

地殻変動のシミュレーションに関する研究 (3)

(核燃料サイクル開発機構契約業務報告書)

2004年3月

(株) 富士総合研究所

本資料の全部または一部を複製・複製・転載する場合は、下記にお問い合わせください。

〒319-1184 茨城県那珂郡東海村4番地49
核燃料サイクル開発機構 技術展開部 技術協力課

Inquiries about copyright and reproduction should be addressed to:

Technical Cooperation Section, Technology Management Division,
Japan Nuclear Cycle Development Institute

4-49 Muramatsu, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki 319-1184, Japan

© 核燃料サイクル開発機構

(Japan Nuclear Cycle Development Institute) 2005

2004年3月

地殻変動のシミュレーションに関する研究(3)

(核燃料サイクル開発機構契約業務報告書)

小坂部和也*

要 旨

地質環境の長期的な安定性を評価するためには、隆起運動などの地殻変動が将来どのような規模で発生するかを予測することが重要である。その手段として、数値シミュレーションは有望である。現状の研究では、汎用の工学数値解析コードを用いて、地殻のモデリングを行い、隆起などの地殻変動の解析を行ってきた。しかし、汎用コードでは、せん断破壊構成則の設定など地殻の詳細な現象の解析が困難である。そのため、詳細な地盤活動を予測するためには、専用コードの開発が必要である。

本研究では、地殻変動の予測の支援ツールとして、2次元対応の動的緩和法を用いた地殻変動専用コードを開発する。2003年度の作業では、粘弾塑性体解析機能を追加し、その追加した機能の検証試験を行った。さらに、粘弾塑性体解析機能を用いて東北日本弧の地殻変動解析、長町・利府断面の変形解析を行った。この結果、実際の解析対象への本プログラムの適用性を確認した。

本報告書は、(株)富士総合研究所が核燃料サイクル開発機構殿との契約により実施した研究成果に関するものである。

機構担当課室：東濃地科学センター 地質環境研究グループ

* (株)富士総合研究所

March 2004

A Study on Finit Element Model for the Crustal Movement (3)

Kazuya Osakabe*

Abstract

In this study, the exclusive code for crustal movement analysis using dynamic relaxation was developed. In the work in fiscal 2003, the function which analyzes visco-elasto-plasticity was added to the program developed in fiscal 2002. The verification problems were carried out using the developed code. And furthermore, north-west Japan and nagamachi-rifu fault were analyzed. As a result, it was confirmed that this function of the developed code operated accurately, and can be applied to the practical analytical fields.

This work was performed by FUJI RESEACH INSTITUTE CORPORATION under contract with Japan Nuclear Cycle Development Institute.

JNC Liaison: GEOSCIENCE RESEACH GROUP, TONO GEOSIENGE CENTER

* FUJI RESEACH INSTITUTE CORPORATION

目次

1	はじめに.....	3
2	機能概要.....	4
2.1	支配方程式.....	4
2.2	構成方程式.....	4
2.2.1	線形弾性体.....	4
2.2.2	弾塑性体.....	5
2.2.3	粘弾性体.....	11
2.2.4	粘弾塑性体.....	13
2.3	断層解析機能.....	16
2.3.1	接触アルゴリズムの概要.....	17
2.3.2	スレーブ節点に対応するマスター面の検索.....	17
2.3.3	接触判定と反力計算.....	19
2.3.4	接線力の計算.....	21
2.4	大変形解析機能.....	24
2.4.1	大変形解析機能のアルゴリズム.....	25
2.5	解析ソルバー.....	26
2.5.1	動的緩和法.....	26
2.5.2	有限要素法による離散化.....	28
2.5.3	弾塑性体解析のアルゴリズム.....	30
2.5.4	粘弾性体解析のアルゴリズム.....	34
2.5.5	粘弾塑性体解析のアルゴリズム.....	37
2.6	使用要素.....	49
2.7	境界条件.....	49
2.7.1	設定可能な境界条件.....	49
2.7.2	強制変位条件と荷重条件について.....	49
3	入力機能.....	51
3.1	データ入力の一般的規則.....	51
3.2	入力の概要.....	51
3.2.1	全体構成.....	51
3.2.2	プログラムのコマンド一覧.....	52
3.2.3	入力単位系について.....	53

3.3	モジュール##INPUT.....	53
3.3.1	機能.....	54
3.3.2	ファイル構成.....	54
3.3.3	サブコマンド一覧.....	54
3.3.4	入力データ説明.....	56
3.4	モジュール##EXPLICIT.....	69
3.4.1	ファイル構成.....	69
3.4.2	サブコマンド一覧.....	70
3.4.3	入力データ説明.....	71
3.5	プログラムの終了について.....	89
3.6	入力例.....	89
3.6.1	線形弾性体解析の入力例.....	89
3.6.2	自重解析の入力例.....	97
3.6.3	弾塑性体解析の入力例.....	99
3.6.4	粘弾性体解析の入力例.....	100
3.6.5	粘弾塑性体解析の入力例.....	103
3.6.6	断層解析機能の入力例.....	108
3.6.7	大変形解析機能の入力例.....	112
4	出力機能.....	114
4.1	任意節点履歴データの出力.....	114
4.2	任意要素履歴データの出力.....	114
4.3	任意マスター面履歴データの出力.....	115
4.4	任意スレーブ面履歴データの出力.....	115
4.5	最大残差力履歴データの出力.....	115
4.6	AVS ファイルの出力.....	116
4.7	標準出力.....	117
4.8	出力例.....	117
4.8.1	任意節点データ履歴の出力例.....	117
4.8.2	任意要素データ履歴の出力例.....	118
4.8.3	最大残差力履歴の出力例.....	119
4.8.4	AVS データの出力.....	120
5	実行方法.....	122
5.1	実行方法.....	122
5.2	節点数・要素数・境界条件数・領域数などの最大数の設定.....	122

6	制限事項その他	122
6.1	開発環境	122
6.2	動作環境	123
6.3	ADJUST.F のフォーマット	123
6.4	開発プログラムのインストールについて	124
6.5	制限事項	124
7	試験結果	125
7.1	粘弾塑性体機能の検証	125
7.1.1	解析モデル	125
7.1.2	解析結果	125
7.2	東北日本弧の地殻変動解析	128
7.2.1	解析モデル	128
7.2.2	解析結果	130
7.3	長町-利府断層の変形解析	132
7.3.1	解析モデル	132
7.3.2	解析結果	135
8	おわりに	142
8.1	本プログラムの特徴	142
8.2	今後の発展可能性	142

図表目次

図 2.1	マックスウェル要素.....	11
図 2.2	マスター面とスレーブ面.....	17
図 2.3	スレーブ節点に対応するマスター要素の検索方法.....	18
図 2.4	スレーブ節点に対応するマスター要素の検索方法.....	19
図 2.5	接触・非接触の判定.....	21
図 2.6	摩擦構成則.....	22
図 2.7	局所座標.....	23
図 2.8	接触解析の流れ図.....	24
図 2.9	固定増分・Jaumann 増分のイメージ.....	25
図 2.10	大変形解析の流れ図.....	26
図 2.11	動的緩和法のアルゴリズム.....	28
図 2.12	塑性変形における応力状態の変化.....	33
図 2.13	弾塑性体の構成方程式の解法アルゴリズム.....	34
図 2.14	粘弾性体における動的緩和法のアルゴリズム.....	36
図 2.15	弾塑性体の応力更新図.....	40
図 2.16	弾塑性体の応力増分の概念.....	40
図 2.17	粘弾性体の応力更新図.....	41
図 2.18	粘弾性体の応力増分の概念.....	41
図 2.19	粘弾塑性体の応力更新図.....	42
図 2.20	粘弾塑性体の応力増分の概念.....	42
図 2.21	粘弾塑性体の構成方程式の解法アルゴリズム.....	48
図 2.22	塑性状態における応力状態の変化.....	49
図 2.23	強制変位条件から分布荷重条件への変換.....	50
図 3.1	##input のファイル構成.....	54
図 3.2	要素構成節点番号.....	61
図 3.3	マスター面の指定.....	66
図 3.4	スレーブ面の指定.....	67
図 3.5	摩擦構成則.....	68
図 3.6	##explicit のファイル構成.....	69
図 3.7	要素面番号.....	75
図 3.8	解析モデル.....	90
図 3.9	荷重履歴.....	90

図 3.10	最大残差力の履歴.....	95
図 3.11	y 方向変位の動的緩和ステップでの履歴.....	95
図 3.12	応力の yy 成分の動的緩和ステップでの履歴.....	96
図 3.13	y 方向変位の実時間ステップでの履歴.....	96
図 3.14	応力の yy 成分の実時間ステップでの履歴.....	97
図 3.15	y 方向変位の動的緩和ステップでの履歴.....	98
図 3.16	応力の yy 成分の動的緩和ステップでの履歴.....	98
図 3.17	y 方向変位の動的緩和ステップでの履歴.....	100
図 3.18	変位履歴.....	101
図 3.19	y 方向変位の実時間ステップでの履歴.....	102
図 3.20	解析モデル.....	103
図 3.21	最大主応力.....	105
図 3.22	最小主応力.....	105
図 3.23	差応力.....	106
図 3.24	ひずみの xx 成分の時刻歴.....	108
図 3.25	解析モデル.....	109
図 3.26	1 ステップ目と 400 ステップ目の格子図.....	112
図 3.27	スレーブ面における相対変位とせん断応力の関係.....	112
図 3.28	各実時間ステップにおける要素の形状.....	113
図 7.1	解析モデル.....	125
図 7.2	ひずみの xx 成分の時刻歴.....	126
図 7.3	右端要素の各応力 (粘弾性).....	127
図 7.4	右端要素の各応力 (粘弾塑性).....	127
図 7.5	解析モデル.....	129
図 7.6	地表面 y 方向変位量.....	131
図 7.7	中央部における差応力.....	131
図 7.8	解析モデル.....	133
図 7.9	解析モデル断層付近拡大図.....	134
図 7.10	断層付近の地表面の座標.....	136
図 7.11	断層付近変形図.....	138
図 7.12	地表面の座標.....	139
図 7.13	変形図.....	139
図 7.14	断層付近のせん断ひずみの分布図.....	141
表 3.1	本プログラムのコマンド一覧.....	52

表 3.2	入力単位例.....	53
表 3.3	##input のサブコマンド一覧表.....	54
表 3.4	##explicit のサブコマンド一覧表.....	70

記号表

A	: べき乗則の構成則の定数
a	: 流れベクトル
B_α	: B マトリックス
C	: 粘着力
c	: 減衰係数
$C_{\alpha\beta}$: 減衰行列
D	: D マトリックス
D_c	: 臨界相対変位量
D_{ep}	: 弾塑性 D マトリックス
$d\varepsilon$: ひずみ増分
$d\varepsilon_e$: 弾性ひずみ増分
$d\varepsilon_p$: 塑性ひずみ増分
$d\bar{\varepsilon}_p$: 相当塑性ひずみ増分
$d\kappa$: ひずみ硬化パラメータの増分
$d\lambda$: 塑性比例係数
E	: ヤング率
e_{ij}	: ひずみテンソル
e_{ij}'	: 偏差ひずみテンソル
\dot{e}_{ij}^c	: クリープひずみ速度テンソル
F	: $F=0$ で降伏条件となる関数
F_i	: 外力
g	: 接触面における貫通量
G	: せん断弾性係数
H'	: 硬化係数
J_1	: 応力の第一不変量
J_2	: 偏差応力の第二不変量
K	: 体積弾性係数
k	: 塑性応力
$M_{\alpha\beta}$: 質量行列
n	: べき乗則指数
N_α	: 形状関数
p	: ペナルティー数の補正係数
P_α	: 内力ベクトル
Q	: 塑性ポテンシャル

T_α	: 外力ベクトル
u_i	: 変位ベクトル
Wp	: 塑性仕事
ε	: 最大摩擦応力を与える相対変位
ε	: 工学ひずみ成分
$\dot{\varepsilon}_{cr}$: クリープ速度
$\bar{\varepsilon}_p$: 相当塑性ひずみ
ϕ	: 内部摩擦角
η	: 粘性係数
κ	: ひずみ硬化パラメータ
λ	: 緩和時間
ν	: ポアソン比
ρ	: 密度
σ	: 応力成分
$\bar{\sigma}$: 相当応力
σ_{ij}	: 応力テンソル
σ'_{ij}	: 偏差応力テンソル
σ_{iso}	: 応力の等方成分
τ	: 摩擦応力
τ_d	: 残留摩擦応力
τ_p	: せん断強度
ω_{ij}	: スピンテンソル

一般に Δ は数値解析上での1ステップ間での増分または修正量を意味する。

1 はじめに

本報告書は、核燃料サイクル機構殿より委託された「地殻変動のシミュレーションに関する研究」の2003年度の研究成果をまとめたものである。

地質環境の長期的な安定性を評価するためには、隆起運動などの地殻変動が将来どのような規模で発生するかを予測することが重要である。その補助手段として、数値シミュレーションは非常に有望である。現状の研究では、汎用の工学数値解析コードを用いて、地殻のモデリングを行い、隆起などの地殻変動の解析を行ってきた^{[1],[2]}。しかし、汎用の計算コードでは、地殻のせん断破壊の構成則、クリープ則の設定など地殻の詳細な現象のモデリングが困難であり、専用コードの開発が必要となっている。本研究では、地殻変動の予測の支援ツールとして、2次元対応の地殻変動専用コードを開発する。2001年度は地殻変動専用コードの基本機能の設計・開発・検証試験を行った。2002年度は、2001年度の開発したプログラムに断層解析機能および大変形解析機能を追加し、その検証試験を行った。2003年度は粘弾塑性体解析機能を追加し、その検証試験を行い、さらに東北日本弧の地殻変動解析と長町-利府断層の変形解析を行った。

本報告書は全8章からなる。第1章では本報告書の概要をまとめている。第2章では本プログラムの機能の概要を示す。第3章で本プログラムの入力データフォーマットおよび入力データ例を示す。第4章では本プログラムの出力機能および出力データ例を示す。第5章では、本プログラムの実行方法を示す。第6章では、本プログラムの制限事項や動作環境などを示す。第7章では、2003年度に開発した粘弾塑性体解析機能の検証試験、そして東北日本弧の地殻変動解析と長町-利府断層の変形解析の結果を示す。第8章では2003年度の研究成果のまとめと3カ年の研究の特徴、さらに今後の発展性を示す。

2 機能概要

2.1 支配方程式

支配方程式として式(2.1)の静的釣り合い式と式(2.2)と構成方程式を考える。

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + F_i = 0 \quad (2.1)$$

$$\sigma_{ij} = f(\sigma_{ij}, u_i, \dot{u}_i) \quad (2.2)$$

なお、 σ_{ij} は応力テンソル、 u_i は変位で、 F_i は外力である。

2.2 構成方程式

本プログラムでは、地盤解析に必要な物性として、線形弾性体・弾塑性体・粘弾性体・粘弾塑性体を取り扱う。線形弾性体の構成方程式として一般化フックの構成則を、弾塑性体の構成則としてドラッカー・プラッカーの構成則^[3]とモール・クーロンの構成則を、粘弾性体の構成則としてマックスウェルの構成則^[4]およびべき乗則の構成則^[4]をそれぞれ導入する。また、粘弾塑性体の粘性部分にはマックスウェルの構成則^[4]、塑性部分には弾塑性体解析と同様ドラッカー・プラッカーの構成則^[3]とモール・クーロンの構成則を導入する。

2.2.1 線形弾性体

本プログラムでは、線形弾性体の構成方程式として平面ひずみの2次元近似を用いた一般化フックの弾性則を採用する。以下にその構成方程式を示す。

$$\sigma = D\varepsilon \quad (2.3)$$

ここで、 σ 、 ε はそれぞれ次式で定義される応力成分、ひずみ成分である。

$$\sigma^t = \{\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}, \sigma_z\}, \varepsilon^t = \{\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}, \varepsilon_z\} \quad (2.4)$$

なお、 ε の各成分は工学ひずみであり、次式で定義される。

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u_x}{\partial x}, \varepsilon_y = \frac{\partial u_y}{\partial y}, \gamma_{xy} = \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x}, \varepsilon_z = \frac{\partial u_z}{\partial z} \quad (2.5)$$

ここで、 u_i は*i*方向の変位である。なお、平面ひずみの条件下では $\varepsilon_z=0$ である。式(2.3)の D は D マトリックスとよばれるひずみと応力を関連付ける行列で、平面ひずみ近似の条件下では、次式で定義される。

$$D = \frac{(1-\nu)E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{pmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 & \frac{\nu}{1-\nu} \\ \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & 0 & \frac{\nu}{1-\nu} \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

ここで、 ν はポアソン比、 E はヤング率である。

2.2.2 弾塑性体

本プログラムでは、弾塑性体の構成則として地盤の特性をよく表現するドラッカー・普拉ッカーの構成則を採用する。以下にその構成則を示す。

① 弾塑性体の構成方程式

弾塑性体の降伏の開始は、ある応力の関数 $f(\sigma_{ij})$ が物性値 $k(\kappa)$ に達することが条件となる。この条件を降伏条件と呼び、次式のように表現される。

$$f(\sigma_{ij}) = k(\kappa) \quad \text{または} \quad F(\sigma_{ij}, \kappa) = f(\sigma_{ij}) - k(\kappa) = 0 \quad (2.7)$$

$F < 0$ 弾性挙動

$F = 0$ 弾塑性挙動

ここで、 κ は硬化パラメータである。降伏開始後のひずみ増分は弾性変形によるひずみ増分と塑性変形によるひずみ増分の和として表現される。すなわち、

$$d\varepsilon = d\varepsilon_e + d\varepsilon_p \quad (2.8)$$

となる。ここで、 $d\varepsilon$ は全ひずみ増分、 $d\varepsilon_e$ は弾性変形によるひずみ増分、 $d\varepsilon_p$ は塑性変形によるひずみ増分である。 $d\varepsilon_e$ は弾性 D マトリックス D と応力増分 $d\sigma$ をとすると式(2.3)より、

$$d\varepsilon_e = \mathbf{D}^{-1} d\sigma \quad (2.9)$$

となる。塑性ひずみ増分について、流れ則が成り立つと仮定すると、

$$d\varepsilon_p = d\lambda \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \quad (2.10)$$

となる。なお、 $d\lambda$ は塑性比例係数、 Q は塑性ポテンシャルである。ここで $Q = F(\sigma_{ij}, \kappa) = f(\sigma_{ij}) - k(\kappa)$ とする結合流れ則が成り立つと仮定すると、式(2.10)は

$$d\varepsilon_p = d\lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma} = d\lambda \mathbf{a}, \quad \mathbf{a} = \frac{\partial F}{\partial \sigma} \quad (2.11)$$

となる。なお、 \mathbf{a} は流れベクトルと呼ばれ、

$$\mathbf{a}' = \left[\frac{\partial F}{\partial \sigma_x}, \frac{\partial F}{\partial \sigma_y}, \frac{\partial F}{\partial \sigma_z}, \frac{\partial F}{\partial \tau_{yz}}, \frac{\partial F}{\partial \tau_{zx}}, \frac{\partial F}{\partial \tau_{zy}} \right] \quad (2.12)$$

である。式(2.9)および式(2.11)を式(2.8)に代入すると、

$$d\varepsilon = \mathbf{D}^{-1} d\sigma + d\lambda \mathbf{a} \quad (2.13)$$

また、式(2.7)より、

$$dF = \frac{\partial F}{\partial \sigma} d\sigma + \frac{\partial F}{\partial \kappa} d\kappa = \mathbf{a}' d\sigma - B d\lambda = 0 \quad (2.14)$$

$$B = -\frac{1}{d\lambda} \frac{\partial F}{\partial \kappa} d\kappa \quad (2.15)$$

式(2.13)の両辺から、 $d\sigma = \mathbf{a}' \mathbf{D} d\varepsilon$ を乗じ、式(2.14)を用いて $\mathbf{a}' d\sigma$ を消去すると、塑性比例定数 $d\lambda$ が得られる。

$$d\lambda = \frac{1}{(B + \mathbf{a}' \mathbf{d}_D)} \mathbf{d}'_D d\varepsilon \quad (2.16)$$

式(2.13)に式(2.16)を代入すると、応力増分とひずみ増分の関係式は得られる。

$$D_{ep} = D - \frac{d_D d'_D}{B + a' d_D}, \quad d_D = Da \quad (2.17)$$

ここで、 B を陽に決定する必要がある。加工硬化説を採用すると、硬化パラメータの増分は $d\kappa = \sigma' d\varepsilon_p$ で与えられる。式(2.11)より、

$$d\kappa = \sigma' d\varepsilon_p = \sigma' d\lambda a = d\lambda a' \sigma \quad (2.18)$$

また、

$$d\kappa = \bar{\sigma} d\bar{\varepsilon}_p \quad (2.19)$$

ここで、 $\bar{\sigma}$ は相当応力、 $\bar{\varepsilon}_p$ は相当塑性ひずみである。ここでは、応力の相当量として k をもちいる。その場合、

$$d\kappa = k d\bar{\varepsilon}_p \quad (2.20)$$

となる。式(2.15)、式(2.7)より、

$$B = -\frac{1}{d\lambda} \frac{\partial F}{\partial \kappa} d\kappa = \frac{1}{d\lambda} \frac{dk}{d\kappa} d\kappa \quad (2.21)$$

ここで、オイラーの定理を用いると、式(2.7)から

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma} \sigma = a' \sigma = f = k \quad (2.22)$$

式(2.18)に式(2.22)を代入して、

$$d\kappa = \sigma' d\varepsilon_p = \sigma' d\lambda a = d\lambda k \quad (2.23)$$

式(2.21)に式(2.20)、式(2.23)を代入して

$$B = \frac{1}{d\lambda} \frac{dk}{d\kappa} d\kappa = \frac{dk}{d\bar{\varepsilon}_p} = \frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\varepsilon}_p} = H' \quad (2.24)$$

ここで、 H' は硬化係数と呼ばれ、単軸引張り試験によって実験的にもとめることができる。また、式(2.20)、式(2.23)より、

$$d\bar{\varepsilon}_p = d\lambda \quad (2.25)$$

となる。

② ドラッカー・プラッカーの降伏条件

ドラッカー・プラッカーの構成方程式では、式(2.7)の降伏条件は次式で与えられる。

$$f(\sigma_{ij}) = \alpha J_1 + \sqrt{J_2} = k, \quad F = f - k = 0 \quad (2.26)$$

$$\alpha = \frac{2 \sin \phi}{\sqrt{3}(3 \pm \sin \phi)}, \quad k = \frac{6C \cos \phi}{\sqrt{3}(3 \pm \sin \phi)}$$

ここで、 C 、 ϕ はそれぞれモール・クーロンの構成則における粘着応力および内部摩擦角である。なお、 α 、 k における分母の±はドラッカー・プラッカーの降伏曲面をモール・クーロンの降伏曲面の六角形の内側に一致させた場合－、外側に一致させた場合＋となる。また、 J_1 、 J_2 はそれぞれ応力の第一不変量および、偏差応力の第二不変量であり、次式で定義される。

$$J_1 = \sigma_{ii} \quad (2.27)$$

$$J_2 = \frac{1}{2} \sigma_{ij} \sigma_{ij}, \quad \sigma_{ij} = \sigma_{ij} - p \delta_{ij}, \quad p = \frac{1}{3} \sigma_{ii}$$

平面ひずみの仮定のもと、上記の降伏条件を式(2.12)に代入すると、流れベクトル \mathbf{a} は次の式になる。

$$\begin{aligned} \mathbf{a}' &= \left[\frac{\partial F}{\partial \sigma_x}, \frac{\partial F}{\partial \sigma_y}, \frac{\partial F}{\partial \tau_{xy}}, \frac{\partial F}{\partial \sigma_z} \right] \\ &= \left[\alpha + \frac{\sigma'_x}{2\sqrt{J_2}}, \alpha + \frac{\sigma'_y}{2\sqrt{J_2}}, \frac{\tau_{xy}}{\sqrt{J_2}}, \alpha + \frac{\sigma'_z}{2\sqrt{J_2}} \right] \end{aligned} \quad (2.28)$$

式(2.6), 式(2.17)および式(2.28)より, d_D は次式で表される。

$$d_D = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left\{ \begin{array}{l} (1+\nu)\alpha + \frac{1-\nu}{2\sqrt{J_2}} \sigma'_x + \frac{\nu}{2\sqrt{J_2}} \sigma'_y + \frac{\nu}{2\sqrt{J_2}} \sigma'_z \\ (1+\nu)\alpha + \frac{\nu}{2\sqrt{J_2}} \sigma'_x + \frac{1-\nu}{2\sqrt{J_2}} \sigma'_y + \frac{\nu}{2\sqrt{J_2}} \sigma'_z \\ \frac{1-2\nu}{2\sqrt{J_2}} \tau_{xy} \\ (1+\nu)\alpha + \frac{\nu}{2\sqrt{J_2}} \sigma'_x + \frac{\nu}{2\sqrt{J_2}} \sigma'_y + \frac{1-\nu}{2\sqrt{J_2}} \sigma'_z \end{array} \right. \quad (2.29)$$

③モール・クーロンの降伏条件

モール・クーロンの構成方程式では, 式(2.7)の降伏条件は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} f(\sigma_{ij}) &= \frac{1}{3} J_1 \sin \phi + \sqrt{J_2} \left(\cos \theta - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \theta \sin \phi \right) = k, \quad F = f - k \\ k &= C \cos \phi, \quad \sin 3\theta = -\frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_3}{(J_2')^{3/2}} \end{aligned} \quad (2.30)$$

ここで, C , ϕ はそれぞれモール・クーロンの構成則における粘着応力および内部摩擦角である。

流れベクトル \mathbf{a} は次式の通りである。

$$\mathbf{a}^T = \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma_x}, \frac{\partial F}{\partial \sigma_y}, \frac{\partial F}{\partial \tau_{xy}}, \frac{\partial F}{\partial \sigma_z} \right\} \quad (2.31)$$

$$\mathbf{a} = C_1 \mathbf{a}_1 + C_2 \mathbf{a}_2 + C_3 \mathbf{a}_3$$

$$\mathbf{a}_1^T = \{1, 1, 0, 1\} \quad (2.32)$$

$$\mathbf{a}_2^T = \frac{1}{2\sqrt{J'_2}} \{\sigma'_x, \sigma'_y, 2\tau_{xy}, \sigma'_z\}$$

$$\mathbf{a}_3^T = \left\{ \left(\sigma'_y \sigma'_z + \frac{J'_z}{3} \right), \left(\sigma'_x \sigma'_z + \frac{J'_z}{3} \right), -2\sigma'_z \tau_{xy}, \left(\sigma'_x \sigma'_y - \tau_{xy}^2 + \frac{J'_z}{3} \right) \right\}$$

$$C_1 = \frac{1}{3} \sin \phi$$

$$C_2 = \cos \theta \left[(1 + \tan \theta \tan 3\theta) + \sin \phi (\tan 3\theta - \tan \theta) / \sqrt{3} \right] \quad (2.33)$$

$$C_3 = \frac{\sqrt{3} \sin \theta + \cos \theta \sin \phi}{2J'_2 \cos 3\theta}$$

モール・クーロンの構成則の場合、 $\theta = \pm 30^\circ$ 方向の隅の応力点における塑性ひずみの方向が不定である。 θ が $\pm 30^\circ$ に近づくと式(2.33)から明らかなように、 C_2 および C_3 が決定されないからである。

ここで $\theta = \pm 30^\circ$ に対し、

$$C_1 = \frac{1}{3} \sin \phi$$

$$C_2 = \begin{cases} \frac{1}{2} \left(\sqrt{3} - \frac{\sin \phi}{\sqrt{3}} \right), & \theta = +30^\circ \\ \frac{1}{2} \left(\sqrt{3} + \frac{\sin \phi}{\sqrt{3}} \right) & \theta = -30^\circ \end{cases} \quad (2.34)$$

$$C_3 = 0$$

となる。

これより

$$d_D = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E}{1+\nu} a_1 + M_1 \\ \frac{E}{1+\nu} a_2 + M_1 \\ \frac{E}{2(1+\nu)} a_3 \\ \frac{E}{1+\nu} a_4 + M_1 \end{bmatrix}, \quad M_1 = \frac{E\nu(a_1 + a_2 + a_4)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (2.35)$$

となる。ただし、 a_1, a_2, a_3, a_4 は \mathbf{a} の成分である。

2.2.3 粘弾性体

本プログラムでは、粘弾性体の構成則としてマックスウェルの構成則およびべき乗則の構成則を採用する。以下にそれぞれの構成則を示す。

(1) マックスウェルモデルの構成則

1次元のマックスウェルモデルでは、粘弾性挙動を図 2.1 で示すバネ・ダッシュポットを直列につないだマックスウェル要素で粘弾性挙動を記述できるものと仮定する。このとき、バネのバネ定数を k 、ダッシュポットの粘性係数を η 、外力を F 、変位 u とすると、以下の関係が成り立つ。

$$\dot{F} = k\dot{u} - \frac{k}{\eta} F = k\dot{u} - \frac{1}{\lambda} F \quad (2.36)$$

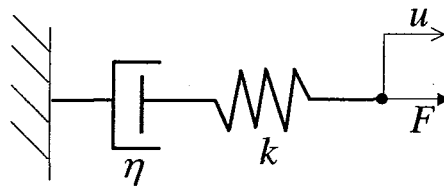


図 2.1 マックスウェル要素

ここで、 $\lambda = (\eta/k)$ は緩和時間である。本プログラムで扱うマックスウェルモデルでは、応力およびひずみを偏差成分と等方成分に分離して、偏差成分は粘弾性挙動を示し、等方成分は弾性挙動を示すものとする。偏差応力テンソル σ_{ij}' および偏差ひずみテンソル e_{ij}' は次式で定義される。

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{ij} \quad (2.37)$$

$$e'_{ij} = e_{ij} - \frac{1}{3} e_{kk} \delta_{ij} \quad (2.38)$$

ここで、 e_{ij} はひずみテンソルであり、次式で定義される。

$$e_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad (2.39)$$

式(2.36)を偏差成分に適用すると

$$\dot{\sigma}'_{ij} = 2G\dot{e}'_{ij} - \frac{G}{\eta} \sigma'_{ij} = 2G\dot{e}'_{ij} - \frac{1}{\lambda} \sigma'_{ij} \quad (2.40)$$

となる。ここで、 G はせん断弾性係数、 η は粘性係数、 $\lambda (= \eta/G)$ は緩和時間である。応力の等方成分 σ_{iso} には弾性体の構成則を適応して、

$$\dot{\sigma}_{iso} = K\dot{e}_{ii} \quad (2.41)$$

となる。ここで、 K は体積弾性係数である。したがって、マックスウェルモデルの構成則は次式で表される。

$$\dot{\sigma}'_{ij} = \dot{\sigma}'_{ij} + \dot{\sigma}_{iso} \delta_{ij} = 2G\dot{e}'_{ij} - \frac{G}{\eta} \sigma'_{ij} + K\dot{e}_{kk} \delta_{ij} = 2G\dot{e}'_{ij} - \frac{1}{\lambda} \sigma'_{ij} + K\dot{e}_{kk} \delta_{ij} \quad (2.42)$$

なお、せん断弾性係数および体積弾性係数はヤング率およびポアソン比との間に以下の関係がある。

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}, K = \frac{E}{3(1-2\nu)} \quad (2.43)$$

(2) ベキ乗則の構成方程式

ベキ乗則の構成方程式は、応力が増加すると、クリープひずみ速度が応力のベキ乗で増

加する現象をモデル化した粘弾性モデルである。以下にその構成則を示す。いま、クリープひずみを ε_{cr} とすると、べき乗則の構成方程式では、クリープ速度は応力のべき乗に比例すると仮定して、次式を得る。

$$\dot{\varepsilon}_{cr} = A\bar{\sigma}^n \quad (2.44)$$

ここで A, n はともにべき乗則の構成則の物理定数である、 $\bar{\sigma}$ は次式で定義される相当応力である。

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2}\sigma'_{ij}\sigma'_{ij}} \quad (2.45)$$

ここで、クリープひずみ速度テンソル \dot{e}_{ij}^c を次式で定義する。

$$\dot{e}_{ij}^c = \frac{3}{2}\dot{\varepsilon}_{cr}\left(\frac{\sigma'_{ij}}{\bar{\sigma}}\right) \quad (2.46)$$

マックスウェルモデルの場合と同様、偏差成分のみ粘弾性効果を考慮すると、偏差応力および等方応力の構成則はそれぞれ次式となる。

$$\dot{\sigma}'_{ij} = 2G(\dot{e}'_{ij} - \dot{e}_{ij}^c) \quad (2.47)$$

$$\dot{\sigma}_{iso} = K\dot{e}_{ii} \quad (2.48)$$

よって、べき乗則の構成方程式は次式となる。

$$\dot{\sigma}_{ij} = \dot{\sigma}'_{ij} + \dot{\sigma}_{iso}\delta_{ij} = 2G(\dot{e}'_{ij} - \dot{e}_{ij}^c) + K\dot{e}_{kk}\delta_{ij} \quad (2.49)$$

2.2.4 粘弾塑性体

弾塑性体の構成方程式、粘弾性体の構成方程式を踏まえて粘弾塑性体の構成方程式について説明する。

(1)弾塑性体

降伏開始後のひずみ増分は弾性変形によるひずみ増分と塑性変形によるひずみ増分の和として表現される。すなわち、

$$d\boldsymbol{\varepsilon} = d\boldsymbol{\varepsilon}_e + d\boldsymbol{\varepsilon}_p \quad (2.8)$$

となる。ここで、 $d\boldsymbol{\varepsilon}$ は全ひずみ増分、 $d\boldsymbol{\varepsilon}_e$ は弾性変形によるひずみ増分、 $d\boldsymbol{\varepsilon}_p$ は塑性変形によるひずみ増分である。 $d\boldsymbol{\varepsilon}_e$ は弾性 D マトリックス D と応力増分 $d\boldsymbol{\sigma}$ をとすると式(2.3)より、

$$d\boldsymbol{\varepsilon}_e = D^{-1} d\boldsymbol{\sigma} \quad (2.9)$$

式(2.8)に式(2.9)を代入して $d\boldsymbol{\sigma}$ の式にすると、

$$d\boldsymbol{\sigma} = D d\boldsymbol{\varepsilon} - D d\boldsymbol{\varepsilon}_p \quad (2.50)$$

となる。右辺の第2項はひずみの塑性成分に由来するみかけの応力増分と呼ばれ、

$$d\boldsymbol{\sigma}_p = -D d\boldsymbol{\varepsilon}_p \quad (2.51)$$

と定義すると、

$$d\boldsymbol{\sigma} = D d\boldsymbol{\varepsilon} - d\boldsymbol{\sigma}_p \quad (2.52)$$

と表せる。つまり応力増分 $d\boldsymbol{\sigma}$ は $D d\boldsymbol{\varepsilon}$ と塑性成分によるみかけの応力増分 $d\boldsymbol{\sigma}_p$ の和であることがわかる。

(2)粘弾性体

粘弾性体の応力増分は式(2.42)にならうと以下の式で表せる。ただし、 $\Delta\varepsilon_{vol}$ は体積ひずみ増分である。

$$\begin{aligned}
d\sigma &= 2Gde' + 3Kd\varepsilon_{vol} \mathbf{I} - \frac{\Delta t}{\lambda} \sigma' \\
&= Dd\varepsilon - \frac{\Delta t}{\lambda} \sigma'
\end{aligned}
\tag{2.53}$$

一方、ばねとダッシュポットを直列に接続したモデルを考えているので、全ひずみ増分は弾性成分の増分と塑性成分の増分の和になる。

$$d\varepsilon = d\varepsilon_e + d\varepsilon_v \tag{2.54}$$

また、式(2.9)の通り、 $\Delta\varepsilon_e$ と応力増分の関係は、

$$d\varepsilon_e = D^{-1} d\sigma \tag{2.9}$$

式(2.9)を式(2.54)に代入して変形すると、

$$d\sigma = Dd\varepsilon - Dd\varepsilon_v \tag{2.55}$$

式(2.53)と(2.55)を比較して、

$$\frac{\Delta t}{\lambda} \sigma' = Dd\varepsilon_v \tag{2.56}$$

これをさらに

$$-\frac{\Delta t}{\lambda} \sigma' = -Dd\varepsilon_v = d\sigma_v \tag{2.57}$$

と粘性成分に由来するみかけの応力増分を定義する。式(2.53)は式(2.58)のように表せる。

$$d\sigma = Dd\varepsilon + d\sigma_v \tag{2.58}$$

つまり応力増分 $d\sigma$ は $Dd\varepsilon$ と粘性成分に由来するみかけの応力増分 $d\sigma_v$ の和であることがわかる。

(3)粘弾塑性体

ばね、スライダー、ダッシュポットが全て直列に接続したモデルを考える。全ひずみ増分は弾性成分の増分、塑性成分の増分、粘性成分の増分の和となる。なお、塑性部分の降伏条件は弾塑性体解析と同じものとする。

$$d\boldsymbol{\varepsilon} = d\boldsymbol{\varepsilon}_e + d\boldsymbol{\varepsilon}_p + d\boldsymbol{\varepsilon}_v \quad (2.59)$$

また、式(2.9)の通り、 $\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_e$ と応力増分の関係は、

$$d\boldsymbol{\varepsilon}_e = \mathbf{D}^{-1} d\boldsymbol{\sigma} \quad (2.9)$$

式(2.9)を式(2.59)に代入して変形すると、

$$d\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}d\boldsymbol{\varepsilon} - \mathbf{D}d\boldsymbol{\varepsilon}_p - \mathbf{D}d\boldsymbol{\varepsilon}_v \quad (2.60)$$

式(2.51)、(2.57)を用いると式(2.60)は以下のように表せる。

$$\begin{aligned} d\boldsymbol{\sigma} &= \mathbf{D}d\boldsymbol{\varepsilon} + d\boldsymbol{\sigma}_p + d\boldsymbol{\sigma}_v \\ &= \mathbf{D}d\boldsymbol{\varepsilon} - \mathbf{D}d\boldsymbol{\varepsilon}_p - \frac{\Delta t}{\lambda} \boldsymbol{\sigma}' \end{aligned} \quad (2.61)$$

つまり応力増分 $d\boldsymbol{\sigma}$ は $\mathbf{D}d\boldsymbol{\varepsilon}$ と塑性成分によるみかけの応力増分 $d\boldsymbol{\sigma}_p$ と粘性成分によるみかけの応力増分 $d\boldsymbol{\sigma}_v$ の和であることがわかる。

2.3 断層解析機能

地殻変動の解析を行うためには、大陸プレート・海洋プレート間の断層運動や内陸の活断層の解析を行うことが不可欠である。そこで、断層解析機能を地殻変動シミュレータに追加する。断層解析を行うためには、断層面における接触問題を解く必要がある。本機能では、ペナルティー法によるマスター・スレーブ法⁵⁾を用いて接触問題を取り扱う。接触解析を行う場合、接触面での摩擦の取り扱いが重要である。接触面間の相対変位と摩擦力の関係を摩擦構成則とよぶ。本機能では、すべりが生じる限界応力（静止摩擦力）までは摩擦力は相対変位に比例し、それ以後は相対変位に対し指数関数的に摩擦力が減少する摩擦構成則を用いる。以下に本プログラムに導入する接触解析機能について詳しく解説する。

2.3.1 接触アルゴリズムの概要

本プログラムでは、ペナルティー法を用いたマスター・スレーブ法により接触問題の解析を行う。マスター・スレーブ法では、互いに接触する面の一方をマスター面、もう一方をスレーブ面とする（図 2.2）。この手法では、スレーブ面上の節点（スレーブ節点）がマスター面上のどの要素（マスター要素）と接触しているかを検索し、そのスレーブ節点とマスター要素との間で摩擦力および法線力を計算する。この手法は以下の4つのプロセスにより計算される。

- ① スレーブ面上の節点（スレーブ節点）がどのマスター面上に存在するか検索する。
- ② 接触判定を行う。
- ③ 接触していた場合、反力の計算を行う。
- ④ 接線応力の計算を行う。

以下に各プロセスの詳細な解説を行う。

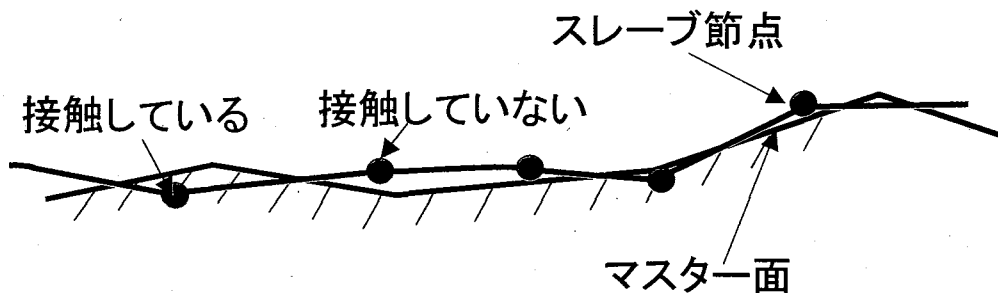


図 2.2 マスター面とスレーブ面

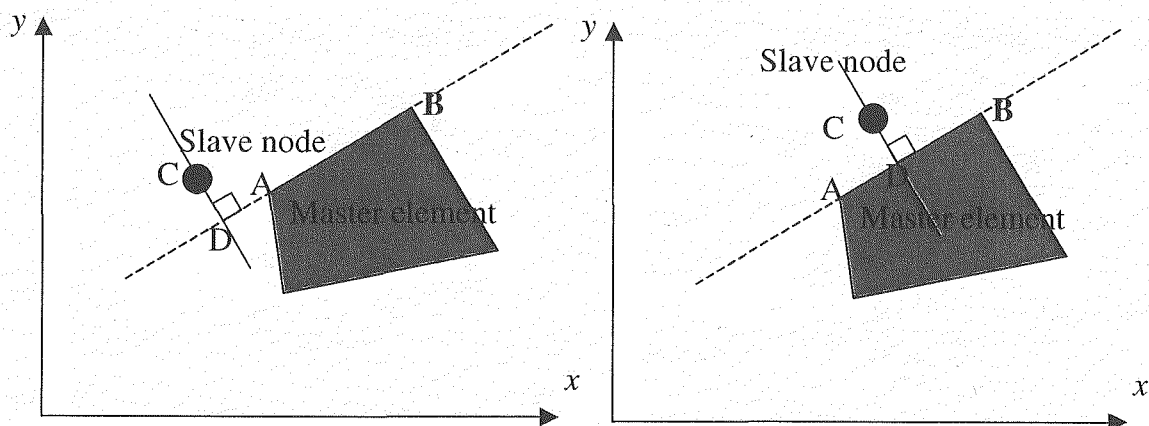
2.3.2 スレーブ節点に対応するマスター面の検索

本手法では、前ステップでマスター面とスレーブ面が接触していたか否かにより異なった検索手法を用いている。前ステップで接触していなかった場合、スレーブ節点がどのマスター要素の上に存在するか明らかでない場合が考えられるため、全マスター面から検索するグローバルサーチを用いて検索を行う。前ステップで接触していた場合は次のステップでは前ステップの近傍のマスター面上にあると考えられるため、隣接する要素から順に検索するローカルサーチを用いる。グローバルサーチおよびローカルサーチのアルゴリズムは以下のとおりである。

グローバルサーチ

前回のステップで接触していなかった場合に用いる。全スレーブ節点に対し、対応するマスター要素を全マスター要素から検索する。検索方法は以下のとおりである。

- ① マスター要素の接触面を延長した直線（下図中の直線 AB）にスレーブ節点から垂線を引きその交点を点 D とする。
- ② 点 D が AB 間にある場合（下図の(b)）、現在検索中のマスター要素が対応するマスター要素とみなす。
- ③ 点 D が AB 間にない場合（下図の(a)）、現在検索中のマスター要素が対応するマスター要素ではないため、次のマスター要素へ検索対象を移す。



(a) 検索中のマスター要素が対応要素でない場合 (b) 検索中のマスター要素が対応要素である場合

図 2.3 スレーブ節点に対応するマスター要素の検索方法

なお、交点 $D(x_d, y_d)$ の座標は、 $A(x_a, y_a)$ 、 $B(x_b, y_b)$ 、 $C(x_c, y_c)$ とすると、次式で表される。

$$x_d = \frac{\Delta x C_1 - \Delta y C_2}{\Delta x^2 + \Delta y^2}, y_d = \frac{\Delta x C_2 + \Delta y C_1}{\Delta x^2 + \Delta y^2} \quad (2.62)$$

$$\Delta x = x_b - x_a, \Delta y = y_b - y_a, C_1 = x_c \Delta x + y_c \Delta y, C_2 = -y_b x_a + x_b y_a$$

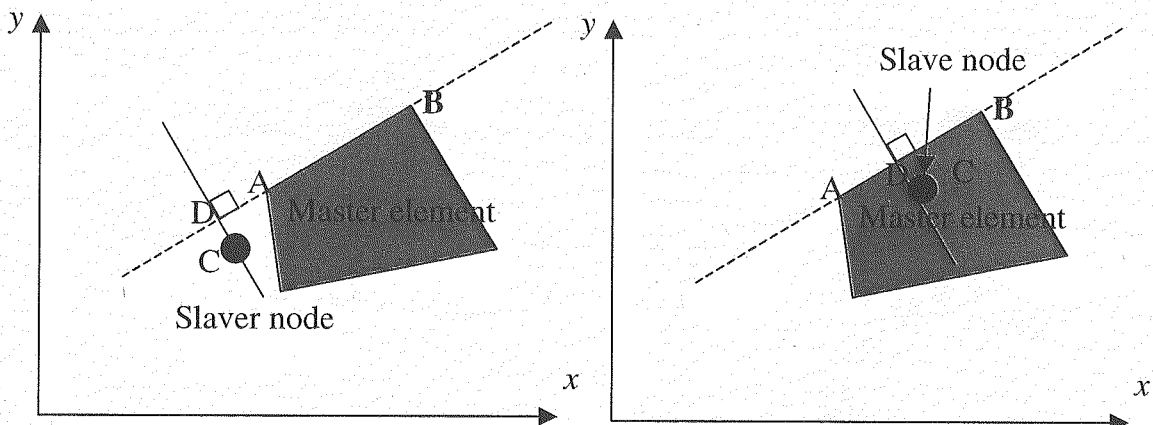
ローカルサーチ

前回のステップで接触していた場合に用いる。全スレーブ節点に対し対応するマスター要素を全ステップ接触していた要素近傍のマスター要素から検索する。検索方法は以下のとおりである。

- ① 前回接触していたマスター要素を対象にグローバルサーチと同等の手法を用いて対応

するマスター要素の検索を行う。

- ② 点DがAB間にある場合（下図の(b)），現在検索中のマスター要素が対応するマスター要素とみなす。
- ③ 点DがAB間にない場合（下図の(a)）， $|AD|$ と $|BD|$ を比較する。下図の場合では， $|AD| < |BD|$ であるから，対応するマスター要素は右側にある。そこで，検索対象を右側のマスター要素に移し，同様の検索を行う。対応するマスター要素が見つかるまで同様の操作を繰り返す。



(a) 検索中のマスター要素が対応要素でない場合 (b) 検索中のマスター要素が対応要素である場合

図 2.4 スレーブ節点に対応するマスター要素の検索方法

2.3.3 接触判定と反力計算

本プログラムでは，接触の判定および反力計算をペナルティー法を用いて行う。ペナルティー法では，接触面において，接触面同士で微小な貫通が生じるものとし，その貫通量に比例した法線力が生じるものとする手法である。この手法では，法線力の評価に厳密性を欠くという欠点があるが，計算が簡便であるため，高速な解析が可能である。以下にそのアルゴリズムを示す。

- ① 次式により貫通量 g を計算する。

$$g = (\mathbf{x}_c - \mathbf{x}_d) \cdot \mathbf{n} \quad (2.63)$$

ここで， \mathbf{x}_c はスレーブ節点の位置ベクトル， \mathbf{x}_d はスレーブ節点からマスター面に引いた垂線とマスター面の交点の位置ベクトル， \mathbf{n} はマスター面の単位法線ベクトルである。

- ② 接触・非接触の判定を行う。 $g < 0$ で接触， $g > 0$ で非接触。

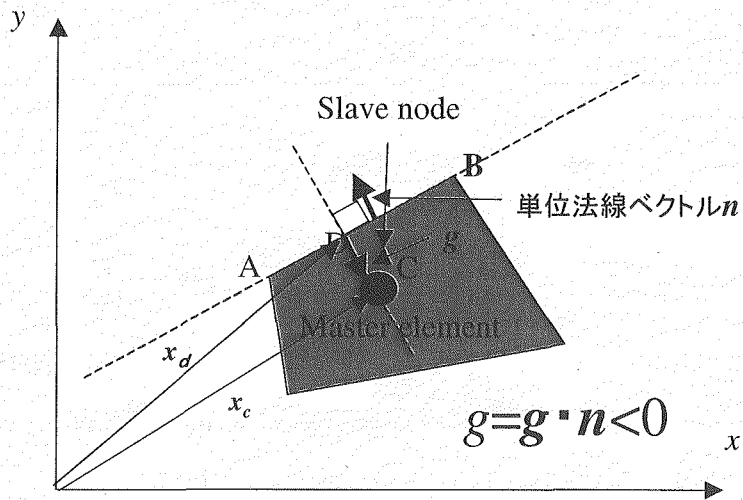
- ③ 接触している場合、法線力の計算を行う。スレーブ節点に作用する法線力 f_n はペナルティー法を用いて計算する。

$$f_n = -p \frac{KS}{L} gn \quad (2.64)$$

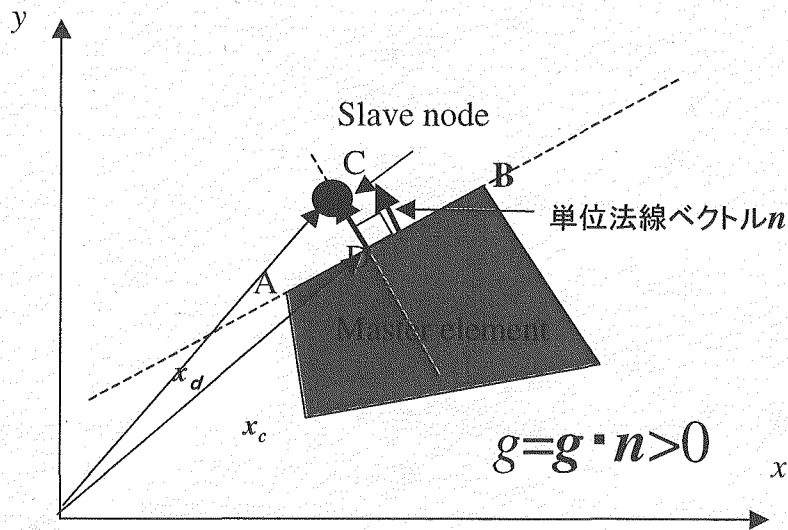
ここで、 p はペナルティー係数、 L はマスター面の長さ、 S はマスター要素の面積、 K は体積弾性率であり、 KSg/L はペナルティー数と呼ばれる。また、 p はペナルティー数の補正係数である。 p を大きくすると、貫通量を少なくすることができるが、計算は不安定になる。マスター面に作用する法線力 f'_n は、作用反作用の法則より、 f_n となる。実際の計算では、節点力が必要なため、下図を例にとると、点 A における節点力 f_a および点 B における節点力 f_b は次式で定義される。

$$f_a = -\frac{|DB|}{|AB|} f'_n, \quad f_b = -\frac{|DA|}{|AB|} f'_n \quad (2.65)$$

接触していない場合、法線力は 0 とする。



(a) 接触



(b) 非接触

図 2.5 接触・非接触の判定

2.3.4 接線力の計算

接線応力は次式で表現される摩擦構成則に従い計算する。ここで、 D は相対すべり量である。

$$\tau = \frac{\tau_p - \tau_d}{\exp(-5\varepsilon/Dc) - \exp(-5)} \{ \exp(-5D/Dc) - \exp(-5\varepsilon/Dc) \} + \tau_p \quad (2.66)$$

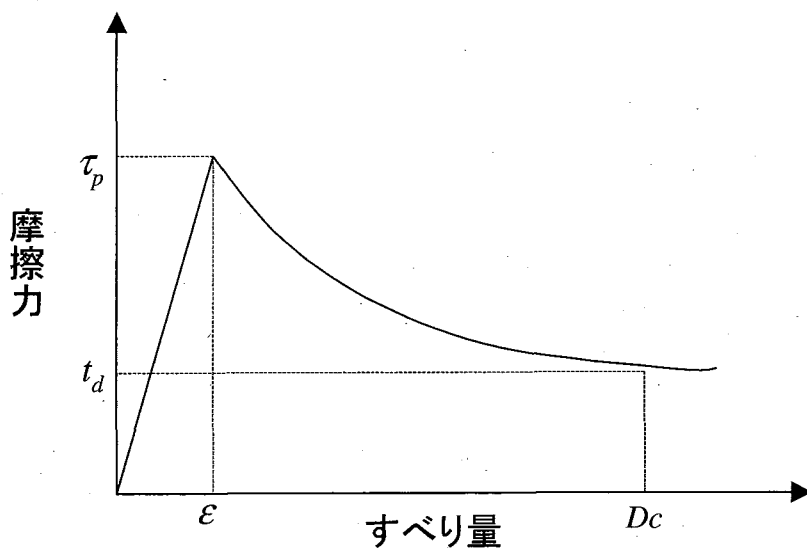


図 2.6 摩擦構成則

計算に必要なのは接線応力ではなく、接線力であるので、スレーブ節点では各スレーブ節点
 が担当する面積を、マスター面ではマスター面積を乗じて接線力を計算する。マスター
 の面に作用する力を節点に振り分ける手順は法線力と同様である。

・ 相対すべり量 D の計算方法

接触解析では、時間の進行とともにスレーブ節点だけでなく、マスター面も移動・変形
 する。そのため、相対すべり量を計算するためには、前ステップのスレーブ節点の位置が
 どのように移動するかを計算しなければならない。そこで、マスター面に固定した局所座
 標系を導入する。局所座標系は下図における A 点を -1, B 点を 1 となるように決定する。今、
 n ステップにおいてスレーブ節点が下図の C にあるとすると、点 C の局所座標 ξ_c は次式で
 計算される。

$$\xi_c = \frac{2}{|AB|} \left(|AC| - \frac{1}{2} |AB| \right) \quad (2.67)$$

$n+1$ ステップでは、点 A は点 A' に、点 B は点 B' に、 n ステップ目のスレーブ節点の位置点
 C は点 C' に、スレーブ節点自身は点 D に移動したとする。このとき点 C と点 C' の局所座標
 は変化しないから、点 C' の座標 x_c' は点 A' の座標 x_a' 、点 B' の座標 x_b' を用いて

$$x_c' = \{(1-\xi_c) x_a' + (1+\xi_c) x_b'\} / 2 \quad (2.68)$$

従って、点 D の座標を x_d とすると、 n から $n+1$ ステップ間での相対すべり量の増分 ΔD は

$$\Delta D = |x_c' - x_d| \quad (2.69)$$

より求まり、 n ステップでの相対すべりを D^n とすると、 $n+1$ ステップの相対すべり量 D^{n+1} は

$$D^{n+1} = D^n + \Delta D \quad (2.70)$$

となる。スレーブ節点がマスター面より離脱すると、相対すべり量は 0 とする。

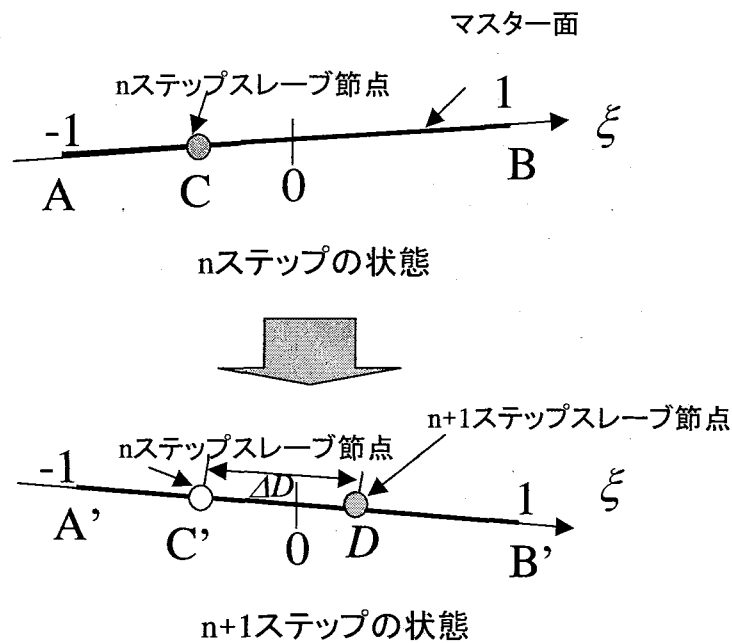


図 2.7 局所座標

以上が接触解析機能のアルゴリズムである。以下にその流れ図を示す。

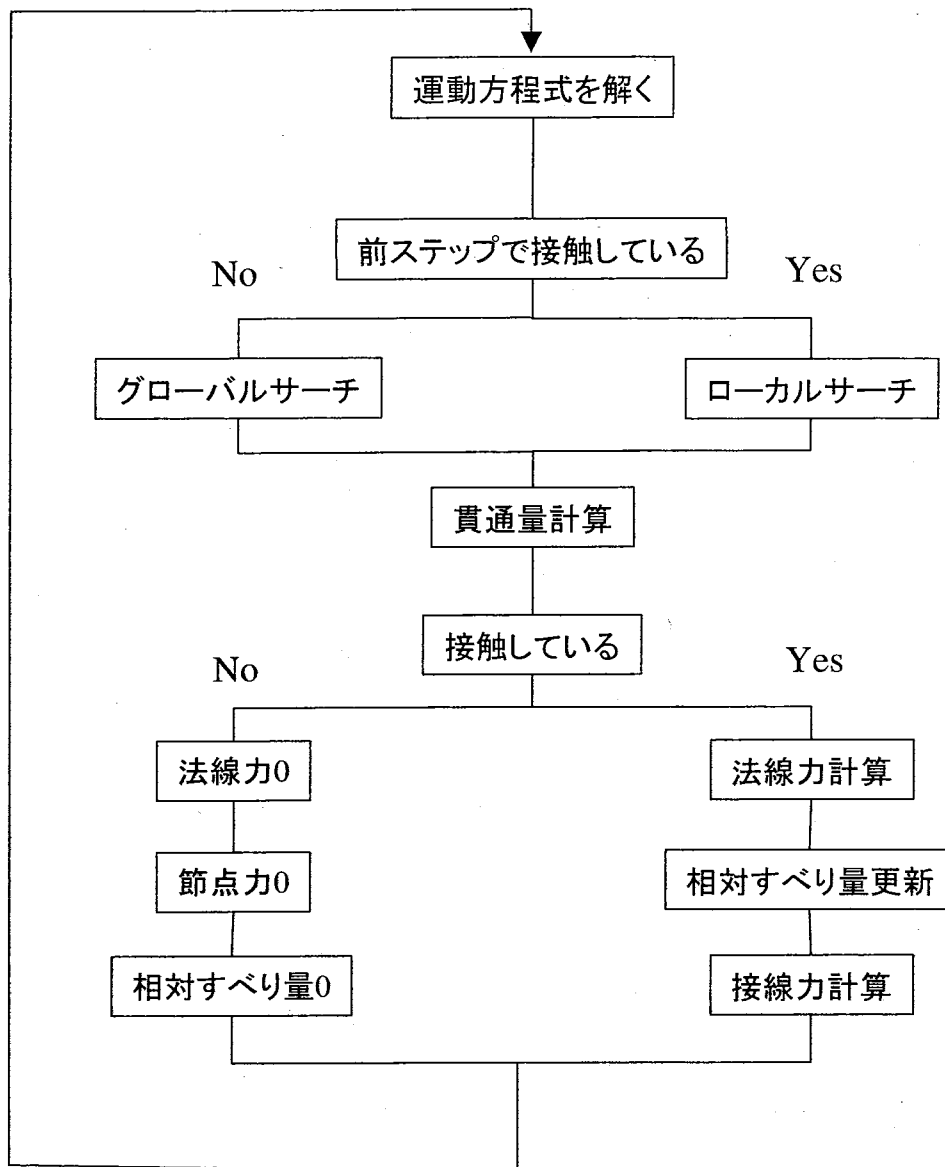


図 2.8 接触解析の流れ図

2.4 大変形解析機能

大規模な地殻変動を予測するためには、大変形を考慮した解析が可能なプログラムを開発する必要がある。そこで、updated Lagrange 法^[6]を用いた大規模解析機能を地殻変動シミュレータに追加する。updated Lagrange 法は、現在の配置を基準配置とみなし、その瞬間に生じる変化を調べ、計算ステップ毎に基準配置を更新する手法である。この手法では、時間ステップごとに座標を更新するため、1ステップ間での変形は比較的小さい。そのため、精度の良い大変形解析が期待できる。

2.4.1 大変形解析機能のアルゴリズム

updated Lagrange 法は、現在の配置を基準配置とみなし、その瞬間に生じる変化を調べ、計算ステップ毎に基準配置を更新する手法である。そのため、計算ステップ毎に座標の更新を行う。この際、解析対象の物体には剛体回転が生じ、応力の構成方程式はこの剛体回転する座標系で成立する。しかし、実際に観測する座標系は固定座標系であるため、回転座標系から固定座標系へと座標変換する必要がある。この固定座標系での増分を固定増分、回転座標系での増分を Jaumann 増分とよぶ。固定増分、Jaumann 増分のイメージを図 2.9 に示す。Jaumann 増分 $\Delta \dot{\sigma}_{ij}$ と固定増分 $\Delta \sigma_{ij}$ の関係を式(2.71)に示す。ここで、 v_i は速度であり、 ω_{ij} はスピントルと呼ばれ剛体回転の速さを表したテンソルである。

図 2.10 に大変形解析の流れ図を示す。図中の運動方程式を解く部分と構成方程式を解き応力の固定増分を求める部分は 2001 年度の作業で開発した手法をそのまま用いる。2002 年度の作業では、Jaumann 増分を導入し、大変形に伴う物体の剛体回転を考慮するルーチンを新たに加えるとともに、座標を毎ステップ更新するルーチンを追加した。

$$\Delta \dot{\sigma}_{ij} = \Delta \sigma_{ij} - (\omega_{ik} \sigma_{kj} - \sigma_{ik} \omega_{kj}) \Delta t$$

$$\omega_{ij} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right] \quad (2.71)$$

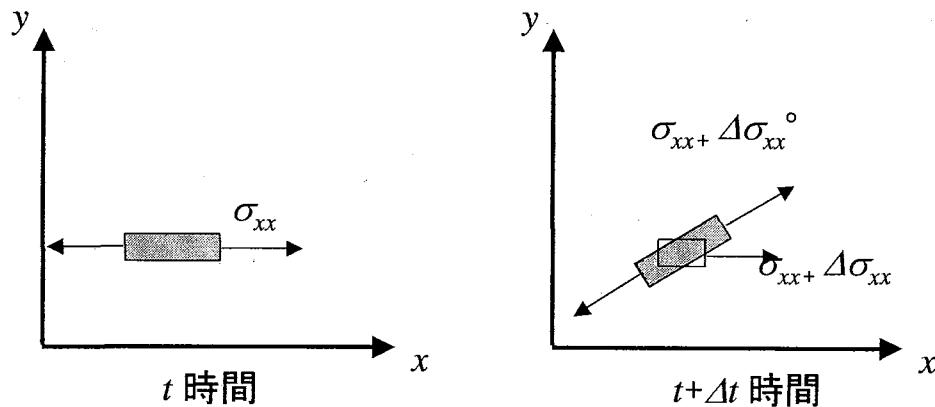


図 2.9 固定増分・Jaumann 増分のイメージ

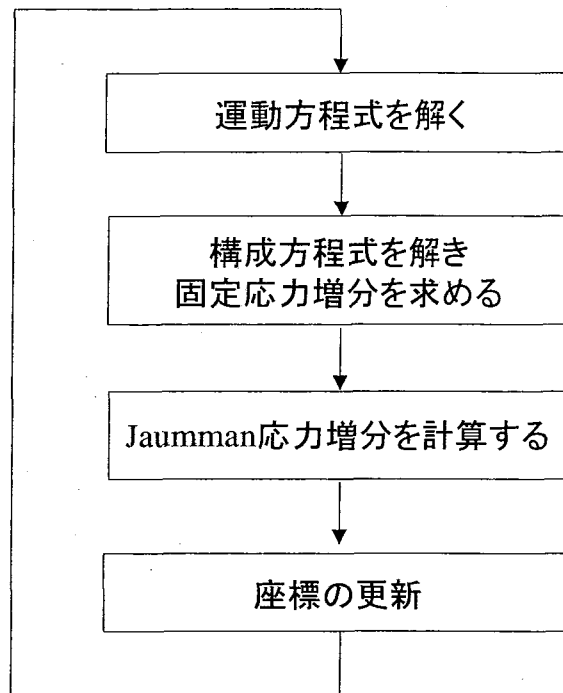


図 2.10 大変形解析の流れ図

2.5 解析ソルバー

2.5.1 動的緩和法

本プログラムは、非線形計算における計算時間・計算容量を削減するため、動的陽解法を繰り返し計算することにより、静的解を求める動的緩和法^{[7]~[9]}を導入する。以下にそのアルゴリズムを示す。式(2.1)は時間発展型の方程式ではないので陽的に解を求めることはできない。そこで、仮想的な密度 ρ 、減衰係数 c を付加して、式(2.72)の仮想的な動的釣り合い式を導入する。式(2.72)は時間発展型の方程式なので、陽的に解くことが出来る。式(2.72)で設定した仮想的な慣性項および減衰項は定常状態では0となるため、式(2.72)を定常状態まで陽解法による時間積分を行えば、式(2.1)の解が求まることになる。

$$\rho \ddot{u}_i + c \dot{u}_i = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + F_i \quad (2.72)$$

ここで、式(2.2)、(2.66)を陽的に離散化すると以下の式が得られる。

$$\rho(u_i^{n+1} - 2u_i^n + u_i^{n-1})/\Delta t^2 + c(u_i^n - u_i^{n-1})/\Delta t = \frac{\partial \sigma_{ij}^n}{\partial x_j} + F_i \quad (2.73)$$

$$\sigma_{ij}^{n+1} = f(\sigma_{ij}^n, u_i^{n+1}, u_i^{n+1} - u_i^n) \quad (2.74)$$

ここで、 ρ は仮想密度、 Δt は仮想的な時間刻み幅、 c は仮想的な粘性係数、上添え字の n は仮想的な時間反復ステップをそれぞれ示す。解析アルゴリズムは以下のとおりである。

step1) 式(2.73)より陽的に u^{n+1} を求める。

step2) step1で求めた u^{n+1} を用いて(2.68)より σ^{n+1} を求める。

step3) 収束の判定をする。収束した場合、 u^{n+1} 、 σ^{n+1} を解として計算終了。収束しなかった場合、 $u^n = u^{n+1}$ 、 $\sigma^n = \sigma^{n+1}$ としてstep1へ。

収束の判定は、残差カノルム ($\|\{\nabla \cdot \sigma + F\}\|^2$) とエネルギー残差 ($\Delta t \{\dot{u}\} \{\nabla \cdot \sigma + F\}$) が共に許容値以下になると収束したとみなす。

$$\|\{\nabla \cdot \sigma + F\}\|^2 / \|\{\nabla \cdot \sigma + F\}\|_{t=0}^2 < \varepsilon_1 \text{ and } |\Delta t \{\dot{u}\} \{\nabla \cdot \sigma + F\}| / |\Delta t \{\dot{u}\} \{\nabla \cdot \sigma + F\}|_{t=0} < \varepsilon_2 \quad (2.75)$$

ここで、 ε_1 および ε_2 はそれぞれ残差カノルム、エネルギー残差の許容値である。また、 $\{a\}$ は a の解空間全体でのベクトルであり、下添え字 $t=0$ は動的緩和ステップ第1ステップでの値である。図 2.11 に動的緩和法のアルゴリズムを示す。

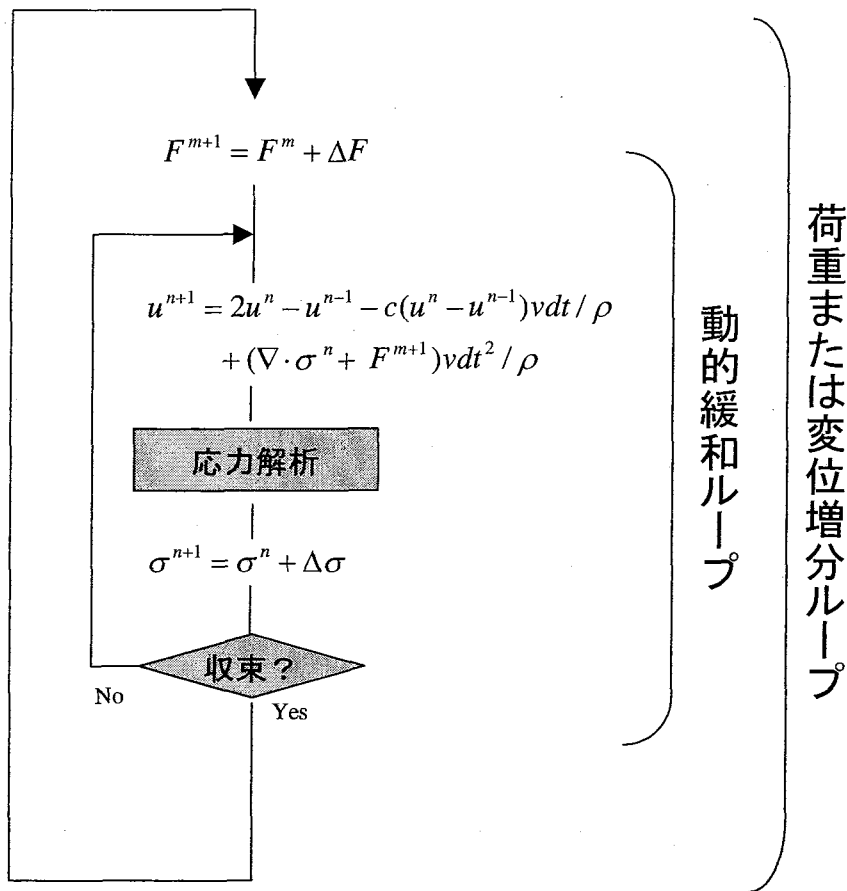


図 2.11 動的緩和法のアルゴリズム

2.5.2 有限要素法による離散化

本ソルバーは、空間の離散化に有限要素法を用いる。離散化式を以下の示す。式(2.72)に仮想速度 $\delta \dot{u}$ を乗じ、Gauss の発散の定理を用いると、次式の仮想仕事の原理式が得られる。

$$\int \rho \ddot{u}_i \delta \dot{u}_i dV + \int c \dot{u}_i \delta \dot{u}_i dV + \int \sigma_{ij} \frac{\delta \dot{u}_i}{\partial x_j} dV = \int F_i \delta \dot{u}_i dS \quad (2.76)$$

なお、 V は体積、 S は表面積である。ここで、有限要素内の変位を形状関数 N_α を用いて補間する。

$$u = N_\alpha u_\alpha$$

$$N_\alpha = \frac{1}{4} (1 + \xi_\alpha \xi) (1 + \eta_\alpha \eta)$$

$$\xi_\alpha^i = \{-1, 1, 1, -1\}, \eta_\alpha^i = \{-1, -1, 1, 1\}$$

ここで、下添え字 α は局所節点番号、 ξ, η は局所節点座標である。上式を(2.76)に代入すると次式の有限要素式が得られる。

$$\overline{M}_{\alpha\beta} \ddot{u}_\beta + C_{\alpha\beta} \dot{u}_\beta + P_\alpha = T_\alpha \quad (2.77)$$

$$M_{\alpha\beta} = \int \rho N_\alpha N_\beta dV_e$$

$$C_{\alpha\beta} = \int c N_\alpha N_\beta dV_e$$

$$P_\alpha = \int \sigma \cdot B_\alpha dV_e$$

$$T_\alpha = \int F N_\alpha dS$$

$$B_\alpha = \begin{pmatrix} \frac{\partial N_\alpha}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_\alpha}{\partial y} \\ \frac{\partial N_\alpha}{\partial y} & \frac{\partial N_\alpha}{\partial x} \end{pmatrix}$$

なお、 $\overline{M}_{\alpha\beta}$ は質量集中行列である。なお、減衰行列 $C_{\alpha\beta}$ は次式で近似する。

$$C_{\alpha\beta} = c \overline{M}_{\alpha\beta}$$

ここでは、式(2.78)で示される川本ら^[8]が用いた臨界減衰率の近似値を用いて減衰係数 c を求める。

$$c = 2 \sqrt{\frac{\{u\}' [K] \{u\}}{\{u\}' [M] \{u\}}} \quad (2.78)$$

ただし、 $[M]$ は全体質量行列、 $[K]$ は近似的な対角全体接線剛性行列である。 $[K]$ の対角成分は次式で表される。

$$K_{ii} = \frac{P_i^t - P_i^{t-1}}{\Delta t \dot{u}_i^t} \quad (2.79)$$

また、仮想密度は次式で計算する。

$$\rho = \frac{\Delta t^2 E(1-\nu)}{\alpha^2 \Delta x^2 (1+\nu)(1-2\nu)} \quad (2.80)$$

ここで、 Δt は仮想的な時間刻み幅（本プログラムでは1とした）、 Δx は節点間最小距離、 ν はポアソン比であり、 α は0~1の係数である。

2.5.3 弾塑性体解析のアルゴリズム

弾塑性体解析を行う場合、塑性開始の判定、応力状態が降伏曲面上に乗るようにするなどの工夫が必要である。本節では、本プログラムが用いた構成方程式の計算アルゴリズムを示す。

Step 1) 全変形が弾性変形によるものと仮定した場合の応力 σ_e^{n+1} および塑性ポテンシャル F を求める。

Step 2) 前ステップで塑性しているかどうか調べる。前ステップで塑性している場合 Step 4 へ。塑性していない場合 Step 3 へ。

Step 3) Step 1 で求めた塑性ポテンシャルの正負を調べる。 $F < 0$ の場合引き続き弾性変形が生じている。Step 6 へ。 $F > 0$ の場合、塑性変形が開始。塑性開始までの応力増分 $\Delta\sigma$ を次式により求め、Step 5 へ（図 2.13 参照）。

$$\Delta\sigma' = (1-r) \Delta\sigma_e^{n+1} \quad (2.81)$$

$$r = \frac{f(\sigma_e^{n+1}) - k(\bar{\varepsilon}_p^n)}{f(\sigma_e^{n+1}) - f(\sigma^n)} \quad (2.82)$$

Step 4) Step 1 で求めた塑性ポテンシャルの正負を調べる。 $F < 0$ の場合、塑性変形から弾性的な徐荷による変形が生じる。Step 6 へ。 $F > 0$ の場合、引き続き塑性変形が継続する。塑性開始の応力は前ステップの応力 σ^n であるから、式(2.82)における r は1となる。Step 5 へ（図 2.12 参照）。

$$r = 1 \quad (2.83)$$

Step 5) 次式より塑性変形開始時の応力状態を求める。ここで、 r は式(2.82)または式(2.83)より求めた r である。

$$F = f(\sigma^n + \Delta\sigma') - k(\bar{\varepsilon}_p^n) \quad (2.84)$$

上式および式(2.12), (2.17), (2.16)の各式より, 流れベクトル \mathbf{a} , \mathbf{d}_D , 塑性係数 $d\lambda$ を求める。また, 式(2.13)の両辺の左から \mathbf{D} を乗じると次式を得る。

$$\Delta\sigma = D\Delta\varepsilon - d\lambda d_D = \Delta\sigma_e - d\lambda d_D \quad (2.85)$$

上式および先に求めた \mathbf{d}_D , 塑性係数 $d\lambda$ より応力増分 $\Delta\sigma$ を求める。また, 相当ひずみ $\bar{\varepsilon}_p^{n+1}$ は式(2.25)より, 次式で与えられる。

$$\bar{\varepsilon}_p^{n+1} = \bar{\varepsilon}_p^n + d\bar{\varepsilon} = \bar{\varepsilon}_p^n + d\lambda \quad (2.86)$$

また, 線形ひずみ硬化を仮定すると, 相当応力 k^{n+1} は

$$k^{n+1} = k^n + H'\bar{\varepsilon}_p^{n+1} \quad (2.87)$$

本解析は陽解法の反復により計算を行うため, 式(2.85)より求めた応力を用いると反復の過程における誤差の蓄積により, 応力状態が塑性面からはずれることが考えられる。そのため, この誤差を修正する必要がある。いま, 降伏条件を $F(\sigma, \kappa) = 0$ とする。現在の応力状態を $\sigma_1 (= \sigma^n + \Delta\sigma)$ とすると, その塑性ポテンシャルは $F(\sigma_1, \kappa) = f_1$ となる。ここで, 応力の修正量を $\Delta\sigma''$ とすると,

$$F(\sigma_1 + \Delta\sigma'', \kappa) = F(\sigma_1, \kappa) + \frac{\partial F}{\partial \sigma} \Delta\sigma'' = f_1 + \mathbf{a}' \Delta\sigma'' = 0 \quad (2.88)$$

$\Delta\sigma''$ を降伏曲面の垂線方向にとると,

$$\Delta\sigma'' = c \frac{\partial F}{\partial \sigma} = c \mathbf{a} \quad (2.89)$$

ここで c は定数である。式(2.83), (2.82)より, 修正量 $\Delta\sigma''$ は

$$\Delta\sigma'' = -\frac{f_1}{a'a} a \quad (2.90)$$

となる。したがって、式(2.85)は以下のように修正される。

$$\Delta\sigma = \Delta\sigma_e - d\lambda d_D + \Delta\sigma'' = \Delta\sigma_e - d\lambda d_D - (f_1/a'a) a \quad (2.91)$$

以上の式により、応力増分を決定する。Step 7 へ。

Step 6) 弾性挙動のみであるため、Step 1 でもとめた仮の応力増分は実際の応力増分と一致する。したがって、

$$\Delta\sigma = \Delta\sigma_e \quad (2.92)$$

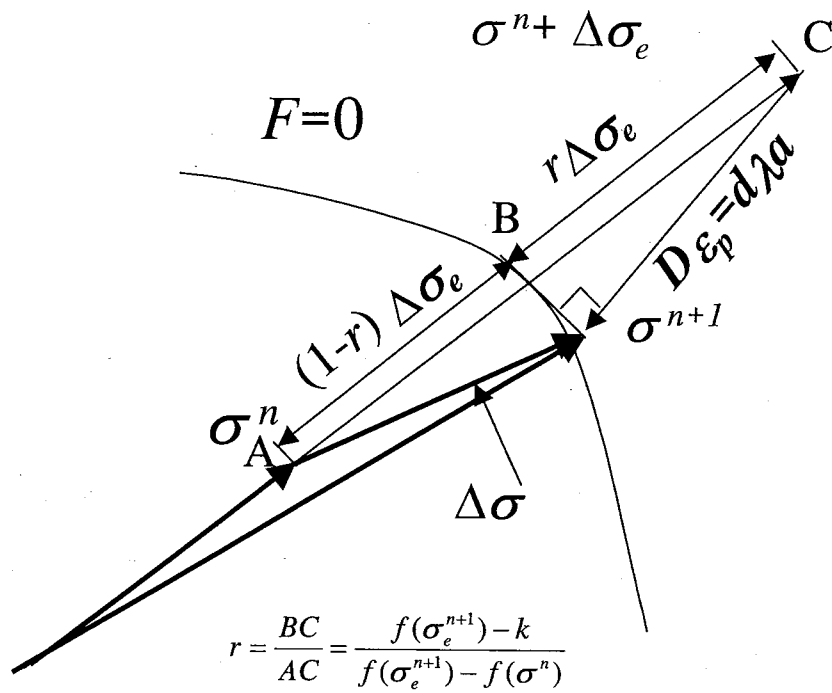
Step 7 へ。

Step 7) 前ステップにおける応力に増分応力を加え、応力を更新する。

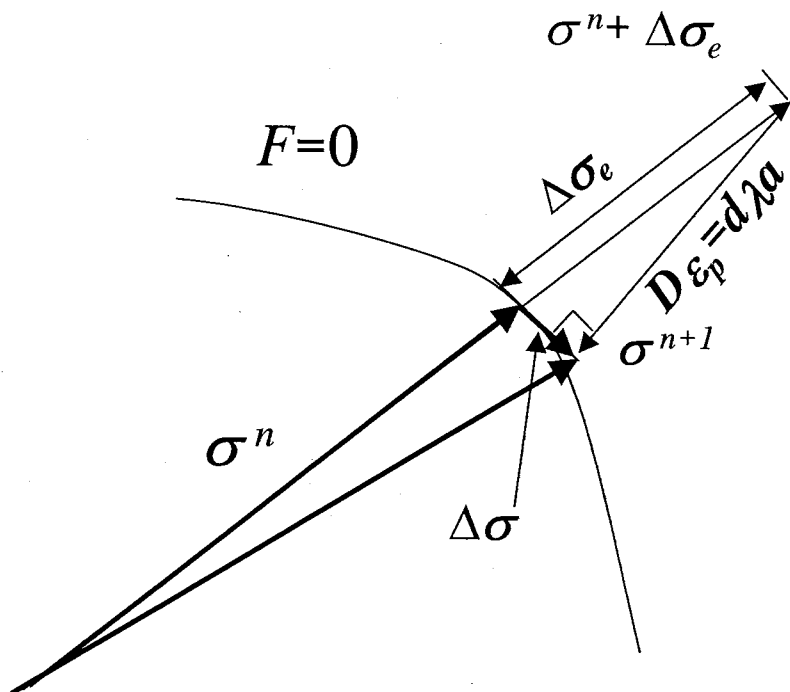
$$\sigma^{n+1} = \sigma^n + \Delta\sigma \quad (2.93)$$

次の動的緩和ステップへ。

図 2.13 に本アルゴリズムのフロー図を示す。



(a)前ステップ弾性で、現在のステップで塑性が開始する場合



(b)前ステップが塑性状態で、さらに塑性が進行する場合

図 2.12 塑性変形における応力状態の変化

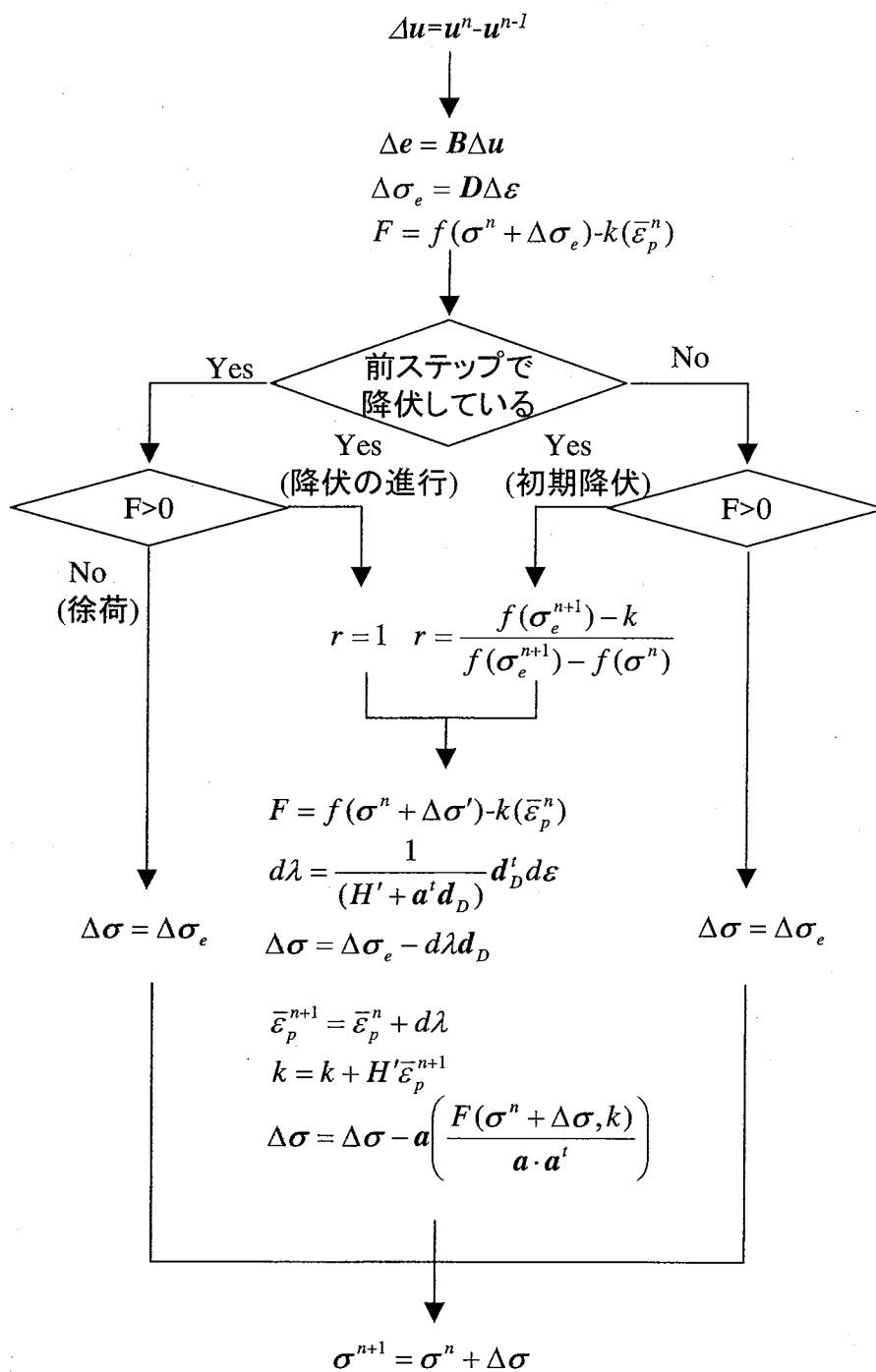


図 2.13 弾塑性体の構成方程式の解法アルゴリズム

2.5.4 粘弾性体解析のアルゴリズム

粘弾性体の解析では、構成方程式は時間依存の関数であるため、実時間の時間増分による解析が必要となる。一方、静的釣り合い式は仮想時間による動的緩和法による解析が必

要である。したがって、実時間ステップ 1 ステップにつき、動的緩和法の収束計算を行うことになる。ここでは、簡単のため、マックスウェルモデルの構成則を例にとって解説するが、べき乗則の構成則についても同様の手法を用いて解析を行う。マックスウェルモデルの構成則式(2.36)を陽的に離散化すると次式が得られる。

$$\sigma_{ij}^{n+1} = \sigma_{ij}^n + 2G\Delta e'_{ij} - \frac{1}{\lambda} \sigma_{ij}^n \Delta t + K\Delta e_{kk} \delta_{ij} \quad (2.94)$$

上式と式(2.1)の静的釣り合い式を連成して解く。その場合、アルゴリズムは以下のようになる。

Step1) 前実時間ステップの変位 u_i^n および応力 σ_{ij}^n を動的緩和ループの初期値とする。

Step2) 次式より、動的緩和ステップの $(m+1)$ ステップの変位 $u_i^{(m+1)}$ を求める。

$$u_i^{(m+1)} = 2u_i^{(m)} - u_i^{(m-1)} - c(u_i^{(m)} - u_i^{(m-1)})vdt / \rho + \left(\frac{\partial \sigma_{ij}^{(m)}}{\partial x_j} + F \right) vdt^2 / \rho \quad (2.95)$$

Step3) 次式より、動的緩和ステップの $(m+1)$ ステップの応力 $\sigma_{ij}^{(m+1)}$ を求める。

$$\sigma_{ij}^{(m+1)} = \sigma_{ij}^n + 2G(e'_{ij}^{(m+1)} - e'_{ij}^n) - \Delta t \sigma_{ij}^n / \lambda + K(e_{kk}^{(m+1)} - e_{kk}^n) \delta_{ij} \quad (2.96)$$

Step4) 収束の判定をする。収束していれば、実時間ステップの変位および応力を更新し $(u_i^{n+1} = u_i^{(m+1)}, \sigma_{ij}^{n+1} = \sigma_{ij}^{(m+1)})$ 次の実時間ステップ (Step1) にすすむ。収束していなければ、 $u_i^{(m)} = u_i^{(m+1)}, \sigma_{ij}^{(m)} = \sigma_{ij}^{(m+1)}$ とし次の動的緩和ステップ (Step2) にすすむ。

ここで、上添え字 n は実時間ステップを、 (m) は動的緩和法の反復ステップを意味する。また、 c, ρ および vdt はそれぞれ動的緩和法における仮想的な減衰係数、密度および時間刻みである。 Δt は実時間刻み幅である。図 2.14 に本アルゴリズムのフローチャートを示す。

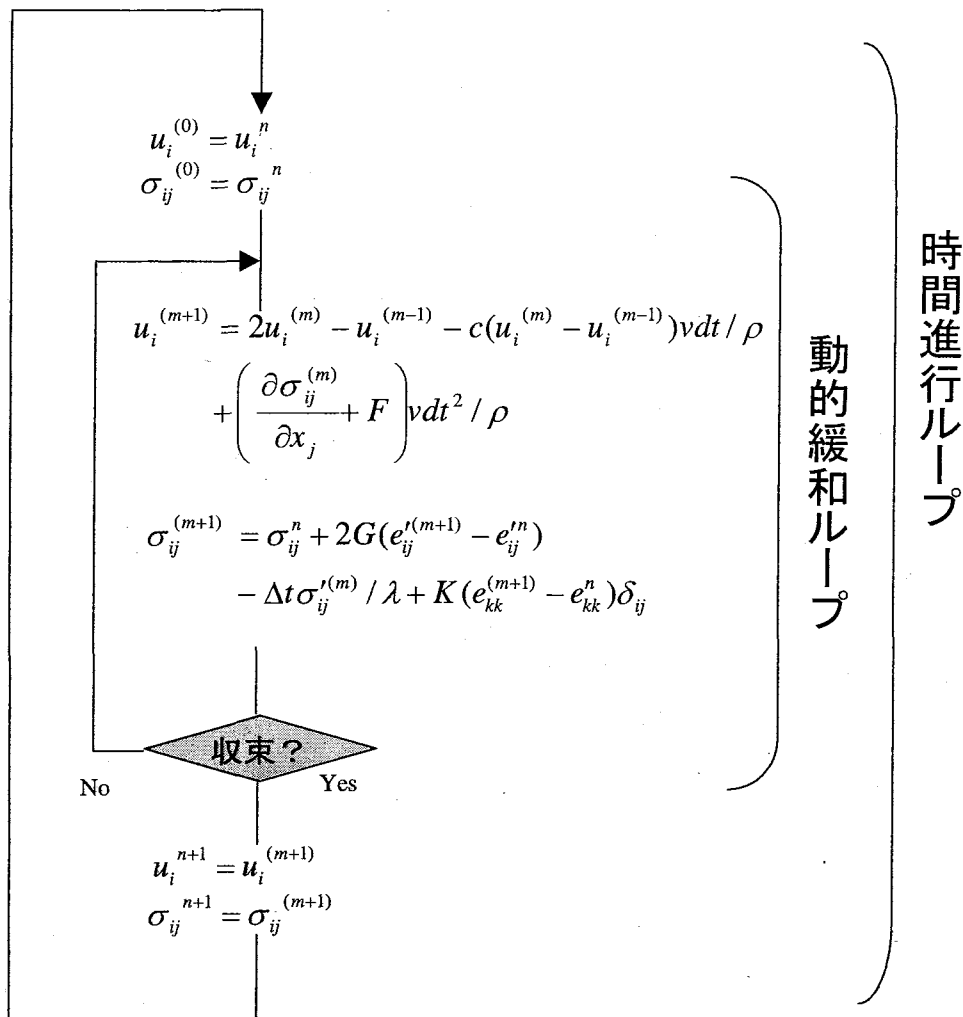


図 2.14 粘弾性体における動的緩和法のアルゴリズム

2.5.5 粘弾塑性体解析のアルゴリズム

実時間ループ，動的緩和ループ内でどのように応力を更新していくかを説明する。実時間ループの値，動的緩和ループの値をそれぞれ上付きの n ， (m) で表す。各文字の意味を以下に示す。

- ・ 弾塑性体

$\Delta\sigma^{(m+1)}$: 前動的緩和ステップに対する応力増分

$\Delta\varepsilon^{(m+1)}$: 前動的緩和ステップに対するひずみ増分

$\Delta\sigma_p^{(m+1)}$: 前動的緩和ステップに対する塑性成分によるみかけの応力増分

$\sigma^{(m+1)}$: 現動的緩和ステップにおける応力状態

$\sigma^{(m)}$: 前動的緩和ステップにおける応力状態

- ・ 粘弾性体

$\Delta\sigma^{(m+1)}$: 前実時間ステップに対する応力増分

$\Delta\varepsilon^{(m+1)}$: 前実時間ステップに対する応力増分

$\sigma^{(m)}$: 前動的緩和ステップにおける偏差応力

$\sigma^{(m+1)}$: 現動的緩和ステップにおける応力状態

σ^n : 前実時間ステップにおける応力状態

- ・ 粘弾塑性体

$\Delta\sigma^{(m+1)}$: 前実時間ステップに対する応力増分

$\Delta\varepsilon^{(m+1)}$: 前動的緩和ステップに対するひずみ増分

$\Delta\sigma_p^{(m+1)}$: 前動的緩和ステップに対する塑性成分によるみかけの応力増分

$\Delta\sigma_v^{(m+1)}$: 前実時間ステップに対する粘性成分によるみかけ応力の増分

$\Delta\sigma_{ve}^{(m+1)}$: 現動的緩和ステップが粘弾性と仮定した場合の，前動的緩和ステップに対する
応力増分

$\Delta\sigma_{F=0}^{(m+1)}$: 現動的緩和ステップが粘弾性と仮定した場合の，前動的緩和ステップに対する

$F = 0$ となるまでの応力増分

$\sigma^{(m+1)}$: 現動的緩和ステップにおける応力状態

σ^n : 前実時間ステップにおける応力状態

各材料で異なるサブルーチンで応力増分を計算し、それから動的緩和ループ内での応力を求める。そして、そこで得られた応力を基に収束判定を行う。収束していなかった場合、再び動的緩和ループに戻り、収束していた場合は次の実時間ステップに入ることになる。弾塑性体、粘弾性体、粘弾塑性体のフロー図をそれぞれ図 2.15, 図 2.17, 図 2.19 に示す。また、応力増分の概念図も併せて図 2.16, 図 2.18, 図 2.20 に示す。

(1)弾塑性体

サブルーチン内でまず前動的緩和ステップに対する全ひずみ増分を求める。それを基に $D\Delta\varepsilon^{(m+1)}$, $\Delta\sigma_p^{(m+1)}$ を求める。前動的緩和ステップに対する応力増分は

$$\Delta\sigma^{(m+1)} = D\Delta\varepsilon^{(m+1)} + \Delta\sigma_p^{(m+1)} \quad (2.97)$$

となり、前動的緩和ステップでの応力 $\sigma^{(m)}$ に加えて現動的緩和ステップでの応力

$$\sigma^{(m+1)} = \sigma^{(m)} + \Delta\sigma^{(m+1)} \quad (2.98)$$

を求めることができる。

(2)粘弾性体

サブルーチン内で前実時間ステップに対する前ひずみ増分を求める。弾塑性体では前動的緩和ステップに対する増分を求めることに注意する。粘弾性体の応力増分の更新の式は、

$$\Delta\sigma = D\Delta\varepsilon - \frac{\Delta t}{\lambda} \sigma' \quad (2.99)$$

で与えられるが、実時間刻み幅 Δt が入っており、常に実時間ステップに対する応力増分を求めなければならないため、 $\Delta\varepsilon$ も実時間ステップに対する増分でなければならない。

応力増分を書き直すと

$$\Delta\sigma^{(m+1)} = D\Delta\varepsilon^{(m+1)} - \frac{\Delta t}{\lambda} \sigma'^{(m)} \quad (2.100)$$

これより現動的緩和ステップでの応力を

$$\sigma^{(m+1)} = \sigma^n + \Delta\sigma^{(m+1)} \quad (2.101)$$

で求める。

(3)粘弾塑性体

粘性の項が入るため、粘弾性体と同様、サブルーチン内では前実時間ステップに対する応力増分を求めたい。一方、塑性部分に関しては、弾塑性体と同様にするため、まず前動的緩和ステップに対するひずみ増分を求める。それを基に $D\Delta\varepsilon^{(m+1)}$ 、 $\Delta\sigma_p^{(m+1)}$ を求めるのだが、これらは前動的緩和ステップに対する増分であるため、前実時間ステップに対する増分を求めるためには、動的緩和ステップでの増分の総和を求めなければならない。

応力増分は

$$\Delta\sigma = D\Delta\varepsilon + \Delta\sigma_p + \Delta\sigma_v \quad (2.102)$$

と表せるが、 $D\Delta\varepsilon$ 、 $\Delta\sigma_p$ 、 $\Delta\sigma_v$ を前実時間ステップに対する増分を考えると、

$$D\Delta\varepsilon = \sum_{k=1}^{m+1} D\Delta\varepsilon^{(k)} \quad (2.103)$$

$$\Delta\sigma_p = \sum_{k=1}^{m+1} \Delta\sigma_p^{(k)} \quad (2.104)$$

$$\Delta\sigma_v = \Delta\sigma_v^{(m+1)} \quad (2.105)$$

これより、前実時間ステップに対する応力増分 $\Delta\sigma^{(m+1)}$ は

$$\Delta\sigma^{(m+1)} = \sum_{k=1}^{m+1} D\Delta\varepsilon^{(k)} + \sum_{k=1}^{m+1} \Delta\sigma_p^{(k)} + \Delta\sigma_v^{(m+1)} \quad (2.106)$$

となる。

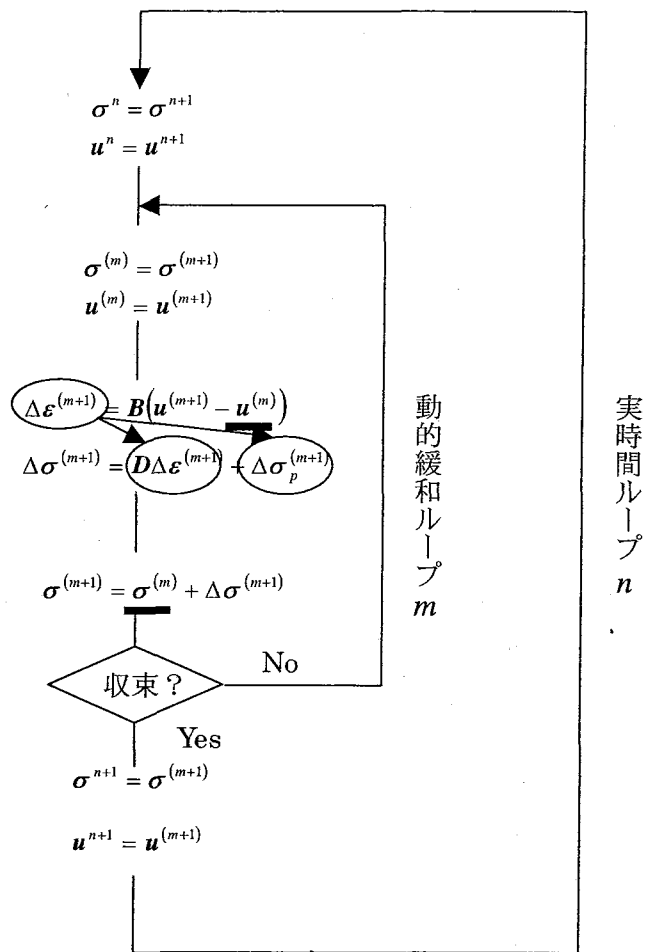


図 2.15 弾塑性体の応力更新図

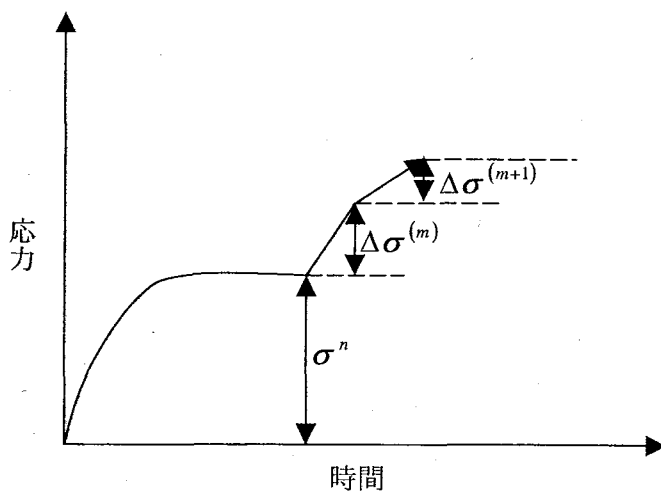


図 2.16 弾塑性体の応力増分の概念

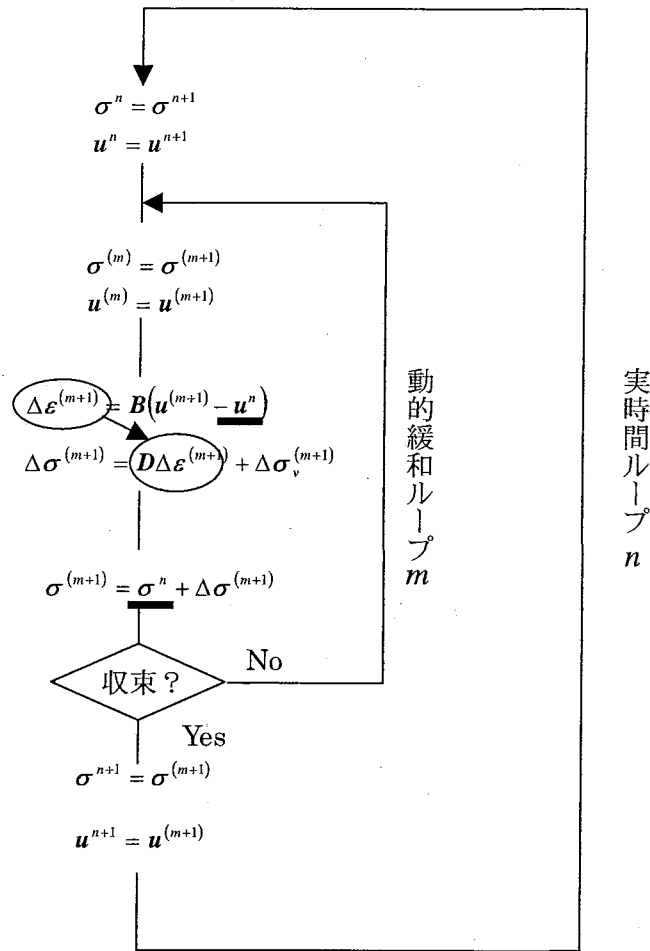


図 2.17 粘弾性体の応力更新図

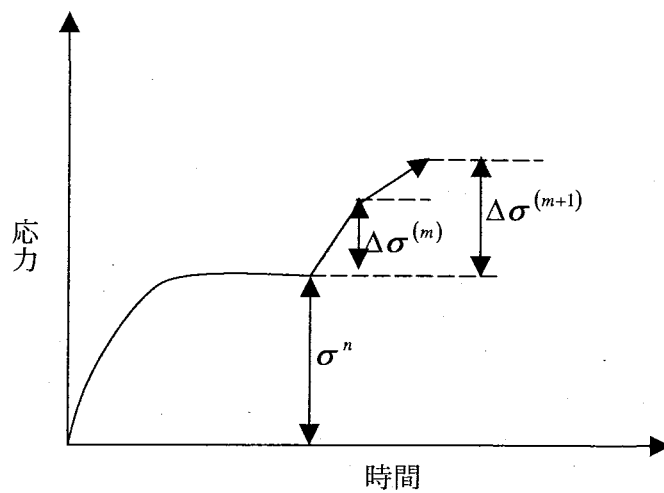


図 2.18 粘弾性体の応力増分の概念

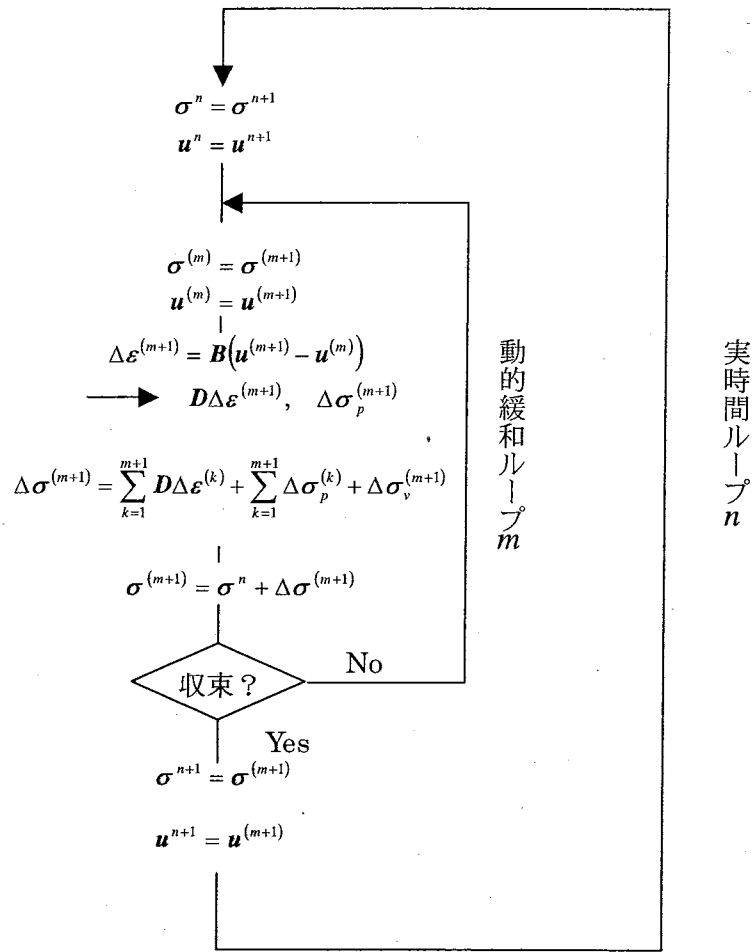


図 2.19 粘弾塑性体の応力更新図

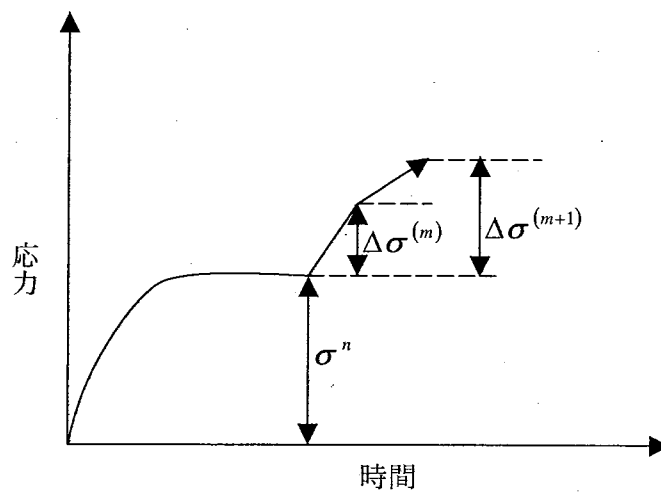


図 2.20 粘弾塑性体の応力増分の概念

以上を踏まえて、粘弾塑性体解析のアルゴリズムを説明する。応力増分やひずみ増分の表示方法に実時間ステップに対する増分を用いるものと動的緩和ステップに対する増分を用いるものが混在するので注意を要する。 n ステップ、または上付きの n は実時間ステップでの各値を表すのに対し、 $(m+1)$ ステップ、または上付きの $(m+1)$ は動的緩和ステップでの各値を表す。対応するアルゴリズムを図 2.21 に示す。

Step1) 前実時間ステップに対する応力増分を求める。 $(m+1)$ ステップにおける変形が粘弾性変形によるものと仮定した場合の応力を求め、塑性ポテンシャル F を求める。

$$\sigma_{ve}^{(m+1)} = \sigma^n + \Delta\sigma_v^{(m+1)} + D\Delta\varepsilon^{(m+1)} + \sum_{k=1}^m (D\Delta\varepsilon^{(k)} + \Delta\sigma_p^{(k)}) \quad (2.107)$$

$$F = f(\sigma_{ve}^{(m+1)}) - k(\varepsilon_p^n) \quad (2.108)$$

Step2) 前ステップで塑性ポテンシャル F の正負を調べる。前ステップで塑性している場合 Step4 へ。塑性していない場合 Step3 へ。

Step3) Step1 で求めた塑性ポテンシャル F の正負を調べる。 $F < 0$ の場合引き続き弾性変形が生じている。Step6 へ。 $F \geq 0$ の場合、塑性変形が開始。前動的緩和ステップに対する塑性開始までの応力増分 $\Delta\sigma_{F=0}^{(m+1)}$ を次式により求め、Step5 へ。 $\Delta\sigma_{F=0}^{(m+1)}$ を求める際の概念図を図 2.22 に示す。

ここで、前動的緩和ステップに対する、 $(m+1)$ ステップが粘弾性と仮定した場合の応力増分 $\Delta\sigma_{ve}^{(m+1)}$ は

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_{ve}^{(m+1)} &= \sigma_{ve}^{(m+1)} - \sigma^{(m)} \\ &= \sigma^n + \Delta\sigma_v^{(m+1)} + D\Delta\varepsilon^{(m+1)} + D\Delta\varepsilon^{(m)} + \sum_{k=1}^{m-1} (D\Delta\varepsilon^{(k)} + \Delta\sigma_p^{(k)}) \\ &\quad - \left\{ \sigma^n + \Delta\sigma_v^{(m)} + D\Delta\varepsilon^{(m)} + \sum_{k=1}^{m-1} (D\Delta\varepsilon^{(k)} + \Delta\sigma_p^{(k)}) \right\} \\ &= (\Delta\sigma_v^{(m+1)} - \Delta\sigma_v^{(m)}) + D\Delta\varepsilon^{(m+1)} \end{aligned} \quad (2.109)$$

これより、前動的緩和ステップに対する $F = 0$ となるまでの応力増分は、

$$\Delta\sigma_{F=0}^{(m+1)} = (1-r)\{(\Delta\sigma_v^{(m+1)} - \Delta\sigma_v^{(m)}) + D\Delta\varepsilon^{(m+1)}\} \quad (2.110)$$

$$r = \frac{f(\sigma_{ve}^{(m+1)}) - k(\bar{\varepsilon}_p^n)}{f(\sigma_{ve}^{(m+1)}) - f(\sigma^{(m)})} \quad (2.111)$$

となる。

Step4) Step1 で求めた塑性ポテンシャルの正負を調べる。 $F < 0$ の場合、塑性変形から弾性的な除荷による変形が生じる。Step6 へ。 $F \geq 0$ の場合、引き続き塑性変形が継続する。塑性開始の応力は前ステップの応力 σ^n であるから、式(2.111)における r は1となる。Step5 へ。

Step5) 次式より塑性変形開始時の応力状態を求める。

$$F = f(\sigma^{(m)} + \Delta\sigma_{F=0}^{(m+1)}) - k(\bar{\varepsilon}_p^n) \quad (2.112)$$

すでに見てきたように、全応力増分は次式で表せる。

$$\Delta\sigma = D\Delta\varepsilon + \Delta\sigma_p + \Delta\sigma_v \quad (2.113)$$

ただし、

$$\Delta\sigma_p = -d\lambda d_p \quad (2.114)$$

$$\Delta\sigma_v = -\frac{\Delta t}{\lambda} \sigma' \quad (2.115)$$

ここで、粘性成分によるみかけの応力増分は実時間ステップに対するものであることを考えると、前動的緩和ステップに対する応力増分 $\Delta\sigma_{dr}^{(m+1)}$ は、式(2.109)より次のように表せる。

$$\begin{aligned}\Delta\sigma_{dr}^{(m+1)} &= (\Delta\sigma_v^{(m+1)} - \Delta\sigma_v^{(m)}) + D\Delta\varepsilon^{(m+1)} + \Delta\sigma_p^{(m+1)} \\ &= \Delta\sigma_{ve}^{(m+1)} + \Delta\sigma_p^{(m+1)}\end{aligned}\quad (2.116)$$

降伏条件の増分は,

$$\Delta F = \frac{\partial F}{\partial \sigma} \Delta\sigma + \frac{\partial F}{\partial \kappa} \Delta\kappa = \mathbf{a}' \Delta\sigma_{dr}^{(m+1)} - B d\lambda = 0 \quad (2.117)$$

$$B = -\frac{1}{d\lambda} \frac{\partial F}{\partial \kappa} \Delta\kappa = H' \quad (2.118)$$

式(2.116)を式(2.117)に代入して, 塑性乗数 $d\lambda$ についてまとめると式(2.119)のようになる。

$$d\lambda = \frac{1}{H + \mathbf{a}' \mathbf{d}_p} \mathbf{a}' \Delta\sigma_{ve}^{(m+1)} \quad (2.119)$$

ここで, $\Delta\sigma_{ve}^{(m+1)}$ は動的緩和ステップで応力増分が粘弾性成分のみと仮定したときの前実時間ステップに対する応力増分の粘弾性成分を表している。これより前動的緩和ステップに対する塑性成分によるみかけの応力増分が式(2.120)で求められる。

$$\Delta\sigma_p^{(m+1)} = -d\lambda \mathbf{d}_p \quad (2.120)$$

これより式(2.106)に示す前実時間ステップに対する応力増分が求められる。

$$\Delta\sigma^{(m+1)} = \sum_{k=1}^{m+1} (D\Delta\varepsilon^{(k)} + \Delta\sigma_p^{(k)}) + \Delta\sigma_v^{(m+1)} \quad (2.113)$$

相当塑性ひずみは式(2.121)で与えられ, 相当応力は線形ひずみ硬化を仮定すると式(2.122)となる。

$$\bar{\varepsilon}_p^{n+1} = \bar{\varepsilon}_p^n + d\bar{\varepsilon} = \bar{\varepsilon}_p^n + d\lambda \quad (2.121)$$

$$k^{n+1} = k^n + H' \bar{\varepsilon}_p^{n+1} \quad (2.122)$$

本解析は陽解法の反復により計算を行うため、式(2.120)により求めた応力を用いると反復の過程における誤差の蓄積により、応力状態が塑性面からはずれることが考えられる。そのため、この誤差を修正する必要がある。いま、降伏条件を $F(\sigma, \kappa) = 0$ とする。現在の応力状態を $\sigma_1 (= \sigma^n + \Delta\sigma)$ とすると、その塑性ポテンシャルは $F(\sigma_1, \kappa) = f_1$ となる。ここで応力の修正量を $\Delta\sigma''$ とすると、

$$F(\sigma_1 + \Delta\sigma'', \kappa) = F(\sigma_1, \kappa) + \frac{\partial F}{\partial \sigma} \Delta\sigma'' = f_1 + \mathbf{a}' \Delta\sigma'' = 0 \quad (2.123)$$

$\Delta\sigma''$ を降伏曲面の垂線方向にとると、

$$\Delta\sigma'' = c \frac{\partial F}{\partial \sigma} = c \mathbf{a} \quad (2.124)$$

式(2.123)、(2.124)より修正量は以下ようになる。

$$\Delta\sigma'' = -\frac{f_1}{\mathbf{a}' \mathbf{a}} \mathbf{a} \quad (2.125)$$

この修正は各動的緩和ステップで行われるため、応力の塑性成分の増分を

$$\Delta\sigma_p^{(m+1)} = -d\lambda d_D - \frac{f_1}{\mathbf{a}' \mathbf{a}} \mathbf{a} \quad (2.126)$$

と再び定義する。前実時間ステップに対する応力増分は、

$$\Delta\sigma^{(m+1)} = \sum_{k=1}^{m+1} \left(D \Delta\varepsilon^{(k)} + \Delta\sigma_p^{(k)} \right) + \Delta\sigma_v^{(m+1)} \quad (2.127)$$

となる。

Step6) 粘弾性変形のみが生じる。前実時間ステップに対する応力増分を以下のように決定する。

$$\Delta\sigma^{(m+1)} = \Delta\sigma_v^{(m+1)} + D\Delta\varepsilon^{(m+1)} + \sum_{k=1}^m (D\Delta\varepsilon^{(k)} + \Delta\sigma_p^{(k)}) \quad (2.128)$$

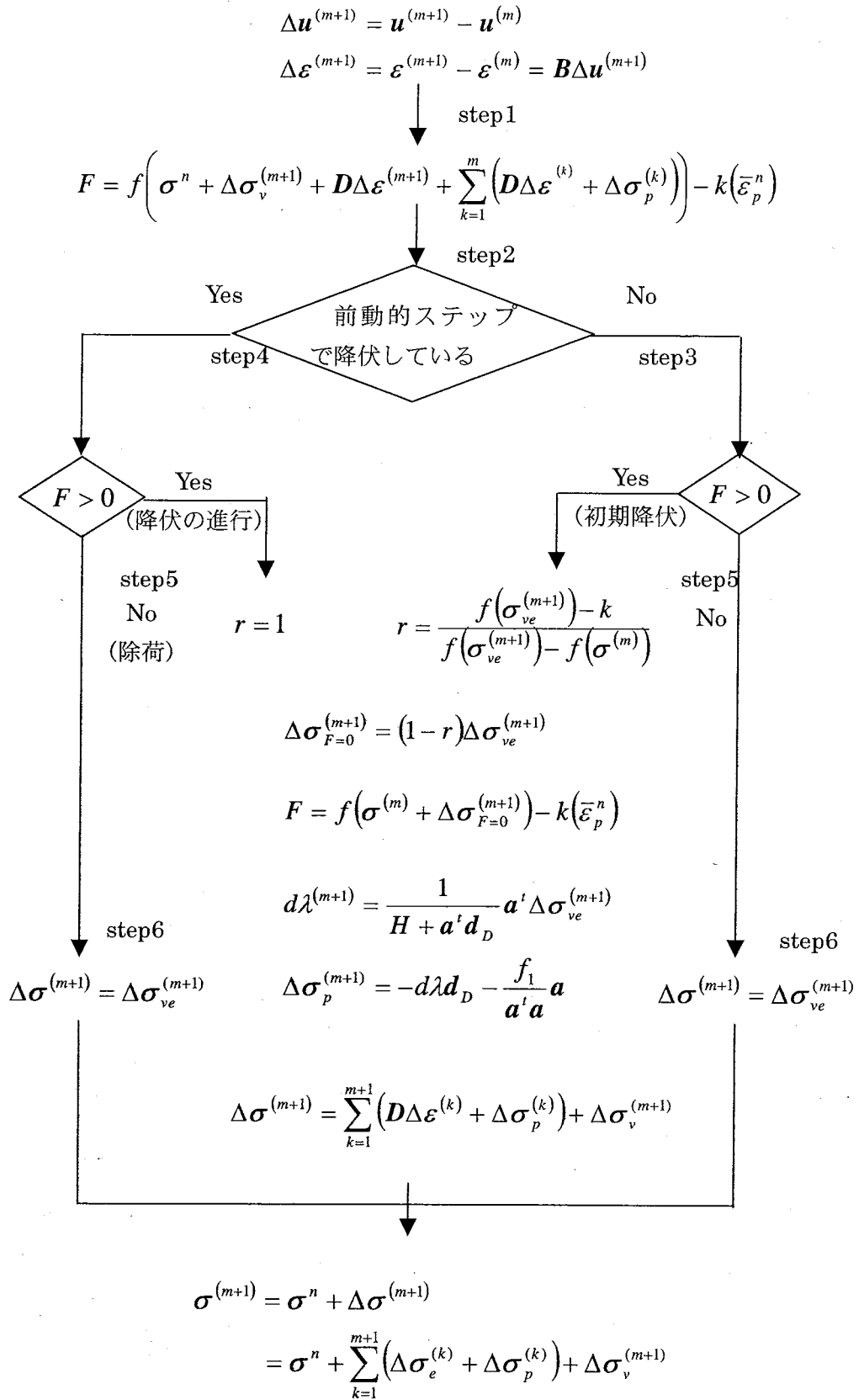


図 2.21 粘弾塑性体の構成方程式の解法アルゴリズム

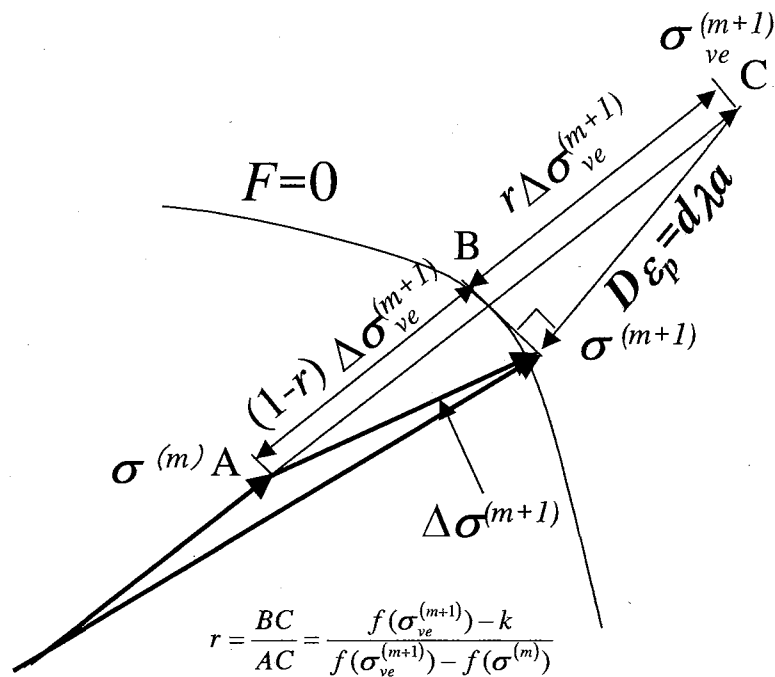


図 2.22 塑性状態における応力状態の変化

2.6 使用要素

使用要素は四角形 1 次平面ひずみ要素である。

2.7 境界条件

2.7.1 設定可能な境界条件

節点固定の条件，節点荷重，分布荷重，強制変位を設定可能

2.7.2 強制変位条件と荷重条件について

本プログラムでは荷重条件と強制変位条件の設定が可能である。荷重条件の場合，境界で発生した応力が動的緩和ステップの反復中にその応力が徐々に解析対象の材料中に伝播していく。そのため，良好に解は収束していく。それに対し，強制変位を境界条件として与えた場合，解析の初期段階で，境界に近い要素で過度のひずみが発生し，特に弾塑性解析を行った場合，十分に小さな変位の増分を与えないと実際の解と異なった数値解に収束する危険性がある。そこで，本プログラムでは，強制変位条件を次式に従い荷重条件に変換し解析を行う。

$$W = \alpha E(X - x)$$

ここで、 X は強制変位の入力値、 x は境界の変位、 α は変位制御係数、 E は境界に接する要素のヤング率、 W は境界に接する面に作用する分布荷重である (図 2.23)。これにより、動的緩和ステップにおいて徐々に変位が増加し、解が収束するまでに境界の変位が入力した強制変位の値と一致することになる。変位制御係数 α の値は本研究で検証した範囲では、線形弾性体および粘弾性体の解析では 1.0×10^{-5} 程度が妥当であった。しかし、弾塑性解析で、強制変位境界近傍の要素で塑性が生じる場合、実際のヤング率が入力したヤング率よりも低くなるため、 α の値を低く設定する必要がある。

このように強制変位境界では、 α のチューニングが必要であるうえに、収束が遅いため、可能な限り分布荷重または集中荷重の境界条件を設定することが望ましい。

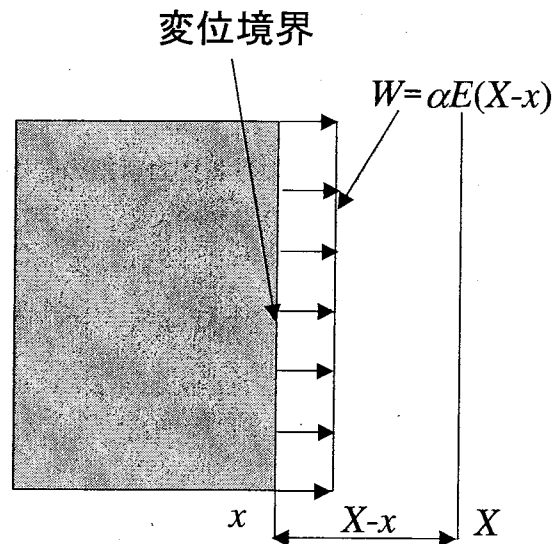


図 2.23 強制変位条件から分布荷重条件への変換

3 入力機能

3.1 データ入力の一般的規則

本プログラムは、独立した機能を持つモジュールを入力データのコマンド命令により実行し、目的とする計算を行うように作成されている。

本プログラムのコマンド命令には、大コマンド、中コマンド、小コマンドの3種類がある。これらのコマンド命令による各モジュールの実行は、論理的に矛盾しなければ任意でよい。また一部例外を除き同じコマンドを何度実行してもよい。コマンド命令のタイプは次のとおりである。

1	3	1 0	
##	input		1, 2カラムが##は大コマンドを示す
△#	coord		" △#は中コマンドを示す
△△	coord		" △△は小コマンドを示す

ここで△は、ブランクを示している。上記の例では、大コマンドでモジュール##inputを呼び出し、中コマンド△#で##inputの中の中モジュール△#coordを呼び出す。さらに中モジュール△#coordの中の小モジュール△△coordを呼び出し実行する。モジュールの実行は論理的に整合がとれていれば任意でよいが、入力データは入力フォーマットで記された順でなければならない。

大コマンドと同格の命令に次のものがある。

##stop プログラムを終了する

このコマンドは入力データの最後に必ずセットしなければならない。また1, 2カラムのどちらかがcであると、この行はスキップされる。

3.2 入力の概要

3.2.1 全体構成

本プログラムは2つの独立したモジュール(##input, ##explicit)から構成された1本のプログラムである。それぞれのモジュールの機能は、次のとおりである。

##input 構造データ入力機能

#explicit 2次元地盤解析プログラムの実行機能

3.2.2 プログラムのコマンド一覧

本プログラムで使用するコマンドを、表 3.1 に示す。

表 3.1 本プログラムのコマンド一覧

コマンド名	内 容
##input	構造データ入力を指示する
△#coord	節点データ入力を指示する
△△coord	節点データ入力
△#elem	要素データ入力を指示する
△△solid	線形弾性体要素データ入力
△△plastic	弾塑性体要素データ入力
△△maxwell	粘弾性体（マックスウェル）要素データ入力
△△power	粘弾性体（べき乗則）要素データ入力
△△viscoep	粘弾塑性体要素データ入力
△#material	材質データ入力を指示する
△△msolid	線形弾性体要素の材質データ入力
△△mplastic	弾塑性体要素の材質データ入力
△△mmaxwell	粘弾性体（マックスウェル）要素の材質データ入力
△△mpower	粘弾性体（べき乗則）要素の材質データ入力
△△mviscoep	粘弾塑性体要素の材質データ入力
△#contact	断層解析機能の入力を指示する
△△master	マスター面の入力
△△slave	スレーブ面の入力
△△friction	摩擦構成則のパラメータの入力
##explicit	2次元地盤解析プログラムの実行を指示する
△#boundd	境界条件入力を指示
△△fixed	固定節点入力
△△fixline	固定直線入力
△△load	節点集中荷重データ入力
△△dsload	分布荷重データ入力
△△disp	強制変位データ入力する
△△gravity	自重計算の設定を入力する

△#output	データの出力を指示する
△△ndhist	節点データの履歴の出力 (動的緩和ステップ)
△△nehist	要素データの履歴の出力 (動的緩和ステップ)
△△nddata	節点データの履歴の出力 (実時間ステップ)
△△nedata	要素データの履歴の出力 (実時間ステップ)
△△slhist	スレーブ面データの履歴の出力 (動的緩和ステップ)
△△mashist	マスター面データの履歴の出力 (動的緩和ステップ)
△△sldata	スレーブ面データの履歴の出力 (実時間ステップ)
△△masdata	マスター面データの履歴の出力 (実時間ステップ)
△△vavs	AVS データの出力 (動的緩和ステップ)
△△ravv	AVS データの出力 (実時間ステップ)
△△residual	最大残差力の履歴
△#schedule	解析スケジュールの入力を指示する
△△schedule	解析スケジュールのデータを入力する
△#param	解析パラメータの入力および計算開始
##stop	プログラムの終了を指示する

3.2.3 入力単位系について

本プログラムの入力には、MKS、工学単位系、SI 単位系のどれを用いてもよいが、すべて統一しておかなければならない。表 3.2 に入力単位の例を示す。

表 3.2 入力単位例

コマンド名	入力項目	工学単位	SI 単位系	
##input	△#coord (座標値)	m	m	
	△#matera (Gr =加速度)	9.8	1.0	
	△△msolid	E (ヤング率)	tonf/m ²	N/m ²
	△△mvisco		tonf/m ³	kg/m ³
	△△mmaxwell			
	△△mpower			
	△△mviscoep			
	ρ (単位体積重量)			

3.3 モジュール##input

3.3.1 機能

節点データ、要素データ、材質データなどの構造データを入力する。##explicit はここで入力した構造データ（メッシュ）に対して計算を行う。構造データは FT12 に出力される。ここで、FT*は、装置番号*番であることを意味する。

3.3.2 ファイル構成

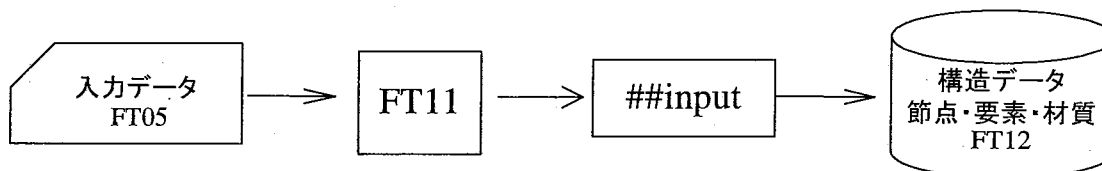


図 3.1 ##input のファイル構成

プログラム起動時にコメント行を削除した FT11 のイメージファイルが作成され、モジュール##input に入力される。

3.3.3 サブコマンド一覧

モジュール##input のサブコマンドを以下に示す。

表 3.3 ##input のサブコマンド一覧表

	サブコマンド名	内 容	必須
1	△#coord	節点データ入力指示	○
	△△coord	節点データの入力	○
2	△#elem	要素データ入力指示	○
	△△solid	線形弾性体要素データ入力	○ ^{*1}
	△△plastic	弾塑性体要素データ入力	○ ^{*1}
	△△maxwell	粘弾性体（マックスウェル）要素データ入力	○ ^{*1}
	△△power	粘弾性体（べき乗則）要素データ入力	○ ^{*1}
	△△viscoep	粘弾塑性体要素データ入力	○ ^{*1}
3	△#material	材質データ入力指示	○
	△△msolid	線形弾性体要素の材質データ入力	○ ^{*2}
	△△mplastic	弾塑性体要素の材質データ入力	○ ^{*2}
	△△mmaxwell	粘弾性体（マックスウェル）要素の材質データ入力	○ ^{*2}
	△△mpower	粘弾性体（べき乗則）要素の材質データ入力	○ ^{*2}
	△△mviscoep	粘弾塑性体要素の材料データ入力	○ ^{*2}

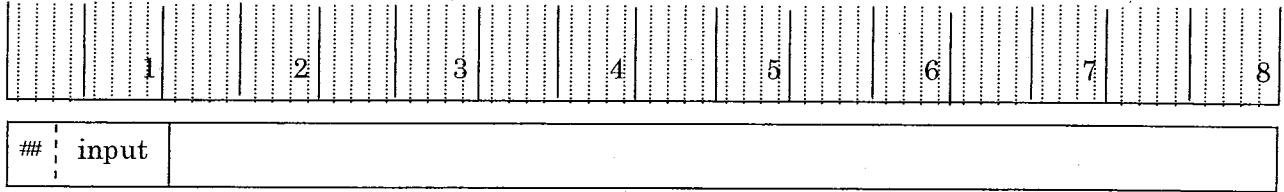
4	△ #contact	断層解析機能の入力を指示する	
	△△master	マスター面の入力	
	△△slave	スレーブ面の入力	
	△△friction	摩擦構成則のパラメータの入力	

*1 および*2 では、それぞれのグループで最低1個必要である。また、*1と*2は対応していなければならない。

3.3.4 入力データ説明

入力データ説明

input



(A2) (A8)

コマンド##inputにより、入力モジュールの実行を行う。

モジュール##inputでは、構造データの入力を行い、構造データをファイル FT12 に格納する。

以下の計算モジュールでは、##inputで入力された構造データに対して計算を行う。

モジュール##inputで入力するデータは以下のデータである。

- △# coord 節点データの入力
- △# elem 要素データの入力
- △#matera 物性データの入力
- △#contact 接触データの入力

入力データ説明

△# coord

1	2	3	4	5	6	7	8
---	---	---	---	---	---	---	---

△#	coord	iflag	
----	-------	-------	--

(A2) (A8) (I5)

コマンド△# coord で、節点データの入力を行う。

iflag 0:入力した座標データを標準出力へ出力しない(デフォルト)。
 0以外の整数:入力した座標データを標準出力へ出力する。

続けて以下のデータを節点行数入力する。ただし、節点番号は通し番号でなければならない。モジュール△# coord で入力するデータは以下のデータである。

△△coord 座標データの入力

△△coord

1	2	3	4	5	6	7	8
---	---	---	---	---	---	---	---

△△	coord	nordi	x	y	
----	-------	-------	---	---	--

(A2) (A8) (I10) (F10.0) (F10.0)

nordi 節点番号 1からの通し番号
 x,y 節点座標

入力データ説明

△# elem

1	2	3	4	5	6	7	8
---	---	---	---	---	---	---	---

△#	elem	Iflag	
----	------	-------	--

(A2) (A8) (I5)

コマンド△# elemにより、要素データの入力を開始する。続けて各要素データを入力する。
要素番号は通し番号でなければならない。

iflag 0 : 入力した座標データを標準出力へ出力しない (デフォルト)。
 0 以外の整数 : 入力した座標データを標準出力へ出力する。

モジュール△# elem で入力するデータは以下のデータである。

△△solid	等方性弾性体要素データの入力
△△plastic	弾塑性体要素データの入力
△△maxwell	粘弾性体 (マックスウェル) 要素データの入力
△△power	粘弾性体 (べき乗則) 要素データの入力
△△viscoep	粘弾塑性体要素データの入力

入力データ説明

△△solid

1	2	3	4	5	6	7	8	
△△	solid	ma	melei	n1	n2	n3	n4	
(A2)	(A8)	(I10)	(I10)	(I10)	(I10)	(I10)	(I10)	

△△solid により，2次元線形弾性要素を定義する。

ma 材質番号
melei 要素番号

n1～n4 要素構成節点番号（節点のまわり順は，図 3.2 のように入力する）

△△plastic

1	2	3	4	5	6	7	8	
△△	plastic	ma	melei	N1	n2	n3	n4	
(A2)	(A8)	(I10)	(I10)	(I10)	(I10)	(I10)	(I10)	

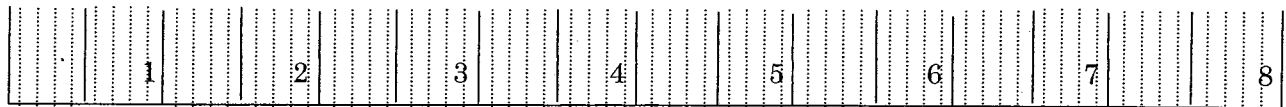
△△plastic により，2次元弾塑性要素を定義する。

ma 材質番号
melei 要素番号

n1～n4 要素構成節点番号（節点のまわり順は，弾性体要素と同様に入力する）

入力データ説明

△△maxwell



△△	maxwell	ma	melei	n1	n2	n3	n4	
----	---------	----	-------	----	----	----	----	--

(A2) (A8) (I10) (I10) (I10) (I10) (I10) (I10)

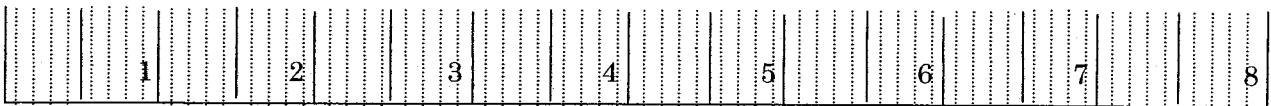
△△maxwellにより、2次元粘弾性（マックスウェル）要素を定義する。

ma 材質番号

melei 要素番号

n1~n4 要素構成節点番号（節点のまわり順は、弾性体と同様）

△△power



△△	power	ma	melei	n1	n2	n3	N4	
----	-------	----	-------	----	----	----	----	--

(A2) (A8) (I10) (I10) (I10) (I10) (I10) (I10)

△△powerにより、2次元粘弾性（べき乗則）要素を定義する。

ma 材質番号

melei 要素番号

n1~n4 要素構成節点番号（節点のまわり順は、弾性体と同様）

入力データ説明

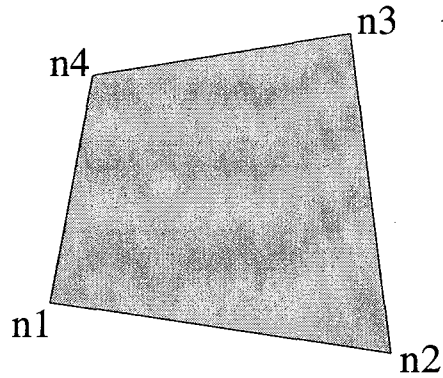


図 3.2 要素構成節点番号

<u>△# material</u>							
1	2	3	4	5	6	7	8
△#	material	gr					

(A2) (A8) (F10.0)

△#material により、材質データの入力を開始する。

gr 重力加速度
 SI 単位系 のとき gr=1.0m/s²
 工学単位系 のとき gr=9.8 m/s² など
 (デフォルト=1.0)

本コマンドに続けて材質データを入力する。材質データは最大で 100 行まで入力できる (サブルーチン adjust.f で調整可能, 6.3 参照)。入力単位系は SI 単位系でも工学単位系でもよいが、すべて統一しておくこと。SI 単位系で入力するとき ρ (単位体積重量) を密度で与えればよい。また種類の異なる要素に対しては同じ材質番号を用いてもよい。

△#material 以下で入力できるデータは以下のデータである。

△△msolid

入力データ説明

△△msolid

1	2	3	4	5	6	7	8
△△	msolid	ma	E	ν	ρ		
(A2)	(A8)	(I5)	(F10.0)	(F10.0)	(F10.0)		

本コマンドによって線形弾性体要素の物性値を定義する。ma の値は、△△solid の ma の値と対応させるものとする。

- ma 物性番号
- E ヤング率
- ν ポアソン比
- ρ 単位体積重量または密度

△△mplastic

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
△△	mplastic	ma	E	ν	ρ	φ	C	H	ipla
(A2)	(A8)	(I5)	(F10.0)	(F10.0)	(F10.0)	(F10.0)	(F10.0)	(F10.0)	(I2)

本コマンドによって弾塑性要素の物性値を定義する。ma の値は、△△plastic の ma の値と対応させるものとする。

- ma 物性番号
- E ヤング率
- ν ポアソン比
- ρ 単位体積重量または密度
- φ 内部摩擦角 (degree)
- C 粘着力
- H ひずみ硬化係数
- ipla 構成則番号 1:ドラッカー・プラッカーの降伏条件
2:モール・クーロンの降伏条件

入力データ説明

△△mviscoep

1	2	3	4	5	6	7	8
---	---	---	---	---	---	---	---

△	mvisco	m	E	ν	ρ	φ	C	H	ipla
(A2)	(A8)	(I5)	(F10.0)	(F10.0)	(F10.0)	(F10.0)	(F10.0)	(F10.0)	(A2)

1	2	3	4	5	6	7	8
---	---	---	---	---	---	---	---

λ

(A10) (F10.0)

本コマンドによって粘弾塑性要素の物性値を定義する。ma の値は、△△viscoep の ma の値と対応させるものとする。

- ma 物性番号
- E ヤング率
- ν ポアソン比
- ρ 単位体積重量または密度
- φ 内部摩擦角 (degree)
- C 粘着力
- H ひずみ硬化係数
- ipla 構成則番号 1:ドラッカー・プラッカーの降伏条件
2:モール・クーロンの降伏条件
- λ 緩和時間

入力データ説明

△#contact



△#	contact	iflag	
----	---------	-------	--

(A2) (A8) (I5)

コマンド△# contact で、断層解析データの入力を行う。

iflag 0:入力した詳細な接触面データを標準出力へ出力しない(デフォルト)。
 0以外の整数:入力した詳細な接触面データを標準出力へ出力する。

モジュール△# contact で入力するデータは以下のデータである。

△△master マスター面データの入力
 △△slave スレーブ面データの入力
 △△friction 摩擦構成則パラメータの入力

入力データ説明

△△master

1	2	3	4	5	6	7	8
△△	master	na	nf				
(A2)	(A8)	(I10)	(I10)				

コマンド△△masterにより、マスター面を定義する。

- na 接触面番号。同じ接触面番号を持つスレーブ面と接触する
- nf このマスター面を構成する面数

nfで指定した数だけ以下の行を入力する。

	ne	nb	ma			
(10X)	(I10)	(I5)	(I5)			

- ne マスター面を構成する要素の要素番号
- nb ne番の要素で、マスター面を構成する局所面番号
- ma 摩擦構成則のパラメータ番号。

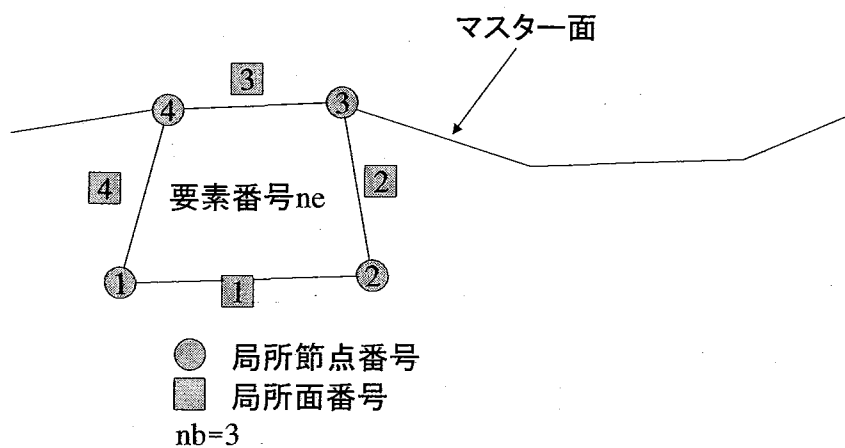


図 3.3 マスター面の指定

ただし、異なる接触面番号のマスター面で同じ節点を共有してはならない。

入力データ説明

△△slave

		2	3	4	5	6	7
△△	slave	na	nf				
(A2)	(A8)	(I10)	(I10)				

コマンド△△slaveにより、スレーブ面を定義する。

- na 接触面番号。同じ接触面番号を持つマスター面と接触する
- nf このスレーブ面を構成する面数

nfで指定した数だけ以下の行を入力する。

	ne	nb		
(10X)	(I10)	(I5)		

- ne スレーブ面を構成する要素の要素番号
- nb ne番の要素で、スレーブ面を構成する局所面番号

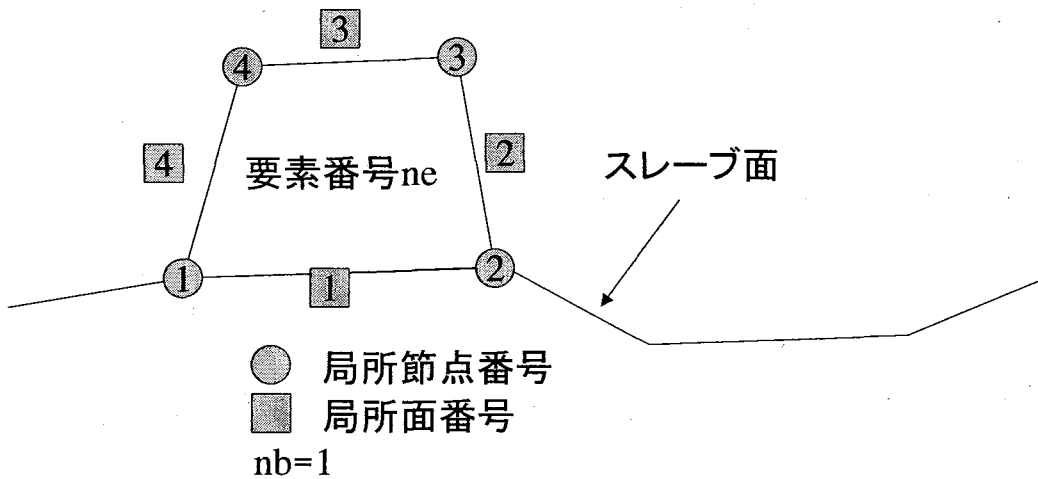


図 3.4 スレーブ面の指定

ただし、異なる接触面番号のスレーブ面で同じ節点を共有してはならない。

3.4 モジュール##explicit

本モジュール「##explicit」は、「##input」で作成された構造データ (FT12) に対し、地殻変動シミュレーションを行い、その結果を出力するモジュールである。

3.4.1 ファイル構成

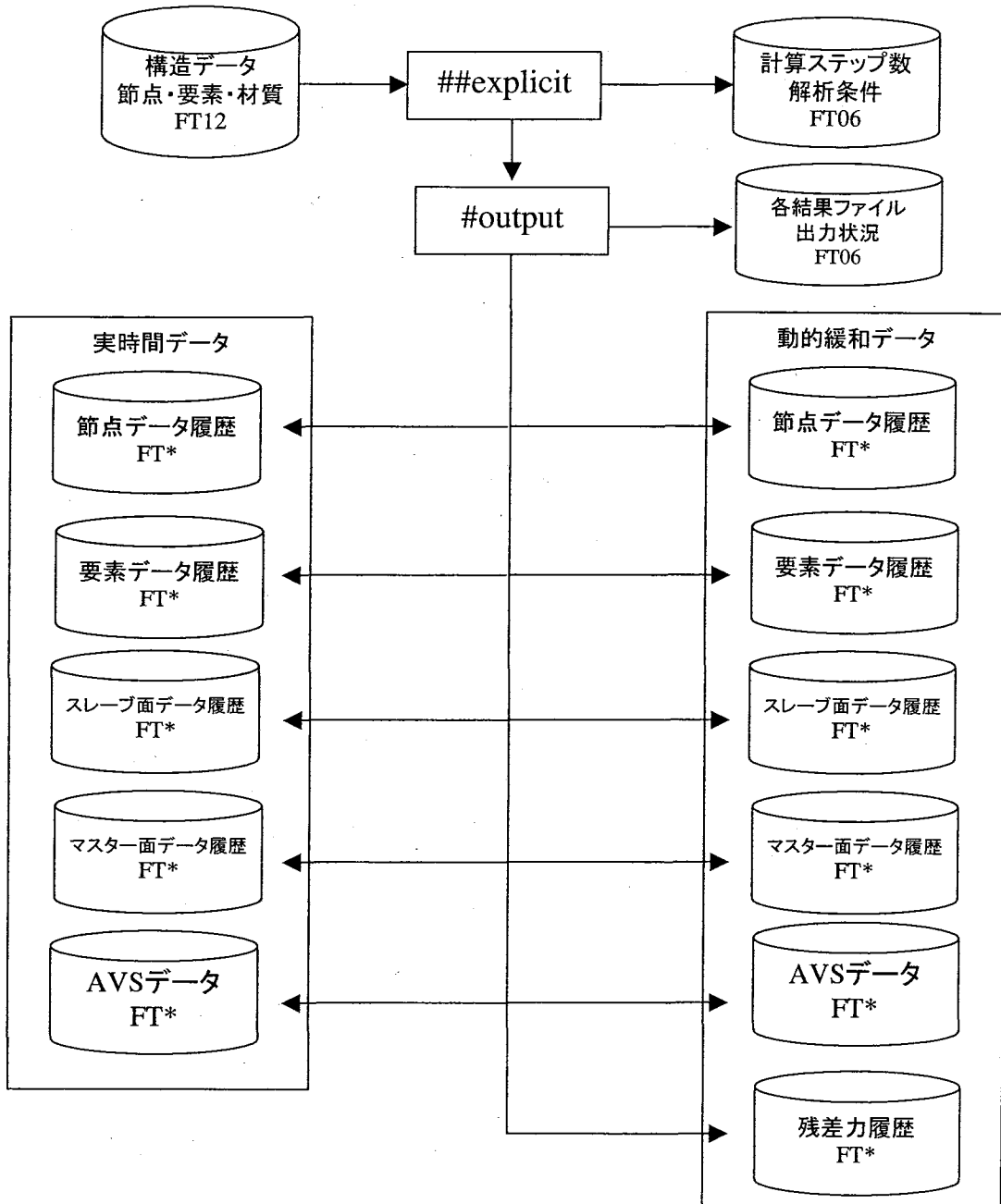


図 3.6 ##explicit のファイル構成

3.4.2 サブコマンド一覧

モジュール##explicit のサブコマンドを以下に示す。

表 3.4 ##explicit のサブコマンド一覧表

	サブコマンド名	内 容	必須
1	△#boundd	境界条件入力を指示	
	△△fixed	固定節点入力	
	△△fixline	固定直線入力	
	△△load	節点集中荷重データ入力	
	△△dsload	分布荷重データ入力	
	△△disp	強制変位データ入力	
	△△gravity	自重計算の設定を入力する	
2	△#output	データの出力を指示	
	△△ndhist	節点データの履歴の出力 (動的緩和ステップ)	
	△△nehist	要素データの履歴の出力 (動的緩和ステップ)	
	△△slhist	スレーブ面データの履歴の出力 (動的緩和ステップ)	
	△△mashist	マスター面データの履歴の出力 (動的緩和ステップ)	
	△△nddata	節点データの履歴の出力 (実時間ステップ)	
	△△nedata	要素データの履歴の出力 (実時間ステップ)	
	△△sldata	スレーブ面データの履歴の出力 (実時間ステップ)	
	△△masdata	マスター面データの履歴の出力 (実時間ステップ)	
	△△vavs	AVS データの出力 (動的緩和ステップ)	
	△△ravs	AVS データの出力 (実時間ステップ)	
	△△residual	最大残差力の履歴	
	3	△# schedule	荷重・変位スケジュールの指示
△△schedule		荷重・変位スケジュールの入力	○
4	△#param	解析パラメータの入力および計算開始	○

3.4.3 入力データ説明

入力データ説明

explicit

1	2	3	4	5	6	7	8
---	---	---	---	---	---	---	---

## explicit	
-------------	--

(A2) (A8)

コマンド##explicitによって、2次元地殻変動プログラムを実行する。計算はモジュール##inputで入力された構造データ(FT12)について行われる。##explicitの下位の中コマンドの入力順位は任意でよいが、#paramは最後に入力する。

モジュール##explicitで入力するデータは以下のデータである。

- △# boundd 境界条件の入力
- △# output 出力データの入力
- △#schedule 変位・荷重スケジュールの入力
- △#param 解析パラメータの入力および計算開始

入力データ説明

△# boundd

1	2	3	4	5	6	7	8
---	---	---	---	---	---	---	---

△#	boundd	iflag	
----	--------	-------	--

(A2) (A8) (I5)

境界条件の入力を開始する。

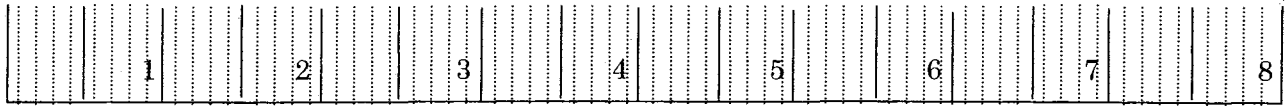
iflag 0 : 詳細な境界条件を標準出力へ出力しない (デフォルト)。
 0 以外の整数 : 詳細な境界条件を標準出力へ出力する。

本コマンドに続けて以下順での境界条件を必要枚数入力する。

- △△fixed 固定節点を入力
- △△fixline 固定直線を入力
- △△load 節点集中荷重を入力
- △△dsload 分布荷重を入力
- △△gravity 自重計算の設定を入力

入力データ説明

△△ fixed



△△	fixed	nordi	n1	n2	
----	-------	-------	----	----	--

(A2) (A8) (I10) (I5) (I5)

コマンド△△fixedにより節点の拘束条件を入力する。

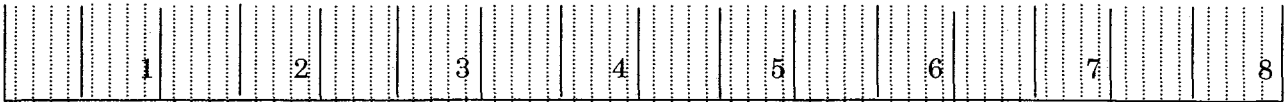
nordi 節点番号

n1=1 のとき 節点 nordi の x 方向の変位を拘束する。

n1=0 のとき x 方向の自由度を拘束しない。

n2 はそれぞれ y 方向を上記と同じように拘束する。

△△ fixline



△△	fixline	n1	n2	a	b	c	
----	---------	----	----	---	---	---	--

(A2) (A8) (I2)(I2)(x) (F10.0) (F10.0) (F10.0)

コマンド△△fixlineにより指定する線上のすべての節点を拘束する。

$ax+by=c$ 線上のすべての節点を拘束する。

n1=1 のとき 上記の節点の x 方向の変位を拘束する。

n1=0 のとき 上記の節点の x 方向の変位を拘束しない。

n2 はそれぞれ y 方向を上記と同じように拘束する。

入力データ説明

△△load

1	2	3	4	5	6	7	8
---	---	---	---	---	---	---	---

△△	load	nordi	fx	fy	
----	------	-------	----	----	--

(A2) (A8) (I10) (F10.0) (F10.0)

コマンド△△loadにより節点集中荷重を付加する。

nordi 節点番号

fx 上記の節点の x 方向に fx の集中荷重増分速度を加える。

fy 上記の節点の y 方向に fy の集中荷重増分速度を加える。

△△dsload

1	2	3	4	5	6	7	8
---	---	---	---	---	---	---	---

△△	dsload	ke	face	fx	fy	
----	--------	----	------	----	----	--

(A2) (A8) (F10.0) (I5) (F10.0) (F10.0)

コマンド△△dsloadにより指定する要素面に分布荷重を付加する。

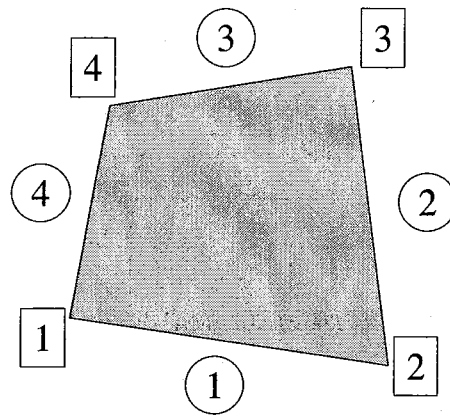
ke 分布荷重を付加する要素。

face 分布荷重を付加する局所面番号 (図 3.7 参照)。

fx 上記の面の x 方向に fx の分布荷重増分速度を加える。

fy 上記の面の y 方向に fy の分布荷重増分速度を加える。

入力データ説明



□ 1 : 局所節点番号

○ 1 : 局所面番号

図 3.7 要素面番号

<u>△△disp</u>							
1	2	3	4	5	6	7	8
△△	disp	ke	face	nd	dx		
(A2)	(A8)	(I10)	(I5)	(I5)	(F10.0)		

コマンド△△dispにより指定する要素面に強制変位を付加する。

- ke 強制変位を与える要素
- face 強制変位を与える局所面番
- nd 強制変位を与える方向 (x方向:1 y方向:2)
- dx 変位増分速度

入力データ説明

△△gravity

1	2	3	4	5	6	7	8
---	---	---	---	---	---	---	---

△△ gravity	gx	gy	
------------	----	----	--

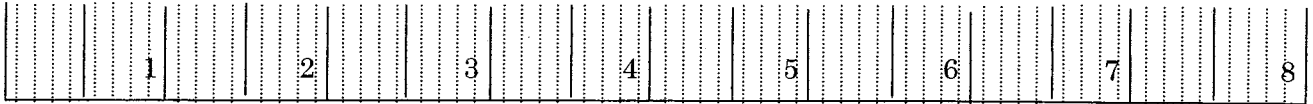
(A2) (A8) (F10.0) (F10.0)

コマンド△△gravityにより重力加速度を設定し，自重解析を行う。

- gx x方向の重力加速度（一方向の重力が正）
- gy y方向の重力加速度（一方向の重力が正）

入力データ説明

△# output



△	output	iflag	
---	--------	-------	--

(A2) (A8) (I5)

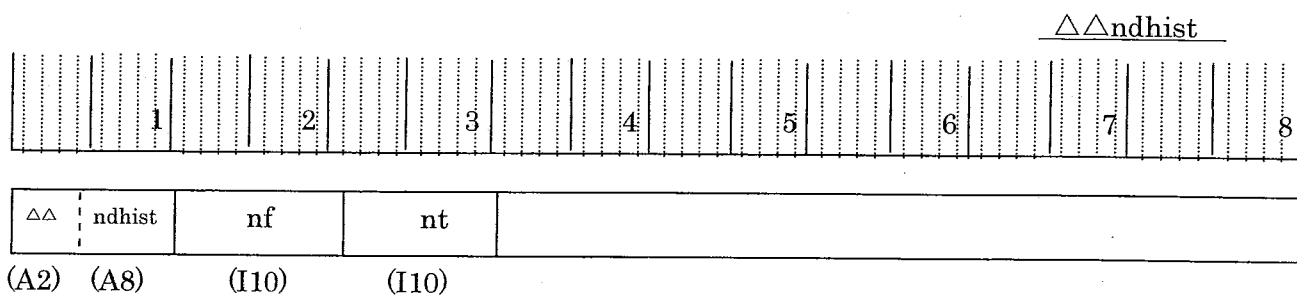
データの出力を指示する。

iflag 0 : 詳細な出力情報を標準出力へ出力しない (デフォルト)。
 0 以外の整数 : 詳細な出力情報を標準出力へ出力する。

本コマンドに続けて以下のコマンドを入力する。

△△ndhist	任意節点のデータ履歴を出力 (動的緩和ループ)
△△nehist	任意要素のデータ履歴を出力 (動的緩和ループ)
△△slhist	任意スレーブ面のデータ履歴を出力 (動的緩和ループ)
△△mashist	任意マスター面のデータ履歴を出力 (動的緩和ループ)
△△nddata	任意節点のデータ履歴を出力 (実時間ループ)
△△nedata	任意要素のデータ履歴を出力 (実時間ループ)
△△sldata	任意スレーブ面のデータ履歴を出力 (実時間ループ)
△△masdata	任意マスター面のデータ履歴を出力 (実時間ループ)
△△vavs	AVS データの出力 (動的緩和ループ)
△△ravsv	AVS データの出力 (実時間ループ)
△△residual	残差力データ履歴の出力

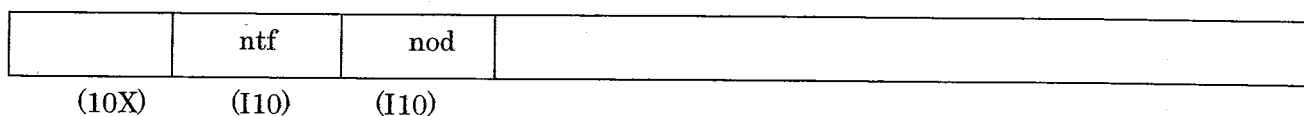
入力データ説明



コマンド△△ndhistにより動的緩和ループでの任意節点のデータ履歴を出力する。

nf 出力ファイル数
 nt 出力ステップ間隔

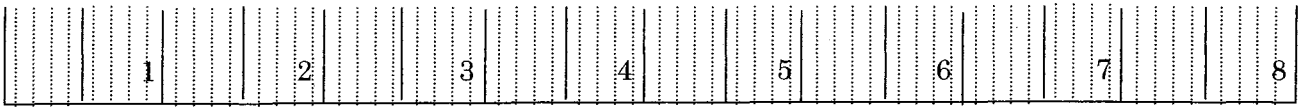
nfで指定した数だけ以下の行を入力する。



ntf 出力ファイル装置番号
 nod データを出力する節点番号

入力データ説明

△△nehist



△△	nehist	nf	nt	
----	--------	----	----	--

(A2) (A8) (I10) (I10)

コマンド△△nehistにより動的緩和ループでの任意要素のデータ履歴を出力する。

- nf 出力ファイル数
- nt 出カステップ間隔

nfで指定した数だけ以下の行を入力する。

	ntf	mele	
--	-----	------	--

(10X) (I10) (I10)

- ntf 出力ファイル装置番号
- mele データを出力する要素番号

入力データ説明

△△mashist

		2	3	4	5	6	7	8
△△	mashist	nf	nt					
(A2)	(A8)	(I10)	(I10)					

コマンド△△mashistにより動的緩和ループでの任意マスター面のデータ履歴を出力する。

- nf 出力ファイル数
- nt 出カステップ間隔

nfで指定した数だけ以下の行を入力する。

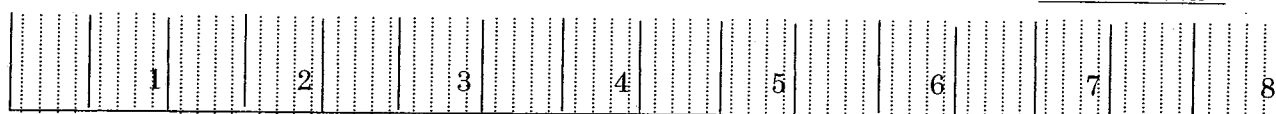
	ntf	na	nface		
(10X)	(I10)	(I10)	(I10)		

- ntf 出力ファイル装置番号
- na データを出力する接触面番号
- nface 出力面番号

naはコマンド△△mastarのnaと対応する。接触面番号naを持つ△△masterで定義したnf行の面データのうちに、nface行目に定義した面の情報を出力する。

入力データ説明

△△nddata



△△	nddata	nf	nt	
----	--------	----	----	--

(A2) (A8) (I10) (I10)

コマンド△△nddataにより実時間ループでの任意節点のデータ履歴を出力する。

nf 出力ファイル数
nt 出力ステップ間隔

nfで指定した数だけ以下の行を入力する。

	ntf	nod	
--	-----	-----	--

(10X) (I10) (I10)

ntf 出力ファイル装置番号
nod データを出力する節点番号

入力データ説明

△△nedata

1	2	3	4	5	6	7	8
---	---	---	---	---	---	---	---

△△	nedata	nf	nt
----	--------	----	----

(A2) (A8) (I10) (I10)

コマンド△△nedataにより実時間ステップでの任意要素のデータ履歴を出力する。

nf 出力ファイル数
nt 出カステップ間隔

nfで指定した数だけ以下の行を入力する。

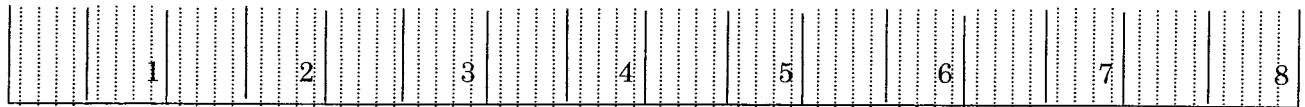
ntf	mele
-----	------

(10X) (I10) (I10)

ntf 出力ファイル装置番号
mele データを出力する要素番号

入力データ説明

△△sldata



△△	sldata	nf	nt	
----	--------	----	----	--

(A2) (A8) (I10) (I10)

コマンド△△sldataにより実時間ループでの任意スレーブ面のデータ履歴を出力する。

nf 出力ファイル数
nt 出カステップ間隔

nfで指定した数だけ以下の行を入力する。

	ntf	na	nface	
--	-----	----	-------	--

(10X) (I10) (I10) (I10)

ntf 出力ファイル装置番号
na データを出力する接触面番号
nface 出力面番号

naはコマンド△△slaveのnaと対応する。接触面番号naを持つ△△slaveで定義したnf行の面データのうちで、nface行目に定義した面の情報を出力する。

入力データ説明

△△masdata

1	2	3	4	5	6	7	8
---	---	---	---	---	---	---	---

△△	masdata	nf	nt	
----	---------	----	----	--

(A2) (A8) (I10) (I10)

コマンド△△masdataにより実時間ループでの任意マスター面のデータ履歴を出力する。

nf 出力ファイル数
nt 出力ステップ間隔

nfで指定した数だけ以下の行を入力する。

	ntf	na	nface	
--	-----	----	-------	--

(10X) (I10) (I10)

ntf 出力ファイル装置番号
na データを出力する接触面番号
nface 出力面番号

naはコマンド△△masterのnaと対応する。接触面番号naを持つ△△masterで定義したnf行の面データのうちで、nface行目に定義した面の情報を出力する。

入力データ説明

							<u>△△vavs</u>
1	2	3	4	5	6	7	8
△△	vavs	nf					

(A2) (A8) (I10)

コマンド△△vavsにより動的緩和ループ内での AVS データを出力する。

nf 出力ファイル数

nfで指定した数だけ以下の行を入力する。

	ntf	nstep	mstep	
(10X)	(I10)	(I10)	(I10)	

ntf 出力ファイル装置番号

nstep AVS ファイルを出力する実時間ステップ数

mstep AVS ファイルを出力する動的緩和ステップ数

実時間ステップ nstep の動的緩和ステップが mstep 未満で終了した場合、AVS ファイルは生成されない。

入力データ説明

△△ravs

1	2	3	4	5	6	7	8
---	---	---	---	---	---	---	---

△△	ravs	nf	
----	------	----	--

(A2) (A8) (I10)

コマンド△△ravsにより実時間ループ内でのAVSデータを出力する。

nf 出力ファイル数

nfで指定した数だけ以下の行を入力する。

	ntf	nstep	
--	-----	-------	--

(10X) (I10) (I10)

ntf 出力ファイル装置番号

nstep AVS ファイルを出力する実時間ステップ数

△△residual

1	2	3	4	5	6	7	8
---	---	---	---	---	---	---	---

△△	residual	ndiv	nf	
----	----------	------	----	--

(A2) (A8) (I10) (I10)

コマンド△△residualにより最大残差力の履歴データを出力する。

ndiv 履歴出力間隔

nf 出力ファイル装置番号

入力データ説明

△#schedule

1	2	3	4	5	6	7	8
---	---	---	---	---	---	---	---

△#	schedule	iflag	
----	----------	-------	--

(A2) (A8) (I5)

データの出力を指示する。

iflag 0 : 詳細なスケジュール情報を標準出力へ出力しない (デフォルト)。
 0 以外の整数 : 詳細なスケジュール情報を標準出力へ出力する。

本コマンドに続けて以下のコマンドを必要行数入力する。

△△schedule 変位・荷重のスケジュールを入力

△△schedule

1	2	3	4	5	6	7	8
---	---	---	---	---	---	---	---

△△	schedule	alamp	damp	α	dt	niter	
----	----------	-------	------	---	----	-------	--

(A2) (A8) (F10.0) (F10.0) (F10.0) (F10.0)

荷重変位を指示する。

alamp 荷重増分速度倍率
 damp 変位増分速度倍率
 α 変位制御係数
 dt 実時間刻み幅
 niter スケジュール繰り返し回数

niter 0 : この行のスケジュールを 1 回与える (デフォルト)。
 0 以外の整数 : この行のスケジュールを入力した回数与える。

入力データ説明

△#param

1			3	4	5	6	7	8
---	--	--	---	---	---	---	---	---

△#	param	nmax	eps1	eps2	α	nout	nomg
(A2)	(A8)	(I10)	(F10.0)	(F10.0)	(F10.0)	(I10)	(I5)

計算の開始を指示する。

nmax	動的緩和ステップの最大反復回数
eps1	許容残差カノルム
eps2	許容エネルギー残差
α	仮想密度係数
nout	標準出力に計算経過を出力する間隔
nomg	=1 : 大変形解析機能有効 =1 以外の整数 : 大変形解析機能無効

仮想密度 ρ は仮想密度 αk により式(2.80)より決定される。

3.5 プログラムの終了について

本プログラムは次のコマンドによって終了する。このコマンドは、必須のコマンドである。

```
##stop
```

3.6 入力例

3.6.1 線形弾性体解析の入力例

(1) 解析モデル

解析例として、図 3.8 に示す 1 要素の引っ張り問題を取り上げる。ヤング率 $E=410\text{MPa}$, ポアソン比 $\nu=0.3$, 密度 $\rho=2.5 \times 10^3\text{kg/m}^3$ である。拘束条件は、節点 1 および節点 2 の y 方向変位を拘束する。荷重条件は、節点 3 および節点 4 の +y 方向に図 3.9 で示す荷重履歴を

加える。

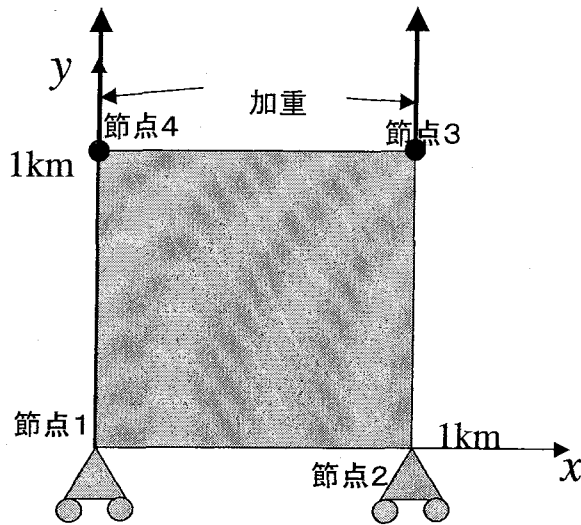


図 3.8 解析モデル

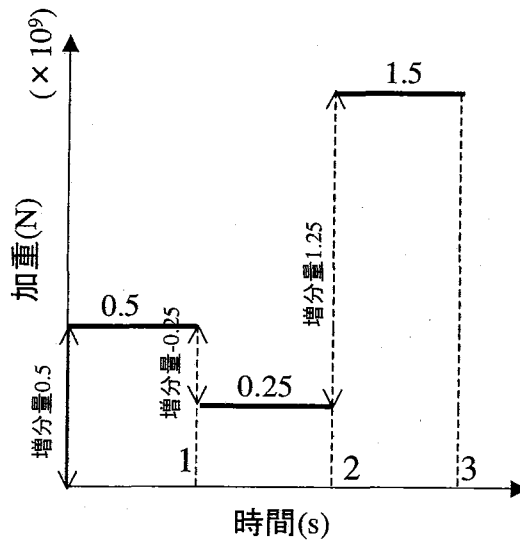
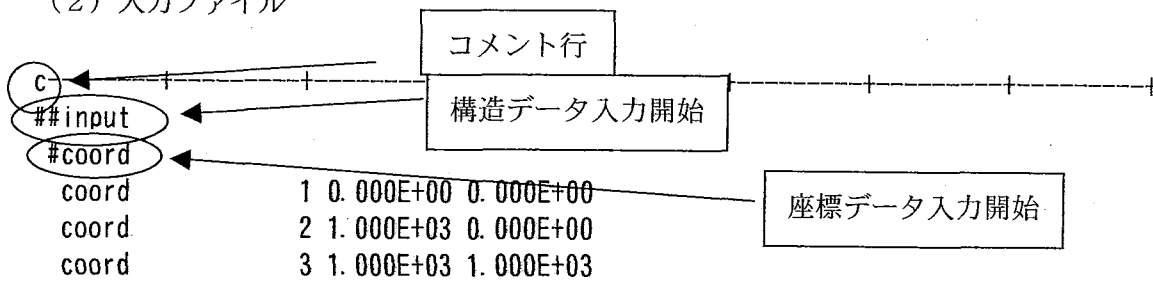
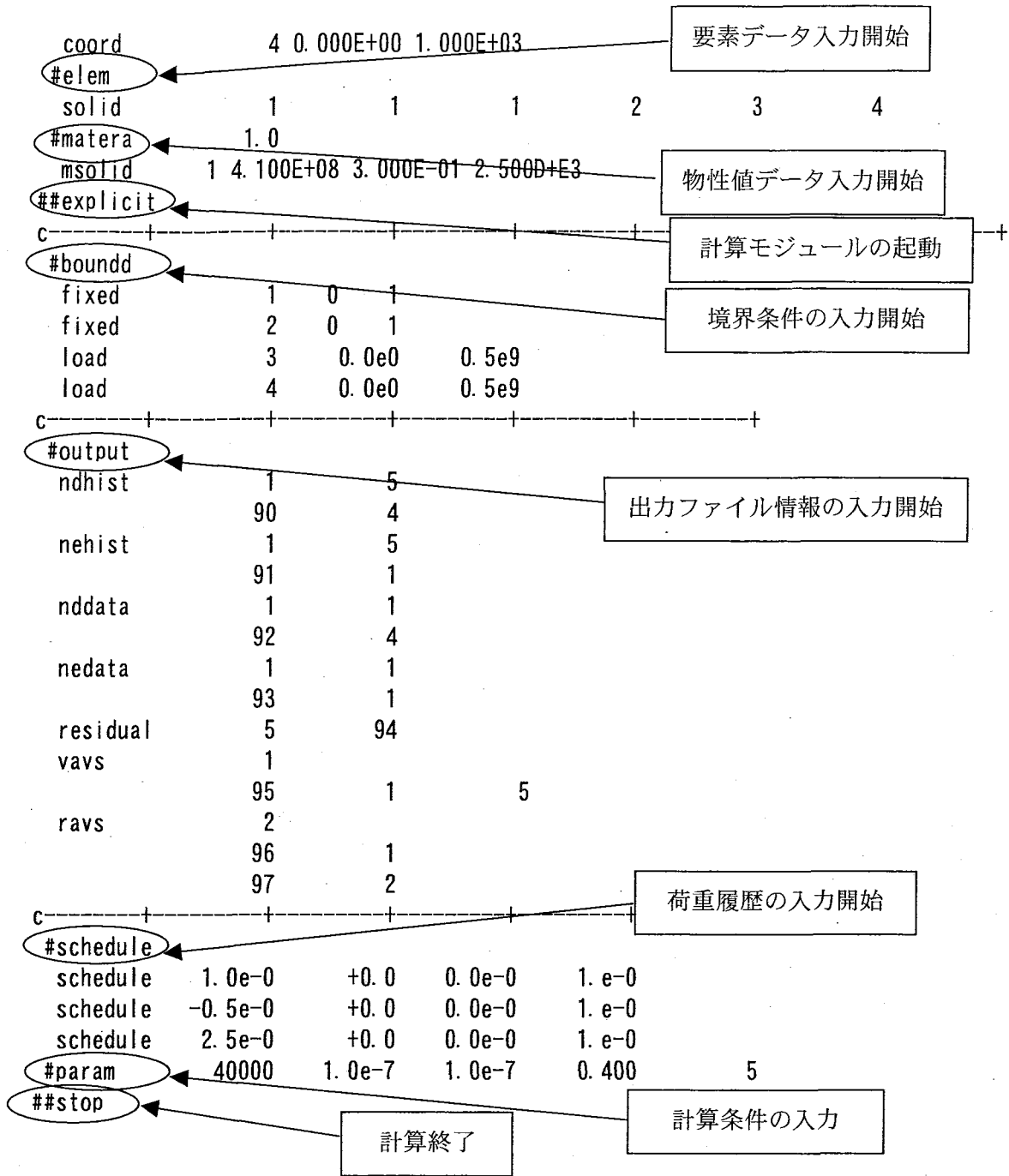


図 3.9 荷重履歴

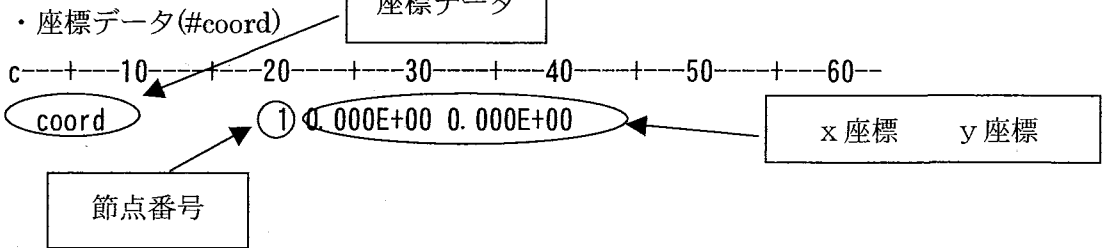
(2) 入力ファイル

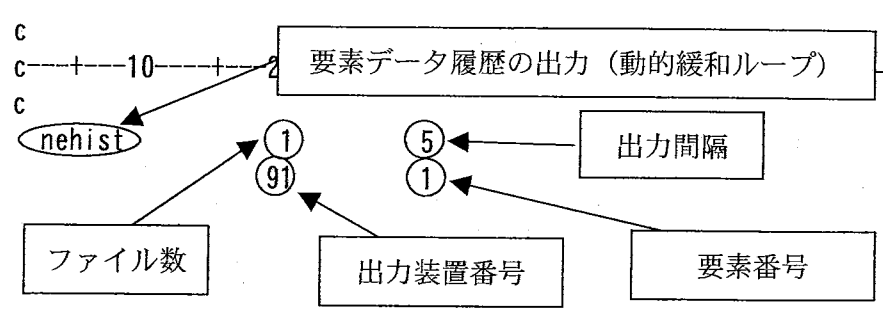
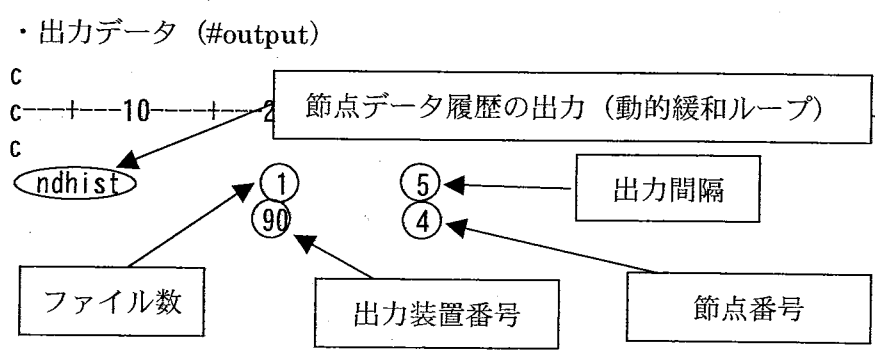
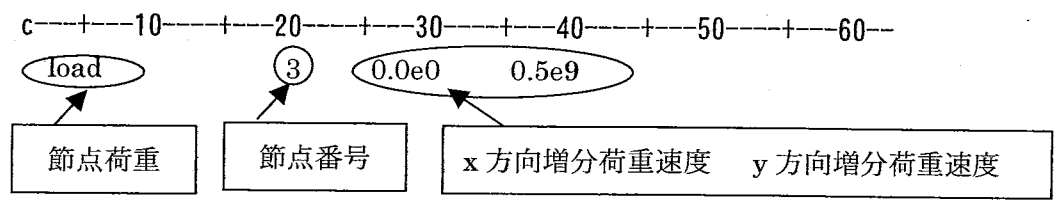
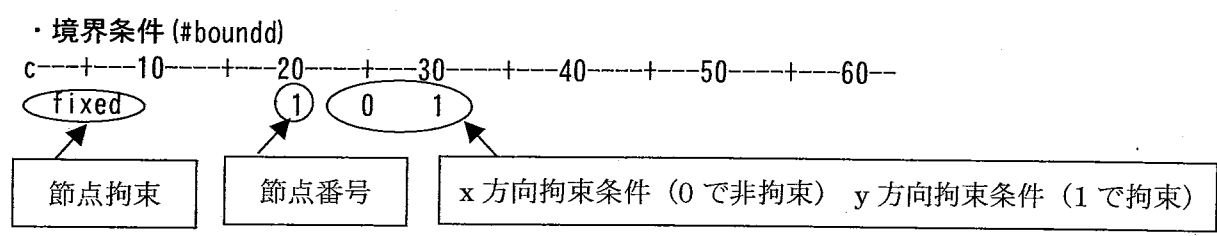
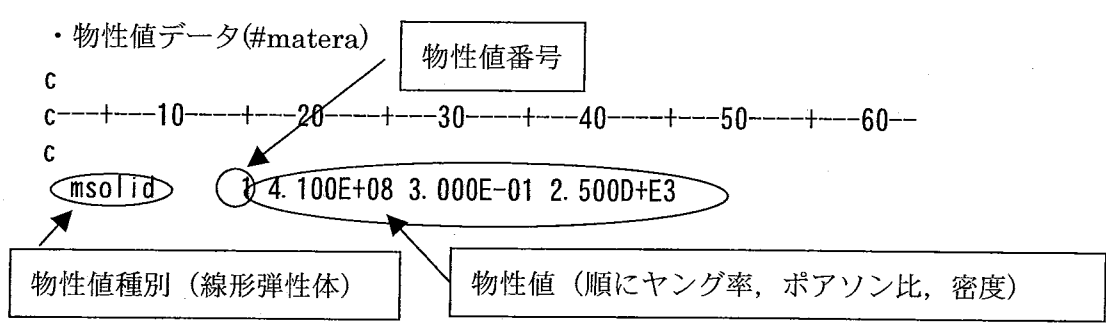
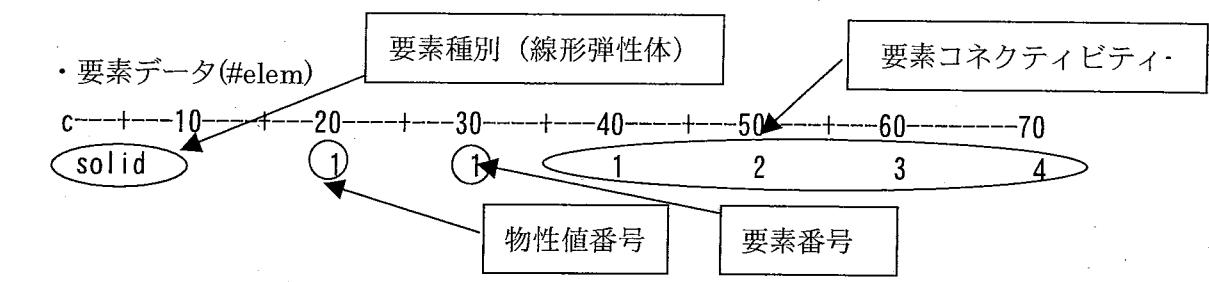


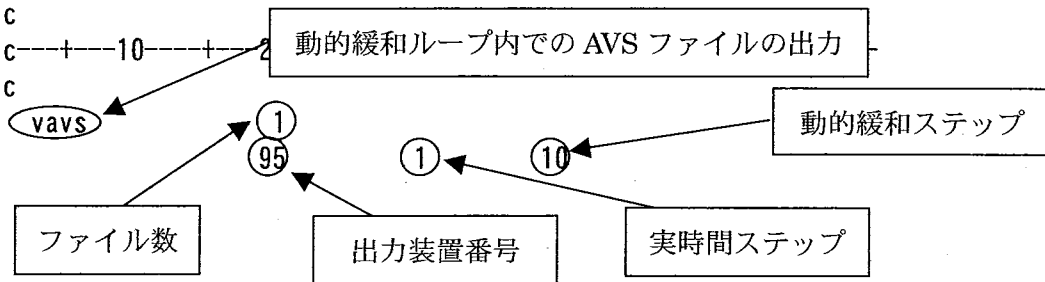
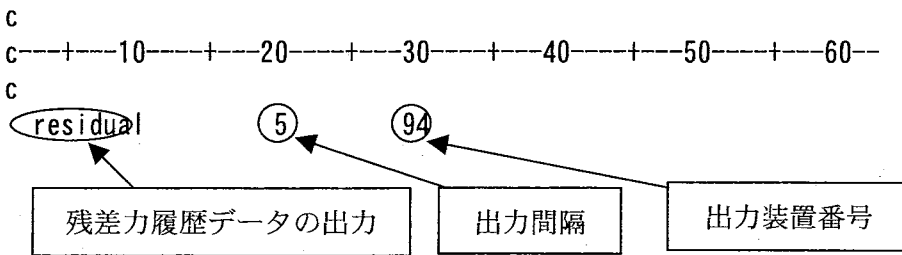
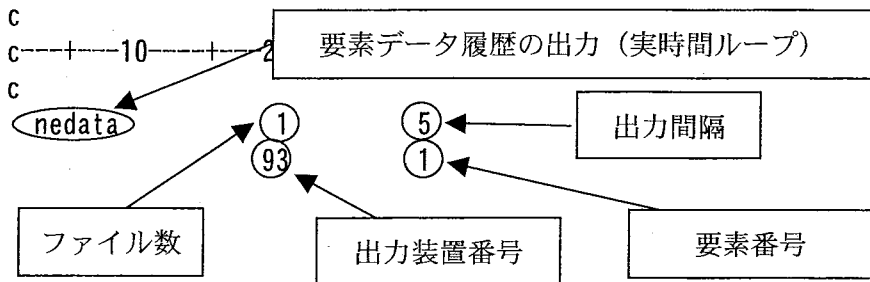
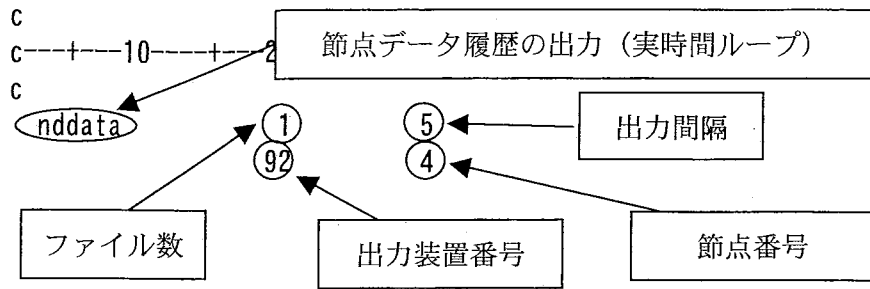


上記のファイルは~/explicit/sample/chap3にインストールされている (elastic.dat)。

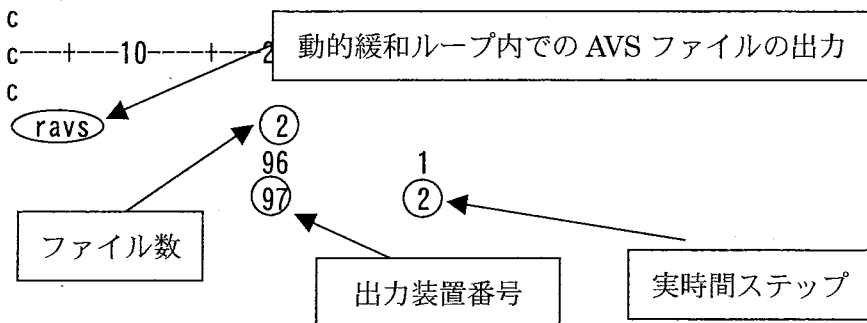
(3) データの詳細





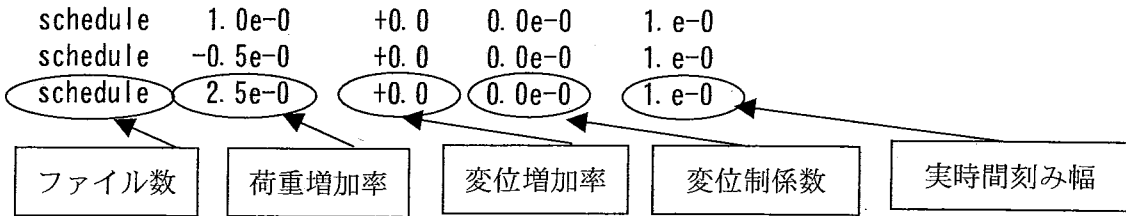


この場合、実時間 1 ステップ目の動的緩和ステップ 10 ステップ目の結果が AVS ファイルとして出力される。



この場合、実時間ステップ1の収束解が装置番号96に、実時間ステップ2の収束解が装置番号97にそれぞれ出力される。

・荷重および変位増分の履歴 (#schedule)



実際の荷重増分は、 $\Delta\Delta\text{load}$ または $\Delta\Delta\text{dsload}$ で指定した荷重増分速度と本コマンドで指定した荷重増分率と実時間刻み幅の積になる。実時間刻み幅は、時間依存性のある粘弾性解析のみ意味を持ち、他の解析では荷重増分量（荷重増分速度×荷重増分率×実時間刻み幅）のみ意味を持つ。この例の場合、荷重増分量は

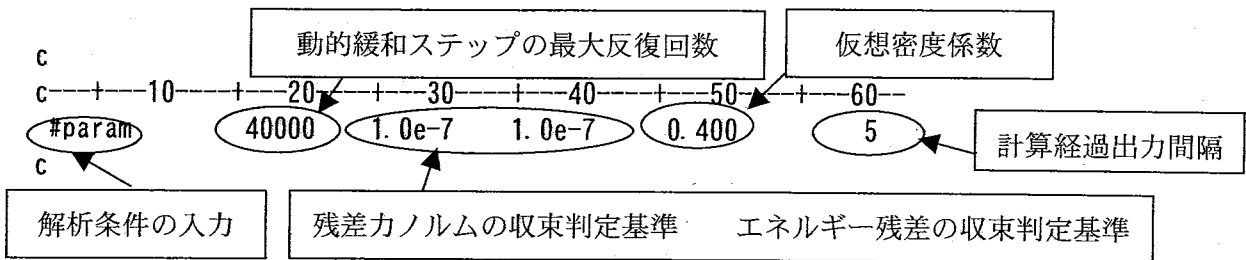
実時間ステップ1： $0.5 \times 10^9 \times 1.0 \times 1.0 = 5.0 \times 10^8 \text{ N}$

実時間ステップ2： $0.5 \times 10^9 \times -0.5 \times 1.0 = -2.5 \times 10^8 \text{ N}$

実時間ステップ3： $0.5 \times 10^9 \times 2.5 \times 1.0 = 1.25 \times 10^9 \text{ N}$

となる。なお、荷重制御の場合は、変位制御係数および変位増加率は無視される。

・解析条件の入力 (#param)



(4) 解析結果

上記の入力データにより解析した結果を以下に示す。図 3.10 に残差力の履歴を示す。この図は、コマンド「residual」によって、装置番号94に出力されたものである。横軸の動的緩和ステップ数は全実時間ステップに渡って通し番号で振ってある。各実時間ステップの開始時に残差力が大きく、実時間ステップ終了時には0付近に収束していることがわかる。

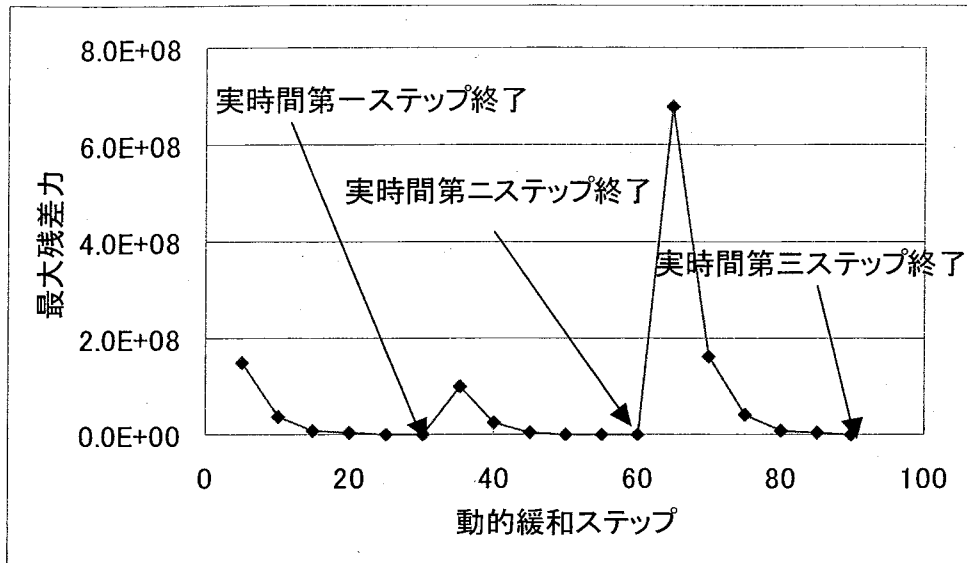


図 3.10 最大残差力の履歴

図 3.11 に節点番号 4 番の節点における y 方向変位の動的緩和ステップでの履歴を示す。この図はコマンド「ndhist」によって装置番号 90 番に出力されたものである。各実時間ステップ終了時に一定の変位に収束していることがわかる。実時間第 2 ステップでは、実時間第 1 ステップの半分の荷重となっているため、第 2 ステップの変位は第 1 ステップの変位の半分になり、第 3 ステップでは、第 1 ステップの 3 倍の荷重が加わっているため、変位も第 1 ステップの 3 倍の変位が生じている。

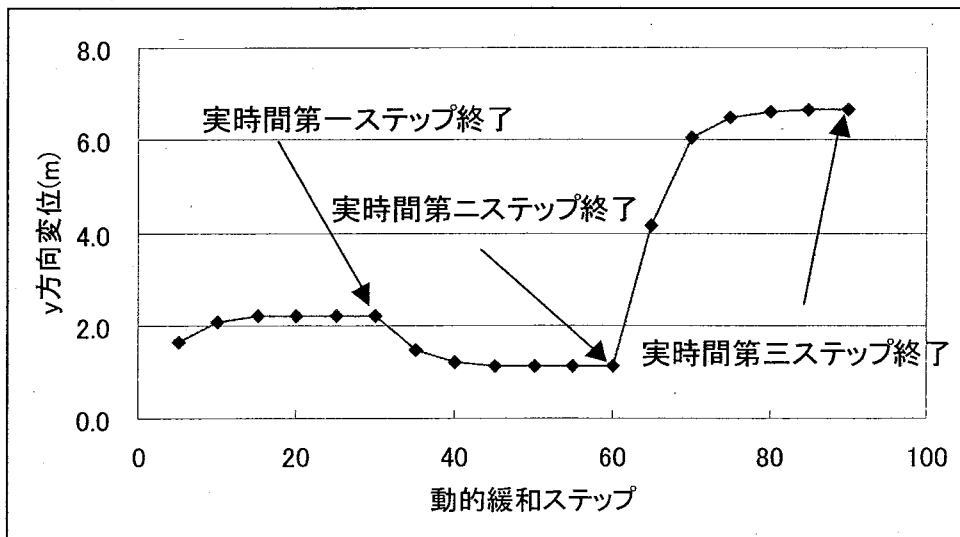


図 3.11 y 方向変位の動的緩和ステップでの履歴

図 3.12 に要素番号 1 番の要素における応力の yy 成分の動的緩和ステップでの履歴を示す。この図はコマンド「nehist」によって出力装置 91 番に出力されたものである。変位同様、各実時間ステップ終了時に一定の応力に収束していることがわかる。また、第 2 ステップ、第 3 ステップはそれぞれ第 1 ステップの半分、3 倍の荷重が加わっているため、応力もそれぞれ半分、3 倍となっている。

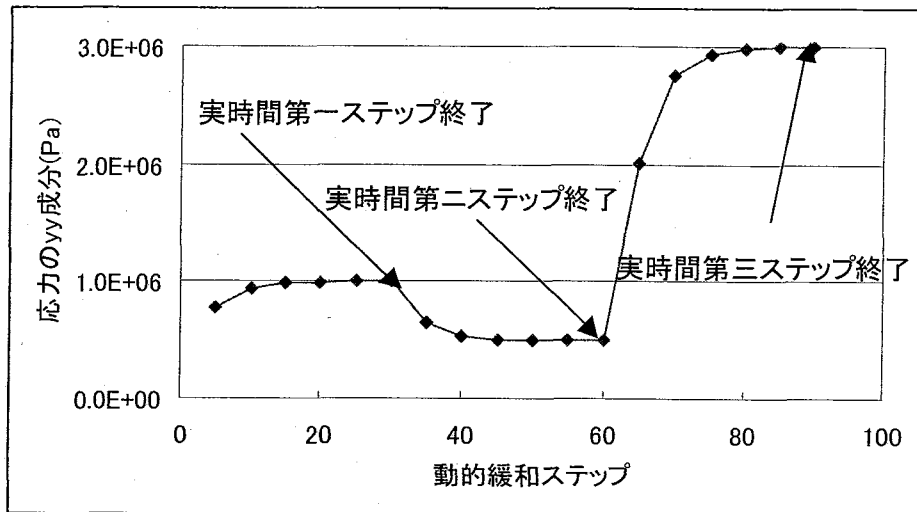


図 3.12 応力の yy 成分の動的緩和ステップでの履歴

図 3.13 および図 3.14 に y 方向変位および応力の yy 成分の実時間ステップでの履歴を示す。これら図はそれぞれコマンド「nddata」および「nedata」によって装置番号 92, 93 に出力されたものである。図 3.11 および図 3.12 とは異なり、収束過程を除いた静的釣り合い式を満足した解のみ出力される。

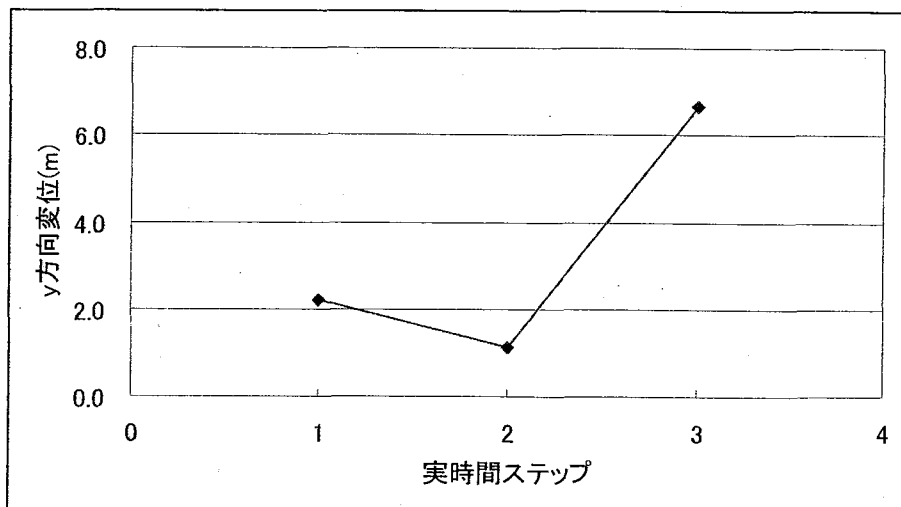


図 3.13 y 方向変位の実時間ステップでの履歴

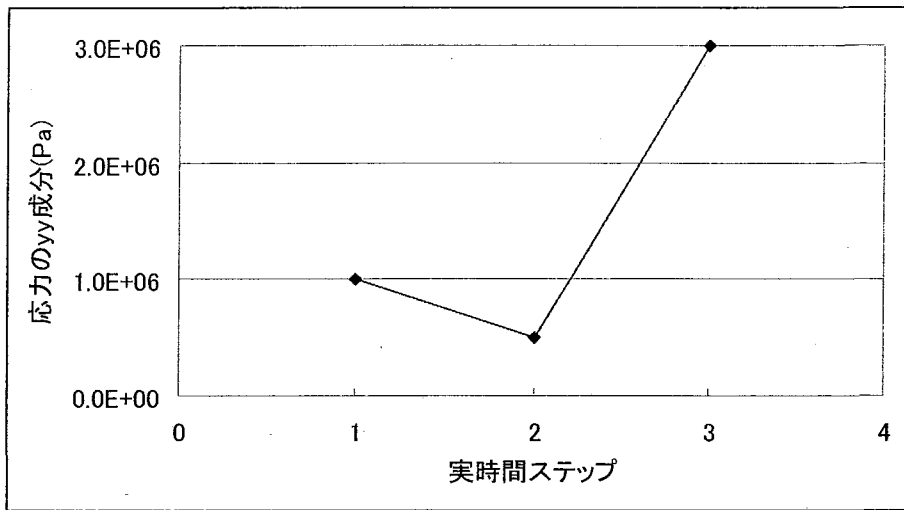


図 3.14 応力の yy 成分の実時間ステップでの履歴

3.6.2 自重解析の入力例

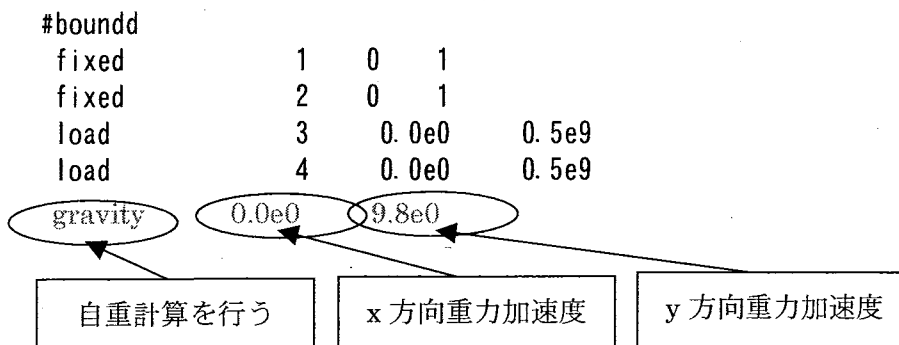
ここでは、自重解析の入力例を示す。本プログラムの自重解析機能では、自重解析の実行が指示された場合、第1ステップとして、外力・強制変位を0として重力の影響のみで解析を行う。この計算により得られた応力を応力の初期値とし、全変位を0として自重解析による変位への影響を取り除き、通常の荷重または変位のステップに移行する。

(1) 解析モデル

解析モデルおよび荷重履歴は 3.6.1 節の線形弾性体と同じとする（図 3.8 および図 3.9 参照）。本例題では、このモデルの y 方向に重力加速度 9.8m/s^2 を付加して、自重解析を行う。

(2) 入力ファイル

解析モデルが同じであるので、入力ファイルは 3.6.1 節とほぼ同じであるが、中コマンド「#boundd」の下の小コマンド群の最終行に小コマンド「gravity」を入力する必要がある。以下に変更後の「#boundd」を示す。



なお、重力加速度の符号は-方向に重力が作用する場合を正とする。上記のファイルは~/explicit/sample/chap3にインストールされている (gravity.dat)。

(3) 解析結果

図 3.15 および図 3.16 に節点番号 4 番の節点における y 方向変位の動的緩和ステップでの履歴および要素番号 1 番の要素における yy 成分の応力の動的緩和ステップでの履歴を示す。変位に関しては、自重解析の際に、重力の影響により負の変位を示しているが、荷重解析に入る際に一度ゼロで初期化するため、自重解析以降のプロファイルは自重解析を行わない場合とほぼ等しい。応力に関しては、自重解析により、強い負の応力が発生し、その応力を初期値として荷重解析を行うため、自重解析ステップ終了後は、自重解析で得られた応力に自重解析なしで解析で得られる応力を加えたプロファイルを示している。

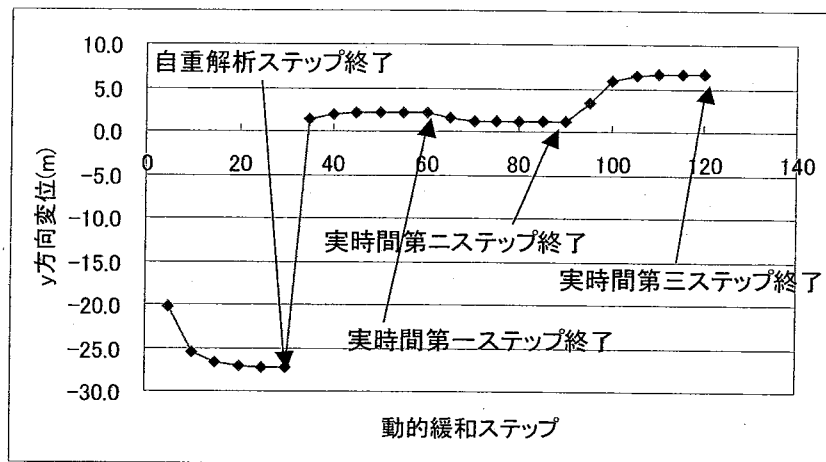


図 3.15 y 方向変位の動的緩和ステップでの履歴

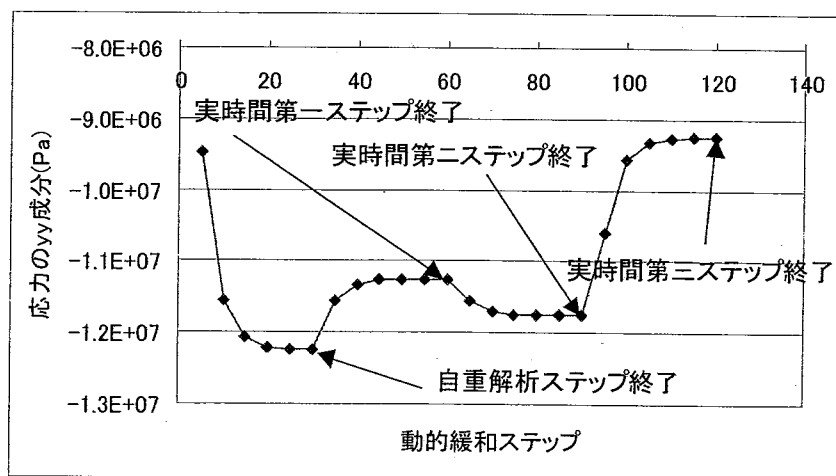


図 3.16 応力の yy 成分の動的緩和ステップでの履歴

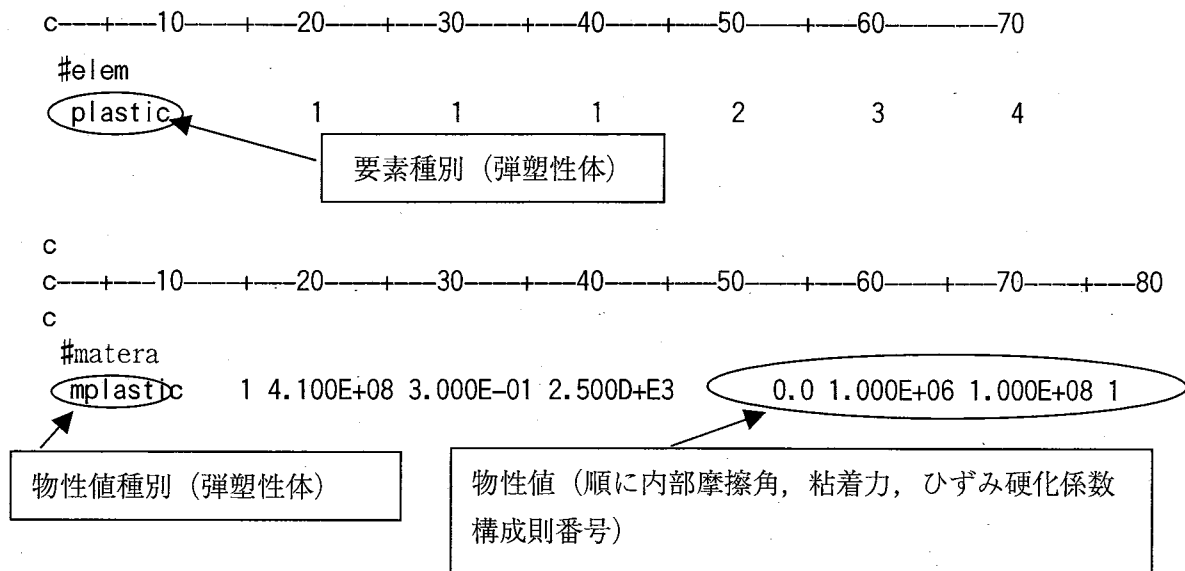
3.6.3 弾塑性体解析の入力例

(1) 解析モデル

弾塑性解析の入力例として、3.6.1 節で取り上げたモデルと同一のモデルを用いる (図 3.8 および図 3.9 参照)。ヤング率 $E=410\text{MPa}$, ポアソン比 $\nu=0.3$, 密度 $\rho=2.5\times 10^3\text{kg/m}^3$ は弾性解析の例と同一であり、内部摩擦角 $\phi=0.0$ (この場合、ドラッカー・プラッカーの構成則はミーゼスの構成則と一致する。), 粘着力 $C=1.0\text{MPa}$, ひずみ硬化係数 $H'=100\text{MPa}$ とした。

(2) 入力ファイル

解析モデルは 3.6.1 節のモデルと同じなので、入力ファイルはほぼ同じであるが、要素データ入力 (#elem) および物性値データ (#materna) の項目が異なる。以下に「#elem」と「#materna」の項目の入力内容を示す。



昨年度までの弾塑性体解析機能では、ドラッカー・プラッカーの降伏基準に従うものしかなかったが、今年度は新たにモール・クーロンの降伏基準に従う弾塑性体解析機能を付加したため、物性値を指定する行にどちらの降伏基準を使うかを示す構成則番号を入力する必要がある。上記のファイルは `~/explicit/sample/chap3` にインストールされている (`plastic.dat`)。

(3) 解析結果

図 3.17 に節点番号 4 における y 方向変位の動的緩和ステップでの履歴を示す。比較のため、弾性体での解析も併せて示す。実時間第 1 ステップおよび第 2 ステップでは、応力が塑性応力に達しないため、弾性変形のみが現れる。そのため、弾性体による解析と弾塑性

体による解析ではまったく同一の結果になっている。第3ステップでは、塑性変形が生じるため、弾塑性体の解析結果は、弾性体の解析結果と比較して大きな変位が生じている。

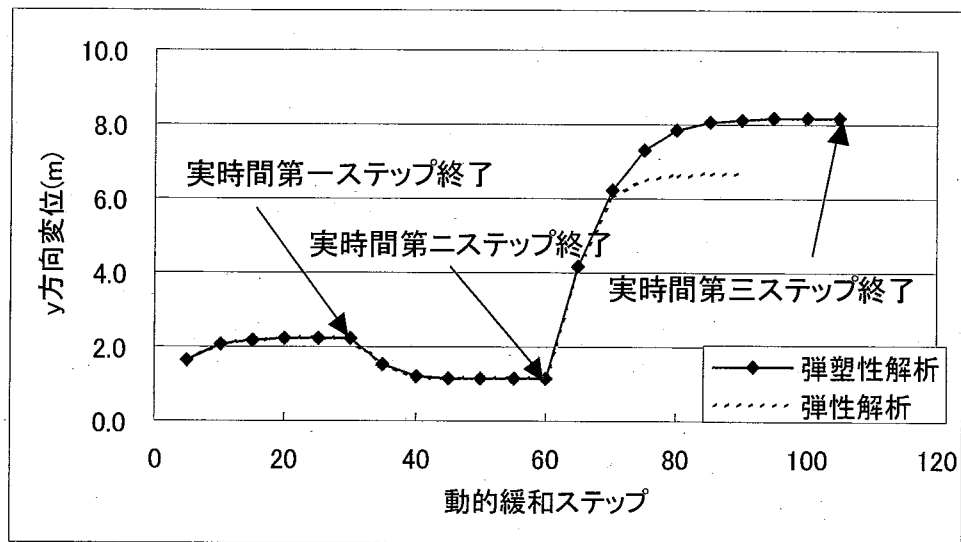


図 3.17 y 方向変位の動的緩和ステップでの履歴

3.6.4 粘弾性体解析の入力例

(1) 解析モデル

粘弾性解析の入力例として、3.6.1 節で取り上げたモデルと同一のモデルを用いる (図 3.8 参照)。構成方程式はマックスウェルモデルを用いて、緩和時間は 5s とした。ただし、境界条件として節点荷重ではなく、強制変位を+y 方向に与える。変位履歴を図 3.18 に示す。第 1 時間増分ステップで 1m 変位を増分させ、第 2、第 3 ステップで増分を 0m とする。

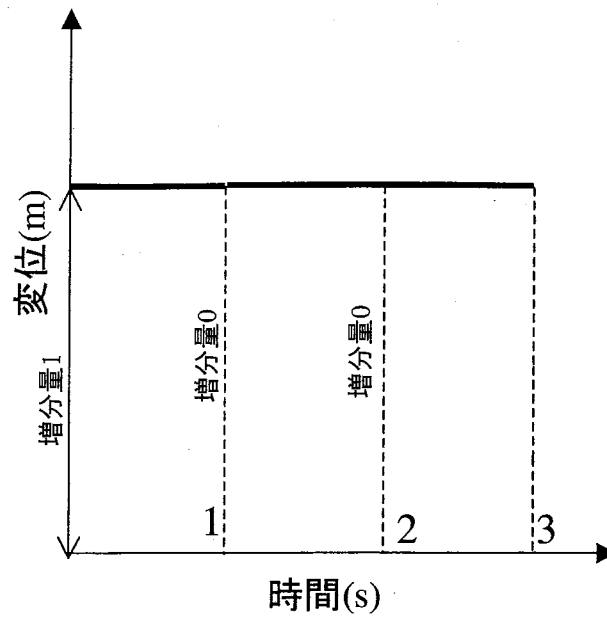


図 3.18 変位履歴

(2) 入力ファイル

解析モデルは 3.6.1 節のモデルと同じなので、入力ファイルはほぼ同じであるが、物性を弾性体から粘弾性体に変更したため、要素データ入力 (#elem) および物性値データ (#matera) の項目が異なる。以下に「#elem」と「#matera」の項目の入力内容を示す。

```

c---+---10---+---20---+---30---+---40---+---50---+---60---+---70
#elem
maxwell 1 1 1 2 3 4
要素種別(マックスウェルの粘弾性体)
c
c---+---10---+---20---+---30---+---40---+---50---+---60---+---70---+---80
c
#matera
mmaxwell 1 4.100E+08 3.000E-01 2.500D+E3 5.0
物性値種別(マックスウェルの粘弾性体) 物性値(緩和時間)

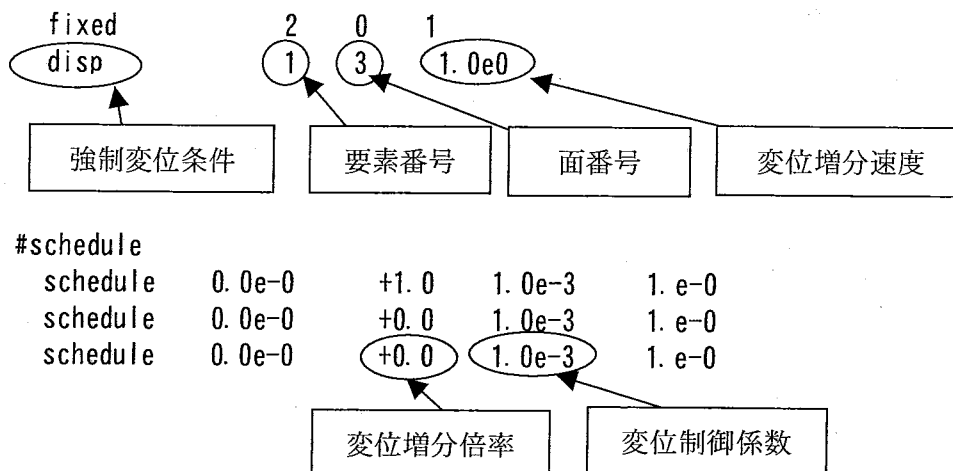
```

荷重制御から変位制御に変更し、変位増分の履歴を変更したため、「#boundd」および「#schedule」のコマンドを変更した。両コマンドは以下のように変更されている。

```

c---+---10---+---20---+---30---+---40---+---50---+---60---+---70
#boundd
fixed 1 0 1

```



上記のファイルは~/explicit/sample/chap3にインストールされている (maxwell.dat)。

ここでは、1要素の解析であったので、変位制御係数は 1.0×10^{-3} としたが、通常の解析では、線形弾性体、粘弾性体の解析では 1.0×10^{-5} 程度が妥当である。弾塑性解析が生じる場合には非線形性の強さに応じてさらに小さい値を用いる必要がある。

(3) 解析結果

図 3.19 に要素番号 1 の要素における応力の yy 成分の実時間ステップの履歴を示す。変位は全時間ステップで一定であるので、弾性体であれば応力は一定である。しかし、粘弾性体では、応力緩和現象により応力は時間の経過に伴い減衰する。本結果はその傾向がよく現れている。

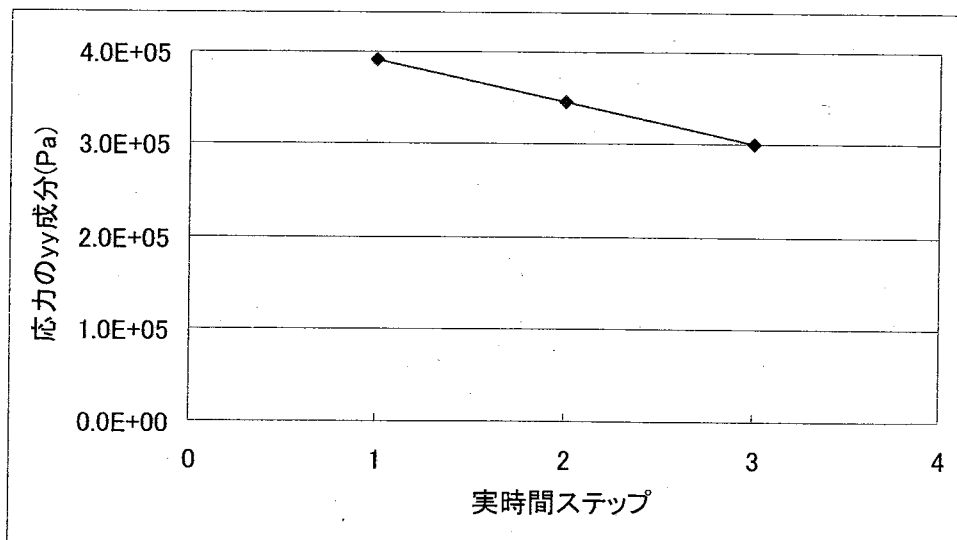


図 3.19 y 方向変位の実時間ステップでの履歴

3.6.5 粘弾塑性体解析の入力例

(1) 塑性部分の検証

(i) 解析モデル

粘弾塑性解析の入力例として、図 3.20 に示すモデルを用いる。塑性部分の構成方程式はモール・クーロンの降伏基準を用いた。なお、ここでは 1 要素での粘弾塑性体解析機能の検証も含める。まずは塑性部分の検証を行う。粘弾塑性体解析機能で、緩和時間を非常に長くして粘性の効果が無視できれば、弾塑性体とみなせるはずである。なお、物性値はヤング率 $E = 4.0 \times 10^8 \text{ Pa}$ 、ポアソン比 $\nu = 0$ 、密度 $\rho = 2.5 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ である。ひずみ硬化係数 $H' = 0 \text{ Pa}$ 、粘着力 $C = 2.0 \times 10^6 \text{ Pa}$ 、内部摩擦角 $\phi = 0^\circ$ である。緩和時間 λ は粘性の効果が出ないように、 $\lambda = 1.0 \times 10^{20} \text{ s}$ と非常に大きな値を入力する。右端の 2 つの節点に x の圧縮方向に段階的に荷重を付加していった場合の解析を行った。

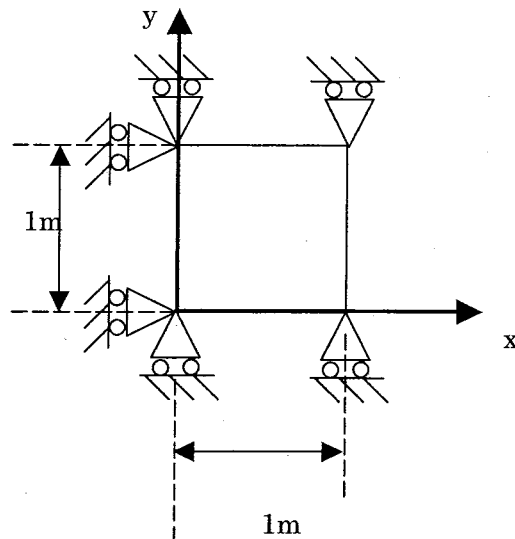


図 3.20 解析モデル

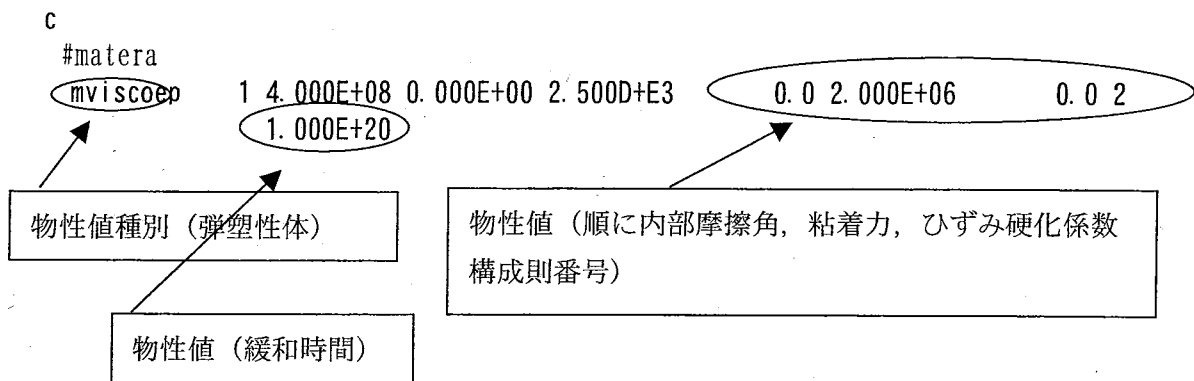
(ii) 入力ファイル

要素データ入力 (#elem) および物性値データ (#matera) の項目が前のモデルと異なる。以下に「#elem」と「#matera」の項目の入力内容を示す。

```

c-----+-----10-----+-----20-----+-----30-----+-----40-----+-----50-----+-----60-----+-----70
#elem
viscoep      1          1          1          3          4          2
要素種別 (粘弾塑性体)
c
c-----+-----10-----+-----20-----+-----30-----+-----40-----+-----50-----+-----60-----+-----70-----+-----80

```



荷重制御から変位制御に変更し, 変位増分の履歴を変更したため, 「#boundd」および「#schedule」のコマンドを変更した。両コマンドは以下のように変更されている。

```
c-----10-----20-----30-----40-----50-----60-----70
#boundd
fixed      1      1      1
fixed      2      1      1
fixed      3      0      1
fixed      4      0      1
load       3     -2.0e5    0.0e0
load       4     -2.0e5    0.0e0

#schedule
schedule   1.0e0    +0.0    0.0e0    1.0e0    20
```

スケジュール繰り返し回数

昨年度までと異なりスケジュール繰り返し回数を入力することで, この行に入力した内容のスケジュールをその回数繰り返し行うことができる。なお, 0 または 1 の場合は 1 回行う。上記のファイルは~/explicit/sample/chap3 にインストールされている (viscoep1.dat)。

(iii) 解析結果

図 3.21, 図 3.22, 図 3.23 にはひずみの xx 成分と, それぞれ最大主応力, 最小主応力, 差応力の関係を青い点で示す。各グラフの各値は絶対値をとっている。赤線は本プログラムを用いて純粋に弾塑性体として解析を行った場合の結果であるが, いずれの図においても粘弾塑性体の解析結果である青い点は赤線に沿っており, 粘弾塑性体解析における塑性部分の計算が良好に動作していることを表している。

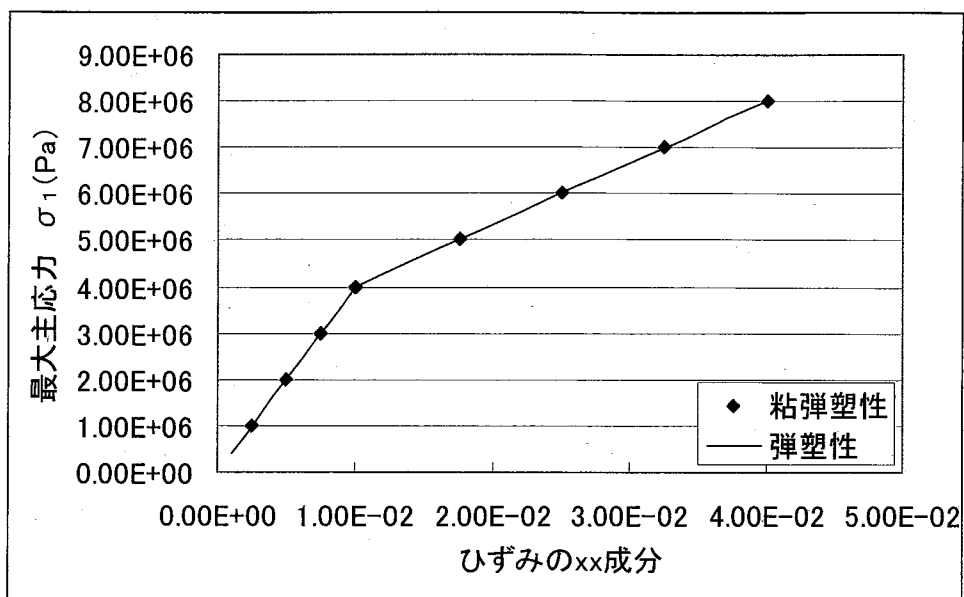


図 3.21 最大主応力

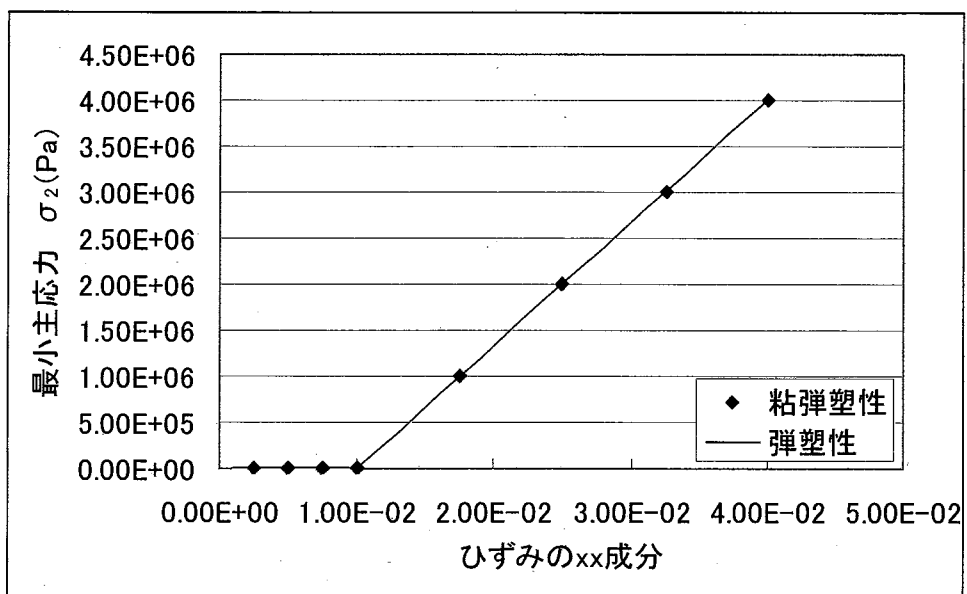


図 3.22 最小主応力

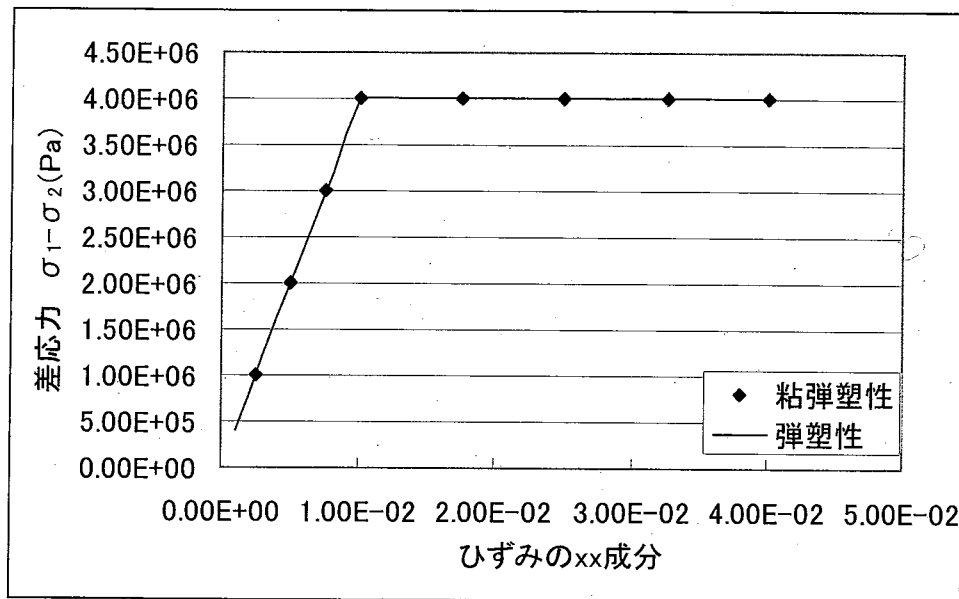


図 3.23 差応力

(1) 粘性部分の検証

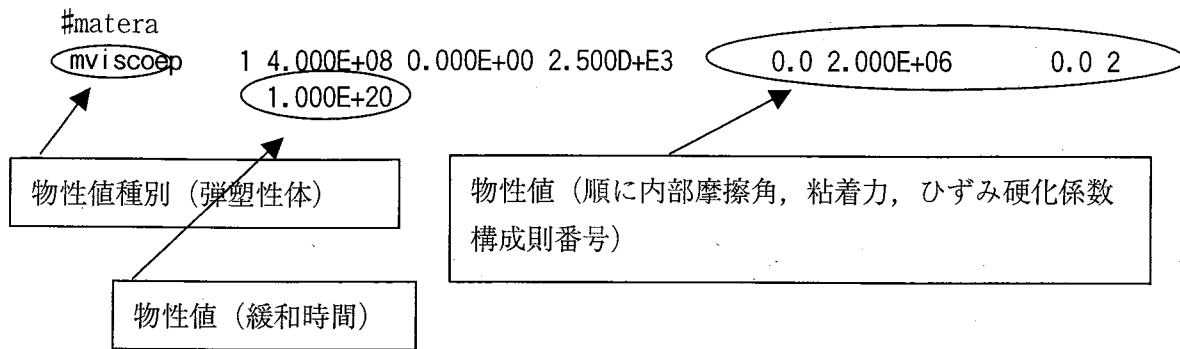
(i) 解析モデル

図 3.20 と同一のモデルを用いる。塑性部分の構成方程式はモール・クーロンの降伏基準を用いた。緩和時間 $\lambda = 10s$ である。また、ひずみ硬化係数 $H' = 0Pa$ ，粘着力 $C = 2.0 \times 10^{60} Pa$ ，内部摩擦角 $\phi = 0^\circ$ である。このように粘着力に非常に大きな値を入力することで、材料が降伏しないようにして、粘弾性の計算が行えるようにする。なお、物性値は先ほどと同様、ヤング率 $E = 4.0 \times 10^8 Pa$ ，ポアソン比 $\nu = 0$ ，密度 $\rho = 2.5 \times 10^3 kg/m^3$ である。右端の 2 節点に、xx 方向の圧縮方向に 5 秒間にわたり $5.0 \times 10^5 N$ の荷重を付加し、その荷重を変化させないまま時間ステップを増加させていった場合の計算を行った。

(ii) 入力ファイル

先ほどと入力異なる項目は物性値データ (#matera) と境界条件データ (#schedule)，スケジュールデータ (#schedule) である。以下に変更された [#matera]，[#boundd] および [#schedule] の入力内容を示す。

c +-----10-----+-----20-----+-----30-----+-----40-----+-----50-----+-----60-----+-----70-----+-----80
c



```

c-----10-----20-----30-----40-----50-----60-----70
#boundd
fixed      1      1      1
fixed      2      1      1
fixed      3      0      1
fixed      4      0      1
load       3      -0.5e7    0.0e0
load       4      -0.5e7    0.0e0

#schedule
schedule   0.1e-1    +0.0    0.0e0    5.0e0
schedule   0.0e0    +0.0    0.0e0    1.0e0

```

上記のファイルは~/explicit/sample/chap3にインストールされている (viscoep2.dat)。

(iii) 解析結果

図 3.24 は粘弾塑性体で解析した場合の、時間とひずみの xx 成分の関係を青い点で示している。ここで、ひずみの値は絶対値をとっている。2ステップ目以降、付加する荷重は増加させていないものの、荷重を維持したまま時間が経過することで徐々にひずみが大きくなっており、クリープ現象が表現できていることがわかる。また、赤線で示してある純粹に粘弾性体で解析を行った場合の結果と一致しており、粘弾塑性体解析における粘弾性部分の計算が良好に動作していることを確認できる。

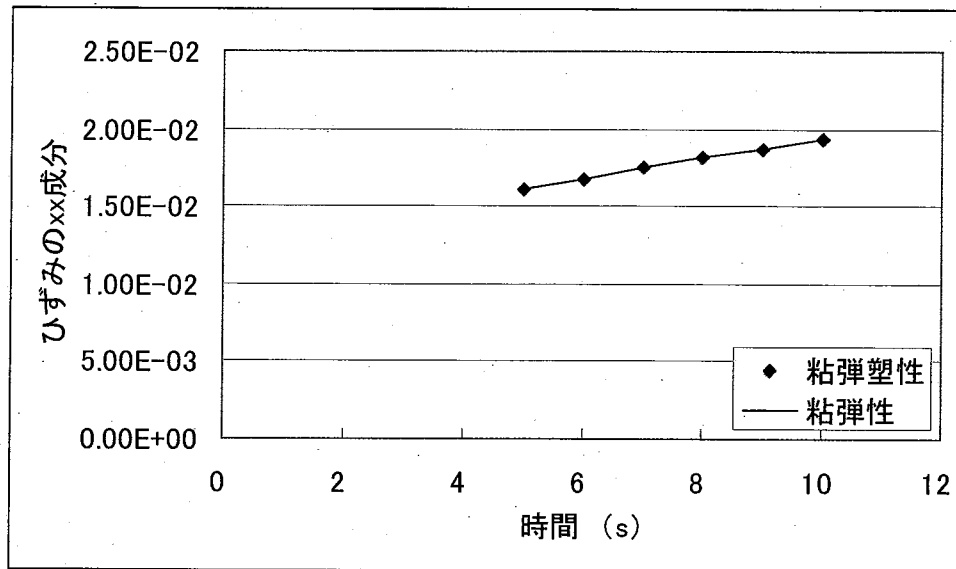


図 3.24 ひずみの xx 成分の時刻歴

3.6.6 断層解析機能の入力例

(1) 解析モデル

図 3.25 に断層解析機能の入力例として取り上げる解析モデル図を示す。3 要素の弾性体の台上を 1 要素の弾性体が移動するモデルである。マスター面が下台の上面，スレーブ面が上台の下面とした。荷重は上台に y 方向に $-1.0 \times 10^6 \text{Pa}$ ，x 方向に $1.0 \times 10^5 \text{Pa}$ の分布荷重を付加した。弾性体の物性値はヤング率 $E=410 \text{MPa}$ ，ポアソン比 $\nu=0.3$ ，密度 $\rho=2.5 \times 10^3 \text{kg/m}^3$ とした。摩擦構成則の各パラメータは $\tau_p=5.0 \times 10^4 \text{Pa}$ ， $\tau_d=2.0 \times 10^4 \text{Pa}$ ， $D_c=1.0 \text{m}$ ， $\epsilon=0.2 \text{m}$ とした。なお，この問題は静的解が存在しないため，動的緩和ステップは収束しない。ここでは，動的緩和ステップの解析結果を動的解析の解として表示する。

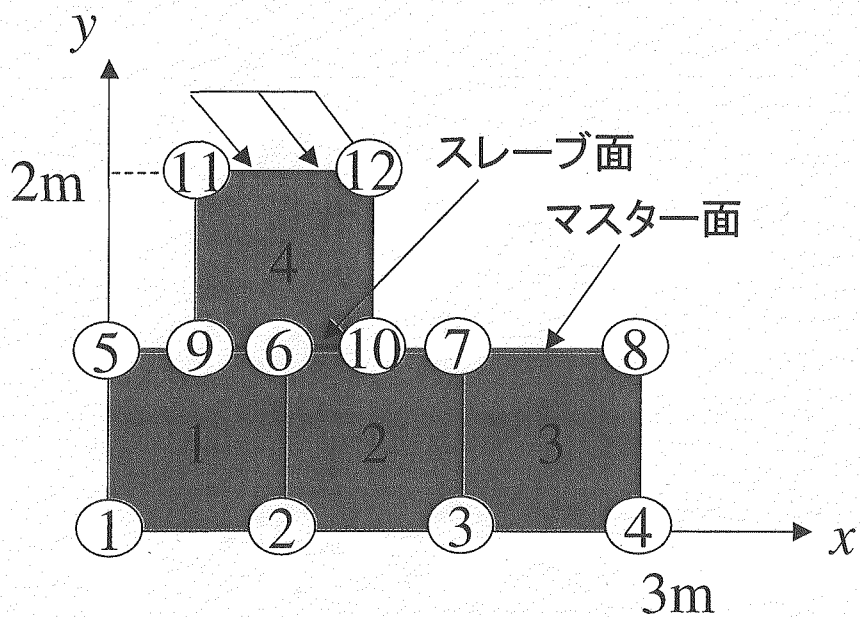


図 3.25 解析モデル

(2) 入力ファイル

```

##input
#coord
coord      1  0.000D+00  0.000D+00
coord      2  1.000D+00  0.000D+00
coord      3  2.000D+00  0.000D+00
coord      4  3.000D+00  0.000D+00
coord      5  0.000D+00  1.000D+00
coord      6  1.000D+00  1.000D+00
coord      7  2.000D+00  1.000D+00
coord      8  3.000D+00  1.000D+00
coord      9  0.500D+00  1.000D+00
coord     10  1.500D+00  1.000D+00
coord     11  0.500D+00  2.000D+00
coord     12  1.500D+00  2.000D+00
#elem
solid      1      1      1      2      6      5
solid      1      2      2      3      7      6
solid      1      3      3      4      8      7
solid      1      4      9     10     12     11
#materna
          1.0
#msolid
1  4.100D+08  3.000D-01  2.500D+03

```

```

C-----
#contact 1
  master 1      3
           1 3 1
           2 3 1
           3 3 1
  slave  1      1
           4 1
  friction 1 5.0e4 2.0e4 1.0d0 0.2
C-----
##explicit
#boundd 1
  fixline 1 1 0 1 0
  dsload  4 3 0.1e0 -1.0
#output 1
C-----
  mashist 1 10
           90 1 2
  slhist  1 10
           80 1 1
C-----
  vavs 2
        20 1 1
        21 1 400

#schedule 1
  schedule 1.0e+6 +0.0 1.0e-5 1.e-0
#param 400 1.0e-9 1.0e-9 0.400 10 1
##stop

```

接触解析情報

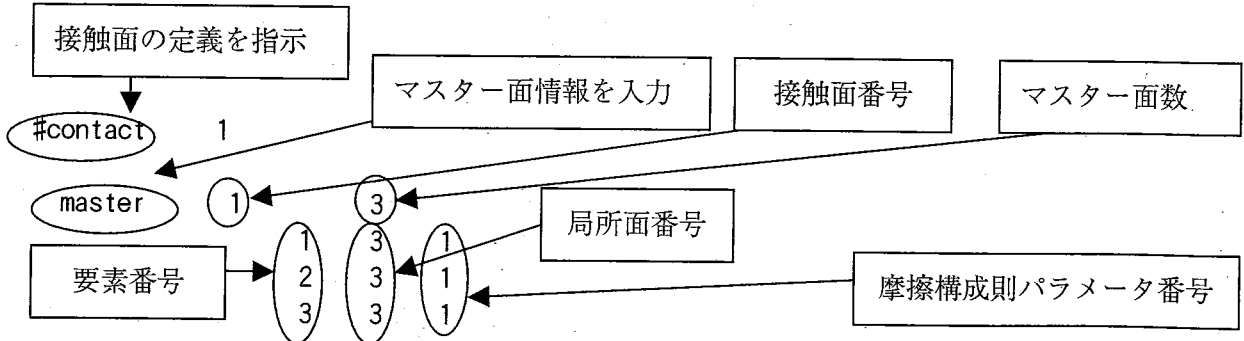
接触解析結果出力情報

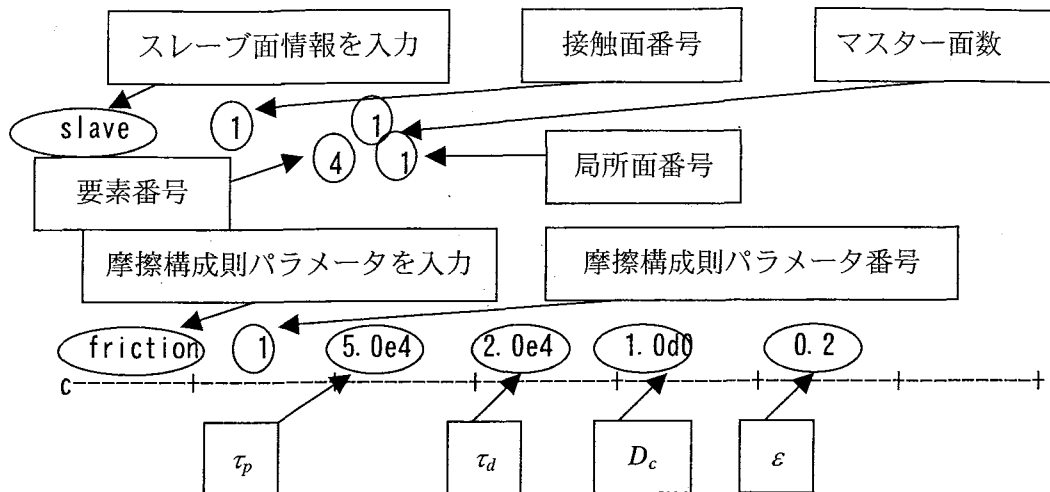
上記のファイルは~/explicit/sample/chap3 にインストールされている (cont.dat)。

(3) ファイル詳細解説

ここでは、接触解析に関する入力情報の詳細に解説する。

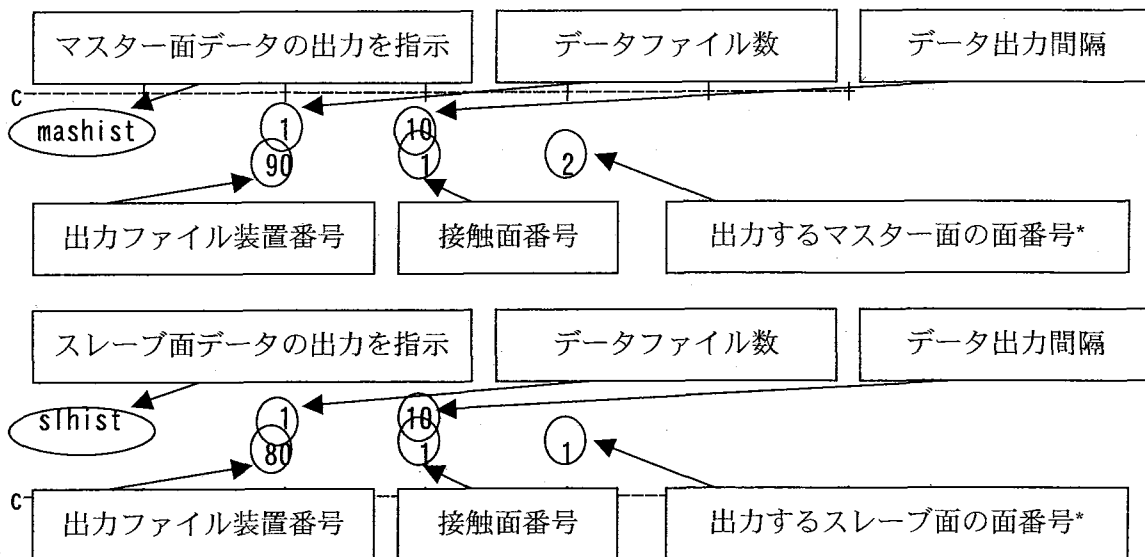
・接触解析情報





・接触解析出力情報

#output 1



* 出力する面番号は、接触面番号が同じ「△△master」または「△△slave」で定義した面の通し番号で指定する。上記の例では、mashistで接触面番号1、マスター面番号2が指定されているので、接触面番号1の「△△master」で定義した2番目の面、すなわち、要素番号2、局所面番号3の面の情報が出力される。スレーブ面も同様で、この場合、要素番号4、局所面番号1の面が出力される。

(4) 解析結果

図 3.26 に1ステップ目と400ステップ目の解析結果を示す。反復ステップが進行するとともに、上方の弾性体が下方の弾性体上を移動していることが分かる。図 3.27 に上方弾性体の下面(スレーブ面)における相対変位とせん断応力の関係を示す。式(2.66)に示した摩

擦構成則が再現されていることが分かる。

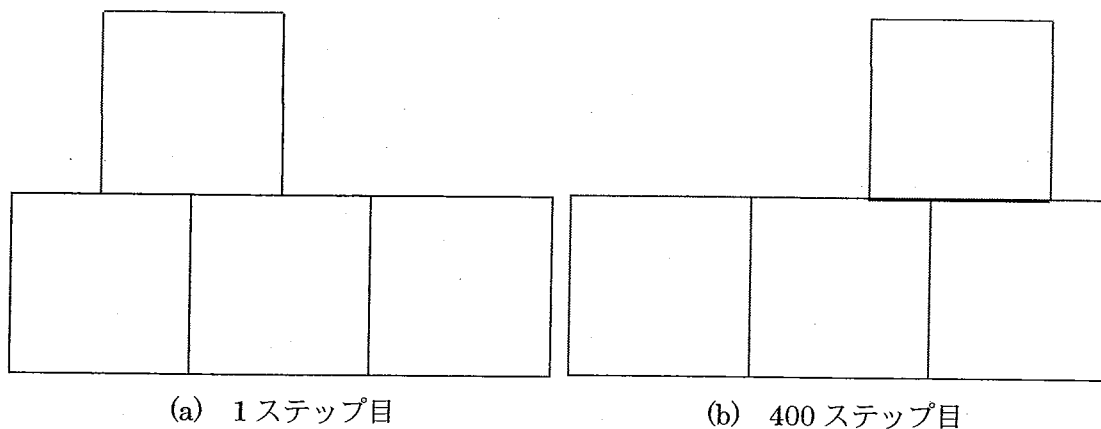


図 3.26 1ステップ目と400ステップ目の格子図

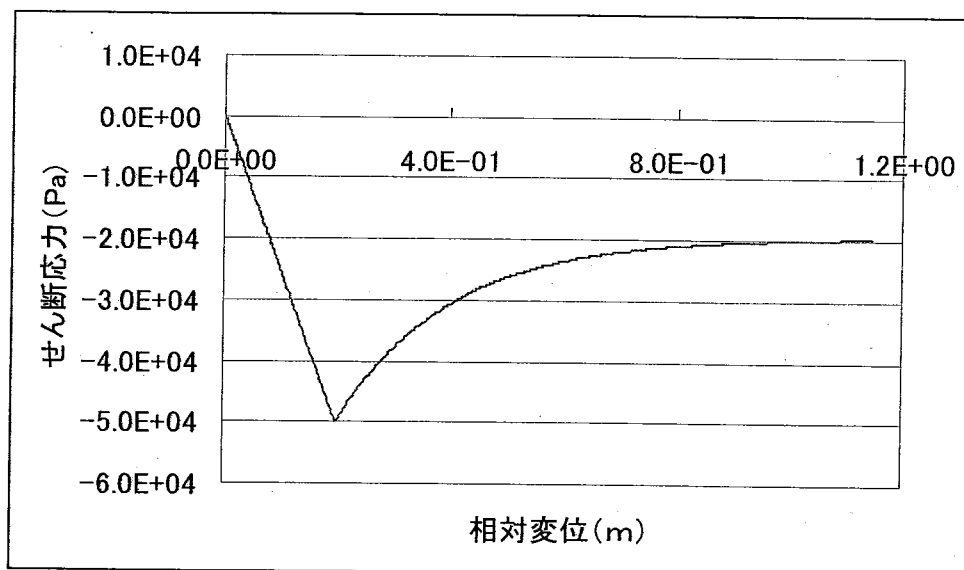


図 3.27 スレーブ面における相対変位とせん断応力の関係

3.6.7 大変形解析機能の入力例

(1) 解析モデル

弾塑性解析の入力例として、3.6.1節で取り上げたモデルと同一のモデルを用いる(図 3.8 および図 3.9 参照)。ただし、荷重は大変形を発生させるため、100倍とした。

(2) 入力ファイル

解析モデルは 3.6.1 節のモデルと同じなので、入力ファイルはほぼ同じであるが、大変形解析機能を有効にするため、#param コマンドが異なる。以下に「#param」の項目の入力内容を示す。

```
c-----+---10-----+---20-----+---30-----+---40-----+---50-----+---60-----+---70
#param      40000      1.0e-7      1.0e-7      0.400      5      ①
c
```

大変形解析機能有効

上記のファイルは~/explicit/sample/chap3 にインストールされている (large.dat)。

(4) 解析結果

図 3.28 に各実時間ステップにおける要素形状を示す。荷重の増減に伴い、要素の形状が大きく変形していることが分かる。

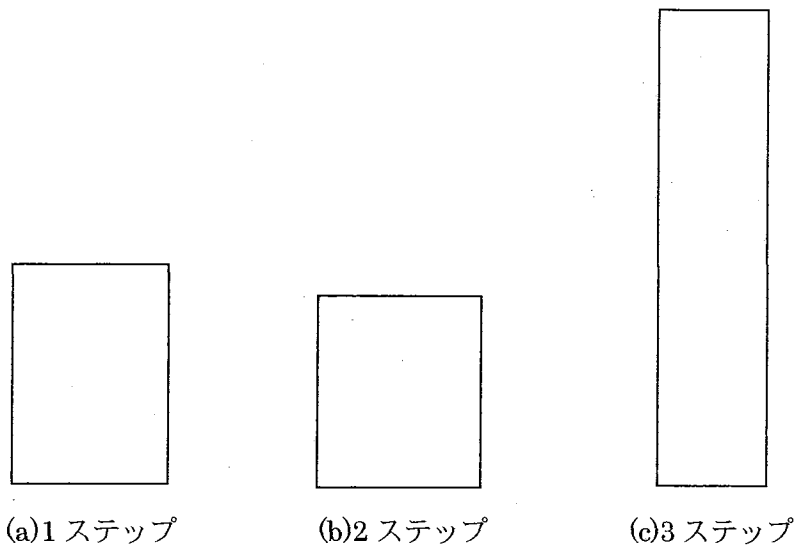


図 3.28 各実時間ステップにおける要素の形状

4.3 任意マスター面履歴データの出力

任意マスター面の履歴データは大コマンド##explicit 下の中コマンド#output 内の小コマンド mashist および masdata によって出力される。mashist は動的緩和ステップに対する履歴を、masdata は実時間ステップに対する履歴をそれぞれ出力する。出力される変数は接線応力および法線応力である。出力フォーマットは以下のとおり。

ステップ	接線応力	法線応力
(I14)	(E14.5)	(E14.5)
	⋮	

第1列のステップは mashist では全実時間ステップに渡って通し番号で動的緩和ステップのステップ数が出力される。masdata では、実時間ステップ数が出力される。なお、このファイルはコマンド mashist および masdata で指定された節点数だけ、指定された装置番号に出力される。

4.4 任意スレーブ面履歴データの出力

任意マスター面の履歴データは大コマンド##explicit 下の中コマンド#output 内の小コマンド slhist および sldata によって出力される。slhist は動的緩和ステップに対する履歴を、sldata は実時間ステップに対する履歴をそれぞれ出力する。出力される変数は相対すべり量、貫通量、接線応力および法線応力である。出力フォーマットは以下のとおり。

ステップ	相対すべり量	貫通量	接線応力	法線応力
(I14)	(E14.5)	(E14.5)	(E14.5)	(E14.5)
		⋮		

第1列のステップは mashist では全実時間ステップに渡って通し番号で動的緩和ステップのステップ数が出力される。masdata では、実時間ステップ数が出力される。なお、このファイルはコマンド slhist および sldata で指定された節点数だけ、指定された装置番号に出力される。

4.5 最大残差力履歴データの出力

最大残差力の履歴データは大コマンド##explicit 下の中コマンド#output 内の小コマンド residual によって出力される。出力フォーマットは以下のとおり。

ステップ	最大残差力
(I14)	(E14.5)

⋮

第1列のステップは全実時間ステップに渡って通し番号で動的緩和ステップのステップ数
が出力される。なお、このファイルはコマンド residual で指定された装置番号に出力され
る。

4.6 AVS ファイルの出力

AVS データは大コマンド##explicit 下の中コマンド#output 内の小コマンド ravv および
vavv によって出力される。ravv では、実時間ステップの終了時の結果が出力され、vavv
では、動的緩和ステップの途中の結果が出力される。出力されるデータは節点変数として、
変位、要素変数として応力および工学ひずみである。出力フォーマットは以下のとおり。

節点数 nd	要素数 ne	2	7	0
(I8)	(I8)	(I4)	(I4)	(I4)
節点番号 1	x 座標	y 座標	0.0	
(I8)	(F14.5)	(F14.5)	(F14.5)	
		⋮		
節点番号 nd	x 座標	y 座標	0.0	
要素番号 1	1 quad	要素構成節点番号 1	⋯	要素構成節点番号 4
(I8)	(I2) (A5)			(4I8)
		⋮		
要素番号 ne	1 quad	要素構成節点番号 1	⋯	要素構成節点番号 4
2 1 1				
xdisp, m				
ydisp, m				
節点番号 1	x 方向変位	y 方向変位		
(I8)	(F14.5)	(F14.5)		
		⋮		

```

節点番号 nd    x 方向変位    y 方向変位
7    1    1    1    1    1    1    1
sxx, N/m^2
syy, N/m^2
sxy, N/m^2
szz, N/m^2
exx,
eyy,
exy,
要素番号 1    応力 xx    応力 yy    応力 xy    応力 zz    ひずみ xx    ひずみ yy    ひずみ xy
(I8)        (F14.5)    (F14.5)    (F14.5)    (F14.5)    (F14.5)    (F14.5)    (F14.5)
          .
          .
          .
要素番号 ne    応力 xx    応力 yy    応力 xy    応力 zz    ひずみ xx    ひずみ yy    ひずみ xy

```

なお、このファイルはコマンド `ravs` および `vavs` で指定されたファイル数だけ、指定された装置番号に出力される。

4.7 標準出力

標準出力には各種入力ファイルによって入力されたパラメータが出力される。また、各コマンドの `iflag` を 0 以外の整数に設定することにより、座標データ、要素データ、荷重データなどの詳細な情報が出力される。また、現在の実時間ステップ数、動的緩和ステップ数、残差およびエネルギー残差を出力する。また、各種出力ファイルが出力された際にも標準出力に表示される。

4.8 出力例

本節では、3.6.1 節で示した入力例の出力結果を示す。

4.8.1 任意節点データ履歴の出力例

3.6.1 節で示した `ndhist` コマンドは

```

ndhist          1          5
                90         4

```

であるから、節点番号 4 (0km,1km) の変位の履歴を 5 ステップごとに装置番号 90 番に出力する。装置番号 90 番のファイルを以下に示す。

5	0.28466E+00	0.16461E+01	0.59323E-01	0.18360E+00	0.00000E+00
0.10000E+04					
10	0.42797E+00	0.20766E+01	0.15259E-01	0.45775E-01	0.00000E+00
0.10000E+04					
15	0.46374E+00	0.21839E+01	0.38029E-02	0.11409E-01	0.00000E+00
0.10000E+04					
20	0.47265E+00	0.22106E+01	0.94782E-03	0.28435E-02	0.00000E+00
0.10000E+04					
25	0.47487E+00	0.22173E+01	0.23623E-03	0.70869E-03	0.00000E+00
0.10000E+04					
30	0.47543E+00	0.22190E+01	0.58876E-04	0.17663E-03	0.00000E+00
0.10000E+04					
35	0.36290E+00	0.14881E+01	-0.35448E-01	-0.11986E+00	0.00000E+00
0.10000E+04					
40	0.26924E+00	0.12041E+01	-0.10071E-01	-0.30208E-01	0.00000E+00
0.10000E+04					
45	0.24564E+00	0.11333E+01	-0.25097E-02	-0.75291E-02	0.00000E+00
0.10000E+04					
50	0.23976E+00	0.11156E+01	-0.62550E-03	-0.18765E-02	0.00000E+00
0.10000E+04					
55	0.23829E+00	0.11112E+01	-0.15590E-03	-0.46769E-03	0.00000E+00
0.10000E+04					
60	0.23793E+00	0.11101E+01	-0.38854E-04	-0.11656E-03	0.00000E+00
0.10000E+04					
65	0.62385E+00	0.41667E+01	0.18722E+00	0.81211E+00	0.00000E+00
0.10000E+04					
70	0.12192E+01	0.60358E+01	0.66525E-01	0.19947E+00	0.00000E+00
0.10000E+04					
75	0.13751E+01	0.65033E+01	0.16573E-01	0.49719E-01	0.00000E+00
0.10000E+04					
80	0.14139E+01	0.66199E+01	0.41306E-02	0.12392E-01	0.00000E+00
0.10000E+04					
85	0.14236E+01	0.66489E+01	0.10295E-02	0.30884E-02	0.00000E+00
0.10000E+04					
90	0.14260E+01	0.66561E+01	0.25658E-03	0.76974E-03	0.00000E+00
0.10000E+04					

ステップ数 (90) x 座標 (0.14260E+01) y 座標 (0.00000E+00)
 x 方向変位 (0.66561E+01) y 方向変位 (0.25658E-03) x 方向速度 (0.76974E-03) y 方向速度 (0.00000E+00)

4.8.2 任意要素データ履歴の出力例
 3.6.1 節で示した nehist コマンドは

```

nehist      1      5
            91      1
  
```

であるから、要素番号 1 の応力およびひずみの履歴を 5 ステップごとに装置番号 91 番に出

力する。装置番号 91 番のファイルを以下に示す。

5	0.75154E+05	0.77388E+06	0.00000E+00	0.25471E+06
-0.56932E-03	0.16461E-02	0.00000E+00		
10	0.18779E+05	0.94366E+06	-0.70392E-10	0.28873E+06
-0.85595E-03	0.20766E-02	-0.44639E-18		
15	0.46805E+04	0.98596E+06	0.43310E-10	0.29719E+06
-0.92747E-03	0.21839E-02	0.27465E-18		
20	0.11665E+04	0.99650E+06	0.82897E-11	0.29930E+06
-0.94530E-03	0.22106E-02	0.52569E-19		
25	0.29074E+03	0.99913E+06	-0.46437E-12	0.29983E+06
-0.94974E-03	0.22173E-02	-0.29448E-20		
30	0.72462E+02	0.99978E+06	-0.46541E-12	0.29996E+06
-0.95085E-03	0.22190E-02	-0.29514E-20		
35	-0.48587E+05	0.64965E+06	-0.73255E-12	0.18032E+06
-0.72579E-03	0.14881E-02	-0.46454E-20		
40	-0.12393E+05	0.53718E+06	-0.86612E-12	0.15744E+06
-0.53848E-03	0.12041E-02	-0.54925E-20		
45	-0.30888E+04	0.50927E+06	-0.73255E-12	0.15185E+06
-0.49128E-03	0.11333E-02	-0.46454E-20		
50	-0.76983E+03	0.50231E+06	-0.74507E-12	0.15046E+06
-0.47952E-03	0.11156E-02	-0.47249E-20		
55	-0.19187E+03	0.50058E+06	-0.74716E-12	0.15012E+06
-0.47658E-03	0.11112E-02	-0.47381E-20		
60	-0.47820E+02	0.50014E+06	-0.74664E-12	0.15003E+06
-0.47585E-03	0.11101E-02	-0.47348E-20		
65	0.29694E+06	0.20046E+07	-0.18158E-11	0.69045E+06
-0.12477E-02	0.41667E-02	-0.11515E-19		
70	0.81851E+05	0.27545E+07	-0.15486E-11	0.85090E+06
-0.24385E-02	0.60358E-02	-0.98207E-20		
75	0.20397E+05	0.29388E+07	-0.14180E-09	0.88776E+06
-0.27502E-02	0.65033E-02	-0.89921E-18		
80	0.50837E+04	0.29847E+07	-0.36694E-10	0.89695E+06
-0.28279E-02	0.66199E-02	-0.23270E-18		
85	0.12670E+04	0.29962E+07	0.10342E-09	0.89924E+06
-0.28472E-02	0.66489E-02	0.65584E-18		
ステップ数 → 90	0.31579E+03	0.29991E+07	0.68434E-10	0.89981E+06
-0.28521E-02	0.66561E-02	0.43397E-18		

ひずみ xx ひずみ yy ひずみ xy 応力 xx 応力 yy 応力 xy 応力 zz

4.8.3 最大残差力履歴の出力例

3.6.1 節で示した residual コマンドは

```
residual      5      94
```

であるから、最大残差力の履歴を5ステップごとに装置番号94番に出力する。装置番号94番のファイルを以下に示す。

5	0.14970E+09	ステップ数
10	0.37192E+08	
15	0.92696E+07	最大残差力
20	0.23103E+07	
25	0.57580E+06	
30	0.14351E+06	
35	0.99514E+08	
40	0.24544E+08	
45	0.61173E+07	
50	0.15246E+07	
55	0.37999E+06	
60	0.94706E+05	
65	0.67755E+09	
70	0.16207E+09	
75	0.40396E+08	
80	0.10068E+08	
85	0.25093E+07	
90	0.62541E+06	

4.8.4 AVS データの出力

3.6.1 節で示した avsv コマンドは

```
avsv          1
              95      1      5
```

であるから、第1実時間ステップの動的緩和ステップ5ステップ目の結果が AVS ファイルとして出力される。装置番号95の出力結果を以下に示す。

```

4      1  2  7  0
1      0.00000E+00  0.00000E+00  0.00000E+00
2      1.00000E+03  0.00000E+00  0.00000E+00
3      1.00000E+03  1.00000E+03  0.00000E+00
4      0.00000E+00  1.00000E+03  0.00000E+00
1 1 quad      1      2      3      4
2      1      1
xdisp, m
ydisp, m
1      2.84660E-01  0.00000E+00
2     -2.84660E-01  0.00000E+00
3     -2.84660E-01  1.64614E+00
4      2.84660E-01  1.64614E+00
```

7 1 1 1 1 1 1 1
sxx, N/m²
syy, N/m²
sxy, N/m²
szz, N/m²
exx,
eyy,
exy,
1 7.51544E+04 7.73876E+05 0.00000E+00 2.54709E+05 -5.69320E-04
1.64614E-03 0.00000E+00

5 実行方法

5.1 実行方法

本プログラムは実行スクリプト `explicit` を実行することにより動作する。実行スクリプト `explicit` は `~/explicit/` にインストールされている。`explicit` は標準入力からの入力を要求し、標準出力へ情報を出力する。したがって、本プログラムは `~/explicit` に移動し、

```
./explicit < ./入力ファイル > 出力ファイル
```

と入力することにより実行される。

5.2 節点数・要素数・境界条件数・領域数などの最大数の設定

本プログラムは、`~/explicit` にインストールされている `adjust.f` によって最大要素数などの設定を行う。`adjust.f` によって設定を行うパラメータは以下のとおり。

- ・ 最大節点数 (`mda`)
- ・ 最大要素数 (`mdb`)
- ・ 最大物性値グループ数 (`mdc`)
- ・ 最大荷重節点数 (`mdg`)
- ・ 最大固定節点数 (`mdf`)
- ・ 最大出力ファイル数 (`mdh`)
- ・ 最大入力ファイル行数 (`mdi`)
- ・ 最大実時間ステップ数 (`mdk`)
- ・ 最大接触面数 (`mdl`)

なお、`adjust.f` のコンパイルおよびリンクは実行スクリプトの実行時に自動的に行う。詳細な `adjust.f` のフォーマットは 6.3 節を参照。

6 制限事項その他

6.1 開発環境

FORTRAN77 (一部 fortran 90)

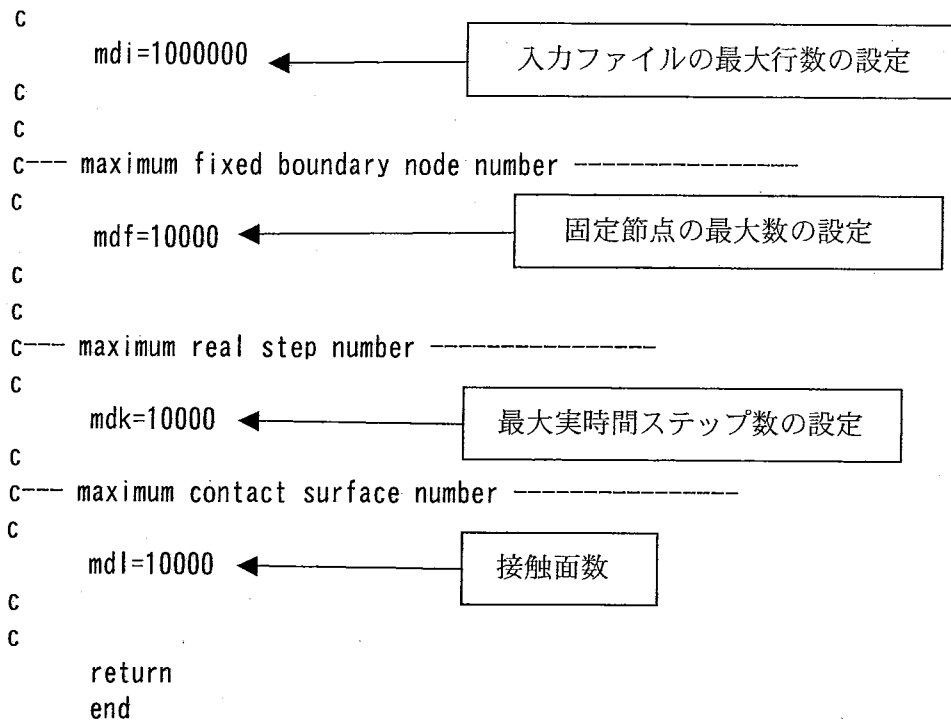
6.2 動作環境

UNIX (核燃料サイクル機構殿指定の WS または PC で動作保証)

6.3 adjust.f のフォーマット

節点数・要素数・境界条件数などの最大数は adjust.f において設定する。以下に adjust.f を示す。デフォルトの設定は下記のとおりである。

```
C
C      subroutine adjust
C
C      implicit  real*8 (a-h, o-z)
C
C      common    /mainbb/mda, mdb, mdc, mdd, mde, mdf, mdg, mdh, mdi, mdj, mdk
C      common    /maincc/nda, ndb, ndc, ndd, nde, ndf, ndg, ndh, ndi, ndj
C      common    /maindd/mda3, mdg3
C      common    /mainee/mdl
C
C      C--- maximum node number -----
C
C      mda=100000 ← 最大節点数の設定
C
C      C--- maximum element number -----
C
C      mdb=100000 ← 最大要素数の設定
C
C      C--- maximum material number -----
C
C      mdc=100 ← 物性値グループの最大数の設定
C
C      C--- maximum free dimensional number -----
C
C      mda3=2*mda ← 最大自由度数 (最大節点数×2) の設定
C
C      C--- maximum load node number -----
C
C      mdg=400 ← 荷重節点の最大数の設定
C
C      C--- maximum load freedom number -----
C
C      mdg3=2*mdg ← 荷重の最大自由度の設定
C
C      C--- maximum output file number -----
C
C      mdh=1000 ← 出力ファイルの最大数の設定
C
C      C--- maximum input data number -----
```



6.4 開発プログラムのインストールについて

2001年度に開発された「2次元地殻変動プログラム」とサンプルデータについて、核燃料サイクル機構殿のWSまたはPC1台にインストールを行う。格納場所とファイル内容を以下に示す。

```

格納場所：~/explicit/explicit ・・・実行スクリプトファイル
           /adjust.f ・・・パラメータ設定ファイル
           /Makefile ・・・make ファイル
           /src/*.f ・・・プログラムソースファイル
           /obj/adjust.o ・・・パラメータ設定オブジェクトファイル
           /main000.o ・・・メインルーチンオブジェクトファイル
           /libfnd.a ・・・ライブラリーファイル
           /sample/chap3/*.dat ・・・サンプル入力データファイル
           /chap7/*.dat ・・・サンプル入力データファイル

```

6.5 制限事項

- ・シングル CPU での解析を前提とする。
- ・adjust.f で設定可能な最大節点数・要素数は 9,999,999 である。
- ・2次元平面ひずみ条件を前提とする。

7 試験結果

本章では、2003年度の作業で追加した粘弾塑性体解析機能の試験結果を報告する。まず単純な1次元の解析を行い、東北日本弧の地殻変動解析を行い汎用ソフト「FLAC」による解析結果と比較する。さらに長町-利府断層の変形解析では、断層を剛性が弱い材料とみなして解析を行う。

7.1 粘弾塑性体機能の検証

7.1.1 解析モデル

粘弾塑性解析機能の1次元検証問題として、以下のような計算を行った。図7.1に示すように、横10要素、縦1要素で、1要素の格子間隔は $1\text{m} \times 1\text{m}$ である。右端の境界の2節点にそれぞれ $2.50 \times 10^6 \text{ N}$ の圧縮力を付加し、その荷重を維持したまま、言い換えると荷重増分を0のまま実時間ステップを増加させていった。物性値はヤング率 $E = 4.00 \times 10^8 \text{ Pa}$ 、ポアソン比 $\nu = 0.0$ 、密度 $\rho = 2.5 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ 、ひずみ硬化係数 $H' = 0 \text{ Pa}$ 、粘着力 $C = 2.0 \times 10^6 \text{ Pa}$ 、内部摩擦角 $\phi = 0^\circ$ 、緩和時間 $\lambda = 10 \text{ s}$ である。以下では比較のため粘弾性と仮定した解析結果も示すが、解析の際にヤング率、ポアソン比、緩和時間は同じものを用いる。

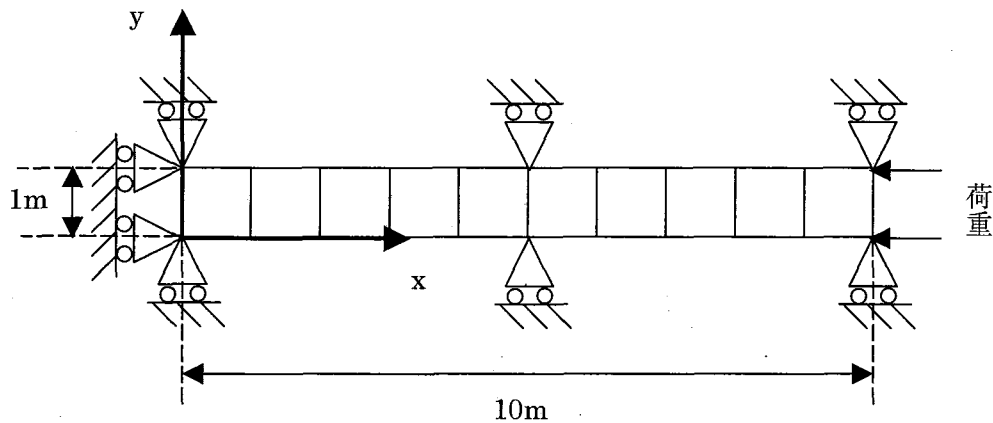


図 7.1 解析モデル

7.1.2 解析結果

図7.2に示すのは、本プログラムとFLACで計算した右端の要素の xx ひずみと実時間ステップの関係である。併せて粘弾性体と仮定した場合の計算結果も示す。ここで、ひずみの値は絶対値をとっている。図から明らかなおり、実時間の進行とともにひずみが徐々

に増加する傾向が見取れ、クリープがよく表現できている。FLAC の結果ともほぼ一致しており、本プログラムが正常に動作していることが確認できる。

なお、粘弾性体とした解析と粘弾塑性体とした解析を比較すると、最初のステップにおいては塑性が発生したため粘弾塑性体のひずみが大きくなっているが、時間が経過するにつれて両方のひずみの差は小さくなっていき、収束後のひずみの大きさは等しくなっていることがわかる。

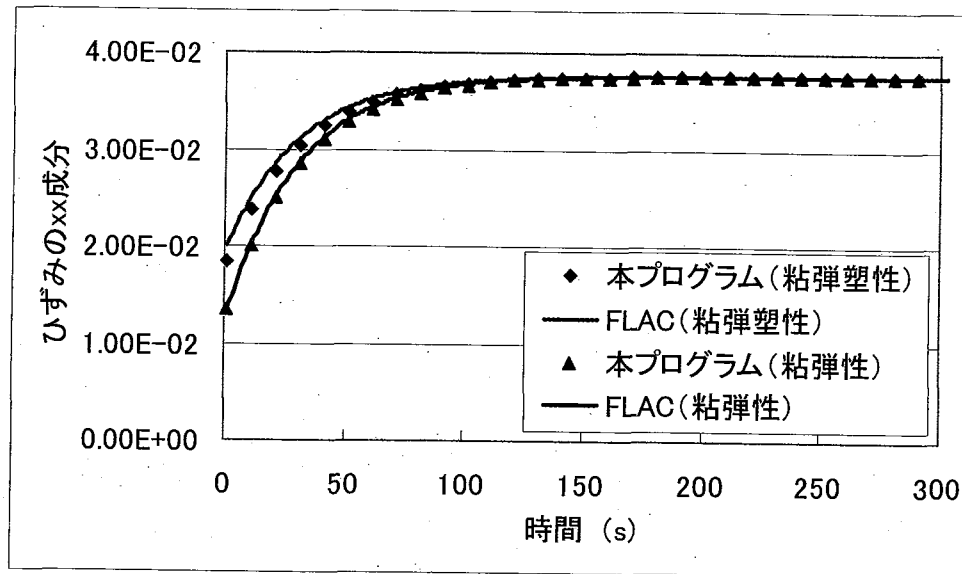


図 7.2 ひずみの xx 成分の時刻歴

図 7.3 には粘弾性体、図 7.4 には粘弾塑性体とした場合に本プログラムで解析を行った場合の応力の xx, yy, xy, zz 成分の時刻歴変化を示す。ここでも各グラフの値は絶対値で表している。いずれの結果でも σ_{xx} は全ての時刻において $\sigma_{xx} = 5.0 \times 10^6 Pa$ であり、 σ_{xy} は

他の成分に比べると無視できるほど小さく、 σ_{yy} 、 σ_{zz} は時間ステップが増加するとともに

増加し、 $5.0 \times 10^6 Pa$ に漸近していく。最初のステップこそ粘弾性体のケースの σ_{yy} 、 σ_{zz} は

粘弾塑性のケースより小さいものの、収束後はほとんど同じ応力状態と言ってよい。本プログラムにおいて、変位は

$$u^{n+1} = 2u^n - u^{n-1} - c(u^n - u^{n-1})vdt / \rho + (\nabla \cdot \sigma^n + F^{n+1})vdt^2 / \rho$$

で決定されるのだが、式からわかるように応力状態が同じであれば変位は等しくなる。粘弾塑性、粘弾性ともに完全に緩和した後の応力状態は等しいため、変位も等しくなる。結

果的に粘弾性と粘弾塑性体の最終のひずみが等しくなっている。

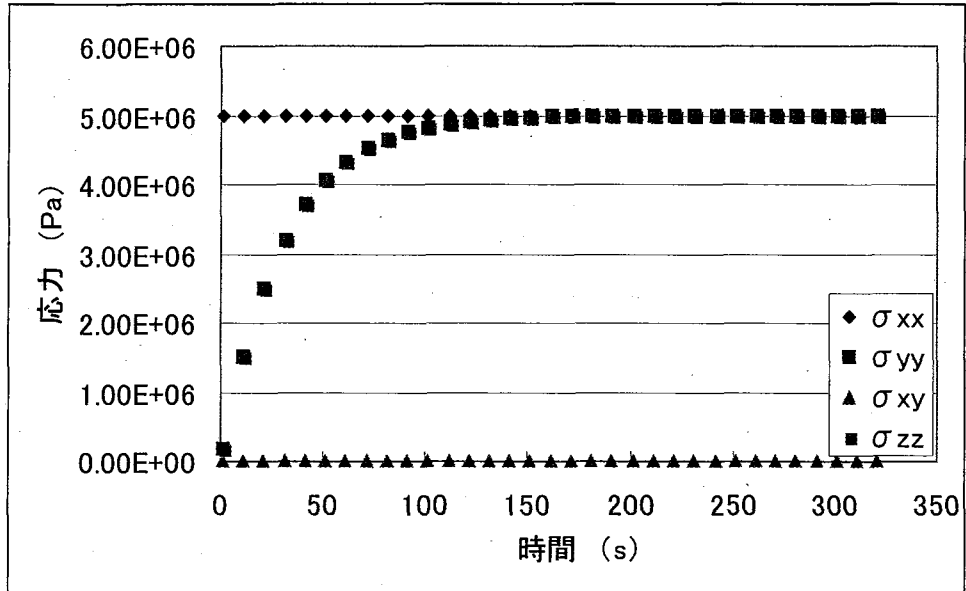


図 7.3 右端要素の各応力 (粘弾性)

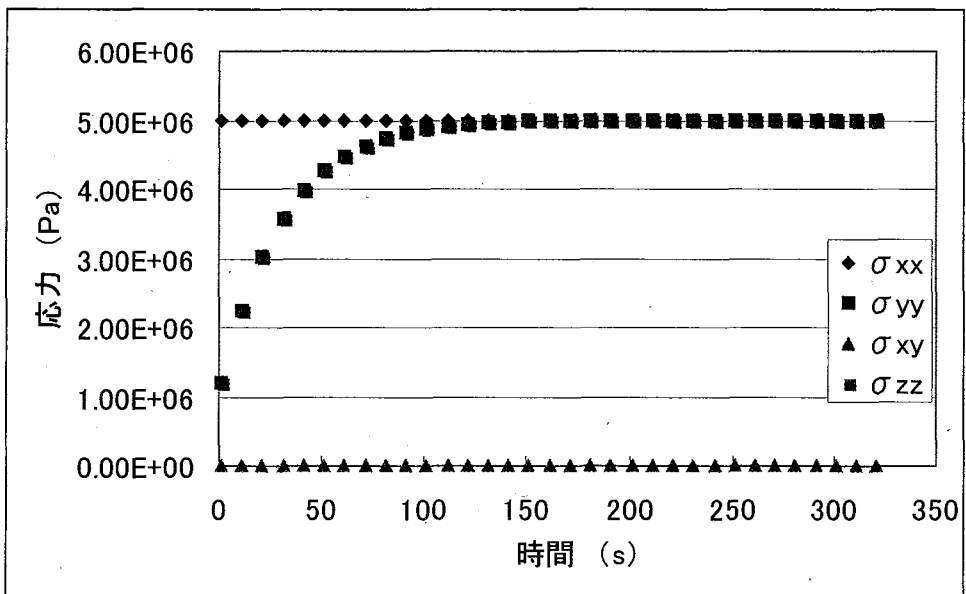


図 7.4 右端要素の各応力 (粘弾塑性)

7.2 東北日本弧の地殻変動解析

7.2.1 解析モデル

解析モデル図を図 7.5 に示す。解析対象となる東北日本弧のメッシュは左右対称とし、左端・右端の境界から等しく圧縮方向の変位を与えることとした。メッシュと境界条件が左右対称のため、挙動も左右対称となる。左右対称の軸となる面で半分に割り、その左側部分のみを対象とし、本来の対象では中央に位置する面である右端の境界を、x 方向拘束としても解析結果は変わらないはずである。この考えに基づいて図 7.5 のように全体のメッシュを東北日本弧の左半分のみとして解析を行った。

上下大きく分けて地殻とマントルからなっているが、東北日本弧中央部分、つまりこのメッシュの右端においては左端よりも若干地殻が厚い。材料はそれぞれ粘弾塑性体、粘弾塑性体とした。物性値は表 7.1 のとおりである。なお、粘弾塑性体の構成方程式にはドラッカー・プラッカーの構成方程式を用いる。緩和時間によって地殻部は 11 種に分かれていて、最も大きいのは地表面に近い部分で $\lambda = 1.85 \times 10^{14} s$ 、最も小さいのは東北日本弧中央部分である右端境界のマントルと接する部分で、 $\lambda = 3.16 \times 10^{12} s$ とした。マントル部は地表面に平行に 4 層に分かれており、物性値は表 7.1 に示す。緩和時間は一番上の層で $\lambda = 3.0 \times 10^{13} s$ 、一番下の層で $\lambda = 1.0 \times 10^{12} s$ とし、地表深くなるにつれ小さくなるように入力した。

理想的には強制変位を境界に加えたいのだが、本プログラムでは強制変位を加えると計算が不安定になりやすいこと、また計算時間が長くなることなどから、図 7.5 の点線で示すように地表面からマントルの下端部までの面に圧縮方向に荷重を加えることにした。その際、荷重を加える面が約 3mm/year で変位するように荷重を調整した。具体的には、図 7.5 のように左端に 2 列弾性体を設け、この弾性体部分と本来のメッシュの境界の面に圧縮方向に分布荷重を加えた。単に弾性体を設けずに境界に荷重を加えると、その境界における変位を制御するのが非常に難しく、計算が安定しない。この弾性体部分の物性値も表 7.1 に示す。

まず自重解析を行った後、1 万年荷重を全く加えずに安定させてから荷重を加え始めた。荷重を加えるステップでは、1 万年を 1 ステップとして 99 ステップ行い、計 100 万年の解析を行った。このような特殊な境界条件を設けているため、この境界付近では特異な変形が起こりうるが、それは考慮しないことにする。

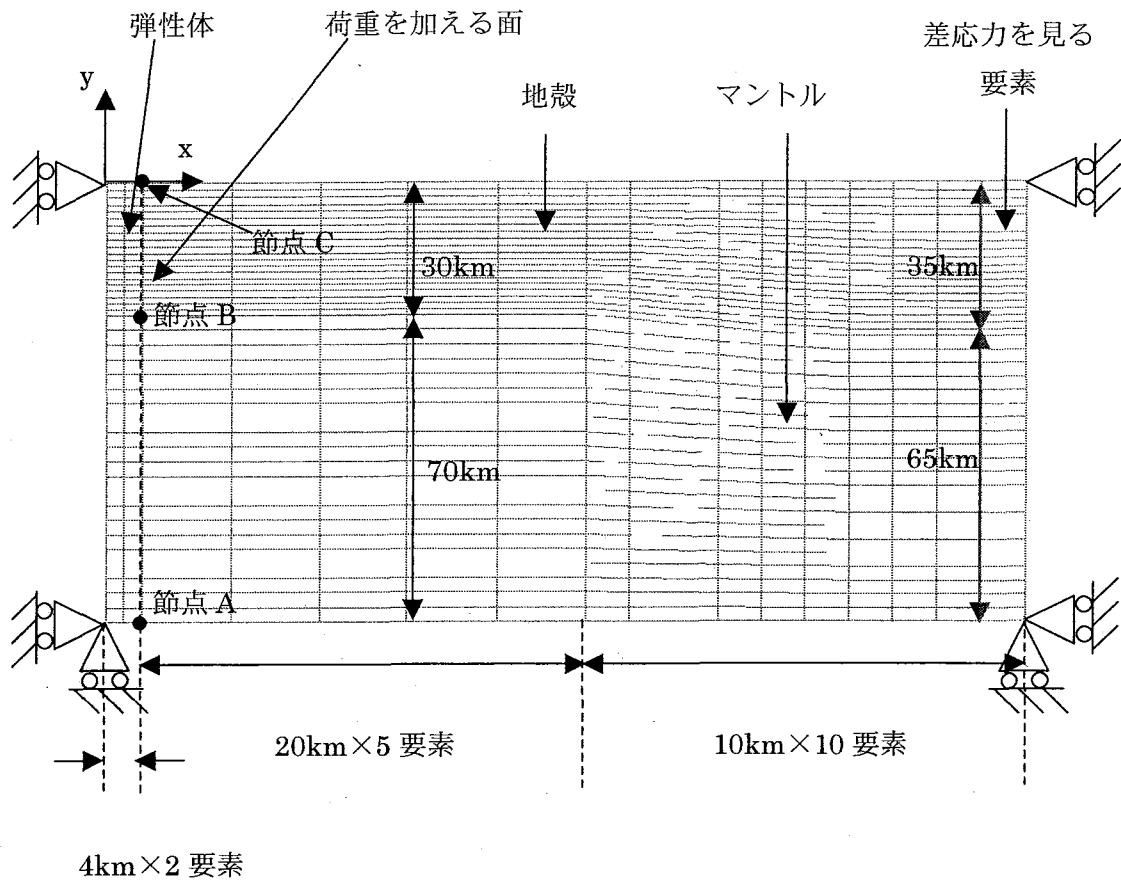


図 7.5 解析モデル

表 7.1 物性値

	地殻	マントル	左端
材質	粘弾塑性体	粘弾性体	弾性体
ヤング率 E (Pa)	6.75×10^{10}	3.0×10^9	1.0×10^{10}
ポアソン比 ν	0.25	0.499	0.0
密度 ρ (kg/m ³)	2.6×10^3	3.0×10^3	6.0×10^3
ひずみ硬化係数 H' (Pa)	0.0	-----	-----
粘着力 C (Pa)	1.0	-----	-----
内部摩擦角 ϕ (°)	16.7	-----	-----
緩和時間 λ (s)	$1.85 \times 10^{14} \sim 3.16 \times 10^{12}$	$3.0 \times 10^{13} \sim 1.0 \times 10^{12}$	-----

7.2.2 解析結果

荷重を加えた面を構成する代表的な節点の変位を表 7.2 に示す。なお、節点は図 7.5 の節点 A, B, C である。これらはそれぞれマントルの下端の節点、地殻とマントルの境界の節点、そして地表面の節点である。30 万年後、50 万年後、100 万年後の x 方向の変位を示すが、自重解析後に 1 万年で安定させているため、それぞれ荷重を加え始めてから 29 万年、49 万年、99 万年が経過している。そのため、変位制御で 3mm/year 加えれば、29 万年後には 870m、49 万年後には 1470m、99 万年後には 2970m 変位するはずである。それに比較するとそれぞれやや値が小さくなっているものの、荷重を加えた面が全体的にほぼ均等に約 3mm/year で変位するように荷重を加えることができたことが確認できる。

表 7.2 境界 x 方向変位

節点 \ 年数	30 万年	50 万年	100 万年
節点 A	822m	1399m	2806m
節点 B	850m	1421m	2855m
節点 C	868m	1446m	2855m
理想的な変位	870m	1470m	2970m

図 7.6 に本プログラムで解析した地表面の変位の結果を汎用ソフト FLAC の結果と併せて示す。横軸は荷重をかけた面を基準とした x 座標を示し、そこに位置する地表面の節点の y 座標を縦軸に示す。 $x = 2.0 \times 10^5 m$ の点は東北日本弧の中心となる。時間ステップが 50 万年から 100 万年と進むにつれ、特に東北日本弧中心部分が隆起している様子が見てとれる。50 万年後の y 方向変位量は、本プログラムによる結果と FLAC の結果はほぼ一致していると言ってよい。100 万年後の y 方向変位量に関しては、本プログラムによる結果は東北日本弧の中心部分で FLAC よりやや大きな値が出ているものの、定性的にはよく傾向が表せていると思われる。50 万年後、100 万年後の結果ともに、荷重を加えた境界つまり $x = 0.0m$ における y 方向変位量が本プログラムの結果は FLAC より小さい。これはすでに述べたような特殊な境界条件を設定している影響が考えられる。しかしながら、全体として変形の傾向をよく表現しており、粘弾塑性体解析機能が良好に動作していることが確認できた。

また、図 7.7 は東北日本弧中央部、つまり図 7.5 の右端での深さ方向に対する差応力を示す。粘弾性体部分ではほとんど差応力は増加しないものの、粘弾塑性体部分では時間ス

テップが増加するとともに、差応力が増加していくことがわかる。差応力のピークは深さ約20kmとなっている。

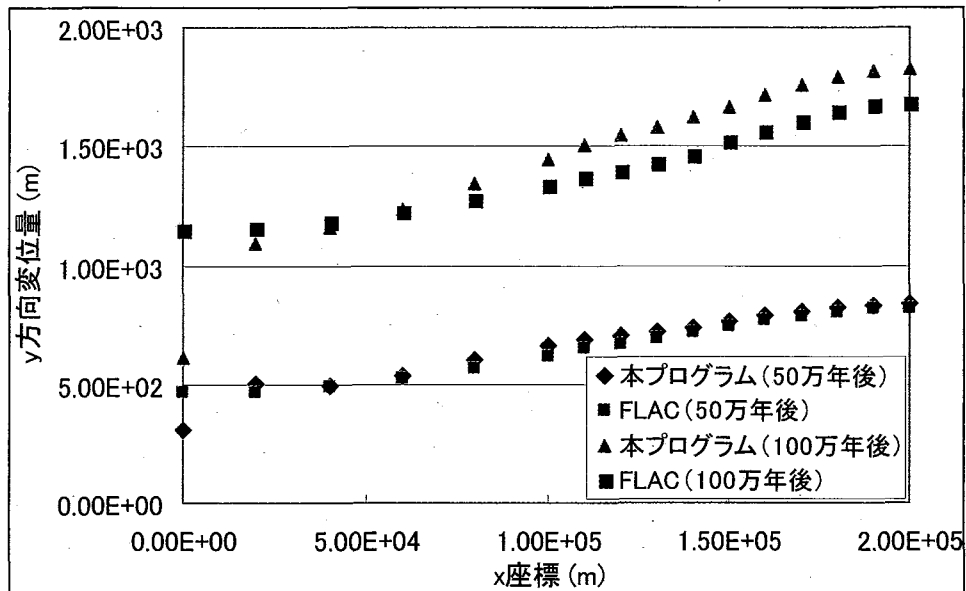


図 7.6 地表面 y 方向変位量

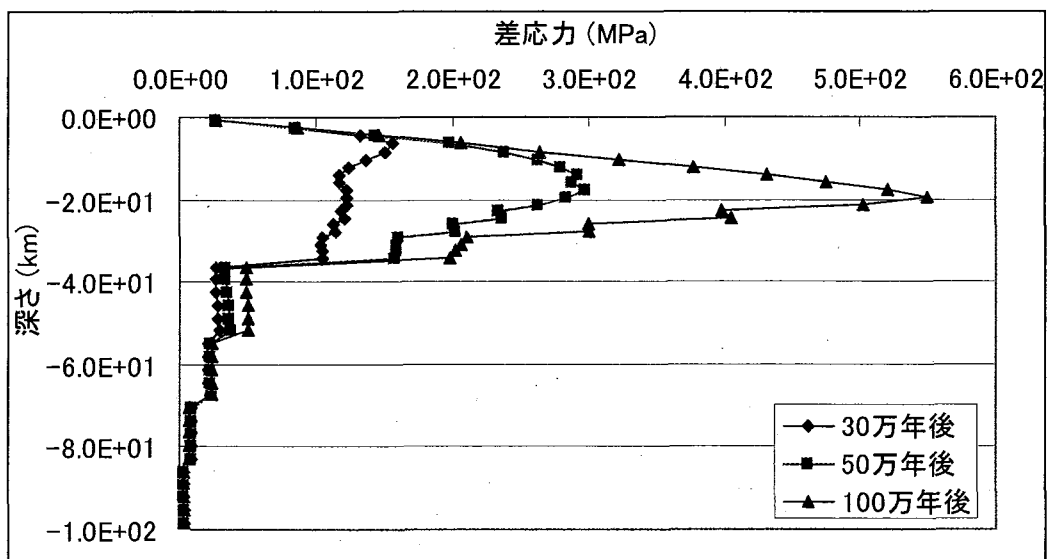


図 7.7 中央部における差応力

7.3 長町-利府断層の変形解析

7.3.1 解析モデル

解析モデル図を図 7.8 に示す。大きく分けて上部地殻、下部地殻、マン托ルの 3 層からなっており、各境界は地表面と平行である。材料はそれぞれ弾塑性体、粘弾塑性体、粘弾性体とした。物性値を表 7.3 に示す。弾塑性体、粘弾塑性体の構成方程式にはドラッカー・プラッカーの構成方程式を用いる。

図 7.9 に解析モデルの断層付近拡大図を示す。断層は地表面まで達しておらず、深さ 0.5km の地点から 12.5km の深さまで幅 1km×2 要素で地表面に対して 45° で伸びており、そこからさらに厚さ 1km×2 要素で地表面に平行に伸びている。断層の材料は粘弾性体と仮定して、表 7.3 に示すようにヤング率は $E = 3.38 \times 10^9 Pa$ とした。これは周りの粘弾塑性体の 20 分の 1 で、剛性が小さい材料で断層を表現している。

荷重を付加する右端には東北日本弧の場合と同様に弾性体を設ける。物性値は表 7.3 に示すとおりである。境界条件は解析領域の左端は x 方向拘束、下端は y 方向拘束、弾性部分も含めた右端を x 方向拘束にしている。本来は変位制御で解析を行いたいのであるが、前節にも述べたような理由から荷重を加える。図 7.8 に示すとおり、本来の境界と付加した弾性体部分が接する面に、圧縮方向に今回は上部地殻と下部地殻にのみ荷重を加える。実は、この解析では荷重を加えた面の 1 つ左側の面を構成する節点が最も大きな変位を示す。図 7.8 では節点 D, E, F を含む鉛直方向の面である。この面上に位置する節点が 3mm/year で変位するよう荷重を制御する。マン托ル部には荷重を加えないので、下部地殻とマン托ルの境界付近で不適切なせん断が生じるが無視することにする。まず自重解析を行った後、1 万年荷重を全く加えずに安定させてから荷重を加え始めた。1 万年を 1 ステップとして 9 ステップ行い、計 10 万年の解析を行った。なお、図 7.9 の節点 G, H は断層部分を地表面まで延長した場合の、延長線と地表面との交点を示す節点である。

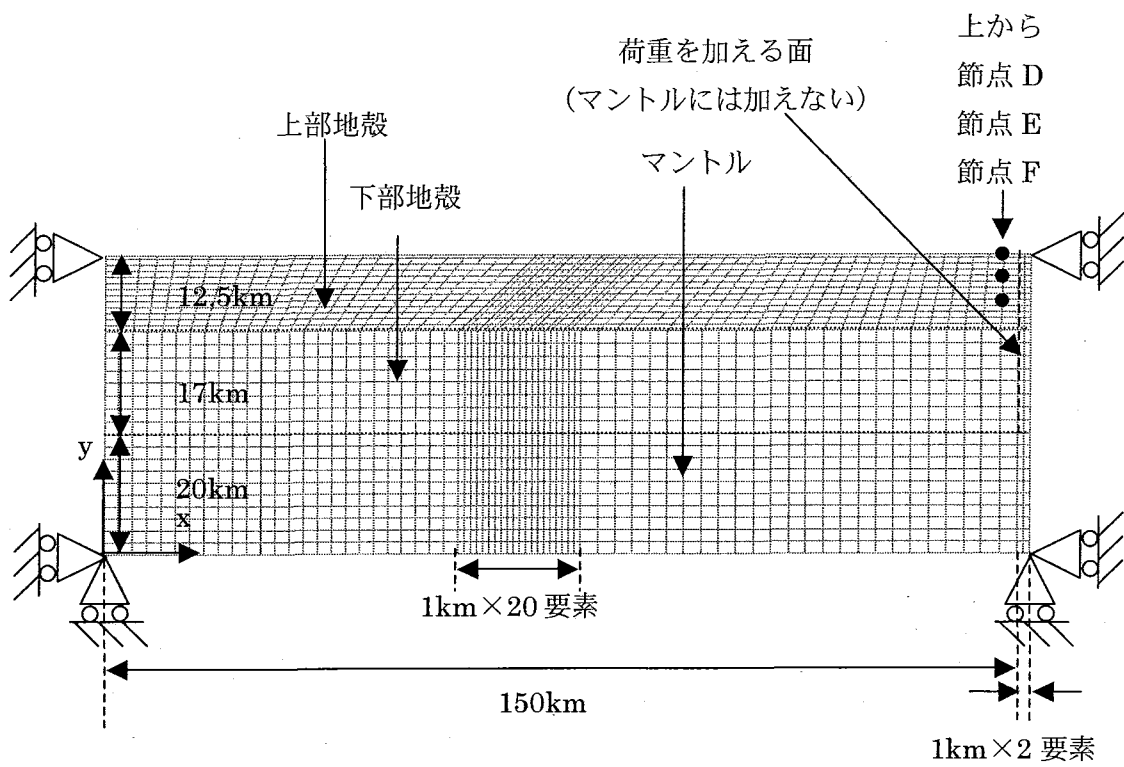


図 7.8 解析モデル

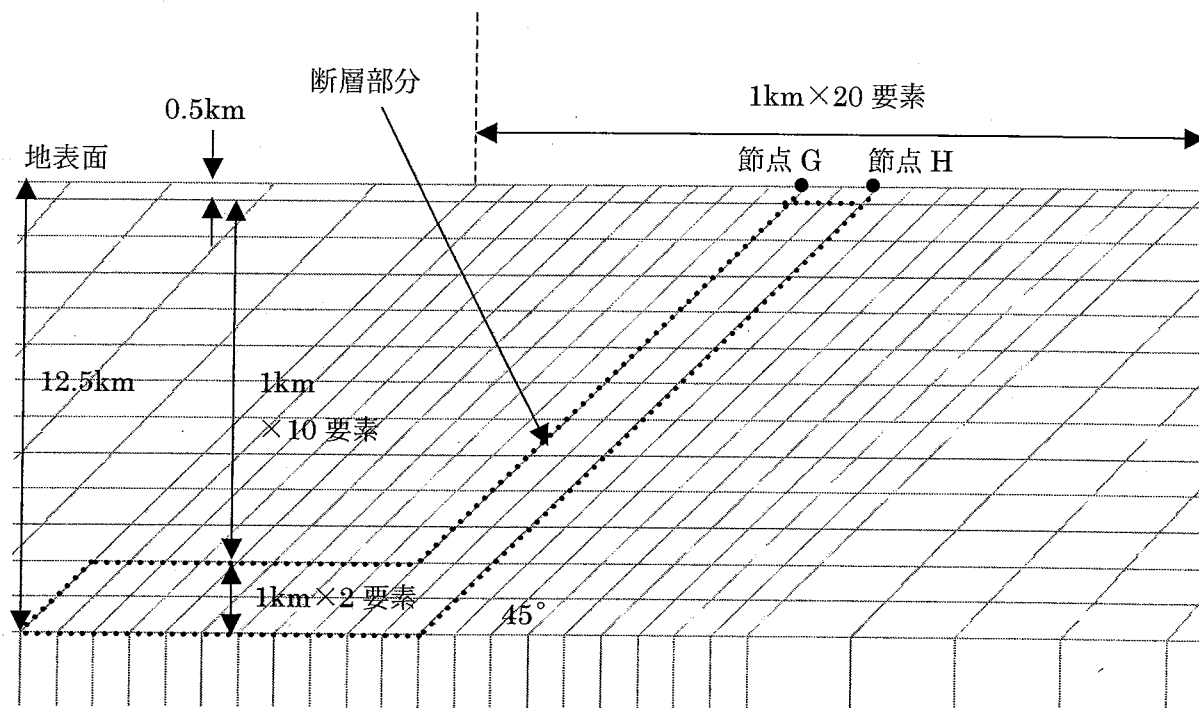


図 7.9 解析モデル断層付近拡大図

表 7.3 物性値

	上部地殻	下部地殻	マントル	断層	右端
材質	弾塑性体	粘弾塑性体	粘弾性体	粘弾性体	弾性体
ヤング率 E (Pa)	6.75×10^{10}	6.75×10^{10}	3.0×10^9	3.38×10^9	2.0×10^{10}
ポアソン比 ν	0.25	0.25	0.499	0.25	0.0
密度 ρ (kg/m ³)	2.6×10^3	2.6×10^3	3.0×10^3	2.6×10^3	3.0×10^3
ひずみ硬化係数 H' (Pa)	0.0	0.0	-----	-----	-----
粘着力 C (Pa)	1.0	1.0	-----	-----	-----
内部摩擦角 ϕ (°)	16.7	16.7	-----	-----	-----
緩和時間 λ (s)	-----	3.72×10^{12}	1.0×10^{13}	3.72×10^{12}	-----

7.3.2 解析結果

図 7.8 に示す節点 D, E, F は、荷重を付加した面の 1 つ左側に位置する面上の地表面と上部地殻内の 2 点である。表 7.4 はそれらの節点の 3 万年、5 万年、7 万年後の x 方向の変位を示している。自重解析後の荷重を全く加えない 1 万年を含むため、荷重をかけ始めてからそれぞれ 2 万年、4 万年、6 万年が経過している。つまり、変位制御で 3mm/year の変位を加えれば、3 万年後には 60m、5 万年後には 120m、7 万年後には 180m だけこれらの節点は変位しているはずである。すでに述べたように、東北日本弧のモデル、今回のモデルともに荷重を加える面の変位に注意して荷重を加えていて、東北日本弧では荷重を加える面全体を均等に変位させることができたが、それに比べると年数があまり経過しない段階で節点の変位に若干のばらつきがある。東北日本弧はメッシュと物性値が比較的簡単であった上に、地表面からマントルの下端まで全体に圧縮方向の荷重を加えるというように応力境界も単純であった。一方この長町-利府断層では、内部に断層が存在し、さらに荷重も上下地殻部のみに加えるというように全体的に複雑な応力状態になる可能性がある。このような理由により完全に一樣に変位を与えられないが、荷重を加えた面が全体として大体平均 3mm/year で変位していると許容できる範囲内にあると考える。

表 7.4 境界 x 方向変位

年数 節点番号	3 万年	5 万年	7 万年
節点 D	34.4m	108.4m	177.7
節点 E	53.4m	135.1m	206.1
節点 F	65.3m	147.5m	221.2
理想的な変位	60m	120m	180m

図 7.10 は各ステップにおける断層付近の地表面の x 座標を横軸、y 軸を縦軸にとったグラフである。1 万年後、つまり安定直後は断層の左側部分が右側部分と比較して沈降しているが、これは断層が図 7.9 に示すように地中で左側に水平に伸びているため、この弱い断層部分が地殻部分より圧縮されたことを意味する。1 万年後から 1 万年を 1 ステップとして荷重が加えられる。時間ステップが増えるに従い全体に隆起するが、断層の右側部分より左側部分の方が隆起する速度が速いことがわかる。そして右側部分に左側部分が乗りあがるような形で断層を境に食い違いが生じている。

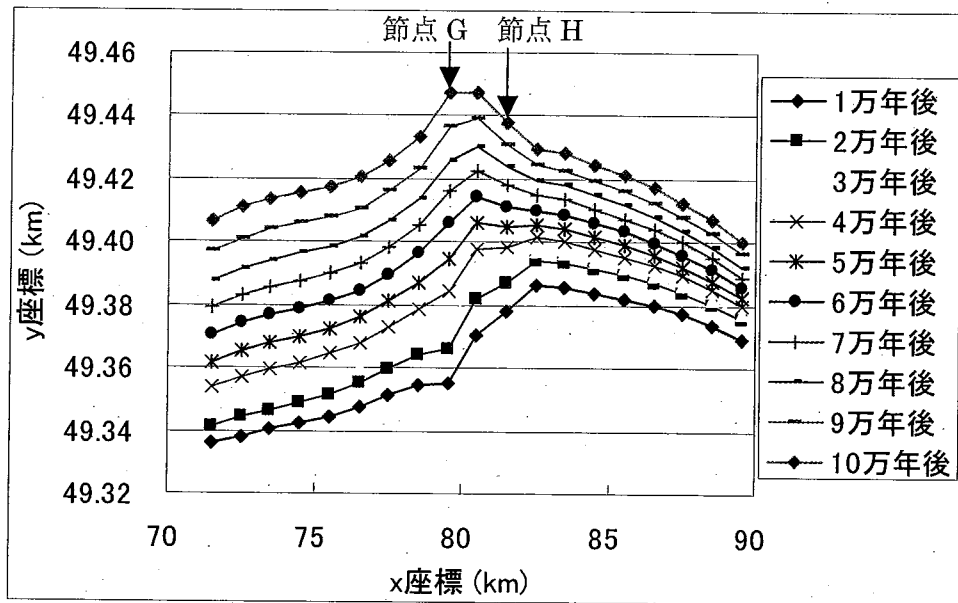
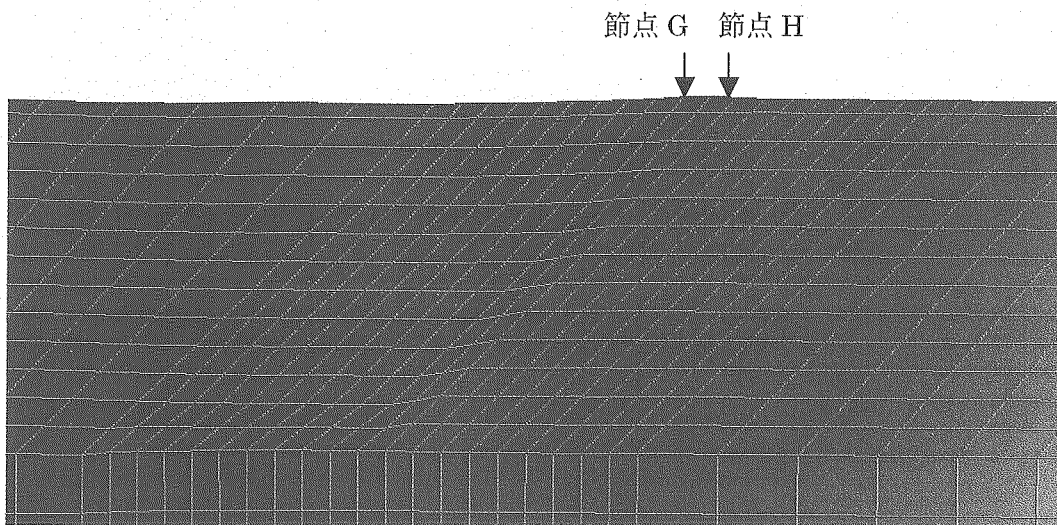


図 7.10 断層付近の地表面の座標

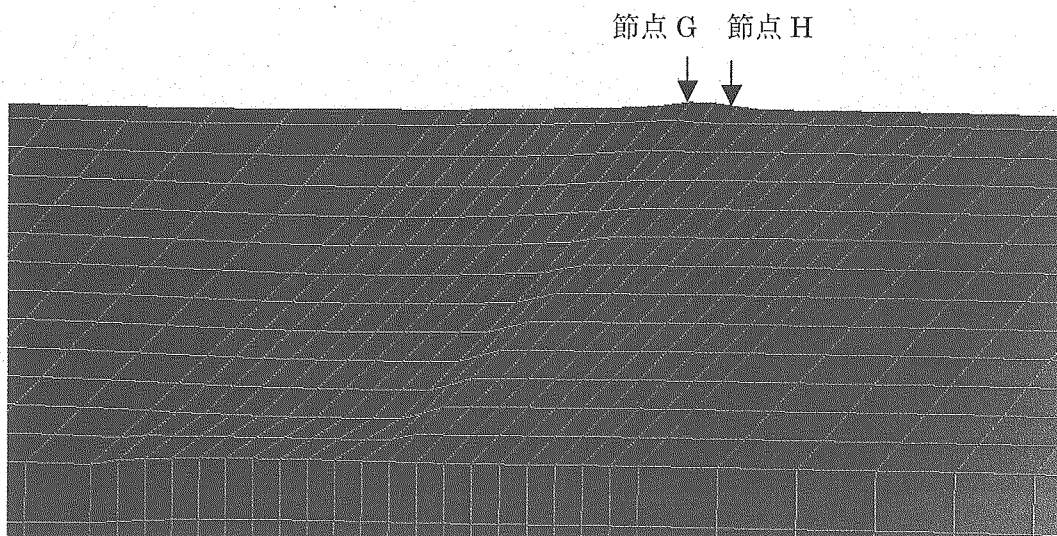
図 7.11 は 3 万年後、5 万年後、7 万年後、9 万年後の変位量を 30 倍に誇張した断層付近の変形図である。コンターは x 方向の変位を表す。

左端・右端の境界は x 方向のみの拘束である。荷重を右端から 2 列内部の面に圧縮方向に加えているため、右端境界と荷重を加えた面の間に位置する 2 列の要素は x 方向に引っ張りの力を受けて、x 方向に伸びる。当然その影響で y 方向には圧縮され、この部分の要素は沈下する。単純に最も外側から強制変位を加えるよりも y 方向の沈下は大きくなっていると考えられるが、この違いは無視することにする。この影響と左端の境界には荷重を加えていないということもあって、全体的に地表面は斜めの断層より左側のほうが一般的に高くなる。

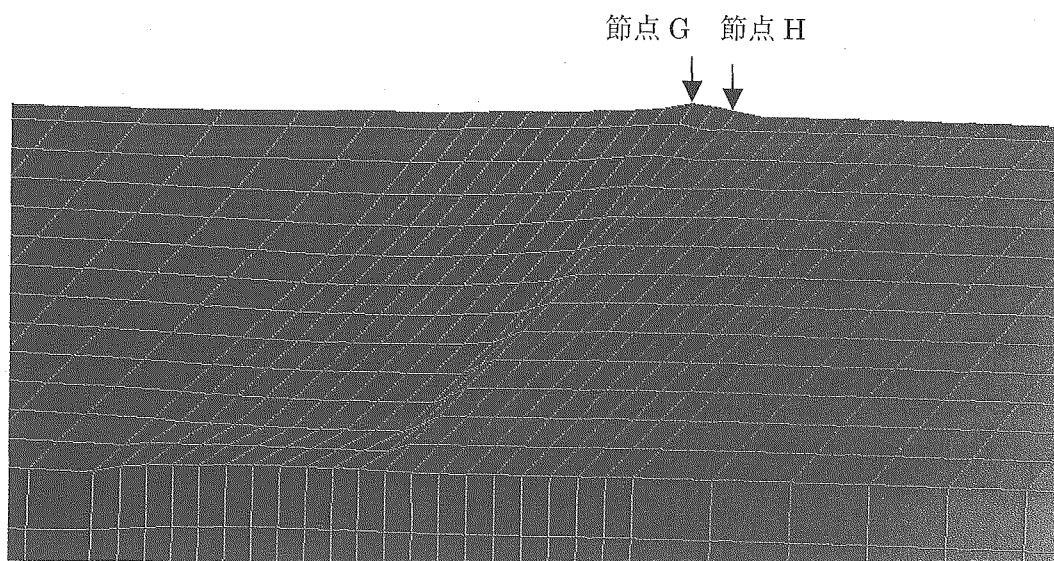
断層付近の変形図を見ると、3 万年後では斜めの断層の左側の地表面は右側よりも低い。これは先ほど述べたが、荷重を全く加えない初期の時間ステップにおいて、地中水平に伸びている断層が沈降した影響のためである。しかし時間が経過するとともに、斜めの断層を境に左側部分が右側部分に乗りあがるようになり、徐々に左側部分が隆起していく様子がわかる。特に、断層の左端の延長線と地表面の交点である節点 G と右端の延長線と地表面の交点である節点 H の変位の比較をみるとよくわかるであろう。また、図 7.9 に示すとおり、斜めの断層部分の入力前のメッシュは周辺のメッシュと同じ形状をしていたが、断層部分の剛性は周辺の材料よりも小さいため圧縮の力に耐え切れず、せん断をうけて変形をしている様子が明確に表れている。



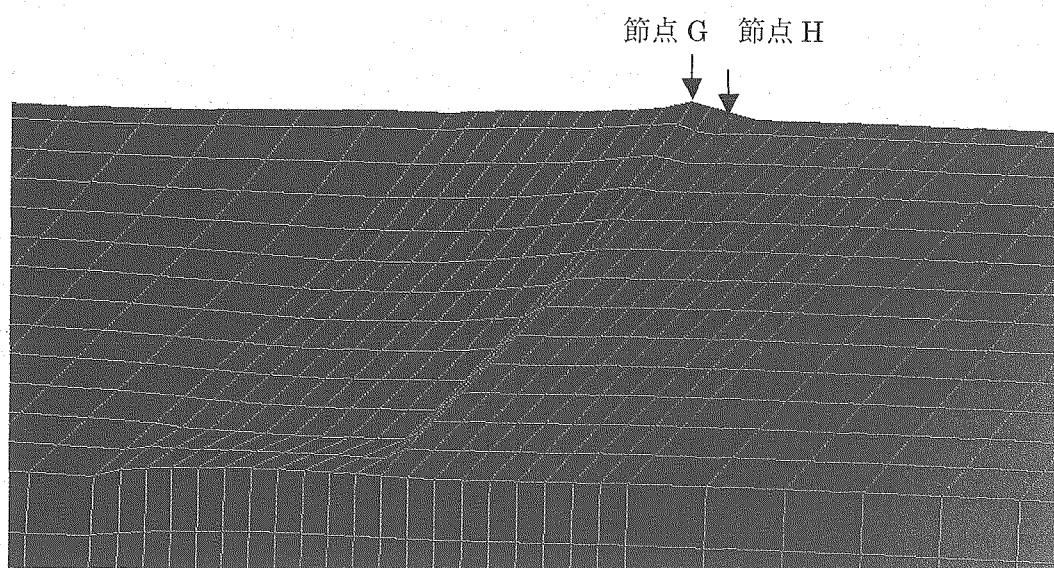
(a) 3 万年後



(b) 5 万年後



(c) 7 万年後



(d) 9 万年後

図 7.11 断層付近変形図

参考に、断層が存在しない場合の解析を行った。以上の解析で断層だった部分は周辺の上部地殻と同じ弾塑性体とし、物性値も全く同じものを入力した。図 7.12 に地表面の座標

を示す。断層部分がないため特殊な変形が起こらず、地表面の変形も非常に滑らかである。図 7.13 は変位を上記の解析と同様に 30 倍に誇張した 9 万年後の変形図を示す。図 7.11 のように一部の要素に大きなせん断変形が生じることもなく、全体として各要素が似たような形状を保っている。当然であるが、図 7.11 のような特殊な変形は地中に断層が存在することで生じるものである。

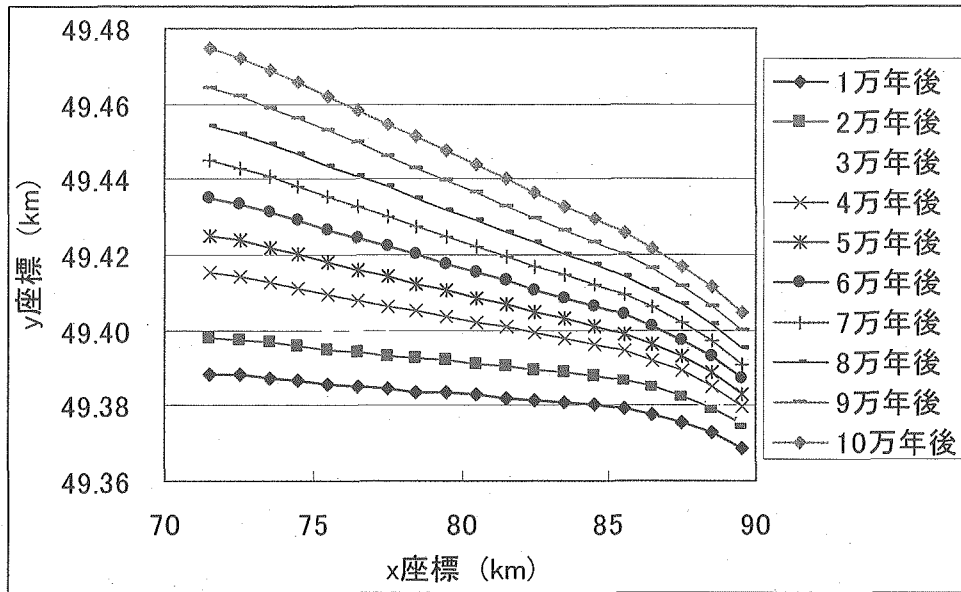


図 7.12 地表面の座標

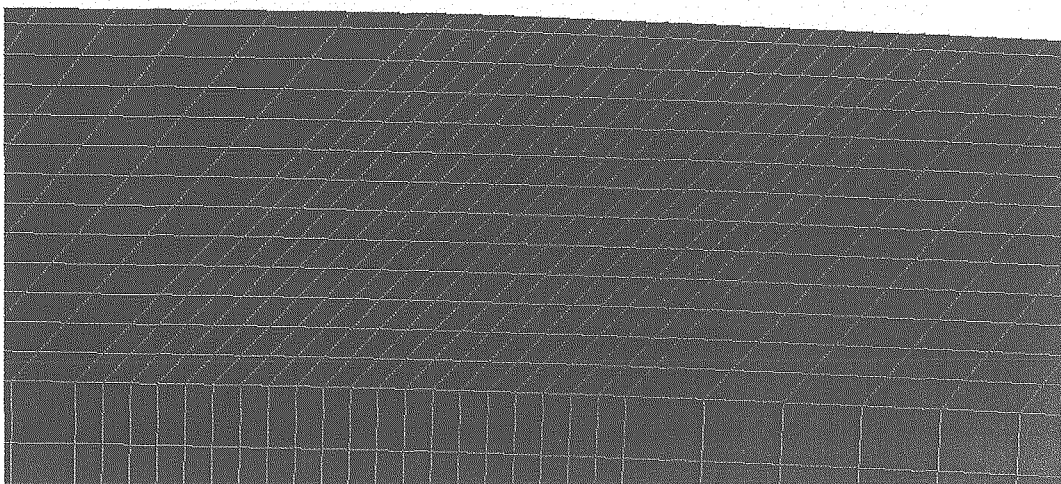
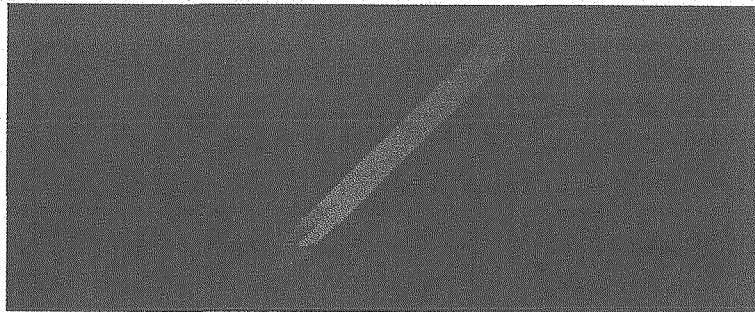
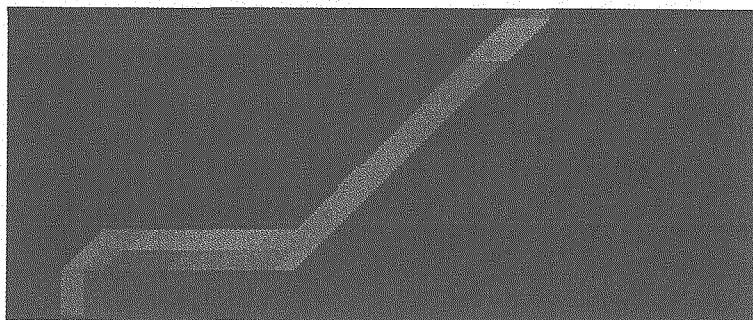


図 7.13 変形図

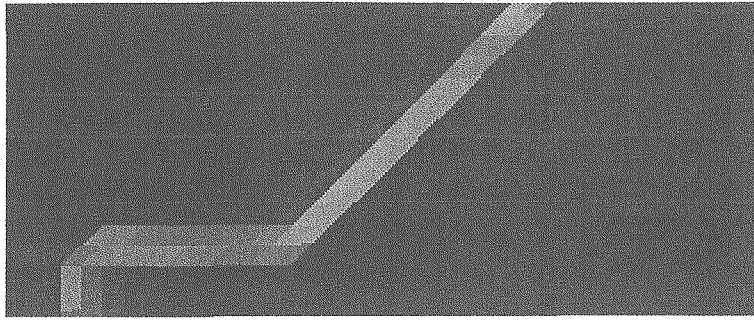
断層部分におけるせん断ひずみの分布図を図 7.14 に示す。時間ステップが経過するに従い、せん断ひずみが増加していることがわかる。特に、斜めの部分で、地表面から深い部分のせん断ひずみの増加が著しい。x 方向に圧縮されているため、地表面に平行な断層よりも角度を持ったほうがせん断されやすいと考えられる。また、地表面近傍では増加するものの地中深くと比較すると値は小さい。これは、地表面近傍でも圧縮されてせん断するのだが、地表面は拘束がないため、地表面に接する要素は自由に変形しやすい。つまり、ひずみが蓄積されずに開放される。その結果、地表面近傍ではせん断ひずみが蓄積しにくいと考えられる。



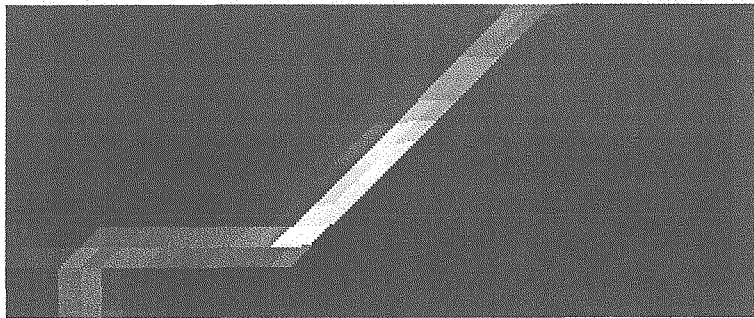
(a) 1 万年後 (安定直後)



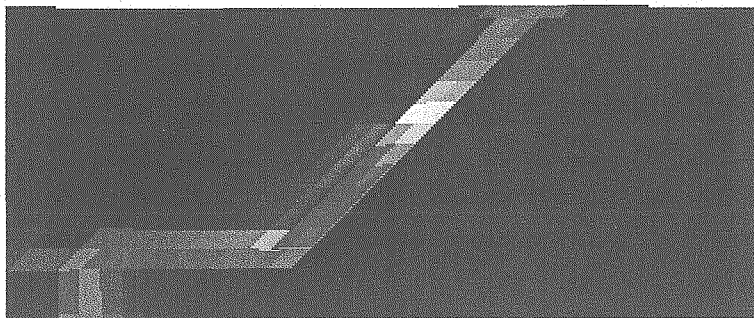
(b) 3 万年後



(c) 5 万年後



(d) 7 万年後



(d) 9 万年後



図 7.14 断層付近のせん断ひずみの分布図

8 おわりに

本研究は、地殻変動の予測の支援ツールとして、2次元対応の地殻変動専用コードを開発することを目的としている。2003年度は、粘弾塑性体解析機能の設計・開発・検証試験を行い、さらに東北日本弧の地殻変動解析・長町-利府断層の変形解析を行った。これらの結果より本プログラムが実際の解析を行うに当たり、十分に適用できるものであることが確認できた。ここで、以下に3カ年の総合的な結果として、本プログラムの特徴と今後の発展可能性をまとめる。

8.1 本プログラムの特徴

以下に本プログラムの特徴を挙げる。

- ・ 下部地殻、マントルを表現すると考えられている粘弾性体のモデル（べき乗流体）を取り扱うことができる。
- ・ 粘弾塑性体を使った解析ができる。
- ・ 接触解析機能を使って、断層の解析を行うことができる。
- ・ 大変形解析機能によって、微小変形解析では解析できないような、大きな変形を伴った地殻変動解析を行うことができる。

以上の機能を備えた市販の既存プログラムは存在するが、もともと金属を対象にしたプログラムが多く、地殻変動解析のモデル化に特有の問題に対して必ずしもうまく対応できない場合がある。また市販のプログラムは、一般にはソースは公開されていないため、地殻変動解析に適合するように改良すること自体困難である。今回開発した機能を使えば、現在地震研究者が行っているような地殻変動解析は、ほとんど解析することが可能であると思われる。

8.2 今後の発展可能性

地震の発生サイクルは、長期間の変形による応力蓄積過程と、短期間の地震発生過程が繰り返されることによって起きる。この2つの事象は、タイムスケールが年のオーダーと秒のオーダーでまったく違うために、一つのプログラムで解析を行うことができない。そのため、長期間の地殻変動解析を行うためには静的解析プログラムを、地震発生・地震波伝播の解析を行うためには動的解析プログラムを一般的に使用し、もし地震発生サイクルを模擬する場合には、静的解析プログラムと動的解析プログラムの間で解析結果をやりとりしなければならず、違うプログラムの間でデータをやり取りするのは、一般的には難しいことが多い。

今回開発したプログラムは、仮想的な質量と減衰を導入して動的釣り合い式を解くこと

によって静的解析を行う動的緩和法を採用している。このプログラムを改良することによって、本物の質量，減衰を用いて動的解析を行うことも可能である。そのため今回開発したプログラム一つで，静的解析と動的解析を連続で行うことは原理的には可能であると思われる。このような取り組みはあまり例がないため，すぐに実現可能であるかは不明な点もあるが，上記のような静的解析・動的解析における解析結果のやりとりの問題をクリアして，静的解析と動的解析を連続で行うことによって，地震発生サイクルのシミュレーションを行うことは原理的には可能であると思われる。

参考文献

- [1] 村上裕：“弾粘塑性モデルによる地殻の強度分布の考察”，地殻活動予測のための数値シミュレーション（2）講演集，p.25，（1999）.
- [2] 平原和朗：“摩擦構成則を用いたプレート間巨大地震発生サイクルの2次元有限要素法シミュレーション—予備的解析”，地殻活動予測のための数値シミュレーション（2）講演集，p.72，（1999）.
- [3] D.R.J. Owen and E. Hinton 著，山田嘉昭訳：塑性の有限要素法，初版，科学技術出版社，（1988）.
- [4] 鷺津久一郎 他：有限要素法ハンドブックⅡ応用編，初版，培風館，（1983）.
- [5] 日本塑性加工学会編：非線形有限要素法，初版，コロナ社，（1994）.
- [6] 後藤學：実践 有限要素法 —大変形弾塑性解析—，初版，コロナ社，（1995）.
- [7] 田中忠次 他：地盤の三次元弾塑性有限要素解析，初版，丸善，（1996）.
- [8] 川本治・田中忠次：“動的緩和法による地盤の弾塑性解析と可視化”，農業土木学会，第58巻，第9号，p.991，（1990）.
- [9] 津田正明・萩原一郎：“動的緩和法を用いた準静的解析手法について”，第6回設計工学・システム部門講演論文集，p.264，（1996）.

付録 語句説明

1. ドラッカー・プラッカーの構成則

弾塑性体の構成方程式の一種。土・岩コンクリートの挙動を記述する 1 次元の構成方程式としてモール・クーロンの摩擦則が一般的である。しかし、モール・クーロンの構成則を 3次元に拡張すると、ある応力状態では、式は特異となる。そこで、金属の構成方程式として一般的なフォン・ミーゼスの構成則に静水圧の影響を加えることにより、モール・クーロン則を近似した構成則が提案された。これがドラッカー・プラッカーの構成則である。この構成方程式では、モール・クーロンの構成方程式で見られた特異性は生じない。

2. 塑性ひずみ

固体に荷重を加えると、ひずみが生じ、固体は変形する。荷重の大きさがある一定値を超えるまでは荷重を取り除くとひずみが無くなり、固体はもとの形状に戻る（弾性変形）。このひずみを弾性ひずみと呼ぶ。さらに大きな荷重を加え、ある一定値を超えると、荷重を除去しても一定のひずみが残る、形状はもとには戻らない（塑性変形）。この非可逆なひずみを塑性ひずみまたは永久ひずみと呼ぶ。一般に固体に生じるひずみは可逆的な弾性ひずみと非可逆的な塑性ひずみの和となる。

3. 相当応力

ある多軸応力状態 (σ_{ij}) の降伏条件（塑性変形が生じる条件、2. 塑性ひずみ参照）が $\bar{\sigma}$ (σ_{ij})=単軸の降伏応力(単軸応力状態で塑性変形が生じる応力レベル)となるスカラー関数 $\bar{\sigma}$ を相当応力と呼ぶ。ある多軸の応力状態はテンソル量であるから、どの程度の強さの応力であるか理解しづらい。相当応力を求めることにより、その応力場に対応する単軸応力のレベルがわかり、どの程度の強さの応力場か理解できる。

4. 結合流れ則

ひずみの増分は弾性ひずみの増分と塑性ひずみの増分の和となる（2. 塑性ひずみ参照）。弾性ひずみの増分についてはフックの法則から容易に計算される。したがって弾塑性解析を行う場合、塑性ひずみの増分の計算が問題となる。ここで、「塑性ひずみの増分は、あるポテンシャル Q の勾配に比例する」という仮定をおく。この仮定が成り立つとする理論を「流れ則」と呼び、ポテンシャル Q を流れポテンシャルと呼ぶ。すると、塑性ひずみの増分は式(2.10)となる。ここで Q を決定することが必要となるが、それは容易ではない。そこで、流れポテンシャル Q は降伏条件(2.7)から得られる F と一致すると仮定する。この仮定は、多くの塑性体について成り立ち、数学的にもある種の合理性を持つ。この仮定が成り立つとする理論を「結合流れ則」と呼ぶ。

5. 陽に決定する

ある未知量を決定する際に、既知量のみから決定する場合を「陽に決定する」と呼ぶ。これに対し、ある未知量を決定する際に、既知量のみでなく、他の未知量を必要とする場合を「陰に決定する」と呼ぶ。この場合は1つの式から1つの未知量を決定することはできず、複数の陰的な式を連立させ、連立方程式を解いて未知量を決定する。これに対し、「陽的に決定する」場合は連立方程式を解く必要がない。

6. 相当塑性ひずみ

単軸の塑性変形では、塑性ひずみ(2. 塑性ひずみ参照)の増分 $d\varepsilon_p$ による仕事の増分(塑性仕事増分) dW_p は単軸の応力を σ とすると次式で計算される。

$$dW_p = \sigma d\varepsilon_p$$

これを多軸の応力場に適応すると、相当応力 $\bar{\sigma}$ (3. 相当応力参照) を用いて、

$$dW_p = \bar{\sigma} d\bar{\varepsilon}_p$$

となる。ここで、 $d\bar{\varepsilon}_p$ を相当塑性ひずみ増分と呼び、これを塑性変形の経路に沿って積分した $\bar{\varepsilon}_p$ を相当塑性ひずみと呼ぶ。つまり、相当塑性ひずみとは、ある多軸の応力場における塑性ひずみの大きさの尺度であるといえる。

7. 加工硬化説

ある種の固体では、塑性変形が進展すると降伏応力が増加する(2. 塑性ひずみ参照)。この現象を加工硬化またはひずみ硬化という。この現象には、「降伏応力は塑性仕事(6. 相当塑性ひずみ参照)の関数である」とする説と「降伏応力は塑性ひずみの関数である」とする説がある。前者を加工硬化説、後者をひずみ硬化説と呼ぶ。

8. ペナルティー法

接触問題において、法線力を計算する手法の一種。接触面同士で僅かに貫通するものとし、その貫通量に比例する法線力が生じるとする手法である。厳密な法線力の計算はできないが、計算が簡便かつ高速に、接触面の位置決めが可能である。

9. マスター・スレーブ法

接触問題の解法の一種。互いに接触する面の一方をマスター面、もう一方をスレーブ面とする。スレーブ面上の節点がマスター面上のどの位置に存在するかを検索し、そのスレ

一面上の節点とマスター面との間の法線力・摩擦力を計算することにより、接触面の計算を行う手法である。

10. 摩擦構成則

接触面間における相対変位・相対速度などの変数と摩擦力を関連付ける関係式。

11. updated Lagrange 法

大変形解析手法の一種。現在の配置を基準配置とみなし、その瞬間に生じる変化を調べ、計算ステップ毎に基準配置を更新する手法である。そのため、計算ステップ毎に座標の更新を行う。毎ステップ座標を更新するため、一ステップあたりの変形量は比較的小さいため、精度よい解析が期待できる。

12. Jaumann 増分

updated Lagrange 法を用いて解析を行うと、座標が更新されるため、解析対象の物体には剛体回転が生じる。応力の構成方程式はこの剛体回転する座標系で成立する。しかし、実際に観測する座標系は固定座標系であるため、回転座標系から固定座標系へと座標変換する必要がある。この座標変換を考慮した増分を Jaumann 増分とよぶ。

13. 動的緩和法

式(2.1)で表される静的釣り合い式は時間依存項がないため、通常、適切な境界条件を与えて、陰的に解く(5. 陽に決定する参照)。そのため、巨大な連立方程式を解くことになり、多くの計算時間・計算容量が必要である。動的陽解法では、仮想的な慣性力(変位の時間の2回微分×仮想的な密度)および減衰力(変位の時間の1回微分×仮想的な減衰係数)を加えることにより、時間発展型の方程式とし、陽的な計算を定常状態になるまで繰り返し行う。定常状態では、変位の時間の2回微分および変位の時間の1回微分はともに0であるため、式(2.1)を直接解いた場合と同じ解が得られる。この手法は、連立方程式を解く必要がないため、低容量で計算が可能である。また、仮想密度・粘性係数の値は最終的な解に影響を与えないため、適切な密度・粘性係数を設定することにより、安定かつ高速に解を収束させることができる。

14. 強制変位

計算により求まる変位とは異なり、ユーザーが境界条件として強制的に設定した変位。

15. 自重解析

解析対象自身の質量に重力が作用することにより生じる応力を計算すること。

16. 実時間

動的緩和法では、仮想的な時間進行を行うため、仮想時間を定義する必要がある。この仮想時間と実際の物理的な時間とを区別するため、実際の時間を本報告書では「実時間」と定義した。通常の時間の概念と同一と考えてよい。

17. 残差カノルム

ここで、残差力 P_i を応力テンソル σ_{ij} 、外力ベクトル F_i を用いて次式で定義する。

$$P_i = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} - F_i$$

式(2.1)より、静的釣り合い式を満足している場合は、残差力 P_i は 0 である。しかし、動的緩和法（13. 動的緩和法参照）では、仮想的な慣性力・減衰力を加えるため、計算過程では P_i は 0 ではない。そこで、計算領域の全節点に対し P_i を計算し、全自由度で内積を取る残差カノルムを定義する。解が収束すれば全節点で $P_i=0$ となるから、残差カノルムも 0 となる。そのため、残差カノルムは解の収束判定の基準となる。

18. エネルギー残差

計算ステップ 1 ステップの間に変位が Δu_i 増加したとすると残差力 P_i （17. 残差カノルム参照）を定義すると、計算ステップ 1 ステップの間に残差力がなす仕事は $P_i \Delta u_i$ となる。この値の絶対値を全節点で求め、すべて足したものをエネルギー残差と定義する。計算収束時には全節点で変位増分、残差力ともに 0 となるため、解の収束判定基準として用いることができる。