

JAERI-M

9 5 6 4

リブ付き伝熱面の強制対流熱伝達・第3報
(数値計算結果：レイノルズ数150～850)

1981年7月

切刀 資彰・滝塚 貴和

この報告書は、日本原子力研究所が JAERI-M レポートとして、不定期に刊行している研究報告書です。入手、複製などのお問い合わせは、日本原子力研究所技術情報部（茨城県那珂郡東海村）あて、お申しこしください。

JAERI-M reports, issued irregularly, describe the results of research works carried out in JAERI. Inquiries about the availability of reports and their reproduction should be addressed to Division of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken, Japan.

リブ付き伝熱面の強制対流熱伝達・第3報
(数値計算結果; レイノルズ数 150 ~ 850)

日本原子力研究所東海研究所高温工学部
功刀 資彰・滝塚 貴和

(1981年6月17日受理)

前報では、平行流路内に等間隔に取り付けられたリブ周りの伝熱・流動特性を解析する計算コードを用いて、レイノルズ数 10 ~ 250 の範囲での計算結果を報告した。本報では、対流・拡散項を有する有限差分式の解の尻振りを除去するために風上差分法により、この計算コードの改訂を行い、レイノルズ数 150 ~ 850 の範囲での数値計算を行った。

得られた結果は、次の通りである。

(1) リブ付き伝熱面を有する平行流路の平均ヌッセルト数は、レイノルズ数 150 ~ 850 の範囲では、流路上面で約 10、流路下面で約 7.5 である。

(2) 対流・拡散項を有する有限差分式の解の尻振りを除去するために風上差分法を用いることは有効である。

Flow and Heat Transfer in Parallel Channel Attached with
Equally-Spaced Ribs, 3rd Report
(Numerical Results in the Range of Reynolds number from 150 to 850)

Tomoaki KUNUGI and Takakazu TAKIZUKA
Division of High Temperature Engineering,
Tokai Research Establishment, JAERI

(Received June 17, 1981)

The computer code for analysing the flow and heat transfer characteristics in a parallel channel with equally-spaced ribs, which was reported in the previous paper with numerical results in the range of Reynolds number from 10 to 250, was revised in order to eliminate the wiggles of the solution of finite difference equation contained convective and diffusive terms by the upwind-difference method. Using this code, numerical calculations were carried out in the range of Reynolds number from 150 to 850. The following were the results obtained:

- (1) The mean Nusselt number of a ribbed channel is about 10 at the upper wall and about 7.5 at the lower wall in the range of Reynolds number from 150 to 850.
- (2) The upwind-difference method is useful to eliminate the wiggles of the solution of a finite difference equation contained convective and diffusive terms.

Keywords; Numerical Calculations, Fluid Flow, Heat Transfer,
Parallel Channel, Equally-spaced Ribs, Wiggles,
Upwind-difference, Mean Nusselt Number, Reynolds
Number

目 次

1. はじめに	1
2. 理論解析	2
2.1 対象領域	2
2.2 仮定	2
2.3 基礎方程式	2
2.4 境界条件	3
2.5 無次元化	5
2.6 圧力、摩擦抵抗及び熱伝達率	6
3. 数値計算法	8
3.1 風上差分法	8
3.2 収束判定及び計算結果の処理	12
4. 計算結果	13
4.1 流動特性	13
4.1.1 流れ関数	13
4.1.2 渦度	14
4.1.3 速度分布、圧力係数及び摩擦抵抗係数	14
4.2 伝熱特性	14
4.2.1 温度分布	14
4.2.2 局所ヌッセルト数分布	15
4.2.3 平均ヌッセルト数分布	15
5. 検討及び考察	17
5.1 流動特性に及ぼすレイノルズ数の影響	17
5.2 伝熱特性に及ぼすレイノルズ数の影響	18
5.3 数値計算手法に対する検討	19
6. 結論	19
参考文献	20
付 録	93
(A) 人工粘性	93
(B) Neumann の安定性解析法	94
(C) Hirt の安定性解析法	96

CONTENTS

1. Introduction	1
2. Theoretical analysis	2
2.1 Interest region	2
2.2 Fundamental assumptions	2
2.3 Fundamental equations	2
2.4 Boundary conditions	3
2.5 Non-dimensionalization	5
2.6 Pressure, friction and heat transfer coefficients	6
3. Nureical procedure	8
3.1 Upwind method	8
3.2 Criteria of numerical calculations	12
4. Numerical results	13
4.1 Flow characteristics	13
4.1.1 Stream functions	13
4.1.2 Vorticities	14
4.1.3 Velocity profiles, pressure and friction coefficients	14
4.2 Thermal characteristics	14
4.2.1 Temperature distributions	14
4.2.2 Local Nusselt numbers	15
4.2.3 Mean Nusselt numbers	15
5. Discussion	17
5.1 Effects of Reynolds numbers on flow characteristics	17
5.2 Effects of Reynolds numbers on thermal characteristics	18
6. Conclusions	19
Literature cited	20
Appendix	93
(A) Artificial viscosity	93
(B) Neumann's stability analysis	94
(C) Hirt's stability analysis	96

図 目 次

Fig. 1	リブ付き平行流路	4
Fig. 2	対象領域と境界条件	4
Fig. 3	計算の流れ図	10
Fig. 4	サブルーチン VORTEX	11
Fig. 5	サブルーチン UPWIND	11
Fig. 6~Fig. 20	流れ関数の等高線図	21~25
Fig. 21~Fig. 35	渦度の等高線図	26~30
Fig. 36~Fig. 50	速度ベクトル図	31~35
Fig. 51~Fig. 65	速度プロフィール	36~40
Fig. 66~Fig. 80	流路上面の圧力係数分布	41~48
Fig. 81~Fig. 95	流路上面の摩擦抵抗係数分布	48~55
Fig. 96~Fig. 110	流路下面の摩擦抵抗係数分布	56~63
Fig. 111~Fig. 125	等温線図	64~68
Fig. 126~Fig. 140	温度プロフィール	69~73
Fig. 141~Fig. 155	流路上面の局所ヌッセルト数分布	74~81
Fig. 156~Fig. 170	流路下面の局所ヌッセルト数分布	82~89
Fig. 171	局所ヌッセルト数とレイノルズ数の関係	90
Fig. 172	各部の平均ヌッセルト数とレイノルズ数の関係	90
Fig. 173	平均ヌッセルト数とレイノルズ数の関係	91
Fig. 174	はく離点及び定常渦の中心とレイノルズ数の関係	91
Fig. 175	再付着点及び定常渦の中心とレイノルズ数の関係	92
Fig. 176	無次元圧力損失とレイノルズ数の関係	92

記 号 表

C_p	: 定圧比熱
D	: 無次元リブ高さ
E_θ	: 温度の収束判定許容誤差
E_ψ	: 流れ関数の収束判定誤容誤差
E_{c_1}	: 渦度の収束判定許容誤差
E_{c_2}	: 流れ場の収束判定許容誤差
h	: 熱伝達率
H	: 流路高さ
I_B	: リブ幅の格子分割数
I_X	: 1ピッチ分の格子分割数
J_S	: リブ高さの格子分割数
J_Y	: 流路高さの格子分割数
n	: 境界壁に対して法線方向
N	: 境界壁に対して法線方向単位長さ
Nu	: 局所ヌッセルト数
$\bar{Nu}$	: 平均ヌッセルト数
p	: 圧 力
p_o	: 基準圧力
P	: 1ピッチ長
P^*	: 無次元圧力
P_o^*	: 無次元基準圧力
ΔP^*	: 無次元圧力損失
Pr	: プラントル数 ($= \nu / \alpha$)
q	: 熱流束
q_1	: 流路上面からの熱流束
q_2	: 流路下面からの熱流束
Q	: 無次元熱流束
Re	: レイノルズ数 ($= 2 \bar{U}_o H / \nu$)
s	: リブ高さ
t	: 時 間
T	: 無次元時間
ΔT	: 無次元時間刻み
u	: x 方向速度成分
U	: X 方向無次元速度成分
$\bar{U}_o$	: 流体の平均流速 ($= \frac{1}{y_o} \int_0^{y_o} u \, dy$)
v	: y 方向速度成分

V	:	Y 方向無次元速度成分
w	:	リブ幅
x_p	:	x 方向距離 (1 ピッチ長)
x_w	:	x 方向距離 (リブ幅)
X_p	:	X 方向無次元距離 (1 ピッチ長)
y_s	:	y 方向距離 (リブ高さ)
y_o	:	y 方向距離 (流路高さ = H)
Y_s	:	Y 方向無次元距離 (リブ高さ)
Y_o	:	Y 方向無次元距離 (流路高さ)
α	:	温度伝導率
β	:	アスペクト比 (= $P / 2 H$)
ζ	:	渦 度
ζ	:	無次元渦度
θ	:	温 度
θ_b	:	混合平均温度
θ_c	:	温度定数 (= $\frac{q_1 x_p + q_2 (x_p + 2 s)}{\rho C_p y_o U_o}$)
θ_o	:	基準温度
Θ	:	無次元温度
Θ_b	:	無次元混合平均温度
Θ_w	:	無次元壁面温度
λ	:	熱伝導率
μ	:	粘性係数
ν	:	動粘性係数
ρ	:	密 度
τ	:	摩擦抵抗
τ^*	:	無次元摩擦抵抗
ψ	:	流れ関数
ψ^*	:	無次元流れ関数
ω	:	加速係数

1. は じ め に

高温ガス冷却炉では、冷却材として気体を用いているが、液体に比べて熱伝達率が低いため、燃料要素や熱交換器の伝熱面に熱伝達を増進させる目的で種々の工夫が施されている。伝熱面にフィンあるいは、リブなどを取り付けることにより熱伝達を向上させる方法もその一例である。

リブあるいは、フィンのような乱流促進体を取り付けた伝熱面の熱伝達、圧力損失についてはすでに数多くの研究が行われており、平滑な伝熱面と比べて熱伝達率を2～3倍程度向上出来ることが知られている¹⁾。

現在研究が進められている多目的高温ガス実験炉のように比較的低いレイノルズ数領域で燃料要素の冷却を行う場合には、原子炉の安全性の面からも遷移（乱流／層流）領域及び層流領域における乱流促進体周りの伝熱・流動特性を調べることが重要となる。

菱田ら²⁾は、レイノルズ数が500～4000の比較的低いレイノルズ数領域で円柱形の乱流促進体を取り付けた平行流路の伝熱実験を行い、レイノルズ数が600～1000以下の範囲では、乱流促進体のない平滑流路の場合よりも逆に熱伝達率が低下するという結果を報告している。著者らは、この熱伝達率の低下についてリブ付き伝熱面の伝熱・流動特性との関連を明らかにする目的で数値解析コードの作成を行った³⁾。このコードは、平行流路内に等間隔に取り付けられた矩形リブ周りの強制対流熱伝達について、2次元非圧縮性流れを仮定し、平行流路壁面及びリブ伝熱面から熱流束が与えられているものとしてナビエ・ストークスの式及びエネルギー式を有限差分法で数値解析するものである。著者らは、前報⁴⁾で、（流路1ピッチ長）／（リブ幅）が7.0、（流路高さ）／（リブ高さ）が3.0、（リブ幅）／（リブ高さ）が2.0であるようなリブ付き平行流路について、レイノルズ数10～250の範囲で行った数値計算結果を報告した。その結果、次の事柄が明らかになった。リブ付き伝熱面を有する平行流路の平均ヌッセルト数は、レイノルズ数10～250の範囲では、流路上面で約10～11、リブ付き伝熱面を有する流路下面で約7.5である。

また、数値計算コードの実用限界がレイノルズ数100程度であることが分った。

本報告では、レイノルズ数がさらに大きい場合について数値計算を行うために、渦度移動方程式の対流項へ有限差分法として従来の中心差分法の代わりに風上差分法を適用した。対象の流路及びリブの形状寸法、境界条件等はすべて前報⁴⁾と同一とし、レイノルズ数150～850の範囲で行った数値計算の結果を各レイノルズ数について、流れ関数分布、渦度分布、温度分布、ヌッセルト数分布、摩擦係数分布、圧力係数分布及び速度分布などにまとめて伝熱・流動特性に及ぼすレイノルズ数の影響について検討した。

2. 理論解析

2.1 対象領域

Fig. 1 にリブ付き伝熱面を有する平行流路を示す。流体の流れ方向を x 方向、流路下面より上面に向かう方向を y 方向とする。流路下面のリブは矩形であり、 x 方向に等間隔に取り付けられているものとし、1 ピッチの長さを P 、流路高さを H 、リブ高さを s 、リブ幅を w とする。等間隔に取り付けられたリブの任意の 1 ピッチを解析の対象領域として採用し、 $P/W = 7.0$ 、 $H/s = 3.0$ とする。

2.2 仮定

ここでは、次の仮定を用いる。

- (1) 2次元流れとする。
- (2) 非圧縮性ニュートン流体とする。
- (3) 流体の物性値は一定とし、外力は無視する。
- (4) 流体は壁で滑らないものとする。
- (5) エネルギー式では、ふく射及び粘性散逸の効果を無視する。
- (6) 流れ場及び温度場は周期的とする。
- (7) 境界壁より熱流束が与えられるものとする。

2.3 基礎方程式

2.2 の仮定のもとで、基礎方程式は次のようになる。

<連続の式>

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.1)$$

<運動の式>

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (2.3)$$

<エネルギー式>

$$\rho C_p \left(\frac{\partial \theta}{\partial t} + u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) = \lambda \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right) \quad (2.4)$$

ここで、 u 、 v はそれぞれ x 、 y 方向の速度成分であり、 p は圧力、 ρ は密度、 ν は動粘性係数、 θ は温度、 C_p は定圧比熱、 λ は熱伝導率である。

渦度 ζ を次式で定義し

$$\zeta = - \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right) \quad (2.5)$$

更に、流れ関数 ψ を次式で定義すると

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = - \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (2.6)$$

連続の式 (2.1) は、自動的に満足され、式 (2.3) と式 (2.4) に式 (2.5) と式 (2.6) を適用すれば、次のような渦度移動方程式が得られる。

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \zeta}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \zeta}{\partial y} = \nu \left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} \right) \quad (2.7)$$

一方、流れ関数方程式は、式 (2.5) より、

$$- \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right) = \zeta \quad (2.8)$$

となる。

2.4 境界条件

境界条件は、前述の仮定に基づき次のようになる。(Fig. 2 参照)

(1) 流体は壁で滑らない。

$$u = v = 0$$

(2) 境界壁からの熱流束は一定。

流路上面から

$$q_1 = -\lambda \frac{\partial \theta}{\partial n} \Big|_1$$

流路下面から

$$q_2 = -\lambda \frac{\partial \theta}{\partial n} \Big|_2$$

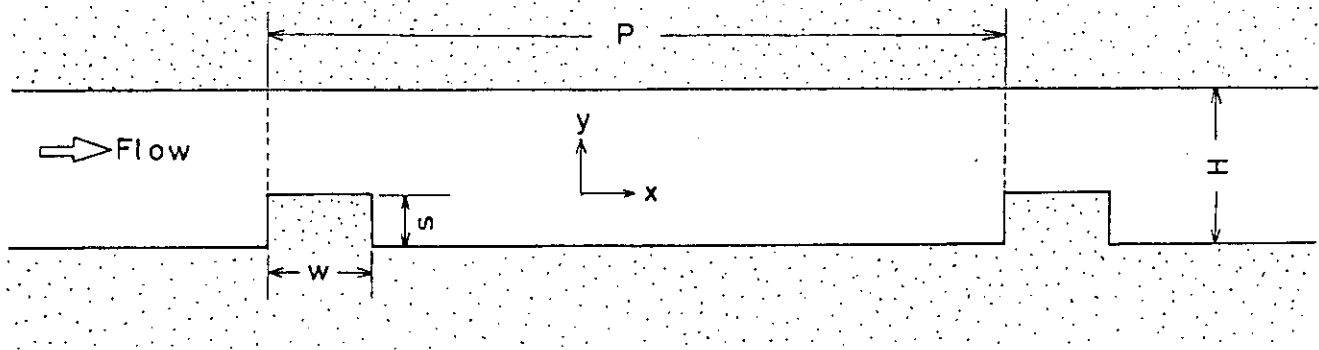


Fig.1 Parallel Channel Attached with Equally-spaced Ribs

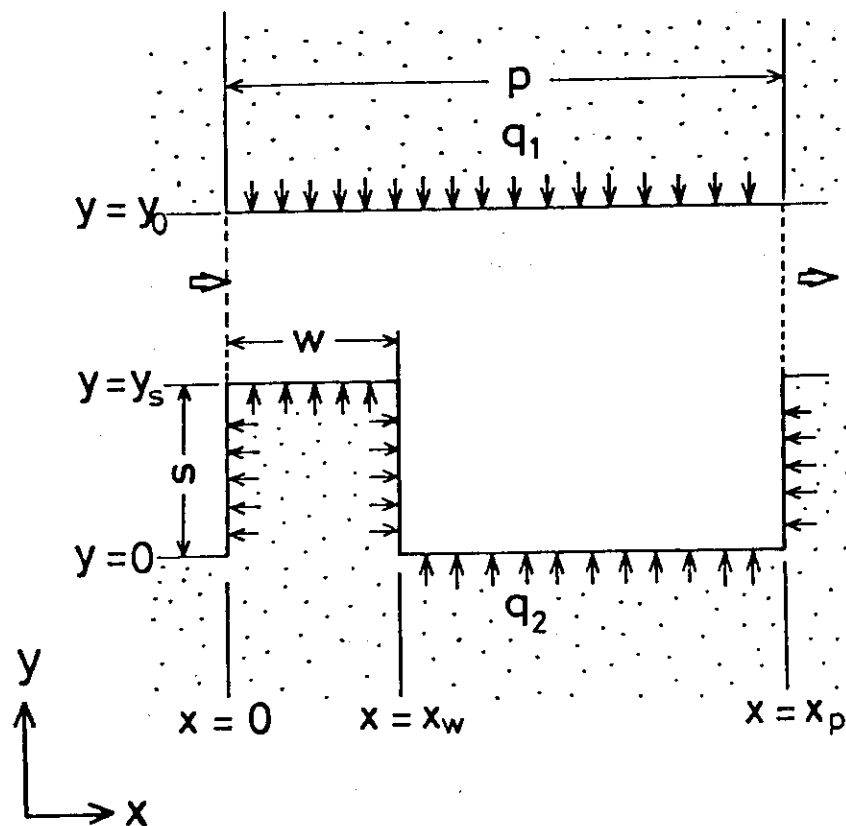


Fig.2 Interest Region and Boundary Conditions

(3) 流入境界では速度が等しい。

流入境界 ; $x = 0$, 流出境界 ; $x = x_p (= P)$

$$u(0, y) = u(x_p, y)$$

$$v(0, y) = v(x_p, y)$$

(4) 温度は、次式で与えられる。

$$\theta(x_p, y) = \theta(0, y) + \theta_c$$

ここで、 θ_c は、壁面から流体に入る熱量で決まる定数であり次式で与えられる。

$$\theta_c = \frac{q_1 x_p + q_2 (x_p + 2s)}{\rho C_p y_0 \bar{U}_0} \quad (2.9)$$

$$\left(\text{ただし, } \bar{U}_0 = \frac{1}{y_0} \int_0^{y_0} u \, dy \right)$$

2.5 無次元化

前報^{3), 4)}と同様に、代表長さ $2H$ (流路高さの2倍) 及び代表速度 $\bar{U}_0$ (平均の流速) を用いて無次元化する。 $X = x / 2H$, $Y = y / 2H$, $T = t / (2H / \bar{U}_0)$, $P^* = (p - p_0) / (\rho \bar{U}_0^2)$, $\theta = (\theta - \theta_0) / \theta_c$, $Q = q_1 x_p / [q_1 x_p + (x_p + 2s)]$,

$$Re = 2 \bar{U}_0 H / \nu \quad (\text{レイノルズ数})$$

$$Pr = \nu / \alpha \quad (\text{プラントル数})$$

ここで、 $\alpha (= \lambda / (\rho C_p))$ は温度伝導率である。

以上の無次元諸量を用い、基礎方程式を無次元化すると次式のようになる。

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial U}{\partial T} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = - \frac{\partial P^*}{\partial X} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial V}{\partial T} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = - \frac{\partial P^*}{\partial Y} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial T} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{Re Pr} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (2.13)$$

$$U = \frac{\partial \psi^*}{\partial Y}, \quad V = - \frac{\partial \psi^*}{\partial X} \quad (2.14)$$

$$\zeta^* = - \left(\frac{\partial^2 \psi^*}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \psi^*}{\partial X^2} \right) \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial \zeta^*}{\partial T} + \frac{\partial \psi^*}{\partial Y} \frac{\partial \zeta^*}{\partial X} - \frac{\partial \psi^*}{\partial X} \frac{\partial \zeta^*}{\partial Y} = \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 \zeta^*}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \zeta^*}{\partial Y^2} \right) \quad (2.16)$$

同様に境界条件を無次元化すると次のようになる。

(1) 流路下面では、

$$\left. \begin{aligned} \psi^* &= 0, \quad 0 \\ \zeta^* &= - \frac{\partial^2 \psi^*}{\partial N^2} \\ - \frac{\partial \theta}{\partial N} &= \frac{(1-Q) \text{Re Pr}}{2 (X_p + 2D)} \end{aligned} \right\} \quad (2.17)$$

(2) 流路上面では、

$$\left. \begin{aligned} U^* &= 0.5 \\ \zeta^* &= - \frac{\partial^2 \psi^*}{\partial N^2} \\ - \frac{\partial \theta}{\partial N} &= \frac{Q \text{Re Pr}}{2 X_p} \end{aligned} \right\} \quad (2.18)$$

(3) 流入出境界

$$\left. \begin{aligned} \psi^* (0, Y) &= \psi^* (X_p, Y) \\ \zeta^* (0, Y) &= \zeta^* (X_p, Y) \\ \theta (0, Y) &= \theta (X_p, Y) - 1 \end{aligned} \right\} \quad (2.19)$$

ここで、 $X_p = x_p / 2H$, $D = s / 2H$, $N = n / 2H$ である。(ただし、 n は境界面に対する法線方向を示す。)

2.6 圧力、摩擦抵抗及び熱伝達率

壁面上の圧力、摩擦抵抗及び熱伝達率は、次のようにして求まる。

(1) 圧 力

圧力基準点における基準圧力を P_0^* とすれば、 X 軸に平行な壁面上で

$$P^* = P_o^* - \int_0^X \frac{1}{Re} \frac{\partial \zeta^*}{\partial Y} \Big|_w dX \quad (2.20)$$

また、Y 軸に平行な壁面上で

$$P^* = P_o^* + \int_0^Y \frac{1}{Re} \frac{\partial \zeta^*}{\partial X} \Big|_w dY \quad (2.21)$$

である。ここで、添字 w は境界壁を示す。

(2) 摩擦抵抗

無次元摩擦抵抗は、次式で与えられる³⁾。

$$\tau^* = \frac{1}{Re} \zeta^* \quad (2.22)$$

(3) 熱伝達率

ヌッセルト数 Nu は、流路上面で、

$$Nu = \frac{Q Re Pr}{2 X_p (\theta_w - \theta_b)} \quad (2.23)$$

流路下面で、

$$Nu = \frac{(1-Q) Re Pr}{2 (X_p + 2 D) (\theta_w - \theta_b)} \quad (2.24)$$

となる。ここで、 θ_w は無次元壁面温度、 θ_b は無次元混合平均温度である。

3. 数 値 計 算 法

第1報³⁾で述べた有限差分法を用い、レイノルズ数が10～250の範囲における数値計算結果を得た⁴⁾が、レイノルズ数100以上になると、解の尻振り現象(Wiggles)を生じた。レイノルズ数の増加に伴い解の空間的振動が上流側へ伝播するためレイノルズ数300以上では計算不可能となった。

解の尻振り、あるいは空間的振動は、流れの数値計算を行う際にしばしば発生する現象であり、反復収束を悪化させる。

一般に、中心差分法を用いた離散化方程式(第1報³⁾で述べた方法)において、解の尻振りが発生する限界は、計算領域の単位格子幅(セル幅)を基準としたレイノルズ数 Rc に対する次の条件で決まる⁵⁾。

セル・レイノルズ条件 ;

$$Rc = u \Delta l / \nu \geq 2 \quad (3.1)$$

ここで、 Δl はセル幅である。

実際にセル・レイノルズ数を計算すると、局所の流速 u, v に対してレイノルズ数が100の場合、1例として

$$x \text{ 方向 ; } Rc = u \Delta x / \nu \approx 3.3 > 2$$

$$y \text{ 方向 ; } Rc = v \Delta y / \nu \approx 1.1 < 2$$

となる。 y 方向については、式(3.1)を満足しているが、 x 方向にはセル・レイノルズ条件を満足しない。

従って、解の尻振りを発生させないためには、セル幅 Δx を小さくする、すなわち計算メッシュ点数を多くして $Rc \leq 2$ とすれば良いが、計算メッシュ点数を増すことにより計算機の主記憶容量が増大する(この場合、本計算コードでは、2倍以上となる)のは不利である。

この方法以外に定係数の方程式で「挙動誤差」を除去する方法として風上差分法の利点は、中心差分法を用いた場合の解の尻振り発生限界が、風上差分の正確度と同じである^{*)}ため、セル・レイノルズ数による制約を受けない⁵⁾し、現行の計算メッシュの寸法を変更する必要がないことである。

3.1 風上差分法

第1報³⁾では、式(2.16)の対流項、すなわち、 $\partial \zeta^* / \partial X$ と $\partial \zeta^* / \partial Y$ に中心差分法を適用したが、ここでは、この対流項に風上差分法を適用し必要な有限差分式を示す。

$\partial \psi^* / \partial Y$ 、 $\partial \psi^* / \partial X$ が定数とすると(渦度 ζ^* を求める際には ψ^* 値は既知である)、 U, V を用いて式(2.16)は、次式で示される。

脚注 *) APPENDIX 参照

$$\frac{\partial \zeta^*}{\partial T} = -U \frac{\partial \zeta^*}{\partial X} - V \frac{\partial \zeta^*}{\partial Y} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 \zeta^*}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \zeta^*}{\partial Y^2} \right) \quad (3.2)$$

有限差分表示すると、次のようになる。

$$\frac{\zeta_{i,j}^{*(T+\Delta T)} - \zeta_{i,j}^{*(T)}}{\Delta T} = -U_{i,j} \cdot A_{i,j} - V_{i,j} \cdot B_{i,j} + \frac{1}{Re} \cdot C_{i,j} \quad (3.3)$$

ここで、

$$U_{i,j} > 0 \text{ のとき} \quad A_{i,j} = \frac{\zeta_{i,j}^{*(T)} - \zeta_{i-1,j}^{*(T)}}{\Delta X}$$

$$U_{i,j} < 0 \text{ のとき} \quad A_{i,j} = \frac{\zeta_{i+1,j}^{*(T)} - \zeta_{i,j}^{*(T)}}{\Delta X}$$

$$V_{i,j} > 0 \text{ のとき} \quad B_{i,j} = \frac{\zeta_{i,j}^{*(T)} - \zeta_{i,j-1}^{*(T)}}{\Delta Y}$$

$$V_{i,j} < 0 \text{ のとき} \quad B_{i,j} = \frac{\zeta_{i,j+1}^{*(T)} - \zeta_{i,j}^{*(T)}}{\Delta Y}$$

$$C_{i,j} = \frac{\zeta_{i+1,j}^{*(T)} - 2\zeta_{i,j}^{*(T)} + \zeta_{i-1,j}^{*(T)}}{\Delta X^2} + \frac{\zeta_{i,j+1}^{*(T)} - 2\zeta_{i,j}^{*(T)} + \zeta_{i,j-1}^{*(T)}}{\Delta Y^2}$$

実際のプログラム作成において、上記の速度成分の正負判定による前進・後退差分の選択には、計算時間の節約のため、組み込み関数「SIGN(x, y)」を用いた。

第1報³⁾で述べたプログラム中、サブルーチンVORTEXを改め、速度成分の正負判定による風上差分の選択を行うサブルーチンUPWINDを追加した。

Fig. 3に計算のフロー・シートを示し、Fig. 4に改訂したサブルーチンVORTEX、Fig. 5に追加したサブルーチンUPWINDを示す。

なお、風上差分法を適用する際に考慮すべき人工粘性効果、安定性解析などは、APPENDIX及び文献(5), (6), (7)を参照のこと。

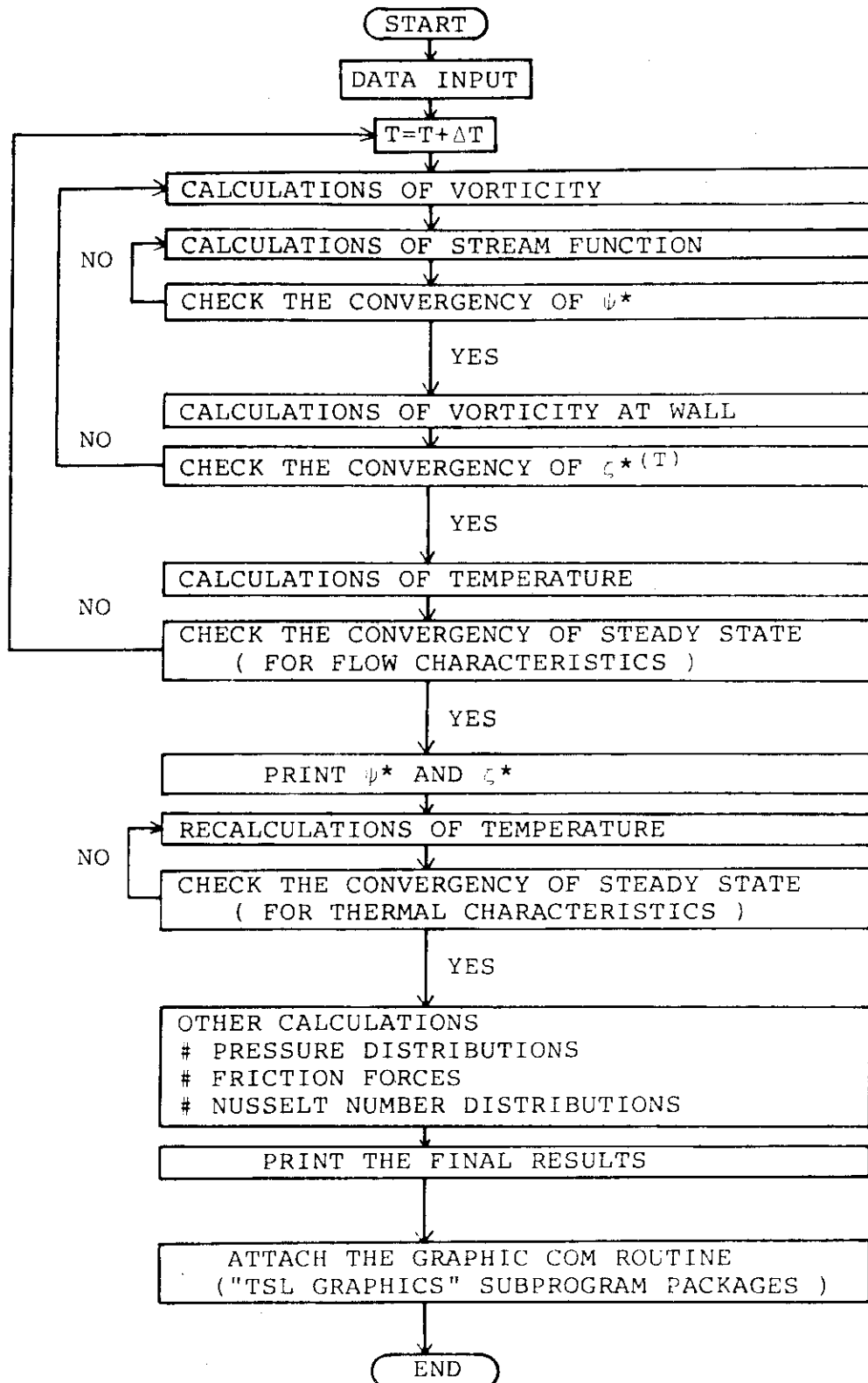


Fig.3 Flow Chart

```

      SUBROUTINE VORTEX(KN,KM,LM,LM)
C
C*****CALCULATION OF ZETA IN SCHEME *****
C
      COMMON/ BLK1 /ZETA(72,45),ZETAL(72,45),ZETAC(2,3),
1ZETAZC(2,3),ZETAZ(72,45)
      COMMON/ BLK3 /PSI(72,45),PSIX(72),PSIZ(72,45)
      COMMON/ BLK9 /IX,JY,IB,JS,DT,DTT,ITMAX,ACCP,IN,MX
      COMMON/ BLK11/DX,DY,VDX,VDY,DXX,DYY,DXY,VDXY,VDXX,VDYY,
1VRE,VREPR,RDXY,VRDXY,SDXY,@
      COMMON/ BLK13/IXX,IX1,IX2,IX3,JS1,JS2,JS3,IB1,IB2,IB3,JY1,JY2,JYY
      DO 20 J=LN,LM
      DO 10 I=KN,KM
      A1=PSI(I,J+1)-PSI(I,J-1)
      A2=PSI(I+1,J)-PSI(I-1,J)
      A3=PSIZ(I,J+1)-PSIZ(I,J-1)
      A4=PSIZ(I+1,J)-PSIZ(I-1,J)
C
C
C
      CALL UPWIND (A1,A2,A3,A4,IM,IN,JM,JN,IMZ,INZ,JMZ,JNZ,I,J)
C
C
C
      B1=ZETA(IM,J)-ZETA(IN,J)
      B2=ZETA(I,JM)-ZETA(I,JN)
      B3=ZETAZ(IMZ,J)-ZETAZ(INZ,J)
      B4=ZETAZ(I,JMZ)-ZETAZ(I,JNZ)
      C1=ZETA(I+1,J)+ZETA(I-1,J)-2.0*ZETA(I,J)
      C2=ZETA(I,J+1)+ZETA(I,J-1)-2.0*ZETA(I,J)
      C3=ZETAZ(I+1,J)+ZETAZ(I-1,J)-2.0*ZETAZ(I,J)
      C4=ZETAZ(I,J+1)+ZETAZ(I,J-1)-2.0*ZETAZ(I,J)
      ZETAL(I,J)=ZETAZ(I,J)+0.5*DT*((-A1*B1+A2*B2)*VDXY*0.5+(C1*VDXX+
1C2*VDYY)*VRE+(-A3*B3+A4*B4)*VDXY*0.5+(C3*VDXX+C4*VDYY)*VRE)
10 CONTINUE
20 CONTINUE
      RETURN
      END

```

Fig.4 Subroutine VORTEX

```

      SUBROUTINE UPWIND(A1,A2,A3,A4,IM,IN,JM,JN,IMZ,INZ,JMZ,JNZ,I,J)
C
C***** TRANSFORM RO THE UPWIND FORMULAS *****
C
      IM=IFIX(0.5*(1.0-SIGN(1.0,A1)))+I
      IN=IFIX(-0.5*(1.0+SIGN(1.0,A1)))+I
      JM=IFIX(0.5*(1.0-SIGN(1.0,A2)))+J
      JN=IFIX(-0.5*(1.0+SIGN(1.0,A2)))+J
C
      IMZ=IFIX(0.5*(1.0-SIGN(1.0,A3)))+I
      JMZ=IFIX(0.5*(1.0-SIGN(1.0,A4)))+J
      INZ=IFIX(-0.5*(1.0+SIGN(1.0,A3)))+I
      JNZ=IFIX(-0.5*(1.0+SIGN(1.0,A4)))+J
C
      RETURN
      END

```

Fig.5 Subroutine UPWIND

3.2 収束判定及び計算結果の処理

前報⁴⁾で述べたように本計算プログラムには、4個所の収束判定ループがあり、各々の収束判定許容誤差は次の値を用いた。

- (1) ψ^* の収束判定許容誤差 $E_{\psi} \leq 3 \times 10^{-5}$
- (2) ζ^* の収束判定許容誤差 $E_{\zeta_1} \leq 3 \times 10^{-3}$
- (3) 流れ場の定常状態判定 $E_{\zeta_2} \leq 3 \times 10^{-3}$
- (4) θ の収束判定許容誤差 $E_{\theta} \leq 8 \times 10^{-5}$

又、反復計算はS. L. O. R法で行い、加速パラメータ ω を $\omega = 1.1 \sim 1.2$ とした。

計算結果は、ラインプリンタへの出力とともに、ディスクへも出力し、図形処理用サブルーチン・パッケージ「TSL GRAPHICS」を用いることによって計算結果の迅速な処理を行った。処理後に作成される図は、流れ関数、渦度及び温度プロファイル図等である。

本計算は、FACOM-M 200 計算機で、1 ケース当たり約 10 ～ 30 分程度のCPU 時間を要した。

4. 計 算 結 果

本報では、次の計算条件で数値計算を行った。

幾何学的形状寸法

$$\begin{aligned} \text{流路高さ} & ; H \\ \text{リブピッチ} & ; P = \frac{14}{3} H \\ \text{リブ高さ} & ; s = \frac{1}{3} H \\ \text{リブ幅} & ; w = \frac{2}{3} H \end{aligned}$$

計算格子分割数

$$\begin{aligned} \text{X方向分割数} & ; JX = 70 \\ \text{Y方向分割数} & ; JY = 44 \\ \text{リブ幅分割数} & ; IB = 10 \\ \text{リブ高さ分割数} & ; JS = 15 \\ \text{プラントル数} & ; Pr = 1.0 \\ \text{レイノルズ数} & ; Re = 150, 200, 250, 300, 350, 400, 450, 500, 550, 600, 650, \\ & \quad 700, 750, 800, 850 \end{aligned}$$

4.1 流動特性

4.1.1 流れ関数

Fig. 6 ~ Fig. 20に流れ関数の等高線図を示す。主流は、図の左側から右側に向かって流れている。流路下面の境界壁では、流れ関数 ψ^* は0.0であり、流路上面の境界壁では、 $\psi^* = 0.5$ である。図中の太線は0.1刻みの等高線を示している。

前報⁴⁾と同様に、流動特性を知る上で興味深いのは離域に関し、位置、形状及びレイノルズ数による変化についてまとめると次のようになる。

はく離域は、レイノルズ数の増加に伴い次第にリブの下流側（リブの上流側に生ずるはく離域は上流側）へ成長し、レイノルズ数800以上では、リブの上流側のはく離域と合一し、リブ間の流路下面はすべてはく離領域内へとり込まれる様子を示している（特にFig. 19, 20を参照のこと）。はく離域の大きさは、前報⁴⁾と同様にリブ上流側に比べてリブ下流側が大きく、はく離域内部には定常渦が形成され、レイノルズ数の増加に伴って成長する。

はく離点は、リブ下流側のはく離域ではレイノルズ数が増加しても変化せずリブ後縁付近であるが、リブ上流側へ移動する。

再付着点は、レイノルズ数の増加に伴い、リブ下流側はく離域ではリブ間下面を下流側へ移動し、リブ上流側のはく離域ではリブ前面の中央付近まで移動する。

4.1.2 渦 度

Fig. 21 ~ Fig. 35 に渦度の等高線図を示す。図中、流路中段とリブ下流側下面付近にある太線は、 $\zeta^* = 0.0$ を示している。

レイノルズ数の増加に伴い、リブ間下面の渦度の分布が変化し、正の渦度をもつ領域（リブ下流側に生じている $\zeta^* = 0.0$ の太線と境界壁に囲まれた領域）が次第に増大する。レイノルズ数が800以上では、リブ間下面はすべて正の渦度を持つようになる。

リブに対向した流路上面の渦度は、レイノルズ数の増加に伴い下流側に流されるような分布形状を示す。リブ上面の後縁においても同様である。

前報⁴⁾では、レイノルズ数80 ~ 100程度で渦度の等高線が振動し、この振動がリブ前縁付近から上流に向かって伝播したが、第3章で述べたように風上差分法を適用したことにより解の尻振り現象が生じないことが分かる。

4.1.3 速度分布、圧力係数及び摩擦抵抗係数

Fig. 36 ~ Fig. 50 に1ピッチ分の速度ベクトル図を示す。主流の速度に比べて壁面近傍では流速は小さく、リブ下流側のはく離域では流れは渦を形成している。レイノルズ数の増加に伴い、はく離域が下流側へ成長する様子を示している。

Fig. 51 ~ Fig. 65 に1ピッチ分の速度プロファイル図を示す。速度プロファイルの概形は、主流の流れ方向に凸の放物線形状であり、レイノルズ数の増加に伴い、リブ下流側の逆流領域（はく離域）が次第に拡大することがわかる。また、主流の速度分布は、レイノルズ数が増加するに伴い、流路上面側に偏る傾向を示す。

次に、Fig. 66 ~ Fig. 80 に流路上面の無次元圧力係数分布を示す。全体的な分布曲線の形状は、前報⁴⁾と同様である。レイノルズ数を増加すると、リブ間部分に対向する部分（MB間）の圧力係数の絶対値は、次第に減少する傾向を示し、1ピッチ区間（AB間）での値はレイノルズ数150の場合と比較して、レイノルズ数850では約1/4倍となっている。

Fig. 81 ~ Fig. 95 に流路上面の摩擦抵抗係数分布を示す。分布曲線の形状は、前報⁴⁾と同様であり、レイノルズ数の増加に伴い、摩擦抵抗係数値は減少する。又、Fig. 96 ~ Fig. 110 に流路下面の摩擦抵抗係数分布を示す。流路下面においても摩擦抵抗係数分布の概形は前報⁴⁾と同様であり、レイノルズ数の増加に伴い、摩擦抵抗係数値は減少する。

4.2 伝熱特性

4.2.1 温度分布

Fig. 111 ~ Fig. 125 に等温線図を示す。図は、2ピッチ分の流路を示しており、流路上下壁面及びリブ表面から流体に対し等熱流束が与えられている。レイノルズ数150 ~ 200では、前報⁴⁾の結果と同様である。レイノルズ数が増加するのに伴い、リブ後縁近傍の等高線が密となり、リブ後面下端（リブ取り付け部分）では、レイノルズ数600以上の場合、等高線を結ばない、すなわち、この部分の温度が壁面温度と同一となっていることを示している。又、リブ前面下部ではレイノルズ数の増加に伴い次第に等高線が密になっている。主流部分の凸形の等高線は壁面に比

べて相対的に低い温度を持っており、レイノルズ数 400 程度までは、リブ上方からリブ間へ大きく入り込んでいるが、レイノルズ数が 500 以上では、リブ間へは入り込まないようになる。

Fig. 126 ~ Fig. 140 に温度プロファイル図を示す。図は、1 ピッチ分を示しており、プロファイルは図の縦線で示した断面における y 軸方向の温度分布を示している。プロファイル形状は、前報⁴⁾のレイノルズ数 100 以上の場合の結果とほぼ同様であるが、レイノルズ数の増加に伴いリブ間部分のプロファイル形状は、はく離域の影響で複雑になる。

4.2.2 局所ヌッセルト数分布

Fig. 141 ~ Fig. 155 に流路上面の局所ヌッセルト数分布を示す。AB 間が 1 ピッチ、M がリブ後縁対向位置を示している。

レイノルズ数の増加に伴い、リブ上面对向部 (AM 間) の局所ヌッセルト数は減少し、リブ間対向部 (MB 間) では、はく離域の影響を受け、リブ近傍の対向上面で減少、その他の部分で増加する傾向を示す。

Fig. 156 ~ Fig. 170 に流路下面の局所ヌッセルト数分布を示す。図中、C はリブ前縁、D はリブ後縁、E はリブ後面取り付け部、F はリブ前面取り付け部、G はリブ前縁を示している。分布曲線の形状は前報⁴⁾と同様であるが、リブ上面 (CD 間) では、レイノルズ数の増加に伴い、全体的に局所ヌッセルト数が増加し、リブ前縁と後縁付近で大きな変化を示すようになる。リブ後面 (DE 間) では、レイノルズ数が増加してもあまり大きな変化は示さず、前報⁴⁾の結果とほぼ同様である。

リブ間下面 (EF 間) では、前報⁴⁾の結果と同様に、レイノルズ数の増加に伴い分布曲線のピークが次第に下流側に移動する様子を示している。

リブ前面 (FG 間) でも前報⁴⁾と同様にリブ前縁に向うに従い、又レイノルズ数が増加するに従って局所ヌッセルト数の急激な増加を示している。

次に、Fig. 171 に流路下面の特定位置における局所ヌッセルト数のレイノルズ数に対する変化を示す。図中、a はリブ上面中央、b はリブ後面中央、c はリブ間下面中央、d はリブ前面中央、e ははく離域の再付着点を示す。又、レイノルズ数 100 以下の値は、前報⁴⁾で報告したものである。

a 地点では、レイノルズ数が 100 以下で、減少傾向を示すのに対し、レイノルズ数 100 以上ではレイノルズ数の増加に伴い局所ヌッセルト数が増大することを示している。b 地点では、前報⁴⁾と同様に局所ヌッセルト数のレイノルズ数に対する依存性が小さい。C 地点では、レイノルズ数 80 ~ 250 付近で局所ヌッセルト数の増加が見られるが、レイノルズ数 300 以上では一定値を示す。d 地点では、レイノルズ数の増加に伴い次第に局所ヌッセルト数も増大することが分かる。e 地点では、レイノルズ数の増加に伴い局所ヌッセルト数も直線的に増加するが、レイノルズ数 500 以上では、ほぼ一定値を示す。

4.2.3 平均ヌッセルト数分布

Fig. 172 に局所ヌッセルト数分布から求めた各部の平均ヌッセルト数 $\overline{Nu}$ とレイノルズ数の関係を示す。

図中の添字 a は流路上面, b はリブ上面, c はリブ後面, d はリブ間下面, e はリブ前面を示しており, 各部の平均ヌッセルト数は, それぞれの面の局所ヌッセルト数の平均値で定義したものである。

流路上面では, レイノルズ数の増加によらず平均ヌッセルト数 $\overline{Nu}_a \approx 10$ のほぼ一定値を示す。リブ上面では, レイノルズ数 50 付近で最小の平均ヌッセルト数 $\overline{Nu}_b \approx 10$ を示すが, レイノルズ数の増加 ($Re > 50$) に伴って平均ヌッセルト数も増加し, $\overline{Nu}_b \approx 12$ 程度を示す。又, リブ後面では, レイノルズ数が 80 以下の場合, 多少変化するが (前報⁴⁾ で述べた), レイノルズ数 100 以上ではほぼ一定値 $\overline{Nu}_c \approx 3.5$ を示す。リブ間下面では, 前報⁴⁾ と同様にレイノルズ数によらず, ほぼ一定値 $\overline{Nu}_d \approx 7.5$ を示す。リブ前面では, レイノルズ数が 50 以下の場合, $\overline{Nu}_e \approx 5$ 付近であるが, レイノルズ数が 80 以上では平均ヌッセルト数も増加し $\overline{Nu}_e \approx 7.5$ 程度まで急激に上昇する (これは, 前報⁴⁾ とほぼ一致する)。

Fig. 173 に流路上下面における総括的な平均ヌッセルト数とレイノルズ数の関係を示す。図中 ○印が流路上面を示し, ●印が流路下面の総括的な平均ヌッセルト数を示している。

流路上面では, 前報⁴⁾ の結果と一致し, レイノルズ数が 100 以上では, 平均ヌッセルト数はレイノルズ数によらずほぼ一定値 $\overline{Nu} \approx 10$ を示す。流路下面でも前報⁴⁾ と同様に, レイノルズ数によらずほぼ一定値 $\overline{Nu} \approx 7.5$ を示す。(ただし, レイノルズ数 500 以上では平均ヌッセルト数が若干増加する傾向を示す。)

5. 検討及び考察

本章では、流動特性、伝熱特性に及ぼすレイノルズ数の影響について検討する。又、数値計算手法に関する検討も行う。

5.1 流動特性に及ぼすレイノルズ数の影響

流れ関数分布、速度ベクトル分布、速度プロファイル、渦度分布、圧力係数分布、摩擦係数分布などの結果から、レイノルズ数の増加に伴いリブの上流及び下流側に存在する定常渦（はく離域）は次第に上流及び下流側へ成長し、レイノルズ数 800 以上では、両はく離域が合一する。はく離域の成長を示すためリブの下流側のはく離点（計算格子の Y 方向番号）とレイノルズ数の関係を Fig. 174 に示す。レイノルズ数 100 以下については前報⁴⁾で得られた結果である。レイノルズ数が増加するとリブの後縁（ノード番号 16）に近付くが、レイノルズ数 250 以上では頭打ち（ノード番号 15）となる。又定常渦の中心も同様な傾向を示し、レイノルズ数 200 以上で頭打ち（ノード番号 10）となる。

はく離点と同様に、はく離域の再付着点及び定常渦の中心（計算格子の X 方向番号）とレイノルズ数の関係を Fig. 175 に示す。レイノルズ数 100 以下については前報⁴⁾で得られた結果である。レイノルズ数が増加するのに伴い再付着点も次第にリブ下流側へ移動する傾向を示すが、リブ上流側のはく離域も上流側へ移動するため、レイノルズ数 800 以上ではリブ下流側はく離域とリブ上流側はく離域が合一し、リブ下流側はく離域の再付着点はリブ上流側はく離域の再付着点となる。（ただし、Figs. 174, 175 ではリブ下流側はく離域のみに注目しているため、レイノルズ数 800 以上については記入していない。）又、定常渦の中心もレイノルズ数の増加に伴いリブ下流側へ移動することが分かる。

以上のことから、はく離域の成長はレイノルズ数に強く依存し、リブの存在が流動特性に強く影響を与えることが分かった。

リブの存在が流動特性に与える影響の一つとして、圧力降下とレイノルズ数の関係を調べる。

前報⁴⁾で述べたように、平行平板間流れの圧力降下に リブ付き平行流路のアスペクト比 β を乗ずることにより、リブ付き平行流路の圧力降下を平行平板間流れの圧力降下に置き換えて、平行板間流れの場合と比較することが出来る。

1 ピッチ間の圧力損失を ΔP^* とすれば、

$$\Delta P^* = \beta \frac{dP^*}{dX} = - \frac{112}{Re} \quad (5.1)$$

ここで、 $\beta = P/2H$

となる。前報⁴⁾の結果と併せて圧力損失とレイノルズ数の関係を示したのが Fig. 176 である。

Fig. 176 の破線が式 (5.1) を示しており、実線は前報⁴⁾の結果（レイノルズ数 100 以下の範

図ではほぼ直線関係にあるものを結んだもの)を示している。すなわち、

$$\Delta P^* = - \frac{191.7}{Re} \quad (5.2)$$

前報⁴⁾と同様、圧力損失はレイノルズ数の増加に伴い増加することが分かった。なお、レイノルズ数 150 ~ 250 の範囲については、前報⁴⁾の結果より圧力損失が小さく示されているが、これは、渦度移動方程式 (2.16) の対流項に風上差分法を適用したため、壁面の相対的な渦度が前報⁴⁾の場合よりも「挙動誤差」分だけ減少したことによると考えられる。又、風上差分法により人工粘性効果 (APPENDIX 参照) を生じ、計算上の実効レイノルズ数が減少した可能性もある。

5.2 伝熱特性に及ぼすレイノルズ数の影響

等温線図と温度プロファイルから、レイノルズ数の増加に伴い主流と壁面との間の無次元温度の差が相対的に大きくなることが前報⁴⁾と同様に示された。又、はく離域内では、レイノルズ数の増加に伴い次第に熱の移動が生じにくくなり、特に、レイノルズ数 600 以上では、リブ取り付け部付近の流体温度と壁温が等しくなる。Fig. 156 ~ Fig. 170 に示したように、E 地点付近及び F 地点付近の局所ヌッセルト数は約 3 ~ 4 程度であり、流路下面の総括的な平均ヌッセルト数約 7.5 (Fig. 173 参照) と比較すると約 1/2 程度の値を示している。

前報⁴⁾と同様に、平行平板間の層流熱伝達と本報の結果を比較する。均一熱流束で加熱される平行平板間の流れにおけるヌッセルト数の理論値は、次のようになる。

$$Nu = \frac{2 y_0 h}{\lambda} = 8.235 \quad (5.3)$$

ここで、 h は熱伝達率、 λ は熱伝導率、 y_0 は流路幅を示している。

本報の結果では、流路上面及びリブ上面の平均ヌッセルト数は各々 $\overline{Nu}_a = 10 \sim 11$ 、 $\overline{Nu}_b = 10 \sim 13$ (Fig. 172 参照) であり、式 (5.3) の平行平板間の層流熱伝達の場合よりも約 20 ~ 60 % 程度大きい値を示しており、これらの面においては熱伝達が促進されることが分かる。またリブ後面及びリブ間下面の平均ヌッセルト数は、レイノルズ数に対する依存性が小さくほぼ一定値を示す、各々 $\overline{Nu}_c \approx 3.5$ 、 $\overline{Nu}_d \approx 7.5$ (Fig. 172 参照)。式 (5.3) の値と比較し、約 10 ~ 40 % 程度小さい値を示しており、これらの面においては熱伝達が低下することが分かる。リブ前面の平均ヌッセルト数は、レイノルズ数に対する依存性が大きく、レイノルズ数の増加に伴い増加する傾向を示すが、同時に、はく離域もリブ間で大きく成長するので、リブ間下面での平均ヌッセルト数とほぼ等しくなることが分かる。

以上のことから、レイノルズ数 10 ~ 850 の範囲で熱伝達は、流路上面及びリブ上面と前面で促進されるが、リブ後面及びリブ間下面では平行平板間層流熱伝達の理論値より低い値を示すことから、リブを取り付けることによって熱伝達率が低下するといえる。

5.3 数値計算手法に対する検討

前報⁴⁾で示された解の尻振り現象を除去するため、渦度移動方程式の対流項に風上差分法を適用し、解の尻振り現象の除去に成功した。

風上差分法の正確度（計算上の打ち切り誤差）は1次のオーダーであるため、本報で注目した系のように対流項と拡散項を持つ方程式に適用する際に注意しなければならない点を列挙する。

- (1) レイノルズ数の低い範囲（本報では100以下）では、2次の正確度を有する中心差分法を適用すべきである。
- (2) 正確度は多少犠牲にしても、高いレイノルズ数範囲での結果を得たい場合には、中心差分法で解の尻振り現象の生じた段階で、風上差分法への転換を行う。
- (3) 人工粘性効果に関する考慮、すなわち、計算上の実効レイノルズ数が見掛けのレイノルズ数より減少していることに注意する。

6. 結 論

レイノルズ数150～850における数値計算結果と前報⁴⁾で得られたレイノルズ数10～250における計算結果とをまとめると、リブ付き伝熱面を有する平行流路の伝熱・流動特性に関し、次の結論を得た。

- (1) リブ付き伝熱面を有する平行流路の平均ヌッセルト数は、レイノルズ数10～850において、流路上面で約10、リブ付き伝熱面を有する流路下面で約7.5である。この結果を平行平板間層流熱伝達の理論値8.235と比較すると、流路上面では熱伝達は促進されるが、流路下面では若干低下する。
- (2) 対流・拡散項を有する方程式を数値解析する際、対流項に風上差分法を適用することにより、中心差分法を適用した場合に生じた解の尻振り現象の除去に成功し、より高いレイノルズ数範囲まで計算することが出来た。

5.3 数値計算手法に対する検討

前報⁴⁾で示された解の尻振り現象を除去するため、渦度移動方程式の対流項に風上差分法を適用し、解の尻振り現象の除去に成功した。

風上差分法の正確度（計算上の打ち切り誤差）は1次のオーダーであるため、本報で注目した系のように対流項と拡散項を持つ方程式に適用する際に注意しなければならない点を列挙する。

- (1) レイノルズ数の低い範囲（本報では100以下）では、2次の正確度を有する中心差分法を適用すべきである。
- (2) 正確度は多少犠牲にしても、高いレイノルズ数範囲での結果を得たい場合には、中心差分法で解の尻振り現象の生じた段階で、風上差分法への転換を行う。
- (3) 人工粘性効果に関する考慮、すなわち、計算上の実効レイノルズ数が見掛けのレイノルズ数より減少していることに注意する。

6. 結 論

レイノルズ数150～850における数値計算結果と前報⁴⁾で得られたレイノルズ数10～250における計算結果とをまとめると、リブ付き伝熱面を有する平行流路の伝熱・流動特性に関し、次の結論を得た。

- (1) リブ付き伝熱面を有する平行流路の平均ヌッセルト数は、レイノルズ数10～850において、流路上面で約10、リブ付き伝熱面を有する流路下面で約7.5である。この結果を平行平板間層流熱伝達の理論値8.235と比較すると、流路上面では熱伝達は促進されるが、流路下面では若干低下する。
- (2) 対流・拡散項を有する方程式を数値解析する際、対流項に風上差分法を適用することにより、中心差分法を適用した場合に生じた解の尻振り現象の除去に成功し、より高いレイノルズ数範囲まで計算することが出来た。

参 考 文 献

- 1) F. Williams and J. Watts, " The Development of Rough Surfaces with Improved Heat Transfer Performance and a Study of the Mechanisms Involved ", Heat Transfer 1970, Fourth International Heat Transfer Conference, Paris, Vol. II, FC5.5 (1970)
- 2) M. Hishida, Y. Okamoto, H. Kawamura and J. Hanawa, " Enhanced Heat Transfer of Fuel at Low Reynolds Number ", Nuclear Engineering Maturity, Proceedings of the European Nuclear Conference, Paris, Vol. 9, pp. 453- 467 (1975)
- 3) 功刀, 滝塚, " リブ付き伝熱面の強制対流熱伝達・第1報 (数値解析コード) ", JAERI - M 8650 (1980)
- 4) 功刀, 滝塚, " リブ付き伝熱面の強制対流伝達・第2報 (数値計算結果; レイノルズ数 10 ~ 250) ", JAERI - M 9115 (1980)
- 5) P. J. ローチェ著, 高橋亮一他訳, " コンピュータによる流体力学<上> ", (1977)
- 6) Fromm, Jacob, " The Time Dependent Flow of an Incompressible Viscous Fluid ", Methods of Computational Physics, Vol. 3, pp. 345-382 (1964)
- 7) Hirt, C. W., " Heuristic Stability Theory for Finite-Difference Equations ", J. of Computational Physics, Vol. 2, pp. 339-355 (1968)

Re= 150 Pr= 1.0

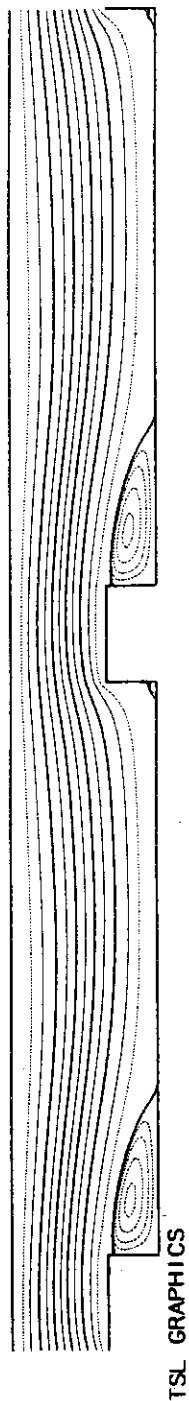


Fig.6 Contour Lines of Stream Function (Re = 150)

Re= 200 Pr= 1.0

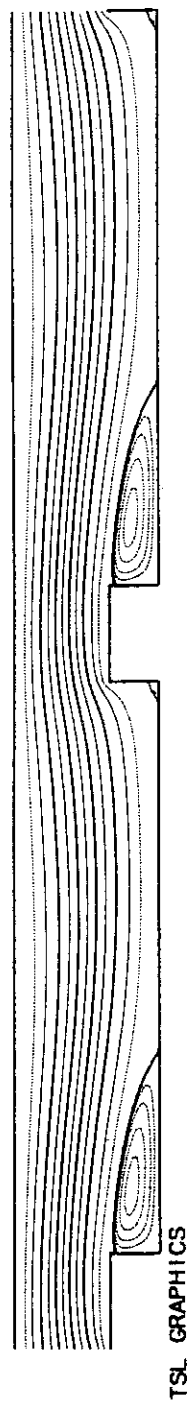


Fig.7 Contour Lines of Stream Function (Re = 200)

Re= 250 Pr= 1.0

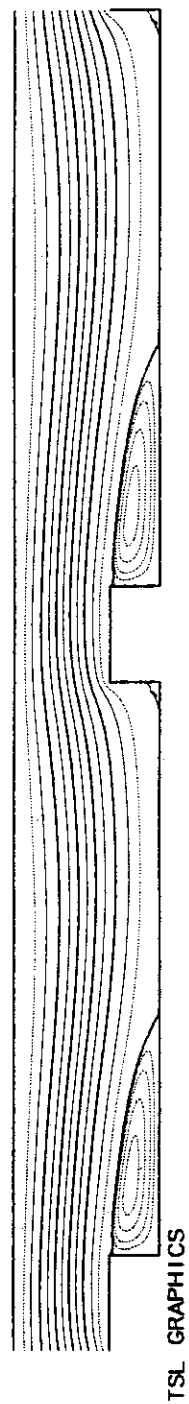


Fig.8 Contour Lines of Stream Function (Re = 250)

Re = 300 Pr = 1.0

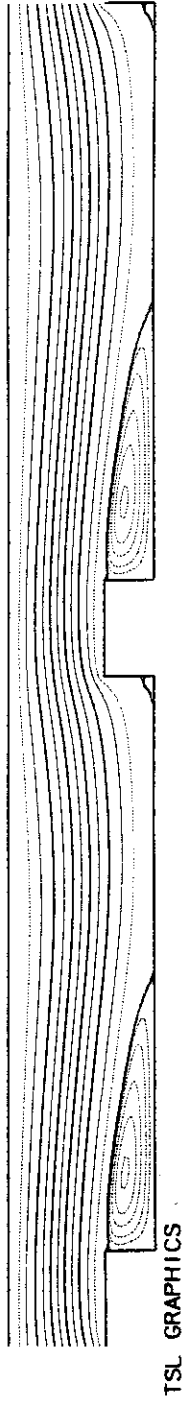


Fig.9 Contour Lines of Stream Function (Re = 300)

Re = 350 Pr = 1.0

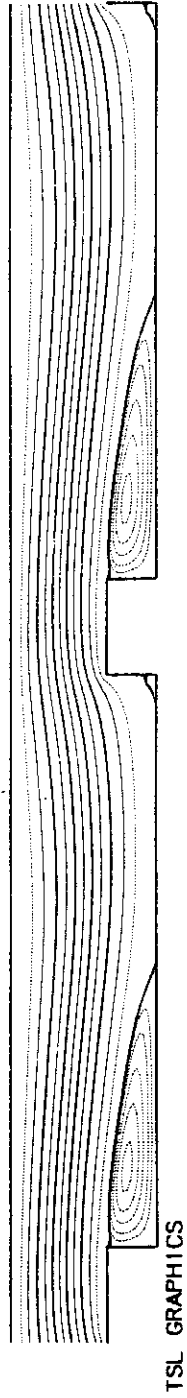


Fig.10 Contour Lines of Stream Function (Re = 350)

Re = 400 Pr = 1.0

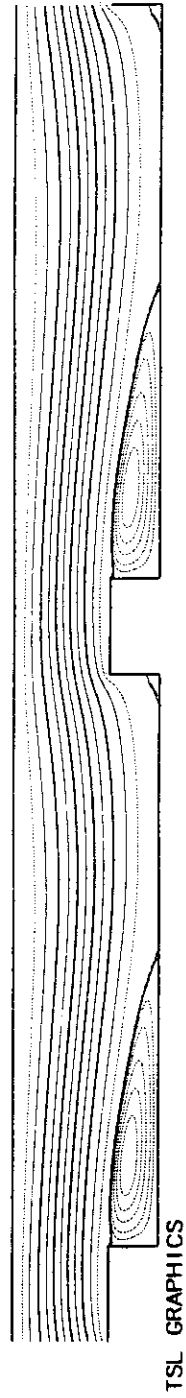


Fig.11 Contour Lines of Stream Function (Re = 400)

Re = 450 Pr = 1.0

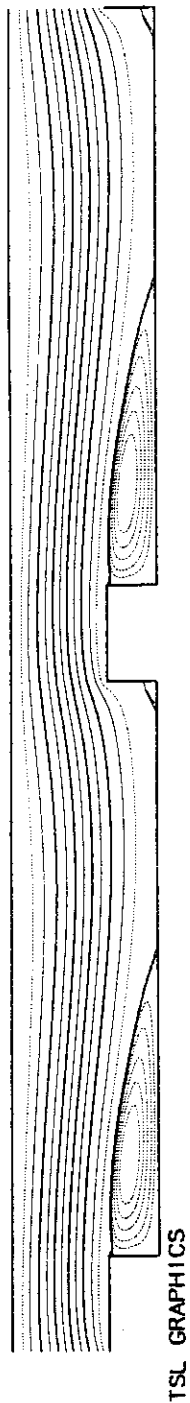


Fig.12 Contour Lines of Stream Function (Re = 450)

Re = 500 Pr = 1.0

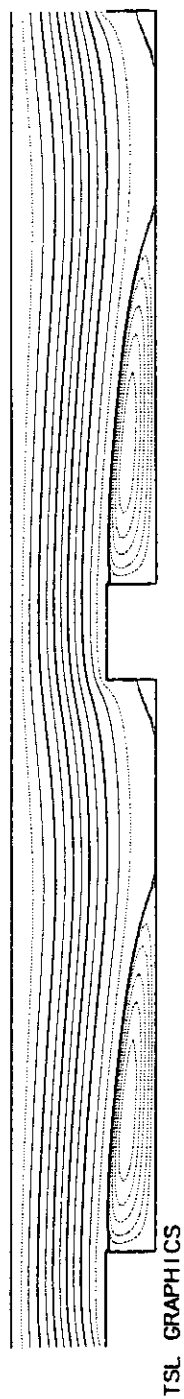


Fig.13 Contour Lines of Stream Function (Re = 500)

Re = 550 Pr = 1.0

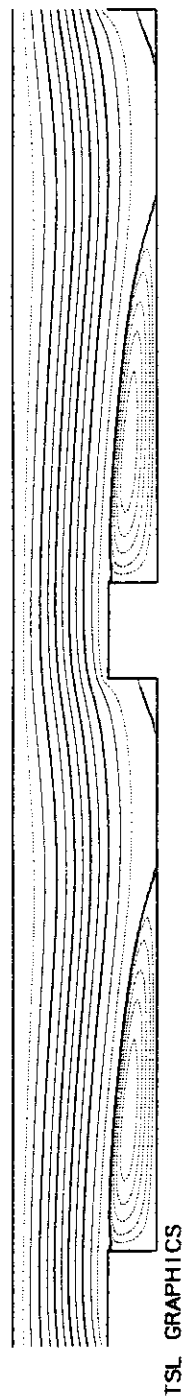


Fig.14 Contour Lines of Stream Function (Re = 550)

Re = 600 Pr = 1.0

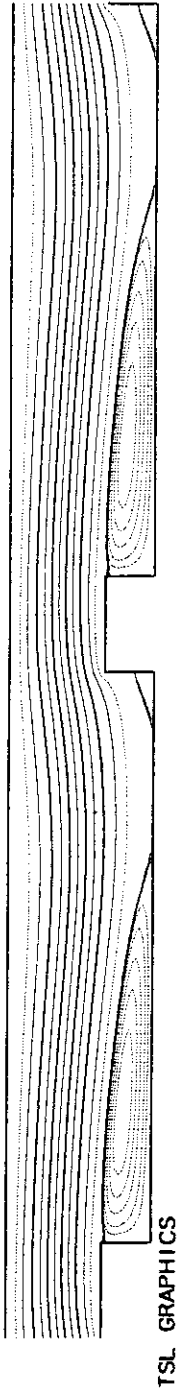


Fig.15 Contour Lines of Stream Function (Re = 600)

Re = 650 Pr = 1.0

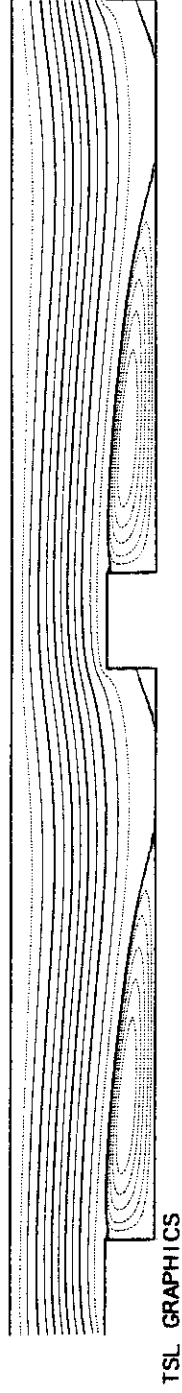


Fig.16 Contour Lines of Stream Function (Re = 650)

Re = 700 Pr = 1.0

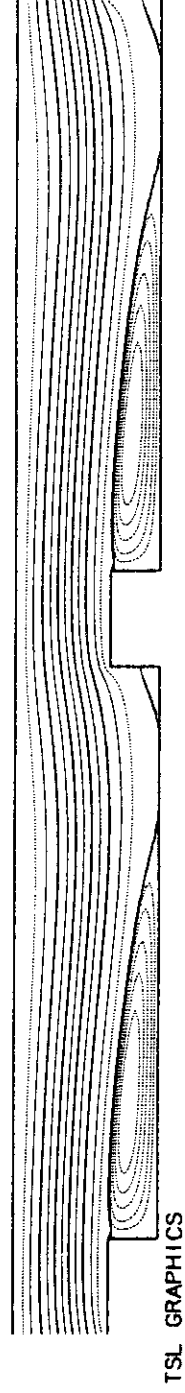


Fig.17 Contour Lines of Stream Function (Re = 700)

Re = 750 Pr = 1.0

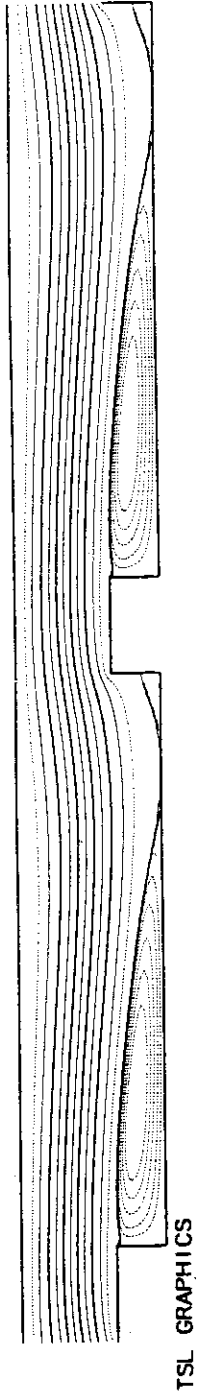


Fig.18 Contour Lines of Stream Function (Re = 750)

Re = 800 Pr = 1.0

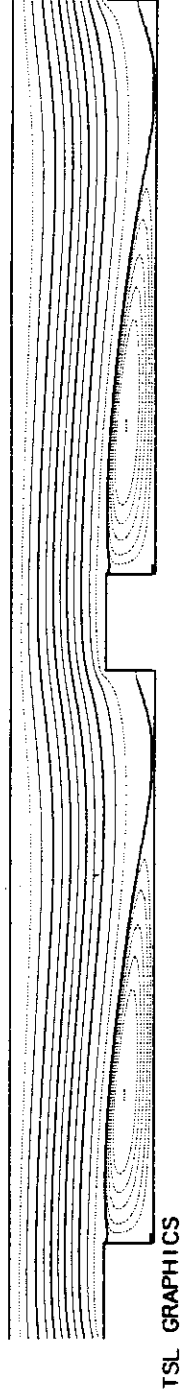


Fig.19 Contour Lines of Stream Function (Re = 800)

Re = 850 Pr = 1.0

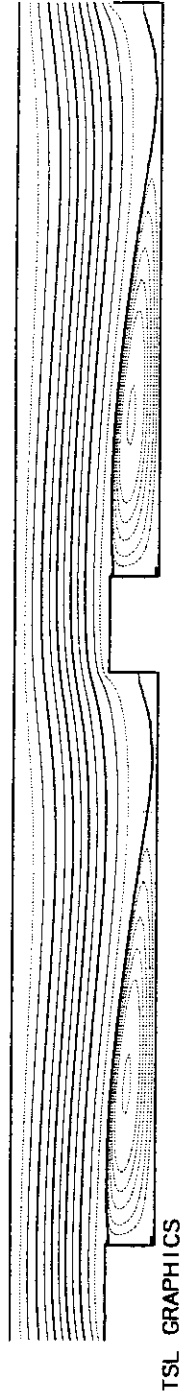


Fig.20 Contour Lines of Stream Function (Re = 850)

Re = 150 Pr = 1.0

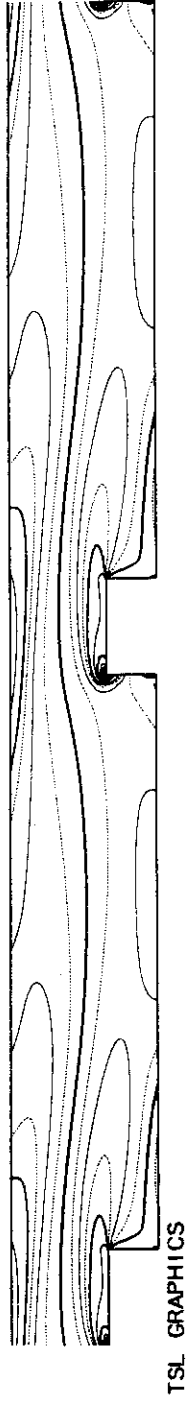


Fig.21 Contour Lines of Vorticity (Re = 150)

Re = 200 Pr = 1.0

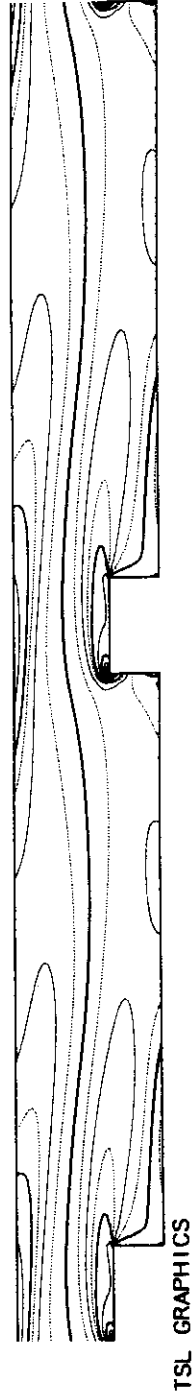


Fig.22 Contour Lines of Vorticity (Re = 200)

Re = 250 Pr = 1.0

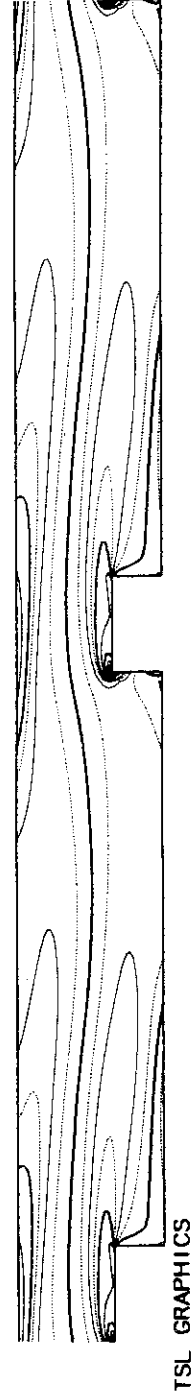


Fig.23 Contour Lines of Vorticity (Re = 250)

Re = 300 Pr = 1.0

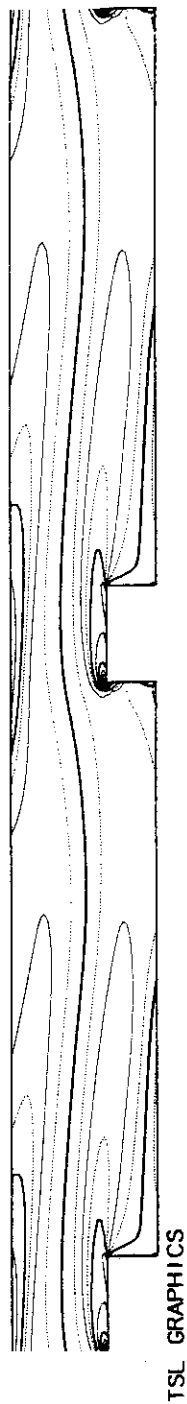


Fig. 24 Contour Lines of Vorticity (Re = 300)

Re = 350 Pr = 1.0

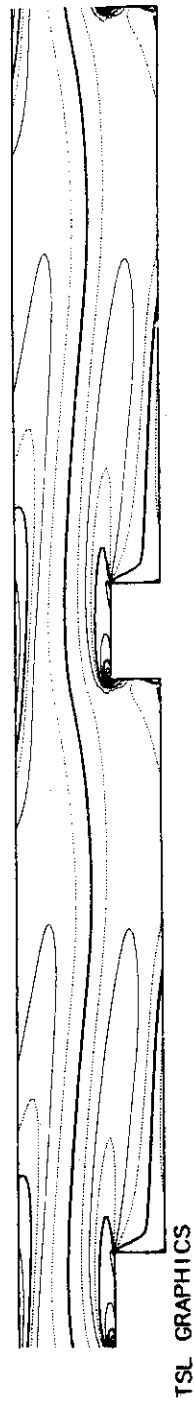


Fig. 25 Contour Lines of Vorticity (Re = 350)

Re = 400 Pr = 1.0

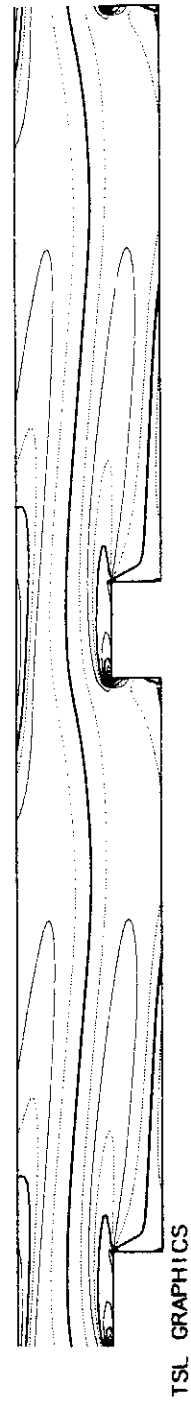


Fig. 26 Contour Lines of Vorticity (Re = 400)

Re = 450 Pr = 1.0

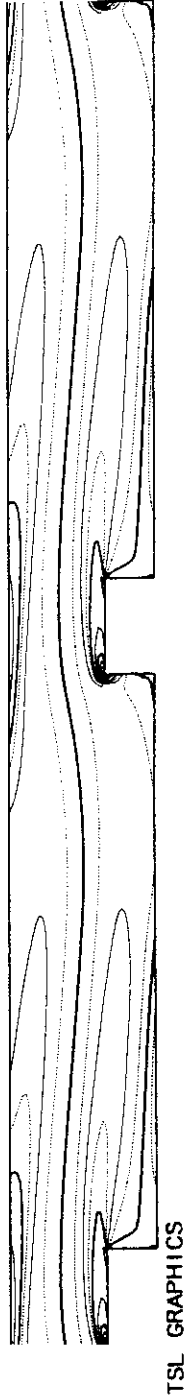


Fig.27 Contour Lines of Vorticity (Re = 450)

Re = 500 Pr = 1.0

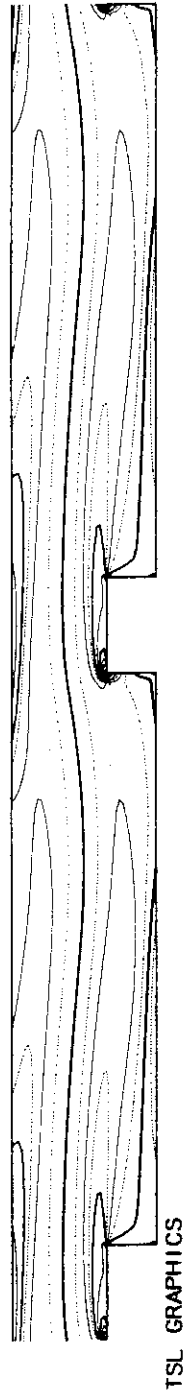


Fig.28 Contour Lines of Vorticity (Re = 500)

Re = 550 Pr = 1.0

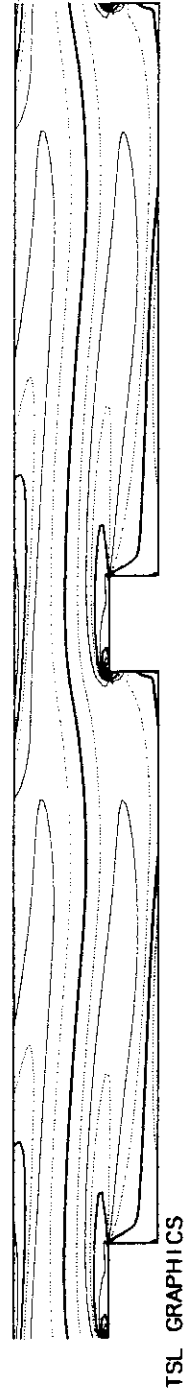


Fig.29 Contour Lines of Vorticity (Re = 550)

Re= 600 Pr= 1.0

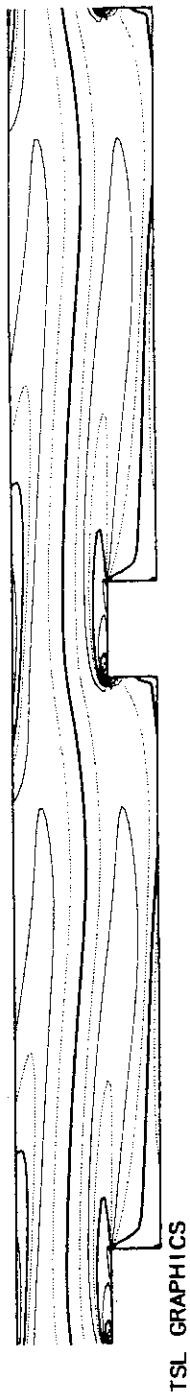


Fig.30 Contour Lines of Vorticity (Re = 600)

Re= 650 Pr= 1.0

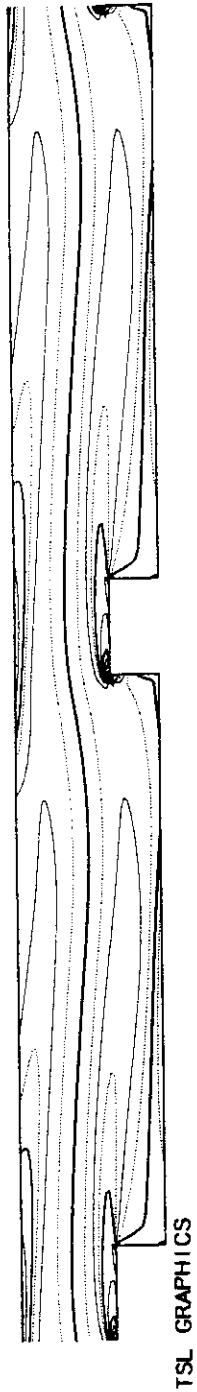


Fig.31 Contour Lines of Vorticity (Re = 650)

Re= 700 Pr= 1.0

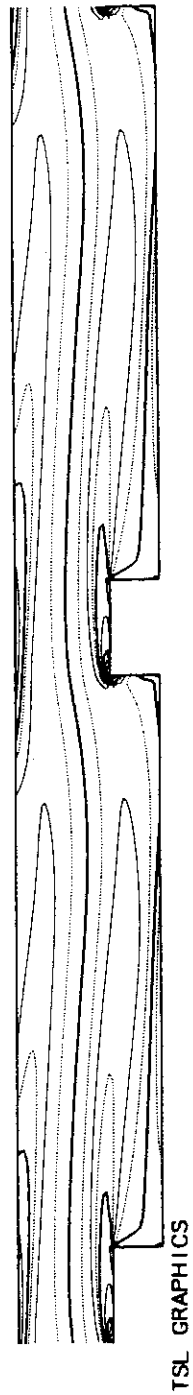


Fig.32 Contour Lines of Vorticity (Re = 700)

Re = 750 Pr = 1.0

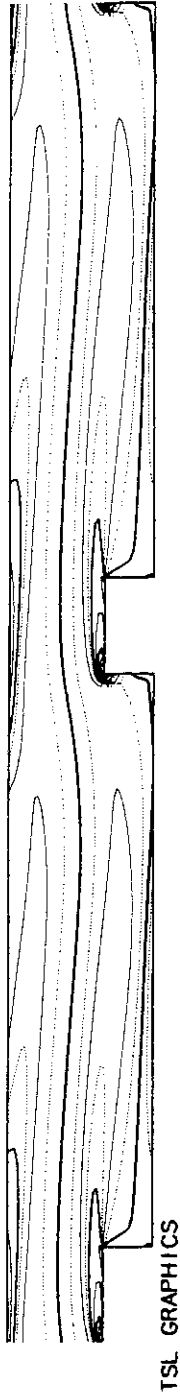


Fig.33 Contour Lines of Vorticity (Re = 750)

Re = 800 Pr = 1.0

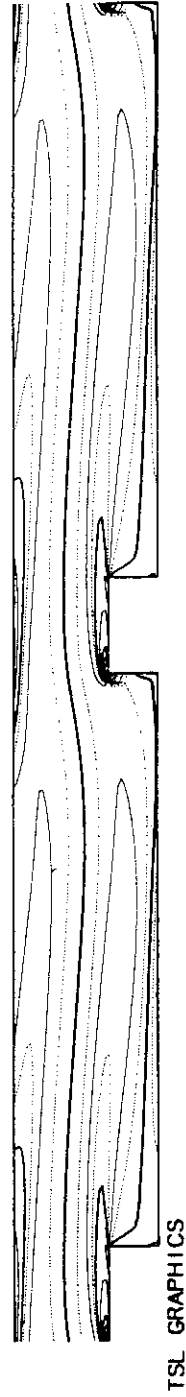


Fig.34 Contour Lines of Vorticity (Re = 800)

Re = 850 Pr = 1.0

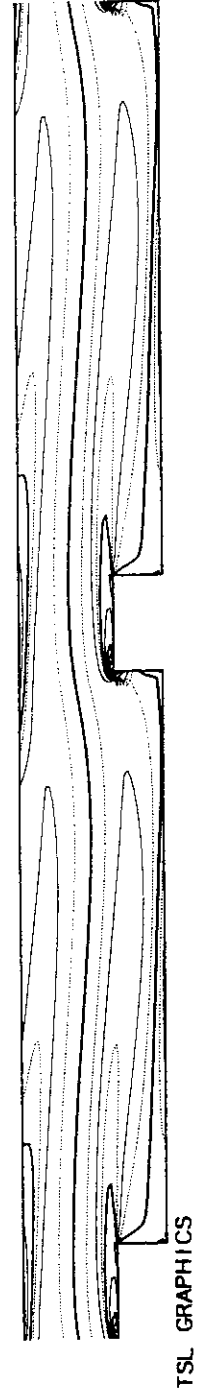
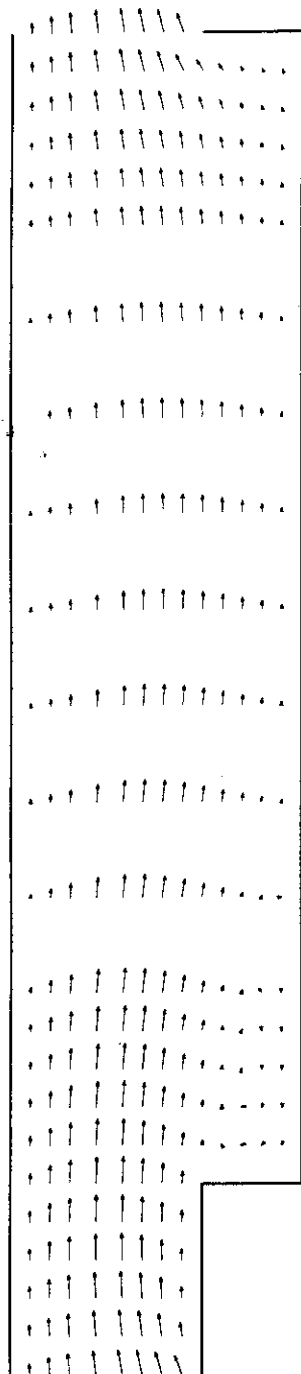


Fig.35 Contour Lines of Vorticity (Re = 850)

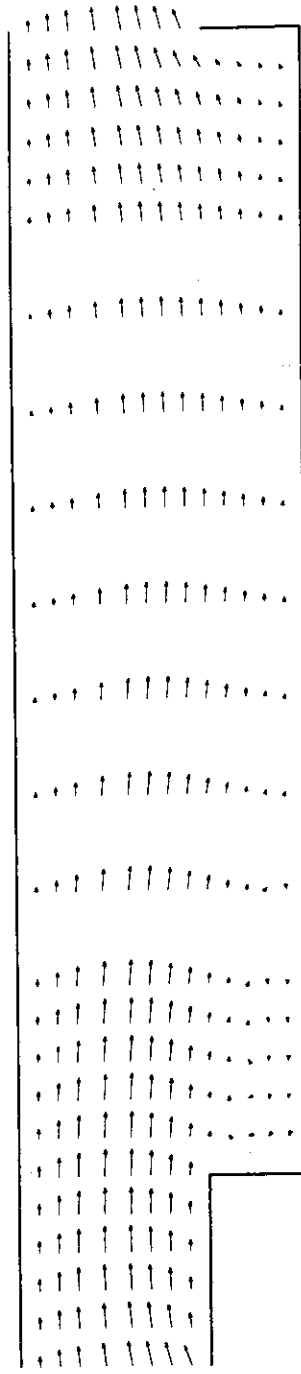
Re= 150 Pr= 1.0



TSL GRAPHICS

Fig.36 Velocity Vector (Re = 150)

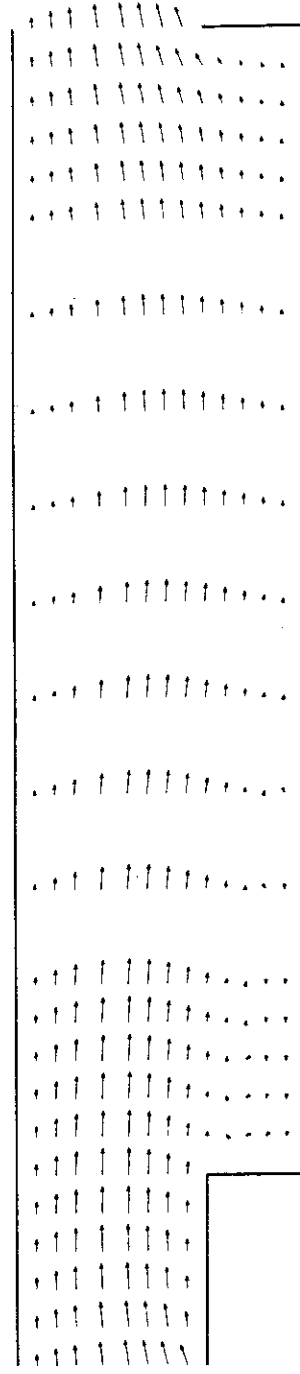
Re= 200 Pr= 1.0



TSL GRAPHICS

Fig.37 Velocity Vector (Re = 200)

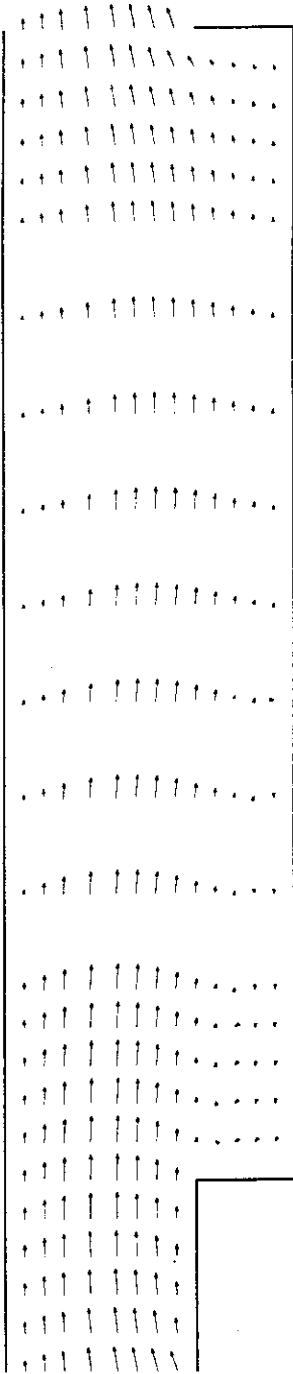
Re= 250 Pr= 1.0



TSL GRAPHICS

Fig.38 Velocity Vector (Re = 250)

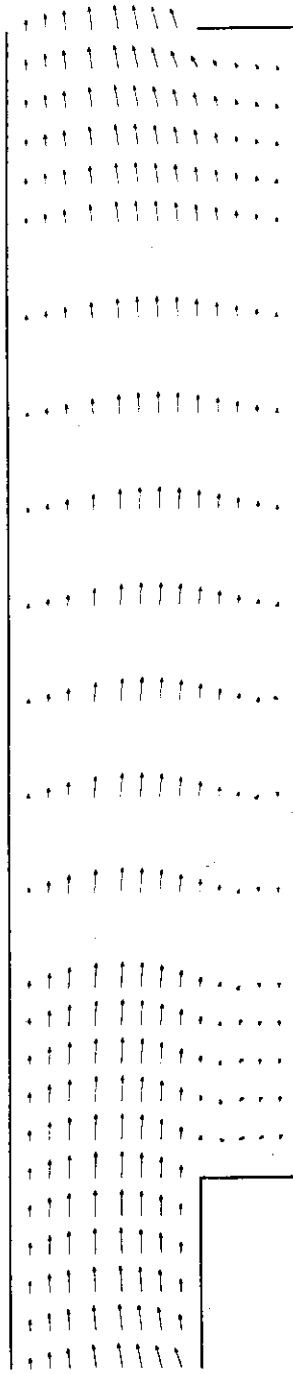
Re = 300 Pr = 1.0



TSL GRAPHICS

Fig.39 Velocity Vector (Re = 300)

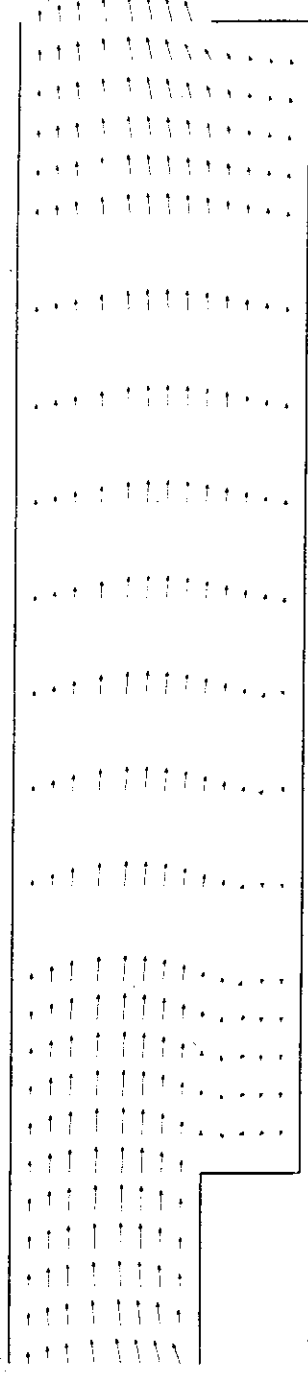
Re = 350 Pr = 1.0



TSL GRAPHICS

Fig.40 Velocity Vector (Re = 350)

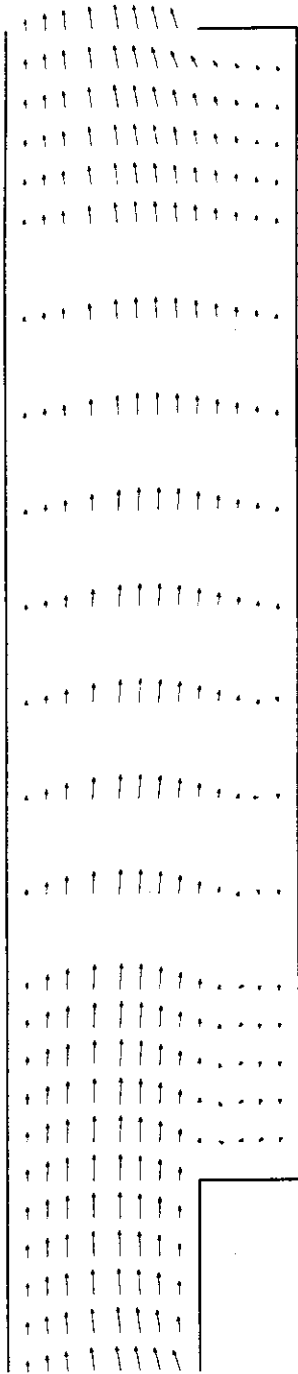
Re = 400 Pr = 1.0



TSL GRAPHICS

Fig.41 Velocity Vector (Re = 400)

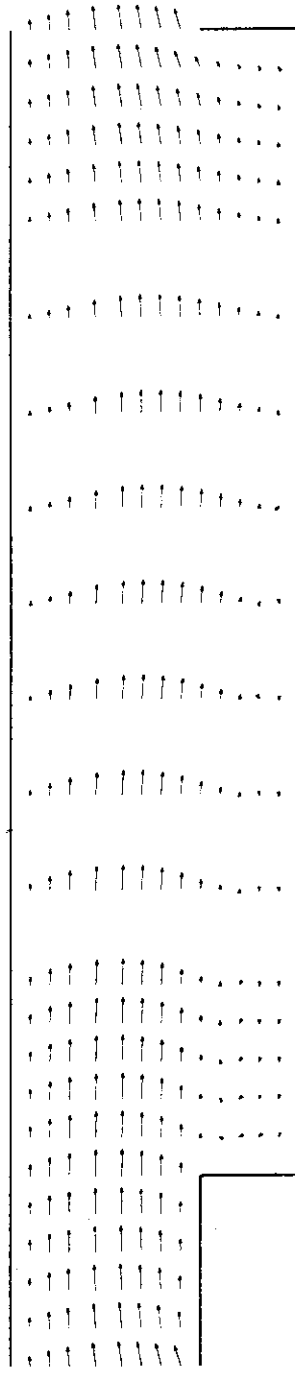
Re = 450 Pr = 1.0



TSL GRAPHICS

Fig.42 Velocity Vector (Re = 450)

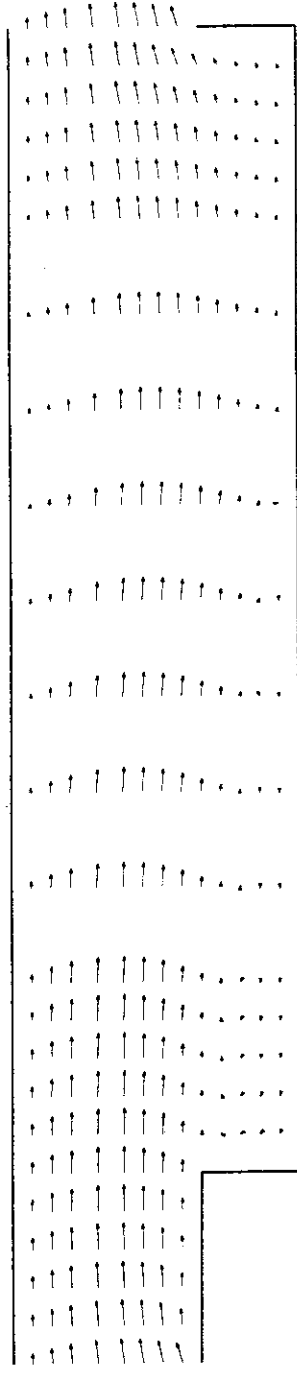
Re = 500 Pr = 1.0



TSL GRAPHICS

Fig.43 Velocity Vector (Re = 500)

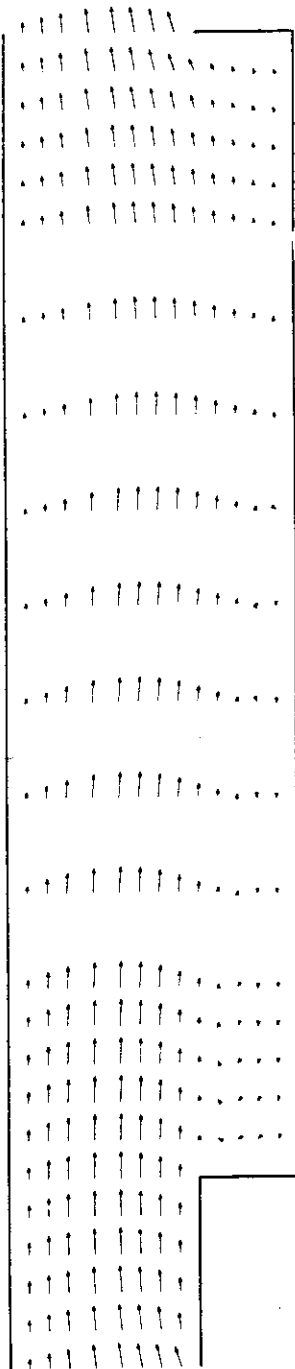
Re = 550 Pr = 1.0



TSL GRAPHICS

Fig.44 Velocity Vector (Re = 550)

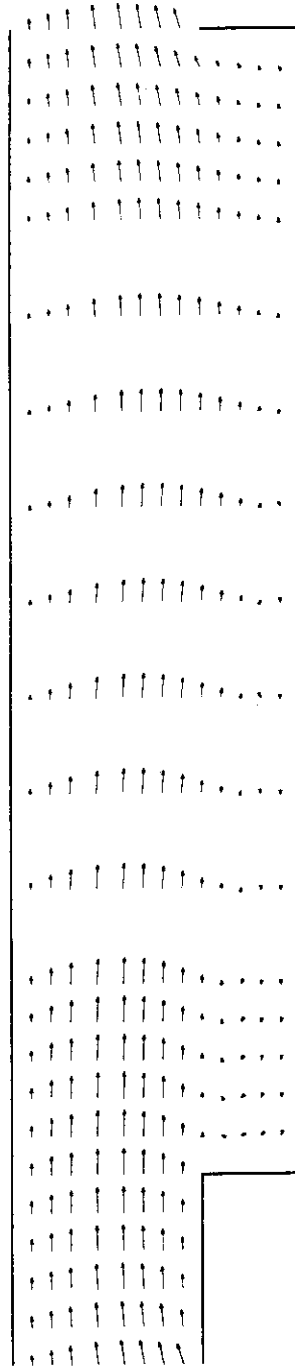
Re = 600 Pr = 1.0



TSL GRAPHICS

Fig.45 Velocity Vector (Re = 600)

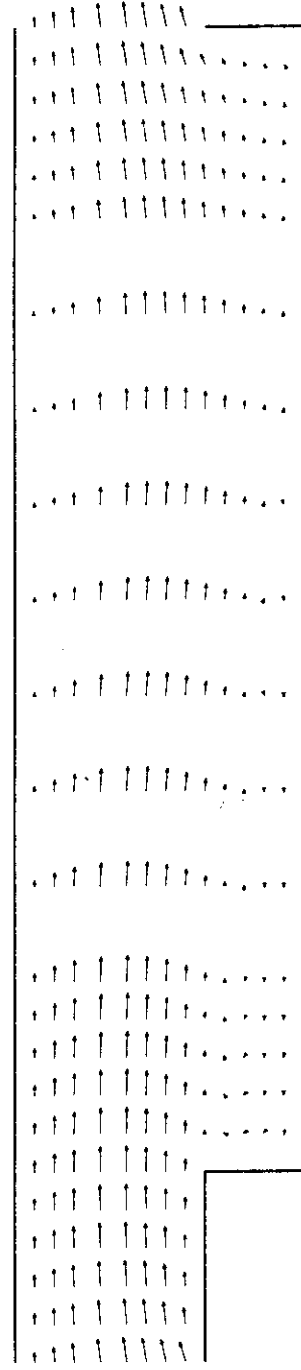
Re = 650 Pr = 1.0



TSL GRAPHICS

Fig.46 Velocity Vector (Re = 650)

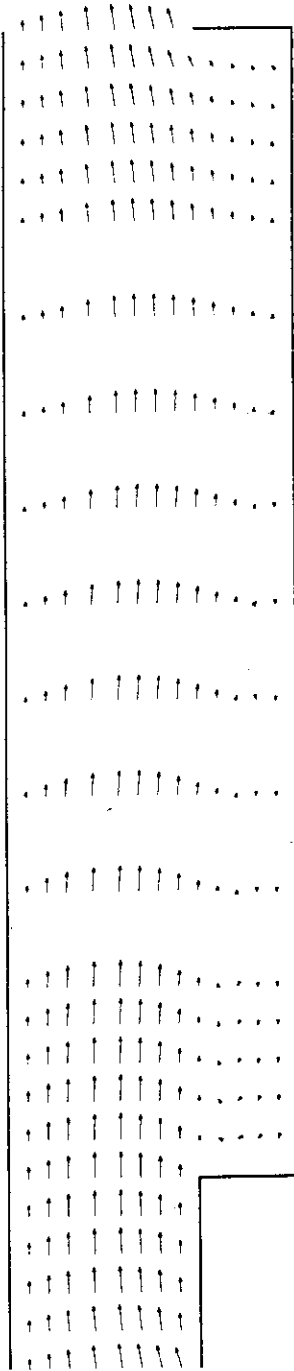
Re = 700 Pr = 1.0



TSL GRAPHICS

Fig.47 Velocity Vector (Re = 700)

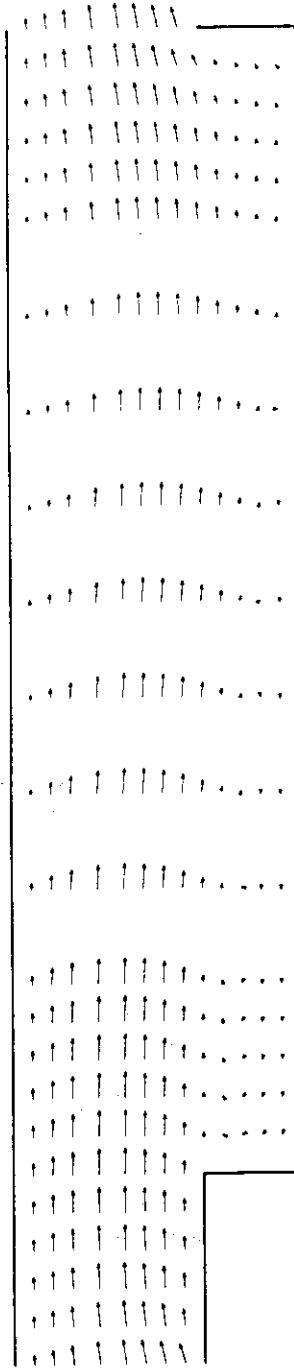
Re = 750 Pr = 1.0



TSL GRAPHICS

Fig.48 Velocity Vector (Re = 750)

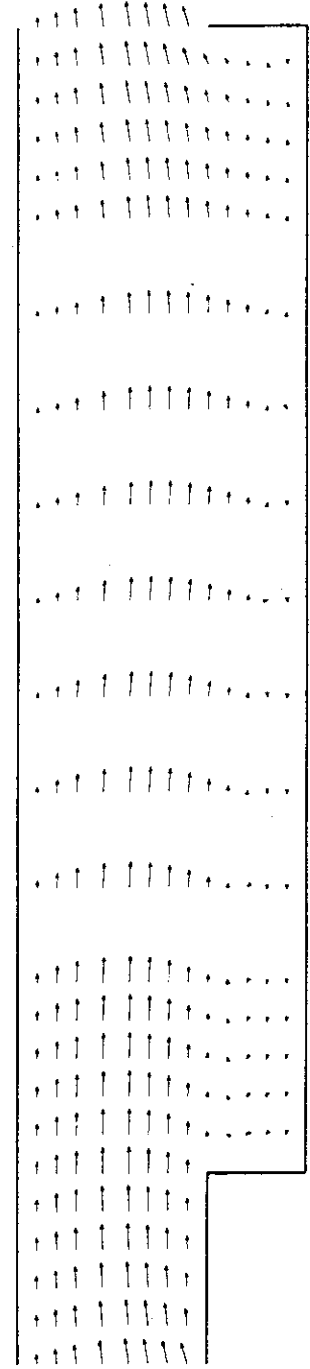
Re = 800 Pr = 1.0



TSL GRAPHICS

Fig.49 Velocity Vector (Re = 800)

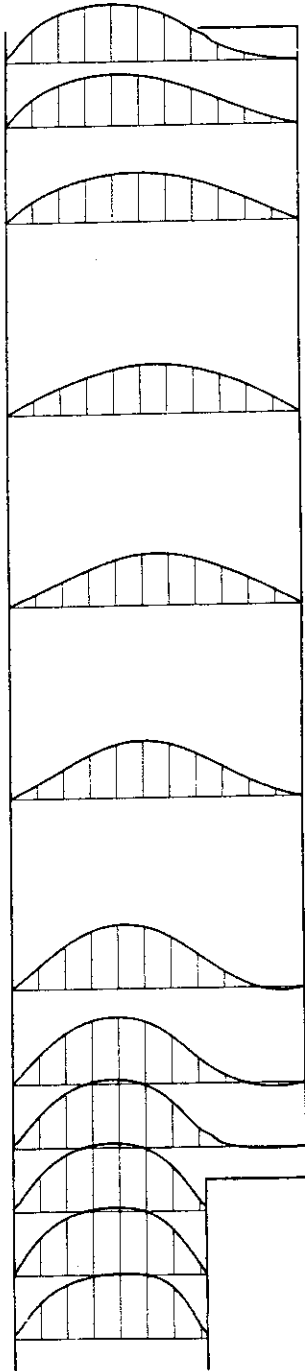
Re = 850 Pr = 1.0



TSL GRAPHICS

Fig.50 Velocity Vector (Re = 850)

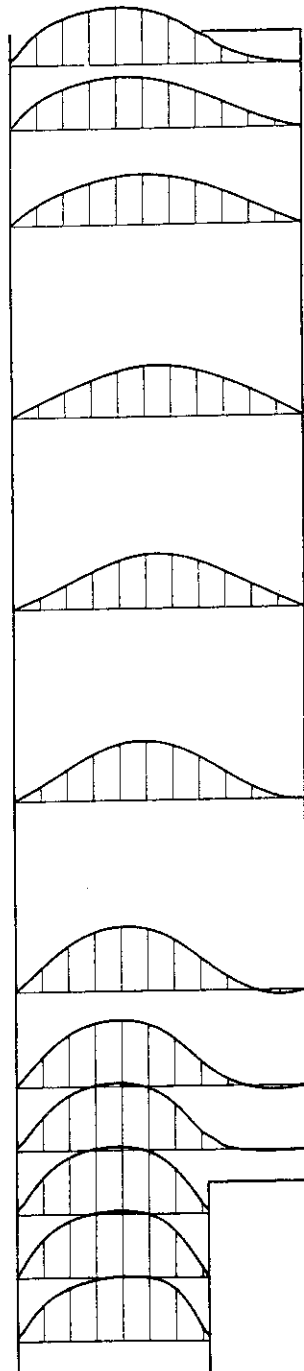
Re = 150 Pr = 1.0



TSL GRAPHICS

Fig.51 Axial Velocity Profile (Re = 150)

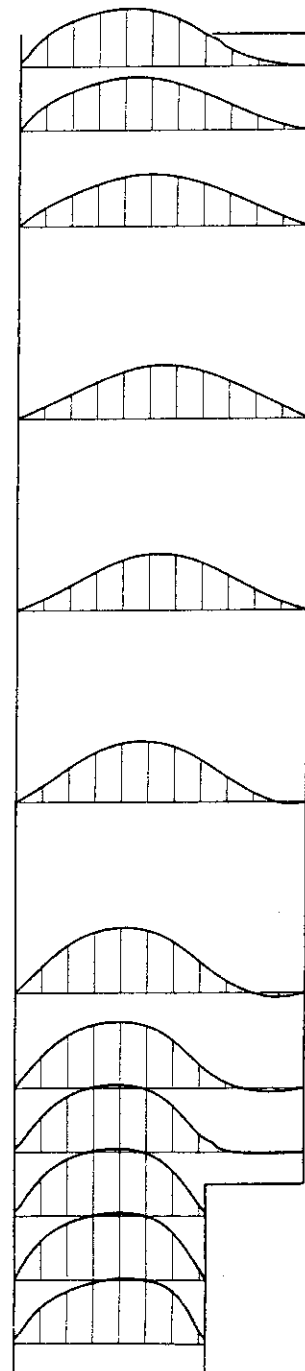
Re = 200 Pr = 1.0



TSL GRAPHICS

Fig.52 Axial Velocity Profile (Re = 200)

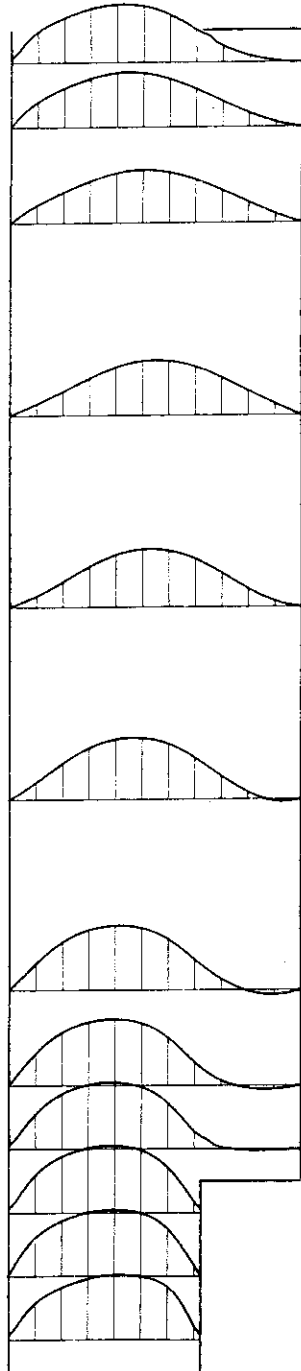
Re = 250 Pr = 1.0



TSL GRAPHICS

Fig.53 Axial Velocity Profile (Re = 250)

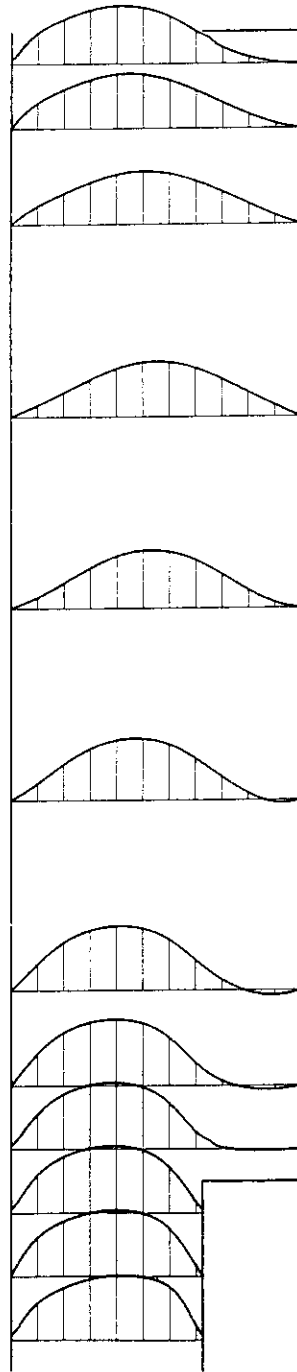
Re = 300 Pr = 1.0



TSL GRAPHICS

Fig.54 Axial Velocity Profile (Re = 300)

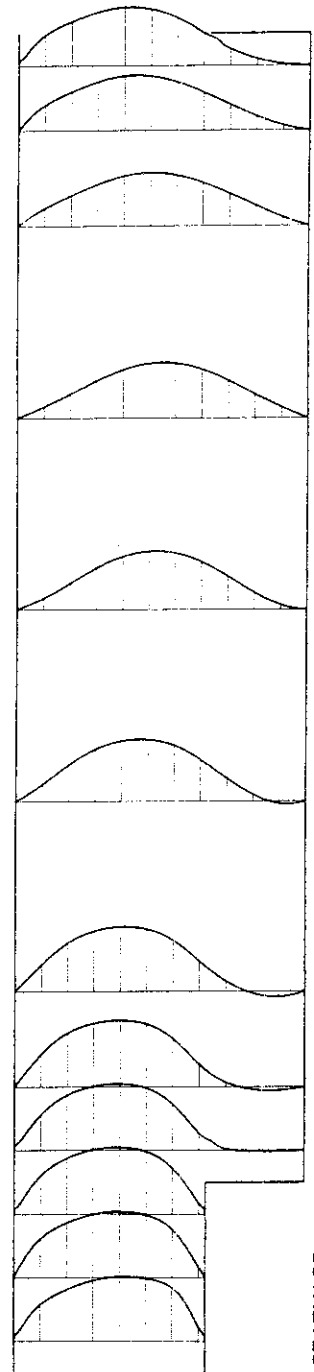
Re = 350 Pr = 1.0



TSL GRAPHICS

Fig.55 Axial Velocity Profile (Re = 350)

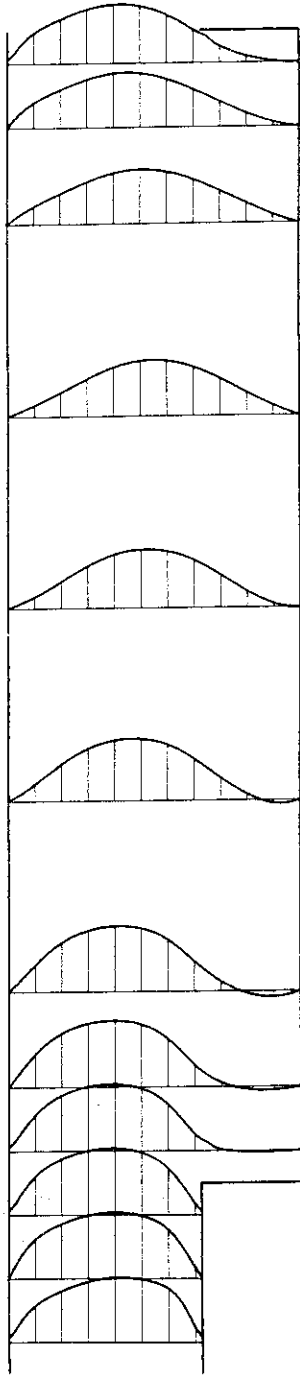
Re = 400 Pr = 1.0



TSL GRAPHICS

Fig.56 Axial Velocity Profile (Re = 400)

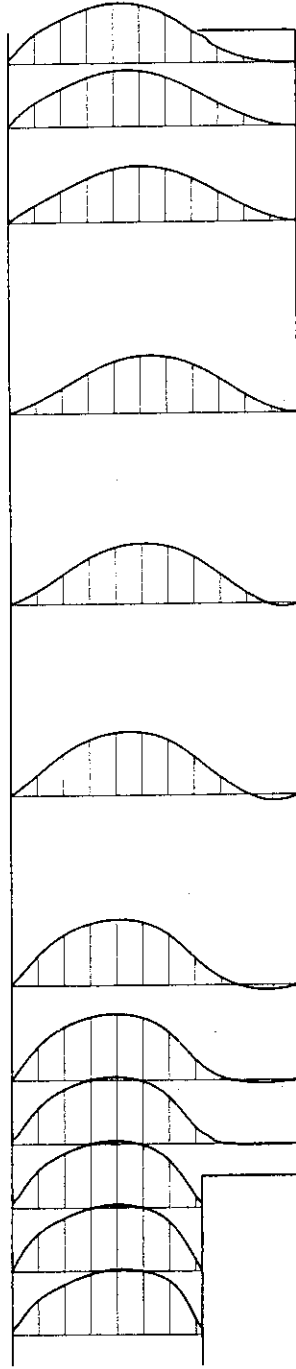
Re = 450 Pr = 1.0



TSL GRAPHICS

Fig.57 Axial Velocity Profile (Re = 450)

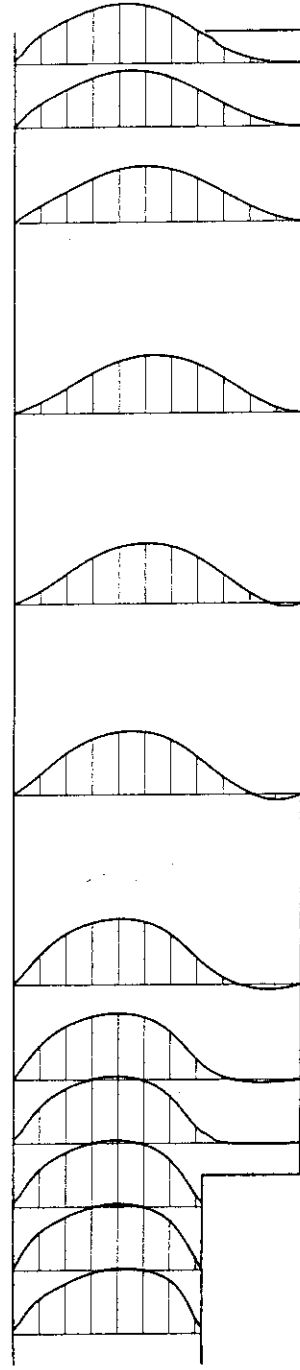
Re = 500 Pr = 1.0



TSL GRAPHICS

Fig.58 Axial Velocity Profile (Re = 500)

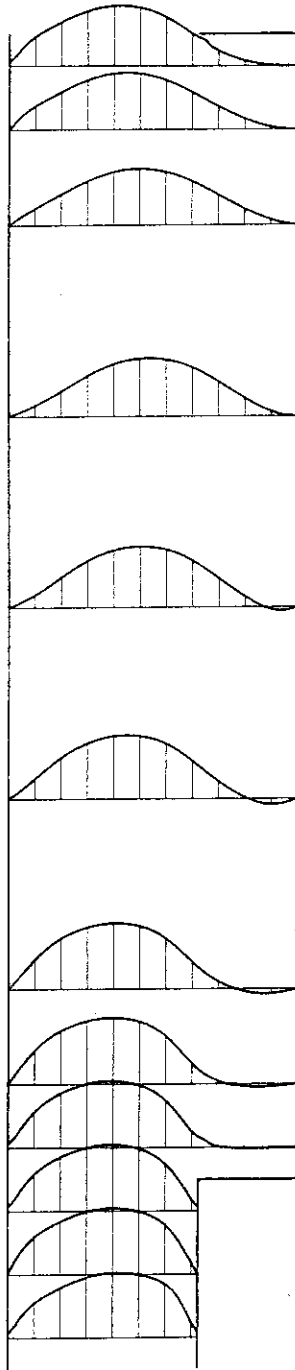
Re = 550 Pr = 1.0



TSL GRAPHICS

Fig.59 Axial Velocity Profile (Re = 550)

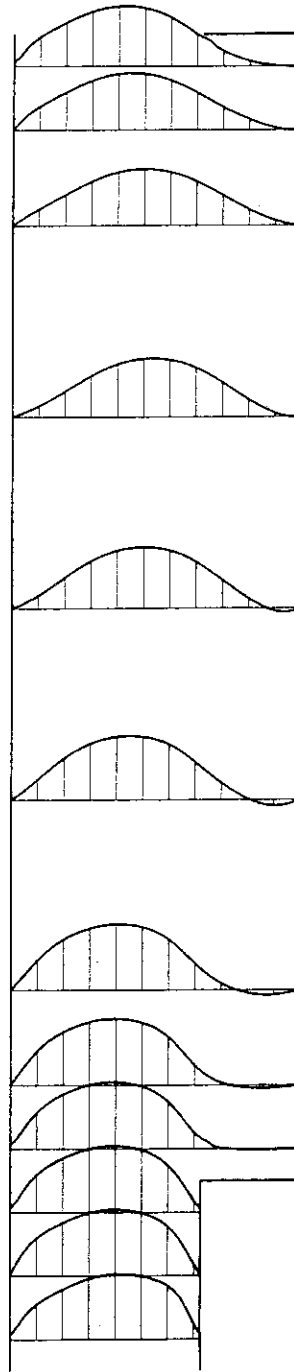
Re = 600 Pr = 1.0



TSL GRAPHICS

Fig.60 Axial Velocity Profile (Re = 600)

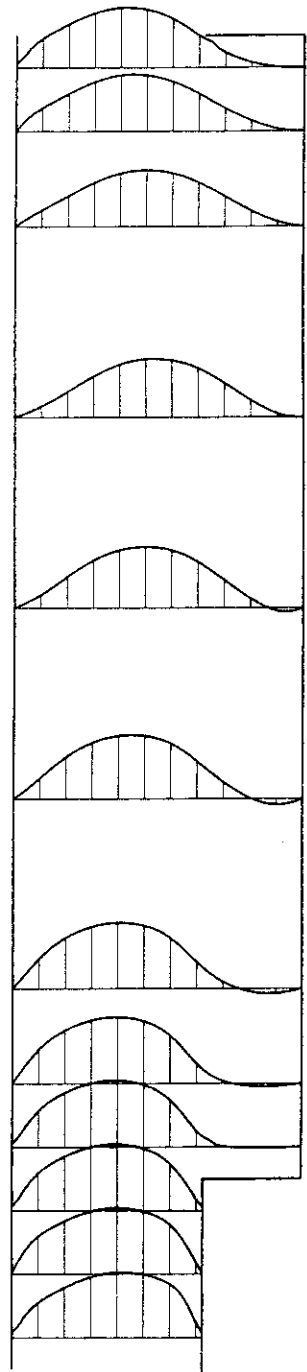
Re = 650 Pr = 1.0



TSL GRAPHICS

Fig.62 Axial Velocity Profile (Re = 700)

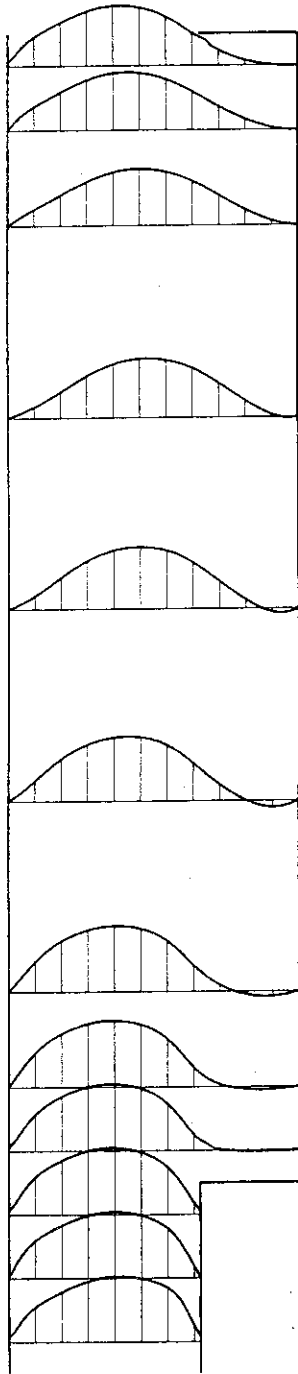
Re = 700 Pr = 1.0



TSL GRAPHICS

Fig.61 Axial Velocity Profile (Re = 650)

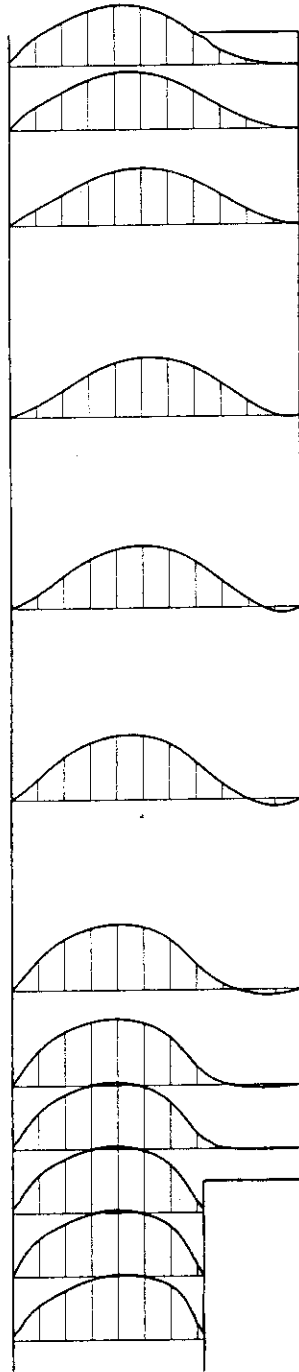
Re = 750 Pr = 1.0



TSL GRAPHICS

Fig.63 Axial Velocity Profile (Re = 750)

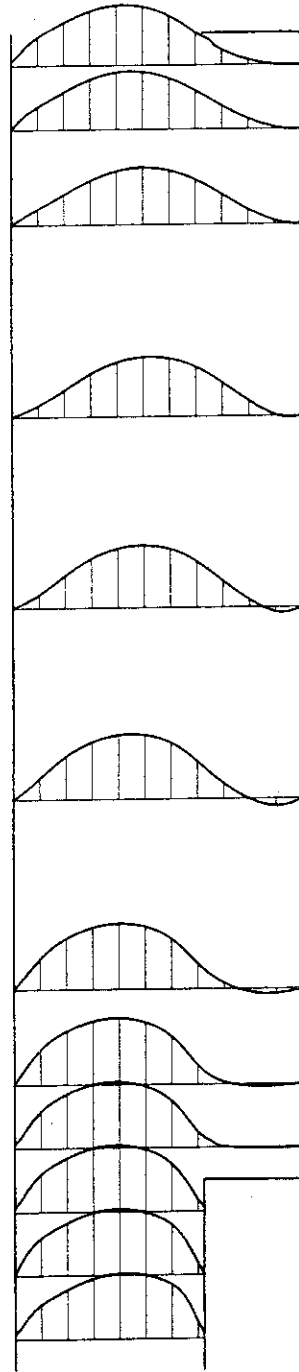
Re = 800 Pr = 1.0



TSL GRAPHICS

Fig.64 Axial Velocity Profile (Re = 800)

Re = 850 Pr = 1.0



TSL GRAPHICS

Fig.65 Axial Velocity Profile (Re = 850)

Re = 200

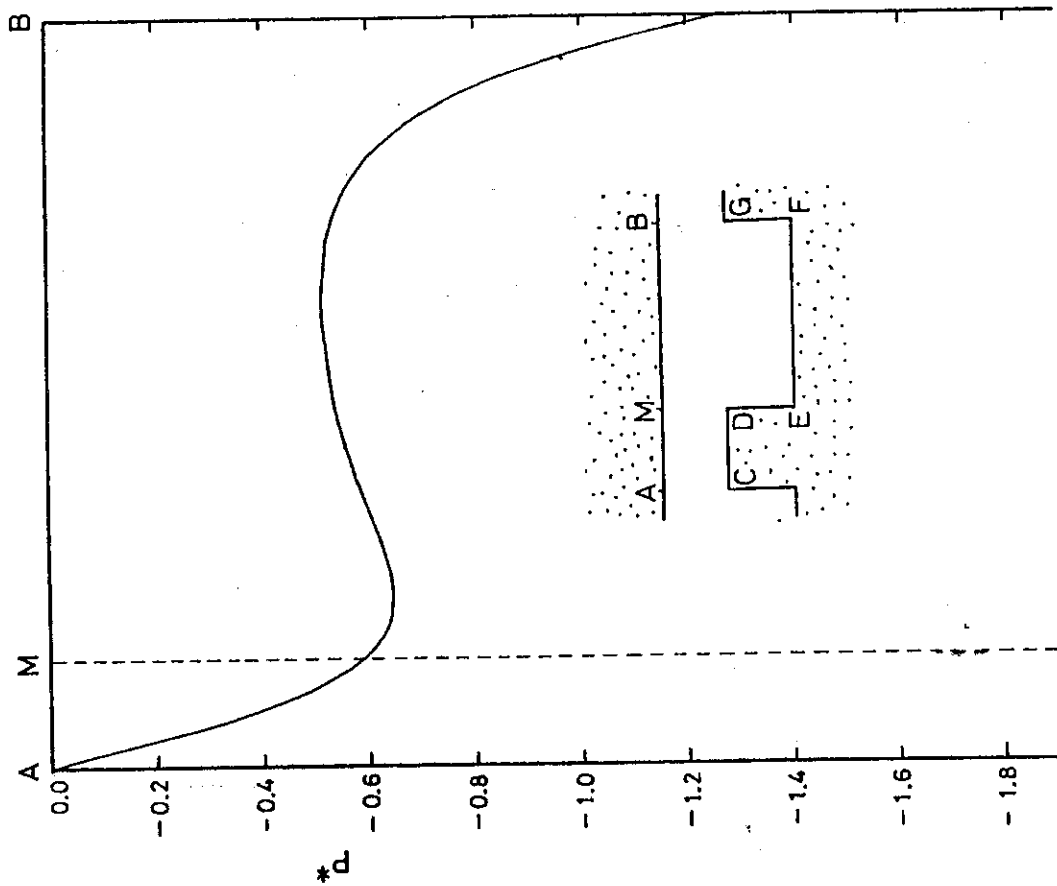


Fig.66 Distribution of Pressure Coefficient at the Upper Wall (Re = 150)

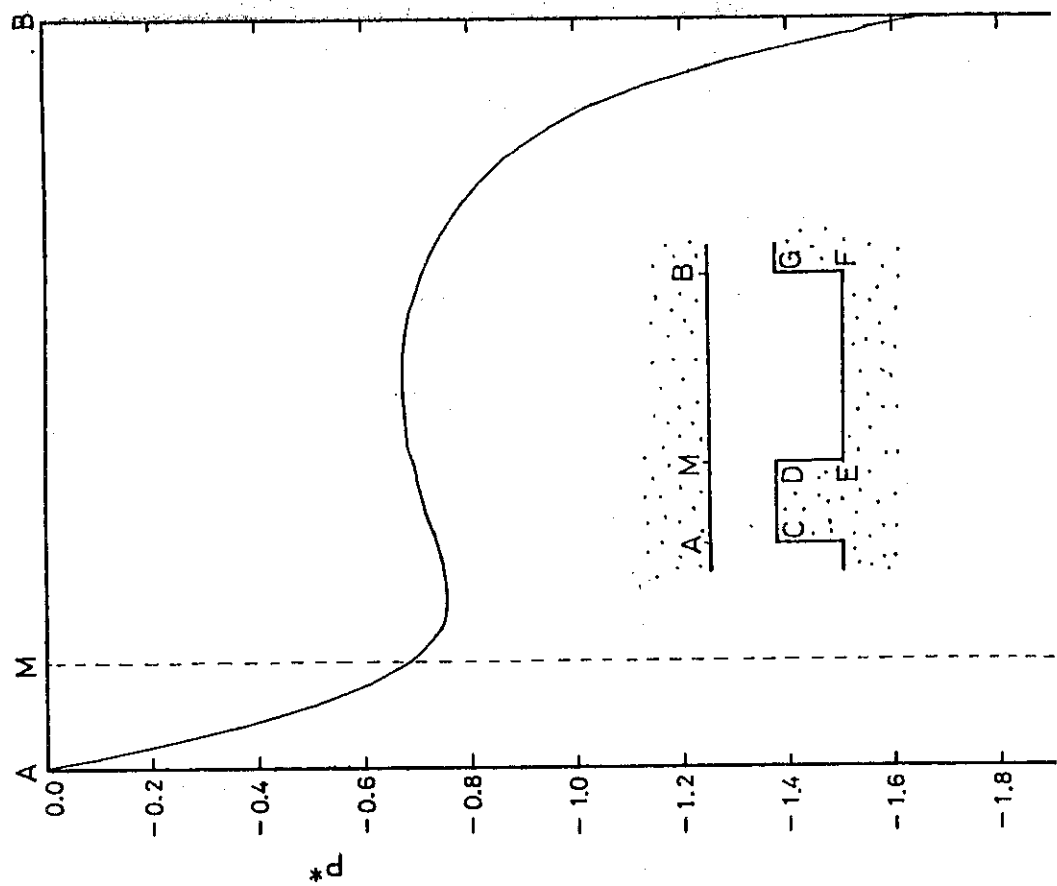


Fig.67 Distribution of Pressure Coefficient at the Upper Wall (Re = 200)

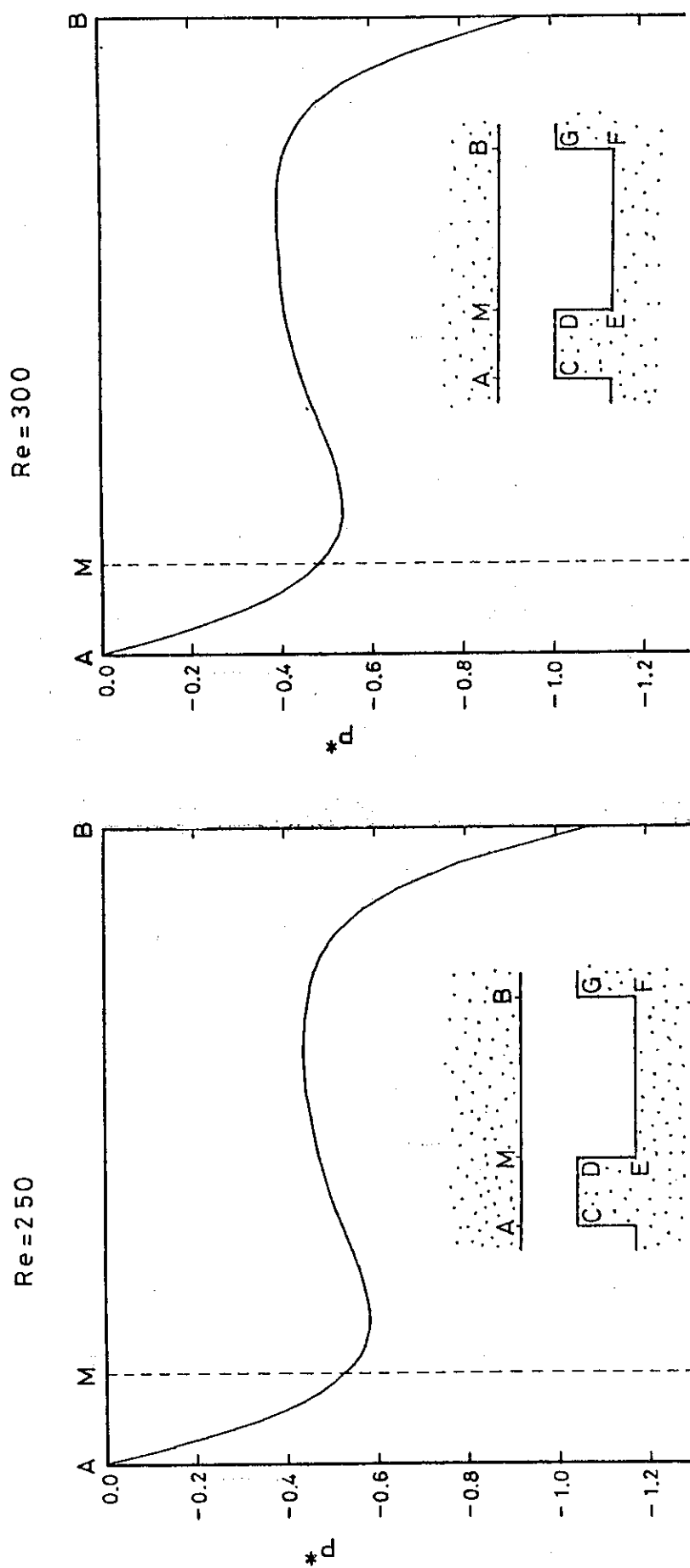


Fig.68 Distribution of Pressure Coefficient
at the Upper Wall (Re = 250)

Fig.69 Distribution of Pressure Coefficient
at the Upper Wall (Re = 300)

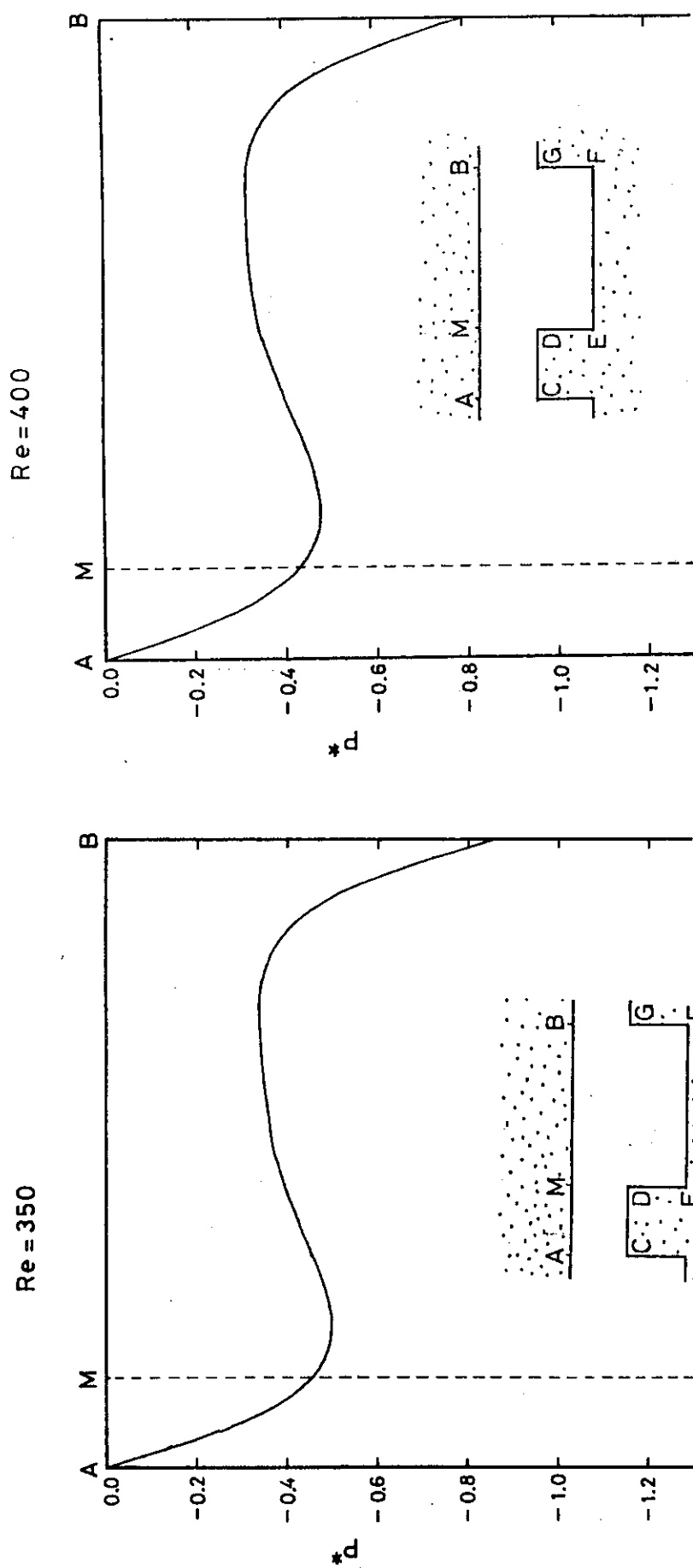


Fig.70 Distribution of Pressure Coefficient
at the Upper Wall (Re = 350)

Fig.71 Distribution of Pressure Coefficient
at the Upper Wall (Re = 400)

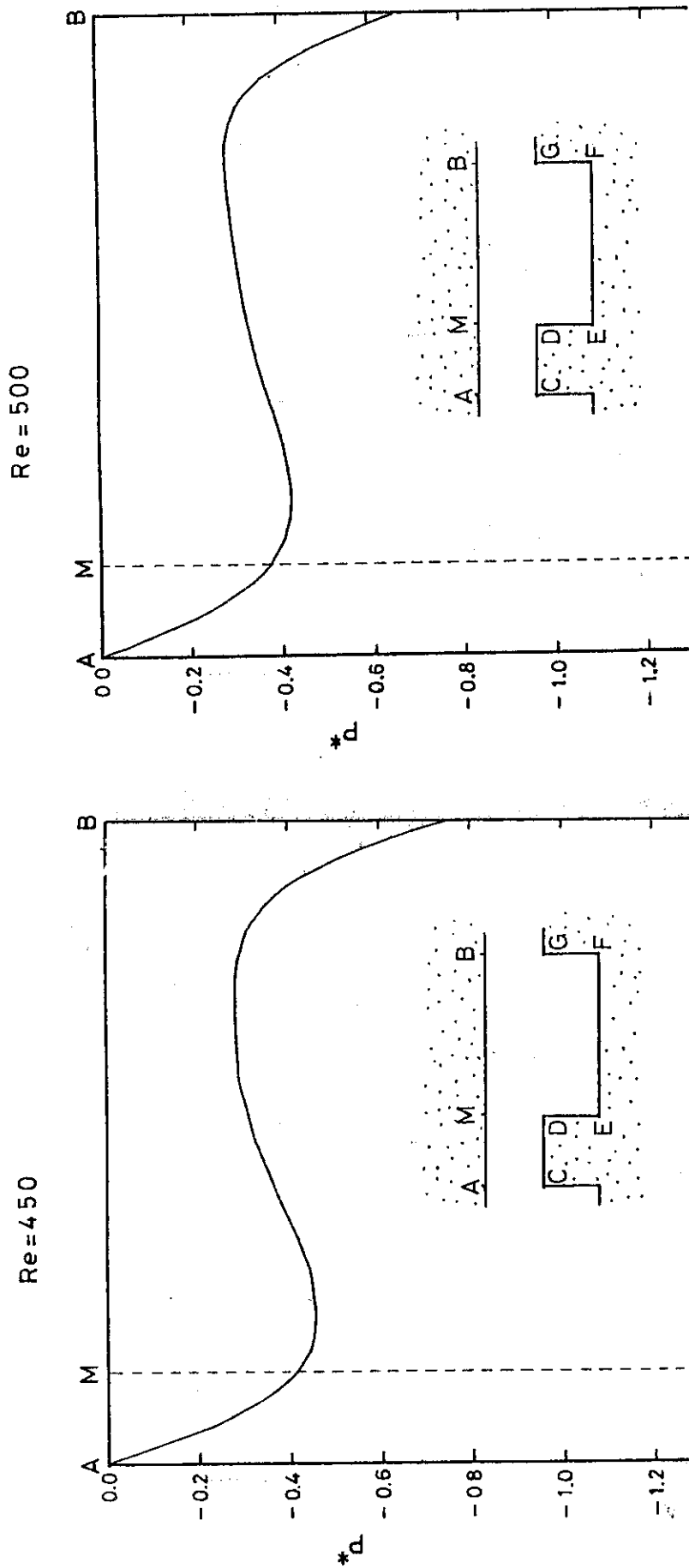


Fig.72 Distribution of Pressure Coefficient
at the Upper Wall ($Re = 450$)

Fig.73 Distribution of Pressure Coefficient
at the Upper Wall ($Re = 500$)

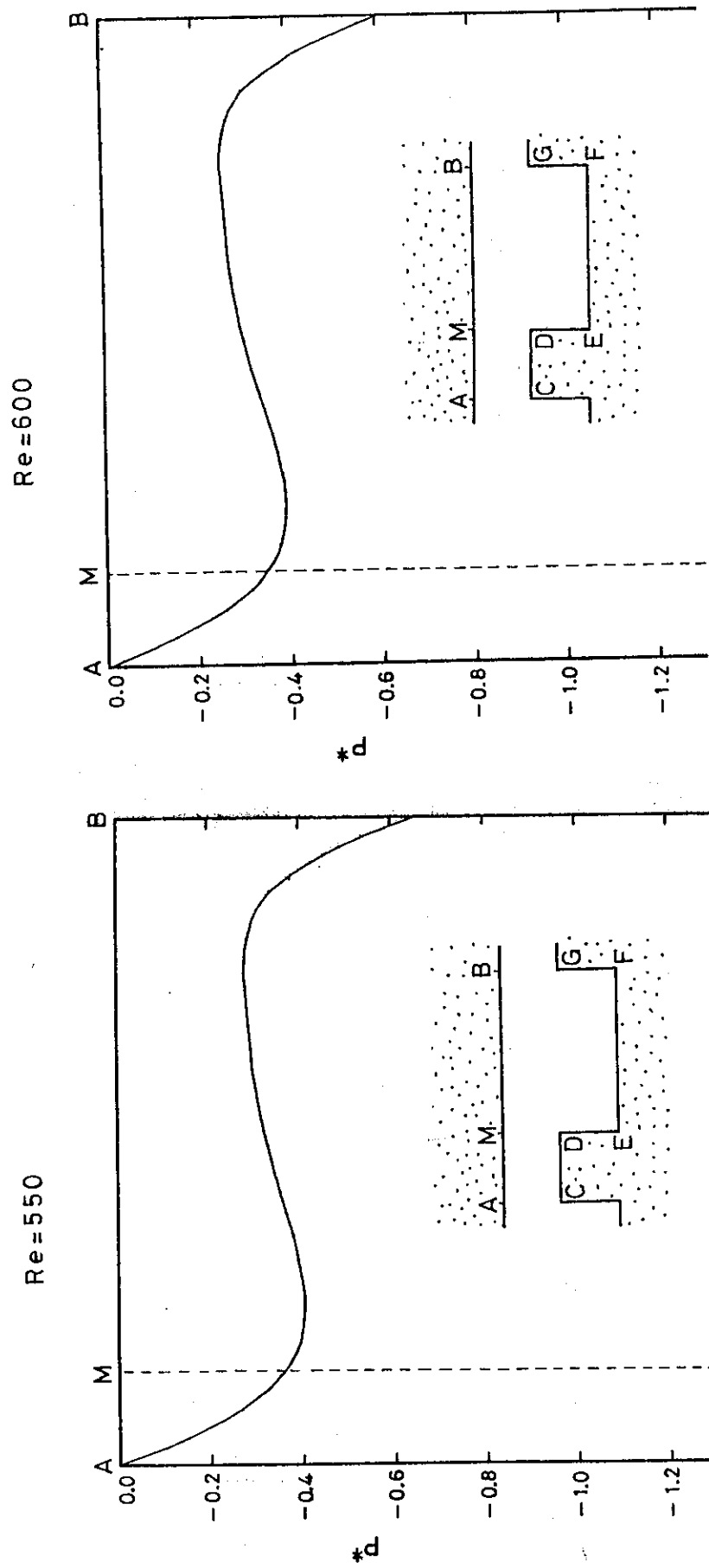


Fig.74 Distribution of Pressure Coefficient
at the Upper Wall ($Re = 550$)

Fig.75 Distribution of Pressure Coefficient
at the Upper Wall ($Re = 600$)

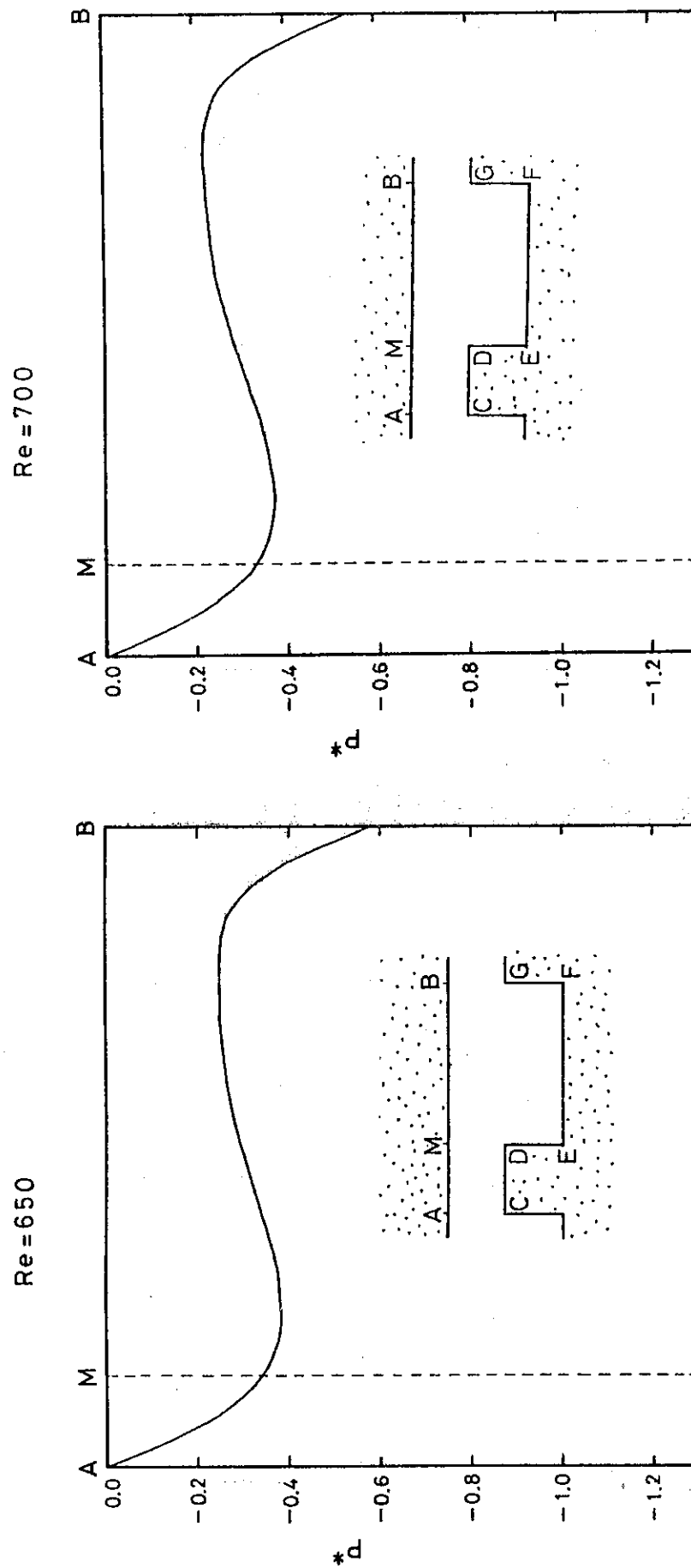


Fig.76 Distribution of Pressure Coefficient
at the Upper Wall ($Re = 650$)

Fig.77 Distribution of Pressure Coefficient
at the Upper Wall ($Re = 700$)

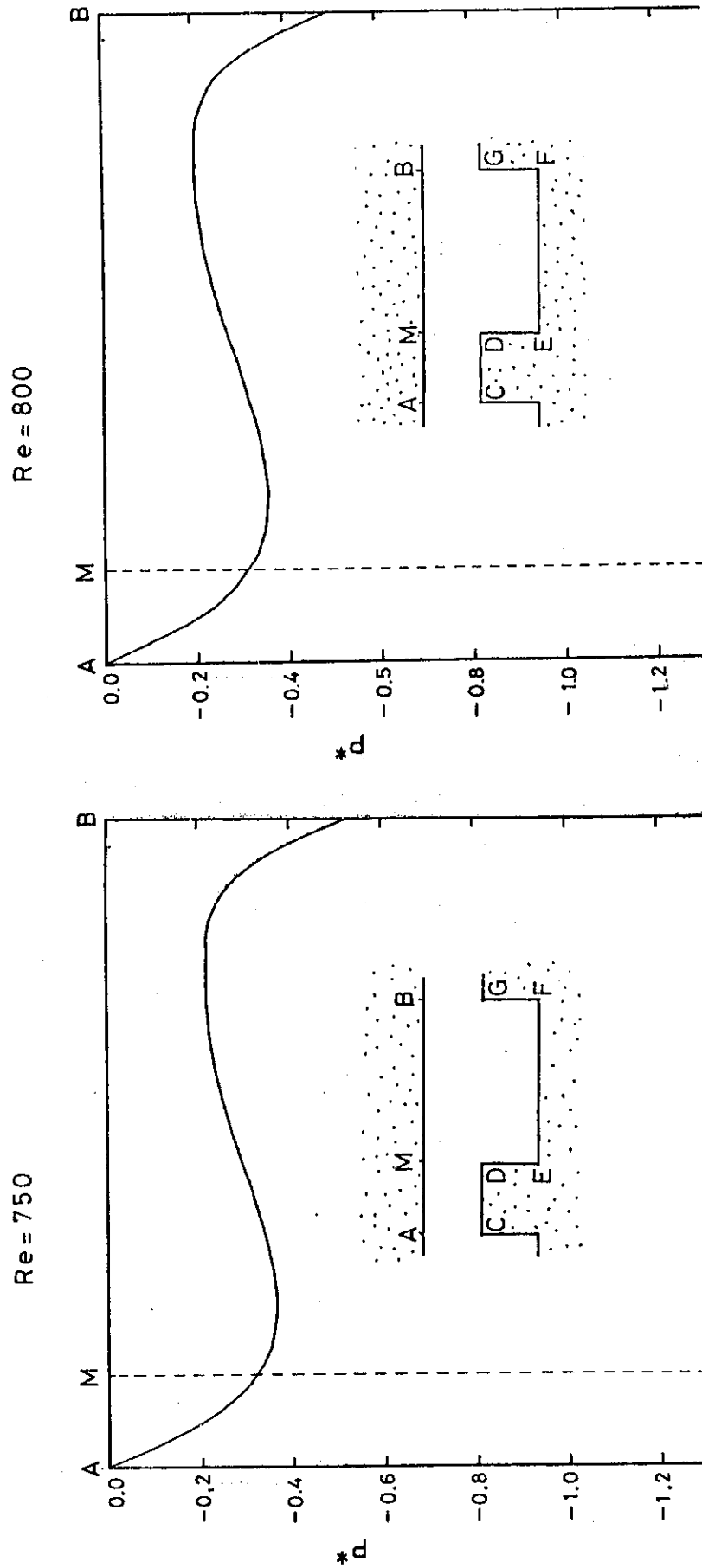


Fig.78 Distribution of Pressure Coefficient at the Upper Wall ($Re = 750$)

Fig.79 Distribution of Pressure Coefficient at the Upper Wall ($Re = 800$)

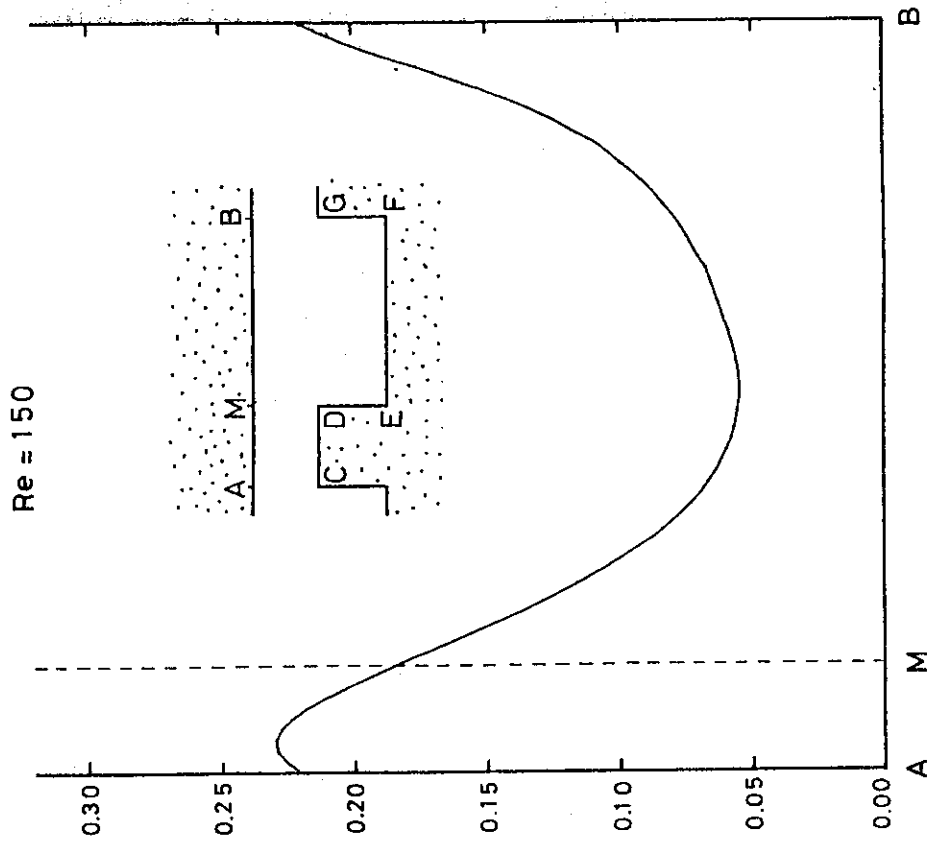


Fig.81 Distribution of Friction Coefficient
at the Upper Wall (Re = 150)

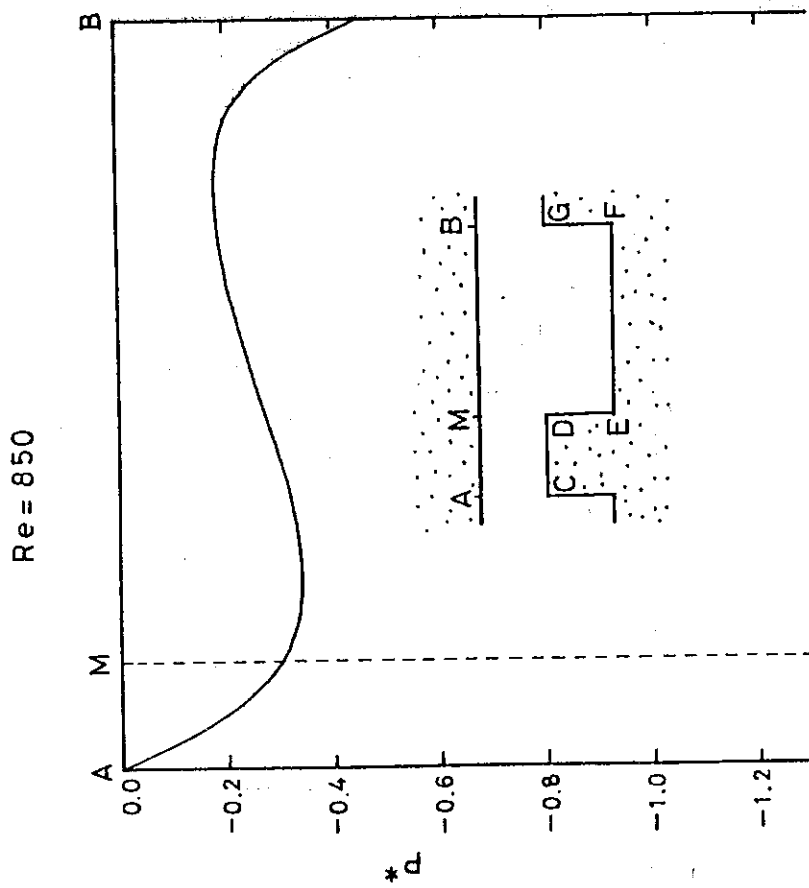


Fig.80 Distribution of Pressure Coefficient
at the Upper Wall (Re = 850)

* 2

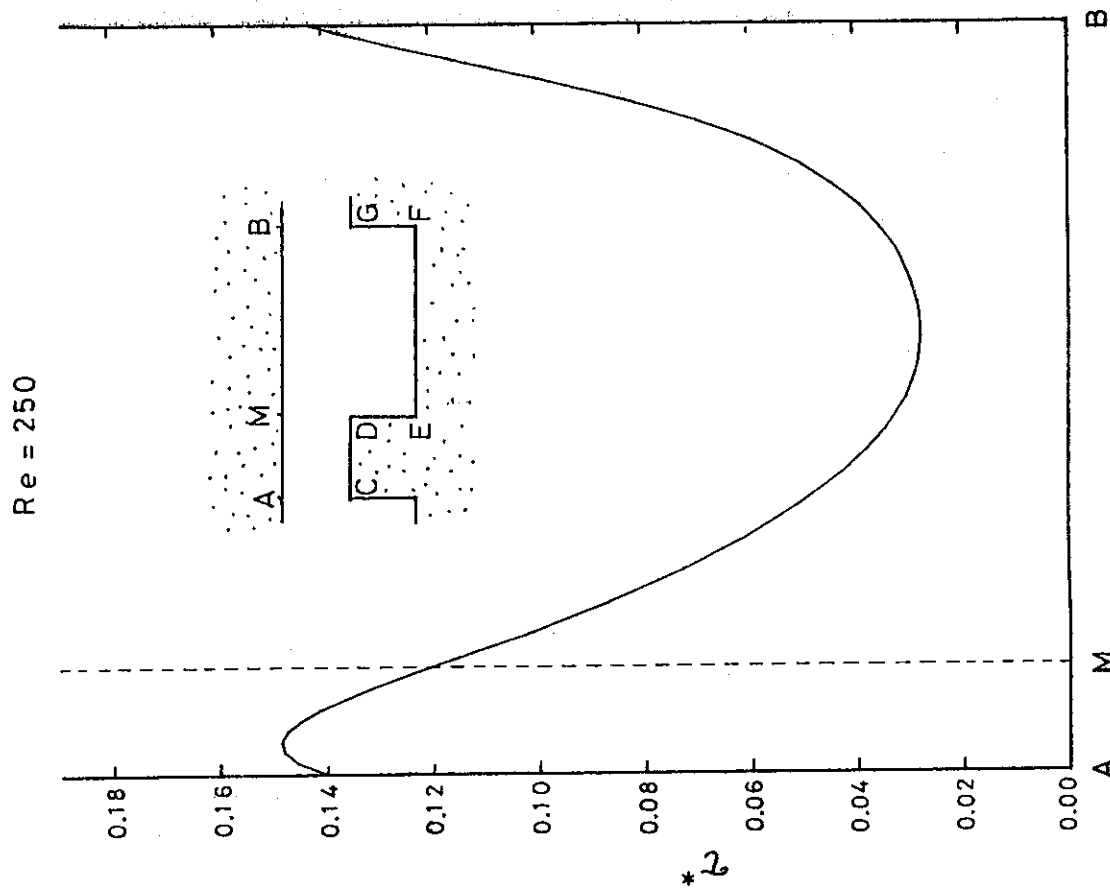


Fig.83 Distribution of Friction Coefficient
at the Upper Wall (Re = 250)

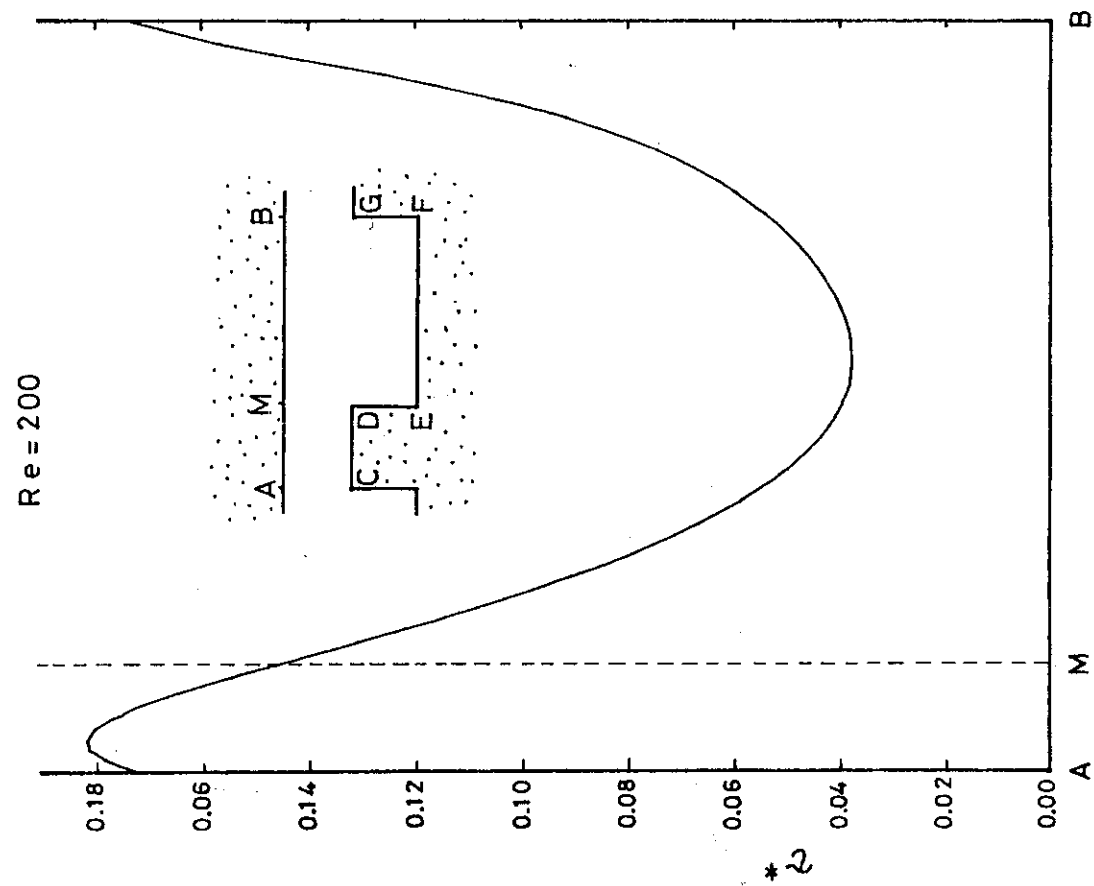


Fig.82 Distribution of Friction Coefficient
at the Upper Wall (Re = 200)

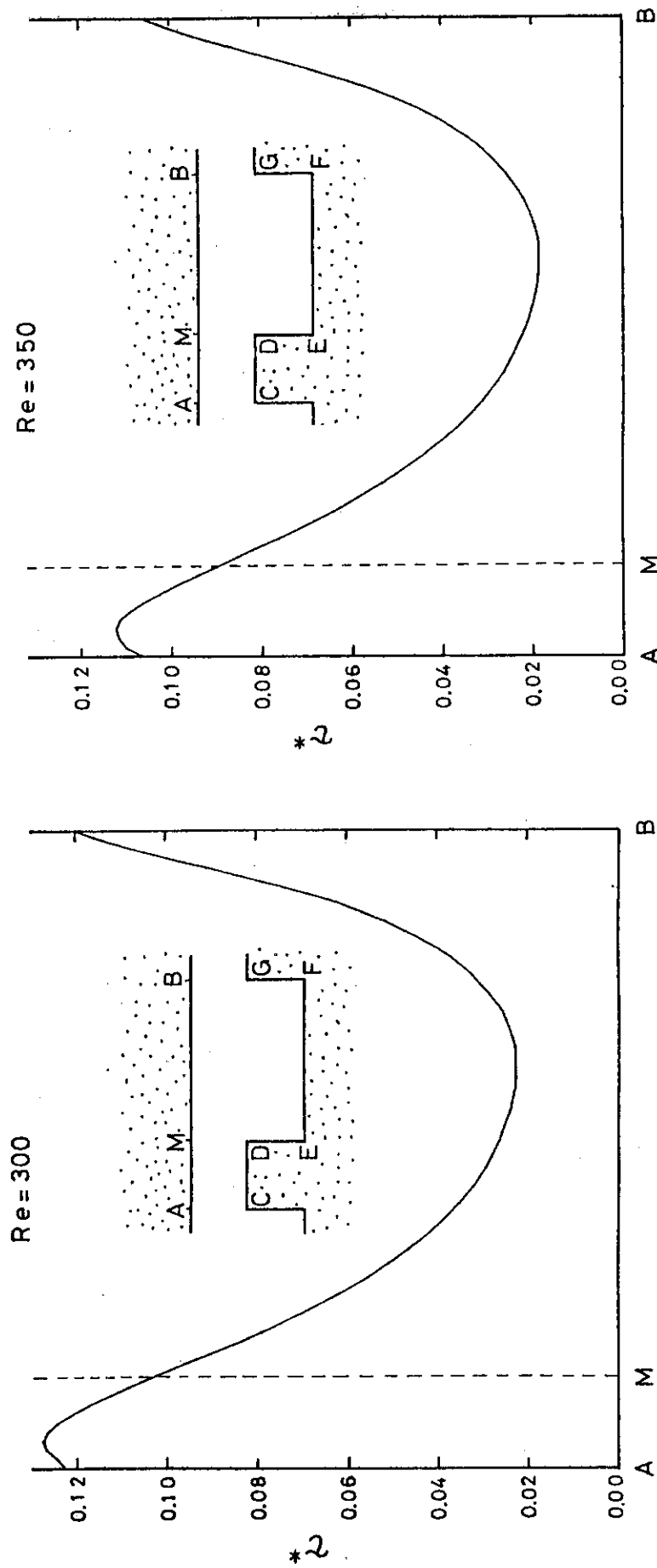


Fig.84 Distribution of Friction Coefficient
at the Upper Wall ($Re = 300$)

Fig.85 Distribution of Friction Coefficient
at the Upper Wall ($Re = 350$)

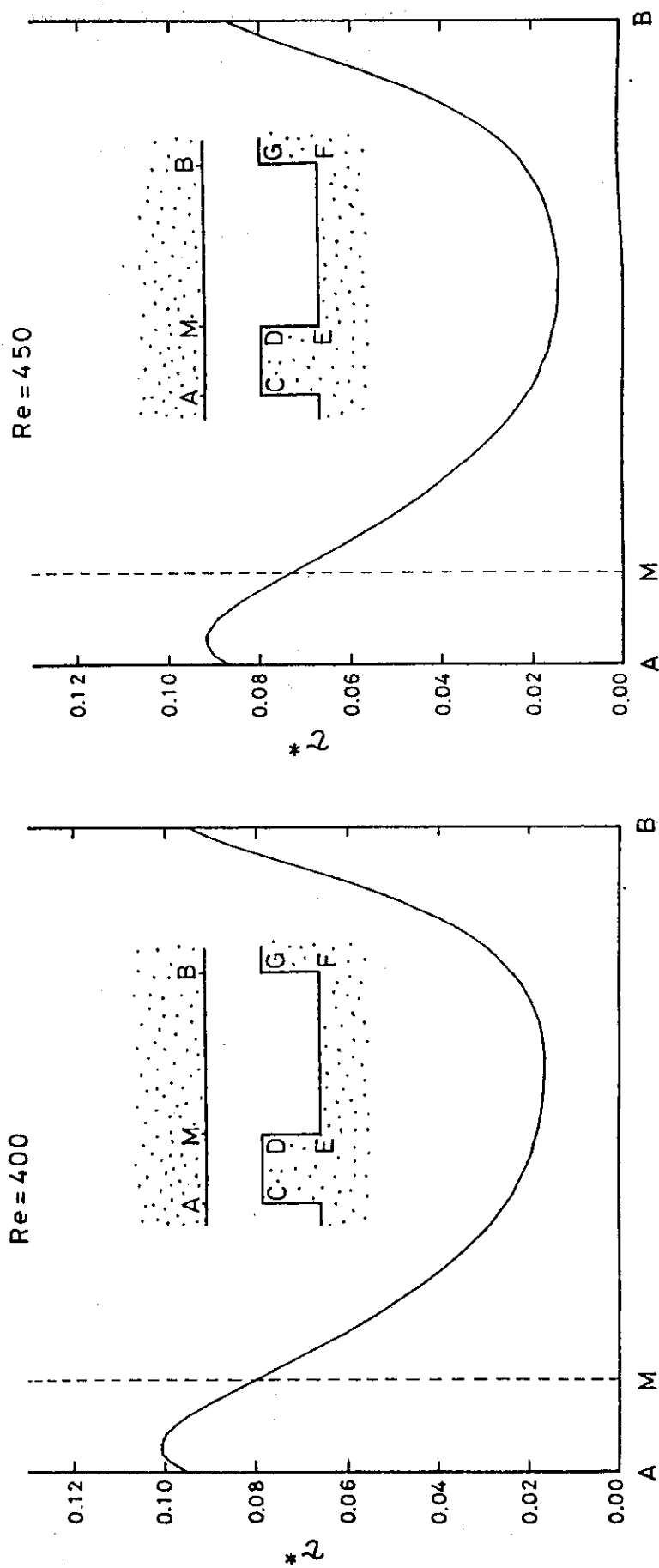


Fig. 86 Distribution of Friction Coefficient
at the Upper Wall ($Re = 400$)

Fig. 87 Distribution of Friction Coefficient
at the Upper Wall ($Re = 450$)

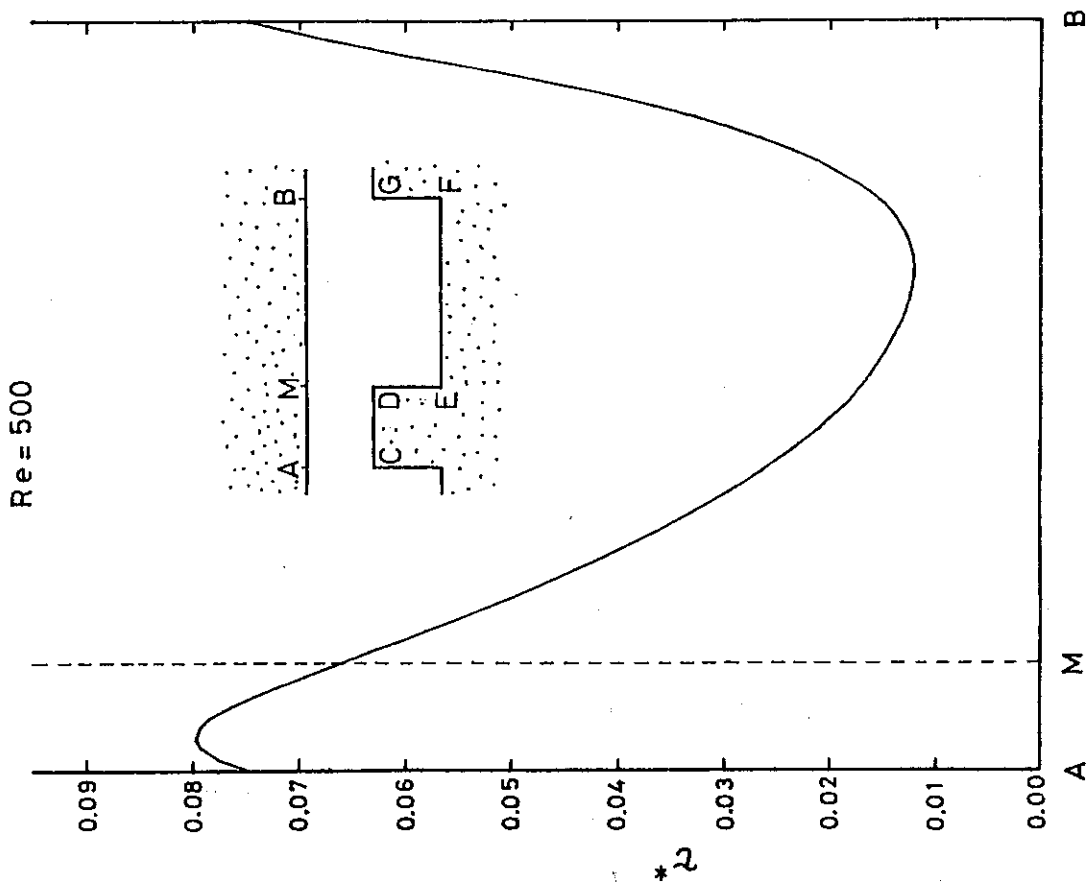


Fig.88 Distribution of Friction Coefficient
at the Upper Wall (Re = 500)

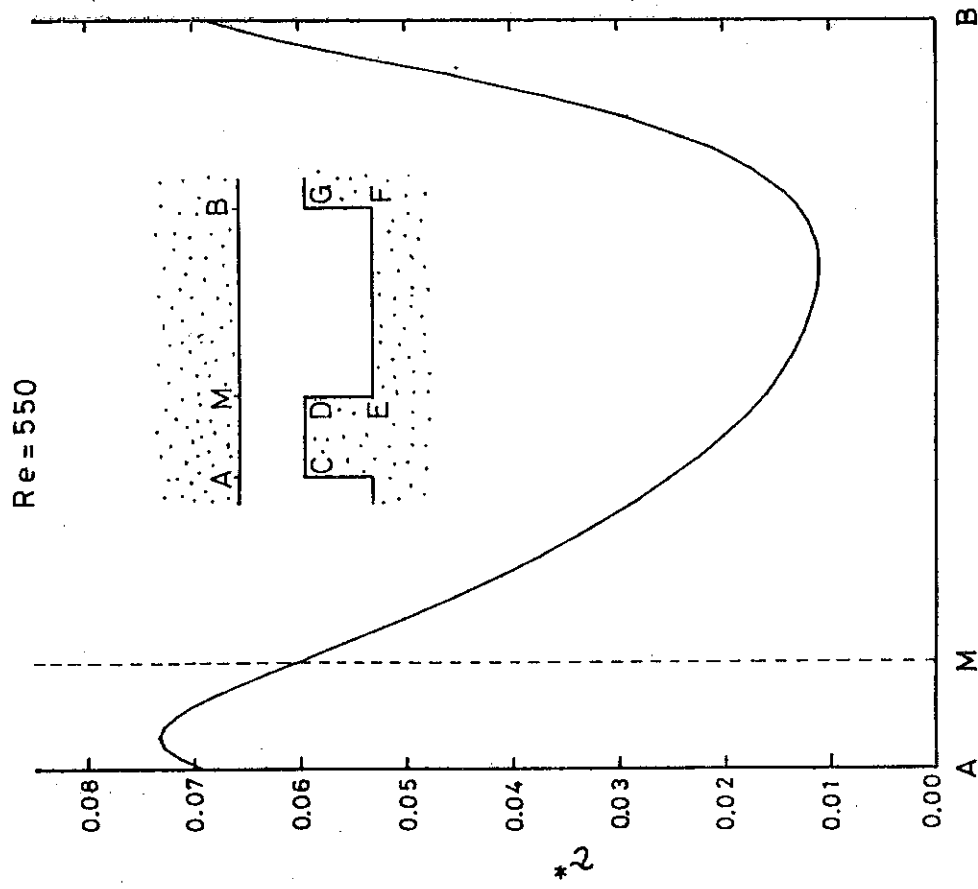


Fig.89 Distribution of Friction Coefficient
at the Upper Wall (Re = 550)

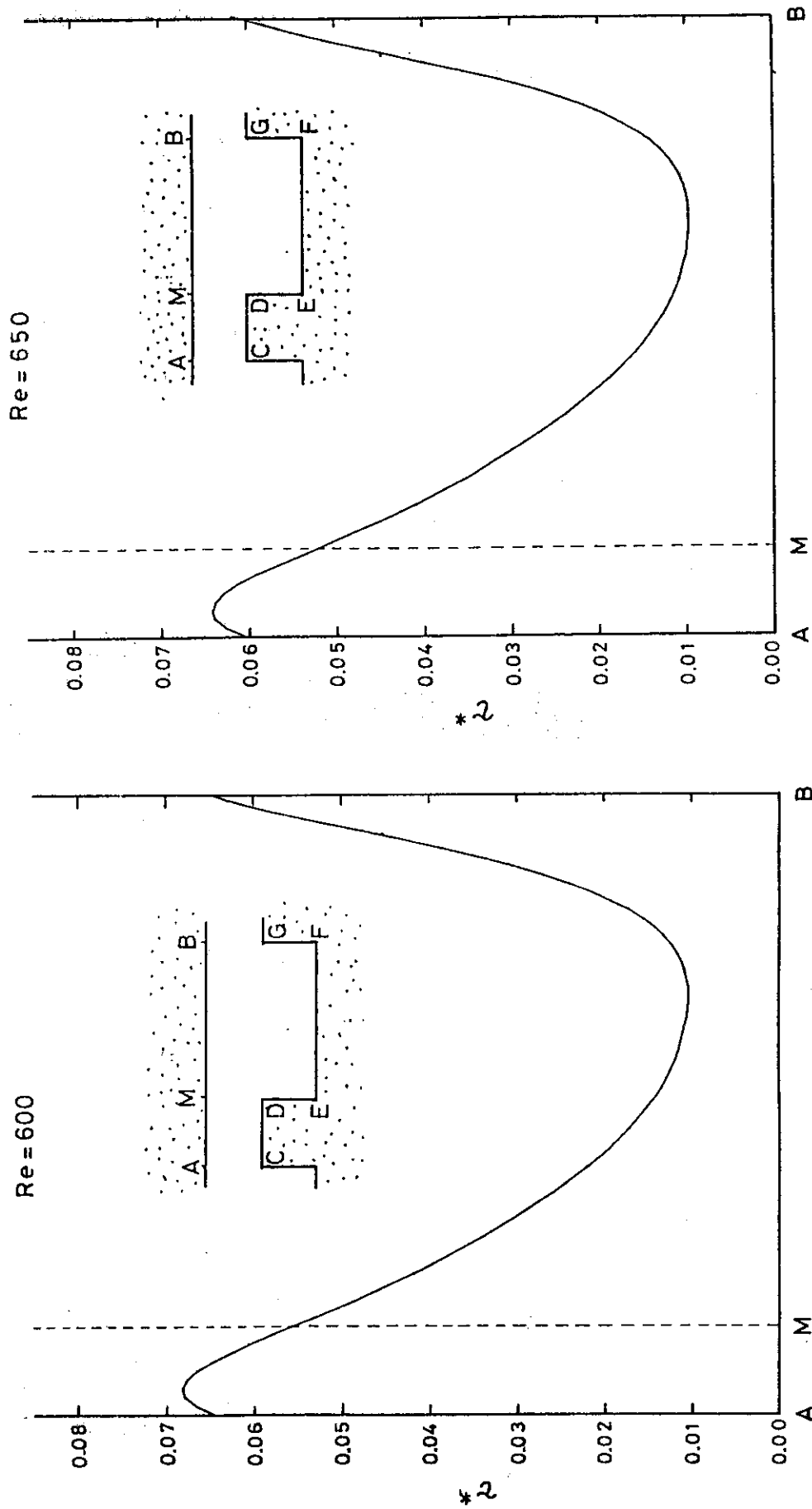


Fig.90 Distribution of Friction Coefficient at the Upper Wall (Re = 600)

Fig.91 Distribution of Friction Coefficient at the Upper Wall (Re = 650)

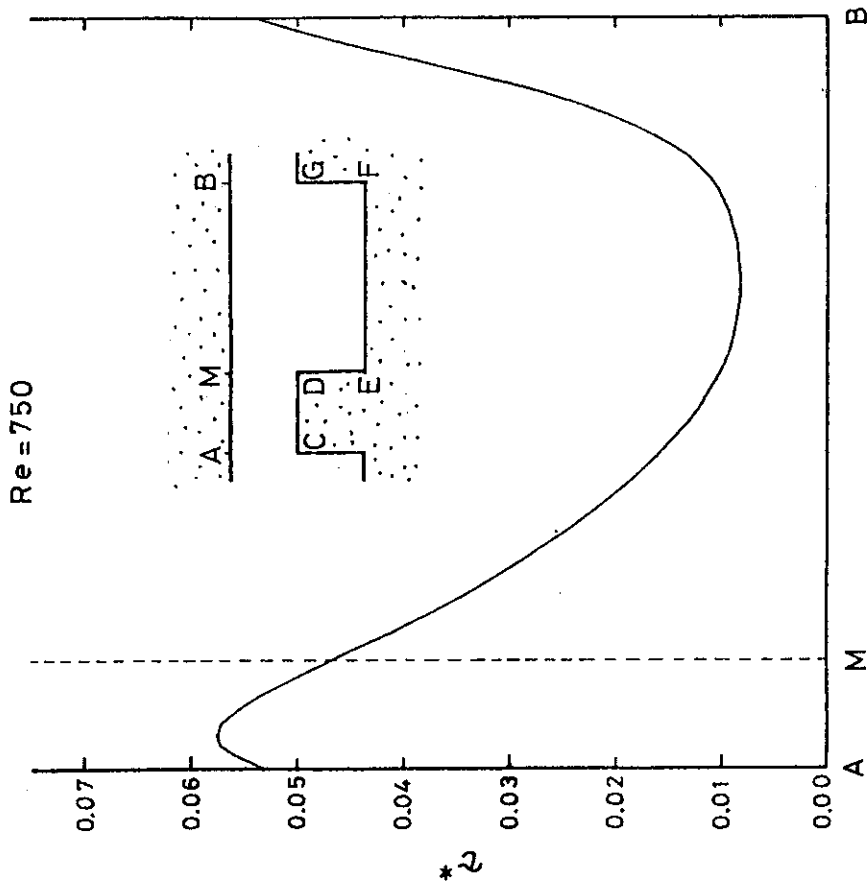


Fig.93 Distribution of Friction Coefficient
at the Upper Wall (Re = 750)

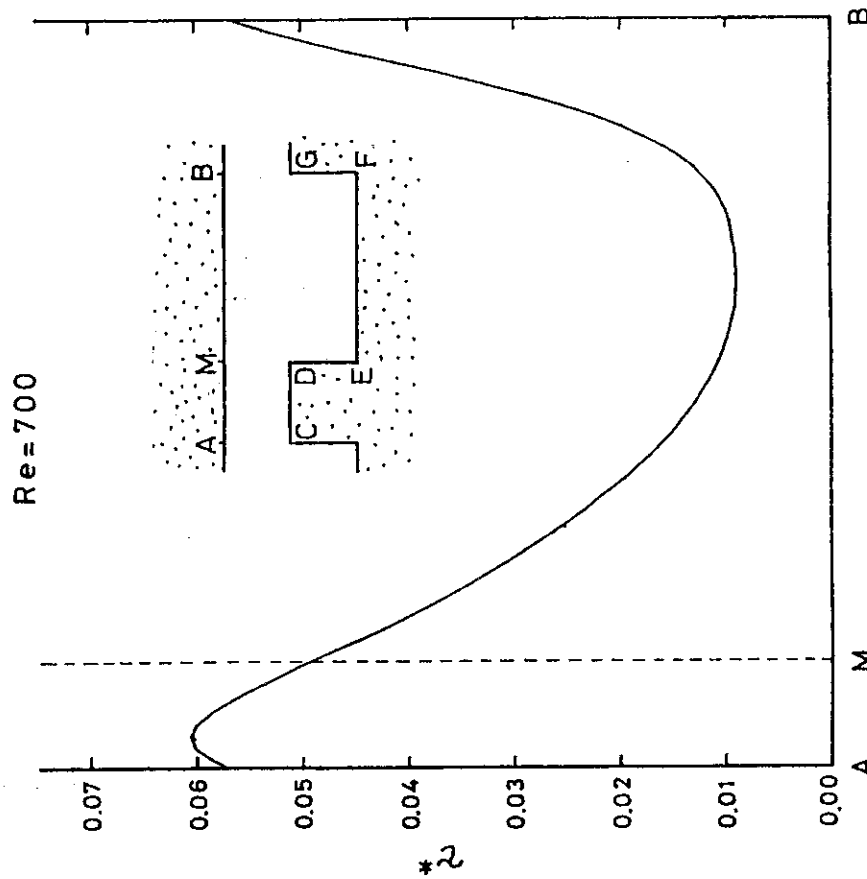


Fig.92 Distribution of Friction Coefficient
at the Upper Wall (Re = 700)

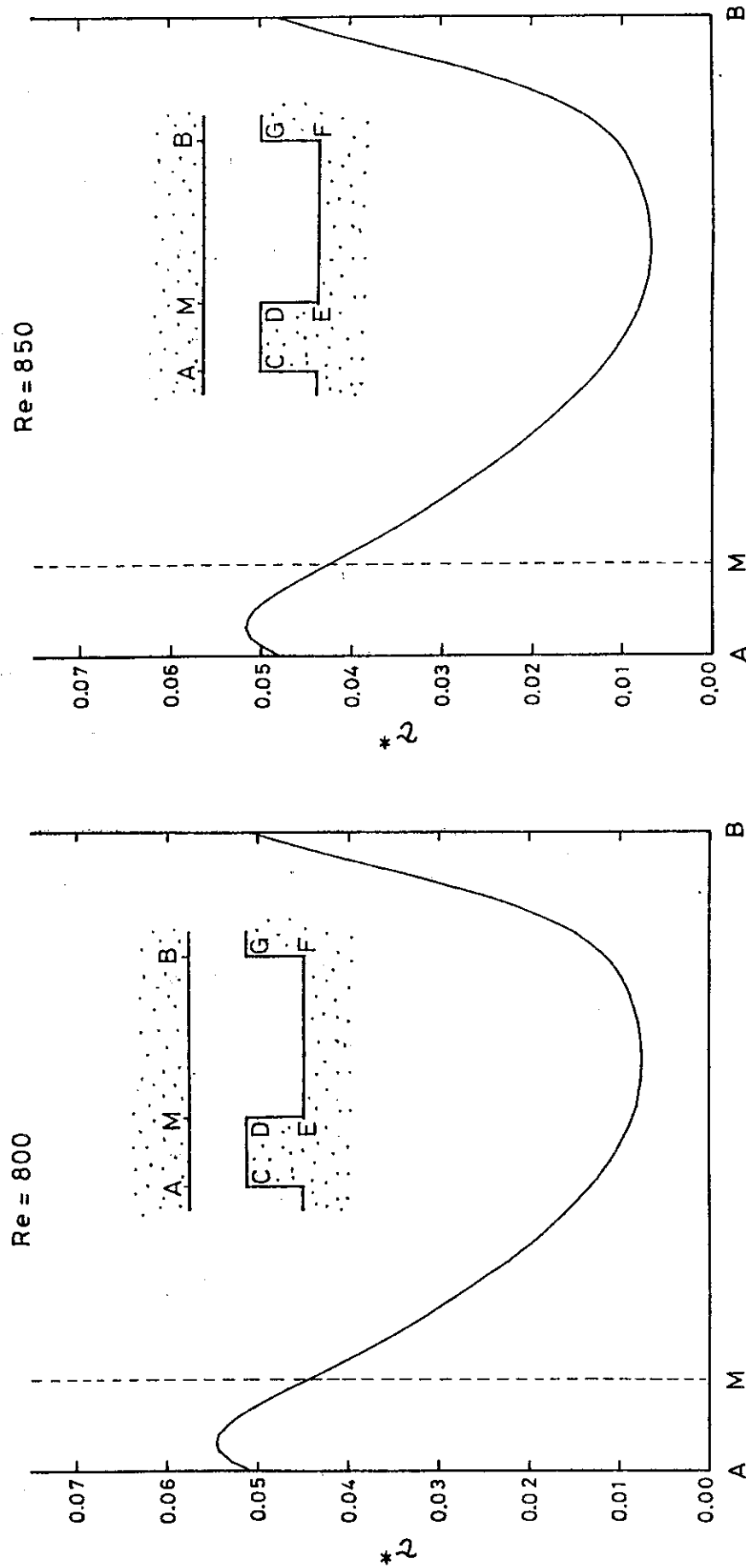
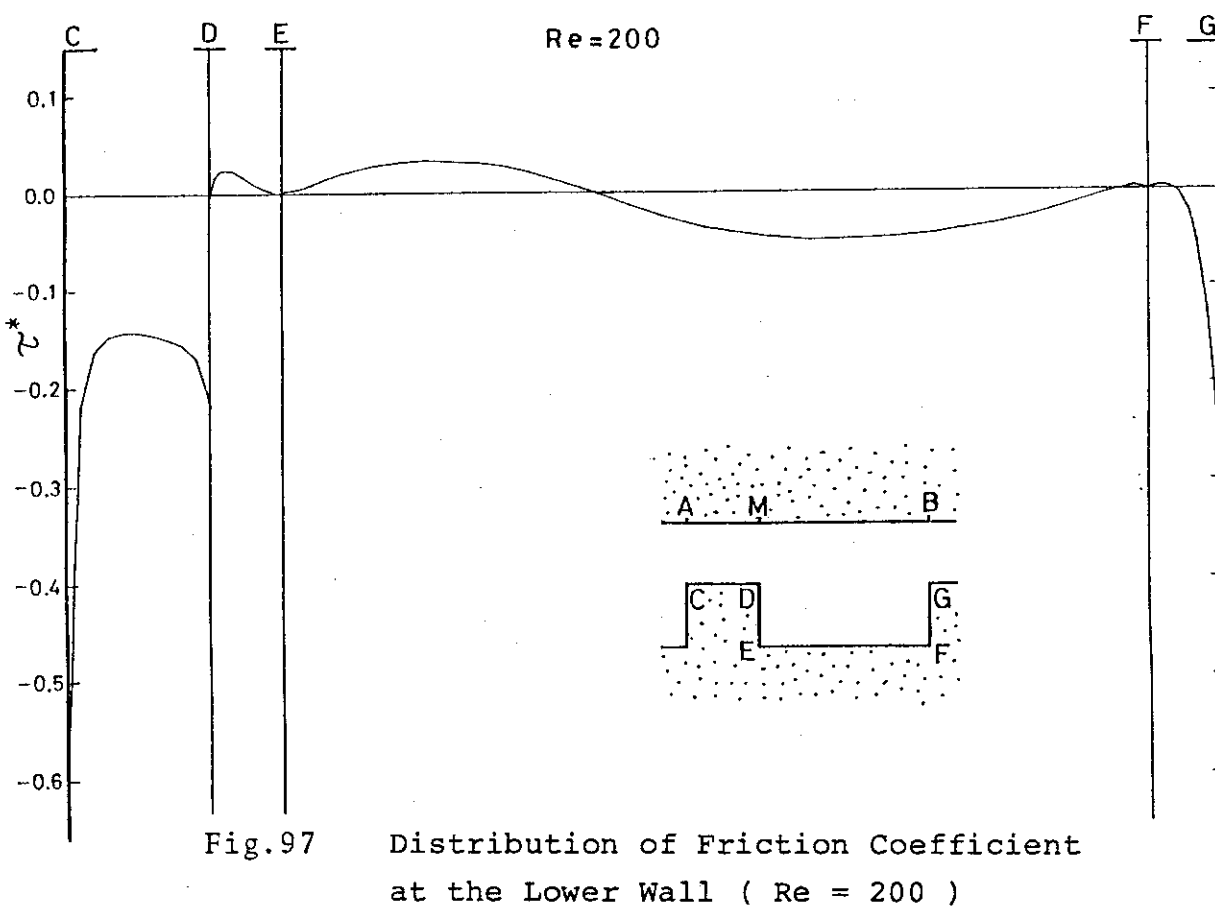
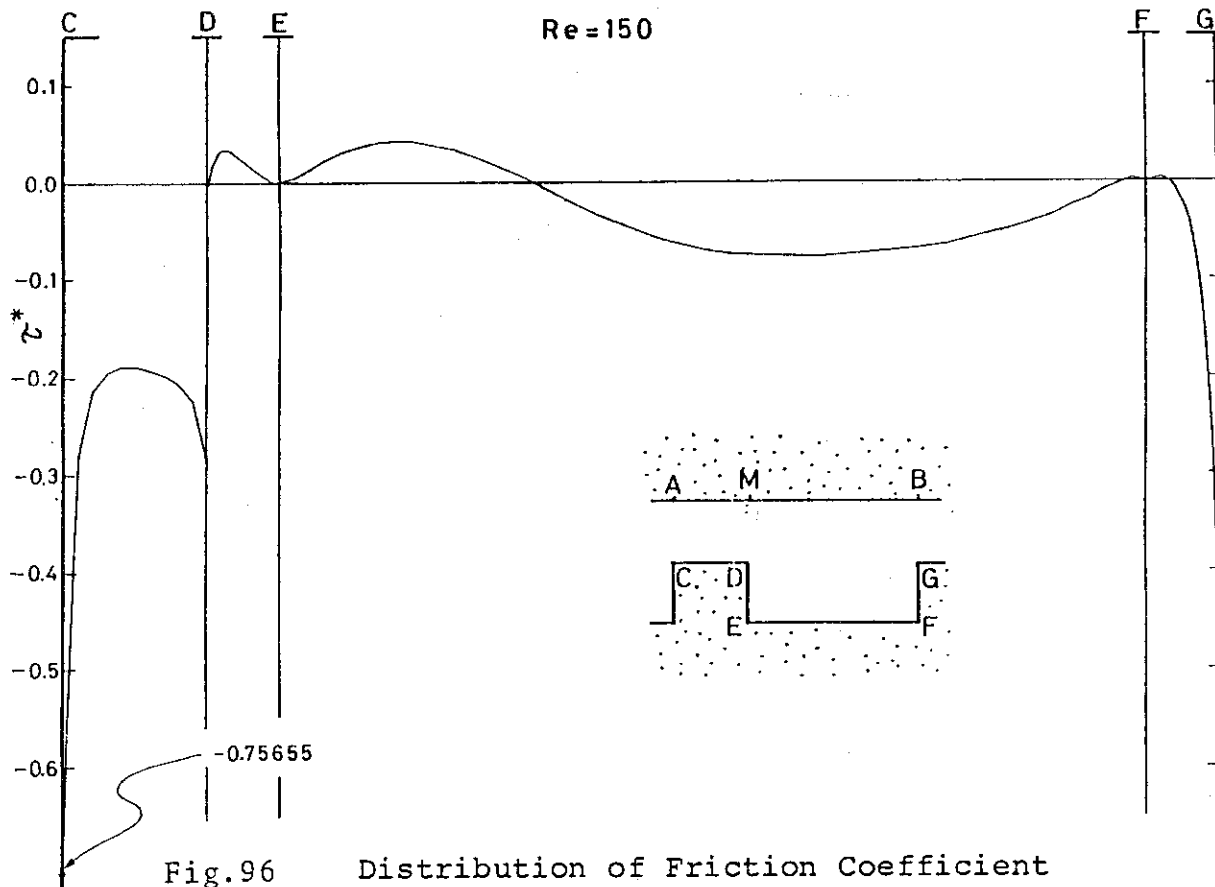


Fig.94 Distribution of Friction Coefficient at the Upper Wall ($Re = 800$)

Fig.95 Distribution of Friction Coefficient at the Upper Wall ($Re = 850$)



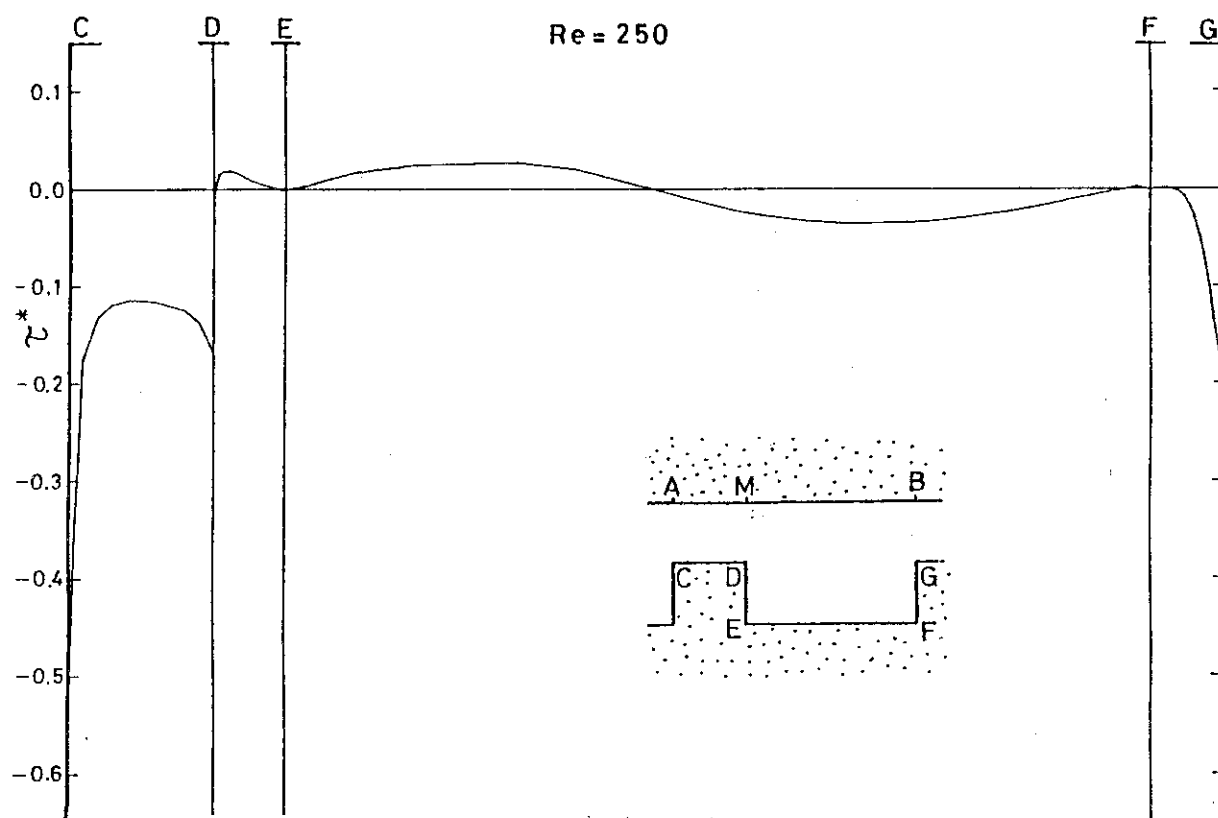


Fig.98 Distribution of Friction Coefficient
at the Lower Wall ($Re = 250$)

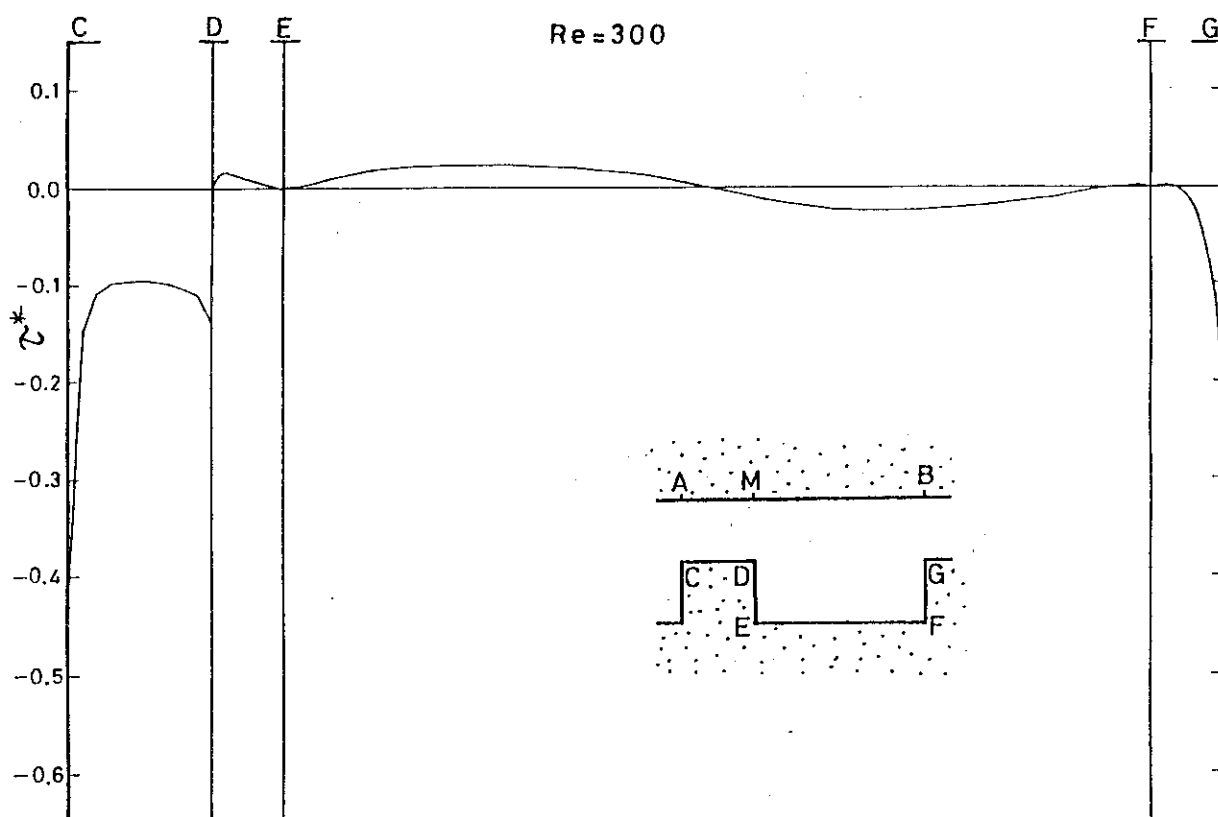


Fig.99 Distribution of Friction Coefficient
at the Lower Wall ($Re = 300$)

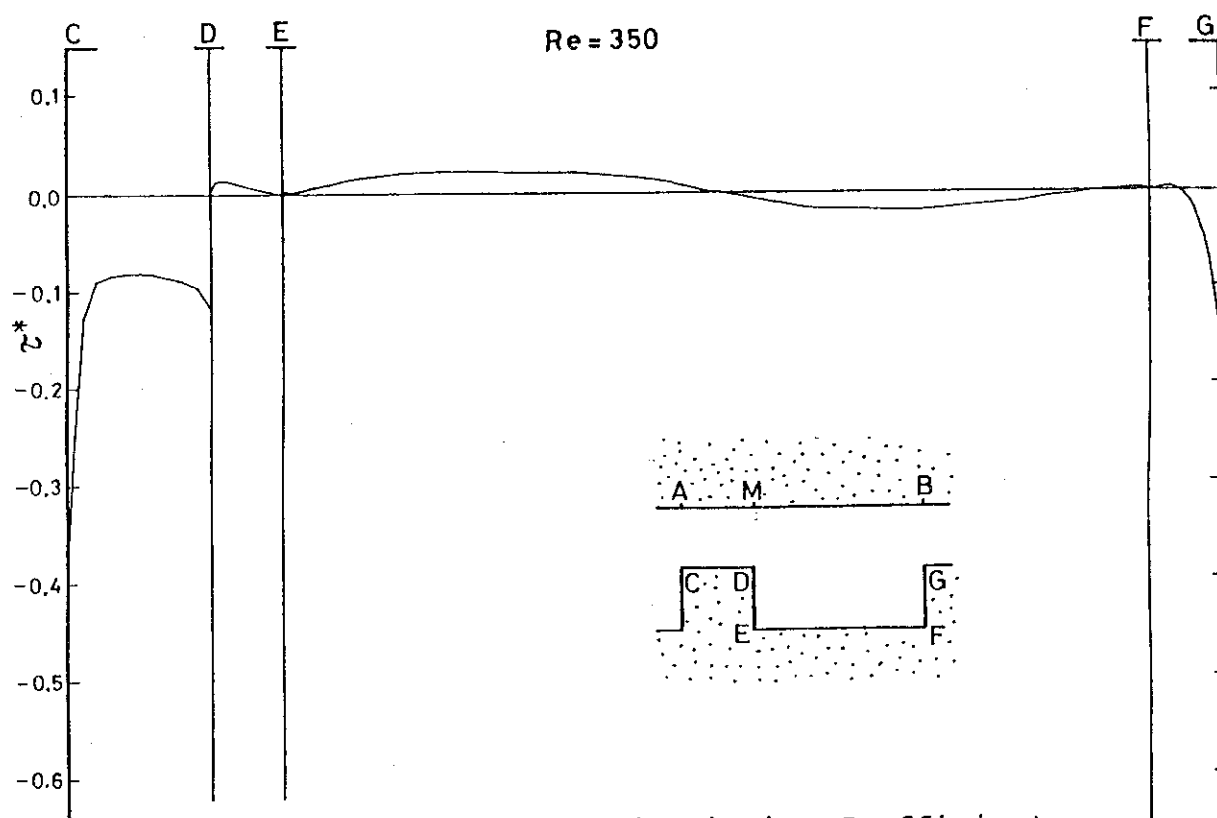


Fig.100 Distribution of Friction Coefficient
at the Lower Wall ($Re = 350$)

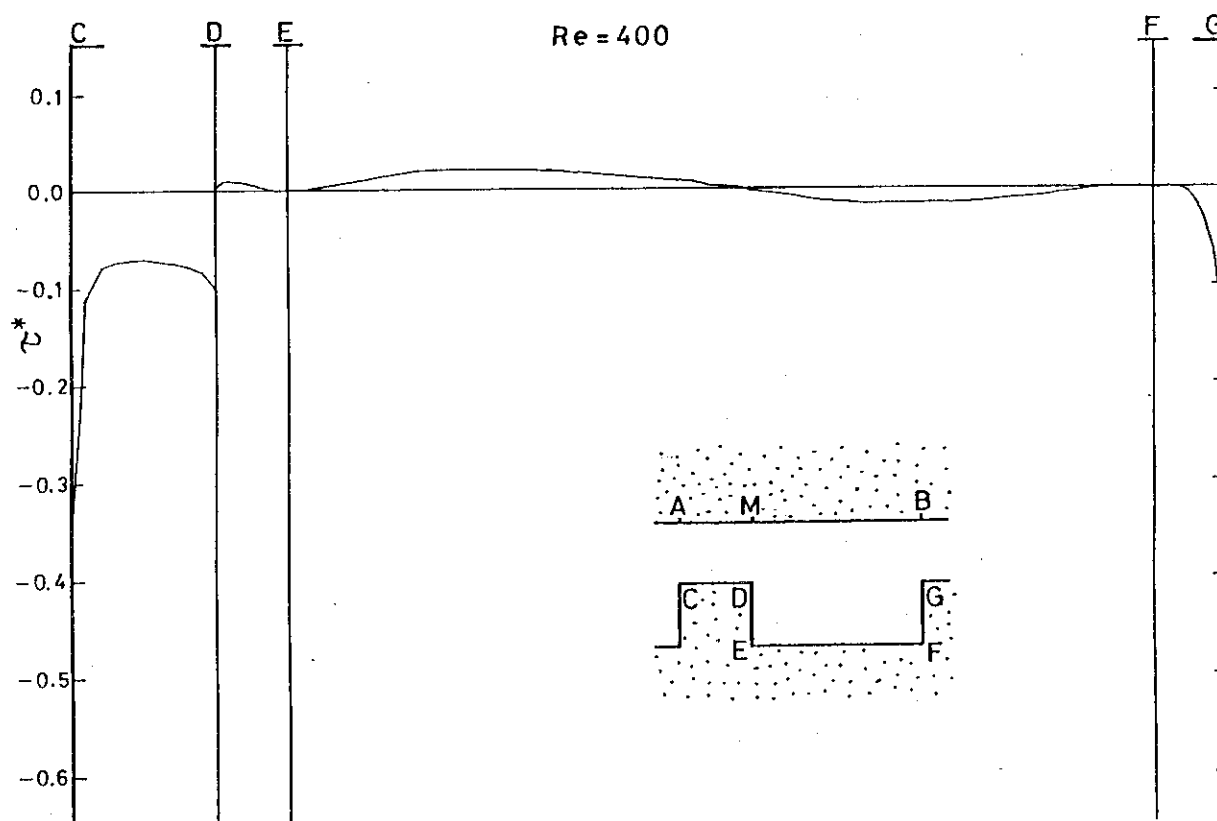


Fig.101 Distribution of Friction Coefficient
at the Lower Wall ($Re = 400$)

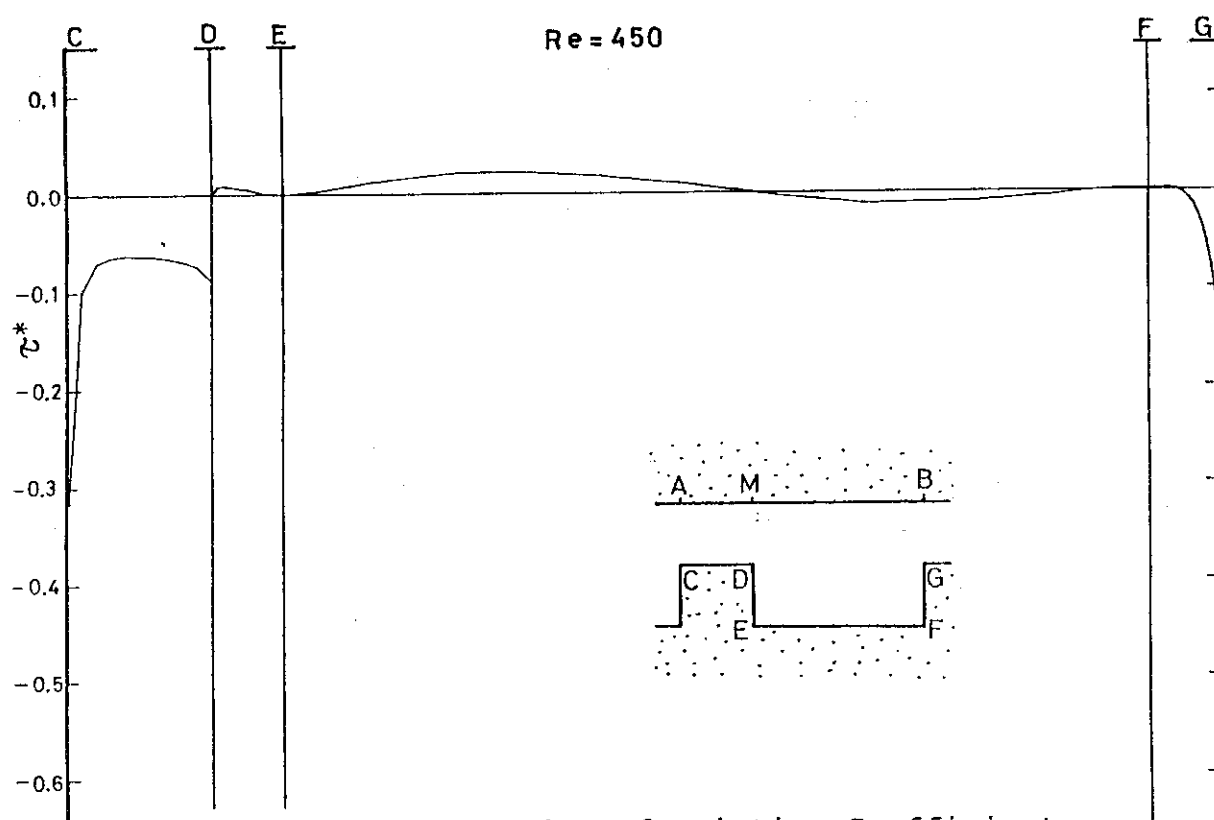


Fig.102 Distribution of Friction Coefficient
at the Lower Wall ($Re = 450$)

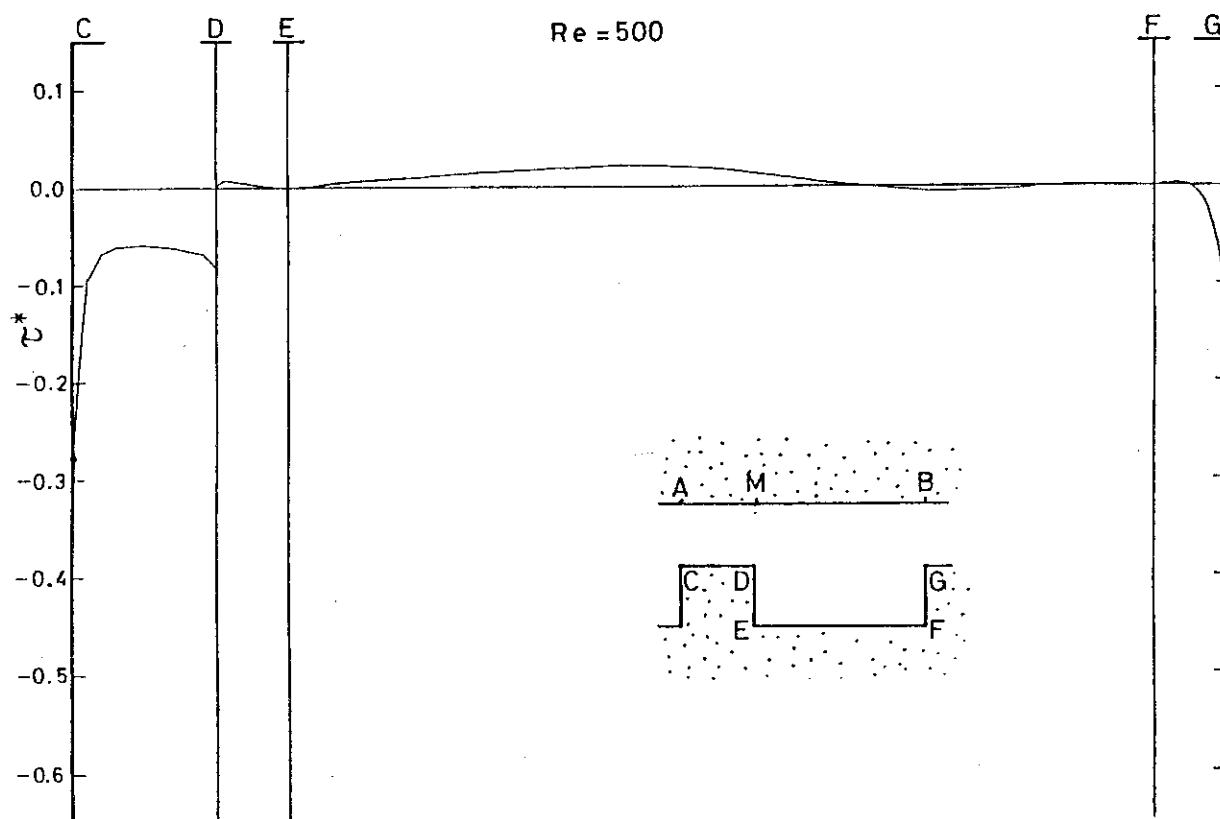


Fig.103 Distribution of Friction Coefficient
at the Lower Wall ($Re = 500$)

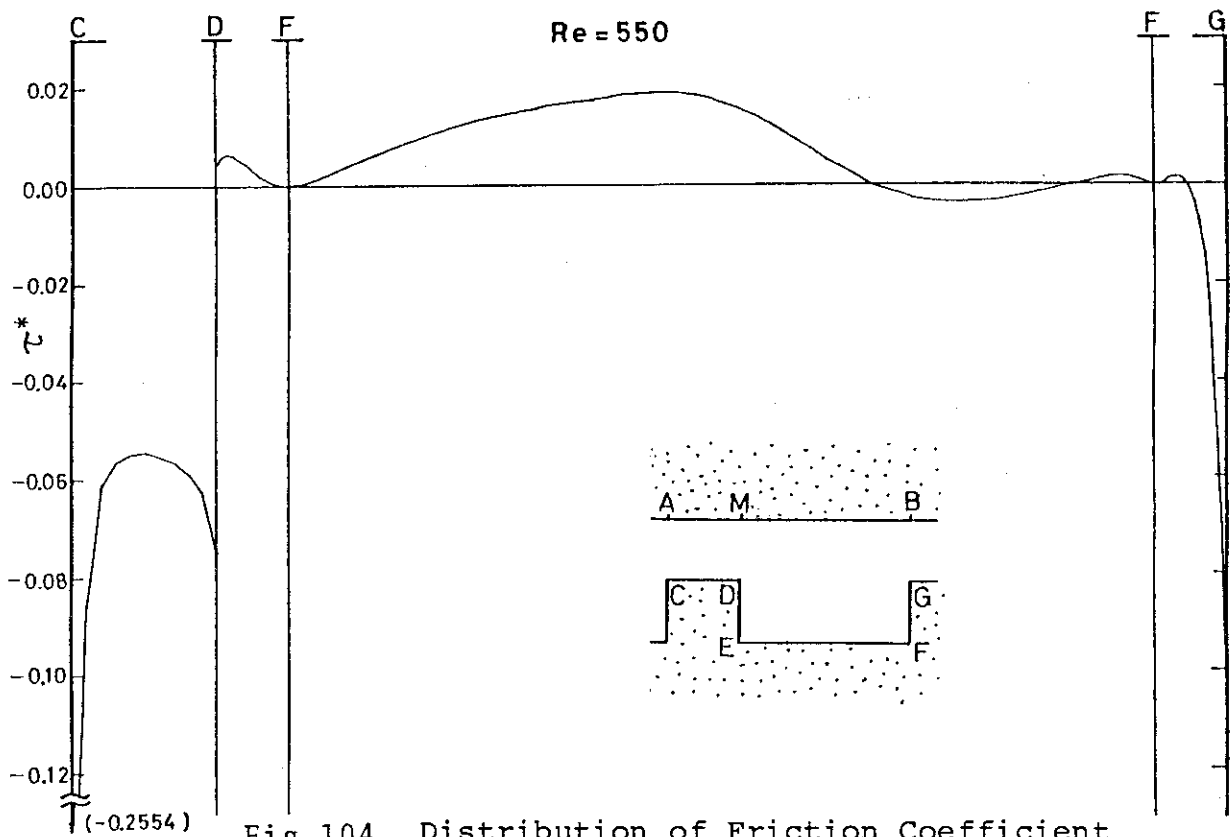


Fig.104 Distribution of Friction Coefficient
at the Lower Wall ($Re = 550$)

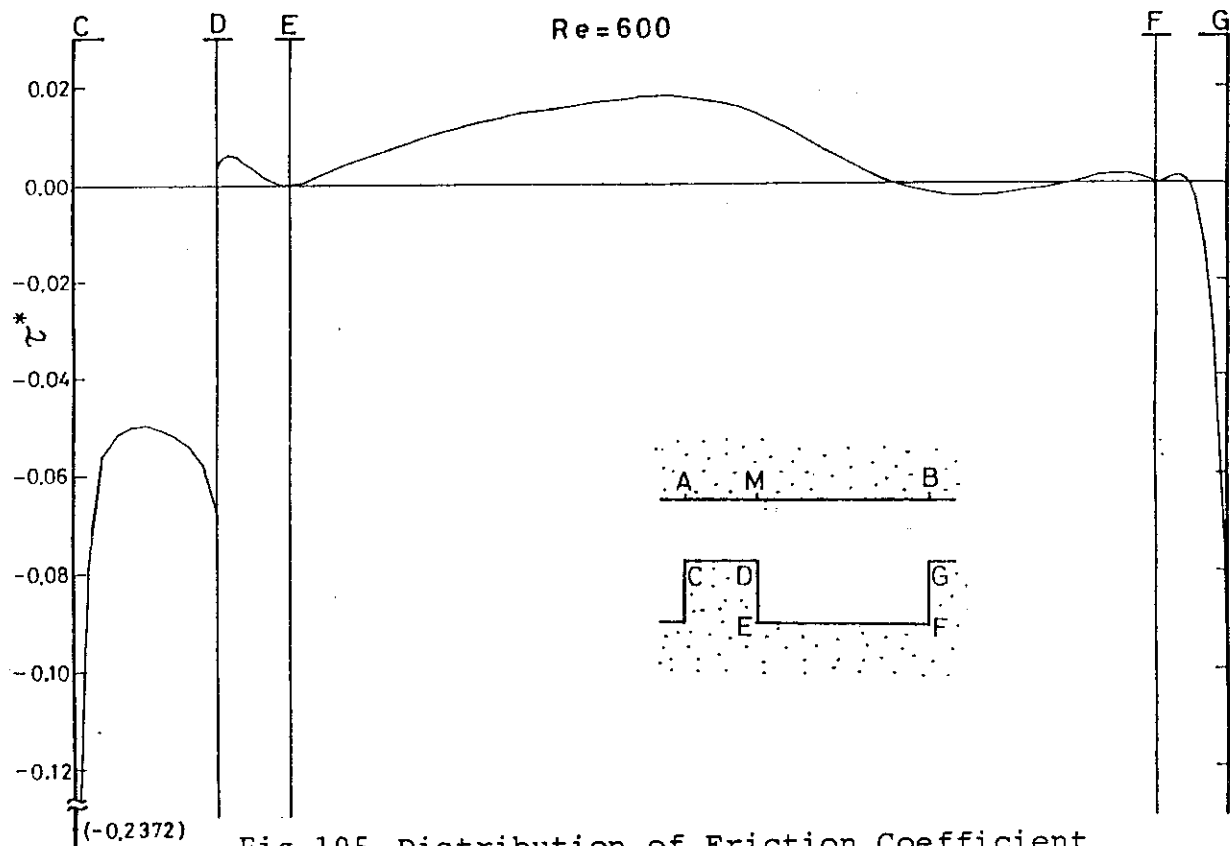


Fig.105 Distribution of Friction Coefficient
at the Lower Wall ($Re = 600$)

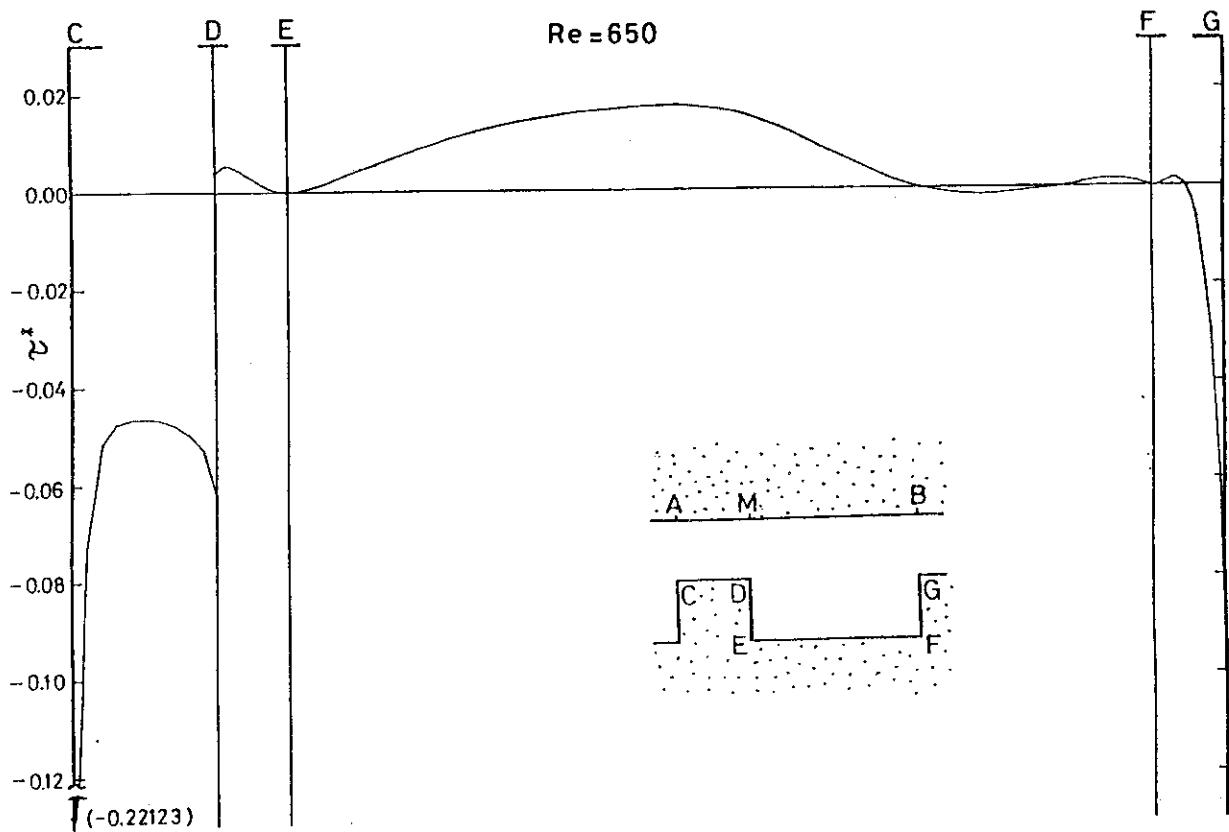


Fig.106 Distribution of Friction Coefficient
at the Lower Wall ($Re = 650$)

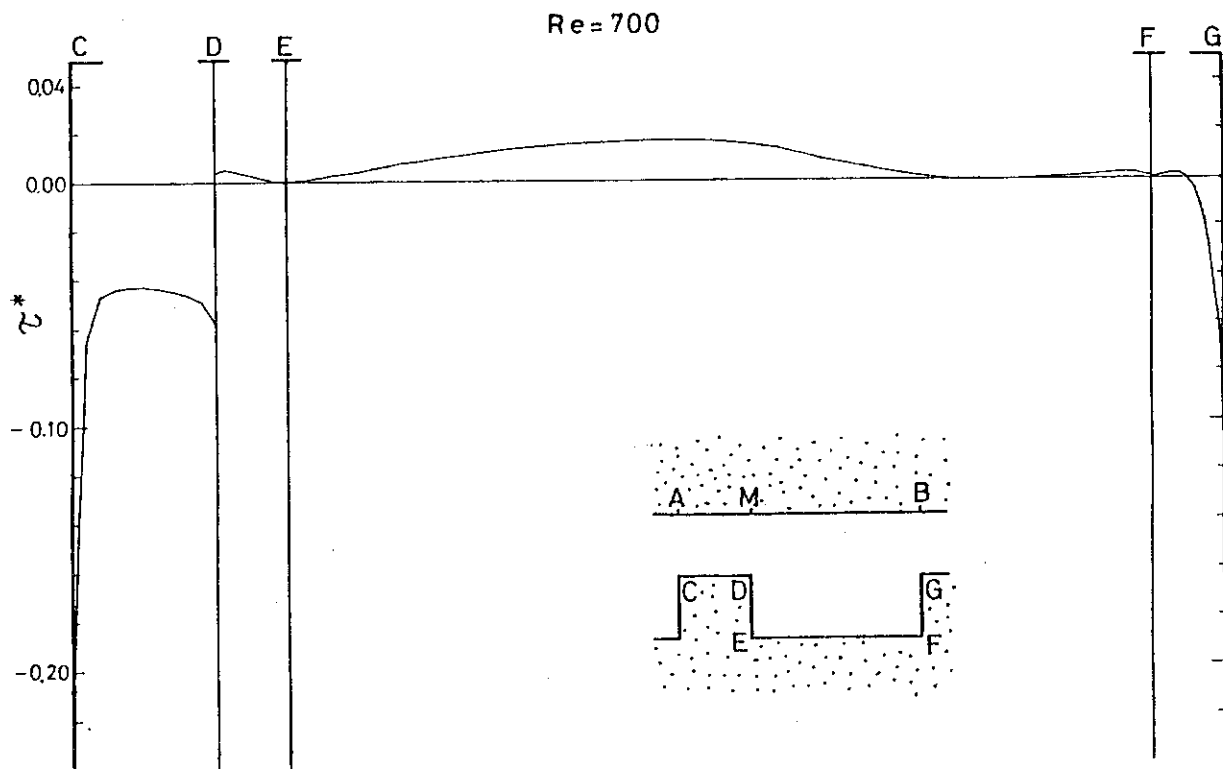


Fig.107 Distribution of Friction Coefficient
at the Lower Wall ($Re = 700$)

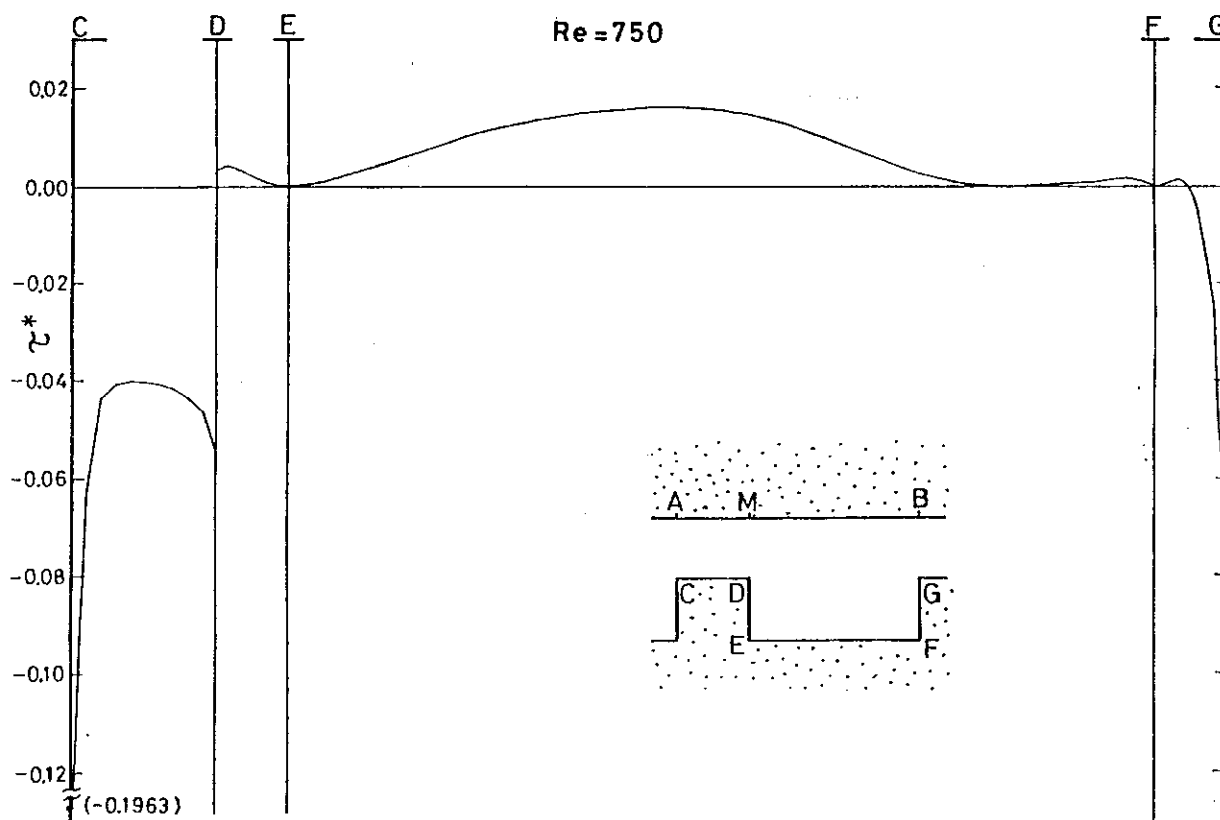


Fig.108 Distribution of Friction Coefficient
at the Lower Wall ($Re = 750$)

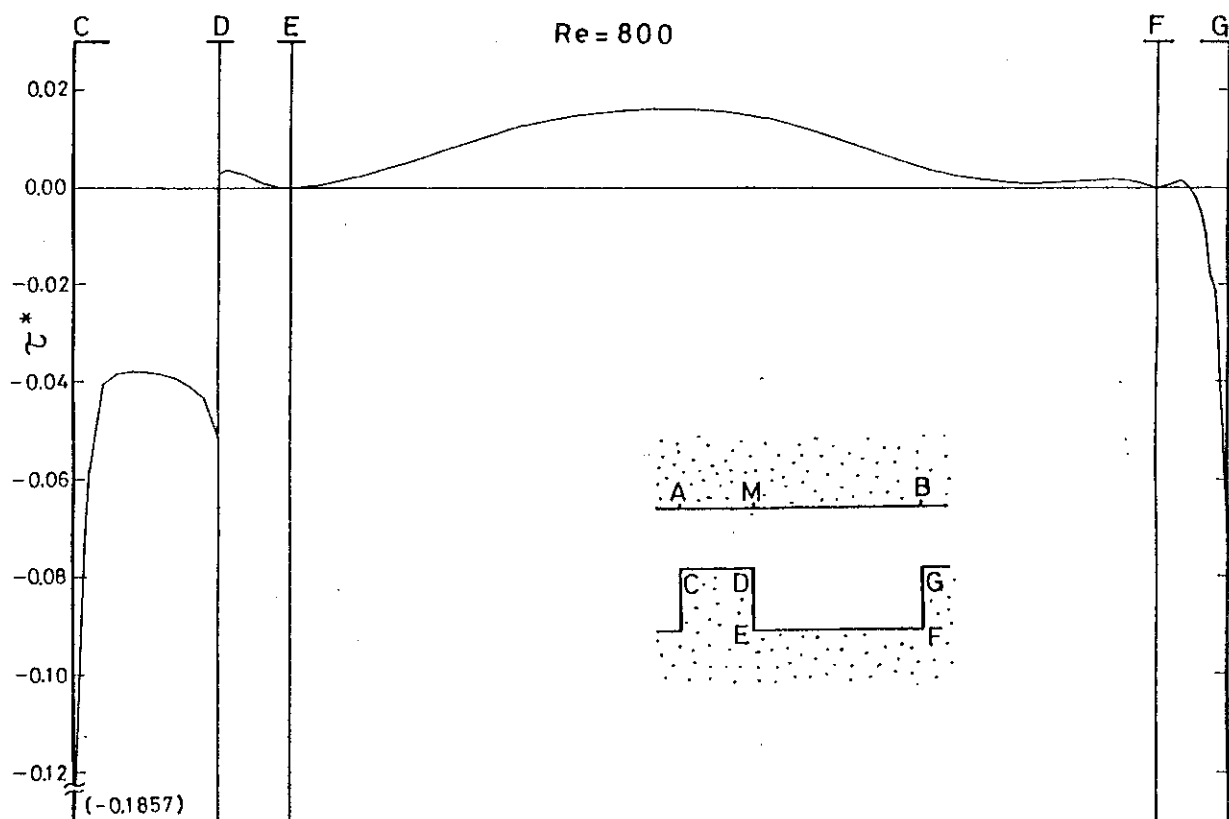


Fig.109 Distribution of Friction Coefficient
at the Lower Wall ($Re = 800$)

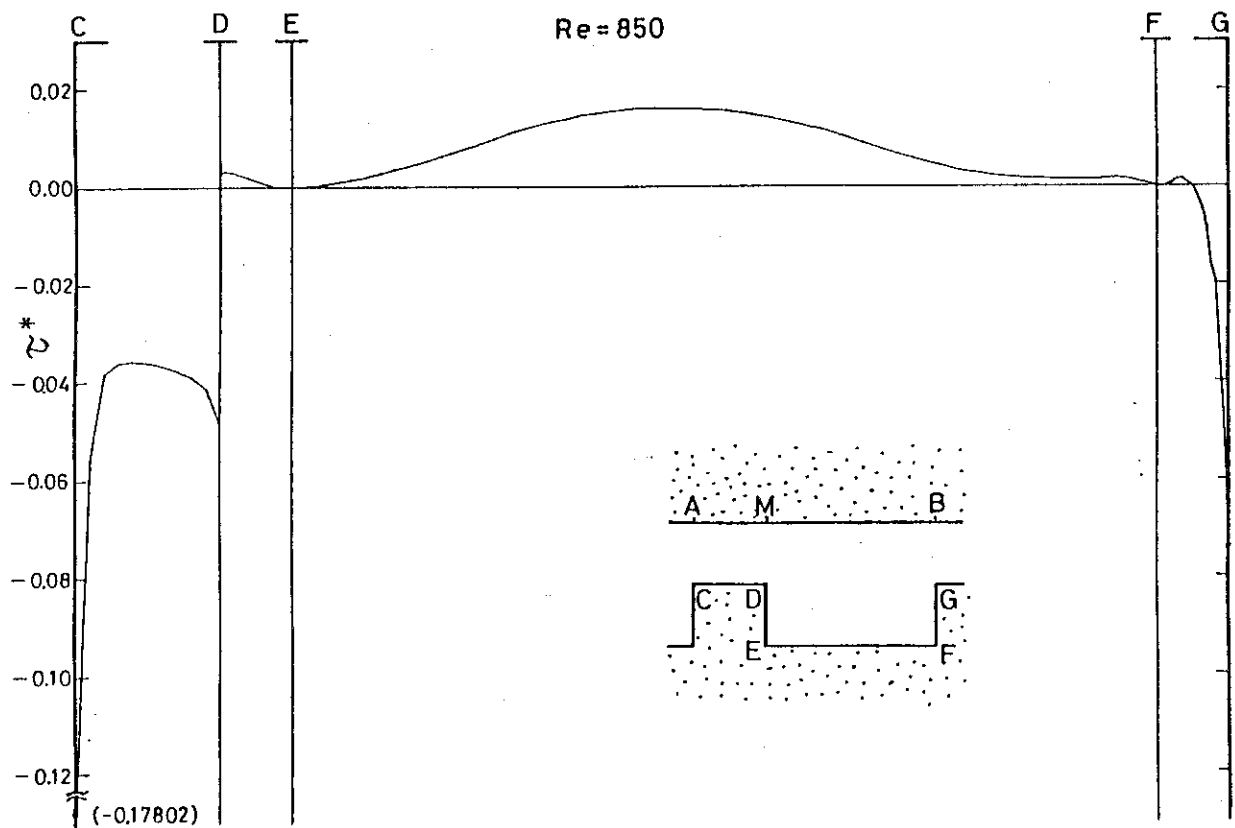


Fig.110 Distribution of Friction Coefficient
at the Lower Wall ($Re = 850$)

Re = 150 Pr = 1.0

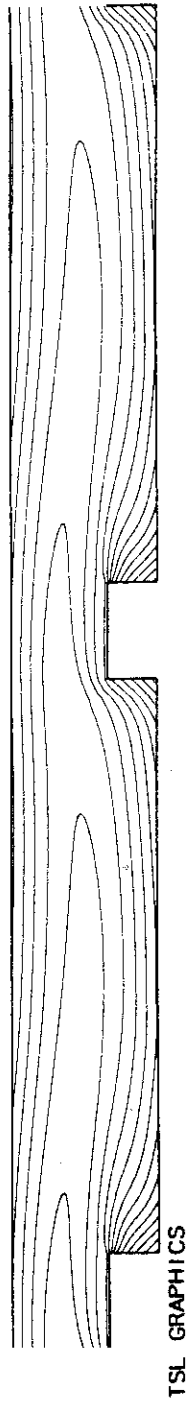


Fig.111 Contour Lines of Temperature (Re = 150)

Re = 200 Pr = 1.0

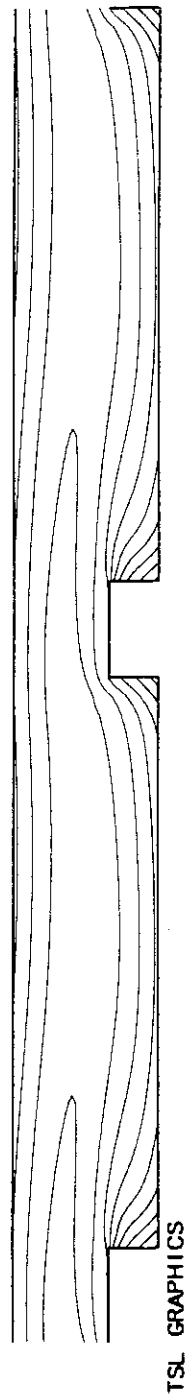


Fig.112 Contour Lines of Temperature (Re = 200)

Re = 250 Pr = 1.0

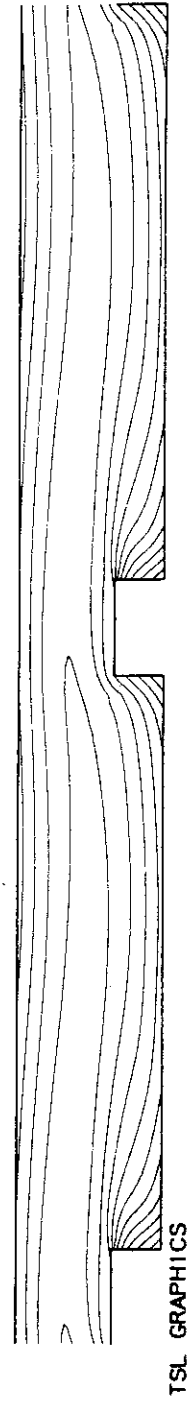


Fig.113 Contour Lines of Temperature (Re = 250)

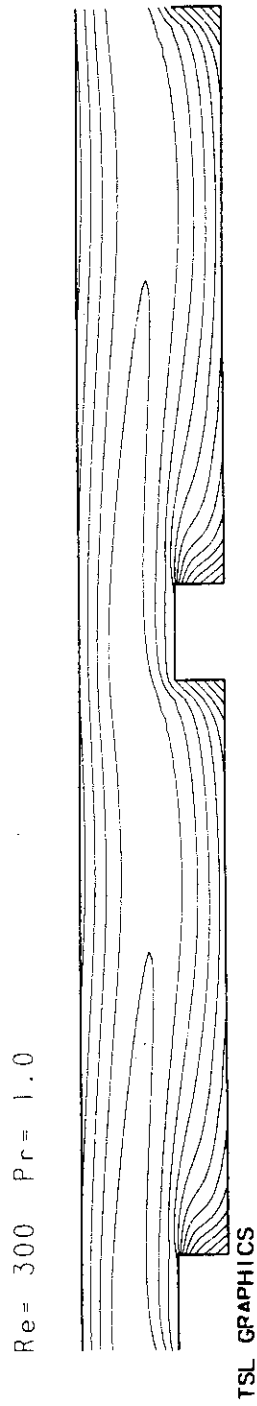


Fig.114 Contour Lines of Temperature (Re = 300)

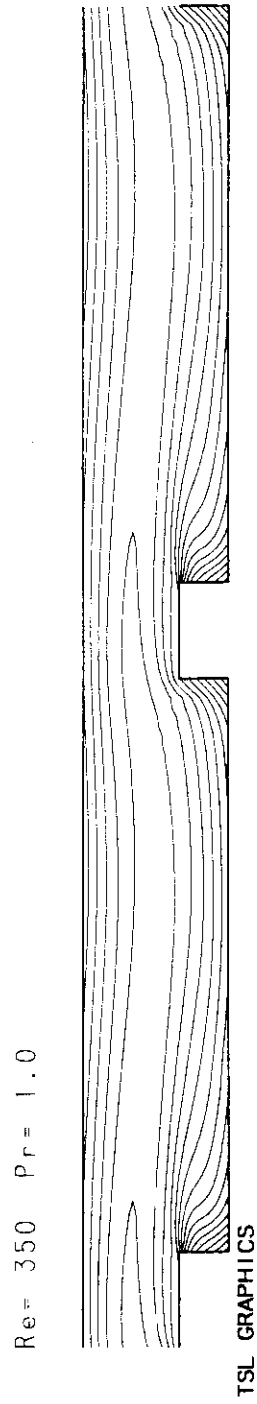


Fig.115 Contour Lines of Temperature (Re = 350)

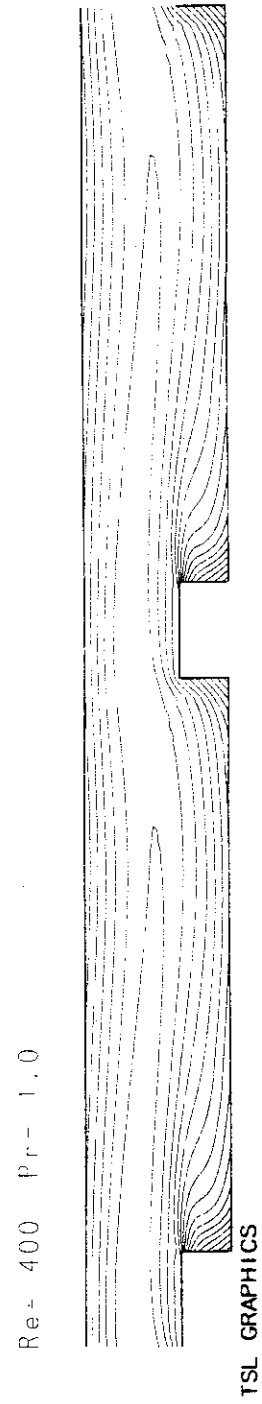


Fig.116 Contour Lines of Temperature (Re = 400)

Re = 450 Pr = 1.0

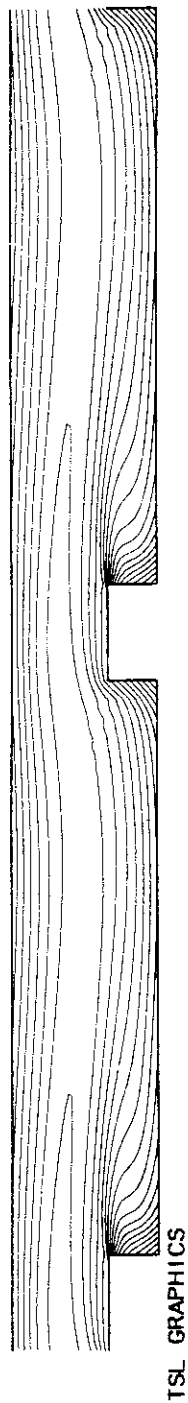


Fig.117 Contour Lines of Temperature (Re = 450)

Re = 500 Pr = 1.0

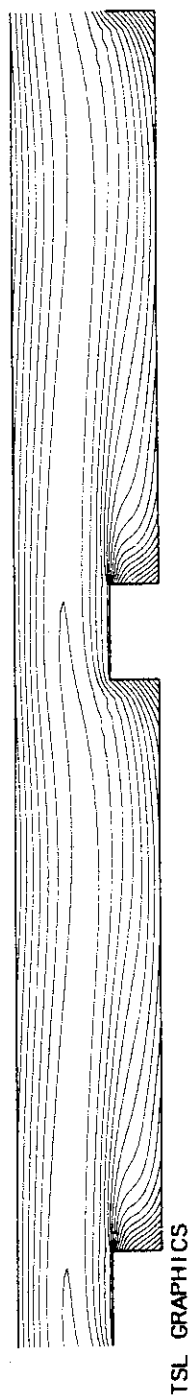


Fig.118 Contour Lines of Temperature (Re = 500)

Re = 550 Pr = 1.0

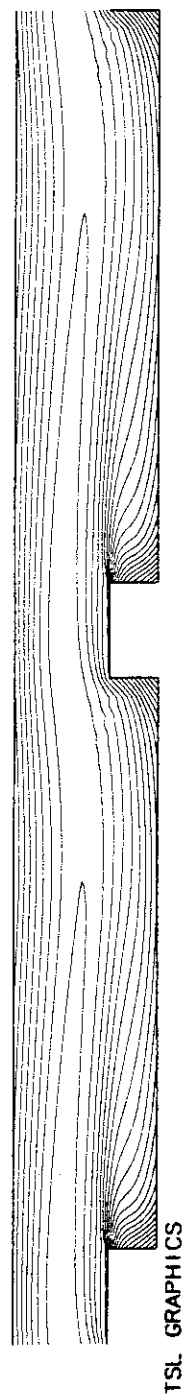


Fig.119 Contour Lines of Temperature (Re = 550)

Re = 600 Pr = 1.0

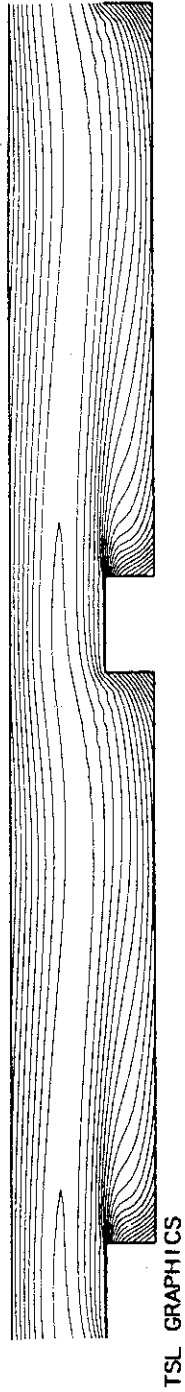


Fig.120 Contour Lines of Temperature (Re = 600)

Re = 650 Pr = 1.0

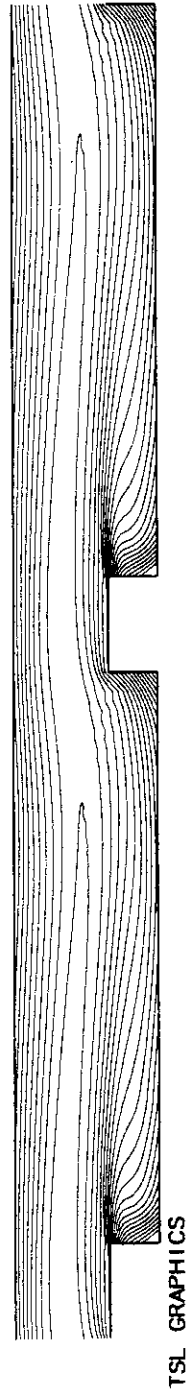


Fig.121 Contour Lines of Temperature (Re = 650)

Re = 700 Pr = 1.0

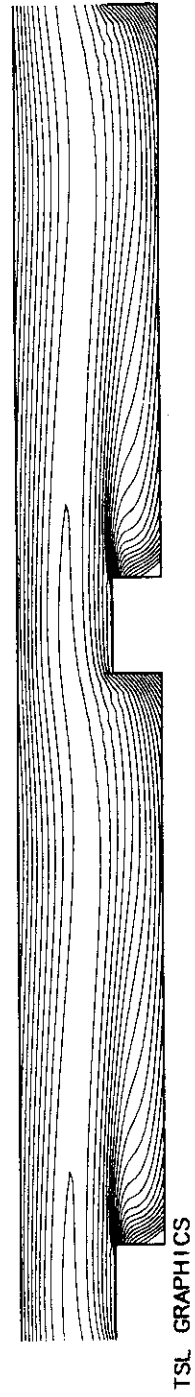


Fig.122 Contour Lines of Temperature (Re = 700)

Re = 750 Pr = 1.0

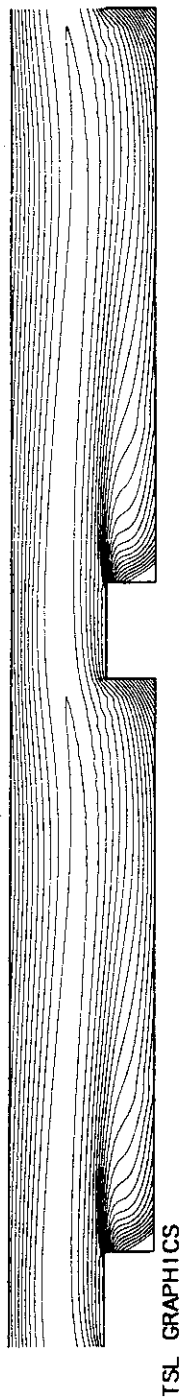


Fig.123 Contour Lines of Temperature (Re = 750)

Re = 800 Pr = 1.0

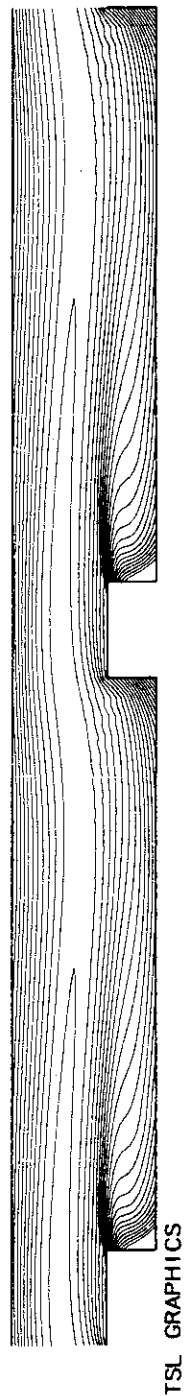


Fig.124 Contour Lines of Temperature (Re = 800)

Re = 850 Pr = 1.0

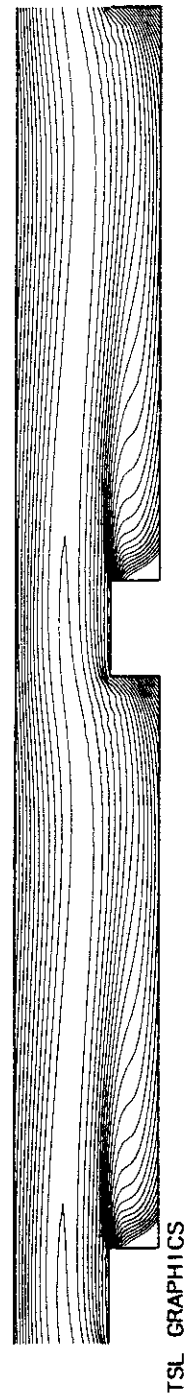
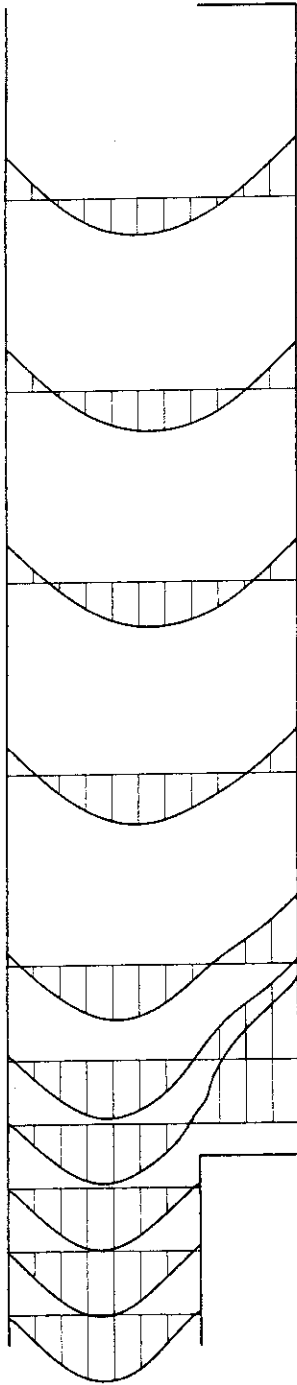


Fig.125 Contour Lines of Temperature (Re = 850)

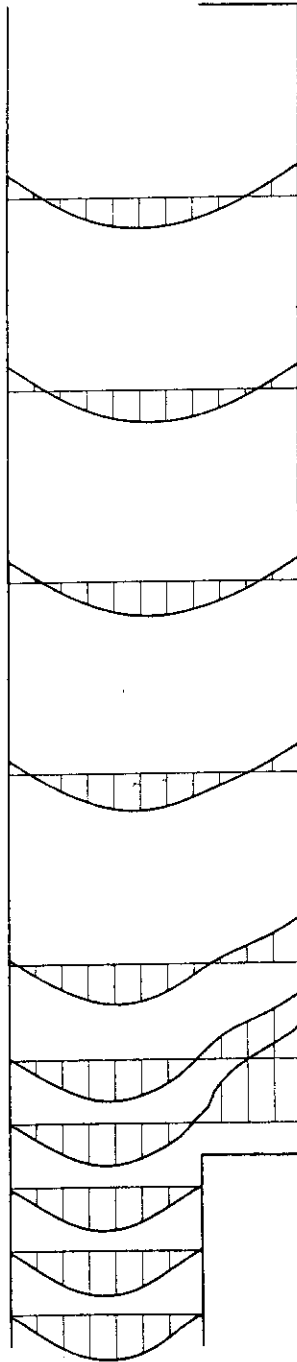
Re= 150 Pr= 1.0 Scale= 0.2



TSL GRAPHICS

Fig.126 Temperature Profile (Re = 150)

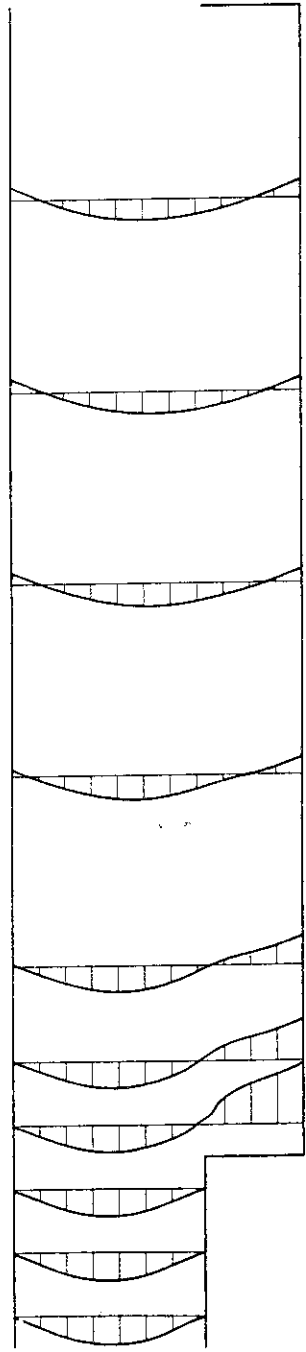
Re= 200 Pr= 1.0 Scale= 0.1



TSL GRAPHICS

Fig.127 Temperature Profile (Re = 200)

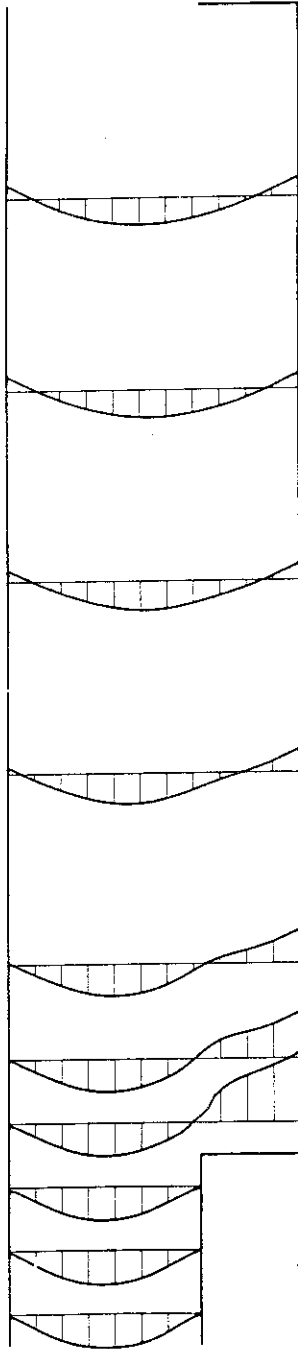
Re= 250 Pr= 1.0 Scale= 0.05



TSL GRAPHICS

Fig.128 Temperature Profile (Re = 250)

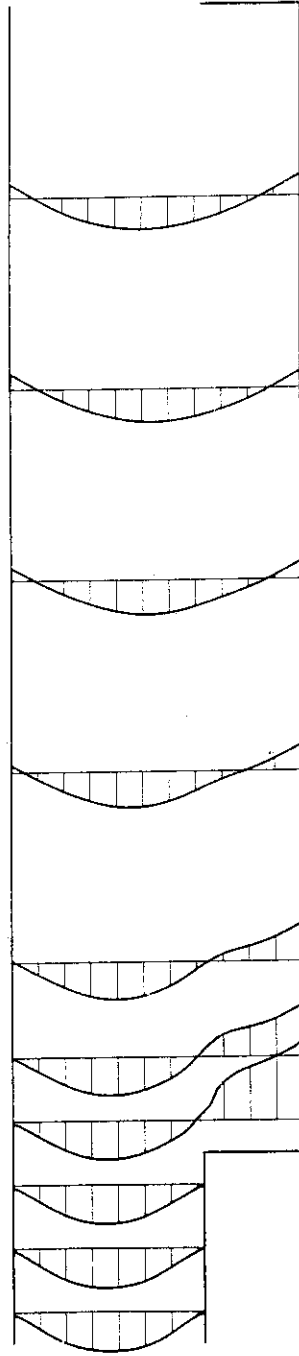
Re= 300 Pr= 1.0 Scale= 0.05



TSL GRAPHICS

Fig.129 Temperature Profile (Re = 300)

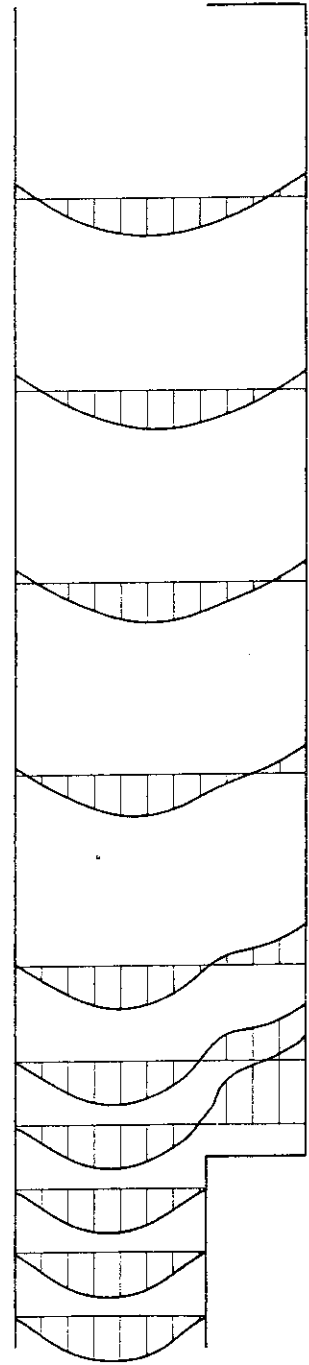
Re= 350 Pr= 1.0 Scale= 0.05



TSL GRAPHICS

Fig.130 Temperature Profile (Re = 350)

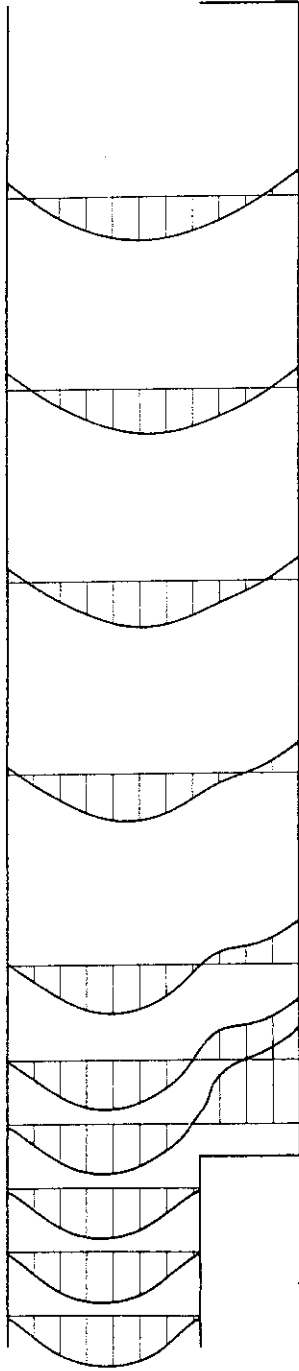
Re= 400 Pr= 1.0 Scale= 0.05



TSL GRAPHICS

Fig.131 Temperature Profile (Re = 400)

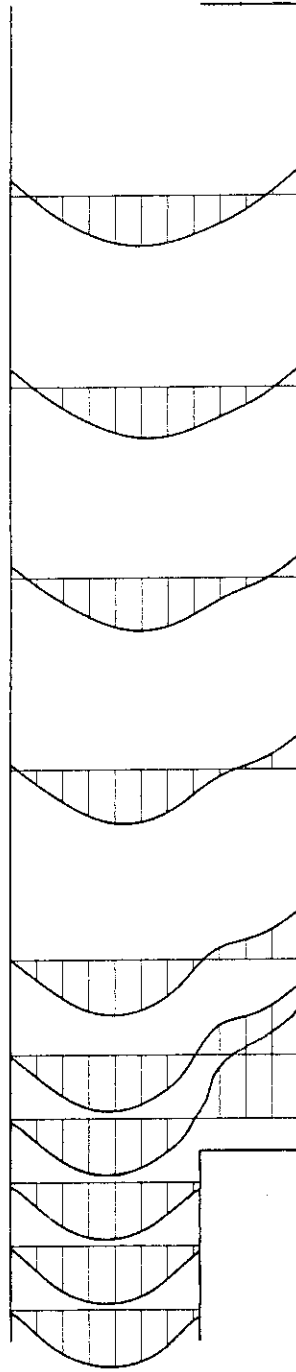
Re= 450 Pr= 1.0 Scale= 0.05



TSL GRAPHICS

Fig.132 Temperature Profile (Re = 450)

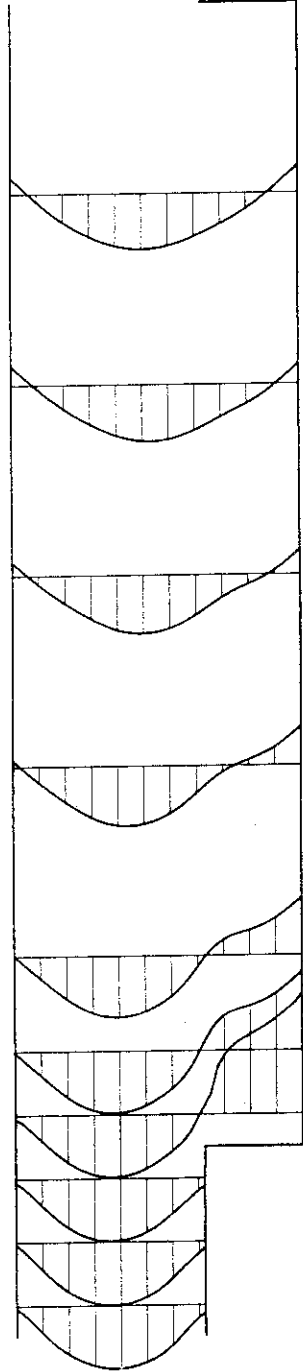
Re= 500 Pr= 1.0 Scale= 0.05



TSL GRAPHICS

Fig.133 Temperature Profile (Re = 500)

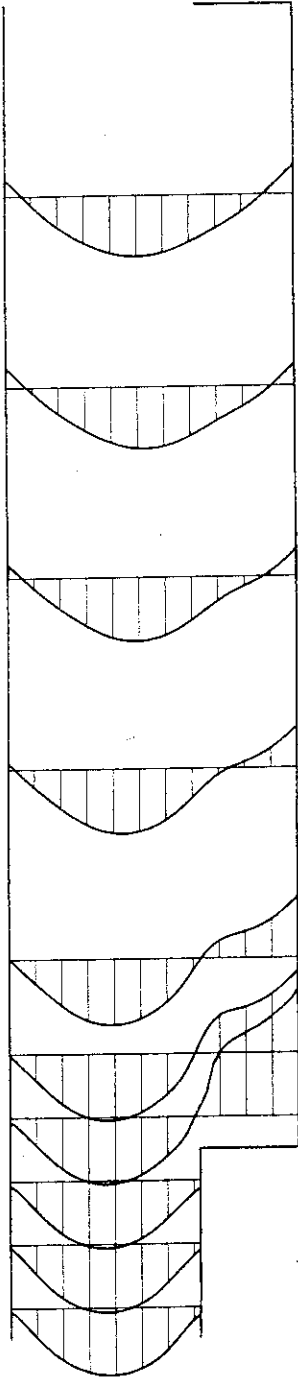
Re= 550 Pr= 1.0 Scale= 0.05



TSL GRAPHICS

Fig.134 Temperature Profile (Re = 550)

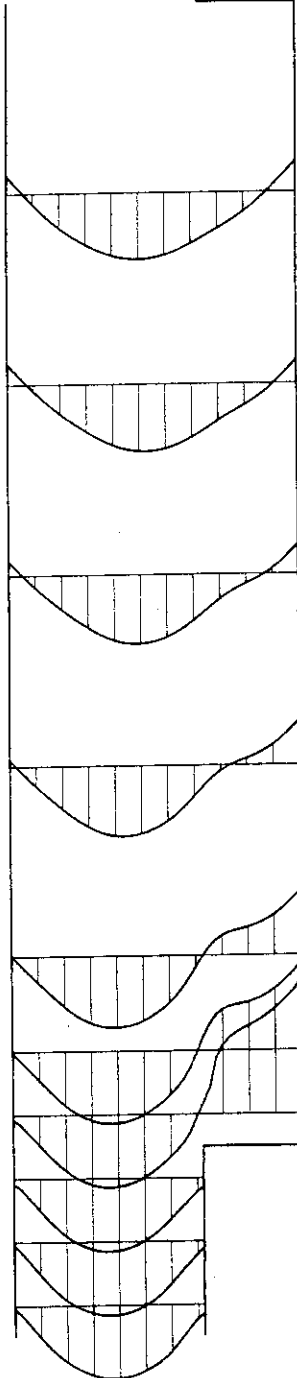
Re= 600 Pr= 1.0 Scale= 0.05



TSL GRAPHICS

Fig. 135 Temperature Profile (Re = 600)

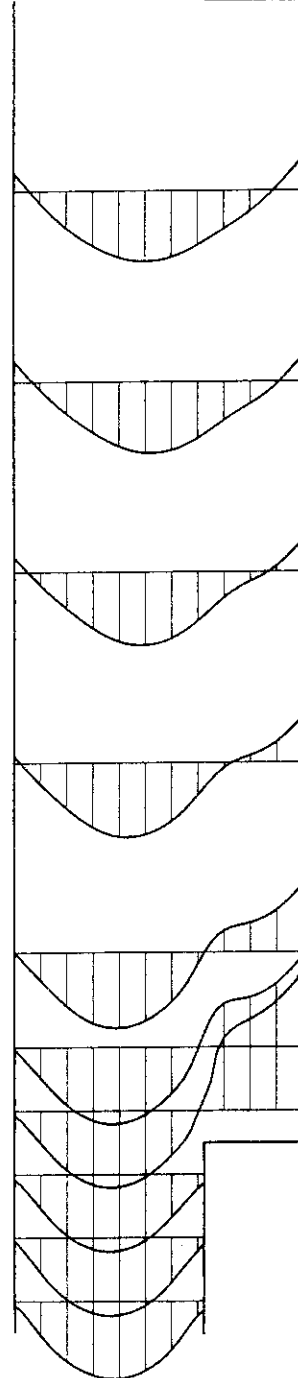
Re= 650 Pr= 1.0 Scale= 0.05



TSL GRAPHICS

Fig.136 Temperature Profile (Re = 650)

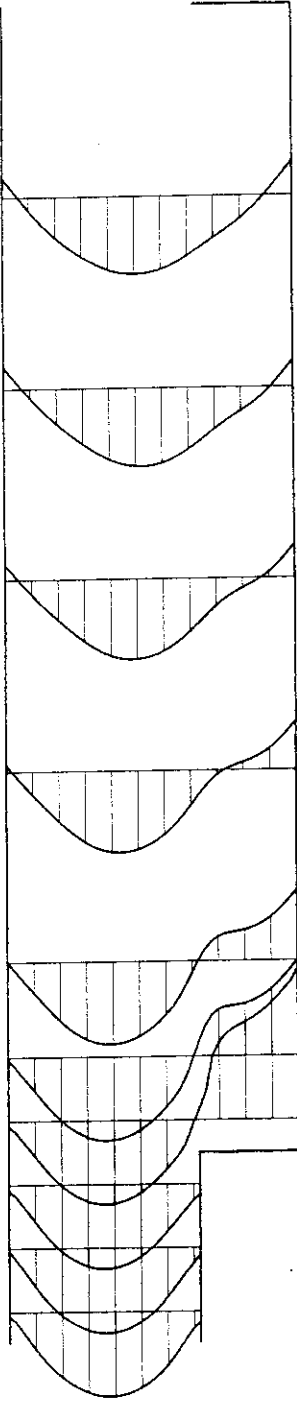
Re= 700 Pr= 1.0 Scale= 0.05



TSL GRAPHICS

Fig.137 Temperature Profile (Re = 700)

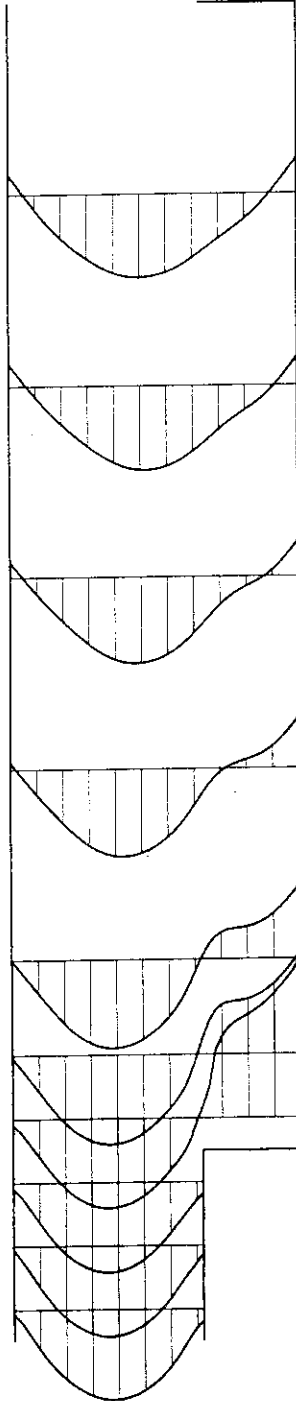
Re = 750 Pr = 1.0 Scale = 0.05



TSL GRAPHICS

Fig.138 Temperature Profile (Re = 750)

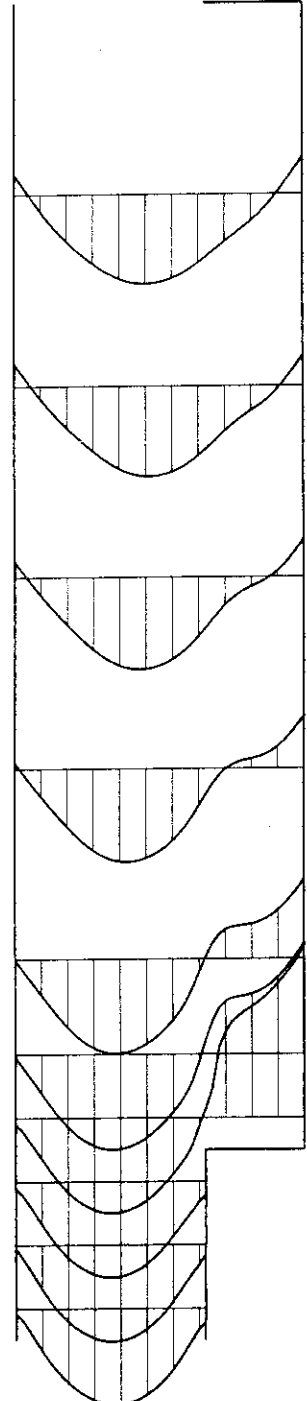
Re = 800 Pr = 1.0 Scale = 0.05



TSL GRAPHICS

Fig.139 Temperature Profile (Re = 800)

Re = 850 Pr = 1.0 Scale = 0.05



TSL GRAPHICS

Fig.140 Temperature Profile (Re = 850)

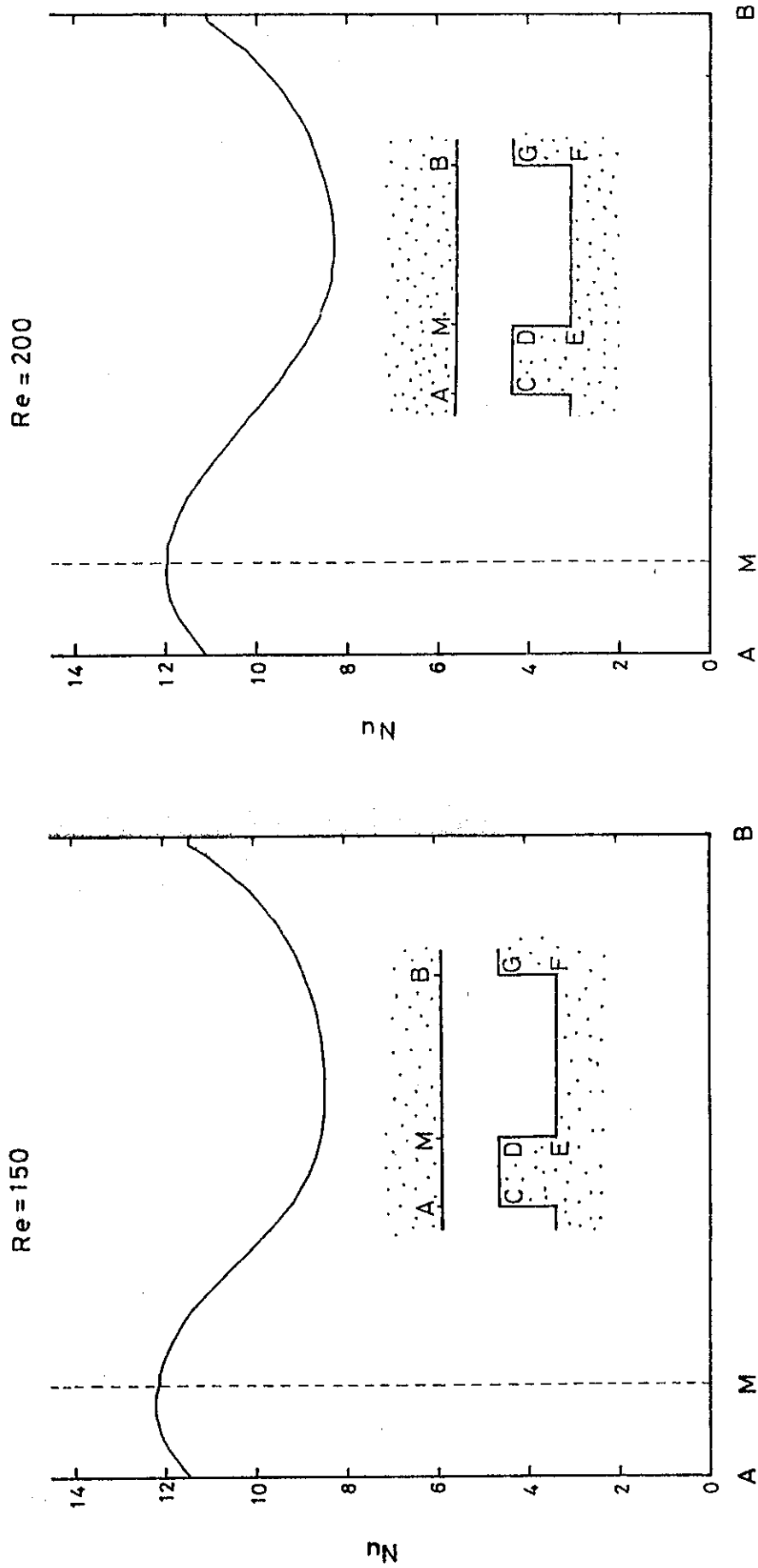


Fig.142 Distribution of Local Nusselt Number
at the Upper Wall ($Re = 200$)

Fig.141 Distribution of Local Nusselt Number
at the Upper Wall ($Re = 150$)

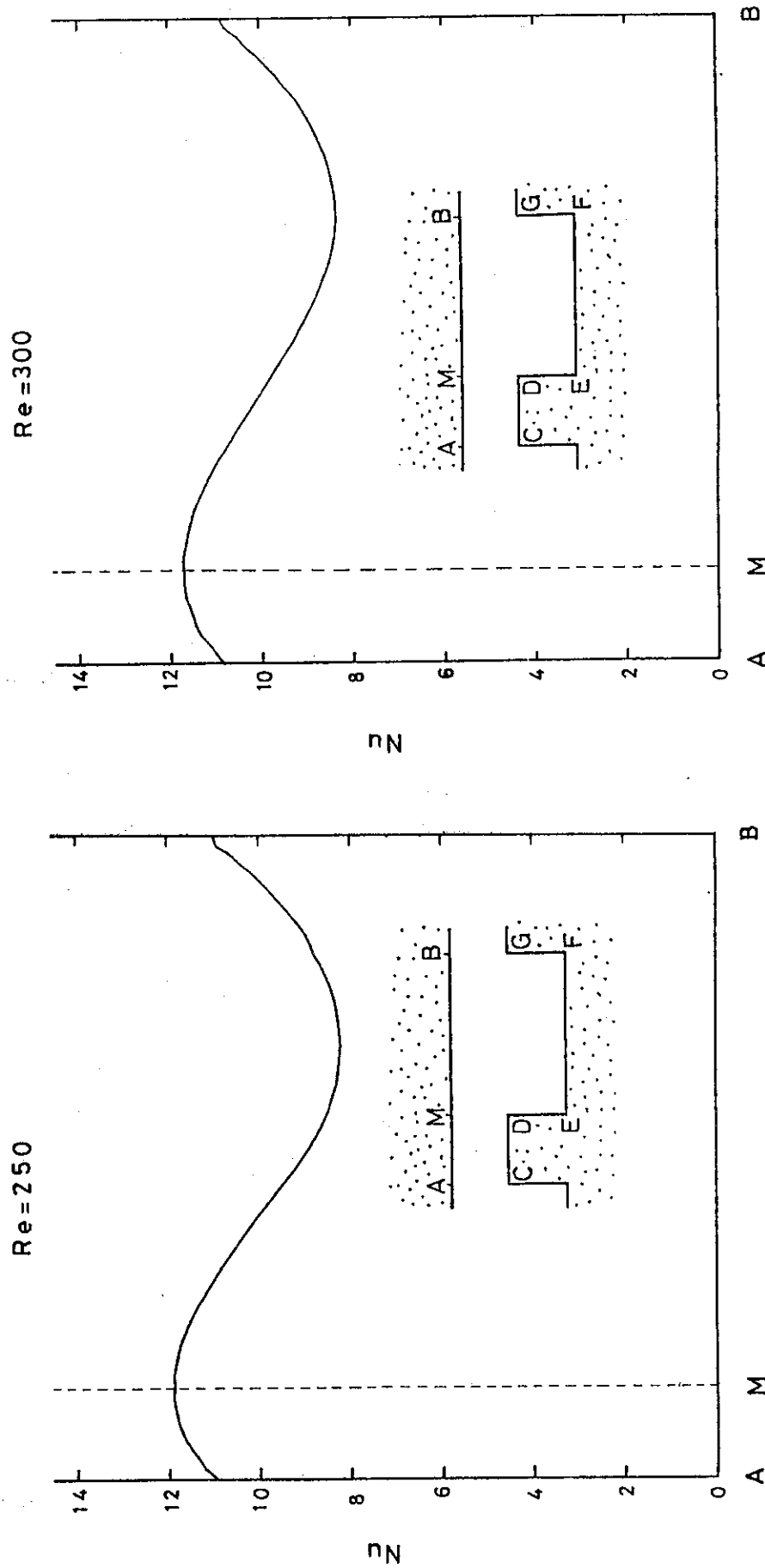


Fig.143 Distribution of Local Nusselt Number
at the Upper Wall ($Re = 250$)

Fig.144 Distribution of Local Nusselt Number
at the Upper Wall ($Re = 300$)

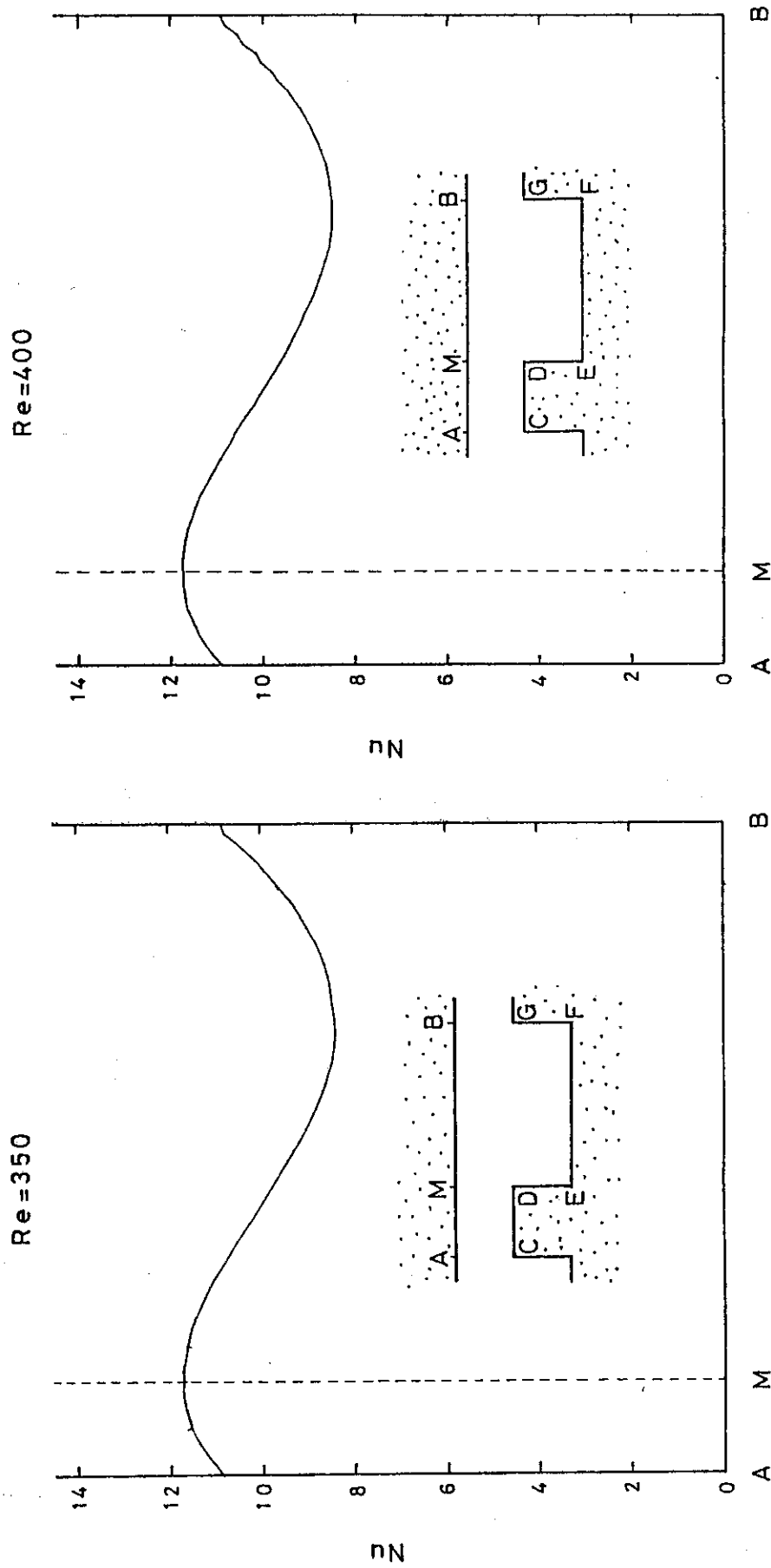


Fig.146 Distribution of Local Nusselt Number
at the Upper Wall ($Re = 400$)

Fig.145 Distribution of Local Nusselt Number
at the Upper Wall ($Re = 350$)

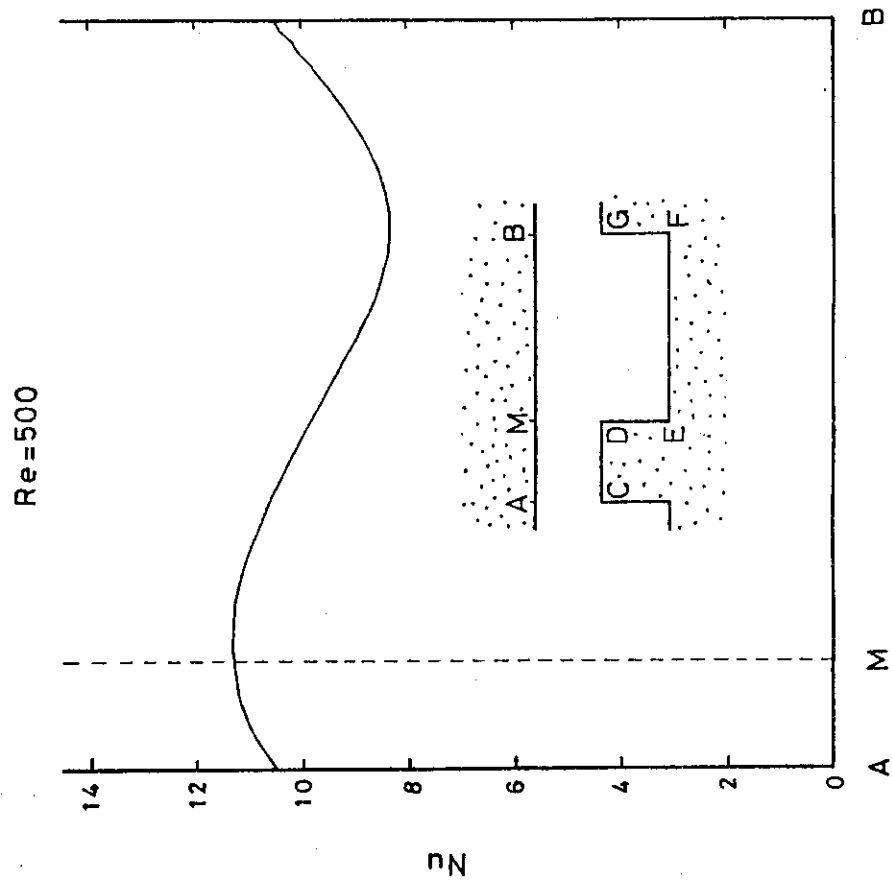


Fig.148 Distribution of Local Nusselt Number
at the Upper Wall ($Re = 500$)

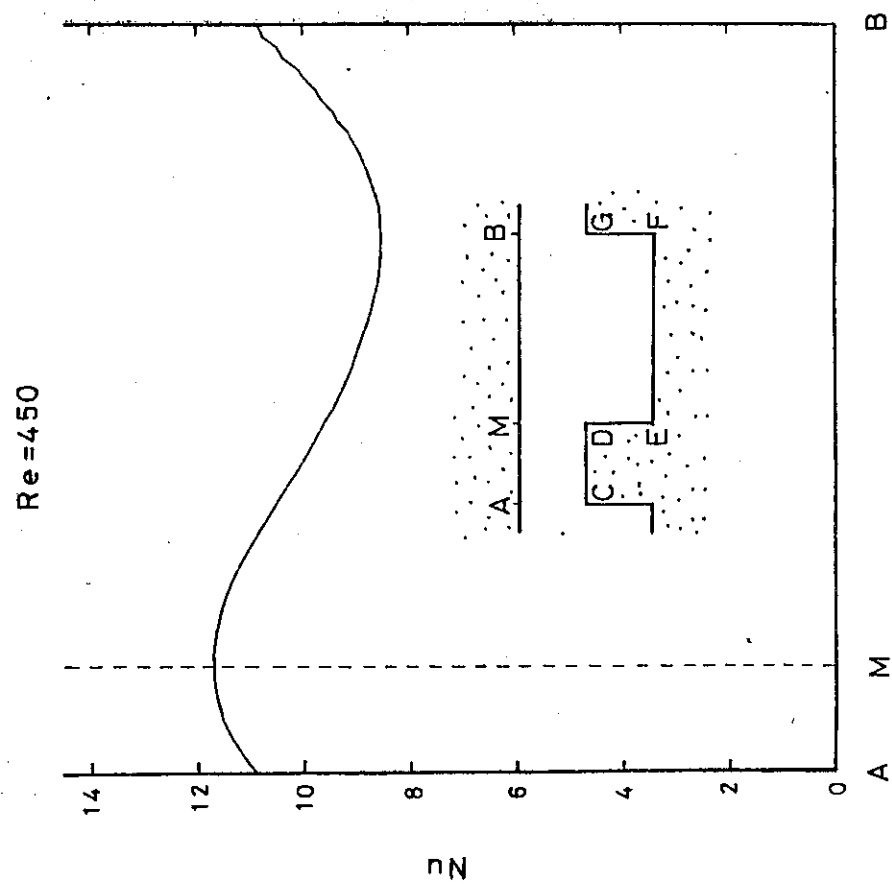


Fig.147 Distribution of Local Nusselt Number
at the Upper Wall ($Re = 450$)

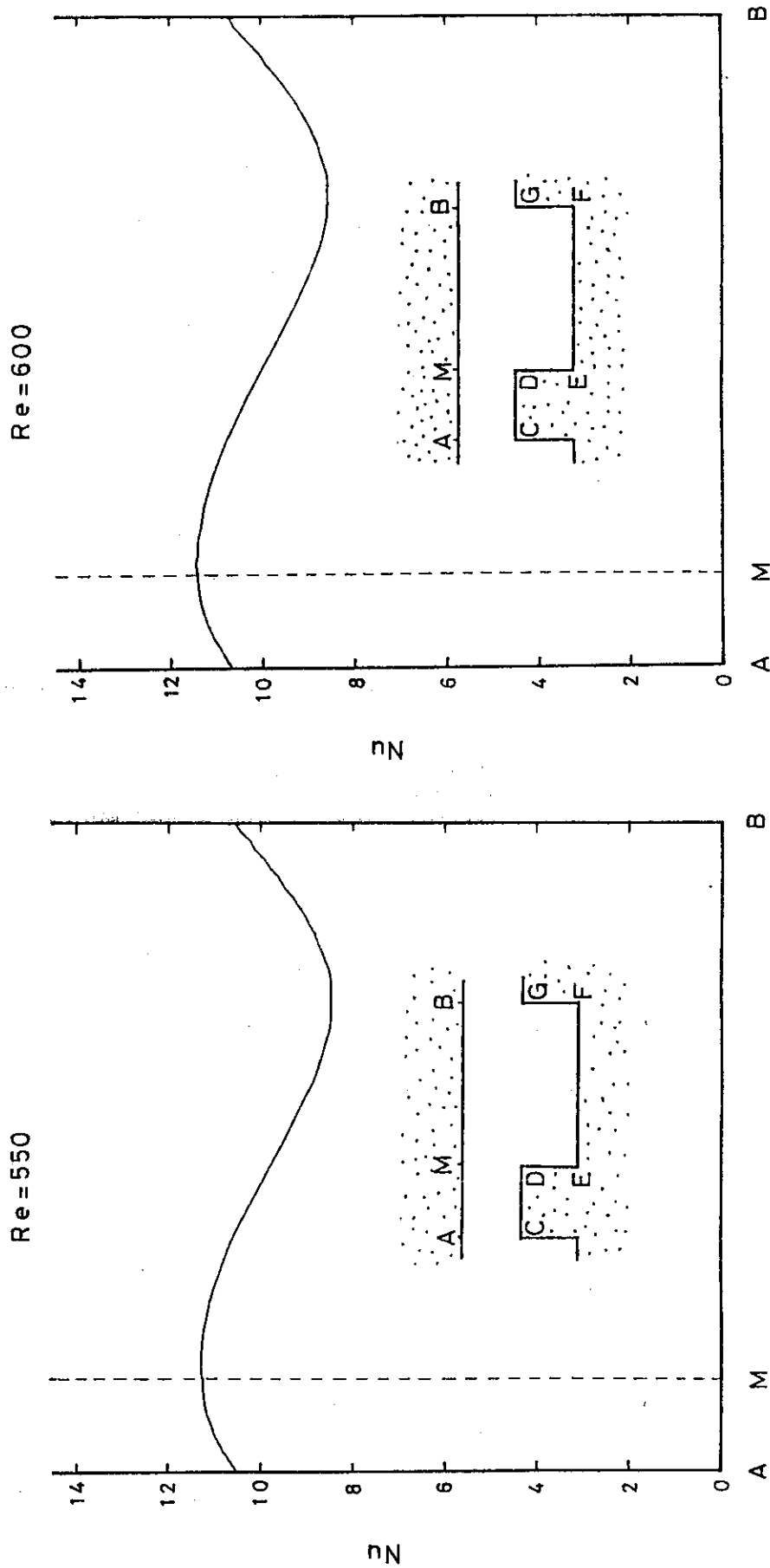


Fig.149 Distribution of Local Nusselt Number
at the Upper Wall ($Re = 550$)

Fig.150 Distribution of Local Nusselt Number
at the Upper Wall ($Re = 600$)

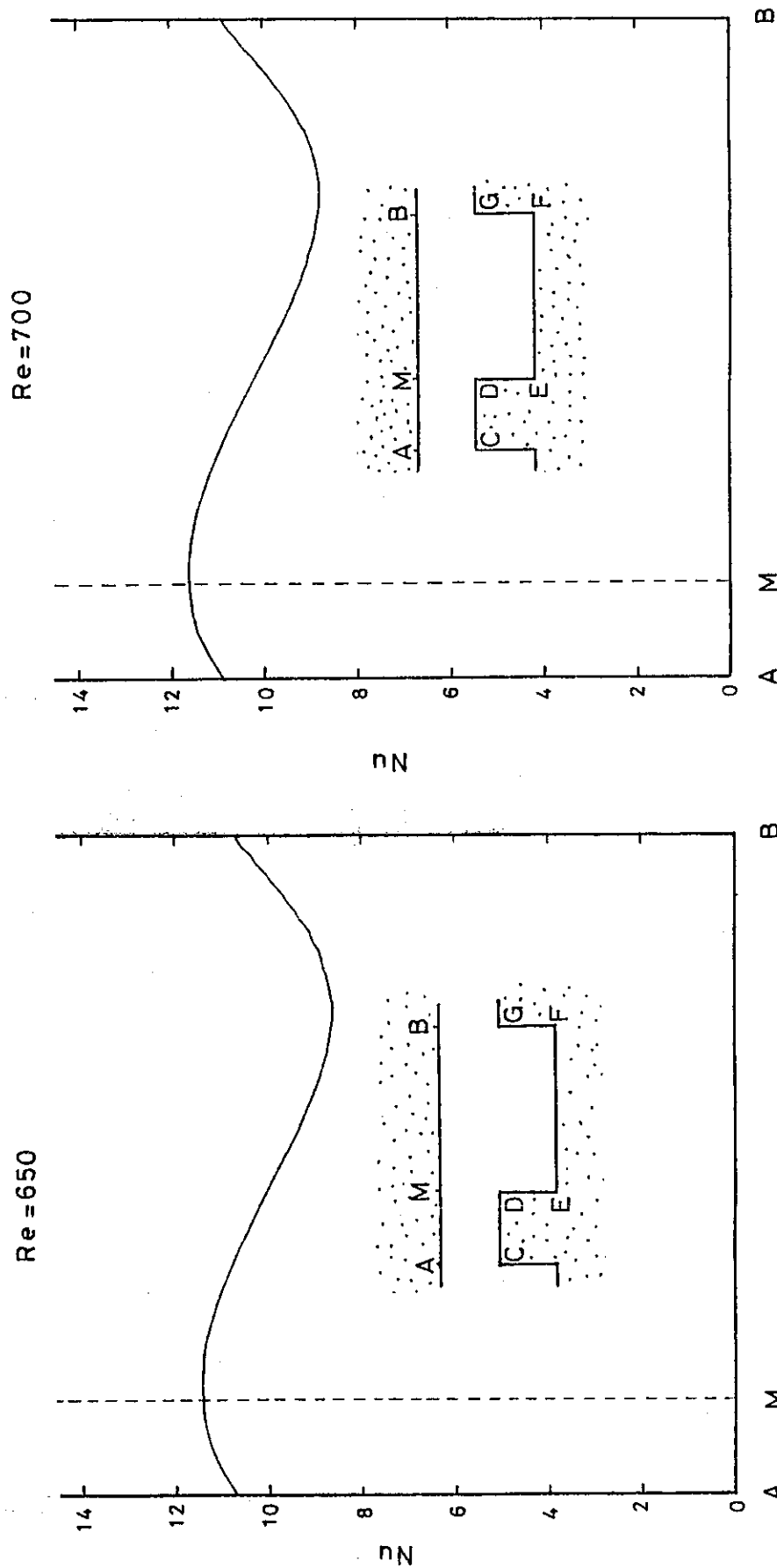


Fig.151 Distribution of Local Nusselt Number at the Upper Wall ($Re = 650$)

Fig.152 Distribution of Local Nusselt Number at the Upper Wall ($Re = 700$)

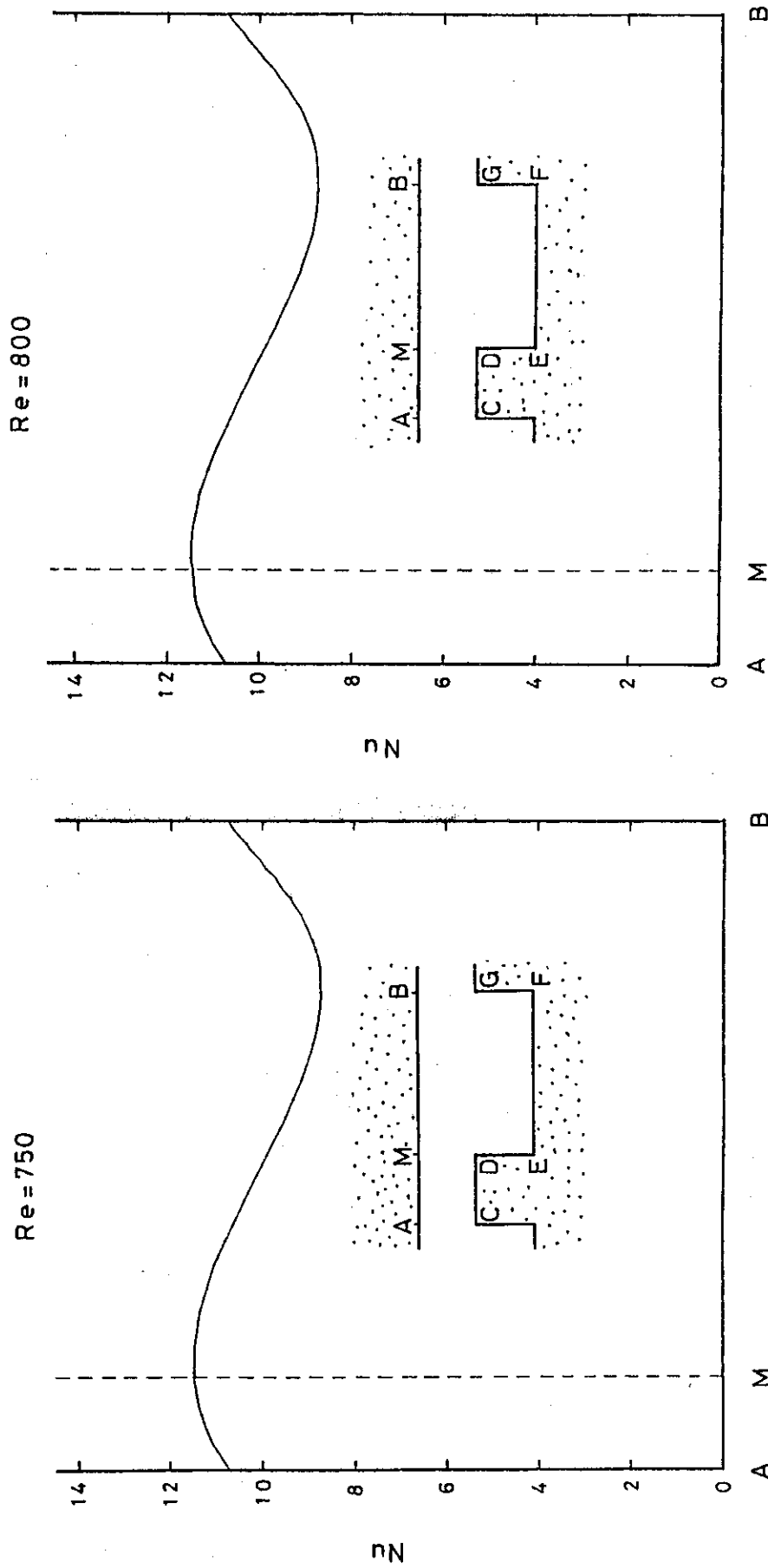


Fig.154 Distribution of Local Nusselt Number at the Upper Wall ($Re = 800$)

Fig.153 Distribution of Local Nusselt Number at the Upper Wall ($Re = 750$)

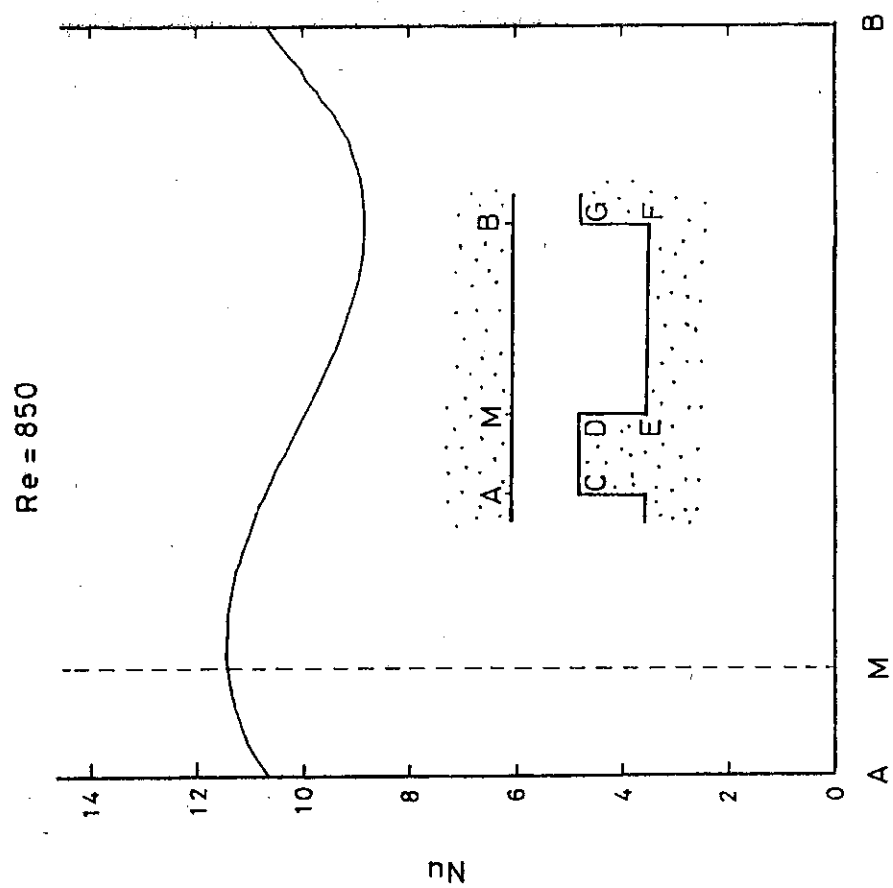


Fig.155 Distribution of Local Nusselt Number
at the Upper Wall ($Re = 850$)

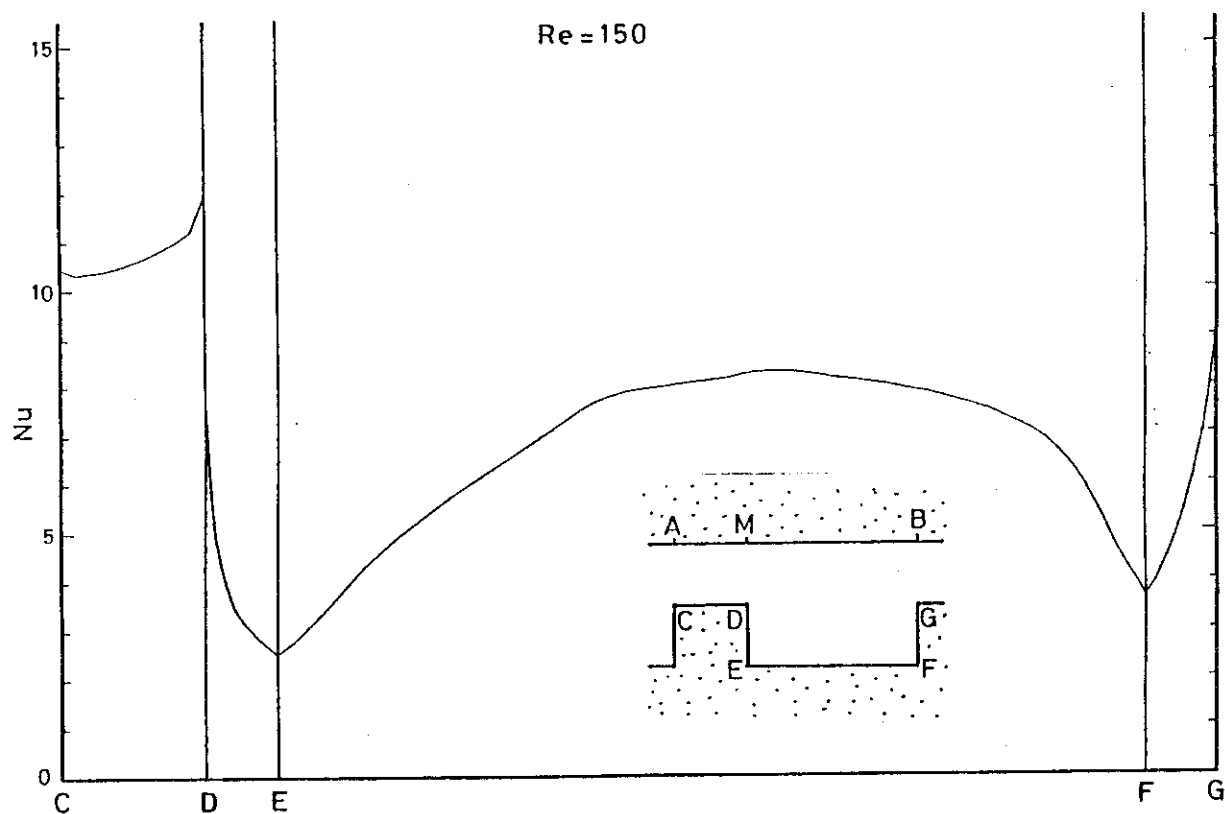


Fig.156 Distribution of Local Nusselt Number
at the Lower Wall ($Re = 150$)

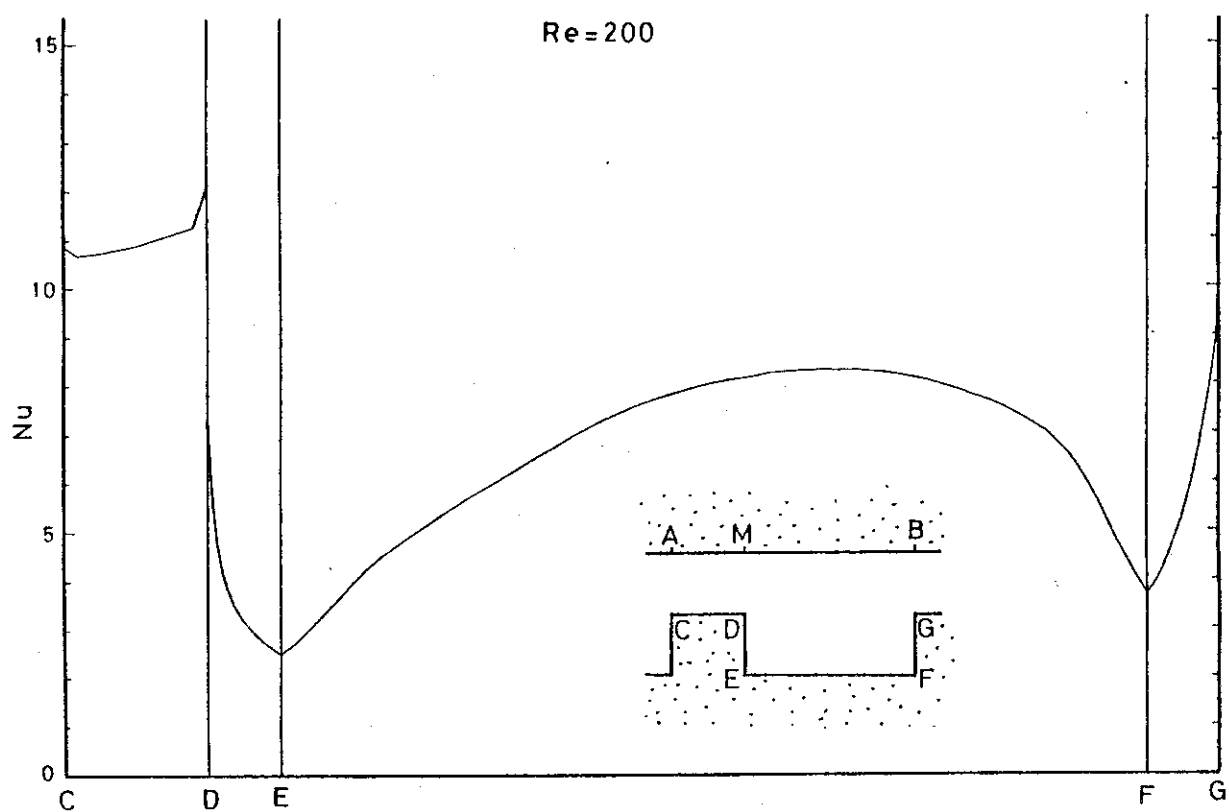


Fig.157 Distribution of Local Nusselt Number
at the Lower Wall ($Re = 200$)

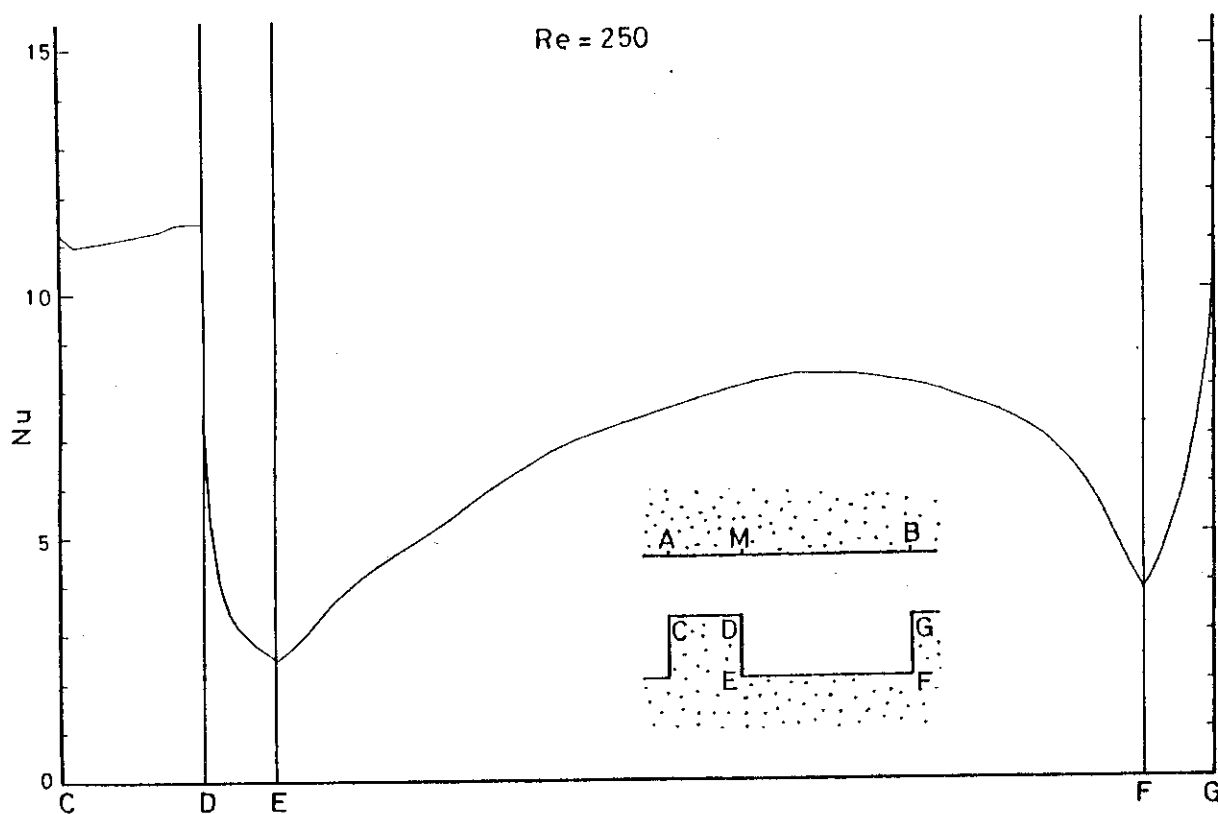


Fig.158 Distribution of Local Nusselt Number
at the Lower Wall ($Re = 250$)

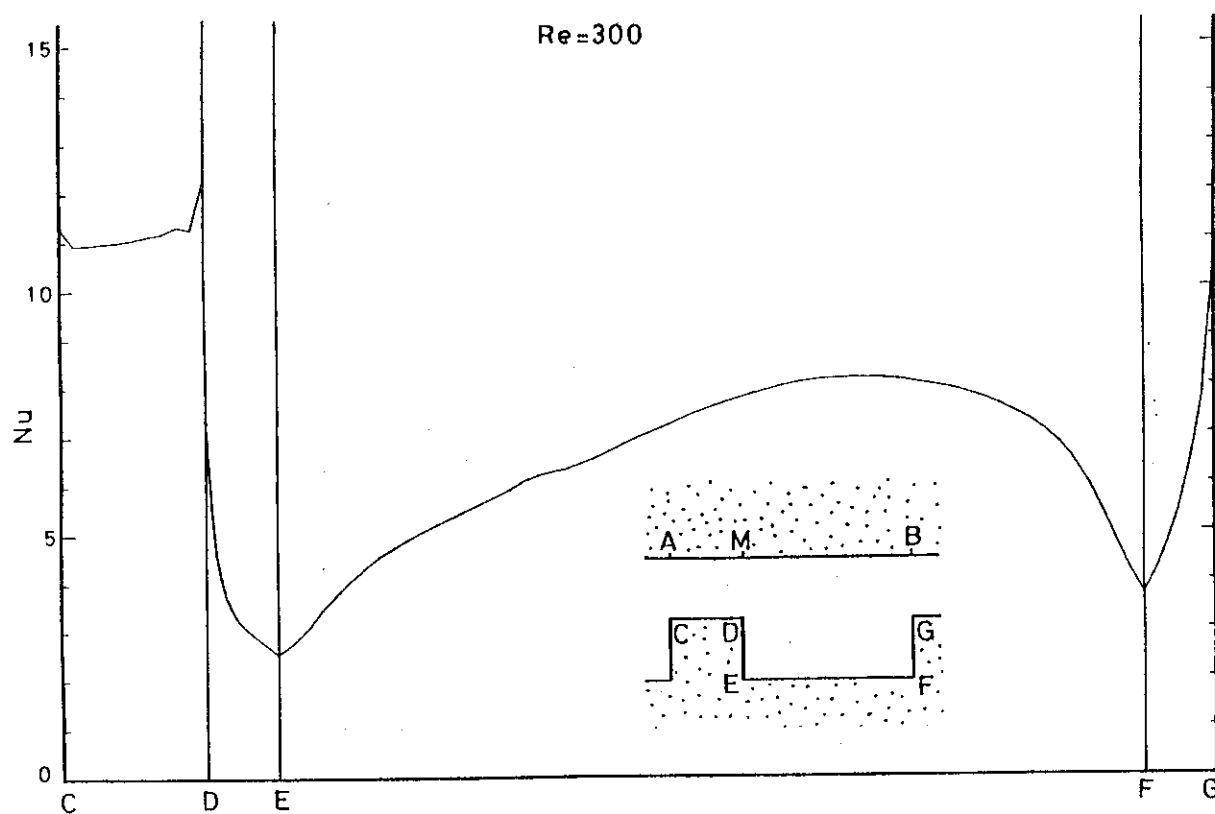


Fig.159 Distribution of Local Nusselt Number
at the Lower Wall ($Re = 300$)

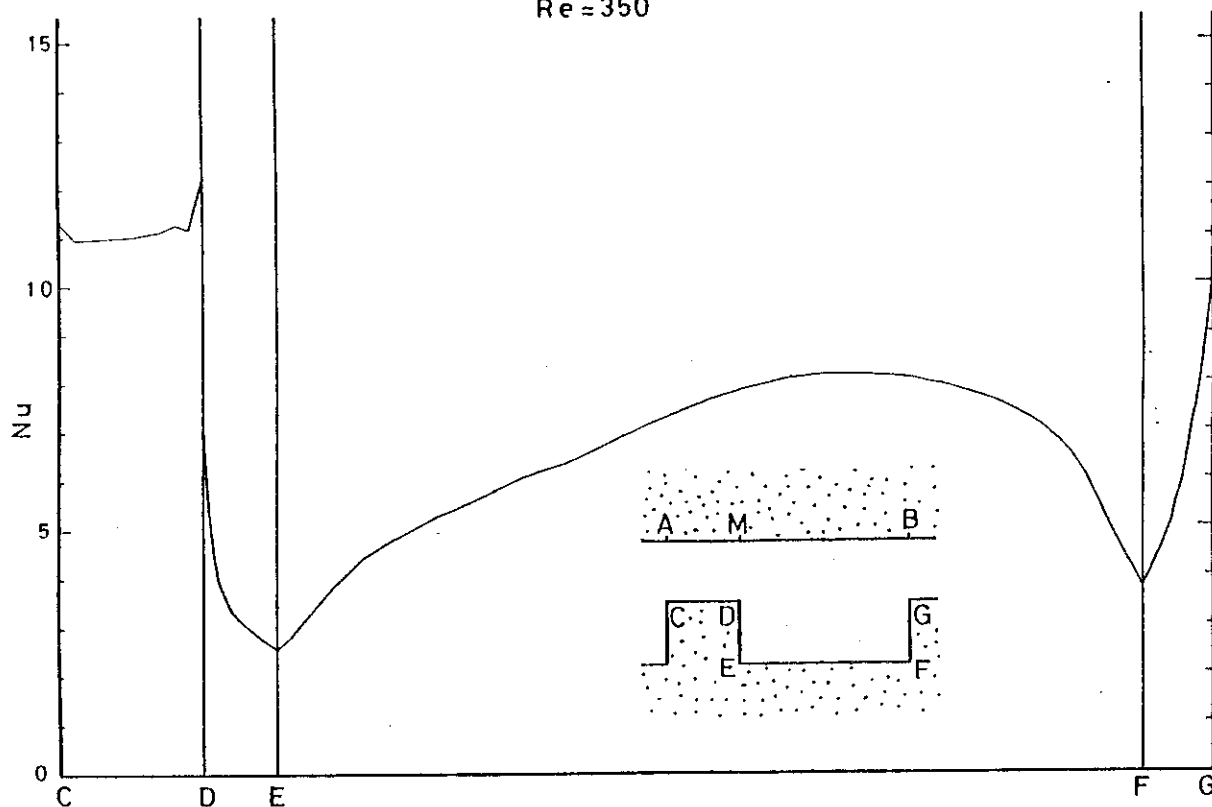
$Re = 350$ 

Fig.160 Distribution of Local Nusselt Number
at the Lower Wall ($Re = 350$)

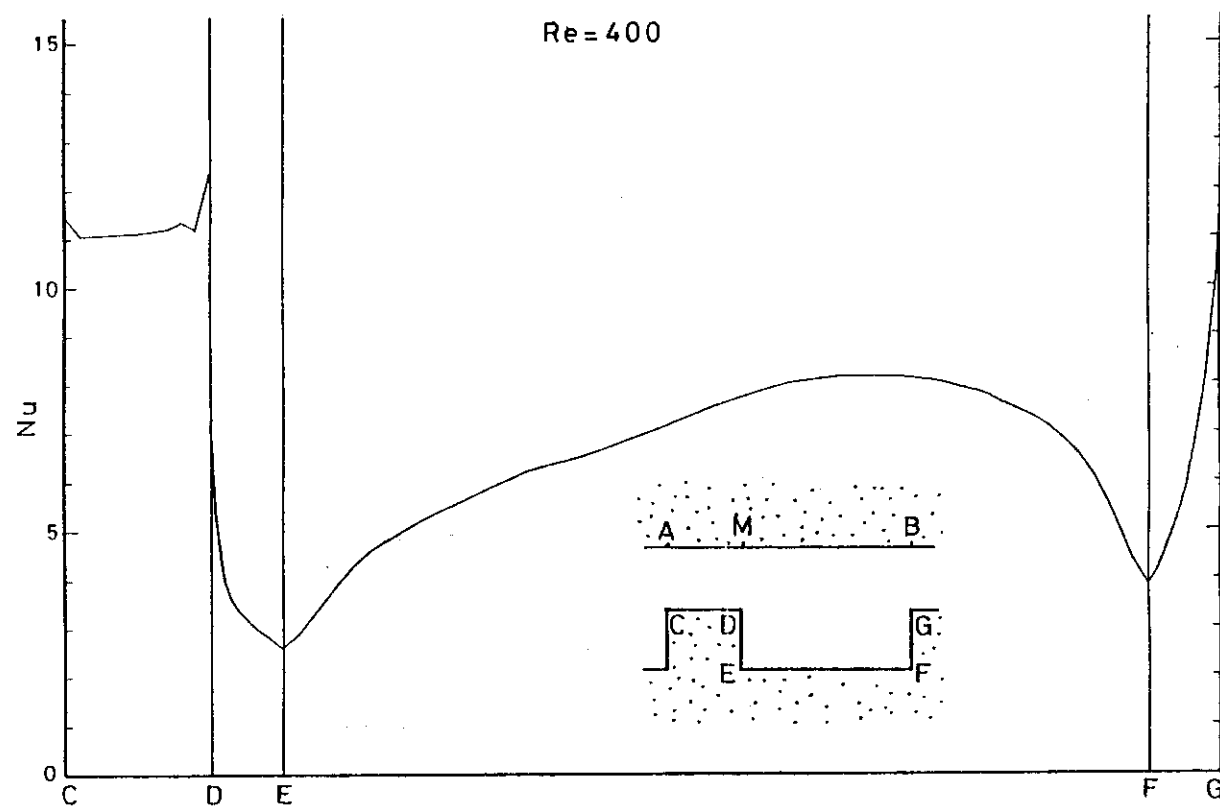


Fig.161 Distribution of Local Nusselt Number
at the Lower Wall ($Re = 400$)

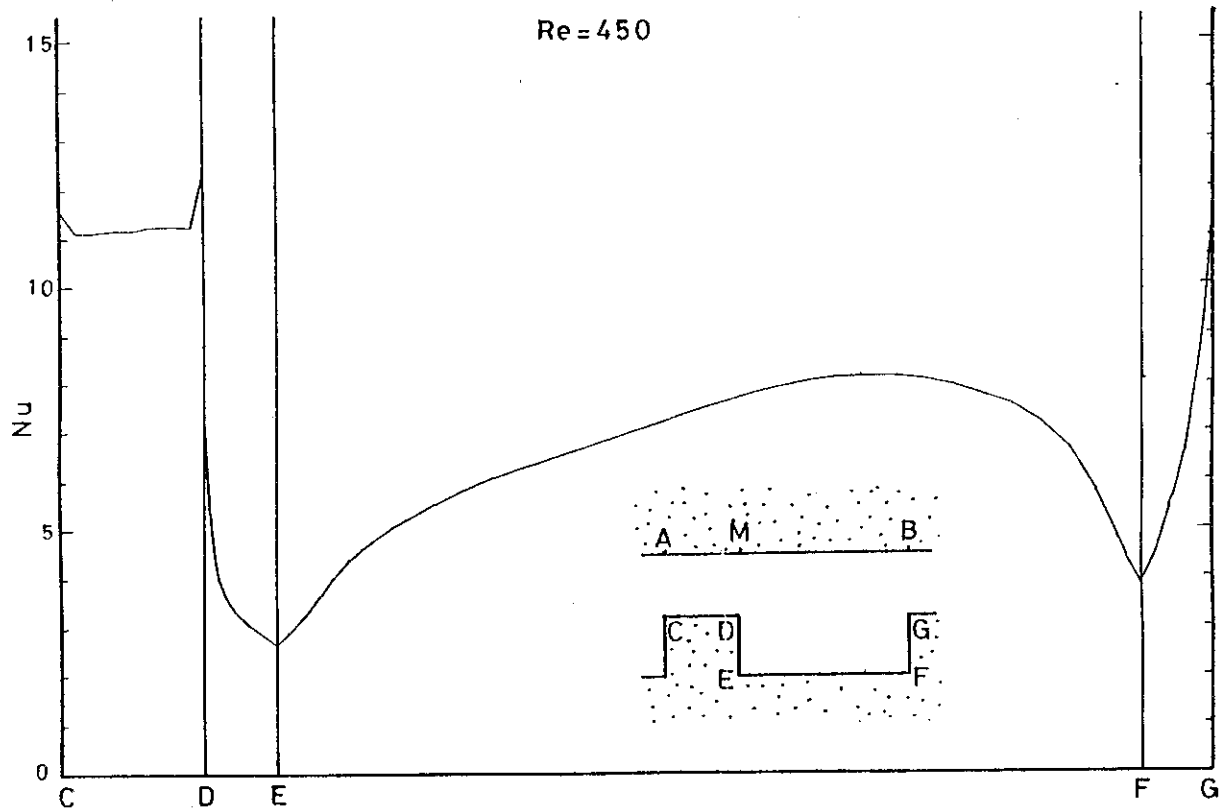


Fig.162 Distribution of Local Nusselt Number
at the Lower Wall ($Re = 450$)

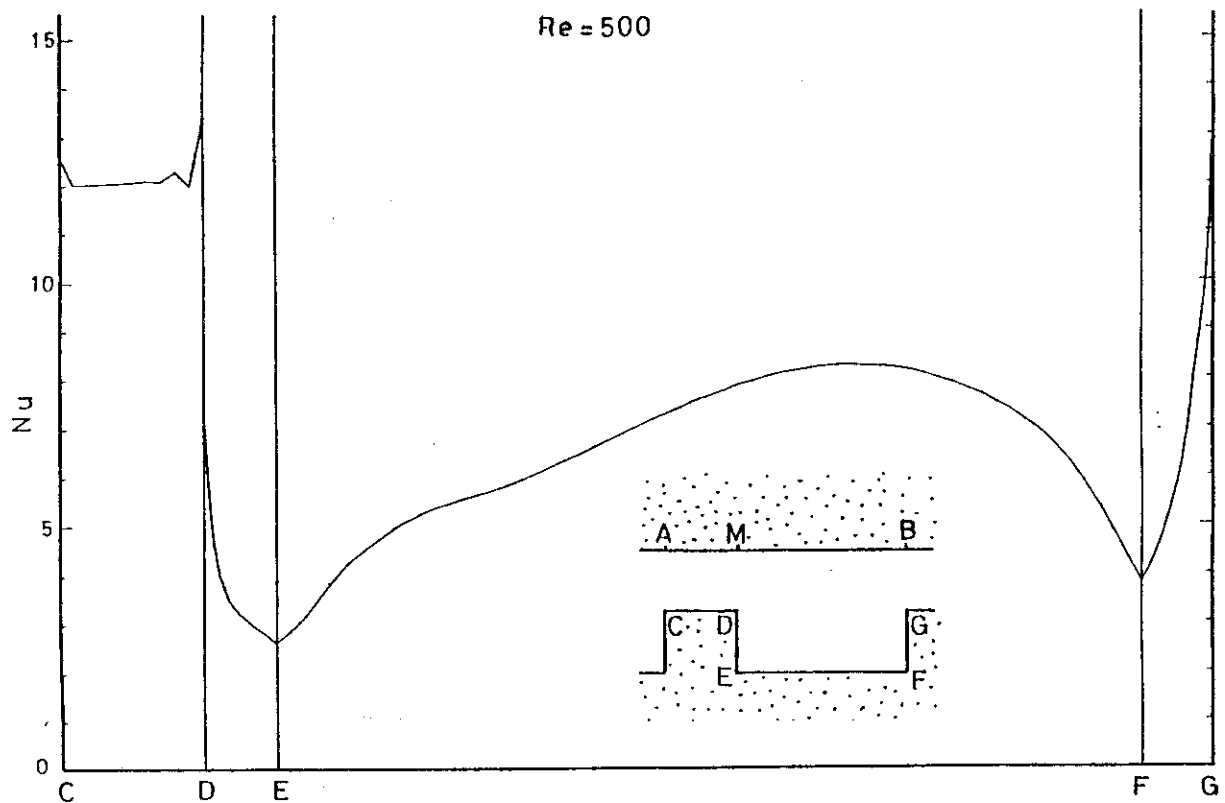


Fig.163 Distribution of Local Nusselt Number
at the Lower Wall ($Re = 500$)

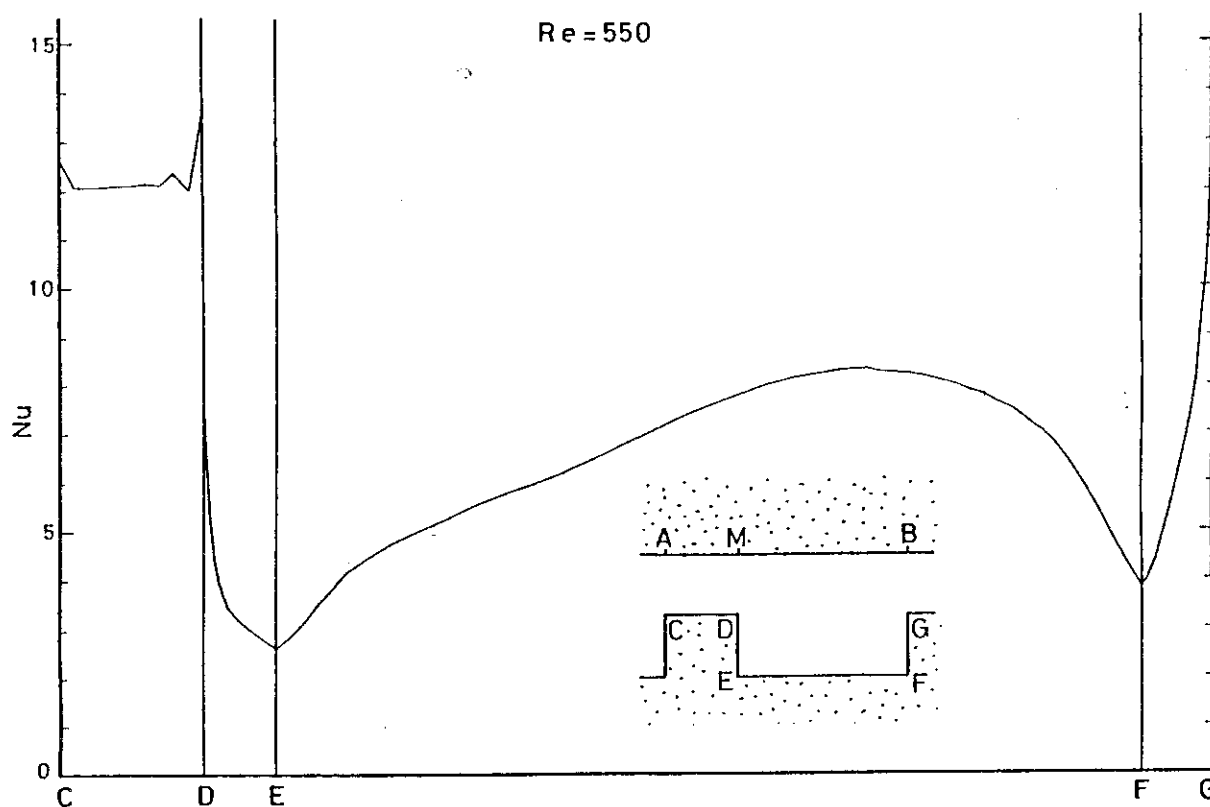


Fig.164 Distribution of Local Nusselt Number
at the Lower Wall ($Re = 550$)

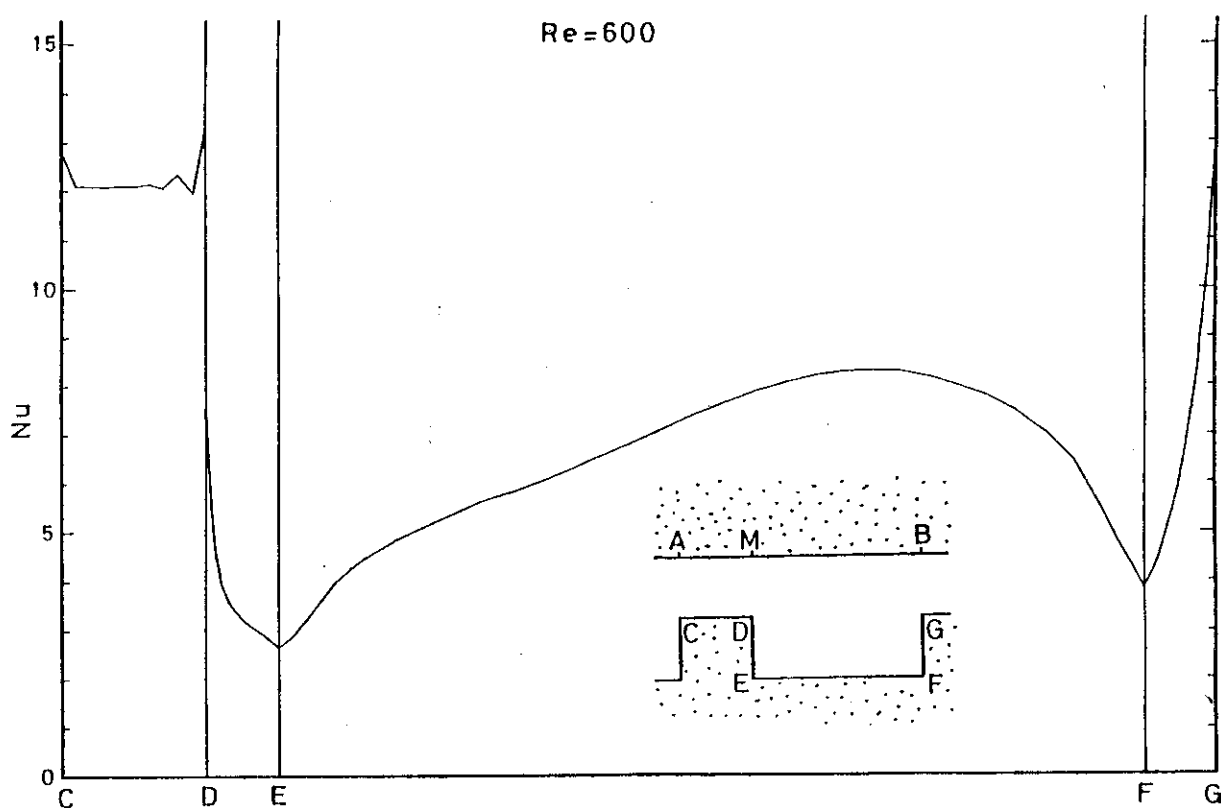


Fig.165 Distribution of Local Nusselt Number
at the Lower Wall ($Re = 600$)

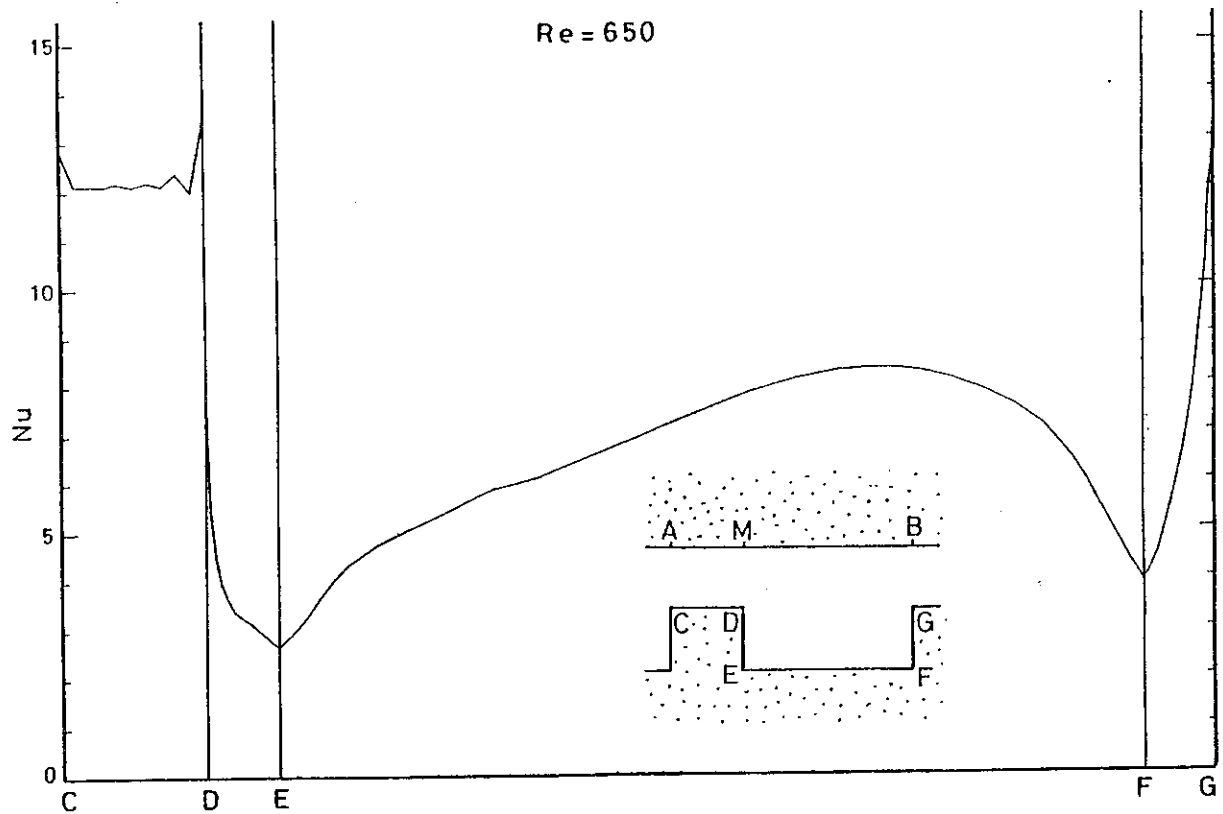


Fig.166 Distribution of Local Nusselt Number
at the Lower Wall ($Re = 650$)

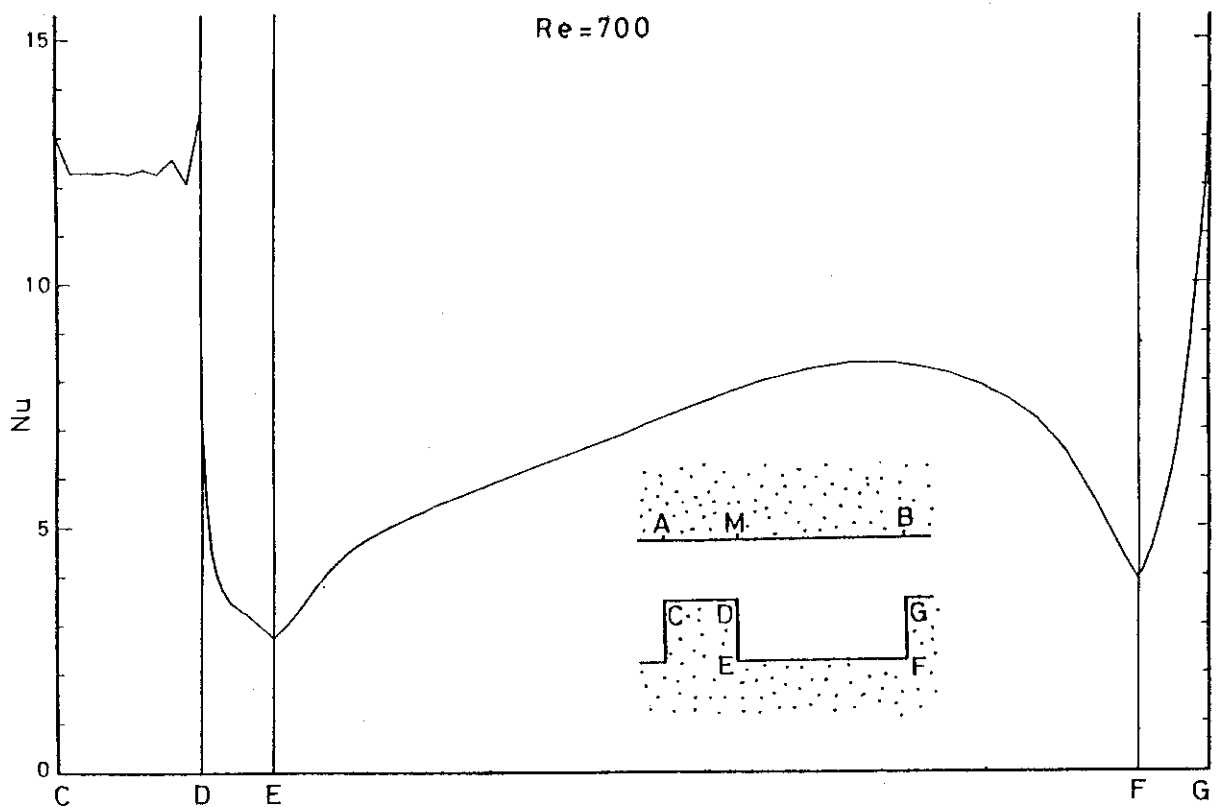
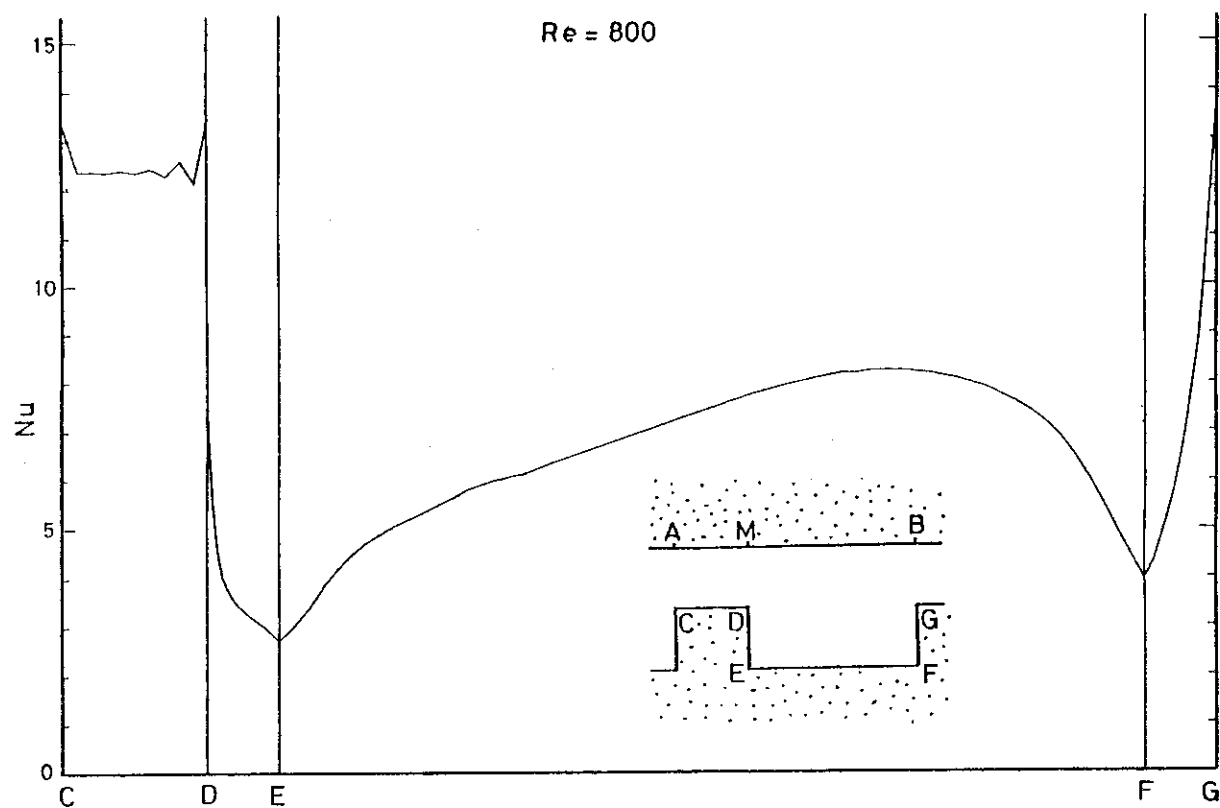
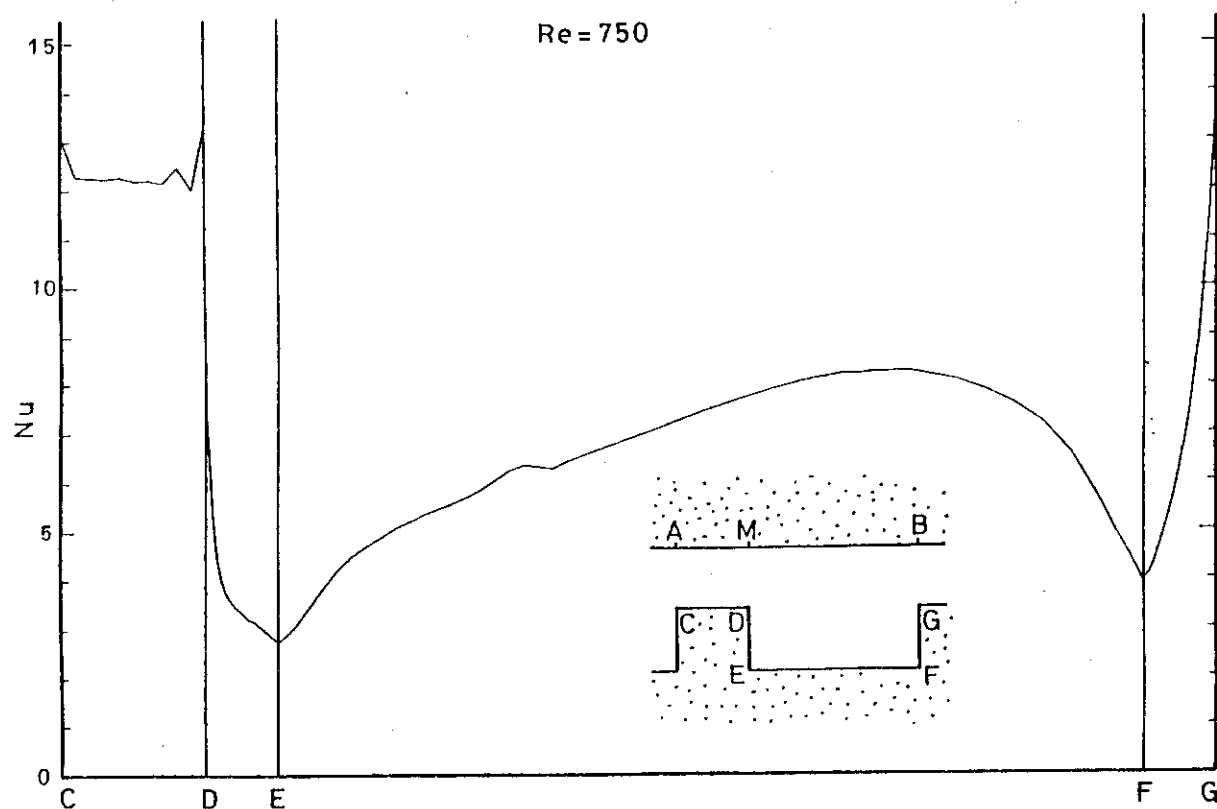


Fig.167 Distribution of Local Nusselt Number
at the Lower Wall ($Re = 700$)



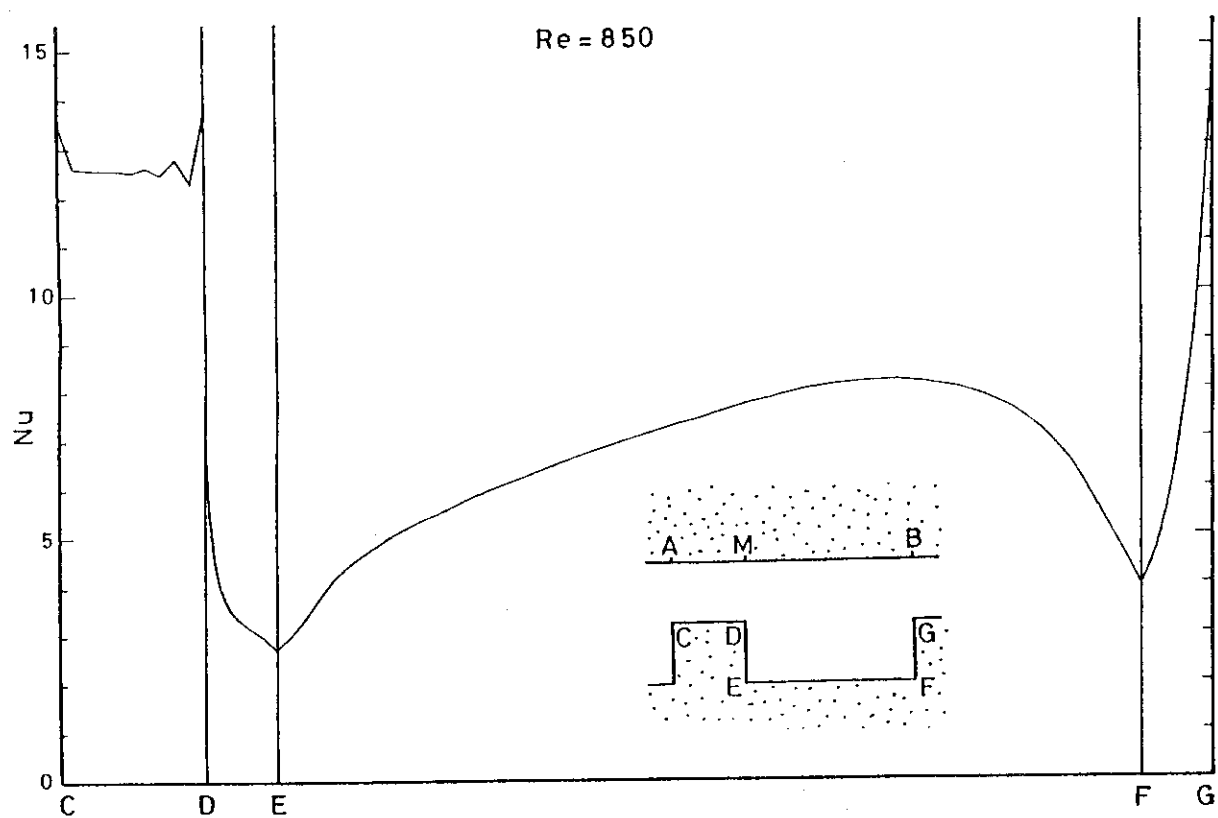


Fig.170 Distribution of Local Nusselt Number
at the Lower Wall ($Re = 850$)

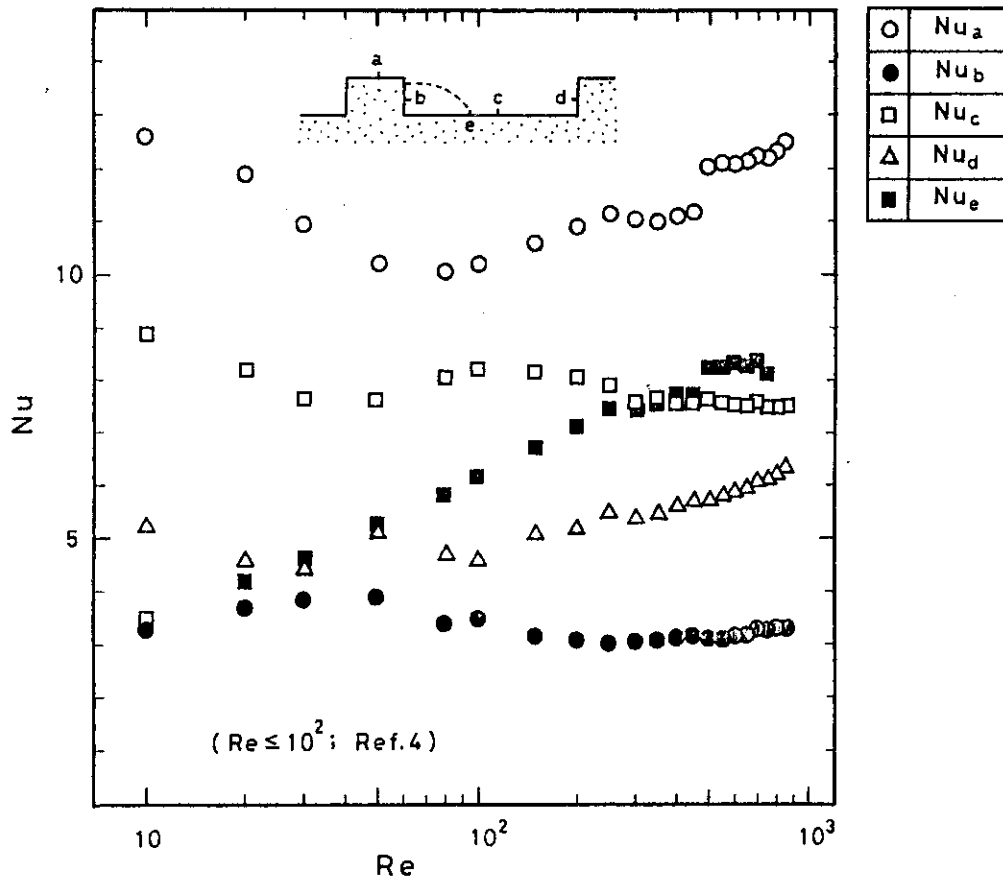


Fig.171 Relation between Local Nusselt Numbers and Reynolds Numbers

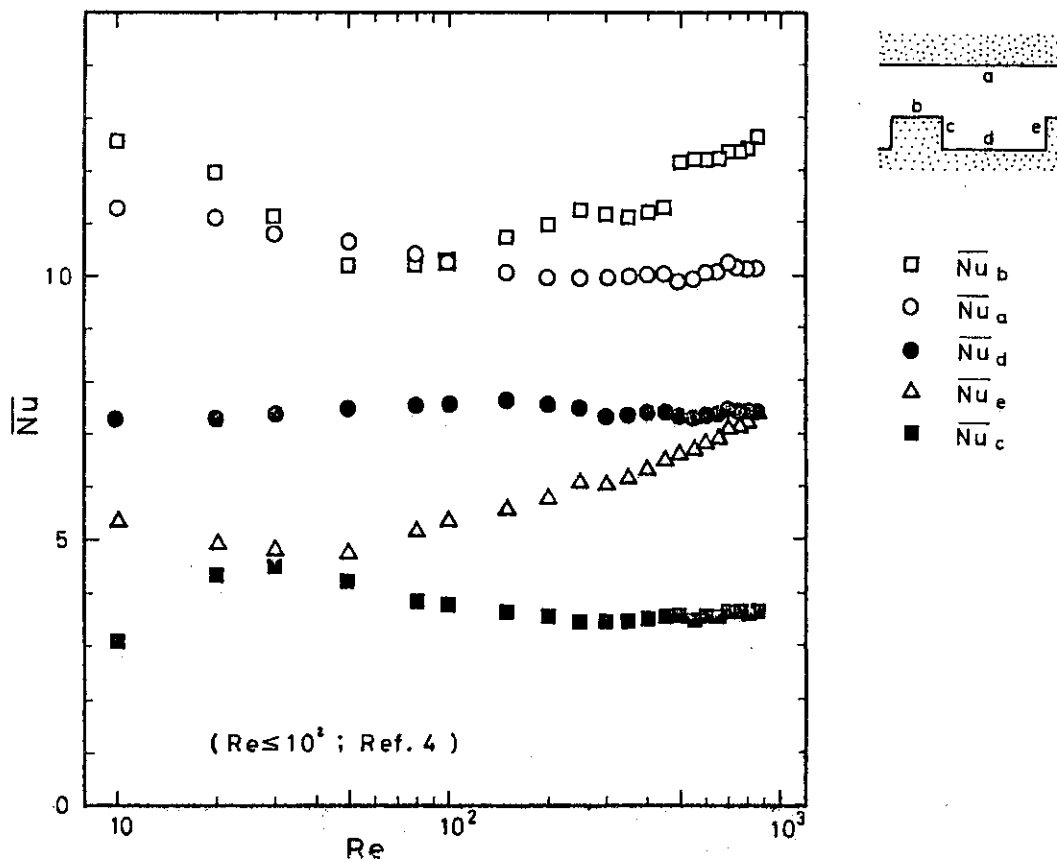


Fig.172 Relation between Mean Nusselt Numbers and Reynolds Numbers

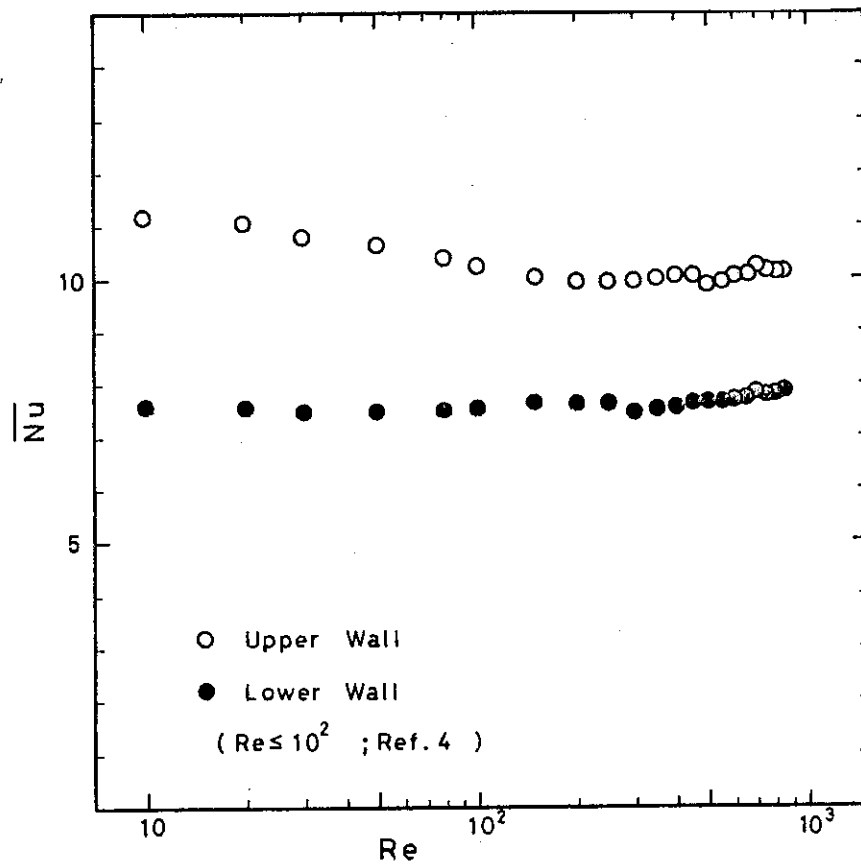


Fig.173 Relation between Mean Nusselt Numbers and Reynolds Numbers

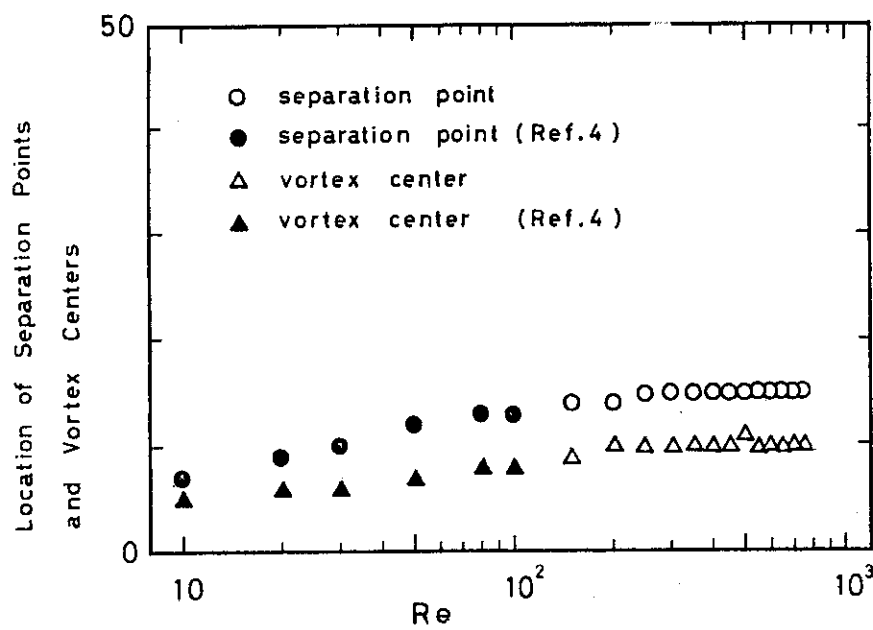


Fig.174 Relation between Location of Separation Points and Vortex Centers and Reynolds Numbers

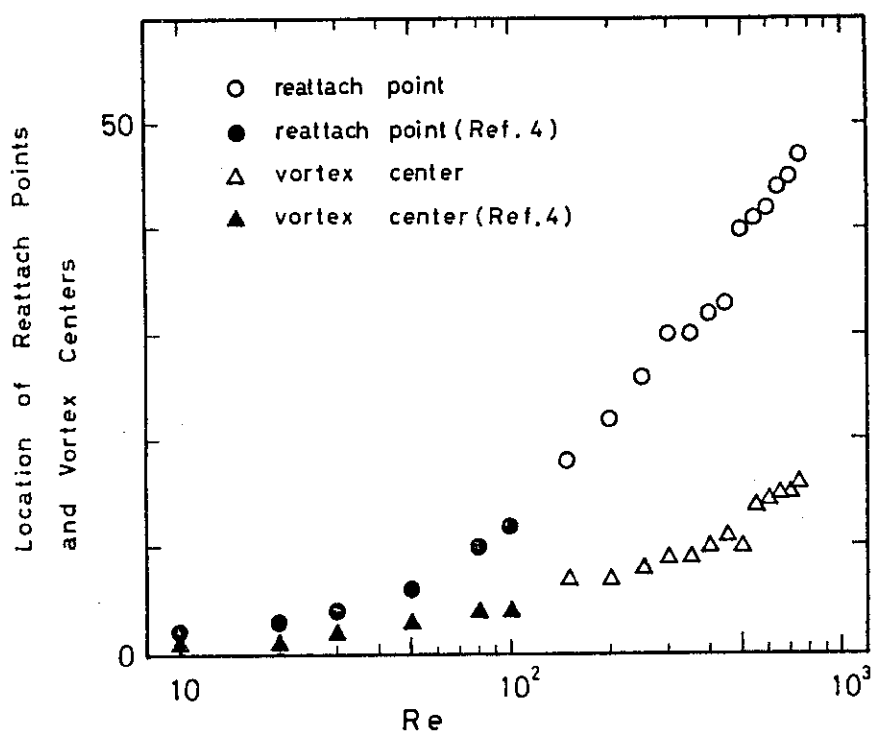


Fig.175 Relation between Location of Reattach Points and Vortex Centers and Reynolds Numbers

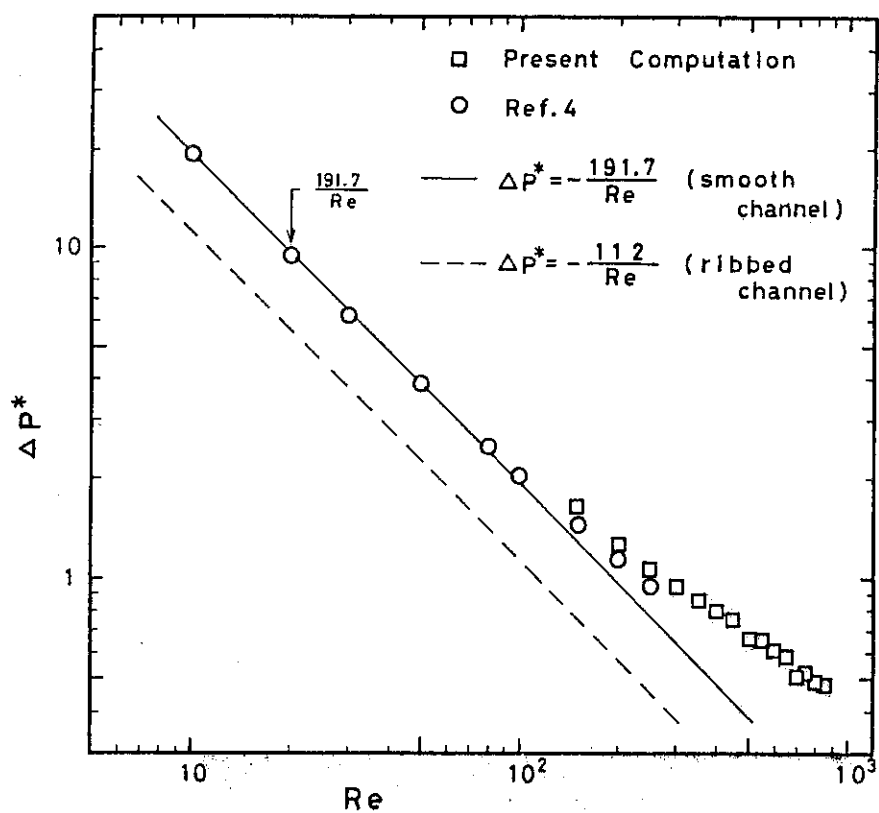


Fig.176 Relation between Dimensionless Pressure Drops and Reynolds Numbers

付 録

(A) 人工粘性

線形の対流方程式について人工粘性効果を考える。

$$\zeta_t = -u \zeta_x \quad (\text{A-1})$$

$u > 0$ のとき、上式の風上差分は次式で示される。

$$\frac{\zeta_i^{t+\Delta t} - \zeta_i^t}{\Delta t} = -u \cdot \frac{\zeta_i^t - \zeta_{i-1}^t}{\Delta x} \quad (\text{A-2})$$

ここで、打ち切り誤差は、 $\mathbf{0}$ ($\Delta t, \Delta x$) である。 $c = u \Delta t / \Delta x$ (クーラン数) として式 (A-2) を書き換えると、 u が一定のとき次式となる。

$$\zeta_i^{t+\Delta t} = \zeta_i^t - c (\zeta_i^t - \zeta_{i-1}^t) \quad (\text{A-3})$$

$c = 1$ のとき上式は、 $\zeta_i^{t+\Delta t} = \zeta_{i-1}^t$ となり厳密解を与える。又、 $c = 1$ は安定性限界、 $c < 1$ のとき人工減幅の働きをし、Neumann の安定性解析(B)に示されるように、増幅マトリックスの固有値は、 $|\lambda| < 1$ となる。 $|\lambda| < 1$ となるような振幅誤差の減少法は、すべて人工減幅作用をする。

Hirt の安定性解析(c)の応用により、有限差分式 (A-3) を Taylor 展開すると、時刻 t における i についての式は、次のようになる。

$$\zeta_t = -u \zeta_x + (u \Delta x / 2) \zeta_{xx} - \frac{1}{2} \Delta t \zeta_{tt} + \mathbf{0} (\Delta x^2, \Delta t^2) \quad (\text{A-4})$$

上式の ζ_{tt} の項は、式 (A-1) より、 u が一定のとき、

$$\zeta_{tt} = -u \zeta_{xt} = -u (\zeta_t)_x = u^2 \zeta_{xx} \quad (\text{A-5})$$

となる。式 (A-5) を式 (A-4) へ代入すると、

$$\zeta_t = -u \zeta_x + \alpha_e \zeta_{xx} + \mathbf{0} (\Delta x^2, \Delta t^2) \quad (\text{A-6})$$

ここで

$$\alpha_e = (u \Delta x / 2) - (u^2 \Delta t / 2) = \frac{1}{2} u \Delta x (1 - c) \quad (\text{A-7})$$

この方法は、物理的意味を持たない $\partial^2 \zeta / \partial x^2$ の係数 α_e を導入するから、人工減幅ばかりでなく、人工的 (数値的) な拡散や粘性に関連すると考えられる。

(この α_e を人工粘性と呼ぶ。)

(B) Neumann の安定性解析法

対流と拡散のある方程式を考え、時間に前進差分、空間に中心差分を適用すると次のようになる。

$$\frac{\zeta_i^{t+\Delta t} - \zeta_i^t}{\Delta t} = -u \frac{\zeta_{i+1}^t - \zeta_{i-1}^t}{2 \Delta x} + \alpha \left(\frac{\zeta_{i+1}^t - 2 \zeta_i^t + \zeta_{i-1}^t}{\Delta x^2} \right) \quad (\text{B-1})$$

上式の拡散項のみに着目して、線形のモデル方式を作り、この方程式の解を有限なフーリエ級数に展開して安定性を調べる。

モデル方程式は、次のようになる。

$$\frac{\zeta_i^{t+\Delta t} - \zeta_i^t}{\Delta t} = \alpha \left(\frac{\zeta_{i+1}^t - 2 \zeta_i^t + \zeta_{i-1}^t}{\Delta x^2} \right) \quad (\text{B-2})$$

$\zeta_i^{t+\Delta t}$ について陽に求めると、

$$\zeta_i^{t+\Delta t} = \zeta_i^t + \frac{\alpha \Delta t}{\Delta x^2} (\zeta_{i+1}^t - 2 \zeta_i^t + \zeta_{i-1}^t)$$

ここで、 $d = \alpha \Delta t / \Delta x^2$ とおくと、

$$\zeta_i^{t+\Delta t} = \zeta_i^t + d (\zeta_{i+1}^t - 2 \zeta_i^t + \zeta_{i-1}^t) \quad (\text{B-3})$$

解のフーリエ級数の各成分は、次のように書ける。⁵⁾

$$\zeta_i^t = V^t e^{ik_x(i \Delta x)} \quad (\text{B-4})$$

ここで、 V^t : 波数が k_x (波長 $\lambda = 2\pi/k_x$) である特定成分の時刻 t での振幅関数。

$k_x = 1, 2, 3, \dots$ (正の整数値)

$$I : \sqrt{-1}$$

次に、位相角 r を $r = k_x \Delta x$ とすれば、上式は、

$$\zeta_i^t = V^t e^{I i r} \quad (\text{B-5})$$

となる。

同様にして

$$\zeta_{i\pm 1}^{t+\Delta t} = V^{t+\Delta t} e^{I(i\pm 1)r} \quad (\text{B-6})$$

式 (B-5), (B-6) を式 (B-3) へ代入し、両辺を $e^{I i r}$ を消去すると、

$$V^{t+\Delta t} = V^t + d V^t (e^{I r} - 2 + e^{-I r}) \quad (\text{B-7})$$

ここで、 $e^{I r} + e^{-I r} = 2 \cos r$ だから、

$$V^{t+\Delta t} = [1 + 2d(\cos r - 1)] V^t \quad (\text{B-8})$$

増幅係数Gを導入すれば,

$$V^{t+\Delta t} = G V^t \quad (\text{B-9})$$

となる。仮に、解が有界ならば、Gは次式を満たす。

$$|G| \leq 1 \quad (\text{B-10})$$

従って、式(B-8)と式(B-10)から、

$$-1 \leq 1 + 2d(\cos r - 1) \leq 1 \quad (\text{B-11})$$

この不等式の右側不等式については、常に成立する。左側不等式については

$$-1 \leq 1 + 2d(\cos r - 1)$$

$$\therefore 1 \leq d(1 - \cos r)$$

ここで、 $0 \leq 1 - \cos r \leq 2$ 従って、最大値2をとって、 $d \geq 1/2$ 、あるいは、

$$\Delta t \geq \frac{1}{2} \frac{\Delta x^2}{\alpha} \quad (\text{B-12})$$

このdに関する条件が、モデル方程式の解が有界であるための規準、すなわち、安定性の規準である。

対流・拡散のある場合については、式(B-1)よりクーラン数cを導入して、

$$\zeta_i^{t+\Delta t} = \zeta_i^t + \left[-\frac{c}{2} (\zeta_{i+1}^t - \zeta_{i-1}^t) + d (\zeta_{i+1}^t - 2\zeta_i^t + \zeta_{i-1}^t) \right] \quad (\text{B-13})$$

式(B-5)、(B-6)を代入し、 e^{ir} を消去すると、増幅係数Gは、次のようになる。

$$G = 1 - \frac{c}{2} (e^{ir} - e^{-ir}) + d (e^{ir} - 2 + e^{-ir})$$

ここで、 $e^{ir} - e^{-ir} = 2i \sin r$ 、 $e^{ir} + e^{-ir} = 2 \cos r$ より、

$$G = 1 - 2d(1 - \cos r) - ic \sin r \quad (\text{B-14})$$

となり、複素数の増幅係数を持つことになる。

安定性の規準から、Gについての制約は、 $|G| \leq 1$ だから、式(B-14)から、c、dについての安定性のための条件が得られる。Gの共役の複素数を $\bar{G}$ とすると、

$$|G|^2 = G \bar{G} = [1 + 2d(\cos r - 1)]^2 + c^2(1 - \cos^2 r)$$

すべてのrに対する $|G|^2$ の最大値から、

$$c^2 \leq 2d \leq 1 \quad (\text{即ち、} \Delta t \leq 2\alpha/u^2) \quad (\text{B-15})$$

となる。(詳細は、文献(6)参照のこと。)

又、より一般的な有限差分法では、 G はマトリックスで表示され、その固有値を λ_m とすれば、安定性の規準は、

$$|\lambda_m| \leq 1 \quad (B-16)$$

となる。

(C) Hirt の安定性解析法

有限差分式の各項を再度 Taylor 展開し、連続体の方程式(安定性が既知であるとする)に還元する。

定数 u を持つ、対流と拡散のある方程式を考える。

$$\frac{\zeta_i^{t+\Delta t} - \zeta_i^t}{\Delta t} = -u \left(\frac{\zeta_{i+1}^t - \zeta_{i-1}^t}{2\Delta x} \right) + \alpha \left(\frac{\zeta_{i+1}^t - 2\zeta_i^t + \zeta_{i-1}^t}{\Delta x^2} \right) \quad (C-1)$$

$$\zeta_i^{t+\Delta t} = \zeta_i^t + \Delta t \left. \frac{\partial \zeta}{\partial t} \right|_i^t + \frac{1}{2} \Delta t^2 \left. \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} \right|_i^t + O(\Delta t^3) \quad (C-2)$$

$$\zeta_{i\pm 1}^t = \zeta_i^t \pm \Delta x \left. \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right|_i^t + \frac{1}{2} \Delta x^2 \left. \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} \right|_i^t \pm O(\Delta x^3) \quad (C-3)$$

以上の式を式 (C-1) へ代入し、添字 t, i を省略すれば、

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \left(\frac{\Delta t}{2} \right) \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} = -u \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \alpha \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + O(\Delta t^2, \Delta x^2) \quad (C-4)$$

$\Delta t, \Delta x \rightarrow 0$ のとき式 (C-4) は式 (C-1) へ還元される。ここで、 $\Delta t > 0$ のとき高次項 $O(\Delta t^2, \Delta x^3)$ を欠落させ整理すると、

$$\left(\frac{\Delta t}{2\alpha} \right) \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{u}{\alpha} \frac{\partial \zeta}{\partial x} = 0 \quad (C-5)$$

ここで、式 (C-1) の元の式、

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = -u \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \alpha \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} \quad (C-6)$$

を t について再度微分すると、(u = 一定とする)

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} = -u \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t \partial x} + \alpha \frac{\partial^3 \zeta}{\partial x^2 \partial t} \quad (C-7)$$

式 (C-6) を代入すると,

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} = u^2 \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} - 2 u \alpha \frac{\partial^3 \zeta}{\partial x^3} + \alpha^2 \frac{\partial^4 \zeta}{\partial x^4} \quad (\text{C-8})$$

を得る。式 (C-5) へ代入すると,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \zeta}{\partial t} = & -u \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \left(\alpha - \frac{u^2 \Delta t}{2} \right) \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + u \alpha \Delta t \frac{\partial^3 \zeta}{\partial x^3} \\ & - \frac{\alpha^2 \Delta t}{2} \frac{\partial^4 \zeta}{\partial x^4} \end{aligned} \quad (\text{C-9})$$

高階項の寄与が小さいものとすれば,

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = -u \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \left(\alpha - \frac{u^2 \Delta t}{2} \right) \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} \quad (\text{C-10})$$

となり, $\alpha_e = \alpha - \frac{u^2 \Delta t}{2}$ と置けば,

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = -u \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \alpha_e \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} \quad (\text{C-11})$$

安定性の条件と拡散係数の物理的見地から, $\alpha_e \geq 0$ が得られる。従って,

$$\Delta t \leq 2 \alpha / u^2 \quad (\text{C-12})$$

となり, 式 (B-15) の Neumann の結果と一致する。

(詳細は, 文献(7)を参照のこと。)