

JAERI-Research

96-038



大口径垂直管内二相流実験装置による
定圧式圧縮空気エネルギー貯蔵(CAES)システムの模擬実験：
実験装置及び実験方法

1996年7月

大津 巖・熊丸博滋*・村田秀男・久木田豊

日本原子力研究所
Japan Atomic Energy Research Institute

本レポートは、日本原子力研究所が不定期に公刊している研究報告書です。
入手の問い合わせは、日本原子力研究所研究情報部研究情報課（〒319-11 茨城県那珂郡東海村）あて、お申し越してください。なお、このほかに財団法人原子力弘済会資料センター（〒319-11 茨城県那珂郡東海村日本原子力研究所内）で複写による実費頒布をおこなっております。

This report is issued irregularly.

Inquiries about availability of the reports should be addressed to Research Information Division, Department of Intellectual Resources, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken 319-11, Japan.

© Japan Atomic Energy Research Institute, 1996

編集兼発行 日本原子力研究所
印刷 株式会社原子力資料サービス

大口徑垂直管内二相流実験装置による
定圧式圧縮空気エネルギー貯蔵（CAES）システムの模擬実験：
実験装置及び実験方法

日本原子力研究所東海研究所原子炉安全工学部
大津 巖・熊丸 博滋*・村田 秀男・久木田 豊

（1996年6月14日受理）

定圧式CAESシステムは、深さ数百mの通水坑による水の静水頭を利用し、地下の空洞に高圧の空気を貯蔵するもので、発電負荷を平準化させる補助システムとして実現が期待されている。通水坑は、静水頭により、空洞内への空気の吸排気にかかわらず、数MPaの空洞圧力を一定に保つために用いられるものである。しかし、水中に溶存した空気は、空洞への空気供給により水が通水坑を押し上げられる際、気泡として顕在化する。この気泡により通水坑の有効水頭は減少し、もし、この気泡量が過大であれば通水坑の気密が失われる可能性がある。本研究では、この発泡現象（シャンペン現象と呼ばれる）と水封機能の潜在的危険（ブローアウト）をスケーリングした高さと直径をもつ実験装置で模擬した。また、炭酸ガスを用いて実機の高さと圧力をもつ系における空気の高溶解度を模擬した。

本報告は、定圧式CAESシステムにおいて生じる特徴的な現象、実験装置と実験方法、さらに、気泡発生速度のように直接計測することが困難な物理量を計測可能な物理量から算出する方法、実験において今後拡張すべき計測の内容について記述したものである。

本報告は、日本原子力研究所、東京大学、電力中央研究所、及び濃清水建設との共同研究（平成5年度から7年度）の成果である。

東海研究所：〒319-11 茨城県那珂郡東海村白方白根2-4
* 姫路工業大学

Experiments on Hydraulically-compensated
Compressed Air Energy Storage (CAES) System Using
Large-diameter Vertical Pipe Two-phase Flow Test Facility:
Test Facility and Test Procedure

Iwao OHTSU, Hiroshige KUMAMARU*, Hideo MURATA and Yutaka KUKITA

Department of Reactor Safety Research
Tokai Research Establishment
Japan Atomic Energy Research Institute
Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken

(Received June 14, 1996)

JAERI, the University of Tokyo, the Central Research Institute of Electric Power Industry and Shimizu Corporation jointing performed an experimental study on two-phase flow in the hydraulically-compensated Compressed Air Energy Storage (CAES) system with a large-diameter vertical pipe two-phase flow test facility from 1993 to 1995.

A hydraulically-compensated CAES system is a proposed, conceptual energy storage system where energy is stored in the form of compressed air in an underground cavern which is sealed by a deep (several hundred meters) water shaft. The shaft water head maintains a constant pressure in the cavern, of several mega Pascals, even during loading or unloading of the cavern with air. The dissolved air in the water, however, may create voids in the shaft when the water rises through the shaft during the loading, being forced by the air flow into the cavern. The voids may reduce the effective head of the shaft, and thus the seal may fail, if significant bubbling should occur in the shaft. This bubbling phenomenon (termed "Champaign effect") and potential failure of the water seal ("blowout") are simulated in a scaled-height, scaled-diameter facility. Carbon dioxide is used to simulate high solubility of air in the full-height, full-pressure system. This report describes the expected and potential two-phase flow phenomena in a hydraulically-compensated CAES system, the test

This report was prepared as an account of a joint research performed by JAERI, the University of Tokyo, the Central Research Institute of Electric Power Industry (CREPI) and Shimizu Corporation.

* Himeji Institute of Technology

facility and the test procedure, a method to estimate quantities which are not directly measured by using measured quantities and hydrodynamic basic equations, and desirable additional instrumentation.

Keywords: CAES, Champagne Effect, Blowout, Dissolved Gas,
Large Diameter Vertical Tube, Energy Storage, Two-phase Flow

目 次

1. 序	1
2. 定圧式圧縮空気エネルギー貯蔵システムにおける水-溶存空気二相流	2
2.1 定圧式圧縮空気エネルギー貯蔵システム	2
2.2 シャンペン現象とブローアウト	3
3. 大口径垂直管内二相流実験装置	6
3.1 現象のスケーリング	6
3.2 実験装置	7
3.3 実験方法	9
4. 溶存ガス濃度等の基礎方程式に基づく推定	10
4.1 均質流(すべり無し)モデル	10
4.2 二流体モデル	16
4.3 初期値と境界値	30
5. 推定法の問題点と課題	33
5.1 混合速度 u と液相流速 u_l	33
5.2 気相流速 u_g	33
5.3 壁面摩擦 F_w	33
5.4 二相間で伝達される運動量 F_i	34
5.5 溶存ガス濃度 P_g	34
5.6 ガス発生速度 Γ と溶存ガス濃度の変化率 C	34
6. まとめ	35
謝 辞	35
参考文献	35
記号表	36

Contents

1. Introduction	1
2. Water-dissolved Air Two Phase Flow in Hydraulically Compensated CAES System	2
2.1 Hydraulically Compensated CAES System	2
2.2 Champagne Effect and Blow-out	3
3. Large-diameter Vertical Pipe Two-phase Flow Test Facility	6
3.1 Scaling	6
3.2 Test Section	7
3.3 Test Procedure	9
4. Estimation of Dissolved Gas Concentration etc. from Basic Equations	10
4.1 Homogeneous (Non-slip) Model	10
4.2 Two-fluid Model	16
4.3 Initial and Boundary Conditions	30
5. Problems in Estimation and Subjects for Further Study	33
5.1 Mixture Velocity u and Liquid Velocity u_l	33
5.2 Gas Velocity u_g	33
5.3 Wall Friction F_w	33
5.4 Interfacial Momentum Translation F_i	34
5.5 Dissolved Gas Concentration P_c	34
5.6 Source Term of Gas Γ and Rate of Concentration Change C	34
6. Conclusion	35
Acknowledgment	35
References	35
Nomenclature	36

1. 序

原研、東京大学（東大）、電力中央研究所（電中研）、(株)清水建設の四者は、平成5年度から7年度までの予定で、共同研究「大口径垂直管内二相流に関する研究」を実施している。本共同研究は、定圧式圧縮空気エネルギー貯蔵（CAES：Compressed Air Energy Storage）システムにおける大口径垂直管内の水-空気二相流挙動に対する実験研究を内容としている。本研究における四者の研究目的はそれぞれ、

原研及び東大　　：原子炉事故時の熱水力挙動解析コードにおける大口径二相流
解析の精度向上

東大、電中研　　：CAESシステムの開発及び同システムの流動解析コードの
及び清水建設　開発

である。

本共同研究では、CAESシステムを模擬した実験装置（「大口径垂直管内二相流実験装置」）を平成5年度に原研東海研究所内に新規に設置し、平成6年度に実験を開始した。

本報告では、CAESシステムの構成と特徴的な流動現象、本共同研究における実験装置と実験方法、さらに、直接計測が困難な物理量を実験データから算出する方法、今後拡張すべき計測の内容等について記述する。

2. 定圧式圧縮空気エネルギー貯蔵システムにおける水-溶存空気二相流

2.1 定圧式圧縮空気エネルギー貯蔵システム

電力需要は時間的に大きく変動するため、発電設備を常に100%有効利用することは難しい。そこで現在、発電設備の負荷を平準化させる方法の一つとして圧縮空気エネルギー貯蔵(CAES)システムが考えられている⁽¹⁾。CAESシステムの模式図を図2.1に示す。CAESシステムは、ガスタービン発電機に高圧空気貯蔵設備(以下貯気室と略)を組合せたもので、電力需要の変化にあわせ、

- オフピーク時：ベースロードを担う他の発電所から供給される余剰電力を用いてコンプレッサを駆動し、圧縮空気を貯気室に貯える
- ピーク時：貯気室の圧縮空気をガスタービンに供給し発電することで、コンプレッサの動力損失を補う

ように運転される。これにより、発電負荷の変動が大きい場合でも、発電設備全体の設備利用率と発電効率を高いレベルで維持したまま、負荷変動に追従することができる。

このシステムの中心となる貯気室は、ガスタービン発電機で必要とする空気圧(4~8MPa)に耐え、かつ経済的でなければならない。このような条件を考慮して考えられた貯蔵方式の代表例を図2.2に示す。これらの貯蔵方式は、内圧を水圧または岩盤で支えて、資材を節約するものである。

この中で、海底貯蔵方式と地下貯蔵方式を比較すると、海底貯蔵方式は、400~800 mの海中で施工が必要のため、施工費の面で不利となる。さらに2つの地下貯蔵方式を比較すると、変圧式は、空気量の変化に対し圧力変動が大きいため、ガスタービンやコンプレッサの設計が複雑化する難点があり、また、空気の残留量が多いため、地下の空間利用率も悪い。このような経済性の比較から、定圧式CAESシステムの実現が最も期待されている⁽²⁾。

表2.1に予想される定圧式CAESシステムの概略の諸元を示す。定圧式CAESシステムの特色は、貯水池と通水坑の水頭を利用した貯気室の圧力調整機能にある。すなわち、空気を消費しても、地上の貯水池から貯気室に水が逆流し、貯気室圧力はほぼ一定に維持される。他方、定圧式の問題点としては、空気を蓄積する過程で、貯気室の高圧下で水に溶け込んだ空気が通水坑で気泡として放出される(シャンペン現象)ため、通水坑の有効水頭が低下し、最悪の場合、貯気室の空気が貯水池に吹き抜ける事態(ブローアウト)に至る可能性があることである。従って、プラントの適切な設計及び運転により、このような事態の発生を予防する事が必要である。

2.2 シャンペン現象とブローアウト

2.2.1 シャンペン現象

上記のように、ここで言うシャンペン現象とは、液体中の溶存ガスが圧力低下により発泡する現象のことである。

空気と水のように、異なる成分の気液が接する場合、一般に気体分圧と単位質量の液中の気体の飽和溶存量は比例し（ヘンリーの法則）、次式で表せる⁽³⁾。

$$m_{g1s} = \Lambda P m_1$$

ここで、 m_{g1s} は溶媒中の気体の飽和質量、 m_1 は溶媒の質量である。 Λ は、ヘンリー一定数と呼ばれ、溶存ガス濃度の非常に大きい高圧下では小さくなり、また、温度の上昇と共に指数的に減少する性質をもつ⁽³⁾。圧力変化に対する溶媒の密度変化と溶存ガス濃度の変化に対する溶液の体積変化を無視すれば、上式は、

$$\rho_{g1s} = \Lambda P \rho_1 \quad \text{----- (2.1)}$$

ここで、 ρ_{g1s} は単位体積の溶媒に含まれる飽和濃度、 ρ_1 は溶媒の密度である。

図2.3のように、単位液体積当り質量 $\rho_{g1} (= \Lambda P_c \rho_1)$ の溶存ガスを含む液体が、圧力 $P (> P_c)$ から $P' (< P_c)$ に減圧する場合を考える。簡略化のため、等温で Λ が定数として扱えるものとし、溶媒の蒸気圧は系の圧力に対し無視できるものとする。まず、圧力 $P > P_c$ では、飽和濃度が溶存ガス濃度を上回るため気泡は生じない。しかし、圧力 P が低下し、 P_c を下回ると、過飽和分の溶存ガスは気泡として顕在化する（図2.3）。この減圧による発泡は、シャンペン現象と呼ばれる。物質伝達と熱伝達のアナロジーを考えると、この時の気泡の発生速度 Γ （液相単位体積あたり）は、溶存ガス濃度と局所的な飽和濃度の非平衡に比例すると考えられ、

$$\Gamma = C (\rho_{g1} - \rho_{g1s})$$

で表わされる。溶存ガス濃度 ρ_{g1} と ρ_{g1s} を飽和圧力に換算した溶存ガス濃度 P_c と系の圧力 P にそれぞれ置き換えると、

$$\Gamma = C \Lambda \rho_1 (P_c - P) \quad \text{----- (2.2)}$$

と表せる。ここで、係数 C は、物質伝達率と単位体積当りの界面面積の積で、[時間]⁻¹の次元を持ち、単位時間当りの溶存ガス濃度の変化率を表わす。変化率 C は、熱伝達現象と同様に流体の物性値（拡散係数、動粘性係数等）と流れの状態（ポイド率、気泡の大きさ、気泡のすべり速度等）に影響されると考えられている⁽⁴⁾。

しかし、CAESシステムの通水坑のような大口徑（1～5 m）の垂直流路における流動様式、界面面積、気液相関摩擦、物質伝達率等は十分に定量的な把握がなされておらず、従って変化率Cの予測上の不確かさは大きい。

2.2.2 ブローアウト

定圧式CAESシステムにおいては、図2.4に示すような過程を経て、シャンペン現象からブローアウトに至る可能性がある。

- ①貯気室内で高圧空気と水の気液界面が長時間維持されると、多量の空気が水中に溶け込む。（ガス溶存水の生成）
- ②貯蔵のため空気を貯気室へ更に注入すると、ガス溶存水がUベンドを通り通水坑を上昇する。
- ③ガス溶存水の静水圧は、通水坑を上昇すると共に減少する。
- ④静水圧の低下と共にガスの飽和濃度が低下するため、過飽和分の溶存ガスが気泡として現れる。（シャンペン現象）
- ⑤発生した気泡は、水中を上昇すると共に膨張する。
- ⑥これらの気泡により、通水坑の有効水頭が低下する。
- ⑦通水坑の有効水頭の減少により通水坑内の発泡量が増大すると共に、貯気室からのガス溶存水の流出速度が増加する。
- ⑧貯気室の水位が低下し、Uベンドの最下端を越え、貯気室の高圧ガスが通水坑に吹き抜ける。（ブローアウト）

以上はブローアウトがいわば「理想的」に発生する場合である。しかし実際には、ブローアウトを抑制する以下の様な効果が働くと考えられる。

(1) 貯気室圧力の低下

空気の注入量は、バルブ開度やコンプレッサの機械性能により制限される。従って、上記⑦において貯気室からのガス溶存水流出速度（体積流量）が空気注入量を越えると、貯気室圧力は低下する。この減圧が充分であれば、ガス溶存水の流出速度は減少し、時間経過とともに通水坑内の水のガス濃度が飽和濃度に近付き、ガス発生速度が減少することにより有効水頭が回復する。しかし、この効果を期待できるのは、貯蔵空気量の少ない場合のみである。

(2) 通水坑での摩擦損失の増加

上記⑤において、通水坑での発泡によるボイド率の増加、体積流量増大により、通水坑での二相流摩擦損失が増大し、ブローアウトを抑制する効果が働く。

(3) 水位差の増大による有効水頭の増加

上記④において、貯気室の水位低下と貯水池の水位上昇が生じると、水位差の増加に伴って有効水頭が回復する。ただし、定圧式CAESシステムの特徴として、貯気室と貯水池の水面積は通水坑の断面積に対し非常に大きい（貯気量の変化による圧力変動を小さくするため）ので、貯気室と貯水池で生じるこの効果は小さい。しかし、Uベンド部は断面積が小さい（通水坑と同程度）ので、貯気室内の水位がUベンド部に進入した後は、有効水頭の補償効果が大きい。特に、Uベンドの深さが発泡による有効水頭の損失分より十分に長ければ、水位がUベンド最下端に達するまでに水位の低下が止まり、ブローアウトは生じないと考えられる。

ブローアウトが発生する可能性を評価するには、上記のように水-溶存ガス二相流の流動特性（シャンペン現象による有効水頭の減少）、システムの機械特性（Uベンド深さ、貯気室の体積、コンプレッサの負荷特性）、ならびに実プラントの運転履歴等を合わせて考える必要がある。

ブローアウトは、空気貯蔵機能が破壊された状態であり、実用システムにおいては極力避けねばならない現象である。しかし、実際問題として、(1)の貯気室減圧効果によってブローアウトを防ごうとすると、貯気室の容積利用率を犠牲にしなければならない。また、シャンペン現象による貯気室圧力の変動が静定時の圧力に比して無視できないほど大きいと、コンプレッサの構成が複雑化し、これによるコスト増加は避けられない。このような場合、他システムとのコスト比較から定圧式システムが成立しないことも考えられる。従って、定圧式システムの成立性を評価するためには、まずシャンペン現象の規模（気泡発生による有効水頭の減少の規模）を定量的に予測することが必要となる。

3. 大口径垂直管内二相流実験装置

3.1 現象のスケーリング

CAESシステムでの水-溶存ガス二相流の挙動、特にシャンペン現象に重要な有次元のパラメータは、

通水坑の深さ H 、ヘンリー定数 Λ 、通水坑の直径 D 、液相の密度 ρ_l 、
液相の粘性係数 μ_l 、物質伝達係数 K 、貯気室圧力 P_0 、大気圧 P_a 、
押し込み速度 u 、等

である⁽⁴⁾。これらの有次元パラメータから重要な無次元パラメータの組合せとして、

$$\begin{aligned} \text{無次元水頭} \Pi_h &= \rho_l g H / P_a, \\ \text{無次元ガス溶存度} \Pi_s &= \Lambda \rho_l R T, \\ \text{無次元摩擦係数} \Pi_f &= f H / 2 D, \\ \text{レイノルズ数} \Pi_r &= \rho_l D u / \mu_l, \text{等} \end{aligned}$$

が得られる⁽⁴⁾。ここで、 g は重力加速度、 R は気体定数、 T は流体温度、 f は管摩擦係数である。

各無次元数の物理的意味を考える。通水坑上端圧力が大気圧で、貯気室圧力を

$$P_0 = \rho_l g H + P_a$$

と表わせる系を考える。貯気室における溶存ガス濃度が貯気室圧力に対する飽和濃度とすると、貯気室内のガス溶存水が通水坑を上昇する時、通水坑上端で溶存ガス濃度が大気圧に対する飽和濃度まで減少すれば、気液間のすべり速度を無視し、上端（出口端）における単位体積の溶媒に対し発生するガス容積を V と置くと、ガス容積 V について気体の状態方程式を考え、

$$P_a V = \Lambda \rho_l (P_0 - P_a) \cdot R T$$

$$V = \Lambda \rho_l R T \cdot \frac{\rho_l g H}{P_a}$$

すなわち

$$V = \Pi_s \cdot \Pi_h$$

の関係が得られる。 $\Pi_s \cdot \Pi_h$ は、通水坑最上端でのガス体積（貯気室で飽和濃度となった水が、すべり速度0で大気圧の飽和濃度に達したときの体積）と水体積の比である。実験装置においては、少なくともこのパラメータを模擬する必要がある。 $\Pi_s \cdot \Pi_h$ に対し、流体の物性側の因子が無次元ガス溶存度 Π_s であり、CAESシステムの圧力条件を表すのが無次元水頭 Π_h である。

通水坑の全摩擦損失は、摩擦係数 f を適当にとれば押込み流速 u を用いて、

$$\begin{aligned} (\text{全摩擦損失}) &= f \cdot \frac{H}{D} \cdot \frac{\rho_1 u^2}{2} \\ &= \Pi_f \cdot \rho_1 u^2 / 2 \end{aligned}$$

で表わせる。即ち Π_f は、通水坑の全摩擦損失と通水坑下端の動圧の比である。

レイノルズ数 Π_r は、通水坑の流動状態を表わす基本的なパラメータである。

以上のように、ここで挙げた無次元数は、シャンペン現象の重要なパラメータであるが、これらの無次元数全てを保存できる実験装置は実機サイズでしか存在しない。しかし、高溶存性ガスを用いれば、大気圧下で $\Pi_h \cdot \Pi_s$ 、 Π_f 及び Π_r の3つを保存することが可能である。

本実験装置では、積 $\Pi_h \cdot \Pi_s$ の保存を考え、貯水池模擬容器圧力=大気圧、流体=炭酸ガス/水系、通水坑高さ=約20 mとした。この系で Π_f 、 Π_r を保存するよう通水抗径及び押出し流速を規定する必要があるが、主として装置製作費の観点より、径0.2 m、最大押出し流速0.3 m/sとして、 Π_f と Π_r の保存は行わなかった。また、実験において配管径をパラメータとすることは実際上不可能であるが、パラメータを変化させたデータを取得するという観点で、実験では流速を10%~100%の範囲で変化させることとした。

3.2 実験装置

3.2.1 装置の構成

図3.1~3.3に大口径垂直管内二相流実験装置の模式図、構造図、及び系統図を示す。また、表2.1に本装置の主要諸元を示す。本装置は、CAESシステムの通水抗に相当する試験部及びUベンド部、貯気室に相当する下部リザーバ、貯水池に相当する上部リザーバ、そしてコンプレッサに相当する炭酸ガス供給系から構成される。

試験部は、内径0.2 m、長さ約24 mの円筒形で、可視化のため部分的にアクリルを使用している。他の部分はSUS304製である。Uベンド部は、試験部と同じ内径0.2 mのSUS304製で、下部リザーバを隔離するためのフルボア型ボール弁を設置している。

下部リザーバは、2本の横置き円筒容器で構成され、総体積約3.58 m³、高さ約1.9 mである。上側の容器（内径0.6 m、幅約2.68 m）をガスリザーバ、下側の容器（内径1.15 m、幅約2.9 m）を水リザーバと呼ぶ。水リザーバ内部には、炭酸ガスを水へ溶解させるためのガス吹出ノズル

と攪拌機が設置されている。ガスリザーバ上部には、試験開始後、炭酸ガス溶存水をUベンド部を通じて試験部へ押出すためのガス供給ノズルが設置されている。

炭酸ガス供給系は、液化炭酸ガスボンベ（30 kg入、3本）と気化器（最大処理量 2000 Nm³/min、3 kgf/cm²G）から構成される。ガス流量の調整は手動で行う。

上部リザーバは、高さ2.5 m、体積約3.75 m³の縦置き角型容器である。炭酸ガスは天板付近に設けられた気液分離用トラップを経て屋外に排出される。水は自重により排水口より落下する。

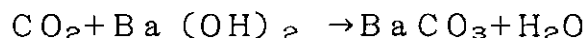
3.2.2 計測系

図3.1～3.3に本装置の計装の模式図、構造図、及び系統図を示す。また、表3.1に主な計測項目を示す。

本装置では、試験部のボイド率分布を光学式ボイド計により計測する。図3.1中のボイド率計測位置は、おおよそのプローブ先端位置（ボイド計取付ノズルの約50mm下）を示す。試験部には、12箇所のボイド計取付ノズルが設けられている。1回の実験で使用するノズルは、実験条件に合せ、この内の7点以内を選択し用いている。ボイド計V1-1～8は、プローブ先端が管断面の中心に位置し、ボイド率の軸方向分布が計測できる。また、ボイド計V2-1～4では、同一の高さで、壁から25、50、75、100 mm（＝流路の中心）の位置にプローブ先端が設置され、ボイド率の半径方向分布が計測できる。これらのボイド計からの検出信号は、データ収録器（共和電業、EDX-1000AS）に直接記録され、流動様相に合せたディスクリレベルでボイド率に変換される。データ収録器には、圧力、温度等表3.1に示した全ての計測データも同時に記録されるが、ボイド検出信号を記録する関係から、0.5～2 kHzのサンプリング速度で収録させている。

試験部の流動様相は、ボイド計V1-2及びV1-5の位置で高速ビデオカメラ（ナック製、H SV-400）で撮影する。撮影は200コマ/秒である。

溶存炭酸ガス濃度は、実験直前に下部リザーバの底に設置したノズルからサンプルを採り、水酸化バリウムを用いた中和滴定法で計測する。この方法は、予め既知量の水酸化バリウムを含むアルカリ性水溶液を密閉容器に入れ、そこに炭酸ガス溶存水の試料を採取し、この混合液を塩酸で中和滴定して求めた水酸化バリウムの残量と採取した試料の質量から、試料中の炭酸ガス量を求めるものである。試料中の炭酸ガスは、



の化学反応で炭酸バリウムとして固定されるため、高圧下で採取した試料から炭酸ガスを逃さずに常圧下で分析作業を行える利点がある。なお、本実験では、自動滴定装置（平沼産業製、COM500S）で中和量を求め、電子天秤（メラー製、PM4800）で試料の質量を計測した。

3.3 実験方法

実験は以下の手順で行う。

- ①下部リザーバを純水（イオン交換水）により満たす。
- ②下部リザーバに圧縮空気を吹込み、純水を試験部上端まで押し上げる。
- ③押し上げ後、ボール弁を閉じる。電磁流量計の感度を上げるため電解質として氷酢酸 80ミリリットルを下部リザーバに注入し、イオン交換水をさらに加えながら攪拌を行い、ガスリザーバまで満水にする。こうして出来た酢酸水は、酢酸濃度約 0.39×10^{-3} mol/リットルで伝導度約 $29 \mu\text{S/cm}$ を示す。また、この酢酸水の炭酸ガス濃度は、常圧の飽和濃度よりかなり小さい。
- ④ボール弁を開け、圧縮空気により試験部に酢酸水を送り、試験部内のイオン交換水を排出する。注入量は、試験部とUベンド部の体積に相当する量とする。
- ⑤ボール弁を閉じ、炭酸ガスを供給しながら大気開放弁を開け、ガスリザーバ内の空気を炭酸ガスで置換する。
- ⑥置換完了後、大気開放弁を閉じ、ガス吹込みノズルから水中に炭酸ガスを吹込みつつ攪拌を行い、炭酸ガス溶存水を作る。
- ⑦炭酸ガスの供給と攪拌を止め、所定の圧力でガスリザーバの圧力が安定するまで静置する。
- ⑧水リザーバ底のノズルから炭酸ガス溶存水のサンプルを採る。
- ⑨ボール弁を開ける際に水位変化が起こらないようガスリザーバの圧力を調節し、試験部の静水圧とバランスさせる。
- ⑩ボール弁を開け、データ収録とVTR撮影を開始する。（計測開始）
- ⑪炭酸ガス供給ノズルから炭酸ガスを供給し、炭酸ガス溶存水を試験部に押し出す。
（実験開始）
- ⑫炭酸ガスの体積流量は手動で設定流量へなるべく早く調節する。設定流量に達した時点で調節は終了する。
- ⑬水リザーバの水位が、底から約20～30 cmの高さまで下がった時（試験部及びUベンド部の純水が炭酸ガス溶存水で2回以上置き換わったことに相当する）、ボール弁または、ガス供給弁を閉鎖する。（実験終了）

4. 溶存ガス濃度等の基礎方程式に基づく推定

本実験装置では、シャンペン現象を評価する上で重要な物理量である溶存ガス濃度 P_c の分布やガス発生速度 Γ 、試験部内の気液流量分布等の時間変化を直接計測することが困難である。そこで、実験で測定可能な物理量や、初期条件及び境界条件を用いて、実験で計測できない上記の物理量を推定する方法について検討する。

推定にあたっては種々の仮定が必要となるが、ここではできるだけ単純な仮定のみを用いることとし、このため一次元流れに関する基礎方程式に基づく内外挿により推定を行うこととした。

通常、一次元モデルを二相流に適用する場合、流動様式や界面面積、相間摩擦、物質伝達率等に関する構成方程式（相関式）を用いる。しかし本実験では、大口径管における水-溶存ガス系二相流というやや特殊な条件を取扱うため、既存の相関式を安易に使用することはできない。そこで、物理量分布が断面内で一様であると仮定し（一次元性）さらに物理量の軸方向変化及び時間変化が局所的に線形近似できると仮定し、これによって、相関式を用いずに P_c や Γ 等を求める方法の導出を試みた。

以下においては、気液間のすべりを無視したモデル（均質流モデル）およびこれを考慮した二流体モデルについて、それぞれ推定方法を示す。

4.1 均質流（すべり無し）モデル

シャンペン現象の最も簡略化したモデルとして、図4.1に示すような一次元均質流（すべり無し）モデルを考える。1次元モデルにおいては、ボイド率 α と溶存ガス濃度 P_c が流路断面に一様に分布すると考える。また、すべりが無いと仮定しているため、溶存ガス濃度 P_c は気液混合物の断面平均流速 u で伝播する。また、流路断面積は全区間に渡り一定で、ヘンリー定数 Λ 、溶媒の密度 ρ_l 及び入口境界線における溶存ガス濃度 P_{cB} は定数として取扱う。

始めに、溶存ガス濃度 P_c とボイド率 α の関係について考える。初期濃度 P_{cB} を持つ質量 $\rho_l (1 + \Lambda P_{cB})$ の炭酸ガス溶存水 1 m^3 が、濃度 P_c まで変化したとすると、元の質量 $\rho_l (1 + \Lambda P_{cB})$ から発泡する炭酸ガスの質量とガス溶存水の質量は、それぞれ $\rho_l \Lambda (P_{cB} - P_c)$ 、 $\rho_l (1 + \Lambda P_c)$ となる。また、炭酸ガス体積とガス溶存水体積は気相の密度を ρ_g として、それぞれ $\rho_l \Lambda (P_{cB} - P_c) / \rho_g$ 、 1 m^3 となる（液中の炭酸ガス濃度の変化に対し、ガス溶存水の体積は変化せず、質量だけが変化すると仮定する）。すべり速度 = 0 の仮定から、溶存ガス濃度 P_c とボイド率 α の関係は、

$$\alpha = \frac{\frac{\Lambda \rho_l}{\rho_g} (P_{cB} - P_c)}{1 + \frac{\Lambda \rho_l}{\rho_g} (P_{cB} - P_c)}$$

$$P_c = P_{cB} - \frac{\rho_g \alpha}{\Lambda \rho_l (1 - \alpha)} \quad \text{----- (4.1)}$$

で表わせる。

次に、ある断面における混合密度 ρ について考える。 ρ は、溶存ガス濃度が変化してもガス溶存水の比容積は一定であると仮定しているから、次式で表わせる。

$$\rho = (1 - \alpha) \rho_l (1 + \Lambda P_c) + \alpha \rho_g$$

上式に式(4.1)を代入し、 P_c を消去すると、

$$\rho = (1 - \alpha) \rho_l (1 + \Lambda P_{cB})$$

この式から混合密度 ρ がボイド率 α のみに依存することがわかる。ここで、ボイド率 α の代りに液相の面積率 $\alpha_l (= 1 - \alpha)$ を用いると、

$$\rho = \alpha_l \rho_l (1 + \Lambda P_{cB}) \quad \text{----- (4.2)}$$

図4.1に示す有限な区間 $z = z_0 \sim z_1 (= z_0 + \Delta z)$ における気液混合物の質量保存を、有限な時間 $t = t_0 \sim t_1 (= t_0 + \Delta t)$ 内で考えると、

$$\int_{z_0}^{z_1} \rho(t_1, z) dz - \int_{z_0}^{z_1} \rho(t_0, z) dz + \int_{t_0}^{t_1} (\rho(t, z_1) u(t, z_1) - \rho(t, z_0) u(t, z_0)) dt = 0$$

上式に式(4.2)を代入する。ヘンリー定数 Λ 、溶媒の密度 ρ_l 、及び入口境界における溶存ガス濃度 P_{cB} を定数として仮定しているので、

$$\int_{z_0}^{z_1} \alpha_l(t_1, z) dz - \int_{z_0}^{z_1} \alpha_l(t_0, z) dz + \int_{t_0}^{t_1} (\alpha_l(t, z_1) u(t, z_1) - \alpha_l(t, z_0) u(t, z_0)) dt = 0 \quad \text{----- (4.3)}$$

と表わせる。ここで、 $u(t, z)$ は上向きを正とする。

同様に、飽和圧力に換算した溶存ガス濃度 P_c を用いて、液相中の溶存ガスに対する質量保存を考えると、

$$\int_{z_0}^{z_1} \alpha_l(t_1, z) P_c(t_1, z) dz - \int_{z_0}^{z_1} \alpha_l(t_0, z) P_c(t_0, z) dz$$

$$\begin{aligned}
 & + \int_{t_0}^{t_1} (\alpha_1(t, z_1) P_c(t, z_1) u(t, z_1) - \alpha_1(t, z_0) P_c(t, z_0) u(t, z_0)) dt \\
 & = -(1/\Lambda \rho_1) \int_{t_0}^{t_1} \int_{z_0}^{z_1} \Gamma dz dt \quad \text{----- (4.4)}
 \end{aligned}$$

と表わせる。ここで、 Γ は単位時間に単位体積から気泡として生じるガスの質量である。
次に運動量の保存を考える。混合密度 ρ と平均流速 u を用い、運動量保存を表わすと、

$$\frac{\partial (\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u^2)}{\partial z} = -\frac{\partial P}{\partial z} - F_w - \rho g$$

式(4.2)を考慮すると、上式は、

$$(1 + \Lambda P_{cB}) \left[\frac{\partial (\alpha_1 u)}{\partial t} + \frac{\partial (\alpha_1 u^2)}{\partial z} + \alpha_1 g \right] = -\frac{\partial P}{\partial z} - F_w \quad \text{----- (4.5)}$$

ここで、 F_w は単位長さ当りの壁面摩擦圧力損失である。式(4.5)を時刻 $t = t_0$ において、有限の区間 $z = z_0 \sim z_1$ で積分すると、

$$\begin{aligned}
 & (1 + \Lambda P_{cB}) \left\{ \frac{\partial}{\partial t} \left[\int_{z_0}^{z_1} \alpha_1(t_0, z) u(t_0, z) dz \right] \right. \\
 & \left. + \alpha_1(t_0, z_1) u(t_0, z_1)^2 - \alpha_1(t_0, z_0) u(t_0, z_0)^2 + g \int_{z_0}^{z_1} \alpha_1(t_0, z) dz \right\} \\
 & = -P(t_0, z_1) + P(t_0, z_0) + \int_{z_0}^{z_1} F_w dz \quad \text{----- (4.6)}
 \end{aligned}$$

液相単位体積当りのガスの発生速度 Γ と溶存ガス濃度の非平衡度の関係を式(2.2)で表わすと、溶存ガス濃度の変化率 C は、

$$C = \Gamma / \Lambda \rho_1 (P_c - P) \quad \text{----- (4.7)}$$

となる。

気液混合物の質量保存式(式(4.3))、溶存ガスの質量保存式(式(4.4))及び運動量保存の式(式(4.5))は、積分形で表現している。しかし、実験から、時刻 $t = t_0 \sim t_1$ 、区間 $z = z_0 \sim z_1$ における時間的にも空間的にも連続した測定値を得ることは難しい。そこで、座標 (t_0, z_0) 、 (t_0, z_1) 、 (t_1, z_0) 、 (t_1, z_1) における局所的な測定値で積分項を展開する。この置き換えにあたり、次の物理量の区間 $z = z_0 \sim z_1$ 、時刻 $t = t_0 \sim t_1$

における局所的な変化を線形近似する。

液相の面積率 $\alpha_1(t, z)$

混合流速 $u(t, z)$

溶存ガスの濃度 $P_c(t, z)$

圧力 $P(t, z)$

即ち、液相の面積率 α_1 を例にすると、ボイド率の空間変化を、時刻 $t = t_0$ 、区間 $z = z_0 \sim z_1 (= z_0 + \Delta z)$ において、

$$\alpha_1(t_0, z) = (\alpha_1(t_0, z_1) - \alpha_1(t_0, z_0)) (z - z_0) / \Delta z + \alpha_1(t_0, z_0)$$

と近似する。

同様に、座標 $z = z_0$ 、時刻 $t = t_0 \sim t_1 (= t_0 + \Delta t)$ における時間変化を、

$$\alpha_1(t, z_0) = (\alpha_1(t_1, z_0) - \alpha_1(t_0, z_0)) (t - t_0) / \Delta t + \alpha_1(t_0, z_0)$$

と近似する。

さらに、壁面摩擦 F_w 、気泡の発生量 Γ 及び溶存ガス濃度の変化率 C は、時刻 $t_0 \sim t_1$ 、区間 $z_0 \sim z_1$ で囲まれる領域の平均量として定義し、 $F_w(t_0, z_0)$ 、 $\Gamma(t_0, z_0)$ 、 $C(t_0, z_0)$ で表わすものとする。

以上の近似および仮定を用いて式 (4.3) を展開すると、気液混合物の質量保存式は以下の様になる。

$$\begin{aligned} & (\alpha_1(t_1, z_1) + \alpha_1(t_1, z_0) - \alpha_1(t_0, z_1) - \alpha_1(t_0, z_0)) \Delta z / 2 \\ & + (\alpha_1(t_1, z_1) u(t_1, z_1) / 3 + \alpha_1(t_0, z_1) u(t_1, z_1) / 6 \\ & + \alpha_1(t_1, z_1) u(t_0, z_1) / 6 + \alpha_1(t_0, z_1) u(t_0, z_1) / 3 \\ & - \alpha_1(t_1, z_0) u(t_1, z_0) / 3 - \alpha_1(t_0, z_0) u(t_1, z_0) / 6 \\ & - \alpha_1(t_1, z_0) u(t_0, z_0) / 6 - \alpha_1(t_0, z_0) u(t_0, z_0) / 3) \Delta t = 0 \end{aligned}$$

これを $u(t_1, z_1)$ について解くと、

$$u(t_1, z_1) =$$

$$\begin{aligned} & [- (\alpha_1(t_1, z_1) + \alpha_1(t_1, z_0) - \alpha_1(t_0, z_1) - \alpha_1(t_0, z_0)) \Delta z / (2 \Delta t) \\ & - \alpha_1(t_1, z_1) u(t_0, z_1) / 6 - \alpha_1(t_0, z_1) u(t_0, z_1) / 3 \\ & + \alpha_1(t_1, z_0) u(t_1, z_0) / 3 + \alpha_1(t_0, z_0) u(t_1, z_0) / 6 \\ & + \alpha_1(t_1, z_0) u(t_0, z_0) / 6 + \alpha_1(t_0, z_0) u(t_0, z_0) / 3] \\ & / (\alpha_1(t_1, z_1) / 3 + \alpha_1(t_0, z_1) / 6) \end{aligned} \quad \text{----- (4.3')}$$

同様に、溶存ガスの質量保存式を展開する。式(4.4)より、

$$\begin{aligned}
 & (\alpha_1(t_1, z_1) P_c(t_1, z_1) + \alpha_1(t_1, z_0) P_c(t_1, z_0) \\
 & - \alpha_1(t_0, z_1) P_c(t_0, z_1) - \alpha_1(t_0, z_0) P_c(t_0, z_0)) \Delta z / 2 \\
 + & [(\alpha_1(t_1, z_1) P_c(t_1, z_1) u(t_1, z_1) + \alpha_1(t_0, z_1) P_c(t_0, z_1) u(t_0, z_1)) / 4 \\
 & + (\alpha_1(t_1, z_1) P_c(t_1, z_1) u(t_0, z_1) + \alpha_1(t_1, z_1) P_c(t_0, z_1) u(t_1, z_1) \\
 & + \alpha_1(t_0, z_1) P_c(t_1, z_1) u(t_1, z_1) + \alpha_1(t_0, z_1) P_c(t_0, z_1) u(t_1, z_1) \\
 & + \alpha_1(t_0, z_1) P_c(t_1, z_1) u(t_0, z_1) + \alpha_1(t_1, z_1) P_c(t_0, z_1) u(t_0, z_1)) / 12 \\
 & - (\alpha_1(t_1, z_0) P_c(t_1, z_0) u(t_1, z_0) + \alpha_1(t_0, z_0) P_c(t_0, z_0) u(t_0, z_0)) / 4 \\
 & - (\alpha_1(t_1, z_0) P_c(t_1, z_0) u(t_0, z_0) + \alpha_1(t_1, z_0) P_c(t_0, z_0) u(t_1, z_0) \\
 & + \alpha_1(t_0, z_0) P_c(t_1, z_0) u(t_1, z_0) + \alpha_1(t_0, z_0) P_c(t_0, z_0) u(t_1, z_0) \\
 & + \alpha_1(t_0, z_0) P_c(t_1, z_0) u(t_0, z_0) + \alpha_1(t_1, z_0) P_c(t_0, z_0) u(t_0, z_0)) / 12] \Delta t \\
 = & - (1 / \Lambda \rho_1) \Gamma(t_0, z_0) \Delta z \Delta t
 \end{aligned}$$

これを $\Gamma(t_0, z_0)$ について解く。

$$\begin{aligned}
 \Gamma(t_0, z_0) = & \\
 - \Lambda \rho_1 \{ & (\alpha_1(t_1, z_1) P_c(t_1, z_1) + \alpha_1(t_1, z_0) P_c(t_1, z_0) \\
 & - \alpha_1(t_0, z_1) P_c(t_0, z_1) - \alpha_1(t_0, z_0) P_c(t_0, z_0)) / (2 \Delta t) \\
 + & [(\alpha_1(t_1, z_1) P_c(t_1, z_1) u(t_1, z_1) + \alpha_1(t_0, z_1) P_c(t_0, z_1) u(t_0, z_1)) / 4 \\
 & + (\alpha_1(t_1, z_1) P_c(t_1, z_1) u(t_0, z_1) + \alpha_1(t_1, z_1) P_c(t_0, z_1) u(t_1, z_1) \\
 & + \alpha_1(t_0, z_1) P_c(t_1, z_1) u(t_1, z_1) + \alpha_1(t_0, z_1) P_c(t_0, z_1) u(t_1, z_1) \\
 & + \alpha_1(t_0, z_1) P_c(t_1, z_1) u(t_0, z_1) + \alpha_1(t_1, z_1) P_c(t_0, z_1) u(t_0, z_1)) / 12 \\
 & - (\alpha_1(t_1, z_0) P_c(t_1, z_0) u(t_1, z_0) + \alpha_1(t_0, z_0) P_c(t_0, z_0) u(t_0, z_0)) / 4 \\
 & - (\alpha_1(t_1, z_0) P_c(t_1, z_0) u(t_0, z_0) + \alpha_1(t_1, z_0) P_c(t_0, z_0) u(t_1, z_0) \\
 & + \alpha_1(t_0, z_0) P_c(t_1, z_0) u(t_1, z_0) + \alpha_1(t_0, z_0) P_c(t_0, z_0) u(t_1, z_0) \\
 & + \alpha_1(t_0, z_0) P_c(t_1, z_0) u(t_0, z_0) \\
 & + \alpha_1(t_1, z_0) P_c(t_0, z_0) u(t_0, z_0)) / 12] / \Delta z \} \\
 & \text{----- (4.4')}
 \end{aligned}$$

式(4.6)中の加速度項を前進差分で表し、運動量保存式を展開する。

$$\begin{aligned}
 & (1 + \Lambda P_{cB}) \left[(\alpha_1(t_1, z_1) u(t_1, z_1) / 3 + \alpha_1(t_1, z_1) u(t_1, z_0) / 6 \right. \\
 & \quad + \alpha_1(t_1, z_0) u(t_1, z_1) / 6 + \alpha_1(t_1, z_0) u(t_1, z_0) / 3 \\
 & \quad - \alpha_1(t_0, z_1) u(t_0, z_1) / 3 - \alpha_1(t_0, z_1) u(t_0, z_0) / 6 \\
 & \quad - \alpha_1(t_0, z_0) u(t_0, z_1) / 6 - \alpha_1(t_0, z_0) u(t_0, z_0) / 3) (\Delta z / \Delta t) \\
 & \quad + \alpha_1(t_0, z_1) u(t_0, z_1)^2 - \alpha_1(t_0, z_0) u(t_0, z_0)^2 \\
 & \quad \left. + g (\alpha_1(t_0, z_1) + \alpha_1(t_0, z_0)) \Delta z / 2 \right]
 \end{aligned}$$

$$= -P(t_0, z_1) + P(t_0, z_0) - F_w(t_0, z_0) \Delta z$$

上式を $F_w(t_0, z_0)$ について解く。

$$F_w(t_0, z_0) =$$

$$\begin{aligned}
 & - (1 + \Lambda P_{cB}) \left[(\alpha_1(t_1, z_1) u(t_1, z_1) / 3 + \alpha_1(t_1, z_1) u(t_1, z_0) / 6 \right. \\
 & \quad + \alpha_1(t_1, z_0) u(t_1, z_1) / 6 + \alpha_1(t_1, z_0) u(t_1, z_0) / 3 \\
 & \quad - \alpha_1(t_0, z_1) u(t_0, z_1) / 3 - \alpha_1(t_0, z_1) u(t_0, z_0) / 6 \\
 & \quad - \alpha_1(t_0, z_0) u(t_0, z_1) / 6 - \alpha_1(t_0, z_0) u(t_0, z_0) / 3) / \Delta t \\
 & \quad + (\alpha_1(t_0, z_1) u(t_0, z_1)^2 - \alpha_1(t_0, z_0) u(t_0, z_0)^2) / \Delta z \\
 & \quad \left. + g (\alpha_1(t_0, z_1) + \alpha_1(t_0, z_0)) / 2 \right] \\
 & + (P(t_0, z_1) - P(t_0, z_0)) / \Delta z \qquad \text{----- (4.6')}
 \end{aligned}$$

式 (4.7) において、ガス発生速度 Γ が局所的な時間空間平均であることから、溶存ガス濃度の過飽和度 $P_c - P$ を 4 点 (t_0, z_0) 、 (t_0, z_1) 、 (t_1, z_0) 、 (t_1, z_1) で平均し、溶存ガス濃度の変化率 C を求める。

$$C(t_0, z_0) =$$

$$\begin{aligned}
 & 4 \Gamma(t_0, z_0) / \left[\Lambda \rho_1 (P_c(t_0, z_0) - P(t_0, z_0) + P_c(t_0, z_1) - P(t_0, z_1) \right. \\
 & \quad \left. + P_c(t_1, z_0) - P(t_1, z_0) + P_c(t_1, z_1) - P(t_1, z_1)) \right] \\
 & \qquad \qquad \qquad \text{----- (4.7')}
 \end{aligned}$$

4.2 二流体モデル

4.1節で述べた一次元均質流モデルは、シャンペン現象の最も簡略化したモデルである。しかし、流れの基本的な物理量であるすべり速度を無視する形となる。これは、溶存ガス濃度の非平衡度や、ガス発生速度を知る上で問題となる。そこで、すべり速度を推定できる二流体モデルを考える。このモデルでは、気液各相が、それぞれの相の占める断面内で一様な速度分布を持ち、平均実流速 u_g 、 u_l で流れるものとする。溶存ガス濃度 P_c も流路断面の液相部分に均一に分布し、流速 u_l で伝播すると考える。また、流路断面積、ヘンリー定数 Λ 、溶媒の密度 ρ_l 及び入口境界線における溶存ガス濃度 P_{c0} は、均質流モデルと同様に定数として取扱う。

図4.2にシャンペン現象の一次元二流体モデルを示す。一般に一次元二流体モデルの基礎方程式は次の様に書ける。

(気相の質量保存)

$$\frac{\partial (\alpha \rho_g)}{\partial t} + \frac{\partial (\alpha \rho_g u_g)}{\partial z} = \Gamma \quad \text{----- (4.8)}$$

(液相の質量保存)

$$\frac{\partial [\alpha_l \rho_l (1 + \Lambda P_c)]}{\partial t} + \frac{\partial [\alpha_l \rho_l (1 + \Lambda P_c) u_l]}{\partial z} = -\Gamma \quad \text{----- (4.9)}$$

(溶存ガスの質量保存)

$$\frac{\partial (\alpha_l P_c)}{\partial t} + \frac{\partial (\alpha_l P_c u_l)}{\partial z} = \frac{\Gamma}{\Lambda \rho_l} \quad \text{----- (4.10)}$$

(気相の運動量保存)

$$\frac{\partial (\alpha \rho_g u_g)}{\partial t} + \frac{\partial (\alpha \rho_g u_g^2)}{\partial z} = -\frac{\partial (\alpha P)}{\partial z} - F_i - F_{w_g} - \alpha \rho_g g \quad \text{----- (4.11)}$$

(液相の運動量保存)

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} [\alpha_l \rho_l (1 + \Lambda P_c) u_l] + \frac{\partial}{\partial z} [\alpha_l \rho_l (1 + \Lambda P_c) u_l^2] \\ = -\frac{\partial (\alpha_l P)}{\partial z} + F_i - F_{w_l} - \alpha_l \rho_l (1 + \Lambda P_c) g \end{aligned} \quad \text{----- (4.12)}$$

(非平衡によるガスの発生)

$$C = \Gamma / \Lambda \rho_1 (P_c - P) \quad \text{----- (4.7)}$$

ここで、 u_g と u_l 、 F_{wg} と F_{wl} 及び F_i は、それぞれ、気液の速度、気液の壁面摩擦損失及び二相間で伝達される運動量である。

上の(4.8)～(4.12)及び(4.7)式を変形し、4.1章と同様に局所的な測定値で展開することを考える。

まず、気相の質量保存式(式(4.8))を有限な区間 $z = z_0 \sim z_1 (= z_0 + \Delta z)$ において、有限な時間 $t = t_0 \sim t_1 (= t_0 + \Delta t)$ で積分する。

$$\begin{aligned} & \int_{z_0}^{z_1} \alpha(t_1, z) \rho_g(t_1, z) dz - \int_{z_0}^{z_1} \alpha(t_0, z) \rho_g(t_0, z) dz \\ & + \int_{t_0}^{t_1} (\alpha(t, z_1) \rho_g(t, z_1) u_g(t, z_1) - \alpha(t, z_0) \rho_g(t, z_0) u_g(t, z_0)) dt \\ & = \int_{t_0}^{t_1} \int_{z_0}^{z_1} \Gamma dz dt \quad \text{----- (4.13)} \end{aligned}$$

次に液相の面積率 α_l と液流速 u_l の関係を考える。液相の質量保存式(式(4.9))と溶存ガスの質量保存式(式(4.10))の差をとると、

$$\frac{\partial \alpha_l}{\partial t} + \frac{\partial (\alpha_l u_l)}{\partial z} = 0 \quad \text{----- (4.14)}$$

が得られる。この式は溶媒の質量が保存されることを示す。これも同様に区間 $z = z_0 \sim z_1 (= z_0 + \Delta z)$ 、時間 $t = t_0 \sim t_1 (= t_0 + \Delta t)$ で積分すると、

$$\int_{z_0}^{z_1} \alpha_l(t_1, z) dz - \int_{z_0}^{z_1} \alpha_l(t_0, z) dz + \int_{t_0}^{t_1} (\alpha_l(t, z_1) u_l(t, z_1) - \alpha_l(t, z_0) u_l(t, z_0)) dt = 0 \quad \text{----- (4.15)}$$

と表わせる。これは、均質流モデルの式(4.3)の u を u_l に置き換えたものに他ならない。

同様に、溶存ガスの質量保存式(式(4.10))を区間 $z = z_0 \sim z_1 (= z_0 + \Delta z)$ 、時間 $t = t_0 \sim t_1 (= t_0 + \Delta t)$ で積分すると、均質流モデルにおける溶存ガスの質量保存式(式(4.4))の u を u_l に置き換えた次式が得られる。

$$\int_{z_0}^{z_1} \alpha_1(t_1, z) P_c(t_1, z) dz - \int_{z_0}^{z_1} \alpha_1(t_0, z) P_c(t_0, z) dz$$

$$+ \int_{t_0}^{t_1} (\alpha_1(t, z_1) P_c(t, z_1) u_1(t, z_1) - \alpha_1(t, z_0) P_c(t, z_0) u_1(t, z_0)) dt$$

$$= -(1/\Lambda \rho_i) \int_{t_0}^{t_1} \int_{z_0}^{z_1} \Gamma dz dt \quad \text{----- (4.16)}$$

ここで、気相の質量保存式（式(4.13)）と溶存ガスの質量保存式（式(4.16)）から、ガスの発生速度 Γ を消去すると、

$$\int_{z_0}^{z_1} \alpha(t_1, z) \rho_g(t_1, z) dz - \int_{z_0}^{z_1} \alpha(t_0, z) \rho_g(t_0, z) dz$$

$$+ \int_{t_0}^{t_1} (\alpha(t, z_1) \rho_g(t, z_1) u_g(t, z_1) - \alpha(t, z_0) \rho_g(t, z_0) u_g(t, z_0)) dt$$

$$= -\Lambda \rho_i \left[\int_{z_0}^{z_1} \alpha_1(t_1, z) P_c(t_1, z) dz - \int_{z_0}^{z_1} \alpha_1(t_0, z) P_c(t_0, z) dz \right.$$

$$\left. + \int_{t_0}^{t_1} (\alpha_1(t, z_1) P_c(t, z_1) u_1(t, z_1) - \alpha_1(t, z_0) P_c(t, z_0) u_1(t, z_0)) dt \right]$$

$$\text{----- (4.17)}$$

気相の運動量保存式（式(4.11)）において、気相の壁面摩擦損失 F_{wg} が本実験の範囲で小さいことから、

$$F_{wg} = 0$$

と仮定すると、

$$\frac{\partial (\alpha \rho_g u_g)}{\partial t} - \frac{\partial (\alpha \rho_g u_g^2)}{\partial z} - \frac{\partial (\alpha P)}{\partial z} - \alpha \rho_g g = F_i$$

と表わせる。

上式を時刻 $t = t_0$ において、区間 $z = z_0 \sim z_1$ で積分すると、

$$-\frac{\partial}{\partial t} \left[\int_{z_0}^{z_1} \alpha(t_0, z) \rho_g(t_0, z) u_g(t_0, z) dz \right]$$

$$\begin{aligned}
 & -\alpha(t_0, z_1) \rho_g(t_0, z_1) u_g(t_0, z_1)^2 + \alpha(t_0, z_0) \rho_g(t_0, z_0) u_g(t_0, z_0)^2 \\
 & -\alpha(t_0, z_1) P(t_0, z_1) + \alpha(t_0, z_0) P(t_0, z_0) - g \int_{z_0}^{z_1} \alpha(t_0, z) \rho_g(t_0, z) dz \\
 & = \int_{z_0}^{z_1} \bar{F}^i dz \qquad \text{----- (4.18)}
 \end{aligned}$$

液相の運動量保存式(式(4.12))において、二流体モデルの u_1 と均質流モデルの u が、共に溶媒の流速であることから、二流体モデルの液相壁面摩擦損失 F_{w1} が均質流モデルの壁面摩擦損失 F_w と等しいと仮定する。即ち、式(4.5)より、

$$F_{w1} = - (1 + \Lambda P_{cB}) \left[\frac{\partial (\alpha_1 u)}{\partial t} + \frac{\partial (\alpha_1 u^2)}{\partial z} + \alpha_1 g \right] - \frac{\partial P}{\partial z}$$

と置くと、液相の運動量保存式は、

$$\begin{aligned}
 & -\frac{\partial}{\partial t} [\alpha_1 \rho_1 \Lambda (P_{cB} - P_c) u_1] - \frac{\partial}{\partial z} [\alpha_1 \rho_1 \Lambda (P_{cB} - P_c) u_1^2] \\
 & -\frac{\partial (\alpha P)}{\partial z} - \alpha_1 \rho_1 \Lambda (P_{cB} - P_c) g = F_i
 \end{aligned}$$

と表わせる。上式を時刻 $t = t_0$ において、区間 $z = z_0 \sim z_1$ で積分すると、

$$\begin{aligned}
 & -\frac{\partial}{\partial t} \left[\int_{z_0}^{z_1} \alpha_1(t_0, z) \rho_1 \Lambda (P_{cB} - P_c(t_0, z)) u_1(t_0, z) dz \right] \\
 & -\alpha_1(t_0, z_1) \rho_1 \Lambda (P_{cB} - P_c(t_0, z_1)) u_1(t_0, z_1)^2 \\
 & +\alpha_1(t_0, z_0) \rho_1 \Lambda (P_{cB} - P_c(t_0, z_0)) u_1(t_0, z_0)^2 \\
 & -\alpha(t_0, z_1) P(t_0, z_1) + \alpha(t_0, z_0) P(t_0, z_0) \\
 & -g \int_{z_0}^{z_1} \alpha_1(t_0, z) \rho_1 \Lambda (P_{cB} - P_c(t_0, z)) dz \\
 & = \int_{z_0}^{z_1} \bar{F}^i dz \qquad \text{----- (4.19)}
 \end{aligned}$$

が得られる。

ここで、気相の運動量保存式 (式(4.18)) と液相の運動量保存式 (式(4.19)) から、二相間で伝達される運動量 F_i を消去すると、

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial}{\partial t} \left[\int_{z_0}^{z_1} \alpha(t_0, z) \rho_g(t_0, z) u_g(t_0, z) dz \right] \\
 & + \alpha(t_0, z_1) \rho_g(t_0, z_1) u_g(t_0, z_1)^2 - \alpha(t_0, z_0) \rho_g(t_0, z_0) u_g(t_0, z_0)^2 \\
 & + g \int_{z_0}^{z_1} \alpha(t_0, z) \rho_g(t_0, z) dz \\
 & = \frac{\partial}{\partial t} \left[\int_{z_0}^{z_1} \alpha_1(t_0, z) \rho_l \Lambda (P_{cB} - P_c(t_0, z)) u_1(t_0, z) dz \right] \\
 & + \alpha_1(t_0, z_1) \rho_l \Lambda (P_{cB} - P_c(t_0, z_1)) u_1(t_0, z_1)^2 \\
 & - \alpha_1(t_0, z_0) \rho_l \Lambda (P_{cB} - P_c(t_0, z_0)) u_1(t_0, z_0)^2 \\
 & - g \int_{z_0}^{z_1} \alpha_1(t_0, z) \rho_l \Lambda (P_{cB} - P_c(t_0, z)) dz \qquad \text{----- (4.20)}
 \end{aligned}$$

ここで、式 (4.1) より、均質流モデルで推定した P_c を二流体モデルの P_c と区別し P_{ch} とすると、

$$\alpha_1 \rho_l \Lambda P_{cB} = \alpha_1 \rho_l \Lambda P_{ch} - \alpha \rho_g$$

の関係が得られ、また、 $u = u_1$ であることから、式 (4.20) は、

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial}{\partial t} \left[\int_{z_0}^{z_1} \alpha(t_0, z) \rho_g(t_0, z) (u_g(t_0, z) - u_1(t_0, z)) dz \right] \\
 & + \alpha(t_0, z_1) \rho_g(t_0, z_1) (u_g(t_0, z_1)^2 - u_1(t_0, z_1)^2) \\
 & - \alpha(t_0, z_0) \rho_g(t_0, z_0) (u_g(t_0, z_0)^2 - u_1(t_0, z_0)^2) \\
 & = \frac{\partial}{\partial t} \left[\int_{z_0}^{z_1} \alpha_1(t_0, z) \rho_l \Lambda (P_{ch}(t_0, z) - P_c(t_0, z)) u_1(t_0, z) dz \right] \\
 & + \alpha_1(t_0, z_1) \rho_l \Lambda (P_{ch}(t_0, z_1) - P_c(t_0, z_1)) u_1(t_0, z_1)^2 \\
 & - \alpha_1(t_0, z_0) \rho_l \Lambda (P_{ch}(t_0, z_0) - P_c(t_0, z_0)) u_1(t_0, z_0)^2 \\
 & + g \int_{z_0}^{z_1} \alpha_1(t_0, z) \rho_l \Lambda (P_{ch}(t_0, z) - P_c(t_0, z)) dz \qquad \text{----- (4.21)}
 \end{aligned}$$

と書換えられる。上式は、この二流体モデルにおいて、すべり速度によって生じる運動量が、均質流モデルと二流体モデルで推定される溶存ガス濃度の差 (液相の質量差) として、計算されることを示している。

以上で得られた液相（溶媒）の質量保存（式(4.15)）、溶存ガスの質量保存（式(4.16)）、気相と溶存ガスの質量保存（式(4.17)）、気相の運動量保存（式(4.18)）、液相と気相の運動量保存（式(4.21)）及び溶存ガス濃度の非平衡度とガス発生速度の関係（式(4.7)）の各式を均質流モデルと同様に局所的な測定値で表わされるように展開する。この置き換えにあたり、次の物理量が区間 $z = z_0 \sim z_1$ 、時刻 $t = t_0 \sim t_1$ で局所的に線形に変化すると仮定する。

ポイド率 $\alpha(t, z)$ (即ち、液相の面積率 $\alpha_1(t, z)$)

気相の密度 $\rho_g(t, z)$

二流体モデルの溶存ガス濃度 $P_c(t, z)$

均質流モデルの溶存ガス濃度 $P_{ch}(t, z)$

液相流速 $u_1(t, z)$

気相流速 $u_g(t, z)$

圧力 $P(t, z)$

また、界面で伝達される運動量 F_i 、ガスの発生速度 Γ 及び溶存ガス濃度の変化率 C は、時刻 $t_0 \sim t_1$ 、座標 $z_0 \sim z_1$ で囲まれる領域の平均量として定義し、 $F_i(t_0, z_0)$ 、 $\Gamma(t_0, z_0)$ 、 $C(t_0, z_0)$ で表わす。

液相（溶媒）の質量保存式を展開する。均質流モデルの式(4.3')と同様に式(4.15)を展開する。

$$\begin{aligned} & (\alpha_1(t_1, z_1) + \alpha_1(t_1, z_0) - \alpha_1(t_0, z_1) - \alpha_1(t_0, z_0)) \Delta z / 2 \\ & + (\alpha_1(t_1, z_1) u_1(t_1, z_1) / 3 + \alpha_1(t_0, z_1) u_1(t_1, z_1) / 6 \\ & + \alpha_1(t_1, z_1) u_1(t_0, z_1) / 6 + \alpha_1(t_0, z_1) u_1(t_0, z_1) / 3 \\ & - \alpha_1(t_1, z_0) u_1(t_1, z_0) / 3 - \alpha_1(t_0, z_0) u_1(t_1, z_0) / 6 \\ & - \alpha_1(t_1, z_0) u_1(t_0, z_0) / 6 - \alpha_1(t_0, z_0) u_1(t_0, z_0) / 3) \Delta t = 0 \end{aligned}$$

これを $u_1(t_1, z_1)$ について解くと、

$$u_1(t_1, z_1) =$$

$$\begin{aligned} & [- (\alpha_1(t_1, z_1) + \alpha_1(t_1, z_0) - \alpha_1(t_0, z_1) - \alpha_1(t_0, z_0)) \Delta z / (2 \Delta t) \\ & - \alpha_1(t_1, z_1) u_1(t_0, z_1) / 6 - \alpha_1(t_0, z_1) u_1(t_0, z_1) / 3 \\ & + \alpha_1(t_1, z_0) u_1(t_1, z_0) / 3 + \alpha_1(t_0, z_0) u_1(t_1, z_0) / 6 \\ & + \alpha_1(t_1, z_0) u_1(t_0, z_0) / 6 + \alpha_1(t_0, z_0) u_1(t_0, z_0) / 3] \\ & / (\alpha_1(t_1, z_1) / 3 + \alpha_1(t_0, z_1) / 6) \quad \text{----- (4.15')} \end{aligned}$$

溶存ガスの質量保存式 (式(4.16)) を展開する。均質流モデルの溶存ガスの質量保存式 (式(4.4)) と同様に、

$$\begin{aligned}
 & (\alpha_1(t_1, z_1) P_c(t_1, z_1) + \alpha_1(t_1, z_0) P_c(t_1, z_0) \\
 & \quad - \alpha_1(t_0, z_1) P_c(t_0, z_1) - \alpha_1(t_0, z_0) P_c(t_0, z_0)) \Delta z / 2 \\
 & + [(\alpha_1(t_1, z_1) P_c(t_1, z_1) u_1(t_1, z_1) + \alpha_1(t_0, z_1) P_c(t_0, z_1) u_1(t_0, z_1)) / 4 \\
 & + (\alpha_1(t_1, z_1) P_c(t_1, z_1) u_1(t_0, z_1) + \alpha_1(t_1, z_1) P_c(t_0, z_1) u_1(t_1, z_1) \\
 & \quad + \alpha_1(t_0, z_1) P_c(t_1, z_1) u_1(t_1, z_1) + \alpha_1(t_0, z_1) P_c(t_0, z_1) u_1(t_1, z_1) \\
 & \quad + \alpha_1(t_0, z_1) P_c(t_1, z_1) u_1(t_0, z_1) + \alpha_1(t_1, z_1) P_c(t_0, z_1) u_1(t_0, z_1)) / 12 \\
 & - (\alpha_1(t_1, z_0) P_c(t_1, z_0) u_1(t_1, z_0) + \alpha_1(t_0, z_0) P_c(t_0, z_0) u_1(t_0, z_0)) / 4 \\
 & - (\alpha_1(t_1, z_0) P_c(t_1, z_0) u_1(t_0, z_0) + \alpha_1(t_1, z_0) P_c(t_0, z_0) u_1(t_1, z_0) \\
 & \quad + \alpha_1(t_0, z_0) P_c(t_1, z_0) u_1(t_1, z_0) + \alpha_1(t_0, z_0) P_c(t_0, z_0) u_1(t_1, z_0) \\
 & \quad + \alpha_1(t_0, z_0) P_c(t_1, z_0) u_1(t_0, z_0) + \alpha_1(t_1, z_0) P_c(t_0, z_0) u_1(t_0, z_0)) / 12] \Delta t \\
 & = - (1 / \Lambda \rho_1) \Gamma(t_0, z_0) \Delta z \Delta t
 \end{aligned}$$

これを $\Gamma(t_0, z_0)$ について解く。

$$\begin{aligned}
 \Gamma(t_0, z_0) = & \\
 & - \Lambda \rho_1 \{ (\alpha_1(t_1, z_1) P_c(t_1, z_1) + \alpha_1(t_1, z_0) P_c(t_1, z_0) \\
 & \quad - \alpha_1(t_0, z_1) P_c(t_0, z_1) - \alpha_1(t_0, z_0) P_c(t_0, z_0)) / (2 \Delta t) \\
 & + [(\alpha_1(t_1, z_1) P_c(t_1, z_1) u_1(t_1, z_1) + \alpha_1(t_0, z_1) P_c(t_0, z_1) u_1(t_0, z_1)) / 4 \\
 & \quad + (\alpha_1(t_1, z_1) P_c(t_1, z_1) u_1(t_0, z_1) + \alpha_1(t_1, z_1) P_c(t_0, z_1) u_1(t_1, z_1) \\
 & \quad + \alpha_1(t_0, z_1) P_c(t_1, z_1) u_1(t_1, z_1) + \alpha_1(t_0, z_1) P_c(t_0, z_1) u_1(t_1, z_1) \\
 & \quad + \alpha_1(t_0, z_1) P_c(t_1, z_1) u_1(t_0, z_1) + \alpha_1(t_1, z_1) P_c(t_0, z_1) u_1(t_0, z_1)) / 12 \\
 & - (\alpha_1(t_1, z_0) P_c(t_1, z_0) u_1(t_1, z_0) + \alpha_1(t_0, z_0) P_c(t_0, z_0) u_1(t_0, z_0)) / 4 \\
 & - (\alpha_1(t_1, z_0) P_c(t_1, z_0) u_1(t_0, z_0) + \alpha_1(t_1, z_0) P_c(t_0, z_0) u_1(t_1, z_0) \\
 & \quad + \alpha_1(t_0, z_0) P_c(t_1, z_0) u_1(t_1, z_0) + \alpha_1(t_0, z_0) P_c(t_0, z_0) u_1(t_1, z_0) \\
 & \quad + \alpha_1(t_0, z_0) P_c(t_1, z_0) u_1(t_0, z_0) \\
 & \quad \quad \quad + \alpha_1(t_1, z_0) P_c(t_0, z_0) u_1(t_0, z_0)) / 12] / \Delta z \} \\
 & \text{----- (4.16')}
 \end{aligned}$$

気相と溶存ガスの質量保存 (式(4.17)) を展開する。

$$\begin{aligned}
 & (\alpha(t_1, z_1) \rho_g(t_1, z_1) + \alpha(t_1, z_0) \rho_g(t_1, z_0) \\
 & \quad - \alpha(t_0, z_1) \rho_g(t_0, z_1) - \alpha(t_0, z_0) \rho_g(t_0, z_0)) \Delta z / 2 \\
 & + [(\alpha(t_1, z_1) \rho_g(t_1, z_1) u_g(t_1, z_1) + \alpha(t_0, z_1) \rho_g(t_0, z_1) u_g(t_0, z_1)) / 4 \\
 & + (\alpha(t_1, z_1) \rho_g(t_1, z_1) u_g(t_0, z_1) + \alpha(t_1, z_1) \rho_g(t_0, z_1) u_g(t_1, z_1) \\
 & \quad + \alpha(t_0, z_1) \rho_g(t_1, z_1) u_g(t_1, z_1) + \alpha(t_0, z_1) \rho_g(t_0, z_1) u_g(t_1, z_1) \\
 & \quad + \alpha(t_0, z_1) \rho_g(t_1, z_1) u_g(t_0, z_1) + \alpha(t_1, z_1) \rho_g(t_0, z_1) u_g(t_0, z_1)) / 12 \\
 & - (\alpha(t_1, z_0) \rho_g(t_1, z_0) u_g(t_1, z_0) + \alpha(t_0, z_0) \rho_g(t_0, z_0) u_g(t_0, z_0)) / 4 \\
 & - (\alpha(t_1, z_0) \rho_g(t_1, z_0) u_g(t_0, z_0) + \alpha(t_1, z_0) \rho_g(t_0, z_0) u_g(t_1, z_0) \\
 & \quad + \alpha(t_0, z_0) \rho_g(t_1, z_0) u_g(t_1, z_0) + \alpha(t_0, z_0) \rho_g(t_0, z_0) u_g(t_1, z_0) \\
 & \quad + \alpha(t_0, z_0) \rho_g(t_1, z_0) u_g(t_0, z_0) + \alpha(t_1, z_0) \rho_g(t_0, z_0) u_g(t_0, z_0)) / 12] \Delta t \\
 \\
 & = -\Lambda \rho_1 \{ (\alpha_1(t_1, z_1) P_c(t_1, z_1) + \alpha_1(t_1, z_0) P_c(t_1, z_0) \\
 & \quad - \alpha_1(t_0, z_1) P_c(t_0, z_1) - \alpha_1(t_0, z_0) P_c(t_0, z_0)) \Delta z / 2 \\
 & + [(\alpha_1(t_1, z_1) P_c(t_1, z_1) u_1(t_1, z_1) + \alpha_1(t_0, z_1) P_c(t_0, z_1) u_1(t_0, z_1)) / 4 \\
 & + (\alpha_1(t_1, z_1) P_c(t_1, z_1) u_1(t_0, z_1) + \alpha_1(t_1, z_1) P_c(t_0, z_1) u_1(t_1, z_1) \\
 & \quad + \alpha_1(t_0, z_1) P_c(t_1, z_1) u_1(t_1, z_1) + \alpha_1(t_0, z_1) P_c(t_0, z_1) u_1(t_1, z_1) \\
 & \quad + \alpha_1(t_0, z_1) P_c(t_1, z_1) u_1(t_0, z_1) + \alpha_1(t_1, z_1) P_c(t_0, z_1) u_1(t_0, z_1)) / 12 \\
 & - (\alpha_1(t_1, z_0) P_c(t_1, z_0) u_1(t_1, z_0) + \alpha_1(t_0, z_0) P_c(t_0, z_0) u_1(t_0, z_0)) / 4 \\
 & - (\alpha_1(t_1, z_0) P_c(t_1, z_0) u_1(t_0, z_0) + \alpha_1(t_1, z_0) P_c(t_0, z_0) u_1(t_1, z_0) \\
 & \quad + \alpha_1(t_0, z_0) P_c(t_1, z_0) u_1(t_1, z_0) + \alpha_1(t_0, z_0) P_c(t_0, z_0) u_1(t_1, z_0) \\
 & \quad + \alpha_1(t_0, z_0) P_c(t_1, z_0) u_1(t_0, z_0) + \alpha_1(t_1, z_0) P_c(t_0, z_0) u_1(t_0, z_0)) / 12] \Delta t \}
 \end{aligned}$$

上式の $u_g(t_1, z_1)$ と $P_c(t_1, z_1)$ について、項をまとめる。

$$\begin{aligned}
 & (\alpha(t_1, z_1) \rho_g(t_1, z_1) / 4 + \alpha(t_1, z_1) \rho_g(t_0, z_1) / 12 \\
 & + \alpha(t_0, z_1) \rho_g(t_1, z_1) / 12 + \alpha(t_0, z_1) \rho_g(t_0, z_1) / 12) \cdot u_g(t_1, z_1) \\
 & + \Lambda \rho_1 [\alpha_1(t_1, z_1) \Delta z / (2 \Delta t) \\
 & \quad + \alpha_1(t_1, z_1) u_1(t_1, z_1) / 4 + \alpha_1(t_1, z_1) u_1(t_0, z_1) / 12 \\
 & \quad + \alpha_1(t_0, z_1) u_1(t_1, z_1) / 12 + \alpha_1(t_0, z_1) u_1(t_0, z_1) / 12] \cdot P_c(t_1, z_1) \\
 \\
 & = - (\alpha(t_1, z_1) \rho_g(t_1, z_1) + \alpha(t_1, z_0) \rho_g(t_1, z_0) \\
 & \quad - \alpha(t_0, z_1) \rho_g(t_0, z_1) - \alpha(t_0, z_0) \rho_g(t_0, z_0)) \Delta z / (2 \Delta t) \\
 & - [\alpha(t_0, z_1) \rho_g(t_0, z_1) u_g(t_0, z_1) / 4 \\
 & \quad + (\alpha(t_1, z_1) \rho_g(t_1, z_1) u_g(t_0, z_1) + (\alpha(t_0, z_1) \rho_g(t_1, z_1) u_g(t_0, z_1) \\
 & \quad + \alpha(t_1, z_1) \rho_g(t_0, z_1) u_g(t_0, z_1)) / 12
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - (\alpha(t_1, z_0) \rho_g(t_1, z_0) u_g(t_1, z_0) + \alpha(t_0, z_0) \rho_g(t_0, z_0) u_g(t_0, z_0)) / 4 \\
 & - (\alpha(t_1, z_0) \rho_g(t_1, z_0) u_g(t_0, z_0) + \alpha(t_1, z_0) \rho_g(t_0, z_0) u_g(t_1, z_0) \\
 & \quad + \alpha(t_0, z_0) \rho_g(t_1, z_0) u_g(t_1, z_0) + \alpha(t_0, z_0) \rho_g(t_0, z_0) u_g(t_1, z_0) \\
 & \quad + \alpha(t_0, z_0) \rho_g(t_1, z_0) u_g(t_0, z_0) + \alpha(t_1, z_0) \rho_g(t_0, z_0) u_g(t_0, z_0)) / 12] \\
 & - \Lambda \rho_1 [(\alpha_1(t_1, z_0) P_c(t_1, z_0) \\
 & \quad - \alpha_1(t_0, z_1) P_c(t_0, z_1) - \alpha_1(t_0, z_0) P_c(t_0, z_0)) \Delta z / (2 \Delta t) \\
 & \quad + \alpha_1(t_0, z_1) P_c(t_0, z_1) u_1(t_0, z_1) / 4 \\
 & \quad + (\alpha_1(t_1, z_1) P_c(t_0, z_1) u_1(t_1, z_1) + \alpha_1(t_0, z_1) P_c(t_0, z_1) u_1(t_1, z_1) \\
 & \quad + \alpha_1(t_1, z_1) P_c(t_0, z_1) u_1(t_0, z_1)) / 12 \\
 & \quad - (\alpha_1(t_1, z_0) P_c(t_1, z_0) u_1(t_1, z_0) + \alpha_1(t_0, z_0) P_c(t_0, z_0) u_1(t_0, z_0)) / 4 \\
 & \quad - (\alpha_1(t_1, z_0) P_c(t_1, z_0) u_1(t_0, z_0) + \alpha_1(t_1, z_0) P_c(t_0, z_0) u_1(t_1, z_0) \\
 & \quad + \alpha_1(t_0, z_0) P_c(t_1, z_0) u_1(t_1, z_0) + \alpha_1(t_0, z_0) P_c(t_0, z_0) u_1(t_1, z_0) \\
 & \quad + \alpha_1(t_0, z_0) P_c(t_1, z_0) u_1(t_0, z_0) + \alpha_1(t_1, z_0) P_c(t_0, z_0) u_1(t_0, z_0)) / 12] \\
 & \hspace{20em} \text{----- (4.17')}
 \end{aligned}$$

気相の運動量保存 (式(4.18)) を展開する。加速度項は前進差分で表わす。

$$\begin{aligned}
 & - [(\alpha(t_1, z_1) \rho_g(t_1, z_1) u_g(t_1, z_1) + \alpha(t_1, z_0) \rho_g(t_1, z_0) u_g(t_1, z_0)) / 4 \\
 & + (\alpha(t_1, z_1) \rho_g(t_1, z_1) u_g(t_1, z_0) + \alpha(t_1, z_1) \rho_g(t_1, z_0) u_g(t_1, z_1) \\
 & \quad + \alpha(t_1, z_0) \rho_g(t_1, z_1) u_g(t_1, z_1) + \alpha(t_1, z_0) \rho_g(t_1, z_0) u_g(t_1, z_1) \\
 & \quad + \alpha(t_1, z_0) \rho_g(t_1, z_1) u_g(t_1, z_0) + \alpha(t_1, z_1) \rho_g(t_1, z_0) u_g(t_1, z_0)) / 12 \\
 & - (\alpha(t_0, z_1) \rho_g(t_0, z_1) u_g(t_0, z_1) + \alpha(t_0, z_0) \rho_g(t_0, z_0) u_g(t_0, z_0)) / 4 \\
 & - (\alpha(t_0, z_1) \rho_g(t_0, z_1) u_g(t_0, z_0) + \alpha(t_0, z_1) \rho_g(t_0, z_0) u_g(t_0, z_1) \\
 & \quad + \alpha(t_0, z_0) \rho_g(t_0, z_1) u_g(t_0, z_1) + \alpha(t_0, z_0) \rho_g(t_0, z_0) u_g(t_0, z_1) \\
 & \quad + \alpha(t_0, z_0) \rho_g(t_0, z_1) u_g(t_0, z_0) + \alpha(t_0, z_1) \rho_g(t_0, z_0) u_g(t_0, z_0)) / 12] \Delta z / \Delta t \\
 & - \alpha(t_0, z_1) \rho_g(t_0, z_1) u_g(t_0, z_1)^2 + \alpha(t_0, z_0) \rho_g(t_0, z_0) u_g(t_0, z_0)^2 \\
 & - \alpha(t_0, z_1) P(t_0, z_1) + \alpha(t_0, z_0) P(t_0, z_0) \\
 & - g (\alpha(t_0, z_1) \rho_g(t_0, z_1) + \alpha(t_0, z_0) \rho_g(t_0, z_0)) \Delta z / 2 \\
 & = F_i(t_0, z_0) \Delta z
 \end{aligned}$$

これを $F_i(t_0, z_0)$ について解く。

$$F_i(t_0, z_0) =$$

$$\begin{aligned}
 & - [(\alpha(t_1, z_1) \rho_g(t_1, z_1) u_g(t_1, z_1) + \alpha(t_1, z_0) \rho_g(t_1, z_0) u_g(t_1, z_0)) / 4 \\
 & + (\alpha(t_1, z_1) \rho_g(t_1, z_1) u_g(t_1, z_0) + \alpha(t_1, z_1) \rho_g(t_1, z_0) u_g(t_1, z_1) \\
 & + \alpha(t_1, z_0) \rho_g(t_1, z_1) u_g(t_1, z_1) + \alpha(t_1, z_0) \rho_g(t_1, z_0) u_g(t_1, z_1) \\
 & + \alpha(t_1, z_0) \rho_g(t_1, z_1) u_g(t_1, z_0) + \alpha(t_1, z_1) \rho_g(t_1, z_0) u_g(t_1, z_0)) / 12 \\
 & - (\alpha(t_0, z_1) \rho_g(t_0, z_1) u_g(t_0, z_1) + \alpha(t_0, z_0) \rho_g(t_0, z_0) u_g(t_0, z_0)) / 4 \\
 & - (\alpha(t_0, z_1) \rho_g(t_0, z_1) u_g(t_0, z_0) + \alpha(t_0, z_1) \rho_g(t_0, z_0) u_g(t_0, z_1) \\
 & + \alpha(t_0, z_0) \rho_g(t_0, z_1) u_g(t_0, z_1) + \alpha(t_0, z_0) \rho_g(t_0, z_0) u_g(t_0, z_1) \\
 & + \alpha(t_0, z_0) \rho_g(t_0, z_1) u_g(t_0, z_0) + \alpha(t_0, z_1) \rho_g(t_0, z_0) u_g(t_0, z_0)) / 12] / \Delta t \\
 & - (\alpha(t_0, z_1) \rho_g(t_0, z_1) u_g(t_0, z_1)^2 - \alpha(t_0, z_0) \rho_g(t_0, z_0) u_g(t_0, z_0)^2) / \Delta z \\
 & - (\alpha(t_0, z_1) P(t_0, z_1) - \alpha(t_0, z_0) P(t_0, z_0)) / \Delta z \\
 & - g (\alpha(t_0, z_1) \rho_g(t_0, z_1) + \alpha(t_0, z_0) \rho_g(t_0, z_0)) / 2
 \end{aligned}$$

----- (4.18')

気相と液相の運動量保存式 (式 (4.21)) を展開する。上の気相の運動量保存式と同様に加速度項を前進差分で表す。

$$\begin{aligned}
 & [\alpha(t_1, z_1) \rho_g(t_1, z_1) (u_g(t_1, z_1) - u_l(t_1, z_1)) / 4 \\
 & + \alpha(t_1, z_0) \rho_g(t_1, z_0) (u_g(t_1, z_0) - u_l(t_1, z_0)) / 4 \\
 & + \alpha(t_1, z_1) \rho_g(t_1, z_1) (u_g(t_1, z_0) - u_l(t_1, z_0)) / 12 \\
 & + \alpha(t_1, z_1) \rho_g(t_1, z_0) (u_g(t_1, z_1) - u_l(t_1, z_1)) / 12 \\
 & + \alpha(t_1, z_0) \rho_g(t_1, z_1) (u_g(t_1, z_1) - u_l(t_1, z_1)) / 12 \\
 & + \alpha(t_1, z_0) \rho_g(t_1, z_0) (u_g(t_1, z_1) - u_l(t_1, z_1)) / 12 \\
 & + \alpha(t_1, z_0) \rho_g(t_1, z_1) (u_g(t_1, z_0) - u_l(t_1, z_0)) / 12 \\
 & + \alpha(t_1, z_1) \rho_g(t_1, z_0) (u_g(t_1, z_0) - u_l(t_1, z_0)) / 12 \\
 & - \alpha(t_0, z_1) \rho_g(t_0, z_1) (u_g(t_0, z_1) - u_l(t_0, z_1)) / 4 \\
 & - \alpha(t_0, z_0) \rho_g(t_0, z_0) (u_g(t_0, z_0) - u_l(t_0, z_0)) / 4 \\
 & - \alpha(t_0, z_1) \rho_g(t_0, z_1) (u_g(t_0, z_0) - u_l(t_0, z_0)) / 12 \\
 & - \alpha(t_0, z_1) \rho_g(t_0, z_0) (u_g(t_0, z_1) - u_l(t_0, z_1)) / 12 \\
 & - \alpha(t_0, z_0) \rho_g(t_0, z_1) (u_g(t_0, z_1) - u_l(t_0, z_1)) / 12 \\
 & - \alpha(t_0, z_0) \rho_g(t_0, z_0) (u_g(t_0, z_1) - u_l(t_0, z_1)) / 12 \\
 & - \alpha(t_0, z_0) \rho_g(t_0, z_1) (u_g(t_0, z_0) - u_l(t_0, z_0)) / 12 \\
 & - \alpha(t_0, z_1) \rho_g(t_0, z_0) (u_g(t_0, z_0) - u_l(t_0, z_0)) / 12] \Delta z / \Delta t \\
 & + \alpha(t_0, z_1) \rho_g(t_0, z_1) (u_g(t_0, z_1)^2 - u_l(t_0, z_1)^2) \\
 & - \alpha(t_0, z_0) \rho_g(t_0, z_0) (u_g(t_0, z_0)^2 - u_l(t_0, z_0)^2) \\
 & = [\Lambda \rho_l \alpha_l(t_1, z_1) u_l(t_1, z_1) (P_{ch}(t_1, z_1) - P_c(t_1, z_1)) / 4 \\
 & + \Lambda \rho_l \alpha_l(t_1, z_0) u_l(t_1, z_0) (P_{ch}(t_1, z_0) - P_c(t_1, z_0)) / 4 \\
 & + \Lambda \rho_l \alpha_l(t_1, z_1) u_l(t_1, z_1) (P_{ch}(t_1, z_0) - P_c(t_1, z_0)) / 12
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \Lambda \rho_1 \alpha_1(t1, z1) u_1(t1, z0) (P_{ch}(t1, z1) - P_c(t1, z1)) / 12 \\
 & + \Lambda \rho_1 \alpha_1(t1, z0) u_1(t1, z1) (P_{ch}(t1, z1) - P_c(t1, z1)) / 12 \\
 & + \Lambda \rho_1 \alpha_1(t1, z0) u_1(t1, z0) (P_{ch}(t1, z1) - P_c(t1, z1)) / 12 \\
 & + \Lambda \rho_1 \alpha_1(t1, z0) u_1(t1, z1) (P_{ch}(t1, z0) - P_c(t1, z0)) / 12 \\
 & + \Lambda \rho_1 \alpha_1(t1, z1) u_1(t1, z0) (P_{ch}(t1, z0) - P_c(t1, z0)) / 12 \\
 & - \Lambda \rho_1 \alpha_1(t0, z1) u_1(t0, z1) (P_{ch}(t0, z1) - P_c(t0, z1)) / 4 \\
 & - \Lambda \rho_1 \alpha_1(t0, z0) u_1(t0, z0) (P_{ch}(t0, z0) - P_c(t0, z0)) / 4 \\
 & - \Lambda \rho_1 \alpha_1(t0, z1) u_1(t0, z1) (P_{ch}(t0, z0) - P_c(t0, z0)) / 12 \\
 & - \Lambda \rho_1 \alpha_1(t0, z1) u_1(t0, z0) (P_{ch}(t0, z1) - P_c(t0, z1)) / 12 \\
 & - \Lambda \rho_1 \alpha_1(t0, z0) u_1(t0, z1) (P_{ch}(t0, z1) - P_c(t0, z1)) / 12 \\
 & - \Lambda \rho_1 \alpha_1(t0, z0) u_1(t0, z0) (P_{ch}(t0, z1) - P_c(t0, z1)) / 12 \\
 & - \Lambda \rho_1 \alpha_1(t0, z0) u_1(t0, z1) (P_{ch}(t0, z0) - P_c(t0, z0)) / 12 \\
 & - \Lambda \rho_1 \alpha_1(t0, z1) u_1(t0, z0) (P_{ch}(t0, z0) - P_c(t0, z0)) / 12] \Delta z / \Delta t \\
 & + \Lambda \rho_1 \alpha_1(t0, z1) u_1(t0, z1) (P_{ch}(t0, z1)^2 - P_c(t0, z1)^2) \\
 & - \Lambda \rho_1 \alpha_1(t0, z0) u_1(t0, z0) (P_{ch}(t0, z0)^2 - P_c(t0, z0)^2) \\
 & + g \Lambda \rho_1 [\alpha_1(t0, z1) (P_{ch}(t0, z1) - P_c(t0, z1)) \\
 & \quad + \alpha_1(t0, z0) (P_{ch}(t0, z0) - P_c(t0, z0))] \Delta z / 2
 \end{aligned}$$

上式の $u_g(t1, z1)$ と $P_c(t1, z1)$ について、項をまとめる。

$$\begin{aligned}
 & [\alpha(t1, z1) \rho_g(t1, z1) / 4 \\
 & + \alpha(t1, z1) \rho_g(t1, z0) / 12 + \alpha(t1, z0) \rho_g(t1, z1) / 12 \\
 & + \alpha(t1, z0) \rho_g(t1, z0) / 12] \cdot u_g(t1, z1) \\
 & + \Lambda \rho_1 [\alpha_1(t1, z1) u_1(t1, z1) / 4 \\
 & \quad + \alpha_1(t1, z1) u_1(t1, z0) / 12 + \alpha_1(t1, z0) u_1(t1, z1) / 12 \\
 & \quad + \alpha_1(t1, z0) u_1(t1, z0) / 12] \cdot P_c(t1, z1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 = - & [- \alpha(t1, z1) \rho_g(t1, z1) u_1(t1, z1) / 4 \\
 & + \alpha(t1, z0) \rho_g(t1, z0) (u_g(t1, z0) - u_1(t1, z0)) / 4 \\
 & + \alpha(t1, z1) \rho_g(t1, z1) (u_g(t1, z0) - u_1(t1, z0)) / 12 \\
 & - \alpha(t1, z1) \rho_g(t1, z0) u_1(t1, z1) / 12 - \alpha(t1, z0) \rho_g(t1, z1) u_1(t1, z1) / 12 \\
 & - \alpha(t1, z0) \rho_g(t1, z0) u_1(t1, z1) / 12 \\
 & + \alpha(t1, z0) \rho_g(t1, z1) (u_g(t1, z0) - u_1(t1, z0)) / 12 \\
 & + \alpha(t1, z1) \rho_g(t1, z0) (u_g(t1, z0) - u_1(t1, z0)) / 12 \\
 & - \alpha(t0, z1) \rho_g(t0, z1) (u_g(t0, z1) - u_1(t0, z1)) / 4 \\
 & - \alpha(t0, z0) \rho_g(t0, z0) (u_g(t0, z0) - u_1(t0, z0)) / 4 \\
 & - \alpha(t0, z1) \rho_g(t0, z1) (u_g(t0, z0) - u_1(t0, z0)) / 12 \\
 & - \alpha(t0, z1) \rho_g(t0, z0) (u_g(t0, z1) - u_1(t0, z1)) / 12
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -\alpha(t_0, z_0) \rho_g(t_0, z_1) (u_g(t_0, z_1) - u_l(t_0, z_1)) / 12 \\
 & -\alpha(t_0, z_0) \rho_g(t_0, z_0) (u_g(t_0, z_1) - u_l(t_0, z_1)) / 12 \\
 & -\alpha(t_0, z_0) \rho_g(t_0, z_1) (u_g(t_0, z_0) - u_l(t_0, z_0)) / 12 \\
 & -\alpha(t_0, z_1) \rho_g(t_0, z_0) (u_g(t_0, z_0) - u_l(t_0, z_0)) / 12] \\
 & -\alpha(t_0, z_1) \rho_g(t_0, z_1) (u_g(t_0, z_1)^2 - u_l(t_0, z_1)^2) (\Delta t / \Delta z) \\
 & +\alpha(t_0, z_0) \rho_g(t_0, z_0) (u_g(t_0, z_0)^2 - u_l(t_0, z_0)^2) (\Delta t / \Delta z) \\
 & + [\Lambda \rho_l \alpha_1(t_1, z_1) u_l(t_1, z_1) P_{ch}(t_1, z_1) / 4 \\
 & + \Lambda \rho_l \alpha_1(t_1, z_0) u_l(t_1, z_0) (P_{ch}(t_1, z_0) - P_c(t_1, z_0)) / 4 \\
 & + \Lambda \rho_l \alpha_1(t_1, z_1) u_l(t_1, z_1) (P_{ch}(t_1, z_0) - P_c(t_1, z_0)) / 12 \\
 & + \Lambda \rho_l \alpha_1(t_1, z_1) u_l(t_1, z_0) / 12 + \Lambda \rho_l \alpha_1(t_1, z_0) u_l(t_1, z_1) / 12 \\
 & + \Lambda \rho_l \alpha_1(t_1, z_0) u_l(t_1, z_0) / 12 \\
 & + \Lambda \rho_l \alpha_1(t_1, z_0) u_l(t_1, z_1) (P_{ch}(t_1, z_0) - P_c(t_1, z_0)) / 12 \\
 & + \Lambda \rho_l \alpha_1(t_1, z_1) u_l(t_1, z_0) (P_{ch}(t_1, z_0) - P_c(t_1, z_0)) / 12 \\
 & - \Lambda \rho_l \alpha_1(t_0, z_1) u_l(t_0, z_1) (P_{ch}(t_0, z_1) - P_c(t_0, z_1)) / 4 \\
 & - \Lambda \rho_l \alpha_1(t_0, z_0) u_l(t_0, z_0) (P_{ch}(t_0, z_0) - P_c(t_0, z_0)) / 4 \\
 & - \Lambda \rho_l \alpha_1(t_0, z_1) u_l(t_0, z_1) (P_{ch}(t_0, z_0) - P_c(t_0, z_0)) / 12 \\
 & - \Lambda \rho_l \alpha_1(t_0, z_1) u_l(t_0, z_0) (P_{ch}(t_0, z_1) - P_c(t_0, z_1)) / 12 \\
 & - \Lambda \rho_l \alpha_1(t_0, z_0) u_l(t_0, z_1) (P_{ch}(t_0, z_1) - P_c(t_0, z_1)) / 12 \\
 & - \Lambda \rho_l \alpha_1(t_0, z_0) u_l(t_0, z_0) (P_{ch}(t_0, z_1) - P_c(t_0, z_1)) / 12 \\
 & - \Lambda \rho_l \alpha_1(t_0, z_0) u_l(t_0, z_1) (P_{ch}(t_0, z_0) - P_c(t_0, z_0)) / 12 \\
 & - \Lambda \rho_l \alpha_1(t_0, z_1) u_l(t_0, z_0) (P_{ch}(t_0, z_0) - P_c(t_0, z_0)) / 12] \\
 & + \Lambda \rho_l \alpha_1(t_0, z_1) u_l(t_0, z_1) (P_{ch}(t_0, z_1)^2 - P_c(t_0, z_1)^2) (\Delta t / \Delta z) \\
 & - \Lambda \rho_l \alpha_1(t_0, z_0) u_l(t_0, z_0) (P_{ch}(t_0, z_0)^2 - P_c(t_0, z_0)^2) (\Delta t / \Delta z) \\
 & + g \Lambda \rho_l [\alpha_1(t_0, z_1) (P_{ch}(t_0, z_1) - P_c(t_0, z_1)) \\
 & \quad + \alpha_1(t_0, z_0) (P_{ch}(t_0, z_0) - P_c(t_0, z_0))] \Delta t / 2
 \end{aligned}$$

----- (4.21')

気相と溶存ガスの質量保存式(式(4.17'))及び、気相と液相の運動量保存式(式(4.21'))を連立して、 $u_g(t_1, z_1)$ と $P_c(t_1, z_1)$ について解く。式(4.17')と式(4.21')をそれぞれ、

$$\text{式(4.17')} : A_1 \cdot u_g(t_1, z_1) + A_2 \cdot P_c(t_1, z_1) = A_3$$

$$\text{式(4.21')} : B_1 \cdot u_g(t_1, z_1) + B_2 \cdot P_c(t_1, z_1) = B_3$$

と置くと、

$$u_g(t_1, z_1) = (A_3 B_2 - A_2 B_3) / (A_1 B_2 - A_2 B_1)$$

$$P_c(t_1, z_1) = (A_1 B_3 - A_3 B_1) / (A_1 B_2 - A_2 B_1)$$

----- (4.22)

ここで、 $A_1 \sim A_3$ 及び $B_1 \sim B_3$ は、それぞれ以下の様に定義する。

$$A_1 =$$

$$\alpha(t_1, z_1) \rho_g(t_1, z_1) / 4 \\ + (\alpha(t_1, z_1) \rho_g(t_0, z_1) + \alpha(t_0, z_1) \rho_g(t_1, z_1 + \alpha(t_0, z_1) \rho_g(t_0, z_1))) / 12$$

$$A_2 =$$

$$\Delta \rho_1 [\alpha_1(t_1, z_1) \Delta z / (2 \Delta t) \\ + \alpha_1(t_1, z_1) u_1(t_1, z_1) / 4 + \alpha_1(t_1, z_1) u_1(t_0, z_1) / 12 \\ + \alpha_1(t_0, z_1) u_1(t_1, z_1) / 12 + \alpha_1(t_0, z_1) u_1(t_0, z_1) / 12]$$

$$A_3 =$$

$$- (\alpha(t_1, z_1) \rho_g(t_1, z_1) + \alpha(t_1, z_0) \rho_g(t_1, z_0) \\ - \alpha(t_0, z_1) \rho_g(t_0, z_1) - \alpha(t_0, z_0) \rho_g(t_0, z_0)) \Delta z / (2 \Delta t) \\ - [\alpha(t_0, z_1) \rho_g(t_0, z_1) u_g(t_0, z_1) / 4 \\ + (\alpha(t_1, z_1) \rho_g(t_1, z_1) u_g(t_0, z_1) + (\alpha(t_0, z_1) \rho_g(t_1, z_1) u_g(t_0, z_1) \\ + \alpha(t_1, z_1) \rho_g(t_0, z_1) u_g(t_0, z_1))) / 12 \\ - (\alpha(t_1, z_0) \rho_g(t_1, z_0) u_g(t_1, z_0) + \alpha(t_0, z_0) \rho_g(t_0, z_0) u_g(t_0, z_0)) / 4 \\ - (\alpha(t_1, z_0) \rho_g(t_1, z_0) u_g(t_0, z_0) + \alpha(t_1, z_0) \rho_g(t_0, z_0) u_g(t_1, z_0) \\ + \alpha(t_0, z_0) \rho_g(t_1, z_0) u_g(t_1, z_0) + \alpha(t_0, z_0) \rho_g(t_0, z_0) u_g(t_1, z_0) \\ + \alpha(t_0, z_0) \rho_g(t_1, z_0) u_g(t_0, z_0) + \alpha(t_1, z_0) \rho_g(t_0, z_0) u_g(t_0, z_0)) / 12] \\ - \Delta \rho_1 [(\alpha_1(t_1, z_0) P_c(t_1, z_0) \\ - \alpha_1(t_0, z_1) P_c(t_0, z_1) - \alpha_1(t_0, z_0) P_c(t_0, z_0)) \Delta z / (2 \Delta t) \\ + \alpha_1(t_0, z_1) P_c(t_0, z_1) u_1(t_0, z_1) / 4 \\ + (\alpha_1(t_1, z_1) P_c(t_0, z_1) u_1(t_1, z_1) + \alpha_1(t_0, z_1) P_c(t_0, z_1) u_1(t_1, z_1) \\ + \alpha_1(t_1, z_1) P_c(t_0, z_1) u_1(t_0, z_1)) / 12 \\ - (\alpha_1(t_1, z_0) P_c(t_1, z_0) u_1(t_1, z_0) + \alpha_1(t_0, z_0) P_c(t_0, z_0) u_1(t_0, z_0)) / 4 \\ - (\alpha_1(t_1, z_0) P_c(t_1, z_0) u_1(t_0, z_0) + \alpha_1(t_1, z_0) P_c(t_0, z_0) u_1(t_1, z_0) \\ + \alpha_1(t_0, z_0) P_c(t_1, z_0) u_1(t_1, z_0) + \alpha_1(t_0, z_0) P_c(t_0, z_0) u_1(t_1, z_0) \\ + \alpha_1(t_0, z_0) P_c(t_1, z_0) u_1(t_0, z_0) + \alpha_1(t_1, z_0) P_c(t_0, z_0) u_1(t_0, z_0)) / 12]$$

$$B_1 =$$

$$\alpha(t_1, z_1) \rho_g(t_1, z_1) / 4 \\ + (\alpha(t_1, z_1) \rho_g(t_1, z_0) + \alpha(t_1, z_0) \rho_g(t_1, z_1) + \alpha(t_1, z_0) \rho_g(t_1, z_0)) / 12$$

$B_2 =$

$$\Delta \rho_1 [\alpha_1(t_1, z_1) u_1(t_1, z_1) / 4 + (\alpha_1(t_1, z_1) u_1(t_1, z_0) + \alpha_1(t_1, z_0) u_1(t_1, z_1) + \alpha_1(t_1, z_0) u_1(t_1, z_0) / 12)]$$

$B_3 =$

$$\begin{aligned} & - [-\alpha(t_1, z_1) \rho_g(t_1, z_1) u_1(t_1, z_1) / 4 \\ & + \alpha(t_1, z_0) \rho_g(t_1, z_0) (u_g(t_1, z_0) - u_1(t_1, z_0)) / 4 \\ & + \alpha(t_1, z_1) \rho_g(t_1, z_1) (u_g(t_1, z_0) - u_1(t_1, z_0)) / 12 \\ & - \alpha(t_1, z_1) \rho_g(t_1, z_0) u_1(t_1, z_1) / 12 - \alpha(t_1, z_0) \rho_g(t_1, z_1) u_1(t_1, z_1) / 12 \\ & - \alpha(t_1, z_0) \rho_g(t_1, z_0) u_1(t_1, z_1) / 12 \\ & + \alpha(t_1, z_0) \rho_g(t_1, z_1) (u_g(t_1, z_0) - u_1(t_1, z_0)) / 12 \\ & + \alpha(t_1, z_1) \rho_g(t_1, z_0) (u_g(t_1, z_0) - u_1(t_1, z_0)) / 12 \\ & - \alpha(t_0, z_1) \rho_g(t_0, z_1) (u_g(t_0, z_1) - u_1(t_0, z_1)) / 4 \\ & - \alpha(t_0, z_0) \rho_g(t_0, z_0) (u_g(t_0, z_0) - u_1(t_0, z_0)) / 4 \\ & - \alpha(t_0, z_1) \rho_g(t_0, z_1) (u_g(t_0, z_0) - u_1(t_0, z_0)) / 12 \\ & - \alpha(t_0, z_1) \rho_g(t_0, z_0) (u_g(t_0, z_1) - u_1(t_0, z_1)) / 12 \\ & - \alpha(t_0, z_0) \rho_g(t_0, z_1) (u_g(t_0, z_1) - u_1(t_0, z_1)) / 12 \\ & - \alpha(t_0, z_0) \rho_g(t_0, z_0) (u_g(t_0, z_1) - u_1(t_0, z_1)) / 12 \\ & - \alpha(t_0, z_0) \rho_g(t_0, z_1) (u_g(t_0, z_0) - u_1(t_0, z_0)) / 12 \\ & - \alpha(t_0, z_1) \rho_g(t_0, z_0) (u_g(t_0, z_0) - u_1(t_0, z_0)) / 12] \\ & - \alpha(t_0, z_1) \rho_g(t_0, z_1) (u_g(t_0, z_1)^2 - u_1(t_0, z_1)^2) (\Delta t / \Delta z) \\ & + \alpha(t_0, z_0) \rho_g(t_0, z_0) (u_g(t_0, z_0)^2 - u_1(t_0, z_0)^2) (\Delta t / \Delta z) \\ & + [\Delta \rho_1 \alpha_1(t_1, z_1) u_1(t_1, z_1) P_{ch}(t_1, z_1) / 4 \\ & + \Delta \rho_1 \alpha_1(t_1, z_0) u_1(t_1, z_0) (P_{ch}(t_1, z_0) - P_c(t_1, z_0)) / 4 \\ & + \Delta \rho_1 \alpha_1(t_1, z_1) u_1(t_1, z_1) (P_{ch}(t_1, z_0) - P_c(t_1, z_0)) / 12 \\ & + \Delta \rho_1 \alpha_1(t_1, z_1) u_1(t_1, z_0) / 12 + \Delta \rho_1 \alpha_1(t_1, z_0) u_1(t_1, z_1) / 12 \\ & + \Delta \rho_1 \alpha_1(t_1, z_0) u_1(t_1, z_0) / 12 \\ & + \Delta \rho_1 \alpha_1(t_1, z_0) u_1(t_1, z_1) (P_{ch}(t_1, z_0) - P_c(t_1, z_0)) / 12 \\ & + \Delta \rho_1 \alpha_1(t_1, z_1) u_1(t_1, z_0) (P_{ch}(t_1, z_0) - P_c(t_1, z_0)) / 12 \\ & - \Delta \rho_1 \alpha_1(t_0, z_1) u_1(t_0, z_1) (P_{ch}(t_0, z_1) - P_c(t_0, z_1)) / 4 \\ & - \Delta \rho_1 \alpha_1(t_0, z_0) u_1(t_0, z_0) (P_{ch}(t_0, z_0) - P_c(t_0, z_0)) / 4 \\ & - \Delta \rho_1 \alpha_1(t_0, z_1) u_1(t_0, z_1) (P_{ch}(t_0, z_0) - P_c(t_0, z_0)) / 12 \\ & - \Delta \rho_1 \alpha_1(t_0, z_1) u_1(t_0, z_0) (P_{ch}(t_0, z_1) - P_c(t_0, z_1)) / 12 \\ & - \Delta \rho_1 \alpha_1(t_0, z_0) u_1(t_0, z_1) (P_{ch}(t_0, z_1) - P_c(t_0, z_1)) / 12 \\ & - \Delta \rho_1 \alpha_1(t_0, z_0) u_1(t_0, z_0) (P_{ch}(t_0, z_1) - P_c(t_0, z_1)) / 12 \\ & - \Delta \rho_1 \alpha_1(t_0, z_0) u_1(t_0, z_1) (P_{ch}(t_0, z_0) - P_c(t_0, z_0)) / 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -\Delta \rho_1 \alpha_1(t_0, z_1) u_1(t_0, z_0) (P_{ch}(t_0, z_0) - P_c(t_0, z_0)) / 12] \\
 & + \Delta \rho_1 \alpha_1(t_0, z_1) u_1(t_0, z_1) (P_{ch}(t_0, z_1)^2 - P_c(t_0, z_1)^2) (\Delta t / \Delta z) \\
 & - \Delta \rho_1 \alpha_1(t_0, z_0) u_1(t_0, z_0) (P_{ch}(t_0, z_0)^2 - P_c(t_0, z_0)^2) (\Delta t / \Delta z) \\
 & + g \Delta \rho_1 [\alpha_1(t_0, z_1) (P_{ch}(t_0, z_1) - P_c(t_0, z_1)) \\
 & \quad + \alpha_1(t_0, z_0) (P_{ch}(t_0, z_0) - P_c(t_0, z_0))] \Delta t / 2
 \end{aligned}$$

溶存ガス濃度の非平衡度とガス発生速度の関係（式(4.7)）については、均質流モデルと全く同じ展開を行う。

$$C(t_0, z_0) =$$

$$\begin{aligned}
 4 \Gamma(t_0, z_0) / [& \Delta \rho_1 (P_c(t_0, z_0) - P(t_0, z_0) + P_c(t_0, z_1) - P(t_0, z_1) \\
 & + P_c(t_1, z_0) - P(t_1, z_0) + P_c(t_1, z_1) - P(t_1, z_1))] \\
 & \text{----- (4.7')}
 \end{aligned}$$

4.3 初期値と境界値

本章では、4.1章及び4.2章で求めた推定式を用いて、実験で直接測定できない物理量を推定する方法を考える。

図4.3は、対象とする試験部の系にメッシュを切り、各メッシュの交点で、どの物理量が既知である必要があるか、また、どの物理量が未知量かをまとめたものである。ここで、空間（z軸）のメッシュは圧力取り出し口及び差圧取り出し口（D-4～D-10）で切り、時間（t軸）のメッシュは測定時間間隔以上の任意の時刻で切るものとする。また、壁面摩擦損失 $F_w (= F_{w1})$ 、二相間で伝達される運動量 F_i 、気泡の発生速度 Γ 及び溶存ガス濃度の変化率 C はセルの中心に定義し、他の物理量はメッシュの交点で定義する。

図4.3中の●印は、圧力、気相と溶媒の密度、流速、ボイド率及び溶存ガス濃度の全てが既知でなければならない定義点である。これは、対象とする試験部の系における、初期値と境界値にあたる。一方、○印の定義点では、流速と溶存ガス濃度が未知量となる。また、◎印は $F_w (= F_{w1})$ 、 F_i 、 Γ 及び C の定義点であるが、全ての座標でこれらは未知量である。

各点における物理量の与え方について考える。

●印と○印の各定義点において、試験部の圧力 P 、温度 T 、水の密度 ρ_1 、気相密度 ρ_g は、次の様に与えることができる。

圧力 P : 各差圧取り出し口における測定値を用いる。必要な計測点まで、圧力測定値と差圧測定値を足すことで求める。

温度 T : 試験部上下端でとられた測定値の平均値を試験部温度とする。

水の密度 ρ_1 : 実験時間中の温度と圧力の変化によらず一定値を用いる。

気相の密度 ρ_g : 上の温度と圧力から求める。

また、○印の定義点におけるボイド率 α は、次のように推定する。

ボイド率 α : 光ファイバーボイド計では、光ファイバー先端の局所的なボイドを判別し、これを時間平均することでボイド率を算出している。従って、本装置ではファイバー先端を流路中心に設置しているため、測定値は流路中心の時間平均ボイド率となる。この時間平均ボイド率を、平均時間の中心における断面平均ボイド率と仮定する。ボイド計測点と差圧取り出しは位置が異なるため、2つのボイド計測点の間に挟まれた取り出し口でのボイド率は、2つの測定値を線形に内挿して求める。試験部最上部の差圧取り出し口におけるボイド率は、V2-1とV1-5（または、V1-5とV1-8）の測定値から線形に外挿して求める。

●印の定義点の値として、ボイド率 α 、液相流速 u_l 及び気相流速 u_g は次のように仮定する。

ボイド率 α : $\alpha = 0$

液流速 u_l : 半径方向の流速分布が無いと仮定し、

$$u_l = (\text{電磁流量計 F-1 の測定値 } Q_l) / S$$
 S : 流路断面積

気相流速 u_g : 試験部入口ですべり速度を0と仮定し、

$$u_g = u_l$$

混合速度 u : $u = u_l$

溶存ガス濃度 P_c については、境界値（試験部下端における値）として、

溶存ガス濃度 P_{cB} : 下部リザーバで計測した初期溶存ガス濃度

で実験中一定値であると仮定する。また、試験部下端以外の点の初期値として、試験部の酢酸水の溶存ガス濃度が充分低いことから、

初期ガス溶存ガス濃度 : $P_{c0} = 0$

と仮定する。ここで、初期状態（ $t = 0$ ）は、実験の準備段階で試験部にある酢酸水が押出され試験部下端（入口）に炭酸ガス溶存水が最初に達する時刻とする。即ち、初期状態の時、データ収録開始時を起点とした時刻 t' について、

$$(1/S) \int_0^{t'} Q_l dt = (\text{下部リザーバから試験部入口までの長さ})$$

として定める。従って、試験部下端における初期境界値も、他の時刻の境界値と同様に下部リザーバで計測した初期溶存ガス濃度を与える。

以上の様に試験部の物理量を仮定すると、4.1章、4.2章の2つモデルそれぞれについて、試験部の未知量は、

均質流モデル : 混合速度 u 、溶存ガス濃度 P_o 、壁面摩擦 F_w 、
ガス発生速度 Γ 、溶存ガス濃度の変化率 C

二流体モデル : 液相速度 u_l 、気相速度 u_g 、溶存ガス濃度 P_o 、
二相間で伝達される運動量 F_i 、
ガス発生速度 Γ 、溶存ガス濃度の変化率 C

となる。これらの未知量を座標 (t_0, z_0) を順次ずらしながら、4.1章と4.2章で展開した基礎方程式から推定する。このフローシートを図4.4と図4.5にそれぞれ示す。

均質流モデル (図4.4) の場合、溶存ガス濃度 P_o は、その座標における物理量だけで推定する事ができる。試験部の系全ての点における混合速度 u を質量保存式 (式(4.3')) から推定するには、下、左及び左下隣りの u が既知量でなければならない。従って、推定した u それ自身を用いて隣りの座標の u を順次求める必要がある。壁面摩擦 F_w 及びガス発生速度 Γ は、求めようとする定義点の周囲4点の物理量から推定する。推定には、壁面摩擦 F_w は運動量保存式を、ガス発生速度 Γ は溶存ガスの質量保存式をそれぞれ用いる。 Γ と溶存ガス濃度の変化率 C は、周囲4格子点の圧力と溶存ガス濃度を平均して推定する。

二流体モデル (図4.5) の場合、まず、液相速度 u_l を均質流モデルにおける u と同様の方法で求めるか、または、均質流モデルにおける溶存ガス濃度 P_o (ここでは、 $P_{o,h}$ と呼び、二流体モデルの溶存ガス濃度と区別する。) を求める。次に、気相と溶存ガスの質量保存式及び気液相の運動量保存式を連立した式 (4.21') から、気相流速 u_g と溶存ガス濃度 P_o を同時に推定する。二相間で伝達される運動量 F_i とガス発生速度 Γ は、均質流モデルの F_w と Γ と同様に、気相の運動量保存式及び溶存ガスの質量保存式から求められる。 C の推定方法は、均質流モデルと全く同一である。

5. 推定法の問題点と課題

5.1 混合速度 u と液相流速 u_l

均質流モデルの u と二流体モデルの u_l は、共に溶媒の質量保存から推定されるため、等しい。 u (及び u_l) の推定精度を上げるには、

i) 境界面のボイド率を精度良く求めること。

ii) 測定区間内のボイド体積を精度良く求めること。

が、必要となる。i) の要求を満たすためには、断面平均ボイド率を測定する必要がある。また、ii) を満たすためには、ボイド計の設置間隔を短くし、多数のボイド計を設置する方法が考えられるが、経済的な限界がある。もし、式 (4.3) 及び式 (4.15) の非定常項が無視できる場合、

$$(1 - \alpha) u_l = \text{一定}$$

即ち、境界面の u (及び u_l) は境界面のボイド率だけの関数として表せる。従って、断面平均ボイド率を空間的に連続して計測する必要から、即ち ii) の要請から開放される。

5.2 気相流速 u_g

本研究の対象となる系では、溶存ガス濃度の変化率 C が、すべり速度に依存すると推測される。従って、均質流モデルでは u_g を推定できず、 C とすべり速度の相関を知る上で問題となる。また、4.2章の二流体モデルでは、均質流モデルで推定した溶存ガス濃度 P_{ch} と二流体モデルで推定した溶存ガス濃度 P_c が等しく、かつ、すべり速度が存在するような状態をカバーできない。この効果は無視しても、 u_g の推定には、初期条件と境界条件の仮定の上にボイド率 $\alpha \rightarrow u_l \rightarrow u_g$ と2段階の推測を重ね、かつ、上流の u_g から順次計算して行くため、誤差を蓄積する危険がある。従って、定量的にこの u_g を信頼することは難しい。 u_g の精度が、本研究で最も重要な物理量である Γ 及び P_c に影響することを考えあわせると、画像解析や、レーザードップラー流速計等を用いた直接計測を行う必要性がある。

5.3 壁面摩擦 F_w

本実験で達成可能な実験条件範囲では、運動量保存式の圧力項の大半を重力項が占め、残る壁面摩擦損失項等の割合は小さい。従って、重力項の誤差、即ちボイド率変化の直線近似によ

る誤差が F_w に与える影響は非常に大きく、事実上、

$$F_w \text{の誤差} = \text{ボイド率変化の直線近似誤差分の重力項}$$

と考えられる。この誤差は、試験部におけるボイド測定点の間で、急速にボイドが成長するような場合、問題になると考えられる。

5.4 二相間に伝達される運動量 F_i

5.3章と同様の理由から、 F_i の誤差に占めるボイド率の誤差は大きい。 F_i は、ガス溶存ガス濃度 P_c と気相流速 u_g の相方から推定できるので、どちらかの物理量が直接計測できれば良い。

5.5 溶存ガス濃度 P_c

本報告で提案した推定法は、どちらも入口境界条件 P_{cB} を一定と仮定し、局所のガス溶存ガス濃度 P_c を求めている。従って、実験中、試験部下端における溶存ガス濃度が時間的に変化する場合、直接計測により境界条件 P_{cB} 及び局所の溶存ガス濃度 P_c を求める必要がある。現在の溶存ガス濃度計測は、液単相状態で一実験につき一点のみ行っている。これを、気泡流中で、連続して計測するよう拡張することは非常に難しい。現在考えられている一つの方法は、中和滴定法のサンプル採取を自動化し、試験部の複数の位置で一定時間間隔で行うものである。しかし、中和滴定法では液相中の CO_2 とガス化した CO_2 の区別がつかないため、予め気泡流中から液相だけを採取できるようにゆっくりとサンプルする必要がある、溶存ガス濃度の時間変化が大きい場合測定精度に問題がでる。

5.6 ガス発生速度 Γ と溶存ガス濃度の変化率 C

均質流モデル、二流体モデル、共に、ガス発生速度 Γ は、溶存ガス濃度 P_c の保存式から推定している。従って、 Γ の精度は溶存ガス濃度 P_c の精度に支配される。

また、溶存ガス濃度の変化率 C の精度も、 C が Γ と溶存ガス濃度の非平衡度の比であることから、 P_c の精度に左右される。

6. ま と め

本報告では、エネルギー貯蔵システムの一つとして検討されている定圧式CAESシステム及び同システムで注目すべき流動現象について記した。また、定圧式CAESシステムを模擬した実験装置について、装置、計測及び実験方法について記述すると共に、実験データより計測の困難な物理量を推定する方法について記した。特に、実験による直接計測が難しい物理量について、既存の相関式を使用せずに、基礎方程式に基づき推定する方法について検討した。検討の結果、本実験の目的の一つがガス発生速度に関する基礎データを取得することであることから、さらに以下の実験や計測が必要であるとの結論に達した。

- 1) 時間的に定常な流動状態での実験
- 2) 断面平均ボイド率の計測
- 3) 気相流速の直接計測
- 4) 溶存ガス濃度の複数点での計測

謝 辞

本実験装置の最終整備及び調整にあられた(株)原子力エンジニアリングの方々に謝意を表します。

参 考 文 献

- (1) 鈴木、伊東：“エネルギー貯蔵システム”，エネルギー資源学会，財団法人省エネルギーセンター
- (2) 小野：エネルギーレビュー，“圧縮空気の地下貯蔵法”，1991,5, p19~23、
- (3) 日本化学会編：“化学便覧・基礎編Ⅱ（改訂3版）”，丸善，(1984)
- (4) P.A. Thompson, et al.：“Physical Modeling of the Champagne Effect”，PNL-4623, (1988)

6. ま と め

本報告では、エネルギー貯蔵システムの一つとして検討されている定圧式CAESシステム及び同システムで注目すべき流動現象について記した。また、定圧式CAESシステムを模擬した実験装置について、装置、計測及び実験方法について記述すると共に、実験データより計測の困難な物理量を推定する方法について記した。特に、実験による直接計測が難しい物理量について、既存の相関式を使用せずに、基礎方程式に基づき推定する方法について検討した。検討の結果、本実験の目的の一つがガス発生速度に関する基礎データを取得することであることから、さらに以下の実験や計測が必要であるとの結論に達した。

- 1) 時間的に定常な流動状態での実験
- 2) 断面平均ボイド率の計測
- 3) 気相流速の直接計測
- 4) 溶存ガス濃度の複数点での計測

謝 辞

本実験装置の最終整備及び調整にあたられた(株)原子力エンジニアリングの方々に謝意を表します。

参 考 文 献

- (1) 鈴木、伊東：“エネルギー貯蔵システム”，エネルギー資源学会，財団法人省エネルギーセンター
- (2) 小野：エネルギーレビュー，“圧縮空気の地下貯蔵法”，1991,5, p19~23、
- (3) 日本化学会編：“化学便覧・基礎編Ⅱ（改訂3版）”，丸善，(1984)
- (4) P.A. Thompson, et al.：“Physical Modeling of the Champagne Effect”，PNL-4623, (1988)

6. ま と め

本報告では、エネルギー貯蔵システムの一つとして検討されている定圧式CAESシステム及び同システムで注目すべき流動現象について記した。また、定圧式CAESシステムを模擬した実験装置について、装置、計測及び実験方法について記述すると共に、実験データより計測の困難な物理量を推定する方法について記した。特に、実験による直接計測が難しい物理量について、既存の相関式を使用せずに、基礎方程式に基づき推定する方法について検討した。検討の結果、本実験の目的の一つがガス発生速度に関する基礎データを取得することであることから、さらに以下の実験や計測が必要であるとの結論に達した。

- 1) 時間的に定常な流動状態での実験
- 2) 断面平均ボイド率の計測
- 3) 気相流速の直接計測
- 4) 溶存ガス濃度の複数点での計測

謝 辞

本実験装置の最終整備及び調整にあたられた(株)原子力エンジニアリングの方々に謝意を表します。

参 考 文 献

- (1) 鈴木、伊東：“エネルギー貯蔵システム”，エネルギー資源学会，財団法人省エネルギーセンター
- (2) 小野：エネルギーレビュー，“圧縮空気の地下貯蔵法”，1991,5, p19~23、
- (3) 日本化学会編：“化学便覧・基礎編Ⅱ（改訂3版）”，丸善，(1984)
- (4) P.A. Thompson, et al.：“Physical Modeling of the Champagne Effect”，PNL-4623, (1988)

記 号 表

- C : 溶存ガス濃度の変化率
 (溶存ガス濃度の非平衡度に対するガス発生速度の比)
- D : 通水坑の直径
- f : 管摩擦係数
- F_i : 二相間で伝達される運動量
- F_w : 壁面摩擦損失
- g : 重力加速度
- H : 通水坑の深さ
- m : 質量
- P : 圧力
- P_a : 大気圧
- P_c : 飽和圧力に換算した溶存ガス濃度
- P_{cB} : 飽和圧力に換算した試験部下端の溶存ガス濃度
- P_{ch} : 均質流モデルで推定した溶存ガス濃度
- P_{c0} : 飽和圧力に換算した初期溶存ガス濃度
- R : ガス定数
- T : 流体温度
- t : 時刻
- t' : 計測開始から解析上の時刻 $t = 0$ までの時間
- t_0, t_1 : ある任意の時刻
- u : 流速または、均質流モデルにおける混合物の流速
- V : 単位体積の溶媒から発生するガス容積
- z : 空間座標
- z_0, z_1 : ある任意の座標
-
- α : 断面平均ボイド率
- α_1 : $1 - \alpha$
- Γ : ガス発生速度
- Δt : $t_1 - t_0$
- Δz : $z_0 - z_1$
- Λ : ヘンリー定数
- Π_f : 無次元摩擦係数、 $fH/2D$
- Π_h : 無次元水頭、 $\rho_1 g H / Pa$
- Π_r : レイノルズ数 $\rho_1 D u / \mu_1$

Π_s : 無次元ガス溶存度、 $\Delta \rho_1 R T$

ρ : 密度または、均質流モデルにおける混合密度

添字

g : 気相

g1 : 液相中の溶存ガス

g1s : 飽和溶存量

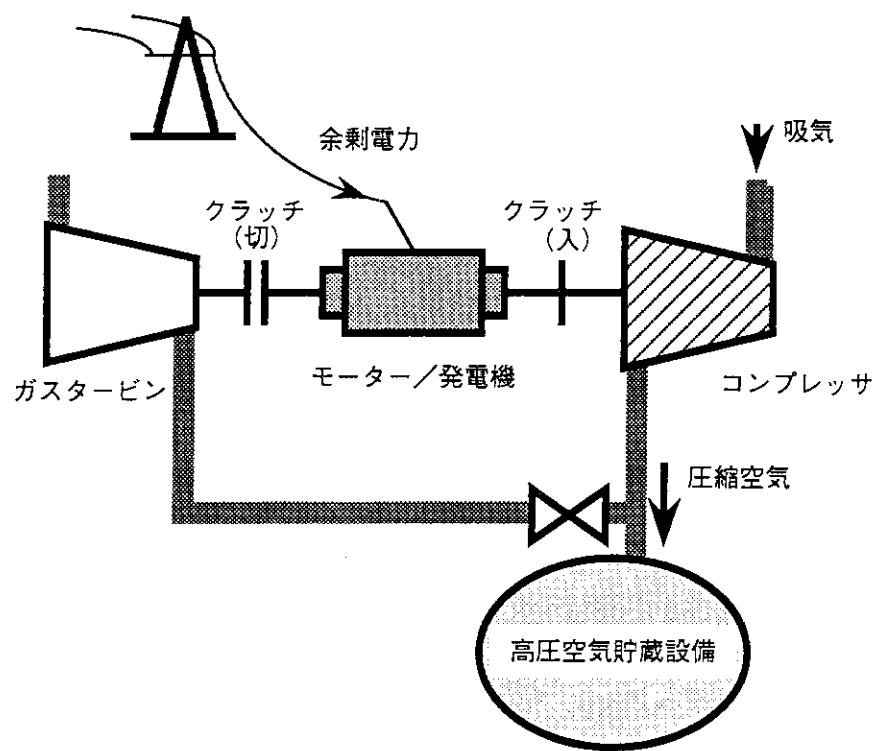
l : 液相または、溶媒

表 2.1 定圧式CAESシステムと本実験装置の比較

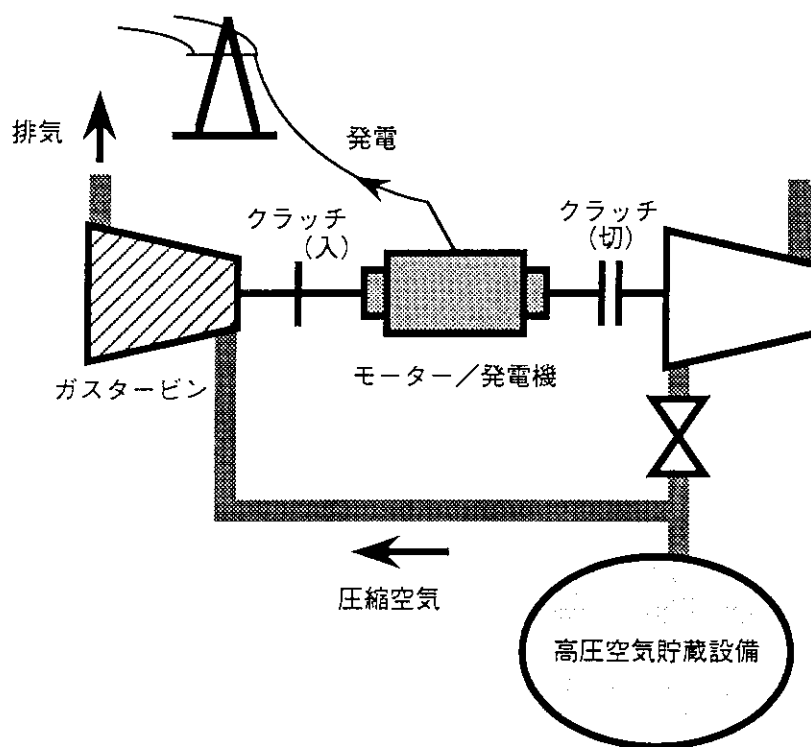
	CAES	本装置
液相 / 気相	水 / 空気	水 / 炭酸ガス
押し流速 (m/s)	~ 1	0.053 ~ 0.3
貯気室体積 (m ³)	(3~30) x10 ⁴	3.58
貯水池体積 (m ³)	(3~30) x10 ⁴	3.75
配管径 (m)	1.0~5.0	0.2
貯気室圧力 (MPa)	4.0~10	0.34
貯気室深さ (m)	400~1000	約24
Uバンド部深さ / 貯気室深さ	0.14~	0.146
ヘンリー定数 (Nm ³ -GAS/m ³ -Aq. atm at 25°C)	0.0167~ 0.0152	0.759
貯気室圧力から大気圧までの 減圧で生じるガス量 (Nm ³ -GAS/m ³ -Aq. at 25°C)	0.668~ 1.52	1.82

表 3.1 計測項目と計測機器

Tag ID.	項目	機器
P-1	下部リザーバ出口圧力	圧力伝送器 (横河電機 UNE43)
P-2	試験部入口圧力	↑
DP-1	Uベンド下降側差圧	差圧伝送器 (山武ハネケル JTD220/ '95.10以降 横河電機 EJ110)
DP-2	Uベンド上昇側差圧	↑
DP-3	下部リザーバ水位	↑
DP-4 ~ 8	試験部差圧	↑
V1-1 ~ 8	試験部ボイド率 (軸方向分布)	光学式ボイド計 (日本カマックス SYSTEM 7950 (本体)、MODEL0729 (プローブ))
V2-1 ~ 4	試験部ボイド率 (半径方向分布)	↑
F-1	試験部入口流量	電磁流量計 (富士電機 FMJ-A10)
T-1	下部リザーバ内ガス温度	K熱電対 (岡崎製所 ϕ 3.2 非接地型)
T-2	下部リザーバ内液温度	↑
T-3	試験部入口側温度	↑
T-4	試験部出口側温度	↑

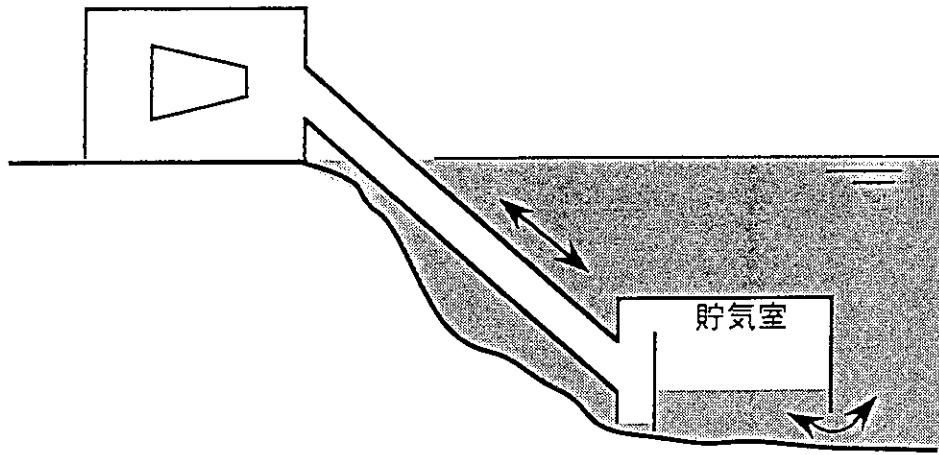


(1) オフピーク時

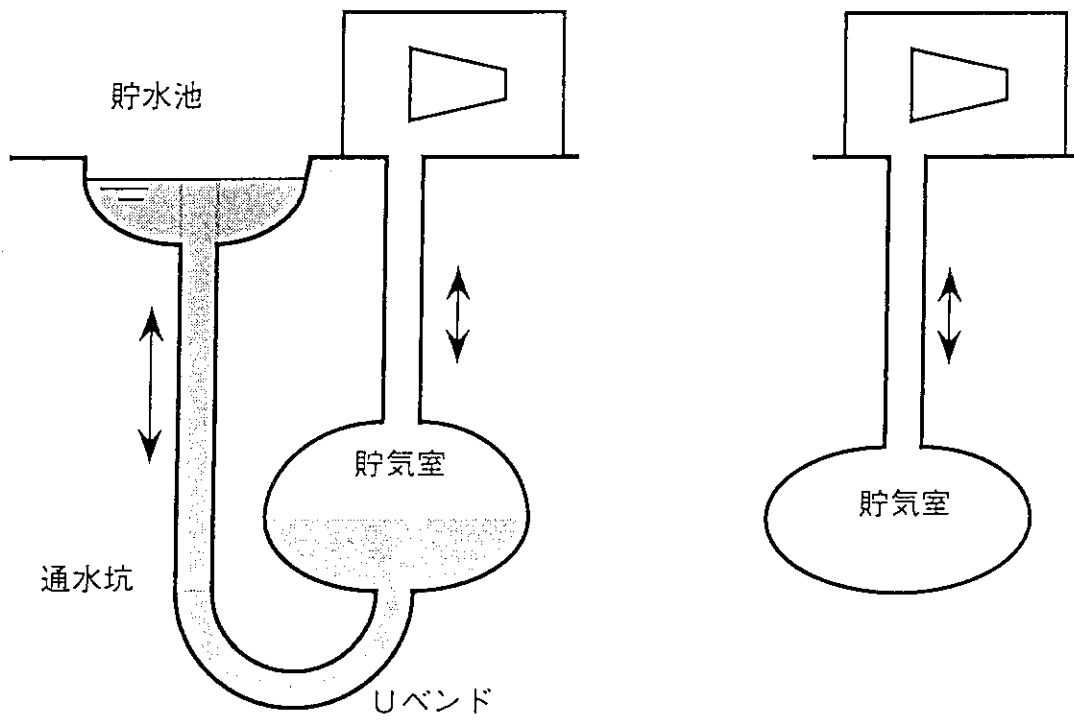


(2) ピーク時

図2.1 CAESシステム



海底貯蔵方式



i) 定圧式

ii) 変圧式

地下貯蔵方式

図2.2 CAESシステムにおける貯蔵方式

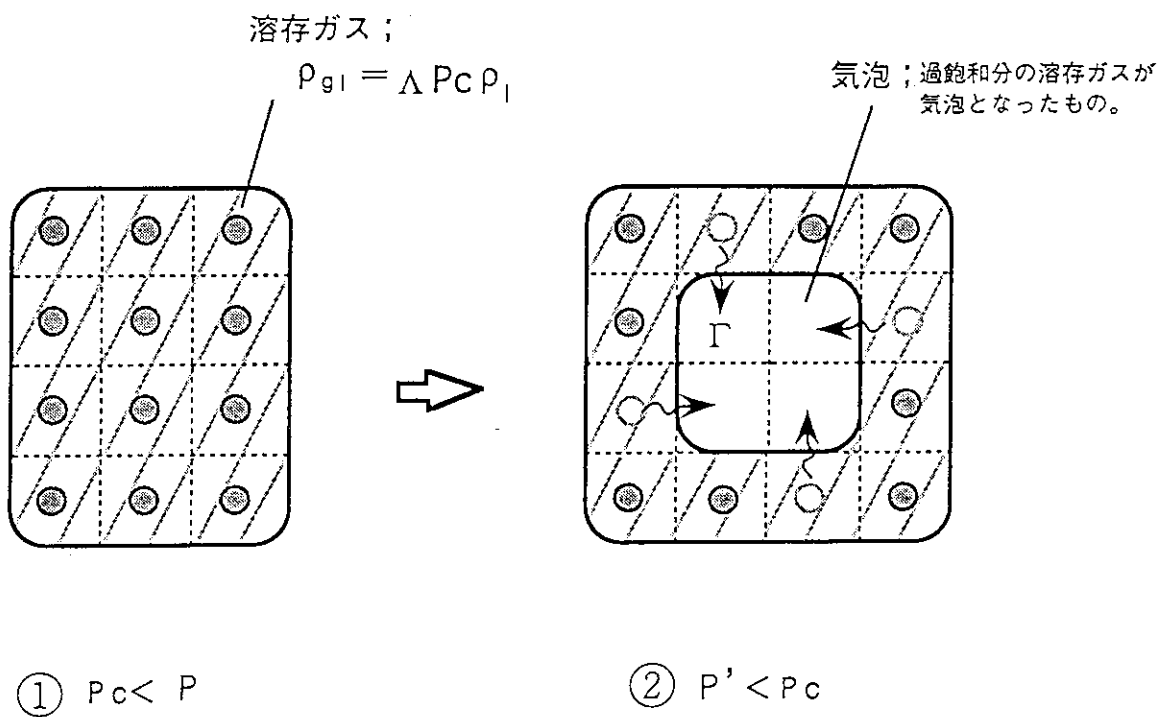


図2.3 減圧による気泡の発生（シャンペン現象）

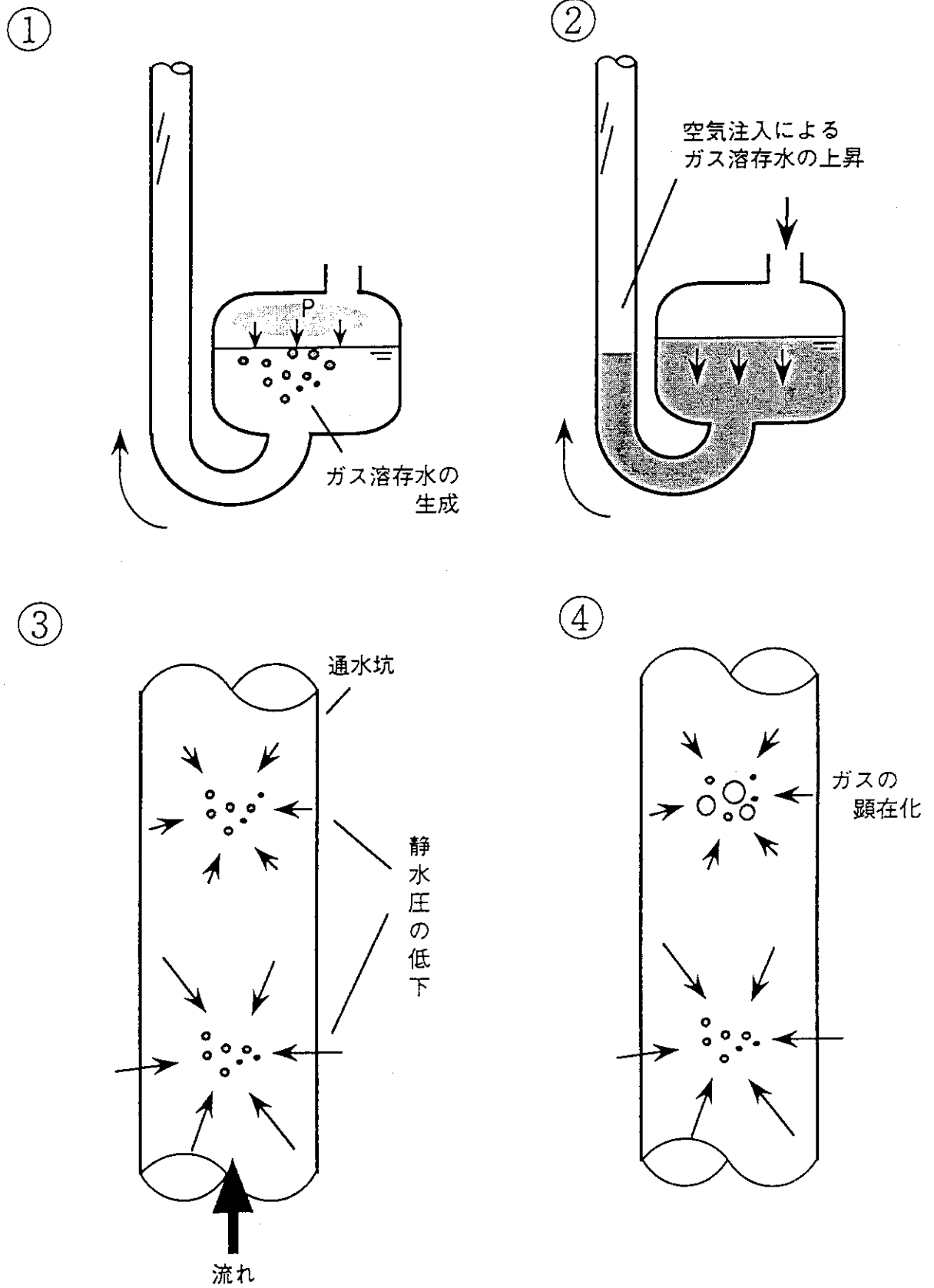


図2.4 定圧式CAESシステムにおけるブローアウト

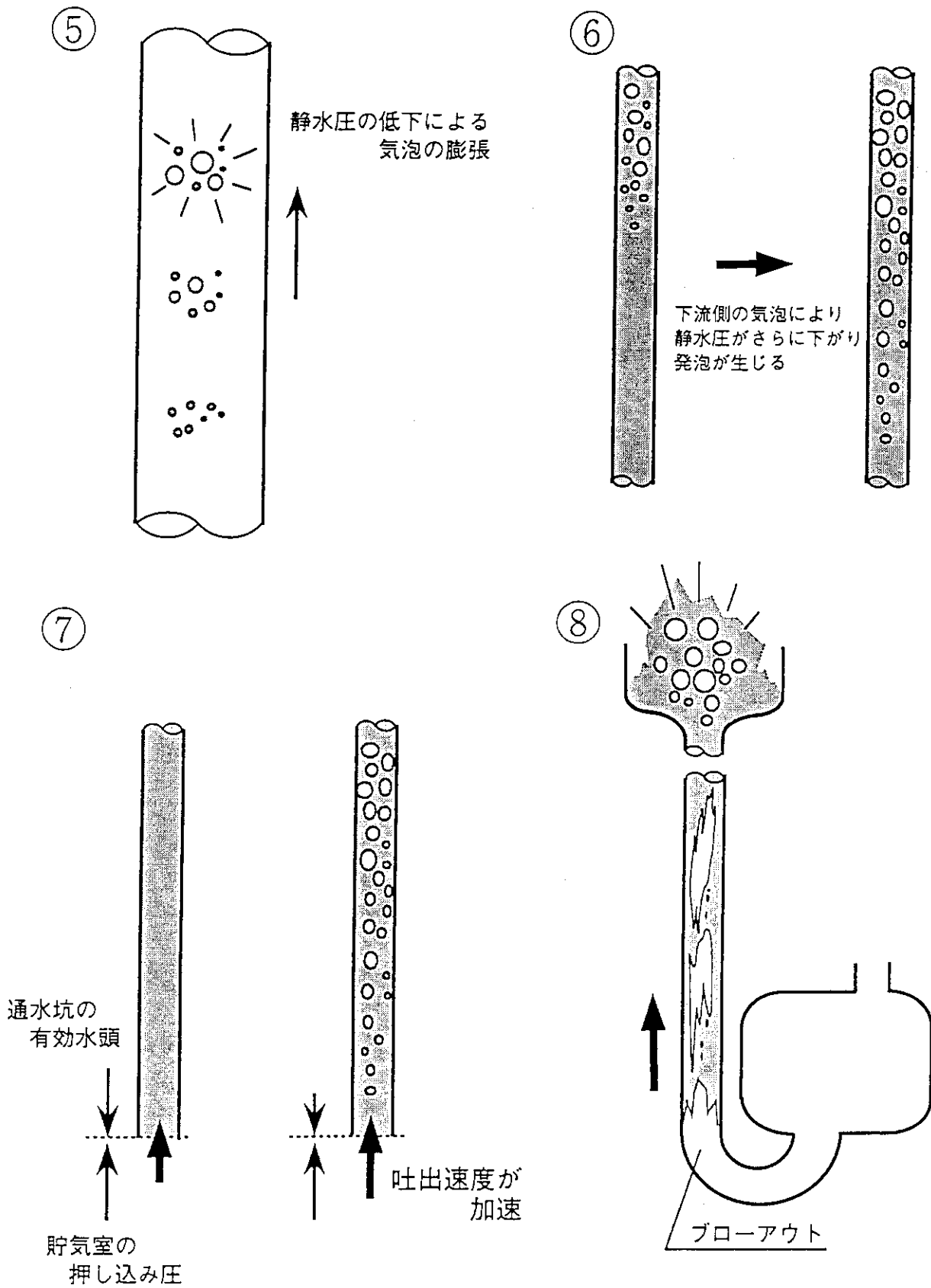


図2.4 定圧式CAESシステムにおけるブローアウト（続き）

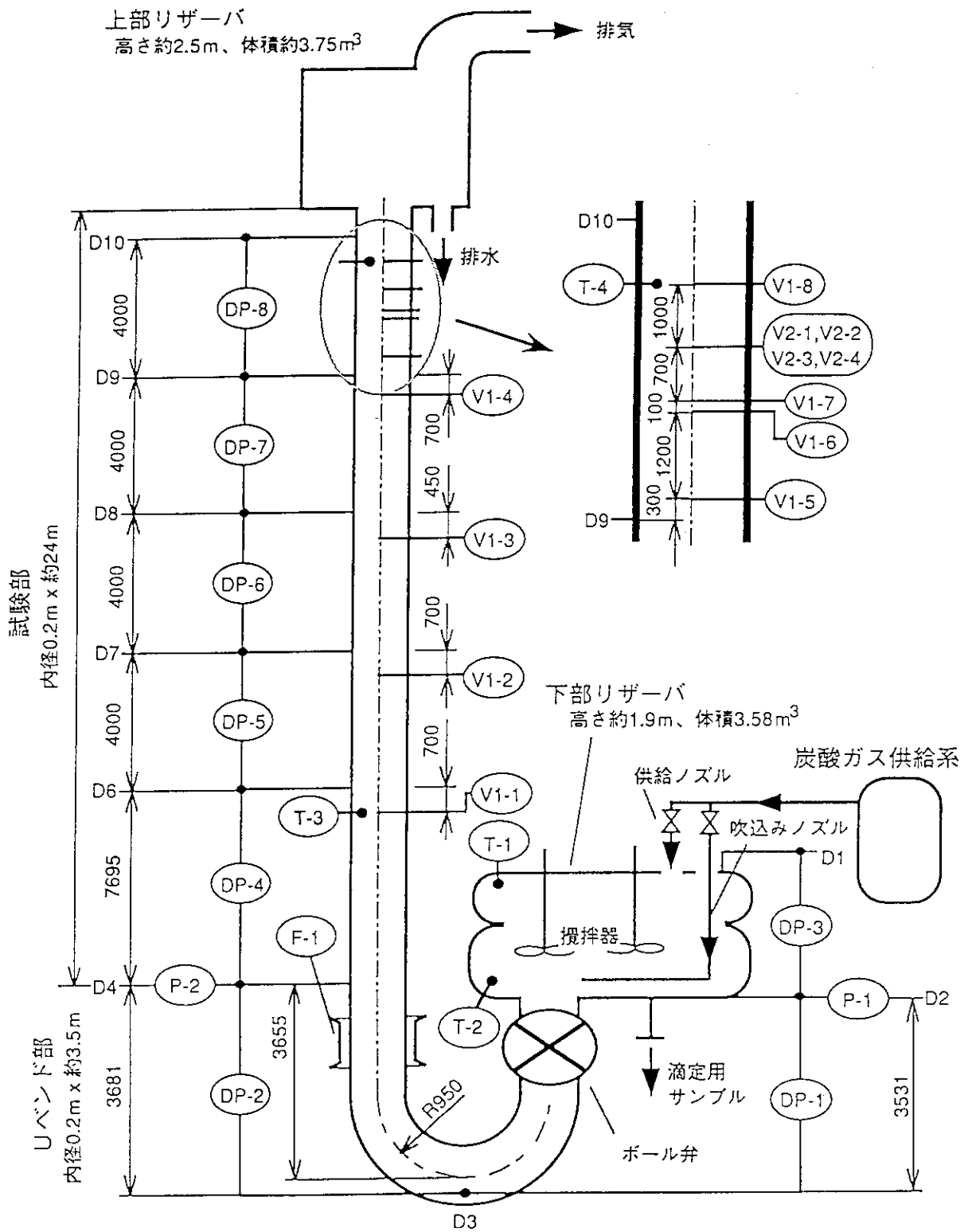


図3.1 大口径垂直管内二相流実験装置

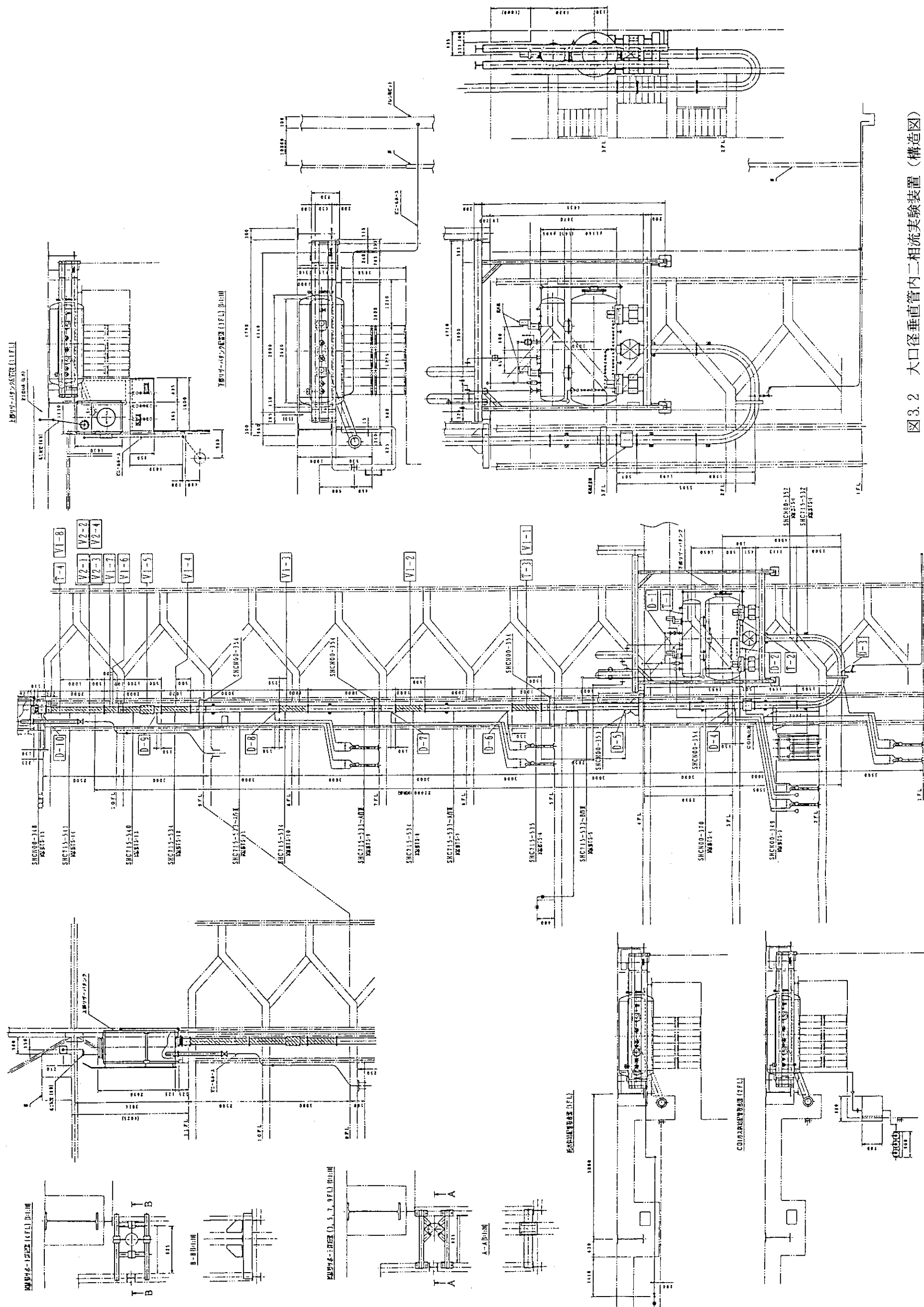


図 3.2 大口徑垂直管内二相流実験装置 (構造図)

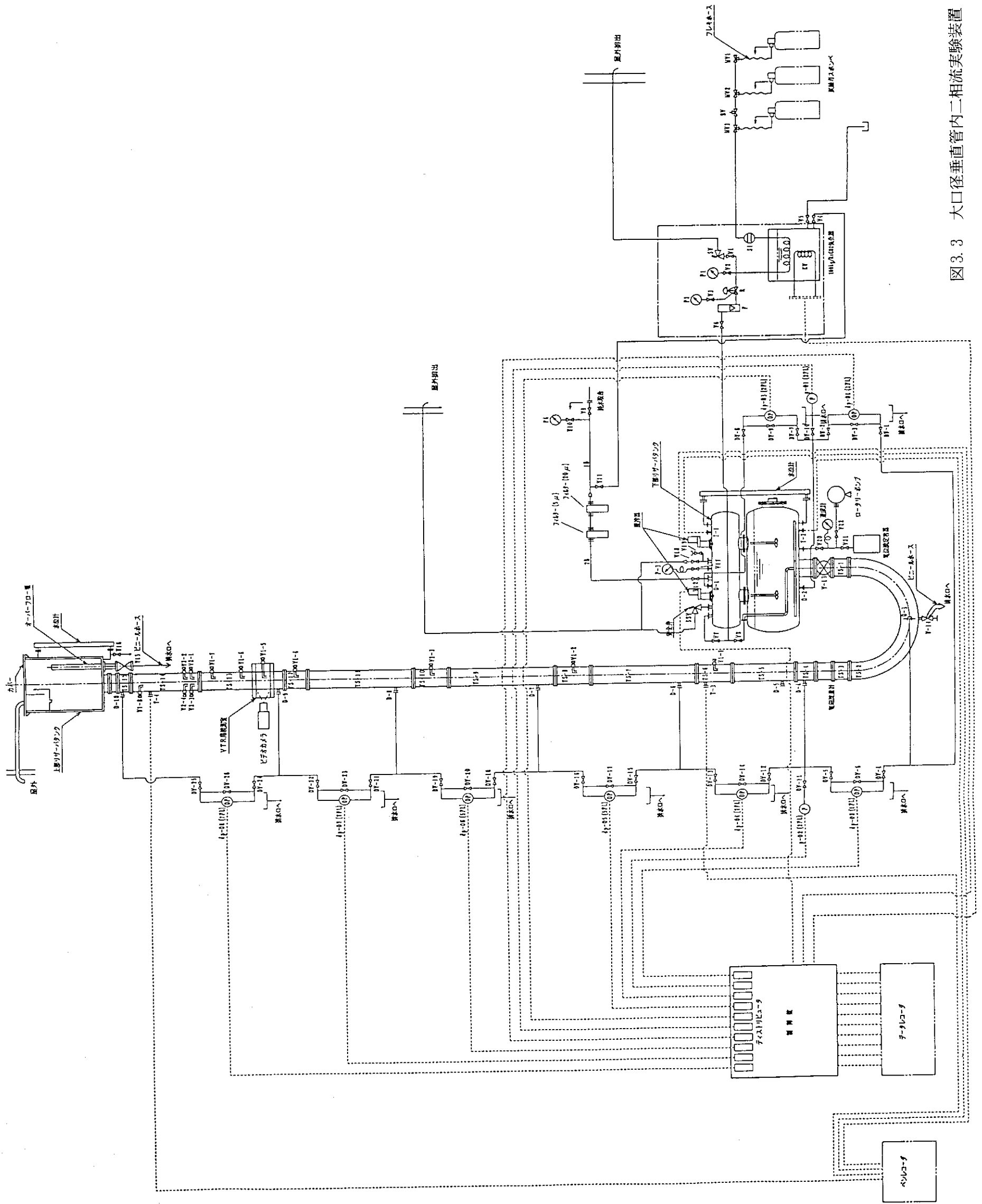


図 3.3 大口径垂直管内二相流実験装置 (系統図)

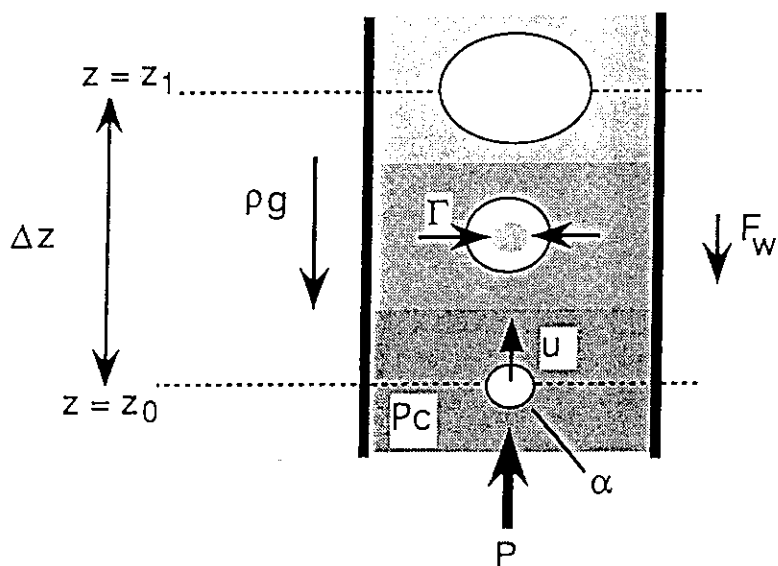


図4.1 すべり無しモデル

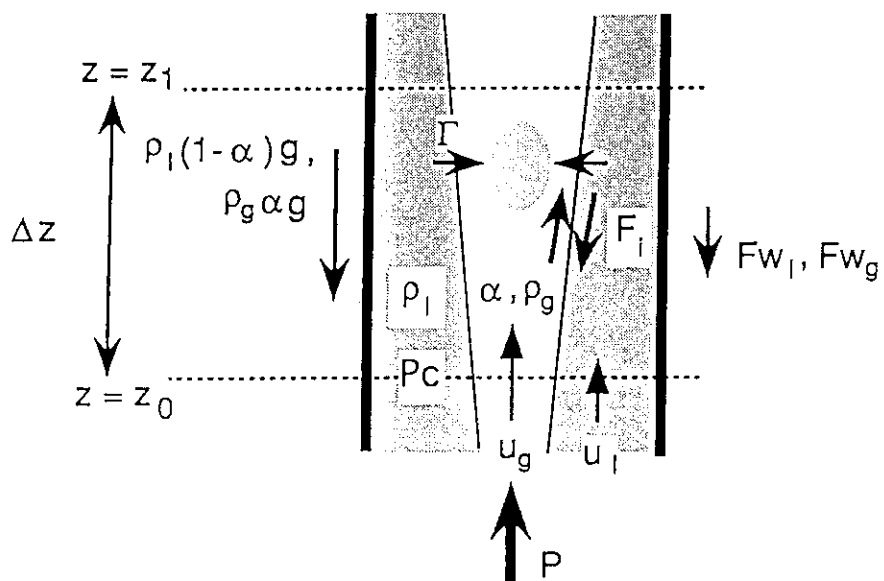
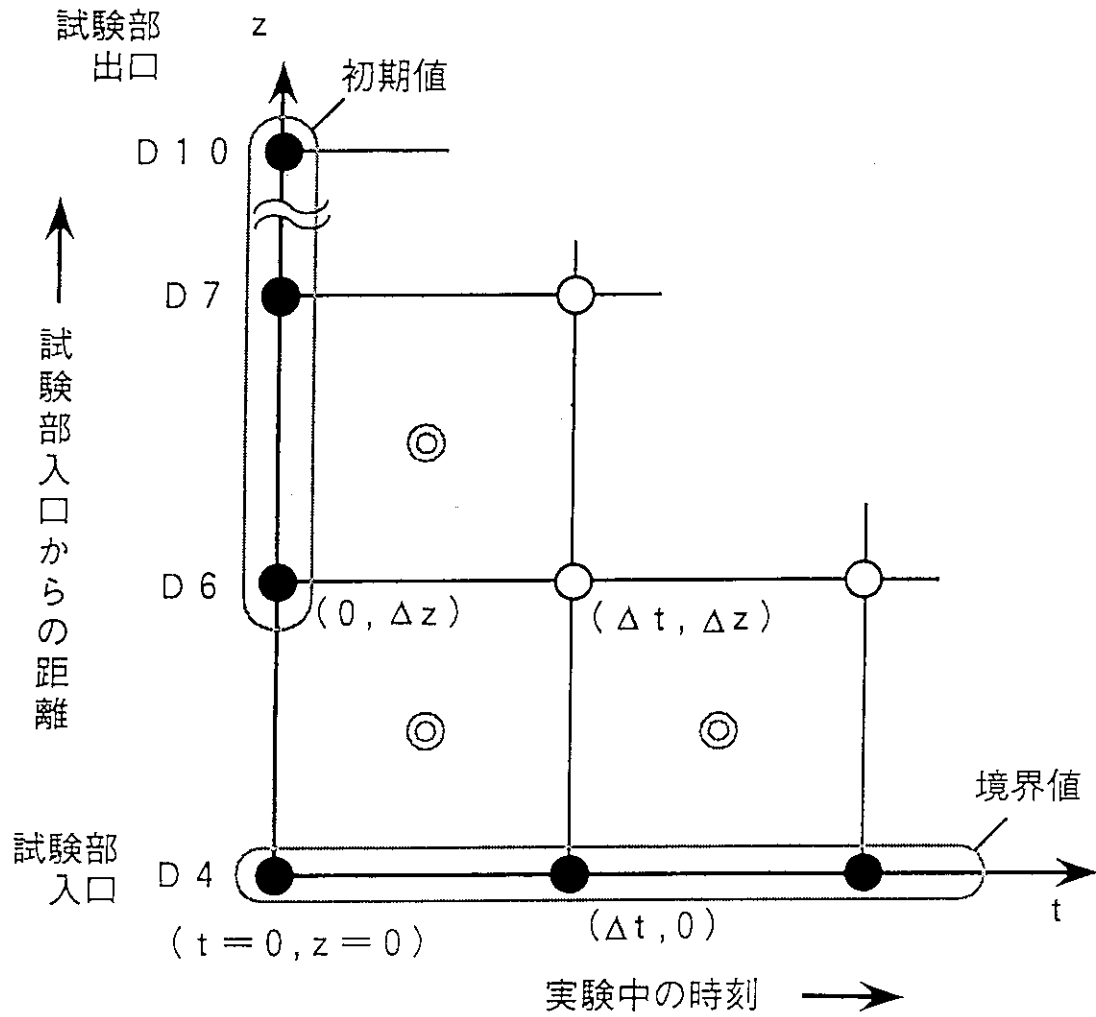


図4.2 二流体モデル



● ; $\left\{ P, \rho_l, \rho_g \right\}$ を既知量と仮定する定義点
 $\left\{ u, u_l, u_g, \alpha, P_c \right\}$

○ ; $\left\{ P, \rho_l, \rho_g, \alpha \right\}$ を既知量と仮定し、
 $\left\{ u, u_l, u_g, P_c \right\}$ を未知量とする定義点

◎ ; $\left\{ F_w, F_i, \Gamma, C \right\}$ の定義点

図4.3 初期値と境界値

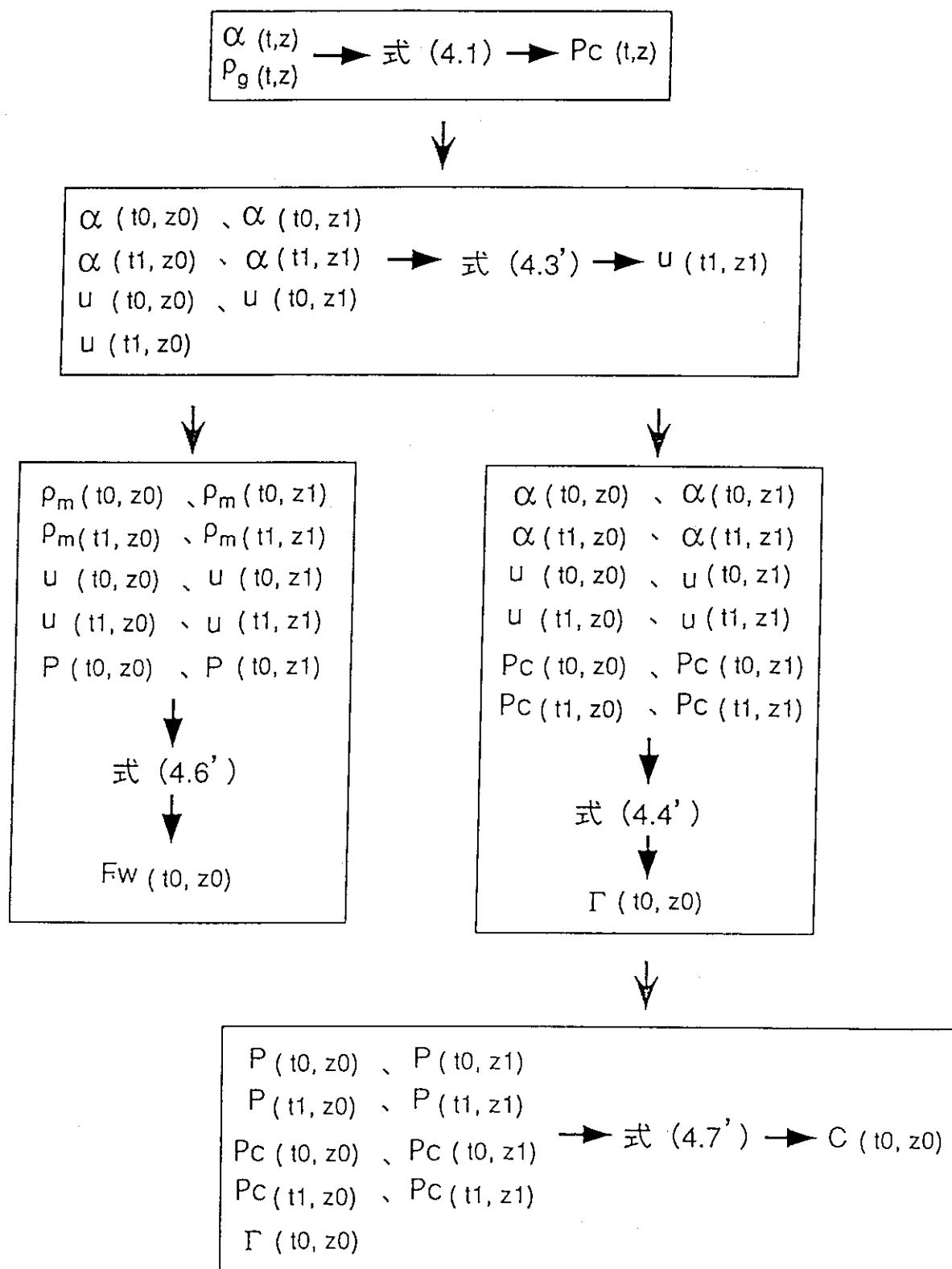


図4.4 すべり無しモデルのフローシート

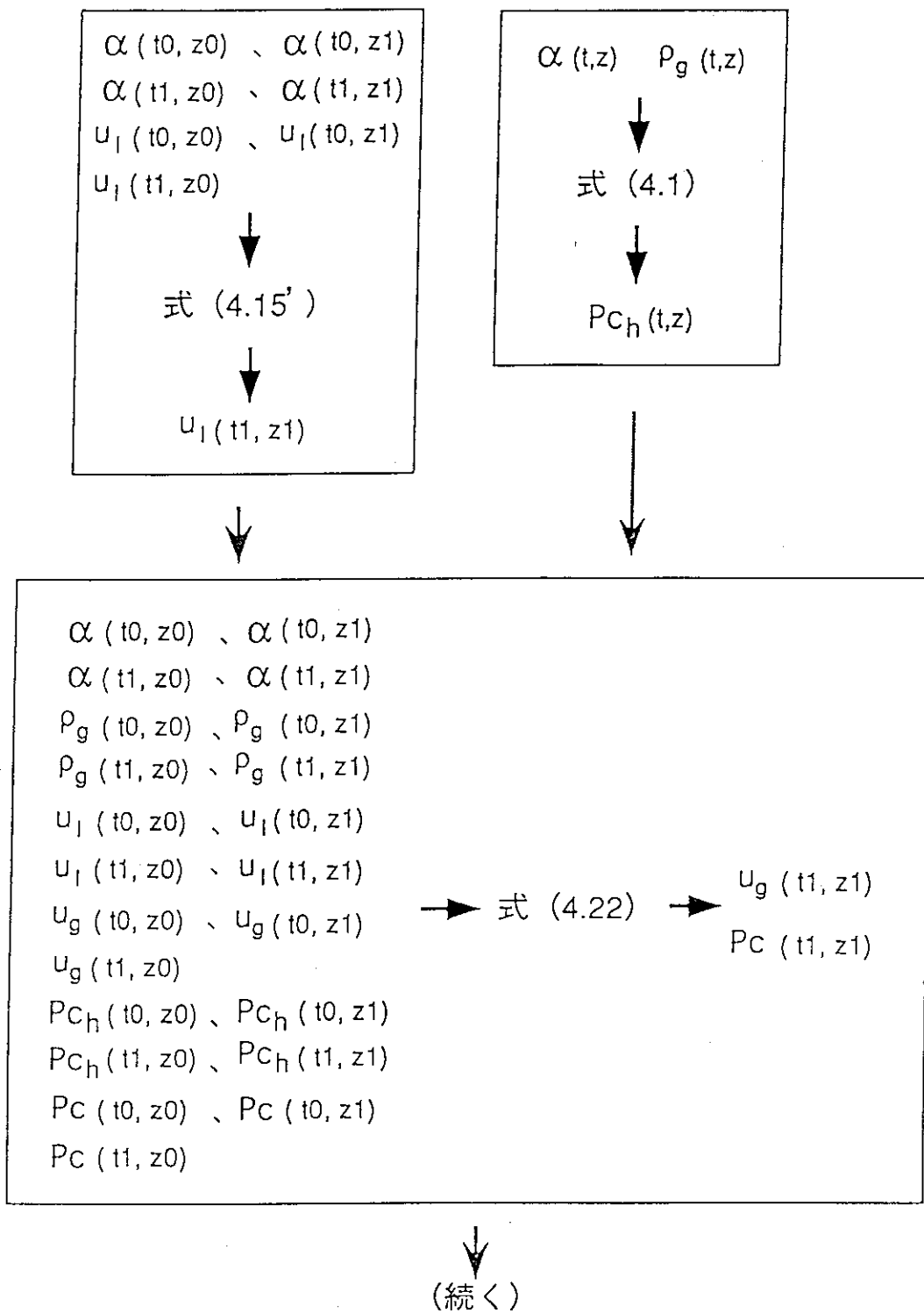


図4.5 二流体モデルのフローシート

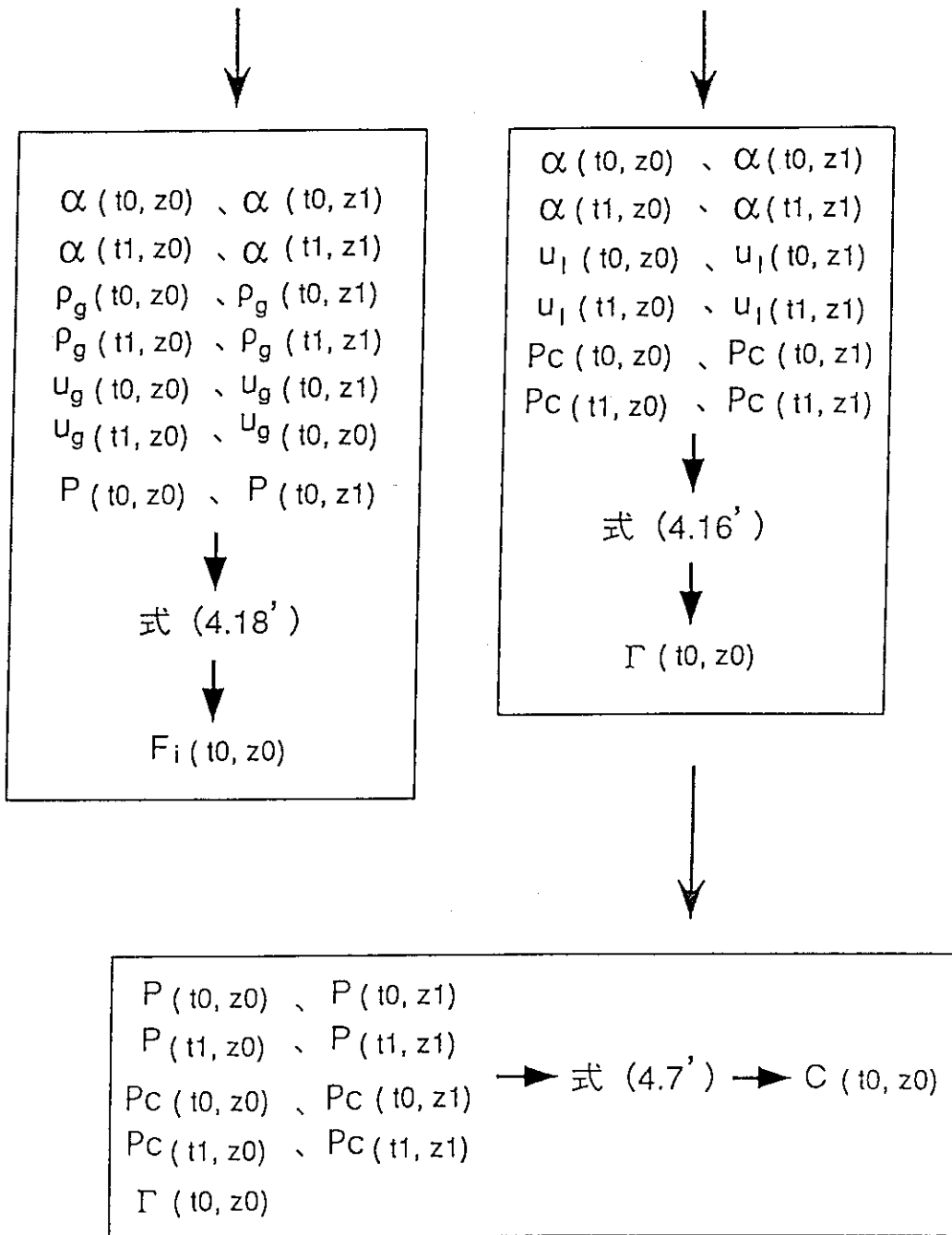


図4.5 二流体モデルのフローシート (続き)