

JAERI-M

9340

モンテカルロ法輸送計算コードによる
トーラス形状の取り扱い

1981年2月

山内 通則^{*}・飯田 浩正

日本原子力研究所
Japan Atomic Energy Research Institute

この報告書は、日本原子力研究所が JAERI-M レポートとして、不定期に刊行している研究報告書です。入手、複製などのお問合せは、日本原子力研究所技術情報部（茨城県那珂郡東海村）あて、お申しこしください。

JAERI-M reports, issued irregularly, describe the results of research works carried out in JAERI. Inquiries about the availability of reports and their reproduction should be addressed to Division of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken, Japan.

モンテカルロ法輸送計算コードによるトーラス形状の取り扱い

日本原子力研究所東海研究所核融合研究部

山内 通則^{*}・飯田 浩正

(1 9 8 1 年 1 月 2 7 日受理)

核融合炉の核設計においてトーラス形状を厳密に模擬することは、プラズマ近傍の核特性を評価する上で重要である。実験炉 J X F R 等のストリーミング計算で重要な役割を果たしたモンテカルロ法輸送計算コード M O R S E - G G は、従来物質の境界面を 2 次以下の空間方程式によってしか扱えなかった。従って M O R S E - G G コードを核融合炉の核設計に対して一層有効な計算コードとするために、一般的な 4 次方程式を解き、トーラス形状を厳密に扱うことが可能なようにプログラムを改良した。

*) 外来研究員：東京芝浦電気株式会社

JAERI-M 9340

Exact Modeling of the Torus Geometry with Monte Carlo
Transport Code

Michinori YAMAUCHI^{*} and Hiromasa IIDA

Division of Thermonuclear Fusion Research,
Tokai Research Establishment, JAERI

(Received January 27, 1981)

It is valuable to model torus geometry exactly for the neutronics design of fusion reactor in order to assess neutronics characteristics such as tritium breeding ratio, heat generation rate, etc, near the plasma. Monte Carlo code MORSE-GG which plays important role in the radiation streaming calculation of fusion reactors had been able to deal with the geometry composed of second order surfaces. The MORSE-GG program is modified to be able to deal with torus geometry which has fourth order surface by solving biquadratic equations, hoping that MORSE-GG code becomes more effective for the neutronics calculation of the Tokamak fusion reactor.

Keywords; Monte Carlo Method, Transport Calculation Code, Tokamak Fusion Reactor, Torus Geometry, Biquadratic Equation, Neutronics Calculation

^{*})On leave from Tokyo Shibaura Electric Corporation

目 次

1. 序 論	1
2. 計 算 式	1
2. 1 トーラスの方程式	1
2. 2 4次方程式の解法	3
2. 3 4次方程式を解くか否かの判別	7
2. 4 トーラス線源の発生	9
3. トーラス形状処理プログラム	11
3. 1 各サブルーチンの概要	11
3. 2 各サブルーチンの階級と計算の流れ	12
3. 3 COMMONの構成と変数の内容	12
4. 4次方程式解法ルーチンの計算時間	13
5. トーラス形状入力形式	14
謝 辞	16
参考文献	16
付 錄 プログラム・リスト	17

C o n t e n t s

1. Introduction.....	1
2. Method for Treating Torus Geometry.....	1
2.1 Formulation of Torus Surface Equation	1
2.2 Solution of Biquadratic Equation.....	3
2.3 Determination of Existance of Significant Solution for Biquadratic Equation	7
2.4 Generation of Uniformly Distributed Torus Geometry Source	9
3. Description of Subroutines Dealing with Torus Geometry.....	11
3.1 Outline of Subroutines	11
3.2 Calculational Flow of Dealing with Torus Geometry	12
3.3 List of Commons	12
4. CPU Time for solving Biquadratic Equation	13
5. Input Format for Torus Geometry Routine	14
Acknowledgement	16
References.....	16
Appendix : Program List	17

1. 序 論

モンテカルロコードMORSE-GG¹⁾は米国のオークリッヂ国立研究所で開発された3次元モンテカルロコードである。従来のMORSE-GGコードは媒質や領域の境界面を3次元空間における2次以下の方程式によって表わし、これによって複雑な炉の構造をほとんど模擬することができた。しかし今日最も有望とされているトカマク型の核融合炉においては、炉の本体が4次方程式によって表わされるトーラス形状となっており、従来のMORSE-GGコードでは厳密に扱うことができない。イタリアのNicksはFINTOR炉のNBIを含む1モジュール分を取り出して、斜めに切断した円柱によってトーラスを模擬し、MORSE-GGによるダイバータからのストリーミング計算を行なってダイバータ磁場コイルの損傷を評価した。²⁾ 遮蔽計算のように一般にプラズマから遠くまでの計算ほどトーラス効果の取り扱いは粗くて良いが、第1壁やブランケット等プラズマ周辺機器の核特性を詳細に検討するためには4次方程式によりトーラスを厳密に表わす必要がある。Macdonaldらは粒子のエネルギーを連続的に減速させるモンテカルロコードMCNにトーラスの取り扱いルーチンを組み込んでブランケットの計算を行ない、トーラス効果が小さくはないと述べている。³⁾

今回はMORSE-GGコードを核融合炉の核設計を対象とするさらに有効なモンテカルロコードとするために、一般的な4次方程式を解くプログラムを作成してトーラス形状の取り扱いを可能にした。⁴⁾ なおトーラス形状入力データのチェックコードとしてはすでにTOPICコード⁵⁾が作られている。

4次方程式の解き方はEulerの解法⁶⁾によった。方程式の解を求める際には解の存在する範囲を積極的に判定し、不用な解が生じる無駄な計算を極力省略するよう工夫した。以下第2章ではトーラス形状の取り扱いに必要な基礎式を説明し、第3章ではプログラムの内容について述べる。第4章でテスト計算例を示し、第5章で入力形式を示す。付録にはトーラス形状を扱うためのプログラム・リストを掲げる。

2. 計 算 式

2.1 トーラスの方程式

トーラスの回転軸はz軸とする。xz又はyz平面で切断したトーラスの断面図をFig. 2.1に示す。トーラスの大半径をR、楕円断面のz軸に垂直方向の半径をa、平行方向の半径をbとすると方程式は次のようになる。

$$\left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2} - R}{a} \right)^2 + \left(\frac{z}{b} \right)^2 = 1 \quad (2.1)$$

1. 序 論

モンテカルロコードMORSE-GG¹⁾は米国のオークリッヂ国立研究所で開発された3次元モンテカルロコードである。従来のMORSE-GGコードは媒質や領域の境界面を3次元空間における2次以下の方程式によって表わし、これによって複雑な炉の構造をほとんど模擬することができた。しかし今日最も有望とされているトカマク型の核融合炉においては、炉の本体が4次方程式によって表わされるトーラス形状となっており、従来のMORSE-GGコードでは厳密に扱うことができない。イタリアのNicksはFINTOR炉のNBIを含むモジュール分を取り出して、斜めに切断した円柱によってトーラスを模擬し、MORSE-GGによるダイバータからのストリーミング計算を行なってダイバータ磁場コイルの損傷を評価した。²⁾ 遮蔽計算のように一般にプラズマから遠くまでの計算ほどトーラス効果の取り扱いは粗くて良いが、第1壁やブランケット等プラズマ周辺機器の核特性を詳細に検討するためには4次方程式によりトーラスを厳密に表わす必要がある。Macdonaldらは粒子のエネルギーを連続的に減速させるモンテカルロコードMCNにトーラスの取り扱いルーチンを組み込んでブランケットの計算を行ない、トーラス効果が小さくはないと述べている。³⁾

今回はMORSE-GGコードを核融合炉の核設計を対象とするさらに有効なモンテカルロコードとするために、一般的な4次方程式を解くプログラムを作成してトーラス形状の取り扱いを可能にした。⁴⁾ なおトーラス形状入力データのチェックコードとしてはすでにTOPICコード⁵⁾が作られている。

4次方程式の解き方はEulerの解法⁶⁾によった。方程式の解を求める際には解の存在する範囲を積極的に判定し、不用な解が生じる無駄な計算を極力省略するように工夫した。以下第2章ではトーラス形状の取り扱いに必要な基礎式を説明し、第3章ではプログラムの内容について述べる。第4章でテスト計算例を示し、第5章で入力形式を示す。付録にはトーラス形状を扱うためのプログラム・リストを掲げる。

2. 計 算 式

2.1 トーラスの方程式

トーラスの回転軸はz軸とする。xz又はyz平面で切断したトーラスの断面図をFig. 2.1に示す。トーラスの大半径をR、楕円断面のz軸に垂直方向の半径をa、平行方向の半径をbとすると方程式は次のようになる。

$$\left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2} - R}{a} \right)^2 + \left(\frac{z}{b} \right)^2 = 1 \quad (2.1)$$

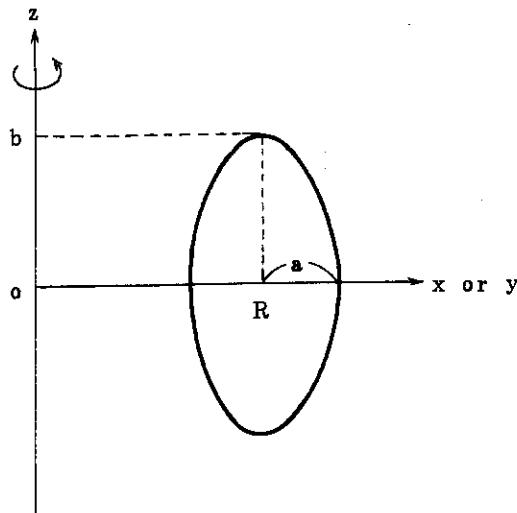


Fig. 2.1 Vertical Section of Torus

今粒子の散乱と散乱の間の1つの行程を例に採る。散乱点の座標を (x_1, y_1, z_1) とする。次に (x_1, y_1, z_1) の存在する媒質が空間的に無限に広がっていると仮定した場合の次の散乱点の座標(曲面と粒子の交点を求めるルーチンに入る前に粒子の平均自由行程から確率的に決定されている)を (x_2, y_2, z_2) とする。

これらの座表の差を次の様に置く。

$$u = x_2 - x_1 \quad (2.2)$$

$$v = y_2 - y_1 \quad (2.3)$$

$$w = z_2 - z_1 \quad (2.4)$$

粒子の行程とトーラス面との交点の座標を (x, y, z) とすれば、パラメータ k によって x, y, z はそれぞれ次のように表わされる。

$$x = k u + x_1 \quad (2.5)$$

$$y = k v + y_1 \quad (2.6)$$

$$z = k w + z_1 \quad (2.7)$$

(2.5)～(2.7)式を(2.1)式に代入して整理すれば k についての4次方程式が得られる。以下に(2.1)式から4次方程式導出までの経過を示す。

(2.5), (2.6)式より

$$x^2 + y^2 = (u^2 + v^2)k^2 + 2(u x_1 + v y_1)k + x_1^2 + y_1^2 \quad (2.8)$$

p, q, r を次のように置く。

$$p = u^2 + v^2 \quad (2.9)$$

$$q = u x_1 + v y_1 \quad (2.10)$$

$$r = x_1^2 + y_1^2 \quad (2.11)$$

(2.8) ~ (2.11) 式を用いて (2.1) 式を整理すると次のようになる。

$$\begin{aligned} \left(p + \frac{a^2}{b^2} w^2 \right) k^2 + 2 \left(q + \frac{a^2}{b^2} wz_1 \right) k + r + R^2 + \frac{a^2}{b^2} z_1^2 - a^2 \\ = 2R \sqrt{pk^2 + 2qk + r} \quad (2.12) \end{aligned}$$

A, B, C を次のように置く。

$$A = \left(p + \frac{a^2}{b^2} w^2 \right) / (2R) \quad (2.13)$$

$$B = \left(q + \frac{a^2}{b^2} wz_1 \right) / R \quad (2.14)$$

$$C = \left(r + R^2 + \frac{a^2}{b^2} z_1^2 - a^2 \right) / (2R) \quad (2.15)$$

(2.13) ~ (2.15) 式を (2.12) 式に代入し, k について整理すると次式が得られる。

$$A^2 k^4 + 2ABk^3 + (B^2 + 2CA - p)k^2 + 2(BC - q)k + C^2 - r = 0 \quad (2.16)$$

(2.16) 式が粒子の行程とトーラス面との交点を 1 つ求める毎に解かなければならない 4 次の方程式である。

2.2 4 次方程式の解法

4 次方程式の解法は 1500 年代に Ferrari に発見されたことになっている。ここでは後に Euler が導いた方法⁶⁾を示し、解のうちの興味のある実根のみを求める方法を具体的に述べる。次の 4 次方程式を解く。

$$x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0 \quad (2.17)$$

未知数 x について

$$x = y - \frac{a}{4} \quad (2.18)$$

とすれば方程式から 3 次の項は消える。P, Q, R を次のように定義する。

$$P = -\frac{3}{8}a^2 + b \quad (2.19)$$

$$Q = \frac{1}{8}a^3 - \frac{ab}{2} + c \quad (2.20)$$

$$R = -\frac{3}{256}a^4 + \frac{a^2b}{16} - \frac{ac}{4} + d \quad (2.21)$$

この時方程式は次のようなになる。

$$y^4 + Py^2 + Qy + R = 0 \quad (2.22)$$

ここで

$$2y = u + v + w \quad (2.23)$$

とすると、 u^2, v^2, w^2 は 3 次方程式

$$t^3 + 2Pt^2 + (P^2 - 4R)t - Q^2 = 0 \quad (2.24)$$

の 3 根となる。それらを t_1, t_2, t_3 とすると方程式 (2.22) の 4 根 y_1, y_2, y_3, y_4 は

$$y_1 = \frac{1}{2} (\sqrt{t_1} + \sqrt{t_2} + \sqrt{t_3}) \quad (2.25)$$

$$y_2 = \frac{1}{2} (\sqrt{t_1} - \sqrt{t_2} - \sqrt{t_3}) \quad (2.26)$$

$$y_3 = \frac{1}{2} (-\sqrt{t_1} + \sqrt{t_2} - \sqrt{t_3}) \quad (2.27)$$

$$y_4 = \frac{1}{2} (-\sqrt{t_1} - \sqrt{t_2} + \sqrt{t_3}) \quad (2.28)$$

となる。従って $A=2P, B=P^2-4R, C=-Q^2$ とすれば問題は 3 次方程式

$$t^3 + At^2 + Bt + C = 0 \quad (2.29)$$

を解くことになる。

方程式 (2.29) を

$$t = y - \frac{A}{3} \quad (2.30)$$

を代入して整理し、 p, q を次のように置く。

$$p = \frac{A^2}{9} - \frac{B}{3} \quad (2.31)$$

$$q = -\frac{1}{27} A^3 + \frac{AB}{6} - \frac{C}{2} \quad (2.32)$$

この時解くべき方程式は

$$y^3 - 3py - 2q = 0 \quad (2.33)$$

となる。ここで

$$y = u + v \quad (2.34)$$

を代入して整理すると次式のようになる。

$$u^3 + v^3 + 3(uv - p)(u + v) - 2q = 0 \quad (2.35)$$

この式を満足する u と v ならどの値を求めても良いことになるが、最も得易い値は

$$u^3 + v^3 - 2q = 0 \quad (2.36)$$

$$uv - p = 0 \quad (2.37)$$

を満足する値である。この時 u^3, v^3 は次の 2 次方程式

$$t^2 - 2qt + p^3 = 0 \quad (2.38)$$

の 2 根となる。今興味があるのは方程式 (2.17) の実根であるが、方程式 (2.38) の実根の有無によりその求め方が幾らか異なってくる。次にそれぞれの場合において解法を進める。

(A) $q^2 - p^3 \geq 0$ のとき

方程式(2.38)は2つの実根 α, β ($\alpha \geq \beta$)を持つ。 α, β は p, q により次のように表わされる。

$$\alpha = q + \sqrt{q^2 - p^3} \quad (2.39)$$

$$\beta = q - \sqrt{q^2 - p^3} \quad (2.40)$$

u, v は α, β の3乗根であり、それぞれ次のようになる。

$$u = \sqrt[3]{\alpha}, \sqrt[3]{\alpha} \left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right), \sqrt[3]{\alpha} \left(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \right) \quad (2.41)$$

$$v = \sqrt[3]{\beta}, \sqrt[3]{\beta} \left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right), \sqrt[3]{\beta} \left(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \right) \quad (2.42)$$

(2.41), (2.42)式により u, v の組合せは6通りできるが、(2.36)(2.37)式を同時に満足する組合せは一通りしかない。その組合せにより方程式(2.33)の3根 y_1, y_2, y_3 を求めるとき次のようになる。

$$y_1 = \sqrt[3]{\alpha} + \sqrt[3]{\beta} \quad (2.43)$$

$$y_2 = \sqrt[3]{\alpha} \left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right) + \sqrt[3]{\beta} \left(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \right) \quad (2.44)$$

$$y_3 = \sqrt[3]{\alpha} \left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right) + \sqrt[3]{\beta} \left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right) \quad (2.45)$$

(2.30)式によると方程式(2.29)の3根 t_1, t_2, t_3 は次のようになる。

$$t_1 = \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{\beta} - \frac{A}{3} \quad (2.46)$$

$$t_2 = -\frac{1}{2} \left(\sqrt[3]{\alpha} + \sqrt[3]{\beta} \right) - \frac{A}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\sqrt[3]{\alpha} - \sqrt[3]{\beta} \right) i \quad (2.47)$$

$$t_3 = -\frac{1}{2} \left(\sqrt[3]{\alpha} + \sqrt[3]{\beta} \right) - \frac{A}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\sqrt[3]{\alpha} - \sqrt[3]{\beta} \right) i \quad (2.48)$$

(2.46)～(2.48)式をながめると、 t_1 は実根であるが t_2 と t_3 は互いに複雑な根であることがわかる。ここで複素数の性質により $\sqrt{t_2}, \sqrt{t_3}$ も複素共役であることに注目すると、(2.27), (2.28)式によって表わされる根 y_3, y_4 は複素根となり興味の対象からはずれることになる。 y_1, y_2 は t_1 の符号により実根か複素根かに分かれることになる。 $t_1 \geq 0$ の時方程式(2.22)は2実根を持つ。

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{ \left\{ -\frac{1}{2} \left(\sqrt[3]{\alpha} + \sqrt[3]{\beta} \right) - \frac{A}{3} \right\}^2 + \left\{ \frac{3}{2} \left(\sqrt[3]{\alpha} - \sqrt[3]{\beta} \right) \right\}^2 } \\ &= \sqrt{ y_1^2 + \frac{1}{3} A y_1 + \frac{1}{9} A^2 - 3p } \quad (2.49) \end{aligned}$$

$$\theta = \cos^{-1} \left[\left\{ -\frac{1}{2} \left(\sqrt[3]{\alpha} + \sqrt[3]{\beta} \right) - \frac{A}{3} \right\} / r \right] \quad (2.50)$$

とすれば

$$\sqrt{t_2} + \sqrt{t_3} = 2\sqrt{r} \cos \frac{1}{2}\theta \quad (2.51)$$

となる。故に(2.18)式を用いて方程式(2.17)の2根 x_1, x_2 は次のようになる。

$$x_1 = \frac{1}{2} \sqrt{\sqrt[3]{\alpha} + \sqrt[3]{\beta} - \frac{A}{3}} + \sqrt{r} \cos \frac{1}{2}\theta - \frac{a}{4} \quad (2.52)$$

$$x_2 = \frac{1}{2} \sqrt{\sqrt[3]{\alpha} + \sqrt[3]{\beta} - \frac{A}{3}} - \sqrt{r} \cos \frac{1}{2}\theta - \frac{a}{4} \quad (2.53)$$

(B) $q^2 - p^3 < 0$ の時

方程式(2.38)は互いに複素共役な2根となる。すなわち

$$t = q \pm \sqrt{p^3 - q^2} \cdot i \quad (2.54)$$

ここで

$$r = p\sqrt{p} \quad (2.55)$$

$$\theta = \cos^{-1}(q/p\sqrt{p}) \quad (2.56)$$

とすると u, v はそれぞれ次のようになる。

$$\begin{aligned} u &= \sqrt[3]{r} \left(\cos \frac{1}{3}\theta + i \sin \frac{1}{3}\theta \right), \\ &\quad \sqrt[3]{r} \left\{ \cos \left(\frac{1}{3}\theta + \frac{2}{3}\pi \right) + i \sin \left(\frac{1}{3}\theta + \frac{2}{3}\pi \right) \right\}, \\ &\quad \sqrt[3]{r} \left\{ \cos \left(\frac{1}{3}\theta + \frac{4}{3}\pi \right) + i \sin \left(\frac{1}{3}\theta + \frac{4}{3}\pi \right) \right\}, \end{aligned} \quad (2.57)$$

$$\begin{aligned} v &= \sqrt[3]{r} \left(\cos \frac{1}{3}\theta - i \sin \frac{1}{3}\theta \right), \\ &\quad \sqrt[3]{r} \left\{ \cos \left(\frac{1}{3}\theta + \frac{2}{3}\pi \right) + i \sin \left(\frac{1}{3}\theta + \frac{2}{3}\pi \right) \right\}, \\ &\quad \sqrt[3]{r} \left\{ \cos \left(\frac{1}{3}\theta + \frac{4}{3}\pi \right) + i \sin \left(\frac{1}{3}\theta + \frac{4}{3}\pi \right) \right\}, \end{aligned} \quad (2.58)$$

6通りある u, v の組合せのうち(2.36), (2.37)式を同時に満足するのは、互いに複素共役なものの組合せのみであることが容易にわかる。そして方程式(2.33)の根 y は u と v の和だから複素項が打ち消し合い次のようになる。

$$y_1 = 2\sqrt[3]{r} \cos \frac{1}{3}\theta \quad (2.59)$$

$$y_2 = 2\sqrt[3]{r} \cos \left(\frac{1}{3}\theta + \frac{2}{3}\pi \right) \quad (2.60)$$

$$y_3 = 2\sqrt[3]{r} \cos \left(\frac{1}{3}\theta + \frac{4}{3}\pi \right) \quad (2.61)$$

(2.30)式により方程式(2.29)の3根 t_1, t_2, t_3 は次のようになる。

$$t_1 = 2\sqrt[3]{r} \cos \frac{1}{3}\theta - \frac{A}{3} \quad (2.62)$$

$$t_2 = 2^3 \sqrt{r} \cos\left(\frac{1}{3}\theta + \frac{2}{3}\pi\right) - \frac{A}{3} \quad (2.63)$$

$$t_3 = 2^3 \sqrt{r} \cos\left(\frac{1}{3}\theta + \frac{4}{3}\pi\right) - \frac{A}{3} \quad (2.64)$$

$t_1 \sim t_3$ を用いれば方程式 (2.22) の 4 根は (2.25) ~ (2.28) 式によって表わされる。式の形からわかるように、今興味のある実根が得られるのは $t_1 \sim t_3$ のすべてが 0 か又は正の場合である。 $t_1 \sim t_3$ のうち 1 つ以上が負になれば 4 根はすべて虚根となる。但しどれか 2 つのみが負で絶対値が等しければ、(2.25) ~ (2.28) 式で表わされる 4 根のうち 2 つは虚根、2 つは実根（重根）となる。しかしこの場合は $q^2 - p^3 = 0$ に相当し、すでに述べた (A) の検討内容からも容易にこの結論が導かれる。

2.3 方程式を解くか否かの判別

トーラス面と粒子の飛行経路との交点を求めるために (2.16) 式を解くわけであるが、実数の解 k が存在しない事が分った場合は解く必要がない。また解 k が零と 1.0 の間に無い事が分った場合も、粒子が面に遭遇する前に次の散乱を起こした事になり 4 次方程式を解く必要はない。4 次方程式を解くルーチンは計算時間をかなり要し、不必要的場合はバイパスする様にしておかないとい、極めて好ましくない計算時間の増大をもたらす。以下に 4 次方程式を解く回数を減らす方法について述べる。

今解くべき 4 次方程式を次のように表わす。

$$ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0 \quad (2.65)$$

解の判別を行なうために (2.65) 式の左辺の 1 次及び 2 次の微分形を次の様に求めておく。

$$f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e \quad (2.66)$$

$$f'(x) = 4ax^3 + 3bx^2 + 2cx + d \quad (2.67)$$

$$f''(x) = 12ax^2 + 6bx + 2c \quad (2.68)$$

ここでは (2.65) 式を解くためにサブルーチン B I Q U A D を作成した。解を判定して方程式を解くために B I Q U A D を呼ぶまでの計算の流れを Fig. 2.2 に示す。以下図に基づいて判定の内容を説明する。

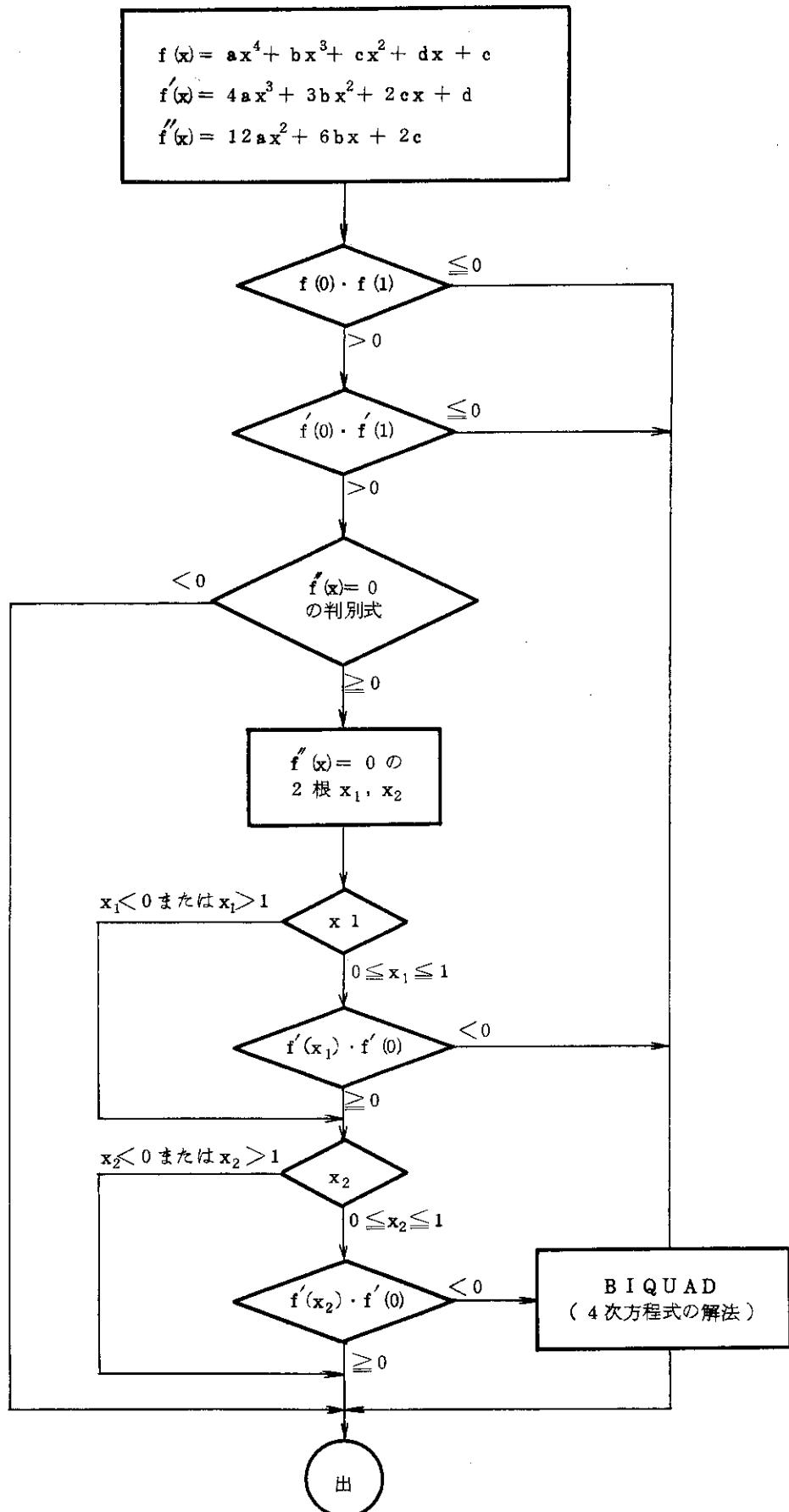


Fig. 2.2 4次方程式を解くかどうかの判別の流れ

(A) $f(0) \cdot f(1) \leq 0$ の場合

0と1の間に解は必ず1個以上存在するので方程式を解く。

(B) $f(0) \cdot f(1) > 0$ の場合

以下の判定を継続する。

(B-1) $f'(0) \cdot f'(1) \leq 0$ の時

0と1の間の解の有無はわからないが方程式は解く。

(B-2) $f'(0) \cdot f'(1) > 0$ の時

以下の判定を継続する。

方程式 $f''(x) = 0$ の根の判別式をDとする。

(a) $D < 0$ ならば関数 $f'(x)$ は単調増加または単調減少である。従って (B-2) の条件により 0と1の間に $f'(x) = 0$ の根はないことになり関数 $f(x)$ もまた単調増加または単調減少である。(B)の条件よりこの場合は0と1の間に解がない。

(b) $D \geq 0$ ならば関数 $f'(x)$ は方程式 $f'(x) = 0$ の2根 x_1, x_2 の値で極大または極小となる。 x_1 がもし $0 \leq x_1 \leq 1$ ならば $f'(x_1) \cdot f'(0)$ の符号を判定し、負ならば (B-2) の条件により方程式 $f'(x) = 0$ は0と1の間に根がある。この時0と1の間に関数 $f(x)$ の極大または極小値があり、0と1の間に解を持つ可能性があるから4次方程式 $f(x) = 0$ を解く。
 $f'(x_1) \cdot f'(0)$ の符号が正ならば (B-2) の条件により方程式 $f'(x) = 0$ は0と1の間に根がない。この時0と1の間に関数 $f(x)$ の極大または極小値は無く、(B)の条件を考慮すれば方程 $f(x) = 0$ は解く必要がない。 x_1 が $x_1 < 0$ かまたは $x_1 > 1$ ならばこの時も0と1の間に関数 $f(x)$ の極大または極小値があるとは言えず、方程式 $f(x) = 0$ は解く必要がない。

x_2 についても同様の判定を行なう。 x_1 と x_2 に関する両方の判定から0と1の間で方程式 $f'(x) = 0$ が根を持たなければ、(B)の条件により4次方程式 $f(x) = 0$ も0と1の間に解がないことになる。

2.4 トーラス線源の発生

トーラス形状をした線源(プラズマ)から均一に粒子を発生させる方法について述べる。

Fig. 2.3に示した変数、 θ, φ, r の順にサンプリングし、それを x, y, z 座表に変換する。以下の説明中 ξ_m は $0.0 \sim 1.0$ で均一に発生される乱数である。また R_0 はプラズマ主半径 r_0 は小半径である。

A. θ のサンプリング

与えられた範囲 $\theta_1 < \theta < \theta_2$ で次の様に均一にサンプリングする。

$$\theta = \xi_1 \cdot (\theta_2 - \theta_1) + \theta_1 \quad (2.6.9)$$

B. φ のサンプリング

φ のサンプリングは0から π の間で均一にならない。Fig. 2.4に示した微小体積 dv に比例してサンプリングすべきである。 dv は次の様に求められる。

$$\begin{aligned}
 dv(\varphi) &= \int_0^{r_o} (R_o - r \cos \varphi) d\theta \cdot r \cdot d\varphi \cdot dr \\
 &= \left[\frac{r^2}{2} R_o - \frac{r^3}{3} \cos \varphi \right]_0^{r_o} d\theta d\varphi \\
 &= \left[\frac{r_o^2}{2} R_o - \frac{r_o^3}{3} \cos \varphi \right] d\theta d\varphi
 \end{aligned} \tag{2.70}$$

dv が最大になるのは $\cos \varphi = -1$, すなわち $\varphi = \pi$ の時である。その時の dv は

$$dv_o = \left(\frac{r_o^2}{2} \cdot R_o + \frac{r_o^3}{3} \right) d\theta d\varphi \tag{2.71}$$

である。効率良く φ をサンプリングするためには、先ず 0 から π の間で φ を均一にサンプリングし ($\varphi = \xi_2 \cdot \pi$), $1 - \frac{dv(\varphi)}{dv_o}$ の確率で rejection してやれば良い。

$$1 - \frac{dv(\varphi)}{dv_o} = 1 - \frac{3R_o - 2R_o \cdot \cos \varphi}{3R_o + 2R_o} \tag{2.72}$$

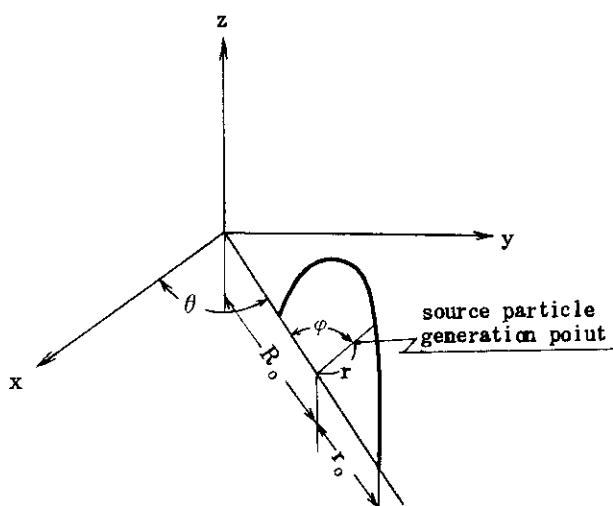


Fig. 2.3 Coordinates for Source Particle

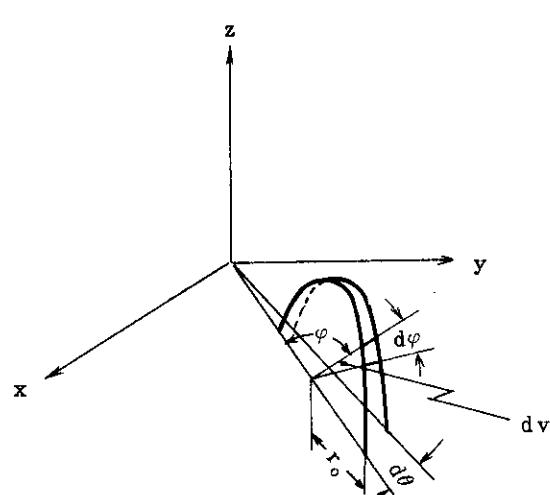


Fig. 2.4 Sampling of Variable ρ

C. r のサンプリング

r のサンプリングも 0 から r_o の間で均一では無い。Fig. 2.5 に示した微小面積 ds に比例してサンプリングすべきである。 ds は次の様に求められる。

$$ds(r) = (R_o - r \cos \varphi) d\theta \cdot r \cdot d\varphi \tag{2.73}$$

ds が最大になるのは r が

$$r_{max} = \frac{R_o}{2 \cos \varphi} \tag{2.74}$$

の時であり ds は

$$ds_{max} = \frac{R_o^2}{4 \cos \varphi} \cdot d\theta \cdot d\varphi$$

となる。また $r_{max} > r_o$ の場合は $r = r_o$ の場合に ds は最大となり

$$ds_{\max} = (R_o - r_o \cos \varphi) d\theta \cdot r_o \cdot d\varphi \quad (2.75)$$

となる。

従って効率よく r をサンプリングするためには、先ず r を 0 から r_o の間で均一にサンプリングし ($r = \xi_3 \cdot r_o$)、次に $1 - \frac{ds(r)}{ds_{\max}}$ の確率で rejection すれば良い。

最後に変数 θ , φ , r から粒子発生座標 x , y , z をプラズマ断面が非円形の場合も考慮して次の様に求める。

$$x = (R_o - r \cos \varphi) \cdot \cos \theta \quad (2.76)$$

$$y = (R_o - r \cos \varphi) \cdot \sin \theta \quad (2.77)$$

$$z = \pm a \cdot r \sin \varphi \quad (2.78)$$

ここで a は非円形度である。

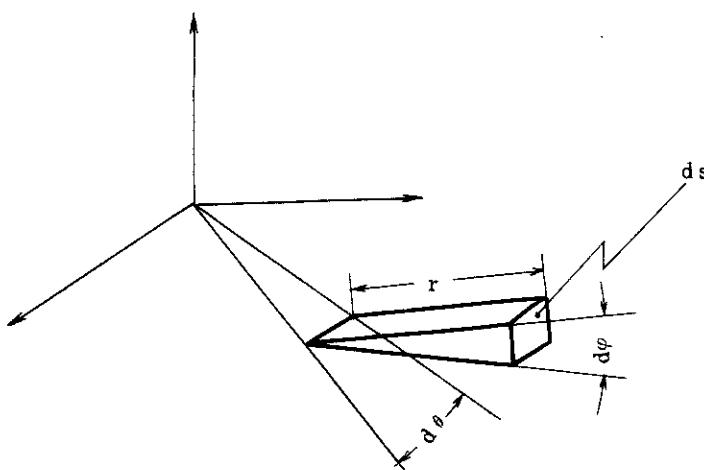


Fig. 2.5 Sampling of Variable r

3. トーラス形状処理プログラム

3.1 各サブルーチンの概要

トーラス形状を扱うために3つのサブルーチンを新たに作り、さらに従来の MORSE-GG コードに使われていたサブルーチンのうち幾つかには機能の追加を行なった。以下に新たに作成又は追加した各サブルーチンの機能を示す。

JOM77 (作成)

粒子の経路がトーラス面に当たった場合に前回の散乱点からその交点までの距離を計算する。まずトーラスの寸法を表わすパラメータ値 (R , a , b) から4次方程式の係数を計算し、サブルーチン BIQUAD を呼んで方程式を解く。また方程式を解く前に解を判別し、不用な方程式の解析を最大限に取り除く。

BIIQUAD (作成)

Euler の解法に基づき、一般的な4次方程式の根を求める。虚根の場合には 1.0×10^{10} がセットされるように作られている。

$$ds_{\max} = (R_o - r_o \cos \varphi) d\theta \cdot r_o \cdot d\varphi \quad (2.75)$$

となる。

従って効率よく r をサンプリングするためには、先ず r を 0 から r_o の間で均一にサンプリングし ($r = \xi_3 \cdot r_o$)、次に $1 - \frac{ds(r)}{ds_{\max}}$ の確率で rejection すれば良い。

最後に変数 θ , φ , r から粒子発生座標 x , y , z をプラズマ断面が非円形の場合も考慮して次の様に求める。

$$x = (R_o - r \cos \varphi) \cdot \cos \theta \quad (2.76)$$

$$y = (R_o - r \cos \varphi) \cdot \sin \theta \quad (2.77)$$

$$z = \pm a \cdot r \sin \varphi \quad (2.78)$$

ここで a は非円形度である。

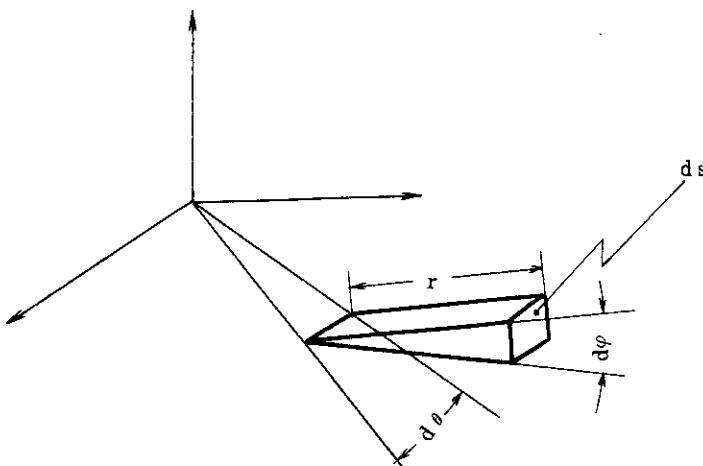


Fig. 2.5 Sampling of Variable r

3. トーラス形状処理プログラム

3.1 各サブルーチンの概要

トーラス形状を扱うために3つのサブルーチンを新たに作り、さらに従来の MORSE-GG コードに使われていたサブルーチンのうち幾つかには機能の追加を行なった。以下に新たに作成又は追加した各サブルーチンの機能を示す。

JOM77 (作成)

粒子の経路がトーラス面に当たった場合に前回の散乱点からその交点までの距離を計算する。まずトーラスの寸法を表わすパラメータ値 (R , a , b) から4次方程式の係数を計算し、サブルーチン B I Q U A D を呼んで方程式を解く。また方程式を解く前に解を判別し、不用な方程式の解析を最大限に取り除く。

B I Q U A D (作成)

Euler の解法に基づき、一般的な4次方程式の根を求める。虚根の場合には 1.0×10^{10} がセットされるように作られている。

S O U R C E (作 成)

トーラス形状で一様な密度分布の線源という条件で粒子を発生させる。

J O M 1 2 (機能の追加)

曲面の方程式を読み込むルーチンである。トーラスの寸法を表わすパラメータ R , a , b をも読み込めるようにした。

J O M 5 (機能の追加)

粒子が突き当たる媒質の境界がトーラス面であるかどうかを判定し、トーラス面である場合には J O M 7 7 を呼ぶ。

J O M 8 (機能の追加)

座標の値を境界の方程式に代入し、問題とする座標が境界面のどちら側にあるかを表わす符号を求める。境界面がトーラスの場合にも計算できるように拡張した。

3.2 各サブルーチンの階級と計算の流れ

トーラス形状を扱うためのサブルーチンの階層を Fig. 3.1 に示す。

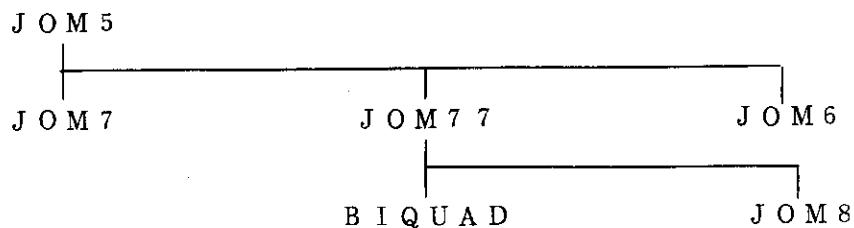


Fig. 3.1 Hierarchy of Subroutines for Torus Geometry

J O M 7 は従来からあるサブルーチンで、粒子が 2 次以下の曲面に当たった時の座標を計算する。2 次以下の曲面かトーラス面かは J O M 5 で判別し、トーラス面の場合は J O M 7 7 が呼ばれる。なおサブルーチン S O U R C E は M S O U R で、サブルーチン J O M 1 2 は J O M I N で C A L L される。

3.3 C O M M O N の構成と変数の内容

M O R S E - G G コードを扱うための計算機種が F A C O M 230 / 75 から F A C O M M 200 へ変更されるのに伴ないトーラス形状処理用の C O M M O N も幾らかの修正が加えられた。ここでは後者のプログラム中の C O M M O N について述べる。

COMMON / GEOM7 / XONE, YONE, ZONE, XTWO, YTWO, ZTWO,
 DIST, NCR

XONE, YONE, ZONE : 処理の対象とする飛行経路の最初の散乱点（始点）の座標

XTWO, YTWO, ZTWO : 処理の対象とする飛行経路の 2 度目の散乱点(終点)の座標
 DIST : 飛行経路の始点と、曲面との交点の間の距離。但し始点と
 終点との間の距離を 1.0 とした単位である。
 NCR : 粒子が 2 度目の散乱を起こすまでに曲面を横切ったかどうか
 を表わす指數
 COMMON/GEO M70/DUM1(5) U, V, W, DUM2(5)
 DUM1, DUM2 : 2 次曲面を処理する過程のパラメータ値
 U, V, W : 粒子の飛行経路の方向余弦
 COMMON/JOMIN8/NA, NB, NC, ND, NE, NF, NG, NH, NI, NJ
 2 次曲面の方程式 $ax^2 + by^2 + cz^2 + dxy + exz + fyz + gx + hy + iz + j = 0$ の係数が記憶
 されているブランク COMMON 中の番地
 COMMON/GEO M77/SGNF, SGNF2, NBOUND, NBD2
 SGNF : 粒子が横切る曲面方程式に対する始点側の方程式の符号
 SGNF2 : 粒子が横切る曲面方程式に対する終点側の方程式の符号
 NBOUND : 最後に衝突した曲面の番号
 NBD2 : 衝突した曲面の番号
 COMMON/TORUS1/NOBD, NOB4, NOBT
 NOBD : 2 次曲面数
 NOB4 : トーラス曲面数
 NOBT : 全曲面数 (= NOBD + NOB4)
 COMMON/TORUSD/COFT(3, 30)
 COFT : トーラス面を決定する定数

4. 4 次方程式解法ルーチンの計算時間

トーラス形状を扱う際には、粒子の散乱点と飛行経路がトーラス面を横切る点との距離を求めるために 4 次方程式を解かなければならない。従って 4 次方程式を解くのにどのくらい時間がかかるかが重要な関心事となってくる。4 次方程式解析プログラム B I Q U A D をコントロールし、代表的な 4 次方程式を解くのにどのくらい時間がかかるかを F A C O M 230 / 75 を対象として調べた。Table 4.1 にその結果を掲げる。

XTWO, YTWO, ZTWO : 処理の対象とする飛行経路の 2 度目の散乱点(終点)の座標
 DIST : 飛行経路の始点と、曲面との交点の間の距離。但し始点と
 終点との間の距離を 1.0 とした単位である。
 NCR : 粒子が 2 度目の散乱を起こすまでに曲面を横切ったかどうか
 を表わす指数
 COMMON/GEO M70/DUM1(5) U, V, W, DUM2(5)
 DUM1, DUM2 : 2 次曲面を処理する過程のパラメータ値
 U, V, W : 粒子の飛行経路の方向余弦
 COMMON/JOMIN8/NA, NB, NC, ND, NE, NF, NG, NH, NI, NJ
 2 次曲面の方程式 $ax^2 + by^2 + cz^2 + dxy + exz + fyz + gx + hy + iz + j = 0$ の係数が記憶
 されているブランク COMMON 中の番地
 COMMON/GEO M77/SGNF, SGNF2, NBOUND, NBD2
 SGNF : 粒子が横切る曲面方程式に対する始点側の方程式の符号
 SGNF2 : 粒子が横切る曲面方程式に対する終点側の方程式の符号
 NBOUND : 最後に衝突した曲面の番号
 NBD2 : 衝突した曲面の番号
 COMMON/TORUS I/NOBD, NOB4, NOBT
 NOBD : 2 次曲面数
 NOB4 : トーラス曲面数
 NOBT : 全曲面数 (= NOBD + NOB4)
 COMMON/TORUSD/COFT(3, 30)
 COFT : トーラス面を決定する定数

4. 4 次方程式解法ルーチンの計算時間

トーラス形状を扱う際には、粒子の散乱点と飛行経路がトーラス面を横切る点との距離を求めるために 4 次方程式を解かなければならない。従って 4 次方程式を解くのにどのくらい時間がかかるかが重要な関心事となってくる。4 次方程式解析プログラム B I Q U A D をコントロールし、代表的な 4 次方程式を解くのにどのくらい時間がかかるかを F A C O M 2 3 0 / 7 5 を対象として調べた。Table 4.1 にその結果を掲げる。

Table 4.1 Consumed Time to Solve the Biquadratic Equation

Case No.	Equation	Solution	Time(μsec)
1	$x^4 - 10x^3 + 35x^2 - 50x + 24 = 0$	$x=1, 2, 3, 4$	205
2	$x^4 - 4x^3 - 79x^2 + 166x + 1680 = 0$	$x=-5, -6, 7, 8$	203
3	$x^4 + 12x^3 + 22x^2 + 21x + 10 = 0$	$x=-1, -10$	171
4	$x^4 + x^3 - x - 1 = 0$	$x=1, -1$	170
5	$x^4 - 3x^3 + 0.75x^2 - 0.25x + 3.75 = 0$	$x=1.5, 2.5$	170
6	$x^4 - 11x^3 - 9,990x^2 + 110,000x - 100,000 = 0$	$x=1, 10, 100, -100$	214

表から、実根が4個の場合約210μsec、実根が2個の場合約170μsecかかることがわかる。

5. トーラス形状入力形式

(5) トーラス面の入力

形状データの入力の後、2次曲面及びトーラス面の方程式はサブルーチンJOM12によって以下の形式で読み込まれる。

Card GP (2 I 5, 1 6 A 4, A 2)

NOBD : 全体系で定義される2次曲面(SURFACE)の総数

NOB4 : 全体系で定義されるトーラス面(SURFACE)の総数

DUM(I) : ダミー

Card GQ (4 (D 10.5, A 4, 1 X, A 1)) (NOBD 枚必要)

C OF(J) : 2次方程式の各項の係数

BCD1(J) : 2次方程式の各項の変数

変数としてはXSQ (x^2 を意味する), YSQ, ZSQ, XZ, ZX, XY, YX, YZ, ZY, X, Y, Zまたはブランクがある。但しブランクは定数であることを表わす。

BCD2(J) : ブランクにすると次の項が加えられる。ブランクでなければ式が終了したこととを意味する。すなわち2次方程式=0とされる。例として、原点を中心とする半径10cmの球の2次方程式($x^2+y^2+z^2-100=0$)は次のようになる。

1.0XSQ 1.0YSQ 1.0ZSQ -100.0 \$

Card GR (4 (D 10.5, 6 X)) (NOB4 枚必要)

C OF T(1) : トーラス主半径 R

Table 4.1 Consumed Time to Solve the Biquadratic Equation

Case No.	Equation	Solution	Time(μsec)
1	$x^4 - 10x^3 + 35x^2 - 50x + 24 = 0$	$x=1, 2, 3, 4$	205
2	$x^4 - 4x^3 - 79x^2 + 166x + 1680 = 0$	$x=-5, -6, 7, 8$	203
3	$x^4 + 12x^3 + 22x^2 + 21x + 10 = 0$	$x=-1, -10$	171
4	$x^4 + x^3 - x - 1 = 0$	$x=1, -1$	170
5	$x^4 - 3x^3 + 0.75x^2 - 0.25x + 3.75 = 0$	$x=1.5, 2.5$	170
6	$x^4 - 11x^3 - 9,990x^2 + 110,000x - 100,000 = 0$	$x=1, 10, 100, -100$	214

表から、実根が4個の場合約210μsec、実根が2個の場合約170μsecかかることがわかる。

5. トーラス形状入力形式

(5) トーラス面の入力

形状データの入力の後、2次曲面及びトーラス面の方程式はサブルーチンJOM12によって以下の形式で読み込まれる。

Card GP (215, 16A4, A2)

NOBD : 全体系で定義される2次曲面(SURFACE)の総数

NOB4 : 全体系で定義されるトーラス面(SURFACE)の総数

DUM(I) : ダミー

Card GQ (4 (D10.5, A4, 1X, A1)) (NOBD枚必要)

C OF(J) : 2次方程式の各項の係数

BCD1(J) : 2次方程式の各項の変数

変数としてはXSQ (x^2 を意味する), YSQ, ZSQ, XZ, ZX, XY, YX, YZ, ZY, X, Y, Zまたはブランクがある。但しブランクは定数であることを表わす。

BCD2(J) : ブランクにすると次の項が加えられる。ブランクでなければ式が終了したこととを意味する。すなわち2次方程式=0とされる。例として、原点を中心とする半径10cmの球の2次方程式($x^2+y^2+z^2-100=0$)は次のようになる。

1.0XSQ 1.0YSQ 1.0ZSQ -100.0 \$

Card GR (4 (D10.5, 6X)) (NOB4枚必要)

C OFT(I) : トーラス主半径 R

COFT(2) : トーラス小半径 a

COFT(3) : トーラス小半径×非円形度 b

トーラス形状のパラメータ R, a, b については Fig. 2.1 を参照

(2) トーラスソースの入力

線源に関する入力データはサブルーチン S O I N P によって読み込まれる。トーラスソースの入力データを読み込ませるためにには、Card SAにおけるパラメータ N S O R C E を 4 と置き、Card SCを次の形式で入力する。

Card SC (10X, 6F10.4)

X L : トーラス主半径 R

X R : トーラス小半径 a

Y L : 非円形度 b/a

Y R : 扇形の正方向角度(ラジアン) θ_1

Z L : 扇形の負方向角度(ラジアン) θ_2

トーラス形状のパラメータ R, a, b については Fig. 2.1 を参照、 θ_1 , θ_2 については Fig. 5.1 を参照。

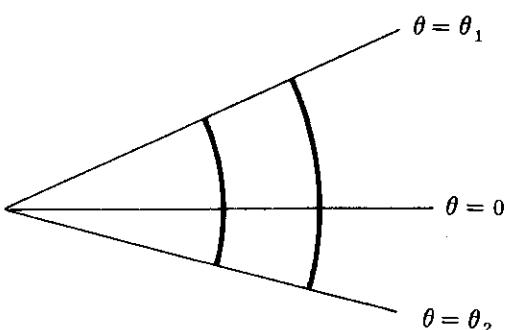


Fig. 5.1 Horizontal Section of Torus

謝 辞

トーラス形状を扱うサブルーチンの作成、本体への組み込みは筆者2人が行ったが、その後炉設計研究室の関泰氏には、線源発生ルーチンの誤りを発見していただくなど有益なコメントをいただいた。またセンチュリー・リサーチ・センターの川崎弘光氏にはFACOM 230/75からFACOM-M200への変換や、入出力関係の整備などをしていただいたので感謝いたします。

参 考 文 献

- 1) E. A. Straker, P. N. Stevens, D. C. Irving and V. R. Cain
"The MORSE Code - A Multigroup Neutron and Gamma-Ray Monte Carlo Transport Code", ORNL-4585 (1970)
- 2) R. Nicks, C. Ponti, G. Realini and R. Van Heusden, "Shielding Problems in the FINTOR Design", Proc. of the Fifth Int. Conf. on Reactor Shielding, p.512 (1977)
- 3) J. L. Macdonald, E. D. Cashwell, and C. J. Everett, "Calculation of Toroidal Fusion Reactor Blankets by MONTE CARLO", ibid, p622 (1977)
- 4) 飯田 浩正, 山内 通則, 昭和53年日本原子力学会炉物理炉工学分科会予稿集B35
- 5) 飯田 浩正, 川崎 弘光, "-TOPIC- トーラスモンテカルロ形状入力チェック計算コード", JAERI-M 8289 (1979)
- 6) 高木 貞治, 代数学講義 共立出版

謝 辞

トーラス形状を扱うサブルーチンの作成、本体への組み込みは筆者2人が行ったが、その後炉設計研究室の関泰氏には、線源発生ルーチンの誤りを発見していただくなど有益なコメントをいただいた。またセンチュリー・リサーチ・センターの川崎弘光氏にはFACOM 230/75からFACOM-M200への変換や、入出力関係の整備などをしていただいたので感謝いたします。

参 考 文 献

- 1) E. A. Straker, P. N. Stevens, D. C. Irving and V. R. Cain
"The MORSE Code - A Multigroup Neutron and Gamma-Ray Monte Carlo Transport Code", ORNL-4585 (1970)
- 2) R. Nicks, C. Ponti, G. Realini and R. Van Heusden, "Shielding Problems in the FINTOR Design", Proc. of the Fifth Int. Conf. on Reactor Shielding, p.512 (1977)
- 3) J. L. Macdonald, E. D. Cashwell, and C. J. Everett, "Calculation of Toroidal Fusion Reactor Blankets by MONTE CARLO", ibid, p622 (1977)
- 4) 飯田 浩正, 山内 通則, 昭和53年日本原子力学会炉物理炉工学分科会予稿集B35
- 5) 飯田 浩正, 川崎 弘光, "-TOPIC- トーラスモンテカルロ形状入力チェック計算コード", JAERI-M 8289 (1979)
- 6) 高木 貞治, 代数学講義 共立出版

付録 プログラム・リスト

トーラス形状を扱うために追加・修正したプログラムのリストを以下に示す。

```

ISN 00001      SUBROUTINE B1QUAL (A,B,X,C,D,AX,BX,CX,DX,EX)
C     ** A BIQUADRATIC EQUATION IS SOLVED HERE **
C     DOUBLEPRECISION A,B,C,D,PP,QW,RR,AA,BB,CC,P,Q,R,DD,P3,T1,T2,T3
C     DOUBLEPRECISION Y,COS1T,COS2T,T1,RT1,RT2,RT3,SQRTT,KTRCST,
C     1          THETA1,THETA2,THETA3,PA1,PA123,A2,AA2
C     DOUBLEPRECISION AX,EX,CX,DX,EX
ISN 00002      IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,D-Z)
ISN 00003      PA1=3.141592653589794D0
ISN 00004      PA123=PA1*2.0/3.0
ISN 00005      X1=0.0
ISN 00006      X2=0.0
ISN 00007      X3=0.0
ISN 00008      X4=0.0
ISN 00009      X1=1.0D+10
ISN 00010      X2=1.0D+10
ISN 00011      X3=1.0D+10
ISN 00012      X4=1.0D+10
ISN 00013      A=BX/AX
ISN 00014      B=CX/AX
ISN 00015      C=DX/AX
ISN 00016      D=EX/AX
ISN 00017      IF(DABS(A).GT.1.0D20) WRITE(6,600) A,B,C,D,AX,BX,CX,DX,EX
ISN 00018      IF(DABS(B).GT.1.0D20) WRITE(6,600) A,B,C,D,AX,BX,CX,DX,EX
ISN 00019      IF(DABS(C).GT.1.0D20) WRITE(6,600) A,B,C,D,AX,BX,CX,DX,EX
ISN 00020      IF(DABS(D).GT.1.0D20) WRITE(6,600) A,B,C,D,AX,BX,CX,DX,EX
ISN 00021      600 FORMAT(1H0,5X,"B1QUAL",5X,1PYE10.3)
ISN 00022      A2=A*A
ISN 00023      PP=-0.375*A2*B
ISN 00024      Q=0.125*A2*A-0.5*A*B*C
ISN 00025      RR=-0.01171875*A2*B+0.0625*A2*B-0.25*A*C*D
ISN 00026      AA=2.0*PP
ISN 00027      BB=PP*PP-4.0*RR
ISN 00028      CC=-Q*Q
ISN 00029      AA2=AA*AA
ISN 00030      P=   AA2/9.0-EB/3.0
ISN 00031      Q=-AA2*AA/27.0+AA*BB/6.0-0.5*CC
ISN 00032      P3=P**3
ISN 00033      DD=Q*Q-P3
ISN 00034      1F(DD.LE.0.0) GO TO 50
ISN 00035      DD=DSQRT(DD)
ISN 00036      T1=Q+DD
ISN 00037      T2=Q-DD
ISN 00038      Y=DCERT(T1)*DCERT(T2)
ISN 00039      TT=Y-AA/3.0
ISN 00040      1F(TT.LT.-1.0E-07) GO TO 60
ISN 00041      1F(TT.LT.0.0) TT=0.0
ISN 00042      R=DSQRT(Y*Y + AA*Y / 3.0 + AA2/9.0-3.0*P)
ISN 00043      COS2T=(-0.5*Y -AA/3.0)/R
ISN 00044      COS1T=DSQRT((COS2T*T1.0)/2.0)
ISN 00045      SQRTT=DSQRT(TT)
ISN 00046      1F(QQ.GT.0.0) SQRTT = -SQRTT
ISN 00047      RTRCST=DSQRT(R)*COS1T
ISN 00048      X1=0.5*SQRTT+RTRCST-0.25*A
ISN 00049      X2=0.5*SQRTT-RTRCST-0.25*A
ISN 00050      GO TO 60
ISN 00051      50 Y=Q/DSQRT(P3)
ISN 00052      THETA1=DAKCCS(Y)/3.0
ISN 00053      THETA2=THETA1+PA123
ISN 00054      THETA3=THETA2+PA123
ISN 00055      K=DSQRT(P)*2.0
ISN 00056      T1=R*DCOS(THETA1)-AA/3.0
ISN 00057      T2=R*DCOS(THETA2)-AA/3.0
ISN 00058      T3=R*DCOS(THETA3)-AA/3.0
ISN 00059      1F(T1.LT.-1.0E-07) GO TO 60
ISN 00060      1F(T2.LT.-1.0E-07) GO TO 60
ISN 00061      1F(T3.LT.-1.0E-07) GO TO 60
ISN 00062      1F(T1.LT.0.0) T1=0.0
ISN 00063      1F(T2.LT.0.0) T2=0.0
ISN 00064      1F(T3.LT.0.0) T3=0.0
ISN 00065      RT1=DSQRT(T1)
ISN 00066      RT2=DSQRT(T2)
ISN 00067      RT3=DSQRT(T3)
ISN 00068      1F(QQ.GT.0.0) RT1=-RT1
ISN 00069      X1=0.5*( RT1+RT2+RT3)-0.25*A
ISN 00070      X2=0.5*( RT1-RT2-RT3)-0.25*A
ISN 00071      X3=0.5*(-RT1+RT2+RT3)-0.25*A
ISN 00072      X4=0.5*(-RT1-RT2+RT3)-0.25*A
ISN 00073      60 CONTINUE
ISN 00074      RETURN
ISN 00075      END

```

```

1SN 00076      SUBROUTINE JGM12(NAOD)                               JDM00100
1SN 00077      C      REAL*8 X,CDF                               JDM00200
1SN 00078      DOUBLE PRECISION X,CDF,CDFT                JDM00300
1SN 00079      DIMENSION X(1)                                JDM00400
1SN 00079      DIMENSION BCD1(4),BCD2(4),CDF(4),IG(17)    JDM00500
1SN 00080      COMMON X                                     JDM00600
1SN 00081      COMMON/JOMIN8/NA,NB,NC,ND,NE,NF,NG,NH,NI,NJ   JDM00700
1SN 00082      COMMON/GEDNH/HMALE,FEMALE,NIT,COMMA,ZONE,BLOCK,MEDIA,SURFAC,
1SN 00082      *SECTOR,CDFS(13),REGION,SIR,HMADAM,HMISS,HMARR,SINGLE   JDM00800
1SN 00083      COMMON/GEOMD/NGEM,NEDM,GEHD                  JDM00900
1SN 00084      COMMON/JOMINX/NIN,NDUT                   JDM01000
1SN 00085      EQUIVALENCE(CDFS110),BLANK                 JDM01100
1SN 00086      COMMON/TORUSI/ NDBD,NDB4,NDB8,NDBT       JDM01200
1SN 00087      COMMON/TORUSD/ COFT(3,30)                  C

1SN 00088      READ (NIN,8000) NDBD,NDB4,(ID(I),I=1,16)     JDM01800
1SN 00089      WRITE(NDUT,8005) NDBD,NDB4,(ID(I),I=1,16)     JDM01900
1SN 00090      B005 FORMAT(1H0,215,15A4,A2)                  JDM02000
1SN 00091      B005 FORMAT(1H0,215,15A4,A2)                  JDM02100
1SN 00092      NDB01=NDBD+1                                JDM02200
1SN 00093      NDBT=NDBD+NDB4                            JDM02300
1SN 00094      IF(NDBT.LE.0) GO TO 130                  JDM02500
1SN 00095      NA=NADD/2                                JDM02600
1SN 00096      NB=NA+NDBD                            JDM02700
1SN 00097      NC=NB+NDBD                            JDM02800
1SN 00098      ND=NC+NDBD                            JDM02900
1SN 00099      NE=ND+NDBD                            JDM03000
1SN 00100      NF=ND+NDBD                            JDM03100
1SN 00101      NG=NF+NDBD                            JDM03200
1SN 00102      NH=NG+NDBD                            JDM03300
1SN 00103      NI=NH+NDBD                            JDM03400
1SN 00104      NJ=NJ+NDBD                            JDM03500
1SN 00105      M = NJ + NCBD                           JDM03600
1SN 00106      NADD = 2 * M + 1                         JDM03700
1SN 00107      DO 100 I=NA,M                          JDM03800
1SN 00108      100 X(I+1)=0.0D0                         JDM03900
1SN 00109      IF (NGEM,NE,0) GO TO 140                  JDM04000
1SN 00110      DO 125 I=1,NDBD                         JDM04100
1SN 00111      105 READ(NIN,8010) (COF(j),BCD1(j),BCD2(j),J=1,4)  JDM04200
1SN 00112      B010 FORMAT(4(D10.5,A4,1X,A1))          JDM04300
1SN 00113      DO 120 J=1,4                         JDM04400
1SN 00114      DO 110 K=1,13                         JDM04500
1SN 00115      IF(BCD1(j),EG,CDFS(K)) GO TO 115      JDM04600
1SN 00116      110 CONTINUE                           JDM04700
1SN 00117      WRITE(NDUT,8015) I, (COF(JJ),BCD1(JJ),BCD2(JJ),JJ=1,J)  JDM05000
1SN 00118      B015 FORMAT(1X,15.5X,4(E13.5,A4,1X,A1))  JDM05100
1SN 00119      CALL JDM13(8)                           JDM05200
1SN 00120      115 IF(K,GT,10) K=K-7                  JDM05300
1SN 00121      NL=NA+(K-1)*NDBD+I                      JDM05400
1SN 00122      X(NL)=X(NL)+COF(J)                     JDM05500
1SN 00123      IF(BCD2(j),NE,BLANK) GO TO 125        JDM05600
1SN 00124      120 CONTINUE                           JDM05700
1SN 00125      WRITE(NDUT,8015) I, (COF(JJ),BCD1(JJ),BCD2(JJ),JJ=1,J)  JDM05800
1SN 00126      GO TO 105                           JDM05900
1SN 00127      125 WRITE(NDUT,8015) I, (COF(JJ),BCD1(JJ),BCD2(JJ),JJ=1,J)  JDM05850
1SN 00128      IF(NDB4,LE,0) GO TO 130                  JDM05900
1SN 00129      DO 200 I=1,NDB4                         JDM06000
1SN 00130      II = I*NDBD                           JDM06100
1SN 00131      READ (NIN,8020) (COFT(j,1),J=1,3)       JDM06200
1SN 00132      WRITE(NDUT,8070) II, (COFT(j,1),J=1,3)       JDM06300
1SN 00133      200 CONTINUE                           JDM06400
1SN 00134      B020 FORMAT(1X,4(D10.5,6X))           JDM06500
1SN 00135      B070 FORMAT(1X,15.5X,4(1PE13.5,6X))       JDM06600
1SN 00136      130 RETURN                           JDM06700
1SN 00137      C      DUCT GEOMETRY                  JDM06800
1SN 00138      140 CALL JDUCT(NDBD)                   JDM06900
1SN 00139      GO TO 130                           END

```

```

ISN 00140      SUBROUTINE JOM5          00036530
C     INTER          00036540
C     IMPLICIT REAL*8(A-H,D-Z)        00036550
ISN 00141      IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,D-Z) 00036560
C     REAL*4 R,DUM1,DUM2,DUM4,DUM6,RGBD,SGNF,SGNF2,AND 00036570
ISN 00142      REAL*4 R,DUM1,DUM2,DUM4,DUM6,SGNF,SGNF2 00036580
ISN 00143      INTEGER*4 RGBD,REG

ISN 00144      DIMENSION X(1),N(1),R(1)          00036590
ISN 00145      COMMON/NRC/NR(31)          0003660
ISN 00146      COMMON X          00036610
ISN 00147      COMMON/GEM4/XONE,YONE,ZONE,XTWO,YTWO,ZTWO,DIST, 00036620
                2 NCUE,NCR          00036630
ISN 00148      COMMON/GEDR9/NZ,NBL,NXBL,NYBL,NZBL          00036640
ISN 00149      COMMON/GEDM56/RGBD,NB0D,REG          00036650
ISN 00150      COMMON/JCMIN3/DUM1(13),NS,NB,DUM2(6)          00036660
ISN 00151      COMMON/GECN7/X1,Y1,Z1,X2,Y2,Z2,DIST1,NCR1          00036670
ISN 00152      COMMON/GEOMA/ID,NSSTAT          00036680
ISN 00153      COMMON/GEOMC/DUM5(6),DUM7(3),DUM8,NNED,DUM6          00036690
ISN 00154      COMMON/GECM7/SGNF,SGNF2,NEDUND,NED2          00036700
ISN 00155      COMMON/TDRUS1/NMAX,NB84,NB8T          00036710
ISN 00156      COMMON/TDRUS2/CUFT(3,30)          00036720
ISN 00157      EQUIVALENCE(R(1),NR(1)),(NRGBD,RGBD)          00036730
ISN 00158      EQUIVALENCE(X(1),N(1))

C     IF(ID.GT.1) GO TO 100          00036730
ISN 00159      CALL JOM6(XONE,YONE,ZONE,I,NEWMED)          00036740
C     JOM6 IS FINDR          00036750
ISN 00160      NS1=N$+NZ          00036760
ISN 00161      NS1=N$+NZ          00036770
ISN 00162      NB1=N$+NZ          00036780
ISN 00163      NS2=(NS1)+NBL          00036790
ISN 00164      NB2=(NB1)+NBL          00036800
ISN 00165      NDS=N(NS2)          00036810
ISN 00166      NED=N(NB2)          00036820
ISN 00167      IF(NEWMED.EQ.NMED) GO TO 100          00036830
ISN 00168      NMED=NEWMED          00036840
ISN 00169      XTWO=XONE          00036850
ISN 00170      YTWO=YONE          00036860
ISN 00171      ZTWO=ZONE          00036870
C     DIST=0.0D0          00036880
ISN 00172      NCR=1          00036890
ISN 00173      GO TO 130          00036900
ISN 00174      100 IF(NDS.GT.0) GO TO 110          00036910
ISN 00175      NCR=0          00036920
ISN 00176      105 NB0DNU=0          00036930
ISN 00177      SGNF=0.          00036940
ISN 00178      GO TO 130          00036950
ISN 00179      110 DIST=0.0D0          00036960
ISN 00180      DIST2=1.0D0          00036970
ISN 00181      X1=XONE          00036980
ISN 00182      Y1=YONE          00036990
ISN 00183      Z1=ZONE          00037000
ISN 00184      115 X2=XTWO          00037010
ISN 00185      Y2=YTWO          00037020
ISN 00186      Z2=ZTWO          00037030
ISN 00187      NCR=0          00037040
ISN 00188      DO 120 I=1,NGS          00037050
ISN 00189      IF(IAND(NNGED,NR(1)).EQ.0) GO TO 120          00037060
ISN 00190      NB01=NBD+1          00037070
ISN 00191      IF(N(NB01).GT.NMAX) GO TO 116          00037080
ISN 00192      CALL JOM7(N(NED1))          00037090
ISN 00193      GO TO 117          00037100
ISN 00194      116 CALL JOM77(N(NB01))          00037110
ISN 00195      117 CONTINUE          00037120
C     JOM7 IS CROSS          00037130
ISN 00196      IF(NCR1.LE.0) GO TO 120          00037140
ISN 00197      NCR=NCR1          00037150
ISN 00198      NB0D=1          00037160
ISN 00199      DIST2=DIST2*DIST1          00037170
ISN 00200      120 CONTINUE          00037180
ISN 00201      IF(NCR1.EQ.0) GO TO 105          00037190
ISN 00202      NB0UND=NB02          00037200
ISN 00203      SGNF=SGNF2          00037210
ISN 00204      CALL JOM6(X2,Y2,Z2,E,NEWMED)          00037220
C     JOM6 IS FINDR          00037230
ISN 00205      IF(NMED.NE.NEWMED) GO TO 125          00037240
ISN 00206      X1=X2          00037250
ISN 00207      Y1=Y2          00037260
ISN 00208      Z1=Z2          00037270
ISN 00209      DIST=DIST+DIST2          00037280
ISN 00210      DIST2=1.0D0-DIST          00037290
ISN 00211      GO TO 115          00037300
ISN 00212      125 NMED=NEWMED          00037310
ISN 00213      XTWO=X2          00037320
ISN 00214      YTWO=Y2          00037330
ISN 00215      ZTWO=Z2          00037340
ISN 00216      DIST=DIST+DIST2          00037350
ISN 00217      130 RETURN          00037360
ISN 00218      END          00037370

```

```

1SN 00219      FUNCTION JDM8(XONE,YONE,ZONE,IU)          00038940
C   FUNC
C   IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
1SN 00220      IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,O-Z)        00038950
C   REAL# JDM8
1SN 00221      DOUBLE PRECISION JDM8
1SN 00222      DIMENSION X(1)
1SN 00223      COMMON X
1SN 00224      COMMON/JDMIN8/NA,NB,NC,ND,NE,NF,NG,NH,NJ,NU
1SN 00225      COMMON/TOKUSI/ NODD,NOD4,NODT
1SN 00226      COMMON /TOKUSD/ COFT(3,30)
C
1SN 00227      IF(IU.LE.NODD) GO TO 10
1SN 00228      IDX=IU-NODD
1SN 00229      R=COFT(1,IDX)
1SN 00230      A=COFT(2,IDX)
1SN 00231      B=COFT(3,IDX)
1SN 00232      P=(DSQRT(XONE*XONE+YONE*YONE)-R)/A
1SN 00233      Q=ZONE/B
1SN 00234      JDM8=P*P+Q*Q-1.0D0
C
1SN 00235      WRITE(16,600) RA,B,P,Q,JDM8,NODD,ID
600 FORMAT(1H0,5X,'CONTENTS OF JDM8',5X,1P6E12.4,215)
1SN 00236      RETURN
1SN 00237      10 LA=NA+ID
1SN 00238      LB=NB+ID
1SN 00239      LC=NC+ID
1SN 00240      LD=ND+ID
1SN 00241      LE=NE+ID
1SN 00242      LF=NF+ID
1SN 00243      LG=NG+ID
1SN 00244      LH=NH+ID
1SN 00245      LJ=NJ+ID
1SN 00246      LJ=NJ+ID
1SN 00247      JDM8=(X(LA)*XONE+X(LD)*YONE+X(LE)*ZONE+X(LG))*XONE+(X(LB)*YONE+
&X(LF)*ZONE+X(LH)*YONE+(X(LC)*ZONE+X(L1))*ZONE+X(LJ))
RETURN
1SN 00248      END
1SN 00249
1SN 00250      SUBROUTINE JDM77(ID)
C   CROSS FOR TORUS GEOMETRY
1SN 00251      IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,O-Z)
1SN 00252      REAL SGNF,SGNF2
1SN 00253      DOUBLE PRECISION JDM8
1SN 00254      DIMENSION X(4)
1SN 00255      COMMON/GEM7/XONE,YONE,ZONE,XTH0,YTH0,ZTH0,DIST,NCR
1SN 00256      COMMON/GEM70/P,L,FUN,F1,DISCK,U,V,W,AU,BV,CW,AUDVIEW,BVFW
1SN 00257      COMMON/JDMIN8/NA,NB,NC,ND,NE,NF,NG,NH,NJ,NU
1SN 00258      COMMON/GELM77/SGNF,SGNF2,NBOND,NBD2
1SN 00259      COMMON /TOKUSI/ NODC,NOD4,NODT
1SN 00260      COMMON /TOKUSD/ COFT(3,30)
1SN 00261      DATA IDENT/0/
1SN 00262      DATA IDENT/0/
C
1SN 00263      IDX=ID-NODD
1SN 00264      R=COFT(1,IDX)
1SN 00265      A=COFT(2,IDX)
1SN 00266      B=COFT(3,IDX)
1SN 00267      XX=XONE*XONE
1SN 00268      YY=YONE*YONE
1SN 00269      ZZ=ZONE*ZONE
1SN 00270      U=XTH0-XONE
1SN 00271      V=YTH0-YONE
1SN 00272      W=ZTH0-ZONE
1SN 00273      P0=U*U+V*V
1SN 00274      Q0=U*XONE+V*YONE
1SN 00275      R0=XX+YY
1SN 00276      AB=A*B
1SN 00277      AB=AB*AB
1SN 00278      AO=0.5*(P0+AB+W*W)/R
1SN 00279      BO=(Q0+AB**ZONE)/R
1SN 00280      CO=0.5*(R0+AB*ZZ-A*A+R*R)/R
1SN 00281      AX=A*U*AO
1SN 00282      BX=U*AO*BU
1SN 00283      CX=BU*BU+Z*U*CO*AO-PU
1SN 00284      DX=Z*U*(BO*CD-CU)
1SN 00285      EX=CO*CO-XO
1SN 00286      IF(SABS(AX).LT.1.0D-15) GO TO 5
1SN 00287      FD=EX*(AX+BX+CX+DX+EX)
1SN 00288      IF(FD.LE.0.0) GO TO 3
1SN 00289      F1=DX*(4.0*MAX(3.0*BX+2.0*CX+DX)
1SN 00290      IF(F1.LE.0.0) GO TO 3
1SN 00291      OII=9.0*B*BX-24.0*A*CX
1SN 00292      IF(OII.LT.0.0D0) GO TO 7
1SN 00293      DII=DSQRT(OII)
1SN 00294      KII=-3.0*BX*DII
1SN 00295      XII=XII/IZ*AX
1SN 00296      DL=1D0 I=1,2
1SN 00297      IF(XII.LT.0.0D0) GO TO 100
1SN 00298      IF(XII.GT.1.0D0) GO TO 100
1SN 00299      FII=(4.0/3.0*CX-BX*EX/2.0/AZ)*XII+(DX-t*EX*CX/b.*U./AZ)
1SN 00300      FII=FII*DX
1SN 00301      IF(FII.LT.-0.0D0) GO TO 3
1SN 00302      100 XII=XII-DII/6.0/AX
C 100 CONTINUE

```