

JAERI-Research
97-038



ゲインスケールリング手法を適用した H^{∞} 制御系による
原子炉出力制御の特性評価

1997年5月

石川信行・鈴木勝男

日本原子力研究所
Japan Atomic Energy Research Institute

本レポートは、日本原子力研究所が不定期に公刊している研究報告書です。
入手の間合わせは、日本原子力研究所研究情報部研究情報課（〒319-11 茨城県那珂郡東海村）あて、お申し越してください。なお、このほかに財団法人原子力弘済会資料センター（〒319-11 茨城県那珂郡東海村日本原子力研究所内）で複写による実費頒布をおこなっております。

This report is issued irregularly.

Inquiries about availability of the reports should be addressed to Research Information Division, Department of Intellectual Resources, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken, 319-11, Japan.

© Japan Atomic Energy Research Institute, 1997

編集兼発行 日本原子力研究所
印 刷 いばらき印刷(株)

ゲインスケールリング手法を適用した H^∞ 制御系による原子炉出力制御の特性評価

日本原子力研究所東海研究所原子炉工学部

石川 信行・鈴木 勝男

(1997年5月6日受理)

線形制御理論に基づいて設計された制御器を非線形性をもつ原子炉出力の制御に適用した場合の制御特性劣化を補償する簡便な方法として、ゲインスケールリング法を提案する。この方法は原子炉核動特性の非線形性が入力反応度と中性子密度の積の項のみで生じる簡単な構造であることに着目し、制御器で生成された制御入力を出力レベルに応じてスケールリングして、制御特性の向上を図るものである。本報告書では、 H^∞ フィードバック制御系に本手法を適用した場合の制御特性を時間領域および周波数領域で評価しその有効性を示す。

Performance Evaluation on Reactor Power Control by H^∞ Controller with Gain Scaling

Nobuyuki ISHIKAWA and Katsuo SUZUKI

Department of Reactor Engineering
Tokai Research Establishment
Japan Atomic Energy Research Institute
Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken

(Received May 6, 1997)

A "gain scaling method" is proposed to improve the performance of reactor power control by the controller based on linear control theory. The method is derived from the simple nonlinearity of the neutron kinetics of reactor that is caused by the cross term of input reactivity and neutronic output. It is the main idea to scale down the control input generated by the linear controller with respect to the reactor power level. The evaluation of the performance of H^∞ control system with the gain scaling in time and frequency domains indicates the effectiveness of the proposed method.

Keywords: Gain Scaling Method, Reactor Power Control, H^∞ Controller, Nonlinearity

目 次

1. まえがき	1
2. 原子炉出力制御のためのゲインスケールリング手法の提案	2
3. ゲインスケールリング手法を適用した制御系の特性評価	6
3.1 ステップ応答による時間領域での評価	6
3.2 周波数領域での特性関数による評価	7
4. むすび	17
参考文献	17

Contents

1.Introduction	1
2.Proposition of Gain Scaling Method for Reactor Power Control	2
3.Performance Evaluation of Control System with Gain Scaling	6
3.1 Evaluation in Time Domain by Step Response	6
3.2 Evaluation in Frequency Domain by Characteristics Function	7
4.Conclusions	17
References	17

1. まえがき

原子炉の核動特性は入力反応度（制御入力）と中性子密度（系の出力）の積の項を含む非線形性を有する。制御工学においては、非線形系に対する設計論はあまり実用化されておらず、非線形系に対しても線形制御理論を用いて制御系設計を行っているのが現状である。ロバスト制御として提案されている H^∞ 制御も非線形系に対する設計法は理論的には与えられているものの[1]、市販の制御系設計CADで提供されているツールは線形系に対する設計法である[2]。線形制御理論を用いて非線形系に対する制御器の設計を行う場合、非線形動特性方程式をある動作点のまわりで線形近似して得られる線形モデルを用いる。そのため、動作点（出力）が線形近似の動作点の値から大きくずれると、応答に大きなオーバーシュートが発生する等の制御特性の劣化が生ずる。

入力と出力の積の項を含む系は双線形系と一般によばれる。双線形系を線形制御理論の枠組（伝達関数）でみた場合、出力値の上昇に伴い入出力伝達関数のゲインが増大する系と等価的にみなすことができる。この等価的なゲインの変化のために線形制御器による制御特性の劣化が生じる。本報告書で提案するゲインスケールリング手法は、線形制御器で生成された制御入力を出力値に応じてスケールリングして制御特性を広範囲の出力にわたって向上させるものであり、出力変化に伴う非線形性の影響を補償する簡便な方法である。非線形性を補償して広範囲な出力レベルに対して良好な特性を示す原子炉出力制御系は、負荷追従運転の実現にも不可欠である。

本報告書では、原子炉動特性モデルとしてMarch-Leubaモデルを用いた数値シミュレーションにより H^∞ フィードバック制御系[3]にゲインスケールリング手法を適用した場合の制御特性の評価を行った。評価はステップ目標値に対する応答およびステップ反応度外乱の応答に対して行った。また周波数領域での特性を評価するため、外乱除去特性関数および相補感度関数の周波数特性、ならびに制御系の安定余有（ゲイン余有・位相余有）を調べた。その結果、ゲインスケールリング手法の適用による外乱に対する振動の抑制および安定余有の向上が確認され、本手法の有効性が示された。

2. 原子炉出力制御のためのゲインスケーリング手法の提案

原子炉動特性を表現する数式モデルとして文献[3]と同様にMarch-Leubaモデルに制御棒駆動機構の動特性を加えたモデルを用いる。

March-Leubaモデルの状態空間表現は次式である[4]。

$$\frac{dx_0(t)}{dt} = A_0[n(t)]x(t) + b_0[n(t)]\rho_c(t) \quad (2. 1)$$

ここで、

$$x_0(t) = [n(t) \quad c(t) \quad T(t) \quad \rho_\alpha(t) \quad \xi(t)]^T,$$

$$A_0[n(t)] = \begin{bmatrix} -\frac{\beta}{\Lambda} & \lambda & \frac{D}{\Lambda}[1+n(t)] & \frac{1}{\Lambda}[1+n(t)] & 0 \\ \frac{\beta}{\Lambda} & -\lambda & 0 & 0 & 0 \\ a_1 & 0 & -a_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \kappa k_0 & -a_4 & -a_3 \end{bmatrix}$$

$$b_0[n(t)] = \left[\frac{1+n(t)}{\Lambda} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \right]^T$$

上式において $n(t)$ 、 $c(t)$ はそれぞれある平衡点まわりでの正規化された中性子数および遅発中性子先行核数の偏差である。 $T(t)$ は炉内温度のある平衡点からの偏差、 $\rho_\alpha(t)$ はボイド反応度である。 $\xi(t)$ は状態空間表現のために用いた中間変数で $\xi(t) = \dot{\rho}_\alpha(t)$ である(ボイド反応度の時間微分)。 $\rho_c(t)$ は原子炉に印加される制御反応度である。March-Leubaモデルにおける係数をTable 2.1に与える。

制御反応度の印加は制御棒駆動機構を介して行うため反応度指令値 $u(t)$ と実際に原子炉に印加される制御反応度 $\rho_c(t)$ の間には時間遅れを伴う。この特性を次式の1次遅れ要素で近似する。

$$\rho_c(t) = G_R(s)u(t) \quad \text{where} \quad G_R(s) = \frac{1}{1 + \tau_R s} \quad (2. 2)$$

(2. 1) と (2. 2) 式をまとめて状態空間表現すれば次式が得られる。

$$\frac{dx_p(t)}{dt} = A_p[n(t)]x_p(t) + b_p u(t) \quad (2.3)$$

ここで、

$$x_p(t) = \begin{bmatrix} x_0^T(t) & \rho_c(t) \end{bmatrix}^T$$

$$A_p[n(t)] = \begin{bmatrix} A_0[n(t)] & b_0[n(t)] \\ 0_{1 \times 5} & -\frac{1}{\tau_R} \end{bmatrix}, \quad b_p = \begin{bmatrix} 0_{5 \times 1} \\ 1 \\ \frac{1}{\tau_R} \end{bmatrix}$$

制御系設計に際しては(2.3)式を平衡点の近傍で線形化した原子炉モデルを用いる。すなわち、次式が係数行列 $A_p[n(t)]$ の中にある $n(t)$ を0とした線形化モデルである。

$$\frac{dx_p(t)}{dt} = A_p x_p(t) + b_p u(t) \quad (2.4)$$

ここで、

$$A_p = \begin{bmatrix} -\frac{\beta}{\Lambda} & \lambda & \frac{D}{\Lambda} & \frac{1}{\Lambda} & 0 & \frac{1}{\Lambda} \\ \frac{\beta}{\Lambda} & -\lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_1 & 0 & -a_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \kappa k_0 & -a_4 & -a_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_R} \end{bmatrix}, \quad b_p = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{\tau_R} \end{bmatrix}$$

プラントの出力を中性子数としたときの出力方程式は次式で表現される。

$$y(t) = c_p x_p(t) \quad \text{where} \quad c_p = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \quad (2.5)$$

(2.4)と(2.5)式で表現される線形化モデルに対して H^∞ フィードバック制御器を設計する。設計は文献[1]と同様に混合感度問題の H^∞ 最適化解法に

より行う。設計された制御器 $K(s)$ は線形原子炉モデルに対しては設計時に指定した特性を満足する。つまり、プラント特性の線形化を行った平衡点 ($n(t)=0$) の近傍でのみ指定した特性が得られる。しかし、炉出力に応じて (2.1) 式の係数行列 $A_0[n(t)], b_0[n(t)]$ が変わるため、出力レベルの変化により制御特性が劣化する。劣化の主たる原因は、線形化された (March-Leuba) 炉特性モデルでは炉出力 $n(t)$ が $\rho_c(t)$ に応じて変化するとみなしているにも拘らず、実際には非線形性の影響で $[1+n(t)]\rho_c(t)$ の効果で変化することによる。

この影響の対策として、ここではコントローラで演算された反応度指令値 $u(t)$ を出力レベル $[1+n(t)]$ で割ることにより印加反応度の非線形性を補償して制御特性が劣化するのを抑える。これはコントローラで演算された反応度指令値を制御棒駆動機構へ入力する前に炉出力レベルでスケールリングする手法で、等価的にはコントローラのゲインを炉出力でスケールリングすることに相当する。ここではこの手法をゲインスケールリング手法とよぶ。ゲインスケールリング手法を用いたフィードバック制御系のブロック図を Fig. 2.1 に示す。図において、 $[P_0(s)]_n$ は出力レベル n で線形近似したときの炉特性伝達関数、 $[P(s)]_n$ はそのときの制御棒駆動機構を含めたプラント伝達関数を表す。これらの伝達関数と状態空間表現とは次式の関係にある。

$$[P_0(s)]_n = b_0[n](sI - A_0[n])^{-1}c_0$$

ここで、

$$c_0 = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

$$[P(s)]_n = b_p[n](sI - A_p[n])^{-1}c_p \quad (2.6)$$

Table 2.1 Parameter of March-Leuba model

Parameter	Value	[unit]
a_1	25.04	$[K \cdot s^{-1}]$
a_2	0.23	$[s^{-1}]$
a_3	2.25	$[s^{-1}]$
a_4	6.82	$[s^{-2}]$
k_0	-3.70×10^{-3}	$[K^{-1} \cdot s^{-2}]$
D	-2.52×10^{-5}	$[K^{-1}]$
β	0.0056	
Λ	4.00×10^{-5}	$[s^{-1}]$
λ	0.08	$[s^{-1}]$

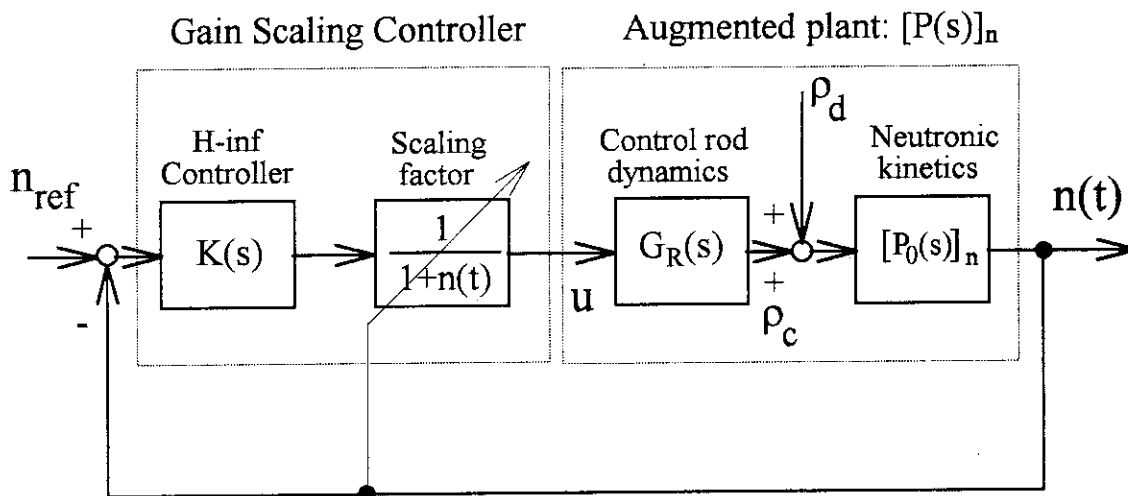


Fig. 2.1 Schematic diagram of feedback control system with gain scaling

3. ゲインスケーリング手法を適用した制御系の特性評価

この章では H^∞ フィードバック制御系に前章で述べたゲインスケーリング手法を適用した場合の制御特性を評価する。評価は時間領域および周波数領域の観点から行う。時間領域に関しては、目標値に対するステップ応答およびステップ状反応度外乱に対する応答を数値シミュレーションにより評価する。また周波数領域については、外乱除去特性関数、相補感度関数、および制御系の安定余有（ゲイン余有・位相余有）を調べる。評価は文献[3]で設計した H^∞ フィードバック制御器を用いて行い、応答計算も文献と同様に制御周期10[msec]のデジタル制御器を想定する。

3. 1 ステップ応答による時間領域での評価

Fig. 3.1は制御器を設計した平衡動作点（これを規格化出力100%とする）から、出力を10%ステップ状に上昇させたときの応答である。この応答においては、出力上昇に伴う動作点の変化による非線形性の影響は非常に小さい[3]。Fig. 3.2は規格化出力100%で定常運転中に10[cent]の反応度外乱が印加されたときの応答である。外乱により0.4[Hz]のボイド反応度の振動モードが励起されているが、制御器の働きで減衰している。Fig. 3.3は規格化出力100%の状態からステップ状に2倍に出力上昇をさせたときの応答である。10%上昇のときと比較してオーバーシュート率が増加している。また、最初の4秒間に8[Hz]の振動が現れている。これは出力上昇に伴い等価的に制御対象のゲインが増加したために励起されたモードである。このことについては、次節で周波数領域の観点から考察する。Fig. 3.4は規格化出力200%で定常運転中に10[cent]の反応度外乱が印加されたときの出力応答である。外乱印加瞬時の出力上昇幅が、Fig. 3.2の規格化出力100%運転時に比べて約2倍になっているのは、前章で述べた原子炉動特性の非線形性によるものである。Fig. 3.4においても同様に8[Hz]の振動モードが現れている。

次にこのような非線形性の影響を抑制するために、前章で提案したゲインスケーリング手法を適用したときの応答を示す。Fig. 3.5はゲインスケーリング手法を適用した場合に、規格化出力100%から2倍に出力上昇させたときの応答である。8[Hz]の振動が抑制され、オーバーシュート率も減少して安定余有が確保されることがわかる。Fig. 3.6は規格化出力200%で運転中に10[cent]の反応度外乱が印加されたときの応答を示したものである。同様に8[Hz]の振動が抑制されている。

3. 2 周波数領域での特性関数による評価

Fig. 3.7は規格化出力100% ($n=0$) および200% ($n=10$) のときの制御対象の周波数特性を表している。規格化出力が200%になると入力反応度の出力への効果が2倍になるため、ゲインが6 [dB]増加している。Fig. 3.8は規格化出力100%および200%時のゲインスケール操作のない制御系の一巡伝達関数である。一巡伝達関数 $[L(s)]_n$ は次式で与えられる。

$$[L(s)]_n = [P(s)]_n K(s)$$

この図よりゲイン余有 M 、位相余有 ϕ は以下のようになる。

$$\text{規格化出力100\% : } M = 12.2[\text{dB}], \phi = 60.1[\text{deg}]$$

$$\text{規格化出力200\% : } M = 6.2[\text{dB}], \phi = 32.5[\text{deg}]$$

規格化出力が200%になると制御対象のゲインが6 [dB]増加するため、ゲイン余有がその分減少している。Fig. 3.9は外乱除去特性関数 $[H(s)]_n$ の周波数特性を示したものである。 $[H(s)]_n$ は出力レベルが n のときの反応度外乱 p_d から出力 n への伝達関数であり、外乱の出力への影響度を表現する。 $[H(s)]_n$ は次式で与えられる。

$$[H(s)]_n = [S(s)]_n [P_0(s)]_n$$

ここで、 $[S(s)]_n$ は出力レベルが n のときの感度関数であり、次式で定義される。

$$[S(s)]_n = \frac{1}{1 + [P(s)]_n K(s)}$$

Fig. 3.9で、規格化出力200%における $[H(s)]_n$ は、50 [rad/sec] (8 [Hz]) 付近でのゲインが10 [dB]程度増加している。そのため、前節でみたように外乱応答に8 [Hz]の振動モードが励起される。Fig. 3.10は相補感度関数 $[T(s)]_n$ を示したものである。ここでは、フィードバック制御系を扱っているので、相補感度関数は目標値応答特性、すなわち目標値 n_{ref} から出力 n への伝達関数に等しい。 $[T(s)]_n$ は次式で定義される。

$$[T(s)]_n = \frac{[P(s)]_n K(s)}{1 + [P(s)]_n K(s)}$$

規格化出力が200%になると $[T(s)]_n$ は50 [rad/sec]以降の周波数においてゲインが6 [dB]増加している。50 [rad/sec] (8 [Hz])でのピークが前節のステップ応答における8 [Hz]の振動となって現れている。

次にゲインスケールリング手法を適用した制御系の特性を示す。Fig. 3.11はゲインスケールリング手法を適用した制御系の規格化出力200% ($n=10$)での一巡伝達関数 $[L(s)]_n^{gs}$ を示す。ゲインスケールリングにより、Fig. 3.8の規格化出力200%のときと比べて全周波数でゲインを6 [dB]低下されて安定余有が確保されている。このときのゲイン余有は12.2 [dB]、位相余有は60.8 [deg]である。Fig. 3.12は外乱除去特性 $[H(s)]_n^{gs}$ の周波数特性である。ゲインスケールリング手法により、50 [rad/sec]でのピークがFig. 3.9の場合と比べて5 [dB]程度低下しており、振動の抑制が図られていることがわかる。Fig. 3.13は相補感度関数 $[T(s)]_n^{gs}$ の周波数特性を示したものである。この図においても50 [rad/sec]の振動が抑制されていることがわかる。なお、ゲインスケールリング手法を適用した制御系の一巡伝達関数、外乱除去特性および相補感度関数は次式で与えられる。

$$[L(s)]_n^{gs} = [P(s)]_n [K_{gs}(s)]_n$$

$$[H(s)]_n^{gs} = [S(s)]_n^{gs} [P_0(s)]_n$$

$$[T(s)]_n^{gs} = \frac{[P(s)]_n [K_{gs}(s)]_n}{1 + [P(s)]_n [K_{gs}(s)]_n}$$

ここで、

$$[S(s)]_n^{gs} = \frac{1}{1 + [P(s)]_n [K_{gs}(s)]_n}, \quad [K_{gs}(s)]_n = \frac{1}{1+n} K(s)$$

$[K_{gs}(s)]_n$ は炉出力レベル n におけるゲインスケールリング制御器の伝達関数である。

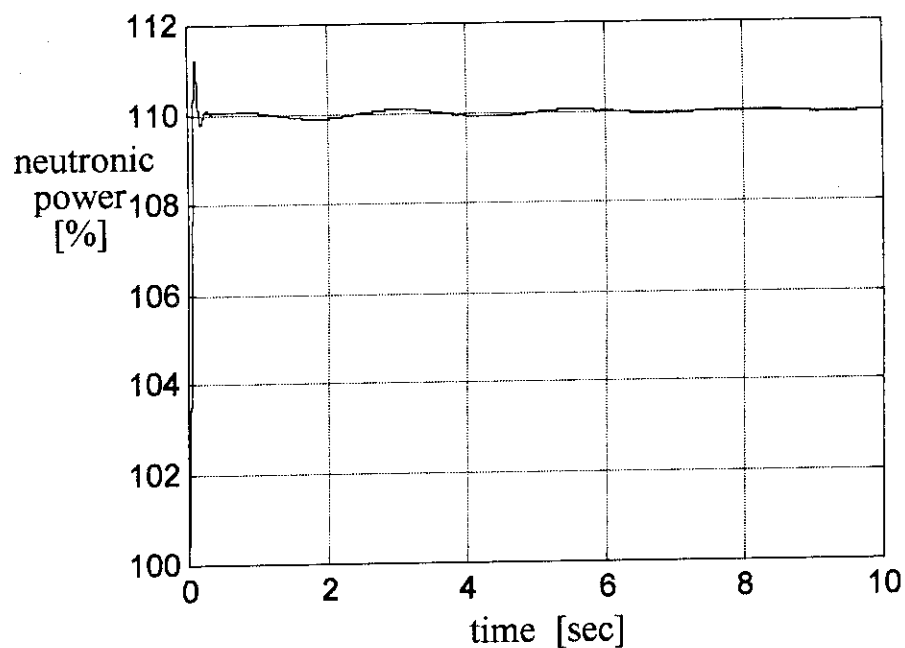


Fig. 3.1 Reactor power response when the reference setpoint changes up to 110% normalized power in the step function

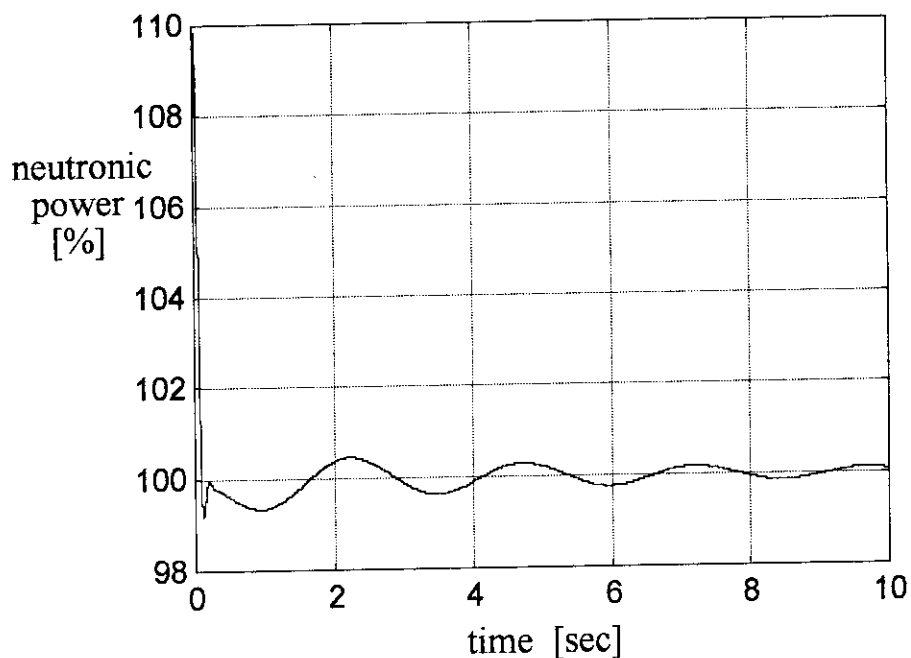


Fig. 3.2 Disturbance attenuation performance when the reactivity disturbance of 10[cent] is added in the step function during the steady operation

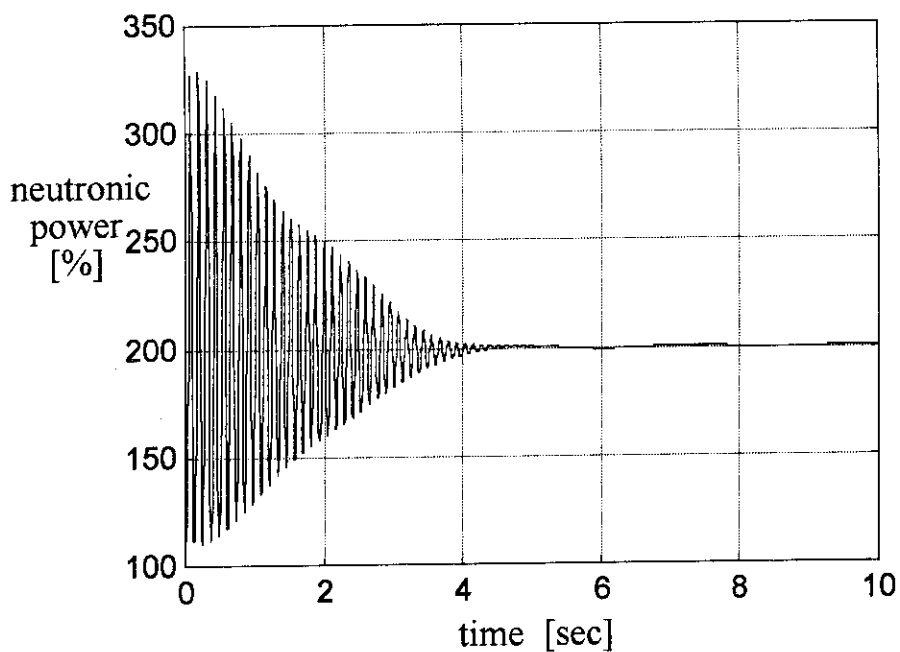


Fig. 3.3 Reactor power response when the reference setpoint changes up to 200% normalized power in the step function

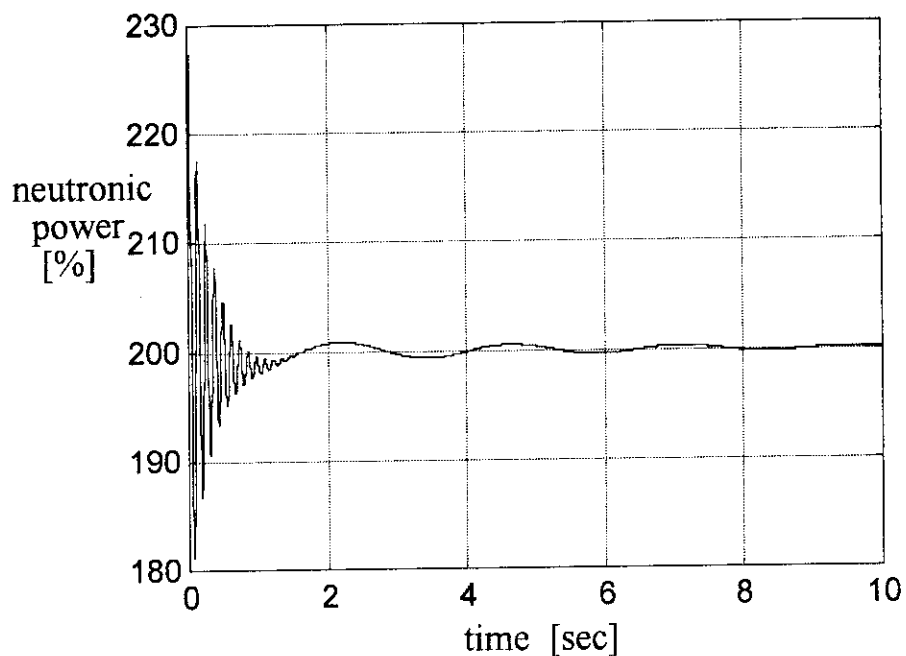


Fig. 3.4 Disturbance attenuation performance when the reactivity disturbance of 10[cent] is added in the step function during the steady operation at 200% normalized power

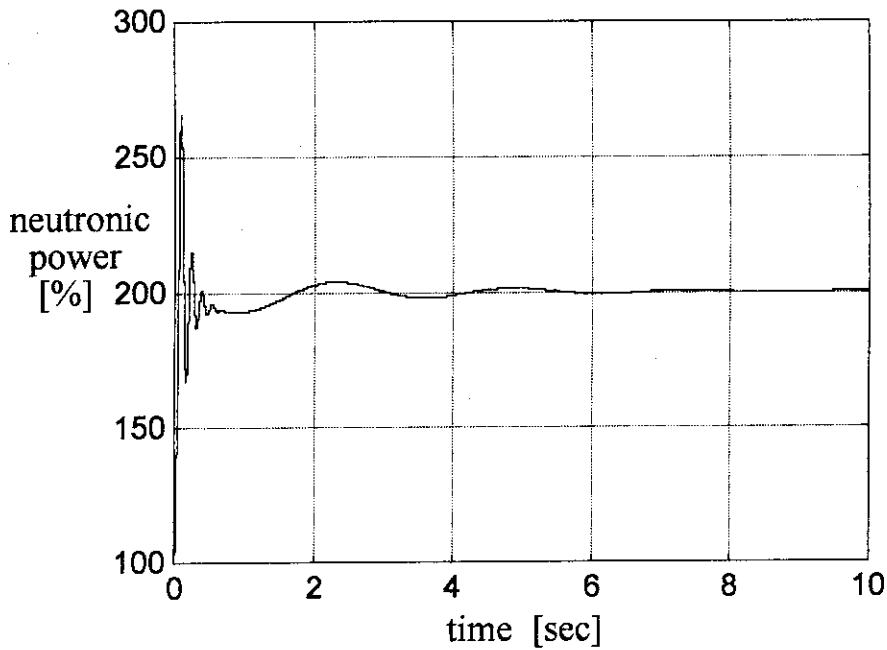


Fig. 3.5 Reactor power response with gain scaling when the reference setpoint changes up to 200% normalized power in the step function

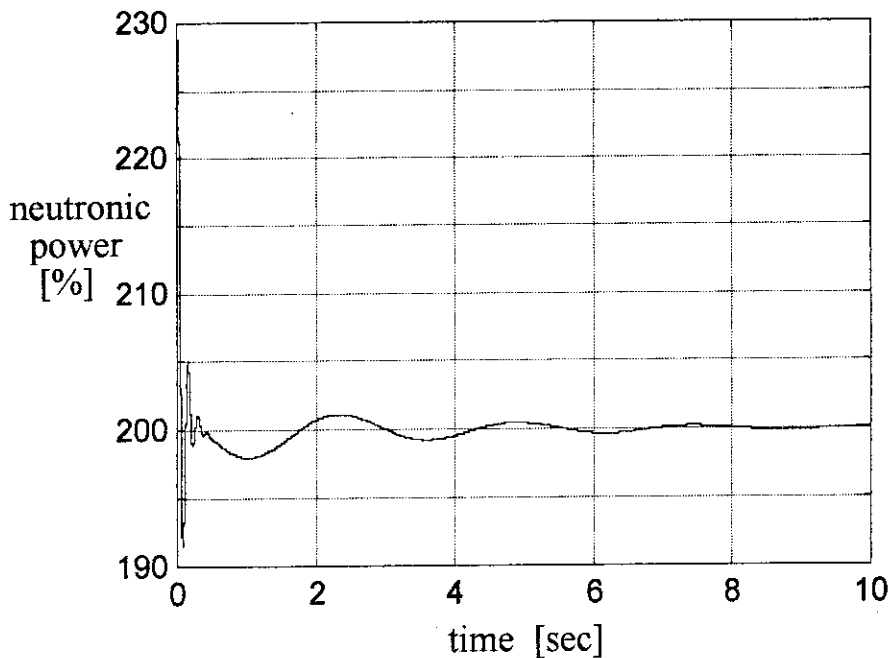


Fig. 3.6 Disturbance attenuation performance with gain scaling when the reactivity disturbance of 10[cent] is added in the step function during the steady operation at 200% normalized power

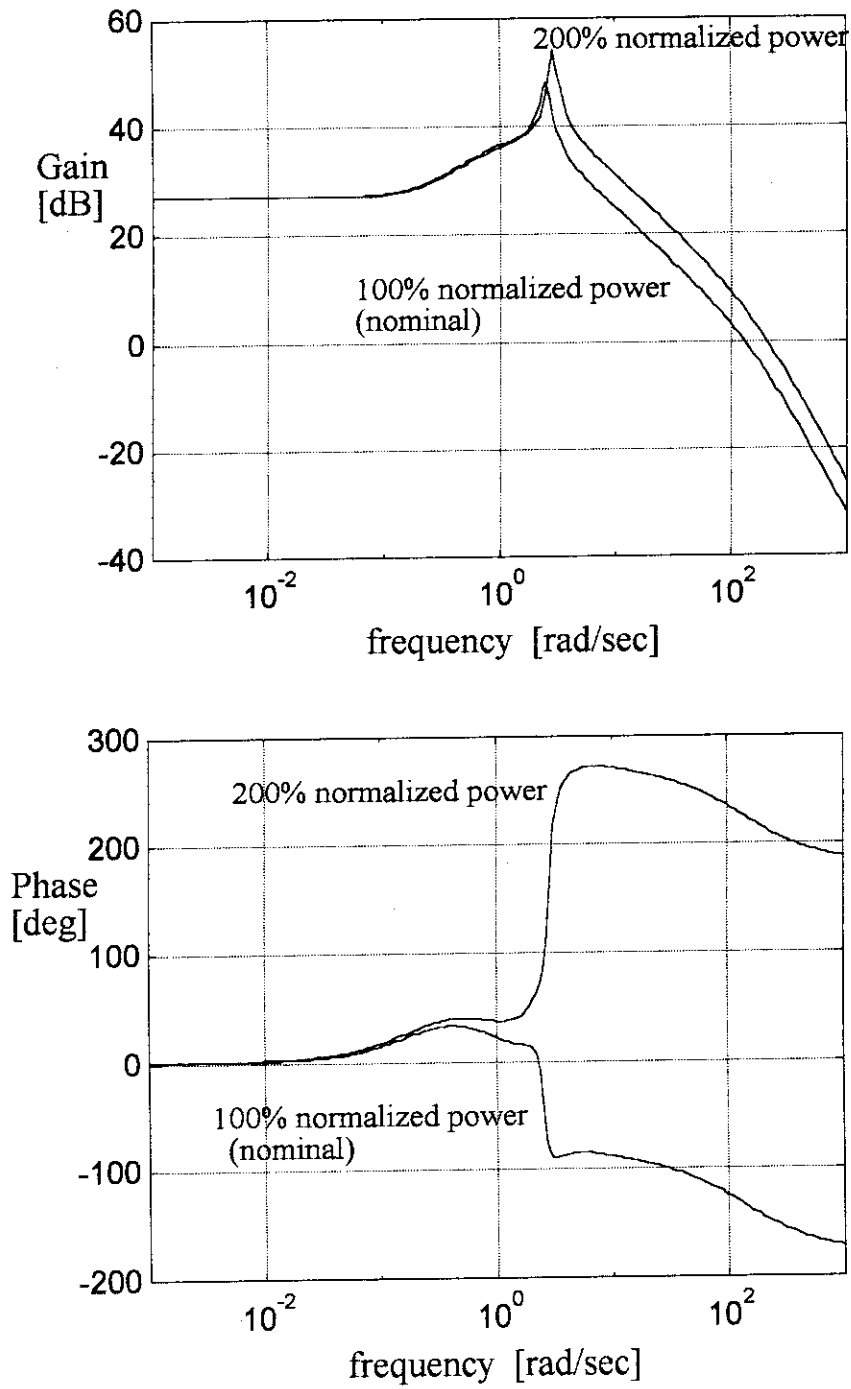


Fig. 3.7 Bode plot of the plant transfer function in the case of the 100% normalized power and the 200% normalized power operation

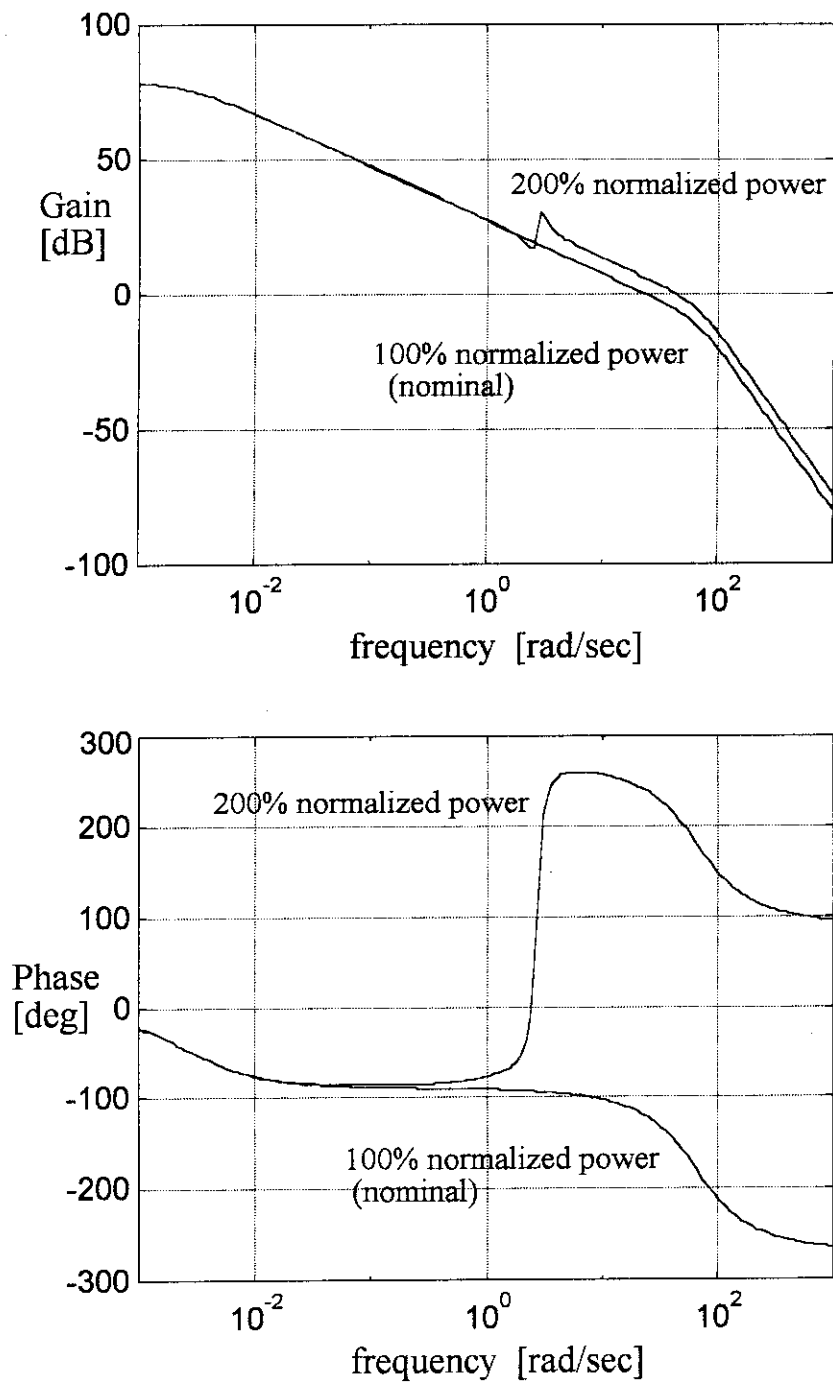


Fig. 3.8 Bode plot of the open loop transfer function in the case of the 100% normalized power and the 200% normalized power operation

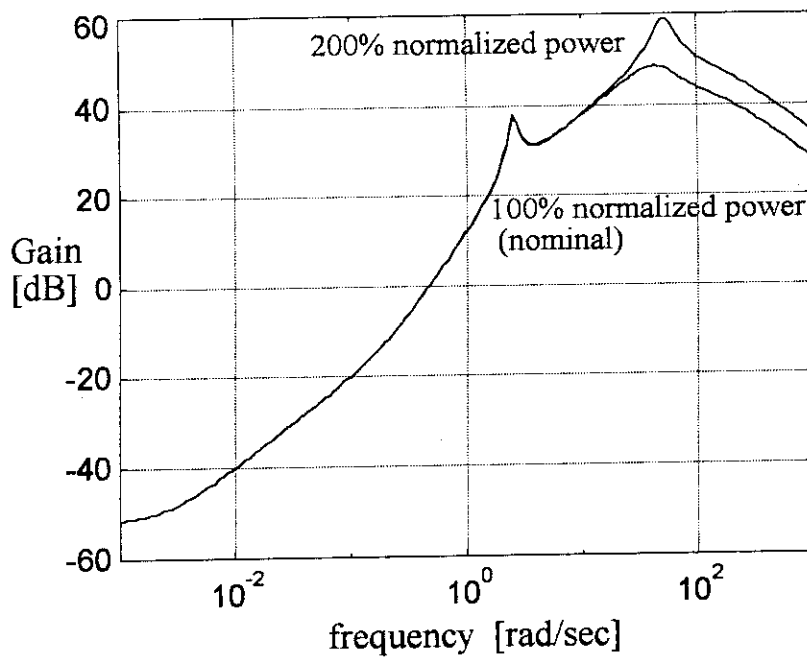


Fig. 3.9 Disturbance rejection performance function in the case of 100% normalized power and 200% normalized power operation

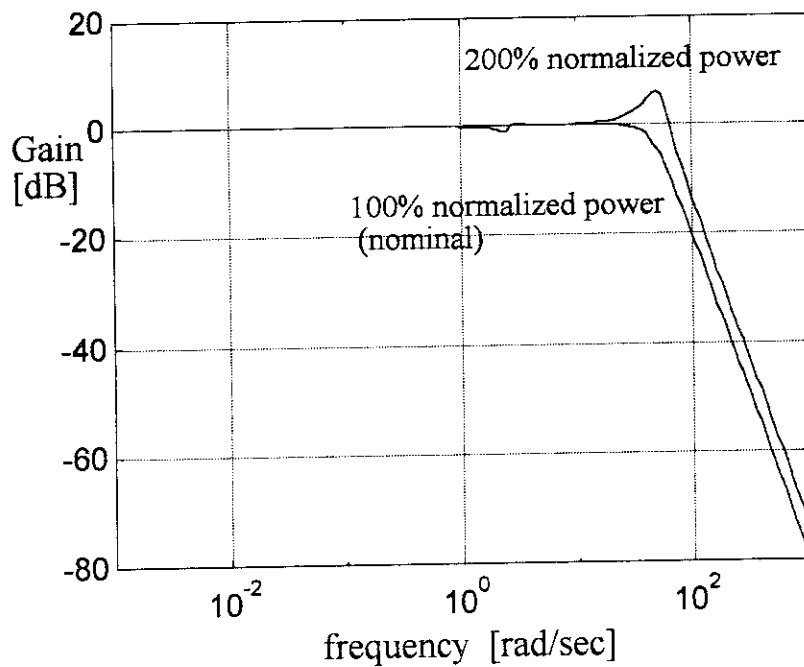


Fig. 3.10 Complementary sensitivity function in the case of 100% normalized power and 200% normalized power operation

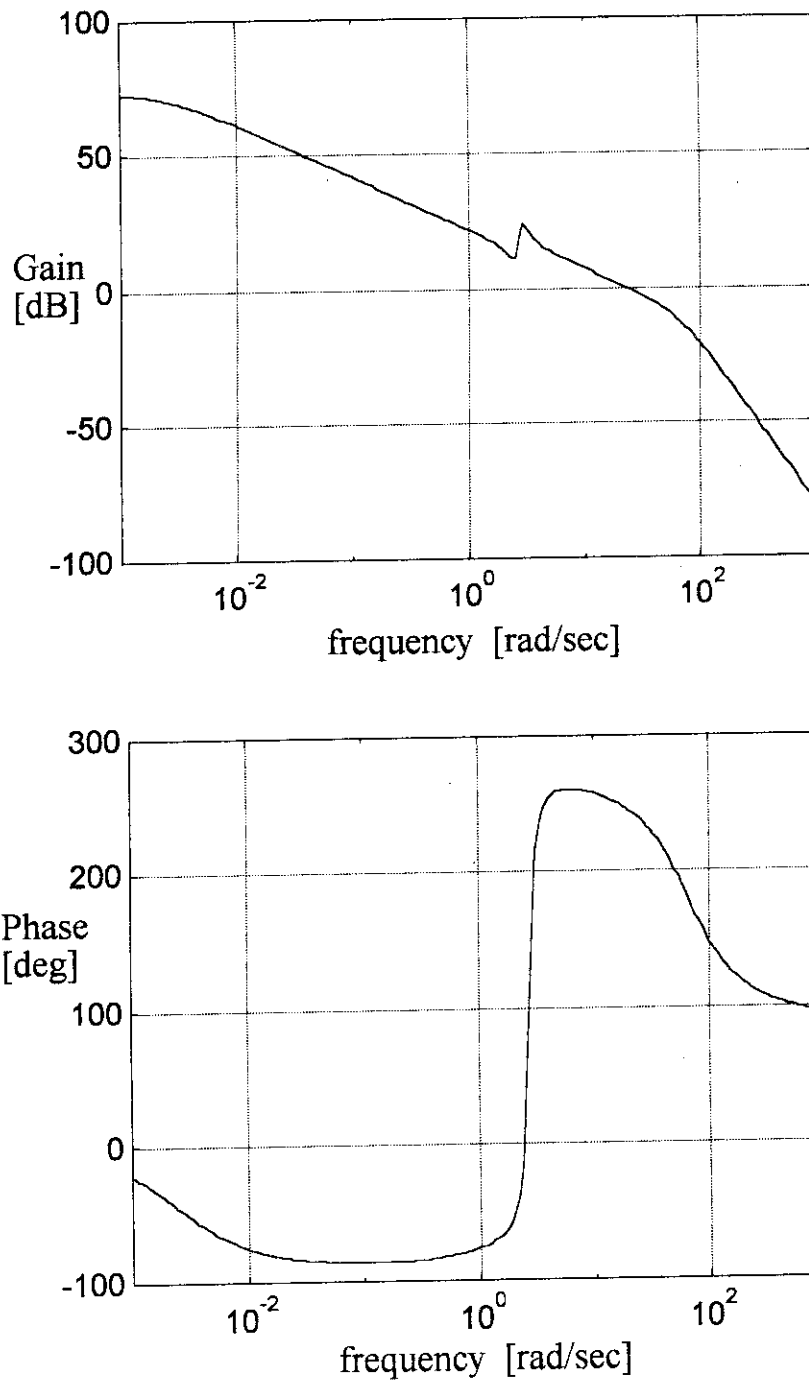


Fig. 3.11 Bode plot of open loop transfer function of control system with gain scaling in 200% normalized power operation

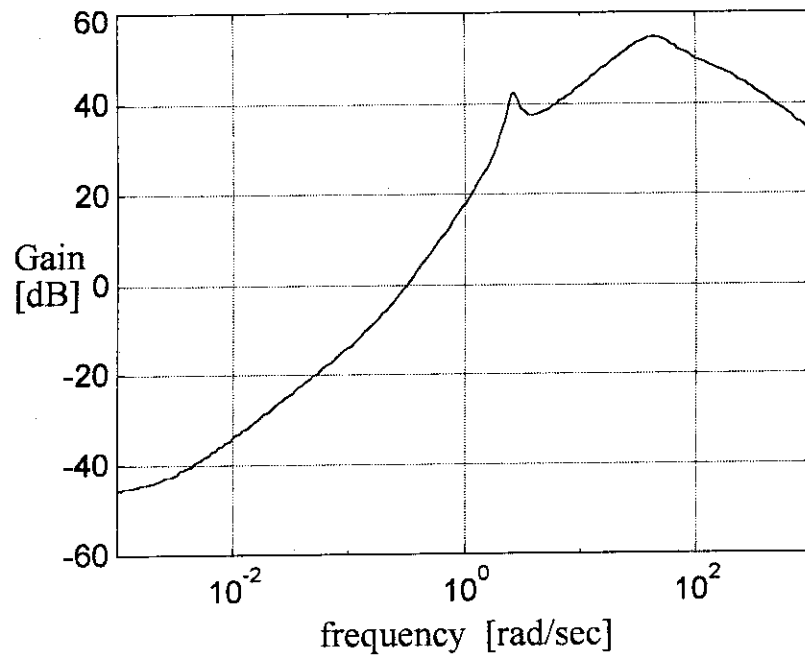


Fig. 3.12 Disturbance rejection function of control system with gain scaling in 200% normalized power operation

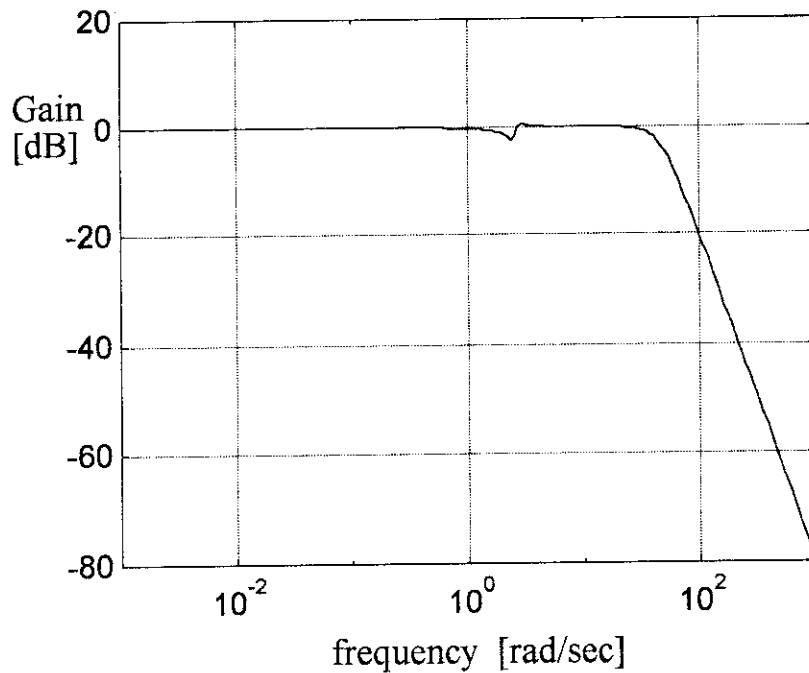


Fig. 3.13 Complementary sensitivity function of control system with gain scaling in 200% normalized power operation

4. むすび

本報告書では線形制御器を非線形性をもつ原子炉の出力制御に適用した場合の制御特性劣化を補償する簡便な方法としてゲインスケーリング手法を提案した。そして、この手法を H^∞ フィードバック制御系に適用した場合の制御特性を時間領域および周波数領域で評価した。その結果、ゲインスケーリング手法が外乱に対する原子炉出力振動を抑制するとともに制御系の安定性を向上させることを確認し、提案手法の有効性を示した。

参考文献

- [1]井村：非線形 H^∞ 制御 —線形系の H^∞ 制御は非線形系にどこまで拡張可能か—, 計測と制御, Vol. 34, pp. 188-195(1995)
- [2]Matlab Robust-Control Toolbox 入門編
- [3]石川, 鈴木：2自由度制御器の原子炉出力制御への応用—数値シミュレーションによる検討—, JAERI-Research, 96-048, (1996)
- [4]J. March-Leuba, D.G. Cacuci and R.B. Perez: Nonlinear Dynamics and Stability of Boiling Water Reactor: Part 1 - Qualitative Analysis; Nucl. Sci. Eng., Vol. 93, pp. 111-123(1986)

4. むすび

本報告書では線形制御器を非線形性をもつ原子炉の出力制御に適用した場合の制御特性劣化を補償する簡便な方法としてゲインスケーリング手法を提案した。そして、この手法を H^∞ フィードバック制御系に適用した場合の制御特性を時間領域および周波数領域で評価した。その結果、ゲインスケーリング手法が外乱に対する原子炉出力振動を抑制するとともに制御系の安定性を向上させることを確認し、提案手法の有効性を示した。

参考文献

- [1]井村：非線形 H^∞ 制御 —線形系の H^∞ 制御は非線形系にどこまで拡張可能か—, 計測と制御, Vol. 34, pp. 188-195(1995)
- [2]Matlab Robust-Control Toolbox 入門編
- [3]石川, 鈴木：2自由度制御器の原子炉出力制御への応用—数値シミュレーションによる検討—, JAERI-Research, 96-048, (1996)
- [4]J. March-Leuba, D.G. Cacuci and R.B. Perez: Nonlinear Dynamics and Stability of Boiling Water Reactor: Part 1 - Qualitative Analysis; Nucl. Sci. Eng., Vol. 93, pp. 111-123(1986)