

JAERI-M
9793

短波長電磁バルーニング不安定性

1981年11月

伊藤 公孝・伊藤 早苗*・徳田 伸二
津田 孝

この報告書は、日本原子力研究所が JAERI-M レポートとして、不定期に刊行している研究報告書です。入手、複製などのお問い合わせは、日本原子力研究所技術情報部（茨城県那珂郡東海村）あて、お申しこしてください。

JAERI-M reports, issued irregularly, describe the results of research works carried out in JAERI. Inquiries about the availability of reports and their reproduction should be addressed to Division of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken, Japan.

短波長電磁バルーニング不安定性

日本原子力研究所 東海研究所 核融合研究部

伊藤 公孝・伊藤 早苗*・徳田 伸二・津田 孝

(1981年10月20日受理)

トロイダルプラズマの電磁低周波不安定性が無衝突極限に於て粒子運動論的方法により解析された。高 n バルーニングモードが特定され、MHD理論と比較された。このモードは成長率が ω_* の程度であり、すべてのパラメータで不安定である。 β 値がMHD近似で示される限界ベータ値に近づくと成長率は増大し周波数低下が起こる。磁気軸のトロイダルシフトや磁気井戸効果は強い安定化効果を有し、高ベータ値では成長率が減るが、共鳴粒子の寄与により「第二安定領域」に於ても不安定性が残る。成長率を ω_* で規格化して考えると、それはMHD不安定領域にピークを持つ事が多いが、その高さは低い。ベータが0に近づくと静電バルーニングモードに転換する。ドリフト波やドリフト・アルフベン波もトロイダルプラズマ中に存在するが、磁気シアにより安定化される。

Electromagnetic High-n Ballooning Instabilities

Kimitaka ITOH, Sanae-Inoue ITOH^{*}, Shinji TOKUDA and Takashi TUDA

Division of Thermonuclear Fusion Research,
Tokai Research Establishment, JAERI

(Received October 20, 1981)

Kinetic theory of high-n electromagnetic low frequency modes in a finite-beta toroidal plasma is investigated in a collisionless limit. The high-n electromagnetic ballooning mode is identified and compared with the MHD ballooning mode. This mode is found to be always unstable with the growth rate of the order of the drift frequency. As beta-value increases and approaches the critical beta-value predicted by the MHD theory, the growth rate becomes large and the real frequency downshift appears. Toroidal shift of the magnetic axis and the magnetic well have the stabilization effects, but the mode is unstable even in the "second stability region" of the MHD theory. The growth rate normalized to the drift frequency has a peak in the MHD-unstable parameter region, but the peak is low. In the zero-beta limit, this mode turns out to be the electrostatic ballooning mode. The drift and drift-Alfvén branches are also identified in toroidal plasmas but remain to be stable due to the magnetic shear.

Keywords; Ballooning Mode, Beta-limit, Kinetic Theory, Electromagnetic Mode,
Low Frequency Instability, Toroidal Plasma

* Institute for Fusion Theory, Hiroshima University, Hiroshima, 730.

目 次

1. 序	1
2. 基礎方程式	4
3. MHD バルーンモード方程式との比較	8
4. 数値解析	10
5. 結 語	16
謝 辞	17
付章 数値計算法	18
参 考 文 献	21
図 版 説 明	24
図 版	26

Contents

1. Introduction	1
2. Basic Equations	4
3. Comparison to the MHD Ballooning Mode Equation	8
4. Numerical Analysis	10
5. Conclusion and Discussion	16
Acknowledgements	17
Appendix: Numerical Method	18
References	21
Figure Captions	24
Figures	26

1. 序

トロイダルモード数 n の大きなバルーニング不安定性は主として二つの動機によって研究されてきた。ひとつは、安定な高ベータ値の平衡の可能性を調べるためであり、また、トロイダル装置での異常輸送現象を解明するためである。ベータ (β) 値とはプラズマ圧力と磁気圧力の比である。磁気流体力学 (MHD) 方程式に基づいた方法によってバルーニング不安定性の解析が始められた。それらの研究によると閉込め装置の β 上限値を決めるものが高 n バルーニングモードであると考えられ、高い β 値までバルーニングモードに対して安定な平衡が探究されてきた。¹⁻⁵⁾ β 値の高い平衡を解析するとバルーニングモードの不安定領域に入るが、さらに β 値の高い状態を解析すると、非常に β 値の高い領域ではふたたびバルーニングモードが安定になることが発見された。⁶⁻¹¹⁾ どの様にその「第二安定領域」に近づくことができるのかわかれば β 値の限界の問題は解決されることになる。これらのモードは β 値が高い所で不安定になり、さらに短波長である程成長率が大きいので、プラズマ閉込めに最も危険なモードに対しては MHD 方程式による解析だけでは十分でなく、粒子運動論的效果が重要な要素になっている。高温プラズマでは有限ラーマー運動の効果、波-粒子の相互作用を取り込んで解析しなければならない。長波長のヘリカル不安定性に対しても粒子運動論效果が安定性を決めることが示されている。¹⁵⁾ 一方、微視的な運動によるプラズマの輸送は、その運動のうち磁場に平行方向の電場成分 (\tilde{E}_{\parallel}) の寄与が大きい。¹⁶⁾ MHD 方程式では $\tilde{E}_{\parallel} = 0$ が仮定されており、バルーニングモード揺動に伴う \tilde{E}_{\parallel} 成分の構造を決めるのは粒子運動論的方法をまって初めて可能になる。バルーニングモードによる輸送の増大や、閉込めの劣化の度合を評価することができれば、そのロスに打ち勝つだけの加熱入力を加える事で不安定領域を超えて第二安定領域に入る可能性がひらかれるであろう。

トロイダル装置で観測される異常輸送を説明するために低 β 値の極限で静電バルーニングモードが解析された。¹⁷⁻²³⁾ 静電バルーニングモードは、トロイダル配位でのドリフト波の分枝に属するモードではなく、コンベクティブモード (スラブプラズマで $\omega \sim 0$) が $\nabla p \cdot \nabla B$ の力により不安定化するモードである。 β 値が有限の大きさを持ち、電子イオン質量比 M_e/M_i に近づくと、静電ポテンシャルと磁場の揺動が結合する。スラブプラズマでは、ドリフト波とドリフト・アルフベン波の β 値による結合として知られている。モード構造や成長率はこの電場-磁場結合により大きく変わる。現在までの所、トロイダル有限 β 値のプラズマ内にある低周波モードの確認と分類は、限られた極限でその一部が知られているにすぎない。この論文に於て、有限 β 値のトロイダルプラズマ内のモードを確認し、それ等と、従来から知られてきたドリフト波、ドリフト・アルフベン波、及び MHD バルーニングモードとの関連を明確にする。

トロイダルプラズマ中の運動論的バルーニングモード方程式は、報文 [14] に於て、ブラソフ・マックスウェル方程式から導びかれた。その方程式系では、ドリフト波とドリフト・アルフベン波との結合を含み、またトロイダル効果による隣接するポロイダル成分の間の結合を含む。さらには、電子やイオンの粒子運動論的応答の、磁気シアによる径方向不均一性も含ん

でいる。これは、まず強結合近似によって解かれた¹⁴⁾マトリックス法²⁵⁾を応用することで、強結合近似をせず、Z-函数を近似無く評価して、電磁バルーニングモードを確認することができた。その結果の一部は報文〔26〕に報告された。

この論文では、円型断面のトロイダルプラズマに於ける電磁バルーニングモードを解析する。高ベータプラズマに特有の、磁気軸のトロイダルシフトや磁気井戸効果も考察する。ドリフト波とドリフト・アルフベン波の結合効果、粒子運動論的效果（波-粒子相互作用、有限ラーマ-運動効果）も同時にとり入れる。電子とイオンの応答の径方向の構造が正確に評価されている。こうした効果は、安定性を決めるために重要な、励起や減衰への寄与を持っている。この方程式を解いて、電磁バルーニングモードを確認し、パラメータの依存性が調べられた。極限的パラメータについて解くことで、従来のモードとの関連が明らかにされた。粒子運動論効果を見捨て、MHDの極限を取る近似、または $\beta \rightarrow 0$ の極限、さらにはトロイダル効果0の極限²¹⁻²³⁾を研究することで、ここでの解析が、MHDバルーニングモードや、静電バルーニングモード²⁷⁻²⁹⁾さらにはシア磁場中のスラブプラズマのドリフト波やドリフト・アルフベン波²⁷⁻²⁹⁾についての従来からの解析を包含していることがわかる。

電磁バルーニングモードの成長率は、 β 値が、MHD理論による β 値限界 β_c に近づくと、増大を始める。 $\beta \gg \beta_c$ であるパラメータでは、電磁バルーニングモードの成長率はMHD理論での結果に近い。しかし、 $\beta < \beta_c$ では、MHD理論が安定という結果を与えるのに反し、不安定である。電磁バルーニングモードは静電バルーニングモードに変わる。 β 値が β_c を超え不安定領域に入り、さらに第二安定領域に近づくと磁気軸のトロイダルシフトの効果が大きくなる。MHD理論で予言されている通り、成長率は減少を始める。しかし、「第二安定領域」に於ても不安定性が残る。磁気井戸効果も β 値が上がると顕著になり安定化効果を示す。周波数は $\beta > \beta_c$ となるとドリフト周波数 ω_* でなくてむしろ $-\omega_* T_i / 2 T_e$ に近づく。波はイオンドリフトの向きに伝わる様になる。 $\beta > \beta_c$ では、 $0 \sim \omega < \gamma \sim \omega_*$ という関係があって、周波数は成長率よりずっと小さい。

微視的なモードは異常輸送を増大させるが、どのモードがどのくらいの寄与を持つかの大体の目安を γ / ω_* の値によって知る事ができる。^{14,30)}電磁バルーニングモードを解析した結果、 γ / ω_* の値は $\beta \rightarrow 0$ の極限に比して数倍程度にしかならない。さらにバルーニングモードに伴う磁場揺動が輸送を増す可能性があるが、最も不安定なモードについては有理面上で磁場揺動成分がゼロとなるので磁気アイランドの巾が従来心配されていた程には大きくならない事がわかった。モードの成長率や構造についてのこれらの結果は、たとえプラズマの β 値が β_c を超え電磁バルーニングモードが不安定になっても、プラズマ閉込めの性能がひどく劣化する事が無い事を示唆している。このバルーニングモードの他に、周波数 ω が ω_* に近い他の二つの分枝も確認された。それはトロイダルプラズマ中のドリフト波とドリフト・アルフベン波である。シア・パラメータを一定に保ってトロイダル効果を0に近づけると、スラブ配位での結果になる。これら二つの分枝のモードはトロイダル効果があっても、安定であるかまたは弱い不安定性に留まる。

本報文の目的は短波長電磁バルーニングモードに対する粒子運動論的效果の基本的な機構を研究する事にあり、更に、以前から確認されていたモードとの対応をつける事にある。一般的

な平衡配位での解析^{13,31)}が主目的ではなく簡単化のために捕捉粒子の効果は無視した。高温プラズマの無衝突極限を扱う。

本報文の構成は以下の通り。第二章では基礎方程式を示す。第三章ではMHD方程式との比較をし、MHDモードとの関係を示す。第四章に数値解析の結果を示す。四章は五つに分けられ、4-A), 4-B)ではそれぞれ偶奇の別々の対称性を持ったバルーニングモードを解析し、静電バルーニングモードへの変換を示す。4-C)ではドリフト波とドリフト・アルフベン波を解析する。4-D)では、磁気井戸の効果解析し、最後に4-E)でトロイダルシフトの効果調べる。「第二安定領域」に入る可能性が示された。結語と討論を五章に示す。

2. 基礎方程式

この論文では磁気面が円型断面である平衡の安定性を解析する。第1図に磁場配位を示す。磁気面は円型であるが中心がトロイダルシフトにより磁気軸からずれる。小半径 r の磁気面の中心は $\rho = R + \Delta(r)$ に位置している。(R は主半径)。このトロイダルシフトは β 値が大きな平衡に特有なものであり、第二安定領域を実現させる機構のひとつである。ポロイダル磁場は磁気面上で均一でなく、

$$B_p(r, \theta) \approx \bar{B}_p(r) \left\{ 1 - \left(\frac{d\Delta}{dr} + \frac{r}{R} \right) \cos \theta \right\} \quad (1)$$

と与えられる³²⁾ここで r は小半径で θ はポロイダル角である。トロイダルシフトの為に、磁力線のピッチ $d\theta/d\varphi$ は磁力線に添って一様でなくなる。そこで、 (r, θ, φ) の座標系のかわりに非直交座標系 (r, η, φ) を用いる。新しい座標系では磁力線に添って $d\eta/d\varphi$ が一定で磁力線が真直ぐに見える、

$$\theta = \eta + \Lambda \sin \eta \quad (2)$$

及び

$$\Lambda = -\frac{d\Delta}{dr} + \frac{r}{R} \quad (3)$$

を満たす(ただし $\Lambda < 1$ とする)。さらにトカマク近似 $B_p^2/B_t^2 \ll 1$ を用いる。

平衡分布函数としては局所マックスウェル分布を選ぶ。

$$f_0(\vec{r}, \vec{v}) = \frac{n_0}{(2\pi v_T^2)^{3/2}} \exp \left\{ -\frac{1}{L_n} \frac{M_j c}{q_j \bar{B}_p} \left(\frac{r q_j B_p}{M_j c} - \frac{v_\varphi}{R} \right) - \sum_\alpha \frac{v_\alpha v^\alpha}{2 v_T^2} \right\} \quad (4)$$

ここで $v_T^2 = T_j / M_j$ とし、さらに M_j , q_j 及び T_j は j 種粒子の質量、電荷及び温度である。 v_α ($\alpha = r, \eta, \varphi$) は \vec{v} の共変成分であり、 v^α は反変成分である。密度勾配を考慮し、勾配長は L_n である。圧力は磁気面上で一定であり、圧力の磁気面を横切る勾配はほぼ $\bar{p}'(r) \{ 1 - d\Delta/dr \cos \eta \}$ で与えられる。

解析する摂動 $\tilde{X}(\vec{r}, t)$ をフーリエ分解し

$$\tilde{X}(\vec{r}, t) = \sum_m \tilde{X}_m(r) \exp(i m \eta - i n \varphi - i \omega t) \quad (5)$$

と表わす。平衡の軸対称性により、トロイダルモード数 n の異なるモードは互いに独立に扱うことができる。磁場の不均一による ∇B ドリフトによって、粒子の案内中心は

$$\vec{v}_D = -\frac{v^2 + v_\parallel^2}{2 v_{Tj}^2} \frac{c T_j}{q_j B R} (z - U_\eta) \quad (6)$$

のドリフト速度を持つ。ここでUは磁気井戸の寄与である ($U \ll 1$)。線型化されたブラッフ・マックスウェル方程式が軌道積分法により解かれた。摂動を静電ポテンシャル Φ とベクトルポテンシャル \vec{A} で表わす。 $\vec{E} = -\nabla\Phi - \partial\vec{A}/c \partial t$ 及び $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$ 。ここでは、極端に β 値の高い場合を解析しないから磁場摂動のうち圧縮成分を無視する。そこで、 \vec{A} のうち磁場と平行な成分 Ψ を用いる。イオン・サイクロトロン周波数より低周波でnの大きなモードの満たす方程式は、連立の微分方程式となる。

$$\begin{aligned}
 & \left(1 + \frac{\Lambda^2}{2}\right) \frac{d^2}{dx^2} \psi_m - \left(1 + \frac{5}{2}\Lambda^2\right) b \psi_m \\
 & + \Lambda \left(-\frac{d^2}{dx^2} - 2k\rho_i \frac{d}{dx} + b\right) \psi_{m-1} + \Lambda \left(\frac{d^2}{dx^2} + 2k\rho_i \frac{d}{dx} + b\right) \psi_{m+1} \\
 & + \frac{\Lambda^2}{4} \left(\frac{d^2}{dx^2} - 4k\rho_i \frac{d}{dx} + 3b\right) \psi_{m-2} + \frac{\Lambda^2}{4} \left(\frac{d^2}{dx^2} + 4k\rho_i \frac{d}{dx} + 3b\right) \psi_{m+2} \\
 = & -\beta_i \frac{M_i}{M_e} \frac{\omega}{k_{\parallel} c} P \left(\phi_m + \frac{\omega}{k_{\parallel} c} \psi_m\right) \\
 & - \varepsilon \beta_i \frac{M_i}{M_e} \frac{\omega^*}{k_{\parallel} c} R \left\{ \left(1 - \frac{1}{k\rho_i} \frac{d}{dx}\right) \phi_{m-1} + \left(1 + \frac{1}{k\rho_i} \frac{d}{dx}\right) \phi_{m+1} \right. \\
 & \left. + \Lambda \left(1 - \frac{1}{k\rho_i} \frac{d}{dx}\right) \phi_{m-2} + \Lambda \left(1 + \frac{1}{k\rho_i} \frac{d}{dx}\right) \phi_{m+2} - (2\Lambda + U) \phi_m \right\}, \tag{7}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \left(1 + \frac{\Lambda^2}{2}\right) \frac{d^2}{dx^2} \phi_m - \left(1 + \frac{5}{2}\Lambda^2\right) b \phi_m \\
 & + \Lambda \left(\frac{d^2}{dx^2} - 2k\rho_i \frac{d}{dx} + b\right) \phi_{m-1} + \Lambda \left(\frac{d^2}{dx^2} + 2k\rho_i \frac{d}{dx} + b\right) \phi_{m+1} \\
 & + \frac{\Lambda^2}{4} \left(\frac{d^2}{dx^2} - 4k\rho_i \frac{d}{dx} + 3b\right) \phi_{m-2} + \frac{\Lambda^2}{4} \left(\frac{d^2}{dx^2} + 4k\rho_i \frac{d}{dx} + 3b\right) \phi_{m+2} \\
 = & -\frac{1}{\xi_i Z(\xi_i)} \frac{\omega}{\omega\tau + \omega^*} \left[P \left(\phi_m + \frac{\omega}{k_{\parallel} c} \psi_m\right) \right. \\
 & \left. + \frac{\varepsilon\omega^*}{\omega} \left\{ R + \frac{(1+\tau)\omega^*}{\tau\omega} \right\} \left\{ \left(1 - \frac{1}{k\rho_i} \frac{d}{dx}\right) \phi_{m-1} + \left(1 + \frac{1}{k\rho_i} \frac{d}{dx}\right) \phi_{m+1} \right. \right. \\
 & \left. \left. + \Lambda \left(1 - \frac{1}{k\rho_i} \frac{d}{dx}\right) \phi_{m-2} + \Lambda \left(1 + \frac{1}{k\rho_i} \frac{d}{dx}\right) \phi_{m+2} - (2\Lambda + U) \phi_m \right\} \right] \tag{8}
 \end{aligned}$$

ここで、 $\phi = -im\Phi$, $\psi = im\Psi$

$$P = \frac{\omega^* - \omega}{2\omega} Z'(\xi_e) - \frac{\omega\tau + \omega^*}{2\omega} Z'(\xi_i), \tag{9-1}$$

$$R = \frac{\omega_* - \omega}{2\omega} \left\{ Z'(\xi_e) - \frac{\xi_e}{2} Z''(\xi_e) \right\} + \frac{(\omega\tau + \omega_*)}{2\omega\tau} \left\{ Z'(\xi_i) - \frac{\xi_i}{2} Z''(\xi_i) \right\}, \quad (9-2)$$

$x = (r - r_s) / \rho_i$, ρ_i はイオンラーマ半径, q は安全係数であって $q(r_s) = m/n$, $k = m/r$, $\beta_i = 4\pi n_0 T_i / B^2$, $\xi_i = \omega / \sqrt{2} |k_{||} v_{Tj}|$, $\omega_* = c T_e k / e B L_n$, $\tau = T_e / T_i$, $\epsilon = L_n / R$, $k_{||} = (m - nq) / qR$, $b = k^2 \rho_i^2$ であり $Z(\xi)$ はプラズマ分散函数である。(7), (8)式の左辺に現われる $m \pm 1, m \pm 2$ 成分との結合は座標軸の非直交性, 言い換えればトロイダルシフトによる。右辺のものは ∇B ドリフトが磁気面上で均一でない事から生じる。第(7), (8)式を導出する際, $b, d^2/dx^2$ 及び ϵ を微小パラメータと考えその一次の補正を残した。磁気軸のトロイダルシフトによる結合効果は $\Lambda > r/R$ のパラメータで重要になるので, ここでは $\Lambda = -\Delta$ 及び $r d\Lambda/dr \sim \Lambda$ という近似を用いる。 φ と ψ の二つの量の間の結合係数は $\beta_i \omega^2 / k_{||}^2 v_i^2$ の程度になるので重要であるが, それに対し, ϕ と \tilde{B}_φ との結合係数は β_i の程度である。^{28,29,33)} そのため, \tilde{B}_φ との結合は小さな補正にすぎない。この事情はトロイダルプラズマであっても変らない。¹³⁾

(7), (8)式に於て $\beta_i \rightarrow 0$ の極限をとれば, 静電バルーニング方程式²⁰⁻²³⁾ が導びかれる。ただし, (8)式には \tilde{n}_e にトロイダル効果による補正が加えられているのでより正確な式になっている。また, β_i を有限に保ったまま, シアパラメータ $L_s / L_n = q / \epsilon s$ を一定にして $\epsilon \rightarrow 0$ の極限をとればシア磁場中のドリフト波方程式になる。MHD方程式との関連は次章で述べるが, MHD高 n バルーニングモード方程式がMHD近似の極限で導びかれる。従って, (7), (8)式を解くことにより, 極限として, 静電バルーニングモード, MHDバルーニングモード, それにスラブドリフト波とドリフト・アルフベン波の解が得られる。電磁バルーニングモードを確認して, これらのモードとの関係を調べるのが本報の目的である。

ひとつの固有函数(5)を形成するポロイダル成分は $q(0) \leq m \leq q(a)$ を満たすもので, その総数は約 $(q(a) - q(0))n$ 個になる。従って(7), (8)は $2n(q(a) - q(0))$ 本の連立方程式になるが, その総数は多大すぎてこのままの形では事実上解くのは不可能である。しかし, 逆に n が十分大きくなれば, (7), (8)式は

$$(x, m) \rightarrow (x - \delta, m + 1) \quad (10)$$

の変換によって不変になる。ここで $\delta \rho_i$ は2つの隣り合う有理面の間の距離であって, $\delta = 1 / s k \rho_i$, $s = r q' / q$ ^{14,34)} で与えられる。この関係を利用すると(7), (8)式は

$$\begin{aligned} & \left(1 + \frac{\Lambda^2}{2}\right) \frac{d^2}{dx^2} \psi(x) - b \left(1 + \frac{5}{2} \Lambda^2\right) \psi(x) \\ & + \Lambda \left(\frac{d^2}{dx^2} - 2k\rho_i \frac{d}{dx} + b\right) \psi(x + \delta) + \Lambda \left(\frac{d^2}{dx^2} + 2k\rho_i \frac{d}{dx} + b\right) \psi(x - \delta) \\ & + \frac{\Lambda^2}{4} \left(\frac{d^2}{dx^2} - 4k\rho_i \frac{d}{dx} + 3b\right) \psi(x + 2\delta) + \frac{\Lambda^2}{4} \left(\frac{d^2}{dx^2} + 4k\rho_i \frac{d}{dx} + 3b\right) \psi(x - 2\delta) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= -\beta_i \frac{M_i}{M_e} \frac{\omega}{k_{\parallel} c} P \left\{ \phi(x) + \frac{\omega}{k_{\parallel} c} \psi(x) \right\} \\
 &\quad - \varepsilon \beta_i \frac{M_i}{M_e} \frac{\omega^*}{k_{\parallel} c} R \left\{ \left(1 - \frac{1}{k \rho_i} \frac{d}{dx} \right) \phi(x+\delta) + \left(1 + \frac{1}{k \rho_i} \frac{d}{dx} \right) \phi(x-\delta) \right. \\
 &\quad + \Lambda \left(1 - \frac{1}{k \rho_i} \frac{d}{dx} \right) \phi(x+2\delta) + \Lambda \left(1 + \frac{1}{k \rho_i} \frac{d}{dx} \right) \phi(x-2\delta) \\
 &\quad \left. - (2\Lambda + U) \phi(x) \right\} \tag{11}
 \end{aligned}$$

及び

$$\begin{aligned}
 &\left(1 + \frac{\Lambda^2}{2} \right) \frac{d^2}{dx^2} \phi(x) - b \left(1 + \frac{5}{2} \Lambda^2 \right) \phi(x) \\
 &+ \Lambda \left(\frac{d^2}{dx^2} - 2k \rho_i \frac{d}{dx} + b \right) \phi(x+\delta) + \Lambda \left(\frac{d^2}{dx^2} + 2k \rho_i \frac{d}{dx} + b \right) \phi(x-\delta) \\
 &+ \frac{\Lambda^2}{4} \left(\frac{d^2}{dx^2} - 4k \rho_i \frac{d}{dx} + 3b \right) \phi(x+2\delta) + \frac{\Lambda^2}{4} \left(\frac{d^2}{dx^2} + 4k \rho_i \frac{d}{dx} + 3b \right) \phi(x-2\delta) \\
 &= \frac{-1}{\xi_i Z(\xi_i)} \frac{\omega}{\omega \tau + \omega^*} \left[P \left\{ \phi(x) + \frac{\omega}{k_{\parallel} c} \psi(x) \right\} \right. \\
 &\quad + \frac{\varepsilon \omega^*}{\omega} \left\{ R + \frac{(1+\tau)\omega^*}{\tau \omega} \right\} \left\{ \left(1 - \frac{1}{k \rho_i} \frac{d}{dx} \right) \phi(x+\delta) + \left(1 + \frac{1}{k \rho_i} \frac{d}{dx} \right) \phi(x-\delta) \right. \\
 &\quad + \Lambda \left(1 - \frac{1}{k \rho_i} \frac{d}{dx} \right) \phi(x+2\delta) + \Lambda \left(1 + \frac{1}{k \rho_i} \frac{d}{dx} \right) \phi(x-2\delta) \\
 &\quad \left. \left. - (2\Lambda + U) \phi(x) \right\} \right] \tag{12}
 \end{aligned}$$

の様に変換することができる。ここで、

$$\begin{aligned}
 \psi_{m+j}(x) &= \psi(x-j\delta) \\
 \phi_{m+j}(x) &= \phi(x-j\delta)
 \end{aligned} \tag{13}$$

である。方程式(11), (12)は偶奇性を保つ。すなわち, (11), (12)式の解は

$$\phi(-x) = \phi(x) \quad \text{及び} \quad \psi(-x) = -\psi(x) \tag{14-1}$$

$$\phi(-x) = -\phi(x) \quad \text{及び} \quad \psi(-x) = \psi(x) \tag{14-2}$$

のいずれかを満たす。

3. MHDバルーニングモード方程式との比較

ここで簡単にMHDバルーニングモードとの関係を説明しよう。基礎方程式(1), (2)には波一粒子の相互作用の効果が含まれている。そこで非共鳴の極限 $k_{\parallel} v_i \ll \omega \ll k_{\parallel} v_e$ の条件を要請する。(1), (2)式から右辺の $(\phi + \omega \psi / k_{\parallel} c)$ を消去して

$$\begin{aligned} & \omega (\tau \omega + \omega_*) (\mathcal{L} \phi)_m - \frac{M_e}{2 \tau M_i} \frac{1}{\beta_i} k_{\parallel} c \omega (\mathcal{L} \psi)_m \\ & - \frac{\varepsilon \omega_*^2}{\tau} (1 + \tau) \left\{ \left(1 - \frac{1}{k \rho_i} \frac{d}{dx}\right) \phi_{m-1} + \left(1 + \frac{1}{k \rho_i} \frac{d}{dx}\right) \phi_{m+1} \right. \\ & \left. + \Lambda \left(1 - \frac{1}{k \rho_i} \frac{d}{dx}\right) \phi_{m-2} + \Lambda \left(1 + \frac{1}{k \rho_i} \frac{d}{dx}\right) \phi_{m+2} - (2\Lambda + U) \phi_m \right\} = 0, \end{aligned} \quad (15)$$

ただし

$$\begin{aligned} (\mathcal{L} X)_m &= \left(1 + \frac{\Lambda^2}{2}\right) \frac{d^2}{dx^2} X_m - b \left(1 + \frac{5}{2} \Lambda^2\right) X_m \\ &+ \Lambda \left(\frac{d^2}{dx^2} - 2 k \rho_i \frac{d}{dx} + b\right) X_{m-1} + \Lambda \left(\frac{d^2}{dx^2} + 2 k \rho_i \frac{d}{dx} + b\right) X_{m+1} \\ &+ \frac{\Lambda^2}{4} \left(\frac{d^2}{dx^2} - 4 k \rho_i \frac{d}{dx} + 3b\right) X_{m-2} + \frac{\Lambda^2}{4} \left(\frac{d^2}{dx^2} + 4 k \rho_i \frac{d}{dx} + 3b\right) X_{m+2} \end{aligned}$$

が得られる。MHD方程式の第一の要請は、揺動電場の平衡磁場に平行な成分 \tilde{E}_{\parallel} が0となる事である。それは $\phi_m = -\omega \psi_m / k_{\parallel} c$ という関係を ϕ と ψ との間に与える。 ϕ と ψ との連立方程式のかわりに ϕ のみの方程式となる。この近似で単純化された方程式は、さらにバルーニング表示

$$\phi(\mathbf{r}, \theta, \varphi, t) = e^{-in\varphi - i\omega t} \sum_m e^{im\theta} \int \Phi(\theta) e^{-i \int (m - n d \varphi / d \theta) d \theta} d \theta \quad (16)$$

をとることによって $in\varphi$ という速い振動をくくりだし、波の envelope のゆるい θ 方向の変化を示す $\Phi(\theta)$ の常微分方程式

$$\begin{aligned} & \left[\frac{d}{d\theta} \left\{ 1 + (s\theta - 2\Lambda \sin\theta)^2 \right\} \frac{d}{d\theta} + \beta q^2 \frac{R}{L_n} \left\{ \cos\theta + (s\theta - 2\Lambda \sin\theta) \sin\theta \right\} \right. \\ & \left. + \frac{q^2 R^2}{v_A^2} \omega \left(\omega + \frac{\omega_*}{\tau} \right) \left\{ 1 + (s\theta - 2\Lambda \sin\theta)^2 \right\} \right] \Phi(\theta) = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

になる。ここで β は $8\pi n_0 (T_e + T_i) / B^2 = 2(1 + \tau) \beta_i$ であり、 $v_A^2 = B^2 / 4\pi n_0 M_i$ のアルフベン速度であり、 Λ の最低次の補正を残した。この報文では $\Lambda \approx -\Delta'$ の仮定をしているから、 $\Lambda(\mathbf{r})$ は $p(\mathbf{r}) = n_0 (T_e + T_i)$ を用い

$$\Lambda(r) = -\frac{r}{R} \left\{ \frac{8\pi p}{B_p^2} - \frac{16\pi}{r^2 B_p^2} \int_0^r r dr p \right\} \quad (18)$$

と表わされ、近軸の展開では

$$\Lambda \approx \frac{1}{2} \beta q^2 \frac{R}{L_n} \quad (19)$$

となる。(19)式を(17)式に代入することによりMHDバルーニング方程式が得られる。 α は $\beta q^2 R / L_n$ である。

$$\left[\frac{d}{d\theta} \left\{ 1 + (s\theta - \alpha \sin\theta)^2 \right\} \frac{d}{d\theta} + \alpha \left\{ \cos\theta + (s\theta - \alpha \sin\theta) \sin\theta \right\} \right. \\ \left. + \frac{q^2 R^2}{v_A^2} \omega \left(\omega + \frac{\omega_*}{\tau} \right) \left\{ 1 + (s\theta - \alpha \sin\theta)^2 \right\} \right] \Phi(\theta) = 0 \quad (20)$$

(20)式を導びく際に、粒子共鳴の効果を見捨てたが、有限ラーマー半径の補正は含まれている。従って、(20)式は有限ラーマー半径効果で補正されたMHDバルーニングモードを与える。実際、 $\omega_* \ll \omega$ の場合には、従来の高n MHDバルーニング方程式になる。³⁵⁾ ω^2 を $\omega(\omega + \omega_* / \tau)$ に置き換えたものが(20)式になっている。このことから、固有函数はMHD解析の場合と一致し、その補正を受けた固有値は

$$\omega_{\text{FGR}} \left(\omega_{\text{FGR}} + \omega_* / \tau \right) = -\gamma_{\text{MHD}}^2 \quad (21)$$

で与えられる。 γ_{MHD} はMHD理論により導びかれた成長率である。安定の条件は、 $\gamma_{\text{MHD}} < 0$ よりゆるくなり、

$$\omega_* / 2\tau > \gamma_{\text{MHD}} \quad (22)$$

で与えられる。有限ラーマー半径効果は、この様に、非共鳴型の不安定性を押え、安定領域を拡げる。更に、MHD不安定性が純成長型のモードであったのに対し、この効果により、モードは実周波数

$$\omega_r = -\omega_* / 2\tau \quad (23)$$

を伴うことになる。共鳴粒子の効果については次章で論ずる事になる。

MHD理論による解析では β に限界 β 値 β_c があって、 $\beta < \beta_c$ では安定であるという結果を示した。(19)式ではたしかに $\beta_i \rightarrow 0$ では第一項が主要項となり安定化項である。従って、 $\beta < \beta_c$ では、最も不安定なモードは、 $\tilde{E}_{\parallel} = 0$ ではなく、 $\psi \rightarrow 0$ を満たす事になる。その様なモードはMHD近似を満足しないから、粒子運動論的方法によって扱われる。以下に示す様に、 $\beta < \beta_c$ では、電磁バルーニングモードは静電バルーニングモードに転換し $\psi \rightarrow 0$ を満たす。

4. 数値解析

以下では(1), (2)式をマトリックス法²⁵⁾によって解く。静電バルーニングモードと電磁バルーニングモードとの転換が $\beta \sim \beta_c$ で起こるので、まず初めに磁気軸と磁気井戸の効果を無視する。またドリフト波とドリフト・アルフベン波も確認する。4-A)と4-B)ではEven- ϕ モードとodd- ϕ モードを順々に求める。4-C)ではドリフト波とドリフト・アルフベン波を解く。4-D)では、磁気井戸の効果を調べ、最後に磁気軸のシフトの効果を4-E)で研究する。トロイダルプラズマで最も不安定なモードは、バルーニングモードであって、ドリフト波ではないことがわかる。数値解法は付章で簡単に述べる。

A) Even- ϕ モード

Even- ϕ モードは $\phi(x)$ が偶関数であり $\psi(x)$ は奇関数である。いくつもの不安定モードが求まるが、基本モードが最も不安定である。第2図は最も不安定なモードの固有値 ω を β_i の関数として表わしたものである。ここでは、 $\Lambda, U=0$ としてある。その他のパラメータは、 $\epsilon=0.1, q=3.2, s=1, \tau=1, k\rho_i=0.2$ である。質量比 M_i/M_e は1836とする。このパラメータに $\beta_i=1\%$ としたものを標準パラメータとする。 Λ と U を0としたとき、この標準値はMHD不安定領域に入っている。この時、シアパラメータ L_s/L_n は32であり、 δ は5である。2図には、BOREASコード³⁶⁾によって $\Lambda=U=0$ の近似で解かれたMHD解析の結果が点線で示されている。破線は有限ラーマー半径効果のみを補正した固有値 ω_{FGR} を示す。 $\beta \rightarrow 0$ の時は静電バルーニングモードが最も不安定である。 β 値が β_c に近づくと成長率は増え始め、MHD解析の結果に漸近する。一方、振動数の方は減り始め、ついには $-\omega_*/2$ に一致する。固有関数を第3図a, bに示す。 β 値はそれぞれ $\beta_i=1\%$ 及び $10^{-5}\%$ であり、固有値は $(\omega, \gamma) = (-0.523, 2.34)\omega_*$ 及び $(0.248, 0.625)\omega_*$ である。 $(\beta \rightarrow 0$ の極限での固有値が報文〔21-23〕の結果と多少異なるのは、この論文で \tilde{n}_e へのトロイダル効果による補正が含まれているからであり、その分だけ従来の結果を改善したものである。)特に差があるのは ψ の絶対値だけでなく $\tilde{E}_{||}$ の大きさにも注意すべきである。電磁バルーニングモードでは $v_e\psi/c\phi$ であって、 $\tilde{E}_{||} \sim \rho_i \tilde{E}_\theta / 100 L_n$ と小さいのに対し、前にも述べた通り、 $\beta_i=10^{-7}$ では $\psi \rightarrow 0$ となり $\tilde{E}_{||} \sim \rho_i \tilde{E}_\theta / 2 L_n$ と大きくなる。 $\beta \geq \beta_c$ では最も不安定なのはほとんどMHDモードであり、 $\tilde{E}_{||}$ や共鳴の寄与が小さい。 $\beta \ll \beta_c$ では静電バルーニングモードが共鳴により不安定化され、これはMHD方程式では記述できない。注意したいのは、 ω_* で規格化した成長率 γ は β が0である時と比較しても3~4倍になったにすぎない。また、図3からわかる様に、 $|x| \sim 0$ で ψ は x^0 でなく x に比例するから、磁気アイランドの中は $\sqrt{\psi}$ でなく ψ に比例する。それ故、Even- ϕ モードによる磁気アイランドの中は小さい。

以下他のパラメータについての依存性を調べよう。4図では ϵ について ω がどの様になるかを示した。 β_c は ϵ/q^2 にほぼ比例するので、 ϵ を小さくしてゆく時、パラメータはMHD

不安定領域に止まり $\beta > \beta_c$ を満たす。 ϵ が小さくなるとともに、不安定化の要因が小さくなるので成長率は小さくなる。それに対し、周波数は $\omega \sim -\omega_*/2$ に止まり、(2)式を満足している。パラメータがMHD不安定領域にある時には $\text{Re } \omega \sim -\omega_*/2$ が成り立つというのは他のパラメータへの依存性を調べる事でも確認され、MHD不安定の領域では、MHD近似がほぼ成り立っている事を示している。第5図にはパラメータ s についての依存性を $\beta_i = 1\%$ 及び 0.2% の場合について示してある。磁気シアを強める事により成長率は減少するが、モードは安定化されない。特に、 $\beta_i = 0.2\%$ の場合は、MHD理論によれば $s > s_c \sim 1.5$ とすることにより、モードが安定化されるはずであった。しかし、MHD的に安定であっても、共鳴効果で不安定となるために、成長率それ自身はシアを強くしても極端に減る事はない。同様の事が q 依存性についても言える。 β_c は $1/q^2$ にほぼ比例するから、 q を下げてゆけば、安定領域に入るはずである。しかし、MHD安定領域に入ると、周波数が $-\omega_*/2$ からずれて粒子運動論的不安定性へとつながる事がわかる。MHD理論では、

$$\beta < \beta_c (\epsilon, q, s \dots)$$

となると安定である事が導びかれるが、粒子運動論的解析により $\beta \sim \beta_c$ 付近でMHD的な非共鳴型の不安定性から、共鳴型の不安定性への移行が起こり、不安定領域は、結局、すべてのパラメータに亘ることがわかる。

波数 k についての依存性は事情が少し異なる。MHD不安定条件 $\gamma_{\text{MHD}} > 0$ は波数に依存しない。従って $k\rho_i$ を変化させても、パラメータがMHD不安定条件を満たし続ける。しかし、有限ラーマー運動効果を考慮した不安定条件は $\gamma_{\text{MHD}} > \omega_*/2$ という改善された形であり、 $k\rho_i$ を増す事により安定領域に入る事が予想される。第7図は β_i を 0.25% とし $k\rho_i$ についての ω の変化を示している。 $k\rho_i \geq 0.3$ では $\omega_*/2 > \gamma_{\text{MHD}}$ となる。長波長側ではMHD的な3a図に示された様な固有函数であるが、短波長側の ϕ の固有函数は節を持った3b図に示された様な形となる。 $k\rho_i = 0.5$ とした時の固有値は $(-0.31, 0.48)\omega_*$ であって、静電近似の極限に近い。

第8図は、温度比 T_i/T_e についての依存性を見たもので、 $T_i \rightarrow 0$ となる時、 $\text{Re } \omega \sim -\omega_*/2$ を満たしている事がわかる。

以上の2図から8図までは、基本モードについての結果である。高次の、低成長率の固有モードもさらにいくつかみつつかつている。MHD理論でも、 β 値が上昇するにつれ、高次のモードが次々に不安定となる事が確認されている。第9図は基本モードと第一次モードの成長率を β の函数として示したものである。横軸上の ∇ 記号はMHD理論による不安定-安定の境界 β 値であり、また、矢印は条件

$$\gamma_{\text{MHD}} > \omega_*/2$$

をそれぞれ表わす。低ベータ値での静電型の成長率から、高ベータ値でのMHD型の成長率への転換は、この条件が満たされた所で起きることがわかる。

B) Odd- ϕ モード

次に、逆の偶奇性を持つモードを求めよう。 $\phi(x)$ が奇函数であり、 $\psi(x)$ が偶函数となる。このタイプの固有モードは、前に求めたEven- ϕ モードよりも成長率が低く、MHD理論からも限界 β 値が高い事が示され、後になって現れてくるモードである。しかし、 $\psi(x)$ が偶函数となれば、 $x=0$ に於て $\psi \neq 0$ となる可能性があり、その時には磁気アイランドの巾が大きくなる。従来、この偶奇性のモードは、アイランド巾が大きいであろうという事で注目されてきた。

第10図は固有値 ω を β の函数として示す。パラメータは第2図と共通にしてある。同様に静電型の成長率からMHD的成長率への転換が $\beta \sim \beta_c$ で認められ、その値もMHD理論での予測に近い。更に、Even- ϕ モードよりは成長率が低い事も認められる。

重要なのは固有函数の形である。第11図はモード構造を $\beta_i = 1\%$ 及び $10^{-5}\%$ の場合について示したもので固有値はそれぞれ $(\omega, \gamma) = (-0.512, 2.63)\omega_*$ 及び $(0.266, 0.44)\omega_*$ である。第11a)図は、電磁パルゼンモードでは $\psi(0)$ がodd- ϕ モードであっても小さくなる事が明らかにされている。 β_i が小さい時には ψ が小さい。

Odd- ϕ モードが研究されてきたのは磁気アイランドの大きさが $\sqrt{\psi(0)}$ に比例しそれは大きくなるためであった。一方で、電場揺動に伴うプラズマの摂動の巾は ϕ の一次に比例するから、揺動が小さい時にはアイランドの巾の方が大きくなるであろう。 $k_{\parallel} = k\rho_i x/L_s$ で与えられる様なシア磁場中で、アイランド巾 $\rho_i \lambda_{island}$ と $E \times B$ による摂動の巾 $\rho_i \lambda_{E \times B}$ を比較すると

$$(\lambda_{island})^2 = 2\sqrt{2} \frac{q\tau}{\epsilon_s} \frac{v_i}{v_e} \left| \frac{\omega}{\omega_*} \right| \left| \frac{\sqrt{2} v_e \psi(0)}{c \phi_{max}} \right| \lambda_{E \times B}$$

の様な関係が得られる。係数に現われる $2\sqrt{2} q\tau v_i / \epsilon_s v_e$ という量は1のオーダーの量であるから、 $|\sqrt{2} v_e \psi(0) / c \phi_{max}|$ が λ_{island} の大小を決める量となる。アイランド同志が触れ合う様になると閉込めへの悪影響が大きくなるが、その条件 $\lambda_{island} \geq \delta$ は、 $\lambda_{E \times B} = 1/k\rho_i$ を仮定すると

$$\left| \frac{\sqrt{2} v_e \psi(0)}{c \phi_{max}} \right| \geq \frac{1}{2\sqrt{2}} \frac{\epsilon}{q\tau s} \frac{1}{k\rho_i} \frac{v_e}{v_i} \left| \frac{\omega_*}{\omega} \right|$$

の様で書ける。右辺はオーダー1の量であるから、 $\psi(0)$ との比が大切である。 $\beta \rightarrow 0$ では $\psi \rightarrow 0$ なので、 λ_{island} は極めて小さいが、 β が上昇するにつれ、 λ_{island} は大きくなる。第12図は $\psi(0)$ を ϕ_{max} で規格化したものを β の函数にして描いたものである。あわせて $\psi(0)$ を $|\psi|$ の最大値で規格化した量も点線で示した。 $\beta \lesssim M_e / M_i$ の時には、 $\psi(0) / |\psi_{max}|$ が1に近い事からわかる様に ψ は $x \simeq 0$ にピークを持ち、さらに $\psi(0) / |\psi_{max}|$ は β に比例して大きくなる。 β がさらに上昇しても $\psi(0) / |\psi_{max}|$ は増えない。しかも β が β_c を超えると $|\psi(0) / \phi_{max}|$ は減少を始める。 ψ の構造が、 $x \simeq 0$ にへこみを持つ様になる事がわかる。一例は第11a)図に示されていた。 $\beta \gg \beta_c$ のパラメータでは共鳴的な寄与は小さく、MHD近似に近づくとということがわかってきた。MHD近似では $\tilde{E}_{\parallel} \simeq 0$ なので、 $\psi \sim x\phi$ となり、 ψ は x^2 に比例する構造を持つはずである。従って β 値が上昇し、MHD近似がよい精度で成り立つ様になればなるほど、 $\psi(0)$ は相対的に小さくなり、 $\lambda_{E \times B}$ に比べて λ_{island} は小さくなるのである。

C) ドリフト波とドリフト・アルフベン波

磁気軸のシフトの効果や磁気井戸の効果調べる前に、ここでドリフト波やドリフト・アルフベン波がトロイダルプラズマ中でどの様に振舞うか調べてみよう。

バルーニングモードの属する分枝の他に、ドリフト波とドリフト・アルフベン波が有限ベータトロイダルプラズマには存在する。第13図には、ドリフト波、ドリフト・アルフベン波のうちそれぞれ最も減衰率の低いものの成長率を β_i の函数として示してある。あわせてバルーニングモードも比較のために記入してある。パラメータは第2図と共通である。 $L_s/L_n = q/\epsilon_s$ を一定にしたまま $\epsilon \rightarrow 0$ とし、スラブプラズマ中の結果との関連を確認してある。バルーニングモードが強く不安定化されるのに対し、ドリフト波やドリフト・アルフベン波は、ほぼ、安定に止まる。有限 β 効果により、ドリフト・アルフベン波の減衰率が小さくなる事は、スラブプラズマ中でも確認されていたが、磁気シアによる安定化効果がそれより強いという事情に変わりがなかった。固有函数の構造を14図に示す。 $L_s/L_n = 32$ としてある。14a)図はドリフト波で $\beta_i = 10^{-5}\%$ 、 $(\omega, \gamma) = (0.67, -0.083)\omega_*$ である。前にも述べた通り、この報文では基礎方程式を導びく際に \tilde{n}_c の中のトロイダル補正項を新たに取り入れてあり、[17, 18, 20-23]の報文より改善された基礎方程式を用いている。14b)図はドリフト・アルフベン波であり、 $(\omega, \gamma) = (0.99, -0.015)\omega_*$ (ただし $\beta_i = 1\%$)である。参考のためスラブ平衡でのドリフト・アルフベン波の構造を14c)図に示す。 L_s/L_n は共通で $\epsilon \rightarrow 0$ としたものである。 $(\omega, \gamma) = (0.99, -0.015)\omega_*$ である。

ドリフト波やドリフト・アルフベン波は、トロイダルプラズマの異常輸送の原因ではないかと推測されて研究されてきた。プラズマ電流により不安定化される^{37,38)}事も示された。しかし、磁気シアの安定化効果は非常に強く、ドリフト波やドリフト・アルフベン波の成長率は小さい。すなわち、通常のカマクプラズマのパラメータでは $\gamma/\omega_* \ll 1$ となる。もちろん、この電流による不安定化効果はトーラス配位の中でも続くであろうが、高いモードの中ではバルーニングモードがどちらの偶奇性についても最も不安定な波であることがわかる。

D) 磁気井戸効果

以上の解析により電磁バルーニングモードが β 値の高い所で主要になる事が示されたが、さらに高い β 値での安定値を調べ、第二安定領域での性質を調べよう。まず磁気井戸の効果

$$U = A \cdot \frac{1}{2} \frac{R}{L_n} q^2 \beta \quad (24)$$

の様な形を仮定して研究する。Aはパラメータとして扱い、磁気井戸の強弱をあらわす。第15図がAをいろいろ変えて調べた固有値の β 依存性である。これはEven- ϕ の偶奇性を持つモードであり、第16図はodd- ϕ の偶奇性を持つモードである。磁気井戸の安定化効果には非常に顕著なものがあり、特にodd- ϕ の偶奇性を持つものは小さいAでも早く安定化される。これは磁気井戸効果が β とともに大きくなり、 β_c がodd- ϕ のモードに対して大きいからである。この効果により、「第二安定領域」が現れる様にみえる。しかし、子細に調べてみると、不安定性は残る。事情は $\beta < \beta_c$ の時と似ている。第17図はA = 0.3と選んで固有函数を描いた

ものである。 β が増すにつれて $\tilde{E}_{//}$ が振動する様になりその相対値も大きくなる。共鳴効果による不安定性が残る。

ここでの解析では、磁気井戸の効果が平衡と自己無矛盾で考慮されているわけではなく、平均化されたものがパラメータを通じて入っている。平衡をきちんと解けば平衡平衡に応じて Λ の値が決まるであろう。15図、16図には、磁気井戸効果が重要であることが明瞭に示されている。

E) 磁気軸のトロイダルシフト

A), B)での計算は、静電モードとの転換に重点があったので、高 β 値でのトロイダルシフトの事は考えていなかった。そのため r は β とともに大きくなり続けた。磁気井戸の効果は強い安定化の効果があった。MHD理論では、「第二安定領域」はトロイダルシフトにより生ずるとされるから、高 β 値では重要となる。ここでその効果を調べ、「第二安定領域」でも共鳴不安定が残ることを示す。

トロイダルシフト Λ は(8)式で与えられる。従って、 $\Lambda(r)$ はその局所的なプラズマパラメータだけでなく、考えている磁気面の中に含まれるプラズマの圧力の積分に依存する。従って、中心付近で圧力分布が平坦であれば小さくなり、 $p(r)$ が急に変化すれば大きくなる。しかし、ここでは簡単な場合に話を限り、近軸の近似をすれば、 $\Lambda \approx \beta q^2 R / 2L_n$ と与えられ、局所的なパラメータ及びその微分値だけで $\Lambda(r)$ が与えられる。

第18図には Λ の効果を取り入れて、固有値 ω の β 依存性を図示する。他のパラメータは2図と共通である。 Λ は β の上昇とともに重要な寄与をなす。 β が上昇してゆくと $\beta \sim \beta_c$ 近傍で r が大きくなり始める。さらに β 値が上昇すると軸のトロイダルシフトの寄与が大きくなり、 r は減少し始める。 r/ω_* は、MHD成長率が最大になるパラメータ付近で最大になる。しかし、パラメータが「第二安定領域」に入っても、同じオーダーの不安定性が残る。共鳴効果はモードを励起し続ける。「第二安定領域」も $\beta < \beta_c$ の安定領域同様、粒子運動論的方法により不安定であることがわかる。

MHD理論からの差は $k\rho_i$ の値が大きくなり、有限ラーマー半径効果が大きくなるほど顕著になる。第19図には $k\rho_i = 0.125$ の場合と $k\rho_i = 0.5$ の場合を示してある。他のパラメータは第18図と共通である。 $k\rho_i$ の小さな長波長モード程、 r の β_i 依存性は急激なものとなる。それに対し、磁気軸のトロイダルシフトの効果を入れると、 $k\rho_i = 0.5$ の短波長のモードに対しては r_{MHD} が $\omega_*/2$ を超えない。従って $I_m(\omega_{\text{FGR}})$ は正にならない。その為有限 β 値による励起が強く現れないが、 Λ による安定化効果は強くなるために、 r/ω_* の値は滑らかに減少する。

固有函数構造は第20図に $\beta_i = 1\%$ の場合を示す。そのパラメータでは、MHD近似では「第二安定領域」に入っている。固有値は $(\omega, r) = (-0.225, 0.732)\omega_*$ である。3a)図と比較すると $\tilde{E}_{//}$ が相対的に大きくなっている。共鳴効果による不安定化は $\tilde{E}_{//}$ を通じて起こる。

逆の偶奇性を有するモードも同様に調べられた。第21図は成長率と $|\phi(0)/\phi_{\text{max}}|$ を β_i の函数として示したものである。第10図、12図と比較されたい。磁気軸のシフト効果は強く、

γ/ω_* には極値がなく β 値とともになめらかに減少している。一方、モード構造についても、 $|\psi(0)/\phi_{\max}|$ は β_i が M_e/M_i に近づくと大きくなり、 $\lambda_{\text{island}} \geq \delta$ となり得るが、更に β 値を上げると逆に $|\psi(0)/\phi_{\max}|$ は減少する。

Λ を無視した解析では、高次のモードも高 β 値では不安定になった。しかし、 Λ の効果を導入することで高次のモードは容易に安定化されてしまう。第22図はEven- ϕ モードの基本モード(E1)と第二モード(E2)、それにodd- ϕ モードの基本モード(O1)の成長率を β の関数として示したものである。 γ/ω_* の β 依存性は弱く、あらゆる β 値にわたり、パルティングモードは不安定であることがわかる。

5. 結 語

本論文に於て、円型断面高アスペクト比のトカマクプラズマ中に起こる電磁バルーニング不安定性が確認された。このモードはあらゆる β 値に対し不安定である。従ってMHD理論で予測される限界 β 値は存在しない。この解析では、ラーマー運動、粒子共鳴等の粒子運動論的効果が正確に取り入れられている。また、磁気軸のソフト、磁気シア等の配位効果も研究された。トロイダル曲率による不均一性や、磁気面函数方向の k_{\parallel} の変化も矛盾無く取り入れられた。さらに、有限 β 値で特有の、静電ポテンシャル揺動と磁場揺動との結合も考慮に入れた。これらの結果、従来知られて来たスラブプラズマやMHD近似の解析が極限の場合として再現された。電磁バルーニングモードと、静電バルーニングモード、MHDバルーニングモードとの関係も明らかになった。静電バルーニングモードと電磁バルーニングモードは同一の分枝に属するモードであって、 $\beta \sim \beta_c$ で転換が起こる。

MHD近似では $\beta_{c1} < \beta < \beta_{c2}$ というパラメータで不安定であるという結果を得たが、粒子運動論的解析の結果、 $\beta_{c1} \ll \beta \ll \beta_{c2}$ の時にはその近似がよい事が明らかになった。しかし、MHD近似は安定条件については正確でない。 $\beta < \beta_{c1}$ 及び $\beta > \beta_{c2}$ であっても不安定である。不安定成長率はパラメータが「第二安定領域」に近づくと減少する。しかし共鳴効果によって不安定である。

以上示された結果、すなわち高 n バルーニング不安定性はあらゆるパラメータで不安定であるという結果は高温プラズマの閉込めという観点からすると悲観的な結果ではない。逆に楽観的である。この結果からは、以下に述べる様に $\beta > \beta_c$ となっても急激な閉込めの劣化は起こらないだろうことが予想される。

バルーニングモードが β 値に限界を課すのではないかという推測は、高 n バルーニングモードにより拡散が増大するのではないかという想定に立脚している。微視的モードが拡散を増大させるひとつの過程は $E \times B$ 拡散である。電場揺動による拡散 $D_{E \times B}$ は報文〔30〕で γ / k^2 と評価されている。 $D_{E \times B}$ をボーム拡散 D_{Bohm} で規格化すると

$$\frac{D_{E \times B}}{D_{Bohm}} \sim \frac{\gamma}{\omega_*} \frac{16}{m}$$

が得られる。4章の結果から、 γ / ω_* はたとえMHD不安定領域であってもそれほど大きくなる。すなわち、 $D_{E \times B} / D_{Bohm}$ は急に増大する様な事はない。

閉込めを劣化させるもうひとつの機構は磁場揺動によるアイランド形成である。プラズマの平均磁気面からのずれは、アイランドが出来ると大きくなる。しかし、ここで得られた結果によると、大きなアイランドを作り得るモードは最も不安定なモードではない。更に、 β が β_c になっても磁場揺動の相対値は大きくなる。アイランドの中が顕著になるのは、 β_c というより M_e / M_i であり、それは β_c よりずっと小さい。こうした揺動の振巾が β とともにどの様になるのかが未だ不明であるから決定的な結論は導き出せないものの、もしその振巾が β 値によってさほど変化しないのであれば、パラメータがMHD不安定領域に入ったからと

言って閉込めが急に悪くなる様な事は無い。 $D_{E \times B}$ が拡散の主要原因である状態から、アイランド形成が拡散の主要原因である状態への移転は、もし起こるものであれば、 $\beta \sim \beta_c$ ではなく、 $\beta \sim M_e/M_i$ で起こるはずである。すでに現在の実験状況は $\beta > M_e/M_i$ となっているのであるから、 $\beta \sim \beta_c$ での急な変化は無いであろう。

さて、(11)及び(12)式を導びく過程で、 $\epsilon\omega_*/\tau\omega$ は小さいものと仮定し $\epsilon\omega_*/\tau\omega$ の最低次の補正のみ考慮した。その結果、 ∇B ドリフト共鳴は無視されている。しかし、この近似は解析結果を吟味してみると妥当である事がわかる。MHD不安定な領域では $\epsilon\omega_*/\tau\omega$ は $1/10$ 程度 ($\Lambda \neq 0$) または $1/20$ (Λ 無視) であり、それが最大になる低ベータの極限でも $1/7$ と小さい。従って $\epsilon\omega_*/\tau\omega$ は展開パラメータとして取り扱ってよく、 ∇B ドリフト共鳴は小さな補正しか与えない。

それとは逆に、ランダウ共鳴は重要である。固有函数を見ればわかる様に、 $\tilde{E}_{||}$ は、 $k_{||}v_i/\omega_* \sim 1$ 程度の所までひろがっている。 $\tilde{E}_{||}$ を通じ共鳴が起こるのだから、 $k_{||}v_i/\omega_*$ は展開が許されない。更に、電子については $k_{||}v_e/\omega_*$ が 0 から $\sqrt{M_i/M_e}$ 程度までひろく変化する。電子の共鳴は $\int dx | \tilde{E}_{||} |^2 \xi_m I_m Z(\xi_m)$ に比例し、有理面近傍以外は小さいものの、その総量は無視できない。

最近、報文〔39〕で有限ラーマー半径効果に着目してMHDバルーニングモードに対する効果が調べられている。そこでは、 ∇B ドリフト共鳴によっても、

$$0 < r_{\text{MHD}} < \omega_*/2\tau$$

の領域で不安定性が残る事が示されている。しかし、ランダウ共鳴による不安定化の方が大きく、 ∇B ドリフト共鳴が小さな補正であることがわかる。

本論文では、 $d^2/dx^2 \ll 1$ を仮定して基礎方程式を導びいている。この点は、たとえば第20図を見れば、 $(d^2\phi/dx^2)/\phi \lesssim 1/20$ 程度であり、この仮定が妥当であることがわかる。

ここでは、単純化のために、捕捉粒子の効果を無視している。捕捉粒子の効果は高 β 値になると小さいとされている。³⁹⁾ 低 β 値では、実際に捕捉粒子を取り入れて解析した所、成長率は多少大きくなるが、 r/ω_* のオーダーに変わりのない事が示された。高 n バルーニングモードが不安定になっても閉込めの性質があまり変わらないであろうという考察には余り影響が無い。

最後に、実験結果との比較を考える。トカマクの微視的不安定性のマイクロ波散乱による観測では、スペクトルのピークが ω_* でなく 0 に近い所にあった。もちろん、スペクトルの形は非線型理論が解析されない限りわからないのであるが、線型理論からは、どの様なモードが最もたち易いかを知る事ができる。 $\beta < \beta_c$ では $\omega \sim 0.2\omega_*$ のバルーニングモードが不安定であるという解析は、この実験とよく一致していると思われる。更に β 値が上昇すると、この結果から、 $\beta > \beta_c$ ではスペクトルのピークが $-\omega_*/2\tau$ に移行するのではないかと推測される。

β 値の限界を求めるためには、低 n モードの安定性を調べる事が必要である。

謝 辞

理論解析研究室の方々には有意義な議論と助言をいただきました。特に常松俊秀博士には数値解法で御助力いただきました。また研究遂行にあたり、小幡行雄部長、田中正俊次長、竹田辰興室長、西川恭治教授の示されました激励に感謝いたします。

言って閉込めが急に悪くなる様な事は無い。 $D_{E \times B}$ が拡散の主要原因である状態から、アイラ
 ンド形成が拡散の主要原因である状態への移転は、もし起こるものであれば、 $\beta \sim \beta_c$ ではな
 く、 $\beta \sim M_e/M_i$ で起こるはずである。すでに現在の実験状況は $\beta > M_e/M_i$ となっているの
 であるから、 $\beta \sim \beta_c$ での急な変化は無いであろう。

さて、(11)及び(12)式を導びく過程で、 $\epsilon \omega_* / \tau \omega$ は小さいものと仮定し $\epsilon \omega_* / \tau \omega$ の最低次の
 補正のみ考慮した。その結果、 ∇B ドリフト共鳴は無視されている。しかし、この近似は解析
 結果を吟味してみると妥当である事がわかる。MHD不安定な領域では $\epsilon \omega_* / \tau \omega$ は1/10程
 度($\Lambda \neq 0$)または1/20(Λ 無視)であり、それが最大になる低ベータの極限でも1/7と小
 さい。従って $\epsilon \omega_* / \tau \omega$ は展開パラメータとして取り扱ってよく、 ∇B ドリフト共鳴は小さな
 補正しか与えない。

それとは逆に、ランダウ共鳴は重要である。固有函数を見ればわかる様に、 \tilde{E}_{\parallel} は、 $k_{\parallel} v_i / \omega_* \sim 1$ 程度の所までひろがっている。 \tilde{E}_{\parallel} を通じ共鳴が起こるのだから、 $k_{\parallel} v_i / \omega_*$ は展開が
 許されない。更に、電子については $k_{\parallel} v_e / \omega_*$ が0から $\sqrt{M_i/M_e}$ 程度までひろく変化する。
 電子の共鳴は $\int dx_{\parallel} |\tilde{E}_{\parallel}|^2 \xi_m I_m Z(\xi_m)$ に比例し、有理面近傍以外は小さいものの、その総
 量は無視できない。

最近、報文〔39〕で有限ラーマー半径効果に着目してMHDバルーニングモードに対する
 効果が調べられている。そこでは、 ∇B ドリフト共鳴によっても、

$$0 < \gamma_{MHD} < \omega_* / 2\tau$$

の領域で不安定性が残る事が示されている。しかし、ランダウ共鳴による不安定化の方が大き
 く、 ∇B ドリフト共鳴が小さな補正であることがわかる。

本論文では、 $d^2/dx^2 \ll 1$ を仮定して基礎方程式を導びいている。この点は、たとえば第20
 図を見れば、 $(d^2\phi/dx^2)/\phi \lesssim 1/20$ 程度であり、この仮定が妥当であることがわかる。

ここでは、単純化のために、捕捉粒子の効果を無視している。捕捉粒子の効果は高 β 値にな
 ると小さいとされている。³⁹⁾ 低 β 値では、実際に捕捉粒子を取り入れて解析した所、成長率は
 多少大きくなるが、 γ/ω_* のオーダーに变りのない事が示された。高 n バルーニングモードが
 不安定になっても閉込めの性質があまり変わらないであろうという考察には余り影響が無い。

最後に、実験結果との比較を考える。トカマクの微視的不安定性のマイクロ波散乱による観
 測では、スペクトルのピークが ω_* でなく0に近い所にあった。もちろん、スペクトルの形は非
 線型理論が解析されない限りわからないのであるが、線型理論からは、どの様なモードが最も
 たち易いかを知る事ができる。 $\beta < \beta_c$ では $\omega \sim 0.2\omega_*$ のバルーニングモードが不安定である
 という解析は、この実験とよく一致していると思われる。更に β 値が上昇すると、この結果か
 ら、 $\beta > \beta_c$ ではスペクトルのピークが $-\omega_*/2\tau$ に移行するのではないかと推測される。

β 値の限界を求めるためには、低 n モードの安定性を調べる事が必要である。

謝 辞

理論解析研究室の方々には有意義な議論と助言をいただきました。特に常松俊秀博士には数
 値解法で御助力いただきました。また研究遂行にあたり、小幡行雄部長、田中正俊次長、竹田
 辰興室長、西川恭治教授の示されました激励に感謝いたします。

付章 数値解析法

(11), (12)式はマトリックス法で解かれるが, ここではその方法を簡単に説明する。

メッシュ巾 h を導入し, $x_j = h \cdot j$, $\phi_j = \phi(x_j)$, $\psi_j = \psi(x_j)$ とする。微分を差分で置き換えれば, (11), (12)式は $\{u_j\}$ ($u_{2m} = \phi_m$, $u_{2m+1} = \sqrt{2} v_e \phi_m / c$) についての連立方程式

$$\begin{aligned}
 & \left(1 + \frac{\Lambda^2}{2}\right) (u_{i-2} + u_{i+2} - 2u_i) - bh^2 \left(1 + \frac{5}{2}\Lambda^2\right) u_i \\
 & + \Lambda \{ u_{i+\ell-2} + u_{i+\ell+2} - 2u_{i+\ell} - k\rho_i h (u_{i+\ell+2} - u_{i+\ell-2}) + bh^2 u_{i+\ell} \} \\
 & + \Lambda \{ u_{i-\ell-2} + u_{i-\ell+2} - 2u_{i-\ell} + k\rho_i h (u_{i-\ell+2} - u_{i-\ell-2}) + bh^2 u_{i-\ell} \} \\
 & + \frac{\Lambda^2}{4} \{ u_{i+2\ell-2} + u_{i+2\ell+2} - 2u_{i+2\ell} - 2k\rho_i h (u_{i+2\ell+2} - u_{i+2\ell-2}) + 3bh^2 u_{i+2\ell} \} \\
 & + \frac{\Lambda^2}{4} \{ u_{i-2\ell-2} + u_{i-2\ell+2} - 2u_{i-2\ell} + 2k\rho_i h (u_{i-2\ell+2} - u_{i-2\ell-2}) + 3bh^2 u_{i-2\ell} \} \\
 & + \hat{\beta} \xi_k P_k h^2 (u_{i+1} + \xi_k u_i) \\
 & + \hat{\beta} \frac{\epsilon \omega}{\omega} \xi_k R_k h^2 \left\{ u_{i+\ell+1} - \frac{1}{2k\rho_i h} (u_{i+\ell+3} - u_{i+\ell-1}) \right. \\
 & \quad \left. + u_{i-\ell+1} + \frac{1}{2k\rho_i h} (u_{i-\ell+3} - u_{i-\ell-1}) \right. \\
 & \quad \left. + \Lambda u_{i+2\ell+1} - \frac{\Lambda}{2k\rho_i h} (u_{i+2\ell+3} - u_{i+2\ell-1}) \right. \\
 & \quad \left. + \Lambda u_{i-2\ell+1} + \frac{\Lambda}{2k\rho_i h} (u_{i-2\ell+3} - u_{i-2\ell-1}) - (2\Lambda + U) u_i \right\} = 0, \\
 & \qquad \qquad \qquad (i = 2k-1) \qquad \qquad \qquad (A1)
 \end{aligned}$$

及び

$$\begin{aligned}
 & \left(1 + \frac{\Lambda^2}{2}\right) (u_{i-2} + u_{i+2} - 2u_i) - bh^2 \left(1 + \frac{5}{2}\Lambda^2\right) u_i \\
 & + \Lambda \{ u_{i+\ell-2} + u_{i+\ell+2} - 2u_{i+\ell} - k\rho_i h (u_{i+\ell+2} - u_{i+\ell-2}) + bh^2 u_{i+\ell} \} \\
 & + \Lambda \{ u_{i-\ell-2} + u_{i-\ell+2} - 2u_{i-\ell} + k\rho_i h (u_{i-\ell+2} - u_{i-\ell-2}) + bh^2 u_{i-\ell} \} \\
 & + \frac{\Lambda^2}{4} \{ u_{i+2\ell-2} + u_{i+2\ell+2} - 2u_{i+2\ell} - 2k\rho_i h (u_{i+2\ell+2} - u_{i+2\ell-2}) + 3bh^2 u_{i+2\ell} \} \\
 & + \frac{\Lambda^2}{4} \{ u_{i-2\ell-2} + u_{i-2\ell+2} - 2u_{i-2\ell} + 2k\rho_i h (u_{i-2\ell+2} - u_{i-2\ell-2}) + 3bh^2 u_{i-2\ell} \}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & + Q_k P_k h^2 (u_i + \xi_k u_{i-1}) \\ & + Q_k S_k h^2 \frac{\varepsilon \omega^*}{\omega} \left\{ u_{i+\ell} - \frac{1}{2k\rho_i h} (u_{i+\ell+2} - u_{i+\ell-2}) \right. \\ & \quad + u_{i-\ell} + \frac{1}{2k\rho_i h} (u_{i-\ell+2} - u_{i-\ell-2}) \\ & \quad + \Lambda u_{i+2\ell} - \frac{\Lambda}{2k\rho_i h} (u_{i+2\ell+2} - u_{i+2\ell-2}) \\ & \quad \left. + \Lambda u_{i-2\ell} + \frac{\Lambda}{2k\rho_i h} (u_{i-2\ell+2} - u_{i-2\ell-2}) - (2\Lambda + U) u_i \right\} = 0, \\ & (i=2k) \quad (A2) \end{aligned}$$

となる。ここで $\ell = 2\delta/h$, $\hat{\beta} = 2M_i \beta_i / M_e$, $\xi_k = \omega / \sqrt{2k_{\parallel}} v_e |x_k$, $P_k = P(x_k)$, $R_k = R(x_k)$, $Q_k = \omega / \xi_i Z(\xi_i)(\omega\tau + \omega_*) |x_k$, $S_k = R_k + (1 + \tau)\omega_* / \tau\omega$ であり k は $-N \cdots N$ とする。求める固有函数は有限の領域の拡がりを持つもの、すなわち $\int_{-\infty}^{\infty} dx |\phi|^2$ や $\int_{-\infty}^{\infty} dx |\psi|^2$ が収束するものであるから、ある N があって、 $|x| > hN$ では ϕ, ψ は 0 としよ。すると $h \rightarrow 0$ の時、(A1), (A2) は(11), (12)式に一致する。

(A1), (A2) は(11), (12)と同じ偶奇性を持つから、 $\{u_j\}$ は $0 \leq j \leq N$ のみで解けばよい。Even- ϕ または Odd- ϕ の条件を課すと、(A1), (A2) は

$$\begin{bmatrix} & & & & & & & & \\ & & & & & & & & \\ & & & & & & & & \\ & & & & & & & & \\ & & & & & & & & \\ & & & & & & & & \\ a_{ij} & & & & & & & & \\ & & & & & & & & \\ & & & & & & & & \\ & & & & & & & & \\ & & & & & & & & \\ & & & & & & & & \\ & & & & & & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_0 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ u_{2N} \end{bmatrix} = 0 \quad (A3)$$

と書ける。(A3)式は

$$D(\omega) \equiv \det(a_{ij}) = 0, \quad (A4)$$

の時限り固有函数を与える。D(ω) は $Z(\omega / \sqrt{2} |k_{\parallel}| v_T)$ を通じて ω に依存するから、 $D(\omega) = 0$ は ω の超越方程式である。

(A3)式を等高線法とニュートン法で解く。D(ω) は D の 0 点付近では ω の解析函数であるから、ニュートン法が有効である。 ω_1 と ω_2 とが $D(\omega) = 0$ の真の解 ω_0 に近いと仮定する。D'(ω_2) を $\{D(\omega_2) - D(\omega_1)\} / (\omega_2 - \omega_1)$ で近似すれば、

$$\omega_3 = \omega_2 - \frac{D(\omega_2)(\omega_2 - \omega_1)}{D(\omega_2) - D(\omega_1)}$$

はさらによい近似値になっている。問題は、最初の近似値をどこを選ぶかということである。予測値を得るのは等高線法による。Re $\omega - I_m \omega$ 平面上に、Re D(ω) = 0 及び I_m D(ω) = 0 の線を引く。するとその交点が D(ω) = 0 のよい近似値を与える。ここで重要なのは、その交

点が、根の存在を保証する事である。さらに、 $D(\omega)$ の単根付近では $D(\omega) \sim C(\omega - \omega_0)$ なので、二本の線 $R_e D(\omega) = 0$ と $I_m D(\omega) = 0$ が 90° をなして交わる。重根であって $D(\omega) \sim C(\omega - \omega_0)^2$ なら、4本の線が 45° をなして交わるわけである。こうして得られた値を初期値にして求めれば精度よく固有値が求まる。

方程式(A1), (A2)は有限メッシュ巾のために(11), (12)とは異なる。従って(A4)の解 ω は(11), (12)の解とは差がある。微分を

$$f'_i = \frac{f_{j+1} - f_{j-1}}{2h}$$

$$f''_j = \frac{f_{i+1} - 2f_i + f_{j-1}}{h^2}$$

と差分近似すれば、その時の誤差は h^2 に比例する。従って、(A4)の解の真の固有値からの誤差は h^2 に比例するであろう。図23は $q = 5$, $k\rho_i = 0.2$, $\epsilon = 0.1$, $s = 1$, $\beta_i = 1\%$, $\tau = 1$ の時に固有値の収束性を調べたものである。 h を小さく取れば h^2 について収束することがわかる。更に hN についても、十分それを大きく取り収束性を調べた。数値解法上の工夫の結果、収束性のよく、速く正確で効率よい計算法が構成された。詳細は報文〔25〕に示されている。

References

- 1] J.W. Connor, R.J. Hastie and J.B. Taylor, Proc. R. Soc. (London) A365 (1979) 1.
- 2] D. Dobrott, D.B. Nelson, J.M. Greene, A.H. Glasser, M.S. Chance and E.A. Fieman, Phys. Rev. Lett. 39 (1977) 943.
- 3] A.M.M. Todd, J. Manickam, M. Okabayashi, M.S. Chance, R.C. Grimm, J.H. Greene and J.L. Johnson, Nucl. Fusion 19 (1979) 743.
- 4] L.A. Charlton, R.A. Dory, Y.-K.M. Peng, D.J. Strickler, S.J. Lynch, D.K. Lee, R. Gruber and F. Troyon, Phys. Rev. Lett. 43 (1979) 1395.
- 5] M. Azumi, K. Itoh, G. Kurita, T. Matsuura, Y. Tanaka, T. Takeda, T. Takizuka, S. Tokuda, T. Tsunematsu, T. Tuda and S. Inoue, in Plasma Phys. Cont. Nucl. Fus. Res. (IAEA, 1981, Vol.1, p293.
- 6] L.E. Zakharov, in Plasma Phys. Cont. Nucl. Fus. Res. (IAEA, 1979) Vol.1, p689.
- 7] C. Mercier, in Plasma Phys Cont. Nucl. Fus. Res. (IAEA, 1979) Vol.1, 701.
- 8] B. Coppi, A. Ferreira, J.W.-K. Mark and J.J. Ramos, Nucl. Fusion 19 (1979) 715.
- 9] D. Lortz and J. Nuhrenberg, Nucl. Fusion 19 (1979) 1207.
- 10] H.R. Strauss, W. Park, D.A. Monticello, R.B. White, S.C. Jardin, M.S. Chance, A.M.M. Todd, A.H. Glasser, Nucl. Fusion 20 (1980) 638.

- 11] T. Tuda, M. Azumi and G. Kurita, Cont. Fus. Conf.
(Austin, 1981).
- 12] M.S. Chu, C. Chu, G. Guest, J.Y. Hsu and T. Ohkawa, Phys.
Rev. Lett. 41 (1978) 247.
- 13] W.M. Tang, J.W. Connor, R.J. Hastie, Nucl. Fus. 20 (1980)
1439.
- 14] K. Itoh, S.I. Itoh and T. Tuda, J. Phys. Soc. Japan 50
(1981) 655.
- 15] S.I. Itoh and K. Itoh, Nucl. Fusion 21 (1981) 3.
- 16] T. Tange, S. Inoue, K. Itoh and K. Nishikawa, J. Phys.
Soc. Japan 46 (1979) 266.
- 17] K. Itoh, T. Tuda and S. Inoue, J. Phys. Soc. Japan 48
(1980) 258.
- 18] K.W. Hesketh, Nucl. Fusion 20 (1980) 1013.
- 19] E.A. Frieman, G. Rewoldt, W.M. Tang and A.H. Glasser,
Phys. Fluids 23 (1988) 1750.
- 20] C.Z. Cheng and Liu Chen, Phys. Fluids 23 (1980) 1770.
- 21] K. Itoh, T. Tuda, S. Tokuda and S.I. Itoh, Japanese J.
Appl. Phys. 20 (1981) No.11 in press.
- 22] T. Tuda, K. Itoh, S. Tokuda and S.I. Itoh, JAERI-M 9456
(1981).
- 23] T. Tuda, K. Itoh, S. Tokuda and S.I. Itoh, submitted to
Phys. Fluids. (Preprint HIFT-46, Univ. Hiroshima, 1981).
- 24] L.D. Pearlstein and H.L. Berk, Phys. Rev. Lett. 23
(1969) 220.
- 25] S. Tokuda, K. Itoh, T. Tuda and S.I. Itoh, submitted to
Comp. Phys. Comm.
- 26] K. Itoh, T. Tuda, S. Tokuda and S.I. Itoh, submitted to
Phys. Rev. Lett., preprint HIFT-39 (Hiroshima Univ. 1981).

- 27] K.T. Tsang, J.C. Whitson, J.D. Callen, P.J. Catto and J. Smith, Phys. Rev. Lett. 41 (1978) 557.
- 28] K.T. Tsang, J.C. Whitson and J. Smith, Phys. Fluids 22 (1980) 1689.
- 29] S. Inoue, K. Itoh and S. Yoshikawa, J. Phys. Soc. Japan 48 (1980) 973.
- 30] B.B. Kadomtsev, Plasma Turbulence (Academic Press, 1965) §4.4.
- 31] F. Pegoraro and T.J. Schepp, Phys. Fluids, 24 (1981) 478.
- 32] V.D. Shafranov, Nucl. Fusion 3 (1963) 183.
- 33] P.J. Catto, A.M. El-Nadi, C.S. Liu and M.N. Rosenbluth, Nucl. Fusion 14 (1974) 405.
- 34] K.T. Tsang and P.J. Catto, Phys. Rev. Lett. 39 (1977) 1664.
- 35] J.W. Connor, R.J. Hastie and J.B. Tayler, Phys. Rev. Lett. 40 (1978) 396.
- 36] T. Takizuka, T. Tsunematsu, S. Tokuda, M. Azumi, G. Kurita, T. Tuda, K. Itoh, Y. Tanaka, T. Matsuura and T. Takeda, JAERI-M 9354 (1981) §4.
- 37] S. Inoue, K. Itoh and S. Yoshikawa, Nucl. Fusion 18 (1978) 755.
- 38] H. Irie, S. Inoue and K. Nishikawa, Phys. Lett. 74A (1979) 219.
- 39] R.J. Hastie and K.W. Hesteth, Nucl. Fusion 21 (1981) 651.

図版説明

- 図 1 配位と座標系を示す。 ρ 軸上の \times の印は磁気軸をあらわす。半径 r の磁気面の中心は、トロイダルシフトにより Δ だけずれている。
- 図 2 β_i の函数として even- ϕ モードの固有値を示す。パラメータは $k\rho_i = 0.2$, $\epsilon = 0.1$, $s = 1$, $q = 3.2$, $T_e = T_i$, $M_i / M_e = 1836$ である。点線は MHD 理論による成長率であり、破線は ω_* で補正された MHD 固有値 ω_{FGR} である。A は $R_e \omega_{FGR} / \omega_*$ であり、B は $I_m \omega_{FGR} / \omega_*$ である。ここでは $\Lambda = U = 0$ と仮定した。 $\beta \sim \beta_{c(MHD)}$ で転換がおこる。
- 図 3 Even- ϕ モードの固有函数。 $\beta_i = 1\%$ (a) 及び $10^{-5}\%$ (b)。 β が高いと ψ が大きくなり、かつ \tilde{E}_{\parallel} が減少する。
- 図 4 ϵ 依存性。 even- ϕ モードであり $\beta_i = 1\%$ 。 $R_e / \omega_* \simeq -1/2$ が成立している。
- 図 5 シャ依存性を示す。 $\beta_i = 1\%$ 及び 0.2% の二例を示す。 $\beta_i = 0.2\%$ の場合は MHD 理論によると $s > s_c \sim 1.5$ の時に安定化される。しかし、粒子運動論効果で不安定性は残る。
- 図 6 q 依存性。図 2 のパラメータと共通で $\beta_i = 1\%$ 。
- 図 7 $k\rho_i$ 依存性。パラメータは標準値。 $k\rho_i \simeq 0.3$ で $\gamma_{MHD} < \omega_* / 2$ となる。
- 図 8 T_i / T_e 依存性。 $\tau \sim O(1)$ の時に成長率が大きくなる。 $R_e \omega / \omega_* \sim 1/2\tau$ はよい近似である。
- 図 9 Even- ϕ モードの基本モード及び第二モードの成長率を示す。第二モードの成長率は小さい。横軸上の ∇ の記号は $\gamma_{MHD} > 0$ を示し、矢印は $\gamma_{MHD} > \omega_* / 2\tau$ を示す。
 $\gamma_{MHD} > \omega_* / 2\tau$ の時に γ が増大することがわかる。
- 図 10 Odd- ϕ モードの固有値を示す。図 2 と同じパラメータである。同様に $\beta \sim \beta_c$ で γ の上昇と ω の降下が起こる。MHD 成長率を点線で示し、 ω_{FGR} を破線で示す。A は $R_e \omega_{FGR} / \omega_*$ であり、B は $I_m \omega_{FGR} / \omega_*$ である。
- 図 11 Odd- ϕ モードの固有函数。(a) は $\beta_i = 1\%$ とし、(b) は $\beta_i = 10^{-5}\%$ である。 $\sqrt{2} v_e \psi(0) / c = 1$ と規格化してある。 ψ が β とともに大きくなるのはもちろんであるが、注意すべきは $\psi(0)$ が小さくなる事である。付随するアイランド巾が小さくなる。
- 図 12 $|\psi|$ と $|\phi|$ の相対値を β の函数であらわしたもの。実線は $|\sqrt{2} v_e \psi(0) / c \phi_{max}|$ である。 $\beta \sim M_e / M_i$ となる $O(1)$ になるが、さらに β 値が上がると逆に小さくなる。あわせて $|\psi(0) / \phi_{max}|$ を点線で示す。
- 図 13 ドリフト波、ドリフト・アルフベン波の成長率とバルーニングモードの成長率を比較する。これから、トロイダルプラズマの巾で最も不安定なのはバルーニングモードであることがわかる。
- 図 14 ドリフト波(a)、ドリフト・アルフベン波(b)の固有函数。 $\beta_i = 10^{-3}\%$ (a) 及び 1% (b)。比較のために L_s / L_n の値を共通にしてスラブの極限を取ったものを(c)に示す。この

スラブモードとトロイダルモード(b)との差は ψ を見る限り小さい。 $\psi(x)$ の構造には差がある。ドリフト・アルフベン波に対してはトロイダル効果は小さい。

- 図 15 磁気井戸効果。 even- ϕ モードの固有値を標準パラメータについて示す。磁気井戸効果は $U = A\beta q^2 / 2\epsilon$ とし、 A を変える。「第二安定領域」が現われる様に見えるが、不安定性は残る。
- 図 16 磁気井戸効果を Odd- ϕ モードについて調べたもの。図 15 に比較してより有効に利く事がわかる。
- 図 17 Even- ϕ モードの固有函数が磁気井戸効果でどの様になるかを示す。 $\tilde{E}_{//}$ が大きくなり、振動構造があらわれる。
- 図 18 磁気軸のトロイダルシフトの効果。 Even- ϕ モードについて示す。図 2 と同じパラメータである。MHD理論の結果を点線で示すが、 β 値の高い側に安定領域が現われる。しかし、共鳴効果によって低 β 側高 β 側にも不安定性が残る。MHD不安定領域で $R_e \omega / \omega_* \sim -1/2$ であり、 γ / ω_* のピークがMHD不安定領域に見られる。すべてのパラメータで不安定となる。
- 図 19 トロイダルシフトの存在する時の固有値を $k\rho_i = 0.125$ (a)及び 0.5 の時に示す。長波長側では γ / ω_* の山が急峻になる。短波長では $\gamma_{MHD} < \omega_* / 2$ なので、 β が上がる時、 $I_m \omega / \omega_*$ に山は現れず、なだらかに減少する。
- 図 20 $\beta_i = 1\%$ の時 even- ϕ モードの固有函数。他のパラメータは図 18 と共通。図 3(a)と比較すると、成長率が低いのはもちろん、 $\tilde{E}_{//}$ の大きさが大きくなっている。
- 図 21 Odd- ϕ モードについて成長率(上欄)及び $\psi(0) / |\phi_{max}|$ (下欄)を示す。トロイダルシフトの為に、 $I_m \omega / \omega_*$ は β 値とともに減少する。また $\psi(0) / |\phi_{max}|$ の値も $\beta_i \sim M_e / M_i$ 付近にピークを持つ。高 β 側ではその値も小さくなる。
- 図 22 Even- ϕ モードの基本モード(E1)及び第二モード(E2)及びOdd- ϕ モードの基本モード(01)の成長率を示す。トロイダルシフトによる安定化効果は高次のモードほど強く働く。9図と比較のこと。
- 図 23 方程式(A4)の解の h 依存性。誤差は h^2 に比例し、 $h^2 \rightarrow 0$ の時の収束値が求める固有値である。パラメータは $q=5$, $\beta=1\%$ とし他は図 2 のパラメータによる。

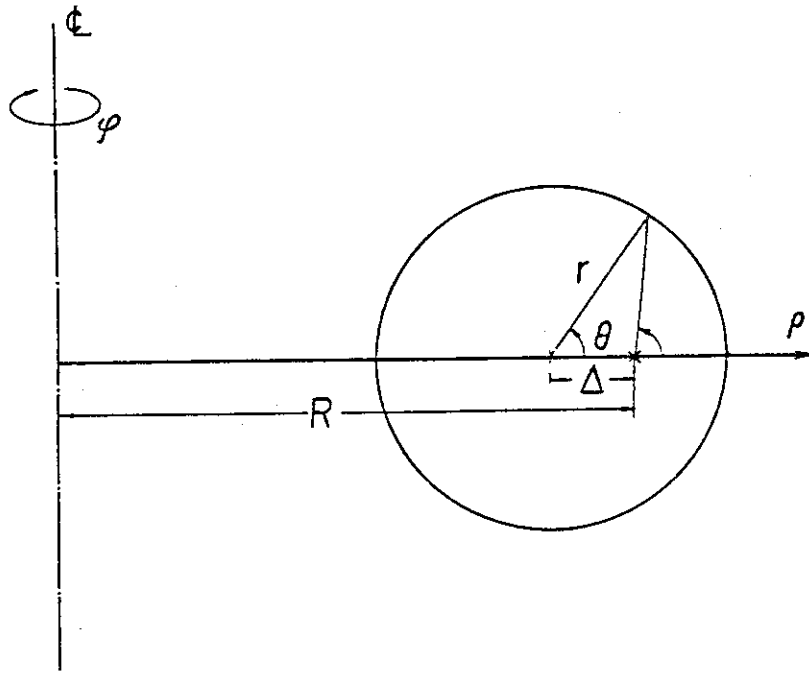


Fig. 1

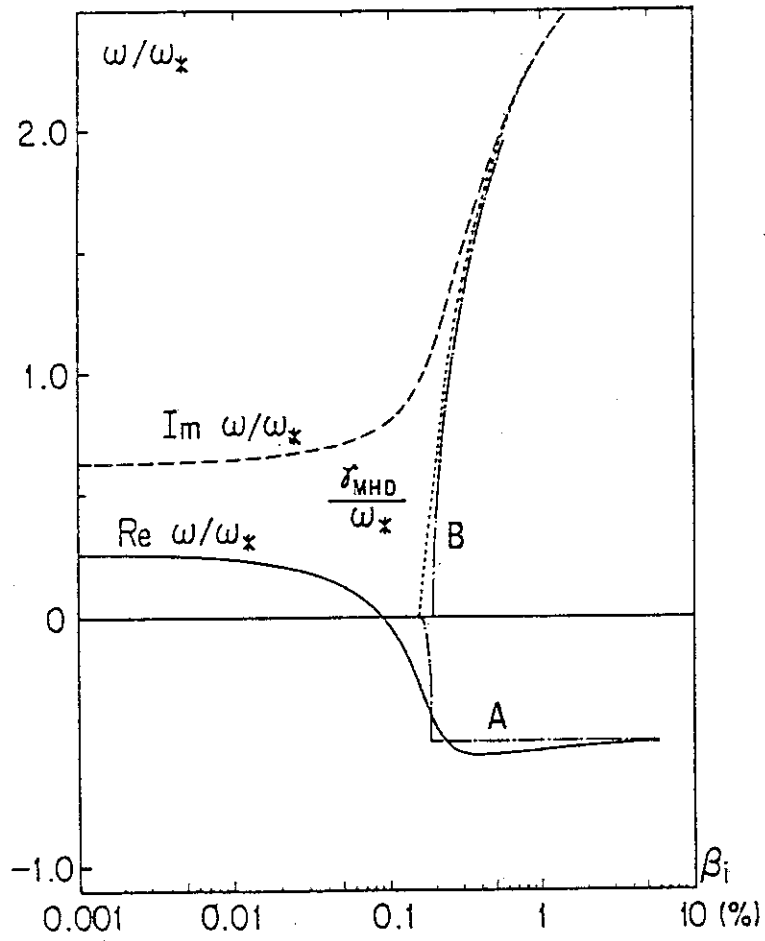


Fig. 2

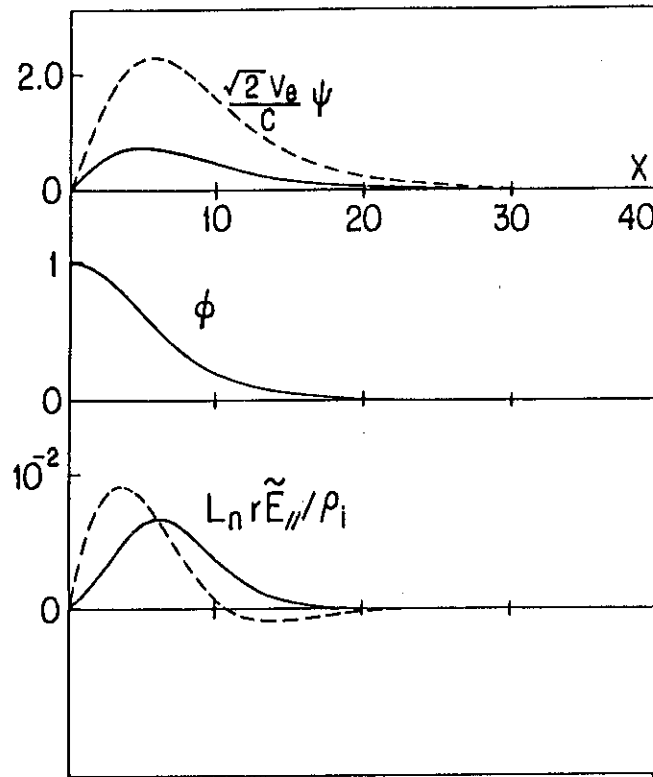


Fig. 3a

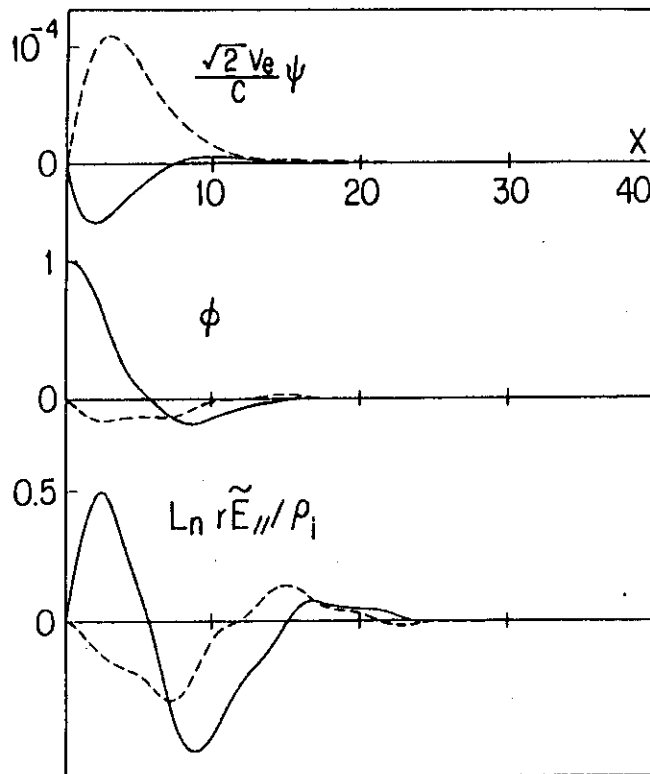


Fig. 3b

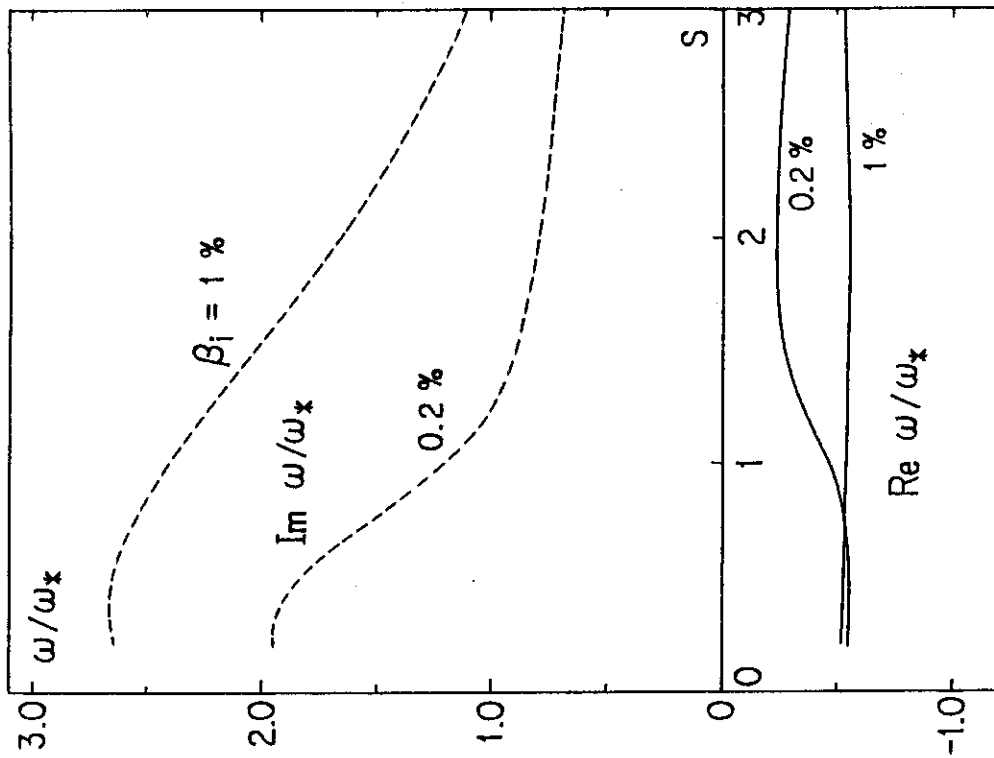


Fig. 5

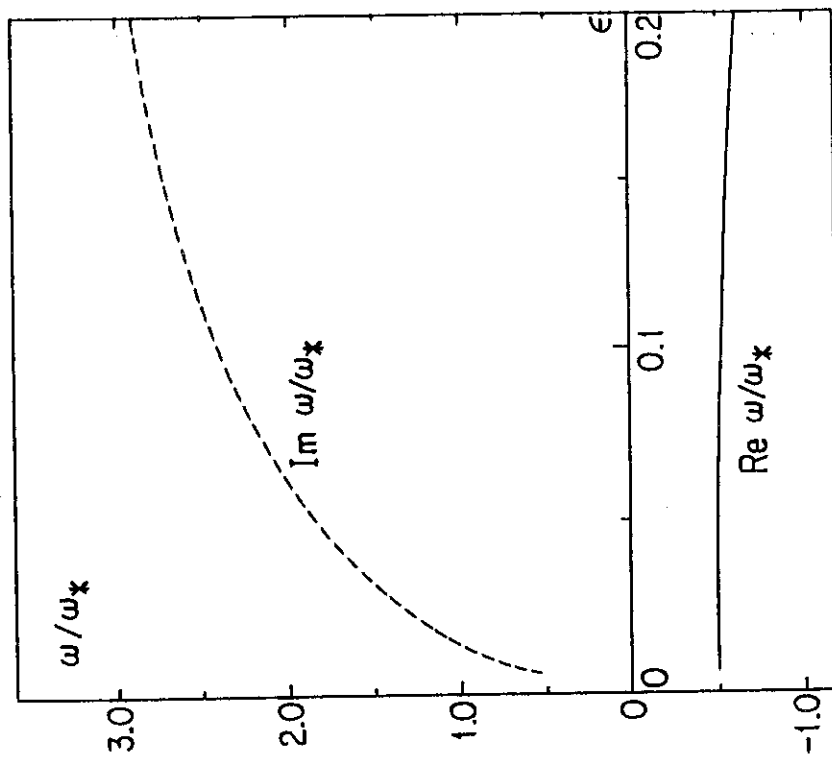


Fig. 4

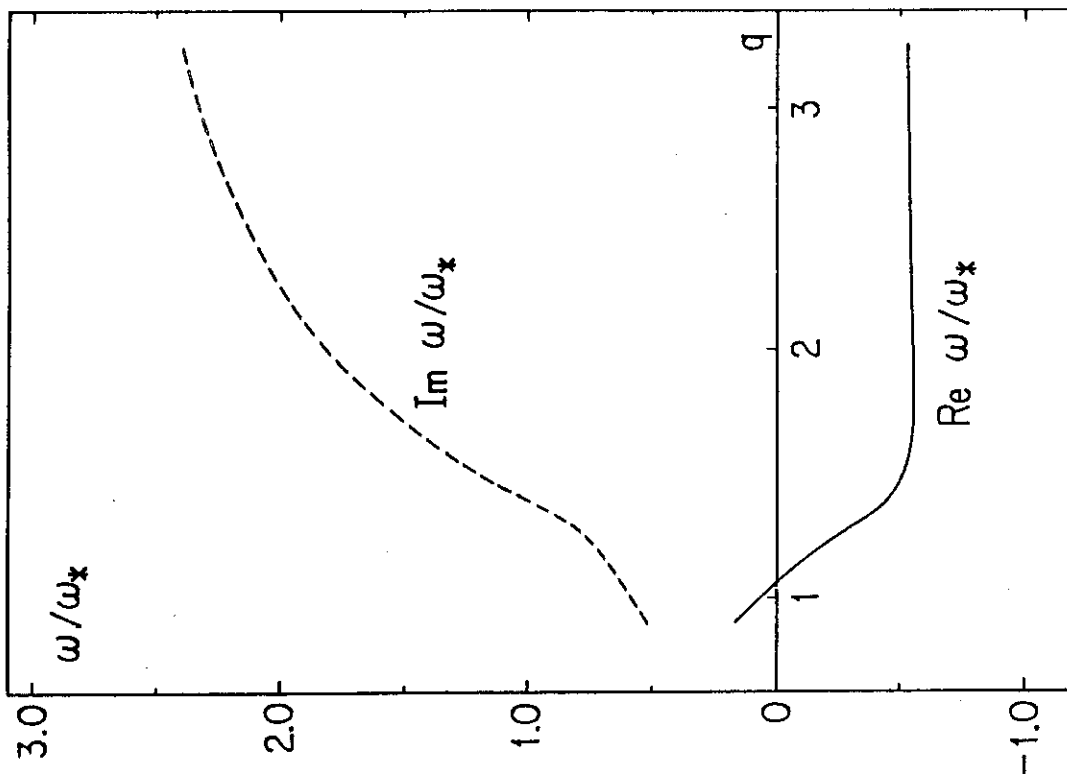


Fig. 6

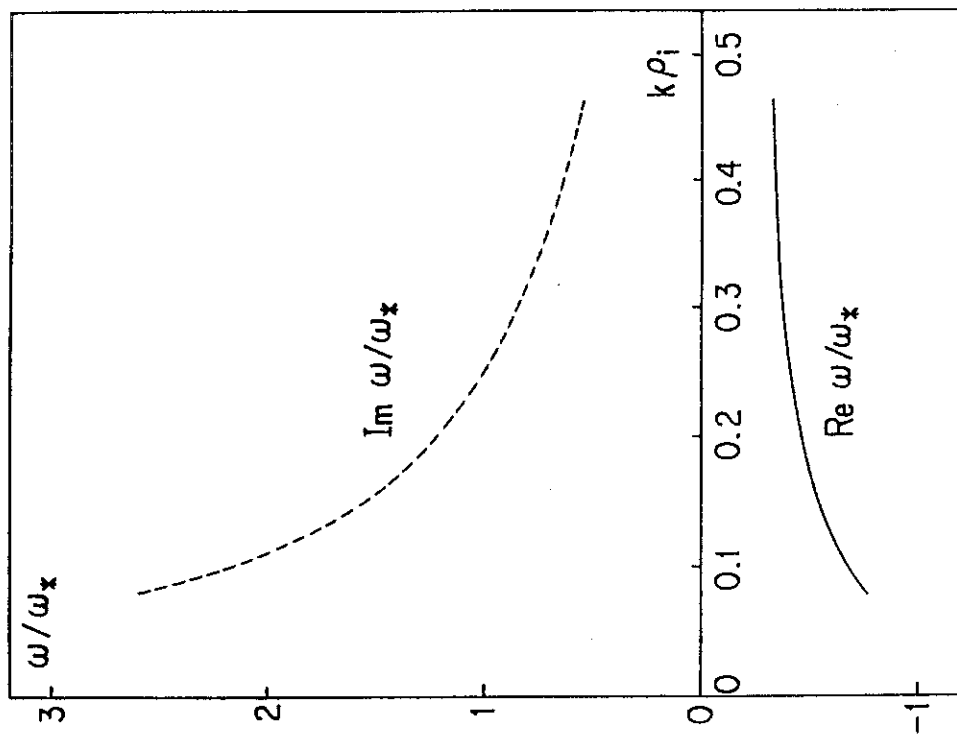


Fig. 7

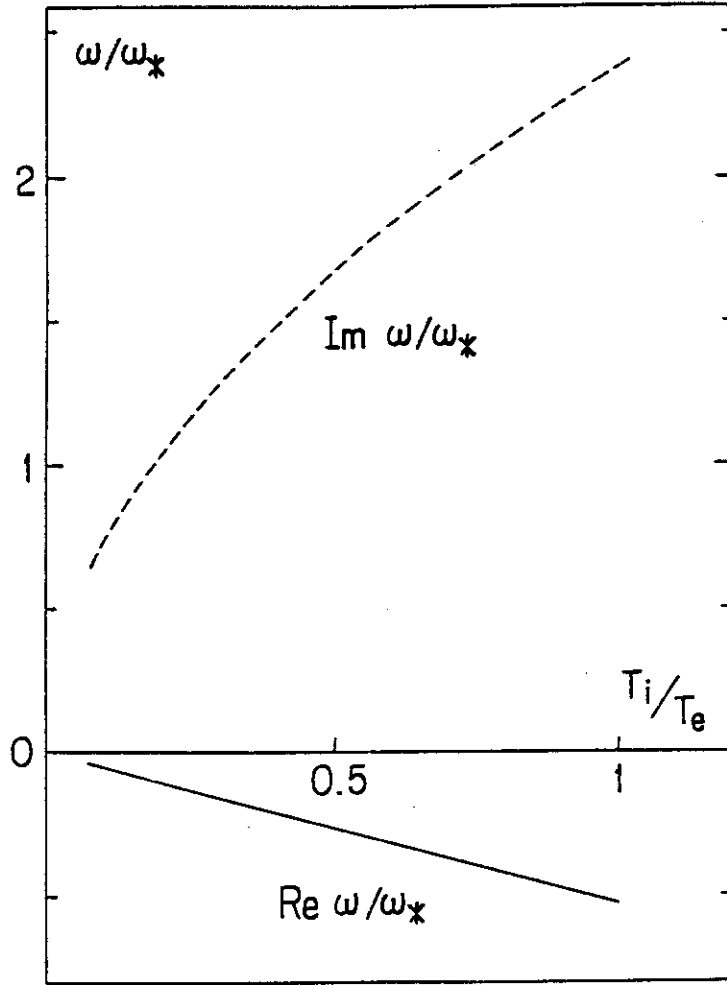


Fig. 8

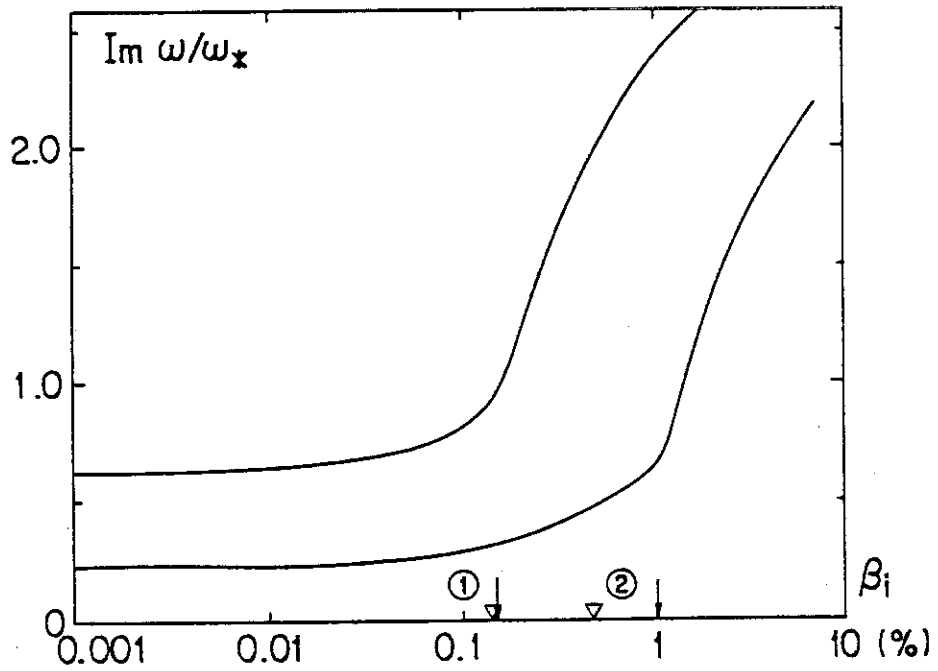


Fig. 9

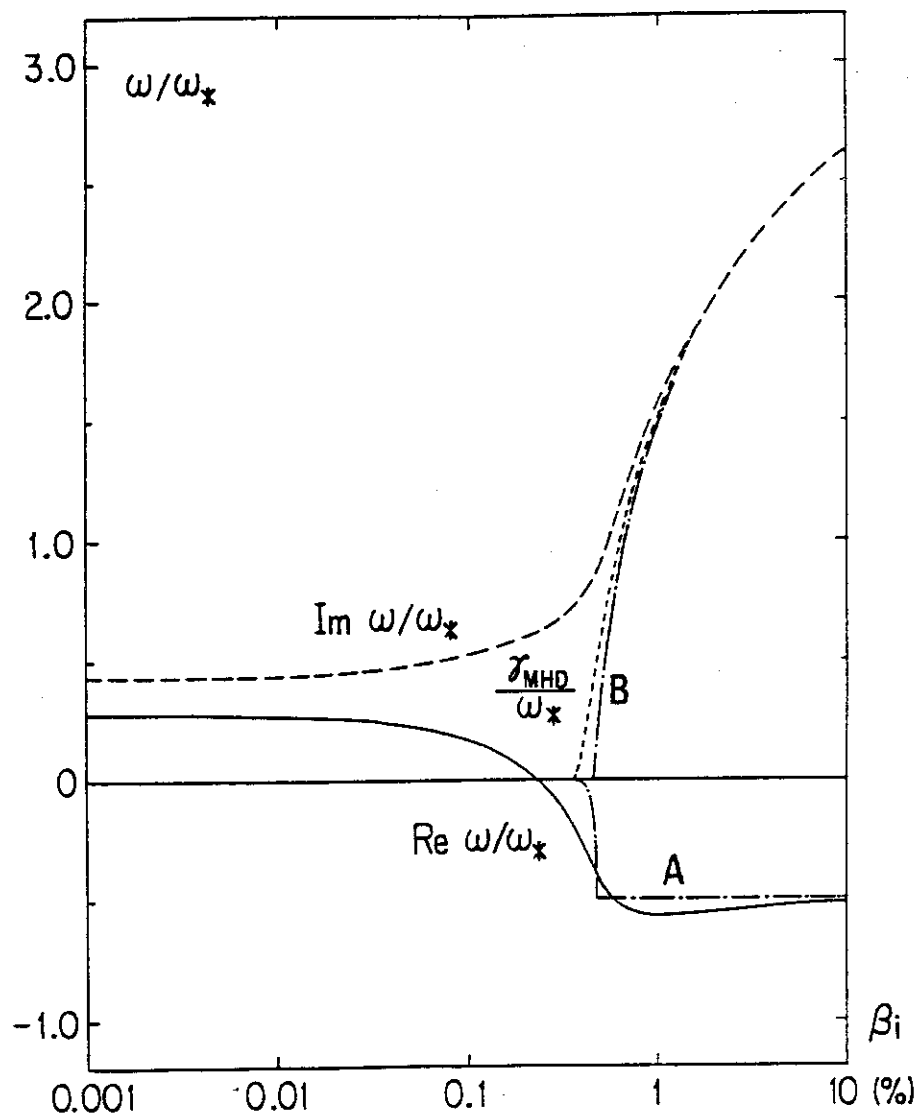


Fig. 10

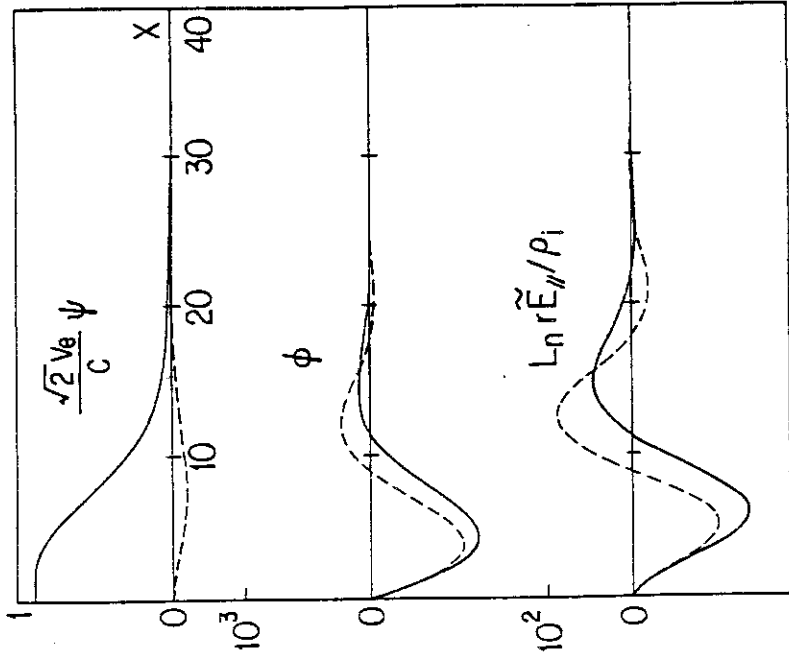


Fig. 11b

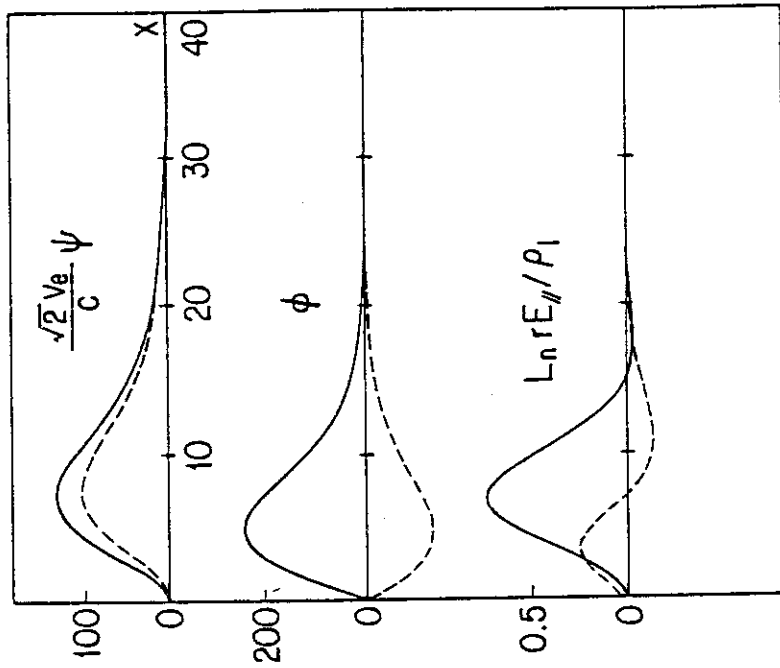


Fig. 11a

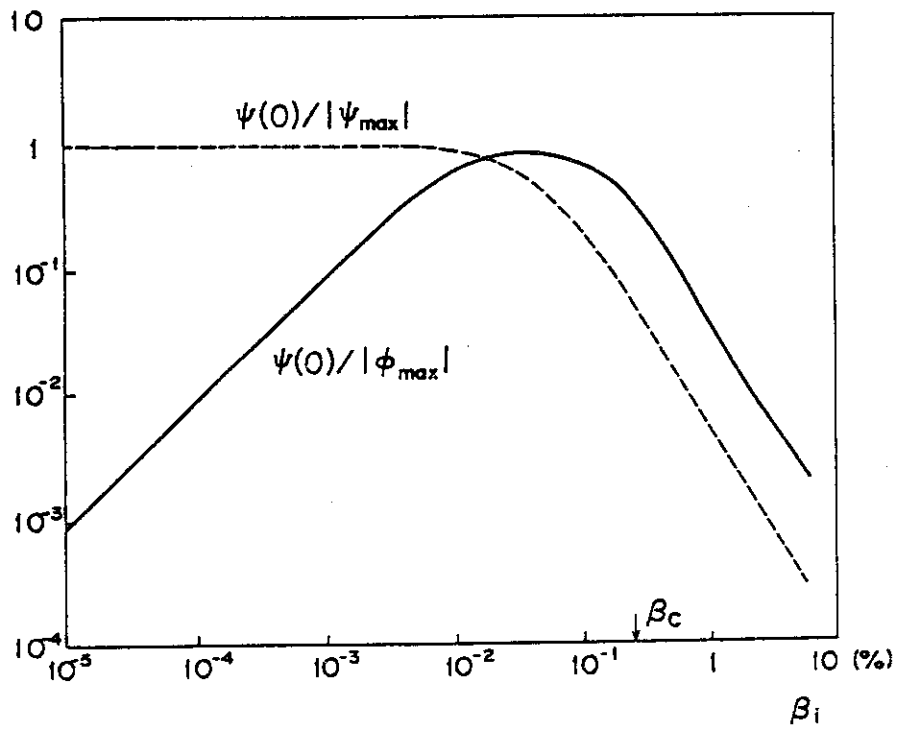


Fig. 12

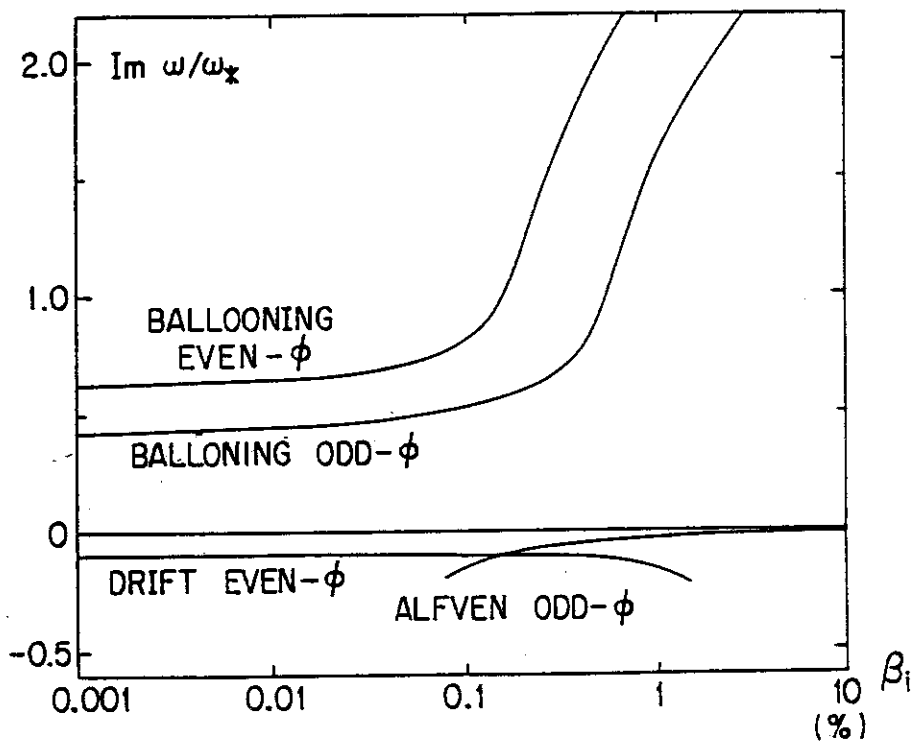


Fig. 13

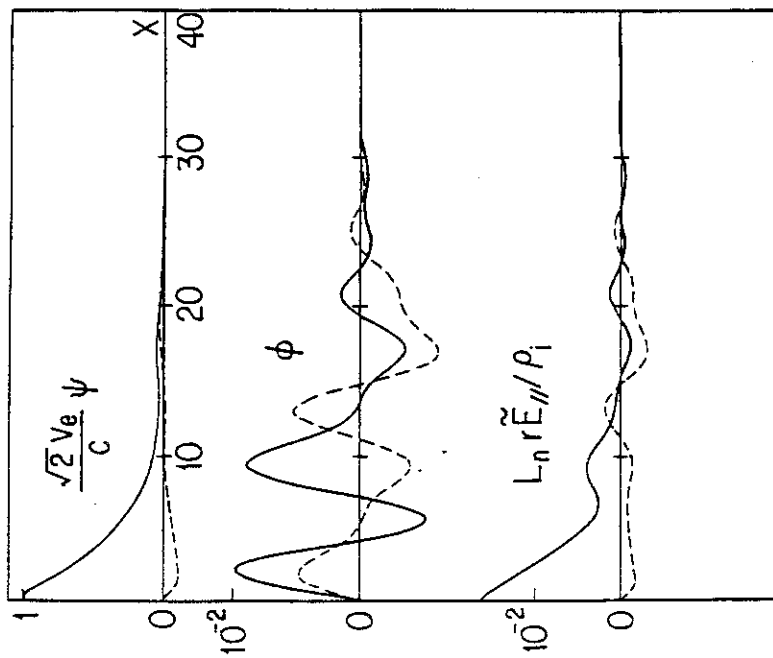


Fig. 14b

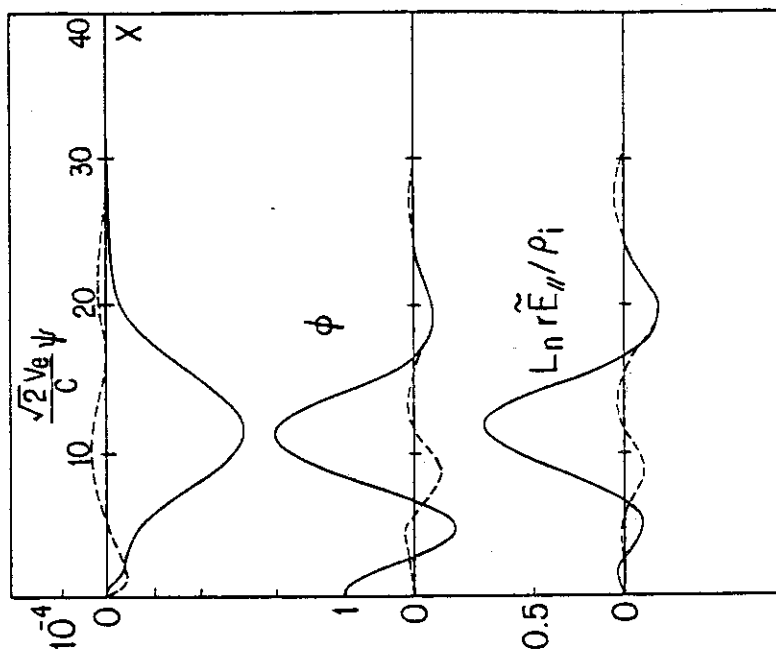


Fig. 14a

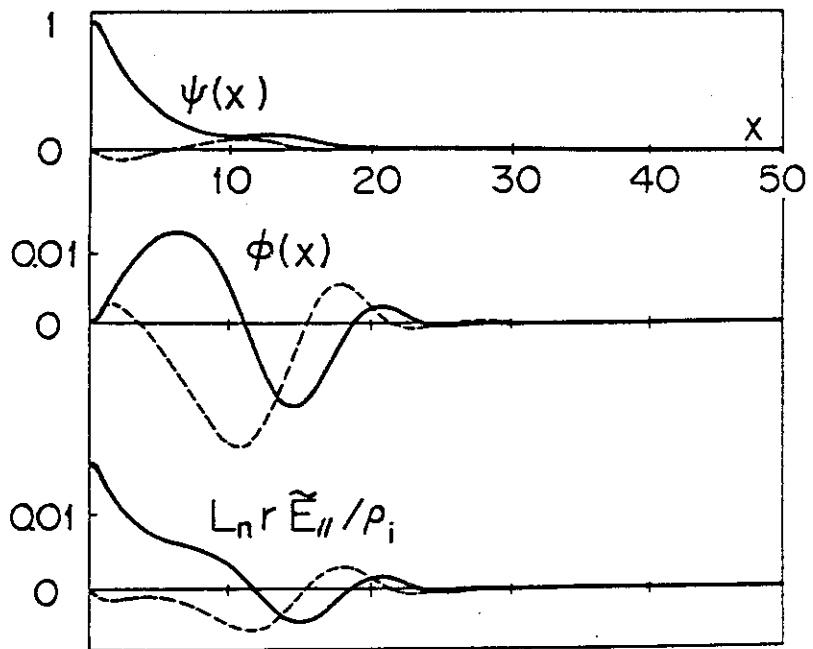


Fig. 14c

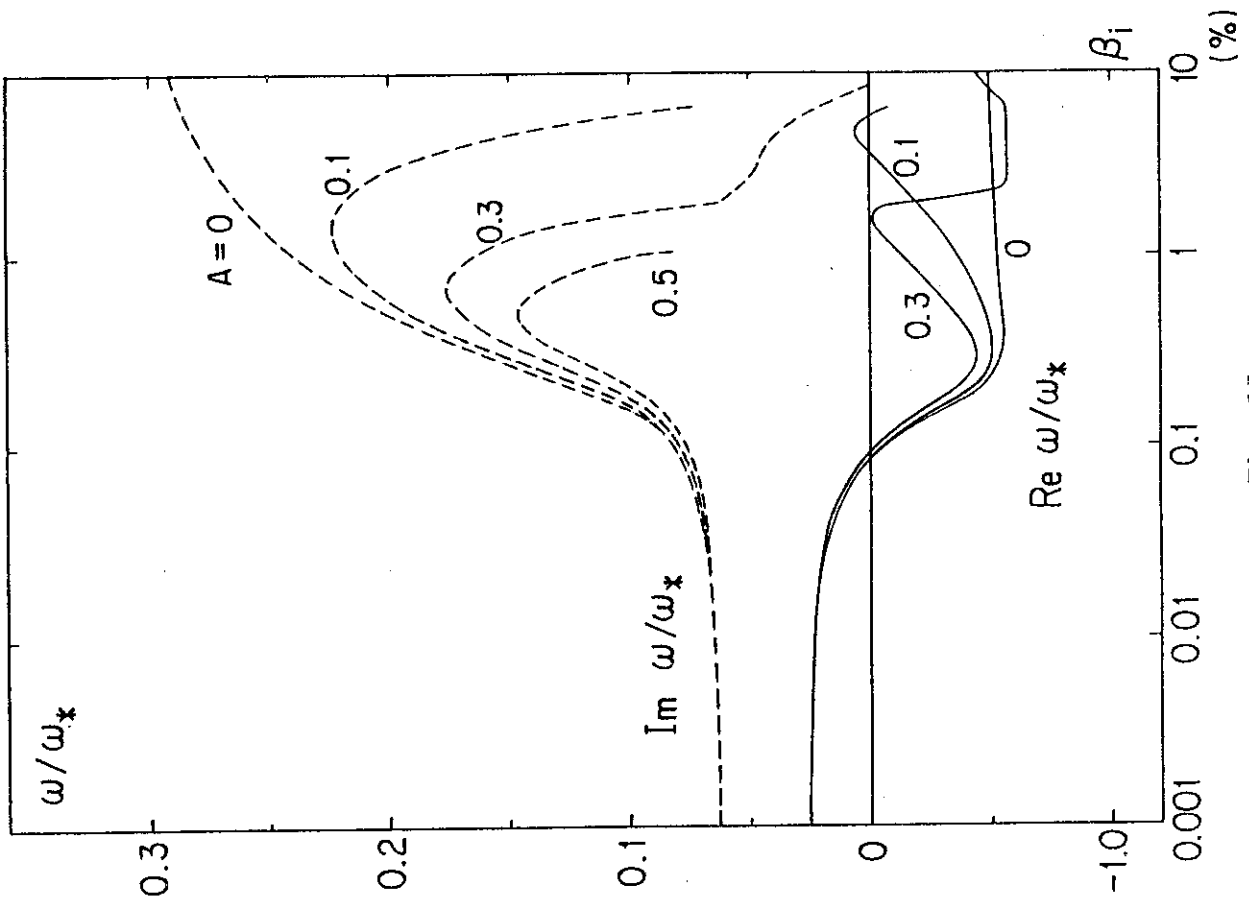


Fig. 15

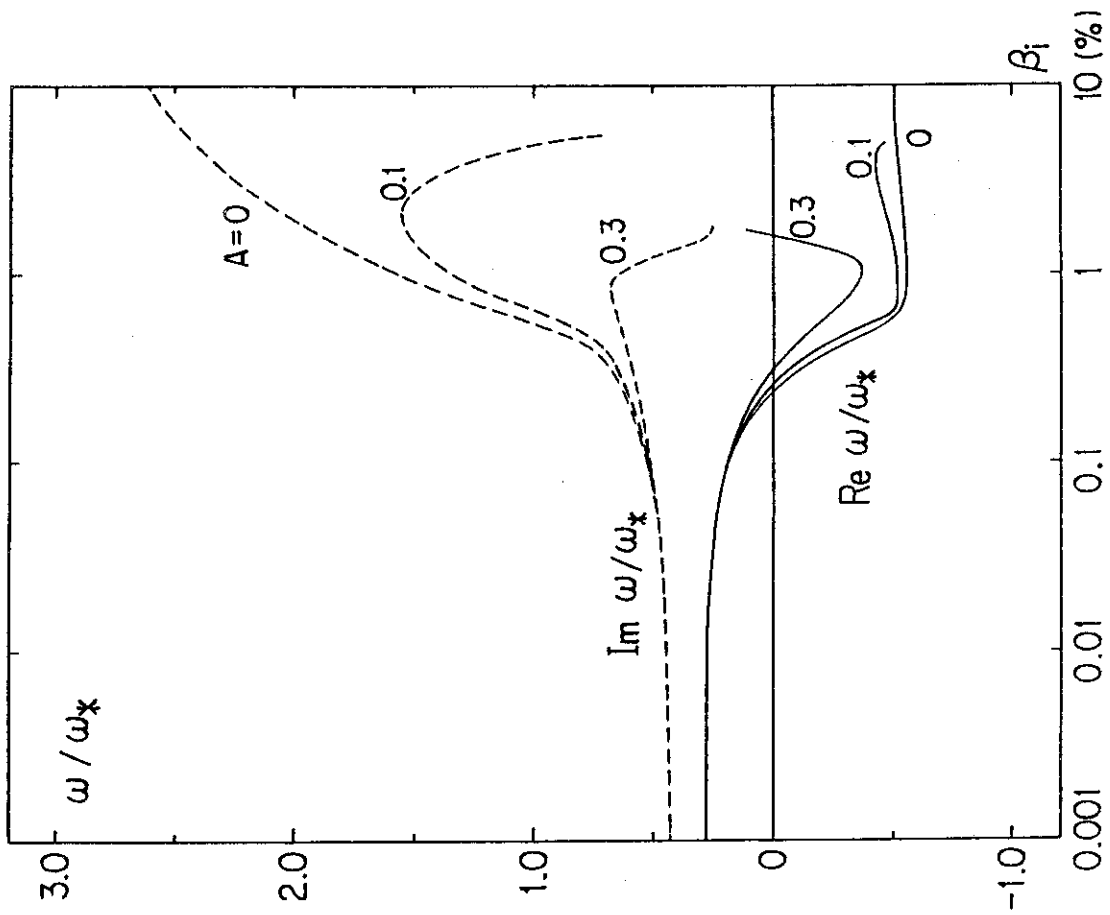


Fig. 16

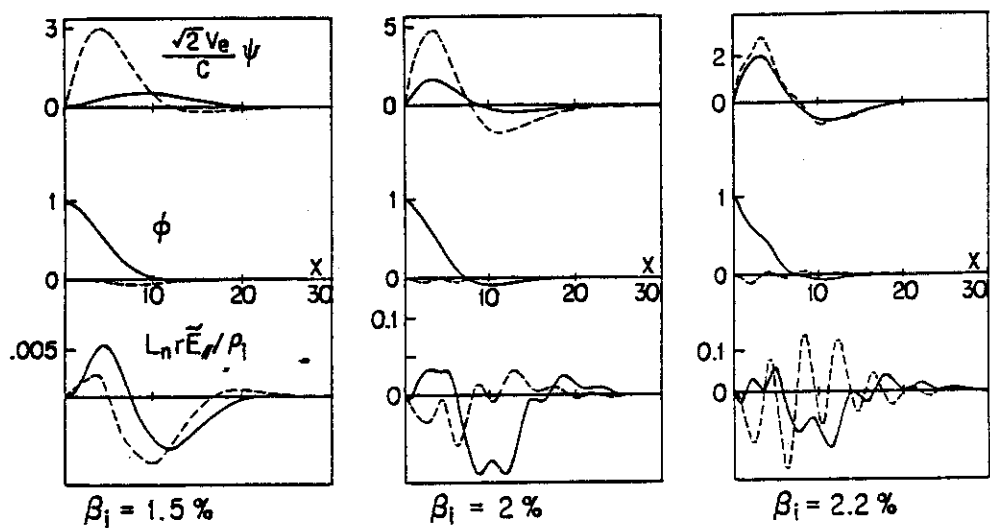


Fig. 17

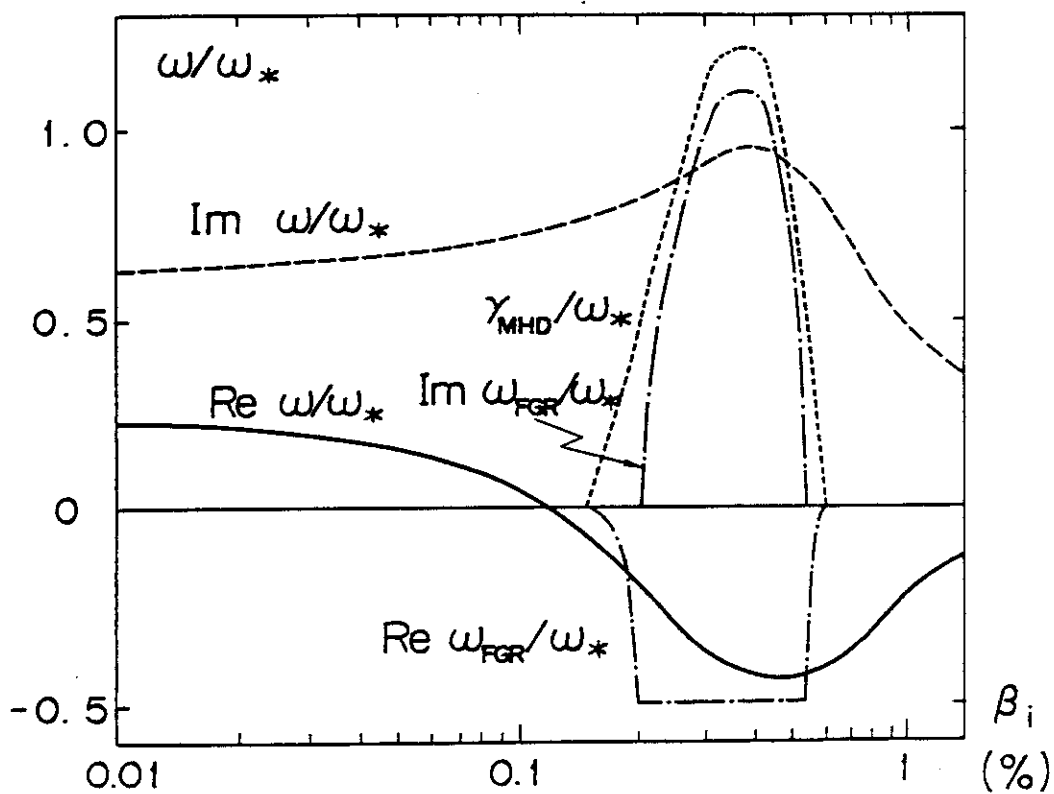


Fig. 18

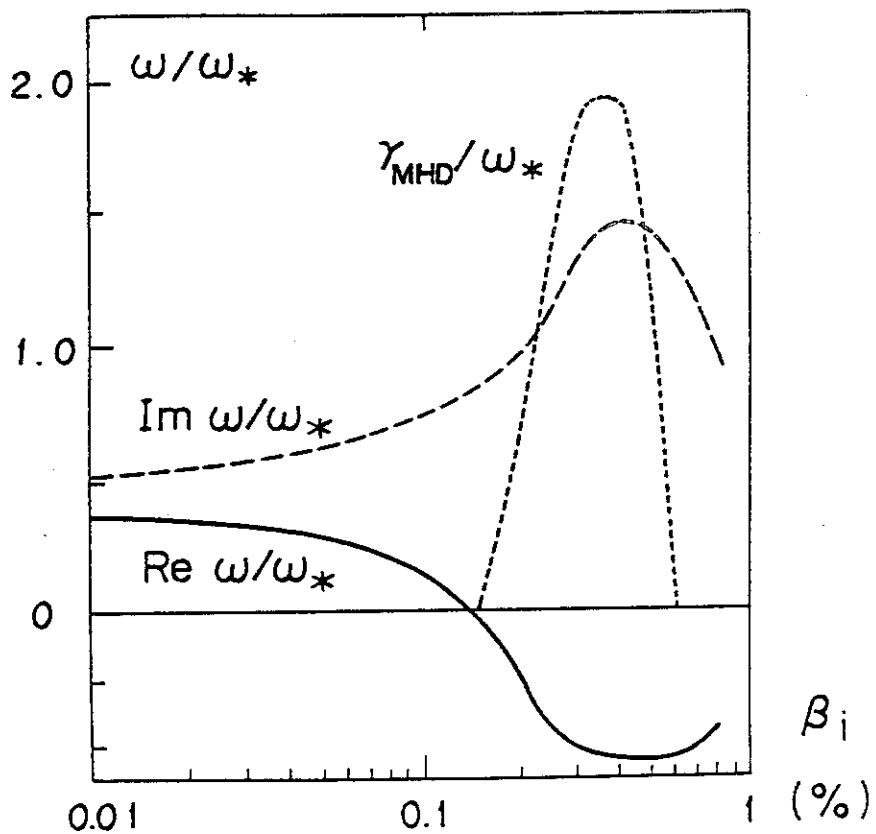


Fig. 19a

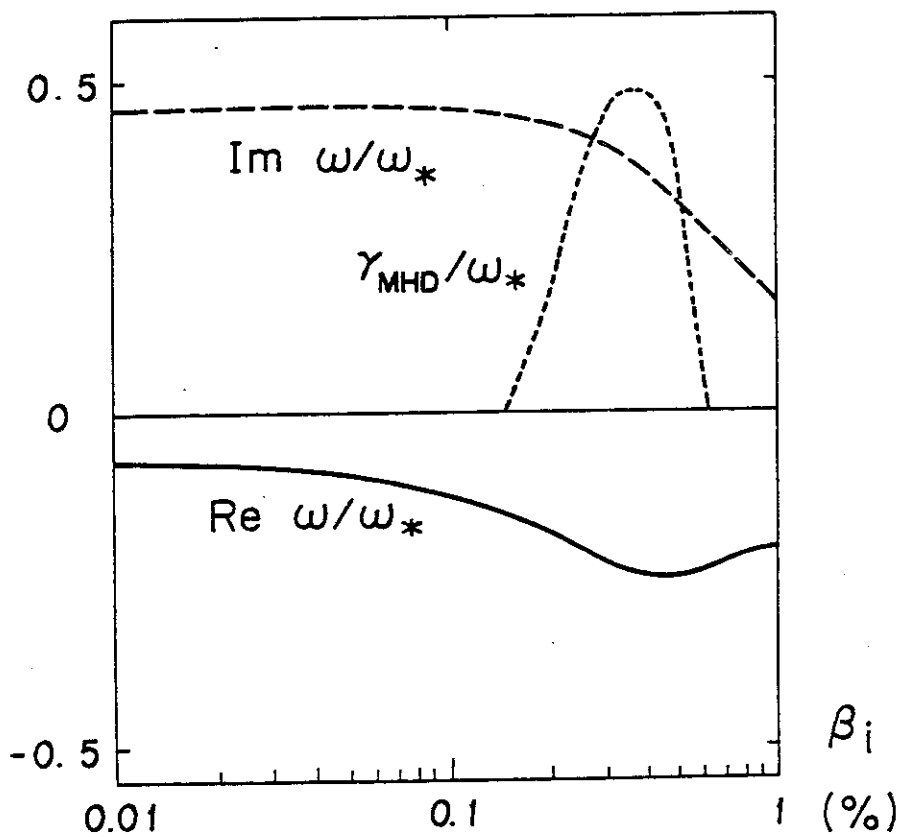


Fig. 19b

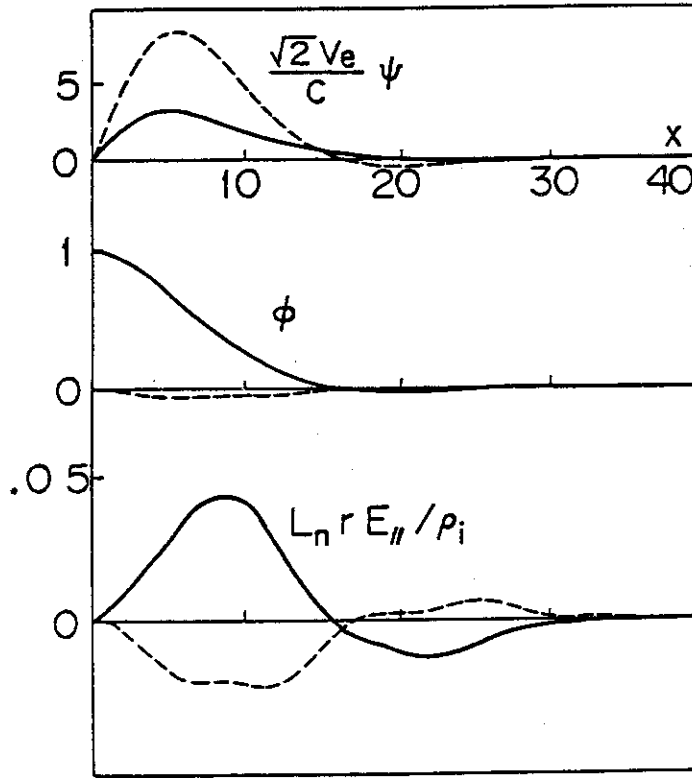


Fig. 20

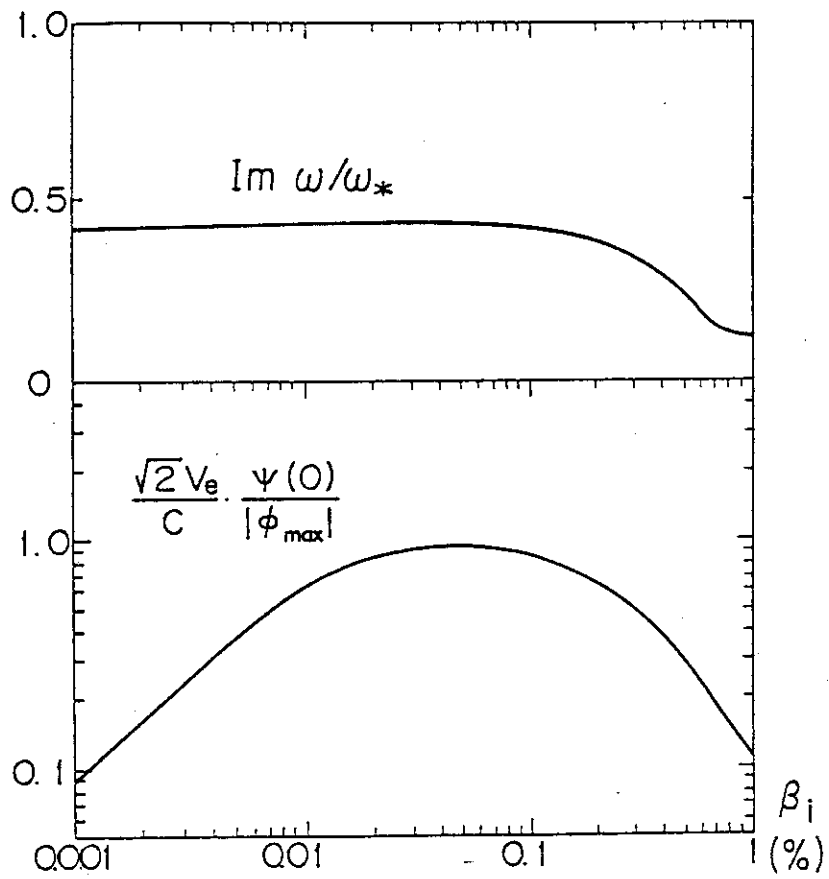


Fig. 21

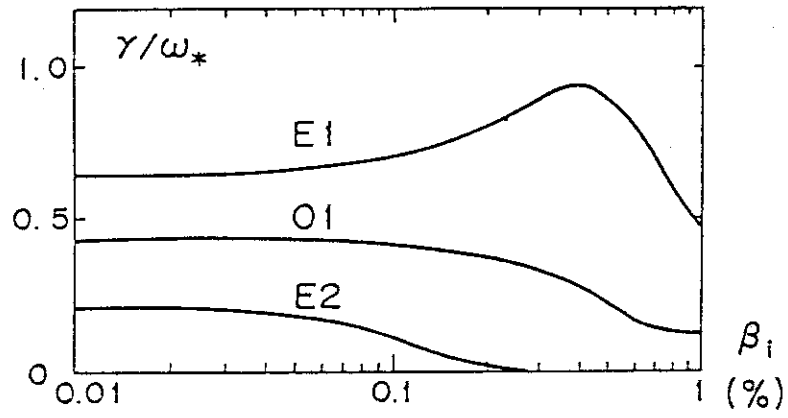


Fig. 22

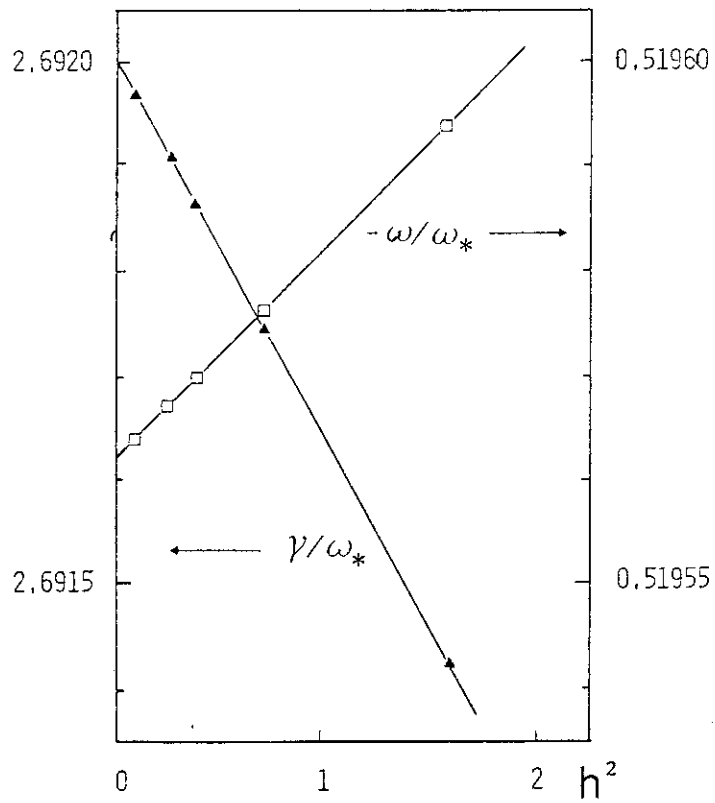


Fig. 23