

移行パラメータ信頼性評価手法の確立
(核燃料サイクル開発機構 契約業務報告書)
(業務報告)

吉野尚人※ 梨本裕※ 松井幹雄※ 伊藤節男※ 野本康介※

要 旨

地層処分における安全評価では、処分場もしくは処分場周辺の地下水流量、岩盤中の地下水移行距離、移行時間、地下水流速、移行経路特性などが評価に必要な項目に挙げられる。水理地質構造モデルの構築及び地下水流動解析に供する離散化された数値モデルを構築する過程では、限られたデータから対象領域の地質構造や、パラメータ値などを設定する必要がある。そのため、安全評価では構築したモデルから得られる結果の不確実性について定量的に評価する手法に関する検討が必要となる。

本業務では、地下水流動解析に必要な調査試験データや、解析で求められる値の空間的なバラツキの定量化を目的として、次の項目について検討を行った。

- ・透水係数設定方法の整理とその分散の定量化手法の検討
- ・確率論による浸透流解析に基づく評価項目のバラツキの定量化手法の開発
- ・二次元鉛直断面における事例検討

本報告書は、前田建設工業株式会社が核燃料サイクル開発機構との契約により実施した業務成果に関するものである。

機構担当課室：東海事業所 環境保全・研究開発センター 処分研究部 システム解析グループ

※ 前田建設工業株式会社

A study about the certainty evaluation of nuclear transport parameter
(Document Prepared by Other Organization, Based on the Contract)

Naoto Yoshino*, Yutaka Nashimoto*, Mikio Matsu*, Setsuo Itou*, Kosuke Nomoto*

Abstract

Flow rate, travel distance, travel time, water velocity and flow path of the groundwater are key factors to consider the safety assessment of geological disposal of High Level Nuclear Waste (HLW). In addition, it is necessary to set some parameters from restricted data for hydrological, geological and numerical modeling of the target field. And these models almost include the uncertainty. Then, uncertainty of the model needs to be examined for the safety assessment of geological disposal of HLW.

In this paper authors focused on the uncertainty of the groundwater modeling, and following three issues are examined in order to estimate the spatial variance in the modeling field quantitatively:

- The method to estimate the hydraulic conductivity and quantify the variability of estimated hydraulic conductivity.
- The quantification of the key parameter's variability based on probability flow rate analysis.
- Case study by the vertical two dimensional field.

This Work was performed by Maeda Corporation under contract with Japan Nuclear Cycle Development Institute

JNC Liaison : Repository System Analysis Group, Waste Isolation Research Division,
Waste Management and Fuel Cycle Research Center, Tokai Works

※Maeda Corporation

目次

| | |
|--|------|
| 1. はじめに | 1 |
| 2. 対象データの概要 | 2 |
| 2. 1 東濃地域の地層の概略 | 2 |
| 2. 2 MIU1～3 孔のデータ概略 | 3 |
| 2. 3 データの統計的解釈 | 11 |
| 3. 透水係数の設定方法の整理とその分散の定量化手法の検討 | 13 |
| 3. 1 空間データモデリング | 13 |
| 3. 2 地球統計法 | 14 |
| 3. 2. 1 表記法 | 15 |
| 3. 2. 2 用語 | 16 |
| 3. 2. 3 バリオグラムモデル化 | 16 |
| 3. 2. 4 推定値の分散 | 17 |
| 3. 2. 5 クリギングの表示 | 18 |
| 3. 3 鉛直二次元断面での透水係数設定の事例検討 | 21 |
| 3. 3. 1 空間的相関無しの場合 | 21 |
| 3. 3. 2 空間的相関有りの場合 | 22 |
| 4. 確率論による浸透流解析に基づく評価項目のバラツキの定量化手法の開発 | 30 |
| 4. 1 確率論的有限要素法の概要 | 30 |
| 4. 1. 1 線形一次近似理論の適用 | 30 |
| 4. 1. 2 偏導関数の算出 | 32 |
| 4. 1. 3 構成則と確率変数 | 33 |
| 4. 1. 4 不飽和特性 | 34 |
| 4. 1. 5 任意点からの地下水流れの到達位置とその分散 | 34 |
| 4. 2 鉛直二次元断面での事例検討 | 37 |
| 4. 2. 1 解析条件 | 37 |
| 4. 2. 2 解析結果と考察 | 40 |
| 5. 今後の検討課題 | 49 |
| 6. おわりに | 50 |
| ・参考文献 | 51 |
| ・付録 プログラムマニュアル | 付(1) |

表 目 次

| | | |
|---------|-------------------------|----|
| 表 2.2-1 | 透水試験結果（スラグ試験） | 9 |
| 表 2.2-2 | 透水試験結果（揚水試験） | 10 |
| 表 3.3-1 | 透水係数の平均・分散値 | 21 |
| 表 3.3-2 | バリオグラム算出ケース | 22 |
| 表 3.3-3 | バリオグラムの各定数 | 26 |
| 表 4.2-1 | 地層境界設定に使用したバリオグラムのパラメータ | 40 |
| 表 4.2-2 | 透水係数推定に使用したバリオグラムのパラメータ | 40 |

目 次

| | | |
|----------|----------------------------------|------|
| 図 2.2-1 | MIU1～3 孔の配置図 | 3 |
| 図 2.2-2 | MIU1～3 孔の鉛直断面模式図（解析用断面） | 4 |
| 図 2.2-3 | 亀裂密度および亀裂開口幅 MIU1 孔 | 6 |
| 図 2.2-4 | 亀裂密度および亀裂開口幅 MIU2 孔 | 7 |
| 図 2.2-5 | 亀裂密度および亀裂開口幅 MIU3 孔 | 8 |
| 図 2.3-1 | 透水係数（対数値）のヒストグラム | 11 |
| 図 2.3-2 | 透水係数と亀裂密度の関係 | 12 |
| 図 2.3-3 | 透水係数と亀裂開口幅の関係 | 12 |
| 図 3.3-1 | バリオグラム算出結果 All-PP | 23 |
| 図 3.3-2 | バリオグラム算出結果 All-PS | 23 |
| 図 3.3-3 | バリオグラム算出結果 All-SS | 23 |
| 図 3.3-4 | バリオグラム算出結果 Sed-PP | 24 |
| 図 3.3-5 | バリオグラム算出結果 Sed-PS | 24 |
| 図 3.3-6 | バリオグラム算出結果 Sed-SS | 24 |
| 図 3.3-7 | バリオグラム算出結果 Gra-PP | 25 |
| 図 3.3-8 | バリオグラム算出結果 Gra-PS | 25 |
| 図 3.3-9 | バリオグラム算出結果 Gra-SS | 25 |
| 図 3.3-10 | クリギングによる透水場予測結果(All-PP) | 27 |
| 図 3.3-11 | 地層境界線の推定結果 | 28 |
| 図 3.3-12 | 層内クリギングによる透水場予測結果(Gra-PP,Sed-PP) | 29 |
| 図 4.1-1 | 解析領域での任意点からの地下水流れの模式図 | 35 |
| 図 4.1-2 | 移行到達点の期待値および楕円形と仮定した 70%確率範囲 | 36 |
| 図 4.2-1 | 不飽和特性曲線 | 37 |
| 図 4.2-2 | 解析用メッシュ図 | 38 |
| 図 4.2-3 | 透水係数の推定結果 | 41 |
| 図 4.2-4 | 透水係数の変動係数の推定結果 | 42 |
| 図 4.2-5 | 確率論的有限要素法により推定された水頭の平均値 | 43 |
| 図 4.2-6 | モンテカルロ法により推定された水頭の平均値 | 44 |
| 図 4.2-7 | 確率論的有限要素法により推定された自由水面の平均値とその分散 | 45 |
| 図 4.2-8 | 確率論的有限要素法により推定された流速分布の平均値とその分散 | 46 |
| 図 4.2-9 | モンテカルロ法により推定された流速分布の平均値とその分散 | 47 |
| 図 4.2-10 | 任意点からの地下水流れの到達点とそのバラツキ | 48 |
| 図 A-1 | 解析の概略的な流れ | 付(1) |
| 図 A-2 | input.dat のフォーマット | 付(4) |

1. はじめに

「第2次取りまとめ（核燃料サイクル開発機構，1999）」以後の地層処分技術に関する研究開発段階においては，実際の地質環境データに基づいて水理地質構造モデルを構築し，地下水流動特性や地下水移行経路を評価するとともに，その評価結果に基づく安全評価体系の整備が重要となっている。特に地上からの調査研究段階では，地表踏査や試錐孔等の調査試験データを用いることになるため，安全評価のベースとなる水理地質構造モデルやそのモデルを用いた解析結果（例えば，地下水流動解析や移行経路解析）の信頼性は，地表踏査や試錐孔等で実施された限られた調査試験のデータに依存する。

一方，地層処分における安全評価では，処分場もしくは処分場周辺の地下水流量（もしくはダルシー流速），岩盤中の地下水移行距離，移行時間，移行経路特性などが評価に必要な項目として挙げられる。また，水理地質構造モデルの構築及び地下水流動解析に供する離散化された数値モデルを構築する過程では，限られたデータから対象領域の地質構造や，パラメータ値などを設定する必要がある。透水係数を例に挙げれば，透水試験データの平均値や最大値などの一定値を与える場合や，不均質性を考慮する場合，地球統計学的手法などの空間的な相関性を考慮した推定，亀裂情報との相関を考慮した場合など様々である。このうち，地球統計学的手法の一つであるクリギング（Krige, 1951）は，空間的相関モデルに従って実測値間を補間する手法であり，空間的に離散化された各点における透水係数の推定値と，その空間的なバラツキを分散として定量的に評価することができる手法である。

本業務では，地下水流動解析に必要な調査試験データや，解析で求められる値の空間的なバラツキの定量化を目的として，次の項目について検討を行った。

- ・透水係数の設定方法の整理とその分散の定量化手法の検討
- ・確率論による浸透流解析（嶋田他，1990）に基づく評価項目のバラツキの定量化手法の開発
- ・二次元鉛直断面における事例検討

ここで，透水係数の推定方法の違いによるバラツキは，地下水流動解析で求められる結果にバラツキを与える要因となることから，これらのバラツキを，対象領域における調査試験データ及び解析結果の不確実性を表すひとつの指標とすることが考えられる。

2. 対象データの概要

2. 1 東濃地域の地層の概略

本研究では岐阜県東濃地域にある「深地層研究所計画用地：MIU サイト」（動力炉・核燃料開発事業団，1997；核燃料サイクル開発機構，2001）の MIU1～3 孔のボーリングデータを対象領域とした。東濃地域の研究対象領域周辺は，中生層（美濃堆積岩類）とそれを貫く後期白亜紀花崗岩体（土岐花崗岩）により基盤岩が形成され，その基盤が地表に直接露出，あるいは上位の新第三紀の堆積岩類に不整合に覆われる地質構造を呈している。土岐花崗岩は，東西約 12km，南北約 14km のほぼ円形の岩体として分布する。本花崗岩は主に細～粗粒の黒雲母花崗岩からなり，岩体中には北北西方向の石英斑岩質，アプライト質などの岩脈がいくつか貫入する。新第三紀の堆積岩類は中新世の瑞浪層群と鮮新世の瀬戸層群からなり，上位の瀬戸層群は下位の瑞浪層群を不整合に覆う。主要な断層としては東西系の走向を示す月吉断層，南東部に北東系の山田断層帯が分布する。広域地下水流動研究では，10km 四方の領域を対象に数百メートルから約 1000m の鉛直試錐孔等を用いた調査が実施されている。また，MIU サイト内では，数百メートルから約 1000m の鉛直試錐孔を用いた試験を実施している。

地表からの調査段階では，文献，空，地上，試錐孔からのアクセスにより，地質調査，物理探査，水収支観測，水理試験，物理検層，地下水位・水圧および掘削水の連続観測などの調査を行っている。リニアメント調査には SPOT 画像，LANDSAT 画像および航空写真の 3 種類の画像データを用いており，抽出されたリニアメントのうち複数のものについては，試錐孔調査により深度方向への延長が確認されている。地上弾性波探査では，反射法と屈折法を併用し，月吉断層，瀬戸層群，瑞浪層群，土岐花崗岩の深度方向への分布を調査しているものの，土地借用等の利用制限により MIU サイト周辺に側線が設定されているため，上記リニアメント等のうち月吉断層以外の主要な構造についてはデータが得られていない。地上電磁探査により得られた比抵抗分布より，新第三紀堆積岩と土岐花崗岩の境界の分布が推定されている。地下水位観測は，東濃地域周辺における全 158 孔の試錐孔内で実施されている。地下水位と孔口標高には相関があり，地表下数メートルから数十メートルに地下水位が分布していると考えられている。水収支観測においては，MIU サイトや東濃鉦山等の特定の水域を設定しそれぞれの降雨量，蒸発散量，河川流量等の水文調査がなされている。試錐孔を利用した調査では，削孔時の逸水記録，コア観察，ボアホールテレビ観察，各種物理検層，水理試験，水圧観測等が行われている。コア観察やボアホールテレビ観察から地質性状や割れ目の分布が逸水記録や各種物理検層の結果から主要な水みち(WCF: Water Conducting Feature)の分布が推定されている。水理試験は数十メートルから百メートル程度の区間長で任意の掘削深度毎に実施した揚水試験と，WCF や断層等の主要な構造を対象に実施したスラグ試験に分けられる。前者は，岩体の平均的な透水係数を得ることを，後者は，特定の構造の透水性を把握することを目的としている。揚水試験の結果から土岐花崗岩の透水係数はおよそ $10^{-2} \sim 10^{-6} \text{m/sec}$ の範囲に分布し，主要な透水

部として土岐花崗岩上部に発達する割れ目帯，月吉断層に伴う割れ目帯が挙げられる。それぞれの試錐孔は調査後に MP システムにより複数の区間に分けられ，それぞれの区間で水圧の連続観測が行われている。MIU2 および MIU3 孔はそれぞれ月吉断層を貫いており，月吉断層を境に断層上盤側より断層下盤側の水頭が高いことが観測されていることから，月吉断層は断層に沿って発達する割れ目帯に沿った方向の透水性が卓越する一方で断層に垂直な方向の透水性が乏しいといった極端な異方性をもっていると考えられている。

2. 2 MIU1～3 孔のデータ概略

MIU1～3 孔は図 2.2-1 に示すようにほぼ直線上に配置されている。そのため，以降の検討では MIU1～3 を 2 次元鉛直断面で取り扱うこととし，図 2.2-2 に示すように X 軸は MIU1 孔を起点として MIU2 および MIU3 孔の方向に向かって正となる軸を採用した。また，Y 軸は標高を採用した。MIU1～3 の地質構造は前節でも触れたが，図 2.2-2 に示すように，上部に堆積岩，下部に花崗岩が分布する。

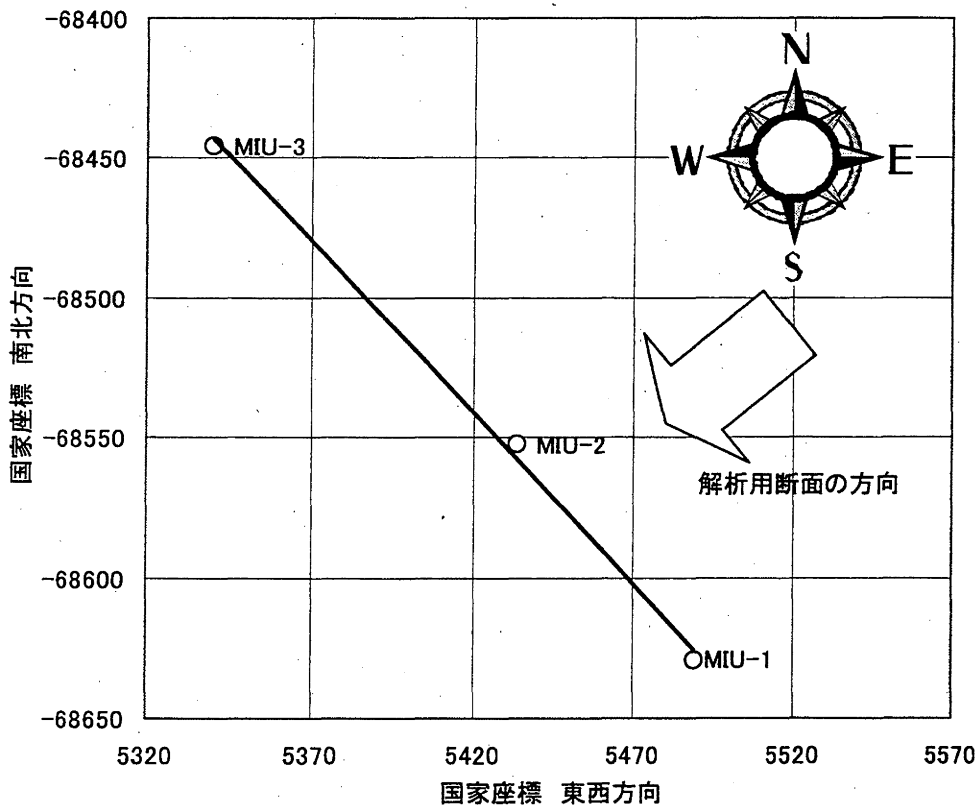


図 2.2-1 MIU1～3 孔の配置図

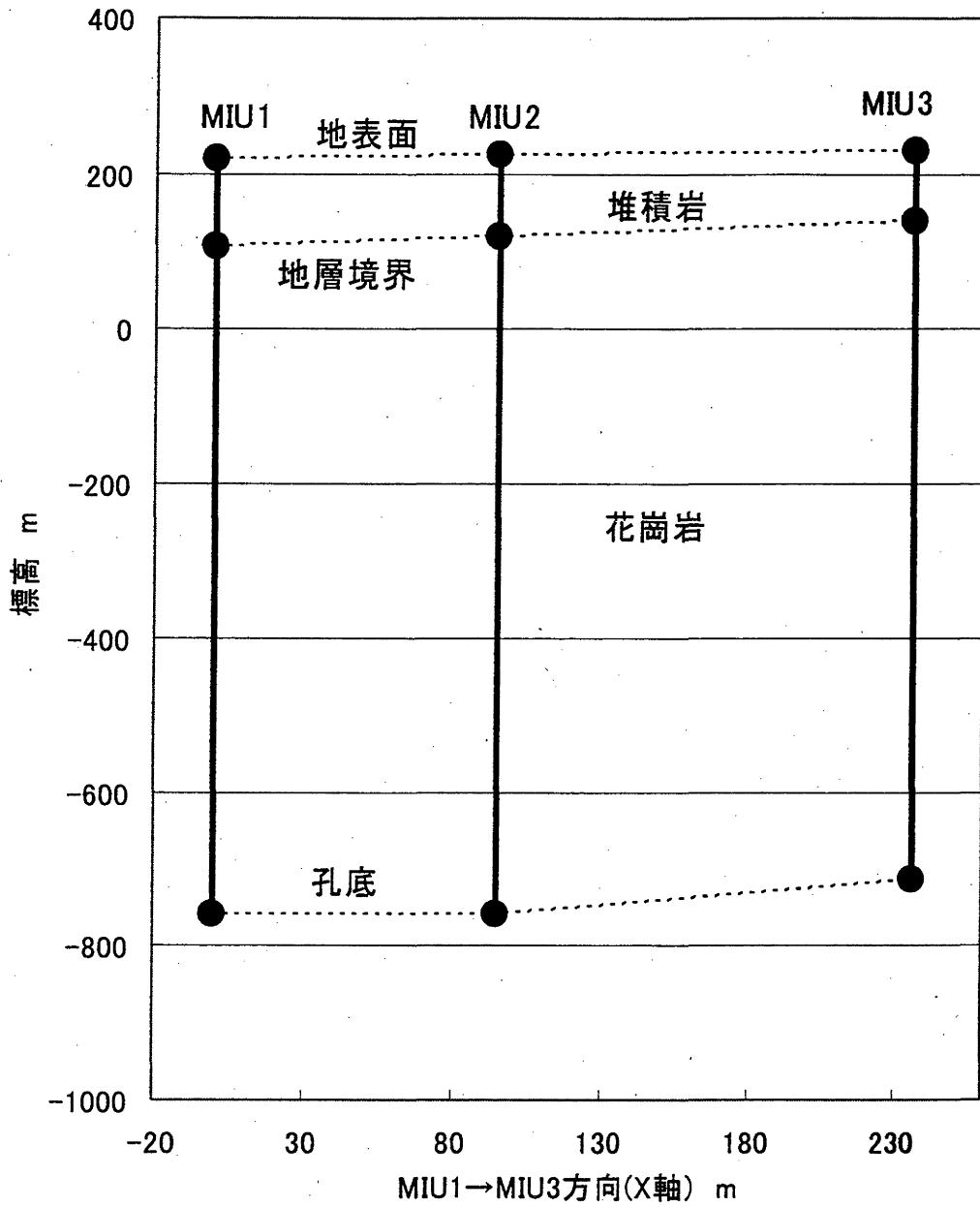


図 2.2-2 MIU1~3 孔の鉛直断面模式図 (解析用断面)

MIU1～3 孔の亀裂密度および亀裂開口幅を図 2.2-3～図 2.2-5 に示す。なお、亀裂密度とは単位孔長 1m あたりに確認された亀裂の本数、亀裂開口幅密度とは単位孔長 1m あたりに確認された開口幅の合計を表している。

また、MIU1～3 孔で実施した透水試験結果を表 2.2-1、表 2.2-2 に示す。透水試験はスラグ試験と揚水試験を実施している。スラグ試験での透水係数の算出方法として、非平衡論解析式である Cooper の解析式および平衡論解析式である Hvorlev の解析式を使用している。揚水試験での透水係数算出方法として、Hvorlev の解析式、Jacob & Lohman の解析式を使用している。なお、MIU2 および MIU3 孔で月吉断層が確認されているが、月吉断層の影響が透水係数に反映されている結果となっていない。

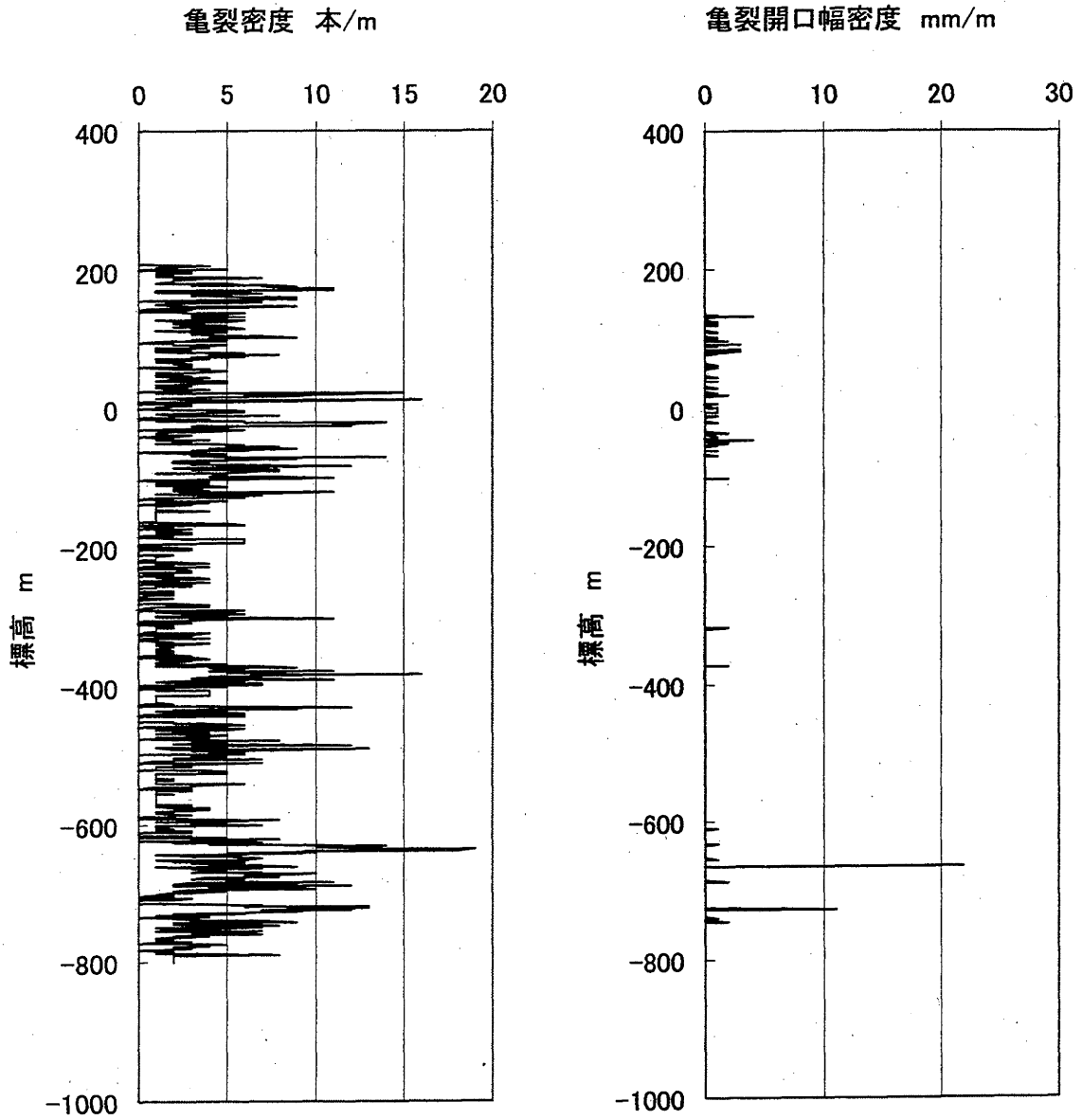


図 2.2-3 亀裂密度および亀裂開口幅 MIU1 孔

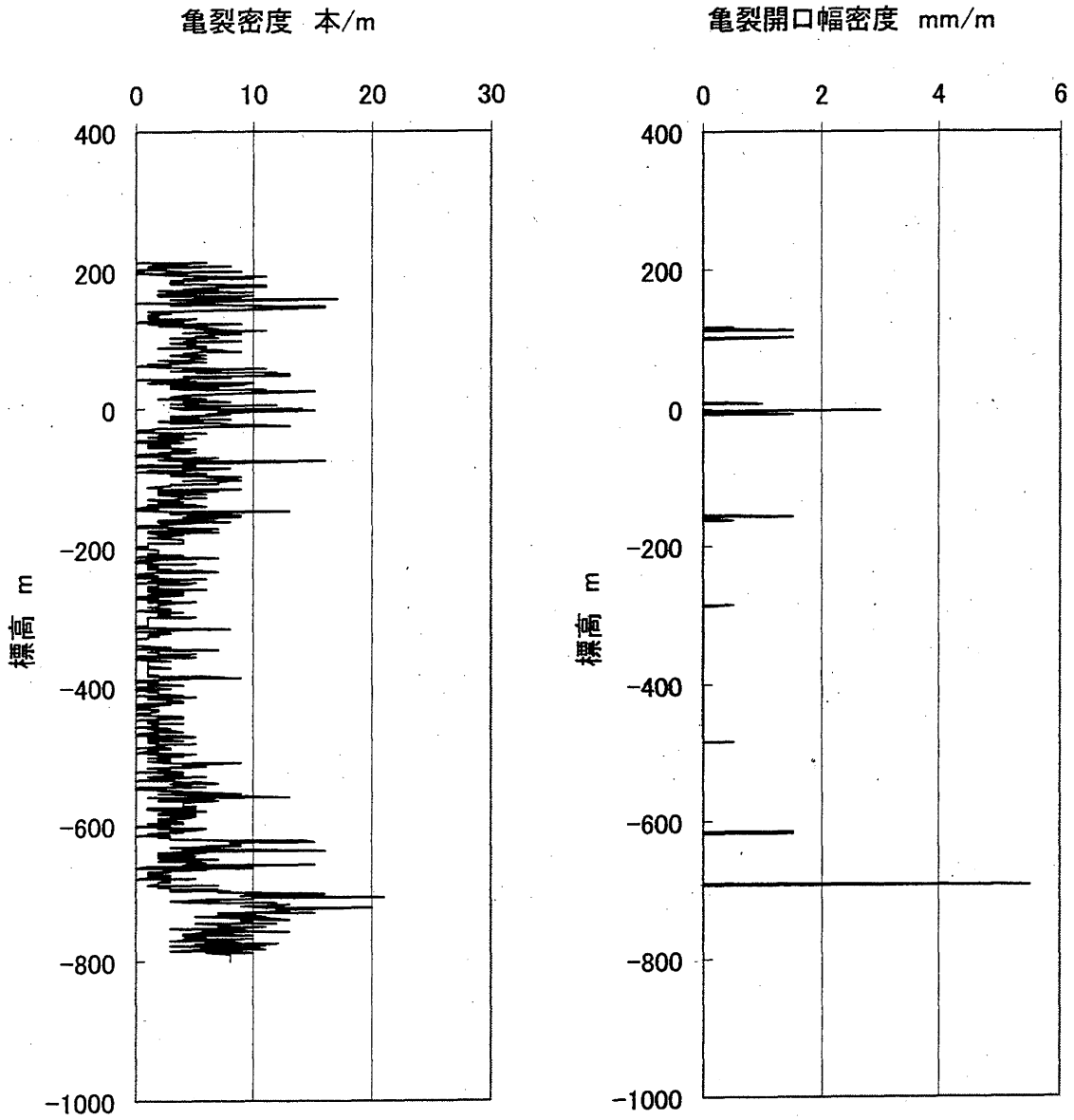


図 2.2-4 亀裂密度および亀裂開口幅 MIU2 孔

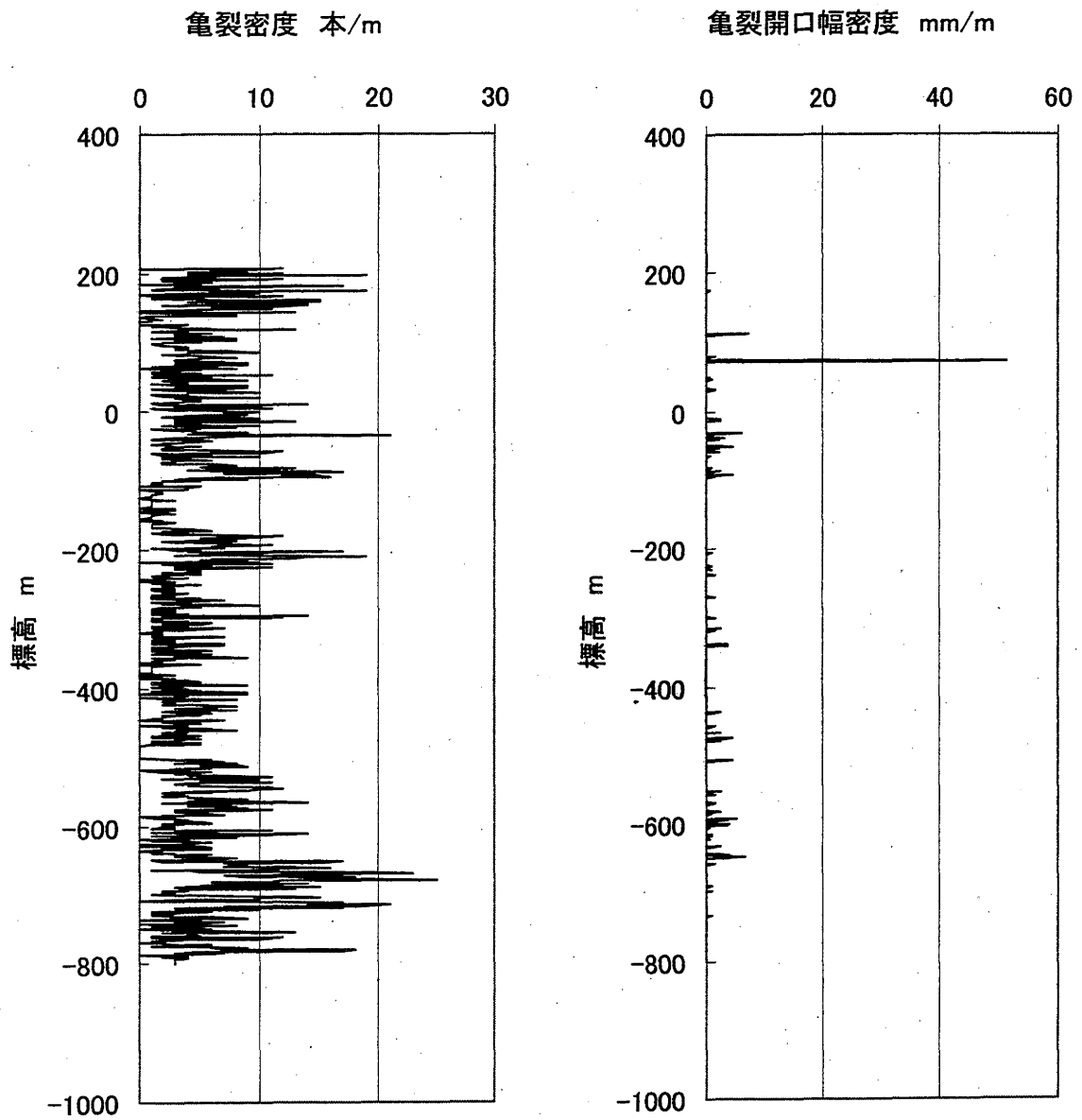


図 2.2-5 亀裂密度および亀裂開口幅 MIU3 孔

表 2.2-1 透水試験結果 (スラグ試験)

| | 地表からの深度 | | 標高 | | 透水係数 | 貯留係数 | 透水試験時の水圧 | 孔内水位 | 透水係数 | | |
|-----------------------------|---------|-----------|--------|-----------|---------|--------------|------------------------|-------------|-----------------------|----------|----------|
| | Top(m) | Bottom(m) | Top(m) | Bottom(m) | (m/sec) | (1/m) | (kgf/cm ²) | (E.L. m) | (m ² /sec) | | |
| MIU-1 地表面標高: 220.074m | 堆積岩 | | 18.00 | 23.00 | 202.07 | 197.07 | 5.47E-08 ** | 1.80E-03 ** | 0.822 | 210.294 | 2.74E-07 |
| | | | 23.00 | 28.00 | 197.07 | 192.07 | 4.65E-08 ** | 1.80E-03 ** | 1.163 | 208.704 | 2.33E-07 |
| | | | 29.30 | 39.30 | 190.77 | 180.77 | 2.24E-08 ** | 9.00E-04 ** | 1.752 | 208.294 | 2.24E-07 |
| | | | 39.80 | 41.80 | 180.27 | 178.27 | 2.73E-06 * | | 1.901 | 199.284 | 5.46E-06 |
| | | | 40.00 | 50.00 | 180.07 | 170.07 | 3.74E-07 ** | 9.00E-08 ** | 1.897 | 199.044 | 3.74E-06 |
| | | | 50.30 | 60.30 | 169.77 | 159.77 | 6.91E-07 * | | 2.933 | 199.104 | 6.91E-06 |
| | | | 61.30 | 71.30 | 158.77 | 148.77 | 5.47E-07 * | | 3.939 | 198.164 | 5.47E-06 |
| | | | 69.30 | 79.30 | 150.77 | 140.77 | 3.42E-07 ** | 9.00E-09 ** | 4.769 | 198.464 | 3.42E-06 |
| | | | 82.00 | 92.00 | 138.07 | 128.07 | 3.30E-07 ** | 9.00E-09 ** | 6.035 | 198.424 | 3.30E-06 |
| | | | 93.50 | 103.50 | 126.57 | 116.57 | 8.53E-08 * | | 7.236 | 198.534 | 8.53E-07 |
| | | | 123.50 | 130.00 | 96.57 | 90.07 | 7.20E-11 * | 6.15E-09 ** | 10.376 | 200.334 | 4.68E-10 |
| | | | 196.00 | 202.50 | 24.07 | 17.57 | 6.17E-08 * | | 17.540 | 199.474 | 4.01E-07 |
| | | | 251.00 | 257.50 | -30.93 | -37.43 | 4.41E-10 * | 3.02E-10 ** | 23.043 | 199.504 | 2.87E-09 |
| | | | 268.00 | 274.50 | -47.93 | -54.43 | 3.07E-10 ** | 9.85E-12 ** | 24.729 | 199.364 | 2.00E-09 |
| | | | 353.00 | 359.50 | -132.93 | -139.43 | 1.33E-09 * | | 33.671 | 203.784 | 8.65E-09 |
| | | | 382.50 | 389.00 | -162.43 | -168.93 | 9.12E-11 ** | 9.85E-08 ** | 36.504 | 202.614 | 5.93E-10 |
| | | | 419.50 | 426.00 | -199.43 | -205.93 | 9.12E-11 ** | 9.85E-11 ** | 40.297 | 203.544 | 5.93E-10 |
| | | | 511.00 | 517.50 | -290.93 | -297.43 | 3.33E-12 ** | 9.85E-08 ** | 49.413 | 203.204 | 2.16E-11 |
| | | | 591.00 | 597.50 | -370.93 | -377.43 | 3.66E-10 * | | 57.238 | 201.454 | 2.38E-09 |
| | | | 608.50 | 615.00 | -388.43 | -394.93 | 5.87E-08 * | | 59.161 | 203.184 | 3.82E-07 |
| | | | 651.50 | 658.00 | -431.43 | -437.93 | 3.78E-08 * | | 63.543 | 204.004 | 2.46E-07 |
| | | | 727.50 | 734.00 | -507.43 | -513.93 | 1.98E-10 ** | 9.85E-10 ** | 71.200 | 204.574 | 1.29E-09 |
| | | | 756.50 | 763.00 | -536.43 | -542.93 | 6.52E-10 * | | 74.001 | 203.584 | 4.24E-09 |
| | | | 811.00 | 817.50 | -590.93 | -597.43 | 1.29E-08 * | | 79.279 | 201.864 | 8.39E-08 |
| | | | 834.50 | 841.00 | -614.43 | -620.93 | 7.83E-09 * | | 81.664 | 202.214 | 5.09E-08 |
| | | | 908.50 | 915.00 | -688.43 | -694.93 | 1.70E-06 * | | 89.168 | 203.254 | 1.11E-05 |
| | | | 957.00 | 963.50 | -736.93 | -743.43 | 2.19E-06 * | | 93.915 | 202.224 | 1.42E-05 |
| | | | 973.00 | 979.50 | -752.93 | -759.43 | 7.60E-08 * | | 95.204 | 199.114 | 4.94E-07 |
| | | | 15.00 | 25.00 | 208.76 | 198.76 | 6.94E-09 ** | | 1.606 | 224.815 | 6.94E-08 |
| | | | 25.00 | 35.00 | 198.76 | 188.76 | 3.76E-09 ** | | 2.409 | 222.845 | 3.76E-08 |
| | | 35.00 | 45.00 | 188.76 | 178.76 | 3.16E-08 ** | | 2.623 | 214.885 | 3.16E-07 | |
| | | 45.00 | 55.00 | 178.76 | 168.76 | 1.46E-07 ** | | 2.350 | 202.255 | 1.46E-06 | |
| | | 55.00 | 65.00 | 168.76 | 158.76 | 3.33E-08 ** | | 3.386 | 202.615 | 3.33E-07 | |
| | | 65.00 | 75.00 | 158.76 | 148.76 | 1.93E-11 ** | | 4.732 | 206.075 | 1.93E-10 | |
| | | 75.00 | 85.00 | 148.76 | 138.76 | 6.33E-08 * | | 5.273 | 201.485 | 6.33E-07 | |
| | | 85.00 | 95.00 | 138.76 | 128.76 | 9.03E-08 * | | 6.310 | 201.855 | 9.03E-07 | |
| | | 40.00 | 44.00 | 183.76 | 179.76 | 8.96E-08 ** | | 2.855 | 212.305 | 3.58E-07 | |
| | | 83.70 | 88.70 | 140.06 | 135.06 | 1.67E-07 * | | 5.206 | 192.115 | 8.35E-07 | |
| | | 119.40 | 125.90 | 104.36 | 97.86 | 3.89E-08 * | | 10.536 | 209.715 | 2.40E-07 | |
| | | 130.60 | 137.10 | 93.16 | 86.66 | 6.78E-09 * | | 11.679 | 209.945 | 4.41E-08 | |
| | | 176.20 | 184.20 | 47.56 | 39.56 | 6.07E-09 ** | | 16.326 | 210.815 | 4.86E-08 | |
| | | 220.90 | 227.40 | 2.85 | -3.65 | 1.11E-05 *** | | 20.691 | 209.765 | 7.21E-05 | |
| | | 262.75 | 269.25 | -39.00 | -45.50 | 9.03E-06 *** | | 24.860 | 209.605 | 5.87E-05 | |
| | | 315.50 | 322.00 | -91.75 | -98.25 | 6.13E-08 * | | 29.876 | 207.015 | 3.98E-07 | |
| | | 364.75 | 371.25 | -141.00 | -147.50 | 6.60E-08 * | | 34.772 | 206.725 | 4.29E-07 | |
| | | 491.75 | 498.25 | -268.00 | -274.50 | 1.58E-09 ** | | 47.530 | 207.305 | 1.03E-08 | |
| | | 574.50 | 581.00 | -350.75 | -357.25 | 8.15E-10 ** | | 55.564 | 204.895 | 5.30E-09 | |
| | | 606.75 | 613.25 | -383.00 | -389.50 | 1.96E-11 ** | | 58.793 | 204.935 | 1.27E-10 | |
| | | 651.75 | 658.25 | -428.00 | -434.50 | 6.79E-12 ** | | 63.139 | 203.395 | 4.41E-11 | |
| | | 721.60 | 728.10 | -497.65 | -504.15 | 1.78E-09 ** | | 70.322 | 205.375 | 1.16E-08 | |
| | | 742.70 | 749.20 | -518.95 | -525.45 | 3.86E-09 ** | | 72.351 | 204.565 | 2.51E-08 | |
| | | 785.75 | 792.25 | -562.00 | -568.50 | 1.11E-09 ** | | 76.747 | 205.475 | 7.22E-09 | |
| | | 859.00 | 865.50 | -635.25 | -641.75 | 2.14E-08 * | | 83.890 | 203.655 | 1.39E-07 | |
| | | 889.50 | 896.00 | -665.75 | -672.25 | 2.72E-09 ** | | 89.583 | 230.085 | 7.21E-08 | |
| | | 916.80 | 923.30 | -693.05 | -700.55 | 2.58E-07 * | | 92.259 | 229.545 | 3.74E-06 | |
| | | 932.50 | 939.00 | -708.75 | -715.25 | 7.86E-07 * | | 93.774 | 228.995 | 2.08E-05 | |
| | | 960.30 | 966.80 | -736.55 | -743.05 | 3.66E-06 * | | 96.459 | 228.045 | 2.38E-05 | |
| | | 976.70 | 983.20 | -752.95 | -759.45 | 2.96E-06 * | | 97.732 | 224.375 | 1.92E-05 | |
| | | 25.00 | 32.00 | 205.48 | 195.48 | 1.67E-08 * | | 2.076 | 226.240 | 1.17E-07 | |
| | | 33.00 | 44.00 | 197.48 | 187.48 | 8.14E-10 ** | | 2.415 | 221.630 | 9.36E-09 | |
| | | 44.50 | 71.50 | 185.98 | 158.98 | 5.74E-08 ** | | 2.207 | 208.050 | 1.55E-06 | |
| | | 72.00 | 83.00 | 158.48 | 147.48 | 2.17E-06 * | | 4.803 | 206.510 | 2.39E-05 | |
| | | 84.00 | 90.00 | 146.48 | 140.48 | 3.47E-06 * | | 5.999 | 206.470 | 2.08E-05 | |
| | | 91.00 | 98.00 | 139.48 | 132.48 | 2.54E-06 ** | | 6.790 | 206.780 | 1.78E-05 | |
| | | 105.00 | 125.00 | 125.48 | 105.48 | 2.63E-09 * | | 8.632 | 211.800 | 5.26E-08 | |
| | | 124.40 | 142.40 | 106.08 | 88.08 | 1.37E-08 * | | 10.631 | 212.390 | 2.47E-07 | |
| | | 183.00 | 214.50 | 47.48 | 15.98 | 2.77E-08 * | | 16.492 | 212.400 | 8.71E-07 | |
| | | 238.40 | 269.90 | -7.92 | -39.42 | 1.25E-08 * | | 22.029 | 212.370 | 3.94E-07 | |
| | | 293.50 | 319.00 | -63.02 | -88.52 | 1.27E-08 * | | 27.395 | 210.930 | 3.25E-07 | |
| | | 418.50 | 450.00 | -188.02 | -219.52 | 5.87E-09 ** | | 39.776 | 209.740 | 1.85E-07 | |
| | | 470.00 | 495.00 | -239.52 | -264.52 | 2.36E-09 ** | | 45.030 | 210.780 | 5.91E-08 | |
| | | 605.00 | 630.00 | -374.52 | -399.52 | 5.16E-10 ** | | 58.934 | 214.820 | 1.29E-08 | |
| | | 639.00 | 664.00 | -408.52 | -433.52 | 3.46E-09 ** | | 62.174 | 213.220 | 8.64E-08 | |
| | | 664.00 | 689.00 | -433.52 | -458.52 | 2.10E-09 ** | | 64.758 | 214.060 | 5.26E-08 | |
| | | 698.00 | 723.00 | -467.52 | -492.52 | 1.80E-09 ** | | 68.421 | 216.890 | 4.00E-08 | |
| | | 724.00 | 749.00 | -493.52 | -518.52 | 1.53E-08 * | | 71.080 | 217.280 | 3.83E-07 | |
| | | 749.00 | 774.00 | -518.52 | -543.52 | 2.75E-08 * | | 73.546 | 216.940 | 6.88E-07 | |
| | | 777.20 | 802.20 | -546.72 | -571.72 | 1.76E-07 * | | 76.373 | 217.010 | 4.40E-06 | |
| | | 835.00 | 860.00 | -604.52 | -629.52 | 9.96E-10 * | | 82.126 | 216.740 | 2.49E-08 | |
| | | 862.50 | 873.50 | -632.02 | -643.02 | 1.90E-08 * | | 84.900 | 216.980 | 2.09E-07 | |
| | | 919.00 | 944.00 | -688.52 | -713.52 | 7.40E-08 * | | 90.915 | 220.630 | 1.85E-06 | |

算出方法 *Hvorslev
**Cooper
***Jacob

表 2.2-2 透水試験結果 (揚水試験)

| 孔名 | 地表からの深度 | | 標高 | | 孔長 L(m) | 透水量係数 | | 透水係数 | | 透水試験時の水 P(kgf/cm ²) | 孔内水位 (E.L. m) |
|--------|---------|-----------|---------|-----------|-------------|------------------------|--------------|---------|---------|------------------------------------|------------------|
| | Top(m) | Bottom(m) | Top(m) | Bottom(m) | | T(m ² /sec) | K(m/sec) | | | | |
| MIU-1 | 50.00 | 103.50 | 170.07 | 116.57 | 53.50 | 2.94E-06 * | 5.50E-08 * | 2.876 | 198.834 | | |
| | 108.20 | 203.50 | 111.87 | 16.57 | 95.30 | 6.81E-05 * | 7.15E-07 * | 8.697 | 198.844 | | |
| | 210.60 | 302.50 | 9.47 | -82.43 | 91.90 | 3.19E-05 * | 3.47E-07 * | 19.077 | 200.244 | | |
| | 299.70 | 403.50 | -79.63 | -183.43 | 103.80 | 1.57E-05 * | 1.51E-07 * | 27.911 | 199.484 | | |
| | 500.50 | 603.60 | -280.43 | -383.53 | 103.10 | 1.16E-05 * | 1.13E-07 * | 48.079 | 200.364 | | |
| | 603.60 | 702.00 | -383.53 | -481.93 | 98.40 | 4.29E-06 * | 4.36E-08 * | 58.399 | 200.464 | | |
| | 700.50 | 803.00 | -480.43 | -582.93 | 102.50 | 5.45E-06 * | 5.32E-08 * | 68.087 | 200.444 | | |
| | 802.70 | 902.00 | -582.63 | -681.93 | 99.30 | 6.75E-04 * | 6.80E-06 * | 78.352 | 200.894 | | |
| 900.65 | 1011.80 | -680.58 | -791.73 | 111.15 | 7.70E-05 * | 6.93E-07 * | 88.398 | 203.404 | | | |
| MIU-2 | 45.00 | 102.00 | 178.76 | 121.76 | 57.00 | 4.28E-06 * | 7.51E-08 * | 2.294 | 201.695 | | |
| | 105.00 | 200.00 | 118.76 | 23.76 | 95.00 | 5.74E-06 * | 6.04E-08 * | 8.224 | 200.995 | | |
| | 393.50 | 500.00 | -169.75 | -276.25 | 106.50 | 3.84E-06 * | 3.61E-08 * | 37.423 | 204.485 | | |
| | 493.50 | 600.00 | -269.75 | -376.25 | 106.50 | 2.17E-06 * | 2.04E-08 * | 47.445 | 204.705 | | |
| | 595.00 | 700.00 | -371.25 | -476.25 | 105.00 | 1.24E-07 * | 1.18E-09 * | 57.641 | 205.165 | | |
| | 688.00 | 800.00 | -464.25 | -576.25 | 112.00 | 5.75E-06 ** | 5.13E-08 ** | 66.951 | 205.265 | | |
| | 796.00 | 900.00 | -572.25 | -676.25 | 104.00 | 4.30E-06 ** | 4.13E-08 ** | 77.812 | 205.875 | | |
| | 884.00 | 1012.00 | -660.25 | -788.25 | 128.00 | 5.76E-05 ** | 4.50E-07 ** | 89.753 | 237.285 | | |
| MIU-3 | 105.00 | 185.00 | 125.48 | 45.48 | 80.00 | 1.01E-07 ** | 1.26E-09 ** | 8.932 | 214.800 | | |
| | 185.00 | 320.00 | 45.48 | -89.52 | 135.00 | 2.63E-07 ** | 1.95E-09 ** | 16.872 | 214.200 | | |
| | 320.00 | 405.00 | -89.52 | -174.52 | 85.00 | 3.51E-08 *** | 4.13E-10 *** | 30.115 | 211.630 | | |
| | 410.00 | 495.00 | -179.52 | -264.52 | 85.00 | 1.20E-07 *** | 1.41E-09 *** | 39.134 | 211.820 | | |
| | 520.00 | 605.00 | -289.52 | -374.52 | 85.00 | 6.93E-08 *** | 8.15E-10 *** | 50.120 | 211.680 | | |
| | 605.00 | 690.00 | -374.52 | -459.52 | 85.00 | 3.25E-07 ** | 3.82E-09 ** | 58.870 | 214.180 | | |
| | 724.00 | 775.00 | -493.52 | -544.52 | 51.00 | 1.45E-06 ** | 2.84E-08 ** | 71.071 | 217.190 | | |
| | 777.20 | 832.20 | -546.72 | -601.72 | 55.00 | 2.37E-06 ** | 4.31E-08 ** | 76.387 | 217.150 | | |
| | 832.20 | 887.20 | -601.72 | -656.72 | 55.00 | 1.56E-07 ** | 2.84E-09 ** | 81.876 | 217.040 | | |
| | 889.00 | 944.00 | -658.52 | -713.52 | 55.00 | 5.87E-06 ** | 1.07E-07 ** | 87.922 | 220.700 | | |
| 949.00 | 1004.00 | -718.52 | -773.52 | 55.00 | 3.68E-06 ** | 6.69E-08 ** | 93.974 | 221.220 | | | |

算出方法

*:Jacob & Lohman matching

**Jacob

***Hvorslev

2.3 データの統計的解釈

データの統計的解釈を容易にするため、透水係数は、亀裂密度・亀裂開口幅と同一の地点における1m区切りのデータとして再整理した。また、透水係数については、地層区分をせずに全てのデータを使用した場合の頻度分布(all)、堆積岩のデータのみでの頻度分布(sed)、花崗岩のデータのみでの頻度分布(gra)についてそれぞれヒストグラムを作成した。

図2.3-1に示すように、それぞれの透水係数の頻度分布は対数正規分布に従っており、堆積岩および花崗岩とでその分布が異なっていることがわかる。

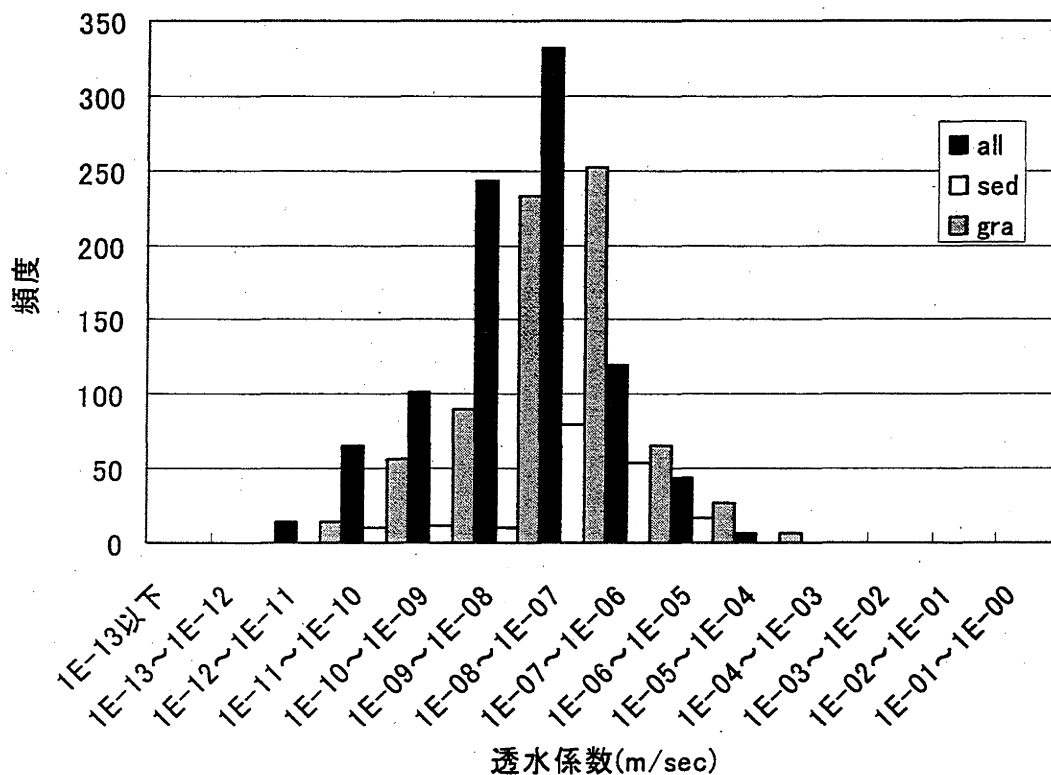


図 2.3-1 透水係数 (対数値) のヒストグラム

図 2.3-2 および図 2.3-3 には透水係数と亀裂密度および亀裂開口幅の関係をそれぞれ示す。これより、透水係数と亀裂密度および亀裂開口幅の間にはほとんど相関がないことがわかる。

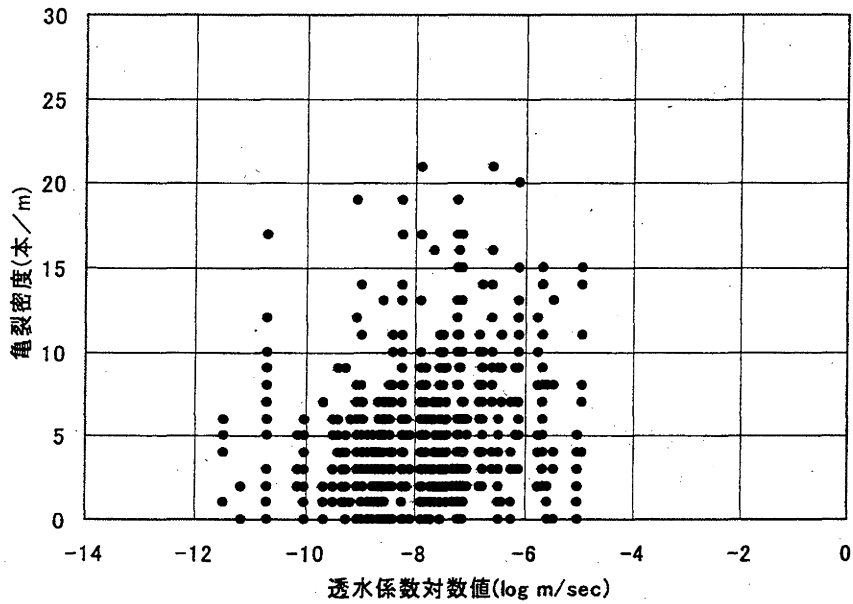


図 2.3-2 透水係数と亀裂密度の関係

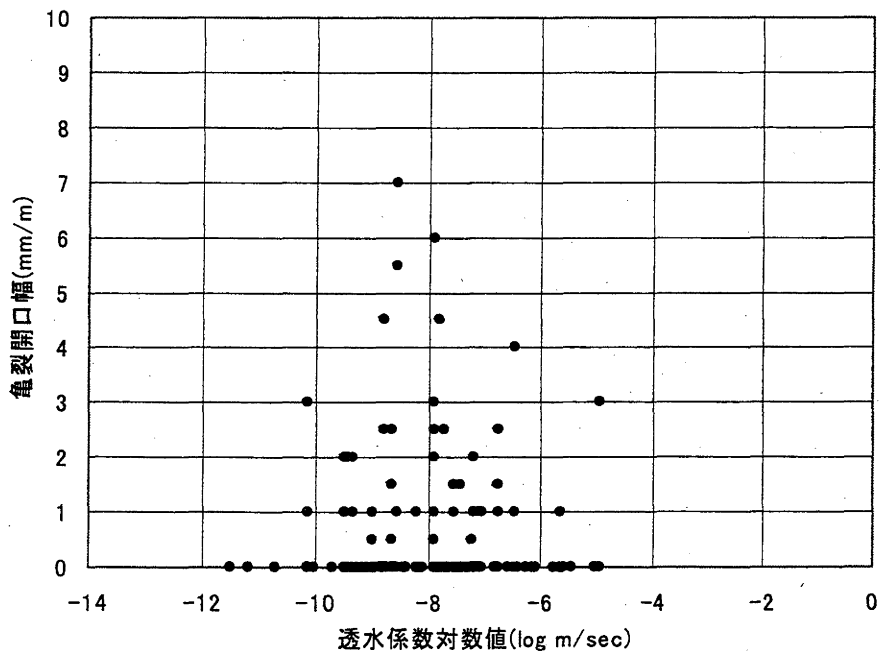


図 2.3-3 透水係数と亀裂開口幅の関係

3. 透水係数の設定方法の整理とその分散の定量化手法の検討

3. 1 空間データモデリング (間瀬・武田, 2001)

空間データとは、個々の値と並んでそれが観測された空間的位置情報が付け加わったデータを示す。空間データの統計的解析理論が「空間統計学(spatial statistics)」でありデータの持つ位置情報の解析を本質とする。空間データを取り扱う分野としては、生態学、天文学、統計物理学など広範囲に及び、その適用例としては、都市空間のパターン、メトロポリス法、ステレオロジ、ランダム集合、画像解析、リモートセンシング、環境データ、クリギングなど多種多様なものがある。

空間データのタイプをその数学的モデルの観点から整理すると、次のように大別できる

①ランダムな現象の生起位置と関連量

地震の震央とその規模、森林の樹木の位置とその樹高、生物の巣の位置と種類、星の位置とその天文学的特性量、都市の位置とその社会・経済的指標など。マークを欠く生起位置のみからなるデータも多い。

②図形・集合・テキスチャ・画像

鉱石、金属材料、地形・地層、解剖学・生理学的構造やさまざまな画像データ。3次元資料ではその断面から得られる低次元構造のデータが重要になる。

③離散・格子型データ

観測地点が格子点、もしくはグラフの頂点に限られるデータである。農業試験、気象観測(観測地点を格子状に配置)、区画毎に積算された観測量、結晶構造、デジタル画像など。

④連続確率場からのサンプリングデータ

連続空間の各点にランダム量に対応する連続確率場を、規則的もしくは不規則に選ばれた観測地点で観測して得られる。地質学のボーリングデータが一つの典型であり、そのものとしては離散・格子型データであるが、本来の関心は連続確率場にある。

MIU1~3孔から得られた透水係数、亀裂密度、亀裂開口幅は上記のタイプのうち、④連続確率場からのサンプリングデータと考えることができる。すなわち、個々の透水係数などのデータは離散的に得られているが、実際には連続関数が存在し、その連続関数を推定することで、未知の領域の透水係数などを推定することが可能となる。そのため、前節における透水係数などの統計的解釈が必要となる。

3. 2 地球統計法

空間データの統計的解析手法の総称として空間統計学 (spatial statistics) がある。空間統計学の歴史は古く、同様な意味を表す用語として、幾何統計学 (geometrical statistics), 確率幾何学 (stochastic geometry), 地球統計学 (geostatistics), 領域統計学 (regional statistics) などがある。それぞれの用語はそれらの学問が成立した背景により異なった呼び名になっている。

この中でも、地球統計学は 1950 年代初頭の鉱山業界において、鉱山資源埋蔵量の算出法を改善する目的で南アフリカの鉱山技師 D.KRIGE と統計学者 H.S.SICHEL によって考案され、今日までに急速な発展を見せている (Krige, 1952)。現在では、鉱山分野だけに留まらず、地質学、環境科学、水文学、気象学、森林学、水産学などにも広く応用されている。地球統計学の目的は、空間現象を連続空間確率場でモデル化し、規則的もしくは不規則的位置 (たとえばボーリング位置) で観測されたデータから、任意の位置での確率場の値を予測 (確率変数の値自身を知りたいから予測とよばれる) することにある。地球統計学的手法による空間予測を総称して「クリギング」とよぶ。

クリギング自体は、一種の観測データの荷重平均である。予測の前処理として、確率場の 2 次特性であるコバリオグラム、セミバリオグラムを全標本について推定する。これらの特性値は、目的変量の空間内での小規模変動 (small-scale variation) に関する情報を捉える道具で、平均 2 乗予測誤差の導出に用いられる。以下に提案されているクリギング法を示す。

- ① 単純クリギング (simple kriging) : 既知の期待値をもつ 2 次定常確率場に対する最良線形予測手法である。ある 1 点を予測することからポイントクリギングの 1 種類とされる。
- ② 通常クリギング (ordinary kriging) : 本質的定常性をもつ確率場に対する最良線形不偏予測手法である。これも、ある 1 点を予測することからポイントクリギングの 1 種類とされる。
- ③ ブロッククリギング (block kriging) : ある領域の平均値を予測する手法。対義語として点予測をするポイントクリギングがある。
- ④ 普遍クリギング (universal kriging) : 確率場の期待値が、既知の関数の線形結合の最良線形不偏予測手法。
- ⑤ 共クリギング (cokriging) : 共変量がある (変量が 2 つ以上ある) 場合の予測手法
- ⑥ 逐次非線形クリギング (disjunctive kriging) : データに対して正規直行系を用いた変換を行い解析する手法。
- ⑦ インディケータクリギング (indicator kriging) : 確率を求める解析手法。

以下に実際にクリギングを行う上で必要となる基本的な知識として、表記法、用語、バリオグラムの種類、推定値の分散、クリギングシステムの表示について列挙する。

3. 2. 1 表記法

① 共分散(covariance)

X, Y をランダム変数とすると, 変数(X,Y)の共分散は次式で表記される。

$$\text{COV}(X,Y)=E[(X-\bar{X})(Y-\bar{Y})] \quad (3.2-1)$$

ここで, \bar{X} , \bar{Y} はそれぞれランダム変数 X, Y の平均値である。なお, 共分散は下記のように表記されることもある。

$$\text{COV}(X,Y)=C(X,Y)=\sigma(X,Y)=\sigma_{xy} \quad (3.2-2)$$

② サンプル共分散(sample covariance)

ランダム変数の具体的な値を $\{X,Y\}=(x_1,y_1), (x_2,y_2), \dots, (x_n,y_n)$ とすると, サンプル共分散 $\text{cov}^*(X,Y)$ は次式であらわされる。

$$\text{cov}^*(X,Y)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y}) \quad (3.2-3)$$

③ バリオグラム(variogram)とセミバリオグラム(semi variogram)

いま, 任意の距離を h とすると, バリオグラムは以下の式で表される。

$$2\gamma(h)=2\gamma(x,x+h)=E\left[[Z(x)-Z(x+h)]^2\right] \quad (3.2-4)$$

なお, バリオグラムを $1/2$ したものをセミバリオグラムという。

④ 経験的バリオグラム(experimental variogram)

また, 経験的バリオグラムは, 以下の式で表される。

$$2\gamma^*(h)=\frac{1}{N(h)}\sum_{i=1}^{N(h)}[z(x_i)-z(x_i+h)]^2 \quad (3.2-5)$$

ここで, $N(h)$ は距離 h のサンプル値の組み合わせ数である。

⑤ 交差共分散(cross covariance)

変数 2 つ以上からある変数を推定するには交差共分散 $\text{COV}_{KL}(h)$ が必要になる。いま, 2 つのランダム関数を $Z_K(x), Z_L(x)$ とすると, $\text{COV}_{KL}(h)$ は以下の式で表される。

$$\text{COV}_{KL}(h)=E\{Z_K(x+h)\cdot Z_L(x)\}-m_K m_L \quad (3.2-6)$$

ただし, m_K , m_L はそれぞれランダム関数 $Z_K(x), Z_L(x)$ の平均値である。上式からわかるように, 交差共分散は, 距離の規準点(tail variable)と規準点から h だけ離れた点(head variable)のとり方によって値が変化する。そのため, 交差共分散を求める際には tail variable と head variable を何にするかが重要となり, これは後述するコクリギングを実施する際に必要となる。

⑥ 交差バリオグラム(cross covariogram)

交差共分散と同様に交差バリオグラムも次式により計算できる。

$$2\gamma_{KL}(h)=E\{[Z_K(x+h)-Z_K(x)][Z_L(x+h)-Z_L(x)]\} \quad (3.2-7)$$

3. 2. 2 用語

① 1次モーメント

1次モーメントとは、変数の1次式で表現される代表値であり、平均値が挙げられる。

② 2次モーメント

2次モーメントは、変数の2次式で表現される代表値であり、分散、共分散、バリオグラムが挙げられる。

③ 二次安定性

あるランダム変数に対して1次モーメント、2次モーメントが常に存在する場合、「ランダム変数が2次安定性である」と表現する。これは、バリオグラムなどの代表値が h のみに依存し、その位置には依存しないという「Intrinsic 仮説」が導入されていることによる。Intrinsic 仮説はクリギングを行う上で最も重要な仮説である。2次安定性の場合、共分散とバリオグラムの間には次式が成立する。

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} E[(z(x+h) - z(x))^2] = \text{cov}(0) - \text{cov}(h) \quad (3.2-8)$$

つまり、2次安定性のもとでは、バリオグラムと共分散は換算可能な代表値として取り扱うことができる。

3. 2. 3 バリオグラムのモデル化

実測値から算出した経験的バリオグラムをもとにバリオグラムモデルを決定する。以下にバリオグラムモデルを列挙する。

① 球モデル

$$\begin{aligned} \gamma(h) &= c \left[\frac{2h}{3a} - \frac{1}{2} \frac{h^3}{a^3} \right] + C_0 & : h \leq a \\ \gamma(h) &= c & : h \geq a \\ \gamma(h) &= 0 & : h = 0 \end{aligned} \quad (3.2-9)$$

ここで、 a は影響範囲（レンジ）、 c は c パラメータ、 C_0 はナゲット効果、 $c+C_0$ はシルと呼ばれる値である。

② 対数モデル

$$\gamma(h) = A \ln(h) + B \quad (3.2-10)$$

ここで、 A, B は定数である。

③ 線形モデル

$$\gamma(h) = Ah + B \quad (3.2-11)$$

④ 指数モデル

$$\gamma(h) = C_0 + c \left[1 + \exp\left(-\frac{|h|}{a}\right) \right] \quad (3.2-12)$$

⑤ Hole Effect モデル

$$\gamma(h) = c \left(1 - \frac{\sin ah}{ah} \right) \quad (3.2-13)$$

3. 2. 4 推定値の分散

推定値の分散はクリギングの基本的な概念であり、クリギングは推定値の分散を求める式から誘導された式を利用している。

$Z(x)$ を2次安定性のランダム関数であるとする。すなわち、期待値、共分散、バリオグラムが存在する。このとき、 K 個の未知の値 $\{z(x_k), k=1 \sim K\}$ の算術平均値 z_k は以下の式で表される。

$$z_k = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K z(x_k) \quad (3.2-14)$$

z_k^* を n 個のデータ値 $\{z(x_i), i=1 \sim n\}$ の算術平均値として、 z_k^* を z_k の線形推定パラメータとする。

$$z_k^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z(x_i) \quad (3.2-15)$$

z_k^* はランダム変数 Z_k^* の特定の実現と解釈され、未知の誤差 $z_k - z_k^*$ はランダム関数 $Z_k - Z_k^*$ の特定の実現であると解釈できる。2次安定性のもとでは、次の関係が成り立つ。

$$E\{Z_k\} = \frac{1}{K} \sum_k E\{Z(x_k)\} = m \quad (3.2-16)$$

$$E\{Z_k^*\} = \frac{1}{n} \sum_i E\{Z(x_i)\} = m \quad (3.2-17)$$

すなわち、以下のようになる。

$$E\{Z_k - Z_k^*\} = 0 \quad (3.2-18)$$

推定値の分散は次式で表示される。

$$\sigma_E^2 = E\left[(Z_k - Z_k^*)^2 \right] = E\{Z_k^2\} + E\{Z_k^{*2}\} - 2E\{Z_k Z_k^*\} \quad (3.2-19)$$

上式の各項は以下のようになる。

$$E\{Z_k^2\} = \frac{1}{K} \sum_K \sum_{K'} E\{Z(x_k)Z(x_{k'})\} = \frac{1}{K^2} \sum_K \sum_{K'} [C(x_k - x_{k'}) + m^2] \quad (3.2-20)$$

$$E\{Z_k^{*2}\} = \frac{1}{n^2} \sum_i \sum_j [C(x_i - x_j) + m^2] \quad (3.2-21)$$

$$E\{Z_k Z_k^*\} = \frac{1}{Kn} \sum_i \sum_j [C(x_k - x_i) + m^2] \quad (3.2-22)$$

式(3.2-20)～式(3.2-22)を式(3.2-19)に代入すると次式のようになる。

$$\sigma_E^2 = E\left[\left[Z_K - Z_K^* \right]^2 \right] = \frac{1}{K^2} \sum_k \sum_{k'} C(x_k - x_{k'}) + \frac{1}{n^2} \sum_i \sum_j C(x_i - x_j) - \frac{2}{Kn} \sum_k \sum_i C(x_k - x_i) \quad (3.2-23)$$

次に、 $\bar{C}((K), (n))$ を一方の端が集合 $\{x_k, k=1 \sim K\}$ に属し、他の端がもう一つの集合 $\{x_i, i=1 \sim n\}$ に属するベクトル \mathbf{h} の共分散 $C(\mathbf{h})$ の平均値とすると、

$$\bar{C}((K), (n)) = \frac{1}{Kn} \sum_{k \in (k)} \sum_{i \in (n)} C(x_k - x_i) \quad (3.2-24)$$

と書ける。したがって、式(3.2-23)は、次の式に変形され、推定値の分散が算出できる。

$$\sigma_E^2 = \bar{C}((K), (K)) + \bar{C}((n), (n)) - 2\bar{C}((K), (n)) \quad (3.2-25)$$

3. 2. 5 クリギングシステムの表示

クリギングの推定パラメータを Z_K^* とし、 Z_K^* を次式で与える。

$$Z_K^* = \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} Z_{\alpha} \quad (3.2-26)$$

ただし、 Z_{α} はサンプル値、 λ_{α} は重み係数とする。すなわち、クリギングでは、特定のサンプル集団 Z_{α} ($\alpha=1, \dots, n$) を利用して特定の点またはブロックの最適値を推定する方法といえる。推定パラメータ Z_K^* のことを“最善線形推定パラメータ”BLUE(Best Linear Unbiased Estimator)と呼んでいる。クリギングでは、 Z_K^* の推定値が統計的に最も誤差の少ない値となるような重み係数を決定している。すなわちクリギングとは重み係数の決定法である。

$Z(\mathbf{x})$ を対象とするランダム関数として、二次安定性であるとする、期待値、共分散、バリオグラムが存在する。ここで、ある領域を V とすると、対象領域の平均値は次式で与えられる。

$$Z = \frac{1}{V} \int_V Z(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (3.2-27)$$

次に、サンプル集合 Z_{α} は一連のサンプル値からなるとする。さらに、 Z_{α} はポイントサンプルであるか、またはその中心点を x_{α} 、その支点の領域を v_{α} で定義されるサンプルであるとする。2次安定性の仮説のもとでは、サンプル集団にも期待値が存在し、 $E\{Z_{\alpha}\} = m$ である。ここで、線形推定パラメータを $Z_K^* = \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} Z_{\alpha}$ とすると、 Z_V と Z_K^* との誤差は、 $\sigma_E = [Z_V - Z_K^*]$ となり、 σ_E が最小になるような λ_{α} を決定すれば、 Z_K^* は Z_V の最も最適な推定値となる。実際の計算の際には、 $\sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} = 1$ になるように重み係数を算出する。

一方、推定分散は前述したように次式で表される。

$$\sigma_E^2 = E\left[\left[Z_V - Z_K^* \right]^2 \right] = E\{Z_V^2\} + E\{Z_K^{*2}\} - 2E\{Z_V Z_K^*\} \quad (3.2-28)$$

上記の式の各項は線形推定パラメータを用いると次のように表せる。

$$E\{Z_V^2\} = \frac{1}{V^2} \int_V dx \int_V E\{Z(x)Z(x')\}dx' = \bar{C}(V, V) + m^2 \quad (3.2-29)$$

$$E\{Z_V Z_K^*\} = \sum_{\alpha} \lambda_{\alpha} \frac{1}{V v_{\alpha}} \int_V dx \int_{v_{\alpha}} E\{Z(x)Z(x')\}dx' = \sum_{\alpha} \lambda_{\alpha} \bar{C}(V, v_{\alpha}) + m^2 \quad (3.2-30)$$

$$E\{Z_K^{*2}\} = \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \lambda_{\alpha} \lambda_{\beta} \frac{1}{v_{\alpha} v_{\beta}} \int_{v_{\alpha}} dx \int_{v_{\beta}} E\{Z(x)Z(x')\}dx' = \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \lambda_{\alpha} \lambda_{\beta} \bar{C}(v_{\alpha}, v_{\beta}) + m^2 \quad (3.2-31)$$

したがって、式(3.2-27)は以下のようになる。

$$\sigma_E^2 = E\left\{ \left[Z_V - Z_K^* \right]^2 \right\} = \bar{C}(V, V) - 2 \sum_{\alpha} \lambda_{\alpha} \bar{C}(V, v_{\alpha}) + \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \lambda_{\alpha} \lambda_{\beta} \bar{C}(v_{\alpha}, v_{\beta}) \quad (3.2-32)$$

ここで、 σ_E^2 の値を最小にすることを考える。 $\bar{C}(V, V)$, $\bar{C}(V, v_{\alpha})$, $\bar{C}(v_{\alpha}, v_{\beta})$ は、サンプル点および予測点の形状に依存しているため、重み係数 λ_{α} に無関係の一定値となっている。したがって、重み係数 λ_{α} を変数とみなして λ_{α} で σ_E^2 を微分すれば、 σ_E^2 を最小にするような λ_{α} を決定することができる。ここで、 $\sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} = 1$ という制約があり、このような場合 Lagrange の原理を利用する必要がある。Lagrange のパラメータを μ とし、 $Q = \sigma_E^2$, $F = Q - 2\mu C$ (ただし、 $C = \sum_{\alpha} \lambda_{\alpha} - 1$) とすると、 F を最小にする λ_{α} , μ を決定することが可能となる。

$$F = Q - 2\mu C = \bar{C}(V, V) - 2 \sum_{\alpha} \lambda_{\alpha} \bar{C}(V, v_{\alpha}) + \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \lambda_{\alpha} \lambda_{\beta} \bar{C}(v_{\alpha}, v_{\beta}) - 2\mu \left(\sum_{\alpha} \lambda_{\alpha} - 1 \right) \quad (3.2-33)$$

F を変数 λ_{α} , μ それぞれで微分して0とおくと、 F は次のようなときに最小となる。

$$\begin{aligned} \sum_{\beta=1}^n \lambda_{\beta} \bar{C}(v_{\alpha}, v_{\beta}) - \mu &= \bar{C}(v_{\alpha}, V) & \forall \alpha = 1 \sim n \\ \sum_{\beta=1}^n \lambda_{\beta} &= 1 \end{aligned} \quad (3.2-34)$$

上式は、変数が $n+1$ 個からなる $n+1$ 個の式を意味している。上式のことをクリギングシステムと呼んでいる。このときのクリギング分散は以下のように表される。

$$\sigma_E^2 = E\left\{ \left[Z_V - Z_K^* \right]^2 \right\} = \bar{C}(V, V) + \mu - \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} \bar{C}(V, v_{\alpha}) \quad (3.2-35)$$

なお、クリギングシステムを行列表示すると以下のようになる。

$$[K][\lambda] = [M] \quad (3.2-36)$$

$$[\lambda] = [K]^{-1}[M] \quad (3.2-37)$$

ただし、

$$[\lambda] = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_\alpha \\ \vdots \\ \lambda_n \\ -\mu \end{bmatrix}, \quad [M] = \begin{bmatrix} \bar{C}(v_1, V) \\ \bar{C}(v_2, V) \\ \vdots \\ \bar{C}(v_\alpha, V) \\ \vdots \\ \bar{C}(v_n, V) \\ 1 \end{bmatrix}, \quad K = \begin{bmatrix} \bar{C}(v_1, v_1) & \cdots & \bar{C}(v_1, v_\beta) & \cdots & \bar{C}(v_1, v_n) & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \bar{C}(v_\beta, v_1) & \cdots & \bar{C}(v_\beta, v_\beta) & \cdots & \bar{C}(v_\beta, v_n) & 1 \\ \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \bar{C}(v_n, v_1) & \cdots & \bar{C}(v_n, v_\beta) & & \bar{C}(v_n, v_n) & 1 \\ 1 & \cdots & 1 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.2-38)$$

本研究でのクリギングに際しては、オープンソースである GSLIB(Clayton and André, 1998)を使用した。GSLIB の使用に際しての入力フォーマットについては参考文献を参照されたい。

なお、今回作成したプログラムでは、GSLIB をプログラム中に組み込んでおり、解析条件等の入力はインターフェースにより行うことができる。

3. 3 鉛直二次元断面での透水係数設定の事例検討

3. 3. 1 空間的相関無しの場合

ここでは、個々のサンプル値である透水係数の相関が無い場合について領域全体（もしくは一部分）の平均値・分散を推定した。推定する領域は、解析領域全体(all)、堆積岩のみ(sed)、花崗岩のみ(gra)の3種類とした。推定に際しては、算術平均値、対数平均値、幾何平均値について検討した。以下に算術平均値(A_A)、対数平均値(A_L)、幾何平均値(A_M)の定義を示す。

$$A_A = \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N x_i \right) \tag{3.3-1}$$

$$A_L = \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N \log x_i \right) \tag{3.3-2}$$

$$A_M = \left(\prod_{i=1}^N x_i \right)^{\frac{1}{N}} \tag{3.3-3}$$

ここで、Nはサンプル数、x_iはサンプル値である。

なお、式(3.3-3)の幾何平均値について、両辺の対数をとると次式のようにになる。

$$\log A_M = \log \left(\prod_{i=1}^N x_i \right)^{\frac{1}{N}} = \frac{1}{N} \log \left(\prod_{i=1}^N x_i \right) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \log x_i \tag{3.3-4}$$

すなわち、幾何平均値は対数平均値を実数表示(10^{^(対数平均値)})したものと等しくなる。また、幾何分散値は、10^{^(対数平均±対数分散)}となり、対数平均値の値に依存した値となるため、ここでは計算を省略した。透水場設定における幾何平均値での検討は対数平均値での検討と同様なものとなるため、以降の検討では幾何平均値は取り扱わないこととした。表 3.3-1 にそれぞれの平均値の算出結果を示す。

表 3.3-1 透水係数の平均・分散値

| | 算術平均 [m/sec] | 算術分散 [(m/sec) ²] | 対数平均 [log m/sec] | 対数分散 [(log m/sec) ²] | 幾何平均 [m/sec] | 幾何分散 [(log m/sec) ²] |
|--------|-----------------|---------------------------------|---------------------|-------------------------------------|-----------------|-------------------------------------|
| 解析領域全体 | 3.04E-07 | 1.26E-06 | -7.98 | 1.25 | 1.04E-08 | - |
| 堆積岩のみ | 3.85E-07 | 7.69E-07 | -7.27 | 1.20 | 5.38E-08 | - |
| 花崗岩のみ | 2.84E-07 | 1.35E-06 | -8.16 | 1.20 | 6.94E-09 | - |

3. 3. 2 空間的相関有りの場合

ここでは、個々のサンプル値である透水係数の相関が有る場合の解析例として、クリギングによる空間データモデリングを行った。解析手順としては(1)バリオグラムの算出とバリオグラムモデル各定数の導出、(2)クリギングによる空間モデリングに分けられる。また、ここでは、①解析領域を一つの確率場とした解析、②各地層で異なる確率場とした解析の2種類について透水場を設定した。なお、前章での検討より、透水係数と亀裂密度等の間にはほぼ相関がなかったことから、ここでは亀裂密度等を第2変数とした透水場設定は実施しなかった。

(1) バリオグラムの算出とバリオグラムモデル各定数の導出

バリオグラムとして表 3.3-2 に示すような Head variable と Tail variable (3.2 地球統計法参照) を設定した。なお、バリオグラムの算出には GSLIB のコード gamv を使用した。

表 3.3-2 バリオグラム算出ケース

| ケース名 | | Head variable | Tail variable |
|--------|-----------|---------------|---------------|
| All-PP | 解析領域 | 第1変数：透水係数の対数値 | 第1変数：透水係数の対数値 |
| All-PS | 全体 | 第1変数：透水係数の対数値 | 第2変数：亀裂密度 |
| All-SS | | 第2変数：亀裂密度 | 第2変数：亀裂密度 |
| Sed-PP | 堆積岩の み | 第1変数：透水係数の対数値 | 第1変数：透水係数の対数値 |
| Sed-PS | | 第1変数：透水係数の対数値 | 第2変数：亀裂密度 |
| Sed-SS | | 第2変数：亀裂密度 | 第2変数：亀裂密度 |
| Gra-PP | 花崗岩の み | 第1変数：透水係数の対数値 | 第1変数：透水係数の対数値 |
| Gra-PS | | 第1変数：透水係数の対数値 | 第2変数：亀裂密度 |
| Gra-SS | | 第2変数：亀裂密度 | 第2変数：亀裂密度 |

図 3.3-1～図 3.3-9 にバリオグラム算出結果を示す。バリオグラムはクリギングで一般によく用いられる球モデルと仮定した。なお、Sed-PP, Sed-PS, Sed-SS で距離が約 50m 以上になると値が小さくなるのは距離約 50m 以上のデータが存在しないためである。

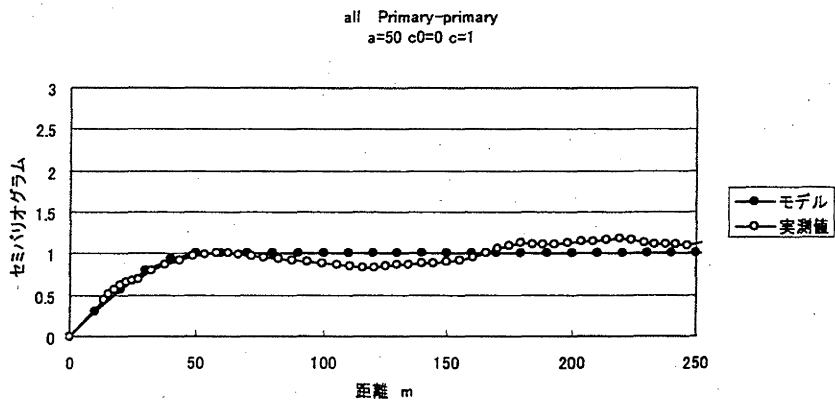


図 3.3-1 バリオグラム算出結果 All-PP

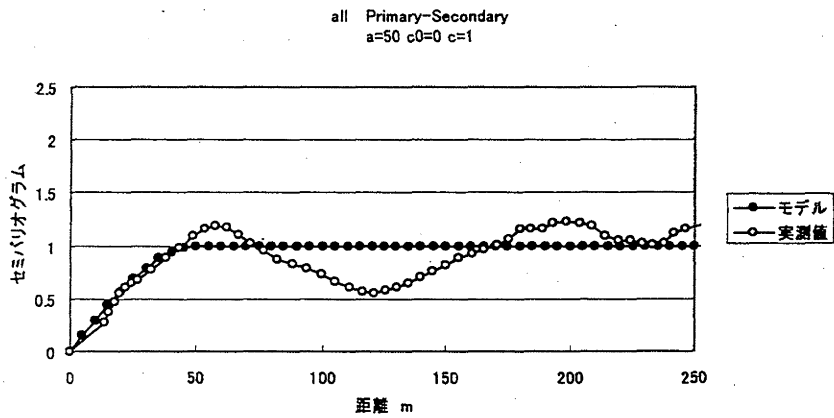


図 3.3-2 バリオグラム算出結果 All-PS

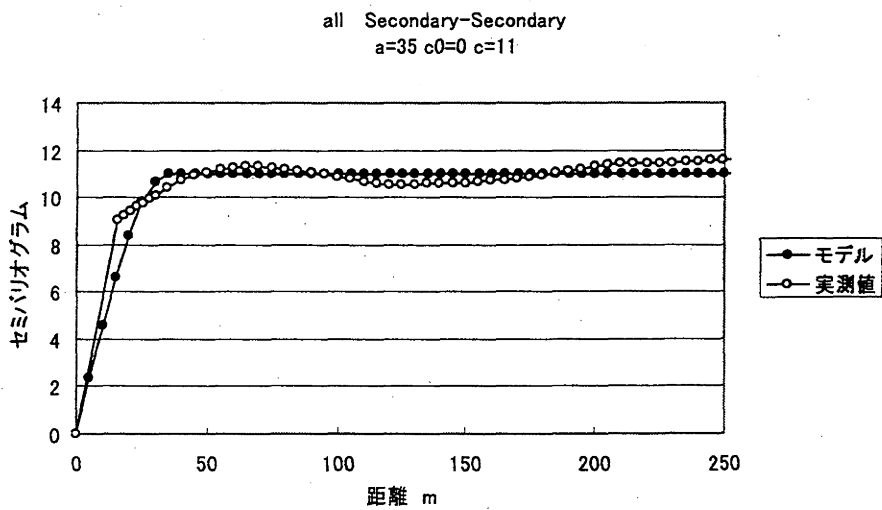


図 3.3-3 バリオグラム算出結果 All-SS

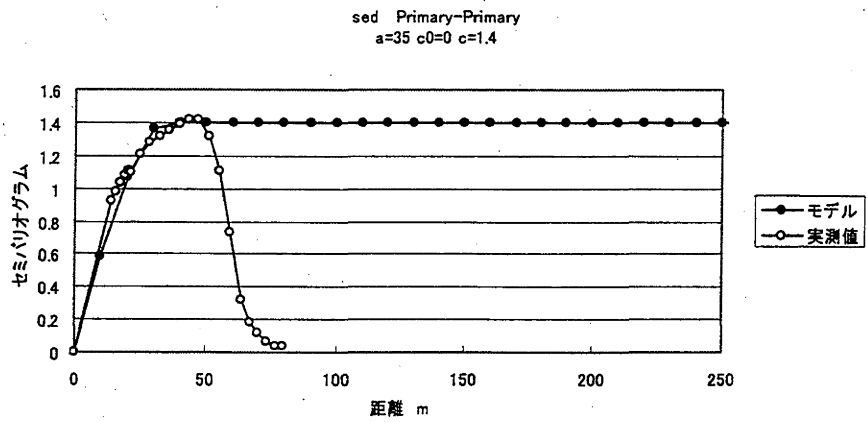


図 3.3-4 バリオグラム算出結果 Sed-PP

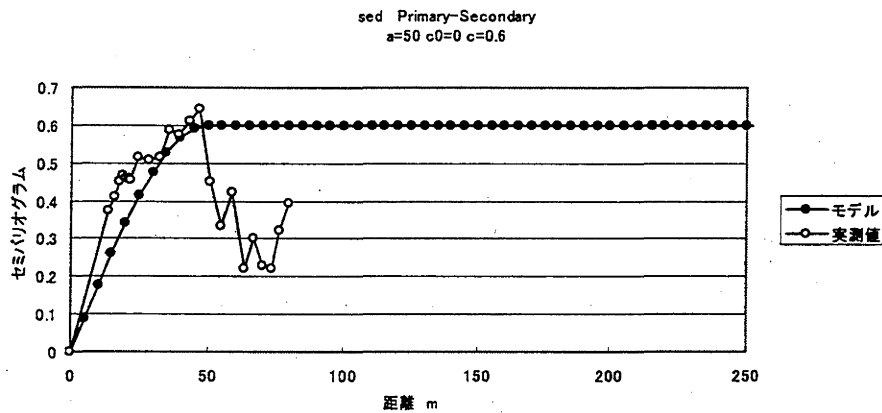


図 3.3-5 バリオグラム算出結果 Sed-PS

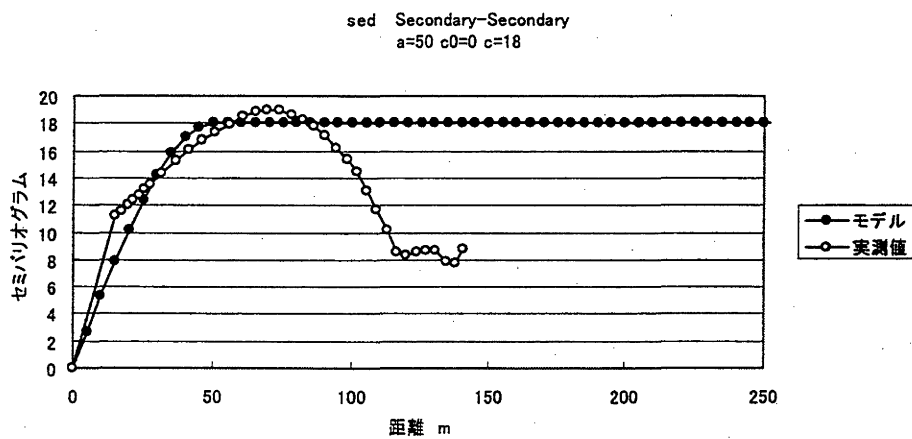


図 3.3-6 バリオグラム算出結果 Sed-SS

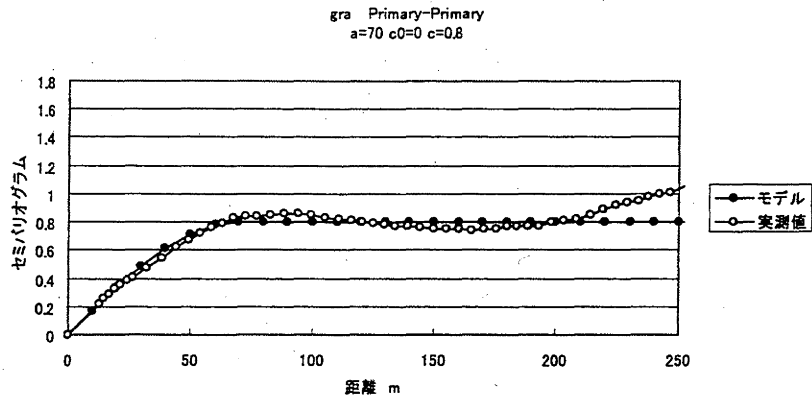


図 3.3-7 バリオグラム算出結果 Gra-PP

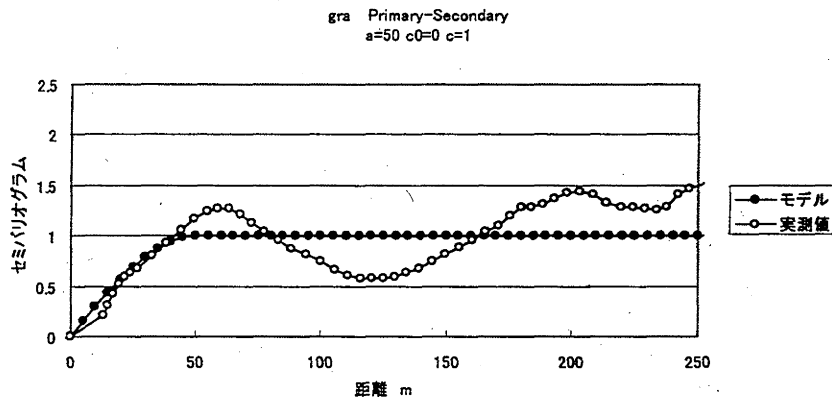


図 3.3-8 バリオグラム算出結果 Gra-PS

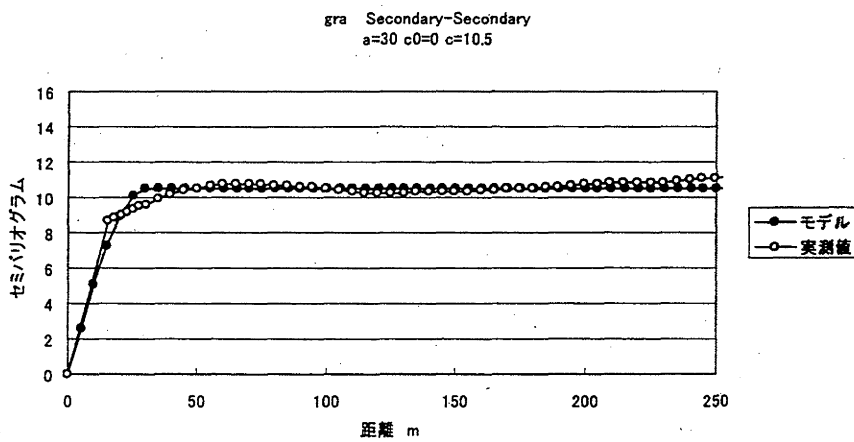


図 3.3-9 バリオグラム算出結果 Gra-SS

表 3.3-3 には、バリオグラムを球モデルとした場合の各定数をまとめて示している。

表 3.3-3 バリオグラムの各定数

| ケース名 | レンジ a[m] | ナゲット効果 C_0 [(log m) ²] | c パラメータ c [(log m) ²] | シル C_0+c [(log m) ²] |
|--------|-------------|---|--------------------------------------|---------------------------------------|
| All-PP | 50 | 0 | 1 | 1 |
| All-PS | 50 | 0 | 1 | 1 |
| All-SS | 35 | 0 | 11 | 11 |
| Sed-PP | 35 | 0 | 1.4 | 1.4 |
| Sed-PS | 50 | 0 | 0.6 | 0.6 |
| Sed-SS | 50 | 0 | 18 | 18 |
| Gra-PP | 70 | 0 | 0.8 | 0.8 |
| Gra-PS | 50 | 0 | 1 | 1 |
| Gra-SS | 30 | 0 | 10.5 | 10.5 |

上表より、透水係数の影響範囲（レンジ）は Sed-PP では 35m だが、Gra-PP では 70m と大きくなっていることがわかる。このことから、堆積岩よりも花崗岩の方がより遠くまで透水経路が広がっている可能性があると考えられる。また、ナゲット効果は全て 0 となった。本検討では透水係数、亀裂密度ともに全てのデータを単位孔長 1m で整理したため、データ間が極近傍の場合はセミバリオグラムが 0 になったのではないかと考えられる。

なお、前章での検討（2.3 データの統計的解釈参照）より、透水係数と亀裂密度はほとんど相関がなかったことから、変数に亀裂密度を含むケース (All-PS, All-SS, Sed-PS, Sed-SS, Gra-PS, Gra-SS) については、参考的なデータであると考えられる。

