

JAERI-Research

96-048



2自由度制御器の原子炉出力制御への応用
— 数値シミュレーションによる検討 —

1996年9月

石川信行・鈴木勝男

日本原子力研究所
Japan Atomic Energy Research Institute

本レポートは、日本原子力研究所が不定期に公刊している研究報告書です。
入手の問合わせは、日本原子力研究所研究情報部研究情報課（〒319-11 茨城県那珂郡東海村）あて、お申し越しください。なお、このほかに財団法人原子力弘済会資料センター（〒319-11 茨城県那珂郡東海村日本原子力研究所内）で複写による実費領布をおこなっております。

This report is issued irregularly.

Inquiries about availability of the reports should be addressed to Research Information Division, Department of Intellectual Resources, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken, 319-11, Japan.

© Japan Atomic Energy Research Institute, 1996

編集兼発行 日本原子力研究所
印 刷 いばらき印刷機

2自由度制御器の原子炉出力制御への応用
— 数値シミュレーションによる検討 —

日本原子力研究所東海研究所原子炉工学部

石川 信行・鈴木 勝男

(1996年 8月22日受理)

本稿では原子炉出力制御の目標値応答特性及びロバスト性の向上を図るために2自由度制御器を適用した制御系の有効性を数値シミュレーションにより示した。2自由度制御器はフィードフォワード要素とフィードバック要素から構成する。フィードフォワード要素は標準2次系で与えられた目標値規範モデルを実現するようにモデルマッチング法で設計し、フィードバック要素は制御系にロバスト性をもたせるため、混合感度問題を H^∞ 最適化アルゴリズムを解くことにより設計した。設計された2自由度制御系は、規範モデルとして与えた目標値応答特性を実現し、外乱除去特性やロバスト性に関しても良好な特性を与えた。数値シミュレーションは設計された2自由度制御器をデジタル化して行った。制御周期を10[msec]以下にすればデジタル化により制御特性が劣化しないことを確認し、デジタル制御器による実装の可能性を示した。

Application of 2DOF Controller for Reactor Power Control
- Verification by Numerical Simulation -

Nobuyuki ISHIKAWA and Katsuo SUZUKI

Department of Reactor Engineering
Tokai Research Establishment
Japan Atomic Energy Research Institute
Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken

(Received August 22, 1996)

In this report the usefulness of the two degree of freedom (2DOF) control is discussed to improve the reference response characteristics and robustness for reactor power control system. The 2DOF controller consists of feedforward and feedback elements. The feedforward element was designed by model matching method and the feedback element by solving the mixed sensitivity problem of H^∞ control. The 2DOF control gives good performance in both reference response and robustness to disturbance and plant perturbation. The simulation of reactor power control was performed by digitizing the 2DOF controller with the digital control periods of 10[msec]. It is found that the control period of 10[msec] is enough not to make degradation of the control performance by digitizing.

Keywords: Reactor Power Control, Reference Response, 2DOF Controller, Robustness, H^∞ Feedback Controller, Digital Control

目 次

1. まえがき	1
2. 2自由度制御器の設計法とその特性	3
2.1 フィードバック制御器と制御特性	3
2.2 2自由度制御器の構成	6
3. H^∞ 最適化によるフィードバック制御要素の設計	11
3.1 H^∞ ノルム最小化による制御系設計と一般化プラント表現	11
3.2 Glover-Doyleの解法による H^∞ 制御器設計	13
3.3 混合感度問題に対する一般化プラントの状態空間表現	16
4. 制御系設計のための原子炉モデル	21
4.1 March-Leuba の原子炉出力モデル	21
4.2 制御棒駆動特性を含めた制御系設計モデル	24
5. 2自由度制御器の設計	28
5.1 フィードバック要素の設計	28
5.2 フィードフォワード要素の設計	29
6. 数値シミュレーションによる制御特性の評価	33
6.1 2自由度制御器のデジタル化と制御系シミュレーション	33
6.2 フィードバック(1自由度)制御系の目標値応答特性	34
6.3 2自由度制御系の目標値応答特性	35
6.4 外乱除去特性	35
6.5 制御周期の目標値応答への影響	36
6.6 制御対象の非線形性の影響	36
7. むすび	49
参考文献	49

Contents

1. Introduction	1
2. 2DOF Controller and its Characteristics	3
2.1 Feedback Controller and its Control Performance	3
2.2 Construction of 2DOF Controller	6
3. Feedback Controller Design by H^∞ Optimization	11
3.1 Controller Design by H^∞ Norm Minimization and Generalized Plant	11
3.2 Glover & Doyle's Solution for H^∞ Controller Design	13
3.3 State Space Representation of Generalized Plant for Mixed Sensitivity Problem	16
4. Reactor Power Model for Controller Design	21
4.1 March-Leuba's Model	21
4.2 Controller Design Model with Control Rod Drive Dynamics	24
5. Design of 2DOF Controller	28
5.1 Feedback Element Design	28
5.2 Feedforward Element Design	29
6. Evaluation of Control Performance by Numerical Simulation	33
6.1 Digitizing 2DOF Controller and Dynamic Simulation	33
6.2 Reference Response Characteristics of 1DOF Feedback Control	34
6.3 Reference Response Characteristics of 2DOF Control	35
6.4 Disturbance Rejection Characteristics	35
6.5 Effect of Control Period to Reference Response Characteristics	36
6.6 Effect of Nonlinearity of Plant	36
7. Conclusion	49
References	49

1. まえがき

多様な電力需要に伴い負荷変動に対応するための追従性のよい発電所が望まれている。日本では主に揚水式発電所などの水力発電により日負荷バランスを図り、電力需要に対応している。しかし、水力発電所に対応できる電力量および立地条件や全電力供給量に占める原子力発電の割合の増加などを考慮すると、原子力発電所の負荷追従運転による日負荷への対応が望ましい。

負荷追従運転をするために望まれる制御特性としては、外乱や制御対象特性の変動に対する影響を極力低減できること、ならびに目標値に望ましく応答することの2点が挙げられる。前者はフィードバック特性、後者は目標値応答特性とよばれ、制御工学で定量的に扱うことができる。近年の制御理論の発展により、周波数領域で指定されたフィードバック特性（安定性、外乱除去特性など）を実現するためのフィードバック制御器を系統的に設計する方法が整備された。設計の際の尺度として H^∞ ノルムを用いる場合は H^∞ 最適制御とよばれる。この方法で設計される制御系は制御対象の変動や外乱に対して頑健（ロバスト）であるためロバスト制御とも一般にいられている。この設計法は80年代の初期にその萌芽をもち[2]、80年代後期に解法アルゴリズムがほぼ完成された[3]。90年に入ると解法アルゴリズムが市販の制御系設計CAD[4]にも組み込まれるようになり一般ユーザの手の届くところとなった。

原子炉への H^∞ 最適制御の適用としては文献[1]があり、BWRの簡単な動特性モデル（March-Leuba model）を用いた数値シミュレーションにより、外乱や制御対象特性の変化に対する H^∞ 原子炉出力制御のロバスト性を示している。しかし、 H^∞ 最適化により設計されたフィードバック制御器を用いて制御する場合、実現される目標値応答特性がフィードバック特性により必然的に決まってしまうという欠点がある。そのため、制御系の目標値応答に不要なオーバーシュートを生ずる場合もある。これは特性を周波数領域で指定するために、時間領域で制御系がどのように応答するかの見通しが悪いことに起因する。

この欠点を補うにふさわしい制御系として2自由度制御系が提案されている[7][8]。この制御系はフィードバック制御系にフィードフォワード要素を付加したもので、フィードフォワード要素により規定の目標値応答特性を実現するものである。2自由度制御系の特徴はフィードバック特性と目標値応答特性の2つの制御特性をフィードバック要素とフィードフォワード要素の2つ要素でそれぞれ独立に設定できる点にある。つまり、ロバスト制御の設計法によりフィードバック要素を設計し、次いで目標値応答特性を実現するためのフィードフォワード要素を付加しても、それぞれの制御特性には影響を与えないように設計できる。

本稿では原子炉プラントの負荷追従運転を実現するための制御手法として、2自由度制御をMarch-Leuba原子炉モデルに適用し、その制御特性を数値シミュレーションにより検討した。

本稿の構成は次の通りである。第2章ではロバスト制御設計法においてフィードバック特性を規定するために用いる、感度関数および相補感度関数の説明をし、次いで2自由度制御系の必要性について述べる。第3章では H^∞ 最適化によるフィードバック要素設計の概要を説明し、次いで設計で用いる一般化プラント表現、および H^∞ 最適化の解法アルゴリズムについて述べる。第4章では原子炉出力モデル (March-Leuba model) とこのモデルに制御棒駆動特性を加えた制御系設計モデルの説明をする。第5章では設計された制御器の特性について、そして第6章では設計された制御系の応答特性を評価する。

2. 2自由度制御器の設計法とその特性

2. 1 フィードバック制御器と制御特性 [9]

制御器の設計において考慮すべき特性を大別すれば目標値応答特性とフィードバック特性の2つになる。目標値応答特性とは制御系出力の速応性や行き過ぎ量を表す特性である。また、フィードバック特性とは外乱入力の出力への影響を規定する特性である。さらにフィードバック特性は制御対象の特性が変動したときの目標値応答特性の変動の程度や系の安定性に影響を与える。この節ではフィードバック特性を表現する、感度関数と相補感度関数について説明する。

Fig. 2.1はフィードバック制御器により構成される制御系のブロック図である。P(s)はプラント（制御対象）の伝達関数、 $K_B(s)$ はフィードバック制御器の伝達関数を表している。また、 r, d, y, e, u はそれぞれ目標値、外乱、出力、出力偏差、操作量の信号である。感度関数S(s)は次式で定義される。

$$S(s) = \frac{1}{1 + P(s)K_B(s)} \quad (2. 1)$$

感度関数は外乱およびプラントパラメータ変動の出力への影響の度合いを表す関数である。Fig. 2.1において外乱dから出力yへの特性は次式で表される。

$$y(s) = S(s)P(s)d(s) \quad (2. 2)$$

したがって、感度関数S(s)を小さくするようなフィードバック制御器を設計すれば外乱の出力への影響を抑制することができる。次に、感度関数がプラント特性の変動に対する目標値応答特性の変動を表現していることを説明する。目標値応答特性を規定するのは目標値rから出力yへの伝達関数 $G_{ry}(s)$ である。この伝達関数は次式である。

$$G_{ry}(s) = \frac{P(s)K_B(s)}{1 + P(s)K_B(s)} \quad (2. 3)$$

いま、プラント特性が変動して伝達関数が $P'(s)$ に変化したとする。

$$P'(s) = P(s) + \Delta P(s) \quad (2. 4)$$

このときの目標値応答特性は次式である。

$$G'_{ry}(s) = \frac{P'(s)K_B(s)}{1 + P'(s)K_B(s)} \quad (2.5)$$

目標値応答特性の変化分は次式である。

$$\begin{aligned} \Delta G_{ry}(s) &= G'_{ry}(s) - G_{ry}(s) \\ &= \frac{K_B(s)\Delta P(s)}{[1 + P'(s)K_B(s)][1 + P(s)K_B(s)]} \\ &= G'_{ry}(s)S(s) \frac{\Delta P(s)}{P'(s)} \end{aligned} \quad (2.6)$$

したがって、プラントと目標値応答特性の相対変動比は次式の関係にある。

$$\frac{\Delta G_{ry}(s)}{G'_{ry}(s)} = S(s) \frac{\Delta P(s)}{P'(s)} \quad (2.7)$$

上式は目標値応答特性の変動はプラント変動の感度関数 $S(s)$ 倍されることを示している。したがって、感度関数を小さくするようにフィードバック制御器を設計すればプラント変動の目標値応答特性への影響を小さくできる。これを感度低減問題とよぶ。

フィードバック制御系の特性を規定するもう一つの関数は相補感度関数 $T(s)$ であり、次式で定義される。

$$T(s) = 1 - S(s) = \frac{P(s)K_B(s)}{1 + P(s)K_B(s)} \quad (2.8)$$

相補感度関数はフィードバック制御系のロバスト安定性を規定する関数である。ロバスト安定性とはプラント特性の変動に対して制御系がどの程度安定であるかを示す指標である。説明を容易にするためプラント変動を次式で与える。

$$P'(s) = P(s)[1 + \Delta(s)] \quad (2.9)$$

上式において、 $P(s)$ が公称値、 $\Delta(s)$ が変動（不確かさ）を表す量である。そのときの制御系は、Fig. 2.2のようになる。この系における出力誤差は次式であ

る。

$$\begin{aligned} e(s) &= r(s) - y(s) \\ &= [r(s) - \Delta(s)y(s)] - y(s) \end{aligned} \quad (2.10)$$

上式より、制御系はFig. 2.3のように書き直せる。Fig. 2.3において、点線で囲ったマイナーループ部は公称値系に対するフィードバック制御であり、これは相補感度関数 $T(s)$ に等しい。

いま、プラントの変動 $\Delta(s)$ は安定であると仮定する。また、公称値系は安定化されており、 $T(s)$ は安定であるとする。すると、ナイキストの安定定理よりプラントの変動 $\Delta(s)$ に対して、次式が成立すれば閉ループ系は安定である。

$$\|\Delta(s)T(s)\|_{\infty} \leq 1 \quad (2.11)$$

ここで、 $\|\cdot\|_{\infty}$ は H^{∞} ノルムを表わし、次式で定義される。

$$\|G(s)\|_{\infty} = \sup_{\omega} |G(j\omega)| \quad (2.12)$$

伝達関数 $G(s)$ の H^{∞} ノルムとは周波数応答における振幅の最大値である。ただし、このノルムは安定な伝達関数についてのみ定義される。(2.11)式より、相補感度関数を小さくするようなフィードバック制御器を設計すればプラント特性の変動 $\Delta(s)$ に対してロバスト安定な制御系が得られる。

以上から、制御系設計に際しては、全周波数領域にわたって感度関数および相補感度関数の両方のノルムを小さくしたい。しかし、2つの関数の間には次式の制約条件がある。

$$S(j\omega) + T(j\omega) = 1 \quad (2.13)$$

このため、一般に感度関数 $S(s)$ は低域で小さくなるように、また相補感度関数 $T(s)$ は高域で小さくなるようにフィードバック制御器を設計する。より詳細な設計については3章で述べる。

Fig. 2.1の制御系構成では設計すべき制御要素が $K_B(s)$ のみであるため、フィードバック特性を規定すると必然的に目標値応答特性も決まってしまう。この場合、目標値応答特性 $G_{ry}(s)$ は相補感度関数 $T(s)$ に等しい。しかし、目標値応答特性を希望の特性に設定したい場合があり、そのためには目標値応答特性とフィードバック特性を独立に設定できる2自由度制御器が有用である。

2. 2 2自由度制御器の構成 [7][8][9]

2自由度制御系のブロック図をFig. 2.4に示す。この制御系では、プラントへの操作量 u は次式で与えられる。

$$u(s) = K_1(s)r(s) - K_2(s)y(s) \quad (2. 14)$$

上式で $K_1(s)$ はフィードフォワード要素、 $K_2(s)$ は前節で述べたフィードバック要素である。2自由度制御器の特徴は目標値と出力を独立に用いてプラントへの操作量を決定している点にある。この制御系における外乱応答特性やロバスト安定性を考える場合、目標値 r をゼロとするので、両者の特性は前節でのフィードバック制御系の場合と同様である。プラント特性の変動に伴う目標値応答特性の変動は次のようになる。まず、2自由度制御系における目標値応答特性 $G_{ry}(s)$ は次式である。

$$G_{ry}(s) = \frac{P(s)K_1(s)}{1 + P(s)K_2(s)} \quad (2. 15)$$

いま、プラント特性が変動して伝達関数が $P'(s)$ に変化したとする。

$$P'(s) = P(s) + \Delta P(s) \quad (2. 16)$$

このときの目標値応答特性は次式である。

$$G'_{ry}(s) = \frac{P'(s)K_1(s)}{1 + P'(s)K_2(s)} \quad (2. 17)$$

目標値応答特性の変化分は次式である。

$$\begin{aligned} \Delta G_{ry}(s) &= G'_{ry}(s) - G_{ry}(s) \\ &= \frac{K_1(s)\Delta P(s)}{[1 + P'(s)K_2(s)][1 + P(s)K_2(s)]} \\ &= G'_{ry}(s)S(s) \frac{\Delta P(s)}{P'(s)} \end{aligned} \quad (2. 18)$$

したがって、プラントと目標値応答特性の相対変動比は次式の関係にある。

$$\frac{\Delta G_{ry}(s)}{G'_{ry}(s)} = S(s) \frac{\Delta P(s)}{P'(s)} \quad (2.19)$$

以上のことより 2 自由度制御系のフィードバック特性の変動比は前節でのフィードバック制御系（1 自由度制御系ともいう）の場合と同様である。ただし、2 自由度制御系の場合フィードバック要素を記号 $K_2(s)$ で表している。

2 自由度制御器にはフィードフォワード要素 $K_1(s)$ があり、この要素により目標値応答特性を指定する。そのための設計法としてモデルマッチング法がよく用いられる。この方法は目標値応答特性を指定したモデル伝達関数 $G_M(s)$ に一致させるようなフィードフォワード要素を設計するものである。すなわち、

$$G_{ry}(s) = \frac{P(s)K_1(s)}{1 + P(s)K_2(s)} = G_M(s) \quad (2.20)$$

これを $K_1(s)$ について解けば、設計すべきフィードフォワード要素が得られる。

$$K_1(s) = [P(s)^{-1} + K_2(s)]G_M(s) \quad (2.21)$$

以上のことから、2 自由度制御の設計は、まず与えられたフィードバック特性を満たすフィードバック要素を求め、次いでモデルマッチング法などにより目的とする目標値応答特性を満足するフィードフォワード要素を求めるという 2 つのステップに分けられる。Fig. 2.5 にモデルマッチング法で設計された 2 自由度制御系のブロック図を示す。2 自由度制御器の利点は目標値応答特性とフィードバック特性を独立に定めることができることである。

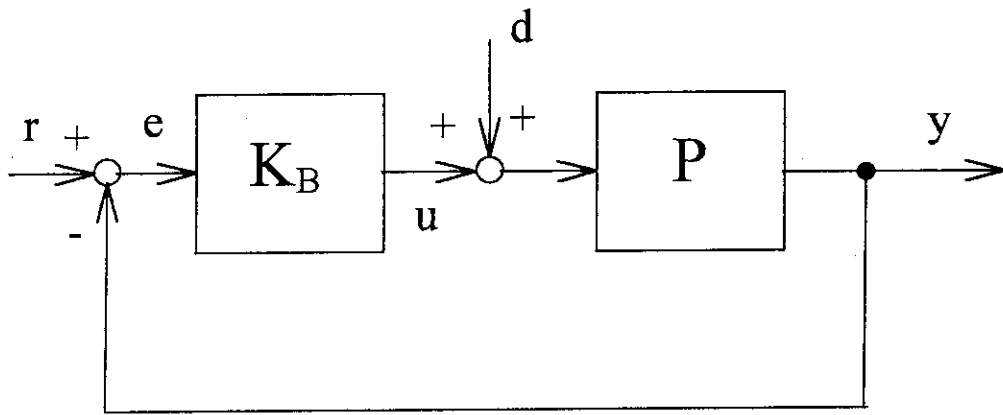


Fig 2.1 Block diagram of feedback control system

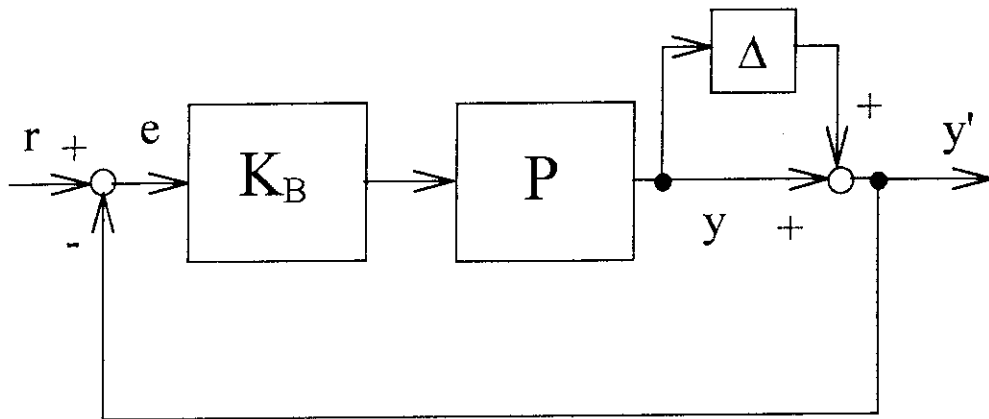


Fig. 2.2 Block diagram of control system with plant uncertainty

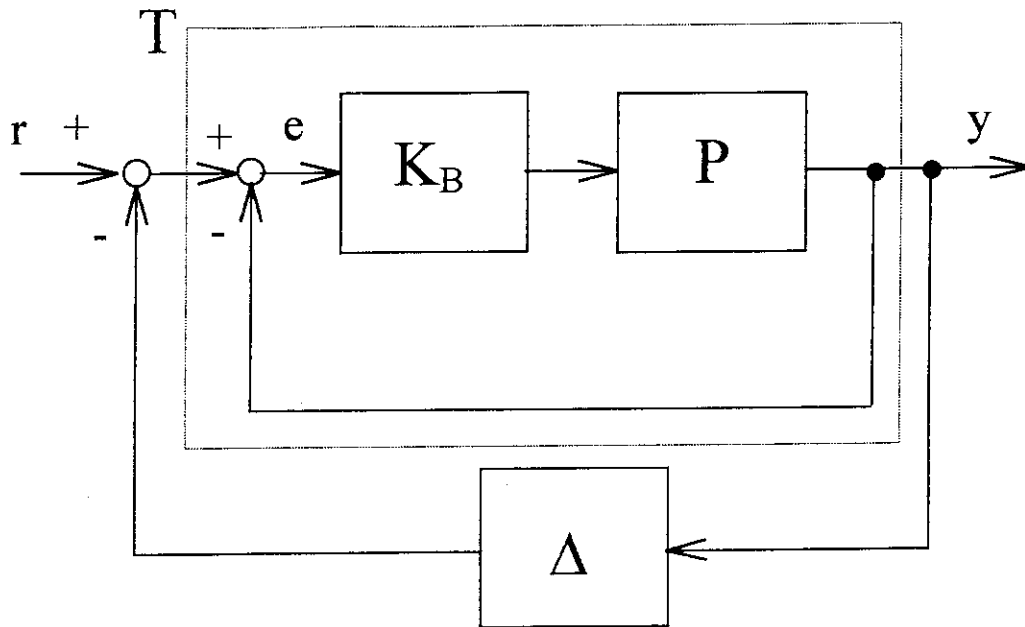


Fig. 2.3 Arrangement of Fig. 2.2

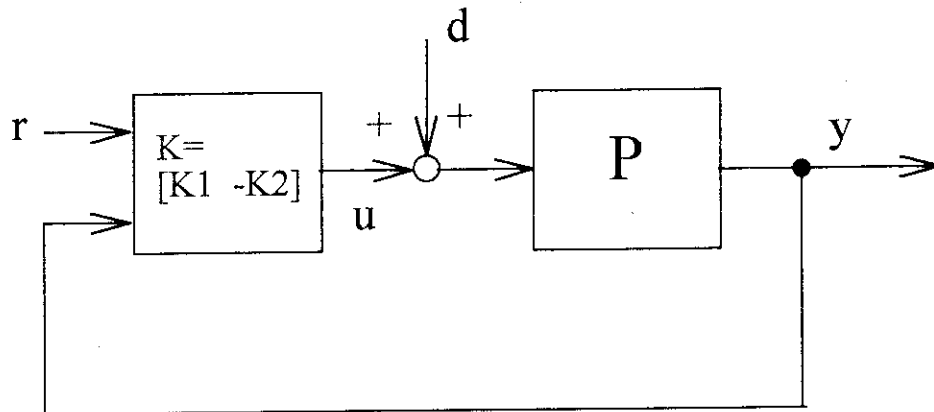


Fig. 2.4 Block diagram of 2 DOF control system

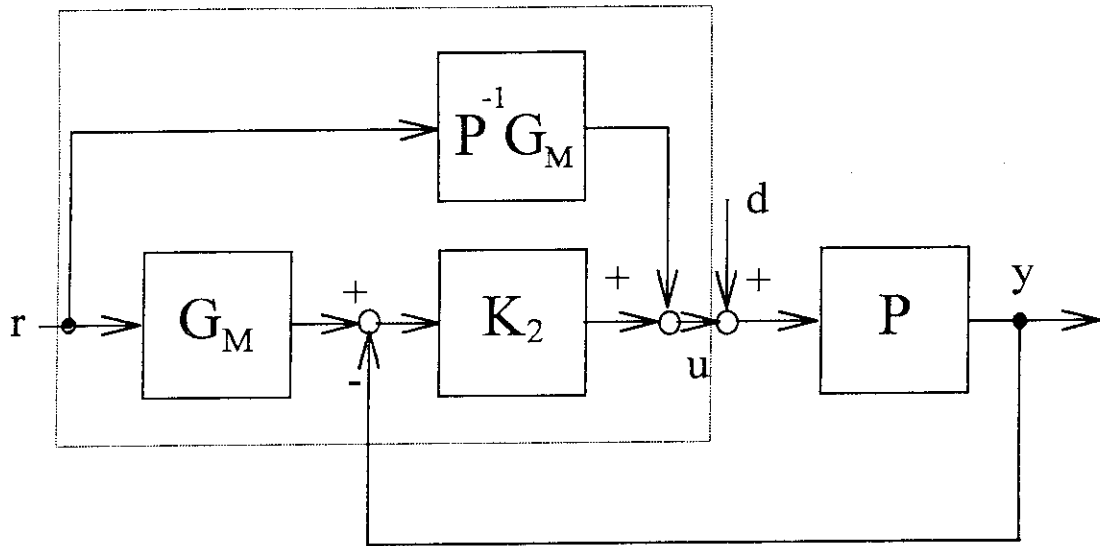


Fig. 2.5 Block diagram of 2 DOF control system by model matching

3. H^∞ 最適化によるフィードバック制御要素の設計 [5][6]

3. 1 H^∞ ノルム最小化による制御系設計問題と一般化プラント表現

感度関数を小さくするようなコントローラを設計する問題は、感度低減問題とよばれており、次式の不等式を満たすようなコントローラを設計する。

$$|S(j\omega)| < \frac{1}{|W_S(j\omega)|} \quad (3. 1)$$

上式は H^∞ ノルムを用いて、次式を実現するコントローラを設計する問題として定式化される。

$$\|W_S(s)S(s)\|_\infty < 1 \quad (3. 2)$$

ここで、 $W_S(j\omega)$ は設計の際に与える重み関数であり、低周波領域で $|S(j\omega)|$ が小さな値となるように選ばれる。すなわち、 $W_S(j\omega)$ としては低域通過型に選ばれる。

ロバスト安定化問題は次式を満たすようなコントローラを設計する問題として定式化される。

$$\|W_T(s)T(s)\|_\infty < 1 \quad (3. 3)$$

前述したように、 $W_T(j\omega)$ は高域通過型に選ばれる。この選択は高域におけるモデル化の不確かさが大きいことから妥当である。

次に上述した H^∞ ノルムで定式化された制御系設計問題を系統的に解くための道具立てである、一般化プラント表現について説明する。Fig. 3.1のような、2入力2出力のプラント $G(s)$ を考える。Fig. 3.1において、 $K_B(s)$ はコントローラ、 w は外部入力、 u は操作量、 z は制御量、そして y は観測出力である。このプラント表現は一般化プラント表現とよばれる。一般化プラントの入出力関係は次式で表現される。

$$z = G_{11}w + G_{12}u \quad (3. 4)$$

$$y = G_{21}w + G_{22}u \quad (3. 5)$$

$$u = K_B y \quad (3. 6)$$

ここに、 $z \in \mathbb{R}^{p_1}, y \in \mathbb{R}^{p_2}, w \in \mathbb{R}^{m_1}, u \in \mathbb{R}^{m_2}, x \in \mathbb{R}^n$ とする。

(3. 5), (3. 6) より

$$y = (I - G_{22}K_B)^{-1}G_{21}w$$

(3. 6) を (3. 4) へ代入し、上式を用いれば

$$z = \Phi w \quad \text{ここで} \quad \Phi = G_{11} + G_{12}K_B(I - G_{22}K_B)^{-1}G_{21} \quad (3. 7)$$

通常、 H^∞ 制御問題は、 Φ の H^∞ ノルムを最小化する問題として定式化される。すなわち、 $\|\Phi\|_\infty < \gamma$ を満たす $K_B(s)$ を求める問題となる。なお、一般化プラントの状態空間表現は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= Ax + B_1w + B_2u \\ z &= C_1x + D_{11}w + D_{12}u \\ y &= C_2x + D_{21}w \end{aligned} \quad (3. 8)$$

このとき制御対象の伝達関数は厳密にプロパであると仮定している ($D_{22} = 0$)。この状態空間表現とFig. 3.1の伝達関数表現 $G_{ij}(s)$ の間には次式の関係がある。

$$G_{ij}(s) = D_{ij} + C_i(sI - A)^{-1}B_j \quad (3. 9)$$

一般化プラント表現に基づけば、前節の感度低減問題やロバスト安定化問題は次のようになる。まず、感度低減問題の場合最小化すべき関数は

$$\Phi = W_S S = W_S(I + PK_B)^{-1} = W_S[I - PK_B(I + PK_B)^{-1}] \quad (3. 10)$$

これを(3. 7)式と比較すれば、

$$G_{11} = W_S, G_{12} = -W_S P, G_{21} = I, G_{22} = -P \quad (3. 11)$$

すなわち、上式で表現される一般化プラントに対して H^∞ 制御問題を解けば、 H^∞ ノルムの意味で感度低減問題を満たすコントローラが得られる。

次にロバスト安定化問題では

$$\Phi = W_T(I + PK_B)^{-1}PK_B = W_TPK_B(I + PK_B)^{-1} \quad (3.12)$$

これを (3.7) 式と比較すれば

$$G_{11} = 0, G_{12} = W_T P, G_{21} = I, G_{22} = -P \quad (3.13)$$

感度低減問題とロバスト安定化問題を同時に扱う問題として、混合感度問題がある。このとき、最小化すべき関数 Φ は次式で与える。

$$\Phi = \begin{bmatrix} W_S S \\ W_T T \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

一般化プラントの要素は先の2つの問題の結果より次式のようになる。

$$G_{11} = \begin{bmatrix} W_S \\ 0 \end{bmatrix}, G_{12} = \begin{bmatrix} -W_S P \\ W_T P \end{bmatrix}, G_{21} = I, G_{22} = -P \quad (3.15)$$

例えば、混合感度問題を解いて制御器を設計する場合には、先ず (3.15) 式により一般化プラントの要素を構成し、次いで (3.9) 式の関係を満たす状態方程式の係数行列を求めて (3.8) 式の表現を得る。そして次節で述べるアルゴリズムにより $\|\Phi\|_{\infty} < \gamma$ を満たす $K_B(s)$ を求める。一般化プラントの利点は (3.8) 式の表現に達成すべき制御系フィードバック特性仕様を含ませ、系統的に制御器の設計を行える点にある。

3.2 Glover-Doyleの解法による H^{∞} 制御器設計[3]

(3.8) 式の状態空間による一般化プラント表現が得られれば、次に行うべき作業は与えられた γ に対して、 $\|\Phi\|_{\infty} < \gamma$ を満たす制御器 $K_B(s)$ を求めることである。Glover-Doyleアルゴリズムはそのための解法のひとつであり、その特徴は状態空間表現を用いる点にある。この節では、このアルゴリズムにより制御器がどのような手順で求められるかを説明する。なお、文献[4]の制御系設計CADを用いれば、(3.8) 式一般化プラントの状態空間表現を与えさえすれば、制御器が以下で述べるアルゴリズムにより自動的に設計される。

Glover-Doyle法を用いるためには (3.8) 式において次の5つの条件が成

立する必要がある。これらの条件を満たす場合、 H^∞ 標準制御問題とよばれる。

CD1: (A, B_2) が可制御、 (C_2, A) が可観測。

CD2: $\text{rank}(D_{12}) = m_2$ ($D_{12}(p_1 \times m_2)$ が列フルランク)

CD3: $\text{rank}(D_{21}) = p_2$ ($D_{21}(p_2 \times m_1)$ が行フルランク)

$$\text{CD4: } \text{rank} \begin{bmatrix} A - j\omega I & B_2 \\ C_1 & D_{12} \end{bmatrix} = n + m_2, \forall \omega \quad (\text{列フルランク})$$

$$\text{CD5: } \text{rank} \begin{bmatrix} A - j\omega I & B_1 \\ C_2 & D_{21} \end{bmatrix} = n + p_2, \forall \omega \quad (\text{行フルランク})$$

文献[4]の制御系設計CADには、この解法で H^∞ 制御器を設計するための関数が用意されている。以下では、この関数で行われる計算の手順をまとめる。

まず、次式の標記法を導入する。

$$D_{1*} = [D_{11} \ D_{12}], \quad D_{*1} = [D_{11}^T \ D_{21}^T]^T \quad (3.16)$$

さらに、次の行列を定義する。

$$R = D_{1*}^T D_{1*} - \begin{bmatrix} \gamma^2 I_{m_1} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{R} = D_{*1}^T D_{*1} - \begin{bmatrix} \gamma^2 I_{p_1} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

そして、次の2つのRiccati方程式を解き、 X_∞ と Y_∞ をそれぞれ求める。

$$\begin{aligned} X_\infty(A - BR^{-1}D_{1*}^T C_1) + (A - BR^{-1}D_{1*}^T C_1)^T X_\infty \\ - X_\infty B R^{-1} B^T X_\infty + C_1^T (I - D_{1*} R^{-1} D_{1*}^T) C_1 = 0 \end{aligned} \quad (3.18)$$

$$\begin{aligned} Y_\infty(A - B_1 \tilde{R}^{-1} \tilde{R}^{-1} C)^T + (A - B_1 \tilde{R}^{-1} \tilde{R}^{-1} C) Y_\infty \\ - Y_\infty C^T \tilde{R}^{-1} C Y_\infty + B_1 (I - D_{*1}^T \tilde{R}^{-1} D_{*1}) B_1^T = 0 \end{aligned} \quad (3.19)$$

X_∞ と Y_∞ を用いて次の行列を定義する。

$$F = \begin{bmatrix} F_{11}^T & F_{12}^T & F_2^T \end{bmatrix}^T = -R^{-1} (D_{1*}^T C_1 + B^T X_\infty) \quad \text{where } B = \begin{bmatrix} B_1 & B_2 \end{bmatrix}$$

$$H = [H_{11} \quad H_{12} \quad H_2] = -(B_1 D_{*1}^T + Y_\infty C^T) \tilde{R}^{-1} \quad \text{where} \quad C = [C_1^T \quad C_2^T]^T$$

$$Z = (I - \gamma^{-2} Y_\infty X_\infty)^{-1} \quad (3.20)$$

ここで、各ブロック F_{11}, F_{12}, F_2 の行数は $m_1 - p_2, p_2, m_2$ であり、 H_{11}, H_{12}, H_2 の列数は $p_1 - m_2, m_2, p_2$ である。 D_{11} の行を $(p_1 - m_2, m_2)$ 行、列を $(m_1 - p_2, p_2)$ 列の 4 つのブロックに分割して表現する。

$$D_{11} = \begin{bmatrix} D_{1111} & D_{1112} \\ D_{1121} & D_{1122} \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

設計すべき H^∞ 最適化フィードバック制御器 $K_B(s)$ は次式で求められる。

$$K_B(s) = \hat{D}_{11} + \hat{C}_1 (sI - \hat{A})^{-1} \hat{B}_1 \quad (3.22)$$

ただし

$$\begin{aligned} \hat{D}_{11} &= -D_{1121} D_{1111}^T (\gamma^2 I - D_{1111} D_{1111}^T)^{-1} D_{1112} - D_{1122} \\ \hat{D}_{12} \hat{D}_{12}^T &= I - D_{1121}^T (\gamma^2 I - D_{1111} D_{1111}^T)^{-1} D_{1121} \\ \hat{D}_{21}^T \hat{D}_{21} &= I - D_{1112}^T (\gamma^2 I - D_{1111} D_{1111}^T)^{-1} D_{1112} \\ \hat{C}_2 &= -\hat{D}_{21} (C_2 + F_{12}) Z \\ \hat{C}_1 &= F_2 Z + \hat{D}_{11} \hat{D}_{21}^{-1} \hat{C}_2 \\ \hat{B}_2 &= (B_2 + H_{12}) \hat{D}_{12} \\ \hat{B}_1 &= -H_2 + \hat{B}_2 \hat{D}_{12}^{-1} \hat{D}_{11} \\ \hat{A} &= A + HC + \hat{B}_2 \hat{D}_{12}^{-1} \hat{C}_1 \end{aligned}$$

(3.22) 式から Glover-Doyle 法により設計される H^∞ 制御器の次数は一般化プラントの次数に等しいことがわかる。

コメントとして Glover-Doyle のアルゴリズムにより感度低減問題を解く場合に注意すべきことを述べる。この問題においては、 $G_{12} = -W_s P$ である。このとき、プラント伝達関数 P はプロパーであり、さらに先に述べたように重み関数 W_s は低域通過特性をもつように選択するので、これは厳密にプロパーとなる。したがって、この場合一般化プラントの要素 G_{12} は厳密にプロパーとなり、これを状態空間表現したとき、 $D_{12} = 0$ となり可解性のための条件 CD2 が満たされない。これを避けるため、感度低減問題を解く場合は小さな定数 ε を用いて、一般化プラントを次式で与える。

$$G_{11} = \begin{bmatrix} W_S \\ 0 \end{bmatrix}, G_{12} = \begin{bmatrix} -W_S P \\ \varepsilon I \end{bmatrix}, G_{21} = I, G_{22} = -P \quad (3.23)$$

3.3 混合感度問題に対する一般化プラントの状態空間表現

混合感度問題における一般化プラントの要素は(3.15)式で与えられることは3.2節で述べた。この節では混合感度問題に対する一般化プラントのブロック線図と状態空間表現について説明する。

感度関数 S が目標値 r から偏差 e への伝達関数 G_{re} に等しく、 W_S はその重み関数であること、及び相補感度関数 T が目標値 r から出力 y への伝達関数 G_{ry} に等しく、 W_T はその重み関数であることに着目すれば、混合感度問題に対するブロック線図はFig. 3.2のようになる。この図において $r=w$ とし、Fig. 3.1の型に変形するとFig. 3.3が得られる。Fig. 3.3から求められる一般化プラントの要素が(3.15)式と等しくなることは容易に確認できる。ただし、要素 G_{11}, G_{21} を算出する際には $u=0$ とし、要素 G_{12}, G_{22} の算出においては $w=0$ とする。

次に(3.15)式の状態空間表現を導出する。制御対象 P および重み関数 W_S の状態空間表現が次式で与えられるものとする。

$$W_S : \begin{cases} \dot{x}_S = A_S x_S + B_S u_S \\ y_S = C_S x_S + D_S u_S \end{cases} \quad P : \begin{cases} \dot{x}_P = A_P x_P + B_P u \\ y = C_P x_P \end{cases} \quad (3.24)$$

上式において、 $u_S (= y_S) = C_P x_P$ として2組の式をまとめて表現すれば、 $W_S P$ の状態空間表現が得られる。

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_P \\ \dot{x}_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_P & 0 \\ B_S C_P & A_S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_P \\ x_S \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_P \\ 0 \end{bmatrix} u, \quad y_S = \begin{bmatrix} D_S C_P & C_S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_P \\ x_S \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

$W_T P$ の状態空間表現が次式で与えられるものとする。ただし、重み関数 W_T は制御対象伝達関数 P の相対次数に等しい(分子)多項式が選ばれているとする。

$$W_T P : \begin{cases} \dot{x}_P = A_P x_P + B_P u \\ y_T = C_T x_P + D_T u \end{cases} \quad (3.26)$$

状態方程式を (3. 25) の第1式で代表させれば、(3. 26) の出力方程式は次式となる。

$$y_T = \begin{bmatrix} C_T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_P \\ x_S \end{bmatrix} + D_T u \quad (3. 27)$$

$z_1 = -y_S, z_2 = y_T$ となることを考慮して (3. 25) の第2式と (3. 27) 式をまとめれば、

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -D_S C_P & -C_S \\ C_T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_P \\ x_S \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ D_T \end{bmatrix} u \quad (3. 28)$$

したがって、一般化プラントの要素 G_{12} の状態空間表現は (3. 25) の第1式および (3. 28) 式となる。

G_{11} の状態空間表現は次式で与えられる。

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_P \\ \dot{x}_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_P & 0 \\ B_S C_P & A_S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_P \\ x_S \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -B_S \end{bmatrix} w \quad (3. 29)$$

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -D_S C_P & -C_S \\ C_T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_P \\ x_S \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_S \\ 0 \end{bmatrix} w$$

上式において、 $x_P = 0$ となることに注意する。

G_{22} の状態空間表現は次式である。状態方程式は (3. 25) の第1式と同一であるので出力方程式のみ記す。

$$y = \begin{bmatrix} -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_P \\ x_S \end{bmatrix} \quad (3. 30)$$

G_{21} の状態空間表現は次式である。状態方程式は (3. 29) の第1式と同一であるので出力方程式のみ記す。

$$y = \begin{bmatrix} -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_P \\ x_S \end{bmatrix} + I w \quad (3. 31)$$

上式において $x_p = 0$ であることに注意する。

以上のことをまとめると混合感度問題の場合の一般化プラントの状態空間表現は次式となる。

$$G = C(sI - A)^{-1}B + D \quad (3.32)$$

ここに

$$A = \begin{bmatrix} A_p & 0 \\ B_s C_p & A_s \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & B_p \\ -B_s & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -D_s C_p & -C_s \\ C_T & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} D_s & 0 \\ 0 & D_T \\ I & 0 \end{bmatrix}$$

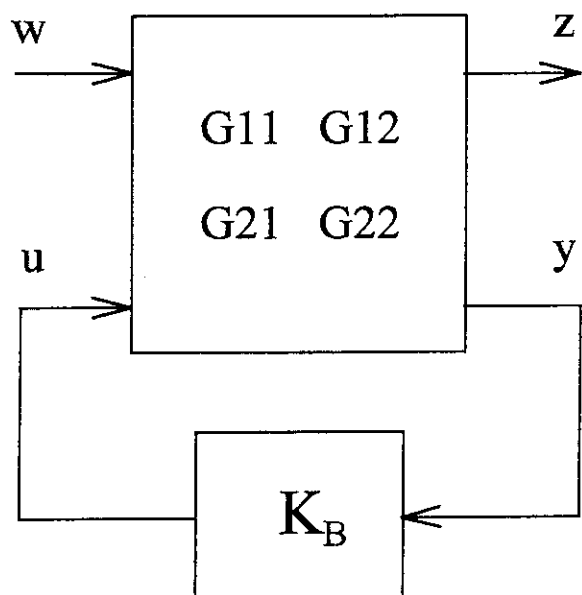


Fig. 3.1 Block diagram of generalized plant for H^∞ controller design

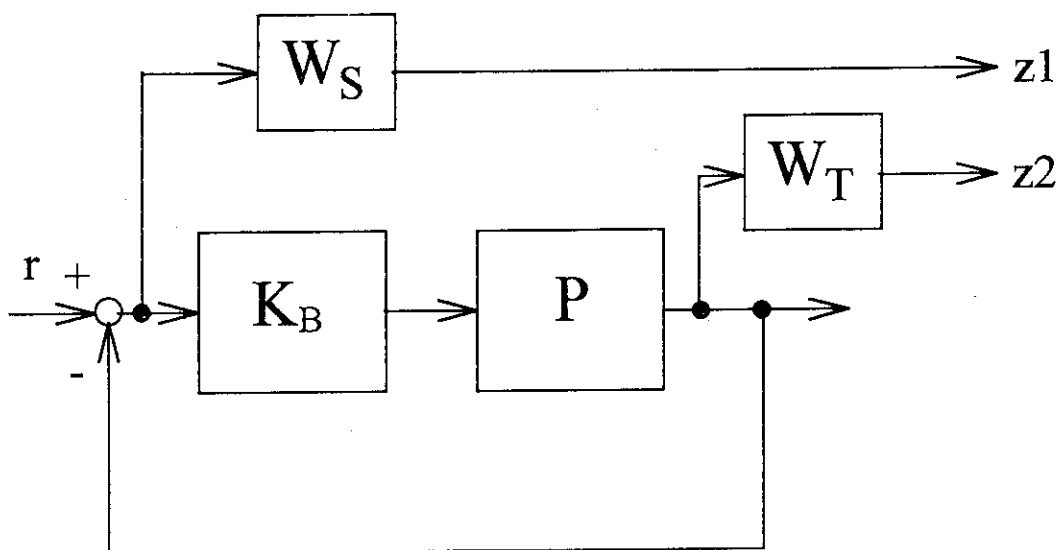


Fig. 3.2 Configuration of mixed sensitivity problem

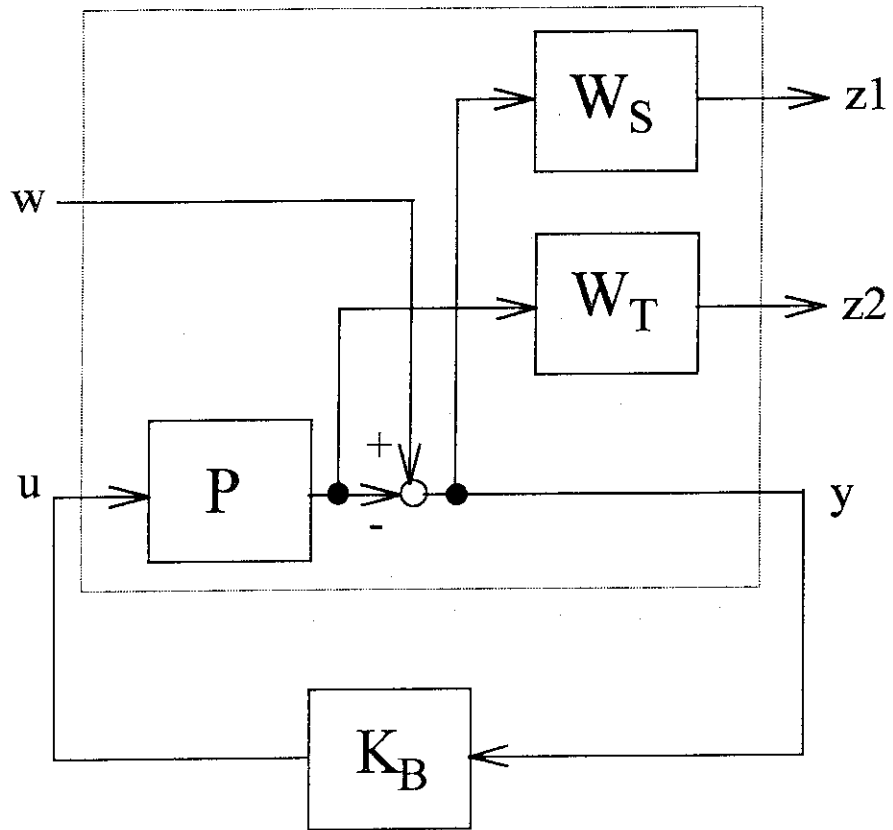


Fig. 3.3 Arrangement of Fig. 3.2

4. 制御系設計のための原子炉モデル

4. 1 March-Leubaの原子炉出力モデル

遅発中性子先行核 1 組近似の一点炉核特性は次式である。

$$\frac{dN(t)}{dt} = \frac{\rho(t) - \beta}{\Lambda} N(t) + \lambda C(t) \quad (4. 1)$$

$$\frac{dC(t)}{dt} = \frac{\beta}{\Lambda} N(t) - \lambda C(t) \quad (4. 2)$$

上式における変数は次の通りである。

N : 中性子密度, C : 遅発中性子先行核密度, ρ : 反応度,
 λ : 遅発中性子先行核の崩壊定数, β : 遅発中性子の割合,
 Λ : 中性子生成時間

平衡点での中性子密度で正規化した偏差表現による核特性は次式である。

$$\frac{dn(t)}{dt} = \frac{\rho(t) - \beta}{\Lambda} n(t) + \lambda c(t) + \frac{\rho(t)}{\Lambda} \quad (4. 3)$$

$$\frac{dc(t)}{dt} = \frac{\beta}{\Lambda} n(t) - \lambda c(t) \quad (4. 4)$$

ただし、 $n(t) = \frac{N(t) - N_0}{N_0}$, $c(t) = \frac{C(t) - C_0}{N_0}$ である。

正規化された中性子密度偏差 $n(t)$ と炉内温度の関係を次式で表現する。

$$\frac{dT(t)}{dt} = a_1 n(t) - a_2 T(t) \quad (4. 5)$$

ここで $T(t)$ は平衡点での温度との偏差を N_0 で正規化したものである。正規化された温度偏差 $T(t)$ とボイド反応度 $\rho_\alpha(t)$ の関係を次のような 2 階の微分方程式で表現する。

$$\frac{d^2 \rho_\alpha(t)}{dt^2} + a_3 \frac{d\rho_\alpha(t)}{dt} + a_4 \rho_\alpha(t) = \kappa k_0 T(t) \quad (4. 6)$$

このボイド反応度表現はBWRの不安定振動解析のためのモデルとしてMarch-Leubaらが与えたものである。全反応度 $\rho(t)$ は次式で与えられる。

$$\rho(t) = \rho_a(t) + DT(t) + \rho_c(t) \quad (4.7)$$

上式でDは温度フィードバック定数、 ρ_c は制御棒により印加される反応度である。なお、一般に(4.3) - (4.7)式を総称してMarch-Leubaモデルとよばれることが多い。

March-LeubaらはVermont Yankee炉についてモデルの係数を与えている[10]。これをTable 4.1に示す。

Table 4.1 Model Parameter for Vermont Yankee Reactor

Parameter	Value	[unit]
a_1	25.04	$[K \cdot s^{-1}]$
a_2	0.23	$[s^{-1}]$
a_3	2.25	$[s^{-1}]$
a_4	6.82	$[s^{-2}]$
k_0	-3.70×10^{-3}	$[K^{-1} \cdot s^{-2}]$
D	-2.52×10^{-5}	$[K^{-1}]$
β	0.0056	
Λ	4.00×10^{-5}	$[s^{-1}]$
λ	0.08	$[s^{-1}]$

次にMarch-Leubaモデルにおいて、制御棒により反応度を印加したとき中性子密度がどのような応答をするかを調べる。そのために常微分方程式の解法を行いやすくするために系を1階の連立微分方程式で表現する。そこで(4.6)式において新たに次の変数を導入する。

$$\xi(t) = \frac{d\rho_a(t)}{dt} \quad (4.6a)$$

すると、(4.6)式は次のようになる。

$$\frac{d\xi(t)}{dt} = \kappa k_0 T(t) - a_4 \rho_\alpha(t) - a_3 \xi(t) \quad (4.6b)$$

次に (4.3) 式に (4.7) を代入すれば

$$\begin{aligned} \frac{dn(t)}{dt} = & -\frac{\beta}{\Lambda} n(t) + \lambda c(t) + \frac{D}{\Lambda} [1+n(t)] T(t) + \frac{1}{\Lambda} [1+n(t)] \rho_\alpha(t) \\ & + \frac{1}{\Lambda} [1+n(t)] \rho_c(t) \quad (4.3a) \end{aligned}$$

(4.3a) (4.4) (4.5) (4.6a) (4.6b) を行列形式で記述すれば、

$$\frac{dx_0(t)}{dt} = A_0[n(t)]x(t) + b_0[n(t)]\rho_c(t) \quad (4.8)$$

ここで、

$$x_0(t) = [n(t) \quad c(t) \quad T(t) \quad \rho_\alpha(t) \quad \xi(t)]^T,$$

$$A_0[n(t)] = \begin{bmatrix} -\frac{\beta}{\Lambda} & \lambda & \frac{D}{\Lambda}[1+n(t)] & \frac{1}{\Lambda}[1+n(t)] & 0 \\ \frac{\beta}{\Lambda} & -\lambda & 0 & 0 & 0 \\ a_1 & 0 & -a_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \kappa k_0 & -a_4 & -a_3 \end{bmatrix}$$

$$b_0[n(t)] = \left[\frac{1+n(t)}{\Lambda} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \right]^T$$

(4.8) 式のような系の表現は状態方程式表現とよばれ制御系設計においても有用である。ベクトル $x_0(t)$ は状態変数とよばれる。(4.8) の1階連立微分方程式を解けば中性子密度の応答を知ることができる。このモデルの特性を知るため、ステップ状10 [cent]の反応度をMarch-Leubaモデルに入力した場合の応答を(4.8)式により計算した。ポイドフィードバックパラメータ κ を0.7、1.0、1.5としたときの、 $n(t)$ のついての計算結果をFig. 4.1、Fig. 4.2、Fig. 4.3にそれぞれ示す。制御系設計は $\kappa=0.7$ の場合について行う。 $\kappa=10$ は

制御対象自体が安定から不安定に移行する境界である。ロバスト性に関する制御系特性の評価は、制御対象が変動して $\kappa = 1.5$ になった場合について行う。

4. 2 制御棒駆動特性を含めた制御系設計モデル

次に中性子密度を出力としたときの出力制御問題を考える。出力制御とは、反応度外乱が入った場合にその外乱の出力への影響を極力抑える外乱除去問題および出力値変更の要求に対して速やかに出力値を変化させる目標値応答問題のことを言う。そのために制御棒による反応度制御を行うわけであるが、制御棒駆動機構の特性により入れたい反応度と実際に入る反応度の間には遅れを伴う。この遅れ特性を1次遅れで近似する。すなわち、希望する入力反応度（指令値） $u(t)$ と実際に印加される反応度 $\rho_c(t)$ の間には次式の関係があるものとする。

$$\rho_c(t) = G_R(s)u(t) \quad \text{where} \quad G_R(s) = \frac{1}{1 + \tau_R s} \quad (4.9)$$

(4.9) 式の関係を変分方程式で表現すれば

$$\frac{d\rho_c(t)}{dt} = -\frac{1}{\tau_R}\rho_c(t) + \frac{1}{\tau_R}u(t) \quad (4.10)$$

(4.8) (4.10) をまとめて表現すれば

$$\frac{dx_P(t)}{dt} = A_P[n(t)]x_P(t) + b_P u(t) \quad (4.11)$$

ここで、

$$x_P(t) = \begin{bmatrix} x_0^T(t) & \rho_c(t) \end{bmatrix}^T$$

$$A_P[n(t)] = \begin{bmatrix} A_0[n(t)] & b_0[n(t)] \\ 0_{1 \times 5} & -\frac{1}{\tau_R} \end{bmatrix}, \quad b_P = \begin{bmatrix} 0_{5 \times 1} \\ 1 \\ \tau_R \end{bmatrix}$$

平衡点の近傍での特性を表現する場合には係数行列 $A_p[n(t)]$ の中にある $n(t)$ は 0 としてよいので次のような線形の状態方程式が得られる。

$$\frac{dx_p(t)}{dt} = A_p x_p(t) + b_p u(t) \quad (4.12)$$

ここで、

$$A_p = \begin{bmatrix} -\frac{\beta}{\Lambda} & \lambda & \frac{D}{\Lambda} & \frac{1}{\Lambda} & 0 & \frac{1}{\Lambda} \\ \frac{\beta}{\Lambda} & -\lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_1 & 0 & -a_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \kappa k_0 & -a_4 & -a_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_R} \end{bmatrix}$$

系の出力を中性子密度としたときの出力方程式は状態変数を使って次のように表現される。

$$y(t) = c_p x_p(t) \quad \text{where} \quad c_p = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \quad (4.13)$$

(4.12) (4.13) 式は反応度指令値 $u(t)$ と中性子出力 $n(t)$ の入出力特性を表現している。これに対応する伝達関数 $G(s)$ は次式で計算される。

$$P(s) = c_p (sI - A_p)^{-1} b_p \quad (4.14)$$

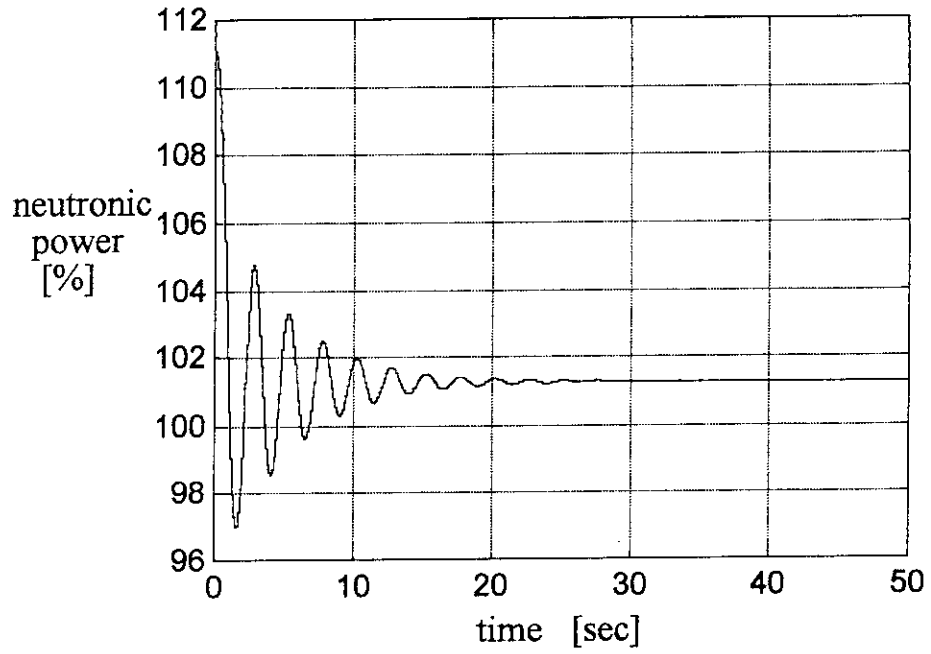


Fig. 4.1 Step response of March-Leuba model
(reactivity 10[cent], $\kappa = 0.7$)

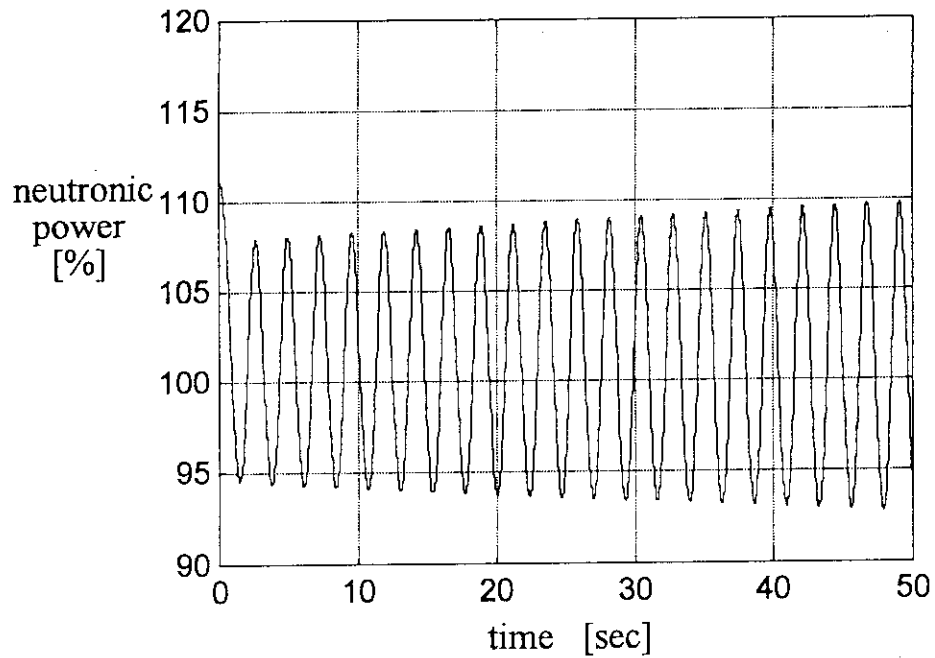


Fig. 4.2 Step response of March-Leuba model
(reactivity 10[cent], $\kappa = 1.0$)

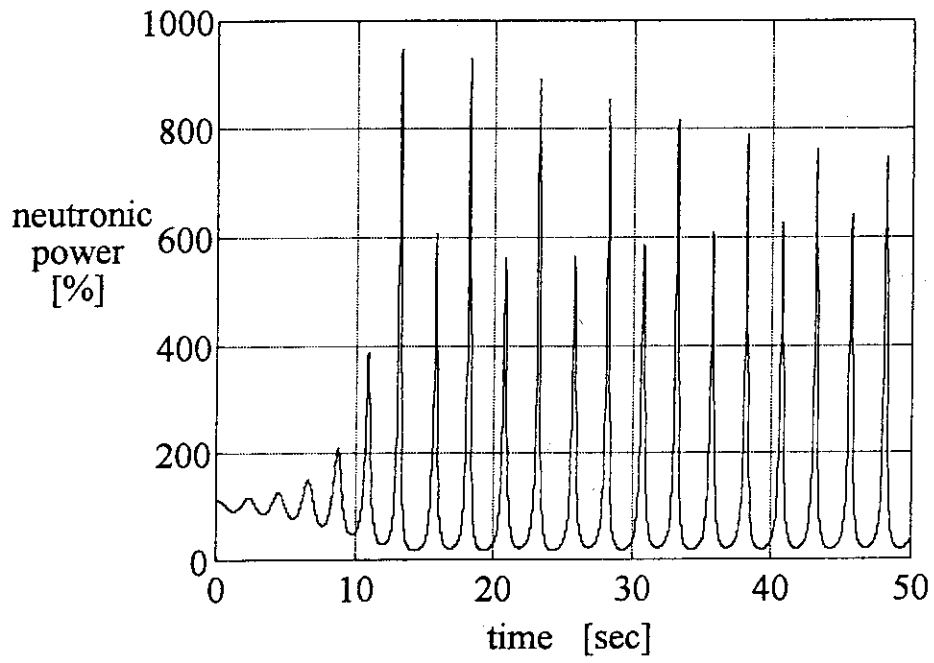


Fig. 4.3 Step response of March-Leuba model
(reactivity 10[cent], $\kappa = 1.5$)

5. 2自由度制御器の設計

5. 1 フィードバック要素の設計

制御器設計のための制御対象のノミナルモデルとして、March-Leubaモデルのボイドフィードバックパラメータを $\kappa=0.7$ とする。また、制御棒駆動特性の時定数を $\tau_R=1.0$ とする。このときの制御対象の伝達関数は(4. 14)式により次のように計算される。

$$P(s) = \frac{2.500 \times 10^4 s^4 + 6.400 \times 10^4 s^3 + 1.884 \times 10^5 s^2 + 5.389 \times 10^4 s + 3.137 \times 10^3}{s^6 + 1.436 \times 10^2 s^5 + 5.131 \times 10^2 s^4 + 1.437 \times 10^3 s^3 + 3.018 \times 10^3 s^2 + 2.090 \times 10^3 s + 1.383 \times 10^2} \quad (5. 1)$$

上式のボーデ線図をFig. 5. 1に示す。ゲインのピークは2. 4[rad/sec]付近にある。この周波数がボイドフィードバックによる振動周波数に相当する。

(5. 1)式の線形化された制御対象に対してフィードバック制御要素を設計する。設計は混合感度問題を解くことにより行う。そのための重み関数を次式で与える。

$$W_S(s) = \gamma \frac{\omega_s}{s + \omega_s} \quad (\gamma = 400, \omega_s = 0.0025) \quad (5. 2)$$

$$W_T(s) = K_T \frac{s + \omega_{T1}}{\omega_{T1}} \frac{s + \omega_{T2}}{\omega_{T2}} \quad (K_T = 10^{-4}, \omega_{T1} = 1, \omega_{T2} = 10)$$

$W_S(s)$ は0. 0025[rad/sec]にカットオフ周波数をもつ低域通過型、 $W_T(s)$ は1[rad/sec]および10[rad/sec]にカットオフ周波数をもつ高域通過型特性である。 $W_T(s)$ はGlover-Doyle解法における仮定CD2を満たすようにするため、 $W_T(s)P(s)$ の相対次数(伝達関数の分子の次数の差)がゼロとなるように選ぶ。3章で述べたアルゴリズムによりフィードバック制御器 $K_B(s)$ が得られる。

$$K_B(s) = \frac{4.00s^6 + 5.75 \times 10^2 s^5 + 2.05 \times 10^3 s^4 + 5.75 \times 10^3 s^3 + 1.21 \times 10^4 s^2 + 8.37 \times 10^3 s + 5.54 \times 10^2}{s^7 + 9.61 \times 10s^6 + 4.58 \times 10^3 s^5 + 1.18 \times 10^4 s^4 + 3.28 \times 10^4 s^3 + 9.42 \times 10^3 s^2 + 5.66 \times 10^2 s + 1.36} \quad (5. 3)$$

設計されたフィードバック制御器の次数は一般化プラントの次数の7次である。Fig. 5. 2に設計されたフィードバック制御器により達成される感度関数と相補

感度関数および重み関数を示す。設計のために与えた重み関数により低周波領域で感度関数 $S(s)$ を小さく、相補感度関数 $T(s)$ を高周波領域で小さくするという仕様が満たされている。Fig. 5.3に一巡伝達関数 $L(s)=K_B(s)P(s)$ を示す。これよりフィードバック系のゲイン余裕は12.1[dB]、位相余裕は60.6[deg]であることがわかる。

なお、2自由度制御系の場合、フィードバック要素は $K_2(s)$ と記すので $K_2(s)=K_B(s)$ である。

5. 2 フィードフォワード要素の設計

次にフィードフォワード要素をモデルマッチング法により設計する。目標値応答特性を指定するための規範モデルとして標準2次系を採用する。すなわち、

$$G_M(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (\zeta = 0.8, \omega_n = 20) \quad (5. 4)$$

目標値応答にオーバーシュートを生じないようにするため、減衰率 ζ を0.8に選んだ。また、0.2[sec]で定常値に落ち着くようにするため、固有角周波数 ω_n を20[rad/sec]に選んだ。このとき、フィードフォワード要素 $K_1(s)$ は(2. 21)式により計算される。設計される $K_1(s)$ の次数が高いため、係数のみを降べき順に記す。分子、分母多項式の次数はどちらも13次である。

$K_1(\text{分子}) = [$

4. 0000e+002 9. 5884e+004 7. 5567e+006 3. 2781e+008 7. 5358e+009
4. 2612e+010 1. 7316e+011 4. 7414e+011 9. 2664e+011 1. 2965e+012
9. 2265e+011 2. 3822e+011 2. 2467e+010 6. 9492e+008]

$K_1(\text{分母}) = [$

2. 5000e+004 3. 2677e+006 2. 0970e+008 5. 4565e+009 7. 0128e+010
3. 2539e+011 1. 1387e+012 2. 1653e+012 3. 0989e+012 1. 4706e+012
2. 8902e+011 2. 4199e+010 7. 4029e+008 1. 7039e+006]

(5. 5)

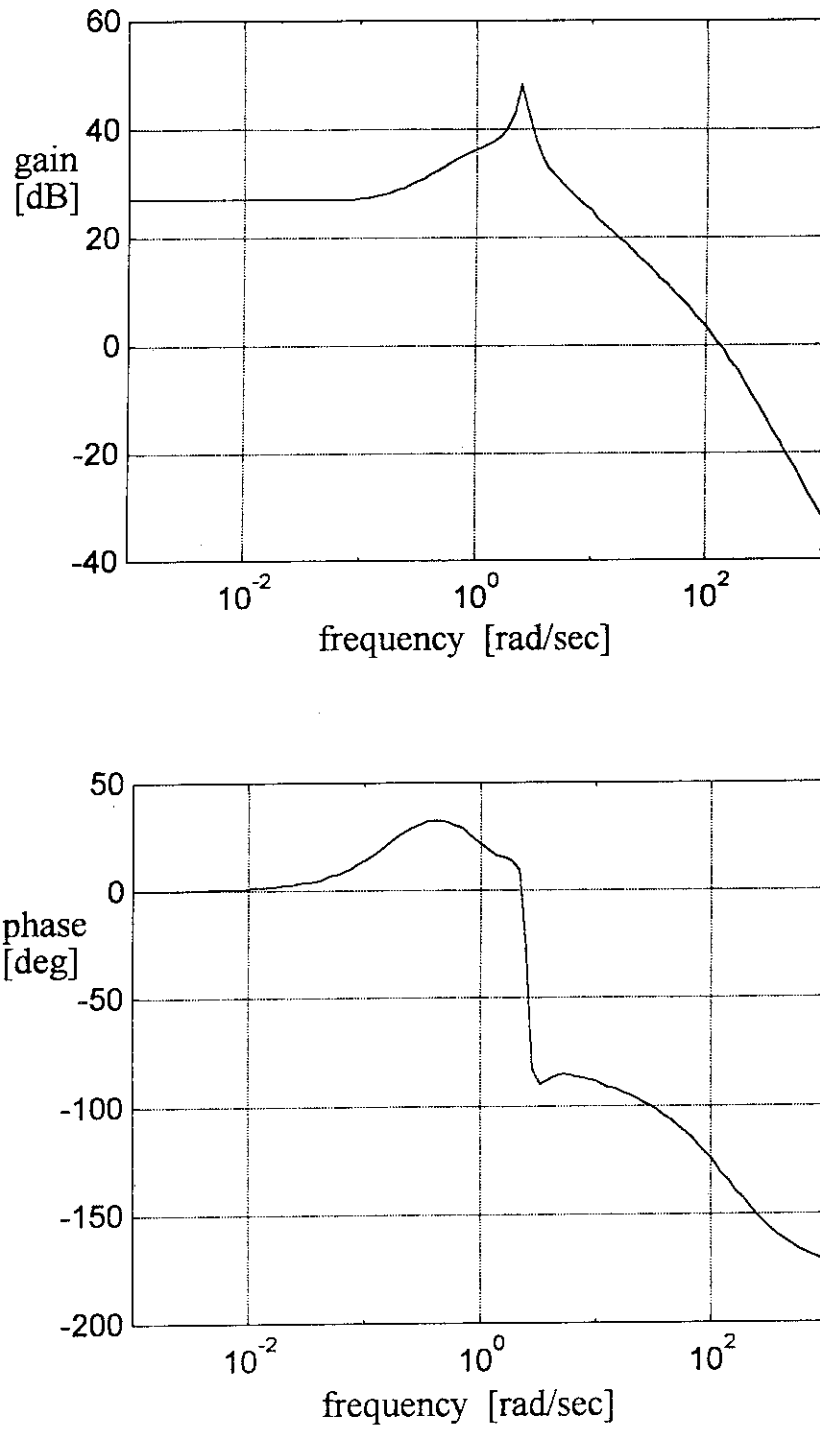


Fig. 5.1 Bode plot of transfer function of plant

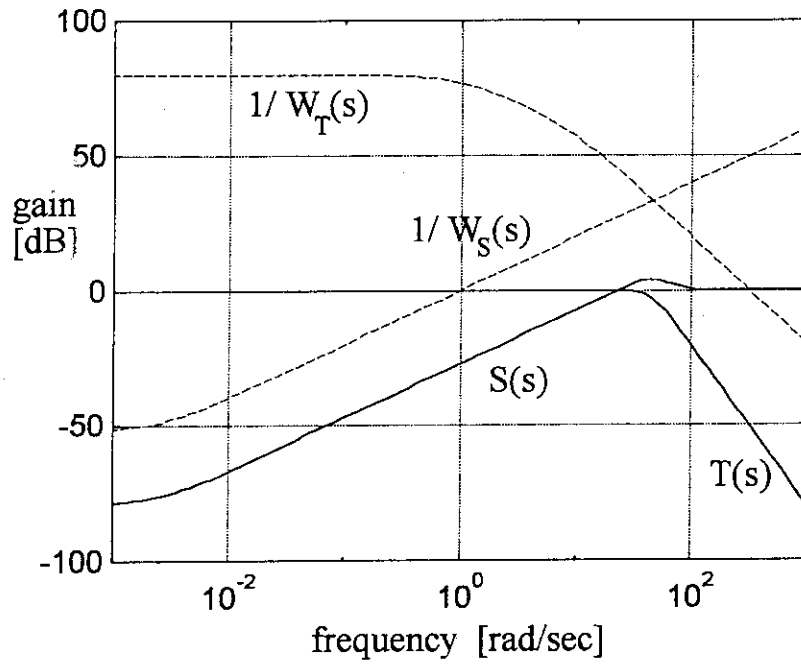


Fig. 5.2 Bode plot of sensitivity and complementary sensitivity function of control system

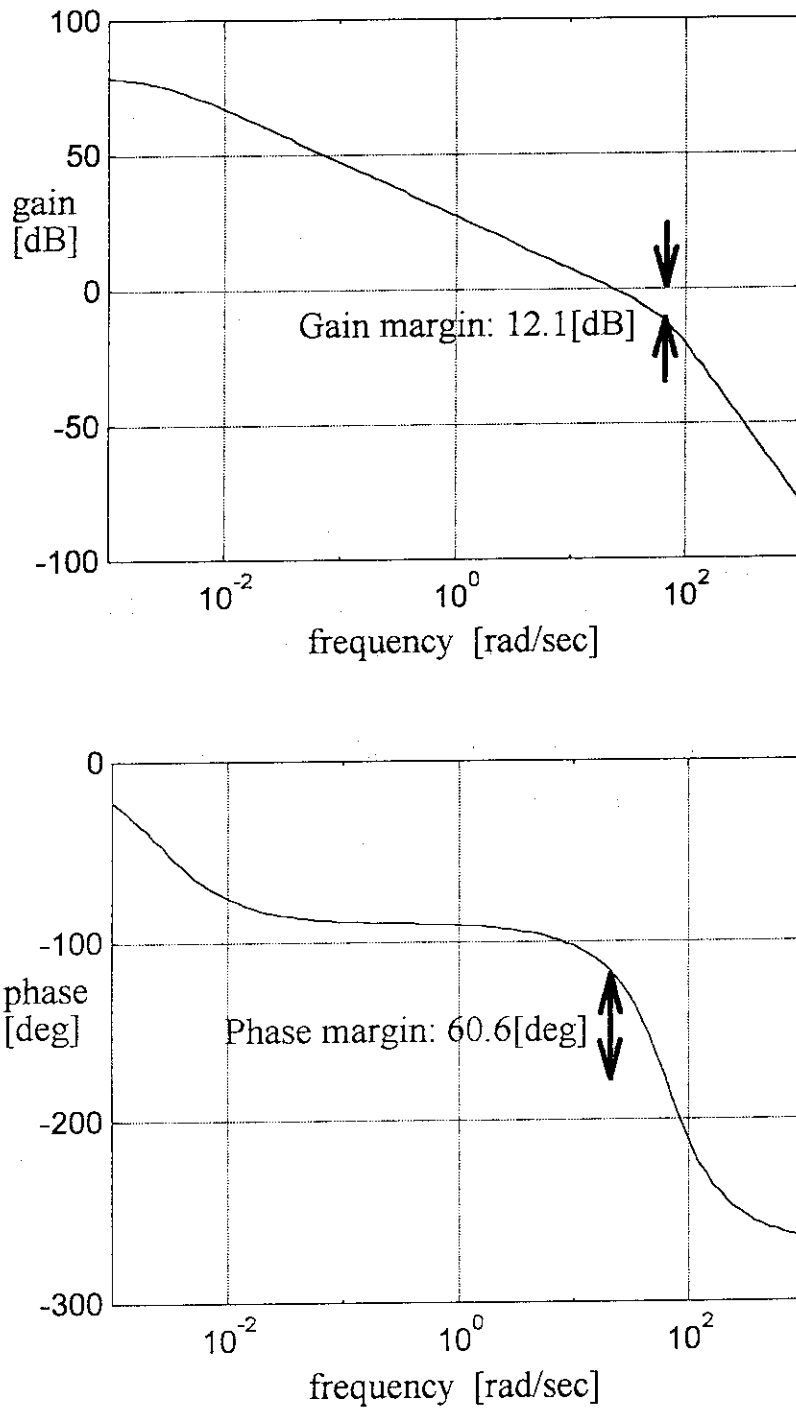


Fig. 5.3 Bode plot of open loop transfer function

6. 数値シミュレーションによる制御特性の評価

この章では前章で設計した制御器の応答特性を評価する。

6. 1 2自由度制御器のデジタル化と制御系シミュレーション[11]

Fig. 6.1は2自由度制御器をブロック図で表したものである。プラントへの操作量 $u(t)$ は次式で計算される。

$$u(t) = K_1(s)r(t) - K_2(s)y(t) \quad (6. 1)$$

上式において $K_1(s)$ 、 $K_2(s)$ は微分オペレータ的に考えている。この式はアナログ演算の形式であるが、コンピュータによるデジタル制御を行うためにはアナログ演算式を離散化する必要がある。

Fig. 6.1におけるアナログ演算をデジタルコンピュータで実現するためにはFig. 6.2の構成にする。この図におけるsamplerはAD変換器で実現される。また、ゼロ次ホールド(ZOH)はDA変換器で実現され、デジタル2自由度制御器がコンピュータに相当する。デジタル制御を実現するためには、2自由度制御器の伝達関数 $K_1(s)$ 、 $K_2(s)$ からパルス伝達関数 $K_1(z^{-1})$ 、 $K_2(z^{-1})$ を求める必要がある。伝達関数は連続時間信号の入出力特性を表現する関数である。また、パルス伝達関数は離散時間信号の入出力特性を表現するもので、デジタルコンピュータ内部での制御則の演算がこれに相当する。伝達関数からパルス伝達関数を求めることはシステムの離散化とよばれる。特にシステムが制御器であるとき、制御器のデジタル化と一般によばれる。

パルス伝達関数は状態空間表現を用いれば容易に求められる。いま、 $K_1(s)$ の状態空間表現が次式で与えられるものとする。

$$\begin{aligned} \dot{x}_{K1}(t) &= A_{K1}x(t) + B_{K1}r(t) \\ u_1(t) &= C_{K1}x(t) + D_{K1}r(t) \end{aligned} \quad \text{ただし、} K_1(s) = C_{K1}(sI - A_{K1})^{-1}B_{K1} + D_{K1} \quad (6. 3)$$

パルス伝達関数 $K_1(z^{-1})$ は上式の状態空間表現の係数行列を用いて次式で計算される。

$$K_1(z^{-1}) = C_{K1}(zI - \Phi_{K1})^{-1}\Gamma_{K1} + D_{K1} \quad \text{ここで、} \Phi_{K1} = e^{A_{K1}T_s}, \Gamma_{K1} = (\Phi_{K1} - I)A_{K1}^{-1}B_{K1} \quad (6. 4)$$

Φ_{K1} における変数 T_s は制御（サンプリング）周期である。 $K_2(z^{-1})$ についても同様に求められる。状態空間表現を用いた制御器デジタル化の利点は、制御器の次数がデジタル化により変化しないこと、および制御器の固有値の性質が保存される点にある。制御器のパルス伝達関数が得られるとデジタル制御器における操作量は次式で計算される。

$$u(k) = K_1(z^{-1})r(k) - K_2(z^{-1})y(k) \quad (6.5)$$

上式においてパルス伝達関数は時間遅れオペレータを意味している。上式の演算の詳細についてはここでは説明しない。フィードバック（1自由度）制御器の場合は上式において、 $K_1(z^{-1}) = K_2(z^{-1}) = K_B(z^{-1})$ とすればよい。

制御系のシミュレーションでは、(6.5)式で計算された離散値の操作量 $u(k)$ をFig. 6.1のようにゼロ次ホールダで階段状の連続時間信号 $u(t)$ に変換し、これを(4.11)式の制御棒駆動機構の特性を含む非線形原子炉動特性方程式に入力した場合の出力応答を計算している。操作量 $u(t)$ は制御棒駆動機構に対する操作指令値であり、デジタル制御では階段状の関数を入力する。

6.2 フィードバック（1自由度）制御系の目標値応答特性

この節では、(5.3)式のフィードバック制御器で構成される制御系の目標値応答特性について評価する。Fig. 6.3にステップ目標値に対する制御系の応答を示す。目標値としてはある平衡点から10[%]の（ステップ状）出力上昇を考えている。図の上からそれぞれ、原子炉出力、制御棒による反応度、制御棒駆動機構への操作指令値である。操作指令値は前節で述べたように制御周期に等しい10[msec]幅の階段状になっている。2章で述べたように、フィードバック制御系の目標値応答特性は相補感度関数 $T(s)$ に等しい。前章のFig. 5.2をみると相補感度関数のカットオフ周波数は50[rad/sec]になっているので、立ち上がり時間は0.12[sec]となりFig. 6.3の応答と一致することがわかる。Fig. 6.3では目標値応答に10[%]のオーバーシュートを生じている。

制御器は線形化された制御対象に対して設計されるが、これを非線形制御対象に適用した際の影響をみるために、Fig. 6.4に相補感度関数 $T(s)$ のステップ応答を示す。これは線形化された制御対象に対する目標値応答を表している。一方、Fig. 6.3は前節で述べた通り非線形制御対象に対する応答である。どちら

らも大体同じ応答をしており、10[%]の出力上昇では非線形性の影響は小さく、また制御周期10[msec]も妥当な値といえる。

目標値応答に対するロバスト性を確認するため、制御対象の特性が変動してボイドフィードバック係数が $\kappa=15$ となった場合の目標値応答をFig. 6.5に示す。 $\kappa=0.7$ の制御対象では現れなかった、2.6[sec]周期のボイドフィードバックによる振動が現れているが、制御系の安定性は損なわれていない。

6.3 2自由度制御系の目標値応答特性

この節では前節のフィードバック制御系に(5.5)式のフィードフォワード要素を付加した、2自由度制御系の目標値応答特性を評価する。Fig. 6.6は(5.4)式の目標値規範モデルのステップ応答である。Fig. 6.7にステップ目標値に対する制御系の応答を示す。目標値としてはある平衡点から10[%]の(ステップ状)出力上昇を考えている。図の上からそれぞれ、原子炉出力、制御棒による反応度、制御棒駆動機構への操作指令値である。制御周期は10[msec]である。2自由度制御器により規範として与えた目標値応答が実現されていることがわかる。

目標値応答に対するロバスト性を確認するため、制御対象の特性が変動してボイドフィードバック係数が $\kappa=15$ となった場合の目標値応答をFig. 6.8に示す。前節の場合と同様、ボイドフィードバックによる振動が現れているが、制御系の安定性は損なわれていない。

6.4 外乱除去特性

フィードバック制御要素は感度関数 $S(s)$ が小さな値となるように設計されているので、制御系には外乱を除去する作用があることは2章で述べた。この節ではフィードバック制御系と2自由度制御系に10[cent]のステップ状外乱が入力された場合の出力への影響を評価する。Fig. 6.9にフィードバック制御系の場合、そしてFig. 6.10に2自由度制御系の場合の外乱に対する応答を示す。どちらの場合も外乱によりボイド振動のモードが励起され2.6[sec]周期の振動が発生しているが、その振幅はフィードバック制御要素の働きで減衰している。両方の制御系において同一の外乱応答を示している。これは、同一のフィード

バック要素を用いているので、2章で述べた2自由度制御器の特徴から当然結論といえる。

6. 5 制御周期の目標値応答への影響

これまでの節では制御周期を10[msec]として、フィードバック制御系および2自由度制御系の応答特性の評価を行った。その結果、出力上昇10[%]のステップ応答をみたとき、フィードバック制御系については相補感度関数の応答と同程度の応答が得られ、また2自由度制御系の場合も規範とする目標値応答が実現されることを確認した。この節では制御周期を50[msec]とした場合の目標値応答特性を両方の制御系について検討する。

Fig. 6.11は制御周期を50[msec]として、フィードバック制御系において出力上昇10[%]のステップ応答をさせたときの結果である。図の上からそれぞれ原子炉出力、制御棒による反応度、そして操作指令値である。制御周期10[msec]の場合と比較してオーバーシュートの大きさが2倍になっている。制御周期を粗くすると1周期で入力される操作量の値が大きくなるので、立ち上がり時間が速くなっている。この応答は相補感度関数のステップ応答から大きくずれているので、制御器のデジタル化としては良くないといえる。

Fig. 6.12に同様のことを2自由度制御系に対して行った結果を示す。上述した理由により目標値応答の立ち上がり時間が速くなっている。この場合、制御周期を粗くしてもオーバーシュートは生じていないが、規範とする目標値応答が実現できていないので、制御周期50[msec]によるデジタル化は良くないといえる。

6. 6 制御対象の非線形性の影響

制御対象は(4.11)式表現されるように非線形特性を示している。原子炉動特性における非線形性の特徴は、原子炉出力の増加に伴い入力した反応度の出力上昇への寄与が大きくなる点にある。線形制御理論からみたとき、この効果は出力上昇に伴って、制御対象の伝達関数のゲインが増加することと等価である。制御器は線形化された制御対象に対して設計されているので、この効果を補償する能力をもっていない。つまり、5章で設計した制御器を用いた制

御系においては、出力上昇幅を大きくした場合の目標値応答特性に上述した非線形性の効果が現れる。

Fig. 6.13に出力上昇を50 [%]とした場合のフィードバック制御系のステップ応答を示す。50 [%]のオーバーシュートが発生しており、非線形性の影響で等価的に制御対象の伝達関数ゲインが増加していることを表している。

Fig. 6.14は2自由度制御系に対して同様のことを行った結果である。この場合、出力上昇10 [%]のときと比べると若干振動的になっているが、特性の劣化はフィードバック制御系の場合より小さい。また、立ち上がり時間が速くなっているが、これは上述の非線形性の影響である。2自由度制御系では付加したフィードフォワード要素の働きで、オーバーシュートが抑制されるとみることができる。

10 [%]出力降下の場合の目標値応答を次に示す。Fig. 6.15にフィードバック制御系の場合を、またFig. 6.16に2自由度制御系の場合の結果を示す。フィードバック制御系において出力を降下させた場合は、制御対象の伝達関数ゲインが等価的に減少するため、オーバーシュートは現れていない。2自由度制御系の場合は、出力上昇・下降ともほぼ同じ特性を示している。

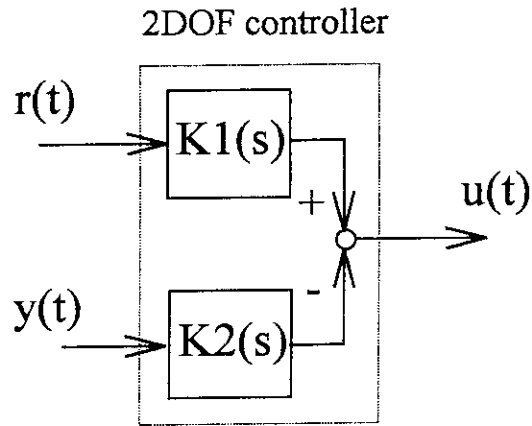


Fig. 6.1 2DOF controller

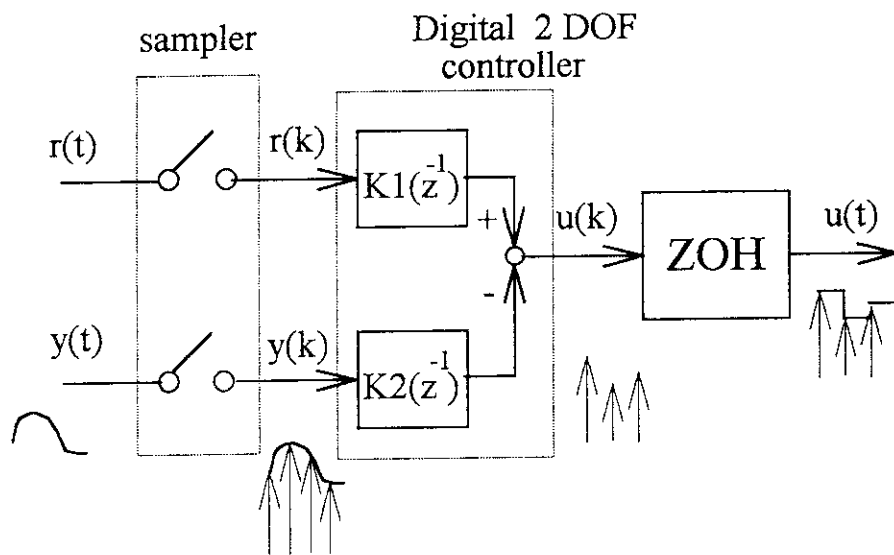


Fig. 6.2 Digital 2DOF controller

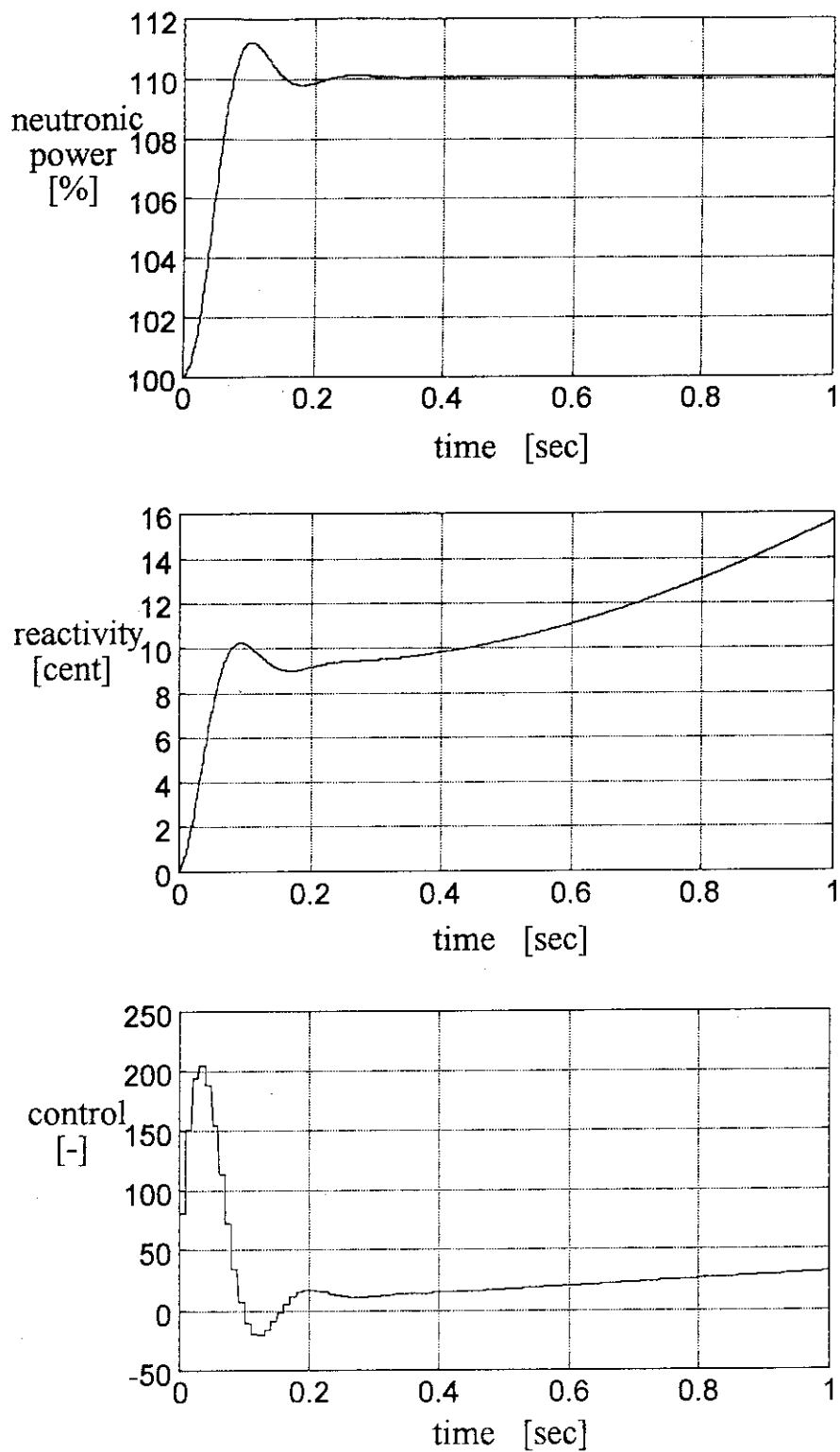


Fig. 6.3 Step response of digital feedback control system
 ($T_s = 10$ [msec], 10% power up)

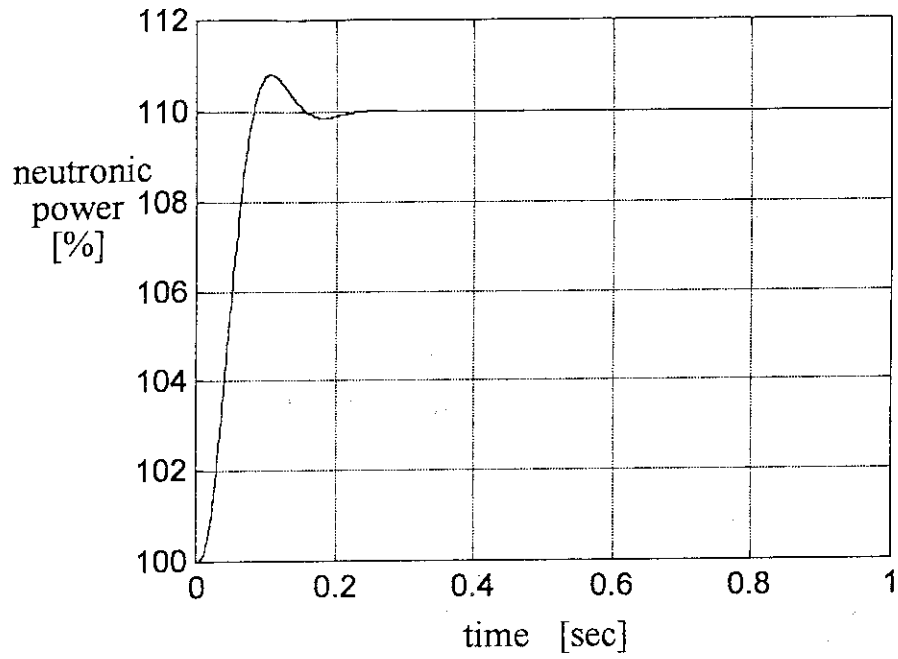


Fig. 6.4 Step response of complementary sensitivity function $T(s)$

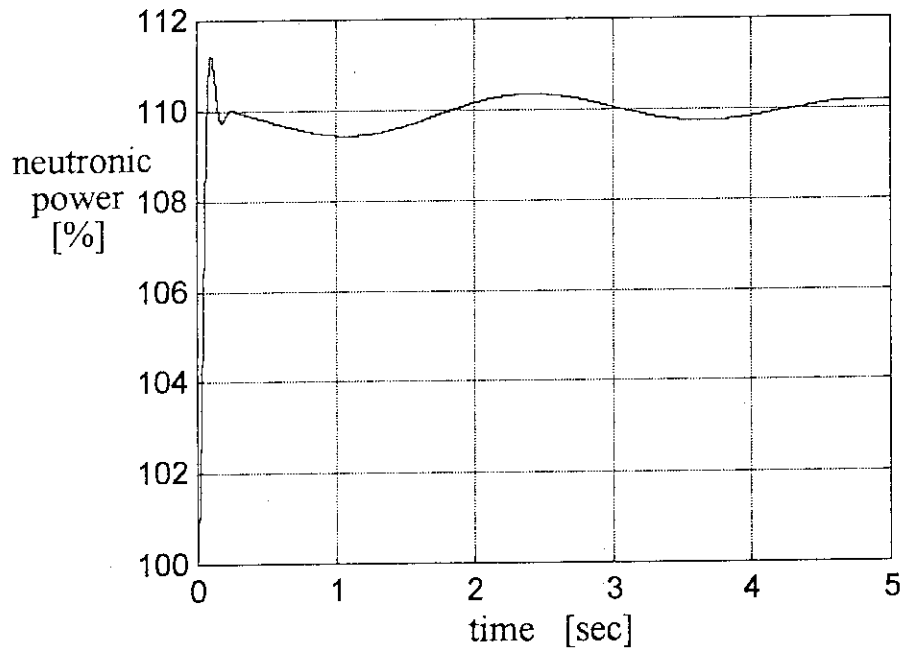


Fig. 6.5 Step response of digital feedback control system for perturbed plant ($\kappa = 1.5$) ($T_s = 10$ [msec])

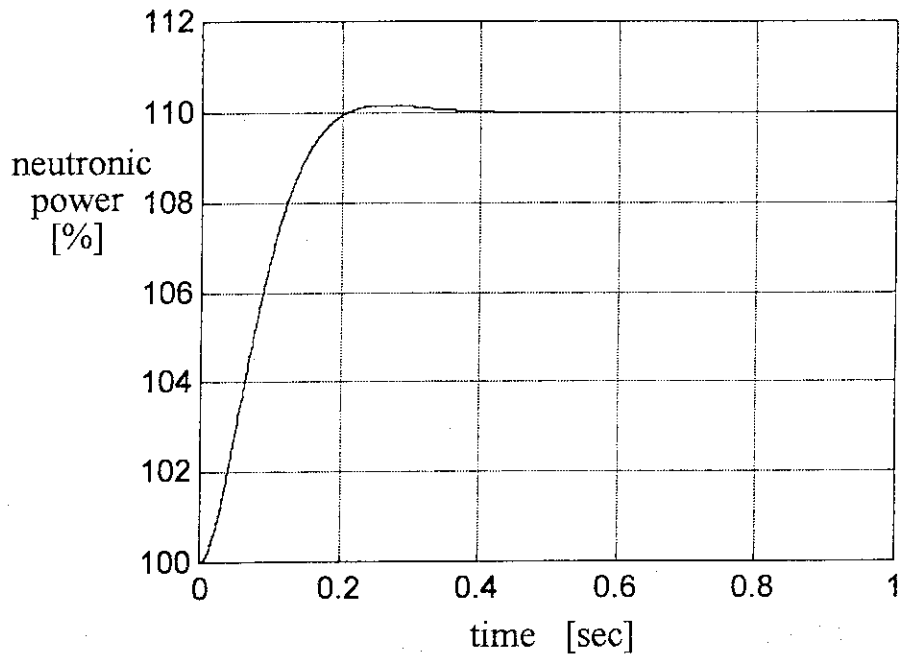


Fig. 6.6 Step response of reference model $G_M(s)$ for 2DOF controller design ($\zeta = 0.8, \omega_n = 20$)

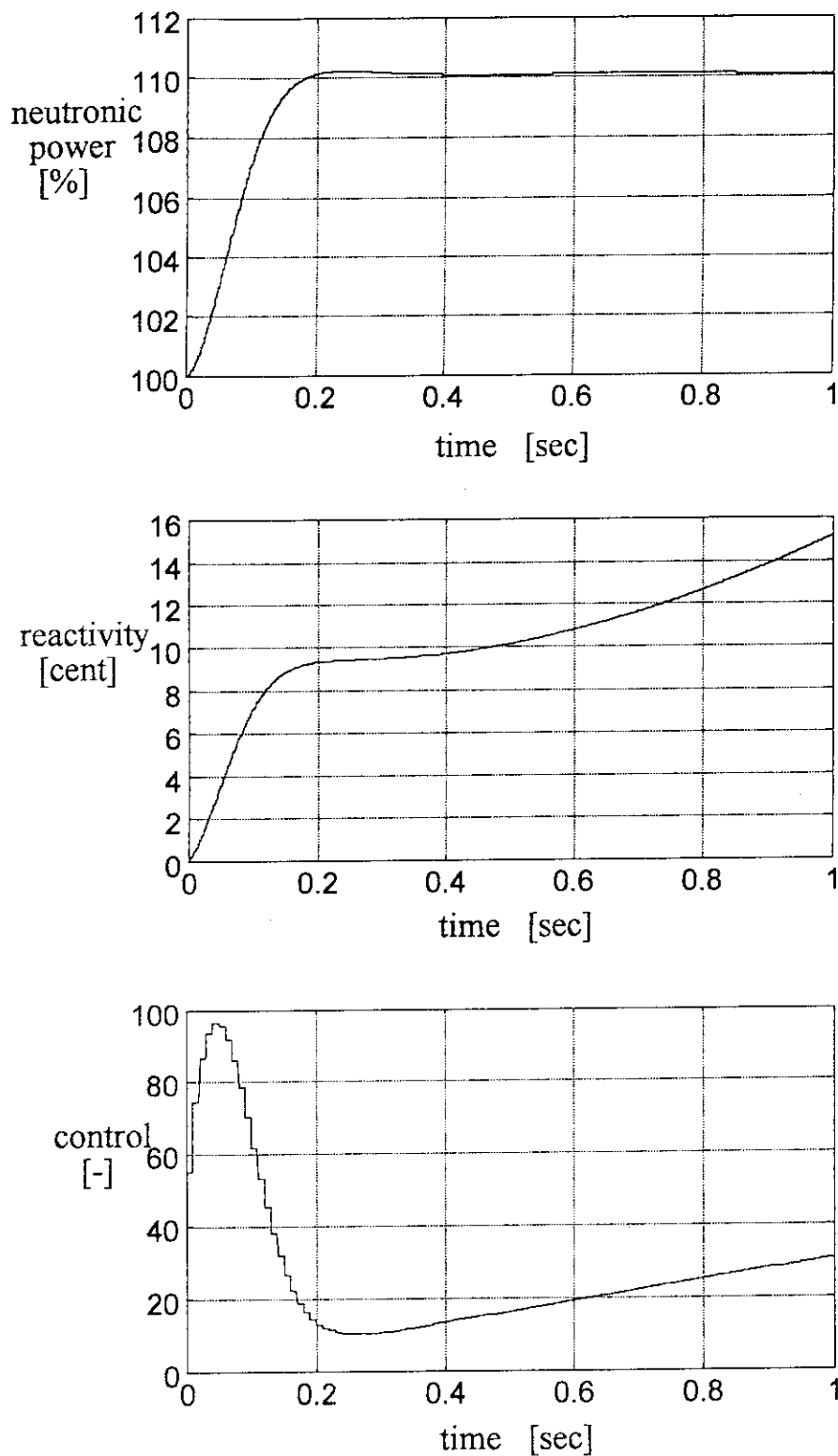


Fig. 6.7 Step response of digital 2DOF control system
($T_s = 10[\text{msec}]$, 10% power up)

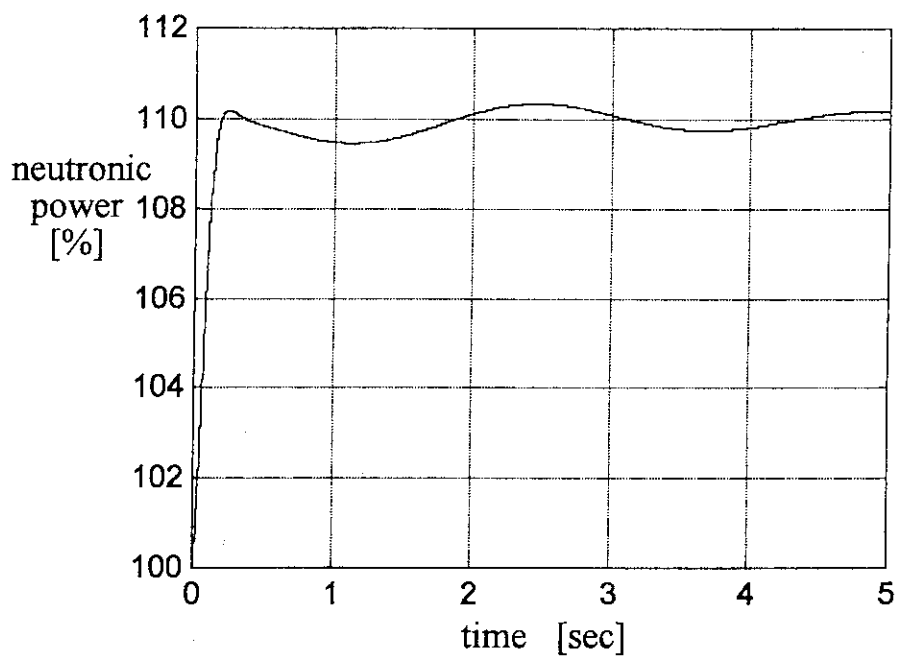


Fig. 6.8 Step response of digital 2DOF control system for perturbed plant ($\kappa = 15$) ($T_s=10$ [msec])

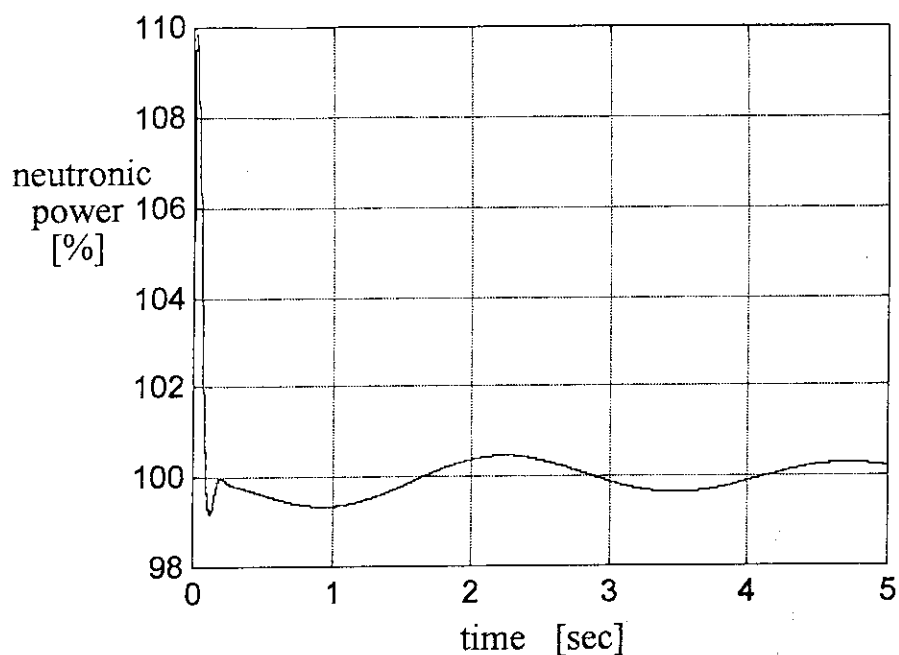


Fig. 6.9 Disturbance rejection characteristics of digital feedback control system ($T_s=10$ [msec], disturbance reactivity 10[cent])

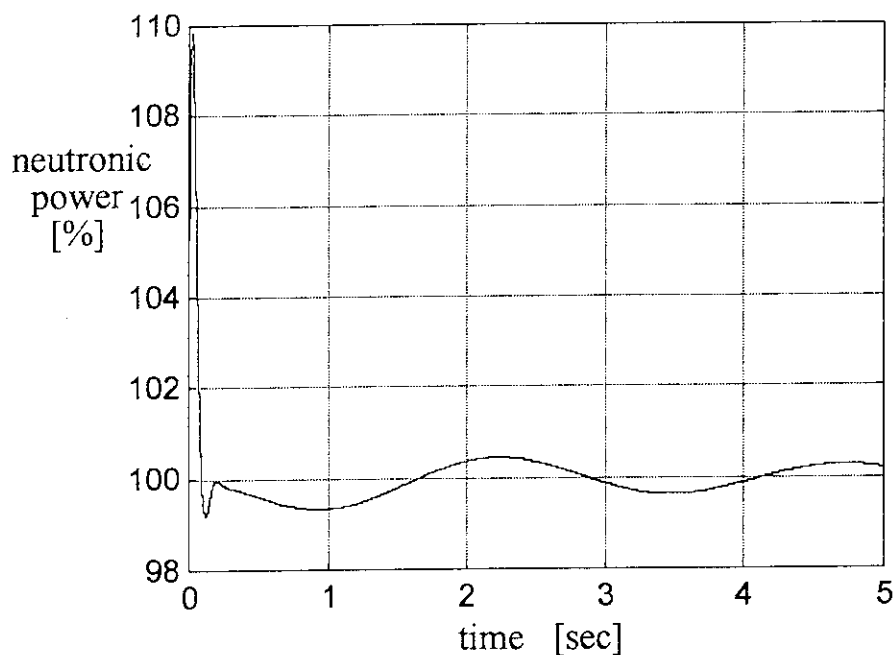


Fig. 6.10 Disturbance rejection characteristic of digital 2DOF control system ($T_s=10$ [msec], disturbance reactivity 10[cent])

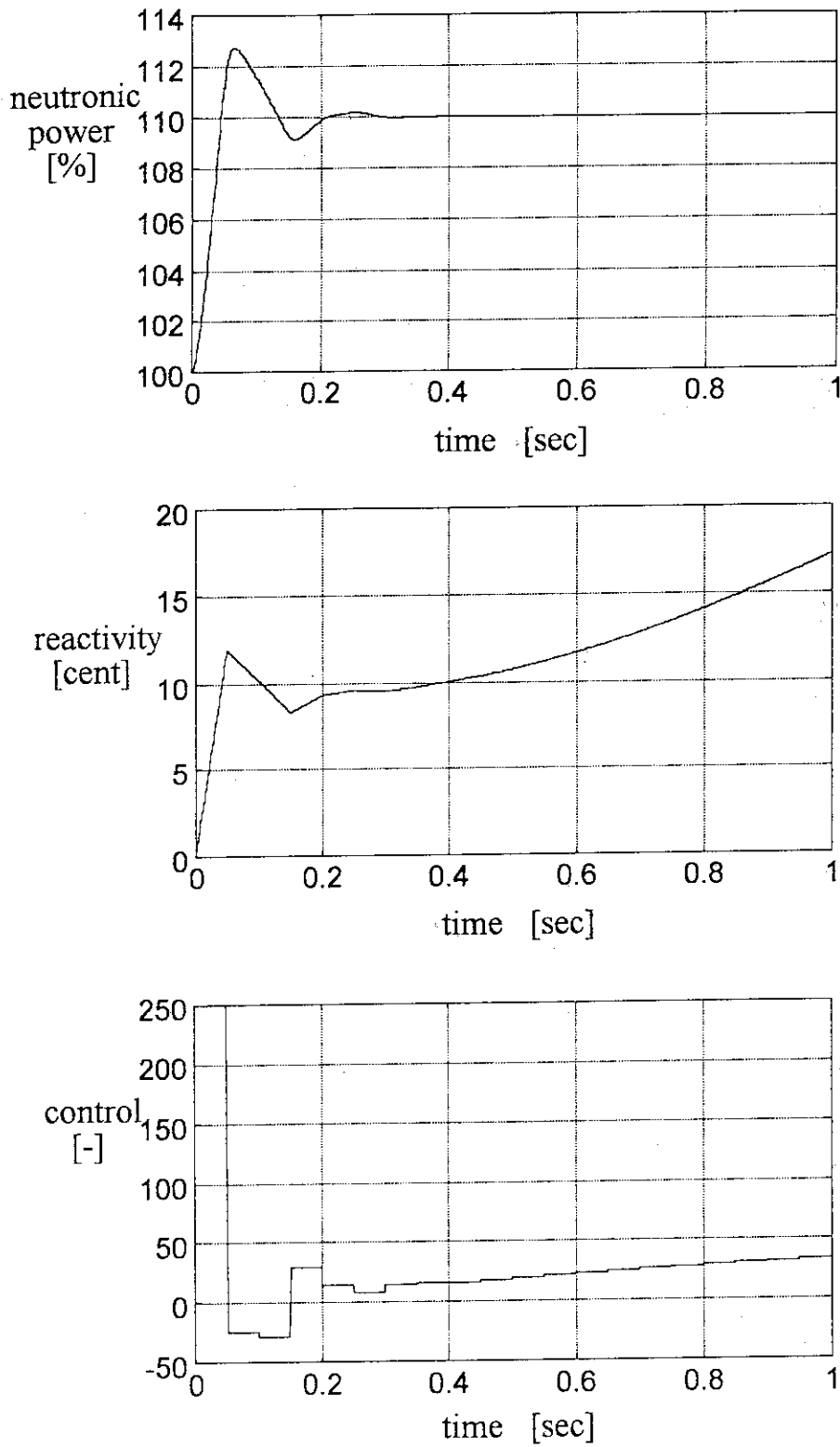


Fig. 6.11 Step response of digital feedback control system with different control period ($T_s = 50$ [msec], 10% power up)

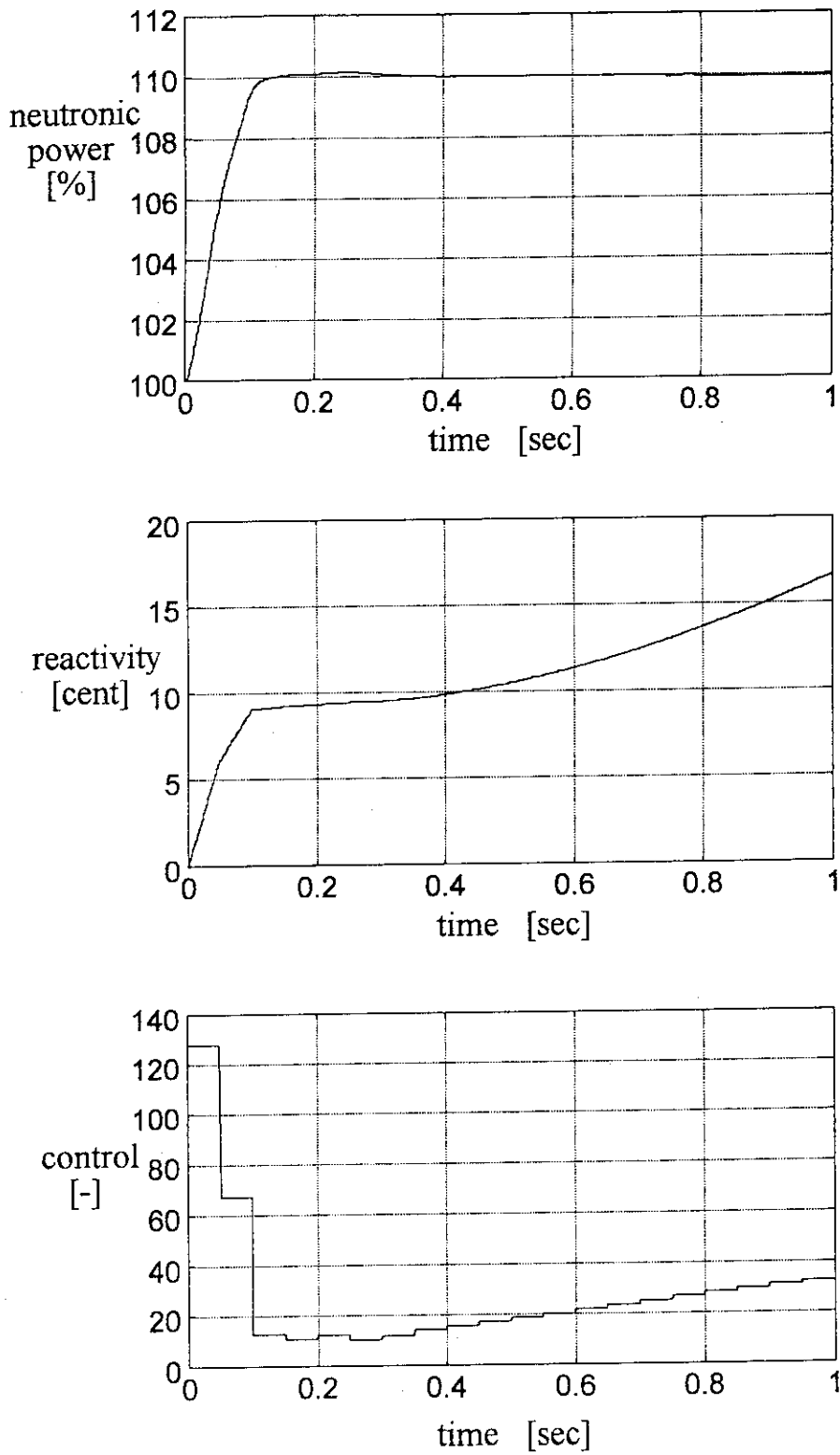


Fig. 6.12 Step response of digital 2DOF control system
with different control period ($T_s = 50$ [msec], 10% power up)

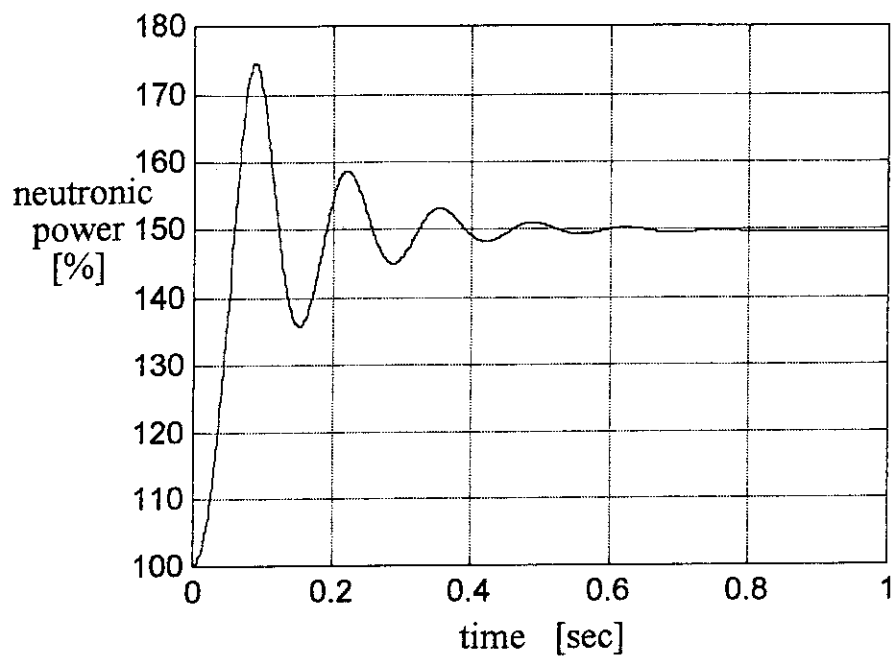


Fig. 6.13 Step response of digital feedback control system
($T_s = 10$ [msec], 50% power up)

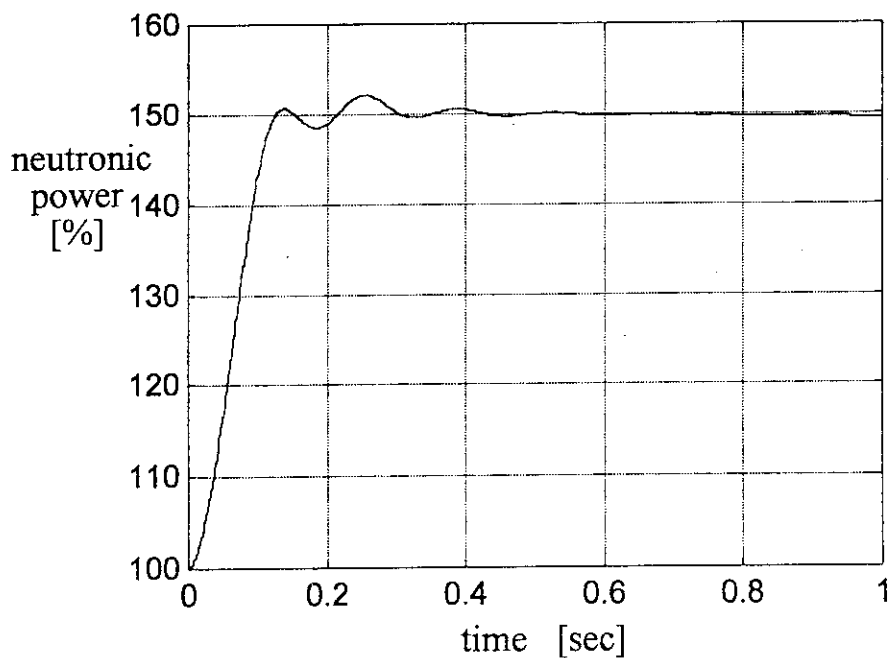


Fig. 6.14 Step response of digital 2DOF control system
($T_s = 10$ [msec], 50% power up)

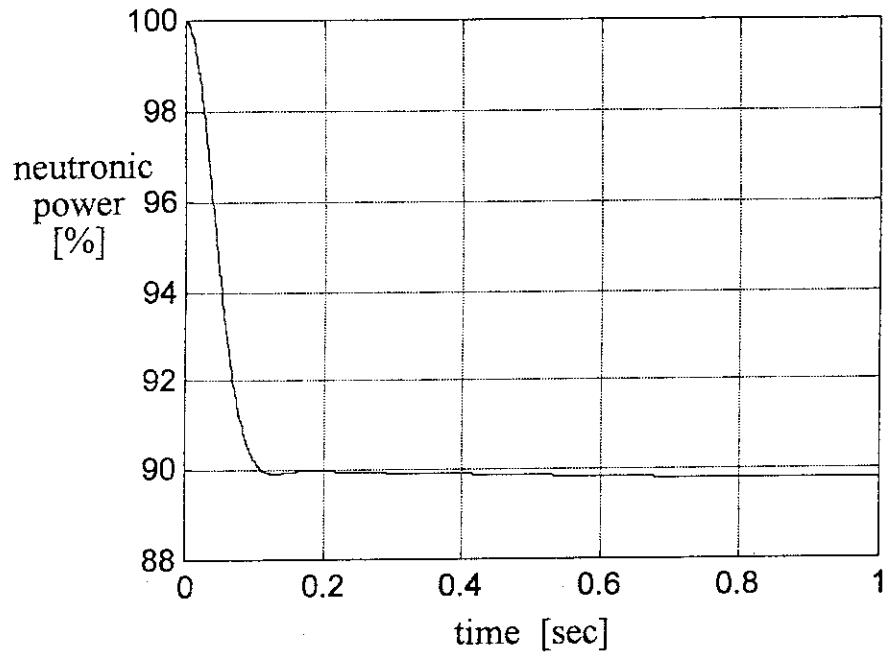


Fig. 6.15 Step response of digital feedback control system
($T_s = 10$ [msec], 10% power down)

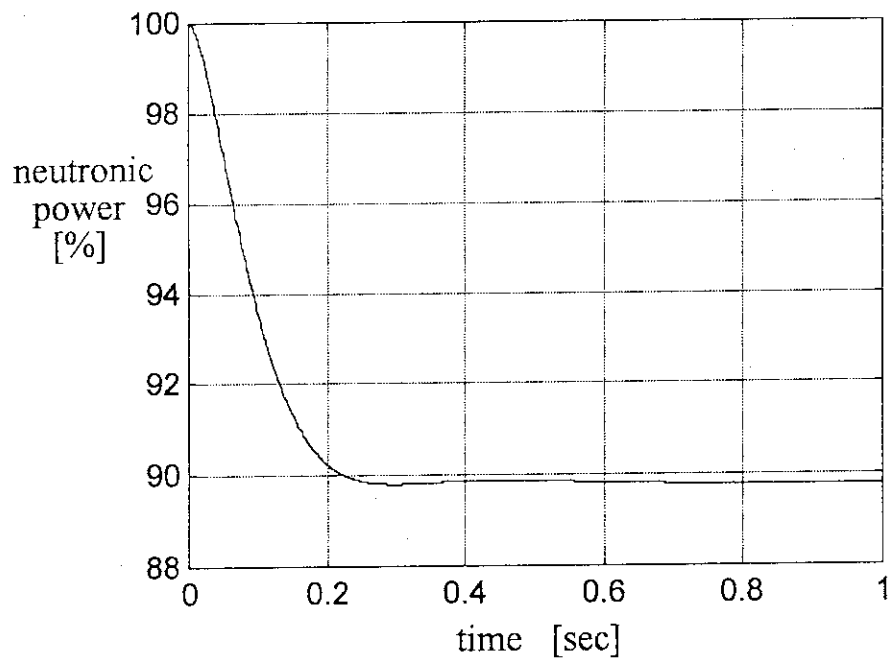


Fig. 6.16 Step response of digital 2DOF control system
($T_s = 10$ [msec], 10% power down)

7. むすび

本稿では、2自由度制御器を原子炉出力制御に適用した場合の有効性を簡単な原子炉モデル (March-Leuba model) を用いた数値シミュレーションにより示した。数値シミュレーションにより得られた結果は以下の通りである。

1) 2自由度制御系では、フィードフォワード要素をモデルマッチング法で設計することにより、 H^∞ フィードバック制御系で問題となった目標値応答を、容易に規範モデルの応答に合わせることができる。

2) 2自由度制御系は、出力をステップ状に10[%]変化させた場合、線形理論通り規範モデルとして与えた目標値応答特性を実現する。また、出力を50[%]上昇させたときは制御対象の非線形性が影響し目標値応答が多少劣化するが、オーバーシュートの発生のない安定した応答が得られた。2自由度制御器に付加されたフィードフォワード要素が目標値応答特性の劣化を抑制する働きをしているといえる。

3) 外乱除去特性および制御対象の変動に対するロバスト性についても、2自由度制御系は従来の H^∞ フィードバック制御系と同様に良好な特性を示す。

4) 制御周期を10[msec]以下にすればデジタル化により制御特性が劣化しない。

参考文献

[1] K. Suzuki, J. Shimazaki & Y. Shinohara : Application of H^∞ Control Theory to Power Control of a Nonlinear Reactor Model; Nucl.Sci.Eng., Vol. 115, pp. 142-151(1993)

[2] G. Zames : Feedback and Optimal Sensitivity: Model Reference Transformation, Multiplicative Seminorms, and Approximate Inverse; IEEE Trans. Autom. Contr., Vol. 26, No. 2, pp.301-320(1981)

[3] K. Glover & J.C. Doyle : State-space Formulae for all Stabilizing Controllers that Satisfy an H^∞ -norm Bound and Relations to Risk Sensitivity; Systems and Control Letters, No. 11, pp.167-172(1988)

7. むすび

本稿では、2自由度制御器を原子炉出力制御に適用した場合の有効性を簡単な原子炉モデル (March-Leuba model) を用いた数値シミュレーションにより示した。数値シミュレーションにより得られた結果は以下の通りである。

1) 2自由度制御系では、フィードフォワード要素をモデルマッチング法で設計することにより、 H^∞ フィードバック制御系で問題となった目標値応答を、容易に規範モデルの応答に合わせることができる。

2) 2自由度制御系は、出力をステップ状に10 [%]変化させた場合、線形理論通り規範モデルとして与えた目標値応答特性を実現する。また、出力を50 [%]上昇させたときは制御対象の非線形性が影響し目標値応答が多少劣化するが、オーバーシュートの発生のない安定した応答が得られた。2自由度制御器に付加されたフィードフォワード要素が目標値応答特性の劣化を抑制する働きをしているといえる。

3) 外乱除去特性および制御対象の変動に対するロバスト性についても、2自由度制御系は従来の H^∞ フィードバック制御系と同様に良好な特性を示す。

4) 制御周期を10 [msec]以下にすればデジタル化により制御特性が劣化しない。

参考文献

[1] K. Suzuki, J. Shimazaki & Y. Shinohara : Application of H^∞ Control Theory to Power Control of a Nonlinear Reactor Model; Nucl. Sci. Eng., Vol. 115, pp. 142-151 (1993)

[2] G. Zames : Feedback and Optimal Sensitivity: Model Reference Transformation, Multiplicative Seminorms, and Approximate Inverse; IEEE Trans. Autom. Contr., Vol. 26, No. 2, pp. 301-320 (1981)

[3] K. Glover & J.C. Doyle : State-space Formulae for all Stabilizing Controllers that Satisfy an H^∞ -norm Bound and Relations to Risk Sensitivity; Systems and Control Letters, No. 11, pp. 167-172 (1988)

- [4] Matlab Robust-Control Toolbox 入門編
- [5] J.M. Maciejowski : Multivariable Feedback Design; Addison-Wesley(1989)
- [6] 細江, 荒木 監修 : 制御系設計— H^∞ 制御とその応用; 朝倉書店(1994)
- [7] 杉江 : サーボ系の設計理論と H^∞ 制御性能; システム/制御/情報, Vol. 35, No. 2, pp. 80-87(1991)
- [8] 原, 杉江 : 2自由度制御系—II—達成可能な伝達関数および諸特性のクラス—; システムと制御, Vol. 30, No. 8, pp. 457-466(1986)
- [9] 前田, 杉江 : アドバンスト制御のためのシステム制御理論; 朝倉書店(1990)
- [10] J. March-Leuba, D.G. Cacuci & R.B. Perez : Nonlinear Dynamics and Stability of Boiling Water Reactors: Part 1 - Qualitative Analysis; Nucl. Sci. Eng., Vol. 93, pp. 111-123(1986)
- [11] 古田 : デジタルコントロール; コロナ社(1989)