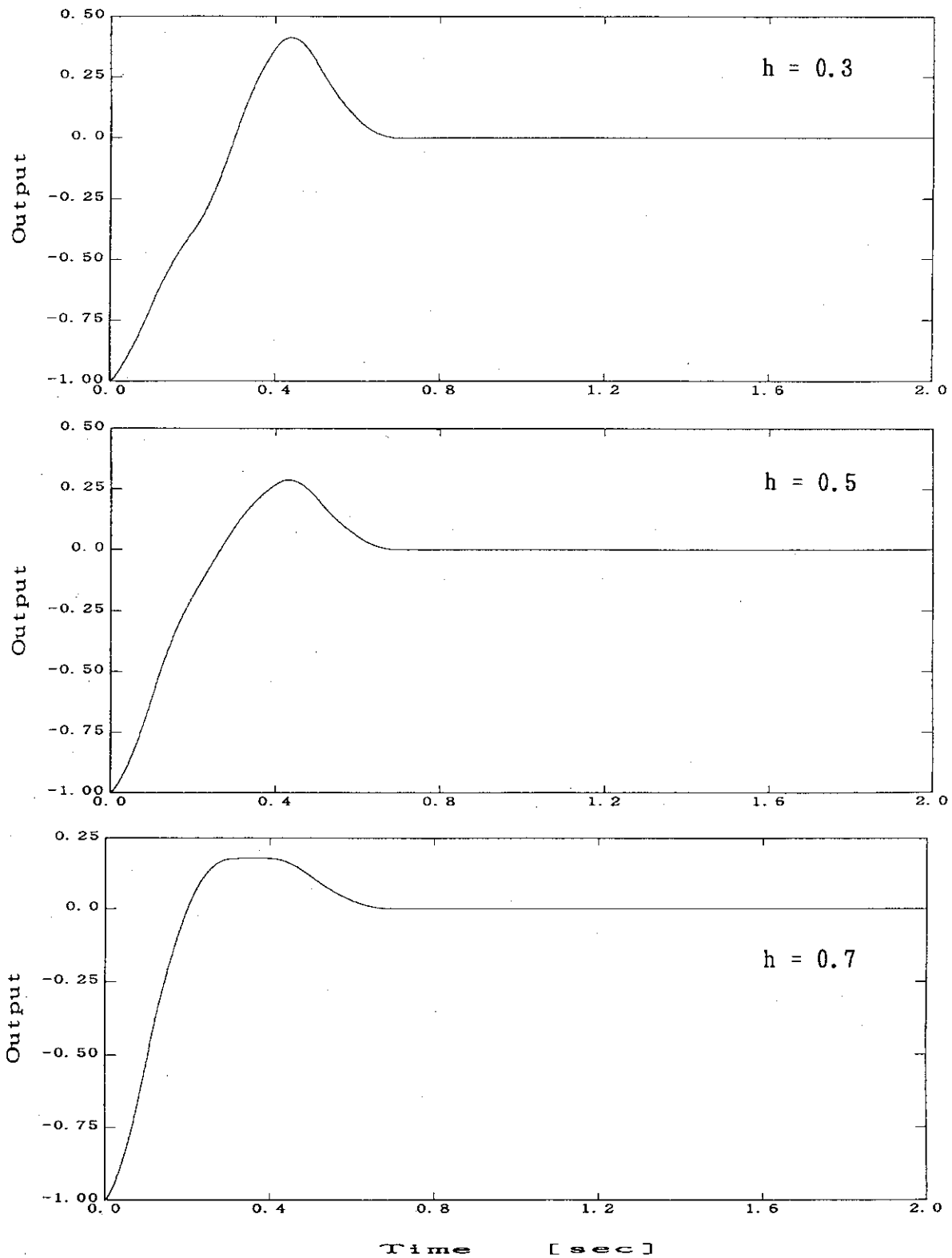


Fig.18 Output responses by pulse dead-beat controls  
with a softening filter  
(  $\Delta t = 0.2[\text{sec}]$  , Duty ratio =  $1/2$  )

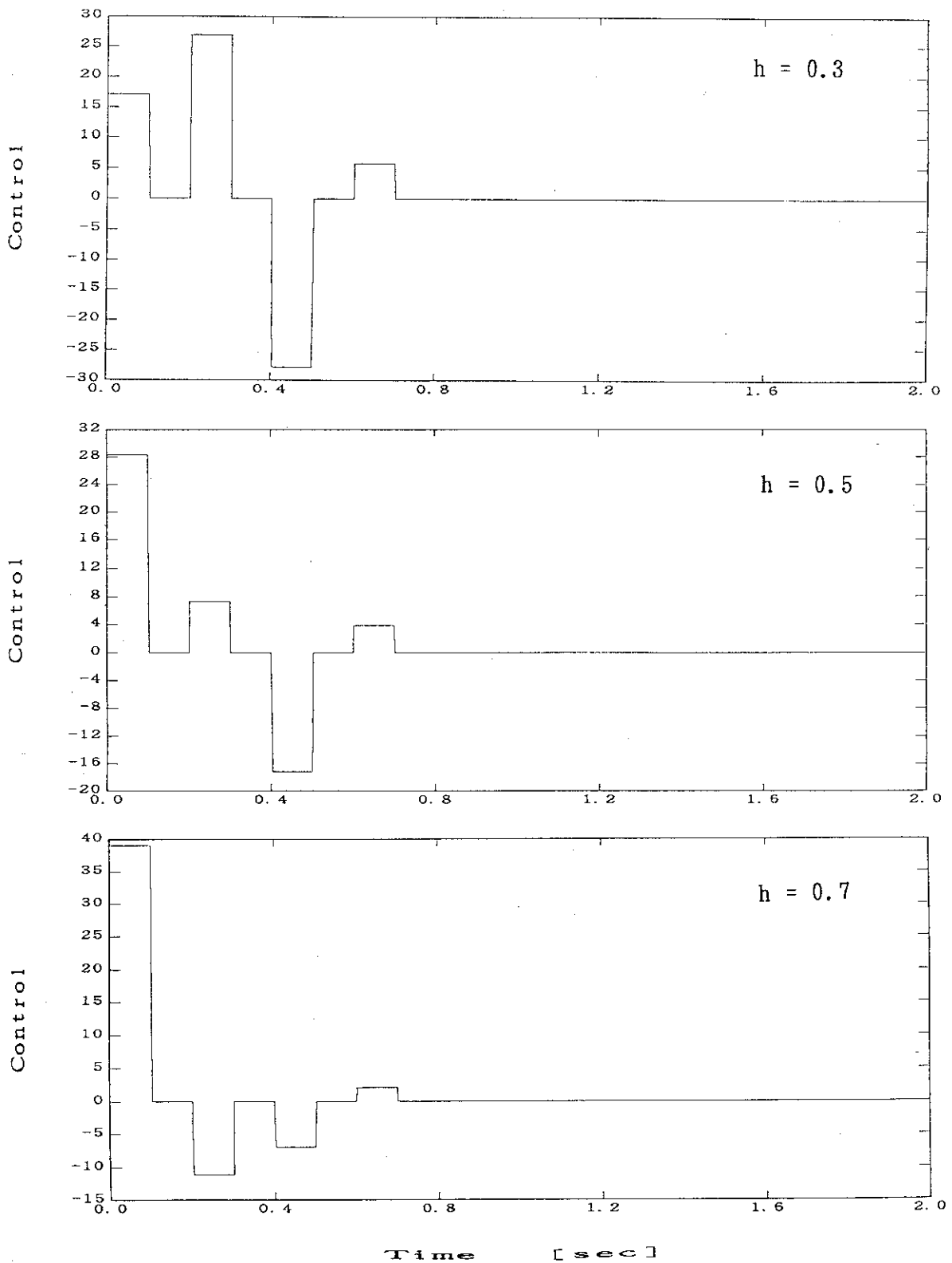


Fig.19 Pulse dead-beat controls with a softening filter  
 (  $\Delta t = 0.2[\text{sec}]$  , Duty ratio =  $1/2$  )

## 6. 結論

パルス制御を1つのデジタル制御技術として提案し、その制御に用いる制御モデルの作成法と基本的特性を簡単な制御モデルについて検討した。ここで検討した制御方法は状態フィードバックによる極配置手法、線形2次評価基準の最適制御、有限時間整定の制御法の3つである。これらの制御法に対して、連続制御、通常のデジタル制御、パルス制御の3つを設計し、制御変数と操作変数について制御特性の比較を行った。いずれの制御法をもちいた場合にもパルス制御は連続制御及び通常のデジタル制御と同等の制御性能を持つことが示された。

パルス制御はデジタル制御と同様な1つの制御技術である点を強調した。すなわち、パルス制御は何も特殊な制御方法に結びついた概念ではなく、制御を実際の系で実現する1つの形態、技術といえる。そこで、通常の連続系で実現している制御系を例えばデューティ比1/2のパルス制御（すなわち、サンプリング時間の半分で制御していくもの）で実現する等も当然考えられる。

現在ではマイクロプロセッサを用いた制御技術が急速に進歩し、信頼性の高い、安価な制御装置が利用可能となってきたので、デジタル制御技術により適応制御、予測制御といったアドバンスド制御が実現されるようになってきた。現実の制御にあたっては各種のロバスト性、すなわちプラントの動的モデル、雑音、制御方式・方法に対するロバスト性が重要になっている。このような状況にあって、パルス制御は1つの制御技術として、サンプリング時間で使用されていない時間帯を有効に利用することやパルス制御のパルス幅を調整することが考えられ、ロバスト性を考慮した現実の制御に役立つことが期待できる。パルス制御の応用研究は今後の問題として残されている。

## 謝辞

本報告書のパルス制御の概念について、有益なコメントを頂きました原子炉制御研究室の篠原慶邦室長に感謝致します。

## 6. 結論

パルス制御を1つのデジタル制御技術として提案し、その制御に用いる制御モデルの作成法と基本的特性を簡単な制御モデルについて検討した。ここで検討した制御方法は状態フィードバックによる極配置手法、線形2次評価基準の最適制御、有限時間整定の制御法の3つである。これらの制御法に対して、連続制御、通常のデジタル制御、パルス制御の3つを設計し、制御変数と操作変数について制御特性の比較を行った。いずれの制御法をもちいた場合にもパルス制御は連続制御及び通常のデジタル制御と同等の制御性能を持つことが示された。

パルス制御はデジタル制御と同様な1つの制御技術である点を強調した。すなわち、パルス制御は何も特殊な制御方法に結びついた概念ではなく、制御を実際の系で実現する1つの形態、技術といえる。そこで、通常の連続系で実現している制御系を例えばデューティ比1/2のパルス制御（すなわち、サンプリング時間の半分で制御していくもの）で実現する等も当然考えられる。

現在ではマイクロプロセッサを用いた制御技術が急速に進歩し、信頼性の高い、安価な制御装置が利用可能となってきたので、デジタル制御技術により適応制御、予測制御といったアドバンスド制御が実現されるようになってきた。現実の制御にあたっては各種のロバスト性、すなわちプラントの動的モデル、雑音、制御方式・方法に対するロバスト性が重要になっている。このような状況にあって、パルス制御は1つの制御技術として、サンプリング時間で使用されていない時間帯を有効に利用することやパルス制御のパルス幅を調整することが考えられ、ロバスト性を考慮した現実の制御に役立つことが期待できる。パルス制御の応用研究は今後の問題として残されている。

## 謝辞

本報告書のパルス制御の概念について、有益なコメントを頂きました原子炉制御研究室の篠原慶邦室長に感謝致します。

## 参考文献

- 1) Tou J. : "Modern Control Theory", McGraw-Hill Book Co., p.107-110 (1964).
- 2) Soliman J. I. and Kervorkian A. K. : Stability of Cyclic Variable-Rate Sampled-Data Systems with Delay, Proc. of Symp. on Pulse-Rate and Pulse-Number Signals in Automatic Control (Budapest, 1968), IFAC, pp. 284-292 (1968).
- 3) 島崎潤也 : 大規模システムを対象とする動特性と制御のための計算プログラム、第4回システムシンポジウム、計測自動制御学会 (1978).
- 4) Shimazaki J. : A Note for Discrete-Time Control and Continuous Control, OECD Halden Reactor Project, Internal memo PC-Note 1725 (1976).
- 5) 北森俊行 : アドバンストコントロール実例 第3集、「計装」別刊 (1992).
- 6) 島崎潤也、篠原慶邦 : 制御系設計のためのCADシステム、JAERI-M 82-180 (1982)
- 7) 美多勉、海津宏 : 多入出力離散系から連続時間系への逆変換問題、電気学会論文誌 C、59-C34, pp.273-280 (1984).
- 8) 高橋安人 : システムと制御 (下)、岩波書店、pp.359-364 (1978).