

JAERI-Research
2001-051



JP0150828



ベクトル計算機を用いた Characteristics 法の高速度計算

2001 年 11 月

久語 輝彦

日本原子力研究所
Japan Atomic Energy Research Institute

本レポートは、日本原子力研究所が不定期に公刊している研究報告書です。

入手の間合わせは、日本原子力研究所研究情報部研究情報課（〒319-1195 茨城県那珂郡東海村）あて、お申し越してください。なお、このほかに財団法人原子力弘済会資料センター（〒319-1195 茨城県那珂郡東海村日本原子力研究所内）で複写による実費頒布をおこなっております。

This report is issued irregularly.

Inquiries about availability of the reports should be addressed to Research Information Division, Department of Intellectual Resources, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun, Ibarakiken 319-1195, Japan.

ベクトル計算機を用いた Characteristics 法の高速計算

日本原子力研究所東海研究所エネルギーシステム研究部

久語 輝彦

(2001年10月1日受理)

ベクトル計算機を用いて非均質中性子輸送計算法である Characteristics 法の高速計算の研究を行った。ベクトル化手法として Odd-Even Sweep(OES) 及び Independent Sequential Sweep (ISS)法を開発した。典型的な燃料集合体を対象として、両手法により集合体計算を行い、ベクトル計算の効果を調べた。その結果、両ベクトル化手法とも、ベクトル計算のスカラ計算に対する速度向上率 15 の高速演算を達成した。ISS 法と OES 法の比較という観点からは、最も時間を要する中性子伝播計算に要する計算時間に差がないこと、外部反復の収束性は ISS 法が優れていること、及び ISS 法の記憶容量は OES 法の場合の 1/5 に節約できることがわかった。これらより、ISS 法がベクトル化手法として優れていると結論付けられる。ベクトル計算においては、算術関数の代わりにテーブル内挿方式により指数関数を評価しても、全体では約 20%の計算時間の節約にとどまる。粗メッシュリバランス法及び Aitken 加速法はともに有効であり、それらの組み合わせにより、収束に要する反復回数を 1/4 から 1/5 に低減できることを確認した。

Fast Computation of the Characteristics Method on Vector Computers

Teruhiko KUGO

Department of Nuclear Energy System
Tokai Research Establishment
Japan Atomic Energy Research Institute
Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken

(Received October 1, 2001)

Fast computation of the characteristics method to solve the neutron transport equation in a heterogeneous geometry has been studied. Two vector computation algorithms; an odd-even sweep (OES) method and an independent sequential sweep (ISS) method have been developed and their efficiency to a typical fuel assembly calculation has been investigated. For both methods, a vector computation is 15 times faster than a scalar computation. From a viewpoint of comparison between the OES and ISS methods, the followings are found: 1) there is a small difference in a computation speed, 2) the ISS method shows a faster convergence and 3) the ISS method saves about 80% of computer memory size compared with the OES method. It is, therefore, concluded that the ISS method is superior to the OES method as a vectorization method. In the vector computation, a table-look-up method to reduce computation time of an exponential function saves only 20% of a whole computation time. Both the coarse mesh rebalance method and the Aitken acceleration method are effective as acceleration methods for the characteristics method, a combination of them saves 70-80% of outer iterations compared with a free iteration.

Keywords : Characteristics Method, Neutron Transport Calculation, Heterogeneous Geometry,
Fuel Assembly Calculation, Vector Computation, Odd-Even Sweep,
Independent Sequential Sweep, Table-look-up, Acceleration

目 次

1. 序論.....	1
2. Characteristics 法.....	3
2.1 中性子の伝播.....	3
2.2 中性子バランス式との結合.....	6
2.3 外部境界の取り扱い.....	9
2.4 求積セット.....	11
2.5 非等方散乱.....	12
3. 高速計算手法.....	14
3.1 ベクトル化プログラミングの基本規則.....	14
3.2 Characteristics 法のベクトル化プログラミングの基本的考え.....	15
3.3 Odd-Even Sweep 法と Independent Sequential Sweep 法.....	17
3.4 加速法.....	18
3.5 計算フロー.....	20
4. 高速計算性能.....	25
4.1 計算対象.....	25
4.2 計算結果及び考察.....	27
4.2.1 OES 法と ISS 法の比較.....	27
4.2.2 テーブル内挿方式の有効性.....	29
4.2.3 加速法の有効性.....	29
5. 結論.....	37
謝辞.....	37
参考文献.....	38

Contents

1. Introduction	1
2. Characteristics Method.....	3
2.1 Neutron Propagation	3
2.2 Neutron Balance Equation	6
2.3 Treatment of External Boundary	9
2.4 Quadrature Set.....	11
2.5 Anisotropic Scattering.....	12
3. Fast Computation Algorithm	14
3.1 Principle of Fast Vector Computation.....	14
3.2 Basic Idea on Vectorization Programming for the Characteristics Method.....	15
3.3 Odd-Even Sweep Method and Independent Sequential Sweep Method.....	17
3.4 Acceleration Methods.....	18
3.5 Calculation Flow	20
4. Performance of Fast Computation	25
4.1 Description of Problem	25
4.2 Calculation Result and Discussion	27
4.2.1 Comparison between the OES and the ISS Methods.....	27
4.2.2 Efficiency of Table-look-up Method.....	29
4.2.3 Efficiency of Acceleration Methods.....	29
5. Conclusion	37
Acknowledgement	37
Reference	38

1. 序 論

近年、商用炉では、MOX 燃料棒、太径ウォーターロッド、可燃性毒物棒の採用、TRU 混合燃料の採用等、燃料集合体の非均質性をますます増大させた設計が盛んに行われている。比較的短時間でしかも高精度な解が得られる非均質中性子輸送計算が求められるようになり、Askew により提案された Characteristics 法が新型炉の非均質集合体計算において用いられるようになってきた¹⁻²⁾。Characteristics 法では、対象とする体系に離散角度毎に多数の平行光線を引き、各 1 本の光線軌跡上で領域平均の中性子源と入射角度中性子束を用いて中性子伝播を計算し、それらの寄与を領域ごとに平均化するという計算過程を繰り返して角度中性子束分布を計算する。そのため Characteristics 法は、非均質輸送計算に従来用いられてきた衝突確率法と同様に幾何形状になんら制限を加えずに取り扱える一方、衝突確率法では困難であった角度中性子束を直接追跡すること、また、非等方散乱が容易に取り扱えることといった利点を備えており、特に非均質性が増大した新型炉の設計には、Characteristics 法は衝突確率法より有望な手法であると考えられている。実際に、Characteristics 法は多くの決定論的設計計算コードに組み込まれ、標準的な集合体計算手法となりつつある³⁻⁷⁾。さらに、より最近では Characteristics 法を pin-by-pin の非均質全炉心計算へ適用する試みもなされている⁸⁻⁹⁾。Characteristics 法が将来的に新型炉の炉心設計において大きな役割を占めるためには、Characteristics 法の高速度演算、加速法の研究が今後重要性を増してくる。

近年の計算機アーキテクチャを利用した高速計算手法として、並列化により計算を効率的に行う手法が開発されてきた。これらは、マルチ集合体体系をひとつ又はいくつかの集合体群に分割し、それらを 1CPU に割り当て、並列計算後に DNPL 法により集合体間の飛行軌跡を連結するという手法⁸⁾や離散角度をひとつまたは複数の離散角度群に分割して、離散角度群毎の計算を 1CPU に割り当て、並列計算後に全離散角度で集計するという手法である⁹⁾。しかしながら、ベクトル化による高速計算手法を Characteristics 法に適用した例はこれまでなかった。近年のスーパーコンピュータの開発においては、ベクトル-パラレル計算機が開発され、年々身近なものになりつつあり、ベクトル-パラレル計算機の計算能力をフルに活用するには、ベクトル化手法の適用は不可欠である。本研究では、Characteristics 法のベクトル化による高速計算の研究を行った。高速ベクトル計算を実現するには、回帰演算を回避しつつベクトル長を極力長くしたプログラミングを行うことが重要である。しかしながら、Characteristics 法では、中性子飛行軌跡上で入口境界から出口境界へと中性子伝播計算が行われ、一般的にはこの計算過程が回帰演算となる。この回帰演算を避ける体系スイープ手法として、Odd-Even Sweep 法及び Independent Sequential Sweep 法を開発した。本研究では、両手法を比較しつつ、ベクトル化手法としての適用性を調べた。

これまでの研究から、Characteristics 法の計算過程において最も計算コストのかかる計算

部は中性子伝播計算部であり、これは、ここで用いられる指数関数が多大な計算時間を消費することが原因であり、指数関数の評価手法として、組み込みの算術関数からテーブル内挿方式を採用すれば、最も簡単に Characteristics 法の計算効率が向上することが報告されている^{6,7)}。本研究では、組み込みの算術関数を用いた場合とテーブル内挿方式を採用した場合に対してベクトル計算を行い、ベクトル計算におけるテーブル内挿方式の有効性を調べた。

また、本研究では S_N 輸送計算等に従来から適用されてきた加速法として、内側反復過程において粗メッシュリバランス法¹⁰⁾を、外側反復における核分裂中性子源の外挿法として、一種の数列の外挿法である Aitken 加速^{3,8)}をそれぞれ採用し、その有効性を調べた。

第2章では Characteristics 法の一般的な理論を述べる。第3章では、ベクトル計算機に適した高速演算アルゴリズムについて述べる。第4章では、典型的な集合体計算に対して、ベクトル計算、加速法を適用した結果を述べる。第5章で結論を述べる。

2. Characteristics 法

2.1 中性子の伝播

Characteristics 法においては、Fig.2.1 に示すように計算対象上に多数の平行な中性子飛行軌跡を引き、外部境界面入口から外部境界面出口まで直線軌跡が媒質を横切る線分（セグメント）毎に中性子の伝播を順次計算し、境界条件により境界面入口の角度中性子束を更新するという過程を繰り返す。

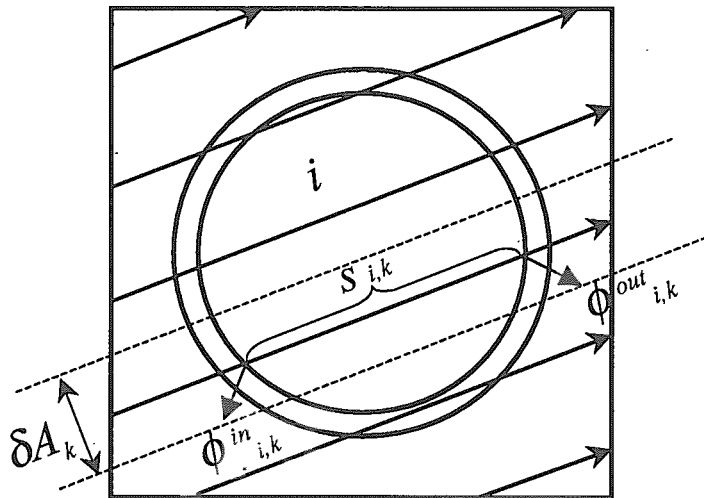


Fig.2.1 Representation of characteristics lines

まず、セグメント上での中性子伝播計算について述べる。簡単のために、エネルギー群 1 群のボルツマンの中性子輸送方程式から出発する。領域 i を横切るセグメント k 上での中性子飛行軌跡に沿って、微積分型輸送方程式は以下のように書くことができる。

$$\frac{d\phi_{i,k}(s, \Omega)}{ds} + \Sigma_i(s)\phi_{i,k}(s, \Omega) = Q_i(s, \Omega) \quad , \quad (2.1.1)$$

ここで $\phi_{i,k}(s, \Omega)$ は角度方向 Ω 、地点 s における角度中性子束、 $\Sigma_i(s)$ は領域 i の地点 s における全または輸送断面積、 $Q_i(s, \Omega)$ は領域 i の地点 s における角度方向 Ω の角度依存中性子源である。ここで角度依存中性子源を領域平均し (*flat-flux approximation*)、領域内で全断面積を一定とすると、(2.1.1)式は以下のように書ける。

$$\frac{d\phi_{i,k}(s, \Omega)}{ds} + \Sigma_i \phi_{i,k}(s, \Omega) = Q_i(\Omega) \quad . \quad (2.1.2)$$

ここで角度中性子束は以下のように書け、

$$\phi_{i,k}(s, \Omega) = C_1 \exp(-\Sigma_i s) + C_2 \quad , \quad (2.1.3)$$

C_1 および C_2 は定数で以下のように決定される。

(2.1.3)式を(2.1.2)式に代入し、 C_2 を得る。

$$C_2 = Q_i(\Omega) / \Sigma_i \quad (2.1.4)$$

領域 i 、セグメント k に入射してくる角度中性子束を以下のように表すと、

$$\phi_{i,k}(0, \Omega) = \phi_{i,k}^m(\Omega) \quad , \quad (2.1.5)$$

(2.1.2)式は以下の関係を満たす。

$$\begin{aligned} -C_1 \Sigma_i + \Sigma_i \phi_{i,k}^m(\Omega) &= Q_i(\Omega) \\ C_1 &= \phi_{i,k}^m(\Omega) - \frac{Q_i(\Omega)}{\Sigma_i} \end{aligned} \quad (2.1.6)$$

よって、その領域に入射してくる角度中性子束が既知であれば、(2.1.2)式は以下のように解くことができる。

$$\begin{aligned} \phi_{i,k}(s, \Omega) &= \{ \phi_{i,k}^m(\Omega) - Q_i(\Omega) / \Sigma_i \} \exp(-\Sigma_i s) + Q_i(\Omega) / \Sigma_i \\ &= \phi_{i,k}^m(\Omega) \exp(-\Sigma_i s) + \frac{Q_i(\Omega)}{\Sigma_i} (1 - \exp(-\Sigma_i s)) \\ &= \phi_{i,k}^m(\Omega) \exp(-\Sigma_i s) + Q_i(\Omega) \frac{1 - \exp(-\Sigma_i s)}{\Sigma_i} \end{aligned} \quad (2.1.7)$$

ここで領域 i を横切るセグメント k の長さを $s_{i,k}$ とすると、セグメント k に沿って領域 i から出ていく角度中性子束は以下のように表現できる。

$$\phi_{i,k}^{out}(\Omega) = \phi_{i,k}^m(\Omega) \exp(-\Sigma_i s_{i,k}) + Q_i(\Omega) \frac{1 - \exp(-\Sigma_i s_{i,k})}{\Sigma_i} \quad , \quad (2.1.8)$$

または

$$\phi_{i,k}^{out}(\Omega) = \phi_{i,k}^m(\Omega) + s_{i,k} \frac{1 - \exp(-\Sigma_i s_{i,k})}{\Sigma_i s_{i,k}} \{ Q_i(\Omega) - \Sigma_i \phi_{i,k}^m(\Omega) \} \quad . \quad (2.1.9)$$

ここで、

$$\phi_{i,k}^{out}(\Omega) = \phi_{i,k}(s_{i,k}, \Omega) \quad , \quad (2.1.10)$$

とおいた。

(2.1.8)式または(2.1.9)式が Characteristics 法の基本式であり、既知の角度入射中性子束と領域平均の角度依存中性子源を用いると、(2.1.8)式または(2.1.9)式によりセグメント出口における角度中性子束が計算できる。このセグメント出口の角度中性子束は、そのまま次セグメントの入口における角度中性子束として使われる。つまり、あるセグメントで計算された出口中性子束は、次のセグメントの出口中性子束を計算するために参照されるという回帰演算となる。この回帰演算が、ベクトル化プログラミングを困難にしている原因である。

なお、(2.1.11)で表される積分型輸送方程式から出発しても、同様に(2.1.8)式または(2.1.9)式を導くことができる。

$$\phi_{i,k}(s, \Omega) = \phi_{i,k}^{in}(\Omega) \exp(-\Sigma_i s) + \int_0^s ds' Q_i(\Omega) \exp(-\Sigma_i s') \quad . \quad (2.1.11)$$

上式は以下のように変形でき、これは(2.1.7)式と一致し、同様に(2.1.8)式または(2.1.9)式を導くことができる。

$$\begin{aligned} \phi_{i,k}(s, \Omega) &= \phi_{i,k}^{in}(\Omega) \exp(-\Sigma_i s) + Q_i(\Omega) \left[-\frac{\exp(-\Sigma_i s')}{\Sigma_i} \right]_0^s \\ &= \phi_{i,k}^{in}(\Omega) \exp(-\Sigma_i s) + Q_i(\Omega) \left[\frac{1}{\Sigma_i} - \frac{\exp(-\Sigma_i s)}{\Sigma_i} \right] \\ &= \phi_{i,k}^{in}(\Omega) \exp(-\Sigma_i s) + Q_i(\Omega) \frac{1 - \exp(-\Sigma_i s)}{\Sigma_i} \quad . \end{aligned} \quad (2.1.12)$$

2.2 中性子バランス式との結合

全ての軌跡上で中性子伝播計算が終了すれば、全セグメント上の角度中性子束を用いて、領域平均中性子束および領域平均中性子源を更新する。これらを交互に繰り返して中性子束と中性子源の収束を図る。

まず、セグメント平均の角度中性子束は、(2.1.7)式を $s = 0$ から $s = s_{i,k}$ 間で積分して以下のように決定できる。

$$\begin{aligned}
 \overline{\phi}_{i,k}(\Omega)s_{i,k} &= \int_0^{s_{i,k}} ds \phi_{i,k}(s, \Omega) \\
 &= \int_0^{s_{i,k}} \phi_{i,k}^{in}(\Omega) \exp(-\Sigma_i s) ds + \int_0^{s_{i,k}} Q_i(\Omega) \frac{1 - \exp(-\Sigma_i s)}{\Sigma_i} ds \\
 &= \phi_{i,k}^{in}(\Omega) \left[-\frac{\exp(-\Sigma_i s)}{\Sigma_i} \right]_0^{s_{i,k}} + Q_i(\Omega) \left[\frac{s}{\Sigma_i} + \frac{\exp(-\Sigma_i s)}{\Sigma_i^2} \right]_0^{s_{i,k}} \\
 &= \phi_{i,k}^{in}(\Omega) \left[-\frac{\exp(-\Sigma_i s_{i,k})}{\Sigma_i} + \frac{1}{\Sigma_i} \right] \\
 &\quad + Q_i(\Omega) \left[\frac{s_{i,k}}{\Sigma_i} + \frac{\exp(-\Sigma_i s_{i,k})}{\Sigma_i^2} - \frac{1}{\Sigma_i^2} \right] \\
 &= \frac{Q_i(\Omega)s_{i,k}}{\Sigma_i} + \frac{\phi_{i,k}^{in}(\Omega)}{\Sigma_i} \\
 &\quad - \frac{1}{\Sigma_i} \left[\phi_{i,k}^{in}(\Omega) \exp(-\Sigma_i s_{i,k}) + Q_i(\Omega) \frac{1 - \exp(-\Sigma_i s_{i,k})}{\Sigma_i} \right] \\
 &= \frac{Q_i(\Omega)s_{i,k}}{\Sigma_i} + \frac{\phi_{i,k}^{in}(\Omega)}{\Sigma_i} - \frac{\phi_{i,k}^{out}(\Omega)}{\Sigma_i} .
 \end{aligned} \tag{2.2.1}$$

上式から、セグメント内での中性子バランスは以下のようになる。

$$\Sigma_i s_{i,k} \overline{\phi}_{i,k}(\Omega) = Q_i(\Omega)s_{i,k} + \phi_{i,k}^{in}(\Omega) - \phi_{i,k}^{out}(\Omega) . \tag{2.2.2}$$

上式を利用して、領域内での中性子バランスを考える。各セグメントの寄与をセグメント幅を乗じて足しあわせると領域平均のバランス式を得る。

$$\Sigma_i V_i \overline{\phi}_i(\Omega) = Q_i(\Omega)V_i + \sum_k \delta A_k \{ \phi_{i,k}^{in}(\Omega) - \phi_{i,k}^{out}(\Omega) \} , \tag{2.2.3}$$

ここで、セグメント k のもつセグメント幅を δA_k (Fig.2.1 参照) と表した。またセグメント長は以下のように真の体積 V_i を保存するように規格化してあるものとした。

$$V_i = \sum_k \delta A_k s_{i,k} \quad . \quad (2.2.4)$$

(2.1.9)式を(2.2.5)式のように変形する。

$$\phi_{i,k}^{in}(\Omega) - \phi_{i,k}^{out}(\Omega) = -s_{i,k} E(\Sigma_i s_{i,k}) \{ Q_i(\Omega) - \Sigma_i \phi_{i,k}^{in}(\Omega) \} \quad . \quad (2.2.5)$$

ここで

$$E(\Sigma_i s_{i,k}) = \frac{1 - \exp(-\Sigma_i s_{i,k})}{\Sigma_i s_{i,k}} \quad , \quad (2.2.6)$$

である。(2.2.5)式を(2.2.3)式に代入すると、以下の様に変形できる。

$$\begin{aligned} \bar{\phi}_i(\Omega) &= \frac{Q_i(\Omega)}{\Sigma_i} - \frac{1}{\Sigma_i V_i} \sum_k \delta A_k s_{i,k} E(\Sigma_i s_{i,k}) \{ Q_i(\Omega) - \Sigma_i \phi_{i,k}^{in}(\Omega) \} \\ &= \frac{Q_i(\Omega)}{\Sigma_i V_i} \left\{ V_i - \sum_k \delta A_k s_{i,k} E(\Sigma_i s_{i,k}) \right\} \\ &\quad + \frac{1}{\Sigma_i V_i} \sum_k \delta A_k s_{i,k} E(\Sigma_i s_{i,k}) \Sigma_i \phi_{i,k}^{in}(\Omega) \\ &= \frac{Q_i(\Omega)}{\Sigma_i V_i} \sum_k \delta A_k s_{i,k} \{ 1 - E(\Sigma_i s_{i,k}) \} \\ &\quad + \frac{1}{V_i} \sum_k \delta A_k s_{i,k} E(\Sigma_i s_{i,k}) \phi_{i,k}^{in}(\Omega) \quad . \end{aligned} \quad (2.2.7)$$

上式が領域平均の角度中性子束の表式である。

実際の数値計算では、角度に関して離散座標系をとり、(2.2.8)式に示すような離散角度 Ω_n とその重み w_n の求積セットを用いる。求積セットの与え方については、第 2.4 節で述べる。

$$\frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} d\Omega f(\Omega) = \sum_n w(\Omega_n) f(\Omega_n) \quad , \quad S_N = \{ w(\Omega_n), \Omega_n, n = 1, N \} \quad (2.2.8)$$

ここで重み w_n の総和は 1 である。上の求積セットを用いると、領域平均のスカラ-中性子束は以下のように表すことができる。

$$\bar{\phi}_i = 4\pi \sum_n w(\Omega_n) \bar{\phi}_i(\Omega_n) \quad . \quad (2.2.9)$$

等方散乱を仮定すると、スカラ-中性子束を用いて領域平均の等方中性子源は以下のように表すことができる。

$$\overline{Q}_i^g = \frac{1}{4\pi} \sum_{g'} \Sigma_{s0,i}^{g' \rightarrow g} \overline{\phi}_i^{g'} + \frac{\chi^g}{4\pi k_{eff}} \sum_{g'} \nu \Sigma_{f,i}^{g'} \overline{\phi}_i^{g'} \quad (2.2.10)$$

ここで、 k_{eff} は実効増倍率であり、多群表示とした。なお、非等方散乱源については、第 2.5 節で述べる。

2.3 外部境界の取り扱い

第2.1節で述べた中性子束の伝播は、適当な境界条件により停止する。境界の取り扱いについて、以下に代表的な取り扱いについて述べる。

サイクリック法^{2,7,11)}は厳密な境界の取り扱いを目指したものであり、幾何形状の周期性を持つ場合に適用できる。サイクリック法では、Fig.2.2 に示すように、ある格子のある点で入射した中性子が、異なる格子上的格子原点から見て同一の点に再度入射してくることを想定している。つまり、同一の軌跡がある周期をもって繰り返される。このため、境界での扱いは、陽には扱われない、つまり近似なしに、中性子伝播の中で陰に厳密に扱うことが可能となる。しかしながら、飛行角度は、任意に取ることができず、固定角度となる。また、2次元XY体系では、この扱いは、矩形格子、正方格子、六角格子形状等格子形状を持つものだけに適用可能であり、透過境界、完全反射境界、回転境界条件が考えられる。

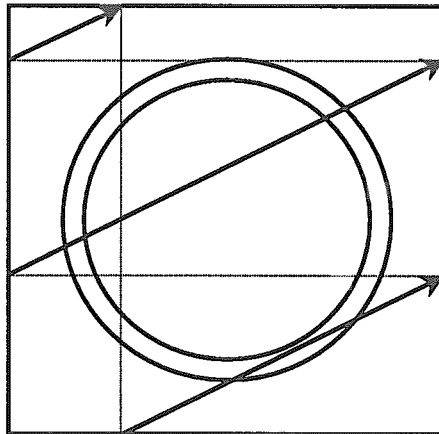


Fig.2.2 Ray tracing for translation condition in cyclic treatment

ここではサイクリック法については、詳細に触れずに、一般的な幾何形状、外部境界面における境界条件の近似的な取り扱いについて述べる。ここでは、ある外部境界面におけるある放射角度に対して、その空間及び角度範囲における平均的部分中性子カレントを算出し、それを適当な境界条件で体系内に入射させるもので、中性子バランスを保つことができる⁶⁾。この場合、サイクリック法と違い、中性子飛行角度は任意に取ることができる。無限格子体系でない場合、特に、オープンな境界を持つ場合には、この境界の扱いは有効である。また、無限格子系においても、その利用は特段支障を来すものでもない。

近似的な取り扱い手法では、角度 ρ 方向に表面 α から放射する平均部分中性子カレントがアルベド β_α により、再度体系に入射してくることを考える。

$$J_{i,\alpha,\rho}^- = \beta_\alpha J_{i,\alpha,\rho}^+ \quad (2.3.1)$$

ここで、平均放射中性子カレントは以下のように計算できる。

$$\begin{aligned} J_{i,\alpha,\rho}^+ &= \int_\alpha dS \int_{(\rho,+)} d\Omega |\mathbf{n} \cdot \Omega| \phi_i^{out}(\mathbf{r}, \Omega) = \int_\alpha dS \int_{(\rho,+)} d\Omega \mu \phi_i^{out}(\mathbf{r}, \Omega) \\ &\approx 4\pi \sum_{k \in i,\alpha,\rho} \mu_k dS_k w(\Omega_k) \phi_{i,k}^{out}(\Omega_k) = 4\pi \sum_{k \in i,\alpha,\rho} \delta A_k w(\Omega_k) \phi_{i,k}^{out}(\Omega_k) \end{aligned} \quad (2.3.2)$$

また、入射中性子カレントは、平均的に中性子が入射することを仮定し、以下のように計算できる。

$$\begin{aligned} J_{i,\alpha,\rho}^- &= \int_\alpha dS \int_{(\rho,-)} d\Omega |\mathbf{n} \cdot \Omega| \bar{\phi}_{i,\alpha,\rho}^{in} = \int_\alpha dS \int_{(\rho,-)} d\Omega \mu \bar{\phi}_{i,\alpha,\rho}^{in} \\ &\approx 4\pi \sum_{k \in i,\alpha,\rho} \mu_k dS_k w(\Omega_k) \bar{\phi}_{i,\alpha,\rho}^{in} = 4\pi \sum_{k \in i,\alpha,\rho} \delta A_k w(\Omega_k) \bar{\phi}_{i,\alpha,\rho}^{in} \end{aligned} \quad (2.3.3)$$

ここで、角度 ρ 方向に表面 α からの平均入射中性子束を $\bar{\phi}_{i,\alpha,\rho}^{in}$ と表した。(2.3.1)式、(2.3.2)

式及び(2.3.3)式から、平均入射中性子束 $\bar{\phi}_{i,\alpha,\rho}^{in}$ は以下のように決定できる。

$$\begin{aligned} \sum_{k \in i,\alpha,\rho} \delta A_k w(\Omega_k) \bar{\phi}_{i,\alpha,\rho}^{in} &= \beta_\alpha \sum_{k \in i,\alpha,\rho} \delta A_k w(\Omega_k) \phi_{i,k}^{out}(\Omega_k) \\ \bar{\phi}_{i,\alpha,\rho}^{in} &= \frac{\beta_\alpha \sum_{k \in i,\alpha,\rho} \delta A_k w(\Omega_k) \phi_{i,k}^{out}(\Omega_k)}{\sum_{k \in i,\alpha,\rho} \delta A_k w(\Omega_k)} = \frac{\beta_\alpha J_{i,\alpha,\rho}^+}{c_{i,\alpha,\rho}} \end{aligned} \quad (2.3.4)$$

ここで

$$c_{i,\alpha,\rho} = \sum_{k \in i,\alpha,\rho} \delta A_k w(\Omega_k) \quad (2.3.5)$$

であり、中性子カレントを中性子束に変換する規格化因子である。平均入射中性子束 $\bar{\phi}_{i,\alpha,\rho}^{in}$ を角度 ρ 方向に表面 α から領域 i に入射する角度中性子束にそのまま割り当てる。

$$\phi_{i,k}^{in}(\Omega_k) = \bar{\phi}_{i,\alpha,\rho}^{in} \quad (2.3.6)$$

ここで、入射面、入射角度を適切に与えることにより、反射境界条件、透過境界条件、回転境界条件に対応することができる。また、(2.3.2)式において全放出角度について総計し、平均化すれば等方反射境界となり、アルベド値に 0 を与えれば真空境界となる。

2.4 求積セット

2次元計算に対する一般的な求積セットの与え方について述べる。2次元計算では、Fig.2.3に示すように、水平面上での光線追跡データを極角方向に投射した光線追跡データを用いて計算を行う。

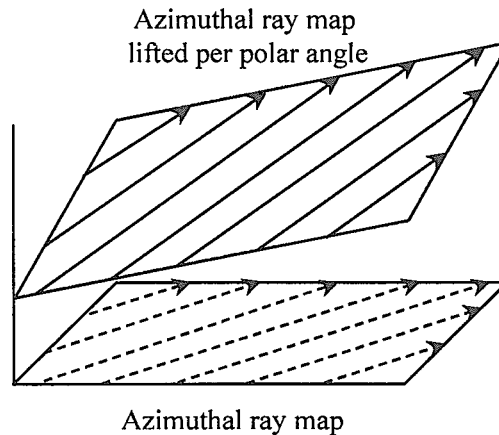


Fig.2.3 Ray map for 2-dimensional geometry

径方向の飛行角度分布については、サイクリック法を別とすれば、一般的には等角度間隔及び等重みの求積セットを与えるのが一般的である。

極角方向については、以下の数種の与え方がこれまで使われており、ここではいくつかを紹介する。

- (a) 標準的な Gauss-Legendre セット
- (b) 等間隔角度、不均等重み
- (c) 均一重み、不等間隔角度：角度は \secant の平均値
- (d) 均一重み、不等間隔角度：角度は \cosine の平均値
- (e) Leonard のセット¹²⁾

Leonard により以下の最適 2 点セットが与えられている。

$$w_1 = 0.139473 \quad \sin \theta_1 = 0.273658$$

$$w_2 = 0.860527 \quad \sin \theta_2 = 0.865714$$

これは 2 点しか与えられていないが、よく練られたセットであり、通常の方問題ならば十分な精度を持つようである。標準的な Gauss-Legendre セットの 8 点セットと同等の精度を持つことが報告されている。^{7,13)}

2.5 非等方散乱

Characteristics 法の利点の一つに、非等方性散乱の取り扱いが容易であることがあげられる。ここでは、その取り扱いについて述べる。

まず、球面調和関数 $A_l^m(\Omega)$ を導入する。

$$A_l^m(\Omega) = A_l^m(\mu, \varphi) = \begin{cases} \sqrt{2 \frac{(l-|m|)!}{(l+|m|)!}} P_l^{|m|}(\mu) \cos |m| \varphi & \text{for } m > 0 \\ P_l^{|m|}(\mu) & \text{for } m = 0 \\ \sqrt{2 \frac{(l-|m|)!}{(l+|m|)!}} P_l^{|m|}(\mu) \sin |m| \varphi & \text{for } m < 0 \end{cases} \quad (2.5.1)$$

ここで、 $P_l^{|m|}(\mu)$ はルジャンドル陪関数である。

散乱断面積は、散乱角度に依存し球面調和関数を用いて以下のように記述できる。ここで、散乱次数として L 次まで考慮した。

$$\begin{aligned} \Sigma_s(\mathbf{r}, \Omega \cdot \Omega') &= \frac{1}{4\pi} \sum_{l=0}^L \Sigma_{sl}(\mathbf{r}) P_l(\Omega \cdot \Omega') \\ &= \frac{1}{4\pi} \sum_{l=0}^L \Sigma_{sl}(\mathbf{r}) \sum_{m=-l}^{m=l} A_l^m(\Omega) A_l^m(\Omega') \end{aligned} \quad (2.5.2)$$

またここで、 $\Sigma_{sl}(\mathbf{r})$ は散乱断面積の l 次の係数、 $P_l(\Omega \cdot \Omega')$ は l 次のルジャンドル多項式である。上の関係を用いると、散乱源は以下のように定義できる。

$$\begin{aligned} (H\Psi)(\mathbf{r}, \Omega) &= \int_{4\pi} d\Omega' \Sigma_s(\mathbf{r}, \Omega \cdot \Omega') \Psi(\mathbf{r}, \Omega') \\ &= \frac{1}{4\pi} \sum_{l=0}^L \Sigma_{sl}(\mathbf{r}) \sum_{m=-l}^{m=l} A_l^m(\Omega) \phi_l^m(\mathbf{r}) \end{aligned} \quad (2.5.3)$$

ここで、 H は散乱オペレータ、 Ψ は角度中性子束である。

なお、角度中性子束モーメントは、求積セットを用いて一般的に以下のように定義される。

$$\begin{aligned}
 \phi_l^m(\mathbf{r}) &= \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} d\Omega A_l^m(\Omega) \Psi(\mathbf{r}, \Omega) \\
 &\approx \sum_n w_n A_l^m(\Omega_n) \Psi(\mathbf{r}, \Omega_n)
 \end{aligned}
 \tag{2.5.4}$$

実際の計算コード内では、(2.2.7)式から得られる領域平均の角度中性子束を(2.5.4)式に適用して領域平均の中性子束モーメントを求め、領域平均非等方散乱中性子源を計算する。

3. 高速計算手法

3.1 ベクトル化プログラミングの基本規則

近年では、コンピュータの進歩がめざましく、従来のスカラー型と呼ばれるコンピュータに対し、ベクトル処理を行う高速計算が可能なスーパーコンピュータが開発されている。ベクトル処理は、FORTRAN の DO ループ内部に書かれた演算式に対して行われる。スカラー演算では、配列要素のひとつひとつを逐次処理するのにに対し、ベクトル演算では、配列全体を同時に一括処理する。ベクトル計算機では配列単位の一括処理により高速な計算が可能となる。ベクトル計算機を有効に利用する基本方針は、プログラム全体をベクトル長が長い DO ループで構成させることである。しかし、全ての DO ループ内の演算に対して、このようなベクトル処理が行われるわけではなく、一般に以下のような規則があり、これらの原則に留意してプログラムを作成する必要がある。

- ・多重の DO ループにおいては、最内ループのみがベクトル化の対象となる。
- ・原則として IF 文や GOTO 文などの分岐を含む DO ループはベクトル化されない。
- ・回帰演算を含む DO ループはベクトル化されない。
- ・READ/WRITE などの I/O 関連の文を含む DO ループはベクトル化されない。
- ・CALL 文を含む DO ループはベクトル化されない。

ベクトル計算のスカラー計算に対する速度向上率 P は、ベクトル化率 V (=ベクトル処理可能な部分のスカラーCPU時間/スカラーによる全体のCPU時間) 及びベクトルースカラー速度比 α (=ベクトル処理可能な部分のスカラーCPU時間/ベクトル処理可能な部分のベクトルCPU時間) に依存し、以下のように表される。

$$P = \frac{1}{(1-V) + V/\alpha} \quad (3.1.1)$$

ベクトル計算のスカラー計算に対する速度向上率 P を向上させるには、ベクトル化率 V 及びベクトルースカラー速度比 α の双方をできるだけ大きくするべきである。

後者を大きくするには、

- ・ベクトル長を長くする。
- ・データの引用と定義が連続的である。
- ・演算子(+, -, *, /)が多い。
- ・分岐が少ない。
- ・同一メモリアドレスへのランダムアクセス、間接参照が少ない。

といった事項で実現できる。一方、前者を向上させるには、計算コストが大きい部分を優先的にベクトル化することにより実現される。

3.2 Characteristics 法のベクトル化プログラミングの基本的考え

Characteristics 法においては、エネルギー、空間及び角度に関して演算を進める必要があり、FORTRAN プログラムではそれらの多重 DO ループとして表現される。エネルギー、空間及び角度に関する演算順序を問わない場合は、ベクトル長を長くできる演算を優先させて最内ループにすることが好ましい。例えば、集合体計算では、ほとんどの場合エネルギー群数は 10 群程度以内で行われる。また、角度分割数に関しても、径及び極角方向に 10 ないし 20 程度で行われる。このような場合に、エネルギー群または角度に関する演算を最内 DO ループにしてもベクトル計算による高速化は期待できないため、空間に関する演算を最内 DO ループで行うべきである。なお本計算プログラムでは、空間変数と角度変数をできるだけ同時に扱うことにより、ベクトル長を長くしている。

回帰演算を含む DO ループに対して強制的にベクトル演算処理を行うと、スカラー演算処理を行った場合と演算結果が異なってくる。このため、通常、コンパイラが DO ループ内に回帰演算が含まれることを認識してベクトル化コンパイルを実施しない。すなわち回帰演算を含む DO ループは、ベクトル化処理されずにスカラー処理が行われ、高速化できない。しかしながら、第 2.1 節で述べたように Characteristics 法では回帰演算が現れる。Characteristics 法においては、計算対象上に多数の中性子飛行軌跡を引き、外部境界面入口から外部境界面出口まで直線軌跡が媒質を横切る線分（セグメント）毎に中性子の伝播を順次計算し、境界条件により境界入口の角度中性子束を更新するという過程を繰り返す。Characteristics 法の場合は、中性子束伝播式（(2.1.8) または (2.1.9) 式参照）に示されるように、セグメントの入口中性子束を使用して、セグメントの出口中性子束、すなわち次セグメントの入口中性子束が更新される回帰演算となる。このように、配列をベクトル化により一括処理する際、配列要素のデータが相互に干渉する場合に回帰演算となる。これを回避するためには、DO ループ内の演算を配列要素に関して完全に独立した演算とすることが必要である。上述のように、通常、中性子束の伝播を計算する場合、直前のセグメントの情報を必要とするため、全てのセグメントに対して同時処理を行うと、演算の干渉が生じる。本計算プログラムでは、回帰演算を回避しつつベクトル長を長くする体系スイープ手法として、Odd-Even Sweep 法及び Independent Sequential Sweep 法を開発した。両手法の詳細については、次節で述べる。

境界条件に対応して、DO ループ内に例外処理が必要になることがある。例外処理は、FORTRAN において IF 文や GOTO 文として表現される。このような条件付分岐が DO ループ内に現れる場合には、配列単位の一括処理が困難となり、該当する DO ループ内の演算は原則としてベクトル化されない。DO ループ内での分岐を避けるには、条件付き分岐を可能な限り減らす必要がある。Characteristics 法においては、第 2.3 節で述べた一般的な境界の取り扱いを行った場合、外部境界面において平均の中性子カレントを算出する必要があるため、各光線軌跡の最後のセグメント上での演算のみ、平均値算出のための余計な積和演算

が必要である (2.3.2)及び(2.3.4)式参照)。本計算プログラムにおいては、中性子伝播計算と境界処理を分離して、中性子伝播計算の終了後に、境界処理を一括して処理するようにしている。このため、各飛行軌跡の最終セグメントのアドレスを別途記憶させている。

同じメモリアドレスにあるデータにアクセスする頻度が多くなると、そのための待ち時間が計算速度を落とす。具体的には、燃料集合体では、燃料を除き、冷却材、被覆管、構造材はそれぞれ 1 または 2 種類の材料が用いられる。したがって、断面積セットの認識番号を与えて間接的に断面積データにアクセスすれば、使用メモリーを節約することができる。しかし、ベクトル計算機で、中性子伝播式の DO ループ内の演算を一括処理する場合、断面積データのアクセスにおいて、明らかにメモリアクセスの競合が起きる。高速計算のためには、メモリアクセスの競合を可能な限り避けなければならない。さらには、高速演算のためには、データの引用がメモリアドレスに対して連続的であるほうが望ましい。このため、本計算プログラムでは、ベクトル処理に入る前にベクトル化のための前処理をしている。断面積データは物質属性値として、さらには、領域平均中性子源は、領域属性値、光線幅は光線属性値、求積重みは離散角度属性値として保存されているが、ベクトル処理に入る直前にこれらの情報をセグメントの属性値として、一時的にセグメント毎に割り当てている。ベクトル処理の対象となるセグメントが変わるたびに、ベクトル処理の直前に前処理を行うようにしている。この前処理過程は、無論、スカラー計算では無用である。

テーブル内挿法は多くのコードで使用されるが、多くの場合が IF 文を使用したプログラムになりベクトル化ができない。Characteristics 法においては、中性子伝播の計算の際に指数関数を用いる。本計算プログラムでは、計算負荷のかかる組み込みの算術関数の代わりにテーブル内挿法を使用するオプションを設定した。実際には、指数関数そのものではなく、(2.2.6)式に記された関数に対してテーブルを作成した。光学距離を単位とし、刻み幅を 0.01 と一定にしたテーブルを作成し、かつ、テーブルで与える範囲を現実的な値に比べはるかに高い値まで考慮し、0~100 までの範囲をテーブル化することにより、完全に IF 文を排除し、ベクトル—スカラー速度比を低下させないよう留意している。

3.3 Odd-Even Sweep 法と Independent Sequential Sweep 法

中性子束の伝播計算において回帰演算を避ける 1 つめの方法は、Odd-Even Sweep (OES) と呼ぶ方法である。Fig.3.1 に示すように、セグメントを入口境界から数えて奇数番目と偶数番目に分類して、まず、奇数番目のセグメントに対する処理を一括処理（ベクトル処理）し、引き続き偶数番目のセグメントに対する処理を一括処理する。ある奇数番目のセグメントに対するデータが更新されているとき、別の奇数番目のセグメントのデータが同時に更新されていても、これらは隣り合っていないため、互いの計算に何ら影響を及ぼさない。よって回帰演算とならないため、ベクトル化による高速な処理が可能となる。

2 つめの方法は、Independent Sequential Sweep (ISS) と呼ぶ方法である。これは Fig.3.2 に示すように、入口境界から数えて同じ順番にあるセグメントのみを集めて一括処理し、これを入口境界から出口境界まで順次処理を進める。ある順番のセグメントの一括処理中は、各中性子軌跡上では、あるひとつのセグメントに対する演算しかなく、同一軌跡上の他の順番のセグメントにはなんら影響を及ぼさない。このため、DO ループ内では、配列要素に関して完全に独立した演算となる。

ところで、OES 法および ISS 法の利点、欠点はそれぞれ以下のように予想できる。典型的な集合体の場合、OES 法は ISS 法に比べベクトル長が数十倍長くなるため、ベクトル計算部のベクトル-スカラー速度比が ISS 法に比べ優れていると期待できる。しかし、ベクトル長が長くなるにしたがって記憶容量が大きくなるという欠点がある。また、ISS 法は、入口境界から出口境界まで順次中性子伝播を計算するため、1 回の体系スイープで入口境界近傍の影響が出口境界近傍まで反映されるが、一方、OES 法では奇数番目と偶数番目のセグメントを交互に処理するため、入口境界近傍のセグメントの更新情報が出口境界近傍のセグメントに影響を及ぼすようになるのには複数回の体系スイープが必要である。このように、反復計算の収束性は ISS 法の方が優れており、収束に必要な反復計算回数が少なくて済むと考えられる。

3.4 加速法

本計算プログラムでは、簡便に高速演算を行う手法として、指数関数を評価するのに組み込みの算術関数の代わりにテーブル内挿方式を採用するとともに、以下の 2 種類の加速法、粗メッシュリバランス法¹⁰⁾ 及び数列の外挿法の一つである Aitken 加速^{3,8)}を採用している。

スカラー計算機では、指数関数のコストが高く、計算時間の大半がこの計算に消費されてしまう。このため、最も効率よく計算時間を短縮させるには、(2.2.6)式の計算を工夫すればよく、テーブル内挿方式で計算時間の短縮を図ることができる。本計算プログラムでは、光学距離 (=巨視的マクロ全断面積とセグメント長の積) の刻みを 0.01 として、0~100 までの範囲をテーブル化し、テーブル値の内挿により関数値を評価するオプションを設定した。

輸送計算では拡散計算と違い、自群散乱源は前回の外側反復後の中性子束から計算されたものを用いるために、高速群であっても中性子バランスが取れない。これが、輸送計算での収束を遅らせている原因である。粗メッシュリバランス法は、計算体系をいくつかの領域に分け、その各領域の中性子バランスを強制的にとることによって中性子束分布を収束解に近づけるという手法である。

実際には、中性子束及び中性子カレントに粗メッシュ毎のリバランスファクター f を乗じて、各エネルギー群について粗メッシュ毎の中性子バランス式が全粗メッシュで成り立つようにリバランスファクターを変化させながら繰り返し計算を行う。

$$\begin{aligned} & \left[\sum_{i \in I} \Sigma_i^g \bar{\phi}_i^g V_i - \sum_{i \in I} \Sigma_i^{g \rightarrow g} \bar{\phi}_i^g V_i + \sum_{i \in \partial I} J_i^+ S_i \right] f_i^g - \left[\sum_{i \in \partial I \cap \partial J} J_i^- S_i \right] f_j^g \\ & = \frac{\chi^g}{k_{eff}} \sum_{i \in I} \sum_{g'} \nu \Sigma_{f,i}^{g'} \bar{\phi}_i^{g'} V_i + \sum_{i \in I} \sum_{g' \neq g} \Sigma_i^{g' \rightarrow g} \bar{\phi}_i^{g'} V_i \end{aligned} \quad (3.4.1)$$

ここで、 $\bar{\phi}_i^g$ は領域 i のスカラー中性子束、 J_i^+ は粗メッシュ I の境界 ∂I を通じて領域 i から放出される中性子カレント、 S_i は粗メッシュ I の境界 ∂I における領域 i の境界面積、 V_i は領域 i の体積である。この反復計算が収束すれば、次式に従い中性子束を更新し、次群への中性子散乱源を更新する。

$$\bar{\phi}_i^{g,new} = f_i^g \bar{\phi}_i^{g,old} \quad (3.4.2)$$

次に、外挿法の一つである Aitken 加速について述べる。反復過程で作られ数値は、次式に示すような 1 次収束により収束することが多い。

$$|a_{n+1} - a_{\infty}| \leq c |a_n - a_{\infty}| \quad (0 < c < 1) \quad (3.4.3)$$

さらに、反復回数 n が大きいところでは、

$$a_{n+1} - a_{\infty} \approx \lambda (a_n - a_{\infty}) \quad (0 < |\lambda| < 1) \quad (3.4.4)$$

となっていることが多い。この場合、収束値は次式により推定できる。

$$a_{\infty} \approx a_n + \frac{a_{n+1} - a_n}{1 - \lambda} \quad (3.4.5)$$

Characteristics 法においては、スカラー中性子束の収束状況を 1 次収束とみなして収束加速を行うが、収束率 λ は既知ではないため、以下のような関係が成立すると想定して収束率を推定する。これが Aitken 加速と呼ばれるものである。

$$\lambda \approx \frac{a_{n+2} - a_{n+1}}{a_{n+1} - a_n} \quad (3.4.6)$$

(3.4.5)式に(3.4.6)式を代入して、以下の式でスカラー中性子束の収束加速を行う。

$$\bar{\phi}_i^{(\infty)} = \bar{\phi}_i^{(n)} - \frac{\left(\bar{\phi}_i^{(n)} - \bar{\phi}_i^{(n-1)}\right)^2}{\bar{\phi}_i^{(n)} + \bar{\phi}_i^{(n-2)} - 2\bar{\phi}_i^{(n-1)}} \quad (3.4.7)$$

ここで、 $\bar{\phi}_i^{(\infty)}$ および $\bar{\phi}_i^{(n)}$ はそれぞれ収束後の領域 i のスカラー中性子束および第 n 回の反復後の領域 i のスカラー中性子束を示している。(3.4.7)式で加速されたスカラー中性子束を用いて核分裂中性子源を外挿して、次回の外側反復を行う。

なお、Aitken 加速は、解が漸近的になるまでの猶予を考慮し、一定の外側反復の間隔ごとに各領域のスカラー中性子束に適用するが、以下の条件を満たさないスカラー中性子束に対しては、Aitken 加速を適用しない。

- 1) $|\lambda| < 1$ ($|\lambda| > 1$ では発散するため)
- 2) $|1 - \lambda| < \varepsilon$ ((3.4.7)式右辺の分母がゼロに近くなる、また丸め誤差の影響が大きくなるため)

3.5 計算フロー

本計算プログラムの計算フローの概略を OES 法及び ISS 法についてそれぞれ Figs.3.3 および 3.4 に示した。全体の計算プロセスは以下のような単位に分割される。

- (a) ベクトル処理のためのセグメント番号付け直し
- (b) 初期値の作成
- (c) ソース項の更新：(2.2.10)式及び(2.5.3)式
- (d) 入口外部境界面での角度中性子束の更新：(2.3.4)式
- (e) ベクトル計算のための前処理
- (f) 中性子伝播計算によるセグメント出口中性子束の更新：(2.1.9)式
- (g) 次位置セグメントの入口中性子束の更新
- (h) 出口外部境界面での平均放射中性子カレントの更新：(2.3.2)式
- (i) 各セグメントの入口中性子束から領域平均中性子束の更新：(2.2.7)式
- (j) 実効増倍率の更新

プロセス(a)では、粒子追跡データをセグメントの空間的な位置とは無関係に、OES 法または ISS 法によるベクトル処理の都合で、セグメントの番号付けを計算順序に従って行う (Figs.3.1 及び 3.2 参照)。この際、セグメント出口の中性子束がどのセグメントの入口中性子束になるかを示すインデックスを新たにつけられた計算順序に従った番号により各セグメントに持たせている。また、境界処理を中性子伝播計算と分離して行うために、境界に接するセグメント番号を別に記憶させている。

ここで、プロセス(d)~(i)及びプロセス(c)~(j) はいわゆる内側反復及び外側反復である。内側反復は OES 法と ISS 法では計算プロセスの進行が若干異なる。OES 法では、Fig.3.3 に示すように、奇数セグメント及び偶数セグメントに対して、順次、プロセス (e)~(g) を処理した後に、プロセス (h)及び(i) の処理に移り、出口境界面での放射中性子カレントの平均化処理((2.3.2)式参照)及び領域に対する角度中性子束の平均化処理((2.2.7)式参照)を体系全体で一括処理する。OES 法では、プロセス (e)~(g) において、体系全体にわたる全セグメントに対して入口及び出口中性子束を記憶しておく必要があるため、大量の記憶容量を必要とする。また、中性子束伝播計算後に、各出口境界面及び各領域に対する角度中性子束の平均化処理を体系全体で一括処理を行うことが可能となる。ISS 法では、Fig.3.4 に示すように入口境界から同じ順番のセグメントに対して、プロセス (e)~(i) を順次処理し、これを入口境界から出口境界まで繰り返す。同じ順番のセグメントに対し、中性子伝播計算後に、出口境界面での放射中性子カレントの平均化処理及び領域に対する角度中性子束の平均化処理を終了させてから、次の体系スweepに戻るため、入口及び出口中性子束をクリアできる。このため、同一のアドレスを用いて、次位置のセグメントの入口中性子束を順次更新できるため、記憶容量を節約できる。

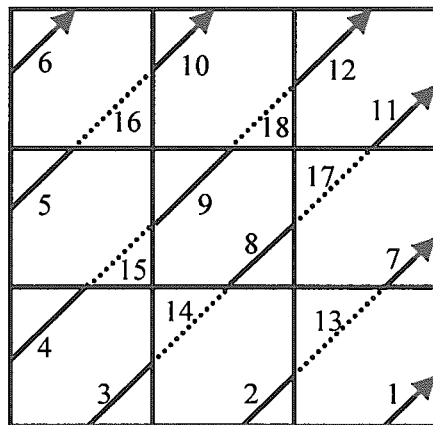
プロセス(e)では、ベクトル計算による一括処理が行われる中性子伝播計算に入る直前に、

ベクトル処理の対象となる各セグメントに対して、計算に必要な情報をセグメント属性として一時的に割り当てている。将来的に計算機メモリーに余裕が生じ、プロセス(a)の段階で、全てのセグメントに対して必要な情報を割り当てることが可能な状況になれば、プロセス(e)は無用となり、計算時間の短縮を図ることができる。

プロセス(d)では、プロセス(h)で更新された外部境界での平均放射中性子カレントを規格化因子により規格化し、境界条件により、外部境界に接するセグメントの入口中性子束の更新がなされるため((2.3.2)式及び(2.3.4)式参照)、各境界セグメントに関して独立な演算となり、ベクトル処理される。以上、プロセス(d)~(g)は、前述のようにOES法またはISS法により、セグメントに関して独立な演算となり、ベクトル処理される。

プロセス(h)と(i)は、ベクトル処理に向いていない。プロセス(h)では、外部境界での平均放射中性子カレントを計算するには、その境界に接する各セグメントからの出口中性子束の寄与を蓄積して求める必要があり((2.3.2)式参照)、またプロセス(i)では、領域平均の角度中性子束を計算するには、そのセグメントでの入口中性子束の寄与を蓄積して求める必要がある((2.2.7)式参照)。この際、領域番号、角度番号を分類しながら総和をとることになるが、これがベクトル処理の対象とならないためである。いまのところ、内部反復の一部で、ベクトル計算機の恩恵に与れない状況にある。

なお、サイクリック境界を用いた場合は、プロセス(d)と(h)はスキップされる。これは、外部境界からの出口中性子束が直接、別の外部境界からの入口中性子束となるためであり、中性子の伝播計算で同時に境界処理も行えるためである。

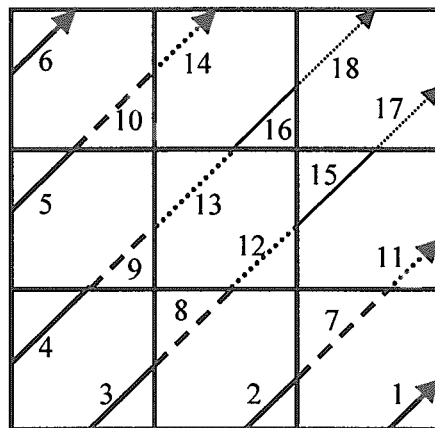


—— : odd segments (12)

..... : even segments (6)

():vector length

Fig.3.1 Sweep order and vector length in odd-even sweep



—— : segments for 1st loop (6)

- - - : segments for 2nd loop (4)

..... : segments for 3rd loop (4)

—— : segments for 4th loop (2)

..... : segments for 5th loop (2)

():vector length

Fig.3.2 Sweep order and vector length in independent sequential sweep

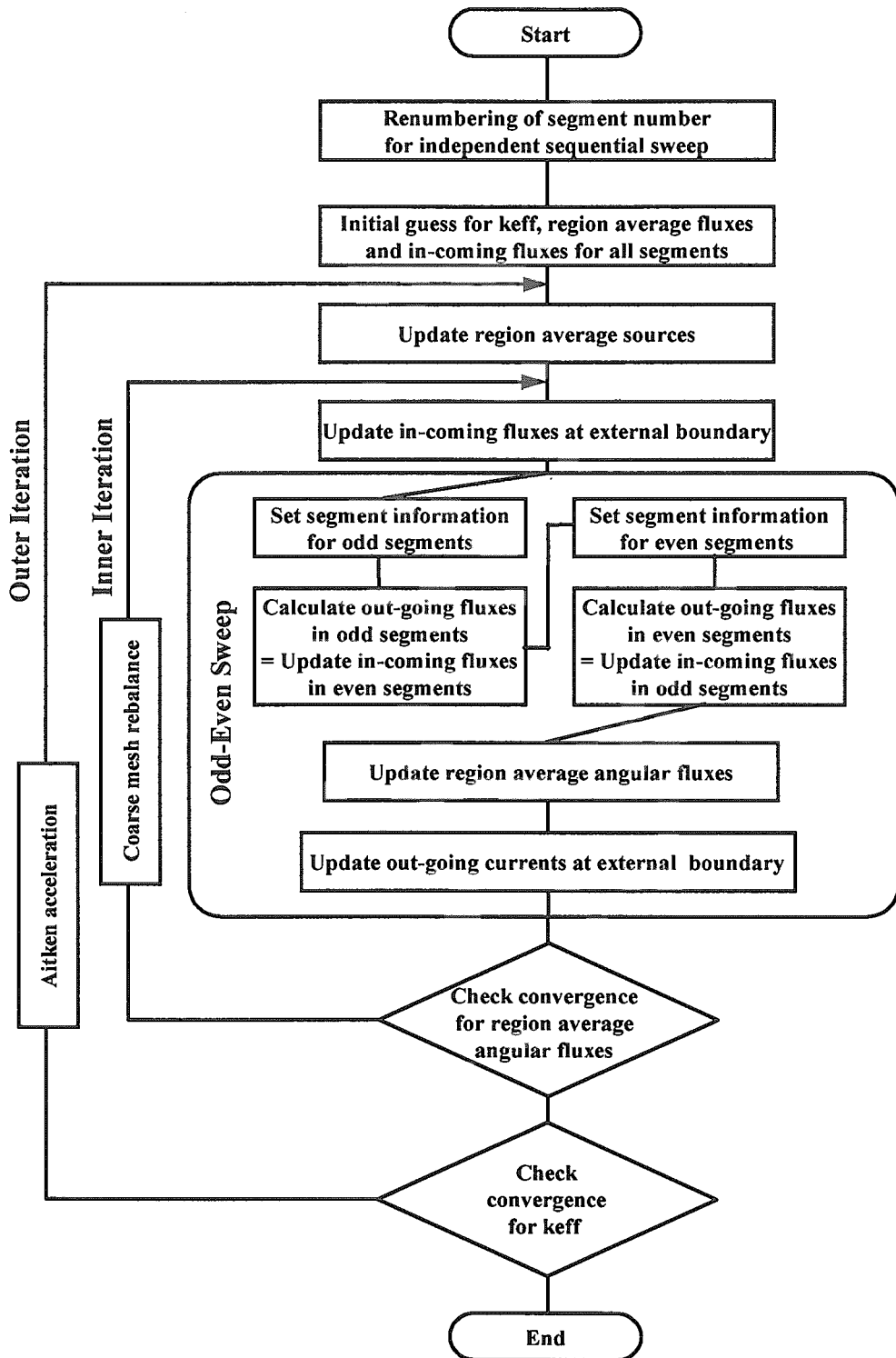


Fig.3.3 Calculation flow with odd-even sweep

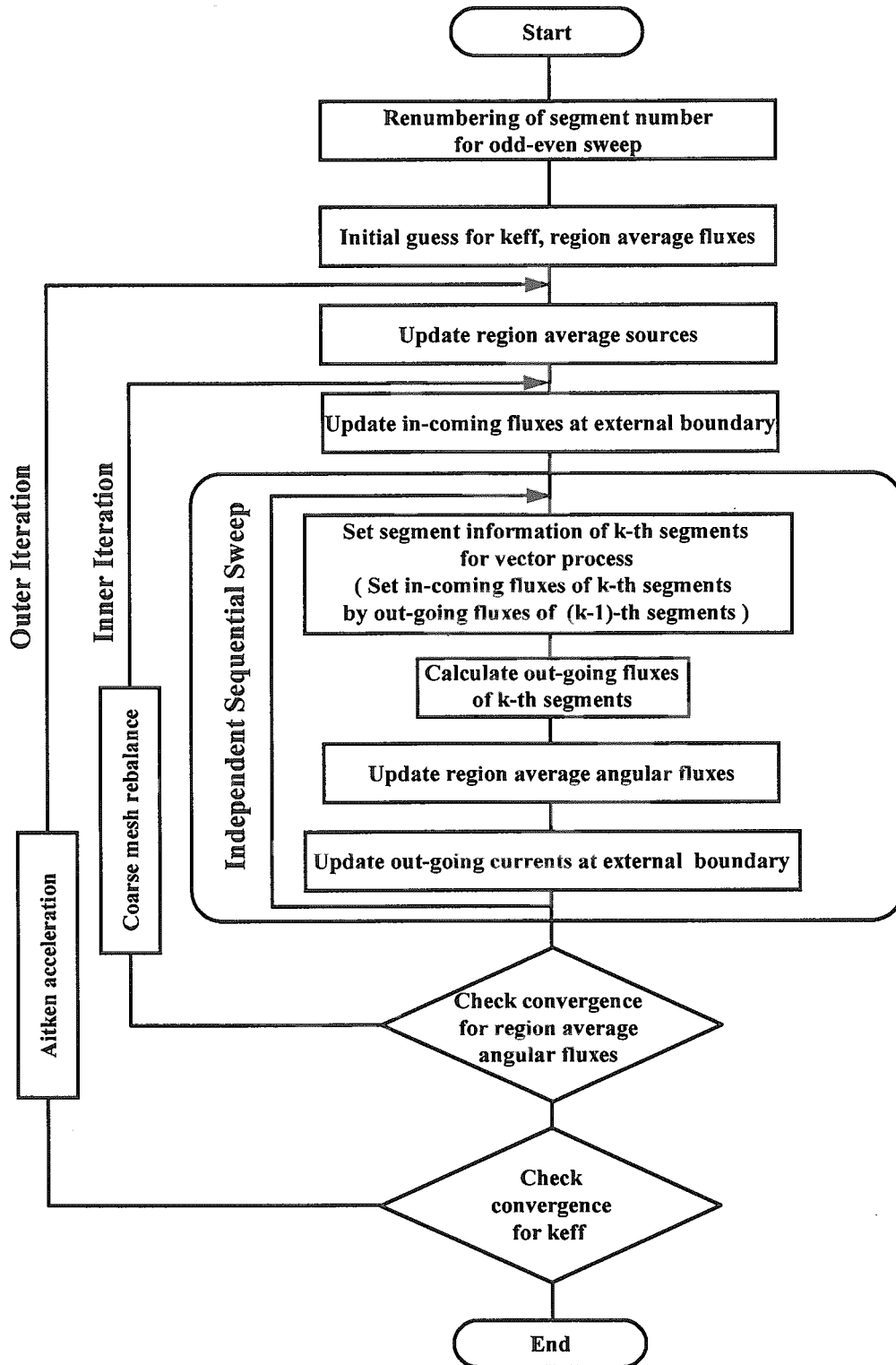


Fig.3.4 Calculation flow with independent sequential sweep

4. 高速計算性能

4.1 計算対象

ベクトル計算による高速計算性能を確認するために、現実的な燃料集合体計算を行った。対象は典型的な PWR 集合体であり、1/8 対称体系を扱った。Fig.4.1 に PWR 集合体を示す。燃料濃縮度は 3.25% である。図には、吸収棒位置が示してある。吸収棒は、案内管内に挿入されており、減速材領域は案内管により分割されている。集合体中央には水穴が配置してある。領域数は 155 領域、外部境界と接する境界面の数は 130 である。

光線追跡では、径方向での追跡角度は等角度間隔の 8 角度とし、光線間隔は約 0.01cm とした。水平面上での光線軌跡数は 12,344 本、光線が領域を横切る線分（セグメント）数は 236,020 個である。極方向には、標準的な Gauss-Legendre セットを用いて 4 角度分割した。エネルギー群 3 群とし等方散乱計算を行った。収束条件は、領域平均角度中性子束および実効増倍率に対し、ともに 10^{-5} とした。OES 法では中性子伝播計算における平均のベクトル長は 118,010 であり、最大ベクトル長は、奇数セグメントの総計 121,060 である。また外部境界での処理に対するベクトル長は 12,344 である。なお、OES 法で必要な記憶容量は約 60 メガバイトであった。全光線軌跡の中で最多のセグメント数は 46 であり、ISS 法では 46 回の DO ループにより全体系の全セグメントでの中性子伝播計算がなされ、この部分での平均ベクトル長は 5,131 となる。最大ベクトル長は 1 回目の DO ループにおいて光線軌跡数と同じ 12,344 である。また、外部境界での放出中性子カレントの平均化を行うプロセスに対しては、ループ当りの平均セグメント数は 268 である。ISS 法で必要な記憶容量は約 12 メガバイトと OES 法の 5 分の 1 に減少する。各計算プロセスにおける平均ベクトル長の OES 法と ISS 法の比較を Table 4.1 にまとめる。

Table 4.1 Comparison of vector lengths for each computation process between OES and ISS methods in a typical PWR fuel assembly

	OES method	ISS method
Updating incoming flux at external boundary	12,344	12,344
Propagation of neutron flux	118,010	5,131
Updating region average neutron flux	118,010	5,131
Updating outgoing flux at external boundary	12,344	268

また、粗メッシュリバランス法及び Aitken 加速法の適用を確認するために、PWR 集合体のほかに、BWR 集合体の計算を追加した。Fig.4.2 に 1/8 対称性を持つ BWR 集合体を示す。この集合体は Dodewaard 実験炉に使用されたものである。集合体は、燃料棒 35 本および水穴 1 箇所を含む。可燃性毒物入り燃料があり、天然ガドリニアを 2.7%含んでいる。制御棒ブレードは、B4C 吸収棒で構成され、挿入されている。ガドリニウムにより非均質性の強い集合体となっている。領域数は 149 領域、外部境界と接する境界面の数は 136 である。

光線追跡では、径方向での追跡角度は等角度間隔の 16 角度とし、光線間隔は約 0.05cm とした。水平面上での光線軌跡数は 11,632 本、光線が領域を横切る線分 (セグメント) 数は 190,950 個である。極方向には、標準的な Gauss-Legendre セットを用いて 4 角度分割した。エネルギー群 3 群とし等方散乱計算を行った。収束条件は、領域平均角度中性子束および実効増倍率に対し、ともに 10^{-5} とした。

4.2 計算結果及び考察

4.2.1 OES 法と ISS 法の比較

ベクトル計算性能を測定するために、ソースプログラムをベクトルモード及びスカラーモードでコンパイルし、同じ計算を同じ計算機で行わせることにより、ベクトル化による速度向上率を測定した。使用した計算機は、富士通製の VPP-5000 である。外側反復 1 回あたりの内部反復回数を 5 としたときの外側反復 1 回あたりの計算時間を測定した。

Table 4.2 に測定結果を比較した。ここでは、スカラー計算による CPU 時間には、本来必要でないベクトル計算のための前処理(第 3.5 節プロセス(e)参照)に要する時間は省いた。また、収束に必要であった外側反復回数を併せて記す。

Table 4.2 Comparison of computation time in a typical PWR fuel assembly

	OES method	ISS method
CPU time per outer iteration by scalar calculation* (sec)	6.33	6.09
CPU time per outer iteration by vector calculation (sec)	0.42	0.44
Speed-up factor to scalar calculation : P	15.0	13.9
No. of outer iterations at free iteration mode	169	111

* : CPU time for preparation for vector process is excluded from CPU time by scalar calculation because scalar calculation normally does not need preparation for vector process.

Table 4.2 より、スカラー計算で 1 回の外側反復に要する時間は、OES 法及び ISS 法ともに 6 秒強であり、ベクトル計算の場合は、OES 法及び ISS 法ともに 0.4 秒強であった。OES 法と ISS 法の計算時間の差は、スカラー計算及びベクトル計算の両方においてほとんどなく、結果としてベクトル計算のスカラー計算に対する速度向上率は、OES 法で 15、ISS 法で 14 と、差はほとんどみられない。一方、外側反復回数は、ISS 法では 111 回であり、OES 法の 169 回の約 3 分の 2 となり、反復計算での収束性の早さにおいて、ISS 法の優位性がみられた。よって、収束性の早さ及び記憶容量の少なさにおいて有利である ISS 法の方が OES 法より characteristics 法のベクトル化手法として優れていることがわかる。

また、より詳細にベクトル計算の有効性を調べるため、サブルーチン等の単位で動的な計算時間の分布を測定した。ここでは、外側反復における計算コストの内訳を評価した。ISS 法を例に、スカラー計算とベクトル計算による計算コスト分布の比較を Fig.4.3 に示す。こ

ここで、ベクトル化のための前処理プロセスに要する計算時間は、ベクトル計算による合計時間には含めているが、スカラー計算による合計時間には含めていない。スカラー計算において、ベクトル化のための前処理部の計算時間は合計時間の約 50%に達するが、ベクトル化が有効に働きベクトル計算では約 80 分の 1 の計算時間に短縮されている。ベクトル計算においては、前処理部の計算時間は合計時間の 1 割程度になっている。このように、前処理部が、ベクトル計算による速度向上率をほとんど低下させず、ベクトル計算の適用性や有効性をあまり損ねない。図に示されているように、スカラー計算で、最も計算時間を要するプロセスは、指数関数を含む中性子伝播計算であり、前処理部分を除いた合計時間の 92%となり、ここだけをベクトル化の対象としても、大幅に計算速度の向上が達成できる。この中性子伝播計算において、ベクトル—スカラー速度比は約 30 であり、この部分がベクトル計算による速度向上率に最も大きく寄与している。

次に、ベクトル計算において OES 法と ISS 法による計算コスト分布の比較を Fig.4.4 に示す。中性子伝播に要する計算コストが OES 法と ISS 法でほとんど変わっていないことがわかる。Table 4.1 より、平均のベクトル長が OES 法と ISS 法で約 20 倍の違いがあるが、ベクトル長の違いによる影響が計算時間に反映されていない。つまり、中性子伝播の計算では、ベクトル長数千程度ですでにベクトル—スカラー速度比は飽和状態に達しており、それ以上のベクトル長で一括処理を行っても、ベクトル化による高速化が望めないことがわかる。これに対し、角度中性子束の領域平均化及び出口中性子束の外部境界面での平均化のプロセスでは、ISS 法よりも OES 法の方が若干計算速度が向上しており、ベクトル長の影響が若干 OES 法に有利に働いている。しかしながら、大半の計算時間を占める中性子伝播の計算部分で、予想された OES 法の優位性がないため、全体に対する速度向上率も OES 法と ISS 法でほとんど同じとなった。これが OES 法を魅力的でなくす要因である。

中性子伝播計算部分の計算コストは、OES 法及び ISS 法ともに、ベクトル計算では合計時間の約 40%となり、スカラー計算時の約 90%に比べ、合計時間に対して占める割合がかなり減っている。これは、中性子伝播計算部分のベクトル—スカラー速度比が OES 法または ISS 法の適用により非常に高いのに対し、角度中性子束の領域平均化及び出口中性子束の外部境界面での平均化のプロセスは有効にベクトル化されず、ベクトル—スカラー速度比が極端に低いことによる。この原因は、第 3.5 節で述べたように角度中性子束の領域平均化及び出口中性子束の外部境界面での平均化のプロセスでは、DO ループ内で領域番号または面番号により分類しながらの積算を含むためである。出口中性子束の外部境界面での平均化のプロセスは、サイクリック境界を用いた場合はスキップされるため、若干の計算時間を節約できる。しかし、角度中性子束の平均化プロセスが、中性子伝播計算部分と同程度の計算時間を消費しているため、さらなる計算速度の向上のためには、角度中性子束の平均化プロセスの効率的な計算が中性子伝播計算部分と同様に重要となってくる。

4.2.2 テーブル内挿方式の有効性

ベクトル計算において、指数関数に算術関数を用いた場合とテーブル内挿による計算コスト分布の比較を Fig.4.5 に示す。中性子伝播計算部分の計算コストは、テーブル内挿の場合は、算術関数を用いた場合のほぼ半分に短縮されている。しかしながら、前節で述べたように、ベクトル計算において算術関数を用いた場合は、中性子伝播計算部分が占める計算時間の割合は約 40%であったため、結局、全体的には約 20%の計算時間の節約にとどまる。今後は、計算速度向上のためには中性子束伝播計算以外のプロセスでのベクトル化が重要となる。

4.2.3 加速法の有効性

粗メッシュリバランス法及び Aitken 加速法の適用に関する計算結果について述べる。PWR および BWR 集合体の計算は、ベクトル化手法として ISS 法を用い、外側反復あたりの内側反復回数を 5 回、Aitken 加速を適用する外側反復回数の間隔を 10 回として実施した。また、粗メッシュリバランス法では、集合体全体をリバランスの対象とした。

加速法の効果を調べるために、適用する加速法として、粗メッシュリバランス法のみ、Aitken 加速のみ、粗メッシュリバランス法と Aitken 加速の両方を適用して、収束状況を調べた。収束に要した外側反復回数の比較を Table 4.3 に示す。また、収束状況を Figs.4.6 及び 4.7 に示す。Table 4.3 より、粗メッシュリバランス法のみを適用すると、収束に要する外側反復回数は、加速なしの場合の 60 から 70%に減少する。Aitken 加速のみを適用すると、加速なしの場合の 40 から 50%になり、粗メッシュリバランスのみの適用に比べ有効である。粗メッシュリバランス法と Aitken 加速を組み合わせた場合、さらに加速され、加速なしの場合の 20 から 30%に減少する。Figs.4.6 及び 4.7 から、両手法により収束値に向かって急激に加速されていることがわかる。このように、両加速手法が Characteristics 法の加速法として有効であることが確認できた。

Table 4.3 Comparison of outer iterations necessary for full convergence among acceleration methods

	PWR	BWR
No acceleration	111	190
Rebalance	66	133
Aitken	41	98
Rebalance + Aitken	31	34

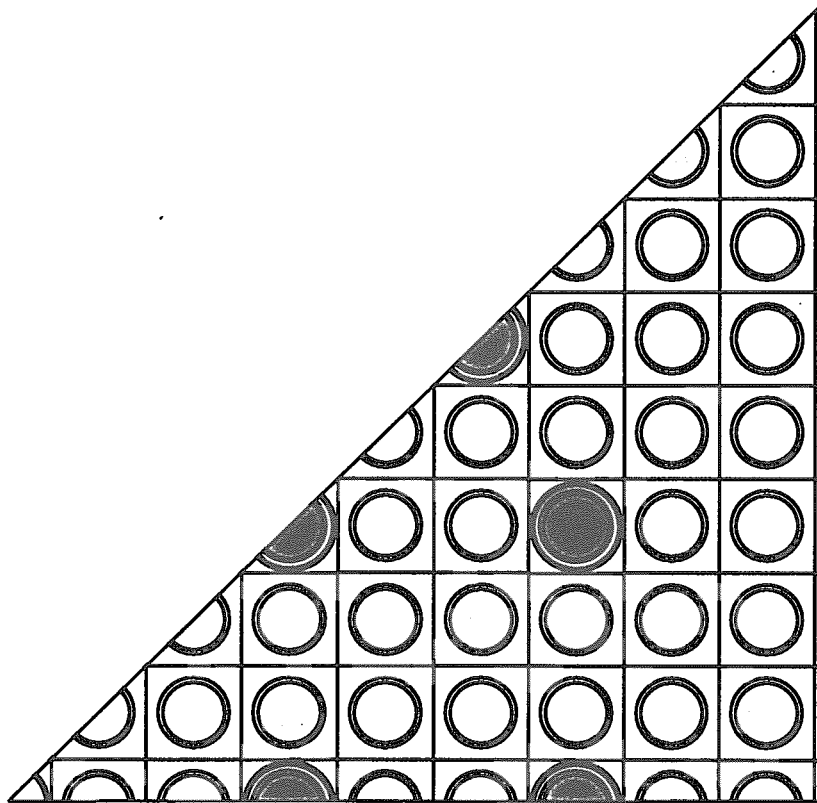


Fig.4.1 PWR assembly geometry

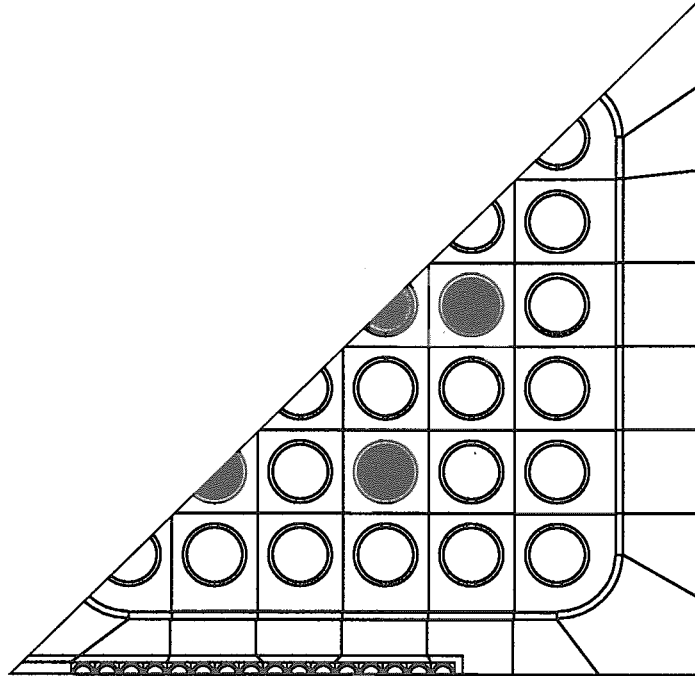
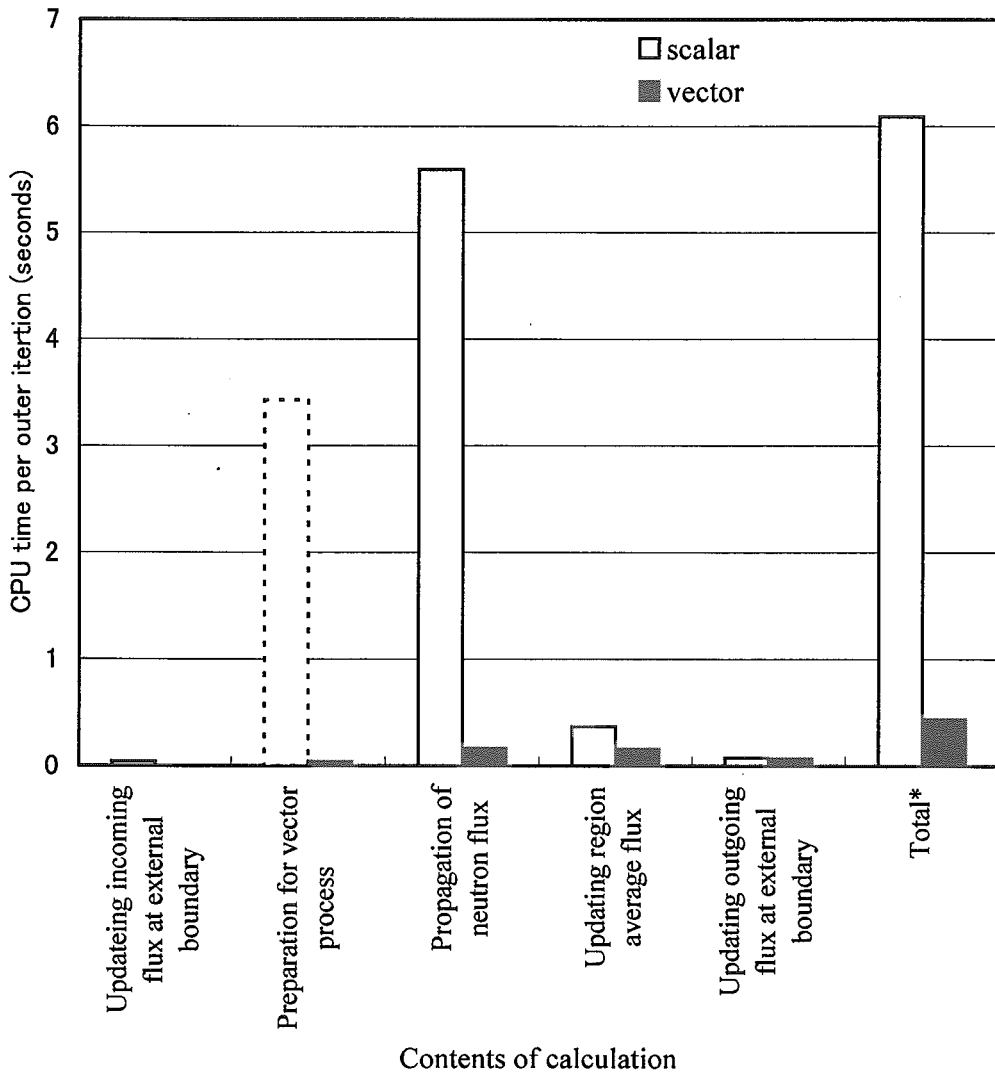


Fig.4.2 BWR assembly geometry



* : CPU time for preparation for vector process is excluded from total time by scalar calculation because scalar calculation normally does not need preparation for vector process.

Fig.4.3 Comparison of distributions of computation cost between scalar and vector computations with the ISS method in a typical PWR assembly

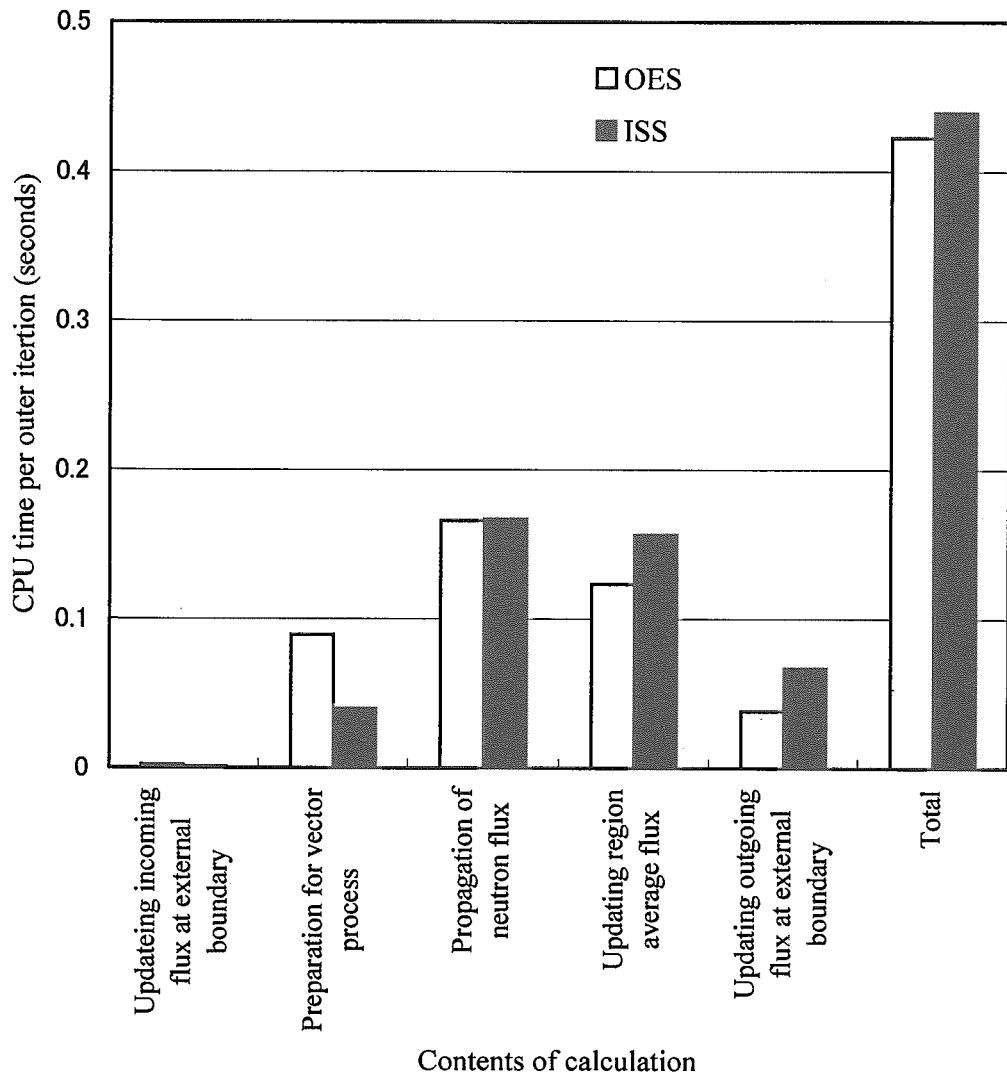


Fig.4.4 Comparison of distributions of computation cost of vector computations between the OES and ISS methods in a typical PWR assembly

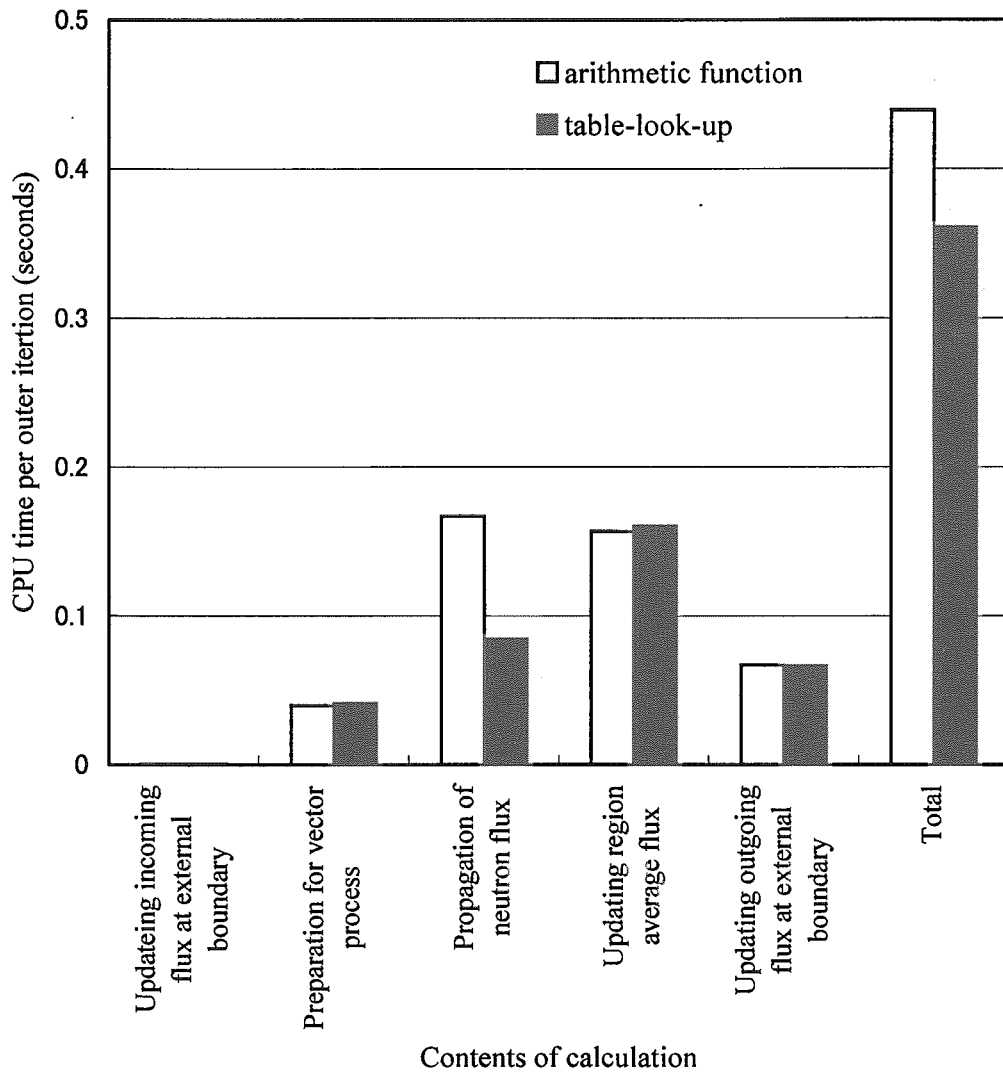


Fig.4.5 Comparison of distributions of computation cost of vector computations between arithmetic function and table-look-up methods in a typical PWR assembly

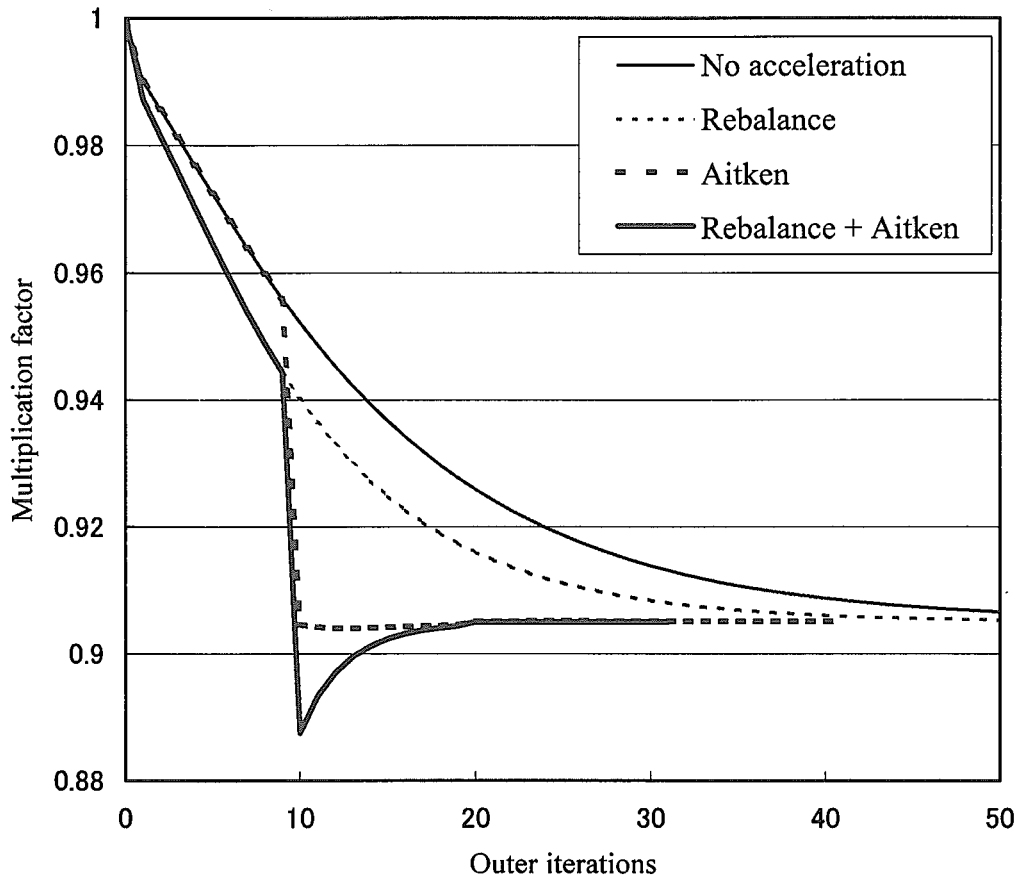


Fig.4.6 Convergence of multiplication factor in PWR assembly calculation

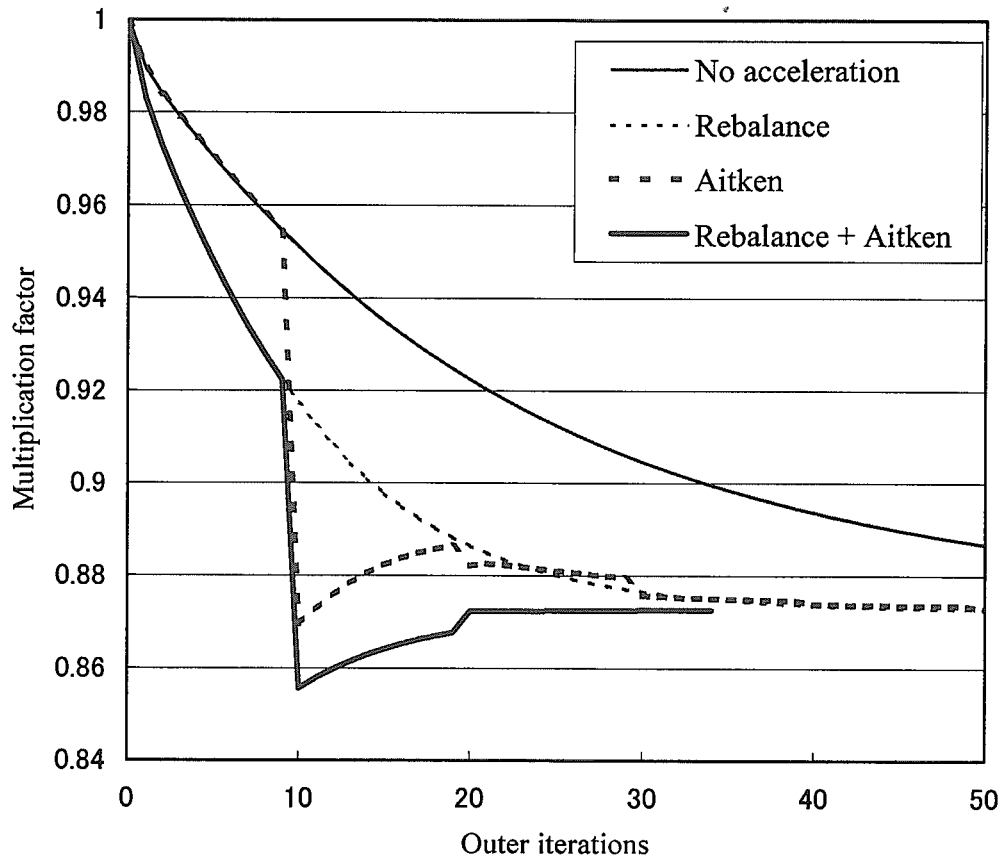


Fig.A.7 Convergence of multiplication factor in BWR assembly calculation

5. 結 論

ベクトル計算機を用いて非均質中性子輸送計算法である Characteristics 法の高速計算の研究を行った。ベクトル化手法として Odd-Even Sweep(OES) 及び Independent Sequential Sweep (ISS)法を開発した。典型的な燃料集合体を対象として、両手法により集合体計算を行い、ベクトル計算の効果を調べた。その結果、両ベクトル化手法とも、ベクトル計算のスカラー計算に対する速度向上率 15 程度の高速演算が達成された。ISS 法と OES 法の比較という観点からは、約 20 倍のベクトル長の違いに関わらず、最も計算時間の要する中性子伝播計算におけるベクトル・スカラー速度比が両者にほとんど差がないこと、記憶容量において ISS 法が OES 法の約 1/5 に節約できること、また、反復計算における収束性においても、ISS 法が OES 法に比べ優位であることから、ISS 法がベクトル化手法として優れていると結論付けられる。

ベクトル計算においては、算術関数の代わりにテーブル内挿方式により指数関数を評価すれば、中性子伝播計算で消費する計算時間は半減する。しかしながら、ベクトル計算では、中性子伝播計算で消費する計算時間と角度中性子束の領域平均化や出口境界処理の計算部分で消費する計算時間が同程度となるため、全体では約 20%の計算時間の節約にとどまる。角度中性子束の領域平均化や出口境界処理の計算部分のベクトル化が重要となってくる。

内側反復過程における粗メッシュリバランス法及び外側反復における Aitken 加速は、ともに有効であり、それらを組み合わせれば、加速なしの場合に比べ、収束に要する反復回数を 1/4 から 1/5 に低減できることを確認した。

謝 辞

本研究の大半は、筆者がフランス原子力庁サクレ研究所に滞在した際に行ったものであり、本研究の遂行にあたり、様々なご助言を頂いたフランス原子力庁サクレ研究所の Richard Sanchez 氏をはじめとする研究所の方々に感謝します。また、サクレ研究所滞在中に計算機システム使用法をはじめ、様々な情報を提供していただいた Igor Zmijarevic 氏に感謝します。また、光線追跡データの提供等に協力いただいた Simone Santandoria 氏に感謝します。

参考文献

- 1) Askew J. R. : “ A Characteristics Formulation of the Neutron Transport Equation in Complicated Geometries,” AEEW-M 1108 (1972).
- 2) Halsall M. J. : “CACTUS – A Characteristics Solution to the Neutron Transport Equation in Complicated Geometries,” AEEW-R 1291 (1980).
- 3) Postma T. and Vujic. J. : “The Method of Characteristics in General Geometry with Anisotropic Scattering,” *Proc. Int. Conf. Mathematics and Computation, Reactor Physics and Environmental Analysis in Nuclear Applications*, Madrid, Spain, September 27-30, 1215, (1999).
- 4) Knott D. and Edenius M. : “Validation of the CASMO-4 Transport Solutions,” *Proc. Int. Conf. Mathematics Methods and Supercomputing in Nuclear Applications*, Karlsruhe, Germany, April 19-23, Vol.2, 547 (1993).
- 5) Cho N. Z. and Hong S. G. : “CRX : a Transport Theory Code for Cell and Assembly Calculations based on Characteristics Method,” *Proc. Int. Conf. On Reactor Physics, PHYSOR96*, Mito, Japan, April 16-20, Vol.1, A-80 (1996).
- 6) Sanchez R. and Chetaine A. : “A Synthetic Acceleration for a Two-Dimensional Characteristics Method in Unconstructed Meshes,” *Nucl. Sci. Eng.*, **135**, 1-18 (2000).
- 7) Roy. R. : “The Cyclic Characteristics Method with Anisotropic Scattering,” *Proc. Int. Conf. Mathematics and Computation, Reactor Physics and Environmental Analysis in Nuclear Applications*, Madrid, Spain, September 27-30, 1225, (1999).
- 8) Kosaka S. and Saji E. : “The Characteristics Transport Calculation for a Multi-Assembly System using Neutron Path Linking Technique,” *Proc. Int. Conf. Mathematics and Computation, Reactor Physics and Environmental Analysis in Nuclear Applications*, Madrid, Spain, September 27-30, 1890, (1999).
- 9) Lee G. S., Cho N. Z. and Hong S. G.: “Acceleration and Parallelization of the Method of Characteristics for Lattice and Whole-Core Heterogeneous Calculations,” *Proc. Int. Conf. On Advances in Reactor Physics and Mathematics and Computation into the Next Millennium, PHYSOR2000*, Pittsburgh, Pa, May 7-12, 2301 (2000).
- 10) Lathrop K. D. and Brinkley F. W.: “TWOTRAN-II : An Interfaced Exportable Version of the TWOTRAN Code for Two-Dimensional Transport,” LA-4848-MS, Los Alamos Scientific Laboratory (1973).
- 11) Roy. R. : “The Cyclic Characteristics Method,” *Proc. Int. Conf. on the Physics of Nuclear Science and Technology*, Long Island, NY, October 5-8, 407, (1999).
- 12) Leonard A. and McDaniel C. T. : “Optimal Polar Angle and Weights for the Characteristics Method,” *Trans. Am. Nucl. Soc.*, **73**, 172 (1995).

- 13) Jevremovic T., Vujic J. and Tsuda K. :”ANEMONA – a Neutron Transport Code for General Geometry Reactor Assemblies based on the Method of Characteristics and *R*-function Solid Modelar,” *Annals of Nuclear Energy*, **28**, 125 (2001).

This is a blank page.

国際単位系 (SI) と換算表

表1 SI基本単位および補助単位

量	名称	記号
長さ	メートル	m
質量	キログラム	kg
時間	秒	s
電流	アンペア	A
熱力学温度	ケルビン	K
物質質量	モル	mol
光度	カンデラ	cd
平面角	ラジアン	rad
立体角	ステラジアン	sr

表3 固有の名称をもつSI組立単位

量	名称	記号	他のSI単位による表現
周波数	ヘルツ	Hz	s ⁻¹
力	ニュートン	N	m·kg/s ²
圧力, 応力	パスカル	Pa	N/m ²
エネルギー, 仕事, 熱量	ジュール	J	N·m
工率, 放射束	ワット	W	J/s
電気量, 電荷	クーロン	C	A·s
電位, 電圧, 起電力	ボルト	V	W/A
静電容量	ファラド	F	C/V
電気抵抗	オーム	Ω	V/A
コンダクタンス	ジーメン	S	A/V
磁束	ウェーバ	Wb	V·s
磁束密度	テスラ	T	Wb/m ²
インダクタンス	ヘンリー	H	Wb/A
セルシウス温度	セルシウス度	°C	
光束度	ルーメン	lm	cd·sr
照射度	ルクス	lx	lm/m ²
放射能	ベクレル	Bq	s ⁻¹
吸収線量	グレイ	Gy	J/kg
線量当量	シーベルト	Sv	J/kg

表2 SIと併用される単位

名称	記号
分, 時, 日	min, h, d
度, 分, 秒	°, ', "
リットル	l, L
トン	t
電子ボルト	eV
原子質量単位	u

1 eV = 1.60218 × 10⁻¹⁹ J
1 u = 1.66054 × 10⁻²⁷ kg

表5 SI接頭語

倍数	接頭語	記号
10 ¹⁸	エクサ	E
10 ¹⁵	ペタ	P
10 ¹²	テラ	T
10 ⁹	ギガ	G
10 ⁶	メガ	M
10 ³	キロ	k
10 ²	ヘクト	h
10 ¹	デカ	da
10 ⁻¹	デシ	d
10 ⁻²	センチ	c
10 ⁻³	ミリ	m
10 ⁻⁶	マイクロ	μ
10 ⁻⁹	ナノ	n
10 ⁻¹²	ピコ	p
10 ⁻¹⁵	フェムト	f
10 ⁻¹⁸	アト	a

表4 SIと共に暫定的に維持される単位

名称	記号
オングストローム	Å
バ	b
バル	bar
ガ	Gal
キュリー	Ci
レントゲン	R
ラド	rad
レム	rem

1 Å = 0.1 nm = 10⁻¹⁰ m
1 b = 100 fm² = 10⁻²⁸ m²
1 bar = 0.1 MPa = 10⁵ Pa
1 Gal = 1 cm/s² = 10⁻² m/s²
1 Ci = 3.7 × 10¹⁰ Bq
1 R = 2.58 × 10⁻⁴ C/kg
1 rad = 1 cGy = 10⁻² Gy
1 rem = 1 cSv = 10⁻² Sv

(注)

- 表1-5は「国際単位系」第5版, 国際度量衡局 1985年刊行による。ただし, 1 eV および 1 uの値は CODATA の1986年推奨値によった。
- 表4には海里, ノット, アール, ヘクタールも含まれているが日常の単位なのでここでは省略した。
- barは, JISでは流体の圧力を表わす場合に限り表2のカテゴリーに分類されている。
- EC閣僚理事会指令では bar, barn および「気圧の単位」 mmHgを表2のカテゴリーに入れている。

換算表

力	N (=10 ⁵ dyn)	kgf	lbf
	1	0.101972	0.224809
	9.80665	1	2.20462
	4.44822	0.453592	1

粘度 1 Pa·s (=1 N·s/m²) = 10 P (ポアズ) (g/(cm·s))

動粘度 1 m²/s = 10⁴ St (ストークス) (cm²/s)

圧	MPa (=10 bar)	kgf/cm ²	atm	mmHg (Torr)	lbf/in ² (psi)
	1	10.1972	9.86923	7.50062 × 10 ³	145.038
力	0.0980665	1	0.967841	735.559	14.2233
	0.101325	1.03323	1	760	14.6959
	1.33322 × 10 ⁻⁴	1.35951 × 10 ⁻³	1.31579 × 10 ⁻³	1	1.93368 × 10 ⁻²
	6.89476 × 10 ⁻³	7.03070 × 10 ⁻²	6.80460 × 10 ⁻²	51.7149	1

エネルギー・仕事・熱量	J (=10 ⁷ erg)	kgf·m	kW·h	cal (計量法)	Btu	ft·lbf	eV
	1	0.101972	2.77778 × 10 ⁻⁷	0.238889	9.47813 × 10 ⁻⁴	0.737562	6.24150 × 10 ¹⁸
	9.80665	1	2.72407 × 10 ⁻⁶	2.34270	9.29487 × 10 ⁻³	7.23301	6.12082 × 10 ¹⁹
	3.6 × 10 ⁶	3.67098 × 10 ⁵	1	8.59999 × 10 ⁵	3412.13	2.65522 × 10 ⁶	2.24694 × 10 ²⁵
	4.18605	0.426858	1.16279 × 10 ⁻⁶	1	3.96759 × 10 ⁻³	3.08747	2.61272 × 10 ¹⁹
	1055.06	107.586	2.93072 × 10 ⁻⁴	252.042	1	778.172	6.58515 × 10 ²¹
	1.35582	0.138255	3.76616 × 10 ⁻⁷	0.323890	1.28506 × 10 ⁻³	1	8.46233 × 10 ¹⁸
	1.60218 × 10 ⁻¹⁹	1.63377 × 10 ⁻²⁰	4.45050 × 10 ⁻²⁶	3.82743 × 10 ⁻²⁰	1.51857 × 10 ⁻²²	1.18171 × 10 ⁻¹⁹	1

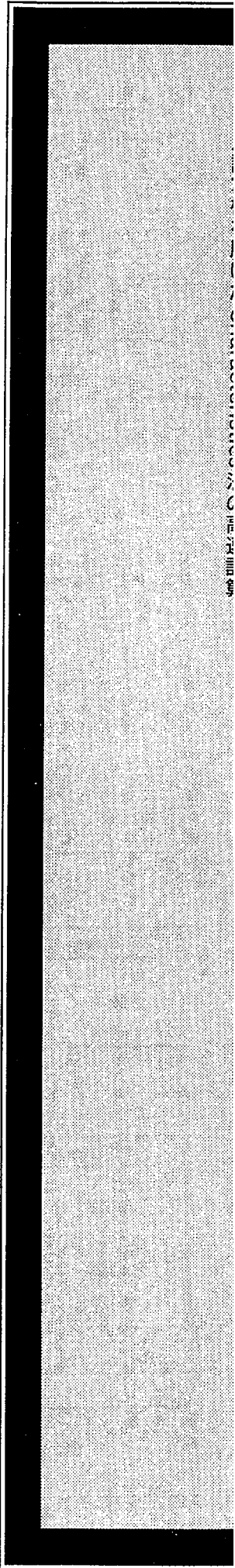
1 cal = 4.18605 J (計量法)
= 4.184 J (熱化学)
= 4.1855 J (15 °C)
= 4.1868 J (国際蒸気表)
仕事率 1 PS (仏馬力)
= 75 kgf·m/s
= 735.499 W

放射能	Bq	Ci
	1	2.70270 × 10 ⁻¹¹
	3.7 × 10 ¹⁰	1

吸収線量	Gy	rad
	1	100
	0.01	1

照射線量	C/kg	R
	1	3876
	2.58 × 10 ⁻⁴	1

線量当量	Sv	rem
	1	100
	0.01	1



株式会社 〇〇〇〇〇〇〇〇

R100

古紙配合率100%
白色度70%再生紙を使用しています