

JAERI-M

9 5 7 6

自己回帰モデリングによるフィードバック効果を伴うシステムのコヒーレンス解析の新しい方法

1981年7月

尾熊 律雄

この報告書は、日本原子力研究所が JAERI-M レポートとして、不定期に刊行している研究報告書です。入手、複製などのお問い合わせは、日本原子力研究所技術情報部（茨城県那珂郡東海村）あて、お申しこしてください。

JAERI-M reports, issued irregularly, describe the results of research works carried out in JAERI. Inquiries about the availability of reports and their reproduction should be addressed to Division of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken, Japan.

自己回帰モデリングによるフィードバック効果を伴うシステムの
コヒーレンス解析の新しい方法

日本原子力研究所 東海研究所 原子炉工学部

尾熊 律雄

(1981年6月25日受理)

本報告書はフィードバック効果を持つシステムに対してコヒーレンス解析を実行するための新しい手法に関するもので、コヒーレンス関数とAR(自己回帰モデル)法によって得られるノイズ寄与率関数の比較評価を通じてコヒーレンス関数上でフィードバック特性の解析が可能となることを示している。

ハイブリッド計算機によるシミュレーション実験およびJPDR-IIノイズ実験データの解析を通じてここで提案した手法の有効性が示された。さらに本手法を出力炉炉雑音解析に適用することにより炉雑音の発生と伝播のメカニズムの解明に対して有益な情報が得られるものと思われる。

A New Method for Coherence Analysis of Systems with Feedback Effect
Based on Autoregressive Modeling

Ritsuo OGUMA

Division of Nuclear Engineering, Tokai Research Establishment, JAERI

(Received June 25, 1981)

This report is concerned with a new method of coherence analysis for systems with feedback effect. It is shown that feedback characteristics can be analyzed using the coherence function through comparative evaluation between the coherence and the noise power contribution functions obtained by AR(autoregressive) modeling.

Simulation studies using a hybrid computer as well as the analysis of JPDR-II noise data have indicated the effectiveness of the present method. It can be expected that the application of this method to investigating at-power reactor noise would yield useful information, especially on its noise source and propagation mechanism.

Keywords; Coherence Analysis, Reactor Noise Analysis, Feedback Effect,
Autoregressive Modeling, Noise Power Contribution, JPDR-II

目 次

1. 序 論	1
2. 理論的考察	3
2.1 入出力間にフィードバック効果がある場合のコヒーレンス関数の性質	4
2.2 内部フィードバック効果が無駄時間特性を含む場合のコヒーレンス関数の性質	6
2.3 内部フィードバック効果の存在を実験的に識別する方法	7
2.4 雑音源の独立性に関する検定法	10
3. シミュレーションスタディ	15
3.1 フィードバック効果が低域通過特性から成る場合のコヒーレンス解析	15
3.2 無駄時間特性を持つフィードバック効果がある場合のコヒーレンス解析	17
4. JPDR-II ノイズ実験データのコヒーレンス解析	25
5. 結 論	31
謝 辞	31
参考文献	31

Contents

1.	Introduction.....	1
2.	Theoretical consideration	3
2.1	Property of the coherence function in the presence of the feedback effect between the input and output	4
2.2	Property of the coherence function for a system with transport lag in the feedback loop	6
2.3	A method to distinguish empirically feedback effects in the system ...	7
2.4	A method for checking independence assumption of noise sources estimated by AR modeling	10
3.	Simulation study	15
3.1	Coherence analysis of the system with feedback effect of low pass filter characteristic.....	15
3.2	Coherence analysis of the system with feedback effect of transport lag	17
4.	Coherence analysis of JPDR-II noise data	25
5.	Conclusion.....	31
	Acknowledgment	31
	References	31

1. 序 論

二つのランダム信号 $x_1(t)$, $x_2(t)$ のスペクトル解析に際し, そのクロスパワースペクトル密度, $P_{12}(\omega)$ の絶対値の 2 乗をそれぞれの信号のパワースペクトル密度 $P_{11}(\omega)$, $P_{22}(\omega)$ の積で割った値, 即ち

$$\gamma_{12}^2(\omega) = \frac{|P_{12}(\omega)|^2}{P_{11}(\omega) P_{22}(\omega)}$$

を $x_1(t)$, $x_2(t)$ の間のコヒーレンスという。コヒーレンスは周波数 ω の関数で各周波数成分での信号間の相関の程度を表わし $0 \leq \gamma_{12}^2(\omega) \leq 1$ の値をとる。雑音解析の分野ではコヒーレンス解析は一連のデータ処理手続きのうち最も基本的なものの一つとして位置づけられている。

さて, 測定されたコヒーレンスの値の持つ意味についてであるが, それはシステムの構造即ちオープンループ系かフィードバック系かによって全く異なり, 以下で議論するようにシステムの構造に関する知識を持たないで結果の解釈を行うと重要な誤ちをおかす場合がある。

在来の雑音解析の理論では取り扱う変数間での動的作用に関する因果律がデータ解析において陽に現われるオープンループ系を主な対象として来た。^{(1),(2)} ここでは Fig.1 に示すように変数

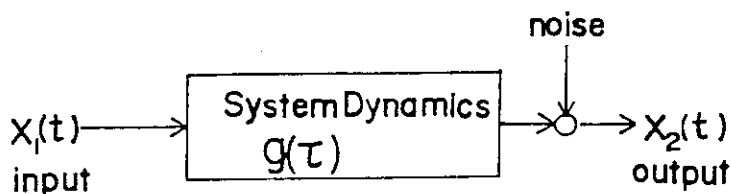


Fig.1 Input-output relationship of open loop system.

間の入出力関係は既知かあるいはデータ解析を通じて容易に識別できることが前提となっており, この場合コヒーレンスはシステムが線型である限り入力から見た出力の線型予測に対し予測の良さを示す尺度と見なすことができる。逆にコヒーレンスが 1 より低くなっている程度に応じて入出力間での信号の伝達が観測雑音によって乱されているという解釈が成立する。しかしオープンループ系におけるコヒーレンスに関するこのような解釈を, フィードバック効果を持つシステムにそのままあてはめることはできない。それはフィードバック系内では二つの変数の間で同時に動的な相互作用が働いており, 一方を入力, 他方を出力と一義的に因果率を定めることは不可能かつ無意味だからである。このようなシステムにオープンループ系の解析を前提とした在来の雑音解析手法をそのまま適用した場合に生ずる問題点については文献(3)に指摘されている。

原子炉工学の分野においては, コヒーレンス解析は炉雑音解析あるいは診断技術開発に関連した種々の研究において利用されて来た。^{(4),(5)} 特に炉雑音解析では出力炉の雑音源の同定や炉雑音伝播のメカニズムの解明に当ってコヒーレンス解析は重要な役割を果たして来た。しかし, 軽水炉を始めとする出力炉の動特性が種々の内部フィードバック効果を伴う複雑なプロセスを内包していることが自明であるにもかかわらず, 出力炉の炉雑音解析においてコヒーレンスをフ

ィードバック系におけるそれとして評価した例は、筆者の知る限り黒田⁽⁶⁾らが反応度フィードバック効果を持つ炉雑音モデルに対してコヒーレンスの性質をシミュレーションによって考察している他にはほとんど見当たらない。

本報告書はフィードバック効果を持つシステムのコヒーレンス解析を取扱ったものである。ここで、フィードバック系のコヒーレンス解析を実行しようとする、(i)フィードバック効果が加わった場合のコヒーレンスの性質を理論的に明らかにすると共に、(ii)対象としているシステムが実際にフィードバック系を構成していることを評価する実験的手法が確立していなければならない。(i)に関しては、本研究ではフィードバック効果が低域通過特性および無駄時間特性を持つ場合についてコヒーレンスの性質を理論的に考察し、それがフィードバックシステム⁽⁷⁾の特性を反映したパターンを形成することを明らかにした。また(ii)に関しては、AR法⁽⁸⁾（自己回帰モデル同定手法）を適用して得られるノイズ寄与率⁽⁸⁾とコヒーレンスの間の関係を明らかにし、両者のパターンと値の比較を通じてコヒーレンス解析を行うことを提案した。

上記二つの項目についての理論的考察とその結果は2章に詳述されている。その中でフィードバック系のコヒーレンスの性質として、負のフィードバック効果を伴うシステムではコヒーレンスは低周波領域で低下する傾向を持つこと、その低下の程度は2つの変数間の伝達関数のゲインとシステムを励起している雑音源のパワーによって定まること等が示される。さらに無駄時間特性をフィードバック効果として持つ場合にはコヒーレンスは無駄時間の逆数で決まる周期の振動傾向を示すことが明らかにされる。

さらに重要な点として、コヒーレンスとAR法によって得られるノイズ寄与率の間の関係が2章で明らかにされている。従来これら二つの解析は炉雑音解析の分野でしばしば行われているにもかかわらず両者の関係について注意が払われることは無かった。本研究では両者の関係をはじめて解析的に明らかにし、コヒーレンスとノイズ寄与率はシステムがオープンループ系を構成する時一致すること、フィードバック系の場合にはその効果に応じて両者に差異が生じること等を証明した。ここで得られた結果は測定されたコヒーレンスのパターンがフィードバック効果によって形成されたものかどうかをデータ解析を通じて実際に評価する場合の識別原理を与える。

上記のコヒーレンスとノイズ寄与率の比較評価法の実用に当って最も厳しい制約はノイズ寄与率解析における雑音源の独立性の仮定である。従来雑音源の独立性を実験的にチェックする方法として、ARモデリングによって推定された雑音源の共分散マトリックスを用いて雑音源の相関の程度を評価して来た。本報ではこの方法の持つ意味と問題点を明らかにすると同時にこれに新たな評価法を加えてより厳密に雑音源の独立性をチェックすることを提案している。

以上の2章で展開されている理論解析によって得られた結果の妥当性とそれらが成立する範囲を評価するため計算機によるシミュレーションスタディを行った。3章にその結果が示されているがシステムの変動を引起している雑音源がARモデリングを通じて分離評価できる限り2章で展開された理論的考察は妥当なものと思われる。

4章では実際の応用例としてJPDR-Ⅱ炉雑音測定データの解析結果をいくつか示している。それによると本報で提案している「コヒーレンス—ノイズ寄与率の比較によるフィードバック効果の解析」手法は原子炉動特性と炉雑音の解析において有効であることが示された。

炉雑音解析あるいは診断技術開発の種々の問題に対し本報で提案した解析手法を応用することによりシステム⁽⁷⁾の特性についてより多くの情報を抽出できるものと思われる。

2. 理論的考察

2つの変数 $x_1(t)$, $x_2(t)$ が動的な相互作用, いわゆる内部フィードバック効果を持つ場合のダイナミックシステムはブロック図を用いて書くと Fig.2 のように表わされる。ここで $g_1(\tau)$

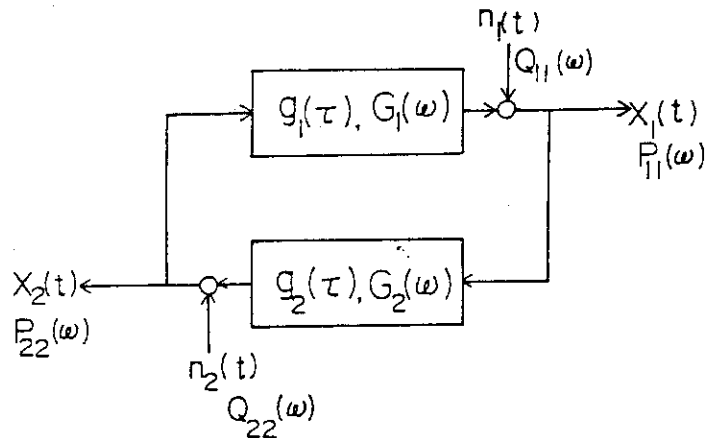


Fig.2 Block diagram describing dynamical relationship of a system with feedback effect.

は $x_2(t)$ から $x_1(t)$ への伝達特性を表わすいわゆるインパルス応答関数, また $g_2(\tau)$ は $x_1(t)$ から $x_2(t)$ へのインパルス応答関数をそれぞれ表わす。各変数の変動を引起している外乱項を雑音源と呼び $n_1(t)$, $n_2(t)$ とすると, $n_1(t)$ は $x_1(t)$ の変動を直接引起すると同時に, 伝達特性 $g_2(\tau)$ を通じて $x_2(t)$ にも影響を与え, さらにフィードバックパスによって $x_1(t)$ に再び影響を与える。また $n_2(t)$ についても同様である。このようなシステムにおける $x_1(t)$, $x_2(t)$ の関係は周波数領域表現を用いて次式のように表わされる。即ち周波数 ω に対して

$$\begin{cases} X_1(\omega) = G_1(\omega) X_2(\omega) + N_1(\omega) \\ X_2(\omega) = G_2(\omega) X_1(\omega) + N_2(\omega) \end{cases} \quad (1)$$

あるいはマトリックス表現を用いて

$$\begin{pmatrix} 1 & -G_1(\omega) \\ -G_2(\omega) & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1(\omega) \\ X_2(\omega) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N_1(\omega) \\ N_2(\omega) \end{pmatrix} \quad (2)$$

ここで $X_1(\omega)$ は $x_1(t)$ をフーリエ変換したもので他の変数についても同様の変換表現を行っている。 $G_1(\omega)$, $G_2(\omega)$ はインパルス応答関数 $g_1(\tau)$, $g_2(\tau)$ をフーリエ変換したものでそれぞれの伝達関数を表わす。

(1)式を用いて X_1 および X_2 のパワースペクトルを計算すると

$$\begin{pmatrix} 1 & -G_1(\omega) \\ -G_2(\omega) & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_{11}(\omega) & P_{12}(\omega) \\ P_{21}(\omega) & P_{22}(\omega) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -G_2^*(\omega) \\ -G_1^*(\omega) & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Q_{11}(\omega) & Q_{12}(\omega) \\ Q_{21}(\omega) & Q_{22}(\omega) \end{pmatrix} \quad (3)$$

ただし, $*$ は共役複素数を意味する。また $P_{ij}(\omega)$, $Q_{ij}(\omega)$, ($i, j = 1, 2$) は信号

$\{x_1(t), x_2(t); -T/2 \leq t \leq T/2\}$, $\{n_1(t), n_2(t); -T/2 \leq t \leq T/2\}$ のオートあるいはクロスパワースペクトルでそれぞれ次式で与えられる。

$$\begin{cases} P_{ij}(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2\pi X_i(\omega) X_j^*(\omega)}{T}, & (i, j=1, 2) \\ Q_{ij}(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2\pi N_i(\omega) N_j^*(\omega)}{T}, & (i, j=1, 2) \end{cases} \quad (4)$$

$P_{21}(\omega) = P_{12}^*(\omega)$, $Q_{21}(\omega) = Q_{12}^*(\omega)$ を考慮して(3)式より

$$\begin{pmatrix} P_{11}(\omega) & P_{12}(\omega) \\ P_{12}^*(\omega) & P_{22}(\omega) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -G_1(\omega) \\ -G_2(\omega) & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} Q_{11}(\omega) & Q_{12}(\omega) \\ Q_{12}^*(\omega) & Q_{22}(\omega) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -G_2^*(\omega) \\ -G_1^*(\omega) & 1 \end{pmatrix}^{-1} \\ +, = \frac{1}{|1 - G_1 G_2|^2} \begin{pmatrix} Q_{11} + G_1 Q_{12}^* + G_1^* Q_{12} + |G_1|^2 Q_{22}, & G_2^* Q_{11} + Q_{12} + G_1 G_2^* Q_{12}^* + G_1 Q_{22} \\ G_2 Q_{11} + Q_{12}^* + G_1^* G_2 Q_{12} + G_1^* Q_{22}, & |G_2|^2 Q_{11} + G_2^* Q_{12}^* + G_2 Q_{12} + Q_{22} \end{pmatrix} \quad (5)$$

雑音源 $n_1(t)$, $n_2(t)$ が独立な時

$$Q_{12}(\omega) = Q_{12}^*(\omega) = 0 \quad (6)$$

で(5)式は次のように簡単化される。

$$\begin{pmatrix} P_{11} & P_{21} \\ P_{12}^* & P_{22} \end{pmatrix} = \frac{1}{|1 - G_1 G_2|^2} \begin{pmatrix} Q_{11} + |G_1|^2 Q_{22}, & G_2^* Q_{11} + G_1 Q_{22} \\ G_2 Q_{11} + G_1^* Q_{22}, & |G_2|^2 Q_{11} + Q_{22} \end{pmatrix} \quad (5)'$$

(5)式を用いて、内部フィードバック効果を持つ変数間のコヒーレンス関数は次式のように表わされる。

$$\begin{aligned} \gamma_{12}^2(\omega) &= \frac{|P_{12}(\omega)|^2}{P_{11}(\omega) P_{22}(\omega)} \\ &= \frac{|G_2^* Q_{11} + Q_{12} + G_1 G_2^* Q_{12}^* + G_1 Q_{22}|^2}{(Q_{11} + G_1 Q_{12}^* + G_1^* Q_{12} + |G_1|^2 Q_{22})(|G_2|^2 Q_{11} + G_2^* Q_{12}^* + G_2 Q_{12} + Q_{22})} \end{aligned} \quad (7)$$

雑音源が独立な時は、(5)'式より

$$\gamma_{12}^2(\omega) = \frac{|G_2^* Q_{11} + G_1 Q_{22}|^2}{(Q_{11} + |G_1|^2 Q_{22})(|G_2|^2 Q_{11} + Q_{22})} \quad (7)'$$

これ以後のコヒーレンス解析については、雑音源は独立と仮定し(7)'を用いて考察を進める。

2.1 内部フィードバック効果がある場合の入出力間のコヒーレンス関数の性質

議論の展開を容易にするため、余り一般性を害わない範囲内でシステムの特性を限定して解析を進める。即ち、ここでは伝達関数 $G_1(\omega)$, $G_2(\omega)$ を低域戸波特性を持つものとし

$$\begin{cases} G_1(\omega) = \alpha_1(\omega) + j\beta_1(\omega) \\ G_2(\omega) = \alpha_2(\omega) + j\beta_2(\omega) \end{cases} \quad (8)$$

+, 以後必要な場合を除いて、パラメータ ω を省略する。

と表わすと,

$\omega \rightarrow 0$ に対して

$$\beta_1(\omega) \rightarrow 0, \quad \beta_2(\omega) \rightarrow 0 \quad (9)$$

$\omega \rightarrow \infty$ に対して

$$\begin{cases} |G_1(\omega)|^2 = \alpha_1^2 + \beta_1^2 \rightarrow 0 \\ |G_2(\omega)|^2 = \alpha_2^2 + \beta_2^2 \rightarrow 0 \end{cases} \quad (10)$$

(8)を(7)式に代入して次式を得る。

$$\gamma_{12}^2(\omega) = \frac{|G_1|^2 Q_{22}^2 + |G_2|^2 Q_{11}^2 + 2(\alpha_1 \alpha_2 - \beta_1 \beta_2) Q_{11} Q_{22}}{(Q_{11} + |G_1|^2 Q_{22})(|G_2|^2 Q_{11} + Q_{22})} \quad (11)$$

i) $\omega \rightarrow \infty$ の場合

(10)式を考慮して

$$\gamma_{12}^2(\omega) \rightarrow 0 \quad (12)$$

ii) $\omega \rightarrow 0$ の場合

(9)を考慮して

$$\gamma_{12}^2(\omega) \rightarrow \frac{(\alpha_1 Q_{22} + \alpha_2 Q_{11})^2}{(Q_{11} + \alpha_1^2 Q_{22})(\alpha_2^2 Q_{11} + Q_{22})} \geq 0 \quad (13)$$

等号が成立するのは

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = -\frac{Q_{11}}{Q_{22}} \quad (14)$$

の場合で、この時 $G_1(\omega)$ と $G_2(\omega)$ は位相が 180° ずれる。(13)式より

$$1 - \gamma_{12}^2(\sim 0) \approx \frac{(1 - \alpha_1 \alpha_2)^2 Q_{11} Q_{22}}{(Q_{11} + \alpha_1^2 Q_{22})(\alpha_2^2 Q_{11} + Q_{22})} \quad (15)$$

$$\therefore \gamma_{12}^2(\sim 0) < 1 \quad (16)$$

(15)式を変形して

$$(1 - \gamma_{12}^2) \alpha_2^2 Q_{11}^2 + (2 \alpha_1 \alpha_2 - \gamma_{12}^2 - \gamma_{12}^2 \alpha_1^2 \alpha_2^2) Q_{11} Q_{22} + (1 - \gamma_{12}^2) \alpha_1^2 Q_{22}^2 \approx 0$$

$Q_{11}, Q_{22} > 0$ より

$$\begin{aligned} (2 \alpha_1 \alpha_2 - \gamma_{12}^2 - \gamma_{12}^2 \alpha_1^2 \alpha_2^2)^2 - 4(1 - \gamma_{12}^2)^2 \alpha_1^2 \alpha_2^2 = \\ \gamma_{12}^2 (1 - \alpha_1 \alpha_2)^2 \{ \gamma_{12}^2 (1 + \alpha_1 \alpha_2)^2 - 4 \alpha_1 \alpha_2 \} \geq 0 \end{aligned}$$

$$\therefore \gamma_{12}^2(\sim 0) \geq \frac{4 \alpha_1 \alpha_2}{(1 + \alpha_1 \alpha_2)^2} \quad (17)$$

また, $2 \alpha_1 \alpha_2 - \gamma_{12}^2 - \gamma_{12}^2 \alpha_1^2 \alpha_2^2 < 0$ より

$$\gamma_{12}^2(\sim 0) > \frac{2 \alpha_1 \alpha_2}{1 + \alpha_1^2 \alpha_2^2}$$

これは低周波領域で $G_1(\omega)$, $G_2(\omega)$ の位相が同相の時(17)式によって常に成り立つ。

iii) 中間周波数領域

(11)式の分子は

$$\begin{aligned} |G_1|^2 Q_{22}^2 + |G_2|^2 Q_{11}^2 + 2(\alpha_1 \alpha_2 - \beta_1 \beta_2) Q_{11} Q_{22} = \\ (\alpha_1 Q_{22} + \alpha_2 Q_{11})^2 + (\beta_1 Q_{22} - \beta_2 Q_{11})^2 \geq 0 \end{aligned}$$

となり等号が成立するのは $\alpha_1/\alpha_2 = -\beta_1/\beta_2 = Q_{11}/Q_{22}$ の場合である。しかし、この時(8)より、 $G_1(\omega) = -C \cdot G_2(\omega)$ 、(Cは常数)で $G_1(\omega)$ 、 $G_2(\omega)$ は同一構造となり極めて特殊な場合であることがわかる。従って中間周波数領域では通常 $r_{12}^2(\omega) \neq 0$ が成立する。また、同様の議論から $r_{12}^2(\omega) < 1$ となることも容易に確められる。

以上の結果をまとめると、内部フィードバック効果を伴う2変数間のコヒーレンス関数は

- ・高い周波数領域では周波数の増加と共にコヒーレンスが下がる。
- ・低い周波数領域ではコヒーレンスは常に1より小さくなる。さらに $G_1(\omega)$ 、 $G_2(\omega)$ の位相が低周波領域で 180° ずれる場合、コヒーレンスは極めて小さくなる可能性があり原理的には0にもなり得る。
- ・ $G_1(\omega)$ 、 $G_2(\omega)$ の位相が同相の時はコヒーレンスは低周波領域で(17)式を満たす。
- ・中間周波数領域ではコヒーレンスは常に0と1の間の値をとる。

以上の他に特殊な場合として $n_1(t)$ 、 $n_2(t)$ のいずれか一方が無い場合、即ち $Q_{11}(\omega) = 0$ または $Q_{22}(\omega) = 0$ の場合、(11)式より $r_{12}^2(\omega) = 1$ であることが容易にわかる。また $G_1(\omega)$ 、 $G_2(\omega)$ のいずれか一方がゼロの場合 $x_1(t)$ 、 $x_2(\omega)$ の間の関係はオープンループ系となる。

2.2 内部フィードバック効果が無駄時間特性を含む場合のコヒーレンス関数の性質

内部フィードバック効果の特殊な場合として無駄時間特性が存在する場合について考察する。無駄時間の大きさをTとすると $G_2(\omega)$ は次のように表わされる。

$$G_2(\omega) = (\alpha_2 + j\beta_2) e^{-j\omega T} = (\alpha_2 \cos \omega T + \beta_2 \sin \omega T) + j(\beta_2 \cos \omega T - \alpha_2 \sin \omega T) \quad (18)$$

$\alpha_2 + j\beta_2$ はミキシング等の効果を考慮したもので

$$|G_2(\omega)|^2 = \alpha_2^2 + \beta_2^2 \quad (19)$$

となる。(8)、(18)、(19)を(7)式に代入して

$$r_{12}(\omega) = \frac{(\alpha_1^2 + \beta_1^2) Q_{22} + (\alpha_2^2 + \beta_2^2) Q_{11} + 2 \sin(\omega T + \Omega) \cdot Q_{11} Q_{22}}{(Q_{11} + (\alpha_1^2 + \beta_1^2) Q_{22}) ((\alpha_2^2 + \beta_2^2) Q_{11} + Q_{22})} \quad (20)$$

ただし

$$\Omega = \tan^{-1} \{ (\alpha_1 \alpha_2 - \beta_1 \beta_2) / (\alpha_1 \beta_2 + \beta_1 \alpha_2) \}$$

ここで無駄時間Tは伝達関数 $G_1(\omega)$ 、 $G_2(\omega)$ の持つ時定数に比して十分大きいとすると(9)式の関係 considering (20)式は低周波領域で次のように近似できる。

$$r_{12}(\omega) \approx \frac{\alpha_1^2 Q_{11} + \alpha_2^2 Q_{22} + 2 \alpha_1 \alpha_2 \cdot \cos \omega T \cdot Q_{11} Q_{22}}{(Q_{11} + \alpha_1^2 Q_{22}) (\alpha_2^2 Q_{11} + Q_{22})} \quad (21)$$

雑音源のパワースペクトルがバンド幅有限の白色雑音であるとする低周波領域で Q_{11} 、 Q_{22} は共に一定値と見なせるから、(21)式は $\cos \omega T$ の変動に従って $2\pi/T$ の周期変動をする。 $G_1(\omega)$ 、 $G_2(\omega)$ が同相の時、即ち $\alpha_1 \alpha_2 > 0$ の時

$$\omega_m = \frac{(2m-1)\pi}{T}, \quad (\text{rad}), \quad \text{あるいは} \quad f_m = \frac{2m-1}{2T}, \quad (\text{Hz}) \quad (22)$$

$$m = 1, 2, 3, \dots$$

で極小値をとる。また $G_1(\omega)$, $G_2(\omega)$ の位相が 180° ずれている時、即ち $\alpha_1 \alpha_2 < 0$ の時は

$$\omega_m = \frac{2m\pi}{T}, \quad (\text{rad}) \quad \text{あるいは} \quad f_m = \frac{m}{T}, \quad (\text{Hz}) \quad (23)$$

で極小値をとる。さらにコヒーレンス関数の周期変動の振幅は $\alpha_1 \alpha_2 Q_{11} Q_{22}$ に比例する。

次に周波数が高くなると(20)式において Ω の項がきいて来るので $r_{12}(\omega)$ の周期性は周波数の増大と共にくずれる。

2.3 内部フィードバック効果の存在を実験的に識別する方法

前の2節では内部フィードバック効果が介在する場合のコヒーレンスの性質について考察した。しかし、これらの性質は原理的には伝達関数と雑音特性の適当な組合わせのもとでオープンループ系においても見られるものである。従って、考察しているシステムがオープンループ系、フィードバック系のいずれから成るものであるか、実験的に明らかにすることが必要となる。従来フィードバック系の存在を評価する方法の一つとしてノイズ寄与率解析が用いられて来た。この方法はある変数の変動を直接引起している雑音源のパワースペクトルが別の変数のパワースペクトルに寄与する程度 (Fig.2 の場合 Q_{11} の P_{22} への、あるいは Q_{22} の P_{11} への寄与の程度) を AR (自己回帰) 法を用いて評価するものであるが、以下ではこのノイズ寄与率とコヒーレンス関数の関係を明らかにすると同時に両者の相互比較を通じて変数間のフィードバック効果の存在を評価できる事を示す。

Fig.2 で示したシステムをインパルス応答の重み系列 $\{g_1(m)\}$, $\{g_2(m)\}$, ($m=1,2,\dots$) を用いて書くと

$$\begin{cases} x_1(k) = \sum_{m=1}^{M_1} g_1(m) x_2(k-m) + n_1(k) \\ x_2(k) = \sum_{m=1}^{M_2} g_2(m) x_1(k-m) + n_2(k) \end{cases} \quad (24)$$

ここで雑音源 $n_1(k)$, $n_2(k)$ の特性を AR 表現で与え

$$\begin{cases} n_1(k) = \sum_{\ell=1}^{L_1} a_{11}(\ell) n_1(k-\ell) + e_1(k) \\ n_2(k) = \sum_{\ell=1}^{L_2} a_{22}(\ell) n_2(k-\ell) + e_2(k) \end{cases} \quad (25)$$

とする。 $e_1(k)$, $e_2(k)$ は平均値ゼロの相互に独立な白色ガウス雑音でその分散は

$$\begin{cases} E\{e_1^2(k)\} = \sigma_{11} \\ E\{e_2^2(k)\} = \sigma_{22} \end{cases} \quad (26)$$

であるとする。(24), (25)の第一式より

$$\begin{aligned} x_1(k) - \sum_{\ell=1}^{L_1} a_{11}(\ell) x_1(k-\ell) &= \sum_{m=1}^{M_1} g_1(m) \left\{ x_2(k-m) - \sum_{\ell=1}^{L_1} a_{11}(\ell) x_2(k-m-\ell) \right\} \\ &\quad + n_1(k) - \sum_{\ell=1}^{L_1} a_{11}(\ell) n_1(k-\ell) \\ \therefore x_1(k) &= \sum_{\ell=1}^{L_1} a_{11}(\ell) x_1(k-\ell) + \sum_{m=1}^{L_1+M_1} a_{12}(m) x_2(k-m) + e_1(k) \end{aligned} \quad (27)$$

同様に第2式より

$$x_2(k) = \sum_{\ell=1}^{L_2} a_{22}(\ell) x_2(k-\ell) + \sum_{m=1}^{L_2+M_2} a_{21}(m) x_1(k-m) + e_2(k) \quad (28)$$

ただし, $i, j = 1, 2$ に対して

$$\begin{cases} a_{ij}(1) = g_i(1) \\ a_{ij}(m) = -\sum_{\ell=0}^{m-1} a_{ii}(\ell) g_i(m-\ell), \quad (m=2, 3, \dots, M_i+L_i) \\ a_{ii}(0) = -1, \quad a_{ii}(\ell) = 0 \quad (\ell > L_i) \end{cases} \quad (29)$$

ここで L_1+M_1 , L_2+M_2 のうち大きい方を M として (27), (28) 式をまとめて書くと次の $A R$ 表現式を得る。

$$\mathbf{X}(k) = \sum_{m=1}^M A(m) \mathbf{X}(k-m) + \mathbf{E}(k) \quad (30)$$

ただし

$$\mathbf{X}(k) = \begin{pmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{E}(k) = \begin{pmatrix} e_1(k) \\ e_2(k) \end{pmatrix}, \quad A(m) = \begin{pmatrix} a_{11}(m) & a_{12}(m) \\ a_{21}(m) & a_{22}(m) \end{pmatrix}$$

である。(30) 式を用いて $\mathbf{E}(k) \mathbf{E}(k-\ell)^T$ の期待値を計算すると

$$R_{EE}(\ell) = \sum_{m_1=0}^M \sum_{m_2=0}^M A(m_1) R_{XX}(\ell+m_2-m_1) A(m_2)^T \quad (31)$$

ただし, $R_{EE}(\ell)$, $R_{XX}(\ell)$ は $\mathbf{E}(k)$, $\mathbf{X}(k)$ の共分散関数を表わし $A(0) = -I$ とする。(31) 式をフーリエ変換して

$$\Sigma = A(\omega) P_{XX}(\omega) A^*(\omega)^T$$

が得られる。

$$\therefore P_{XX}(\omega) = (A(\omega))^{-1} \cdot \Sigma \cdot ((A^*(\omega)^T)^{-1}) \quad (32)$$

ただし

$$P_{XX}(\omega) = \sum_{\ell=-\infty}^{\infty} R_{XX}(\ell) \exp(-i\omega\ell), \quad (-\pi \leq \omega \leq \pi) \quad (33)$$

$$A(\omega) = \sum_{m=0}^M A(m) \exp(-i\omega m) = -I + \sum_{m=1}^M A(m) \exp(-i\omega m) \quad (34)$$

で Σ は $\mathbf{E}(k)$ の共分散マトリックスで各要素との関係は

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & 0 \\ 0 & \sigma_{22} \end{pmatrix} \quad (35)$$

となっている。ここで $P_{XX}(\omega)$ および $A(\omega)$ の (i, j) 要素をそれぞれ $P_{ij}(\omega)$, $a_{ij}(\omega)$ とし (32) 式を各要素毎に書くと次式のようになる。(ただし, ω を省略)

$$\begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{pmatrix} = \frac{1}{|a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}|^2} \begin{pmatrix} |a_{22}|^2\sigma_{11} + |a_{12}|^2\sigma_{22} & -a_{22}a_{21}^*\sigma_{11} - a_{12}a_{11}^*\sigma_{22} \\ -a_{21}a_{22}^*\sigma_{11} - a_{11}a_{12}^*\sigma_{22} & |a_{21}|^2\sigma_{11} + |a_{11}|^2\sigma_{22} \end{pmatrix} \quad (36)$$

パワースペクトル P_{11} , P_{22} に対して

$$\begin{cases} q_{11}(\omega) = \frac{|a_{22}|^2\sigma_{11}}{|a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}|^2} \\ q_{12}(\omega) = \frac{|a_{12}|^2\sigma_{22}}{|a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}|^2} \\ q_{21}(\omega) = \frac{|a_{21}|^2\sigma_{11}}{|a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}|^2} \\ q_{22}(\omega) = \frac{|a_{11}|^2\sigma_{22}}{|a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}|^2} \end{cases} \quad (37)$$

と定義すると

$$\begin{cases} \Gamma_{11}(\omega) = \frac{q_{11}(\omega)}{P_{11}(\omega)} = \frac{|a_{22}|^2 \sigma_{11}}{|a_{22}|^2 \sigma_{11} + |a_{12}|^2 \sigma_{22}} \\ \Gamma_{12}(\omega) = \frac{q_{12}(\omega)}{P_{11}(\omega)} = \frac{|a_{12}|^2 \sigma_{22}}{|a_{22}|^2 \sigma_{11} + |a_{12}|^2 \sigma_{22}} \end{cases} \quad (38)$$

はパワースペクトル $P_{11}(\omega)$ に対する雑音源 $n_1(k)$, $n_2(k)$ のそれぞれのソースパワー σ_{11}^2 , σ_{22}^2 の相対的な影響度を与えることがわかる。そこで, $\Gamma_{11}(\omega)$, $\Gamma_{12}(\omega)$ を $P_{11}(\omega)$ に対するノイズ寄与率と呼ぶことにすると, 同様にして

$$\begin{cases} \Gamma_{21}(\omega) = \frac{q_{21}(\omega)}{P_{22}(\omega)} = \frac{|a_{21}|^2 \sigma_{11}}{|a_{21}|^2 \sigma_{11} + |a_{11}|^2 \sigma_{22}} \\ \Gamma_{22}(\omega) = \frac{q_{22}(\omega)}{P_{22}(\omega)} = \frac{|a_{11}|^2 \sigma_{22}}{|a_{21}|^2 \sigma_{11} + |a_{11}|^2 \sigma_{22}} \end{cases} \quad (38)'$$

は $P_{22}(\omega)$ に対するノイズ寄与率を表わす。

AR法をもとにしたノイズ寄与率解析は赤池⁽⁸⁾によって導入されたもので, 今日までに出力炉雑音解析のいくつかの問題に有効に応用されている。^{(9)~(12)} 以下ではコヒーレンス関数(7)とノイズ寄与率関数(38), (38')の関係をさらに考察する。

34式, $A(\omega)$ の (i, j) 要素を $a_{ij}(\omega)$ としフーリエ変換における重畳定理を用いると(29)式の周波数領域での表現式

$$a_{ij}(\omega) = -a_{ii}(\omega) G_i(\omega) \quad (39)$$

を得る。ただし $G_i(\omega)$, ($i=1, 2$) は(1)式で用いた伝達関数でインパルス応答とは

$$G_i(\omega) = \sum_{m=0}^{\infty} g_i(m) \exp(-i\omega m) \quad (40)$$

の関係にある。

また, (25)式に対して(30)~(32)式と同様な手順で変換操作をほどこすと雑音源 $n_i(k)$ のパワースペクトル

$$Q_{ii}(\omega) = \frac{\sigma_{ii}}{|a_{ii}(\omega)|^2} \quad (41)$$

を得る。(39), (41)式を(38), (38')に代入すると

$$\begin{cases} \Gamma_{11}(\omega) = \frac{Q_{11}}{Q_{11} + |G_1|^2 Q_{22}} \\ \Gamma_{12}(\omega) = \frac{|G_1|^2 Q_{22}}{Q_{11} + |G_1|^2 Q_{22}} \\ \Gamma_{21}(\omega) = \frac{|G_2|^2 Q_{11}}{|G_2|^2 Q_{11} + Q_{22}} \\ \Gamma_{22}(\omega) = \frac{Q_{22}}{|G_2|^2 Q_{11} + Q_{22}} \end{cases} \quad (42)$$

と表わされる。従って, ノイズ寄与率はパワースペクトル $P_{11}(\omega)$, $P_{22}(\omega)$ に対する雑音源 $n_1(k)$, $n_2(k)$ のパワースペクトル $Q_{11}(\omega)$, $Q_{22}(\omega)$ の相対的な寄与の程度を表わすことがわかる。

(7)と(42)を比較すると通常(42)式のノイズ寄与率 $\Gamma_{ij}(\omega)$ はいずれもコヒーレンス関数(7)'と一致せず, 両者が一致するのは次の2つの場合だけであることが容易にわかる。

i) $G_1(\omega)$, $G_2(\omega)$ のいずれか一方がゼロの場合

この時, $x_1(k)$ と $x_2(k)$ の関係はオープンループ系となり, 例えば $G_1(\omega) = 0$ とすると

$$\begin{cases} r_{12}^2(\omega) = \frac{|G_2|^2 Q_{11}}{|G_2|^2 Q_{11} + Q_{22}} = \Gamma_{21}(\omega) \\ \Gamma_{12}(\omega) = 0 \\ \Gamma_{11}(\omega) = 1 \end{cases} \quad (43)$$

となりノイズ寄与率の1つとコヒーレンス関数は完全に一致する。 $G_2(\omega) = 0$ とした場合も同様にして $r_{12}^2(\omega) = \Gamma_{12}(\omega)$ を得る。従って、システムがオープンループ系の場合コヒーレンス関数はノイズ寄与率、 $\Gamma_{12}(\omega)$ または $\Gamma_{21}(\omega)$ のいずれか一方と一致し、他方はゼロとなる。さらに $\Gamma_{12}(\omega)$ 、 $\Gamma_{21}(\omega)$ の評価を通じて $x_1(k)$ 、 $x_2(k)$ の間の信号の流れに関する因果律も明らかにできる。

ii) $Q_{11}(\omega)$ 、 $Q_{22}(\omega)$ のいずれか一方がゼロの場合

例えば $Q_{11}(\omega) = 0$ の時

$$\begin{cases} r_{12}^2(\omega) = \Gamma_{12}(\omega) = \Gamma_{22}(\omega) = 1 \\ \Gamma_{11}(\omega) = \Gamma_{21}(\omega) = 0 \end{cases} \quad (44)$$

となる。しかし、この場合コヒーレンス関数はシステムの特性に关系なく1となり1)の場合とは区別して評価することができる。さらにこの場合、後述するように雑音源の性質を実験的に評価することによって $Q_{11}(\omega) = 0$ を明らかにすることができる。

以上の結果をまとめると

- 。システムがオープンループ系の場合に限り、ノイズ寄与率 $\Gamma_{12}(\omega)$ または $\Gamma_{21}(\omega)$ のいずれか一方とコヒーレンス $r_{12}(\omega)$ は一致し、他方はゼロになる。また $\Gamma_{12}(\omega)$ と $\Gamma_{21}(\omega)$ の相互比較を通じて変数 $x_1(k)$ と $x_2(k)$ の間の信号の流れに関する方向付けが可能となる。
- 。システムがフィードバック系を構成する場合、コヒーレンスはノイズ寄与率のいずれとも一致しない。

従って、2.1、2.2で考察したコヒーレンス関数の特徴がフィードバック効果としてもたらされたものかどうかについては、それをノイズ寄与率計算結果と比較評価することにより明らかにすることができる。

2.4 雑音源の独立性に関する検定法

以上の解析を遂行する上で残された問題として、雑音源 $n_1(k)$ と $n_2(k)$ の間の独立性の検定がある。ノイズ寄与率解析は雑音源が独立な場合にのみ妥当性を持つものであるからその検定は十分慎重に行うことが必要である。ここでは雑音源の独立性についての十分条件とその検定法に関し2変数の場合に限って詳細に検討する。

検定の中で今まで最も一般的に行われて来た方法は

M-1: ARモデリングによって得られた雑音源のソース項($e_1(k)$ 、 $e_2(k)$)の共分散をチェックする方法

で共分散マトリックスの推定値を新たに Σ とした時、その各要素に対し

$$\varepsilon = \sigma_{12} / \sqrt{\sigma_{11} \sigma_{22}} \quad (45)$$

を計算し ϵ が1に対して十分小さい時2つの雑音源を独立と見なして来た。しかし、この方法だけに頼って雑音源の独立性をチェックすると、後で述べるように時として誤った結論に到達することがあるので注意を要する。

雑音源の独立性に関するもう一つの評価法として北村らは新たな方法⁽¹⁰⁾

M-2: 推定された共分散マトリックスの直交変換によって得られる仮想的な雑音源から見た時のノイズ寄与率を計算し、これと σ_{12} を無視して(38), (38')を用いて計算したノイズ寄与率との間に余り大きな差が生じなければ雑音源を独立と見なす。

を提案している。ここでの問題点は直交変換して求めたノイズ寄与率の持つ意味、さらには2種類のノイズ寄与率を比較することの意味がはっきりしない点にあった。

以下では雑音源の独立性に関する上記の議論を楕円の主軸変換という観点から見なおし、それぞれの方法の持つ意味を明らかにし、さらに(46)に加えて新たな検定法を提案する。

共分散マトリックスの直交変換とノイズ寄与率表現

Σ に対する直交マトリックスをBとすると

$$\Sigma = B^T R B \quad (46)$$

と書ける。ここでRは対角要素のみに値を持ち各要素の値は固有値から構成される。ここで各マトリックスの要素は

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \quad R = \begin{pmatrix} \delta_{11} & 0 \\ 0 & \delta_{22} \end{pmatrix} \quad (47)$$

となりこれらを(46)式に代入すると次の関係式を得る。

$$\tan 2\theta = \frac{2\sigma_{12}}{\sigma_{11} - \sigma_{22}} \quad (48)$$

(46), (47), (48)より

$$P_{XX}(\omega) = (B \cdot A(\omega))^{-1} R ((B \cdot A(\omega))^*)^T$$

となり

$$C(\omega) = B \cdot A(\omega) \quad (49)$$

とすると

$$P_{XX}(\omega) = C(\omega)^{-1} R (C^*(\omega)^T)^{-1} \quad (50)$$

を得る。 $C(\omega)$ の(i, j)要素を $C_{ij}(\omega)$ とすると $P_{XX}(\omega)$ の各要素は(49)式において $a_{ij}(\omega)$ の代りに $C_{ij}(\omega)$ を σ_{ij} の代りに δ_{ij} をそれぞれ代入したものになる。従って(50)式をもとにしたノイズ寄与率を $\Gamma'_{ij}(\omega)$ とすると次の一組の式を得る。

$$\left\{ \begin{aligned} \Gamma'_{11}(\omega) &= \frac{|C_{22}|^2 \delta_{11}}{|C_{22}|^2 \delta_{11} + |C_{12}|^2 \delta_{22}} \\ \Gamma'_{12}(\omega) &= \frac{|C_{12}|^2 \delta_{22}}{|C_{22}|^2 \delta_{11} + |C_{12}|^2 \delta_{22}} \\ \Gamma'_{21}(\omega) &= \frac{|C_{21}|^2 \delta_{11}}{|C_{21}|^2 \delta_{11} + |C_{11}|^2 \delta_{22}} \\ \Gamma'_{22}(\omega) &= \frac{|C_{11}|^2 \delta_{22}}{|C_{21}|^2 \delta_{11} + |C_{11}|^2 \delta_{22}} \end{aligned} \right. \quad (51)$$

ここで、(38), (38)'式を用いたノイズ寄与率計算では同定されたARモデルの係数を用い(47)の共分散マトリックスの非対角要素 σ_{12} をゼロと見なして $\Gamma_{ij}(\omega)$ を求めている。また、(38), (38)'式と(51)式を比較すると(51)式の寄与率計算では雑音源のパワーとして σ_{ij} の代りにそれに対応した固有値を、またARモデルの係数 $a_{ij}(\omega)$ の代りにこれを直交マトリックスBを用いて一次変換した値 $C_{ij}(\omega)$ を使用している。従って[M-2]の方法において $\Gamma_{ij}(\omega)$ と $\Gamma'_{ij}(\omega)$ がほぼ等しくなるためには $\sigma_{ii} \approx \delta_{ii}$ ($i=1, 2$)であると同時に $|a_{ij}(\omega)| \approx |C_{ij}(\omega)|$, ($i, j=1, 2$)でなければならない。ここで後者が成立するのは(49)の一次変換に対して $A(\omega)$ と $C(\omega)$ の各要素の絶対値が不変な場合で、これを満足する θ は $\theta \sim 0$ あるいは $\theta \sim 45^\circ$ の2つある。

楕円の主軸回転から見た2つの寄与率 $\Gamma_{ij}(\omega)$ と $\Gamma'_{ij}(\omega)$ の関係

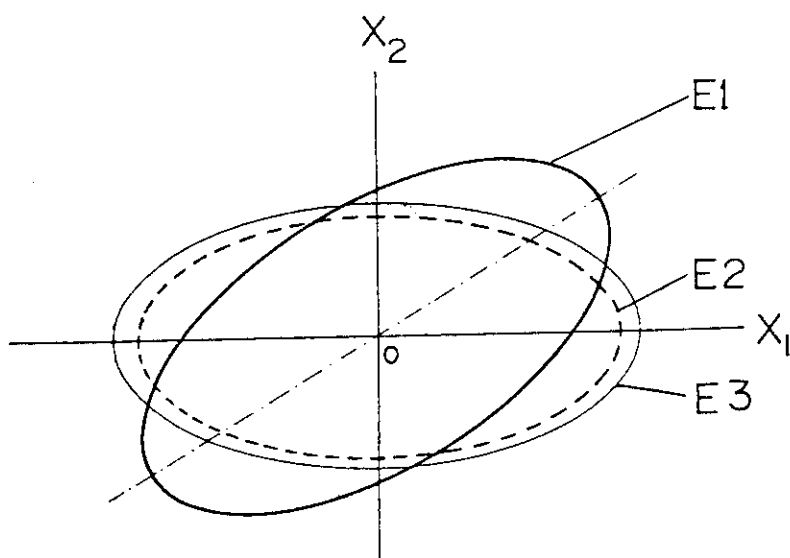


Fig.3 Interpretation of a method for checking independency of the noise sources in a dynamic system using a concept of transformation to principal axis of an ellipsoid. E1 expresses the ellipsoid determined by the covariance matrix of noise source terms in an identified AR model. E2 and E3 are ellipsoids obtained from E1 by neglecting nondiagonal element in the covariance matrix and by the transformation to principal axis, respectively.

Fig.3 における楕円E1を

$$\begin{aligned} J &= \sigma_{11} x_1^2 + 2\sigma_{12} x_1 x_2 + \sigma_{22} x_2^2 \\ &= (x_1, x_2) \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \mathbf{X}^T \Sigma \mathbf{X} \end{aligned} \quad (52)$$

とする。ただし $\mathbf{X} = (x_1, x_2)^T$ である。ここでマトリックス Σ は先に述べた雑音源の共分散マトリックスと全く等価なもので、正定値マトリックスであり、 $\sigma_{12}=0$ 即ち雑音源が独立な時楕円の主軸は (x_1, x_2) 軸と一致し、 $\sigma_{12} \neq 0$ で雑音源が独立でない時楕円の主軸は (x_1, x_2) 軸を θ だけ回転させた場合と一致している。

(52)において σ_{12} を無視した場合の楕円

$$J' = \sigma_{11} x_1^2 + \sigma_{22} x_2^2 \quad (53)$$

を得る。この時 δ_{12} , δ_{22} はマトリックス Σ の固有値になっている

$$\begin{vmatrix} \lambda - \sigma_{11} & -\sigma_{12} \\ -\sigma_{12} & \lambda - \sigma_{22} \end{vmatrix} = \lambda^2 - (\sigma_{11} + \sigma_{22})\lambda + \sigma_{11}\sigma_{22} - \sigma_{12}^2 = 0 \quad (55)$$

の根である。従って次の関係式が成立する。

$$\begin{cases} \delta_{11} + \delta_{22} = \sigma_{11} + \sigma_{22} \\ \delta_{11}\delta_{22} = \sigma_{11}\sigma_{22} - \sigma_{12}^2 = \sigma_{11}\sigma_{22}\left(1 - \frac{\sigma_{12}^2}{\sigma_{11}\sigma_{22}}\right) = \sigma_{11}\sigma_{22}(1 - \varepsilon^2) \end{cases} \quad (56)$$

ただし、 ε は(45)式で与えられる。

楕円 E 1 から E 3 への主軸回転を可能にする変換マトリックスは(47)の B で与えられ、回転角 θ は(48)式を満たす。即ち、 $\mathbf{X}' = (x'_1, x'_2)^T$ とすると

$$\mathbf{X}' = \mathbf{B} \mathbf{X} \quad (57)$$

が成立している。

ノイズ寄与率計算における $\Gamma_{ij}(\omega)$ と $\Gamma'_{ij}(\omega)$ の関係を上記の楕円の主軸回転という観点から見ると次のように解釈できる。

- i) ノイズ寄与率計算 $\Gamma_{ij}(\omega)$ では σ_{12} を無視しているから楕円 E 1 が E 2 と実質的に等価であると見なせることを要求している。そのためには $\mathbf{J} \approx \mathbf{J}'$ でなければならないが、これは E 1 と E 2 の間で相対する固有値がそれぞれ等しければ満たされる。2つの楕円の間で固有値がほぼ等しくなるための条件は(45), (56)より $|\varepsilon|$ が 1 に比べてはるかに小さいことである。

〔M-1〕の方法において $|\varepsilon|$ をチェックするのは以上の理由によるものである。

- ii) ノイズ寄与率計算 $\Gamma'_{ij}(\omega)$ では雑音源の共分散マトリックスを直交変換しているから楕円 E 1 を E 3 に回転して評価していることになる。従って雑音源の独立性の評価にあたって $\Gamma_{ij}(\omega)$ と $\Gamma'_{ij}(\omega)$ を比較する〔M-2〕の方法は楕円の上では E 2 と E 3 がほぼ同一かどうかを評価していることに相等する。両者が等しければ E 1 と E 3 の固有値が等しいことから E 2 と E 3 の固有値も等しいことになり、(56)式において $|\varepsilon| \ll 1$ が満たされていることを意味する。

ノイズ寄与率解析の妥当性に関するもう一つの評価法

上記の議論からも明らかなように〔M-1〕の方法では $|\varepsilon|$ が 1 に比して十分小さければ σ_{12} を無視しても固有値が不変、従ってパワースペクトルの計算結果も不変という観点からノイズ寄与率解析の妥当性について評価して来た。しかしこの方法では固有値の間の相対的な大きさの違いによってもたらされるノイズ寄与率計算結果への影響が考慮されておらず解析結果の妥当性を評価する上で注意を要する。

ここで〔M-1〕の方法が問題となる具体例を示す。Fig. 4 は $\sigma_{11} = 1.0$ 、直交変換における回転角 θ (47式) を $\theta = 5^\circ$ と固定した時 σ_{22} の値を変数として ε をプロットしたものである。図から明らかなように、一次変換における回転角が等しくても σ_{11} と σ_{22} の相対的な値によって ε は大きく変化することがわかる。今、ノイズ寄与率解析の妥当性を評価するための閾値を $\varepsilon = 0.1$ とすると同一の回転角 θ に対して $\sigma_{22} < 0.6$ では棄却されてしまう。このことは ε の値だけで雑音源の独立性を評価する場合、棄却域を固定的に与えるのは問題であることを示唆している。事実、計算機によるシミュレーションスタディを行うと σ_{11} と σ_{22} の差がある程度以上大きくな

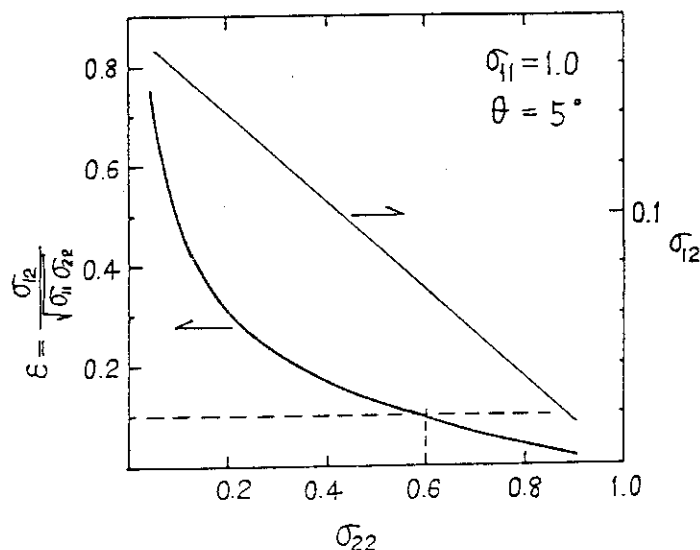


Fig.4 Value of ϵ as a function of σ_{22} while keeping σ_{11} and θ to be constant.

ると雑音源が独立である無しにかかわらずすべて棄却されてしまい、ノイズ寄与率解析が無効であるという結論を得る。

そこで ϵ がある閾値を越えた場合でも (48) 式より計算される θ が十分小さければ雑音源の独立性の仮定を認めることにすると、実用上解析の幅をさらに広げることができる。(48) より評価指数として次式を用いることにする。

$$|\theta| = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left| \frac{2\sigma_{12}}{\sigma_{11} - \sigma_{22}} \right| < \theta_0 \quad (58)$$

(θ_0 はあらかじめ与えられた閾値)

以上の考察より、雑音源の独立性に関して次の評価法を得る。

M-3 : 最初に $|\epsilon| < \epsilon_0$ かどうかをチェックし、もしこれが満たされていない場合でも $|\theta| < \theta_0$ であれば雑音源は実質的に独立と見なす

今、[M-2] の方法を [M-3] の観点から見ると (4) の考察で述べているように $\Gamma_{ij}(\omega)$ と $\Gamma_{ij}^*(\omega)$ がほぼ等しい時は共分散マトリックスの非対角項を無視しても固有値はほとんど変わらず、主軸回転角は $\theta \sim 0^\circ$ (あるいは $\theta \sim 45^\circ$)⁺ を評価していることになるので [M-2] と [M-3] はほぼ等価であると考えられる。しかし、一般の多次元システムにおいては [M-1] および [M-3] の方法はもはや妥当を持たない。この点 [M-2] の方法は共分散マトリックスの直交変換という新たな計算を必要とするが、一般の多次元システムにもそのまま使うことができる。

+ ; $\theta = 45^\circ$ の時は $\sigma_{11} = \sigma_{22}$ で、固有値は $\sigma_{11} + \sigma_{12}$, $\sigma_{11} - \sigma_{12}$ となり、 $\epsilon = \sigma_{12}/\sigma_{11}$ より ϵ が十分小さければ固有値の不変性が言える。

3. シミュレーションスタディ

2章で述べた理論的考察結果を実験的に検証し、それが成立する範囲をいくつかの重要と思われるパラメータに対してチェックするためにハイブリッド計算機によるシミュレーションスタディをおこなった。Fig. 2に対応したシステムモデルはハイブリッド計算機のアナログ部を用いて構成し、雑音源としてはこの計算機が内蔵しているノイズ発生器の出力を適当な周波数で低域通過波して用いた。シミュレーションデータはA/D変換器を通してサンプリングしデジタル計算機ディスクファイルに一旦ストアし、用意されている計算コードを用いてデータ処理した。

3.1 フィードバック効果が低域通過特性から成る場合のコヒーレンス解析

Fig. 5にシミュレーションスタディに用いたシステムモデルの構成を示す。 x_1 , x_2 間の相互の伝達特性は

$$G_1(s) = \frac{K_1}{Ts + 1}, \quad G_2(s) = \frac{\omega_n^2 K_2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (59)$$

$T=1.25(\text{sec})$, $K_1=1$, $\zeta=0.4$, $\omega_n=2(\text{rad})$, $K_2=1$ としている。図中P1~P4は可変のポテンショメーターでこれを用いてパラメータスタディをおこなう。

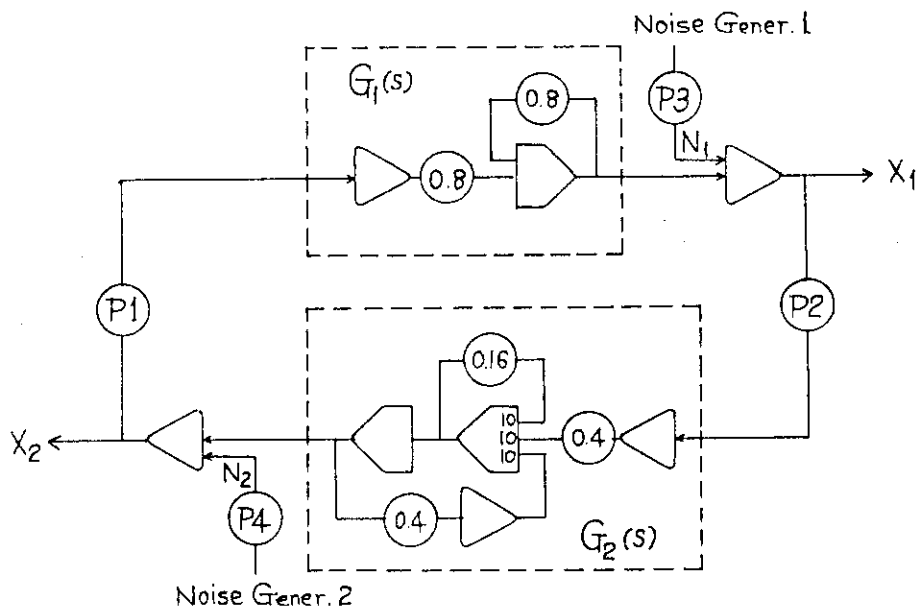


Fig.5 Sketch of analog circuit of the dynamics model used for simulation study.

i) 内部フィードバック効果のある場合とない場合の比較

ここではフィードバック効果を伴う場合として、 $P1 = P2 = 1.0$ とした時の結果を示す。Fig 6-(a)は x_1 , x_2 のパワースペクトルを、また同図(b)はこのシステムに加わって

いる雑音源のパワースペクトルをそれぞれ示している。二つの雑音源は同一の雑音発生器から得られる信号を重複しないような二つの時間区間に分け、これを一旦アナログデータレコーダに録音したものを再生して用いている。従って両者は全く同一の特性を持ちしかも独立である。そのため、(b) で二つのパワースペクトルはほぼ一致したものになっている。(a) の二つのパワースペクトルにおいて ~ 0.2 Hz付近に鋭いスペクトルピークが見られるが、これは(b)との比較から容易にわかるように変数 x_1 、 x_2 間の動的相互作用によって生じたものである。同図(c)には二変数間のコヒーレンスおよびノイズ寄与率計算結果が示されている。両者の間に著しい差が見られる。また周波数が下がるにつれて変数相互間のノイズ寄与率が高くなりほぼ一定値に落ち着くのに比してコヒーレンスは 0.2 Hz付近で高くなり低周波領域で再び下がっているのが目につく。同図(d)、(e)はモデル同定を通じて得られた $G_1(\omega)$ 、 $G_2(\omega)$ の推定結果で低周波領域では(59)式の特性をよく反映していることがわかる。同定されたモデル、あるいはFig. 5のシミュレーションの回路図からも明らかなように $G_1(\omega)$ 、 $G_2(\omega)$ は低周波領域で位相が 180° ずれている。従って2.1で展開した理論的考察から明らかなように、ここに見られるコヒーレンスのパターンはフィードバック効果を伴うシステムのそれとしてとらえるべきのものであることがわかる。従来コヒーレンス解析に関してはその値が1より小さい時、その程度に応じて考察している2変数間に外部雑音あるいは非線型性等が介在していると評価される傾向があった。しかし、本解析結果が示すようにコヒーレンスの低下はシステムの内部フィードバック効果によっても生ずる。このことを念頭に置いてコヒーレンス解析を進めることは結果の解釈において極めて重要である。

Fig. 7はフィードバック効果の無い場合の結果で、(a)はそれぞれの変数のパワースペクトルを(b)はこれに対応したコヒーレンスとノイズ寄与率を示している。ここではコヒーレンスと x_1 から x_2 へのノイズ寄与率はほぼ一致していて2.3の理論的考察結果の正しいことがわかる。即ち、2変数間がオープンループ系を構成する時コヒーレンスとノイズ寄与率は一致する。

Fig. 8は上記と同様システムがオープンループ系であるが雑音 N_2 の特性が低域特性のみを持つ場合についてコヒーレンスとノイズ寄与率を評価した結果である。ここではコヒーレンスのパターンはFig. 6と同様に低周波領域で下がっているが、これがノイズ寄与率のパターンとほぼ一致していることから、システムはオープンループ系でしかもコヒーレンスの低下は外部雑音の特性によるものであると解釈できる。

以上典型的な3つの例についてコヒーレンスとノイズ寄与率の比較を通じてコヒーレンスのパターンとシステムの構造(オープンループ系かフィードバック系か)との関係について議論して来た。本シミュレーション結果は2章で展開した理論的考察が基本的に正しく、実データの解析でも有効であることを示唆している。

ii) フィードバックゲインが異なる場合の比較

Fig. 9-(a)~(c)は $P_2=1$ 、 $P_1=0.2$ 、 0.6 、 0.8 と変えた場合のコヒーレンスおよびノイズ寄与率の計算結果を示している。各図を比較するとフィードバック効果による変数間の相互作用が強くなるにつれてコヒーレンスとノイズ寄与率の間の差が大きくなっていることがわかる。

Fig. 10 では $P_1 = 0.6$, $P_2 = 0.2$ とした時, 即ちフィードバックゲインの値がいずれも 1 より小さい場合の結果を示している。フィードバックゲインが小さいために各変数の変動はその変数固有の雑音源の影響を強く受け, そのためコヒーレンス, ノイズ寄与率共に低くなる。しかし, コヒーレンスのパターンはノイズ寄与率のそれとはっきり異なり, 内部フィードバック効果が作用していることを示唆している。

iii) 雑音源のパワーが異なる場合

雑音源のパワーが異なる場合, 内部フィードバック効果を伴うシステムのコヒーレンスがどのようなパターンを示すか評価するため, Fig. 5 に示されているモデルの中の係数, P_3 , P_4 を変えてケーススタディをおこなった。Fig. 11 (a)~(c) は $P_3 = 1.0$, $P_4 = 0.6, 0.4, 0.1$ と変えた時の結果をそれぞれ示している。 P_4 の値, 従って X_2 の雑音源 N_2 のパワーが小さくなるにつれて対応したノイズ寄与率 Γ_{12} が小さくなり逆に他の雑音源による寄与率 Γ_{21} は 1 に近くなっていくことがわかる。さらに $P_4 = 0.1$ で雑音源のパワーが実質的に 0 に近い場合, 同図 (c) に見られるようにノイズ寄与率 Γ_{21} およびコヒーレンス γ_{12}^2 共に低周波領域で 1 に近い値をとることがわかる。観測雑音の効果については後述するがその効果が無視できる場合, 2.3 の理論的考察結果は妥当なものであることがわかる。ここで注意すべきこととして, (42) 式に示されているノイズ寄与率に対する雑音源のパワースペクトル Q_{11} , Q_{22} の効果について考察しておく必要がある。式から明らかなように雑音源 N_1 のパワーが倍になった時, 即ち Q_{11} のレベルが倍になった時とオープンループ系伝達関数 G_1 のゲインが倍になった時の効果は等しい。従ってコヒーレンスとノイズ寄与率の差が著しい時, それがシステムのフィードバックゲインの強さに依存したものかそれとも雑音源のパワーに依存したものかについてはさらに新たに考察を深めることが必要となる。これに対する一つの方法としてノイズ寄与率関数に加えて信号寄与率という新たな関数を定義し, これとノイズ寄与率との比較評価を通じて解析を行なう方法が筆者によって提案されている。⁽¹⁴⁾ その手法の詳細については文献 (15) に示されている。

3.2 無駄時間特性を持つフィードバック効果がある場合のコヒーレンス解析

Fig. 12 にシミュレーションスタディで用いたシステムのブロック図を示す。 $G_1(\omega)$ は入力 X_2 から出力 X_1 への伝達関数を表す。 X_1 から X_2 へのフィードバックループ特性は T 秒の無駄時間特性, $e^{-j\omega T}$ とミキシング効果等を含む $G_2(\omega)$ から成立っている。 $G_1(\omega), G_2(\omega)$ および雑音源の項はバイブリッド計算機のアナログ部を, また無駄時間特性はデジタル部を用いてつくられている。図中 P_1 , P_2 および P_3 , P_4 は各伝達関数および雑音源パワーのゲインを調節するためのパラメータである。

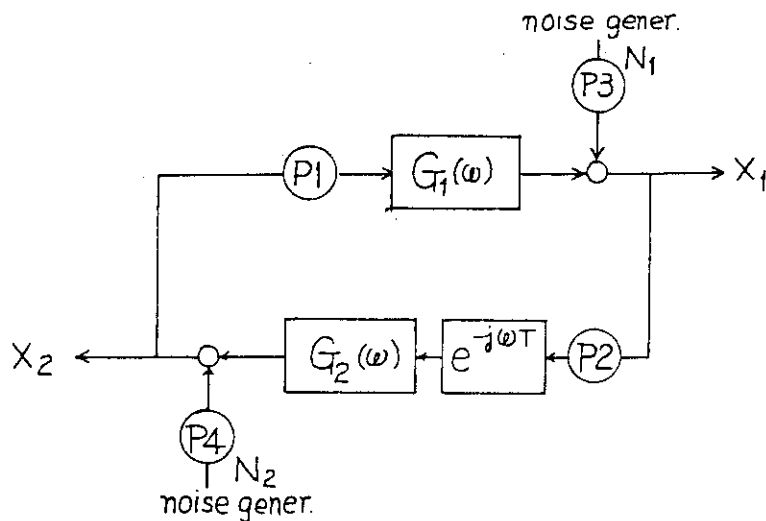


Fig.12 Block diagram of a simulation model with transport lag in the feedback loop.

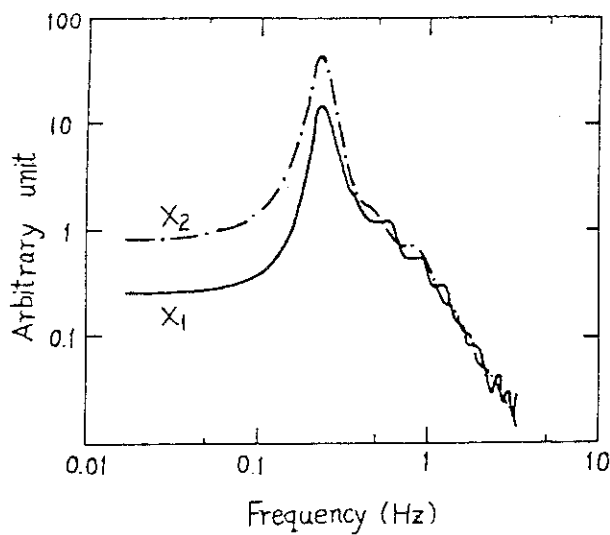
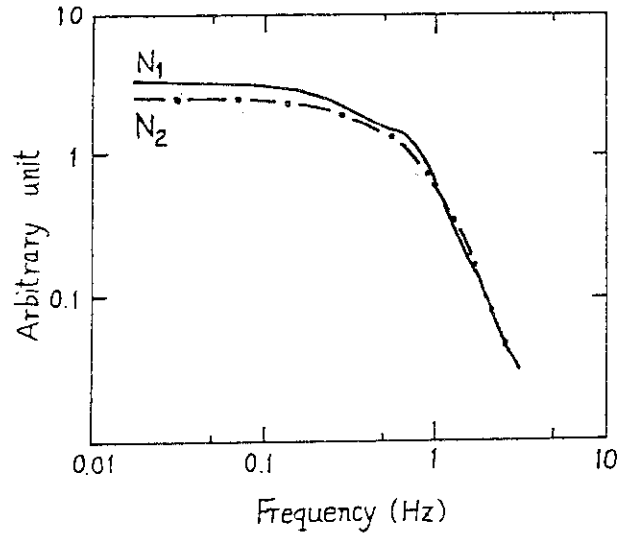
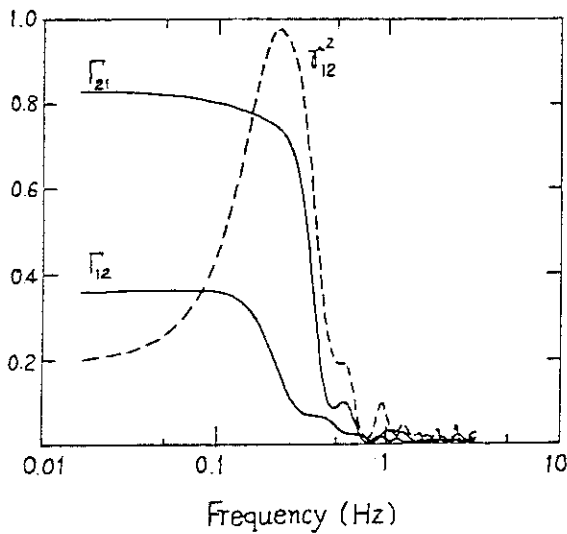
i) 雑音源のパワーが異なる場合の効果

Fig. 13 は伝達関数を $G_1(\omega) = 1.0$ $G_2(\omega) = 0.5$ としてゲイン特性だけを持つものとし、無駄時間を $T = 0.5$ 秒とした時の X_1 のパワースペクトルおよび X_1 と X_2 の間のコヒーレンスを示している。ここでは雑音源 N_1 のパワーを固定し ($P_3 = 0.3$)、 N_2 のパワーが無い場合 ($P_4 = 0.0$) を図 (a) に、また有る場合 ($P_4 = 0.3$) を図 (b) に示している。パワースペクトルには (a), (b) 共に 2Hz 毎にピークが見られる。一方コヒーレンスは (a) の場合ほとんど 1 に近く、(b) の場合には 2Hz の周期を持つ正弦波に近い振動をしている。2.2 で考察したように、無駄時間特性をフィードバック効果として持つシステムに見られるコヒーレンス関数上の周期的な振動は $G_1(\omega)$ 、 $G_2(\omega)$ のゲインと雑音源のパワーに比例する。従って、パワースペクトルとコヒーレンスのパターンより (a) の場合には雑音源の一方が欠落していることが、また (b) の場合には 2 つの雑音源がいずれも十分なパワーを持っていることがわかる。さらにパワースペクトルおよびコヒーレンスのピークの周期より無駄時間は $T = 0.5$ 秒と推定できる。

ii) 無駄時間特性がミキシング効果を伴う場合

無駄時間を $T = 2$ 秒、ミキシング効果を表わす伝達関数 $G_2(\omega)$ を $T_1 = 0.25$ 秒、 $T_2 = 1$ 秒の時定数を持つ 2 次系とし、雑音源のパワーを等しく $P_3 = P_4 = 0.3$ と与えた時の X_1 のパワースペクトル、および X_1 と X_2 の間のコヒーレンスを Fig. 14 に示す。ミキシング効果のためスペクトルおよびコヒーレンス関数上に見られるピークは基本周波数のせいぜい 3 倍程度までしか識別できない。このようにミキシング効果を伴う場合 i) で考察した無駄時間特性に固有なフィードバック効果は弱められる傾向を持つ。ケーススタディによるとミキシング効果の持つ時定数が無駄時間の値と同定度になると無駄時間特性による効果の評価はコヒーレンス関数上では困難になる。

尚、(20) 式からも明らかなように、ここで考察したミキシング効果 $G_2(\omega)$ と X_2 から X_1 への伝達関数 $G_1(\omega)$ はフィードバック系に無駄時間特性を持つシステムのコヒーレンス解析に対して全く同じように作用する。

(a) Power spectrum of X_1 and X_2 (b) Power spectrum of noise sources, N_1 and N_2 

(c) calculated coherence and noise power contribution functions

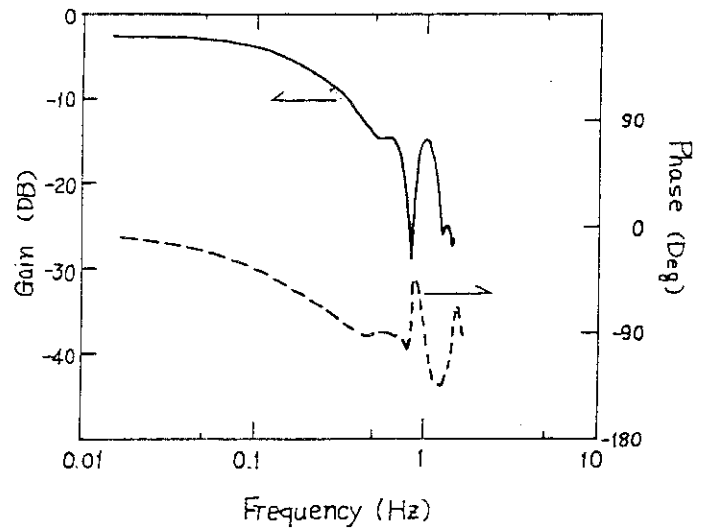
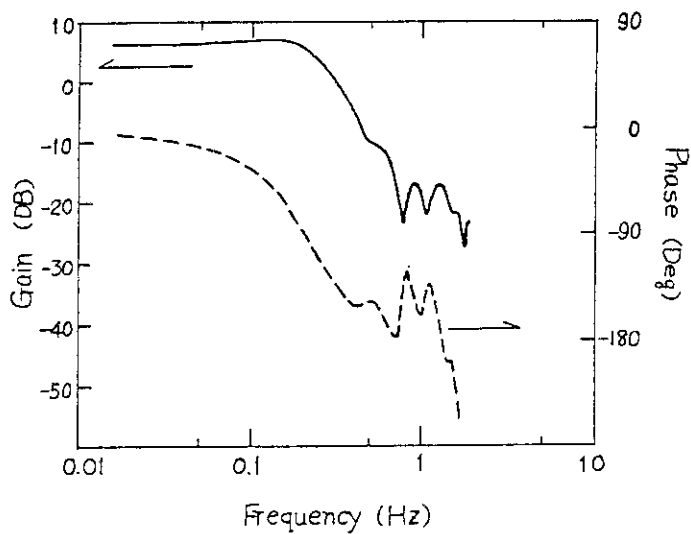
(d) estimated frequency response function, $G_1(\omega)$ (e) estimated frequency response function, $G_2(\omega)$

Fig.6 Result of the coherence and noise power contribution analyses for the case with feedback effect. ($P_1=P_2=1.0$, $P_3=P_4=1.0$)

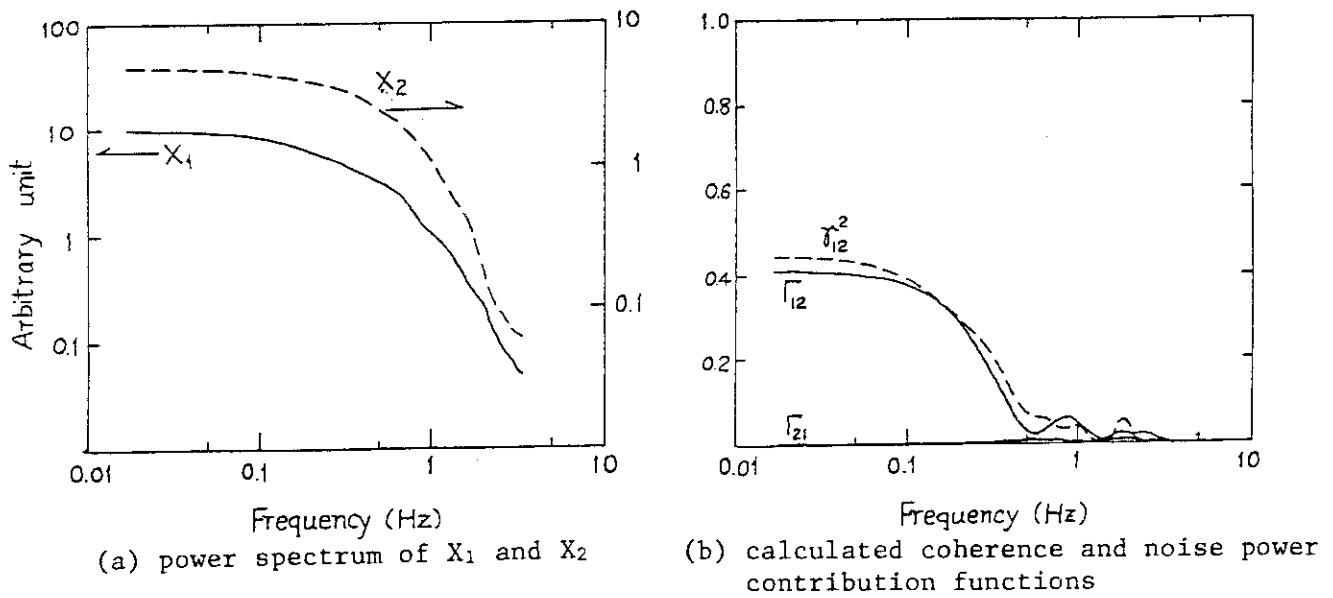


Fig.7 Result of the coherence and noise power contribution analyses for the case of open loop system. ($P_1=1.0$, $P_2=0.0$, $P_3=P_4=1.0$)

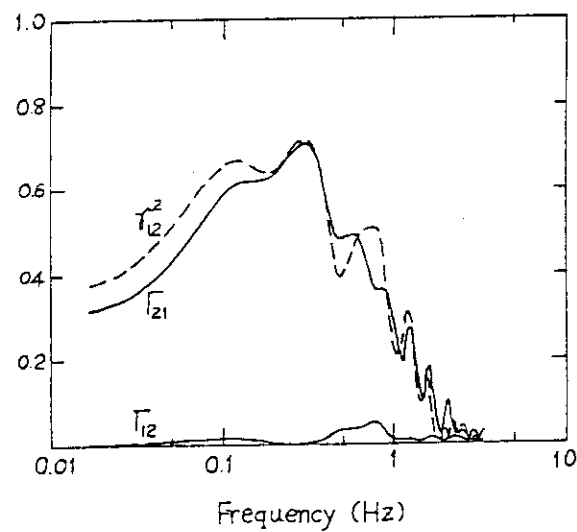


Fig.8 Result of the coherence and noise power contribution analyses for the case of open loop system with observation noise containing the power in low frequency region.

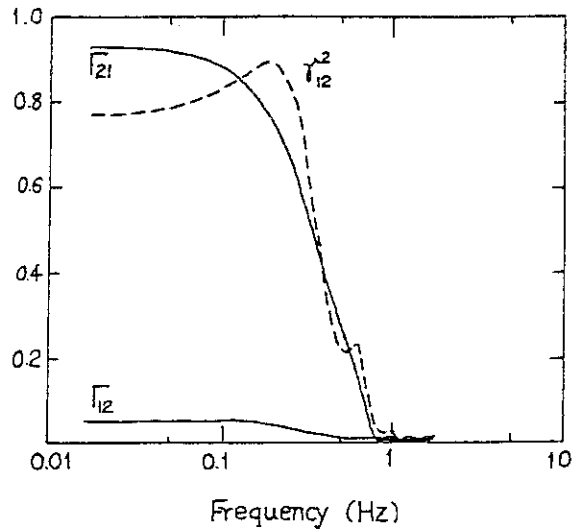
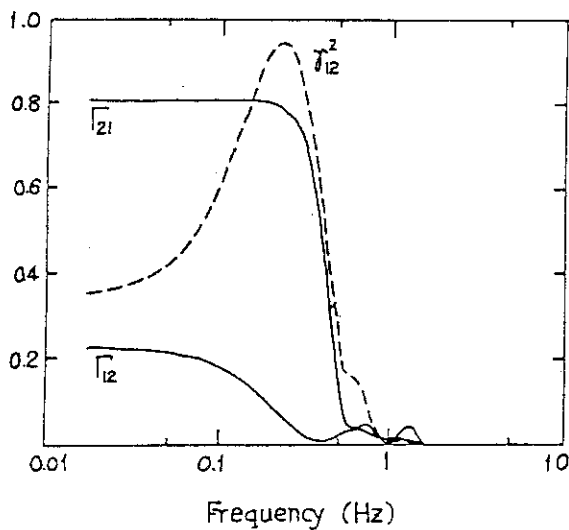
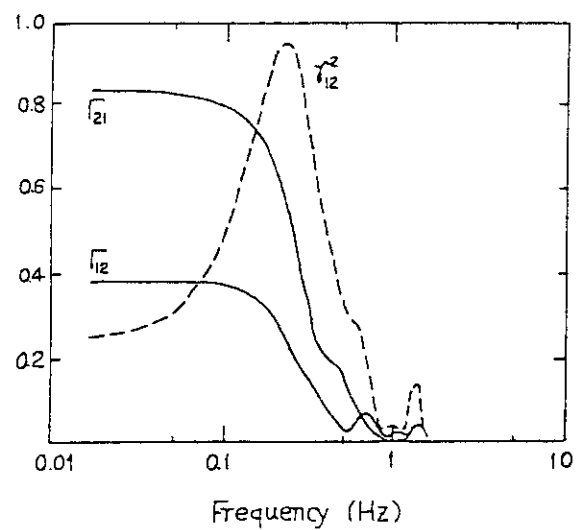
(a) $P_1 = 0.2, \quad P_2 = 1.0$ (b) $P_1 = 0.6, \quad P_2 = 1.0$ (c) $P_1 = 0.8, \quad P_2 = 1.0$

Fig.9 Result of the coherence and noise power contribution analyses for systems with different feedback gain in each case.

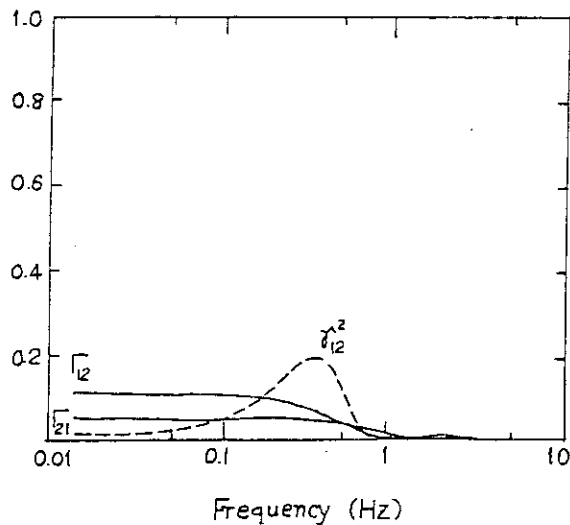


Fig.10 Result of the coherence and noise power contribution analyses for a system with small feedback gain. ($P_1=0.6, P_2=0.2$)

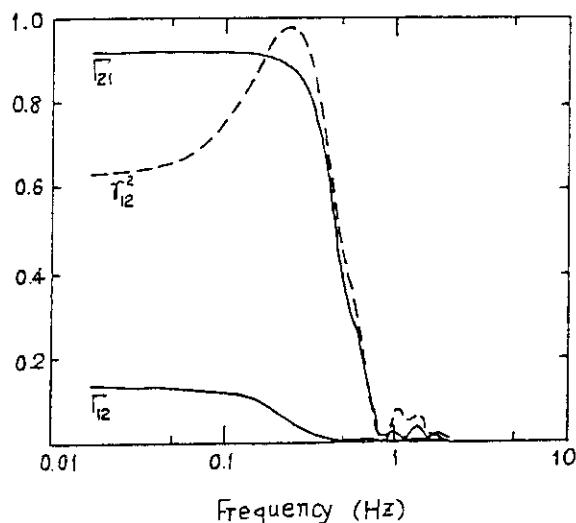
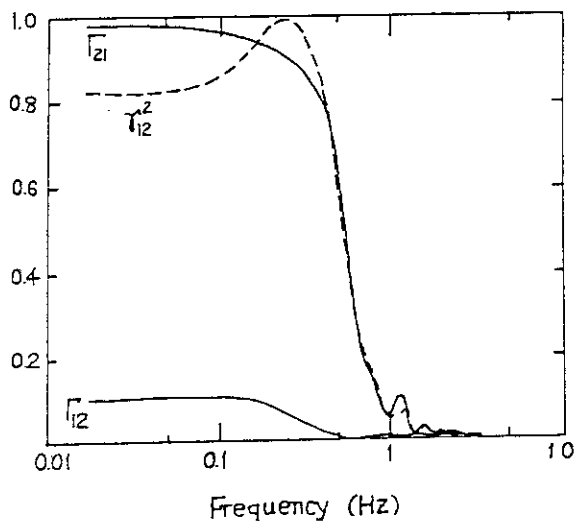
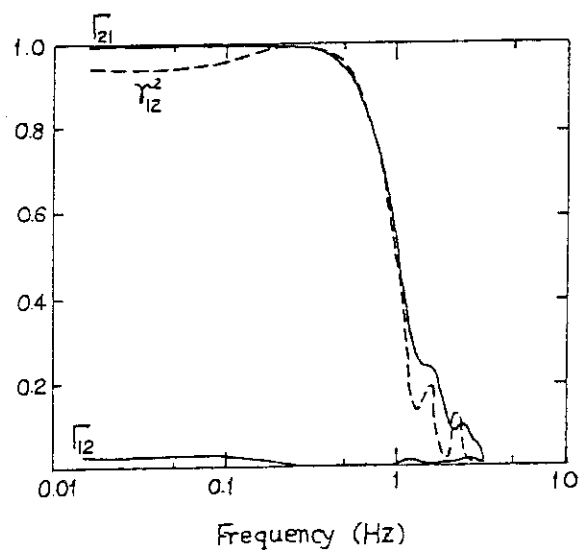
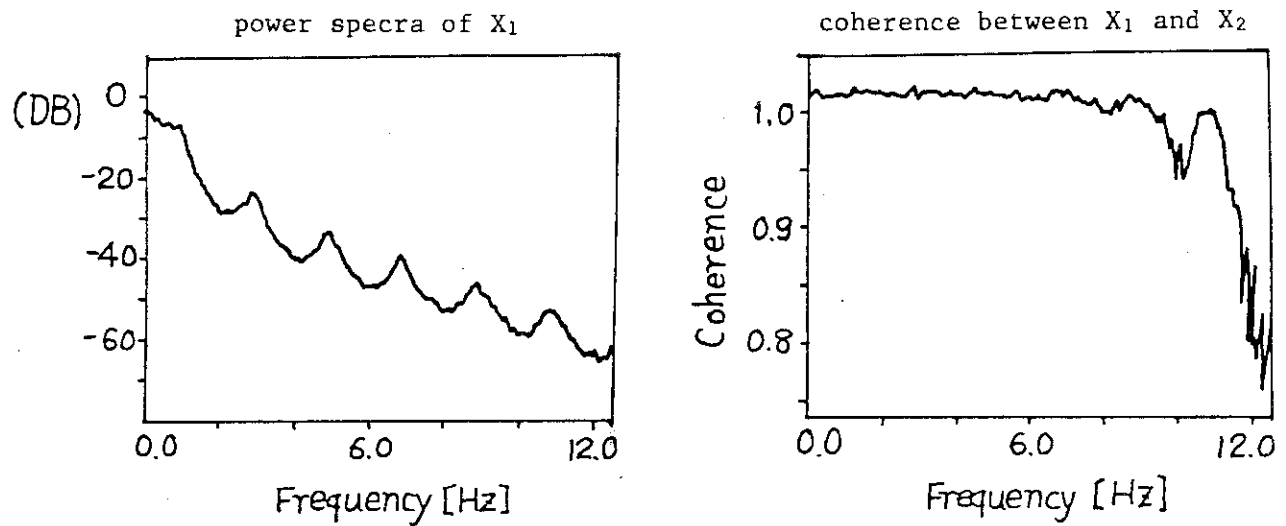
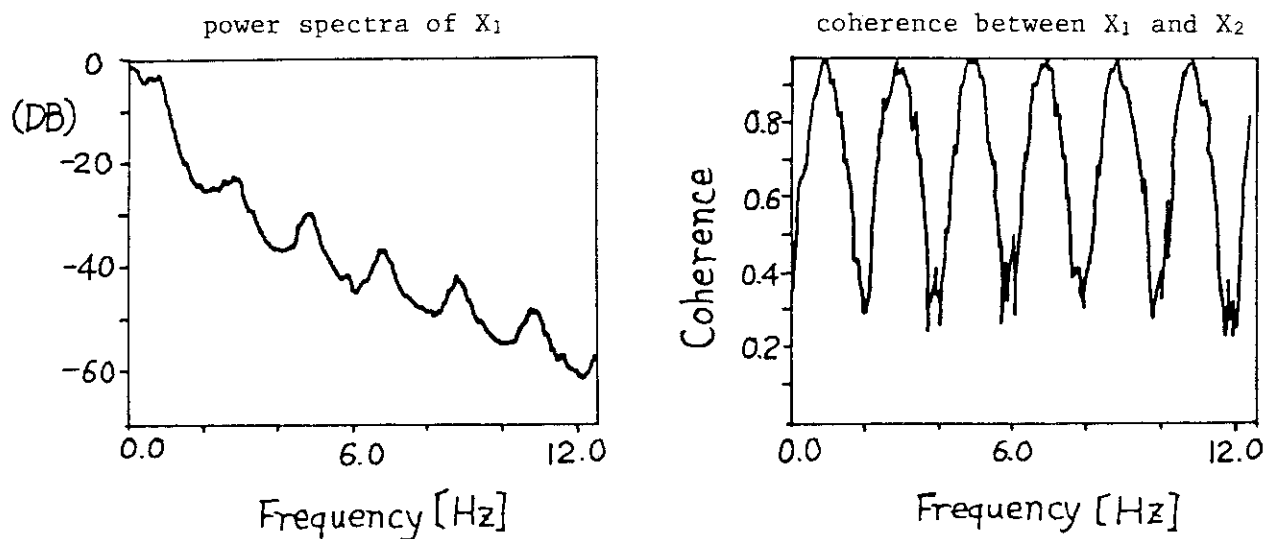
(a) $P_1=P_2=1.0$, $P_3=1.0$, $P_4=0.6$ (b) $P_1=P_2=1.0$, $P_3=1.0$, $P_4=0.4$ (c) $P_1=P_2=1.0$, $P_3=1.0$, $P_4=0.1$

Fig.11 Results of the coherence and noise power contribution analyses for systems with different noise source powers from (a) to (c), respectively.

case(a) in case without noise source power in N_2 case(b) in case sufficient power in both noise sources, N_1 and N_2 Fig.13 Results of the coherence analysis for a system with transport lag, $T=0.5$ sec., in the feedback loop.

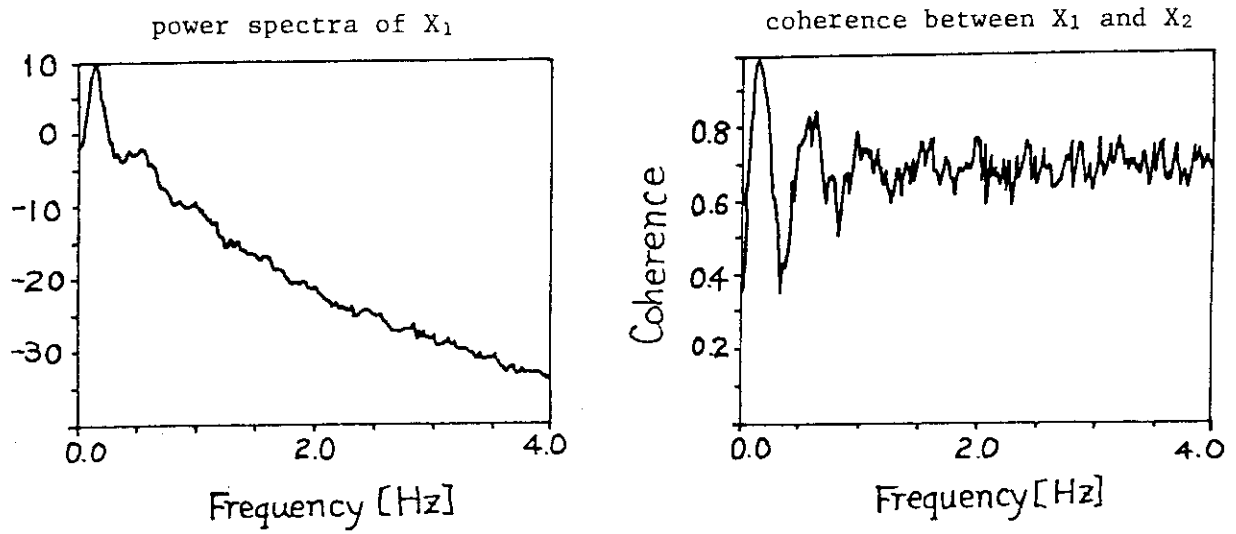


Fig.14 Result of the coherence analysis for a system with transport lag, $T=2.0$ sec., and the mixing effect in the feedback loop.

4. J P D R - II ノイズ実験データのコヒーレンス解析

2章で展開した内部フィードバック効果を持つシステムのコヒーレンス解析に関する理論を実際の原子炉データに応用し、出力炉の動特性と炉雑音に関する考察を深めるためにJ P D R - I ノイズ実験データの解析をおこなった。データは原子炉出力50%の定常運転中にとられたもので、測定される種々の信号間の動特性解析を容易にするためここでは強制循環流量制御系(FCP master controller)およびタービン系バイパス圧力調節系(BPR - Bypass Pressure Regulator)から擬似ランダム二値信号(PRBS-Pseudo-Random Binary Sequence)に従った強制循環流量外乱およびタービン系蒸気流量外乱を同時に加えている。実験およびAR法を用いた解析結果に関しては既にJAERI-M 7580⁽¹⁶⁾にて詳細に報告されているので、実験条件、データ取得法等についての説明は省略する。

Fig. 15 には J P D R - I プラントの概略図が示されており図中には測定されたプラント変数の主なものが書込まれている。また、このノイズ実験では I F A (Instrumented Fuel Assembly) およびインコアモニターを用いて炉心部のいくつかの変数も測定されている。Fig. 16 は測定に用いられた I F A の構造と測定変数を示している。Fig. 17 は測定に用いられたインコアモニター #14-B の炉心での位置と炉外中性子検出器 C I C - 3 との相対的な位置関係を示している。

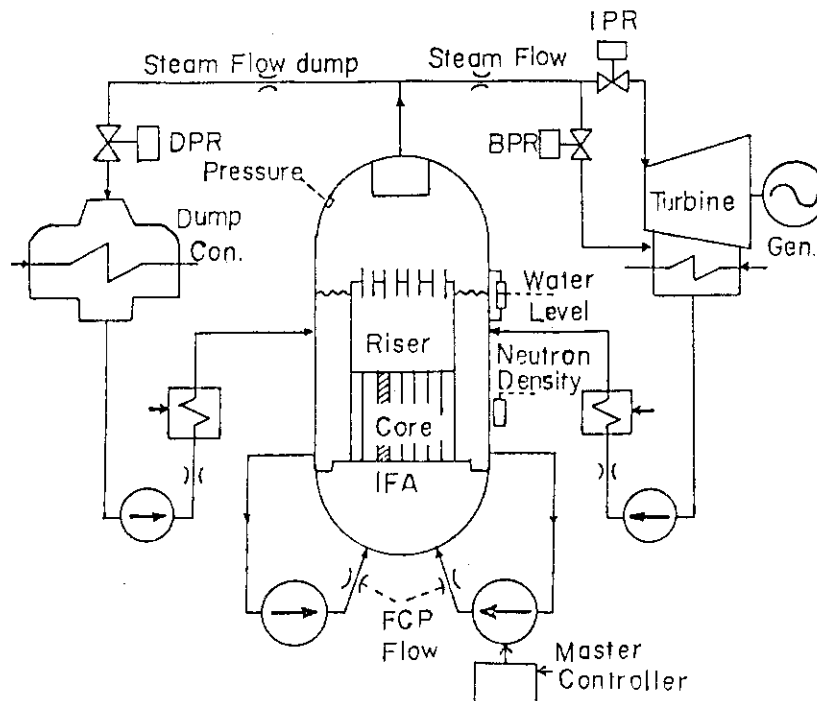


Fig.15 Schematic diagram of the JPDR-II plant.

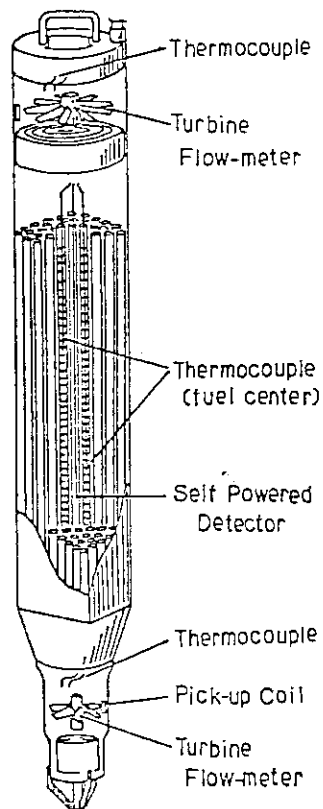


Fig.16 Schematic diagram of instrumented fuel assembly used in JPDR-II.

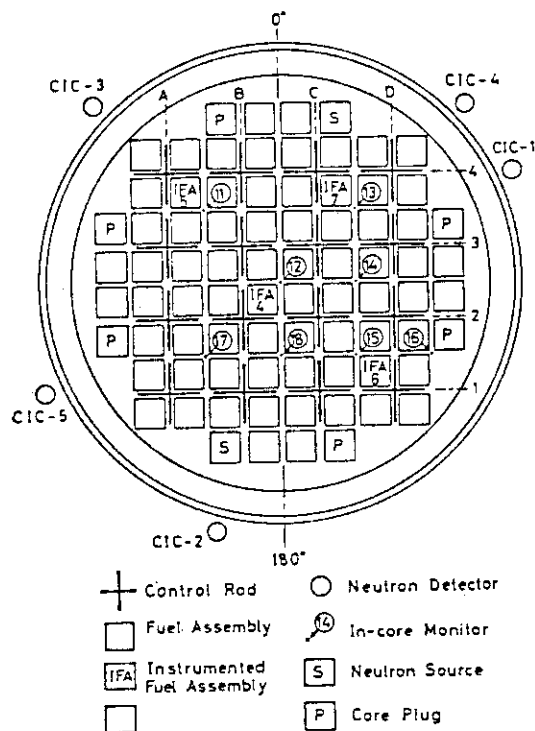


Fig.17 Cross sectional view of the JPDR-II core.

i) (BPRバルブ開度, 中性子束) についての解析

Fig. 15 から明らかなようにBPRバルブ開度は、測定されている他の変数(FCPマスターコントローラー設定値は除く)に対する入力になっており、いずれの変数からのフィードバック効果もないはずである。従って、この場合コヒーレンスおよびノイズ寄与率計算結果は一致することが予想される。

Fig. 18 は(BPRバルブ開度, 中性子束)の解析結果を示している。図中(a)はそれぞれのパワースペクトルで、これから判断すると各信号の変動は大半0.1 Hz以下の成分から成ることがわかる。このことは他の変数についても同様で、以下の解析でも低周波領域の特徴に着目することにする。図中(b)は2変数間のコヒーレンスとBPRバルブ開度から見た中性子束へのノイズ寄与率を示している。両者は全周波数にわたってほぼ一致しており、この結果から最初に予想した通りこの2変数はBPRバルブ開度を入力、中性子束を出力としたオープンループ系を構成していることがわかる。尚、ノイズ源の独立性に関するチェックでは $\epsilon = -0.050$, $\theta = 3.97^\circ$ となり独立性は十分に保障されていることがわかる。

ii) (中性子束, 圧力) についての解析

中性子束と圧力は炉心の核熱水力動特性の中で極めて重要な結びつきを持っている。Fig. 19 はこの変数の組についての解析結果である。図から明らかなようにコヒーレンスは2つのノイズ寄与率のいずれとも大幅に異なっている。このことは中性子束と圧力の間に動的な相互作用が存在すること、従って、ここでのコヒーレンス関数のパターンはフィードバック効果を伴う場合のそれとしてとらえる必要のあることを示している。

iii) (中性子束, 燃料中心温度) についての解析

Fig. 20 は二つの変数の間のコヒーレンスおよび中性子束から燃料中心温度へのノイズ寄与率を示している。ii)の場合と異なり二つのカーブはほとんど一致していて、さらに0.1 Hz以下ではほとんど1近くまで上っていることがわかる。このことは本人工外乱を与えたノイズ実験の条件下では燃料温度に独立に影響を与える雑音源は存在せず、燃料温度の変動はすべて中性子束変動を通じてもたらされていることを示している。2.3で理論的に考察されているが、Fig. 20 のようなコヒーレンスおよびノイズパターンは2変数間がオープンループ系の場合と、フィードバック系で雑音源の一方が欠落している場合のいずれにおいても生ずる。中性子束と燃料中心温度についてのARモデリングの結果推定されたそれぞれの変数に対応した雑音源のパワーを比較すると燃料中心温度の雑音源パワーは中性子束のそれに比して0.8%しかなく、本解析では燃料温度から中性子束へのフィードバック効果は存在しても陽に現われていないと解釈することができる。

iv) 炉外および炉内中性子束信号の間のコヒーレンス解析

JPDRの核的動特性はほぼ一点炉モデルで記述できることがわかっている。事実、炉外および炉内中性子束信号のコヒーレンスを求めると炉雑音の大域的成分が支配的である1 Hz以下の周波数領域ではコヒーレンスは1に近い値をとる。Fig. 21 はM系列信号印加実験の時の炉内(Fig. 17 中のインコアモニター, #14-B⁺)および炉外中性子束信号のパワースペ

+ インコアモニターは炉心軸方向に3点備わっていて下からA, B, Cと番号付けされている。

クトルとコヒーレンスを示している。コヒーレンスは1 Hz 付近まではほぼ 0.8 程度で高い値を示している。

ここで中性子束信号間のコヒーレンスについてより詳細に見ると 0.1 および 0.2 Hz 付近にはっきりとしたくぼみが存在することがわかる。この 0.1 Hz 毎の極小値は以下に述べるように強制循環系を水が一巡して炉心入口冷却材温度の変動をもたらす中性子束に再び作用する、いわゆるフィードバック系内の無駄時間効果によるものと考えられる。

従来、JPDR の動特性解析においては強制循環系を水が一巡する時間は給水スパージャーから炉心下部プレナムまで約 7 秒、炉心下部プレナムから炉心入口までがミキシング効果を考慮した 1 次遅れ系で表現されその時定数が約 3 秒、炉心およびライザー部通過時間約 2 秒で正味約 1.2 秒と見つめられていた。その中で炉出力変動の影響が強制循環系を一巡して再び出力に作用するまでの無駄時間は炉心およびライザー部通過時間 2 秒を除いて約 1.0 秒である。

上記の値を別の観点から実験的に評価するために中性子束（炉外）と炉心入口冷却材温度の信号間の位相差を求めた。Fig. 22 にその結果が示されているが 0.1 Hz 付近まで位相はほとんど直線に乗っている。この直線の勾配は無駄時間と比例することが知られていて、位相差を φ 、周波数を f 、無駄時間を T とすると

$$\varphi = 360 T f + \alpha, \quad (\text{但し } \alpha \text{ は定数})$$

と書くことができる。上式を Fig. 22 の位相曲線の直線部にフィッティングして求めた無駄時間の推定値は $T = 9.3$ 秒であった。冷却材入口温度を測定しているサーモカップル（Fig. 16 の計装燃料体中）から燃料要素下端までの冷却水の輸送時間がさらに付加されるとして、無駄時間特性による効果は中性子束に対して負のフィードバック効果として作用し、0.107 Hz ($1/9.3$) よりやや低い周波数およびその整数倍の周波数でコヒーレンスの低下となって現われるはずである。

上記の結果と Fig. 21 のコヒーレンスのパターンを比べるとコヒーレンスの低下する周波数は第 2 高調波まではよく一致していることがわかる。ここで 0.2 Hz でコヒーレンスが特に低くなっているのは外乱源となっている蒸気流量のパワースペクトルのパワーが対応した周波数で著しく低くなっているためである。また 2 次以上の高調波の影響がコヒーレンス上に現われていないが、これはミキシング効果によってマスクされたためと考えられる。

以上の考察より、中性子束信号間のコヒーレンスに見られる 0.1 および 0.2 Hz のくぼみは炉出力変動が強制循環系を介して一巡し再び炉出力に作用するフィードバック効果によってもたらされたものと解釈することができる。無駄時間特性のフィードバック効果によって生ずるコヒーレンスの低下の程度は 2.2 で述べたようにフィードバックゲインあるいは雑音源のパワーに比例する。シミュレーションスタディ 3.2, i) で論議しているように雑音源パワーが無くて強いフィードバック効果が作用しているとパワースペクトルには無駄時間特性による周期的なピークが現われるはずである。Fig. 21-(a) に見られるように中性子束信号のパワースペクトルにこのようなピークが存在しないことから、同図 (b) でコヒーレンスが余り低くまで下らないのはフィードバック効果が比較的弱いことによるものと考えられる。

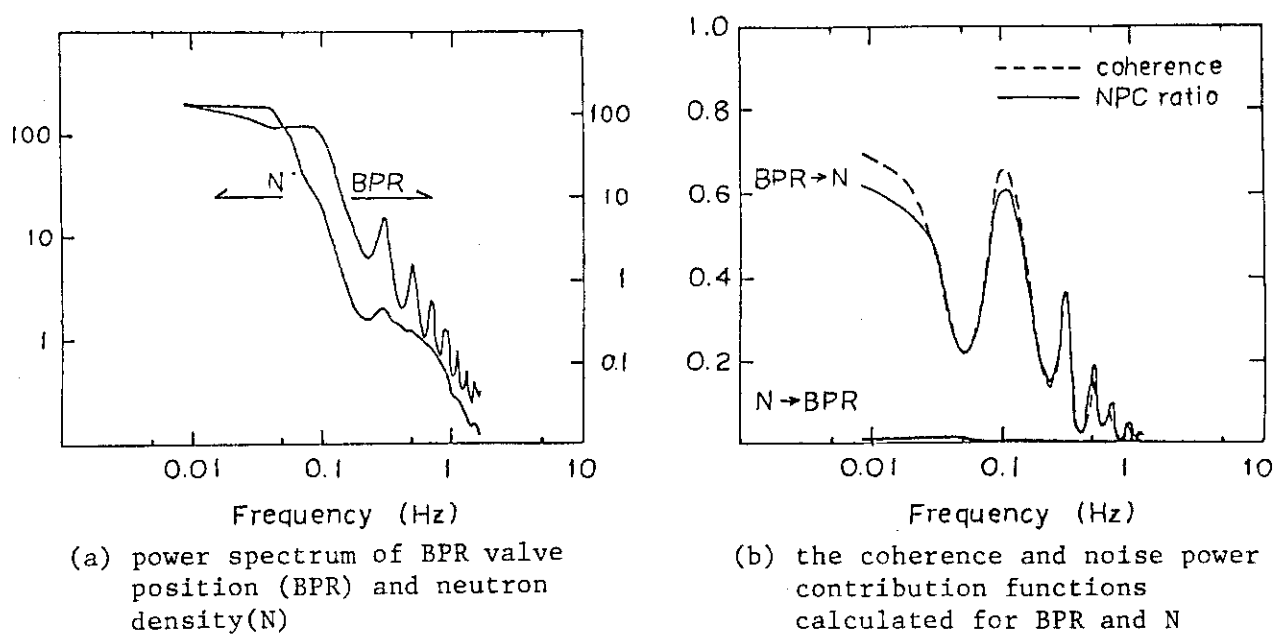


Fig.18 Result of the coherence and noise power contribution analyses for variables of BPR valve position (BPR) and neutron density (N)

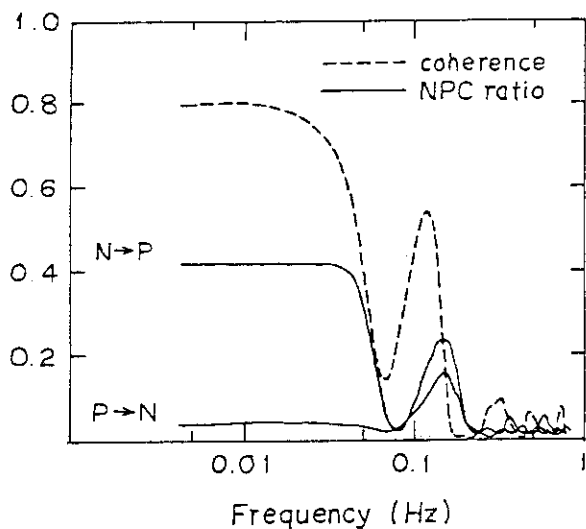


Fig.19 Result of the coherence and noise power contribution analyses for variables of neutron density (N) and reactor pressure (P).

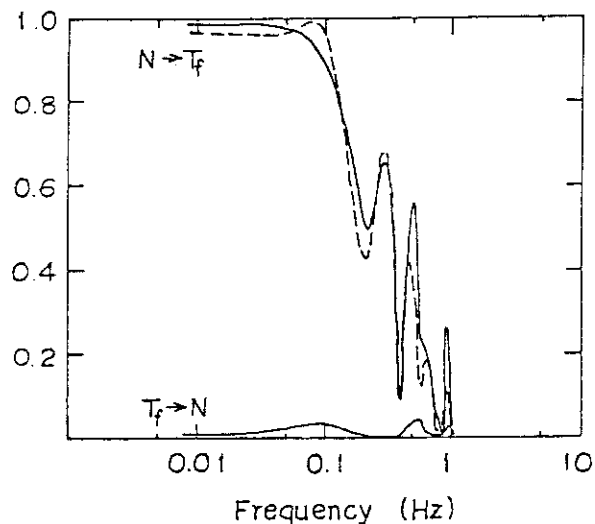
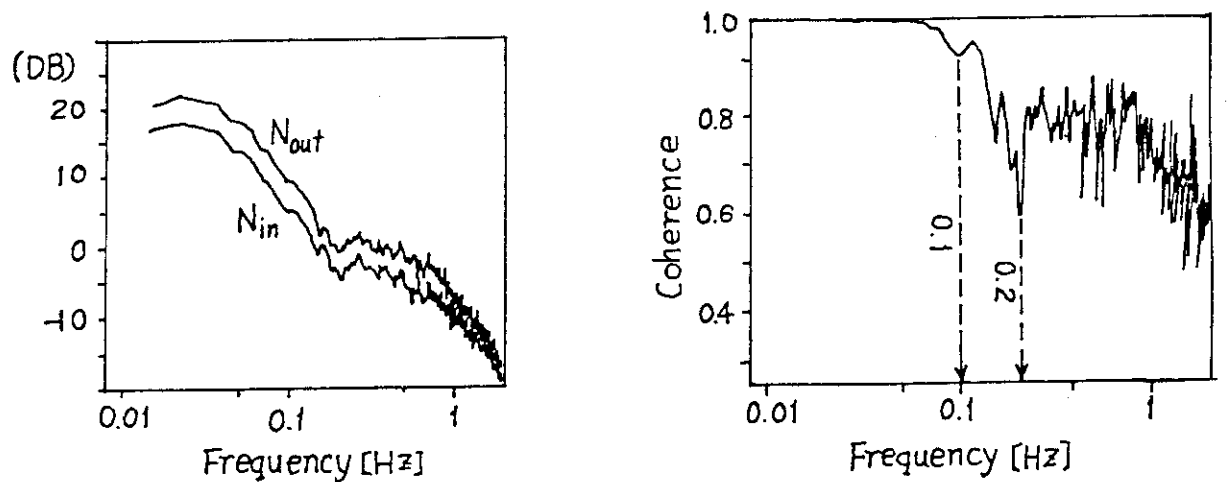


Fig.20 Result of the coherence and noise power contribution analyses for variables of neutron density (N) and fuel center temperature (T_f).



(a) power spectrum of in-core (N_{in}) and ex-core (N_{out}) neutron signals

(b) coherence between N_{in} and N_{out}

Fig.21 Result of the coherence analysis between in-core and ex-core neutron detectors.

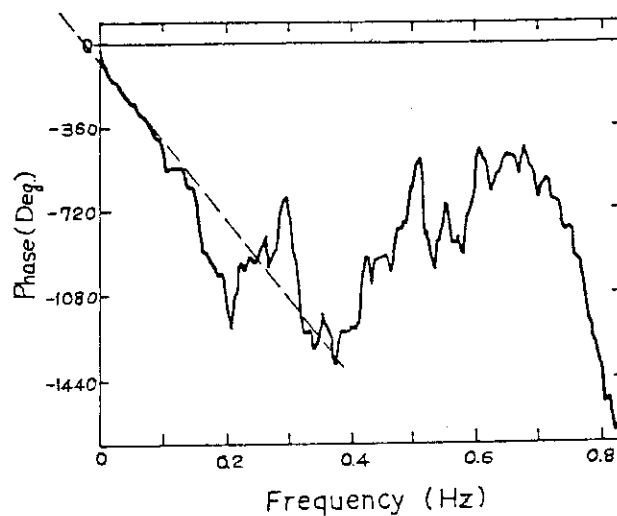


Fig.22 Measured phase angle between neutron density and core inlet temperature of the coolant. Linear part of the curve below 0.1 Hz is used to estimate the transport lag time using the relation, $\phi = -360Tf + \alpha$.

5. 結 論

本報ではフィードバック効果を持つシステムのコヒーレンス解析に関する新しい実験的手法を提案した。従来の雑音解析の手法は測定されたコヒーレンス関数の性質がフィードバック効果の存在によってもたらされた場合の評価に対してほとんど無力であった。その最大の理由はフィードバック効果の存在によってもたらされたシステムの特性をコヒーレンス関数の上で評価するための有効な手法が存在しなかったことによる。本報ではこの問題に対し「コヒーレンス関数とAR法の適用によって得られるノイズ寄与率関数の比較評価」を通じてこれが可能であることを示し、シミュレーションスタディおよびJPDR-Iノイズデータの解析を通じてその有効性を明らかにした。

出力炉特に沸騰水型炉における炉雑音解析においては炉心およびプラントの種々の変量間で作用している複雑なフィードバック効果をうまく分離評価できることが解析上のキーポイントになる場合がしばしば有る。本手法はそのような問題に対して有効に適用することができる。本手法は基本的には2変数間の動特性解析を扱ったものであるが、これをさらに多変数系に拡張した場合の一般論についての理論的定式化は筆者によってすでに成されている。⁽¹⁷⁾ これらの手法の適用によって炉雑音解析、特に雑音の発生と伝播のメカニズムの解明にとって有益な新たな情報を得られることが期待できる。

謝 辞

本研究を進めるに当って、北村正晴（東北大学工学部）、島崎潤也（原子炉制御研究室）、松原邦彦（照射2課）の3氏からは種々のディスカッションを通じて有益な助言を得た。また原子炉制御研究室室長篠原慶邦氏からは本報告書の作成に当って種々のコメントをいただいた。上記の方々に対し深く謝意を表します。

参 考 文 献

- (1) J. S. Bendat, A. G. Piersol: "Random Data", Wiley-Interscience, (1971)
- (2) R. E. Uhrig: "Random Noise Techniques in Nuclear Reactor Systems", The Ronald Press Company, (1970)
- (3) H. Akaike: Some Problems in the Application of the Cross-spectral Method, "Spectral Analysis of Time Series" (ed B. Harries), New York, John Wiley (1967), pp81~107
- (4) Proceedings of Specialists Meeting on Reactor Noise (SMORN-I), Annals of Nuclear Energy, 2-5, (1975)

5. 結 論

本報ではフィードバック効果を持つシステムのコヒーレンス解析に関する新しい実験的手法を提案した。従来の雑音解析の手法は測定されたコヒーレンス関数の性質がフィードバック効果の存在によってもたらされた場合の評価に対してほとんど無力であった。その最大の理由はフィードバック効果の存在によってもたらされたシステムの特性をコヒーレンス関数の上で評価するための有効な手法が存在しなかったことによる。本報ではこの問題に対し「コヒーレンス関数とAR法の適用によって得られるノイズ寄与率関数の比較評価」を通じてこれが可能であることを示し、シミュレーションスタディおよびJ P D R - I ノイズデータの解析を通じてその有効性を明らかにした。

出力炉特に沸騰水型炉における炉雑音解析においては炉心およびプラントの種々の変量間で作用している複雑なフィードバック効果をうまく分離評価できることが解析上のキーポイントになる場合がしばしば有る。本手法はそのような問題に対して有効に適用することができる。本手法は基本的には2変数間の動特性解析を扱ったものであるが、これをさらに多変数系に拡張した場合の一般論についての理論的定式化は筆者によってすでに成されている。⁽¹⁷⁾ これらの手法の適用によって炉雑音解析、特に雑音の発生と伝播のメカニズムの解明にとって有益な新たな情報を得られることが期待できる。

謝 辞

本研究を進めるに当って、北村正晴（東北大学工学部）、島崎潤也（原子炉制御研究室）、松原邦彦（照射2課）の3氏からは種々のディスカッションを通じて有益な助言を得た。また原子炉制御研究室室長篠原慶邦氏からは本報告書の作成に当って種々のコメントをいただいた。上記の方々に対し深く謝意を表します。

参 考 文 献

- (1) J. S. Bendat, A. G. Piersol : "Random Data", Wiley-Interscience, (1971)
- (2) R. E. Uhrig : "Random Noise Techniques in Nuclear Reactor Systems", The Ronald Press Company, (1970)
- (3) H. Akaike : Some Problems in the Application of the Cross-spectral Method, "Spectral Analysis of Time Series" (ed B. Harries), New York, John Wiley (1967), pp81~107
- (4) Proceedings of Specialists Meeting on Reactor Noise (SMORN-I), Annals of Nuclear Energy, 2-5, (1975)

5. 結 論

本報ではフィードバック効果を持つシステムのコヒーレンス解析に関する新しい実験的手法を提案した。従来の雑音解析の手法は測定されたコヒーレンス関数の性質がフィードバック効果の存在によってもたらされた場合の評価に対してほとんど無力であった。その最大の理由はフィードバック効果の存在によってもたらされたシステムの特性をコヒーレンス関数の上で評価するための有効な手法が存在しなかったことによる。本報ではこの問題に対し「コヒーレンス関数とAR法の適用によって得られるノイズ寄与率関数の比較評価」を通じてこれが可能であることを示し、シミュレーションスタディおよびJ P D R - I ノイズデータの解析を通じてその有効性を明らかにした。

出力炉特に沸騰水型炉における炉雑音解析においては炉心およびプラントの種々の変量間で作用している複雑なフィードバック効果をうまく分離評価できることが解析上のキーポイントになる場合がしばしば有る。本手法はそのような問題に対して有効に適用することができる。本手法は基本的には2変数間の動特性解析を扱ったものであるが、これをさらに多変数系に拡張した場合の一般論についての理論的定式化は筆者によってすでに成されている。⁽¹⁷⁾ これらの手法の適用によって炉雑音解析、特に雑音の発生と伝播のメカニズムの解明にとって有益な新たな情報を得られることが期待できる。

謝 辞

本研究を進めるに当って、北村正晴（東北大学工学部）、島崎潤也（原子炉制御研究室）、松原邦彦（照射2課）の3氏からは種々のディスカッションを通じて有益な助言を得た。また原子炉制御研究室室長篠原慶邦氏からは本報告書の作成に当って種々のコメントをいただいた。上記の方々に対し深く謝意を表します。

参 考 文 献

- (1) J. S. Bendat, A. G. Piersol : "Random Data", Wiley-Interscience, (1971)
- (2) R. E. Uhrig : "Random Noise Techniques in Nuclear Reactor Systems", The Ronald Press Company, (1970)
- (3) H. Akaike : Some Problems in the Application of the Cross-spectral Method, "Spectral Analysis of Time Series" (ed B. Harries), New York, John Wiley (1967), pp81~107
- (4) Proceedings of Specialists Meeting on Reactor Noise (SMORN-I), Annals of Nuclear Energy, 2-5, (1975)

- (5) Proceedings of 2nd Specialists Meeting on Reactor Noise
(SMORN-I), Progress in Nuclear Energy, Vol. 1, Numb. 2~4, (1977)
- (6) Y. Kuroda, M. Yamaguchi : Consideration on the Coherence Functions
of At-power Reactor Noise, *ibid.*, pp261~272
- (7) H. Akaike : Autoregressive Model Fitting for Control, Annals of
institute for Statistical Mathematics, Vol. 23(1971), pp163~180
- (8) *idem* : On the use of a linean model for the identification of
feedback systems, *ibid.*, Vol. 20 (1968), pp425~439.
- (9) K. Fukunishi : Noise Source Estimation of Boiling Water Reactor
Power Fluctuation by Autoregression, Nuclear Science and Engineering
Vol. 67, (1978) pp296~308.
- (10) B. R. Upadhyaya, M. Kitamura, T. W. Kerlin : Mullivariate Signal
Analysis Algorithms for Process Monitoring and Parameter Estimation
in Nuclear Reactors, Annals of Nuclear Energy, Vol.7 (1980) pp1~11
- (11) R. Oguma : Investigation of Resonant Power Oscillation in Halden
Boiling Water Reactor Based on Noise Analysis, Journal of Nuclear
Science and Technology, Vol.17, No.9, (1980) pp677~686.
- (12) K. Matsubara : Identification of Channel Void Generation Noise in
BWR, *ibid.*, (1980) pp737~746.
- (13) 赤池, 中川 : “ダイナミックシステムの統計的解析と制御”, サイエンス社, (1972)
- (14) 尾熊 : 雑音解析による信号伝達経路の実験的評価の一方法, 日本原子力学会1981年年
会予稿集 p164.
- (15) R. Oguma : A Method to Evaluate Signal Transmission Paths in
Dynamic Systems and its Application to Reactor Noise Analysis,
(日本原子力学会欧文誌投稿中)
- (16) 北村, 松原, 尾熊 : JPDR-I の動特性同定実験 - 自己回帰モデリングの適用 -,
JAERI-M 7580, (1978).
- (17) R. Oguma : A New Method for Coherence Analysis of Multivariate
Linear Dynamic System with Feedback Effects. (to be submitted for
publication in IEEE Transactions on Automatic Control.)