

JAERI-M
9717

トカマク型核融合炉核設計へのモンテカルロ法輸送解析コードの適用

1981年10月

飯田 浩正

この報告書は、日本原子力研究所が JAERI-M レポートとして、不定期に刊行している研究報告書です。入手、複製などのお問い合わせは、日本原子力研究所技術情報部（茨城県那珂郡東海村）あて、お申しこしてください。

JAERI-M reports, issued irregularly, describe the results of research works carried out in JAERI. Inquiries about the availability of reports and their reproduction should be addressed to Division of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken, Japan.

トカマク型核融合炉核設計へのモンテカルロ法輸送解析コードの適用

日本原子力研究所東海研究所核融合研究部

飯田 浩正

(1981年9月11日受理)

モンテカルロ法輸送計算コードMORSE-GGをトカマク型核融合炉核設計に適用するために、以下の改良及び新手法の開発を行った。(1)トーラス形状を正確に扱える様にした、(2)必要な計算時間を短縮するためスコア・ポイント・セレクション法を開発した、(3)ポイント・ディテクタ法においても、対称境界条件が正しく扱える方法を開発した、(4)ポイント・ディテクタ法の固有の問題である理論的無限大バリエーションを除去する方法を2つ提案した。

トーラス形状を含む複雑な形状の入力データを効率的にチェックするコードTOPICを開発した。

JXFR, INTOR-Jの核設計にMORSE-GGコードを適用し、1, 2次元計算では得られない有用な情報を得た。

必要な修正を加えたMORSE-GGコードを用い、JXFR第1壁上の熱輻射による発熱分布解析を行い、この分野においてもMORSE-GGコードが有用である事を示した。

Application of Monte Carlo Transport Code to Neutronics
Design of Tokamak Fusion Reactor

Hiromasa IIDA

Division of Thermonuclear Fusion Research,
Tokai Research Establishment, JAERI

(Received September 11, 1981)

Several techniques are developed to apply the Monte Carlo transport code MORSE-GG to neutronics design of a Tokamak Fusion Reactor. They include the following; (1) exact modelling method of torus geometry, (2) a score point selection technique for reducing the required computational time, (3) a point detector scoring method compatible with particle transport calculations with symmetric boundary conditions (4) two techniques for eliminating theoretical infinite variance of a point detector problem.

An auxiliary code TOPIC is developed to debug geometry input data for complex geometry including torus.

Several neutronics calculations are performed with the Monte Carlo transport code MORSE to obtain useful information for design studies of the JAERI Experimental Fusion Reactor (JXFR) and the Japanese proposal for the International Tokamak Reactor (INTOR-J).

A radiative heat deposition rate analysis on the first wall of JXFR is performed using the MORSE-GG code with necessary modifications to show its usefulness in the area of radiative heat transfer analysis.

Keywords; Monte Carlo Method, Tokamak Fusion Reactor, Torus Geometry, Score Point Selection, Void Detector, Symmetric Boundary, Radiation Transport Problem, Radiative Heat Deposition, Geometry Data Debugging

目 次

| | |
|---|-----|
| 1. 序 論 | 1 |
| 1.1 トカマク型核融合炉の核設計 | 4 |
| 1.2 モンテカルロ法の役割 | 9 |
| 1.3 モンテカルロ法輸送計算コードをトカマク型核融合炉に適用する場合の 問題点 | 10 |
| 1.4 積分型輸送方程式のモンテカルロ法による解法 | 10 |
| 1.5 第1章の要約と本研究の目的 | 14 |
| 2. トカマク型核融合炉形状の取り扱い | 15 |
| 2.1 トーラス形状の取り扱い | 15 |
| 2.2 複雑形状入力データ・チェック・コード TOPIC | 23 |
| 2.3 第2章の結論 | 24 |
| 3. 計算時間短縮法(統計誤差減少法)の研究 | 26 |
| 3.1 既存の技法 | 26 |
| 3.2 スコア・ポイント・セレクション | 32 |
| 3.3 ポイント・ディテクタ法の場合の対称境界条件 | 36 |
| 3.4 Point Detector Estimatorの無限大バリエーションの除去 | 50 |
| 3.5 アルベド・モンテカルロ法 | 76 |
| 3.6 第3章の結論 | 78 |
| 4. JXFR・INTOR-J核設計への適用 | 80 |
| 4.1 JXFR クライオ・ポンプの核発熱 | 82 |
| 4.2 INTOR-J クライオ・ポンプの核発熱 | 90 |
| 4.3 JXFR 第1壁の中性子束分布解析 | 93 |
| 4.4 INTOR-J 第1壁付近の放射線束分布解析 | 97 |
| 4.5 多次元効果を考慮したトリチウム増殖比の計算 | 110 |
| 4.6 第4章の結論 | 111 |
| 5. 第1壁からブランケット容器壁への熱輻射解析 | 116 |
| 5.1 JXFR のブランケット及び防護壁 | 116 |
| 5.2 解析手法 | 118 |
| 5.3 JXFR ブランケットのドーム部熱負荷分布の解析 | 119 |
| 5.4 第5章の結論 | 122 |
| 結 論 | 126 |
| 謝 辞 | 128 |
| 参考文献 | 129 |

CONTENTS

| | |
|---|-----|
| 1. Introduction | 1 |
| 1.1 Neutronics in a Tokamak fusion reactor design | 4 |
| 1.2 Role of Monte Carlo method in a fusion reactor neutronics | 9 |
| 1.3 Problems in applying Monte Carlo transport code to Tokamak fusion reactor neutronics | 10 |
| 1.4 Solution of integral transport equation by Monte Carlo Method | 10 |
| 1.5 Summary of chapter 1 and object of this study | 14 |
| 2. Handling of Tokamak fusion reactor geometry in Monte Carlo transport calculation | 15 |
| 2.1 Exact treating of torus geometry | 15 |
| 2.2 TOPIC ; debugging code for complex geometry inpt data | 23 |
| 2.3 Summary of chapter 2 and discussion | 24 |
| 3. Study on reducing statistical error in Monte Carlo calculation ... | 26 |
| 3.1 Conventional techniques | 26 |
| 3.2 Score point selection technique | 32 |
| 3.3 Symmetrical boundary condition in a point detector problem | 36 |
| 3.4 Elimination of theoretical infinite variance in point detector problem | 50 |
| 3.5 Albedo Monte Carlo method | 76 |
| 3.6 Summary of chapter 3 and discussion | 78 |
| 4. Examples of Monte Carlo calculation applied in neutronics design of JXFR and INTOR-J | 80 |
| 4.1 Nuclea heat depositions in JXFR cryopumps | 82 |
| 4.2 Nuclea heat depositions in INTOR-J cryopumps | 90 |
| 4.3 Analysis of neutron flux distribution on the first wall of JXFR | 93 |
| 4.4 Analysis of neutron and gamma-ray flux distribution near the first wall of INTOR-J | 97 |
| 4.5 Three dimensional calculation of tritium breeding ratio | 110 |
| 4.6 Summary of chapter 4 and discussion | 111 |

| | |
|---|-----|
| 5. Analysis of radiative heat deposition rate distribution | |
| on the first wall by Monte Carlo transport code | 116 |
| 5.1 Blanket and protection wall configuration in JXFR | 116 |
| 5.2 Analytical method | 118 |
| 5.3 Calculational result of heat deposition rate distribution | |
| on the dome part of JXFR blanket | 119 |
| 5.4 Summary of chapter 5 and discussion | 122 |
| Conclusion | 126 |
| Acknowledgment | 128 |
| References | 129 |

1. 序 論

核融合炉は来世紀のエネルギー源として最も有望視されているものの1つである。燃料としては、融合反応の断面積が大きい事から、重水素(デュートリウム)と3重水素(トリチウム)を用いる方式が最も早く実現すると考えられている。炉心プラズマの閉じ込め方式としてはトカマク型、ミラー型、ヘリオトロン型あるいは慣性閉じ込めなど種々提案されているが、トカマク型が1歩進んでいるというのが現状である。

日本原子力研究所では、1973年以来トカマク型核融合炉の設計を行って来ている。特に核融合実験炉(JXFR)⁽¹⁾は約5年間に亘り詳細な設計を行っており、また最近では国際協力トカマク(INTOR)の設計にも参画している。

核融合炉に於ける核設計とはデュートリウムとトリチウムの融合反応の結果生じる中性子の振舞いに関するものである。核融合炉の設計が進むにつれ核設計も詳細になる事が要求され、3次元計算が必要とされる様になって来た。3次元計算手法としては現在モンテカルロ法が最も有望である。

モンテカルロ法は核分裂炉の核設計にも使用され多くの成果を挙げつつある。核融合炉にモンテカルロ法を適用した場合、核分裂炉の場合と共通のあるいは核融合炉特有の問題点がある。

本章ではトカマク型核融合炉核設計に於けるモンテカルロ法の役割と、適用した場合の問題点及びモンテカルロ法で積分型輸送方程式を解く原理について述べる。1.1ではトカマク型核融合炉の核設計について概説し、1.2では核設計に於けるモンテカルロ法の役割について述べる。1.3ではモンテカルロ法を適用した場合の問題点について述べ、最後にモンテカルロ法で積分型輸送方程式を解く原理について述べる。

以下の説明のためここでトカマク炉の概念、各コンポーネントの役割について概説しておく。Fig. 1.1に示したのは原子力メーカの協力を得ながら原研が設計を行ったINTOR-J⁽²⁾の概念図である。この図に基き炉の動作順に従い各コンポーネントの役割について説明する。プラズマを閉じ込めるためのトロイダル磁場コイル、ポロイダル磁場コイルは全て超電導磁石(SCM)であり、極低温に保たれている。超電導磁石の冷却には長時間を要するから特別の事情が無い限り室温に戻される事は無い。プラズマを発生させる前にトロイダル磁場コイルに通電しプラズマ軸上で5~6テスラ(T)程度のトロイダル磁場を発生させる。またプラズマ真空容器内は主真空ポンプにより 10^{-7} Torr程度に排気される。次に燃料ガス(デュートリウム、トリチウム)をプラズマ真空容器内に注入する(真空容器内は 10^{-5} Torr程度となる)。ポロイダル磁場コイルはその機能上変流器コイル、垂直磁場コイル、ダイバータコイルに分けられる。各ポロイダル磁場コイルは1つの機能しか持たないわけではなく、1本で同時に複数の機能を持つ。ポロイダル磁場コイルと燃料ガスは丁度変圧器の1次側と2次側の関係になっている。炉の運転は予め予備電離された燃料ガスに変流器コイルを用いて電流を流す事によって始められる。こうして出来たプラズマは温度が低い間は抵抗が大きいためプラズマに流れる電流により加熱される。プラズマ温度が1keV程度になると抵抗が無

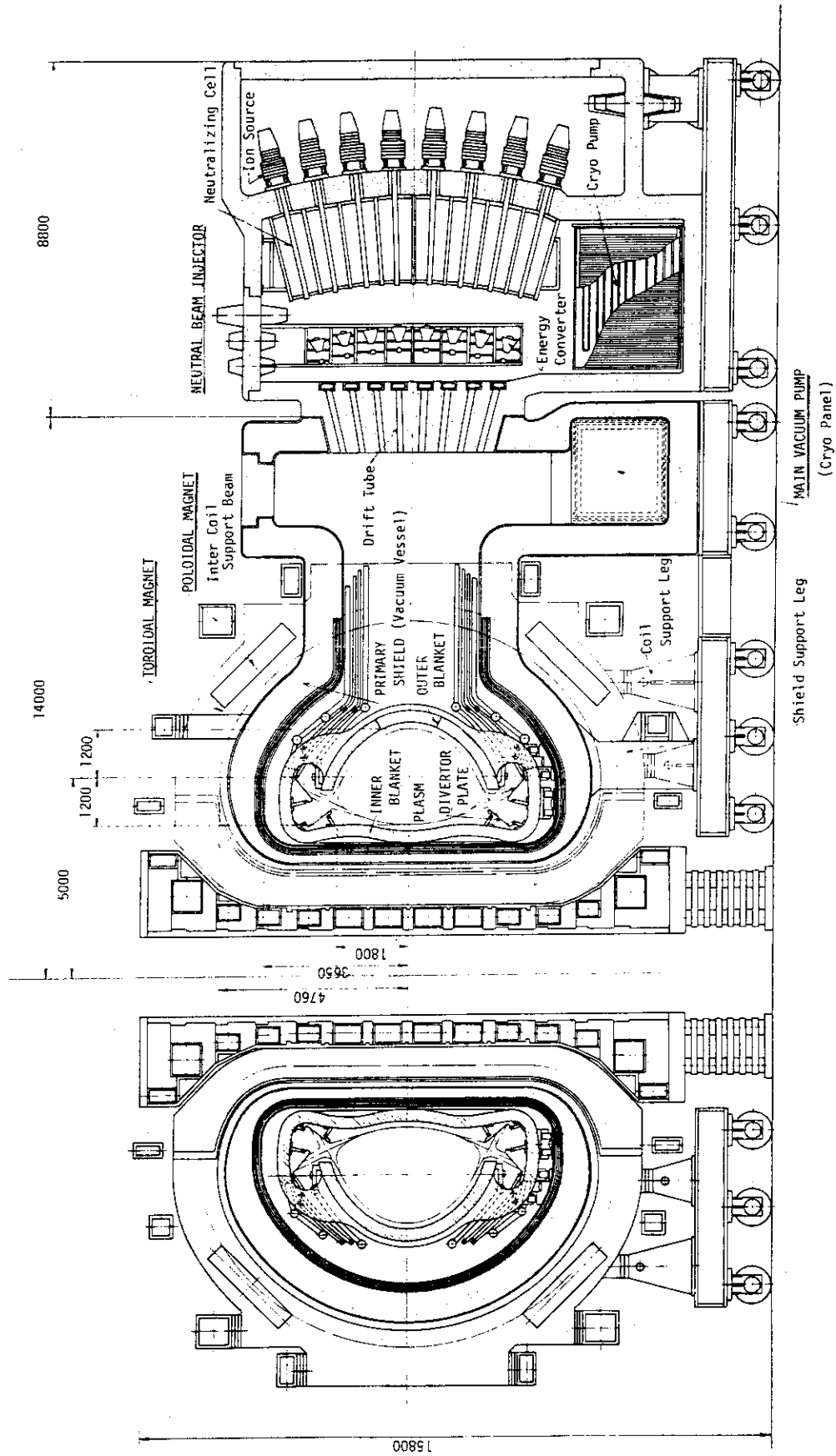


Fig. 1.1 General Reactor Concept of INTOR--J

くなりそれ以上プラズマ温度は上がらない。この間プラズマの位置・大きさはブランケット前面に取り付けられたリミッターにより決められる。次にダイバータコイル、垂直磁場コイルに通電し、プラズマをリミッターより離し真空容器内に浮かせる。ダイバータコイルが働き出した後はプラズマより洩れ出したイオンは磁力線によりダイバータ板まで運ばれる。プラズマ温度を更に上げるため中性粒子入射装置(NBI)より高エネルギー(175keV程度)の中性デュートリウムを打ち込む。プラズマ温度が10keV程度になり核融合反応が起り始めたらNBIは止める。核融合反応の結果3.5MeVのHeと14.1MeVの中性子が放出される。Heはプラズマ中でエネルギーを失いプラズマ温度を保持する役割を果す。プラズマ中にHeが蓄積されるとプラズマからのエネルギー損失が大きくなるためHeは連続的に排出されなければならない。ダイバータはプラズマから洩れて来たHeイオン、不純物イオンをダイバータ板迄導き中性化する役割を果す。中性化されたHe、不純物は主真空ポンプにより排気される。

一方中性子はプラズマを通り抜けブランケットに入射する。ブランケットにはリチウムが装荷されており ${}^7\text{Li}(n, n'\alpha)\text{T}$, ${}^6\text{Li}(n, \alpha)\text{T}$ 反応によりトリチウムを再生産すると共に中性子の運動エネルギーを媒質の熱エネルギーに変換する。ブランケットを軽水、重水、ガスなどにより冷却し、熱エネルギーとして炉の外部に取り出す。大部分の中性子はブランケット中で消滅するが、幾らかはブランケットを透過する。この中性子からトロイダル磁場コイルを護るため、また炉室内の機器が放射化するのを防ぐため、ブランケットとトロイダル磁場コイルの間に遮蔽体が必要である。これを1次遮蔽と呼ぶ。

以上がトカマク炉の概要であるが、この他トリチウム関連システム(燃料給排系、ブランケットトリチウム回収系など)、電源系、極低温冷凍系、分解補修機器など多くの付属機器が必要である。

1.1 トカマク型核融合炉の核設計

トカマク型核融合炉に於ける核設計は次の様に大別する事が出来る。

- (1) ブランケット設計に関する核設計
- (2) 超電導磁石の放射線遮蔽設計
- (3) 炉体分解修理に関連する核設計
- (4) 安全性に関する放射線解析
- (5) ダイバータ板、クライオ・ポンプ、真空容器などの各コンポーネントの設計に関連する放射線解析

本節では上記の項目について説明し核設計の役割の概要を述べる。

1.1.1 ブランケット設計に於ける核設計

トリチウム増殖ブランケットの設計は、Fig. 1.1.1に示す様に種々の要素が互いに密接に関連しており単純では無い。ブランケットの役割としては基本的には、①トリチウムの生産と回収の場、②プラズマ位置不安定性制御のためのシェル効果の提供、③発電のためのエネルギー変換の場、④超電導磁石のための放射線遮蔽の一部を担う事である。この他ブランケットが構造物として成立するために種々の条件を満足しなければならないから放射線解析、熱解析、渦電流解析、応力解析、トリチウムの挙動解析、材料の放射線損傷解析を同時に行い設計する必要がある。この中で核設計の課題は、①トリチウム増殖比を求める事、②核発熱を評価する事、③材料の変位損傷、気体生成量の評価を行う事、④放射線遮蔽評価を行う事である。②～④については核設計の立場は受身であり与えられたブランケット構造について正確な評価を行えば良い。しかし、①に関しては積極的にトリチウム増殖比を高めるため（下げないため）の条件を明らかにして行く必要がある。1.0以上のトリチウム増殖比を確保する事は、ブランケットの構造設計に非常に多くの制約を与えるからである。

1.1.2 超電導磁石の放射線遮蔽

超電導磁石の放射線遮蔽解析は早くから行われており原研に於いても実証炉（JDFR）、実験炉（JXFR）^{(6),(11)~(13)}に対して行われている。超電導磁石の遮蔽はトロイダル磁場コイルに対するものと考えて良い。特にトーラス内側に遮蔽のために広い空間が採れず厳しい問題である。超電導コイルに対する放射線の影響としては、①安定化材である銅の抵抗増大⁽¹⁴⁾、②超電導線材の臨界電流の減少⁽¹⁵⁾、③電気絶縁材の性能劣化⁽¹⁶⁾、④局所的な放射線発熱による不安定化⁽¹⁷⁾、⑤放射線発熱による冷凍負荷の増大が考えられている。具体的にはTable 1.1.1に示す様な設計条件が一般的である。ただし最も厳しい条件である①に関しては、放射線レベルが高い領域には安定化材である銅の量を殖やし設計条件を緩める方向にある。

1.1.3 炉体分解修理に関連する核設計

核融合炉ではD-T反応の結果生ずる中性子のエネルギーが14.1MeVと高いため、核分裂炉では起らなかった各種のしきい値反応が起り大きな誘導放射能を生じる事になる。^{(18)~(32)}誘導放射能の問題を軽減するため種々の構造材候補材料についてサーベイ計算を行ったが、いずれ

によっても炉停止後に炉内に人間が立入る事は現実的に不可能である事が分った。⁽³²⁾ 従って炉の修理・点検には遠隔操作が不可欠である。、その場合でも誘導放射能による炉内のガンマ線レベルの評価は重要である。Table 1.1.2 に遠隔操作機器の材料として使われる可能性のあるものの耐放射線性を示す。^{(33), (34)} 構造材としてステンレス鋼を用いた場合、中性子壁負荷 1MW/m² 程度の炉で、炉停止後 1日～1年の間約 10⁶ レントゲン/時であり、遠隔操作機器の開発に大きな影響を与える。また炉停止後の炉室内のガンマ線線量率も分解補修設計に重要な影響を与える。現在までに行われた炉の設計に於ける 1次遮蔽体外側の線量率を Table 1.1.3 に示す。現在では炉停止後 1日で 2.5 ミリレム/時程度に押える事を、設計条件とする事が一般的であり、これがトラス外側の 1次遮蔽の厚さを決定する事になる。

1.1.4 安全性に関する放射線解析

環境に対する安全性の問題の 1つとして、敷地境界での放射線レベルを評価する必要がある。炉運転時・炉分解時に敷地境界で許容レベル以下とする様な生体遮蔽の設計が必要である。⁽¹⁾

1.1.5 各コンポーネント設計に関連する核設計

トカマク炉を構成する機器のうちダイバータ板は最も寿命の短いものの 1つと考えられており、中性子照射によるダイバータ板の放射線損傷も寿命を決定するファクタの 1つである。またプラズマが急激に壊れ(プラズマディスラプション)た時にダイバータ板に過大な渦電流が生じる事を防止するために使われる電気絶縁物の放射線損傷も心配されている。これらの放射線損傷の精確な評価が必要である。

主真空ポンプ、中性粒子入射装置(NBI)用の真空ポンプとしてはクライオ・ポンプが使われる。クライオ・ポンプは極低温(4k)で運転され、熱負荷が大きいと必要な冷凍電力が過大となる。1Wの熱負荷を除去するため 300～700Wの電力が必要であると言われている。クライオ・ポンプ中の核発熱を精確に評価する必要がある。

プラズマ真空容器は炉の場合ブランケットの後方に設置されるのが一般的である。従ってこの容器における核発熱量は平均的には小さいが、ダイバータ・スロート部からの放射線ストリーミングなどにより局部的に大きくなる。このため容器に過大な熱応力が発生する可能性が有り、核発熱量の精確な評価が必要とされる。

以上の他、各種計測器に対する放射線の影響解析も今後重要な問題となろう。

Table 1.1.1 Design criteria of the shield

| 要 因 | | 基 準 | 核 融 合 実 験 炉 ト ー ラ ス 外 側 の 値 |
|--|------------------------------|--|--|
| ト ロ イ ダ ル 保 マ グ ネ ッ ト 護 | 銅 の 抵 抗 増 大 | $2.5 \times 10^{-5} \text{ dpa} \cdot \text{y}^{-1}$ | $5.8 \times 10^{-9} \text{ dpa} \cdot \text{y}^{-1}$ |
| | 超電導線材の性能劣化 | $1 \times 10^{18} \text{ n} \cdot \text{cm}^{-2}$ | $3.5 \times 10^{14} \text{ n} \cdot \text{cm}^2$ |
| | 絶縁材の性能劣化 (吸収線量) | $1.2 \times 10^8 \text{ rad}$ | $3.0 \times 10^4 \text{ rad} \cdot \text{y}^{-1}$ |
| | 超電導線材の局所的な 温度上昇 (発熱密度) | $10^{-3} \text{ W} \cdot \text{cm}^{-3}$ | $1.0 \times 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{cm}^{-3}$ |
| 点 補 検 ・ 修 | 装置遮蔽外側の線量率 | $2.5 \text{ mrem} \cdot \text{h}^{-1}$ | $0.7 \text{ mrem} \cdot \text{h}^{-1}$ |

Table 1.1.2 Dose or fluence limits of the candidate*
materials for use in remote handling
machine

| 材 料 | 許 容 範 囲 | 備 考 |
|-----------------------|------------------------------|----------------|
| 金 属 材 料 | $10^{14} \sim 10^{15}$ レントゲン | 温度上昇は要注意 |
| 有 機 絶 縁 物 | $10^8 \sim 10^9$ ラド | |
| 無 機 絶 縁 物 | 10^{21} n/cm^2 | ガンマ線に対するデータは不足 |
| 半 導 体 | $10^4 \sim 10^5$ レントゲン | 性能劣化 |
| 普 通 ガ ラ ス | $10^4 \sim 10^5$ レントゲン | 着 色 |
| non browning ガ ラ ス | $10^7 \sim 10^8$ レントゲン | 破 壊 |

* 本表は文献(3)に記述されているもの及び日本原子力研究所実用燃料試験室吉田義男氏の私信をまとめて表にしたものである。

Table 1.1.3 Shielding designs of torus outboard region in experimental and power reactors

| | 壁 負 荷 (MW/m ²) | ブランケット | | 遮 蔽 | | 遮蔽外側線量率 (mrem/h) 炉停止旧後 |
|---------------------|-------------------------------|---|-------------------|--|--------|--------------------------------|
| | | 材 質 | 厚さ(cm) | 材 質 | 厚さ(cm) | |
| UWMAK-I (1975) | 1.25 | Li S.S. | 73 | S.S. Pb B ₄ C | 77 | 1165 (TETRの設計書で) 検討してある。 |
| UWMAK-II (1975) | 1.16 | Li V C | 90 | S.S. Pb B ₄ C | 96 | — |
| UWMAK-III (1976) | 1.91 2.37 (Max) | Li Mo C | 94 | Pb, B ₄ C S.S. Al ₂ O ₃ 2SiO ₂ | 100 | — |
| TETR (1978) | ~1.1 | — | — | S.S., W Pb H ₂ O | 110 | 21.7 |
| NUWMAK (1979) | 4.0 | pbLi Ti, H ₂ O pb C | 70 | B ₄ C Ti, H ₂ O Pb | 85 | 2.6 |
| ANL EPR (1976) | 0.5 | S.S. | 28 | S.S. Pb motal C Al | 97 | ~2 |
| GA EPR (1976) | 0.85 | S.S. | 55 (F-coilを含む) | Pb B ₄ C | 100 | 2.5 |
| FINTOR (1976) | 0.07 | Li S.S. | 87.5 | B ₄ C S.S. Pb | 90 | 4.3 |
| JXFR (1977) | 0.17 | Li ₂ O S.S. | 85 | H.C. H ₂ O(B) Pb | 80 | 2.0 |

1.2 モンテカルロ法の役割

一般的な結論を得るためのパラメータサーベイや、炉の概念設計の初期の段階では1次元計算コードを用いた放射線解析が有効である。しかし、炉の設計が若干詳細になって来ると1次元計算コードでは取り扱えない問題に遭遇し、多次元計算コードが要求される。トリチウム増殖率の計算に於いても絶対値の評価となると3次元計算コードが必要である。JXFR⁽¹⁾、IXTOR-J⁽²⁾の設計では、トーラス内側のブランケットは超電導磁石の遮蔽専用となっており、トリチウム生産は行われぬ。また、ブランケットはプラズマを囲む全面に設置できるわけではない。ダイバースロート、NBI用ポート、計測器用ポートなど種々の開口部が存在する。これらのトリチウム増殖比に与える影響を評価するには、トーラス形状を取り扱える3次元計算コードが必要である。2次元Sn輸送計算コードでトーラス形状が扱えるものが開発されてはいるが、非円形断面のプラズマの場合取り扱えない、NBIポートや計測器用ポートを考慮する事が出来ないなどの欠点があり計算の自由度が少い。ブランケットの内部構造は設計により異なるが、一般的に設計が詳細になるに従い複雑化する傾向にある。これは決して好ましい事ではないが、種々の観点からの制約が加わって来るため止むを得ない事である。そうしたブランケットの内部構造を考慮して計算を行うにも、場合によっては3次元計算コードが必要である。

超電導磁石の遮蔽設計に於いても、種々の開口部からの放射線ストリーミングを考慮した解析となると1次元計算コードでは不可能である。2次元計算コードで解析した例もあるが、形状模擬にかなりの近似を行っている。⁽⁶⁾

炉停止時のガンマ線束の分布を計算するためには、先ず炉運転中の中性子束分布を精確に評価しなければならない。特に遮蔽体外側のガンマ線束を計算する場合は各種開口部からの中性子ストリーミングを精度良く評価する必要がある。これには3次元計算コードが不可欠である。非常に寿命が短いと考えられているNBI用イオンソースは頻繁に取り替えなければならない部品であるが、この取り替えは完全な遠隔操作によらなければならないのか、あるいは人間が近接して行えるのかによって作業能率が相当違うであろう。炉の稼働率に直接関係して来る事でありNBIイオンソース室の放射線レベルの評価は重要である。この部分の評価はダクトストリーミング、深層透過などが混在する極めて複雑な構造での放射線輸送解析であり3次元計算コードが不可欠である。

敷地境界の放射線レベルの計算は、炉の概念設計の段階では1次元計算か、2次元計算で充分であろう。しかし炉建屋の構造設計が充分詳細になった時点で3次元計算が必要となる可能性もある。

クライオポンプの放射線発熱計算は複雑なダクト中の放射線ストリーミング計算であり3次元計算以外は考えられない。

第1壁、ダイバータ板、真空容器での放射線発熱、放射線損傷の分布の計算ではトーラス形状を取り扱える3次元計算コードが不可欠である。

現在実用的な3次元輸送計算コードとしてはモンテカルロ法によるものしかなく、有限要素法によるものSn法によるものは開発段階である。従って核融合炉の核設計に於いてモンテカルロ法は重要な位置を占めており、今後炉の設計が詳細になるにつれその重要度は更に増すであろう。

1.3 モンテカルロ法輸送計算コードをトカマク型核融合炉に適用する場合の問題点

1.3.1 トカマク型核融合炉形状模擬に関する問題

米国オークリッジ国立研究所が開発したモンテカルロ法輸送計算コードMORSE-GG⁽³⁶⁾は、2次以下の方程式で表わされる面で構成される体系を取り扱う事が出来る。トーラス曲面は4次方程式で表わされるからトカマク型炉の形状を精確に模擬するには4次曲面まで扱える様に拡張する必要がある。これに伴いコード内で4次方程式を繰り返し解く必要を生じるが、これにより大巾な計算時間の増大を招いてはならない。またトーラス状に分布した中性子源から粒子を発生するサブプログラムも作成する必要がある。

トカマク型核融合炉の核計算は非常に複雑な体系の放射線輸送計算を行う事になるから、モンテカルロ計算コードの形状入力データは膨大なものとなる。炉を設計する作業においては、膨大な形状入力データを短時間でデバッグできる事が重要である。従来から形状入力データのチェックを行うプログラム⁽³⁷⁾が存在するが充分性能の良いものとは言えず新しいプログラムが必要である。

1.3.2 計算時間短縮(統計誤差減少)法の問題

統計誤差の問題はモンテカルロ法に伴う問題として古くからあり今なお主要な問題である。深層透過の計算を行う場合、長いダクトを通してのストリーミングを扱う場合、あるいは局所的な粒子束を求める場合は統計誤差を充分小さくするために膨大な計算時間を必要とする。トカマク型核融合炉の核設計ではその様な場合に遭遇する事が多い。例えば1次遮蔽体はトーラス外側では14.1MeV中性子束を8桁も減衰させるものであり、各種の貫通孔を持つ複雑構造である。また超電導磁石の遮蔽設計では、ある領域の平均の放射線損傷率よりは局所的な値が必要である。

計算効率を上げ、計算時間を短縮するための正攻法はインポートランス・サンプリングの理論をベースとしたもので、各種バイアス技法を含め、何らかの方法でインポートランス関数を推定したものである。しかし、実際の設計計算にモンテカルロ法を使う場合は他の観点からの計算時間短縮法の検討も必要である。例えば実際の計算プロセスの中で計算時間を多く消費する部分の簡略化、効率的計算体系の選択なども検討されなければならない。

1.4 積分型輸送方程式のモンテカルロ法による解法

モンテカルロ法で基礎式として使われる多群輸送方程式は次のように書かれる。⁽³⁶⁾

$$X_g(\bar{r}, \bar{\Omega}) = S_g(\bar{r}, \bar{\Omega}) + \sum_g' \int \frac{\Sigma_s^{g' \rightarrow g}(\bar{r}, \bar{\Omega}' \rightarrow \bar{\Omega})}{\Sigma_t^{g'}(\bar{r})} d\bar{\Omega}' \\ \times \int \Sigma_t \frac{e^{-\int_0^R \Sigma_t^{g'}(r'') dr''}}{R^2} \cdot X_{g'}(\bar{r}', \bar{\Omega}') dR$$

(1.4.1)

ここで

$X_g(\bar{r}, \bar{\Omega})$: 散乱または発生により \bar{r} 点か $\bar{\Omega}$ 方向へ飛び出すエネルギー群 g の粒子密度

\bar{r} : 位置ベクトル

$\bar{\Omega}$: 粒子の飛行方向の方向ベクトル

$S_g(\bar{r}, \bar{\Omega})$: 粒子の発生源分布

$\Sigma_1^g(\bar{r})$: エネルギー群 g の巨視的全断面積

$\Sigma_s^{g' \rightarrow g}(\bar{r}, \bar{\Omega}' \rightarrow \bar{\Omega})$: $g' \rightarrow g$ 群に散乱し方向を $\bar{\Omega}' \rightarrow \bar{\Omega}$ に変える巨視的微分散乱断面積

R : \bar{r} 点から \bar{r}' 点までの距離

(1.4.1) 式は Integral Emergent Particle Density Equation と呼ばれるもので、Transport Operator $T_g(\bar{r}' \rightarrow \bar{r}, \bar{\Omega})$ および Collision Operator $C'_{g' \rightarrow g}(\bar{r}, \bar{\Omega}' \rightarrow \bar{\Omega})$ を用いて次の様に表現される。

$$X_g(\bar{r}, \bar{\Omega}) = S_g(\bar{r}, \bar{\Omega}) + C'_{g' \rightarrow g}(\bar{r}, \bar{\Omega}' \rightarrow \bar{\Omega}) \cdot T_g(\bar{r}' \rightarrow \bar{r}, \bar{\Omega}) X_g(\bar{r}', \bar{\Omega}') \quad (1.4.2)$$

モンテカルロ法で上式を解くという事は概念的には次の2つのプロセスから構成される。

1. 粒子の振舞いをシミュレーションする。すなわち $S_g(\bar{r}, \bar{\Omega})$ に比例して粒子を発生させ、 $T_g(\bar{r}' \rightarrow \bar{r}, \bar{\Omega})$ に従って空間座標を変え、 $C'_{g' \rightarrow g}(\bar{r}, \bar{\Omega}' \rightarrow \bar{\Omega})$ に従ってエネルギーと飛行方向を変える。
2. シミュレーションされた粒子の振舞いから、粒子束 $\Phi_g(\bar{r}, \bar{\Omega})$ を計算する。殆んどの場合物理量は

$$\sum_g \iint h_g(\bar{r}) \cdot \Phi_g(\bar{r}, \bar{\Omega}) d\bar{r} d\bar{\Omega} \quad (1.4.3)$$

の様に表わされるから、基本的にはスカラー粒子束、場合によっては角度粒子束を、計算する事と考えて良い。 $\Phi_g(\bar{r}, \bar{\Omega})$ と $X_g(\bar{r}, \bar{\Omega})$ の関係は次の様に表わされる。

$$\Phi_g(\bar{r}, \bar{\Omega}) = \int_0^\infty e^{-\beta_g(\bar{r}, R, \bar{\Omega})} X_g(\bar{r}', \bar{\Omega}) dR \quad (1.4.4)$$

$$\beta_g(\bar{r}, R, \bar{\Omega}) \equiv \int_0^R \Sigma_1^g(\bar{r} - R', \bar{\Omega}) dR' \quad (1.4.5)$$

$$\bar{r}' = \bar{r} + R\bar{\Omega} \quad (1.4.6)$$

ここでは上のプロセスのうち前者をシミュレーション部分、後者を解析部分と呼ぶ事にする。実際の計算ではシミュレーションを行いながら解析部分におけるスコアが累積され、最終的に計算値を得るわけである。解析部分のスコアを計算する式はエスティメーター (Estimator) と呼ばれ幾種類かのものが場合に応じて使い分けられる。以下に示す4種類のものが代表的な Estimator である。⁽³⁸⁾

(1) Collision Density Estimator

有限の体積を持った領域中の平均粒子束は、単位時間中に領域中で起る衝突数を領域の体積及び巨視的全断面積で除す事によって得られる。すなわち、

$$\Phi_{v, g} = \frac{\sum_i WTBC_i}{N \cdot VOL_v \cdot \Sigma_t} \quad (1.4.7)$$

である。ここで

$\Phi_{v, g}$: 領域 v の g 群の粒子束。ただし、計算体系中に線源粒子が単位時間に1個放出された場合に規格化されている。

$WTBC_i$: g 群の粒子が領域 v 中で衝突する直前の重み。

N : 粒子の全ヒストリー数

VOL_v : 領域 v の体積

Σ_t : 領域 v の媒質の巨視的全断面積

である。従って領域 v で衝突が起きた時のスコア S は

$$S = \frac{WTBC_i}{VOL_v \cdot \Sigma_t} \quad (1.4.8)$$

となり、 v 領域 g 群のビン^{*}に加算される。

この方法の特徴は広い領域の平均値（或いは積分値）を計算するのに便利な事である。核融合炉の場合ではトリチウム増殖比の計算がこれに当ろう。反対に局所的な量を計算する場合は狭い領域を設定しなければならず不向きである。また広い領域の平均値の計算の場合でも媒質密度が薄く領域中で衝突が殆んど起らない場合には統計誤差が大きくなる。そして真空の場合は解が得られない。

(2) Track-Length Estimator

単位時間中に領域中を運動した粒子の飛跡の長さの和を領域の体積で除す事によっても領域中の平均粒子束を得る事が出来る。すなわち次式によっても計算する事ができる。

$$\Phi_{v, g} = \frac{\sum_i W_i \cdot T_i}{N \cdot VOL_v} \quad (1.4.9)$$

ここで、

T_i : g 群の粒子の飛跡の長さ

W_i : T_i の飛跡を運動した粒子の重み

である。領域 v 中を運動した時のスコア S は

$$S = \frac{W_i \cdot T_i}{VOL_v} \quad (1.4.10)$$

となり、 v 領域 g 群のビンに加算される。

この Estimator の場合は、領域中で粒子と媒質の衝突が多数起る必要は無く、通過する粒子の数が多ければ良い。従って媒質密度が低い場合、領域の厚さが薄い場合は Collision density Estimator よりはるかに統計誤差の少ない答えが得られる。しかし、局所的

* ビン(bin)とはスコアを累積する入れ物であり、位相空間(時間, エネルギー, 方向, 位置)である体積を占めている。

な粒子束を計算するには、Collision density Estimator 同様不向きと言う事が出来る。領域を小さく設定すれば、そこを通過する粒子の数が減少してしまうからである。

(3) Surface-Crossing Estimator

この方法は計算体系中に、或る面を設定し、その面を横切る粒子の数を数えるものである。面上の平均粒子束が次の様に得られる。

$$\Phi_{s,g} = \frac{\sum_i \frac{W_i}{\cos \theta_i}}{N \cdot \text{SUR}_s} \quad (1.4.11)$$

ここで、

W_i : 面 s を横切った粒子の重み

θ_i : 横切った粒子の飛行方向と面 s の法線のなす角

SUR_s : 面の面積

である。スコア S は

$$S = \frac{W_i}{\cos \theta_i \cdot \text{SUR}_s} \quad (1.4.12)$$

となり、 s 面、 g 群のビンに加算される。

表面を横切る粒子数が多い場合統計誤差の小さい答えが得られる。局所的な粒子束を計算するにはやはり不向きである。なお $\cos \theta_i = 0$ となる場合スコアは無限大となるから、その様な粒子飛跡が予想される場合は注意が必要である。(2)で述べた Track-Length Estimator を用いて非常に薄い領域を設定すれば、事実上 Surface Crossing Estimator と同様、面上の平均粒子束が得られ、しかもその場合はスコアが無限大となる事が無い。

(4) Point Detector Estimator

計算体系中に或る点 D (Point Detector) を設定する。粒子が媒質と衝突した時(あるいは発生した時)、その衝突(発生)により粒子が点 D の方へ向きを変え D に粒子束として現れる確率を加算する事によって点 D における粒子束を求める事が出来る。

$$\Phi_{D,g} = \frac{1}{N} \left\{ \sum_i \frac{W_i \cdot f(\theta_i, g' \rightarrow g)}{R_i^2} \cdot e^{-\int_0^{R_i} \Sigma_t(r') dr'} \right\} \quad (1.4.13)$$

ここで、

W_i : 衝突を起した後の粒子の重み、すなわち衝突前の粒子の重みに、衝突によって吸収されない確率($(n, 2n)$, $(n, 3n)$ 反応がある場合は、1以上になる場合もある) を乗じたもの

$f(\theta_i, g' \rightarrow g)$: 衝突により、エネルギー群が $g' \rightarrow g$ なり方向を点 D の方向 θ_i に変える確率

R_i : 衝突点と D 点の距離

$\int_0^{R_i} \Sigma_t(r') dr'$: 衝突点から D 点までの光学的距離

である。スコアは

$$S_g = \frac{W_i \cdot f(\theta_i, g' \rightarrow g)}{R_i^2} \cdot e^{-\int_0^{R_i} \Sigma_t(r') dr'} \quad (1.4.14)$$

となる。この場合のスコアはD点の、g'群以下のエネルギー群のビンに加算する。熱群中性子の散乱の場合の様に上方散乱がある場合はg'群以上のエネルギービンにも加算する。

前述3つの Estimator の場合、領域平均、面平均の粒子束が得られたのに対し、この方法では点の粒子束が得られる。したがって局所的な粒子束を計算するのに適している。同じヒストリー数の計算を行うのに、(1)、(2)、(3)の各方法では計算時間はほとんど同じであるが、この(4)の方法では非常に大きな計算時間を要するのが欠点である。また $R_i \rightarrow 0$ となった時スコアが無量大となるのも欠点である。

1.5 第1章の要約と本研究の目的

第1章を要約すると以下の様になる。

- (1) トカマク型核融合炉の核設計は非常に複雑な形状に対しての計算が必要であり、モンテカルロ法による3次元計算が不可欠と言える。
- (2) モンテカルロ法計算コードをトカマク型核融合炉に適用する場合の問題点の1つは、トラス形状を正確に取扱える様にする事、また膨大な形状入力データを効率良くデバッグ出来る様にする事である。
- (3) また、もう1つの問題点は、現実的な計算時間の範囲で統計誤差が充分小さい計算結果を得られる様にする事である。既ち実用的な計算時間短縮法(統計誤差減少法)を開発する事である。

以上の事から

- (1) MORSE-GGコードを改良してトラス形状を正確に取り扱える様にする事。また膨大な形状入力データを効率良くデバッグする補助プログラムを開発する事
- (2) 実用的な計算時間短縮法(統計誤差減少法)を開発する事

を主目的として本研究が行われた。

第2章では(1)に対応する、複雑形状取扱いに関する研究について述べ第3章では(2)に対応する計算時間短縮法について述べる。また第4章ではJXFR, INTOR-Jの核設計に於いて行われた3次元モンテカルロ法計算について述べる。最後に核計算用モンテカルロ法計算コードの特殊な利用法として熱輻射解析に適用した例を第5章で述べる。

2. トカマク型核融合炉形状の取り扱い

この章では、先ず 2.1 でトーラス形状を MORSE-GG コードで取り扱う方法について述べ、2.2 では膨大な形状入力を効率的にデバッグするために開発したコード TOPIC⁽³⁹⁾ について述べる。

2.1 トーラス形状の取り扱い⁽⁴⁰⁾

モンテカルロ法コードのシミュレーション部では、粒子が或る点 r_1 で散乱し、或る方向 $\bar{\Omega}$ に向きを変えた時、以下のプロセスで次の散乱点の位置を決定する。

1. 指数関数の確率密度関数から、次の散乱点までの光学距離 η をサンプリングする。
2. 点 r_1 の媒質の巨視的全断面積 Σ_1 で η を除し粒子の飛行距離 ℓ を求める。
3. 粒子が距離 ℓ 飛行する前に媒質の境界を横切っているか否かの判定をする。横切っていないければ $r_2 = r_1 + \ell \bar{\Omega}$ が次の散乱点である。
4. 距離 ℓ_1 のところで境界を横切っていれば、 $\eta_1 = \eta - \ell_1 \Sigma_1$ とし、 η を η_1 に、 r_1 を境界を横切った点に置き換え 2 以下のステップを繰り返す。

上のプロセス中ステップ 3 に於いて粒子飛跡とトーラス面との交点を求める必要がある。

トーラス形状をモンテカルロ法計算コードで取り扱う上で必要な事は粒子の飛跡（中性子 γ 線の場合は 1 次方程式で表わされる）とトーラス曲面との交点を求められる様にする事である。トーラス曲面は 4 次方程式で表す事が出来、飛跡との交点は 4 次方程式を解く事によって得られる。交点を求めるための方程式について 2.1.1 で述べ、2.1.2 では効率的な計算の流れについて述べる。また 2.1.3 ではトーラス形状の線源から粒子を均一に発生させる方法について述べる。

2.1.1 トーラス面と粒子飛跡の交点を求める方程式

座標軸を Fig. 2.1.1 に示す様に決める。すなわちトーラスの回転軸を z 軸とし、 $z = 0$ を midplane とする。トーラスの方程式は次の様に書ける。

$$\left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2} - R}{a} \right)^2 + \left(\frac{z}{b} \right)^2 = 1 \quad (2.1.1)$$

ここで、

R : トーラス主半径

a : トーラス小半径 (midplane 上のプラズマ小半径)

b : $a \cdot \kappa$ (κ は非円形度)

である。

今散乱点 r_1 の座標を (x_1, y_1, z_1) とし、 $r_1 + \ell \bar{\Omega}$ の座標を (x_2, y_2, z_2) とする。これらの座標の差を次の様に置く。

$$u = x_2 - x_1 \quad (2.1.2)$$

$$v = y_2 - y_1 \quad (2.1.3)$$

$$w = z_2 - z_1 \quad (2.1.4)$$

粒子の飛跡とトーラス面との交点の座標 (x, y, z) は、1つのパラメータ k によりそれぞれ次の様に表わされる。

$$x = k \cdot u + x_1 \quad (2.1.5)$$

$$y = k \cdot v + y_1 \quad (2.1.6)$$

$$z = k \cdot w + z_1 \quad (2.1.7)$$

(2.1.5) ~ (2.1.7) 式を (2.1.1) 式に代入すると k についての4次方程式が得られる。

$$A^2 k^4 + 2 \cdot A \cdot B k^3 + (B^2 + 2 \cdot C \cdot A - P) k^2 + 2(B \cdot C - q) k + C^2 - r = 0 \quad (2.1.8)$$

ここで、

$$P = u^2 + v^2 \quad (2.1.9)$$

$$q = u x_1 + v y_1 \quad (2.1.10)$$

$$r = x_1^2 + y_1^2 \quad (2.1.11)$$

$$A = \frac{P + \frac{a^2}{b^2} W^2}{2R} \quad (2.1.12)$$

$$B = \frac{q + \frac{a^2}{b^2} W z_1}{R} \quad (2.1.13)$$

$$C = \frac{r + R^2 + \frac{a^2}{b^2} z_1^2 - a^2}{2R} \quad (2.1.14)$$

である。(2.1.8) 式を k について解き $0 \sim 1$ の間に解が有る時は、次の散乱を起す前に媒質の境界を横切ったことになる。

実際にこの4次方程式を解くのは Euler の方法を用い⁽⁴¹⁾ 実数の解のみが得られる様にしたサブルーチン BIQUAD を作成した。BIQUAD がどの程度計算時間を要するかを調べるため行ったテスト計算の結果を Table 2.1.1 に示す。Table から、実根が4個の場合約 $210 \mu\text{sec}$ 、実根が2個の場合約 $170 \mu\text{sec}$ かかる事が分った。

Table 2.1.1 Consumed Time to Solve the Biquadratic Equation

| Case No | Equation | Solution | Time (μsec) |
|---------|---|------------------------|--------------------------|
| 1 | $x^4 - 10x^3 + 35x^2 - 50x + 24 = 0$ | $x = 1, 2, 3, 4$ | 2 0 5 |
| 2 | $x^4 - 4x^3 - 79x^2 + 166x + 1680 = 0$ | $x = -5, -6, 7, 8$ | 2 0 3 |
| 3 | $x^4 + 12x^3 + 22x^2 + 21x + 10 = 0$ | $x = -1, -10$ | 1 7 1 |
| 4 | $x^4 + x^3 - x - 1 = 0$ | $x = 1, -1$ | 1 7 0 |
| 5 | $x^4 - 3x^3 + 0.75x^2 - 0.25x + 3.75 = 0$ | $x = 1.5, 2.5$ | 1 7 0 |
| 6 | $x^4 - 11x^3 - 9.990x^2 + 110,000x - 100,000 = 0$ | $x = 1, 10, 100, -100$ | 2 1 4 |

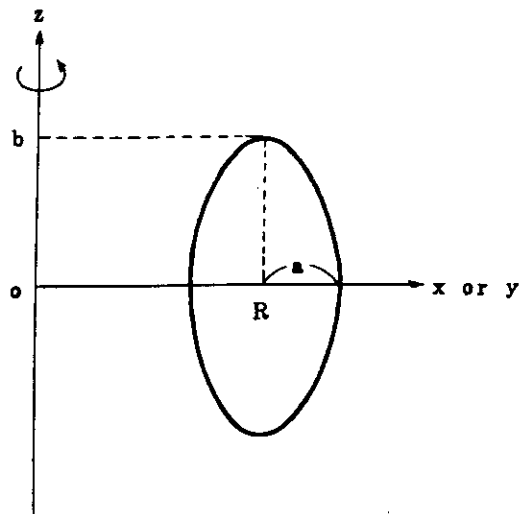


Fig. 2.1.1 Vertical Section of Torus

2.1.2 4次方程式を解くか否かの判別

曲面と粒子飛跡の交点を求める計算は、MORSE コードの中で繰返し行われ必要な計算時間の中の大部分をついやしている。MORSE コードでは交点を求める計算は2次方程式であったが、それでも予め $0 < k < 1$ の解が無い事が分る場合は2次方程式の解法をバイパスする。その様な考えはトーラスを扱う場合は更に重要であり、4次方程式の解法はできる限りバイパスすべきである。ここではMORSE-GG コードの考え方を次の様に拡張してこの目的を達成した。

今解くべき4次方程式を $f(x) = 0$ とする。4次方程式を解くサブルーチンBIQUAD を呼ぶまでの計算の流れをFig. 2.1.2 に示す。以下この図に基いて説明する。

ステップ 1. $f(0) \cdot f(1)$ の判定1-1. $f(0) \cdot f(1) \leq 0$ の場合

0 と 1 の間に解が 1 個以上存在するための充分条件であるから4次方程式を解く。

1-2. $f(0) \cdot f(1) > 0$ の場合

ステップ 2 以降の判定を行う。

ステップ 2. $f'(0) \cdot f'(1)$ の判定2-1. $f'(0) \cdot f'(1) \leq 0$ の場合

0 と 1 の間に $f'(x) = 0$ となる x が存在する。すなわち $f(x)$ は 0 と 1 の間に極値を持つ。この場合 $f(x) = 0$ の解が 0 と 1 の間にある可能性が有るから4次方程式を解く。

2-2. $f'(0) \cdot f'(1) > 0$ の場合

ステップ 3 以降の判定を行う。

ステップ 3. $f''(x) = 0$ の判別式 D の判定3-1. $D < 0$ の場合

$f'(x)$ は単調関数である。2-2.の条件と考え合せると $f'(x) = 0$ の解は 0 と 1 の間に無い事が分るから $f(x)$ も 0 と 1 の間で単調関数である。1-2.の条件に更に考えると $f(x) = 0$ の解は 0 と 1 の間には無い。従って4次方程式は解く必要が無い。

3-2. $D \leq 0$ の場合

$f''(x) = 0$ の 2 根 x_1, x_2 を求めステップ 4.以降の判定を行う。

ステップ 4. x_1, x_2 が $(0, 1)$ に含まれるかどうかの判定4-1. x_1, x_2 が $0 \sim 1.0$ の間に無い場合

$f'(x)$ は $0 \sim 1.0$ の間で単調関数であり、3-1.と同様に4次方程式は解く必要が無い。

4-2. x_1, x_2 のどちらかあるいは両方が $0 < x_i < 1$ の場合

$0 < x_i < 1$ の x_i についてステップ 5.の判定を行う。

ステップ 5. $f'(x_i) \cdot f'(0)$ の判定5-1. $f'(x_i) \cdot f'(0) > 0$ の場合 ($i = 1$ and 2)

$f'(x_i)$ は $f'(x)$ の極値であるが、 $f'(x_i)$ は $f'(0)$, $f'(1)$ と同じ負号であり $f'(x) = 0$ は 0 と 1 の間に解が無い。 $f(x)$ は 0 と 1 の間で単調だから 1-2.の条件と考え合せ $f(x) = 0$ はこの間に解は無い。

5-2. $f'(x_i) \cdot f'(0) \leq 0$ の場合 ($i = 1$ or 2)

$f(x) = 0$ は 0 と 1 の間に解が在り、 $f(x)$ はこの間に極値が在り、 $f(x) = 0$ の解が 0 と 1 の間にある可能性が在るから 4 次方程式を解く。

以上の様にしてトーラス形状を扱った場合、従来の 2 次曲面のみを扱う場合に較べどの程度計算時間を多く要するかを一般的に言う事は難しい。しかし大雑把な目安を得るため、ほぼ無限大と考えられる主半径を持つトーラス形状と円筒形状について比較した結果以上の方法により数割の増加にとどまる事が分った。

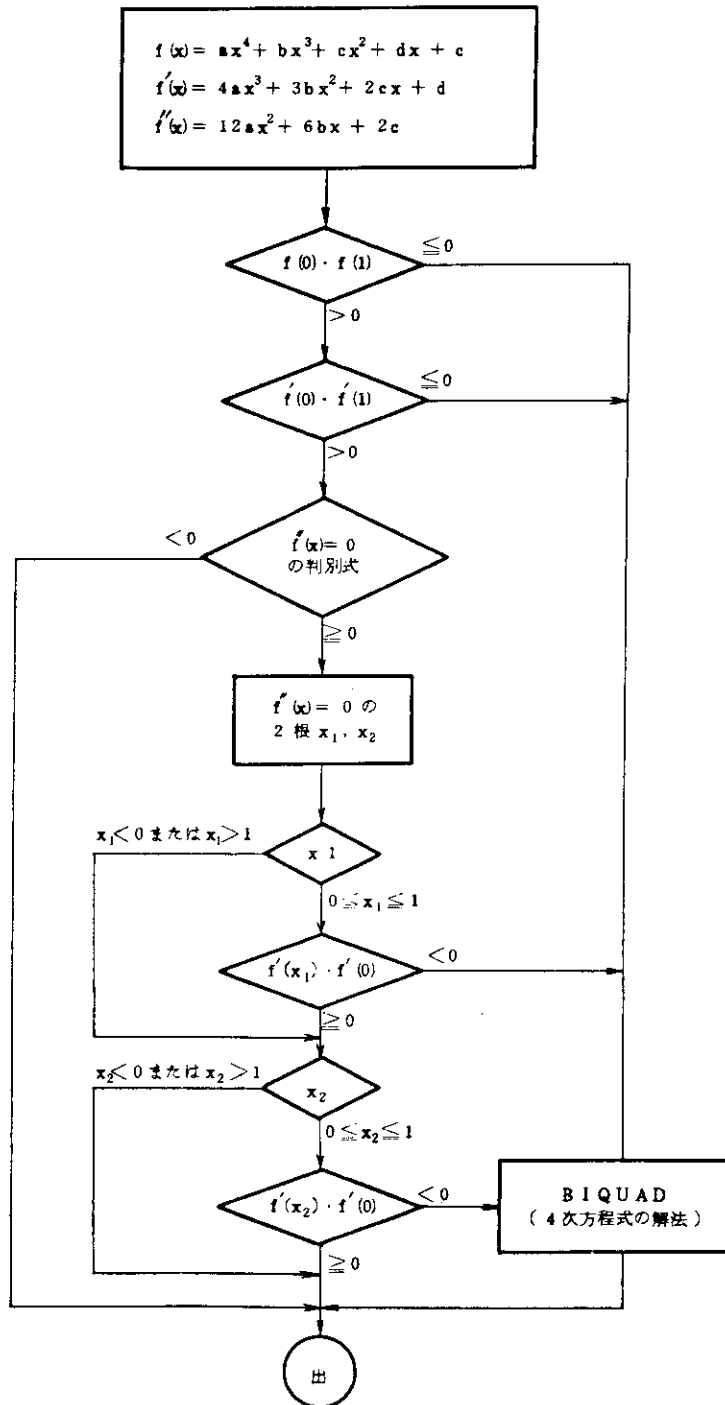


Fig. 2.1.2 4 次方程式を解くかどうかの判別の流れ

2.1.3 トーラス状線源の発生

ここではトーラス形状の線源（プラズマ）から均一に粒子を発生させる方法について述べる。ここで使用した方法は Fig. 2.1.3 に示すような座標系において、 θ 、 φ 、 r の順にサンプリングし、それを x 、 y 、 z 座標に変換するもので以下の説明中 ξ_m は 0.0 ~ 1.0 の間で均一に発生される乱数である。また R_0 はプラズマ主半径、 r_0 は小半径である。

ステップ 1. θ のサンプリング

与えられた範囲 $\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2$ で次の様に均一にサンプリングする。

$$\theta = \xi_1 \cdot (\theta_2 - \theta_1) + \theta_1 \quad (2.1.15)$$

ステップ 2. φ のサンプリング

φ のサンプリングは 0.0 ~ π の間で均一にならない。Fig. 2.1.4 に示した微小体積 dV に比例してサンプリングすべきである。 dV は次の様に求められる。

$$\begin{aligned} dV(\varphi) &= \int_0^{\pi} (R - r \cdot \cos \varphi) d\theta \cdot r \cdot d\varphi \cdot dr \\ &= \left(\frac{r_0^2}{2} \cdot R_0 - \frac{r_0^3}{3} \cdot \cos \varphi \right) d\theta \cdot d\varphi \end{aligned} \quad (2.1.16)$$

dV が最大になるのは $\cos \varphi = -1$ 、すなわち $\varphi = \pi$ の時である。その時の dV は

$$dV_0 = \left(\frac{r_0^2}{2} \cdot R_0 + \frac{r_0^3}{3} \right) d\theta d\varphi \quad (2.1.17)$$

である。効率良く φ をサンプリングするためには、先ず 0.0 ~ π の間で φ を均一にサンプリングし ($\varphi = \xi_2 \pi$)、 $1 - dV(\varphi)/dV_0$ の確率で rejection* してやれば良い。

$$1 - \frac{dV(\varphi)}{dV_0} = 1 - \frac{3R_0 - 2r_0 \cos \varphi}{3R_0 + 2r_0} \quad (2.1.18)$$

ステップ 3. r のサンプリング

r のサンプリングも 0.0 ~ r_0 の間で均一とはならない。Fig. 2.1.5 に示した微小面積 ds に比例してサンプリングすべきである。 ds は次の様に求められる。

$$ds(r) = (R_0 - r \cos \varphi) d\theta r d\varphi \quad (2.1.19)$$

ds の最大値は

$$\begin{aligned} ds_{\max} &= \frac{R_0^2}{4 \cos \varphi} d\theta d\varphi \quad \left(\frac{R_0}{2 \cos \varphi} < r_0 \right) \\ &= (R_0 - r_0 \cos \varphi) r_0 d\theta d\varphi \quad \left(\frac{R_0}{2 \cos \varphi} \geq r_0 \right) \end{aligned} \quad (2.1.20)$$

* rejection とはモンテカルロ法で使われるテクニックの一種で、サンプリングしたものを不採用とし、サンプリングをやり直す事をいう。

となる。従って先ず $0.0 \sim r_0$ の間で均一にサンプリングし ($r = \xi_3 r_0$), 次に $1 - ds(r) / ds_{\max}$ の確率で rejection すれば良い。

ステップ 4. 座標の変換

変数 θ, φ, r から, プラズマ断面が非円形の場合も考慮して, 粒子発生座標 x, y, z を次の様に求める。

$$x = (R_0 - r \cos \varphi) \cos \theta \quad (2.1.21)$$

$$y = (R_0 - r \cos \varphi) \sin \theta \quad (2.1.22)$$

$$z = \pm \kappa r \sin \theta \quad (2.1.23)$$

ここで κ は非円形度である。

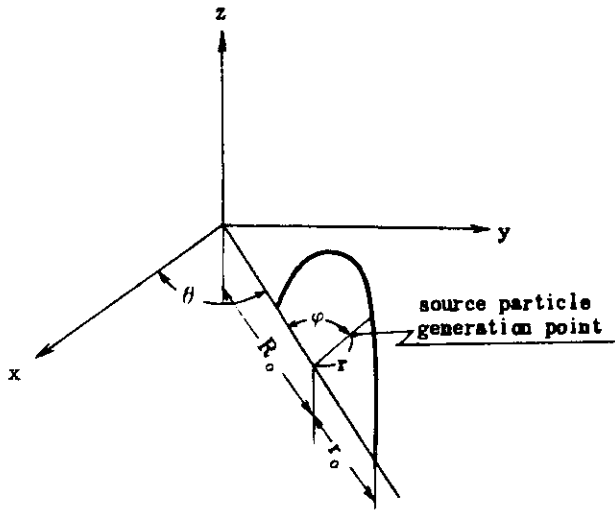


Fig. 2.1.3 Coordinates for Source Particle

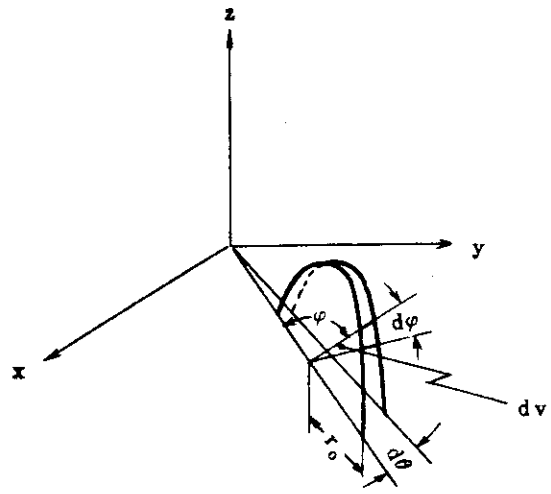


Fig. 2.1.4 Sampling of Variable φ

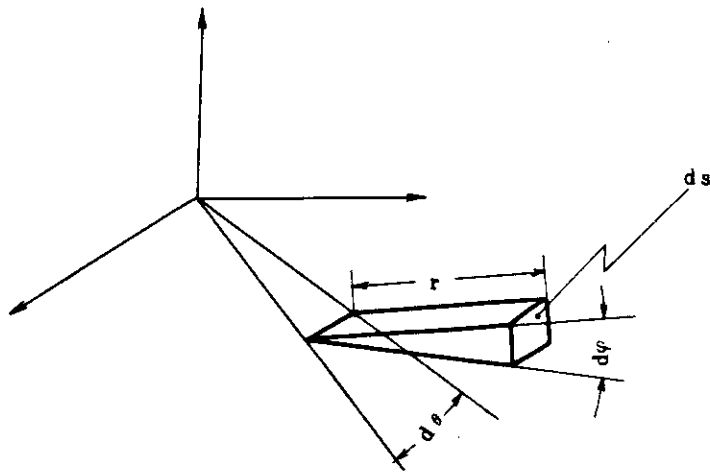


Fig. 2.1.5 Sampling of Variable r

2.2 複雑形状入力データ・チェック・コード TOPIC⁽³⁹⁾

MORSE-GGの形状入力データ・チェック・コードとしては既にPICTURE⁽³⁷⁾が在る。しかしこのコードでは小さな領域に発生している媒質の二重定義、未定義などの入力エラーを検出するのがかなり難しい。小さな領域のエラーが存在したままモンテカルロ計算を始めるとかなり長時間計算を行う。そして偶然粒子がエラー領域に飛び込んだ時、計算は続行不能となり多大の計算時間を浪費する事になる。またPICTUREはトーラス形状の入力データをチェックする様には出来ていない。そこでトカマク型炉形状入力データチェック用としてTOPICコードを作成した。

TOPICコードの機能の詳細及び使用方法は文献(9)を参照されたい。機能の概要は次の通りである。

- (1) 従来のMORSE-GGだけでなくトーラス形状を扱うMORSEの入力データがチェックできる。
- (2) COMまたはプロッタにより結果を図示し、未定義領域、二重定義領域を検出する。
- (3) 一度に多数の入力データエラーを精度良く検出する。
- (4) インプットが簡単であり、TSS^{*}で処理するのに適している。Graphic Displayに表示しながらチェックすると極めて能率的にデバッグが出来る。Fig. 2.2.1にTOPICコードの構成を示す。合計37個のサブルーチン及びメインプログラムから成り、新たに作成したもの22個、従来のMORSE-GGのサブルーチンを修正したもの9個、トーラス形状を取り扱うMORSE-GGから修正したもの6個で構成されている。

Fig. 2.2.2に使用例を示す。これは第4章4.4で述べる計算を行った時の例でありブラケットの前面に在るべき防護壁が一部無くなっている事及び二重定義領域が有る事を検出している。

* TSS : Time Shearing System

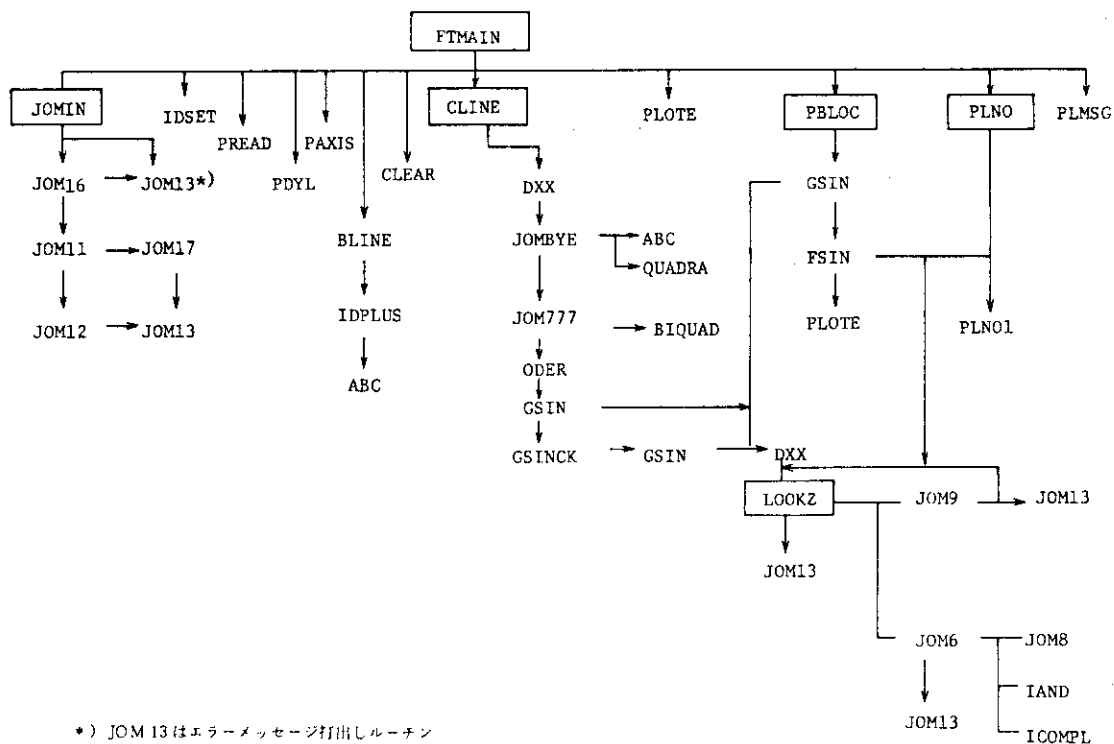


Fig. 2.2.1 TOPIC の構成

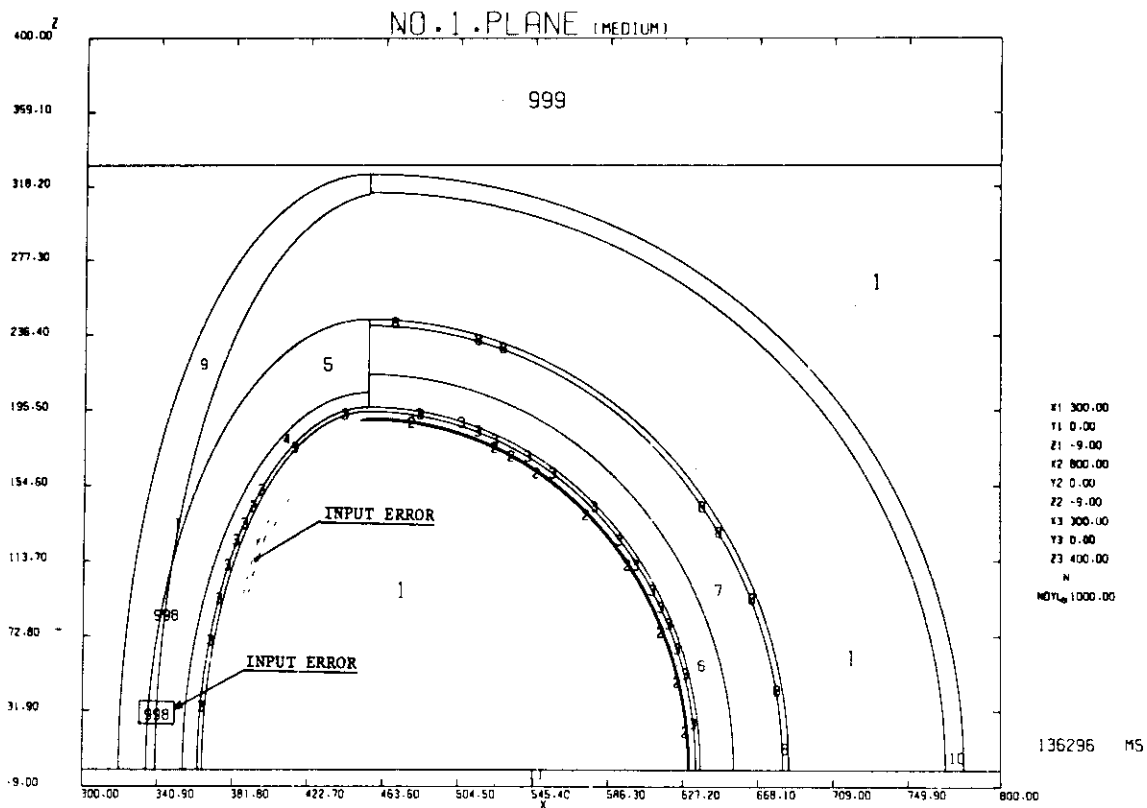


Fig. 2.2.2 MEDIUM 2 重定義検出例

2.3 第2章の結論

第2章を要約すると以下の様になる。

- (1) 4次方程式を解くサブルーチンをMORSEコードに組込む事により、トーラス形状を取扱う事を可能とした。組込み法を工夫した事に依り、トーラス形状を取扱う場合でも僅かの計算時間の増加で計算が可能で有る。
- (2) トーラス形状の中性子源から均一にサンプリングするサブプログラムを作成した。
- (3) トーラス形状を含む、複雑な形状の入力データを効率的にデバッグするコードTOPICを作成した。このコードは形状入力データで与えた計算体系の任意断面を図示するもので、1度に複数の入力データエラー(二重定義領域、未定義領域)を検出する事が出来る。

複雑形状取扱いに関する今後の課題としては、形状入力データの自動的作成法、及び計算効率が最も高くなる(計算時間が最小となる)様に自動的に形状入力データを再構成する手法の開発が考えられる。形状入力の自動的作成はかなり困難と思われるが、中間的なものは考え得る。例えば組成・領域の指定に必要な曲面方程式を入力し、曲面で区切られる領域を全て図示する。そして作図されたものを見ながら作業者が組成・領域を指定する入力データを作成するという方法である。作図するプログラムはTOPICに手を加える事で作成可能であろう。計算効率の良い形状入力データの構成は、組成・領域を指定する複数の曲面のうち最も適切な曲面との交点を最初に求める様にする事である。最も適切な曲面とは粒子が横切る可能性が最も高い曲面である。この様にすれば他の曲面と粒子飛跡の交点を求めるプロセスがバイパスされる確率が高くなる。しかし、粒子が横切る可能性の最も高い曲面を形状入力データを作成する段階で計算機に判断させる事はかなり難しいと考えられる。

3. 計算時間短縮法（統計誤差減少法）の研究

序論でも述べた様に計算時間短縮法の研究はモンテカルロ法研究の中で主要なテーマであり、過去20年間以上行われている。しかしながら計算手法の開発を担当する立場にある研究者に依るものが多く、実際に計算コードを用いて設計を行う核設計者に依るものは意外に少ない。ここでは一般性、厳密性を追求するよりは、実際の設計計算に於いて使い易く有効な手法を開発する事を念頭に、計算時間短縮法を検討した。

第3章の構成は以下の通りである。先ず3.1に既存の計算時間短縮法を簡単に紹介する。3.2から3.4までは新たに開発した技法について述べる。3.5では、放射線ストリーミング解析に有効であるとして現在各所で研究されているアルベド・モンテカルロ法について触れる。

新たに開発した技法は全てポイント・ディテクタ法に関するものである。ポイント・ディテクタ法を選んだ理由は次の通りである。

- a) 他の方法では或る領域の平均値としてしか粒子束が得られない。領域を充分小さくすると統計誤差が大きくなる。実際の設計では局所的な最大粒子束が問題になる場合が多い。
- b) 粒子の飛跡を追跡するシミュレーションの部分より、検出器位置の粒子束値を求める解析部分の方が多くの計算時間を要しており計算時間短縮の余地を多く残している。
- c) 粒子が検出器位置に飛来していなくとも検出器位置の粒子束が求められる。すなわち、深層透過の計算に対して、他のEstimatorに較べ若干の有利性が有ると考えられる。

3.1 既存の技法

モンテカルロ法の計算効率を高めるため、現在までに膨大な仕事が行なわれており多数の技法が提案されている。ここでは代表的なものについて概説する。3.1.1ではロシアン・ルーレットの様な基礎的なテクニック、3.1.2では全ての技法の基礎となるインポートランス・サンプリング、3.1.3では深層透過計算でしばしばテストされるExponential Transform、3.1.4では或る種の問題で威力を発揮するAdjoint Monte Carlo法について述べる。Point Detector Estimatorの理論的無限大バリエーションの除去は、計算効率を高めるためのテクニックの一種と考えられるが、これについては3.4でまとめて述べる。

3.1.1 基礎的なテクニック

放射線輸送のモンテカルロ計算で必ず用いられるのが、non-absorption weightingとロシアン・ルーレットである。実際の放射線は、媒質と衝突すると或る確率で吸収され消滅するが、モンテカルロ法計算コードの中では粒子は媒質との衝突により必ず散乱されるとする。吸収の効果は粒子の重みを減少させる事で考慮する。すなわち

$$W_{\text{new}} = W_{\text{old}} \cdot P \quad (3.1.1)$$

$$P = \left(1 - \frac{\sum_a}{\sum_t} \right) \quad (3.1.2)$$

とする。これが non-absorption weighting である。

もっと一般的には P は $(n, 2n)$ 反応等も考慮して

$$P_g = \frac{1}{\sum_{tg}} \sum_{g'=1}^{NG} \sum_{s, g \rightarrow g'} \quad (3.1.3)$$

の様に定義される。特定のエネルギー領域を除いて $P_g < 1$ であるから粒子の重み W は多数回の衝突の後には $W \ll 1.0$ となる。

ロシアン・ルーレットは粒子の重みを利用してヒストリーを終らせる方法で、粒子の重みが或る値 W_{Low} 以下になった場合次の確率 P_{sub} で粒子を生き残らせ、他はヒストリーを終らせてしまう。

$$P_{sub} = \frac{W}{W_{ave}} \quad (3.1.4)$$

ここで、 W_{ave} は生き残った粒子が持つ重みである。MORSE-GG コードでは領域ごとに W_{Low} , W_{ave} の値を入力する事が出来る。これらの値を適切に入力する事及び場合によっては後述するスプリットティングを併用する事により、各領域中を動き廻る粒子の重みを制御する事が出来る。重要な領域については重みの小さい粒子まで追跡しなければならないし、寄与が少く重要で無いと思われる領域については重みの大きい粒子のみを追跡すれば良い。

スプリットティングはロシアン・ルーレットと逆の働きをする手法である。粒子の重みが、領域ごとに設定されている値 W_H より大きい場合、粒子は2個に分割され重みも半分になる。そして重みが W_H 以下になるまでこれは続けられる。スプリットティングは時に顕著な計算時間の増大を招くから、その使用に際しては十分な注意が必要である。

3.1.2 インポートランス・サンプリング

インポートランス・サンプリングとは、求めたい量を効率良く得るため、自然現象とは異った粒子飛跡の追跡の仕方を行う方法を言う。従って広い意味では前項で述べた基礎的テクニックを含め全てのバイアス法はインポートランス・サンプリングである。

位相空間を P で表わし、輸送方程式を次の様に書く。

$$F(P) = S(P) + \int K(P' \rightarrow P) F(P') dP' \quad (3.1.5)$$

ここで $F(P)$: Collision に入射する粒子密度

$S(P)$: First-flight collision density

$K(P' \rightarrow P)$: 輸送方程式の積分核、すなわち、輸送核に散乱核を掛けたもの。

である。インポートランス関数を $I(P)$ とし

$$\tilde{S}(P) = S(P) \cdot I(P) / \int S(P') I(P') dP' \quad (3.1.6)$$

$$\tilde{K}(P' \rightarrow P) = K(P' \rightarrow P) \cdot I(P) / I(P') \quad (3.1.7)$$

とすれば (3.1.5) 式は次の様にも書ける。

$$F(p) = \tilde{S}(p) \frac{\int S(p') I(p') dp'}{I(p)} + \int \tilde{K}(p' \rightarrow p) \cdot F(p') \cdot \frac{I(p')}{I(p)} dp' \quad (3.1.8)$$

すなわち、First collision を $\tilde{S}(p)$ からサンプリングし、粒子重みを $S(p) / \tilde{S}(p)$ だけ補正する事、その後の粒子飛跡の追跡を $\tilde{K}(p' \rightarrow p)$ に基づいて行い粒子重みを $K(p' \rightarrow p) / \tilde{K}(p' \rightarrow p)$ だけ補正する事により同じ答えを得る事になる。しかし、バリエンスは同じにはならない。今求めたい物理量を J とすると一般に

$$J = \int h(p) \cdot F(p) dp \quad (3.1.9)$$

と表わせる。最もバリエンスを小さくする $I(p)$ は次の式を満足する $F^+(p)$ ⁽⁴²⁾ である。

$$F^+(p) = h(p) + \int K(p \rightarrow p') F^+(p') dp' \quad (3.1.10)$$

この時各ヒストリーの求めたい物理量の推定値は一定、すなわち J となり、バリエンスはゼロとなる。

狭い意味でのインポートランス・サンプリングは何らかの方法で（例えば Sn 輸送計算コードにより） $F^+(p)$ を推定し $I(p)$ として使用する方法を言い、通常この意味で使われる。 $F^+(p)$ を求める事は $F(p)$ を求める事と同程度に難しく一般に $F^+(p)$ の推定は容易では無い。

3.1.3 Exponential Transform

インポートランス関数を次の様に仮定して、輸送核を変形すると巨視的全断面積 Σ_t を $\Sigma_t - \alpha w$ ⁽⁴³⁾ に置き変えたものとなる。

$$I(z) = e^{\alpha z} \quad (3.1.11)$$

ここで、 z は或る物理量を得たいと思っている点 D からの距離であり、 w は粒子の飛行方向と D 点方向の余弦である。 Σ_t を $\Sigma_t - \alpha w$ に置き変えた場合、或る散乱点から距離が $s + ds$ の間で次の散乱を起す確率は

$$(\Sigma_t - \alpha w) e^{-(\Sigma_t - \alpha w)s} ds \quad (3.1.12)$$

となる。バイアスをしない場合は

$$\Sigma_t e^{-\Sigma_t s} ds \quad (3.1.13)$$

であるから粒子重みの補正值としては次の様になる。

$$\frac{\Sigma_t}{\Sigma_t - \alpha w} e^{-\alpha w s} \quad (3.1.14)$$

実際の計算コード中では $\alpha = c \Sigma_t$ とし c を入力定数とする。 c は $0 \sim 1.0$ の間の値が入力され、Exponential Transform の結果粒子の flight path は $w > 0$ の場合伸長され、 $w < 0$ の場合短縮される。すなわち、物理量を得たいと思っている点 D に粒子が集まる様にバイアスをしている事になる。

3.1.4 Adjoint Monte Carlo 法

Forwardのモンテカルロ法では粒子の発生位置(位相空間に於ける発生位置)から検出領域(点)までの粒子の飛跡を追跡する。しかし、場合によっては逆に検出領域から発生位置まで辿った方が良い場合がある。次の2つの場合は逆に辿った方が効率的である。

1. 検出領域が小さく(あるいは点)、粒子線源が位相空間中に広く分布している場合。
2. 求めたい物理量の種類が少く、多数の線源分布について答えを得たい場合。これは Forward の計算に於いて粒子束さえ求めれば多種類の物理量(核融合炉で言えばトリチウム生成率、核発熱率、放射線損傷率、核変換率など)を一度に得る事が出来たのと丁度逆の関係にある。

粒子の飛跡を逆に辿る計算法すなわち Adjoint Monte Carlo 法は Forward の計算と全く同じ様な表現の仕方が出来る。⁽³⁶⁾すなわち

$$G_g(\bar{r}, \Omega) = h_g(F) + C'_{g \rightarrow g}(\bar{r}, \hat{\Omega}' \rightarrow \hat{\Omega}) \cdot T_{g'}(\bar{r}' \rightarrow r, \hat{\Omega}') G_{g'}(\bar{r}', \hat{\Omega}') \quad (3.1.15)$$

と表わされ、(1.4.2)式と対応している。

ここで

$$C'_{g \rightarrow g}(\bar{r}, \hat{\Omega}' \rightarrow \hat{\Omega}) \equiv \check{C}_{g \rightarrow g'}(\bar{r}, \bar{\Omega} \rightarrow \bar{\Omega}') \quad (3.1.16)$$

$$\check{C}_{g \rightarrow g'}(\bar{r}, \bar{\Omega} \rightarrow \bar{\Omega}') \equiv \frac{\sum_t^g(\bar{r}')}{\sum_t^g(\bar{r})} C_{g \rightarrow g'}(\bar{r}', \bar{\Omega} \rightarrow \bar{\Omega}') \quad (3.1.17)$$

$$\hat{\Omega} \equiv -\bar{\Omega} \quad (3.1.18)$$

$$\bar{r}' = \bar{r} - R \hat{\Omega} \quad (3.1.19)$$

である。

求めたい物理量は

$$\sum_g \iint S_g(r, \bar{\Omega}) \frac{H_g(\bar{r}, \bar{\Omega})}{\sum_t^g(\bar{r})} d\bar{r} d\bar{\Omega} \quad (3.1.20)$$

の様に得られ、 $H_g(\bar{r}, \bar{\Omega})$ と $G_g(r', \bar{\Omega})$ の関係は次の様に表わされる。

$$H_g(\bar{r}, \bar{\Omega}) = T_g(\bar{r} \rightarrow \bar{r}', \bar{\Omega}) G_g(\bar{r}', \bar{\Omega}) \quad (3.1.21)$$

$$T_g(\bar{r} \rightarrow \bar{r}', \bar{\Omega}) = \int \sum_t^g(\bar{r}) e^{-\beta_g^*(\bar{r}, R, \bar{\Omega})} \quad (3.1.22)$$

$$\beta_g^*(\bar{r}, R, \bar{\Omega}) \equiv \int_0^R \sum_t^g(r + R' \bar{\Omega}) dR' \quad (3.1.23)$$

3.1.5 バイアス法に対する考察

前項までに述べた技法の他に、ソース・バイアス法⁽⁴⁴⁾、散乱角バイアス法⁽⁴⁵⁾、エネルギー・バイアス法⁽⁴⁶⁾などがあり、これらは全て基本的にはインポートランス・サンプリング法に基礎を置いている。ソース・バイアス法は比較的安全で多くの場合良い結果を得る事が出来る。粒子が計算体系から洩れる事無く、体系内で必ず散乱を起す様にバイアスするNo Leakage Probability⁽⁴⁷⁾法というのも有りMORSEコードに組み込まれている。

一般にバイアス法の使い方は難しく必ずしも良い結果を得るとは限らない。例えば深層透過問題に於けるExponential Transformを考えてみよう。Fig. 3.1.1の様な問題で遮蔽厚さ ℓ が大きい場合D点にはなかなか粒子が到達しない。従ってD点での粒子束の統計誤差も小さくならない。そこでExponential Transformを行い粒子が遮蔽を通り易くする事を考える。3.1.3での説明に現われた入力定数Cを適度な値にすれば、遮蔽を通り抜ける粒子の数は増加し、確かに統計誤差は小さくなる。Cを更に1.0に近づければ遮蔽を通り抜ける粒子の数は更に増加するが、統計誤差は逆に増加する。

これは実際に起っている現象を無視してバイアスした結果である。例えばD点に現れる粒子はS点で発生以来平均約300回の散乱を経験しており、その散乱回数はFig. 3.1.2の様に分布していたとする。この様な場合は300回程度散乱した粒子を多く数えない限り正確な答えが得られるはずが無い。しかるにCを1.0に近くして行ったExponential Transformの計算では、多数得られる透過粒子は遮蔽内で小数の散乱しか経験していないものである。従ってこの様な計算は“あまり重要で無い部分を詳しく行った計算”という事になる。

散乱角バイアス法でも同じ様な事が言える。Fig. 3.1.1のC点での散乱によりA方向とB方向に飛び出した粒子を較べて見る。確かにA方向に飛び出した粒子の方がD点に到達する確率が高いであろう。しかし、その差の大きさが問題である。もしあまり違わないのだったら、散乱角バイアス法で計算効率を飛躍的に高める事は基本的に無理なのである。バイアス法の適用は実際の現象を考えながら適度に行うのが肝要である。

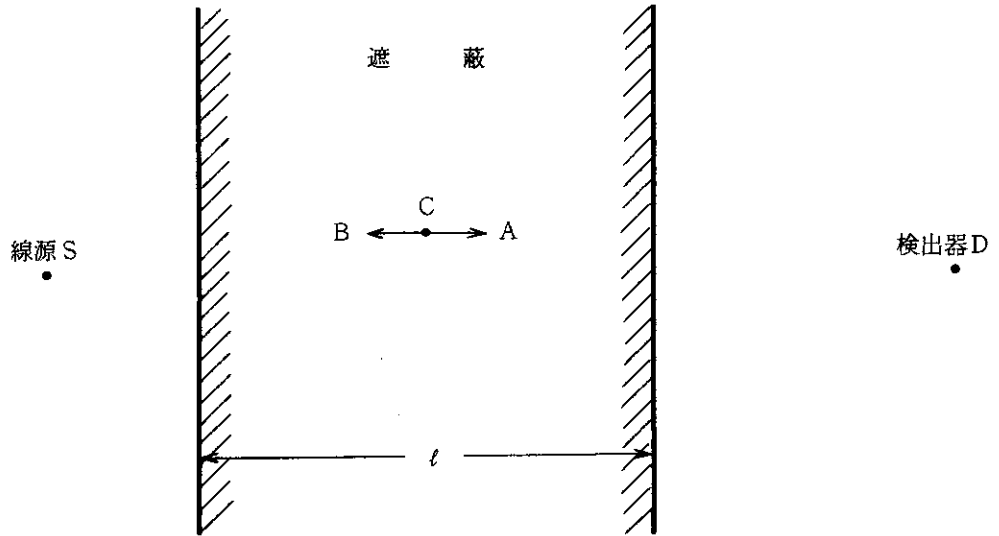


Fig. 3.1.1 深層透過の計算例

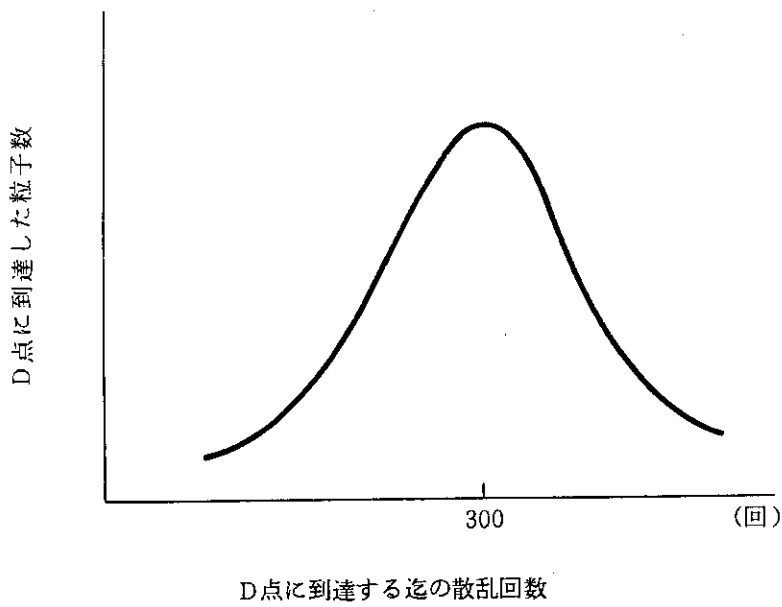


Fig. 3.1.2 検出される粒子の散乱経験回数スペクトル

3.2 スコア・ポイント・セレクション⁽⁴⁸⁾

計算時間の短縮を考える上での正攻法は、インポートランス・サンプリングに基礎を置いた効率的粒子追跡法を開発する事であり、これまでに多くの仕事になされて来ている。それらの一部については前節に於いて紹介した。しかし、計算機に依る実際の計算プロセスで計算時間を消費している部分を簡略化する事も計算時間短縮への1つのアプローチである。

モンテカルロ法で粒子の飛跡を追う際に計算時間を要するのは、粒子の飛跡が、媒質の境界と交る点を求める部分である。一般にひとつの媒質が占める空間は複数の曲面で定義されており粒子がどの曲面に最初に遭遇するかは分らない。従って、媒質が占める空間を定義している全ての曲面との交点を求め、そのうち最も近いものが粒子飛跡と媒質境界の交点とする。しかし曲面と粒子飛跡との交点を求めるには2次方程式あるいは4次方程式を解く事が必要であり、これを頻繁に行う事は多大の計算時間を要する事になる。

Point Detector Estimator を用いた場合、他の Estimator に比べ、同じヒストリー数を計算するのに、通常数倍～数十倍の計算時間を要する。これは使われる検出器の数に強く依存し、20個の検出器を用いれば約20倍の計算時間が掛かると考えて良い。この原因は Point Detector Estimator のスコアを計算するプロセスにやはり大きな計算時間を要する部分があるからである。スコアは(1.4.14)式で計算されるが、光学距離を求める部分は、粒子の飛跡を求める場合と同様、直線(衝突点と検出器を結ぶ線)と曲面の交点を求める事を必要とする。実際MORSEコードの中では同じサブルーチンが使われている。大雑把に言って1個の検出器に対して、そのスコアを計算するために必要な時間は粒子の飛跡を追うのと同程度であると言う事が出来る。

Point Detector Estimator のスコアを計算する式(1.4.14)を見て分る様に一般に検出器から遠い衝突点からのスコアは小さく重要性は少い。しかるに、衝突点が遠いほど検出器までの間に多くの媒質層が存在し、光学距離計算のための計算時間は増大する。従って全ての衝突点からのスコアを計算するのは効率的で無いと言える。

そこで、粒子が媒質により散乱された時スコアを計算するか否かを確率的に判定する事を検討した。その場合の最も効率的な判定法は問題依存であり注意深く決定する必要があるが、ここでは一般的に良い結果を与える方法として次の方式を提案する。すなわち、散乱が起きた時その点からスコアを計算する確率Pを検出器と散乱点間の距離Rの関数として与える。

$$P(R) = 1.0 \quad (R < a)$$

$$= \frac{a^2}{R^2} \quad (R \geq a) \quad (3.2.1)$$

ここでaは定数である。

このスコア点のサンプリングにより粒子束を過小評価する事を避けるには、スコアの計算は(1.4.14)式でなく

$$A = \frac{\exp\{-\int_0^R \Sigma_t(r') dr'\}}{R^2} \cdot f(\mu, g' \rightarrow g) \cdot w \cdot \frac{1}{P(R)} \quad (3.2.2)$$

の様計算すれば良い。

この方法は、粒子の重みを補正する必要が無いから、検出器の数が多く互いに離れて置かれている場合でも特に問題を生じる事は無い。また、この方法は他のバイアス法、インポートランス・サンプリング法と完全に独立というわけでは無いが、併用は可能である。他のバイアス法、インポートランス・サンプリング法では、現在の散乱点の直接的な重要性だけでなく、将来散乱を繰り返す、検出器位置に到達する事も考慮してバイアス関数、インポートランス関数が決定されるが、この方法で考慮しているのは、“現在の散乱の重要性”だけである。従って併用が可能なのである。

3.2.1 テスト計算

前項で述べたルーチンをMORSE-GG コードに組み込むのは簡単でありサブルーチン RELCOLを若干変更するだけで良い。Fig. 3.2.1 に示したのが、テスト計算体系であり、点状の14MeV中性子源とそれを取り巻く球殻状の核融合炉ブランケットから構成されている。この計算体系に於ける全中性子束を、従来のポイント・ディテクタ法、及びスコア・ポイント・セレクション法を用いたポイント・ディテクタ法で計算し、計算時間、統計誤差を比較した。図中に示したD 1～D 8の点に8個の検出器を置いた。使用した中性子群定数は22群でありTable 3.2.1 に示す。

Table 3.2.2 に計算結果の比較を示す。同一ヒストリーの計算に対して計算時間は約1/6になっている事が分る。他方統計誤差(fractional standard deviation)には殆んど有意な差は生じていない。この方法に依り計算時間が短縮される割合は問題依存であるが、検出器の数が多ければ多いほど大きい。すなわち、ポイント・ディテクタ法では粒子を追跡するのに要する計算時間に、スコア(Point Detector Estimator)を計算する時間が加算されるが、スコア・ポイント・セレクション法を用いるとスコア計算のための時間が大巾に減少するからである。言い換えれば、ポイント・ディテクタ法でも、スコア・ポイント・セレクション法を用いれば、同じヒストリー数の計算を行うのに他の方法(track-length estimator, surface crossing estimator etc)より若干多い計算時間で済むという事である。

なお、テスト計算体系に於いては、検出器は散乱体中に置かれているから、3.4で述べる理論的無限大バリエンスが生じるが、3.4.2で述べるポイド、ディテクタ法に依りこれを除去した。

本テスト計算に於いては(3.2.1)式中のaは5cmとした。最善のaの値を一般的に決定する方法は易しくは無いが、そう悪くは無い値を決定するのは易しい。検出器の廻りに散乱点が一様に分布していると仮定した場合、半径aの球内散乱点からの寄与率は

$$\int_0^a \frac{1}{4\pi r^2} e^{-\Sigma_t r} dv / \int_0^\infty \frac{1}{4\pi r^2} e^{-\Sigma_t r} dv = (1 - e^{-\Sigma_t a}) \quad (3.2.3)$$

であるから $\Sigma_t a \sim 1.0$ としておけば充分安全である。実際の計算では、予想される散乱密度分布、検出器近辺の形状、 Σ_t の大きさを考慮して最善の値を推定する事になり若干の経験を要するが、経験が無い場合でも若干安全側にaの値を設定(大きめに設定)すれば本技法により計算時間は大巾に縮小される。

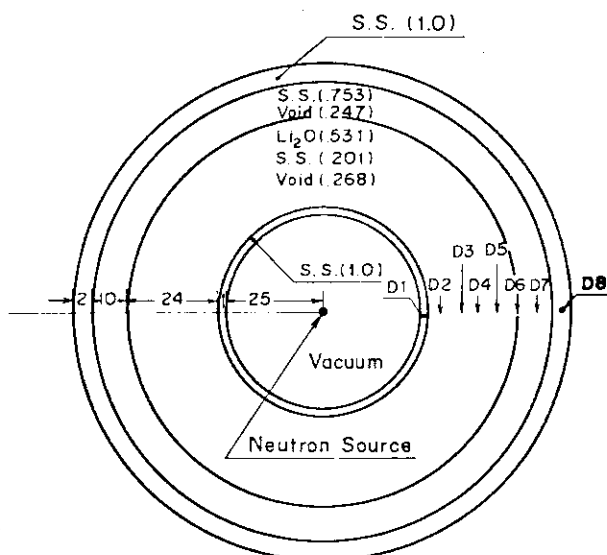
Table 3.2.1 22-Group neutron energy group structure

| Neutron Group | Energy Limits | Mid-Point Energy |
|---------------|---------------------|------------------|
| 1 | 15.000 - 13.720 MeV | 14.36 MeV |
| 2 | 13.720 - 11.478 | 12.599 |
| 3 | 11.478 - 9.314 | 10.396 |
| 4 | 9.314 - 7.328 | 8.321 |
| 5 | 7.328 - 5.757 | 6.5425 |
| 6 | 5.757 - 4.516 | 5.1365 |
| 7 | 4.516 - 3.162 | 3.839 |
| 8 | 3.162 - 1.871 | 2.5165 |
| 9 | 1.871 - 1.058 | 1.4645 |
| 10 | 1.058 - 0.566 | 0.812 |
| 11 | 0.566 - 0.283 | 0.4245 |
| 12 | 0.283 - 0.141 | 0.212 |
| 13 | 0.141 - 0.0465 | 0.09375 |
| 14 | 46.5 - 10.0 KeV | 28.25 KeV |
| 15 | 10.0 - 2.15 | 6.075 |
| 16 | 2.15 - 0.465 | 1.3075 |
| 17 | 0.465 - 0.1 | 0.2825 |
| 18 | 100.0 - 21.5 eV | 60.75 eV |
| 19 | 21.5 - 4.65 | 13.075 |
| 20 | 4.65 - 1.00 | 2.825 |
| 21 | 1.00 - 0.215 | 0.6075 |
| 22 | 0.215 - 0.001 | 0.108 |

Table 3.2.2 Comparison of the total neutron fluxes, statistical errors and computational times for original and revised MORSE-GG

| | MORSE-GG | | Revised MORSE-GG ³⁾ | |
|----------------------------------|---|-------------------|---|-------|
| Number of Histories | 3600 | | 3600 | |
| CPU Time (min) (FACOM 230/75) | 175.77 | | 27.22 | |
| Detector Number | Total Neutron Flux ¹⁾ (cm ⁻² .sec ⁻¹) | FSD ⁴⁾ | Total Neutron Flux (cm ⁻² .sec ⁻¹) | FSD |
| D 1 | 5.313 -4 ²⁾ | 0.056 | 5.121 -4 | 0.051 |
| D 2 | 4.169 -4 | 0.080 | 4.179 -4 | 0.079 |
| D 3 | 3.500 -4 | 0.116 | 3.364 -4 | 0.093 |
| D 4 | 2.569 -4 | 0.113 | 2.740 -4 | 0.129 |
| D 5 | 2.197 -4 | 0.158 | 1.827 -4 | 0.145 |
| D 6 | 1.545 -4 | 0.159 | 1.575 -4 | 0.180 |
| D 7 | 1.138 -4 | 0.262 | 1.001 -4 | 0.235 |
| D 8 | 1.425 -5 | 0.216 | 1.856 -5 | 0.347 |

- 1) Intensity of neutron source is 1/sec
- 2) Read as 5.313×10^{-4}
- 3) Parameter a in eq.(2) is set to be 5.0 (cm)
- 4) Fractional standard deviation



UNIT: cm

Fig. 3.2.1 Test calculation Model. The value in the parentheses is volume ratio of each mixture element

3.3 ポイント・ディテクタ法の場合の対称境界条件⁽⁴⁹⁾

拡散計算コードや S_n 輸送計算コードでは、境界条件に対称条件を使う事が多い。計算対象があるユニットの繰り返しと見なせる場合は1個のユニットを計算体系に選び対称境界条件を用いれば計算時間、記憶容量の大巾な節約になる。モンテカルロ法で対称境界条件を用いようとするれば、粒子を境界で鏡面反射させる事になる。しかし、鏡面反射条件は常に対称条件と等価というわけでは無い。すなわち、Track Length Estimator, Surface Crossing Estimator, Collision Density Estimatorなどの様に、実際に粒子が特定の領域、平面を通過したり、領域中で衝突を起した時にスコアを計算する場合には等価であるが、Point Detector Estimatorの場合は等価で無い。モンテカルロ法で鏡面反射条件が S_n 輸送計算コードほど用いられない理由は、Track Length Estimator, Surface Crossing Estimator Collision Density Estimatorの場合、対称境界条件を用いても計算時間の節約にならないからである。すなわち、計算体系が小さくなったのに比例して、検出器領域、検出器面も小さくなるからである。一方ポイント・ディテクタ法では明らかに計算時間の節約につながる。ここでは、ポイント・ディテクタ法で対称境界条件を使う方法について述べる。

本論に入る前にポイント・ディテクタ法の場合粒子を鏡面反射させるだけでは対称条件と等価にならない理由を説明しておく。ポイント・ディテクタ法では計算対象内の全ての散乱点から検出器への寄与(スコア)を計算する必要がある。前項で述べたスコア・ポイント・セレクション法ではスコアを計算するか否かは確率的に決定されるが、全ての散乱点からの寄与を考慮しているという意味では同じである。Fig. 3.3.1に鏡面反射条件を用いた時の粒子の飛跡を示す。図中の S_{n-2} , S_{n-1} , S_n が散乱点であるが、鏡面反射境界が対称境界となるためには、各々の鏡像である S_{n-2}' , S_{n-1}' , S_n' にも散乱点が存在するとし、そこからの寄与も計算しなければならない。従来のポイント・ディテクタ法の計算ルーチンではこの鏡像の部分からの寄与が無視されるため検出器位置の粒子束を過小評価する。計算体系が極めて簡単な場合は鏡像点からのパスを考えスコアを計算する事も可能であろう。しかし計算体系が複雑であったり、複数の鏡面反射境界が在る場合は短時間でスコアを計算する事は殆んど不可能である。

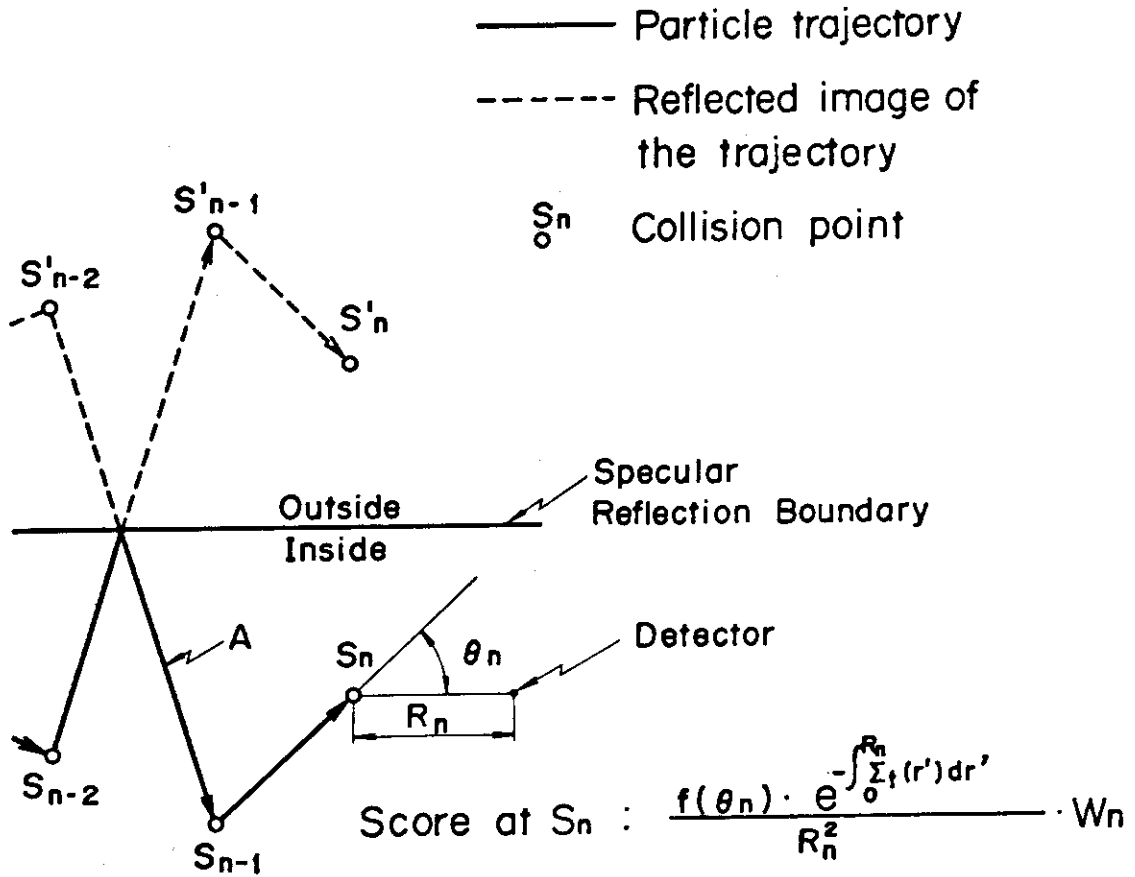


Fig. 3.3.1 Particle trajectory in Monte Carlo simulation with specular reflection boundary

3.3.1 境界外散乱点からの寄与の計算法

計算体系に対称境界条件が使われる場合は、計算体系は計算対象の一部であり、実際の散乱あるいは粒子の発生は計算体系外にも存在する。ここで述べる方法は次の仮定が成立する事を前提としている。

仮定：計算体系と設定された領域外で散乱あるいは発生し、計算体系内に入って来る全ての粒子は、鏡面反射境界と指定された計算体系境界を通過して入って来る。

この仮定は、実際の計算に於いてこの方法の適用範囲を厳しく制限するものではない。例えば Fig. 3.3.2 の様なトーラス状の計算対象を考える。計算体系としてトーラスの一部を取り出す。切断面は対称境界と置く事が出来、ここで粒子を鏡面反射させる事になる。図中に矢印で示した様な粒子のパスはトーラスの内側を通り、鏡面反射条件で無い境界を通して計算体系内に入って来る。従って厳密には仮定は成立していない。しかし、トカマク型核融合炉では、厚い遮蔽体がプラズマを囲む様に設置されている事、トーラス内側はトロイダル磁場コイル、変流器コイルが隙間無く設置されている事などに依り、矢印の様なパスを通る粒子は無視できる。矢印のパスを無視できない場合は、計算体系をトーラスの中心まで拡張すれば良い。その他の場合もほぼこの仮定が成立し、成立しないのはよほど特殊な場合と言って良いだろう。

この仮定を用いれば、計算体系外で散乱・発生し検出器位置へ現れる粒子束は、鏡面反射境界を通過して、途中で媒質と衝突する事無く検出器位置へ現れる粒子束に置き換える事が出来る。鏡面反射境界を通過して入って来る粒子は、モンテカルロ法コードの中では Fig. 3.3.1 に示された A の様に反射された粒子として得られる。従って粒子が境界で反射される毎に何らかのスコアを計算し加算する事により、計算体系外の散乱・発生による寄与を考慮する事が可能である。スコアは次の様に計算する事が出来る。

先ず方位角で平均した境界上の粒子束を次の様に定義する (Fig. 3.3.3 参照)

$$\phi(\cos\theta, \mathbf{r}) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \Psi(\cos\theta, \varphi, \mathbf{r}) d\varphi \quad (3.3.1)$$

ここで、 \mathbf{r} : 境界上の位置変数

θ : ポロイダル角

φ : 方位角

$\Psi(\cos\theta, \varphi, \mathbf{r})$: 角度粒子束

また座標系は、 \mathbf{r} と検出器を結んだ線が常に Z 軸となる様に選択する。なお簡単のため粒子のエネルギーは一定としており粒子束の変数から省いてあるが、これは一般性を損うものではない。

方位角で平均した粒子束を、 $0 \leq \theta \leq \alpha$ の範囲でルジャンドル関数を用いて展開するために、変数 $\cos\theta$ を次の様に定義される変数 r に変換する。

$$r = 1 - \frac{2(1 - \cos\theta)}{1 - \cos\alpha} \quad (3.3.2)$$

θ が $0 \sim \alpha$ の間で変わると r は $-1 \sim 1$ の間の値をとる。ここで α は $0 \sim \pi$ の間で任意に選ぶ事が出来るが、後で説明する様に不適切な選択をすると計算時間の増大を招く事になる。

次に r を用いて、方位角で平均された粒子束を再び定義する。

$$f(r, \mathbf{r}) = \phi(\cos \theta, \mathbf{r}) \frac{d \cos \theta}{d r} \quad (3.3.3)$$

$f(r, \mathbf{r})$ は次の様に展開する事ができる。

$$f(r, \mathbf{r}) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n(\mathbf{r}) \cdot P_n(r) \quad (3.3.4)$$

$$a_n(\mathbf{r}) = \frac{2n+1}{2} \int_{-1}^1 f(r, \mathbf{r}) \cdot P_n(r) dr \quad (3.3.5)$$

境界上の点 \mathbf{r} を通過して計算体系内に入り途中で媒質と衝突する事なく検出器に到達する粒子束 A は次の様に表わされる。(Fig. 3.3.4 参照)

$$A(\mathbf{r}) = \frac{f(1, \mathbf{r}) \cdot |d r|}{d S} \cdot \exp\left[-\int_0^R \Sigma_t(\mathbf{r}') dr'\right] \quad (3.3.6)$$

ここで、 R : 境界上の点 \mathbf{r} と検出器の距離

dS : $d r$ のポロイダル角を持つ円垂の内部の、中心が \mathbf{r} 、半径が R である球の表面積

$f(1, \mathbf{r}) \cdot |d r|$: \mathbf{r} 点を上記の円垂の方向に単位時間に通過して来る粒子数

$\Sigma_t(\mathbf{r}')$: \mathbf{r}' 点の媒質の巨視的全断面積

$\exp\left[-\int_0^R \Sigma_t(\mathbf{r}') dr'\right]$: \mathbf{r} 点から検出器までの減衰ファクタ

検出器が必ず Z 軸上に在る様に座標系を選んであるから $f(r, \mathbf{r})$ に関しては $r = 1$ の値が得られれば良い。検出器の数が複数の場合でも、検出器毎に座標系を選んでやれば (3.3.6) 式の表現は全ての検出器に適用できる。

$$f(1, \mathbf{r}) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n(\mathbf{r}) \quad (3.3.7)$$

$$dS = R^2 d\Omega$$

$$= 2 \pi R^2 \cdot \sin \theta d\theta$$

$$= \pi R^2 \cdot (1 - \cos \alpha) \cdot |d r| \quad (3.3.8)$$

であるから、これらを (3.3.6) 式に代入すると

$$A(\mathbf{r}) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n(\mathbf{r}) \cdot \frac{\exp\left[-\int_0^R \Sigma_t(\mathbf{r}') dr'\right]}{\pi \cdot (1 - \cos \alpha) \cdot R^2} \quad (3.3.9)$$

となる。

他方モンテカルロ法計算コード中では $f(r, \mathbf{r})$ は次の様に得られる。

$$f(r, \mathbf{r}) = \int_0^{\infty} q(r, w, \mathbf{r}) \cdot w dw \quad (3.3.10)$$

ここで、 w : 粒子の重み

$q(r, w, \mathbf{r})$: 境界上の点 \mathbf{r} を r の方向に通過する重み w を持った粒子の数

(3.3.5) 式と (3.3.10) 式を (3.3.9) 式に代入すると

$$\begin{aligned}
 A(\mathbf{r}) &= \frac{\exp\left[-\int_0^R \Sigma_t(\mathbf{r}') d\mathbf{r}'\right]}{\pi \cdot (1 - \cos \alpha) \cdot R^2} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{2} \cdot \int_{-1}^1 \int_0^{\infty} q(\gamma, w, \mathbf{r}) \cdot w \cdot dw P_n(\gamma) d\gamma \\
 &= \int_{-1}^1 \int_0^{\infty} q(\gamma, w, \mathbf{r}) \cdot S(\gamma, w, \mathbf{r}) dw d\gamma \quad (3.3.11)
 \end{aligned}$$

が得られる。ここで

$$\begin{aligned}
 S(\gamma, w, \mathbf{r}) &= \frac{\exp\left[-\int_0^R \Sigma_t(\mathbf{r}') d\mathbf{r}'\right]}{\pi \cdot (1 - \cos \alpha) \cdot R^2} \cdot w \\
 &\quad \times \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{2} \cdot P_n(\gamma) \quad (3.3.12)
 \end{aligned}$$

である。

反射境界を通過して来る粒子が途中で媒質と衝突する事なく検出器位置の粒子束として寄与する量 Φ_b は $A(\mathbf{r})$ を反射境界上で積分する事により得られる。

$$\begin{aligned}
 \Phi_b &= \int_{\text{boundary}} A(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \\
 &= \int_{\text{boundary}} \int_{-1}^1 q(\gamma, w, \mathbf{r}) \cdot S(\gamma, w, \mathbf{r}) dw d\gamma d\mathbf{r} \quad (3.3.13)
 \end{aligned}$$

モンテカルロ計算コード中で粒子が、境界に到達し、 $0 \leq \theta \leq \alpha$ ($-1 \leq \gamma \leq 1$) の方向に飛行する時に(3.3.12)式により S を計算し加算する事は(3.3.13)式の積分を行う事と等価である。従って S が今求めようとしているスコアにはかならない。

実際のプログラムでは、バリエアンスを小さくする為(3.3.6)式中の $f(\gamma, \mathbf{r})$ の代りに $f(\gamma, \mathbf{r})$ の $\beta \leq \gamma \leq 1.0$ の平均値 $f_{\beta}(\mathbf{r})$ を用いた。

$$f_{\beta}(\mathbf{r}) = \frac{\int_{\beta}^1 f(\gamma, \mathbf{r}) \cdot \sin \theta d\gamma}{\int_{\beta}^1 \sin \theta d\gamma} \quad (3.3.14)$$

$f(\gamma, \mathbf{r})$ は $\gamma = 1.0$ の近傍で非常に緩やかに変化する関数であり、 β が1.0に近ければこの近似による誤差は無視し得る。実際 $\Psi(\cos \theta, \varphi, \mathbf{r})$ が $\cos \theta = 1.0$ で連続で滑らかならば $\frac{d}{d\gamma} f(\gamma, \mathbf{r}) / \gamma=1.0 = 0.0$ である事は以下に示す様に明らかである。

$\Psi(x, \varphi)$ は連続で滑らかであるとしているから

$$\frac{d}{dx} \Psi(x, \varphi) / x=1 = -1 \frac{d}{dx} \Psi(x, \varphi+\pi) / x=1 \quad (3.3.15)$$

である。ここで $x = \cos \theta$ であり、また位置変数 \mathbf{r} はここでの議論に無関係であるから省略してある。 $\Psi(x, \varphi)$ を球関数で展開して表わすと、

$$\begin{aligned}
 \Psi(x, \varphi) &= a_0^{(0)} + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ a_n^{(n)} P_n(x) \right. \\
 &\quad \left. + \sum_{m=1}^n (a_m^{(n)} \cos m\varphi + b_m^{(n)} \sin m\varphi) P_{n,m}(x) \right\} \quad (3.3.16)
 \end{aligned}$$

$$a_m^{(n)} = \frac{(2n+1) \cdot (n-m)!}{2 \delta_m \pi \cdot (n+m)!} \iint_S \Psi(x, \varphi) \cdot P_{n,m}(x) \cdot \cos m\varphi \, d\sigma \quad (3.3.17)$$

$$b_m^{(n)} = \frac{(2n+1) \cdot (n-m)!}{2 \delta_m \pi \cdot (n+m)!} \iint_S \Psi(x, \varphi) \cdot P_{n,m}(x) \cdot \sin m\varphi \, d\sigma \quad (3.3.18)$$

である。⁽⁵⁰⁾

ここで、 $P_{n,m}(x)$: ルジャンドルの陪関数

δ_m : $\delta_0 = 2$; $\delta_m = 1$ ($m > 0$)

$d\sigma$: $\sin\theta \, d\theta \, d\varphi$

である。

(3.3.16) 式を (3.3.15) 式に代入すると

$$\begin{aligned} & \sum_{n=1}^{\infty} a_0^{(n)} \frac{d}{dx} P_n(x) \Big|_{x=1} + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^n (a_m^{(n)} \cos m\varphi + b_m^{(n)} \sin m\varphi) \frac{d}{dx} P_{n,m}(x) \Big|_{x=1} \\ &= - \sum_{n=1}^{\infty} a_0^{(n)} \frac{d}{dx} P_n(x) \Big|_{x=1} - \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^n (-a_m^{(n)} \cos m\varphi - b_m^{(n)} \sin m\varphi) \frac{d}{dx} P_{n,m}(x) \Big|_{x=1} \end{aligned} \quad (3.3.19)$$

であるから次の式が得られる。

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_0^{(n)} \frac{d}{dx} P_n(x) \Big|_{x=1} = 0 \quad (3.3.20)$$

一方、方位角で平均した粒子束 $g(x)$ は

$$\begin{aligned} g(x) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \Psi(x, \varphi) \, d\varphi \\ &= a_0^{(0)} + \sum_{n=1}^{\infty} a_0^{(n)} P_n(x) \end{aligned} \quad (3.3.21)$$

であり、(3.3.20) 式から

$$\frac{dg(x)}{dx} \Big|_{x=1} = 0 \quad (3.3.22)$$

である。

$f(r, \mathbf{r})$ も方位角で平均したものであり、 $x=1$ の時 $r=1$ であり、 $dr \propto dx$ であるから

$$\frac{d}{dr} f(r, \mathbf{r}) \Big|_{r=1.0} = 0 \quad (3.3.23)$$

となる。証明終り。

(3.3.14) 式を用いた場合スコア S は (3.3.12) 式と若干異なる次式で計算される。

$$\begin{aligned} S(r, w, \mathbf{r}) &= \frac{\exp\left[-\int_0^R \Sigma_t(\mathbf{r}') \, d\mathbf{r}'\right]}{\pi \cdot (1 - \cos \alpha) \cdot R^2} \cdot w \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{2} \\ &\quad \times H_n \cdot P_n(r) \end{aligned} \quad (3.3.24)$$

$$H_n = \frac{\int_{\rho}^1 P_n(r) \cdot \sin\theta \, dr}{\int_{\rho}^1 \sin\theta \, dr} \quad (3.3.25)$$

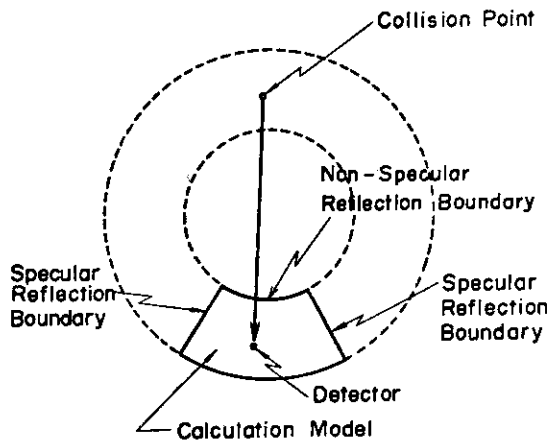


Fig. 3.3.2 An example of the point detector problem with specular reflection boundaries

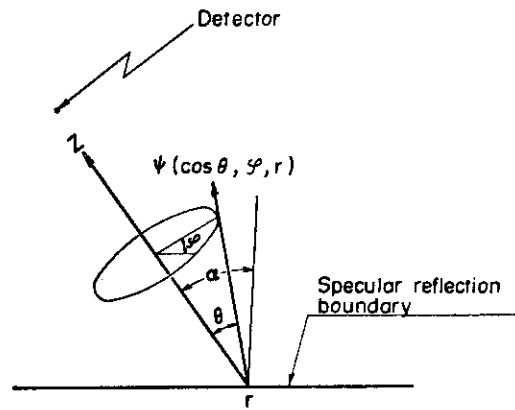


Fig. 3.3.3 Coordinate for the angular flux on the boundary

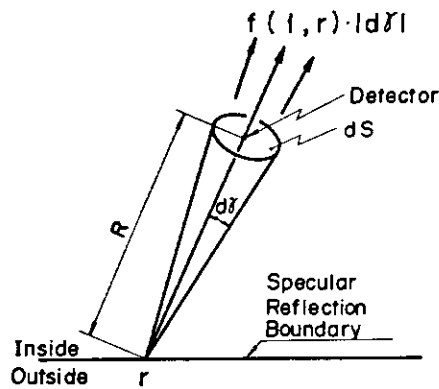


Fig. 3.3.4 Flux of particles which pass through boundary at r and reach the detector

3.3.2 テスト計算と検討

以上の方法を具体的にすべく MORSE-GG コードに次の2つのサブルーチンを追加する等の若干の変更を行った。

Subroutine ADATA (3.3.24) による S の計算
 Subroutine INTEGLE (3.3.25) による H_n の計算

オリジナルの MORSE-GG と改訂版の比較を行うため、以下に述べる2つのテスト計算を行った。計算は1次元 S_n 輸送計算コード ANISN⁽⁵¹⁾ とオリジナル及び改訂版の MORSE-GG で行ったが、使用した群定数は共に同じである。中性子22群、 P_5 の群定数であり、群構造は Table 3.2.1 と同じである。

テスト計算 1

テスト計算体系1の垂直、水平断面図を Fig. 3.3.5 に示す。中心にプラズマ(14MeV 中性子源)、その廻りに核融合炉ブランケットが配置されている円筒状体系である。ANISN による1次元計算では円筒高さ h は無限であるが、モンテカルロ計算では6cmとし、両底面に鏡面反射条件を用いた。検出器はブランケット中に8個(D1~D8)、ブランケット外側の真空中に1個(D9)の計9個置いた。

改訂版とオリジナルの MORSE コード計算結果を比較する前に、トラック・レンクス法による計算と ANISN による計算の結果を比較して見よう。トラック・レンクス法では鏡面反射条件は対称境界条件と等価であるから ANISN による計算と一致するはずである。Fig. 3.3.6 に両者による全中性子束の比較を示す。予想した通り両者の計算結果は非常に良く一致している。この結果から、ポイント・ディテクタ法でも計算法が正しければ ANISN の結果と一致すべきであると言える。従って以後 ANISN による計算結果を“真値”と見做し議論を進める。

Fig. 3.3.7 に改訂版とオリジナルのポイント・ディテクタ法による計算及び ANISN による計算の比較を示す。オリジナルのポイント・ディテクタ法は粒子束を過小評価する事が分かる。これは鏡面反射境界外の粒子散乱点(発生点)からの寄与が無視されているからである。ただし、D2~D8の全中性子束値の過小評価については若干の追加説明が必要である。何故なら D2~D8 の検出器は散乱媒体の中に置かれており、D2~D8 の検出器に到達する中性子の大部分は検出器の近辺で散乱を起しているから、境界より外側の散乱点からの寄与は小さいはずだからである。D2~D8 に於ける粒子束の少なからぬ過小評価は、次の節3.4 で述べるポイド・ディテクタ法の使用と、境界外散乱点からの寄与無視とが重畳して起っている。散乱媒質の中に置かれた検出器(Point Detector)では理論的なバリエーションが無限大となり統計誤差の減少が遅くなるから、これを回避するための対策が必要である。この計算に於いてはポイド・ディテクタ法を用いた。この手法は、検出器近辺の散乱点からの寄与を過小評価し、遠い散乱点からの寄与を過大評価する様になっているから、境界外散乱点からの寄与無視と重畳して少なからぬ粒子束の過小評価をもたらしたものである。D1に於ける粒子束過小評価は主に境界外に存在する中性子源からの寄与が無視されている事が原因である。

他方、改訂版の計算結果はANISNと良く一致しており、ポイント・ディテクタ法でもこの改訂により鏡面反射条件が、対称鏡界条件と等価になった事を示している。以下に改訂版の計算で用いたパラメータについて若干言及する。(3.3.2)式の α を π とすると全ての反射点でスコアSを計算する事になる。スコアSの計算は(3.3.24)式中に散乱点から検出器までの光学距離を計算する部分があることから、かなりの計算時間を要する。 α を0.0に近く採りすぎると、反射点でスコアが減多に計算されないため統計誤差が大きくなる。このテスト計算では次の様に α を決めた。

$$\sin \alpha = \frac{20}{R} \quad (R > 20 \text{ cm})$$

$$\sin \alpha = 1.0 \quad (R \leq 20 \text{ cm}) \quad (3.3.26)$$

すなわち、半径20 cmの球を検出器の廻りに考え、反射点を頂点とし、球に外接する円垂の中に粒子の飛行方向が来た時にスコアを計算する事にしたわけである。 α の値はこの様に反射点の位置、検出器の位置によって変えてやるのが合理的である。スコアSは(3.3.25)式で見る様に無限個の項の和であるが、実際のプログラムでは有限個の項の和として計算される。項数は大きくした方が収束した答の精度は高いが、必要以上に大きい項数は統計誤差を大きくするから注意が必要である。このテスト計算ではTable 3.3.1の様に項数を決定した。

Table 3.3.1 ルジャンドル展開次数と α

| Range of the Value of α | Order of Legendre Expansion |
|--------------------------------|-----------------------------|
| $0 \rightarrow \pi/6$ | P_1 |
| $\pi/6 \rightarrow \pi/4$ | P_2 |
| $\pi/4 \rightarrow \pi/3$ | P_3 |
| $\pi/3 \rightarrow \pi/2.3$ | P_4 |
| $\pi/2.3 \rightarrow$ | P_5 |

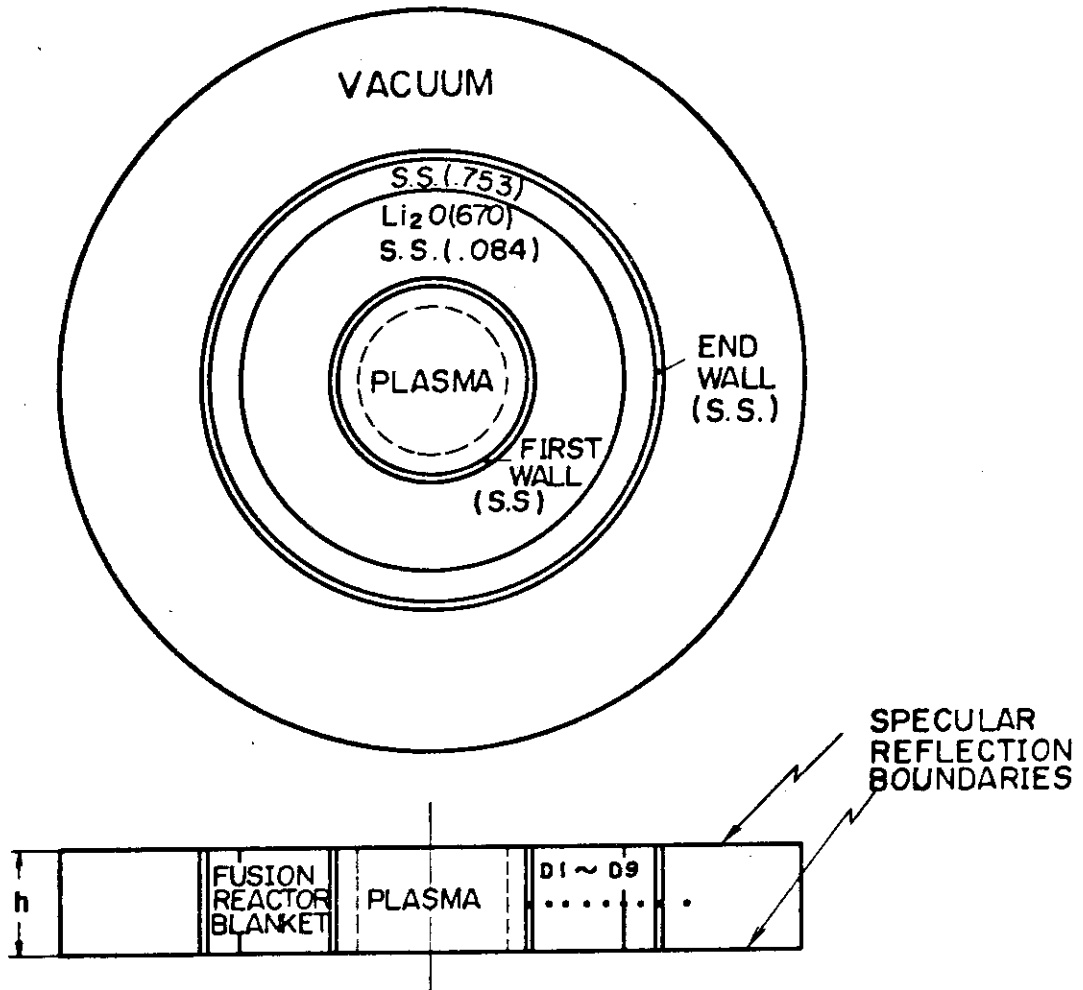


Fig. 3.3.5 Test calculation model 1

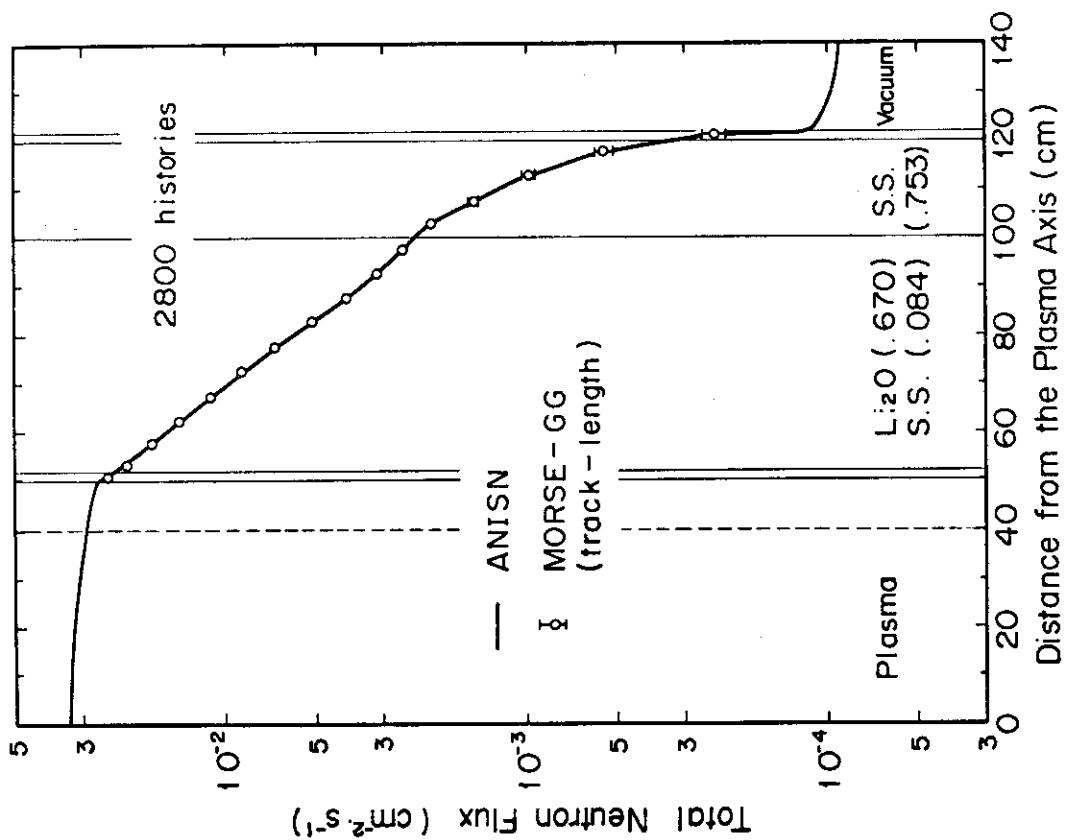


Fig. 3.3.6 Total neutron fluxes by ANISN and MORSE -GG using track-length estimator

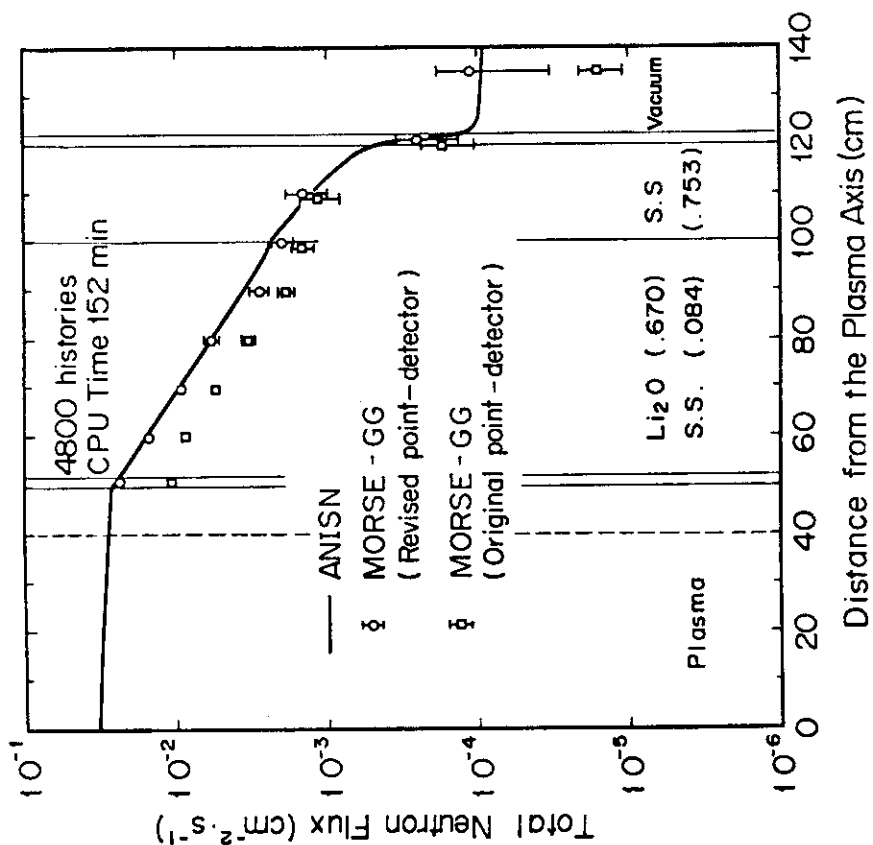


Fig. 3.3.7 Total neutron fluxes by ANISN and MORSE -GG using point-detector estimator (Test calculation model 1)

テスト計算その2

Fig. 3.3.8 にテスト計算体系2の水平断面図を示す。これはテスト計算体系の一部（高さ6cmの円筒の1/36）を取り出し、その両側（A, B）も鏡面反射条件としたものである。計算結果をFig. 3.3.9に示す。オリジナルのMORSE-GGコードの結果はテスト計算1の場合より更に過小評価している。計算体系を小さくすれば無視される散乱（発生）は更に増加するから、当然予想される事である。一方改訂版のMORSEコードの結果は真値（ANISN）と良く一致している事が分る。ここで注意すべき事は、同じ計算でもテスト計算2の方がテスト計算1より遙かに短時間で統計誤差の小さい答えを出す事である。

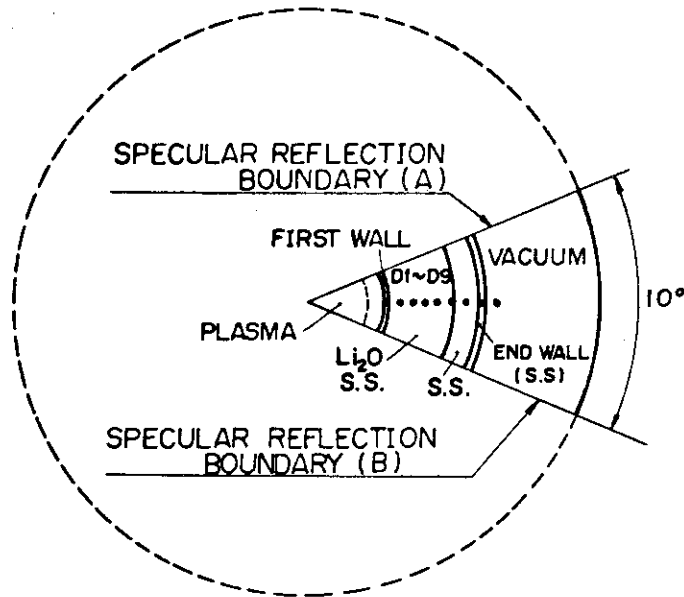


Fig. 3.3.8 Test calculation model 2

以上に説明した様に本手法は計算時間を短縮する上で非常に有効であるが、(3.3.2)式中の α 、(3.3.4)式の展開次数、(3.3.14)式中の β の様に値を決定するのに若干の経験を要するものが在る。 α の決定はテスト計算1で述べた様に、検出器の廻りに或る球を想定し(3.3.26)式の様に行うが、球の半径の決定は一定のヒストリー数の計算を行った場合の計算時間の増大と統計誤差の減少を天秤に掛けて判断する必要がある。これ迄の経験に依れば球の半径はかなり大きくした方が効果的である。即ち、反射点からのスコアを計算する頻度が殖えてもそれによる計算時間の増大は著しいものでは無くサンプリング数が殖える事による統計誤差の減少の効果が大きいという事である。

(3.3.4)式の展開次数はTable 3.3.1の様に決定しておけば特殊な場合を除いて問題無いと思われる。反射境界の粒子束が等方に近い場合は更に次数を下げる事が出来、統計誤差も減少する筈である。反射境界の粒子束が著しく非等方で有り特殊な方向に鋭いピークを持つ事が予想される場合は逆に次数を上げる必要がある。 β についても同様であり、テスト計算では0.9としたが、これで殆んどの場合充分安全と考えられる。反射境界上の角度粒子束が等方に近い場合は更に小さな値とする事が出来るし、鋭いピークが予想される場合は1.0

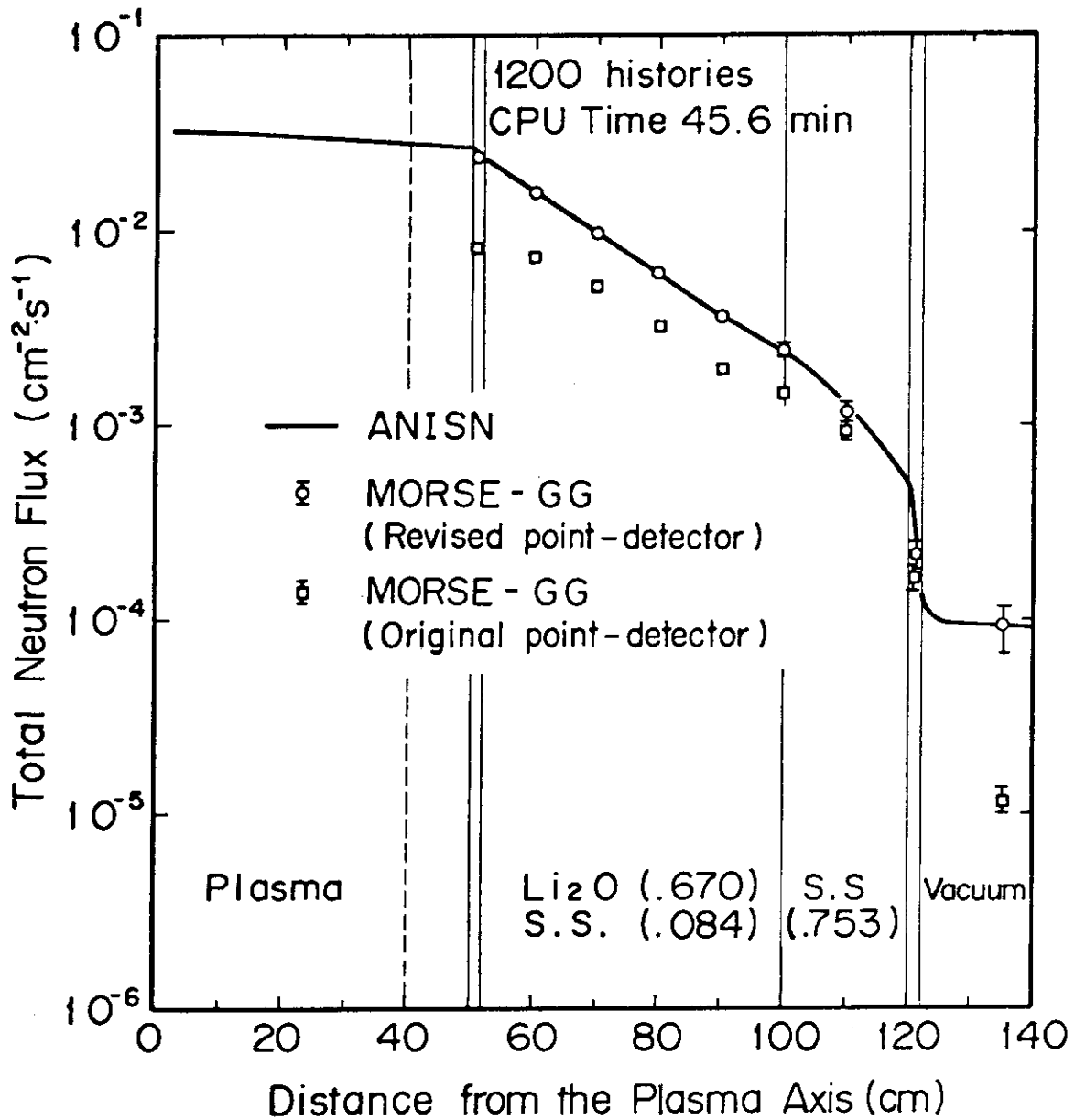


Fig. 3.3.9 Total neutron fluxes by ANISN and Revised MORSE-GG using point-detector estimator (Test calculation model 2)

に近い値にする必要がある。ここで注意しておきたい事は、反射境界上の特定の位置の角度粒子束に鋭いピークが予想され、上述の展開次数及び β を大きくしなければならない様な場合は、MORSEコードでの散乱過程の取扱い法にも重大な問題点を生じる事である。即ちMORSEコード中では粒子が媒質と散乱した場合、散乱後の角度は離散した数個の特定の値しか採らない様になっている。従ってその様な特殊な場合はMORSEコード全体に手を加える必要が有る。

本節で提案した手法は、実際のトカマク型炉の核設計に於いて局所的な物理量が必要で Point Detector Estimator を使わざるを得ない様な場合に有効な手法である。例えばブランケットの間隙からの放射線ストリーミング、種々の開孔部からのストリーミングを考慮した炉室内の放射線分布、計測孔からの放射線ストリーミング、ブランケット・遮蔽体の詳細な放射線分布などである。これらは現在計算が進行中あるいは計画中である。

ここで更に言及しておきたい事は、本節での考え方は鏡面反射を対称境界条件と等価にする事だけで無く、他の場合にも応用できる事である。例えばモンテカルロ計算で継ぎ計算を行った場合の uncollide 成分の計算に適用できる。計算体系が大きい場合 S_n 法などでは、計算体系を幾つかに分割し線源に近い方から順に計算して行く事が良く行われる。モンテカルロ法による計算でも、必要な記憶容量の節約、計算途中でのチェックのため同様な手法が考え得る。その場合継ぎ計算の2回目以降は線源として、或る面を通過する粒子の位置座標、方向ベクトル、エネルギー、重みのセットが与えられる事になろう。この線源からの uncollide 成分の計算法は、本節で述べた鏡面反射境界からのスコアの計算法と同じ方法が適用可能である。

3.4 Point Detector Estimator の無限大バリエンスの除去

ポイント ディテクタ法では粒子が媒質と衝突した時に次のスコア S を計算する。

$$S(g, R) = \frac{\exp\{-\int_0^R \Sigma_t(g, r') dr'\}}{R^2} \cdot f(\mu, g' \rightarrow g) \cdot w \quad (3.4.1)$$

- ここで
- R : 衝突点から検出器 (Point Detector) までの距離
 - g : 衝突後の粒子のエネルギー
 - g' : 衝突前の粒子のエネルギー
 - $\Sigma_t(g, r')$: エネルギー g の粒子に対する r' 点の媒質の巨視的全断面積
 - μ : 衝突点と検出器位置を結ぶ線に対する粒子入射角度の余弦
 - $f(\mu, g' \rightarrow g)$: エネルギー g' で入射した粒子が衝突により $\cos^{-1} \mu$ だけ方向を変えエネルギーが g となる確率
 - w : 衝突後の粒子の重み。すなわち衝突前の粒子の重みに、衝突によって吸収されない確率を乗じたもの。

衝突点が検出器位置に無限に近づいた場合 $R \rightarrow 0$ となり、スコア S は無限大となる。検出器を真空中か希薄な媒質の中に置いた場合は、検出器近傍に衝突点が無いか、有っても非常に少いから問題は無い。しかし、検出器位置に現れる粒子の多くが直前の散乱を検出器近傍で起している場合、すなわち検出器を散乱媒体の中に置いた場合、スコア S が無限大になる事は問題を惹き起す。検出器近傍の散乱点密度を均一とすると検出器位置の粒子束は

$$\begin{aligned} \Phi(g) &\propto \int S(g, R) dV \\ &= \int_0^\infty S(g, R) \cdot 4\pi R^2 dR \\ &= 4\pi \int_0^\infty \exp\{-\int_0^R \Sigma_t(g, r') dr'\} \cdot f(\mu, g' \rightarrow g) \cdot w dR \end{aligned} \quad (3.4.2)$$

である。一方バリエンス V は

$$\begin{aligned} V(g) &\propto \int S(g, R)^2 dV \\ &= 4\pi \int_0^\infty \left[\exp\{-\int_0^R \Sigma_t(g, r') dr'\} \cdot f(\mu, g' \rightarrow g) \cdot w \right]^2 / R^2 dR \end{aligned} \quad (3.4.3)$$

となる。すなわち検出器位置の平均粒子束値は存在するが理論的なバリエンスは無限大となる。実際、検出器を散乱媒質中に置き計算を行うと、統計誤差の減少が極めて遅く満足すべき結果を得るためには膨大な計算時間を要する。

3.4.1 無限大バリエンスを除去する為の従来の方法

M. H. Kalos が, once-more collided flux を計算する方法を提案して以来幾つかの方法

が提案されている。ここではOnce-more Collision Estimator, Reselection Technique, Adjoint Difference 法, 平均値法⁽⁵⁴⁾について紹介する。⁽⁵²⁾ ⁽⁵³⁾

3.4.1.1 Once-more Collision Estimator

M. H. Kalos は1963年にポイント・ディテクタ法では理論的バリエンスが無限大になる事を指摘し、これを解決するため散乱点と検出器 (Point Detector) の間にもう1つ散乱点をサンプリングする方法を提案した。すなわち Fig. 3.4.1 に示したA点を新たにサンプリングし、S点で散乱した粒子がA点でもう1度散乱して、検出器位置D点に到達する確率を計算する方法である。Kalos の文献では媒質の均一性と散乱の等方性が仮定されており、S点での estimator S は

$$S = \frac{\Sigma_t \cdot c^2 \cdot e^{-\Sigma_t(r_1+r_2)}}{(4\pi)^2 r_1^2 r_2^2} \quad (3.4.4)$$

である。ここで Σ_t は媒質の巨視的全断面積、 c は散乱確率 $\frac{\Sigma_s}{\Sigma_t}$ である。上式の estimator は $r_1 \rightarrow 0$, $r_2 \rightarrow 0$ で無限大となる。従ってA点をサンプリングする確率分布関数は $r_1 = 0$ と $r_2 = 0$ で特異点を持つものである必要が有る。Kalos は次の2つの確率分布関数 U_1, U_2 を提案した。

$$U_1(r) dV = \frac{R}{\pi^3} \frac{dV}{r_1^2 r_2^2} \quad (3.4.5)$$

$$U_2 dV = \frac{\Sigma'_t}{8\pi} \left[\frac{e^{-\Sigma'_t r_1}}{r_1^2} + \frac{e^{-\Sigma'_t r_2}}{r_2^2} \right] dV \quad (3.4.6)$$

ここで Σ'_t は $\lim_{R \rightarrow 0} R \Sigma_t'(R)$ が有限な値となる様に選んだもので、例えば $\Sigma'_t = \Sigma_t + \frac{1}{R}$ である。この時 estimator は

$$S_1 = \frac{\Sigma_t \cdot c^2 \cdot e^{-\Sigma_t(r_1+r_2)}}{U_1 \cdot (4\pi)^2 r_1^2 r_2^2} \quad (3.4.7)$$

$$S_2 = \frac{\Sigma_t \cdot c^2 \cdot e^{-\Sigma_t(r_1+r_2)}}{U_2 \cdot (4\pi)^2 r_1^2 r_2^2} \quad (3.4.8)$$

となる。両者共スコアは無限大となり得るが R^{-1} の特異点を持つだけであり理論的なバリエンスは有限である。Kalos は、等方散乱の無限媒質の中に点状等方線源を置いた体系でテスト計算を行った。その結果を Table 3.4.1 及び Fig. 3.4.2 に示す。

1. 従来の Point Detector Estimator : $\frac{e^{-\Sigma_t r}}{4\pi r^2}$
- 2 a. U_1 を用いた Once-more Collision Estimator
- 2 b. U_2 を用いた Once-more Collision Estimator
3. Track Length Estimator

である。

Fig. 3.4.2 から分る様に Once-more Collision Estimator は従来の Point Detector Estimator よりも明らかに収束が速い。Kalos は 2 a の方法が最も良く次に 2 b であると結論している。

以上が Once-more Collision Estimator の概要であるが、等方散乱、均一媒質を仮定しているため一般性を欠いている。非等方性の強い散乱媒質の中でこの方法が常に良い結果を得るとは限らないのが欠点である。

Table 3.4.1 Flux at a Point-A Comparison of Several Methods

| Method | $r_1/r_2 = C$ | r , Source to detector distance | Total number of histories = N | $\bar{\phi}_c$ | Standard deviation = σ | Time (min. hist.) | Quality = σ^2 | $4\sigma^2/Q_0$ | Expected flux = ϕ_c |
|--------|---------------|-----------------------------------|---------------------------------|------------------------|-------------------------------|-------------------|-----------------------|-----------------------|--------------------------|
| 1 | 0.9 | 0.5 | 2000 | 0.25344 | — | 0.18 | — | — | 0.2897 |
| 2a | 0.9 | 0.5 | 1000 | 0.28795 | 0.00769 | 0.375 | 0.0222 | — | 0.2897 |
| 2b | 0.9 | 0.5 | 1000 | 0.28384 | 0.00737 | 0.405 | 0.0220 | — | 0.2897 |
| 3 | 0.9 | 0.5 | 4000 | 0.28587 | 0.01173 | 0.17 | 0.0036 | 0.204 | 0.2897 |
| 1 | 0.9 | 1 | 2000 | 0.10981 | — | 0.20 | — | — | 0.1140 |
| 2a | 0.9 | 1 | 1000 | 0.11563 | 0.00562 | 0.375 | 0.0118 | — | 0.1140 |
| 2b | 0.9 | 1 | 1000 | 0.10663 | 0.00432 | 0.405 | 0.00756 | — | 0.1140 |
| 3 | 0.9 | 1 | 2000 | 0.10803 | 0.00320 | 0.17 | 0.00347 | 0.044 | 0.1140 |
| 1 | 0.9 | 2 | 2000 | 0.02916 | — | 0.20 | — | — | 0.03443 |
| 2a | 0.9 | 2 | 1000 | 0.03173 | 0.00215 | 0.375 | 0.00173 | — | 0.03443 |
| 2b | 0.9 | 2 | 1600 | 0.03193 | 0.00220 | 0.405 | 0.00312 | — | 0.03443 |
| 3 | 0.9 | 2 | 2000 | 0.03332 | 0.00119 | 0.17 | 0.00043 | 0.0214 | 0.03443 |
| 1 | 0.9 | 3 | 2000 | 0.01088 | — | 0.20 | — | — | 0.01370 |
| 2a | 0.9 | 3 | 1000 | 0.01166 | 0.00115 | 0.375 | 0.000498 | — | 0.01370 |
| 2b | 0.9 | 3 | 1640 | 0.01369 | 0.00184 | 0.405 | 0.002246 | — | 0.01370 |
| 3 | 0.9 | 3 | 2000 | 0.01699 | 0.00240 | 0.17 | 0.00195 | 0.220 | 0.01370 |
| 1 | 0.3 | 0.5 | 12,000 | 5.603×10^{-2} | — | 0.030 | — | — | 0.05216 |
| 2a | 0.3 | 0.5 | 2000 | 5.268×10^{-2} | 6.37×10^{-4} | 0.073 | 5.95×10^{-3} | — | 0.05216 |
| 2b | 0.3 | 0.5 | 1000 | 5.303×10^{-2} | 8.80×10^{-4} | 0.082 | 6.35×10^{-3} | — | 0.05216 |
| 3 | 0.3 | 0.5 | 4000 | 7.340×10^{-2} | 2.29×10^{-3} | 0.025 | 5.23×10^{-3} | 0.164 | 0.05216 |
| 1 | 0.3 | 1 | 10,000 | 1.398×10^{-2} | — | 0.033 | — | — | 0.01386 |
| 2a | 0.3 | 1 | 5000 | 1.391×10^{-2} | 1.39×10^{-4} | 0.070 | 6.75×10^{-4} | — | 0.01386 |
| 2b | 0.3 | 1 | 1000 | 1.361×10^{-2} | 2.72×10^{-4} | 0.082 | 6.07×10^{-4} | — | 0.01386 |
| 3 | 0.3 | 1 | 2000 | 1.340×10^{-2} | 1.28×10^{-4} | 0.025 | 8.15×10^{-5} | 1.02×10^{-3} | 0.01386 |
| 1 | 0.3 | 2 | 2000 | 2.284×10^{-3} | — | 0.031 | — | — | 0.002164 |
| 2a | 0.3 | 2 | 1000 | 1.990×10^{-3} | 6.22×10^{-5} | 0.077 | 2.98×10^{-5} | — | 0.002164 |
| 2b | 0.3 | 2 | 1600 | 2.152×10^{-3} | 6.66×10^{-5} | 0.082 | 5.81×10^{-5} | — | 0.002164 |
| 3 | 0.3 | 2 | 2000 | 2.005×10^{-3} | 2.02×10^{-5} | 0.024 | 1.97×10^{-5} | 9.9×10^{-5} | 0.002164 |
| 1 | 0.3 | 3 | 2000 | 4.069×10^{-4} | — | 0.030 | — | — | 4.766×10^{-4} |
| 2a | 0.3 | 3 | 1000 | 4.422×10^{-4} | 1.58×10^{-5} | 0.075 | 1.87×10^{-5} | — | 4.766×10^{-4} |
| 2b | 0.3 | 3 | 2400 | 5.039×10^{-4} | 2.58×10^{-5} | 0.082 | 1.31×10^{-5} | — | 4.766×10^{-4} |
| 3 | 0.3 | 3 | 2000 | 4.599×10^{-4} | 6.21×10^{-5} | 0.024 | 1.85×10^{-5} | 2.09×10^{-5} | 4.766×10^{-4} |

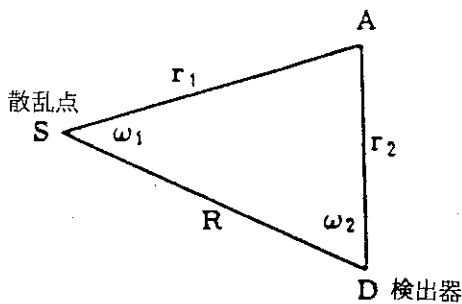


Fig. 3.4.1 中間散乱点のサンプリング

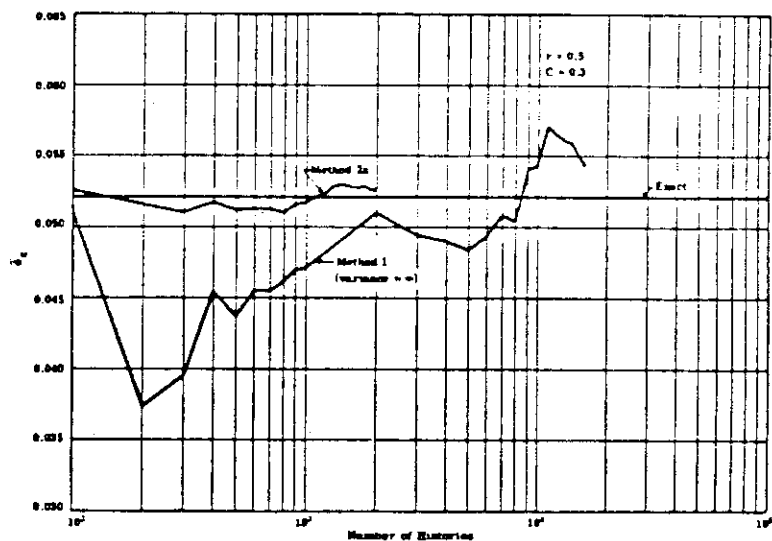


Fig. 3.4.2 Cumulative average collided flux after n histories

3.4.1.2 Reselection Technique

H. A. Steinberg と M. H. Kalos は Once-more Collision Estimator をより一般的なものに発展させるため若干異った概念の Reselection Technique を考案した。この方法は次の様なステップで構成される。

1. 検出器の回りに微小体積 V_0 を設定する。
2. 次の散乱点が V_0 中に来なかった場合は従来の方法でスコアを計算する。
3. 次の散乱点が V_0 中に来た場合は、 V_0 中に再度散乱点をサンプリングする。この時のサンプリングは、検出器位置、1つ前の散乱点位置の近くで多く散乱が起る様にバイアスしたものとす。サンプリングし直された位置でのスコアを、バイアスに伴う「必要な補正」を行い求める。この「必要な補正」を行った時のスコアは、バイアスを適切に行えば有限のものとする事が出来る。なお計算の続行は、サンプリングし直された点から、粒子の重みを適切に補正し行われる。

これを数学的に表現すれば以下の様になる。

定理： $s(x)$ を領域 V で積分可能な関数とする。 V_0 を V の部分領域とする。 $f(x)$ を領域 V で定義された確率分布関数とする。 $g(x)$, $h(x)$ を部分領域 V_0 で定義された確率分布関数とする。 X を次の様にサンプリングする。

1. $f(x)$ に従い V 中に Y をサンプリングする。
2. $Y \notin V_0$ の場合は $X = Y$ とす。 $Y \in V_0$ の場合は $g(x)$ に従い X をサンプリングする。

この時 $\int_V s(x) dx$ の estimator としては

$$J = \frac{h(Y) s(X)}{f(Y) g(X)} \quad (X \in V_0) \quad (3.4.9)$$

$$J = \frac{s(X)}{f(X)} \quad (X \notin V_0) \quad (3.4.10)$$

とすれば良い。

証明：

$$\begin{aligned} \langle J \rangle &= \int_{V-V_0} \left[\frac{s(x)}{f(x)} \right] f(x) dx + \int_{V_0} \left[\frac{h(y)}{f(y)} \cdot \frac{s(x)}{g(x)} \right] f(y) \cdot g(x) dx dy \\ &= \int_{V-V_0} s(x) dx + \int_{V_0} h(y) dy \int_{V_0} s(x) dx \quad (3.4.11) \end{aligned}$$

$h(y)$ は V_0 で定義された確率分布関数であるから $\int_{V_0} h(y) dy = 1.0$ である。よって

$$\langle J \rangle = \int_V s(x) dx \quad (3.4.12)$$

以上が Reselection Technique の原理であるが、これを具体的に説明すれば次の様になる。

Fig. 3.4.3 に示す様に V_0 を設定する。すなわち前回の散乱点 X' を中心とした内径 $|X'-X_0| - R$, 外径 $|X'-X_0| + R$ の球殻と、 X' を頂点とし頂角 $2 \tan^{-1} \frac{R}{|X'-X_0|}$ の円垂の共通部分を V_0 とす。次に従来のプロセスで次の散乱点を決定する ($f(x)$ に従い Y をサンプリングする事に対応する)。この散乱点が V_0 中に無い場合は従来通りのスコアを計算し、粒子飛跡の追

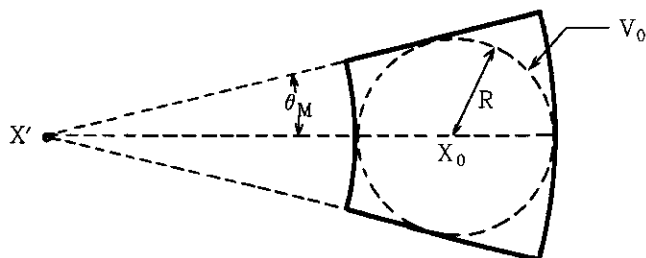


Fig. 3.4.3 Critical region

跡を続行する。散乱点が V_0 中に有る場合 (X^*) 散乱点を $g(x)$ に従い再度サンプリングする。
 $g(x)$ は次の様に表わされ, θ, φ, r の順にサンプリングする。

$$g(x) = g_\theta(\theta) \cdot g_\varphi(\varphi, \theta) \cdot g_r(r, \varphi, \theta) \quad (3.4.13)$$

$$g_\theta(\theta) = \frac{1}{\theta_M \sin \theta} \quad (3.4.14)$$

$$g_\varphi(\varphi) = \frac{1}{2\pi} \quad (3.4.15)$$

$$g_r(r, \varphi, \theta) = \frac{R' \sin \theta}{r^2 (R'^2 + r^2 - 2r R' \cos \theta) [\Psi(R'+R) - \Psi(R'-R)]} \quad (3.4.16)$$

ここで $R' = |X' - X_0|$

$$\Psi(u) = \tan^{-1} [(u - R' \cos \theta) / R' \sin \theta]$$

$$R' - R \leq r \leq R' + R$$

体積要素が $dx = r^2 \sin \theta dr d\theta d\varphi$ である事を考慮して (3.4.14), (3.4.15), (3.4.16) 式を V_0 上で積分すると各々 1.0 になっている事は簡単に確認する事が出来る。 $g_r(r, \varphi, \theta)$ が分母に前回の散乱点 X' と reselection の散乱点との距離の 2 乗 (r^2) 及び検出器位置 X_0 と reselection の散乱点との距離の 2 乗 ($R'^2 + r^2 - 2r R' \cos \theta$) を含んでいるため, 補正されたスコア ($J = \frac{h(Y)}{f(Y)} \frac{s(x)}{g(x)}$) は有限の値になる。 $h(x)$ は次の様に定義すれば良い。

$$h[(r, \theta, \varphi)] = \frac{f[(r, \theta, \varphi)]}{q(\theta, \varphi)} \quad (3.4.17)$$

$$\begin{aligned} q(\theta, \varphi) &= \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta_M} \sin \theta' d\theta' d\varphi' \int_{R'-R}^{R'+R} f[(r, \theta, \varphi)] r^2 dr \\ &= 2\pi (1 - \cos \theta_M) \int_{R'-R}^{R'+R} f[(r, \theta, \varphi)] r^2 dr \end{aligned}$$

$$(3.4.18)$$

粒子飛跡の追跡を続行する前に、reselection が natural サンプルングで無い事に起因する“粒子重みの補正”を行わなければならない。補正ファクタWは

$$W = \frac{h(X^*)}{f(X^*)} \frac{f_0(X)}{g(X)}$$

$$= W_1(X^*) W_2(X) \quad (3.4.19)$$

である。W₁(X^{*}) W₂(X) を具体的に書けば

$$W_1(X^*) = \frac{2}{(1 - \cos \theta_M) P(x', \omega^*) Z^*} \quad (3.4.20)$$

$$Z^* = \exp \{ -D [x', x' + \omega^* (R' - R)] \}$$

$$- \exp \{ -D [x', x' + \omega^* (R' + R)] \} \quad (3.4.21)$$

$$W_2(X) = \frac{Q_M |X - x_0|^2 [\Psi(R' + R) - \Psi(R' - R)] P(x', \omega) \Sigma_1(X) \exp [-D(x', X)]}{2 R'} \quad (3.4.22)$$

となる。ここで

D(x', x^{*}) : x' から x^{*} までの光学距離

ω^{*} : x' から x^{*} 方向への単位ベクトル

P(x', ω) : x' 点での散乱により粒子が方向を ω に変える確率

Σ₁(X) : x 点での巨視的全断面積

以上が Reselection Technique の概要であるが、この方法の欠点は、複数の検出器が存在する時極めて好ましくない結果を得る場合がある事である。すなわち、粒子重みを変える事が、特定の検出器 (V₀の中に在る検出器) に対しては好ましい結果を与えるが、それ以外の検出器に対しては、かえって好ましくなく統計誤差を大きくする様に働くからである。

3.4.1.3 Adjoint Difference 法

S. K. Fraley と T. J. Hoffman は検出器を中心とする小球表面及び内部の随伴粒子束 (Adjoint particle flux) を用いてスコアを有限とする方法を開発した。小球中の媒質は均一である必要はなく、一般性の有る功妙な手法と言える。以下に彼等の方法を概説する。

検出器を中心とする小球を計算体系から取り出し、その廻りを真空としたものを考える (Fig. 3.4.4 参照)。球の内部に向う線源を球の表面に次の様に置く。

$$\begin{aligned} S_g(\bar{r}, \bar{\Omega}) &= -(\bar{n} \cdot \bar{\Omega}) \phi_{0g}(\bar{r}, \bar{\Omega}) \delta(\bar{r} - \bar{r}_s) & \bar{n} \cdot \bar{\Omega} < 0 \\ &= 0 & \bar{n} \cdot \bar{\Omega} \geq 0 \end{aligned} \quad (3.4.23)$$

ここで、 g はエネルギー群を表わし

- $\phi_{0g}(\bar{r}, \bar{\Omega})$: 本来の計算体系の粒子束
- \bar{n} : 球の外向きの法線ベクトル
- $\delta(\bar{r} - \bar{r}_s)$: ディラックのデルタ関数
- \bar{r}_s : 球の表面上の位置ベクトル

とする。次に \hat{H}_1 を小球モデルのボルツマン作用素とし、 $\phi_{1g}(\bar{r}, \bar{\Omega})$ を次の式の解とする。

$$\hat{H}_1 \phi_{1g}(\bar{r}, \bar{\Omega}) = S_g(\bar{r}, \bar{\Omega}) \quad (3.4.24)$$

すると小球内の全ての点で

$$\phi_{1g}(\bar{r}, \bar{\Omega}) = \phi_{0g}(\bar{r}, \bar{\Omega}) \quad (3.4.25)$$

である。小球内の全ての散乱点から検出器への寄与 λ_a は次の様に表わせる。

$$\begin{aligned} \lambda_a &= \sum_{g=1}^{NG} \int_{\text{sphere}} \int_{4\pi} \phi_{0g}(\bar{r}, \bar{\Omega}) \cdot \Sigma_{tg}(\bar{r}) \cdot R_g(\bar{r}, \bar{\Omega}) d\bar{\Omega} d\bar{r} \\ &= \sum_{g=1}^{NG} \int_{\text{sphere}} \int_{4\pi} \phi_{1g}(\bar{r}, \bar{\Omega}) \cdot \Sigma_{tg}(\bar{r}) \cdot R_g(\bar{r}, \bar{\Omega}) d\bar{\Omega} d\bar{r} \end{aligned} \quad (3.4.26)$$

ここで $R_g(\bar{r}, \bar{\Omega})$ は検出器に対する “volume-distributed response function” とも言うべきもので次の様に書ける。

$$R_g(\bar{r}, \bar{\Omega}) = \frac{\Sigma_{sg}(\bar{r})}{\Sigma_{tg}(\bar{r})} \sum_{g'=1}^{NG} \frac{\exp\{-\int_0^R \Sigma_{tg'}(\bar{r}') d\bar{r}'\}}{R^2} \cdot f(\mu, g \rightarrow g') \cdot w \cdot \beta_g \quad (3.4.27)$$

ここで

β_g : 求めたい反応の g 群のエネルギーの粒子に対する断面積 (求めたいものは粒子の入射角には無関係とする)

$$\mu : \left(\bar{\Omega} \cdot \frac{\bar{r} - \bar{r}_d}{|\bar{r} - \bar{r}_d|} \right)$$

- $\Sigma_{s,g}$: g 群の粒子の巨視的散乱断面積
 $\Sigma_{t,g}$: g 群の粒子の巨視的全断面積
 R : $|\bar{r} - \bar{r}'|$
 $f(\mu, g \rightarrow g')$: エネルギー群 g で入射した粒子が衝突により $\cos^{-1} \mu$ だけ方向を変えエネルギー群 g' となる確率
 w : 粒子の重み

(3.4.19), (3.4.20) 式で λ_a を求める問題は、随伴作用素を用いて次の様に書く事が出来る。

$$\hat{H}_1^* \phi_{1g}^*(\bar{r}, \bar{\Omega}) = R_g(\bar{r}, \bar{\Omega}) \Sigma_{t,g}(\bar{r}) \quad (3.4.28)$$

$$\lambda_a = \sum_{g=1}^{NG} \iint \phi_{1g}^*(\bar{r}, \bar{\Omega}) \cdot S_g(\bar{r}, \bar{\Omega}) d\bar{\Omega} d\bar{r} \quad (3.4.29)$$

ここで \hat{H}_1^* は随伴ボルツマン作用素である。 $S_g(\bar{r}, \bar{\Omega})$ は小球に入って来る粒子流であるから、 $\phi_{1g}^*(\bar{r}_s, \bar{\Omega})$ は粒子が小球の面から $\bar{\Omega}$ の方向に入って来た場合の検出器に対する寄与である。従って

1. 小球の外側の散乱に対しては従来通りのスコアを計算する。
2. 小球の面を粒子が横切った時は $\phi_{1g}^*(\bar{r}_s, \bar{\Omega})$ をスコアする。

というプロセスで λ_a が計算出来、各スコアは有限である事は明らかである。しかし、 $\phi_{1g}^*(\bar{r}_s, \bar{\Omega})$ を求めるのは小球内が均一媒質である場合を除いて易しくない。そこで次の様にしてこの問題を解決する。

Fig. 3.4.4 に示した小球中が均一媒質である場合の随伴ボルツマン作用素を \hat{H}_2^* とすると

$$\hat{H}_2^* \phi_{2g}^*(\bar{r}, \bar{\Omega}) = R_g(\bar{r}, \bar{\Omega}) \Sigma_{t,g}(\bar{r}) \quad (3.4.30)$$

この場合の $\phi_{2g}^*(\bar{r}, \bar{\Omega})$ は1次元の S_N 輸送計算コードなどを用いて簡単に求める事が出来る。(3.4.29) 式から小球内の散乱からの寄与に対応する部分は、"adjoint difference flux", $\Psi_g^*(\bar{r}, \bar{\Omega}) \equiv \phi_{2g}^*(\bar{r}, \bar{\Omega}) - \phi_{1g}^*(\bar{r}, \bar{\Omega})$ を用いて

$$\lambda_a = \sum_{g=1}^{NG} \iint \phi_{2g}^*(\bar{r}, \bar{\Omega}) S_g(\bar{r}, \bar{\Omega}) d\bar{\Omega} d\bar{r} - \sum_{g=1}^{NG} \iint \Psi_g^*(\bar{r}, \bar{\Omega}) S_g(\bar{r}, \bar{\Omega}) d\bar{\Omega} d\bar{r} \quad (3.4.31)$$

と書ける。また (3.4.28) 式と (3.4.30) 式から

$$\begin{aligned} \hat{H}_1^* \Psi_g^*(\bar{r}, \bar{\Omega}) &= -(\hat{H}_2^* - \hat{H}_1^*) \phi_{2g}^*(\bar{r}, \bar{\Omega}) \\ &= -\Delta \hat{H}^* \phi_{2g}^*(\bar{r}, \bar{\Omega}) \end{aligned} \quad (3.4.32)$$

である。これと、(3.4.24) 式、 $\Psi_g^*(\bar{r}, \bar{\Omega}) \hat{H}_1 \phi_{1g}(\bar{r}, \bar{\Omega}) = \phi_{1g}(\bar{r}, \bar{\Omega}) \hat{H}_1^* \Psi_g^*(\bar{r}, \bar{\Omega})$, $\phi_{1g} = \phi_{0g}$ を考慮して λ_a は結局

$$\lambda_a = \sum_{g=1}^{NG} \iint \phi_{2g}^*(\bar{r}, \bar{\Omega}) S_g(\bar{r}, \bar{\Omega}) d\bar{\Omega} d\bar{r} + \sum_{g=1}^{NG} \iint \phi_{0g}(\bar{r}, \bar{\Omega}) \Delta \hat{H}^* \phi_{2g}^*(\bar{r}, \bar{\Omega}) d\bar{\Omega} d\bar{r} \quad (3.4.33)$$

となる。すなわちスコアを次の様にすれば良い事が分る。

1. 小球の外側の散乱に対しては従来通りのスコアを計算する。
2. 小球の面を横切った時 $\phi_{2g}^*(\vec{r}_s, \vec{\Omega})$ をスコアする。
3. 小球の中で散乱が起った時は、 $\frac{1}{\Sigma_{tg}(\vec{r})} \cdot \Delta \hat{H}^* \phi_{2g}^*(\vec{r}, \vec{\Omega})$ をスコアする。(小球内の散乱は $\phi_{0g}(\vec{r}, \vec{\Omega}) \cdot \Sigma_{tg}(\vec{r})$ に従いサンプリングされる事に注意)

これらのスコアは全て有限にする事が出来る ($\phi_{2g}(\vec{r}, \vec{\Omega})$ が無限になる時は $\Delta \hat{H}^*$ が 0 になる様に小球の均一媒質を選択すれば良い)。

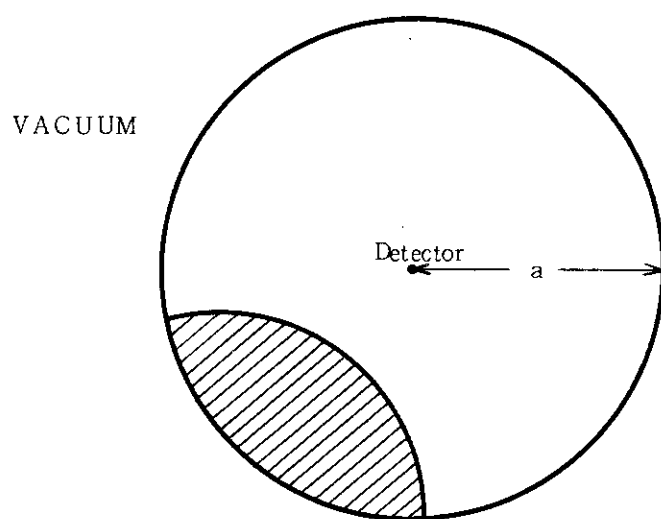


Fig. 3.4.4 Isolated sphere

以上が adjoint difference 法の概要であるが、この方法は次の様な利点・欠点を持っていると考えられる。

利 点

1. 厳密で一般性が有る。
2. 粒子の重み補正が必要ないから、検出器が複数の場合も特に問題を生じない。
3. 求めたいものが、発熱・放射線損傷の様に粒子入射角・エネルギーの積分値の場合に適している。

欠 点

1. 検出器位置での角度粒子束を求める計算には不向きである。その場合 $\phi_{2g}^*(\vec{r}, \vec{\Omega})$ の計算には 3次元の輸送計算コードが必要となる。
2. 粒子のエネルギー依存のもの、例えば粒子束のエネルギースペクトルなど、を求める場合はエネルギー群数だけ $R_g(\vec{r}, \vec{\Omega})$ を定義し、 $\phi_{2g}^*(\vec{r}, \vec{\Omega})$ を計算しストアしておかなければならないから計算機に要求する記憶容量が大きくなる。

3.4.1.4 平均値法

検出器を中心とする小球を考え、その中では媒質は均一であり、角度分布も含めて粒子束が一定であると仮定すれば小球内散乱点のスコアの平均値を計算する事が出来る。小球内の散乱に対してこの平均値を使うという方法は古くから提案されている様であり、最近でも幾らかの改良を加え検討された例もある。⁽⁵⁴⁾以下に平均値の計算法を示す。⁽⁵⁵⁾

小球中の粒子束は位置に依らず、角度分布も一定としているから、これを $\phi(\theta_0, \varphi_0)$ と表そう。ここで $\phi(\theta_0, \varphi_0)$ の絶対値は小球中の散乱個数が 1 個/sec になる様に規格化されているとする。

$$\Sigma_s \cdot \int \int \phi(\theta_0, \varphi_0) d\Omega_0 dv = \frac{4}{3} \pi r_0^3 \cdot \Sigma_s \int \phi(\theta_0, \varphi_0) d\Omega_0 = 1.0 \quad (3.4.34)$$

ここで、

Σ_s : 媒質の巨視的散乱断面積

r_0 : 小球の半径

である。座標は検出器を原点として Fig. 3.4.5 の様に設定する。 Ω_0 方向に飛行して来た粒子が、小球中の微小体積 $r^2 \cdot \sin\theta dr d\theta d\varphi$ 中で媒質と散乱し、検出器(原点)方向へ飛行し、検出器位置へ粒子束として現れる確率 A_0 は

$$A_0 = \frac{e^{-\Sigma_t r}}{4\pi r^2} \cdot \phi(\theta_0, \varphi_0) \cdot \Sigma_s(\cos\theta_1) r^2 \sin\theta d\theta d\varphi dr \quad (3.4.35)$$

である。 $\cos\theta_1$ は入射方向と反射方向の余弦。微小体積中の全ての散乱の結果検出器位置に粒子束として現れる確率 A_1 は (3.4.35) 式を Ω_0 で積分して

$$A_1 = \frac{e^{-\Sigma_t r}}{4\pi r^2} \int \phi(\theta_0, \varphi_0) \Sigma_s(\cos\theta_1) d\Omega_0 \cdot r^2 \cdot \sin\theta d\theta d\varphi dr \quad (3.4.36)$$

となる。小球中の全ての散乱の結果検出器位置に粒子束として現れる確率 A_2 は (3.4.36) を小球中で積分して次の様になる。

$$A_2 = \frac{1}{4\pi} \int \frac{e^{-\Sigma_t r}}{r^2} \int \int \int \phi(\theta_0, \varphi_0) \Sigma_s(\cos\theta_1) d\Omega_0 \sin\theta d\theta d\varphi dr \quad (3.4.37)$$

Σ_s は $\cos\theta_1$ の関数として次の様に与えられる。

$$\Sigma_s(\cos\theta_1) = \sum_{n=0}^N \sigma_n P_n(\cos\theta_1) \quad (3.4.38)$$

ここで、

$P_n(\cos\theta_1)$: n 次のルジャンドルの多項式

N : ルジャンドル展開次数

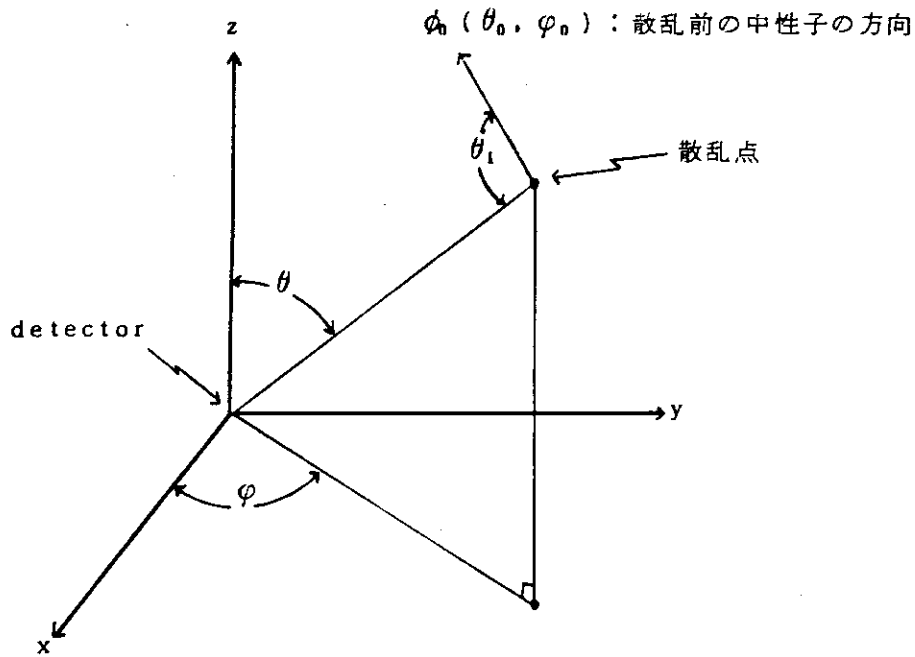


Fig. 3.4.5 Detector 近傍の散乱点からの寄与

$P_n(\cos \theta_1)$ はルジャンドルの多項式の加法定理を用いると次の様に表わされる。⁽⁵⁰⁾

$$P_n(\cos \theta_1) = \sum_{m=0}^n \frac{(n-m)! 2}{(n+m)! \delta_m} (-1)^n P_{n,m}(\cos \theta_0) \times P_{n,m}(\cos \theta) \cdot \cos m(\varphi_0 - \varphi) \quad (3.4.39)$$

ここで、 $P_{n,m}(\cos \theta_1)$ はルジャンドルの陪関数であり、 $\delta_0 = 2$ 、 $\delta_m = 1 (m > 0)$ である。(3.4.38)、(3.4.39) 式を(3.4.37) 式に代入して φ 、 θ 、 r の順序で積分を行うと、

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4\pi} \int_r e^{-\Sigma_t r} \int_{\Omega_0} \phi(\theta_0, \varphi_0) \sum_{n=0}^N \sigma_n \sum_{m=0}^n \frac{(n-m)! 2}{(n+m)! \delta_m} (-1)^n P_{n,m}(\cos \theta_0) \\ & \times \int_0^\pi P_{n,m}(\cos \theta) \int_0^{2\pi} \cos m(\varphi_0 - \varphi) d\varphi \sin \theta d\theta d\Omega_0 dr \\ & = \frac{1}{4\pi} \int_r e^{-\Sigma_t r} \int_{\Omega_0} \phi(\theta_0, \varphi_0) \sum_{n=0}^N \sigma_n (-1)^n P_n(\cos \theta_0) \cdot 2\pi \\ & \times \int_0^\pi P_n(\cos \theta) \sin \theta d\theta d\Omega_0 dr \\ & = \frac{1}{4\pi} \int_0^{r_0} e^{-\Sigma_t r} \int_{\Omega_0} \phi(\theta_0, \varphi_0) \cdot 4\pi \cdot \sigma_0 d\Omega_0 dr \\ & = \frac{\sigma_0}{\Sigma_t} (1 - e^{-\Sigma_t r_0}) \int \phi(\theta_0, \varphi_0) d\Omega_0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\sigma_0}{\Sigma_t} (1 - e^{-\Sigma_t r_0}) \cdot \frac{3}{4 \pi r_0^3 \Sigma_s} \\
 &= \frac{3}{4 \pi \Sigma_t r_0^3} (1 - e^{-\Sigma_t r_0}) \quad (3.4.40)
 \end{aligned}$$

ただし、 $\sigma_0 = \Sigma_s$ である。

この方法は仮定にかなり無理がある場合が多く、得られた結果の信頼性に欠けるため実際の設計計算にはあまり用いられない。

3.4.2 ボイド・ディテクタ法⁽⁵⁶⁾

前項で述べた、無限大バリエンス除去法のうちAdjoint Difference法は厳密であり、かつどの様な場合でも良い結果が期待できる功妙な方法と言う事が出来る。しかし、小球内のAdjoint fluxを保存するための記憶容量が大きくなり設計計算には向かない面も有る。ここで提案するボイド・ディテクタ法は厳密性には若干欠けるところが有るが、設計計算には極めて使い易いものである。一様な散乱体の中に局所的に密度の低い所があっても、粒子束がそこで著しく歪む事は無いという経験的な仮定に基づいている。実際核融合炉設計においてはVoidを含む非均質のブランケット等を均質化して計算しているから、その近似に較べるとボイド・ディテクタ法で用いる近似は影響の小さいものである。

3.4.2.1 仮定と方法

検出器の周囲に、半径 ρ の微小球を考え、その微小球中の媒質の密度を仮想的に次の様に (Fig. 3.4.6 参照) 減少させる。

$$D(r) = d(r) \cdot R^2 / \rho^2 \quad (3.4.41)$$

ここで、 r : 位置ベクトル

R : 検出器位置と r 点との距離

$d(r)$: r 点の媒質の本来の密度

$D(r)$: 仮想的に減少させた r 点の媒質密度

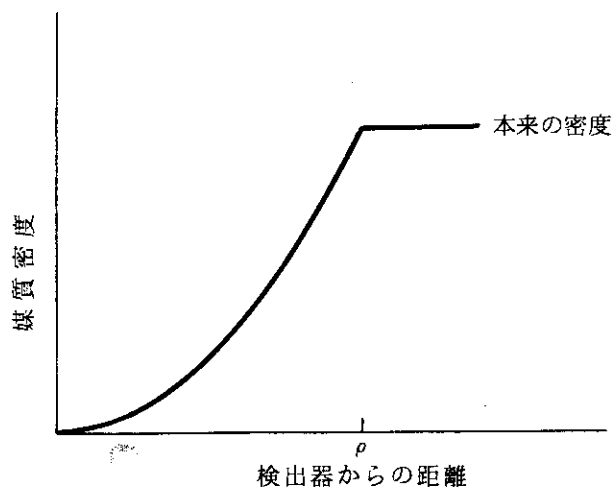


Fig. 3.4.6 検出器廻りの媒質密度

この媒質密度の減少に伴い検出器位置の粒子束も影響を受ける。しかし、検出器が散乱体の中に置かれている場合は、その影響は小さい事が予想される。ここで示すボイド・ディテクタ法は、この影響が無視出来る事が前提条件である。

ボイド・ディテクタ法では上記の媒質密度変化があった場合の検出器位置での粒子束を求め、これを求めるべき粒子束の代りとする。これは、媒質密度の減少を考慮して形状入力デ

ータを作成するという意味では無い。粒子飛跡を追うのは密度減少を考慮せずに行い、得られた衝突密度分布を用いて検出器位置の粒子束を計算する時に密度減少を考慮するという意味である。

すなわち、各検出器へのスコアを計算する過程で

(1) 微小球の中では媒質と粒子との衝突密度が減少している。

(2) 衝突点から検出器までの光学距離 ($\int_0^R \Sigma_t(r) dr'$) が減少している。

の2点を補正してやれば良い。前者に関しては、検出器近辺の粒子束は変わらないとしているから、媒質密度の減少に比例して衝突密度を減少させる事になる。後者に関しては Fig. 3.4.7 に示す様に微小球内で媒質が多重層になっている場合も考慮して各層の光学距離ARGを次の様に計算する。

$$\begin{aligned} ARG_i(g) &= \int_{\ell_{in}}^{\ell_{out}} \Sigma_t(g) \cdot \frac{r^2}{\rho^2} dr \\ &= \frac{\Sigma_t(g)}{\rho^2} \cdot \frac{(\ell_{out}^3 - \ell_{in}^3)}{3} \quad (\ell_{out} \leq \rho) \end{aligned} \quad (3.4.42)$$

$$\begin{aligned} ARG_i(g) &= \Sigma_t(g) \cdot (\ell_{out} - \rho) + \int_{\ell_{in}}^{\rho} \Sigma_t(g) \cdot \frac{r^2}{\rho^2} \cdot dr \\ &= \Sigma_t(g) \cdot \left(\ell_{out} - \frac{2}{3} \rho - \frac{1}{3} \frac{\ell_{in}^3}{\rho^2} \right) \quad (\ell_{out} > \rho) \end{aligned} \quad (3.4.43)$$

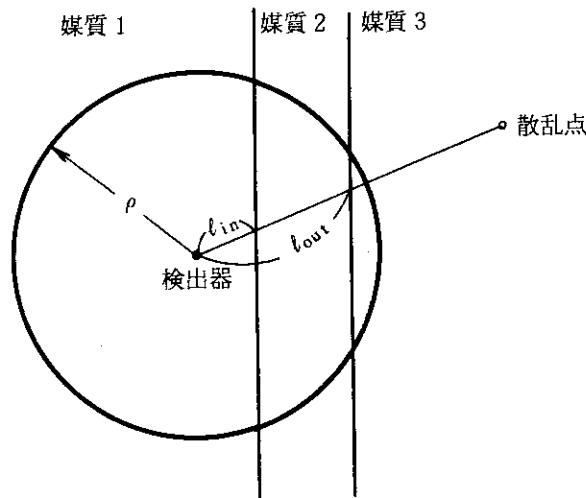


Fig. 3.4.7 小球内で媒質が非均一の場合のモデル

ここで $\Sigma_t(g)$ は各層内では一定である。また ARG_i は第 i 層中を粒子が衝突点から検出器方向へ横切る時の光学距離である。 ℓ_{in} が ρ より大きい場合は従来通りの方法で光学距離を

計算する。

スコアは、(3.4.1)式ではなく次の式で計算する。

($R < \rho$)

$$\begin{aligned} s(g) &= \frac{\exp\{-\sum_i \text{ARG}_i\}}{R^2} \cdot f(\mu, g' \rightarrow g) \cdot w \cdot \frac{R^2}{\rho^2} \\ &= \exp\{-\sum_i \text{ARG}_i\} \cdot f(\mu, g' \rightarrow g) \cdot w \cdot \frac{1}{\rho^2} \end{aligned} \quad (3.4.44)$$

($R \geq \rho$)

$$s(g) = \frac{\exp\{-\sum_i \text{ARG}_i\}}{R^2} \cdot f(\mu, g' \rightarrow g) \cdot w \quad (3.4.45)$$

ここで $\sum_i \text{ARG}$ は衝突点から検出器までの各層の和を示している。

(3.4.44~45)式で求められるスコアは常に有限である。従って理論的バリエーションも有限である。

3.4.2.2 テスト計算

ボイド ディテクタ法の有効性を示すためのテスト計算の結果について述べる。Fig. 3.4.8 はテスト計算に用いた計算体系である。中心に14MeVの等方中性子源を置きその廻りを球殻状の核融合炉ブランケットが取り囲んだ体系である。結果について議論するためには真値が必要である。Fig. 3.4.8 に示した体系の場合、中性子源を中心とする球面上で粒子束は一定であるからTrack-Length Estimator, Surface-Crossing Estimatorなどを使う事に依り統計誤差の小さい計算値を少い計算時間で得る事が出来る。テスト計算の体系をFig. 3.4.8 の様を選んだ理由はそこに有る。ここではTrack-Length Estimator を用いた計算値を真値とした。

Table 3.4.2 に計算結果(全中性子束値)の比較を示す。従来 Point Detector Estimator を用いた値(Conventional)は、D 2, D 6 の点で真値と大きく掛け離れており、統計誤差も大きい。これはD 2, D 6 が特別な点という事では無く、初期乱数を変えて計算を行えば他の点にこの様な現象が見られる事になる。Fig. 3.4.9, 10 にD 2, D 6 に於ける全中性子束値の収束の状況を示す。先ず従来方法による計算結果の収束性を見てみる。D 2 の点では600 ヒストリーの計算を行う迄に、検出器の極く近くで粒子と媒質の散乱が起き、大きな値がスコアされた。この為全中性子束値は真値より遥かに大きくなり統計誤差も大きい。その後この影響が薄れるために多くのヒストリー数を要しており、3600 ヒストリーでも充分では無い。D 6 の点では600 ヒストリーから1200 ヒストリーの間で検出器の極く近くで散乱が起きた。統計誤差も1200 ヒストリー計算後の方が、600 ヒストリー計算後よりもむしろ大きくなっている(Table 3.4.2)。この様な現象は何時でも起り得るから今後も順調に統計誤差が減少するという保証は無い。他の検出器についても事情は同じで有り、統計誤差を更に減少させるためには膨大な計算時間を要するであろう。

一方ボイド・ディテクタ法を用いた場合(Revised)は、D 4 の3000 ヒストリーから3600 ヒストリー間で若干統計誤差が増加した事を除き順調に減少しており、どの検出器に於いても真値に近い値を得ている。特にFig. 3.4.9, 10 に見られる様にD 2, D 6 の計算値の収束性は著しく改善された。

なお本テスト計算では、(3.4.41)式中の ρ の値は3cmとした。(3.4.44~45)式によるスコアをMORSE-GGコードで計算するためにはサブルーチンRELCOLを修正する必要がある。光学距離の計算を(3.4.42~43)式で計算するためにはEUCLIDを修正する必要があるが、ここではRELCOLでスコアを計算する際に検出器を散乱点の方へ或る距離だけ仮想的に移動することで代用した⁽⁵⁶⁾。これは微小球中で検出器からどの方向に沿っても媒質が均一で有る場合(3.4.42~43)式と等価で有る。本テスト計算では事実上全ての点で等価と考えて良い。

ここで ρ の大きさと、本手法で用いた仮定に伴う計算誤差について若干の検討をしておく。簡単のため媒質は均一で一様と仮定する。散乱密度が一定の場合密度減少の仮定は結果に影響を及ぼさない。密度減少が無い場合の積分量Iと有る場合の積分量Hは次の様に計算される。

$$I = \int_0^{\infty} e^{-\Sigma_1 R} dR = \frac{1}{\Sigma_1} \quad (3.4.46)$$

Table 3.4.2 粒子束計算値と統計誤差

| Detector Point | MORSE-GC | TOTAL NEUTRON FLUX | | | | | | | Track Length Estimator (4000 histories) |
|----------------|--------------|--------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-----------------------|--|
| | | (600) | (1200) | (1800) | (2400) | (3000) | (3600) | (4000) | |
| D1 | CONVENTIONAL | 8.51-4 (0.419) | 6.50-4 (0.297) | 5.59-4 (0.233) | 5.21-4 (0.194) | 5.05-4 (0.167) | 4.87-4 (0.145) | 5.42-4*1 (0.021)*2 | |
| | REVISED | 5.37-4 (0.118) | 5.32-4 (0.088) | 5.12-4 (0.071) | 5.11-4 (0.066) | 5.03-4 (0.057) | 5.12-4 (0.051) | | |
| D2 | CONVENTIONAL | 1.59-3 (0.780) | 9.05-4 (0.689) | 6.85-4 (0.607) | 6.41-4 (0.491) | 5.70-4 (0.442) | 5.33-4 (0.394) | 4.21-4 (0.020) | |
| | REVISED | 5.58-4 (0.179) | 4.38-4 (0.128) | 3.98-4 (0.105) | 4.17-4 (0.093) | 4.13-4 (0.083) | 4.18-4 (0.079) | | |
| D3 | CONVENTIONAL | 3.29-4 (0.236) | 2.74-4 (0.166) | 2.38-4 (0.141) | 2.52-4 (0.131) | 2.48-4 (0.116) | 2.60-4 (0.107) | 3.26-4 (0.019) | |
| | REVISED | 4.22-4 (0.177) | 3.56-4 (0.131) | 3.15-4 (0.116) | 3.23-4 (0.104) | 3.22-4 (0.096) | 3.36-4 (0.093) | | |
| D4 | CONVENTIONAL | 3.14-4 (0.324) | 2.63-4 (0.240) | 2.15-4 (0.203) | 2.11-4 (0.183) | 1.94-4 (0.162) | 2.48-4 (0.177) | 2.53-4 (0.020) | |
| | REVISED | 3.56-4 (0.272) | 3.07-4 (0.186) | 2.65-4 (0.158) | 2.59-4 (0.141) | 2.43-4 (0.125) | 2.74-4 (0.129) | | |
| D5 | CONVENTIONAL | 1.56-4 (0.427) | 1.57-4 (0.271) | 1.40-4 (0.235) | 1.36-4 (0.194) | 1.28-4 (0.170) | 1.40-4 (0.156) | 1.91-4 (0.021) | |
| | REVISED | 2.04-4 (0.384) | 2.15-4 (0.236) | 1.95-4 (0.219) | 1.89-4 (0.180) | 1.77-4 (0.158) | 1.83-4 (0.145) | | |
| D6 | CONVENTIONAL | 2.85-4 (0.700) | 6.42-4 (0.711) | 4.63-4 (0.660) | 3.60-4 (0.636) | 3.20-4 (0.575) | 2.91-4 (0.529) | 1.52-4 (0.025) | |
| | REVISED | 1.90-4 (0.495) | 1.99-4 (0.304) | 1.90-4 (0.269) | 1.65-4 (0.239) | 1.62-4 (0.202) | 1.57-4 (0.180) | | |
| D7 | CONVENTIONAL | 4.58-5 (0.542) | 7.16-5 (0.474) | 6.67-5 (0.390) | 5.17-5 (0.380) | 5.28-5 (0.310) | 5.85-5 (0.261) | 9.32-5 (0.027) | |
| | REVISED | 8.05-5 (0.576) | 1.10-4 (0.383) | 1.14-4 (0.342) | 8.84-5 (0.333) | 9.25-5 (0.276) | 1.00-4 (0.235) | | |

*1 Read as 5.42×10^{-4} .

*2 Fractional Standard Deviation.

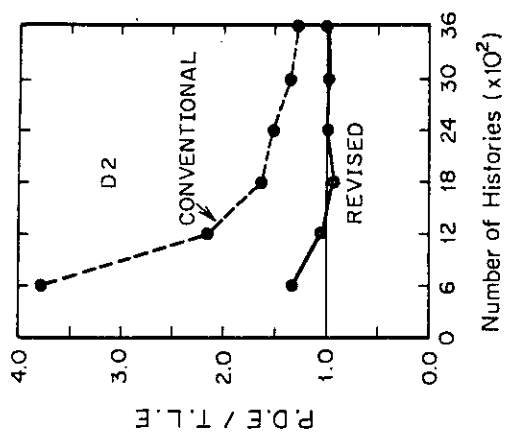


Fig. 3.4.9 D 2 検出器に於ける粒子束の収束

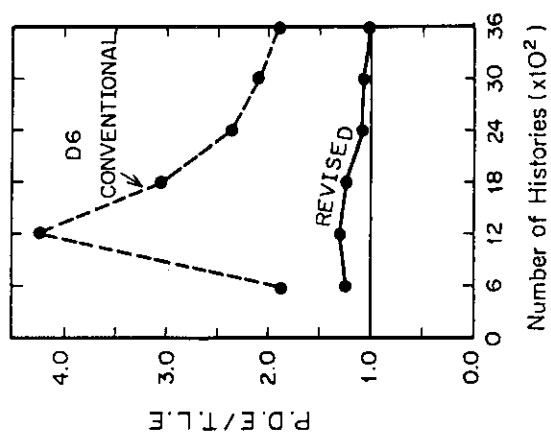


Fig. 3.4.10 D 6 検出器に於ける粒子束の収束

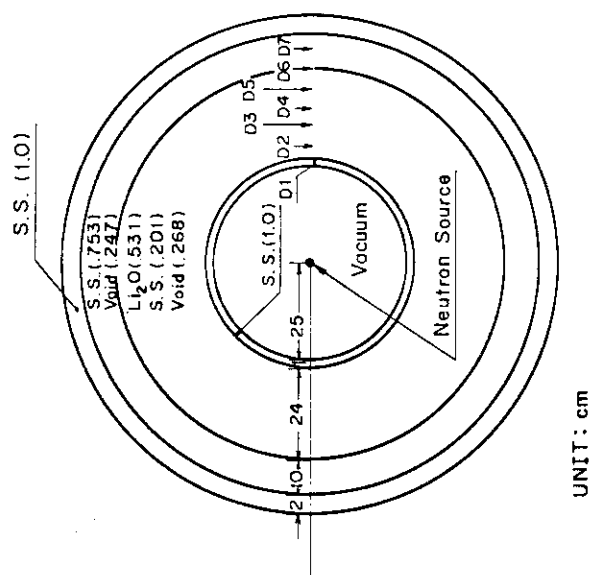


Fig. 3.4.8 テスト計算モデル

$$\begin{aligned}
 H &= \int_0^{\rho} e^{-\Sigma_t \cdot \frac{R^2}{3\rho^2}} \cdot \frac{R^2}{\rho^2} dR + \int_{\rho}^{\infty} e^{-\Sigma_t(R - \frac{2}{3}\rho)} dR \\
 &= \frac{1}{\Sigma_t} (1 - e^{-\frac{\Sigma_t \rho}{3}}) + \frac{1}{\Sigma_t} e^{-\frac{\Sigma_t \rho}{3}} \\
 &= \frac{1}{\Sigma_t} \tag{3.4.47}
 \end{aligned}$$

次に散乱密度が空間的に1次関数に従い変化する場合を検討する。この場合も粒子が媒質により等方的に散乱されるとするならば密度減少の仮定は結果に影響を及ぼさない。この場合の積分量は各々次の様に計算される。散乱密度分布Pを次の様に表す。

$$P = a_0 + a_1 z \tag{3.4.48}$$

$$z = R \cos \theta \tag{3.4.49}$$

I と H は

$$\begin{aligned}
 I &= \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{e^{-\Sigma_t R}}{4\pi R^2} \cdot (a_0 + a_1 R \cos \theta) R^2 \sin \theta d\theta d\varphi dR \\
 &= \frac{a_0}{\Sigma_t} \tag{3.4.50}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 H &= \int_0^{\rho} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{e^{-\Sigma_t \cdot \frac{R^2}{3\rho^2}}}{4\pi R^2} \cdot \frac{R^2}{\rho^2} (a_0 + a_1 R \cos \theta) R^2 \sin \theta d\theta d\varphi dR \\
 &\quad + \int_{\rho}^{\infty} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{e^{-\Sigma_t(R - \frac{2}{3}\rho)}}{4\pi R^2} (a_0 + a_1 R \cos \theta) R^2 \sin \theta d\theta d\varphi dR \\
 &= \frac{a_0}{\Sigma_t} (1 - e^{-\frac{\Sigma_t \rho}{3}}) + \frac{a_0}{\Sigma_t} e^{-\frac{\Sigma_t \rho}{3}} \\
 &= \frac{a_0}{\Sigma_t} \tag{3.4.51}
 \end{aligned}$$

となる。

以上の様に簡単な問題の場合では密度減少の仮定に伴う計算誤差は無いが、より一般的な場合、すなわち空間的に2次以上の関数に従い散乱密度が分布する場合、散乱が等方的でない場合は計算誤差が出て来る。この量を一般的に推定する事は難しいが、テスト計算の結果はこの量が小さい事を示している様に思われる。

すなわちボイド・ディテクタ法で得られた値はTrack-Length Estimatorに依るものと一致しており、近似による誤差は無視できる事を示している。この方法は新たに膨大なデータを要求する事もなく単純であり、安全であり、効果的であり、極めて設計計算に適したものである。

なお S_n 輸送計算コードANISNとの比較をFig. 3.4.11~13に示す。Fig. 3.4.11はTrack-Length EstimatorとANISNの比較であり良く一致している。Fig. 3.4.12, 13は各々Conventional, RevisedのPoint Detector EstimatorとANISNの比較である。

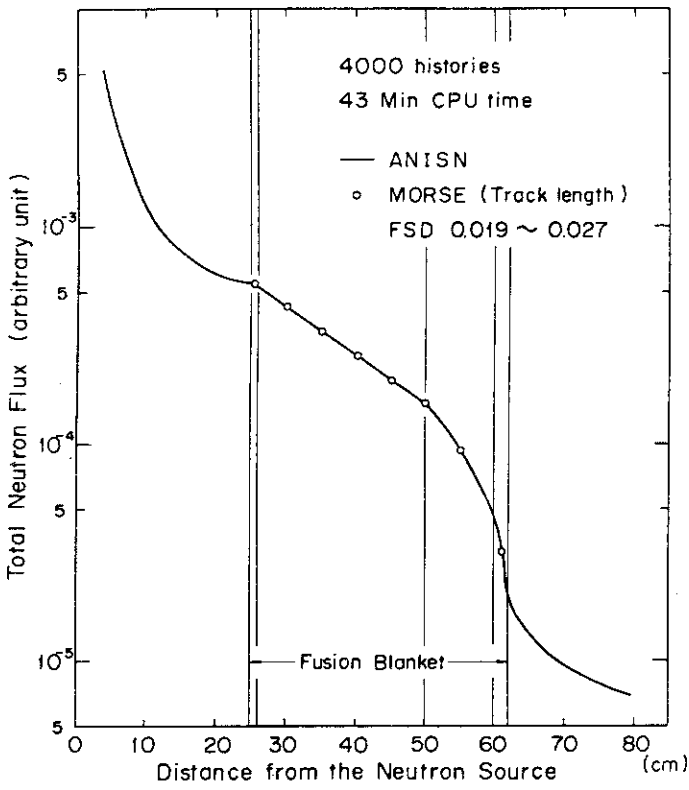


Fig. 3.4.11 ANISNとTrack Length Estimator の比較

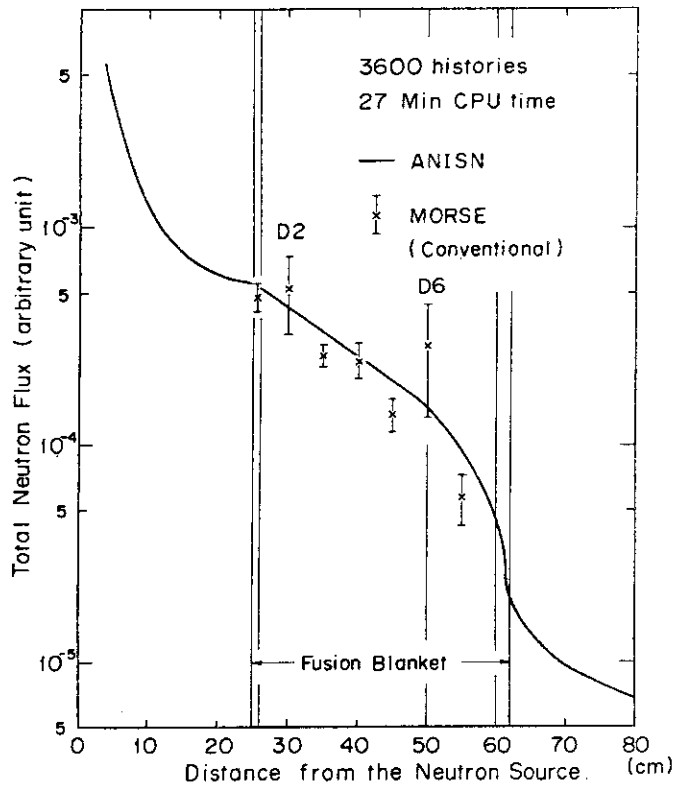


Fig. 3.4.12 ANISNとPoint Detector Estimator (Conventional) の比較

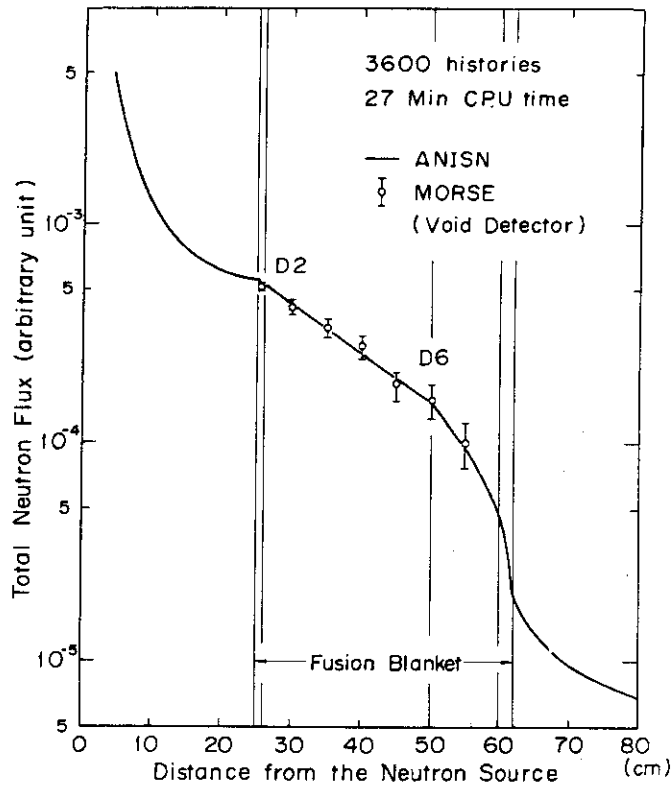


Fig. 3.4.13 ANISNとPoint Detector Estimator (Void Detector) の比較

3.4.3 検出器廻りの寄与率をベッセル関数で展開する方法

検出器の廻りの寄与率をベッセル関数で展開すると各散乱点で有限のスコアを得る事が出来る。以下にその方法について述べる。

Fig. 3.4.14 の様に検出器の廻りに半径 ρ の小球を考える。図中の S_p は散乱点を示しており、そこへの入射粒子方向ベクトルを $\bar{\Omega}_1$ 、検出器から S_p への方向ベクトルを $\bar{\Omega}_2$ とする。エネルギー g' 、方向 $\bar{\Omega}_1$ で入射した粒子が、 $\bar{\Omega}_2$ の廻りの $d\bar{\Omega}$ によって作られる円垂中で散乱を起し、エネルギーを g 、方向を $-\bar{\Omega}_2$ に変えて検出器に到達する量 I は、

$$I(\bar{\Omega}_1 \rightarrow \bar{\Omega}_2, g' \rightarrow g) d\bar{\Omega} = \int_0^\rho \frac{e^{-\int_0^\rho \Sigma_t(r) dr}}{R^2} \cdot \Sigma_s(R, \mu, g' \rightarrow g) \times \varphi(R, \bar{\Omega}_1, g') \cdot R^2 dR d\bar{\Omega} \quad (3.4.52)$$

である。ここで $\varphi(R, \bar{\Omega}_1, g')$ は角度粒子束であり $\mu = \bar{\Omega}_1 \cdot \bar{\Omega}_2$ である。また R の積分範囲は小球内としているので $0 \leq R \leq \rho$ である。モンテカルロ計算コード中では散乱点のサンプリングは $\Sigma_s(R) \cdot \varphi(R, \bar{\Omega}_1, g') \cdot R^2 d\bar{\Omega}$ に比例して行われるはずであるから

$$\Psi(R, \bar{\Omega}_1, g') d\bar{\Omega} = \varphi(R, \bar{\Omega}_1, g') \cdot R^2 \cdot d\bar{\Omega} \quad (3.4.53)$$

としておく。ここで $\Sigma_s(R)$ は巨視的散乱断面積である。

以降の議論に於いて $\bar{\Omega}_1, \bar{\Omega}_2, g, g'$ は変数とならないので式の中では省略する。

$$G(R) = \frac{e^{-\int_0^\rho \Sigma_t(r) dr}}{R^{1.5}} \cdot \Psi(R) \quad (3.4.54)$$

上式の様子 $G(R)$ を定義しこれをベッセル関数で展開する事を考える。変数が $0 \sim 1.0$ となる様に次の様に変数変換する。

$$x = \frac{R}{\rho} \quad (3.4.55)$$

$$F(x) dx = G(R) dR \quad (3.4.56)$$

$F(x)$ をベッセル関数で展開する (Dini の展開)。使用するベッセル関数の次数は 0.5 である。次数をこの様に選択すると、通常の Point Detector Estimator のスコアに含まれる $1/R^2$ を丁度打消す事が出来る。

$$F(x) = B_0 \cdot x^{0.5} + \sum_{s=1}^{\infty} B_s \cdot J_{0.5}(\lambda_s \cdot x) \quad (3.4.57)$$

$$B_0 = 3 \cdot \int_0^1 F(x) \cdot x^{1.5} dx \quad (3.4.58)$$

$$B_s = \frac{2}{[J_{0.5}(\lambda_s)]^2} \int_0^1 F(x) \cdot J_{0.5}(\lambda_s \cdot x) \cdot x dx \quad (3.4.59)$$

ここで、 λ_s は $J_{1.5}(x) = 0$ の正根である。

小球内の媒質は一般的には均一でないから $\bar{\Omega}_2$ の方向に $0 < R < \rho$ の間に n 層の媒質が在る

とし、巨視的散乱断面積を

$$\begin{aligned} \Sigma_s(R, \mu, g' \rightarrow g) &= \Sigma_{s1} & (0 \leq R < R_1 = \rho x_1) \\ &= \Sigma_{s2} & (R_1 \leq R < R_2 = \rho x_2) \\ &\vdots \\ &= \Sigma_{sn} & (R_{n-1} \leq R \leq R_n = \rho x_n) \end{aligned} \tag{3.4.60}$$

とする。今求めたい積分量 I は

$$\begin{aligned} I &= \int_0^1 \frac{F(x)}{(\rho x)^{0.5}} \cdot \Sigma_s(R, \mu, g' \rightarrow g) dx \\ &= \sum_{i=1}^n \Sigma_{si} \int_{x_{i-1}}^{x_i} \frac{F(x)}{(\rho x)^{0.5}} dx \\ &= \sum_{i=1}^n \Sigma_{si} \int_{x_{i-1}}^{x_i} \frac{1}{(\rho x)^{0.5}} \cdot \left\{ B_0 \cdot x^{0.5} + \sum_{s=1}^{\infty} B_s \cdot J_{0.5}(\lambda_s x) \right\} dx \\ &= \sum_{i=1}^n \frac{\Sigma_{si}}{\rho^{0.5}} \int_{x_{i-1}}^{x_i} \left\{ B_0 + \sum_{s=1}^{\infty} B_s \cdot \frac{J_{0.5}(\lambda_s x)}{x^{0.5}} \right\} dx \\ &= \sum_{i=1}^n \frac{\Sigma_{si}}{\rho^{0.5}} \left\{ B_0 (x_i - x_{i-1}) + \sum_{s=1}^{\infty} B_s \int_{x_{i-1}}^{x_i} \frac{J_{0.5}(\lambda_s x)}{x^{0.5}} dx \right\} \end{aligned} \tag{3.4.61}$$

と書ける。上式中の積分を T(x) と置くと次の様に求めることが出来る。

$$\begin{aligned} T(x) &= \int \frac{J_{0.5}(\lambda_s x)}{x^{0.5}} dx \\ &= \int \frac{1}{x^{0.5}} \cdot \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m! \cdot \Gamma(m+1.5)} \left(\frac{\lambda_s x}{2} \right)^{0.5+2m} dx \\ &= \left(\frac{\lambda_s}{2} \right)^{0.5} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m! \cdot \Gamma(m+1.5)} \int \left(\frac{\lambda_s x}{2} \right)^{2m} dx \\ &= \left(\frac{2}{\lambda_s} \right)^{0.5} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m! \cdot \Gamma(m+1.5) \cdot (2m+1)} \left(\frac{\lambda_s x}{2} \right)^{2m+1} \end{aligned} \tag{3.4.62}$$

(3.4.58)式, (3.4.59)式, (3.4.62)式を(3.4.61)式に代入すると

$$\begin{aligned} I &= \frac{3}{\rho^{0.5}} \int_0^1 F(x) \cdot x^{1.5} dx \cdot \sum_{i=1}^n \Sigma_{si} (x_i - x_{i-1}) \\ &\quad + \frac{1}{\rho^{0.5}} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{2}{[J_{0.5}(\lambda_s)]^2} \int_0^1 F(x) \cdot J_{0.5}(\lambda_s x) \cdot x dx \\ &\quad \times \sum_{i=1}^n \Sigma_{si} [T(x_i) - T(x_{i-1})] \\ &= \int_0^1 F(x) \cdot s(x) dx \end{aligned} \tag{3.4.63}$$

$$s(x) = \frac{3}{\rho^{0.5}} \cdot x^{1.5} \cdot \sum_{i=1}^n \Sigma_{s,i} (x_i - x_{i-1})$$

$$+ \frac{1}{\rho^{0.5}} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{2}{[J_{0.5}(\lambda_s)]^2} \cdot J_{0.5}(\lambda_s x) \cdot x \sum_{i=1}^n \Sigma_{s,i} [T(x_i) - T(x_{i-1})]$$

(3.4.64)

一方モンテカルロ計算コード中では、前述の $d\bar{\Omega}$ 中の散乱密度 $D(R)$ に従って散乱点がサンプリングされる。

$$D(R) = \Psi(R) \cdot \Sigma_s(R) \tag{3.4.65}$$

この時のスコア CON は次の条件を満たさなければならない。

$$\int_0^{\rho} \text{CON}(R) \cdot D(R) dR = I \tag{3.4.66}$$

上式を (3.4.54) 式, (3.4.56) 式, (3.4.65) 式を用いて変形すると

$$\int_0^{\rho} \text{CON}(R) \cdot D(R) dR = \int_0^{\rho} \text{CON}(R) \cdot \Psi(R) \cdot \Sigma_s(R) dR$$

$$= \int_0^{\rho} \text{CON}(R) \cdot \frac{R^{1.5}}{e^{-\int_0^{\rho} \Sigma_t(r') dr'}} \cdot G(R) \cdot \Sigma_s(R) dR$$

$$= \int_0^1 \text{CON}(\rho x) \cdot \frac{(\rho x)^{1.5}}{e^{-\int_0^{\rho} \Sigma_t(r') dr'}} \cdot \Sigma_s(\rho x) \cdot F(x) dx$$

(3.4.67)

となる。この式と (3.4.63) 式を較べる事により CON は次の様に得られる。

$$\text{CON}(\rho x) = s(x) \cdot \frac{e^{-\int_0^{\rho} \Sigma_t(r') dr'}}{(\rho x)^{1.5}} \cdot \frac{1}{\Sigma_s(\rho x)}$$

$$= \frac{e^{-\int_0^{\rho} \Sigma_t(r') dr'}}{\rho^2} \cdot \left\{ 3 \cdot \sum_{i=1}^n \frac{\Sigma_{s,i}}{\Sigma_s(\rho x)} (x_i - x_{i-1}) \right.$$

$$\left. + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{2}{[J_{0.5}(\lambda_s)]^2} \cdot \sum_{i=1}^n \frac{\Sigma_{s,i}}{\Sigma_s(\rho x)} \cdot [T(x_i) - T(x_{i-1})] \cdot \frac{J_{0.5}(\lambda_s x)}{x^{0.5}} \right\}$$

(3.4.68)

x を 0 に近付けた時

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{J_{0.5}(\lambda_s x)}{x^{0.5}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\left(\frac{2}{\lambda_s \pi x}\right)^{0.5} \sin(\lambda_s x)}{x^{0.5}} \rightarrow \left(\frac{2\lambda_s}{\pi}\right)^{1/2} \tag{3.4.69}$$

であるからスコア CON は有限である。

Fig. 3.4.15 と Fig. 3.4.16 に $F(x)$ とその近似式の比較及び従来のポイント・ディテクタ法のスコアと $\text{CON}(\rho x)$ の比較を示す。従来のポイント・ディテクタ法のスコアは

$$\frac{e^{-\int_0^R \Sigma_t(r') dr'}}{R^2} \cdot \Sigma_{s,i} \quad (3.4.70)$$

である。ただし、 $\Sigma_{s,i}$ は散乱点の位置の $\Sigma_s(R, \mu, g' \rightarrow g)$ を意味している。小球中での $\varphi(R, \bar{\Omega}, g')$ は一定とした。また媒質の断面積の値は Table 3.4.3 に示す値とし、ベッセル関数による展開は $s = 2$ までとした。Fig. 3.4.15 から $s = 2$ までの展開でも $F(x)$ は良く近似されている事が分る。一方 Fig. 3.4.16 に見られる様に CON は有限である。なお図中の $x > 0.9$ の領域は $\Sigma_s(\rho x)$ が 0 であるため、CON は無限大であるが、ここでは散乱が起らないから特に問題は無く CON は 0 としてプロットしてある。次の 2 つの積分を数値計算し収束値もほぼ等しい事を確認した。

$$I_1 = \sum_{i=1}^2 \int_{x_{i-1}}^{x_i} \frac{F(x)}{(\rho x)^{0.5}} \cdot \Sigma_{s,i} dx = 0.5517 \times 10^{-2} \quad (3.4.71)$$

$$I_2 = \sum_{i=1}^2 \frac{\Sigma_{s,i}}{\rho^{0.5}} \left\{ B_0 \cdot (x_i - x_{i-1}) + \sum_{s=1}^2 B_s \int_{x_{i-1}}^{x_i} \frac{J_{0.5}(\lambda_s x)}{x^{0.5}} dx \right\} \\ = 0.5446 \times 10^{-2} \quad (3.4.72)$$

Table 3.4.3 テスト計算媒質の断面積

| | Region 1 | Region 2 |
|----------------|---|----------|
| 外半径 | 2.7 cm | 3.0 cm |
| Σ_t | 0.2 cm^{-1} | 0.0 |
| Σ_s | 0.1 cm^{-1} | 0.0 |
| $\Sigma_{s,i}$ | 0.008 $\text{cm}^{-1}/\text{steradian}$ | 0.0 |

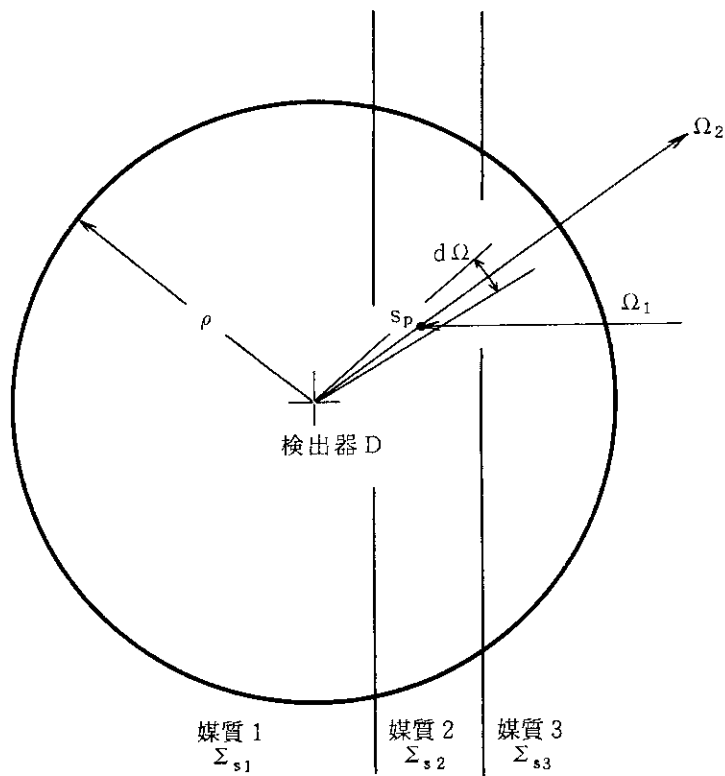


Fig. 3.4.14 検出器廻りの寄与率のベッセル関数による展開

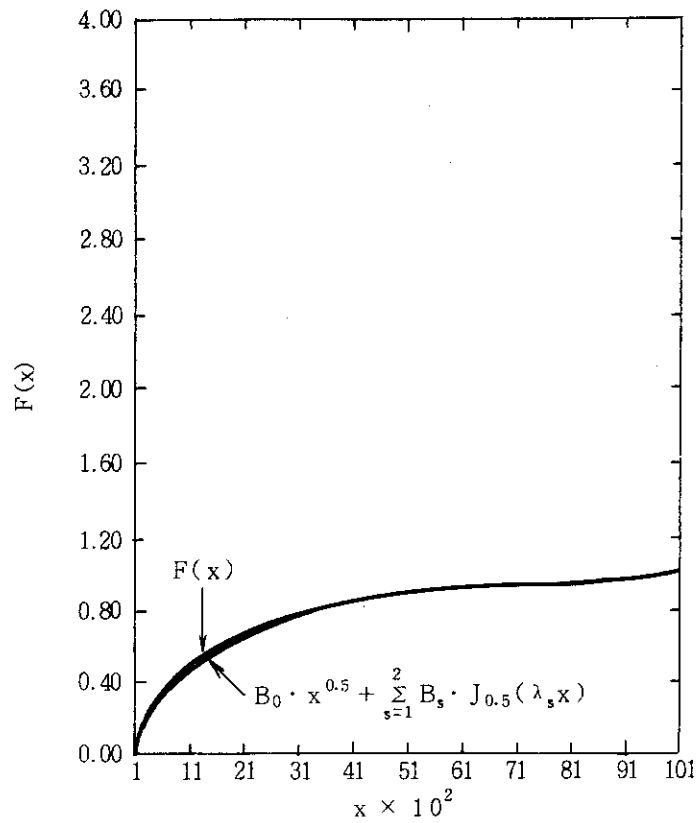


Fig. 3.4.15 $F(x)$ の $J_{0.5}(\lambda_s x)$ 展開による近似

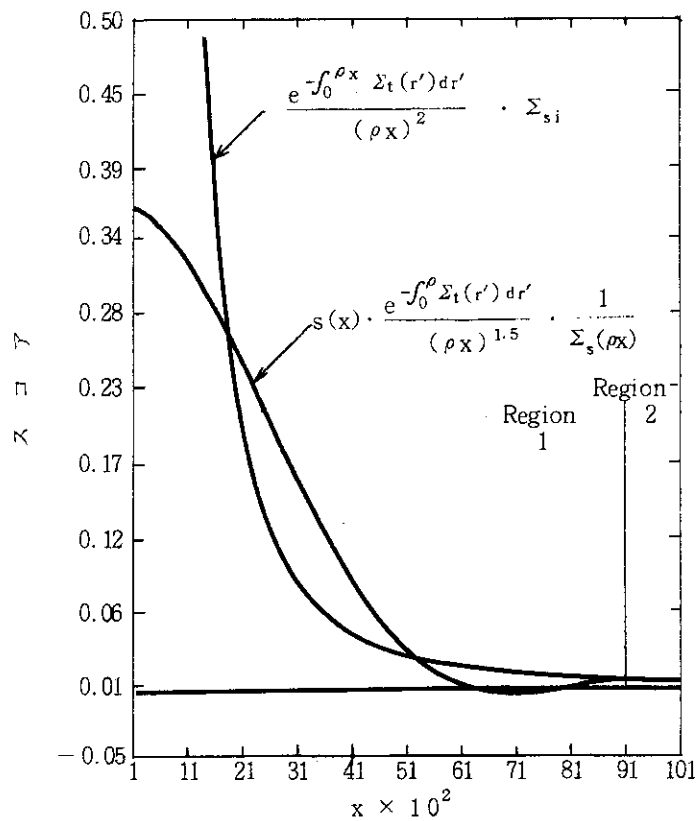


Fig. 3.4.16 検出器近傍散乱点からのスコア

3.5 アルベド・モンテカルロ法

この方法はストリーミングの計算に有効であるとされ、現在各所で検討が行われている。 S_n 輸送計算コードなどを用いて予め各物質のアルベド（物質から出て来る粒子流と入射粒子流の比）を計算しておき、これを一種の境界条件とするという方法である。これにより、ストリーミングの通路となっている部分の粒子振舞いのみを追跡し、壁の中の粒子の散乱過程を追跡する部分を省略する事が出来る。従って計算時間を短縮できる可能性がある。

しかし、後述する様にかなりの近似を含む事になるから、今後の十分な検討が必要であろう。また当然の事ながらこの方法は物質透過の計算には使えない。

3.5.1 アルベドデータ

アルベド・モンテカルロに必要なアルベドデータは基本的には“2重微分粒子流アルベド”であり

$$\frac{d^2 \alpha}{dE d\Omega} (E, \phi, \theta, E_0, \theta_0) \quad (3.5.1)$$

と表わされる。⁽⁵⁷⁾ここで

E_0 : 入射粒子エネルギー

θ_0 : 入射ポロイダル角

E : 反射粒子エネルギー

θ : 反射ポロイダル角

ϕ : 入射方向と壁の法線を含む平面から測った反射方位角

である。もっと厳密に言えば壁に粒子が入射した位置と壁から粒子が出て来る位置は異なるはずだから更に位置座標に関しての微分も必要である。しかし、位置座標の変化を考えると、アルベドデータを作成する事及びモンテカルロ法コードの中でそれを使う事共に極めて難しくなるため、(3.5.1)式からスタートするのが普通である。(3.5.1)式のアルベドを計算するためには2次元の計算コードが必要である。1次元の計算コードで計算する場合は、 ϕ に関しては等方（或いは何か関数を仮定する）と考えるしか無い。

我々の場合アルベドデータを作るのに1次元コードしか考えなかったため、“2重微分粒子流アルベド”は

$$\frac{d^2 \alpha}{dE d \cos \theta} (E, \theta, E_0, \theta_0) \quad (3.5.2)$$

となる。

モンテカルロ法コードでこのデータを使うためには確率分布関数に変換しておく必要がある。確率分布関数は2種類（ P_1 , P_2 ）必要で次の様に表わされる。

$$P_1(\cos \theta, E) = \frac{\int_0^{\cos \theta} \frac{d^2 \alpha}{dE d \cos \theta'} (E, \theta', E_0, \theta_0) d \cos \theta'}{\int_0^1 \frac{d^2 \alpha}{dE d \cos \theta'} (E, \theta', E_0, \theta_0) d \cos \theta'} \quad (3.5.3)$$

$$P_2(E) = \frac{\int_{E'=0}^E \frac{d\alpha}{dE'} (E', E_0, \theta_0) dE'}{\int_{E'=0}^{E_0} \frac{d\alpha}{dE'} (E', E_0, \theta_0) dE'} \quad (3.5.4)$$

ただし,

$$\frac{d\alpha}{dE} (E, E_0, \theta_0) = \int_0^1 \frac{d^2\alpha}{dE d\cos\theta'} (E, \theta', E_0, \theta_0) d\cos\theta' \quad (3.5.5)$$

である。(3.5.4)の分母は全アルベドと呼ばれる量である。重み1.0の粒子が壁に衝突した場合、 $P_2(E)$ から反射粒子のエネルギーを決定し、 $P_1(\cos\theta, E)$ から反射ポロイダル角を決定する。エネルギーと角度の決定順序を逆にすることも可能である。この後 ϕ を0.0から 2π の間で均一にサンプリングし決定する。反射された粒子の重みは全アルベドとする。

3.5.2 その他のアルベド・モンテカルロ法に必要なルーチン

アルベドデータを読み込むルーチン、反射方向を決定するルーチン、面の法線を決定するルーチン、アルベド反射点からPoint Detectorにスコアを加算するルーチンなどが必要である。トラス面の法線の計算が必要な事はトカマク炉への適用の特徴であるから以下に触れておく。

トラス面上の点 (x_0, y_0, z_0) における法線を計算する式は次の様に得られる。

$$u = \frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{D} \quad (3.5.6)$$

$$v = \frac{\frac{\partial F}{\partial y}}{D} \quad (3.5.7)$$

$$w = \frac{\frac{\partial F}{\partial z}}{D} \quad (3.5.8)$$

ここで

$$D = \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)^2} \quad (3.5.9)$$

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \frac{2x_0}{a^2} \left(1 - \frac{R}{\sqrt{x_0^2 + y_0^2}}\right) \quad (3.5.10)$$

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \frac{2y_0}{a^2} \left(1 - \frac{R}{\sqrt{x_0^2 + y_0^2}}\right) \quad (3.5.11)$$

$$\frac{\partial F}{\partial z} = \frac{2z_0}{b^2} \quad (3.5.12)$$

R : 主半径

a : 小半径

b : κa

κ : 非円形度

3.6 第3章の結論

第3章は以下の様に要約する事ができる。

- (1) ポイント・ディテクタ法の計算時間を減少させるために、スコア・ポイント・セレクション法を提案した。この手法により計算時間は大巾に減少する。テスト計算の例では統計誤差の増大を招く事無く計算時間を約 $1/6$ に出来た。
- (2) モンテカルロ法で対称境界条件を使おうとすれば粒子を境界で鏡面反射させる事になるが、ポイント・ディテクタ法ではこれだけでは対称境界条件と等価にならない。鏡面反射させるだけでは粒子束を過小評価する事を示し、等価にするための方法を提案した。またこの方法を用いて対称境界条件を用いれば必要な計算時間を大巾に短縮出来る事を示した。
- (3) ポイント・ディテクタ法に於ける理論的無限大バリエーションの問題を解決するため、ボイド・ディテクタ法及び一定の方向上の散乱点からの寄与率をベッセル関数で展開する方法を提案した。ボイド・ディテクタ法は単純・安全・効果的であり設計計算に適したものである。ベッセル関数を用いる方法は原理的には理論的無限大バリエーションを除去出来るが、収束性（統計誤差の減少速度）がボイド・ディテクタ法より悪く設計への適用性は悪い。

この章で新たに提案した3つの手法によりモンテカルロ法の計算時間をかなり短縮する事が出来た。短縮率は問題依存であるが、問題によっては2桁近く計算時間を短縮出来たと言って良いだろう。これによりブランケットモジュール間の間隙あるいはブランケットに開けられた小径の貫通孔からの放射線ストリーミングの計算が射程距離内に入ったと言える。しかし、トロイダル磁場コイルの放射線損傷計算の様に1次遮蔽を通過する粒子の計算にはまだ2~3桁の時間短縮が必要であろう。深層透過の計算をモンテカルロ法で行うのは今後の主要な課題の一つと言って良いだろう。

深層透過の計算を行うためのアプローチとしては、計算機自身を改造する事と、計算コードを改造する事が考えられよう。モンテカルロ法計算コード中の粒子の振舞いが実際の物理現象の粒子の振舞いと大きく異なる点は、計算コード中では、或る時間に運動している粒子は1コであるが、実際の物理現象では同時に多数の粒子が運動している事である。幸い放射線輸送解析は線型問題であるから、計算機で粒子飛跡を追跡する場合でも同時に複数のヒストリーを追って重ね合わせる事が出来る。すなわち一台の計算機に多数のアクキュレータを設置して同時に複数のヒストリーを追跡すれば計算時間は確実に短縮される筈である。

深層透過問題でも、Exponential transformを用いれば多数の粒子を透過させる事が出来る事については3.1.5で述べた。この方法により良い結果が得られない理由は、最も重要な“多数回散乱した粒子”の追跡が出来ていないからである。多数回散乱した粒子の飛跡を逐一追う事は多大の計算時間を要する事である。従って深層透過の計算では、モンテカルロ法コード中の1回の散乱が実際の物理現象の多数回の散乱と等価になる様な手法の開発が必要であろう。決定論的手法(S_n 法など)とモンテカルロ法とを結合させてこの様な手法が開発される可能性は有ると考えられる。

4. JXFR・INTOR-J 核設計への適用例

この章では JXFR, INTOR-J の設計計算の中で行われたモンテカルロ法輸送計算コードによる 3 次元計算について述べる。いずれも 3 次元計算コードでなければ取り扱えない様な複雑な形状の計算である。使用したモンテカルロ法コードは、単純な形状では ANISN と同じ解を与える事は確かである(3.3.2 参照)。従って複雑な形状に於ける計算結果の精度も現時点の核融合炉設計の段階では許容される範囲にあるものと考えている。

4.1, 4.2 は真空ポンプ中の核発熱の計算であり, 4.3, 4.4 はトーラス形状を考慮した第 1 壁付近の粒子束分布解析である。4.5 はブランケットの非均質性を考慮したトリチウム増殖比の計算である。

Fig. 4.1, 4.2 に JXFR, INTOR-J の概念図を示す。

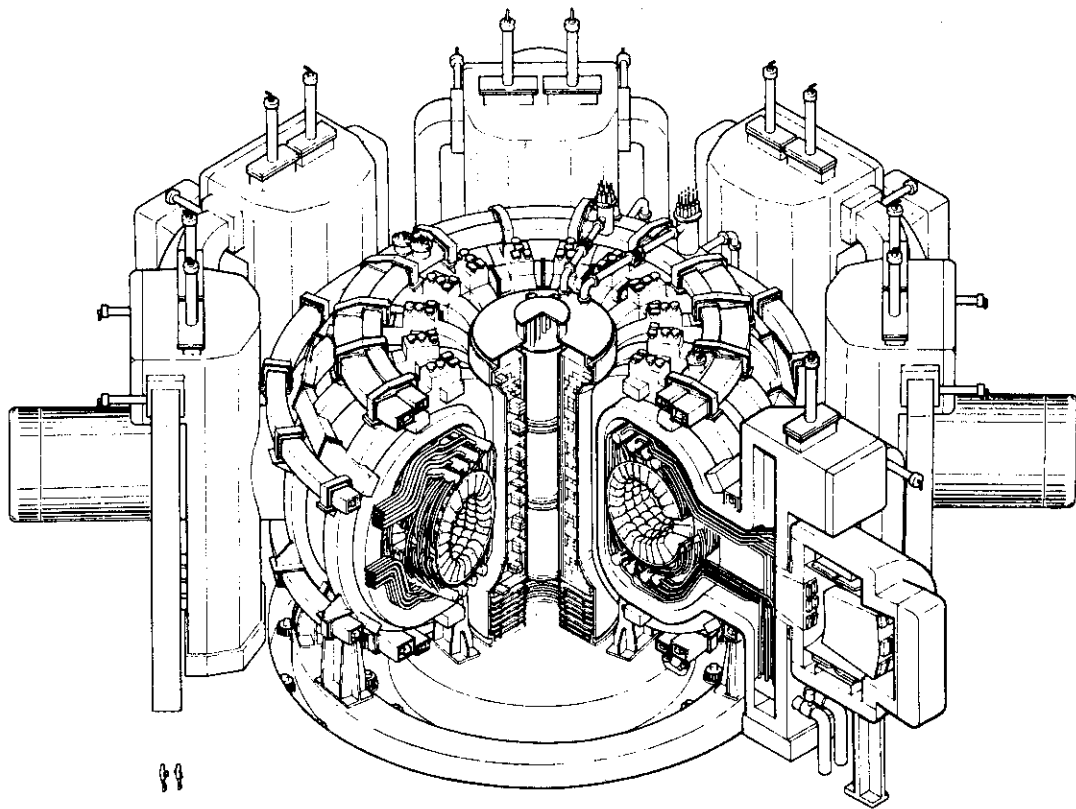


Fig. 4.1 Overview of the JXFR

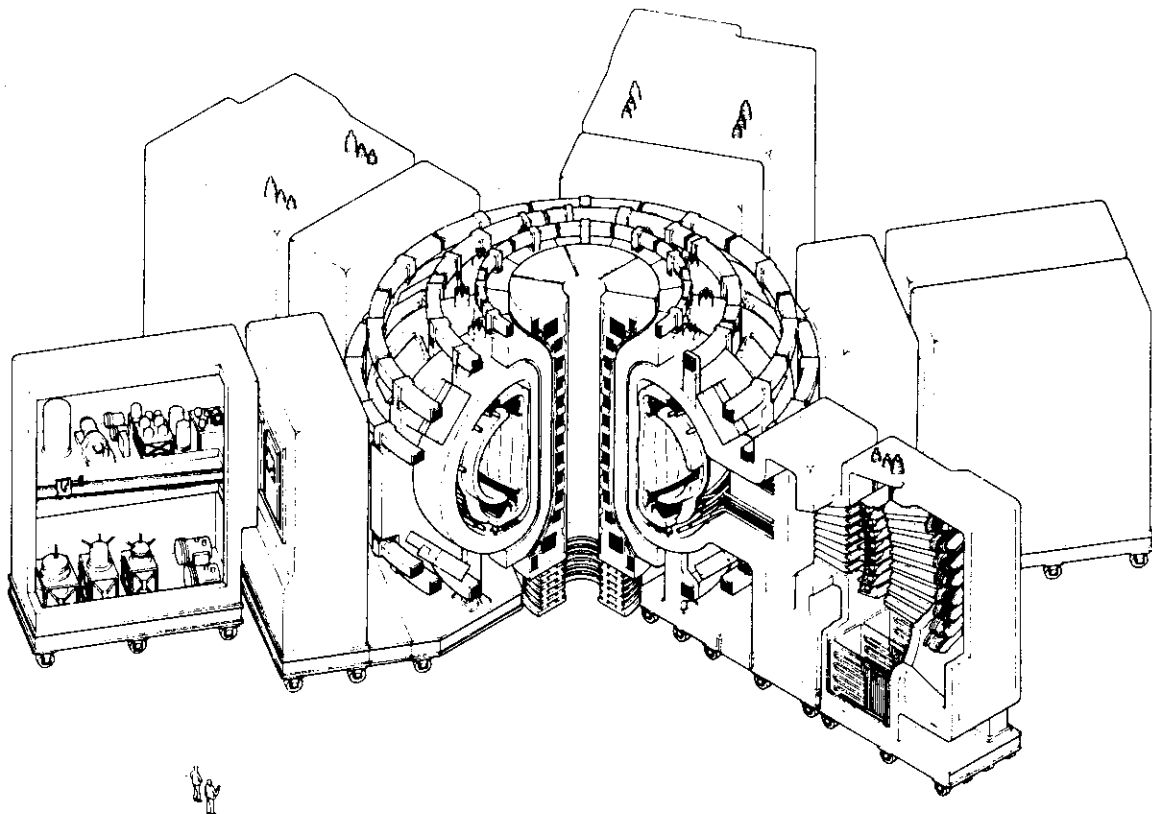


Fig. 4.2 Overview of INTOR-J

4.1 JXFRクライオ・ポンプの核発熱⁽⁵⁸⁾

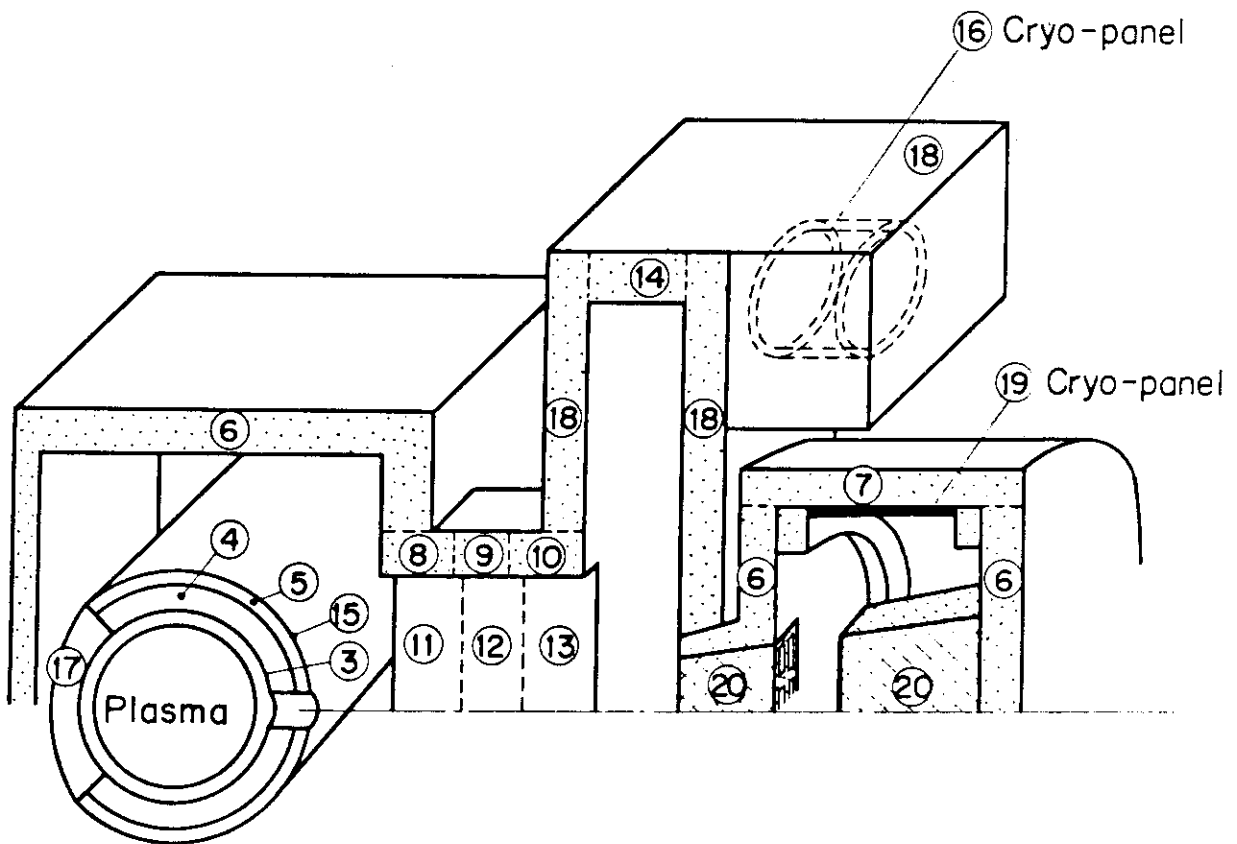
プラズマ真空容器の排気のため、JXFRでは8ヶ所のポートが在り、各々主真空ポンプが設置されている。また4台設置されている中性粒子入射装置(NBI)内にも真空ポンプ(NBI真空ポンプ)が必要である。これらの真空ポンプは、排気容量が大きい事、トリチウムの回収が比較的簡単である事、構造が単純である事等の理由でクライオ・ポンプが採用される。主真空ポンプは各ポートに2台ずつ設置され、1台が運転中他の1台は再生状態にある。NBI真空ポンプは1台のNBIに6個の真空ポンプが設置されており5台が運転中1台が再生状態という運転モードをとる。

クライオ・ポンプのクライオパネルは極低温(4k)で運転されるため、ここへの熱負荷を除去するためには大きな電力を必要とする。排気ダクトを通じての中性子・ガンマ線ストリーミングも大きな熱負荷の原因となる可能性があるため詳細な解析が必要である。中性子源であるプラズマから真空ポンプまでは複雑な形状をしているため、このストリーミング解析を行う方法は現在のところモンテカルロ法によるしか無い。

4.1.1 計算コード及び計算モデル

計算コードはMORSE-GGを用いた。本計算の時点では第2章で述べたトーラス形状取扱いルーチンが組み込まれていなかったため2次方程式で表される曲面で構成される計算体系のみを取り扱っている。中性子・ガンマ線の群定数及び発熱定数(kerma factor)は放射線発熱計算コードシステムRADHEAT⁽⁵⁹⁾及びMACK⁽⁶⁰⁾コードを用いて作成した。中性子核データはENDF/B-III及び-IVから、2次ガンマ線生成データはPOPOP4のライブラリー⁽⁶¹⁾から採用した。中性子(15群)、ガンマ線(7群)の群構造及びクライオパネルを構成するステンレス・スティールのkerma factorをTable 4.1.1に示す。

3次元の計算モデルFig. 4.1.1に示す。炉心プラズマは円柱で模擬してあり、排気ダクト中に設置されるブランケット冷却用の配管は無視してある。それ以外の形状模擬はかなり精確に行った。特にNBI中のドリフト管、中性化セルの形状は忠実に模擬した。クライオ・ポンプは液体ヘリウム温度領域、液体窒素温度領域、室温領域に分けられるが、熱除去が問題となるのは液体ヘリウム温度領域であるから、その部分(クライオパネル)のみの核発熱を求めた。液体窒素温度のシェブロンなどは無視してある。



| | | |
|--------|----------|------------------------------------|
| Region | 3 | Carbon Coating |
| | 4 | Li ₂ O |
| | 5 | Reflector (S. S.) |
| | 6~14, 18 | Heavy Concrete |
| | 15 | End Wall (S. S.) |
| | 17 | Inner Blanket (S. S.) |
| | 20 | Drift Tube and Neutralization Cell |
| | 16, 19 | Cryo-panel |

Fig. 4.1.1 Three dimensional model for the calculation of nuclear heating in cryo-pumps

4.1.2 計算時間を短縮するための近似

炉心プラズマから真空ポンプまではかなり離れており、忠実に粒子の飛跡を追ったのでは現実的計算時間内では答えを得る事は不可能である。そこで以下の2つの近似を用いた。

- (1) ブランケット内で散乱を起した粒子はkill^{*}する。
- (2) 遮蔽体の内部に10 cm以上入った粒子はkillする。

上の2つの近似のうち前者は計算結果に大きな影響を与えるから何らかの補正を必要とする。後者の結果に与える影響は小さいので無視する。これらについては次の項で詳しく述べる。

用いたEstimatorはCollision Density EstimatorとTrack Length Estimatorである。遮蔽体中の粒子束を求める場合は前者が良く、クライオパネルの様に薄い物体中の粒子束を求めるには後者が良い。

4.1.3 計算結果と検討

Estimator及びロシアン・ルーレットなどのパラメータを変え4ケースの計算を行った。Table 4.1.2に計算結果を示す。またFig. 4.1.2及びFig. 4.1.3には統計誤差の減少の様子を示す。最初に行ったケース1ではCollision Density Estimatorを用い、 6×10^5 ヒストリーまで追跡したがこの方法では意味の有る答えが得られない事が分り中止した。次にTrack Length Estimatorを計算するルーチンをコードに付け加え、ケース2と3ではこれを用いた。Table 4.1.3に各ケースのロシアン・ルーレットで生き残った粒子に与える重みWrと発生する2次ガンマ線に与える重みWpの値を示す。Table中の領域番号Fig. 4.1.1中の番号に対応している。Wrの値 10^9 は事実上、散乱を起した粒子は全てkillする事に対応し、Wpの値 10^9 は事実上2次ガンマ線を発生していない事に対応する。ケース2とケース3の違いはNBIクライオ・パネルの外側遮蔽から出る2次ガンマ線の重みをケース3では小さくし(個数を殖やした事に対応)NBI・クライオ・ポンプの発熱計算精度の向上を企った事である。確かにNBIクライオ・ポンプの計算結果の統計誤差はケース3が最も小さくなり、NBIクライオ・ポンプの核発熱は、主に中性子がパネル外側の遮蔽に入射しその結果出て来る2次ガンマ線によっている事が分った。ただし、ケース3では主真空ポンプの発熱の統計誤差はケース2より若干大きくなった。NBIポンプの発熱はケース3を採用し、主真空ポンプの発熱はケース2を採用するのが妥当であろう。もっとも、主真空ポンプの場合はこちらのケースを採用しても発熱量計算値自身は殆んどガンマ線によるものである事が分った。

次に前述の近似の影響について述べる。Table 4.1.4に遮蔽体での中性子バランスを示す。表中の上段は、真空ポート(Injection holeと同じ)を仮想的に遮蔽体で塞いだ状態で全遮蔽体に入射する粒子数を求めたものである。これによると10 cmの厚さの遮蔽体を通り抜けた粒子は16%しかない。実際の遮蔽はもっと厚いからこの16%のうちの幾らかはダクトの方へ戻って来る可能性が有る。しかしそのためには10 cmの遮蔽を逆向きに再度通過する必要があるから結局数%程度になろう。これは現段階では充分小さく無視して良い量である。

ケース4の計算は、ブランケット中で散乱したものを直ちにkillした影響を調べるために行ったものであり、ブランケット中の散乱プロセスも追跡した。この場合は計算時間が大幅

* killするとは粒子をそこで消滅させヒストリーを終らせる事を言う。

に増加するからプラズマ近辺の領域の粒子束しか求まらない。Collision Density Estimatorを用いケース1と比較した。Table 4.1.5にプラズマ近辺の遮蔽体(領域8~13)での粒子束の比較を示す。領域8, 9からは開孔部を通して直接プラズマを見ることが出来ないのでケース1では相当な粒子束過小評価をした事が分る。しかし他の領域では $\frac{1}{2.9} \sim \frac{1}{4.1}$ の過小評価にとどまっている。Table 4.1.6はプラズマに最も近い領域である第1壁上のカーボンコーティングでの粒子束を比較したものであり炉心領域はこれとほぼ同じと考えて良い。これによると炉心領域では14MeV中性子束はケース1でもほぼ正確に評価されているが、低エネルギー中性子束が過小評価になっている。従って開孔部の外側の遮蔽(領域10~13)での過小評価も低エネルギー中性子束の過小評価に起因すると考えられる。結局開孔部から真空ダクトへ洩れた中性子の持つ総エネルギーは中性子束ほどケース1で過小評価となっていないであろうと推論される。ここでは、クライオ・ポンプの発熱量評価を安全側(過大評価側)にするため、ブランケット中で散乱を起した粒子を直ちにkillする事は計算結果を $\frac{1}{4}$ に過小評価すると見做した。

Table 4.1.7に1ポート当りの発熱量評価値を示す。NBIポンプは主ポンプより1桁小さい発熱量となった。これはドリフト管が相当良い遮蔽の役目を果しているからである。主ポンプはNBIポンプより炉心から離れておりしかも屈曲ダクトの先に設置してあるのに発熱量が大きくなったのは大口径ダクト、大口径ゲートバルブなどで構成されておりストリーミングの防ぎ難い構造である事に起因している。

8個の真空ポートと4台のNBIを考えると合計660Wの発熱となる。冷凍効率を $\frac{1}{500}$ と仮定するとこの熱負荷を除去するのに0.33MWの電力を必要とする。さらに熱から電気への変換効率を $\frac{1}{3}$ とすると、除熱のために必要なエネルギーは1MW、すなわち核融合出力100MWの1%に相当する事になる。これは許容できる値であり、動力炉においてもこの比が保たれるならば大した問題とはならないであろう。

4.1.4 結果のまとめ

JXFRのクライオ・ポンプ中の核発熱量を計算評価し次の様な結論を得た。

- (1) クライオ・ポンプ中の核発熱は小さく、この除去に必要な電力は許容し得るレベルである。
- (2) NBIポンプの核発熱は主真空ポンプに較べ1桁低い値となった。
- (3) クライオ・ポンプ中の核発熱はガンマ線加熱が主である(97%以上)。
- (4) 計算値の統計誤差は充分小さいとは言えないが、議論が可能な程度には小さくなった。計算時間を短縮するために必要とした近似により1~4倍の不確かさを生じたが、上記(1)~(3)の結論はこれによって影響を受けるものではない。

Table 4.1.1 Energy group structures of neutron and gamma ray, and the group-wise kerma factors for the cryo-panel.

| Group Number | | Energy (eV) | kerma factor |
|--------------|----|--|------------------------|
| n | 1 | $1.5 \times 10^7 \sim 1.372 \times 10^7$ | 3.066×10^{-1} |
| | 2 | $1.372 \times 10^7 \sim 1.148 \times 10^7$ | 2.686×10^{-1} |
| | 3 | $1.148 \times 10^7 \sim 8.261 \times 10^6$ | 1.636×10^{-1} |
| | 4 | $8.261 \times 10^6 \sim 5.757 \times 10^6$ | 8.324×10^{-2} |
| | 5 | $5.757 \times 10^6 \sim 4.0 \times 10^6$ | 4.422×10^{-2} |
| | 6 | $4.0 \times 10^6 \sim 1.871 \times 10^6$ | 1.923×10^{-2} |
| | 7 | $1.871 \times 10^6 \sim 8.0 \times 10^5$ | 8.310×10^{-3} |
| | 8 | $8.0 \times 10^5 \sim 2.83 \times 10^5$ | 3.995×10^{-3} |
| | 9 | $2.83 \times 10^5 \sim 1.0 \times 10^5$ | 1.884×10^{-3} |
| | 10 | $1.0 \times 10^5 \sim 1.0 \times 10^4$ | 9.107×10^{-4} |
| | 11 | $1.0 \times 10^4 \sim 1.0 \times 10^3$ | 1.592×10^{-4} |
| | 12 | $1.0 \times 10^3 \sim 1.0 \times 10^2$ | 1.637×10^{-5} |
| | 13 | $1.0 \times 10^2 \sim 1.0 \times 10^1$ | 7.382×10^{-6} |
| | 14 | $1.0 \times 10^1 \sim 1.0 \times 10^0$ | 1.116×10^{-5} |
| | 15 | $1.0 \times 10^0 \sim 1.0 \times 10^{-3}$ | 3.428×10^{-5} |
| γ | 16 | $1.4 \times 10^7 \sim 8.0 \times 10^6$ | 1.794 |
| | 17 | $8.0 \times 10^6 \sim 6.5 \times 10^6$ | 1.259 |
| | 18 | $6.5 \times 10^6 \sim 5.0 \times 10^6$ | 9.898×10^{-1} |
| | 19 | $5.0 \times 10^6 \sim 3.5 \times 10^6$ | 7.261×10^{-1} |
| | 20 | $3.5 \times 10^6 \sim 2.0 \times 10^6$ | 4.721×10^{-1} |
| | 21 | $2.0 \times 10^6 \sim 4.0 \times 10^5$ | 2.449×10^{-1} |
| | 22 | $4.0 \times 10^5 \sim 1.0 \times 10^4$ | 1.159×10^{-1} |

Table 4.1.2 Calculational results of heat deposition rate in the cryo-pumps.

| | | Heat deposition rate in main pump (w/a pump) | Heat deposition rate in NBI pumps (w/6 pumps) | Number of histories | Estimator |
|--------|---|--|---|---------------------|-----------|
| Case 1 | n | 0.36(0.911) | 0.0 | 6×10^5 | C.D.E |
| | γ | 7.4 (0.469) | 0.23(0.952) | | |
| Case 2 | n | 0.49(0.262) | 0.0 | 15×10^5 | T.L.E |
| | γ | 19.6(0.154) | 0.58(0.314) | | |
| Case 3 | n | 0.52(0.649) | 0.0 | 13×10^5 | T.L.E |
| | γ | 19.7(0.275) | 1.5 (0.260) | | |
| Case 4 | n | | | 8×10^3 | C.D.E |
| | γ | | | | |

C.D.E : Collision Density Estimator
 T.L.E : Track Length Estimator
 () : Fractional Standard Deviation

Table 4.1.3 Weights given those particles surviving Russian roulette and to be assigned to the photon being generated for each case.

| Region Number | | 3 | 4,5 15,17 | 6 13 19 | 14 | 7 | 18 | 20 |
|---------------|----|-----------|--------------|------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Case 1 | Wr | 10^{-2} | 10^9 | 10^{-2} | 10^{-2} | 10^{-2} | 10^{-2} | 10^{-2} |
| | Wp | 10^9 | 10^9 | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.0 |
| Case 2 | Wr | 10^{-2} | 10^9 | 10^{-2} | 10^{-2} | 10^{-2} | 10^{-2} | 10^{-2} |
| | Wp | 10^9 | 10^9 | 1.0 | 0.1 | 1.0 | 0.1 | 0.05 |
| Case 3 | Wr | 10^{-2} | 10^9 | 10^{-2} | 10^{-2} | 10^{-2} | 10^{-2} | 10^{-2} |
| | Wp | 10^9 | 10^9 | 1.0 | 0.1 | 0.1 | 0.1 | 0.05 |
| Case 4 | Wr | 10^{-2} | 10^{-2} | 10^{-2} | 10^{-2} | 10^{-2} | 10^{-2} | 10^{-2} |
| | Wp | 10^9 | 10^9 | 10^9 | 10^9 | 10^9 | 10^9 | 10^9 |

Wr: Weight given those particles surviving Russian roulette.
 Wp: Weight to be assigned to the photon being generated

Table 4.1.4 Neutron balance in the shield

| | |
|---|----------------------|
| Total weight of neutrons which pass through blankets or injection hole in the calculation of Case 1, 2 and 3. | $350/10^5$ histories |
| Total weight of neutrons which escape through the shield in the calculation of Case 1, 2 and 3. | $55/10^5$ histories |

Table 4.1.5 Comparison of the total neutron fluxes in the shield regions near the injection hole between Case 1 and Case 4.

| Region Number | $(\text{cm}^{-2} \text{sec}^{-1})$ | | |
|---------------|------------------------------------|----------------------------------|---------------|
| | Case 1 | Case 4 | Case 4/Case 1 |
| 8 | 5.87×10^{10} (0.186) | 1.34×10^{12} (0.325) | 22.8 |
| 9 | 8.38×10^{10} (0.165) | 9.77×10^{11} (0.372) | 11.7 |
| 10 | 1.16×10^{11} (0.127) | 4.77×10^{11} (0.630) | 4.1 |
| 11 | 4.83×10^{11} (0.041) | 1.57×10^{12} (0.166) | 3.3 |
| 12 | 2.70×10^{11} (0.055) | 1.08×10^{12} (0.200) | 4.0 |
| 13 | 1.70×10^{11} (0.065) | 5.01×10^{11} (0.261) | 2.9 |

() : Fractional Standard Deviation

Table 4.1.6 Comparison of the neutron fluxes in carbon coating on the inner surface of the first wall between Case 1 and Case 4

| | 14.1 MeV Neutron Flux ($\text{cm}^{-2} \text{sec}^{-1}$) | 0.1 MeV Neutron Flux ($\text{cm}^{-2} \text{sec}^{-1}$) | Total Neutron Flux ($\text{cm}^{-2} \text{sec}^{-1}$) |
|--------|--|---|---|
| Case 1 | 1.28×10^{13} (0.004) | 1.42×10^{13} (0.004) | 1.42×10^{13} (0.004) |
| Case 4 | 1.32×10^{13} (0.037) | 4.73×10^{13} (0.020) | 7.73×10^{13} (0.076) |

Table 4.1.7 Evaluated value of heat deposition rate in the cryo-pumps.

| | Neutron (w/port) | Gamma-ray (w/port) | Total (w/port) |
|-------------|---------------------|-----------------------|-------------------|
| Main pump | 2 | 78 | 80 |
| N.B.I. pump | 0.05 | 6 | 6 |

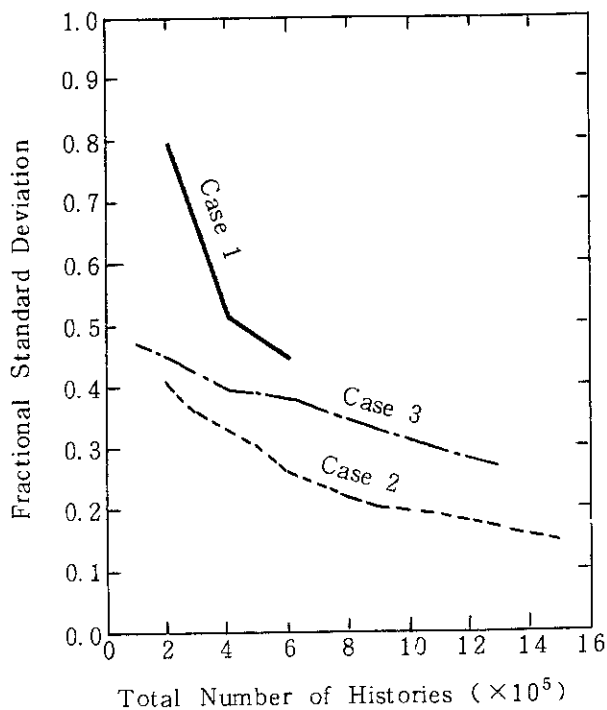


Fig. 4.1.2 F. S. D. s of heating rate in the main pumps vs. total number of histories.

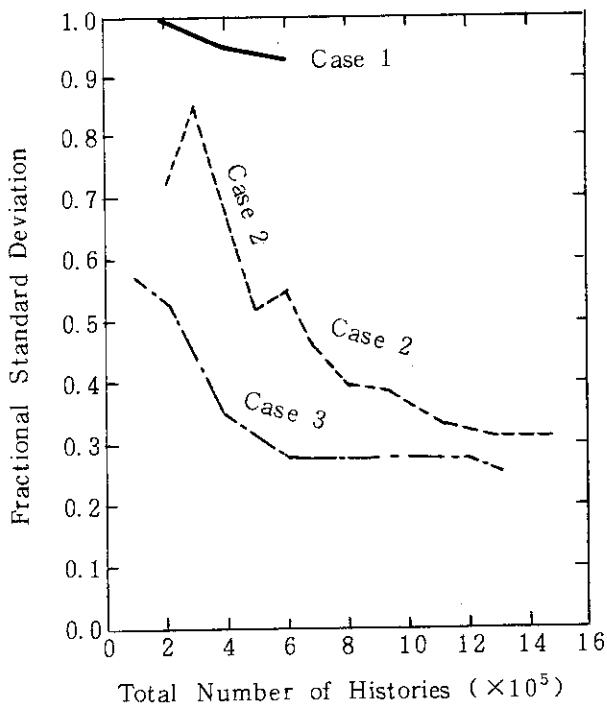


Fig. 4.1.3 F. S. D. s of heating rate in the N. B. I. pumps vs. total number of histories.

4.2 INTOR-Jクライオ・ポンプの核発熱⁽⁶²⁾

クライオ・ポンプの発熱計算は放射線のダクトストリーミングを計算する事である。ダクトストリーミングの計算にはアルベド・モンテカルロ法が有効とされており、その一般的方法については3.5で述べた。INTOR-Jの設計に於いてはMORSE-GGにアルベド・モンテカルロに必要なルーチンを付け加え、クライオ・ポンプの発熱計算を行う事とした。

4.2.1 計算モデル

主真空ポンプはJXFRの場合に較べて炉心に近い位置に配置され、核発熱量が大きくなる事が心配される。NBIは50 cm厚さのコンクリートの箱の中に設置され垂直方向に8個のイオン源が並べられている。イオンを中性化するため中性化セルには中性の重水素ガスが流される。これがプラズマ側に流入しない様にプラズマ側には厚さ1.7 mのドリフト管が設置され、これと中性化セルの間に真空ポンプが置かれる。計算モデルをFig. 4.2.1に示す。EstimatorはTrack Length Estimatorを用い対称境界条件では鏡面反射を用いた。計算体系を構成するものは殆んどアルベド物質で置き変えてある。すなわち、ブランケット(S.S.)1次遮蔽体(S.S. 90%, H₂O(B) 10%), NBI容器(普通コンクリート)を全てアルベド物質に置き換え、中性化セル、クライオ・ポンプの様に媒質密度が薄く放射線の平均自由行程が長い物質はそのままで入力してある。アルベド物質に置き変えた媒質も後述するようにダクト表面に薄い実際の物質の層を置くのが好ましいが、計算時間の関係上今回は不可能であった。

4.2.2 計算法

角度分割数8のアルベドデータはインバリアント-インベッディング法による計算コードSLDN-SL3⁽⁶³⁾によって作成した。核融合炉用群定数ライブラリーGICX40⁽⁶⁴⁾(中性子42群, ガンマ線21群)からANISNを用いて中性子18群, ガンマ線7群の群定数を縮約して求めた。エネルギー群構造をTable 4.2.1に示す。モンテカルロ法計算コードMORSE-GGには第2章で述べたトラス形状取り扱いルーチンが組み込まれたものを用いた。

4.2.3 計算結果と検討

主真空ポンプの核発熱約200 W (FSD: 0.03), NBI真空ポンプの核発熱約60 W (FSD: 0.13)と計算された。JXFRの場合主真空ポンプ640 W, NBI真空ポンプ20 Wであったが、これは4.1でも述べた様に安全側の評価をするため若干の過大評価となる様にしている。このファクタを考慮すると両者の比較は次の様になる。

| | JXFR | INTOR-J |
|----------|-----------|---------|
| 真空ポンプ | 160~640 W | 200 W |
| NBI真空ポンプ | 5~20 W | 60 W |

両者の計算値の差は、炉構造・出力の違いによるもの、NBI, 真空ポンプの設計の違いによるもの、計算法の違いによるものが重畳しており計算法による差だけを抜き出す事は難しい。今後系統的な検討が必要であろう。

アルベド・モンテカルロ法はストリーミング計算に有利とされているが、種々の近似が持ち込まれるため実際の使用にはかなり注意が必要である。Fig. 4.1.2に屈曲ダクトを用いたテスト計算の結果を示す。領域1 (R1)に14 MeV中性子の体積線源を置き、R1, R2の下面及びR4~R7の左側面にアルベド物質を置いてある。他の面は全て鏡面反射条件である。テスト計算はアルベド物質の前面に厚さDの実際の物質を置き、Dを変える事に依りどの様に計算結果が変わるかを調べたものである。Dを4cmにしたのと10cmにしたのではあまり差は無いが、これらと0cmの場合では明らかに結果が異なる。Dを大きくすれば計算時間は当然大きくなり、アルベド・モンテカルロ法を使う有利さが減ぜられてしまう。今後の詳しい検討が必要とされる場所である。

Table 4.2.1 Neutron and Gamma-Ray Energy Group Structure for the Streaming Calculation

| Group No. | Energy Range |
|-----------|-----------------|
| n.1 | 15.0 — 13.7 Mev |
| 2 | 13.7 — 11.5 |
| 3 | 11.5 — 9.31 |
| 4 | 9.31 — 7.33 |
| 5 | 7.33 — 5.76 |
| 6 | 5.76 — 4.52 |
| 7 | 4.52 — 3.16 |
| 8 | 3.16 — 1.87 |
| 9 | 1.87 — 1.06 |
| 10 | 1.06 — 0.566 |
| 11 | 566 — 283 kev |
| 12 | 283 — 100 |
| 13 | 100 — 10.0 |
| 14 | 10.0 — 1.00 |
| 15 | 1.00 — 0.100 |
| 16 | 100 — 10.0 ev |
| 17 | 10.0 — 1.00 |
| 18 | 1.00 — 0.001 |
| γ.1 | 14.0 — 8.0 Mev |
| 2 | 8.0 — 6.5 |
| 3 | 6.5 — 5.0 |
| 4 | 5.0 — 3.5 |
| 5 | 3.5 — 2.0 |
| 6 | 2.0 — 0.4 |
| 7 | 0.4 — 0.01 |

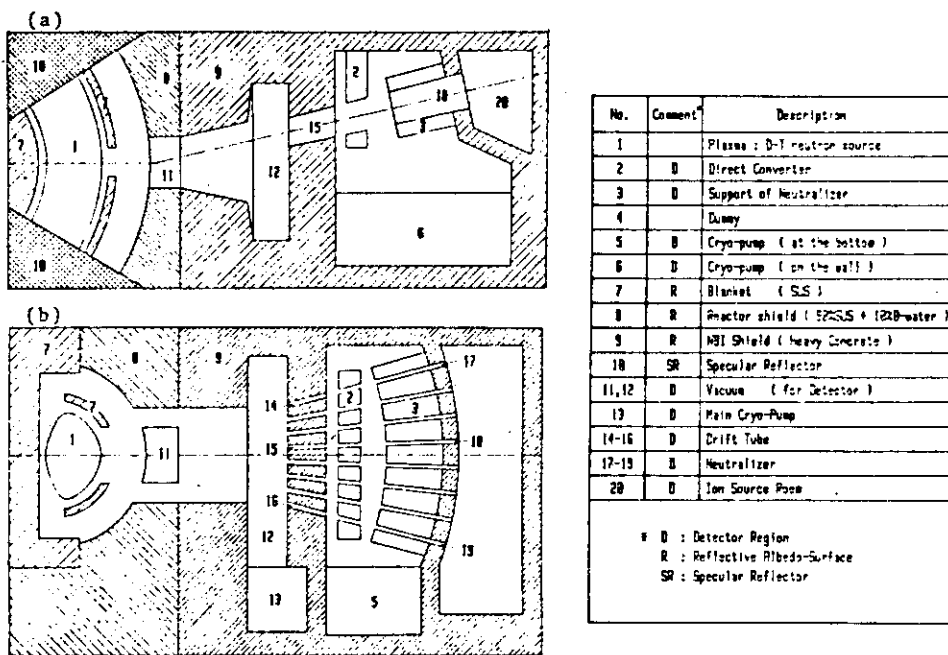


Fig. 4. 2. 1 Cross-sectional views of calculational model of NBI port
 (a) Plane view, (b) Side view (along the dashed line of fig. a)

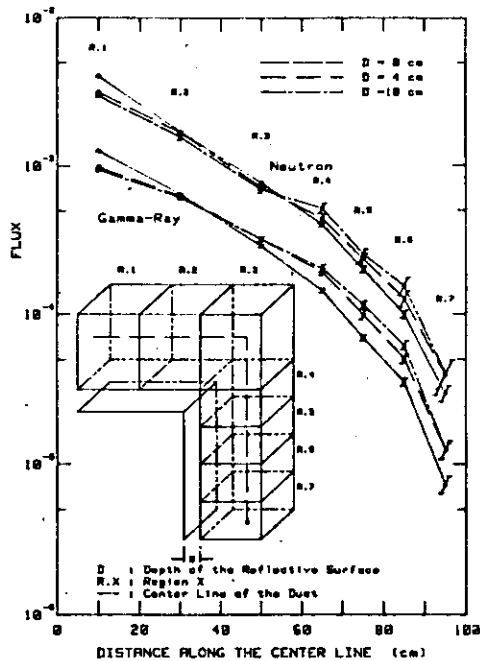


Fig. 4. 2. 2 Calculated total flux along the center line of a single-legged concrete duct and the geometry of the duct

4.3 JXFR 第 1 壁の中性子束分布解析⁽⁶⁵⁾

この計算は円形断面のプラズマを持つ JXFR の第 1 壁での 14MeV 中性子束分布を解析すると共に、第 2 章で述べたトーラス形状取り扱いルーチンに誤りが無いかどうかを総合的に判断するために行った。(TOPIC コードなどにより図形的にはチェックされている)。

4.3.1 テスト計算

円形断面プラズマの場合には種々の方法で第 1 壁中性子束分布が計算されている。W., Dänner は ray-tracing 法で解析した⁽⁶⁶⁾。この方法ではプラズマから直接入射して来る 14 MeV 中性子束のみが計算される。後方のブランケットで反射された粒子の寄与や前面に置かれるもの(カーボンコーティングまたは防護壁など)による減衰などは無視される。トーラスルーチンを組み込んだ MORSE-GG コードを用いて、W., Dänner と同じ条件で計算し両者を比較した。すなわち第 1 壁前面に設置されるものを取り除き、ブランケットに入射した粒子は即座に kill し、第 1 壁自身の厚さを薄くした(0.1 mm)モンテカルロ計算と Dänner の結果とを比較した。選んだ体系はアスペクト比 $A = 4$ 、プラズマと第 1 壁の半径の比 $r_p / r_w = 0.5$ である。Dänner の行った計算のうちではポロイダル方向分布の歪が大きいものである。

Fig. 4.3.1 に比較の結果を示す。トーラス内側ではモンテカルロ計算の結果は統計誤差が大きく Dänner の結果と合わない点もあるが、全体として良く一致していると言って良いだろう。図中のエラー・バーは Fractional Standard Deviation を表しており、真値がこの幅

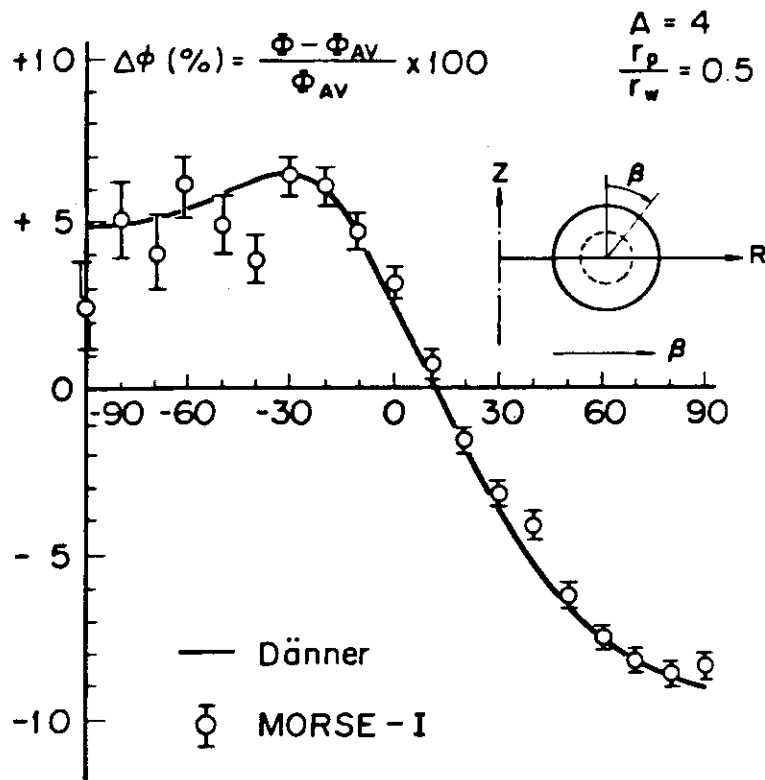


Fig. 4.3.1 Poloidal Distribution of Primary 14MeV Neutron Flux in First Wall for Case with $A = 4$, $r_p / r_w = 0.5$

の中に無い確率は31.8%である。従って $\frac{1}{3}$ 程度の点がエラー・バーを考慮しても真値より外れる事は有り得る事である。

モンテカルロ法による計算値に於いて、トーラス内側の点の統計誤差が大きいのは次の2つの理由による。

- (1) トーラス内側では grazing component (第1壁をかすめる様に入射する成分) が在る。 grazing component は Surface Crossing Estimator を用いた場合スコアが無限大となる。ここでは Track Length Estimator を用いたからこの様な事は無いがやはり統計誤差を若干大きくする働きがある。
- (2) プラズマ軸を中心にして、ほぼ等角度(両側が 5° 他は 10°)に第1壁の領域を19分割し設定した。トーラス内側の領域は外側に較べ小さく、領域中の粒子飛跡のサンプル数も小さくなる。

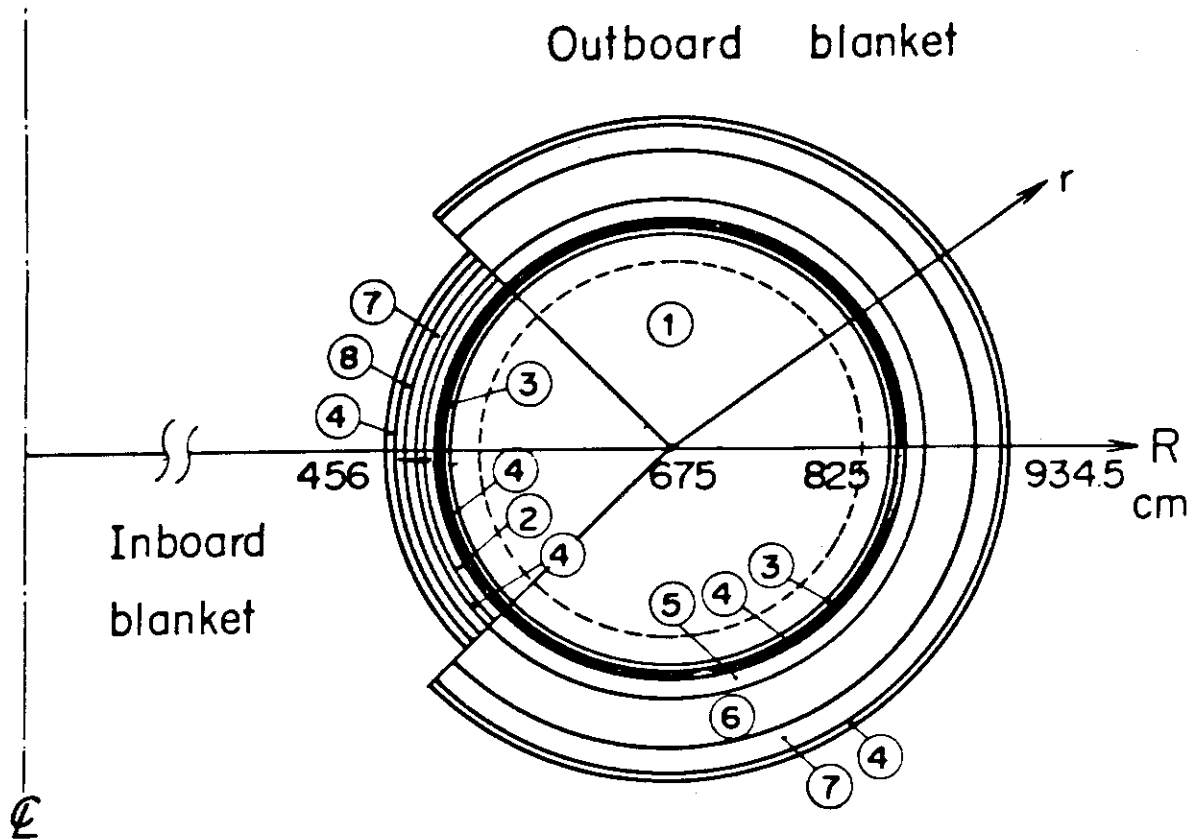
この結果より第2章で述べたトーラスルーチンは正常に働いているものと判断される。

4.3.2 14 MeV 中性子束分布計算結果及び検討

Fig. 4.3.2 に JXFR ブランケットの3次元計算モデルを示す。図中黒塗りの領域が第1壁でありステンレス鋼で出来ている。中性子群定数は GICX40 ライブラリー⁽⁶⁴⁾から各組成の巨視的断面積を作成して使用した。

Primary 14 MeV 中性子束分布 (Dänner と同じモデル) と第1壁自身及びカーボン・コーティングによる減衰及びブランケットによる反射をも考慮した 14 MeV 中性子束分布を比較して Fig. 4.3.3 に示す。図から両者の分布がかなり異っている事が分る。ブランケットで反射された 14 MeV 中性子束は Primary 14 MeV 中性子束の 1.4% にすぎない事は反射成分を kill する事で確かめてある。従ってこの差は主に第1壁自身及びカーボン・コーティングによる中性子束の減衰に依るものと推論される。Grazing component は第1壁、カーボン・コーティング中の飛跡が長く減衰効果が大きい。トーラス内側はこの成分が多いから Primary 14 MeV 中性子束分布に較べ実際の 14 MeV 中性子束分布がトーラス内側で低くなるのは理解できる現象である。この解析結果より Primary 14 MeV 中性子束分布から、第1壁の核発熱分布や放射線損傷率分布を推定する事は極めて危険であると言える。なお Fig. 4.3.3 の結果は 14 MeV 中性子束のみを計算したものであるが、FACOM-230/75 を用いて6時間の CPU Time を要した。本計算の様にはプラズマ及び第1壁の断面が円形であり Sn 法が有効な場合はモンテカルロ法を使うのは計算時間の観点から好ましくないであろう。

本計算と同じモデルを用いて JXFR のトリチウム増殖比を評価した。この場合は約30分の計算時間で充分精度の良い値 0.95 ± 0.02 が得られた。トリチウム増殖比の様な広い領域での積分量を求める場合は、円形断面プラズマの場合でもモンテカルロ法の方が良いであろう。



| Inboard blanket | | | Outboard blanket | | |
|------------------------|-----------|----------------|--------------------------|-----------|----------------|
| Components | Media No. | Radius, r (cm) | Components | Media No. | Radius, r (cm) |
| Plasma | 1 | 150.0 | Plasma | 1 | 150.0 |
| Vacuum | 1 | 174.5 | Vacuum | 1 | 174.5 |
| Carbon coating | 3 | 175.0 | Carbon coating | 3 | 175.0 |
| First wall | 4 | 176.0 | First wall | 4 | 176.0 |
| Helium | 2 | 181.0 | Li ₂ O pellet | 5 | 195.0 |
| Stainless steel | 4 | 182.0 | Li ₂ O block | 6 | 235.0 |
| SS(90%)+He(10%) | 7 | 191.0 | SS(90%)+He(10%) | 7 | 255.0 |
| SS(17%)+W(73%)+He(10%) | 8 | 215.0 | Stainless steel | 4 | 259.5 |
| Stainless steel | 4 | 219.0 | | | |

Fig. 4.3.2 Schematic Model of JXFR Used in Present Calculation

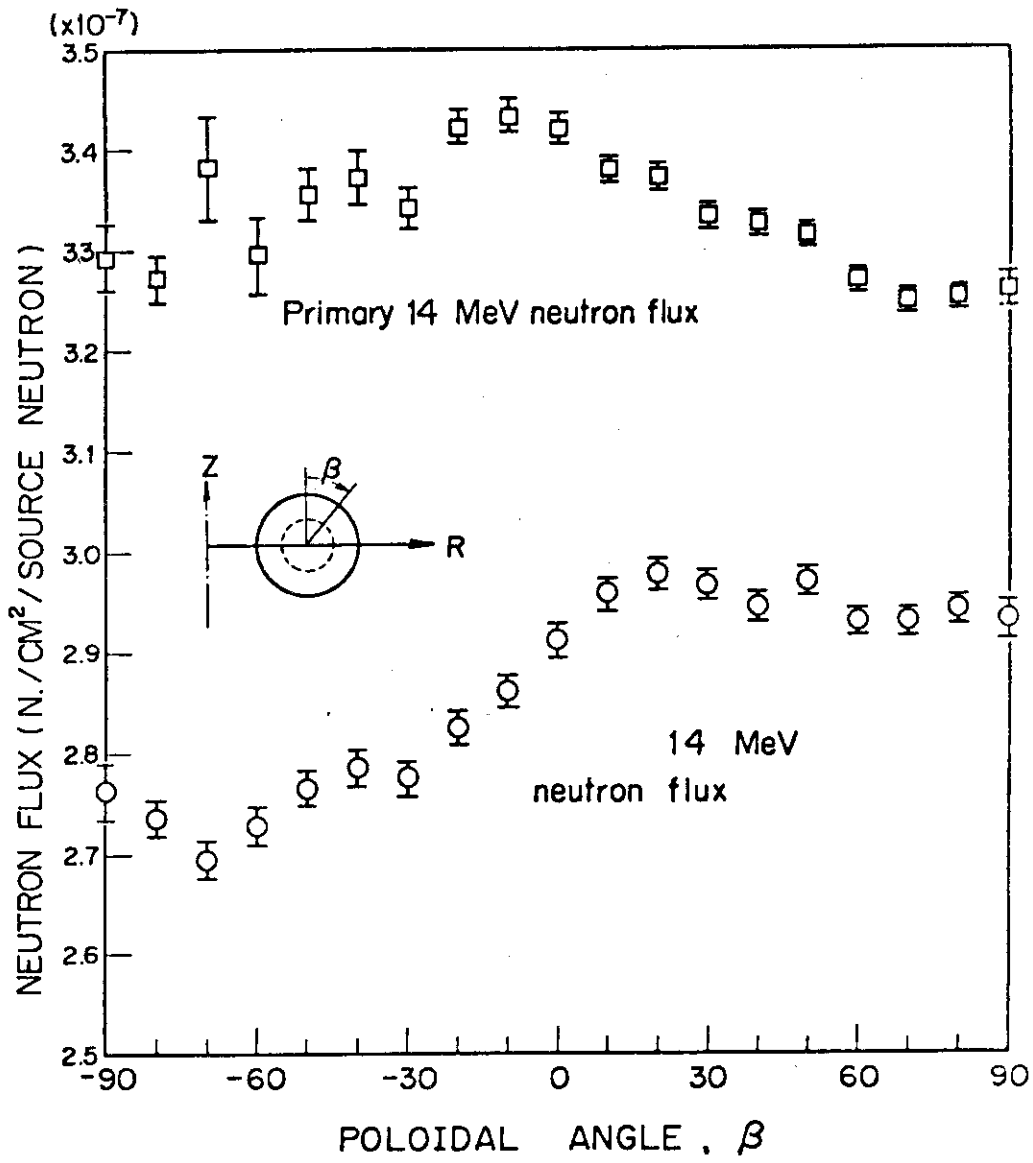


Fig. 4.3.3 Poloidal Distribution of Primary and Actual 14 MeV Neutron Flux in First Wall of JXFR

4.4 INTOR-J 第1壁付近の放射線束分布解析⁽⁶⁷⁾

INTOR-Jは1979年に行われたIAEA主催の国際協力トカマクINTOR zero Phaseでの日本案であり、非円形断面の炉心プラズマを持つコンパクトなトカマク型炉である。INTORに於いては、材料試験などを行うためのテストセクションの設置が予定されている。テストセクションは最も中性子束が高い部分に設置される必要があり第1壁付近でのポロイダル方向中性子束分布を知る必要が有る。また中性子壁負荷が高くなって来ると、第1壁からの熱除去も設計上厳しい問題となって来る。第1壁の詳細な熱設計を行うためにも、ポロイダル方向の粒子束分布を解析しておく必要がある。

円形断面の炉心プラズマを持つトカマク型炉の場合は、現在までに幾つか解析した例が在⁽⁶⁵⁾⁽⁶⁶⁾る。この場合はモンテカルロ法を使う必要は無く、Sn法が特に有効である。しかし非円形断面の場合は現在のところ、モンテカルロ法が唯一の手法と言って良いであろう。^{(68)~(70)}

ここでの解析は第1壁付近での14MeV中性子束分布、核発熱分布、放射線損傷率(DPA)分布、ヘリウム生成率分布及びヘリウム増殖比を求めた。トリウム増殖比については4.5で述べる。

4.4.1 INTOR-Jブランケットの形状

D-T反応の結果生じる α 粒子を定常的に炉心プラズマから除去する手段として、ポロイダルダイバータを設置する方法、ダイバータ無しで行う方法(例えばガスブランケット方式、プラズマ表面付近に誤差磁場を作る方式)が提案されINTOR-Jでも両者の案が考えられた。これによりブランケットの形状も当然異なったものとなる。ここでの解析では後者の案について検討した。

ブランケットは圧力容器型のブランケットセルの集合体として構成され、容器はステンレス鋼で作られている。ブランケット容器の最もプラズマ側の壁を第1壁と呼び、その前面に設置されプラズマからの放射熱を除去するものを防護壁と呼ぶ事とする。防護壁はモリブデン合金で作られている。Fig. 4.4.1にブランケット部の垂直断面図を示す。

4.4.2 1次元計算による解析

3次元計算を行う前に、Sn輸送計算コードANISNを用いて1次元の解析を行った。これは3次元計算と比較して1次元計算ではどのような値を結果として得ているのかを調べる事と、3次元計算に用いる群定数を縮約によって求めるためである。

1次元計算の場合は粒子束の規格化にかなり不明確な問題を含む。ここでは2通りの規格化を考えた。すなわち、核融合出力で規格化する方法と、中性子壁負荷で規格化する方法である。Fig. 4.4.2に1次元計算モデルを示す。ANISNではプラズマは無限円筒で模擬しており、粒子束は高さ1cmの円筒内で発生する粒子数が1個/secとして結果が得られる。前者の規格化ではプラズマの高さ1cm当りの核融合出力を $395\text{MW}/2 \cdot \pi \cdot 500\text{cm} = 0.1257\text{MW/cm}$ (発生中性子数 4.46×10^{16} 個/sec)とする事になる。後者の規格化では中性子壁負荷が 1.25MW/m^2 である事と、計算モデルでの第1壁面積が 0.08482m^2 である事を考慮してプラズマ高さ1cm当りの核融合出力を 0.1060MW (発生中性子数 3.76×10^{16} 個/

sec)とする事になる。計算モデルではプラズマ中心から第1壁までの距離を midplane 上の値、すなわち最短距離を選んであるから前者の規格化ではポロイダル方向分布の最大値に相当する値が得られるものと予想される。一方後者は平均値に近い値が期待される。いずれにしろ得られた値の意味は極めて曖昧なものである。これは、非円形断面を持つプラズマの場合に1次元計算で模擬する事が基本的に無理である事に起因している。

Table 4.4.1 及び 2 に1次元計算に用いた中性子42群、ガンマ線21群のエネルギー群構造を示す。また Table 4.4.3 及び 4 にステンレス鋼とモリブデンのヘリウム生成断面積及び放射線損傷断面積を示す。

4.4.3 3次元計算モデル

3次元計算モデル Fig. 4.4.3 に示す。第1壁及び防護壁はプラズマの軸を中心として 10° 毎に分割され、各々18の領域に分けられている (Fig. 4.4.4 参照)。粒子束、核発熱などは、Track Length Estimator を用いこれらの領域の平均として求められる。中性子源の分布は核融合出力分布に比例しており Fig. 4.4.5 に示す様に与えられる。この分布は次の様にして求めた。

プラズマ圧力は、MHD平衡から磁束関数 ψ を用いて次の様に表わされる。

$$P = P_0 \psi^\zeta \quad (4.4.1)$$

するとイオン温度 T 及びイオン密度 n は

$$T = T_0 \psi^\eta \quad (4.4.2)$$

$$n = n_0 \psi^\xi \quad (4.4.3)$$

$$\eta + \xi = \zeta \quad (4.4.4)$$

と表わされる。INTOR では ζ は1.48である。 η はここでは1.0と仮定した。

核融合出力 P_f は次の様に与えられる。

$$P_f = \frac{\langle \sigma v \rangle n^2}{4} \cdot Q \quad (4.4.5)$$

ここで、

$\langle \sigma n \rangle$: 核融合反応断面積であり次式で与えられる

$$\langle \sigma n \rangle = 370.0 \exp(-20 \times T^{-\frac{1}{3}}) / ((1 + (T/70)^{1.3}) \cdot T^{\frac{2}{3}}) \quad (4.4.6)$$

Q : 核融合反応当りに放出されるエネルギー

である。Fig. 4.4.5 に示した分布は次式で定義される平均イオン温度 \bar{n} を10keVとしたものである。

$$\bar{T} = \frac{\int n T dv}{\int n dv} \quad (4.4.7)$$

3次元計算に用いた群定数は中性子22群、ガンマ線10群であり Table 4.4.5~10 に群構造、発熱定数、変位損傷断面積、気体生成断面積を示す。この計算では11600個の中性子ヒストリーを追跡し、FACOM 230/75で約10時間のCPU Timeを要した。

Table 4.4.1 42-Group neutron energy group structure

| Group | Energy Limits | Mid-Point Energy |
|-------|---------------------|------------------|
| 1 | 15.000 - 13.720 MeV | 14.360 MeV |
| 2 | 13.720 - 12.549 | 13.135 |
| 3 | 12.549 - 11.478 | 12.014 |
| 4 | 11.478 - 10.500 | 10.989 |
| 5 | 10.500 - 9.314 | 9.907 |
| 6 | 9.314 - 8.261 | 8.788 |
| 7 | 8.261 - 7.328 | 7.795 |
| 8 | 7.328 - 6.500 | 6.914 |
| 9 | 6.500 - 5.757 | 6.129 |
| 10 | 5.757 - 5.099 | 5.428 |
| 11 | 5.099 - 4.516 | 4.808 |
| 12 | 4.516 - 4.000 | 4.258 |
| 13 | 4.000 - 3.162 | 3.581 |
| 14 | 3.162 - 2.500 | 2.831 |
| 15 | 2.500 - 1.871 | 2.186 |
| 16 | 1.871 - 1.400 | 1.636 |
| 17 | 1.400 - 1.058 | 1.229 |
| 18 | 1.058 - 0.800 | 0.929 |
| 19 | 0.800 - 0.566 | 0.683 |
| 20 | 0.566 - 0.400 | 0.483 |
| 21 | 0.400 - 0.283 | 0.342 |
| 22 | 0.283 - 0.200 | 0.242 |
| 23 | 0.200 - 0.141 | 0.171 |
| 24 | 0.141 - 0.100 | 0.121 |
| 25 | 100.0 - 46.5 KeV | 73.25 KeV |
| 26 | 46.5 - 21.5 | 34.0 |
| 27 | 21.5 - 10.0 | 15.75 |
| 28 | 10.0 - 4.65 | 7.325 |
| 29 | 4.65 - 2.15 | 3.40 |
| 30 | 2.15 - 1.00 | 1.575 |
| 31 | 1.00 - 0.465 | 0.733 |
| 32 | 0.465 - 0.215 | 0.340 |
| 33 | 0.215 - 0.100 | 0.158 |
| 34 | 100.0 - 46.5 eV | 73.25 eV |
| 35 | 46.5 - 21.5 | 34.0 |
| 36 | 21.5 - 10.0 | 15.75 |
| 37 | 10.0 - 4.65 | 7.325 |
| 38 | 4.65 - 2.15 | 3.40 |
| 39 | 2.15 - 1.00 | 1.58 |
| 40 | 1.00 - 0.465 | 0.733 |
| 41 | 0.465 - 0.215 | 0.340 |
| 42 | 0.215 - 0.001 | 0.108 |

Table 4.4.2 21-group gamma ray energy group structure

| Group | Energy Limits (MeV) | Mid-Point Energy (MeV) |
|-------|---------------------|------------------------|
| 1 | 14.0 - 12.0 | 13.0 |
| 2 | 12.0 - 10.0 | 11.0 |
| 3 | 10.0 - 8.0 | 9.0 |
| 4 | 8.0 - 7.5 | 7.75 |
| 5 | 7.5 - 7.0 | 7.25 |
| 6 | 7.0 - 6.5 | 6.75 |
| 7 | 6.5 - 6.0 | 6.25 |
| 8 | 6.0 - 5.5 | 5.75 |
| 9 | 5.5 - 5.0 | 5.25 |
| 10 | 5.0 - 4.5 | 4.75 |
| 11 | 4.5 - 4.0 | 4.25 |
| 12 | 4.0 - 3.5 | 3.75 |
| 13 | 3.5 - 3.0 | 3.25 |
| 14 | 3.0 - 2.5 | 2.75 |
| 15 | 2.5 - 2.0 | 2.25 |
| 16 | 2.0 - 1.5 | 1.75 |
| 17 | 1.5 - 1.0 | 1.25 |
| 18 | 1.0 - 0.4 | 0.7 |
| 19 | 0.4 - 0.2 | 0.3 |
| 20 | 0.2 - 0.1 | 0.15 |
| 21 | 0.1 - 0.01 | 0.055 |

Table 4.4.3 42 -Group helium
production cross
section (barns)

| Neutron Energy Group | S.S. | Mo |
|----------------------------|---------|---------|
| 1 | 7.938-2 | 9.120-2 |
| 2 | 6.993-2 | 6.343-2 |
| 3 | 5.814-2 | 3.793-2 |
| 4 | 4.618-2 | 2.500-2 |
| 5 | 3.189-2 | 1.570-2 |
| 6 | 1.767-2 | 8.800-3 |
| 7 | 8.875-3 | 4.700-3 |
| 8 | 4.607-3 | 2.550-3 |
| 9 | 2.253-3 | 1.440-3 |
| 10 | 9.218-4 | 7.900-4 |
| 11 | 2.250-4 | 4.400-4 |
| 12 | 1.094-4 | 2.500-4 |
| 13 | 6.011-6 | 0.0 |
| 14~42 | 0.0 | 0.0 |

Table 4.4.4 42 - Group displacement
cross section (barns)

| Neutron Energy Group | S.S. | Mo |
|----------------------------|--------|--------|
| 1 | 2573.0 | 1564.0 |
| 2 | 2474.0 | 1478.0 |
| 3 | 2354.0 | 1408.0 |
| 4 | 2320.0 | 1299.0 |
| 5 | 2221.0 | 1199.0 |
| 6 | 2087.0 | 1063.0 |
| 7 | 2016.0 | 981.0 |
| 8 | 2016.0 | 920.0 |
| 9 | 1969.0 | 908.0 |
| 10 | 1929.0 | 858.0 |
| 11 | 1843.0 | 792.0 |
| 12 | 1633.0 | 768.0 |
| 13 | 1417.0 | 778.0 |
| 14 | 1162.0 | 782.0 |
| 15 | 887.0 | 666.0 |
| 16 | 681.0 | 566.0 |
| 17 | 427.0 | 456.0 |
| 18 | 346.0 | 395.0 |
| 19 | 373.0 | 357.0 |
| 20 | 363.0 | 302.0 |
| 21 | 240.0 | 255.0 |
| 22 | 217.0 | 195.0 |
| 23 | 239.0 | 143.0 |
| 24 | 128.0 | 135.0 |
| 25 | 109.0 | 61.5 |
| 26 | 102.0 | 29.6 |
| 27 | 32.5 | 14.2 |
| 28 | 26.5 | 6.95 |
| 29 | 9.90 | 2.72 |
| 30 | 5.18 | 1.61 |
| 31 | 0.13 | 1.78 |
| 32 | 0.18 | 2.25 |
| 33 | 0.29 | 5.25 |
| 34 | 0.43 | 2.52 |
| 35 | 0.66 | 14.5 |
| 36 | 0.67 | 1.12 |
| 37 | 0.95 | 0.29 |
| 38 | 1.38 | 0.41 |
| 39 | 2.04 | 0.57 |
| 40 | 2.99 | 0.83 |
| 41 | 4.38 | 1.23 |
| 42 | 12.3 | 3.50 |

Table 4.4.5 22 - Group neutron energy group structure

| Neutron Group | Energy Limits | Mid-Point Energy |
|---------------|---------------------|------------------|
| 1 | 15.000 - 13.720 MeV | 14.36 MeV |
| 2 | 13.720 - 11.478 | 12.599 |
| 3 | 11.478 - 9.314 | 10.396 |
| 4 | 9.314 - 7.328 | 8.321 |
| 5 | 7.328 - 5.757 | 6.5425 |
| 6 | 5.757 - 4.516 | 5.1365 |
| 7 | 4.516 - 3.162 | 3.839 |
| 8 | 3.162 - 1.871 | 2.5165 |
| 9 | 1.871 - 1.058 | 1.4645 |
| 10 | 1.058 - 0.566 | 0.812 |
| 11 | 0.566 - 0.283 | 0.4245 |
| 12 | 0.283 - 0.141 | 0.212 |
| 13 | 0.141 - 0.0465 | 0.09375 |
| 14 | 46.5 - 10.0 KeV | 28.25 KeV |
| 15 | 10.0 - 2.15 | 6.075 |
| 16 | 2.15 - 0.465 | 1.3075 |
| 17 | 0.465 - 0.1 | 0.2825 |
| 18 | 100.0 - 21.5 eV | 60.75 eV |
| 19 | 21.5 - 4.65 | 13.075 |
| 20 | 4.65 - 1.00 | 2.825 |
| 21 | 1.00 - 0.215 | 0.6075 |
| 22 | 0.215 - 0.001 | 0.108 |

Table 4.4.6 10 - Group gamma ray energy group structure

| Gamma Group | Energy Limits (MeV) | Mid-Point Energy |
|-------------|---------------------|------------------|
| 1 | 14.0 - 10.0 | 12.0 |
| 2 | 10.0 - 7.5 | 8.75 |
| 3 | 7.5 - 6.5 | 7.0 |
| 4 | 6.5 - 5.5 | 6.0 |
| 5 | 5.5 - 4.5 | 5.0 |
| 6 | 4.5 - 3.5 | 4.0 |
| 7 | 3.5 - 2.5 | 3.0 |
| 8 | 2.5 - 1.5 | 2.0 |
| 9 | 1.5 - 0.4 | 0.95 |
| 10 | 0.4 - 0.01 | 0.205 |

Table 4.4.7 22 - Group neutron
KERMA factor

(Mev/cm)

| Neutron Group | S.S. | Mo |
|---------------|-----------|-----------|
| 1 | 0.3066 | 0.3087E-1 |
| 2 | 0.2735 | 0.2780E-1 |
| 3 | 0.1787 | 0.2214E-1 |
| 4 | 0.1111 | 0.1854E-1 |
| 5 | 0.7191E-1 | 0.1620E-1 |
| 6 | 0.4822E-1 | 0.1369E-1 |
| 7 | 0.3039E-1 | 0.1170E-1 |
| 8 | 0.1732E-1 | 0.9300E-2 |
| 9 | 0.9524E-2 | 0.6519E-2 |
| 10 | 0.5184E-2 | 0.4701E-2 |
| 11 | 0.3356E-2 | 0.3277E-2 |
| 12 | 0.2327E-2 | 0.2195E-2 |
| 13 | 0.1190E-2 | 0.9316E-3 |
| 14 | 0.8132E-3 | 0.2944E-3 |
| 15 | 0.1800E-3 | 0.7793E-4 |
| 16 | 0.4344E-4 | 0.4937E-4 |
| 17 | 0.1131E-4 | 0.5836E-4 |
| 18 | 0.7204E-5 | 0.6917E-4 |
| 19 | 0.8410E-5 | 0.1307E-4 |
| 20 | 0.1613E-4 | 0.8781E-5 |
| 21 | 0.3317E-4 | 0.1731E-4 |
| 22 | 0.9453E-4 | 0.4949E-4 |

Table 4.4.9 22 - Group displacement
cross section

(barn)

| Neutron Group | S.S. | Mo |
|---------------|---------|---------|
| 1 | 2.573+3 | 1.564+3 |
| 2 | 2.444+3 | 1.460+3 |
| 3 | 2.264+3 | 1.241+3 |
| 4 | 2.049+3 | 1.019+3 |
| 5 | 1.991+3 | 9.137+2 |
| 6 | 1.885+3 | 8.241+2 |
| 7 | 1.486+3 | 7.748+2 |
| 8 | 9.915+2 | 7.112+2 |
| 9 | 5.464+2 | 5.081+2 |
| 10 | 3.620+2 | 3.724+2 |
| 11 | 3.001+2 | 2.782+2 |
| 12 | 2.256+2 | 1.744+2 |
| 13 | 1.174+2 | 9.397+1 |
| 14 | 8.823+1 | 2.654+1 |
| 15 | 2.215+1 | 5.872 |
| 16 | 4.566 | 1.626 |
| 17 | 1.967 | 2.536 |
| 18 | 0.484 | 3.591 |
| 19 | 0.757 | 0.835 |
| 20 | 1.579 | 0.458 |
| 21 | 3.409 | 0.949 |
| 22 | 1.230+1 | 3.500 |

Table 4.4.8 10 - Group gamma-ray
KERMA factor

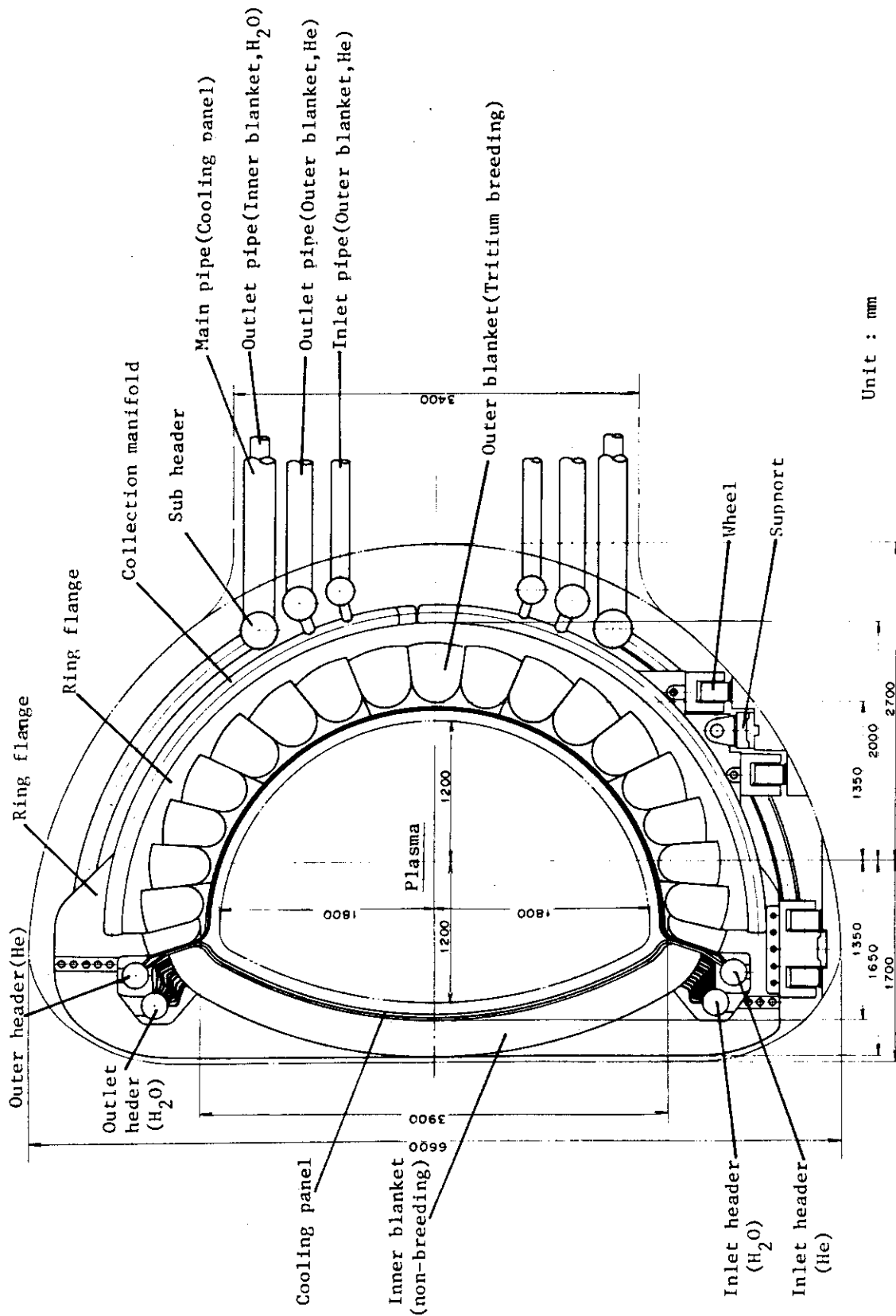
(MeV/cm)

| Gamma Group | S.S. | Mo |
|-------------|-----------|-----------|
| 1 | 0.2025E+1 | 0.3117E+1 |
| 2 | 0.1467E+1 | 0.2200E+1 |
| 3 | 0.1203E+1 | 0.1760E+1 |
| 4 | 0.1025E+1 | 0.1473E+1 |
| 5 | 0.8421 | 0.1180E+1 |
| 6 | 0.6793 | 0.9183 |
| 7 | 0.5203 | 0.6738 |
| 8 | 0.3714 | 0.4657 |
| 9 | 0.2181 | 0.2886 |
| 10 | 0.1140 | 0.2907 |

Table 4.4.10 22 - Group helium
production cross
section

(barn)

| Neutron Group | S.S. | Mo |
|---------------|---------|---------|
| 1 | 7.938-2 | 9.120-2 |
| 2 | 6.697-2 | 5.680-2 |
| 3 | 3.816-2 | 1.963-2 |
| 4 | 1.292-2 | 6.584-3 |
| 5 | 3.358-3 | 1.963-3 |
| 6 | 5.616-4 | 6.101-4 |
| 7 | 3.889-5 | 8.136-5 |
| 8-22 | 0.0 | 0.0 |



Unit : mm

Fig. 4.4.1 A Side View of Blanket Structure

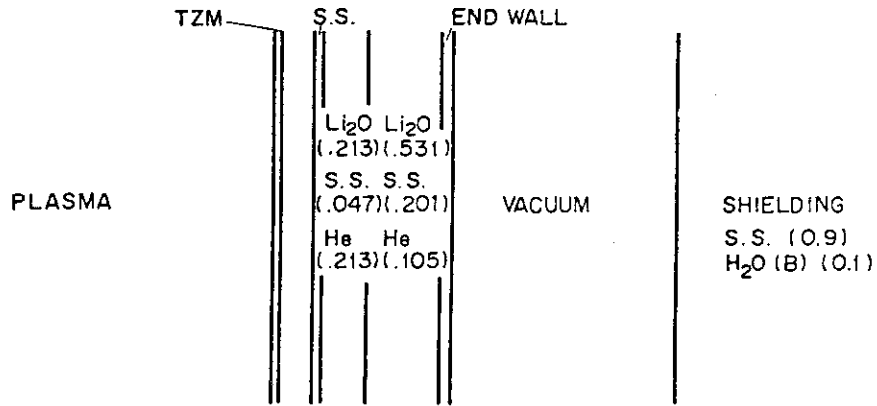


Fig. 4.4.2 One - dimensional Calculation Model of INTOR-J

- | | |
|--|--|
| 1 Vacuum | 7 Li ₂ O(0.5305)+S.S.(0.2015) |
| 2 Protection wall | +He (0.105) |
| 3 First wall | 8 End wall |
| 4 S.S. (0.8)+H ₂ O (0.2) | 9 Inner shield |
| 5 S.S. (0.9)+H ₂ O (0.1) | 10 Outer shield |
| 6 Li ₂ O(0.213)+S.S.(0.047) | |
| +He (0.213) | |

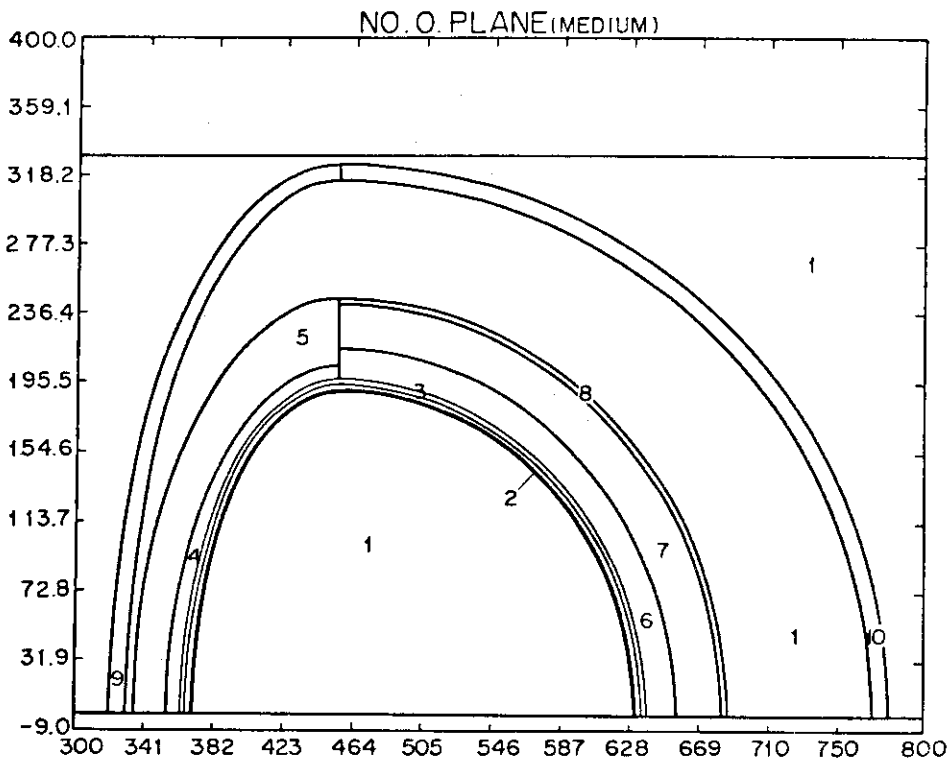


Fig. 4.4.3 Three - dimensional Calculation Model of INTOR-J

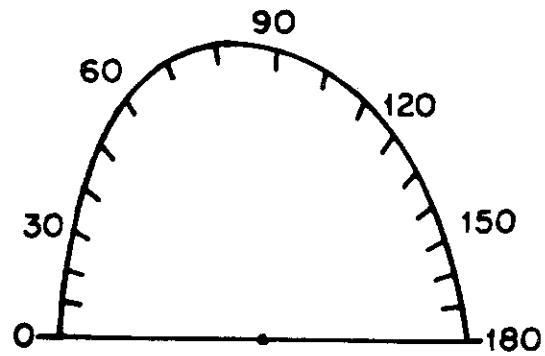


Fig. 4.4.4 Editing regions of the protection wall and the first wall

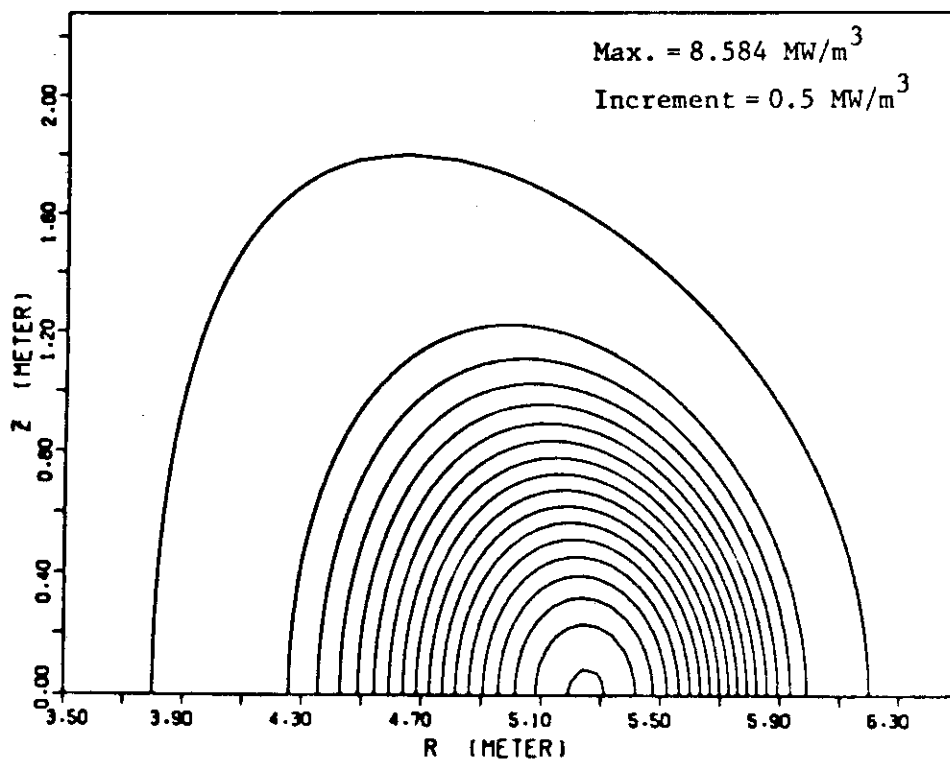


Fig. 4.4.5 Power density contour

4.4.4 計算結果と検討

14MeV 中性子束，ヘリウム生成率，放射線損傷率，核発熱のポロイダル方向分布をFig. 4.4.6～Fig. 4.4.13に示す。図中の実線は5次あるいは6次の関数を用い次の条件下で最小2乗フィッティングをしたものである。

$$\left. \frac{d}{d\theta} f(\theta) \right]_{\theta=0^\circ} = 0 \quad (4.4.8)$$

$$\left. \frac{d}{d\theta} f(\theta) \right]_{\theta=180^\circ} = 0 \quad (4.4.9)$$

計算体系がmidplane上で対称であるので上の条件は満足する必要がある。これらの図より14MeV中性子束の局所ピーキングファクタは約1.3であり，他の核発熱などのピーキングファクタより僅かに大きい。

Table 4.4.11には1次元計算と3次元計算の比較を示す。1次元計算の核融合出力により規格化したものは3次元計算の最大値に相当し，壁負荷で規格化したものは3次元計算の平均値に対応するとして比較した。前述した様に1次元計算結果の意味は不明瞭な点はあるがこのTableから1次元計算値は3次元計算値より高く出る事が結論される。これは次の様に説明する事が出来る。

1次元計算ではプラズマを無限円柱で近似しているから，第1壁付近には無限遠点で発生した粒子が入射する。この様な粒子は第1壁をこす様に入射し，第1壁中のパスが長く，第1壁中の粒子束として寄与する量は無視し得ない。ところが実際のトカマク型炉ではプラズマはドーナツ状でありその様な粒子は存在しない。3次元計算では，この意味では形状を精確に模擬している。従って1次元計算では3次元計算よりも第1壁付近で高い粒子束を与える事になる。

Table 4.4.11(a) Comparison of peak values between three- and one-dimensional calculations

| Material | | Protection Wall | First Wall |
|---|--------|------------------------|------------------------|
| | | Mo alloy | S. S. |
| 14MeV Neutron Flux ($n/cm^2 \cdot s$) | 1 - D* | 8.859×10^{13} | 6.352×10^{13} |
| | 3 - D | 7.8×10^{13} | 5.4×10^{13} |
| Helium Production Rate (appm/s) | 1 - D | 8.533×10^{-6} | 5.648×10^{-6} |
| | 3 - D | 7.3×10^{-6} | 4.8×10^{-6} |
| Displacement per Atom (/s) | 1 - D | 2.442×10^{-7} | 3.016×10^{-7} |
| | 3 - D | 2.3×10^{-7} | 2.7×10^{-7} |
| Nuclear Heating Rate (w/cc) | 1 - D | 9.203 | 10.58 |
| | 3 - D | 7.6 | 9.3 |

* ANISN with Fusion Power Normalization

Table 4.4.11(b) Comparison of average values between three- and one-dimensional calculations

| Material | | Protection Wall | First Wall |
|---|--------|------------------------|------------------------|
| | | Mo alloy | S. S. |
| 14MeV Neutron Flux ($n/cm^2 \cdot s$) | 1 - D* | 7.471×10^{13} | 5.357×10^{13} |
| | 3 - D | 6.0×10^{13} | 4.2×10^{13} |
| Helium Production Rate (appm/s) | 1 - D | 7.196×10^{-6} | 4.763×10^{-6} |
| | 3 - D | 5.8×10^{-6} | 3.7×10^{-6} |
| Displacement per Atom (/s) | 1 - D | 2.060×10^{-7} | 2.543×10^{-7} |
| | 3 - D | 1.9×10^{-7} | 2.2×10^{-7} |
| Nuclear Heating Rate (w/cc) | 1 - D | 7.761 | 8.922 |
| | 3 - D | 6.6 | 7.6 |

* ANISN with wall Loading Normalization

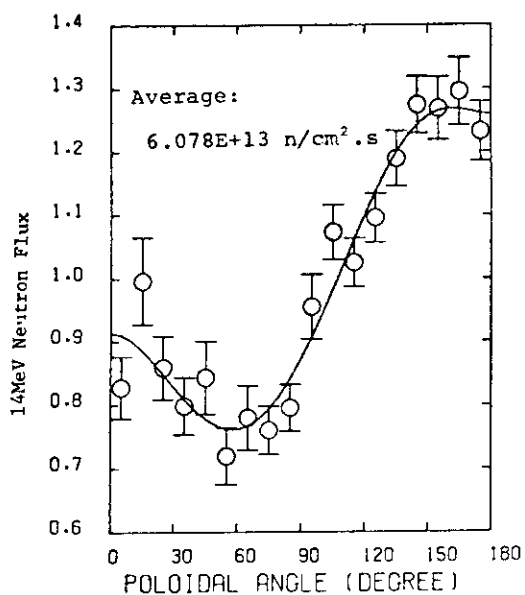


Fig. 4.4.6 Poloidal Distribution of 14MeV Neutron Flux in the Protection Wall

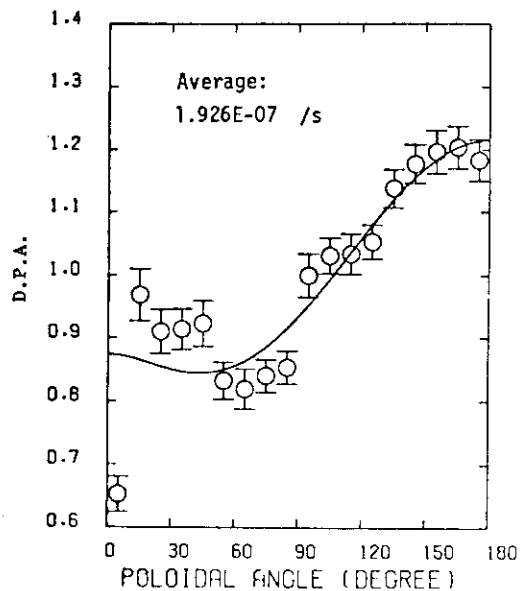


Fig. 4.4.8 Poloidal Distribution of D.P.A. in the Protection Wall

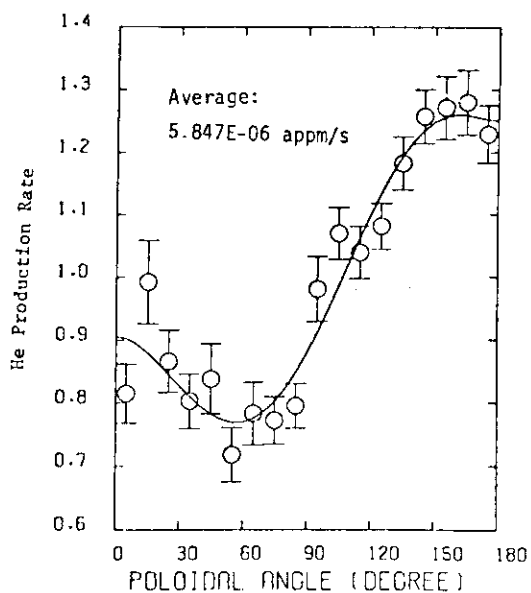


Fig. 4.4.7 Poloidal Distribution of Helium Production Rate in the Protection Wall

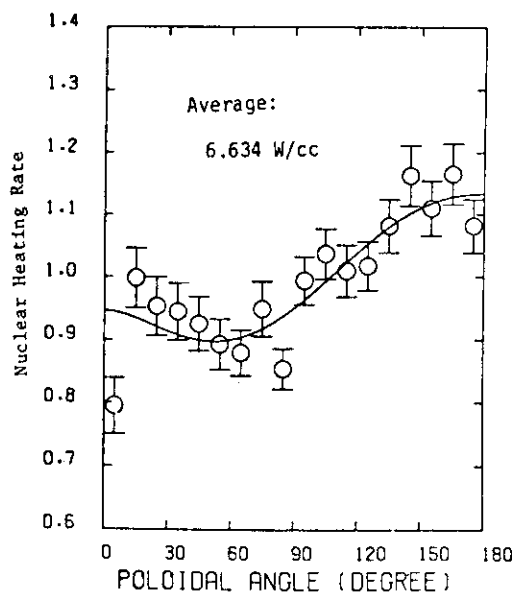


Fig. 4.4.9 Poloidal Distribution of Nuclear Heating Rate in the Protection Wall

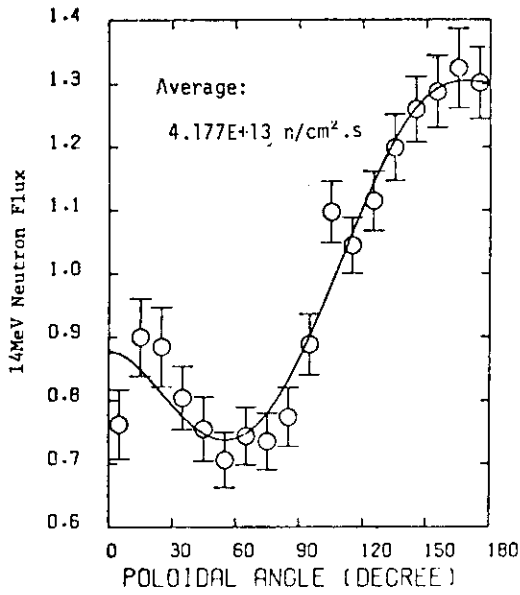


Fig. 4.4.10 Poloidal Distribution of 14MeV Neutron Flux in the First Wall

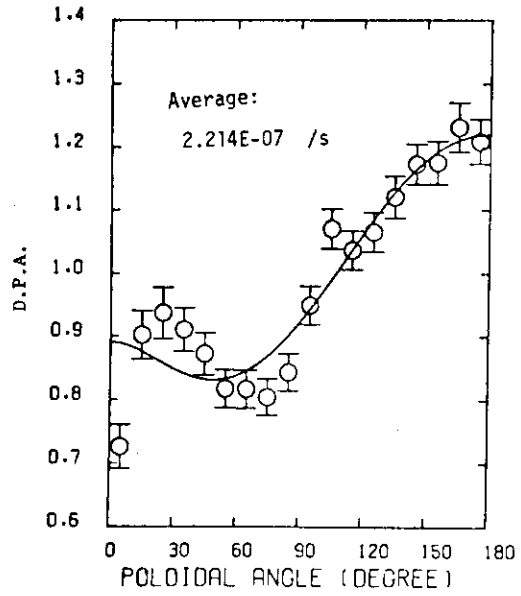


Fig. 4.4.12 Poloidal Distribution of D.P.A. in the First Wall

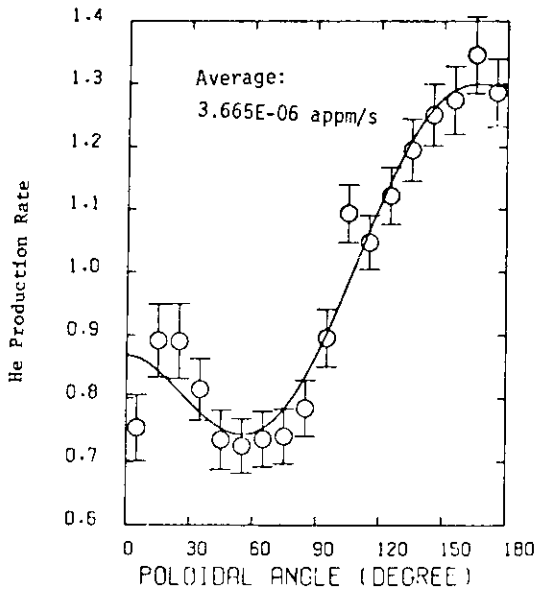


Fig. 4.4.11 Poloidal Distribution of Helium Production Rate in the First Wall

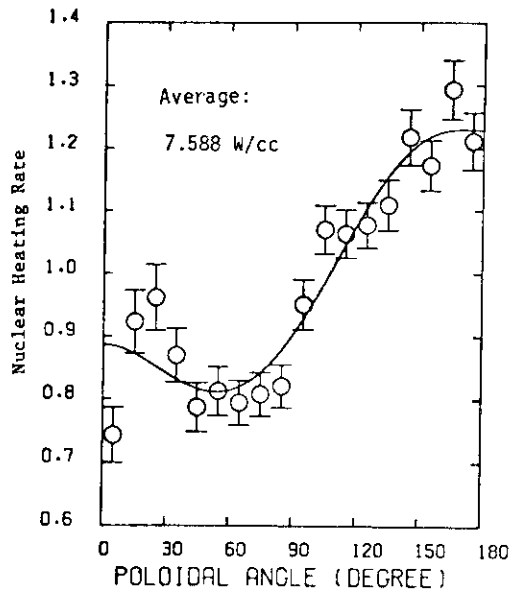


Fig. 4.4.13 Poloidal Distribution of Nuclear Heating Rate in the First Wall

4.5 多次元効果を考慮したトリチウム増殖比の計算

トカマク型炉のブランケットは複雑な形状をしているため、ANISNによる1次元計算結果をそのまま炉のトリチウム増殖比と考えるわけに行かない。形状模擬から来る計算誤差としては大別して次の3通りと考えられる。

- (1) 無限円筒とトーラス形状の差
- (2) 一般に増殖ブランケットはポロイダル方向に全周存在するとは限らない。トーラス内側は遮蔽専用ブランケットとなる場合も有るし、ポロイダル・ダイバータが設置されれば、ダイバースロートの部分はブランケットを置けない。中性子粒子入射孔、各種計測器用ポートにもブランケットは設置できない。更にブランケットの前面に設置されるもの、例えばリミター、防護壁（INTORの設計ではこれを第1壁と呼ぶ）、シェル効果を持たせるための1種のコイルなどはポロイダル方向に均一とはならないであろう。これらを均一としてしまう事による差
- (3) ブランケット内部構造は1次元計算では、ブランケットを何層かに分けて表現するところまでが限度である。実際には増殖ブランケットはかなり複雑な内部構造となり何層かに分ける程度ではかなりの誤差を生む可能性が有る。

上記誤差のうち(1)と(2)はモンテカルロ法コードを用い、4.4節で示した様な形状入力をもっと丁寧に作成する事で解決する。(3)はブランケット構造・中性子スペクトルによって効果の大きさが異なる。中性子スペクトルが熱中性子炉のもとに近い場合モンテカルロ法で考慮する事は非常に難しい。

ここではINTOR-Jのトリチウム増殖比を評価するために行った1次元及び3次元の計算について述べる。

4.5.1 計算条件及び計算モデル

ここで想定したINTOR-Jは、トーラス外側のみが増殖ブランケットでポロイダル・ダイバータは設置しない形式のものである。またJXFRと同じ圧力容器形のブランケットを増殖ブランケットに採用したものである。ブランケット部の垂直断面はFig. 4.4.1に示したものと同じである。

INTOR-Jのトリチウム増殖比を評価するために次の3ケースの計算を行った。

ケース1：ANISNによる1次元計算

計算モデルはFig. 4.4.2と同じである。使用した群定数は4.4で示したのと同じ中性子42群、ガンマ線21群のものである。ブランケットはトーラス外側の増殖ブランケットがプラズマの全周を囲っているとした。トリチウムの生成率分布をFig. 4.5.1に示す。

ケース2：MORSE-GGによるトーラス形状を模擬した3次元計算

4.4で述べた第1壁中性子束分布と全く同じ条件でトリチウム増殖比を計算した。Fig. 4.5.2に再度計算モデルを示す。

ケース3：圧力容器型ブランケットの非均質計算

ANISNによる計算では親物質 Li_2O と外側の圧力容器を均質化して計算して

いるが、これによる誤差を評価するため、Fig. 4.5.3に示す様に外側容器と Li_2O を別領域として取り扱うモデルを考えMORSEにより計算した。使用した群定数などはケース2と同じである。

4.5.2 計算結果と検討

計算結果をTable 4.5.1に示す。ケース1とケース3の計算結果はほとんど変わらない。僅かに ${}^6\text{Li}$ によるトリチウム生成量がケース3の方が小さい。この結果から圧力容器型の増殖ブランケットにおいては、ブランケット内部構造による非均質効果は小さいと言う事が出来る。ケース2はケース1及びケース3の約 $\frac{2}{3}$ である。内側が増殖ブランケットでない事はトリチウム増殖比に大きな影響を及ぼす。将来、炉の設計が詳細になりブランケット廻りの構造が明確になった時点では更に精確な形状模擬(ダイバータ、リミッター、シェル効果用コイルなど)が要求される事になる。

Table 4.5.1 Tritium breeding ratios of pressure vessel type blanket

| | Tritium Breeding Ratio | | |
|--------|------------------------|-----------------|-------|
| | ${}^7\text{Li}$ | ${}^6\text{Li}$ | Total |
| Case 1 | 0.157 | 0.751 | 0.908 |
| Case 2 | 0.127 | 0.487 | 0.614 |
| Case 3 | 0.158 | 0.734 | 0.892 |

なおケース3の計算ではブランケット容器の発熱分布も同時に計算した。Fig. 4.5.4に示した領域平均値として核発熱が得られる。計算結果をFig. 4.5.5に示す。これは、容器壁の厚さを決定するのに使われる。容器壁に発生する熱応力の評価も容器壁厚さを決定するための重要なファクタであるからである。

4.6 第4章の結論

JXFR; INTOR-Jの核計算にモンテカルロ法を適用し、1, 2次元計算では得られ無かった情報を得た。主な情報は次の通りである。

- (1) クライオポンプである主ポンプ・NBIポンプの核発熱は炉の設計上厳しい問題を提起する程大きなものではない。
- (2) 第2章でトラス形状を取り扱うルーチンについて述べたが、Ray tracing法と比較する事によりこのルーチンが正確に働いている事を確認した。
- (3) 1次元計算による計算値は第1壁中性子束を過大評価する事が分った。これは、1次元計算ではプラズマを無限円筒とするため、第1壁に並向に近い角度で入射する中性子が出て来てしまうからである。
- (4) INTOR-Jで想定されたブランケットの場合、容器側壁と Li_2O を均一に混合して

計算する事はトリチウム増殖比の計算結果に大きな影響を与えていない。

以上の他、1、2次元計算に較べ実際の形状により近い計算モデルで、トリチウム増殖比や、放射線発熱分布の計算値を得る事が出来た。今後はブランケットモジュール間からの放射線ストリーミング、計測用ポートからの放射線ストリーミングの計算を行う必要がある。トロイダル磁場コイルの遮蔽計算は現在のモンテカルロ法の技術では無理であり、計算時間を更に短縮する技法が開発された後行われる事になる。

現時点のトカマク炉設計は未だ概念設計の段階であり、複雑形状の放射線ストリーミング計算（例えばクライオポンプの放射線発熱計算など）に要求される計算精度はそう高いものではない。しかし、設計が煮つまり現実的なものになるに従い高い精度が要求されるようになる。従って実験による3次元計算の検証は是非必要であり、早い時点から計画しておくべきと思われる。

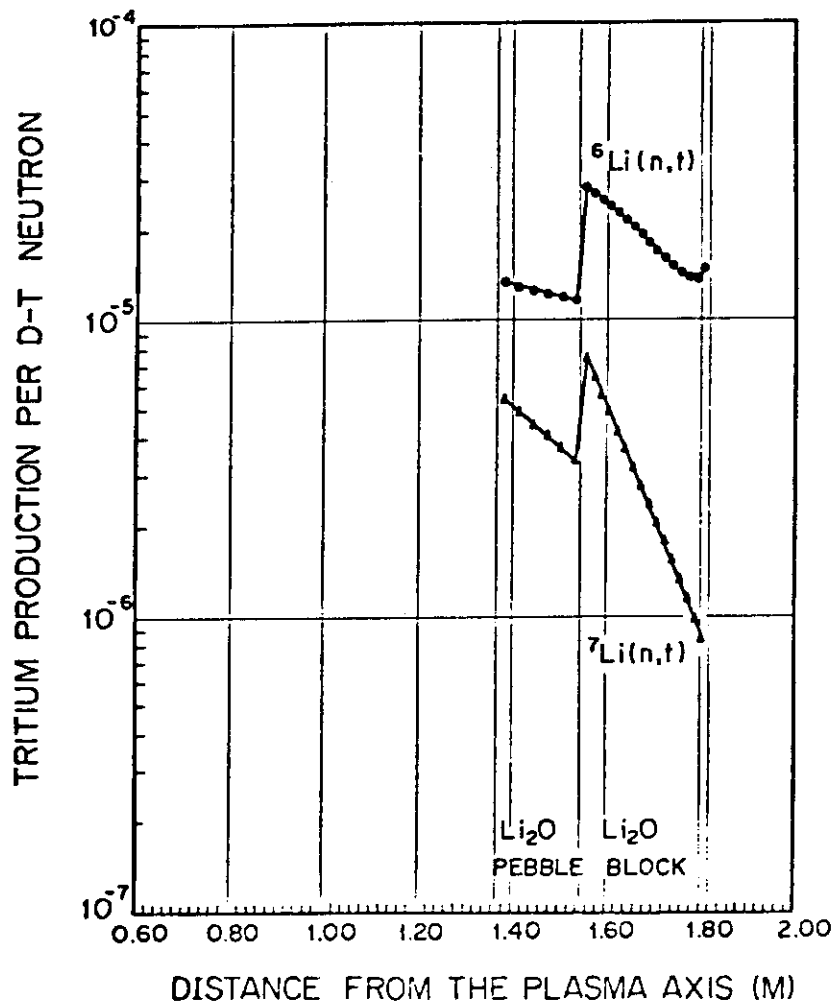


Fig. 4.5.1 Tritium production distribution in outboard blanket

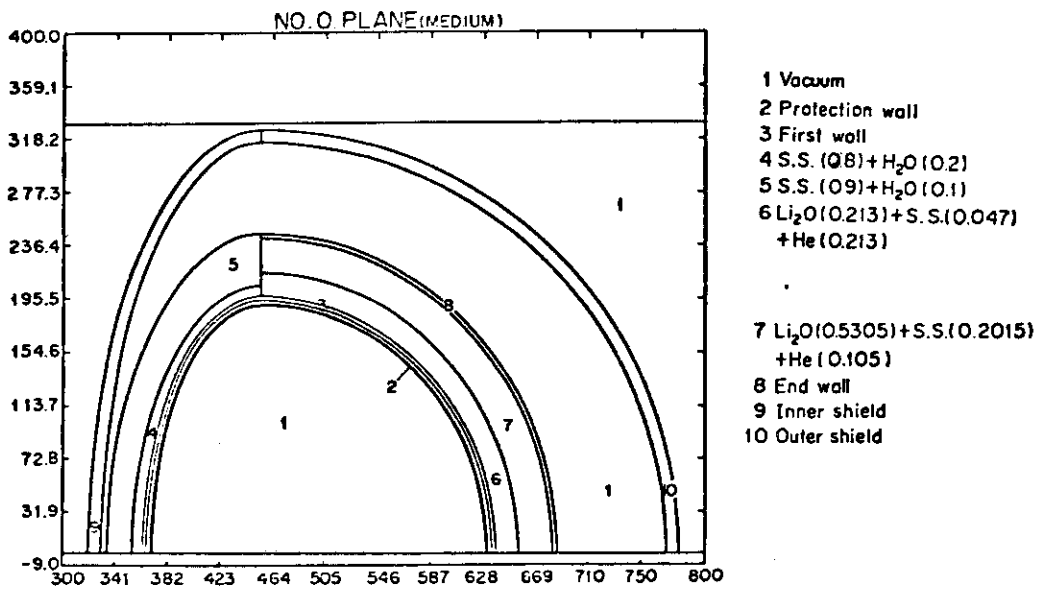


Fig. 4.5.2 Three-dimensional Calculation Model of INTOR-J

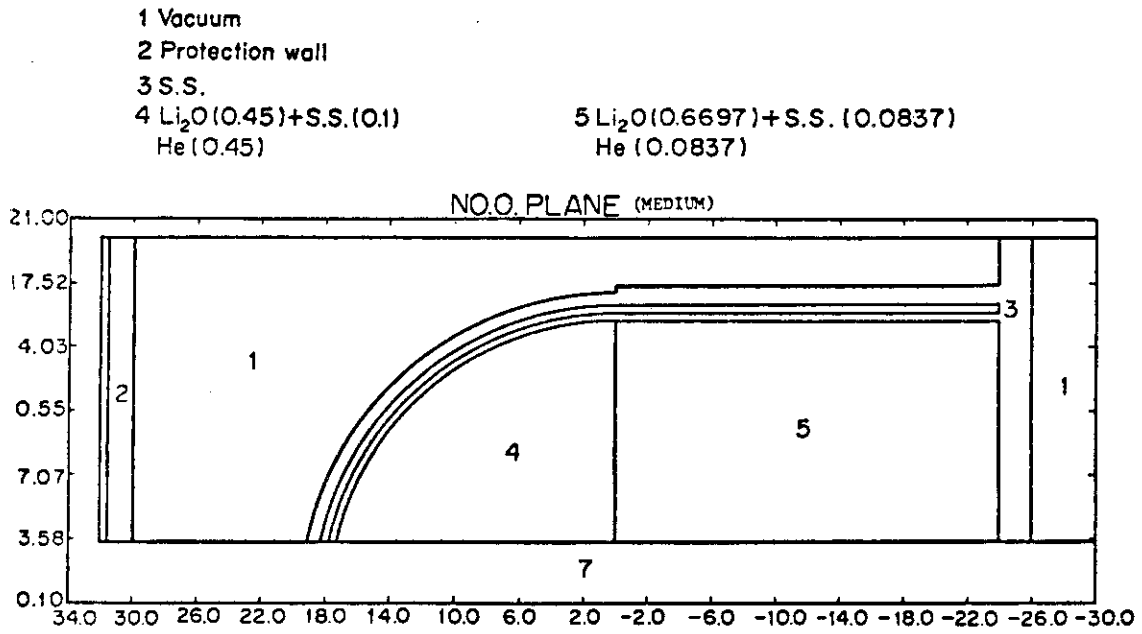


Fig. 4.5.3 Three-dimensional Calculation Model of Pressure Vessel Type Blanket Cell

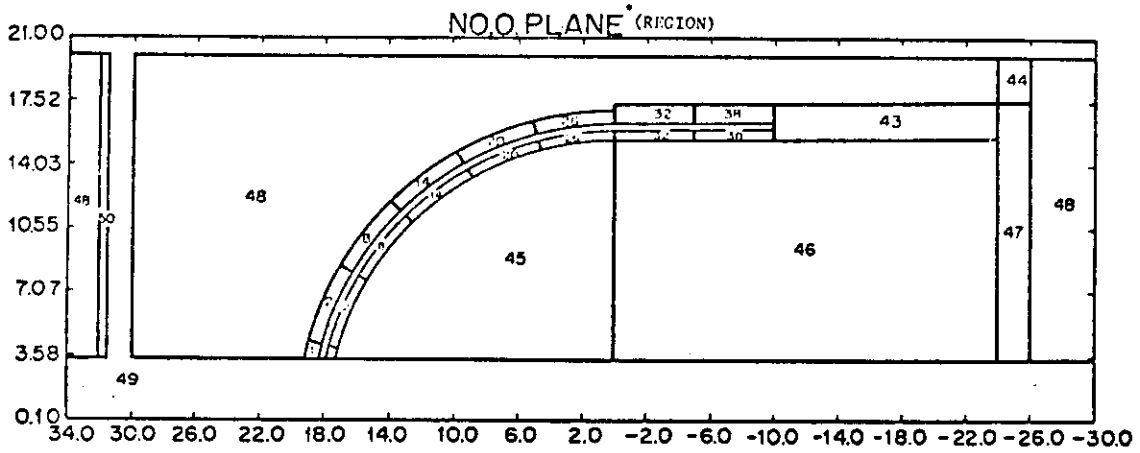


Fig. 4.5.4 Nuclear Heating Density Editing Region for Pressure Vessel Type Blanket Cell

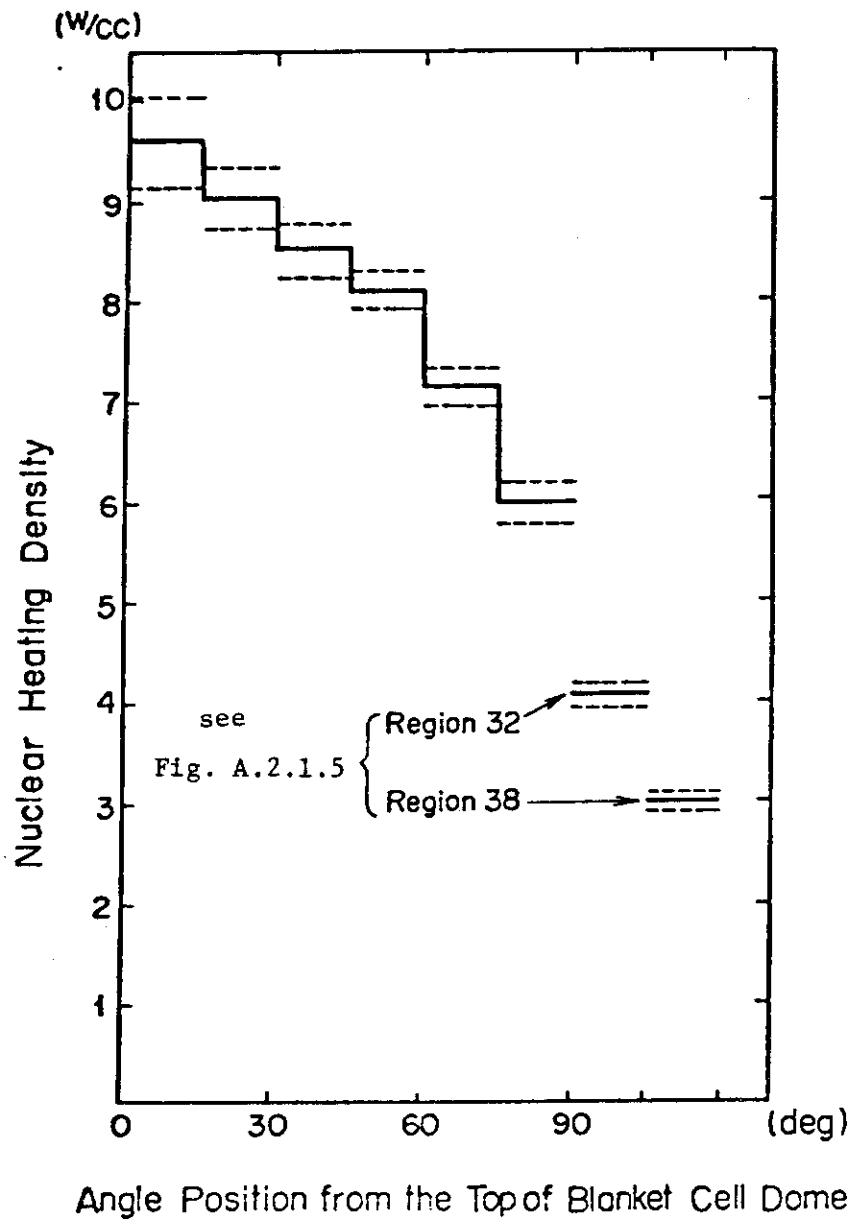


Fig. 4.5.5 Nuclear Heating Density Distribution on the Blanket Dome

5. 第1壁からブランケット容器壁への熱輻射解析⁽⁷¹⁾

重水素と三重水素を燃焼させる核融合炉に於いては、核融合エネルギーはアルファ粒子と中性子の運動エネルギーとして得られる。アルファ粒子は全核融合エネルギーの20%を持って放出され、その運動エネルギーは最終的にはブランケット容器壁、リミッタ、ダイバータ等の熱負荷となる。この熱負荷は、場合によっては、輻射によって他の機器へ伝達される事になる。

核融合実験炉(JXFR)の設計ではアルファ粒子によって運ばれるエネルギーだけでなく中性粒子入射装置(NBI)により入射したエネルギーの大部分が、ブランケットのプラズマに面する部分の熱負荷となる。これは灰(ヘリウム)除去法としてガスブランケット方式を採用したからである。ブランケットの前面に防護壁を設けたが、これは次の2つの理由によっている。

- (1) 炉の運転が周期的であるのに伴いブランケットへの熱負荷も周期的となる。 10 kg/mm^2 の内圧が掛っているブランケット容器が周期的に大きな温度変化をする事は好ましくない。これを緩和するため前面に防護壁を置く。
- (2) プラズマが急激に壊れた時(プラズマ・ディスラプション)局所的に大きな熱負荷がブランケット容器に掛る。これから容器を保護するため、ブランケット前面に防護壁を置く。

防護壁の冷却は、真空容器内の配管系が更に複雑になる事を避けるため輻射による事とした。

本章では防護壁からブランケット容器への熱輻射のモンテカルロ法による解析について述べる。これまでに熱輻射平衡の解析や核融合装置のクライオパネルの熱負荷解析などがモンテカルロ法で行われているが、これは比較的単純な体系を取り扱っている。^{(72)~(74)} JXFRの第1壁は、1次元、2次元の計算コードでは取り扱えない形状である。従ってここでは核計算用に開発されたモンテカルロ法計算コードに必要な修正を行って解析した。⁽⁷⁵⁾

5.1 JXFRのブランケット及び防護壁

JXFRは核融合動力炉に必要な機器の大部分を備えたトカマク型実験炉である。ブランケットはトリチウム生産の親物質である Li_2O と構造材としてのステンレス鋼から構成されている。Fig. 5.1.1に代表的なブランケット容器の構造を示す。ブランケット容器と防護壁の配列はFig. 5.1.2に示す。防護壁は定常運転時に 11 w/cm^2 の放射熱をプラズマから受ける。この熱は輻射により“ドーム部”と呼ぶブランケット容器前部の壁に伝達される。“第1壁”という言葉は種々の使い方をされており必ずしも決った定義は無いが、ここでは、“ドーム部”の外側の壁を“第1壁”と呼ぶ事にする。第1壁は10気圧のヘリウムガスにより冷却され、プラズマ側の温度は運転中約 470°C になる。第1壁中の温度勾配に起因する熱応力はブランケット容器設計上厳しい問題となる事が予想されるから、第1壁上の熱負荷分布の詳細な解析が必要である。

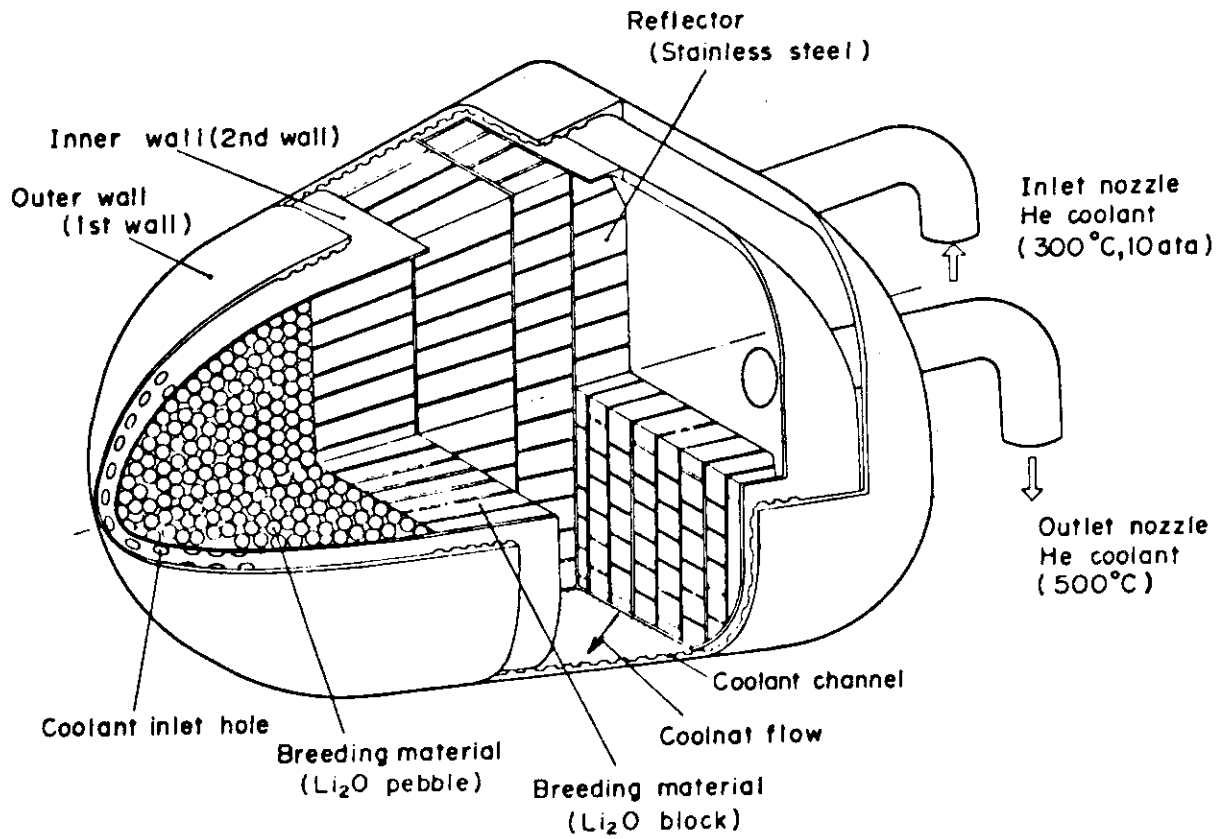


Fig. 5.1.1 A Typical Blanket Module

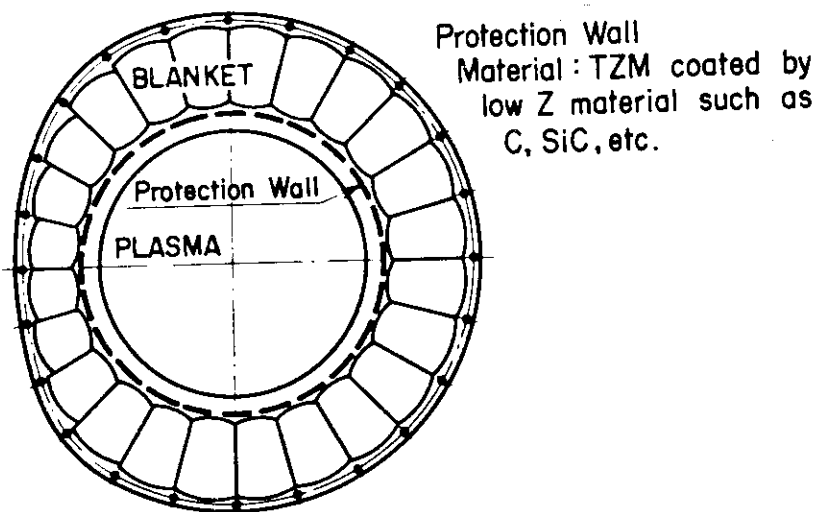


Fig. 5.1.2 Arrangement of Protection Wall

5.2 解析手法

本解析ではエルゴン (ergon) と呼ばれる仮想的粒子を追跡した。エルゴンとは 0 から無限大の波長を持ち或る方向 Ω に運動している光子の集団であり一定のエネルギーを有するものと定義する。⁽⁷⁶⁾熱輻射解析に必要な輻射率あるいは吸収率のデータは、光子自身を測定するよりはむしろ熱流束の測定によって得られるから、モンテカルロ法による解析に於いても光子自身を追跡するよりエルゴンを追跡した方が便利なのである。この点は核計算に於けるガンマ線輸送の計算と若干異っている。

本解析では次の様な仮定を用いた。

- 防護壁は黒体であり拡散表面 (diffuse surface) を持つとする。従って輻射エネルギー密度の角度分布は Lambert の余弦法則に従う。
- 第 1 壁表面に於ける反射は拡散反射あるいは、鏡面反射とした。また輻射率は 0.4 0.7 あるいは 1.0 とした。
- 防護壁温度 ($\sim 1300^\circ\text{C}$) に較べ第 1 壁温度 ($\sim 470^\circ\text{C}$) は充分低いから、第 1 壁から防護壁への熱輻射は無視した。

必要な修正を行い、核計算用モンテカルロ法計算コード、MORSE-GGを用いた。MORSE-GG は、2 次以下の方程式で表わされる曲面によって構成される体系中の、中性子・ガンマ線の輸送を計算するコードである。核計算に於いては、光子は固体を透過するか、内部で物質と反応を起こすかであったが、熱輻射の計算では固体の表面で吸収されるか、反射されるかである。これも核計算と熱輻射の計算の異なる点である。MORSE-GG コードには特定の面で粒子をアルベド反射するという特殊なルーチンが組み込まれている。アルベド反射とは特定の面で仮想的な散乱を起させるもので中性子・ γ 線のストリーミング計算に特に有効なものである。詳しくは 3.5 で述べたので参照されたい。熱輻射の計算にはこのルーチンに若干の手を加えて使用する事が出来る。固体表面での拡散反射は次の様に計算される。

$$\mathbf{O} = \sqrt{R_1} \cdot \mathbf{N} + \sqrt{1-R_1} \cdot \mathbf{S} \quad (5.2.1)$$

ここで、

- \mathbf{O} : 反射された粒子の方向ベクトル
- R_1 : 0 から 1.0 の間で均一にサンプリングされた乱数
- \mathbf{N} : 粒子の衝突した面の法線ベクトル ($\mathbf{O} \cdot \mathbf{N} > 0$)
- \mathbf{S} : \mathbf{N} に垂直な方向ベクトル

\mathbf{S} の要素は次の様に計算される。

$$S_x = -\sqrt{1-N_x^2} \cdot \cos(2\pi \cdot R_2 + C) \quad (5.2.2)$$

$$S_y = \frac{N_x \cdot N_y}{\sqrt{1-N_x^2}} \cdot \cos(2\pi \cdot R_2 + C) + \frac{N_z}{\sqrt{1-N_x^2}} \cdot \sin(2\pi \cdot R_2 + C) \quad (5.2.3)$$

$$S_z = \frac{N_x \cdot N_y}{\sqrt{1-N_x^2}} \cdot \cos(2\pi \cdot R_2 + C) + \frac{N_y}{\sqrt{1-N_x^2}} \cdot \sin(2\pi \cdot R_2 + C) \quad (5.2.4)$$

ここで、

R_2 : 0 から 1.0 の間で均一にサンプリングされた乱数

C : 任意の定数

N_x, N_y, N_z : ベクトル \mathbf{N} の要素

鏡面反射ルーチンはアルベド反射のオプションの 1 つとして、MORSE コードに既に組み込まれている。すなわち

$$\mathbf{O} = \mathbf{I} - 2 (\mathbf{I} \cdot \mathbf{N}) \mathbf{N} \quad (5.2.5)$$

である。

ここで \mathbf{I} は粒子の入射方向ベクトルである。

モンテカルロ シミュレーションの中でエルゴンは次の様に追跡される。

ステップ 1 : 防護壁のブランケット側表面上に線源 (エルゴン) が均一に分布しているとして、発生点の位置座標をサンプリングする。次に発生粒子の方向ベクトルを Lambert の法則に従いサンプリングし、粒子の重みを 1.0 とする。

ステップ 2 : 2 次方程式を解き、計算体系を構成する曲面と粒子飛跡の交点を求める。

ステップ 3 : 粒子の重み w と粒子が遭遇した面の輻射率 ϵ の積を対応するビンにスコアする。

ステップ 4 : 粒子の方向を (5.2.1) 式あるいは (5.2.5) 式に従って変更する。粒子の重みに $(1 - \epsilon)$ を乗じて新しい重みを計算する。

ステップ 5 : 上記 2, 3 及び 4 のステップを繰り返し、粒子が防護壁に戻った場合、あるいは粒子の重みが入力で指定した値以下になりロシアンルーレットで kill された場合粒子の追跡を終えステップ 1 に戻る。

5.3 JXFR ブランケットのドーム部熱負荷分布の解析

この計算に於いてはブランケット容器ドーム部形状の精確な模擬が重要である。Fig. 5.3.1 に示す通り、ドーム部の水平断面はコーナーが丸くなった正方形であり、垂直断面は楕円形状をしている。ドーム部がブランケット後部の箱形部分と合わさる部分を“ドームスカート”と呼ぶ事にする。このドームスカート部に近い位置では熱負荷分布は大きく歪んでいると予想される。すなわち隣りのブランケット容器と接している直線部分は殆んど熱負荷が無いであろうが、コーナー部は間隙が在るためかなりの熱負荷が予想されるわけである。

計算モデルとしては、対称条件を考慮して、防護壁とブランケット容器の $1/8$ を選んだ。対称境界条件のところではエルゴンは鏡面反射される。ドーム部の形状は Fig. 5.3.2 に示す様に 6 個の楕円断面 (1 個は円形断面) を持つ円柱を組み合わせて模擬した。表面は 91 個の領域に分割され、各々がスコアする時のビンになり、熱負荷は各々の領域の平均値として得られる。

第 1 壁の輻射率及び反射特性を変え 4 ケースの計算を行った。Table 5.3.1 に 4 ケースのパラメータを示す。また Table 5.3.2 には追跡した粒子のヒストリー数と計算に要した時間を示す。各領域の計算値の統計誤差 (Fractional standard deviation) は 0.035 以下で大

Table 5.3.1 Reflection parameters

| | Emissivity of the first wall | Reflection characteristic of the first wall |
|--------|---------------------------------|--|
| Case 1 | 1.0 | No reflection |
| Case 2 | 0.7 | Specular |
| Case 3 | 0.4 | Specular |
| Case 4 | 0.4 | Diffuse |

Table 5.3.2 Computational time

| | Number of histories followed | CPU Time (min) (FACOM 230/75) |
|--------|---------------------------------|----------------------------------|
| Case 1 | 240,000 | 46 |
| Case 2 | 120,000 | 47 |
| Case 3 | 120,000 | 49 |
| Case 4 | 120,000 | 49 |

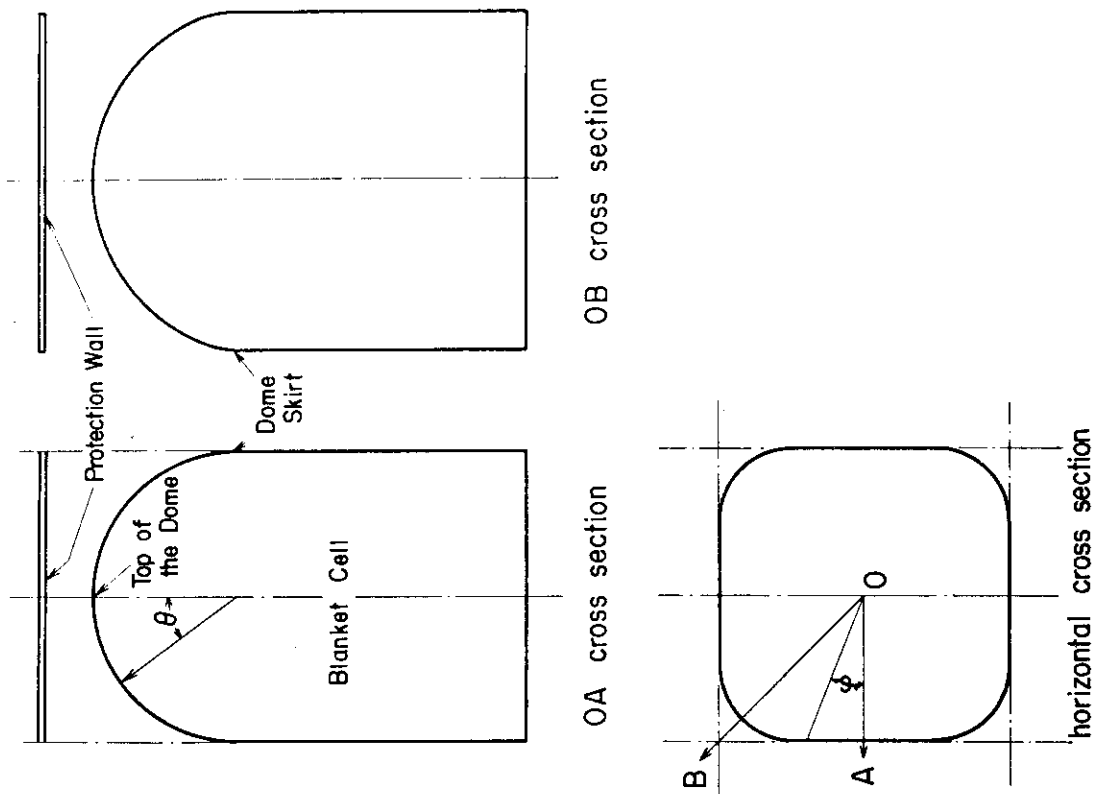


Fig. 5.3.1 Three-dimensional Calculation Model of Protection Wall and Blanket Cell

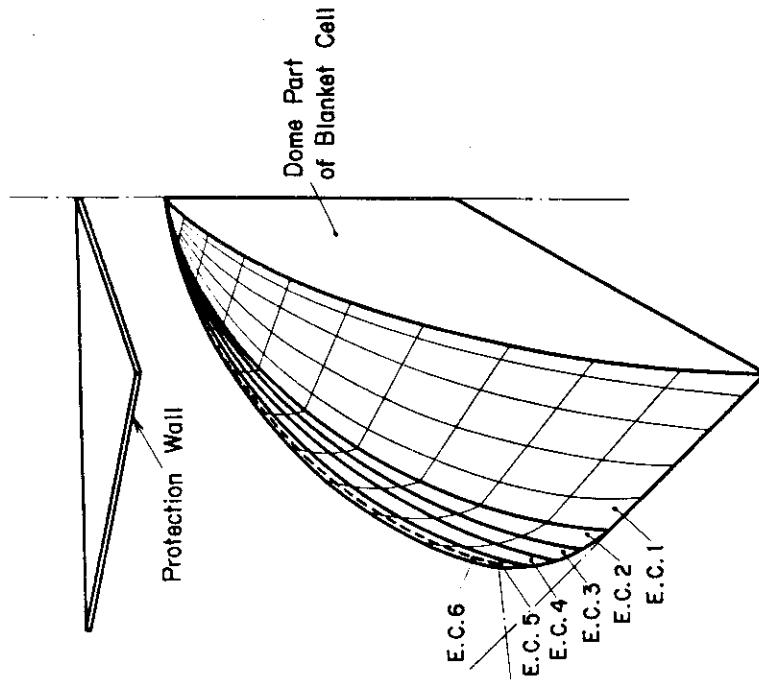


Fig. 5.3.2 Simulation of the blanket dome part (E. C. : Elliptic Cylinder)

部分は 0.015~0.025 の間に在り充分小さな値であると言える。

Fig. 5.3.3 に拡散反射の場合と鏡面反射の場合の熱負荷分布の比較を示す。図中の相対熱負荷率 Q は次式で計算してある。

$$Q = \frac{\int_0^{\infty} q(w) \cdot w \, dw}{s \cdot w} \quad (5.3.1)$$

ここで、

$q(w)$: ドームの単位面積当りに衝突する重み w を持った粒子の単位時間当りの数

s : 防護壁のブランケット側から単位面積、単位時間当りに放出される粒子の数

また図中の実線は次の条件を持つ 4 次方程式を用い、最小 2 乗法でフィッティングしたものである。

$$\frac{dQ(\theta)}{d\theta} \Big|_{\theta=0} = 0 \quad (5.3.2)$$

この図から、熱負荷分布は第 1 壁の反射特性にあまりよらない事が分る。実際の固体表面の反射特性は、拡散反射と鏡面反射の線形結合でかなり良く表わされるから、⁽⁷⁶⁾ 拡散反射も鏡面反射もこの場合は許容できる近似であると言う事が出来る。

Fig. 5.3.1 中の \overline{OB} に沿った熱負荷分布を Fig. 5.3.4 に示す。輻射率が 1.0 の場合は防護壁から直接飛来して来る粒子しかドーム部に当たらないが、輻射率が小さくなるとドーム表面で多重反射したものがドーム表面に当たるため熱負荷分布はより均一になる。 \overline{OA} 、 \overline{OB} に沿った熱負荷分布の比較を Fig. 5.3.5 に示す。予想した様にコーナー部の \overline{OB} に沿った熱負荷分布の方がかなり大きい事が分る。Fig. 5.3.6 はドームスカートに沿った熱負荷分布であり、コーナー部で急激に熱負荷が大きくなっている。Fig. 5.3.7 はドーム部の実効的な輻射率を示したもので、ドーム部での多重反射のため実際の輻射率より若干大きくなっている事が分る。

5.4 第 5 章の結論

防護壁からブランケット容器壁へ輻射による熱負荷分布の解析を 3 次元モンテカルロ計算コードを用いて行い次の様な結論を得た。

- (1) 核計算用のモンテカルロ法輸送計算コードは必要な修正を行って用いれば、輻射による熱負荷分布を解析するのに有用である。ここでの解析例では、現実的な計算時間内で統計誤差の充分小さい解が得られた。
- (2) 光子の反射特性は結果にあまり影響を与えない。すなわち、拡散反射でも鏡面反射でも結果に大きな差は無い。
- (3) 輻射率の値が小さくなるとドーム上の熱負荷分布は平坦に近くなる。
- (4) ドームスカートに沿った熱負荷分布はコーナー部で急激な立上りを見せる。

JXFRの第1壁の設計としては、この計算の結果得られた発熱分布を用いて今後熱応力解析を行う必要がある。プラズマの周辺に設置される機器には今後この様な解析を必要とする場合が出て来る可能性は充分在る。例えばダイバータ板やポンプリミターの熱設計である。一般にこれらの機器は熱除去のための伝熱管と、イオンスパッタリングから伝熱管を保護するアーマー材、或いは高Zの不純物がプラズマに混入するのを防ぐための低Z材料とから構成されるが、これらを密着させた構造とは出来ない可能性もある。すなわち密着させるとトリチウムが高エネルギーイオンとして入射するこれらの機器ではトリチウムが伝熱管の冷却材に混入する量が過大となる可能性があるからである。その場合アーマー材、低Z材は輻射冷却となるであろう。ダイバータ板、ポンプリミターの構造が複雑となった場合3次元解析の必要性も生じよう。

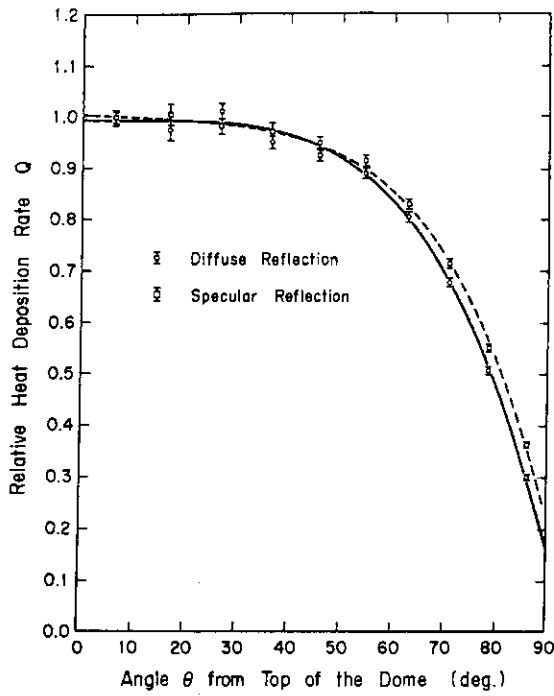


Fig. 5.3.3 Comparison of Heat Flux Distributions along the Line OB in Fig. 5.3.1 with Diffuse and Specular Reflections

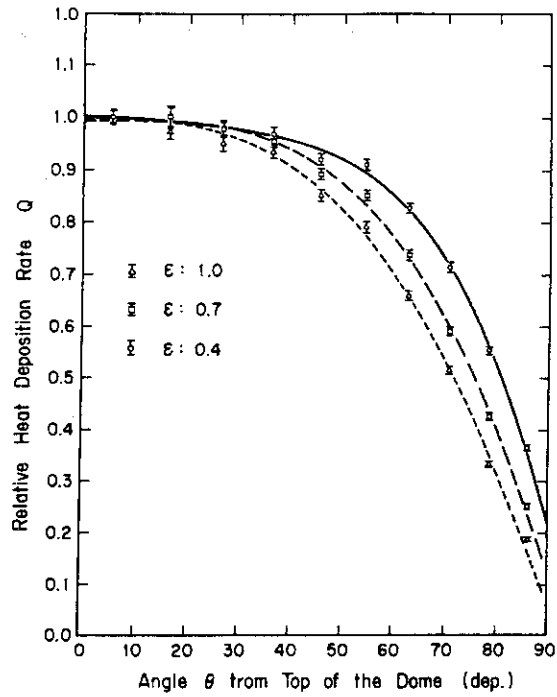


Fig. 5.3.4 Comparison of Heat Flux Distributions along the Line OB in Fig. 5.3.1 with Different Emissivities (ϵ)

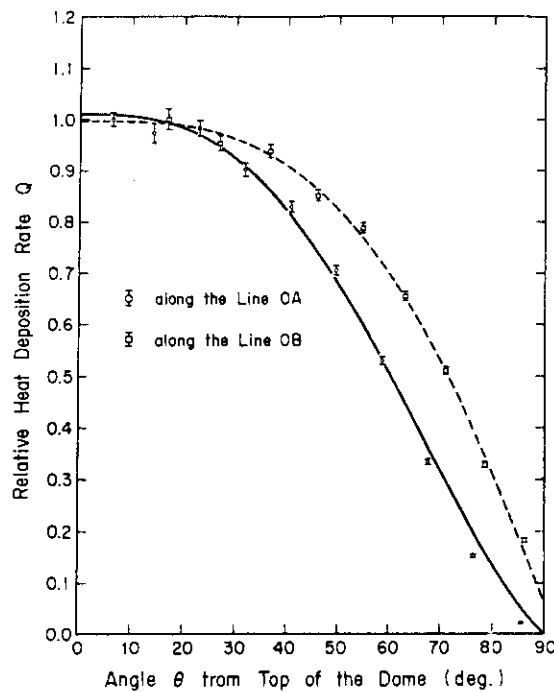


Fig. 5.3.5 Comparison of Heat Flux distributions along the Line OA and OB in Fig. 5.3.1

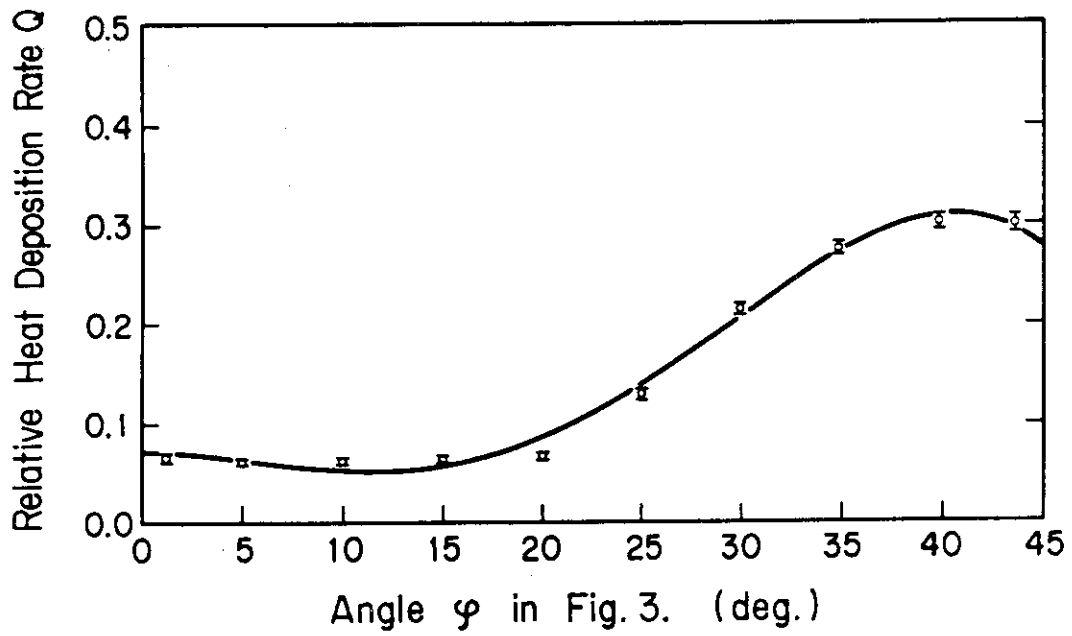


Fig. 5.3.6 Heat Flux distribution along the Dome Skirt

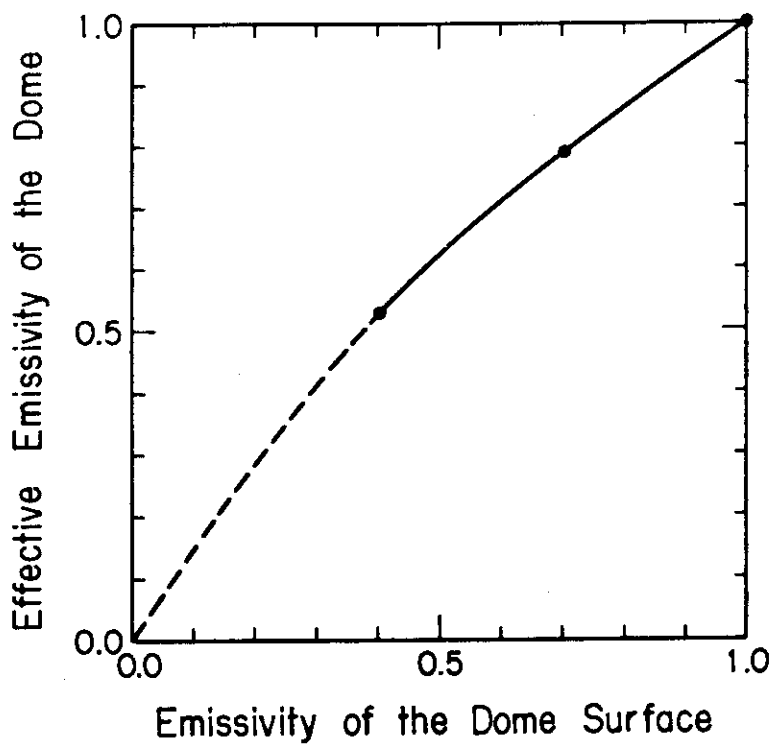


Fig. 5.3.7 Effective Emissivity of the Dome

結 論

核融合炉設計の初期の段階では、核設計と各機器の設計との関係は単純に捕えられており、核設計は比較的独立して行っていた。しかし、設計の進展に伴い、各機器の熱設計・構造設計・材料設計・分解補修設計と深い関係がある事が認識されて来ており、より複雑な体系での計算が要求されている。多くの問題で3次元形状を取り扱う必要性を生じ、モンテカルロ法の果す役割が大きくなって来たと言える。この傾向はD-T燃焼を行う装置の設計が具体的に成るに従い更に大きくなると予想される。

本研究に於いては、トカマク型核融合炉の核設計にモンテカルロ法輸送計算コードMORSE-GGを適用するため、機能の拡張、補助コードの開発、新手法の開発を行った。それらは以下の様に要約される。

- (1) 4次曲面を取扱う機能を追加し、トーラス形状を扱える様にした。追加されたプログラムは、図形表示により、また計算結果の検討により正常に機能している事を確認した。トーラス曲面を扱う事による計算時間の増大は僅かである。
- (2) トーラス形状を含む複雑形状の入力データを効率的にデバッグするコードTOPICを開発した。従来から存在するMORSE-GGの形状入力データチェックコードPICTUREに較べTOPICは a)トーラス形状入力データのデバッグが出来る、 b)よりはるかに小さな入力エラーを検出出来る、 c)1度に複数の入力データエラーが検出出来る、 d)2重定義領域もエラーとして検出出来る、 e)プロッター等により計算体系の任意断面を図形表示するためエラーの位置・性質が分かりやすい、 f)必要とされる入力が少く扱い易い、などの特徴を持っている。
- (3) スコア・ポイント・セレクション法を提案した。従来のポイントディテクタ法では粒子が散乱する毎に検出器へのスコアを計算していたが、この方法では検出器と散乱点の間の距離の関数としてスコアを計算する確率を決定した。重要でない散乱点からのスコアは低い確率でしか計算されない。この方法により統計誤差を増大させる事なく計算時間を大巾に短縮出来る事が分った。
- (4) 他の決定論的手法と同様モンテカルロ法でも対称境界条件を使う手法が考えられるが、その場合は粒子を境界で鏡面反射させる事になる。ポイント・ディテクタ・エスティメータ以外のエスティメータを用いた場合、対称境界条件の使用は計算時間の短縮に繋がらない。しかし、ポイント・ディテクタ・エスティメータを用いた場合のみは、粒子の鏡面反射が対称境界条件と等価にならない。ポイント・ディテクタ法においても対称境界条件が使える様にする手法を開発した。すなわち、粒子が境界で反射される毎に、途中で散乱する事なく反射点から検出器まで到達する確率をスコアとして計算し加算する方法である。この方法を用いて、対称境界条件を使う事により計算時間は相当短縮される。
- (5) ポイント・ディテクタ法の理論的無限大バリエーションを除去する方法を2つ提案した。1つはボイド・ディテクタ法である。すなわちポイント・ディテクタの回りの媒質密度を仮想的に低下させ、その時のディテクタ位置の粒子束を真値の代用とする方法である。他の1つは、検出器から一定の立体角中にある散乱点からの寄与率をベッセル関数を用

いて展開し、展開係数が散乱密度と或る関数の積の積分の形で表わされる事を利用するものである。ボイド・ディテクタ法は、効果的（統計誤差の減少速度が速い）、安全（理論的無限大バリエアンスの発生が予想されるどの様な場合でも良い結果を得られる）かつ簡単（必要とされるのはプログラムの修正だけであり、更に膨大なデータを必要とする事が無い）であり設計計算に適している。ベッセル関数で展開する方法は、やはり理論的無限大バリエアンスを除去できるが、ボイド・ディテクタ法に較べ統計誤差の減少速度は遅い。

MORSE-GGコードを用い、JXFR, INTOR-Jの3次元放射線輸送解析を行った。

- (6) トリチウム増殖比の計算に於いては、1, 2次元計算よりはるかに良いブランケット形状模擬が可能でありより正確な値を得る事が出来た。またブランケット内部構造を考慮した計算も可能であり、より詳細な解析が行えた。
- (7) 主真空ポンプ、中性粒子入射装置真空ポンプのクライオパネルの核発熱は大きなもので無く炉の設計に厳しい問題を与えるものではない。特に中性粒子入射装置の場合ドリフト管が良い遮蔽体となっており主真空ポンプより核発熱は小さい。なお核発熱の90%以上はガンマ線によるものである。
- (8) トーラス形状を扱った3次元モンテカルロ計算を行う事によって、1次元計算による第1壁近辺の放射線束は過大評価となっている事が確認された。

MORSE-GGコードに適当な修正を加え、JXFR第1壁上の熱輻射による発熱分布解析を行った。その結果ブランケット容器の先端のドーム部表面上の熱負荷分布を得る事ができた。そして次の事を示した。

- (9) 若干の修正を加える事により、MORSE-GGコードは熱輻射の解析を行う事が出来る。受熱部であるブランケット容器表面の輻射率は容器表面の発熱分布に大きな影響を与えるが、反射特性（鏡面反射、拡散反射）はあまり影響を与えない。

以上が本論文の要約であるが、今後の研究の方向としては

- (1) 計算時間が短縮された事によって可能となった計算、例えばブランケットに在る間隙、小径の貫通孔からの放射線輸送解析などを行う事。
- (2) トロイダル磁場コイルの遮蔽計算がモンテカルロ法で可能となる様に更に計算時間短縮の手法を開発する事。

が考えられる。特に(2)に関しては既存の理論に捕われない自由な発想が必要であろう。

謝 辞

モンテカルロ法計算コードの改良及びJXFR, INTOR-J核設計への適用に関して御討論いただいた炉設計研究室の関泰氏, 日本原子力事業の山内通則氏に深く感謝します。センチュリー・リサーチ・センターの川崎弘光氏には, プログラミング, 入力の作成に助力していただきました事を感謝します。

本論文は小幡行雄核融合研究部長の御示唆により書き初めたものであり, 終始励ましていただいた事を深く感謝します。また迫淳炉設計研究室長には, 本論文を書くにあたり種々の御配慮をいただきました事を深く感謝します。

論文をまとめるに際し, 貴重なコメントと励ましをいただいた東京大学の安成弘教授, 近藤駿介助教授, 岡芳明助教授に深く感謝します。

参 考 文 献

- (1) 迫 淳, 他「核融合実験炉第1次予備設計」, JAERI-M 7300 (1977)
- (2) Fusion System Laboratory "Engineering Aspects of the JAERI Proposal for INTOR(II)" JAERI-M 8518 (1979)
- (3) A. P. Fraas, "Comparative Study of the More Promising Combinations of Blanket Materials, Power Conversion Systems, and Tritium Recovery and Containment Systems for Fusion Reactors, ORNL-TM-4999, (1975)
- (4) Y. Seki, K. Sako, K. Tanaka and T. Hiraoka, "Tritium Breeding in Ceramic Lithium-Compound Blanket", CONF-740402P2, (1974)
- (5) 飯田浩正, 関 泰, 井手隆裕「核融合実験炉ブランケットの核特性」, JAERI-M 6460, (1976)
- (6) T. Ide, Y. Seki and H. Iida "Evaluation of Neutron Streaming through Injection Ports in a Tokamak-Type Fusion Reactor", JAERI-M 6475 (1976)
- (7) 関 泰, 「核融合炉核設計とブランケット炉物理実験の設計への適用」, JAERI-M 6726, (1976)
- (8) 祝一裕, 関 泰, 「核融合炉のモリブデン構造材中の気体生成量評価」, JAERI-M 5855, (1974)
- (9) Y. Seki, "Gas Production Rates in Lithium Oxide of Fusion Reactor Blanket", J. Nucl. Sci. Tech., 12, 12, p.769~772 (1975)
- (10) 井手隆裕, 関 泰, 飯田浩正, 「核融合炉材料の中性子照射損傷の計算」, JAERI-M 6672, (1976)
- (11) 関 泰, 「超電導コイルの遮蔽設計の検討(I)(第1次検討)」, JAERI-M 6046, (1975)
- (12) 関 泰, 飯田浩正, 井手隆裕, 「超電導マグネットの遮蔽設計の検討(II)(深層透過問題の検討)」, JAERI-M 6540, (1976)
- (13) 関 泰, 井手隆裕, 飯田浩正, 「超電導マグネットの遮蔽設計の検討(III)(核融合実験炉の遮蔽設計)」, JAERI-M 6783, (1976)
- (14) G. Casini and R. Cuniberi, "Nuclear Blanket and Shielding Problems in Demonstration Fusion Reactors", CONF-740402P2, p.238 (1974)
- (15) J. T. Kriese and D. Steiner "Magnet Shield Design for Fusion Reactors", ORNL-TM-4256, (1973)
- (16) M. A. Abdou and C. W. Maynard "Nuclear Design of the Magnet Shield for Fusion Reactors", CONF-740402P1, (1974)
- (17) T. A. Gabriel, R. T. Santoro and W. W. Jr Engle "Shielding Design Calculations for ORMAK-F/BX", ORNL-TM-4619, (1974)
- (18) D. Steiner, "The Neutron Induced Activity and Decay Power of the Niobium Structure of a D-T Fusion Reactor Blanket", ORNL-TM-3094, (1970)
- (19) S. Blow, "Transmutation, Activity and Afterheat in a Fusion Reactor

Blanket ", CONF-710624, (1971)

- ⑳ D. Steiner, "The Nuclear Performance of Vanadium as a Structural Material in Fusion Reactor Blankets", ORNL-TM-4353, (1973)
- ㉑ W. F. Vogelsang, G. L. Kulcinski, R. G. Lott and T. K. Sung, "Transmutations, Radioactivity and Afterheat in a D-T Tokamak Fusion Reactor" Nucl. Tech., 22, 379, (1974)
- ㉒ B. Badger, et al. "UWMAK-I: A Wisconsin Toroidal Fusion Reactor Design", UWFDM-68, (1975)
- ㉓ R. W. Conn, T. Y. Sung and M. A. Abdou, "Comparative Study of Radioactivity and Afterheat in Several Fusion Reactor Blanket Designs", FDM-113, (1974)
- ㉔ J. Powell, et al., "Minimum Activity Blankets Using Aluminum Structure", CONF-740402P1, p. 533~547, (1974)
- ㉕ D. J. Dudizak and R. A. Krakowski, "A Comparative Analysis of D-T Fusion Reactor Radioactivity and Afterheat", CONF-740402P1, p. 548~563, (1974)
- ㉖ D. W. Nigg and J. N. Davidson, "The Induced Activity and Decay Power of the Structure of a Stainless Steel Fusion Reactor Blanket", CONF-740402-P1, p. 578~587, (1974)
- ㉗ 関 泰, 原田雄平, 浅見直人「D-T燃焼実験に伴う銅コイルの誘導放射能」, JAERI-M 5862, (1974)
- ㉘ M. L. Williams, R. T. Santoro and T. A. Gabriel "The Calculated Performance of Various Structural Materials in Fusion-Reactor Blankets", Nucl. Tech., 29, 384, (1976)
- ㉙ 飯田浩正, 関 泰, 井手隆裕「核融合実験炉の誘導放射能と線量率」, JAERI-M 6639, (1976)
- ㉚ B. Badger, et al., "UWMAK-III: A Noncircular Tokamak Power Reactor Design", UWFDM-150, (1976)
- ㉛ H. Iida, Y. Seki and T. Ide. "Induced Activity and Dose Rate in a Fusion Reactor with Molybdenum Blanket Structure", J. Nucl. Sci. Tech. 14, 11 (1977)
- ㉜ 飯田浩正, 関 泰「核融合炉材料の誘導放射能」, JAERI-M 7582, (1978)
- ㉝ 若山直昭, 「放射線下におけるセンサ」, 日本機械学会誌, 82, 731, p. 1154~1159, (1979)
- ㉞ 吉田義男, 私信
- ㉟ J. Jung "Finite Difference Equations for Transport Equation in Toroidal Geometry", Nucl. Sci. Eng. 60, 74, (1976)
- ㊱ E. A. Straker, P. N. Stevens, D. C. Irving and V. R. Cain "The MORSE Code-A Multigroup Neutron and Gamma-Ray Monte Carlo Transport Code",

- ORNL-4585, (1970)
- (37) D. C. Irving and G. W. Morrison " PICTURE : An Aid in Debugging Geometry Input Data ", ORNL-TM-2892, (1970)
- (38) 植木紘太郎, 「モンテカルロ法による遮蔽問題の解析」, 日本原子力学会誌, 22, 8, p. 25~32, (1980)
- (39) 飯田浩正, 川崎弘光, 「-TOPIC- トーラスモンテカルロ形状入力チェック計算コード」, JAERI-M 8289, (1979)
- (40) 山内通則, 飯田浩正, 「モンテカルロ法輸送計算コードによるトーラス形状の取り扱い」, JAERI-M 9340, (1981)
- (41) 高木貞治, 「代数学講義」, 共立出版
- (42) L. L. Carter and E. D. Cashwell, " Particle-Transport Simulation with the Monte Carlo Method ", TID-26607, (1975)
- (43) F. H. Clark, " The Exponential Transform as an Importance-Sampling Device-A Review ", ORNL-RSIC-14, (1966)
- (44) R. R. Coveyou, V. R. Cain and K. J. Yost " Adjoint and Importance in Monte Carlo Application ", Nucl. Sci. Eng. 27, p. 219~234, (1967)
- (45) C. E. Burgart and P. N. Stevens, " A General Method of Importance Sampling the Angle of Scattering in Monte Carlo Calculations ", Nucl. Sci. Eng. 42 p. 306~323, (1970)
- (46) A. B. Chilton, " Linear Energy Transformation for Gamma-Ray Monte Carlo Calculations ", Nucl. Sci. Eng. 34 p. 328~329, (1968)
- (47) H. Borgwaldt " Comparison of 3 Method to Control the Leakage of Particles in a Monte Carlo Game ", CONF-710302, p. 857~870, (1971)
- (48) H. Iida and Y. Seki, " Reduction of Computational Time for Point Detector Estimator in Monte Carlo Transport Code ", Nucl. Sci. Eng. 74 p. 213~215 (1980)
- (49) H. Iida and Y. Seki, " A Point Detector Scoring Method Compatible with Monte Carlo Transport Calculations of Specularly Reflected Particles " Nucl. Sci. Eng., 76, 302-307, (1980)
- (50) B. H. CMIPHOB, 「高等教学教程」, 共立出版(翻訳)
- (51) W. W. Jr. Engle, " A User's Manual for ANISN ", K-1693, (1967)
- (52) M. H. Kalos, " On the Estimation of Flux at a Point by Monte Carlo ", Nucl. Sci. Eng., 16, p. 111~117, (1963)
- (53) H. A. Steinberg and M. H. Kalos, " Bounded Estimators for Flux at a Point in Monte Carlo ", Nucl. Sci. Eng. 44, p. 406~412, (1971)
- (54) S. K. Fraley and T. J. Hoffman, " Bounded Flux-at-a-Point Estimators for Multigroup Monte Carlo Computer Codes ", Nucl. Sci. Eng., 70, p. 14~19 (1979)
- (55) 飯田浩正, 関 泰, 井手隆裕, 「モンテカルロ法で深層透過問題を扱うための新しい

- estimator の提案」, 未公刊資料, (1977)
- 60 H. Iida and Y. Seki, "Simple Method of Eliminating Infinite Variance in Point Detector Problem of Monte Carlo Calculation", J. Nucl. Sci. Tech., 17, 4, p.315~317, (1980)
- 61 V. R. Cain and M. B. Emett, "BREESE-II: Auxiliary Routines for Implementing the Albedo Option in the MORSE Monte Carlo Code", ORNL/TM-6807, (1979)
- 62 H. Iida, T. Ide and Y. Seki, "Nuclear Heat Deposition in Cryosorption Pumps of a Fusion Reactor", Proc. 7th Symp. on Engineering Problems of Fusion Research, p.1658~1662, (1977)
- 63 宮坂駿一, 他, 「放射線輸送・発熱計算コードシステム RADHEAT」, JAERI-M 5794, (1974)
- 64 M. A. Abdou, C. W. Maynard and R. Q. Wright, "MACK: A Computer Program to Calculate Neutron Energy Release Parameters and Multigroup Neutron Reaction Cross Sections from Nuclear Data in ENDF Format", ORNL-TM-3994, (1973)
- 65 W. E. III Ford and D. H. Wallance "POP0P4, A Code for Converting Gamma-Ray Spectra to Secondary Gamma-Ray Production Cross Sections" CTC-12, (1969)
- 66 M. Yamauchi, H. Iida and T. Murata "Calculation of Neutron and Gamma-Ray Streaming through the Neutral Beam Injector Port of INTOR-J", 11th Symp. on Fusion Tech. (1980)
- 67 M. Kawai, M. Yamauchi, H. Kadotani and I. Suzuki, "A Study of Applicability of An Albedo Monte Carlo Method for Neutron Streaming Calculation", Proc. 5th International Conference on Reactor Shielding, p.636, (1977)
- 68 Y. Seki and H. Iida, "Coupled 42-Group Neutron and 21-Group Gamma-Ray Cross Section Sets for Fusion Reactor Calculations", JAERI-M 8818, (1980)
- 69 Y. Seki and H. Iida, "Monte Carlo Calculation of First Wall Neutron Flux in Tokamak Fusion Reactor", J. Nucl. Sci. Tech., 17, 4, p.301~304(1980)
- 70 W. Dänner, "Neutron Flux Asymmetry in Toroidal Geometries", IPP 4/101, (1974)
- 71 H. Iida, Y. Seki, T. Yamamoto and H. Kawasaki, "Poloidal Distributions of Neutron Flux, Radiation Damage and Nuclear Heating Rate in a First Wall System of INTOR-J", JAERI-M 8517, (1979)
- 72 W. G. Price Jr. and D. L. Chapin, "Neutron Wall Load Distributions in a Circular Cross Section Tokamak", MATT-1102, (1975)
- 73 M. Kasai, S. Kondo and S. An, "Poloidal Distribution of Radiation Heating and 14MeV Neutron Flux at the First Wall", Proc. 9th Symp. on Fusion

- Technology, Garmisch-Partenkirchen, 1976 June 14~18, p.657~663, (1977)
- (70) W. M. Stacey, et al., "Tokamak Experimental Power Reactor Conceptual Design", ANL/CTR-76-3, (1976)
- (71) H. Iida, Y. Seki and K. Sako "Radiative Heat Deposition Analysis of Fusion Reactor First Wall by Monte Carlo Transport Code", J. Nucl. Sci. Tech., 18, 4, p.
- (72) M. M. Weiner, J. W. Tindall and L. M. Candell, "Radiative Interchange Factors by Monte Carlo", ASME 65-WA/HT-51, (1965)
- (73) J. R. Howell, "Calculation of Radiant Heat Exchange by the Monte Carlo Method", ASME 65-WA/HT-54, (1965)
- (74) J. S. Toor and R. Viskanta, "A Numerical Experiment of Radiant Heat Interchange by the Monte Carlo Method", Int. J. Heat Mass Transfer, 11, p. 839~897, (1968)
- (75) 桜庭順二, 柴田猛順, 「モンテカルロ法によるクライオ・ポンプの熱負荷の計算」, JAERI-M 7611, (1978)
- (76) S. Whitaker, "Fundamental Principles of Heat Transfer", (1977), Pergamon Press