

ガス巻き込み現象数値解析に関する研究

(核燃料サイクル開発機構 契約業務報告書)

(研究報告)

2004年2月

財団法人 電力中央研究所

本資料の全部または一部を複写・複製・転載する場合は、下記にお問い合わせください。

〒319-1184 茨城県那珂郡東海村村松4番地49
核燃料サイクル開発機構
技術展開部 技術協力課
電話：029-282-1122 (代表)
ファックス：029-282-7980
電子メール：jserv@jnc.go.jp

Inquiries about copyright and reproduction should be addressed to :
Technical Cooperation Section,
Technology Management Division ,
Japan Nuclear Cycle Development Institute
4-49 Muramatsu , Tokai-mura , Naka-gun , Ibaraki 319-1184 ,
Japan

© 核燃料サイクル開発機構
(Japan Nuclear Cycle Development Institute)
2004

ガス巻き込み現象数値解析に関する研究

江口 譲*

要 旨

本研究では、ナトリウム冷却高速炉の炉容器内自由液面（自由表面）からのカバーガス巻き込み現象評価に適切な数値解析モデルを調査した。特に、液体ナトリウム/アルゴンガスの気液界面におけるガス巻き込み現象を数理的に記述する方程式・境界条件の分析、自由表面・壁・出口などの境界条件の取り扱い、弱形式に基づく乱流モデル、解析結果の評価方法について調査を行った。これに基づき実機複雑流路形状への適用性および現象再現性が高いと考えられる有限要素法乱流解析モデルを構築した。この数値解析モデルの主な仕様は以下の通りである。

基礎方程式	非定常3次元 Navier-Stokes 方程式および質量保存式
乱流モデル	弱形式シングルスケール LES モデル(Smagorinsky モデル)
空間離散化	有限要素法
時間積分法	予測子/多重修正子法
振動抑制技法	圧力ジャンプ法および静水圧モード抑制法
メモリ節約技法	離散ナブラ法

本数値解析モデルのカバーガス巻き込み現象への適用性を評価するために、円筒内ガス巻き込み実験のベンチマーク解析を実施し、以下の結果を得た。

- (1) 本解析モデルはベンチマーク問題の流れの全体流況（渦周辺の流速分布）を概ね再現できる。
- (2) しかしながら、本解析で用いたメッシュ分割では空間解像が十分ではないため、渦中心のシャープな渦構造は捕らえられていない。
- (3) 渦の大きさや強度を評価することを目的に、自由表面での流速の発散・渦度・圧力・速度勾配第2不変量を算出した。この内、速度勾配第2不変量は渦の大きさの評価に利用できる可能性がある。

実用的な解析では渦の位置を予め知ることや渦のみを細かいメッシュで分割することは困難なので、流れの全体流況（渦周辺の流速分布）から渦の大きさや強度を推定する手段の開発が必要であるが、渦の大きさについては速度勾配第2不変量を利用できる可能性があるため、今後は渦の強度を定量化する方法を検討する必要があると考えられる。

* (財) 電力中央研究所

Study on CFD Approach for Gas Entrainment Phenomenon

Yuzuru EGUCHI¹

ABSTRACT

Numerical modelling methods are reviewed to identify suitable schemes for the prediction or evaluation of gas entrainment phenomena in an upper plenum of a sodium-cooled fast breeder reactor (FBR). First, basic equations and boundary conditions for the gas entrainment phenomena are analyzed to identify the non-dimensional numbers and their relation. Numerical treatments of wall, inlet and outlet are reviewed, while variational turbulence modelling and vortex identification methods are reviewed also. Based on these review results, a possibly suitable numerical scheme is formulated as follows for practical and accurate evaluation of the gas entrainment in a sodium-cooled FBR.

basic equations: 3D unsteady Navier-Stokes eq. / mass conservation eq.

turbulence model: variational single-scale LES model (Smagorinsky model)

space discretization: finite element method

time-integration method: predictor multi-corrector method

pressure stabilization method: global pressure jump method

hydrostatic pressure mode suppression method

matrix evaluation method: discrete nabla (∇) method

To evaluate the selected numerical schemes, a benchmark problem of a gas entrainment swirl flow in a cylindrical vessel was solved with the method. The numerical results indicate that,

- (1) the method is able to yield plausible flow field over the whole domain except vortex core,
- (2) relatively coarse mesh allocated for the core region is responsible for the inaccuracy, and
- (3) the negative region of the second invariant of velocity gradient matches well with the vortex core observed in the experiment, though the others quantities examined (divergence of free surface velocity, free surface vorticity and free surface pressure) are less useful for vortex identification.

Since it may be very difficult to identify vortex region *a priori* and/or to adapt fine mesh only on the vortex core in practical computation, we need to some tool to guess the vortex size and vortex intensity based on the solutions obtained with a practical mesh. The second invariant of velocity gradient may be useful to measure the vortex size, and we need to explore a suitable quantity to measure the vortex intensity in a subsequent study.

1: CRIEPI (The Central Research Institute of Electric Power Industry)

< 目 次 >

要旨	i
図表リスト	iv
記号表	v
第1章 緒言	1
1.1 研究の背景と目的	1
1.2 本報告書の範囲	1
第2章 解析モデルの調査および構築	2
2.1 ガス巻込み現象の支配式	2
2.1.1 基礎方程式と境界条件	2
2.1.2 無次元数とその相関	3
2.2 空間平均化による乱流モデリング	4
2.2.1 従来型 LES 乱流モデル	4
2.2.2 弱形式を利用した単一スケール乱流モデル	9
2.2.3 弱形式を利用したマルチスケール乱流モデル	10
2.3 境界条件のモデル化	14
2.3.1 壁のモデル化	14
2.3.2 入口のモデル化	16
2.3.3 出口のモデル化	17
2.3.4 自由表面のモデル化	19
2.4 解析モデルの構築	20
2.4.1 モデル選定	20
2.4.2 数値解析法	21
2.4.3 解析結果の評価方法	25
第3章 ベンチマーク問題による検証解析	28
3.1 解析条件	28
3.2 解析結果	28
3.3 考察	29
3.3.1 自由表面流速の発散	29
3.3.2 自由表面での渦度	29
3.3.3 自由表面での圧力	30
3.3.4 速度勾配第2不変量	30
第4章 結言	31
参考文献	32
付録 解析データ集	

図表リスト

第1章

図 1.1	支配方程式・境界条件と無次元数の関連	41
-------	--------------------	----

第2章

表 2.1	解析モデルの基本仕様	42
図 2.1(a)	シングルスケール・モデル LES 解析でのエネルギー収支	43
図 2.1(b)	マルチスケール・モデル LES 解析でのエネルギー収支	44
図 2.2	2 自由度および 1 自由度のスリップ条件	45
図 2.3	自由表面での四角形要素の計量関係	46

第3章

表 3.1	解析条件	47
図 3.1	ベンチマーク問題の仕様 (JNC より提示)	48
図 3.2	解析モデルと有限要素分割	49
図 3.3	自由表面流速ベクトル (11 節点ごとに表示)	50
図 3.4	$x=0$ および $y=0$ 断面での流速ベクトル	51
図 3.5	$z=0.15$ 断面での流速ベクトル (3 節点ごとに表示)	52
図 3.6(a)	$z=0.15$ 、 $x=0.0075$ 断面での周方向流速	53
図 3.6(b)	$z=0.15$ 、 $y=-0.004$ 断面での周方向流速	54
図 3.7(a)	$z=0.15$ 、 $x=0.0075$ 断面での下降流速	55
図 3.7(b)	$z=0.15$ 、 $y=-0.004$ 断面での下降流速	56
図 3.8	自由表面流速の発散 (逆符号をとったもの)	57
図 3.9	自由表面での渦度 (z 成分)	58
図 3.10	自由表面での圧力	59
図 3.11	自由表面での第 2 不変量	60

記号表

		[MKS 単位]
C_s	: Smagorinsky 定数	[-]
g	: 重力加速度	[m/sec ²]
h	: 自由表面 (液面) 高さ	[m]
$G(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$: 点 \mathbf{x} におけるフィルター関数	[-]
n_i	: 外向きの単位法線成分	[-]
p	: 密度で除した圧力	[m ² /sec ²]
S_{ij}	: ひずみ速度テンソル	[1/sec]
t	: 時刻	[sec]
\overline{T}_{ij}	: 密度で除した SGS 応力テンソル	[m ² /sec ²]
u_i	: 速度	[m/sec]
w_k	: Navier-Stoke 式に対する重み関数	[-]
q	: 非圧縮条件に対する重み関数	[-]
x_i	: 座標	[m]
ギリシャ文字		
δ_{ij}	: Kronecker のデルタ	[-]
Δ	: フィルター幅	[m]
κ	: 曲率	[1/m]
ξ	: 壁面近傍補正関数	[-]
ν	: 流体 (液体ナトリウム) の動粘性係数	[m ² /sec]
ν_{SGS}	: SGS 粘性	[m ² /sec]
τ_i	: 密度で除した応力ベクトル	[m ² /sec ²]
χ_i	: 密度で除した擬似応力ベクトル	[m ² /sec ²]
ρ	: 流体 (液体ナトリウム) の密度	[kg/m ³]
σ	: 表面張力係数	[N/m]
Γ	: 流体境界	
Ω	: 流体領域	
演算子など		
$(\bar{\quad})$: 空間平均量 または 大スケール量	
(\sim)	: 小スケール量	
$(\hat{\quad})$: 解像不可量	
$(\dot{\quad})$ または $(\quad)_t$: 時間偏微分	
$(\quad)_i$: 空間偏微分	
添え字		
i, j, k など	: 座標軸方向	

第1章 緒言

1.1 研究の背景と目的

核燃料サイクル開発機構では、高速炉の実用化に向けての実用化戦略調査研究を実施しており、様々なプラント候補概念を検討している。これらの概念候補のうちナトリウム冷却炉の設計研究では、従来設計に比べて原子炉容器のコンパクト化が進められているため、冷却材流速の増大による自由液面（自由表面）からのカバーガスの巻き込みが、プラント成立性を評価する上での重要な事象となっている⁽¹⁾。

本研究は、ナトリウム冷却高速炉の炉容器内自由表面からのカバーガス巻き込み現象を評価するための数値解析手法を構築するとともに、ベンチマーク解析を実施しその適用性を確認することを目的とする。特に、実プラントの複雑流路形状への適用性が高い有限要素法に注目し、乱流モデルとの相性・現象再現性を評価し、ガス巻き込み判定手法に適用可能な数値解析手法を探索する。

1.2 本報告書の範囲

1.2.1 解析モデルの調査および構築

液体ナトリウム/アルゴンガスの気液界面におけるガス巻き込み現象を数理的に記述する方程式・境界条件を分析するとともに、メカニズムの解明やその発生条件の評価に適用できる解析モデルを調査する。特に、自由表面・壁・出口などの境界条件の取り扱いや弱形式マルチスケール法（VMS 法）などの乱流モデルについて有限要素法を中心として調査を行う。この調査結果をもとに現状の数値解析技術/計算機環境で実現可能と考えられるガス巻き込み発生評価用の解析モデルを構築する。

1.2.2 ベンチマーク問題による検証解析

1.2.1 で構築した解析手法を用いて、核燃料サイクル開発機構により提示されたベンチマーク問題の解析を実施する。この結果により解析手法の検証を行なうとともに、モデルの精度評価・利点や欠点などの分析を行う。また、解析メッシュ設定や境界条件など、ガス巻き込み現象解析に適切な解析条件について考察する。

第2章 解析モデルの調査および構築

2.1 ガス巻き込み現象の支配式

本節では、上部にアルゴンガス空間を有するナトリウム流に関する基礎方程式と境界条件を調査し、これらを無次元化することによりガス巻き込み現象に関連する無次元数を導出する。また、それらの相関について調査する。

2.1.1 基礎方程式と境界条件

アルゴンガス空間を上部 (+z 方向) に有するナトリウム自由表面流は非圧縮粘性 Newton 流体と仮定できるので、質量保存式および運動量保存式 (Navier-Stokes 式) はそれぞれ以下のように記述できる。

$$u_{i,i} = 0 \quad \text{in } \Omega \quad (1)$$

$$u_{i,t} + (u_j u_i)_{,j} + p_{,i} - \nu u_{i,jj} = -g \delta_{i3} \quad \text{in } \Omega \quad (2)$$

ただし、 u_i は流速ベクトル、 p は流体密度で除した圧力、 g は重力加速度、 ν は流体の動粘性係数、 Ω は流体領域、添え字 $(,t)$ は時間偏微分、 $(,j)$ などは空間偏微分を表す。また、添え字 i などは $i=1 \rightarrow x, 2 \rightarrow y, 3 \rightarrow z$ の座標を表し、同じ記号が重複して用いられている場合には Einstein の総和規約が適用されるものとする。力学的な境界条件としては、以下の流速指定境界条件と2種類の応力指定境界条件を考える。

$$u_i = u_i^{BC} \quad \text{on } \Gamma_u \quad (3)$$

$$\tau_i = \tau_i^{BC} \quad \text{on } \Gamma_\tau \quad (4)$$

$$\chi_i = \chi_i^{BC} \quad \text{on } \Gamma_\chi \quad (5)$$

ただし、密度で除した応力 τ_i および密度で除した擬似応力 χ_i を以下のように定義する。

$$\tau_i = (-p \delta_{ij} + \nu u_{i,j} + \nu u_{j,i}) n_j \quad (6)$$

$$\chi_i = (-p \delta_{ij} + \nu u_{i,j}) n_j \quad (7)$$

ここで、 n_i は単位法線ベクトル (液体から気体への向き) を表す。 τ_i は物理的な意味を持つ応力であり、自由表面での応力のバランスを表現するのに使用される。つまり、Laplace-Young 式によると、自由表面での応力は表面張力を考慮して以下のように表される。

$$\rho \tau_i = \rho^{Ar} \tau_i^{Ar} + \sigma \kappa n_i \quad \text{on } \Gamma_\tau \quad (8)$$

ここで、 ρ はナトリウムの密度、 $\rho^{Ar} \tau_i^{Ar}$ は気液界面でのアルゴンガス流体の応力ベクトル、 σ は表面張力係数、 κ は極率（下に凸の液面の場合に正、上に凸の液面で負）を表す。高速炉のガスプレナム内でのアルゴンガス流れに大きな流速勾配はないので、液面での剪断応力はゼロと見なすことができる。また、垂直応力はアルゴンガス圧力 $\rho^{Ar} p^{Ar}$ と表面張力に釣り合うので、以下のような表現が可能である。

$$\rho \tau_i T_i^1 = \rho \tau_i T_i^2 = 0 \quad \text{on } \Gamma_\tau \quad (9)$$

$$\rho \tau_i n_i = \sigma \kappa - \rho^{Ar} p^{Ar} \quad \text{on } \Gamma_\tau \quad (10)$$

ここで、 T_i^1 、 T_i^2 は液面での互いに直交する単位接線ベクトルを表す。

一方、 χ_i は出口境界条件として有限要素法で頻繁に使用されるものであり、詳細は2.3.2節で後述する。

自由表面は表面流速に応じて自由に変位するので、自由表面形状の曲面が $F_s(x,y,z,t)=0$ で与えられるとすると、この運動を記述する運動学的境界条件（力のバランスではなく幾何学的な拘束から導かれる条件）が以下のように導かれる。

$$F_{s,t} + u_j^S F_{s,j} = 0 \quad \text{on } \Gamma_\tau \quad (11)$$

ここで、 u_j^S は自由表面での流速ベクトルを表し、 $F_s = z - h(x,y)$ の場合は $h_{,t} + u_1^S h_{,1} + u_2^S h_{,2} = u_3^S$ が導かれる。

2.1.2 無次元数とその相関

代表流速を U 、代表長さを L とすると座標 x_i 、時間 t 、流速 u_i 、密度で除した圧力 p は以下のように無次元化される。

$$x_i^* = x_i/L, \quad h^* = h/L$$

$$t^* = tU/L$$

$$u_i^* = u_i/U, \quad u_i^{S*} = u_i^S/U$$

$$p^* = p/U^2, \quad \tau_i^* = \tau_i/U^2, \quad \chi_i^* = \chi_i/U^2$$

ここで、*は無次元化量を表す。以上を基礎方程式や境界条件に代入すると以下の無次元式を得る。

$$u_{i,j}^* = 0 \quad \text{in } \Omega^* \quad (1^*)$$

$$u_{i,t}^* + (u_j^* u_{i,j}^*)_{,j} + p^*_{,i} - (\nu/UL) u_{i,j}^*_{,j} = -gL/U^2 \delta_{i3} \quad \text{in } \Omega^* \quad (2^*)$$

$$u_i^* = u_i^{BC*} \quad \text{on } \Gamma_u^* \quad (3^*)$$

$$\tau_i^* = \tau_i^{BC*} \quad \text{on } \Gamma_\tau^* \quad (4^*)$$

$$\chi_i^* = \chi_i^{BC*} \quad \text{on } \Gamma_\chi^* \quad (5^*)$$

$$\tau_i^* = \{-p^* \delta_{ij} + (\nu/UL)u_{i,j}^* + (\nu/UL)u_{j,i}^*\} n_j \quad (6^*)$$

$$\chi_i^* = \{-p^* \delta_{ij} + (\nu/UL)u_{i,j}^*\} n_j \quad (7^*)$$

$$\tau_i^* T_i^1 = \tau_i^* T_i^2 = 0 \quad \text{on } \Gamma_\tau^* \quad (9^*)$$

$$\tau_i^* n_i = (\sigma / \rho LU^2) \kappa^* - p^{Ar*} \quad \text{on } \Gamma_\tau^* \quad (10^*)$$

$$F_{s,i}^* + u_j^S F_{s,j}^* = 0 \quad \text{on } \Gamma_\tau^* \quad (11^*)$$

いま、自由表面以外の全流体境界で速度分布が与えられているとし、その速度の最大値を代表流速にとると、(3*)の u_i^{BC*} は大きさが既知（最大値が1）の流速分布となり、一意に定めることができる。従って、無次元の自由表面流れは各方程式と境界条件に現れる以下のパラメータで支配されることになり、支配無次元数は Re 数, Fr 数, We 数の3つであることが分かる。

$$\textcircled{1} \quad \nu/UL \quad \Rightarrow \quad Re^{-1} \quad (12)$$

$$\textcircled{2} \quad gL/U^2 \quad \Rightarrow \quad Fr^{-2} \quad (13)$$

$$\textcircled{3} \quad \sigma / \rho LU^2 \quad \Rightarrow \quad We^{-2} \quad (14)$$

無次元支配方程式と無次元境界条件の関連を図 1.1 に示す。支配方程式に現れる無次元数は Re 数と Fr 数であり、We 数の影響は自由表面形状の変化（運動学的境界条件）を通して力学的境界条件の中に現れることが分かる。以上より Re 数と Fr 数が主要な無次元数であり、We 数は副次的な無次元数と推察することができる。

2. 2 空間平均化による乱流モデリング

高速炉上部プレナムの流動は一般に乱流であり、様々な大きさの渦が発生する。従って、プレナム流動を数値解析で予測するには幅広いスケールが混在した現象を対象とする必要がある。ディップ・プレートなどのガス巻き防止構造を備えた場合はその上部では概ね層流的な流れになると考えられるが、ガス巻き込み現象は非定常性が顕著な（発生位置が一定でない）渦に関連して発生する場合が多いので、ここでは空間平均に基づく乱流モデルに絞って調査することとした。

2.2.1 従来型 LES 乱流モデル

通常の数値解析法においては、有限長のメッシュを用いらざるを得ないので、解像

が不可能な SGS(subgrid scale)成分を何らかの方法でモデル化する必要がある。この方法の一つとして空間平均に基づく LES (Large Eddy Simulation) 法が差分法・スペクトル法・有限要素法などで盛んに研究されてきた⁽²⁾⁻⁽⁴⁾。この方法では、「小さな渦の特性は流れに依存せず、普遍的なモデル化が可能である」とする前提に立ち、SGS 成分以上のスケール (大きな渦) のみを解析する。以下に通常用いられる LES 方程式の導出過程を説明する。

まず、基礎式(1)、(2)にフィルタリングを施し、フィルタリングと空間微分が交換可能 (可換性が成立) と仮定すると、以下の空間平均化した質量保存式と空間平均 Navier-Stokes(NS)式が得られる。

$$\overline{u_{i,i}} = 0 \quad (15)$$

$$\overline{u_{i,t}} + (\overline{u_i u_j})_{,j} + \overline{P}_{,i} + \overline{T}_{ij,j} - \nu \overline{u_{i,j,j}} = \overline{f_i} \quad (16)$$

ただし、外力 (加速度) は-z 方向の重力の代わりに f_i として一般性を持たせて表示し、 \overline{P} , \overline{T}_{ij} は以下で定義されるものである。

$$\overline{P} = \overline{p} + \frac{1}{3} \overline{q} \quad (17)$$

$$\overline{T}_{ij} = (\overline{u_i u_j} - \overline{u_i} \overline{u_j}) - \frac{1}{3} \overline{q} \delta_{ij} \quad (18)$$

ここで、
$$\overline{q} = (\overline{u_k u_k} - \overline{u_k} \overline{u_k}) \quad (19)$$

式(18)は $u_i = \overline{u_i} + u_i'$ の関係を右辺第 1 項に代入して、以下のように分解される。

$$\overline{T}_{ij} = (L_{ij} + C_{ij} + R_{ij}) - \frac{1}{3} \overline{q} \delta_{ij} \quad (20)$$

ここで、 L_{ij} , C_{ij} , R_{ij} はそれぞれ Leonard 項、クロス項、Reynolds 応力項と呼ばれるものであり、以下で定義される。

$$L_{ij} = (\overline{u_i u_j} - \overline{u_i} \overline{u_j}) \quad (21a)$$

$$C_{ij} = (\overline{u_i' u_j} + \overline{u_i u_j'}) \quad (21b)$$

$$R_{ij} = \overline{u_i' u_j'} \quad (21c)$$

方程式(15)、(16)はフィルター関数の形に関わらず成立するが、SGS レイノルズ応力

$\overline{T_{ij}}$ がフィルター関数の形に依存するので方程式の解 $\overline{u_i}, \overline{P}$ もフィルター関数の形に依存することになる。しかし、LES 解析では SGS レイノルズ応力 $\overline{T_{ij}}$ が未知であるので、何等かのモデル化が必要となる。代表的なモデルとしては以下に示す Smagorinsky モデル、相似モデル、混合モデルがある⁽⁵⁾。

$$\text{Smagorinsky モデル} \quad \overline{T_{ij}} = -2\nu_{SGS} \overline{S_{ij}} \quad (23a)$$

$$\text{相似モデル} \quad \overline{T_{ij}} = K(\overline{u_i u_j} - \overline{u_i} \overline{u_j}) - \frac{K}{3} \delta_{ij} (\overline{u_k u_k} - \overline{u_k} \overline{u_k}) \quad (23b)$$

$$\text{混合モデル} \quad \overline{T_{ij}} = -2\nu_{SGS} \overline{S_{ij}} + K(\overline{u_i u_j} - \overline{u_i} \overline{u_j}) - \frac{K}{3} \delta_{ij} (\overline{u_k u_k} - \overline{u_k} \overline{u_k}) \quad (23c)$$

ただし、 K は定数で、 $\overline{S_{ij}}$ 、 ν_{SGS} は以下で定義されるものである。

$$\overline{S_{ij}} = 0.5(\overline{u_{i,j}} + \overline{u_{j,i}}) \quad (24)$$

$$\nu_{SGS} = (\zeta C_s \Delta)^2 |\overline{S_{ij}}| \quad (25)$$

$$|\overline{S_{ij}}| = \sqrt{2\overline{S_{ij}} \overline{S_{ij}}} \quad (26)$$

ここで、 C_s はスマゴリンスキ定数、 Δ はフィルター幅を表す。また、 ζ は壁近傍で ν_{SGS} が過大になるのを抑制するために人為的に導入する補正係数であり、例えば以下のような Van Driest 型の補正係数が用いられる。

$$\zeta = \sqrt{1 - \exp\{-(y^+ / 25)^3\}} \quad (27a)$$

$$\zeta = 1 - \exp(-y^+ / 25) \quad (27b)$$

上式中の y^+ は壁からの無次元距離であり、密度で除した壁面剪断応力 τ_{wall} から算出される摩擦速度 $u_\tau = (\tau_{wall})^{0.5}$ を用いて以下のように定義される。

$$y^+ = \frac{u_\tau y}{\nu} \quad (28)$$

例えば、最も基本的で頻繁に使用される Smagorinsky モデルでは、方程式(16)は以下のような閉じた方程式となり、非圧縮条件(15)と境界条件とともに $\overline{u_i}, \overline{P}$ を未知数として解くことが可能となる。

$$\overline{u_{i,i}} + \overline{u_j} \overline{u_{i,j}} + \overline{P_{,i}} - (\nu + \nu_{SGS}) \overline{u_{i,j,j}} = \overline{f_i} \quad (29)$$

LES 方程式(15)、(29)ではフィルター関数の形が陽に現れておらず、逆に言えばフィルター関数が異なっても LES 方程式(15)、(29)の解は同一となり、物理的に不合理であることが察知できる。事実 Smagorinsky モデルでは、式(23a)の右辺と左辺の数学的特性が異なることが指摘されており⁽⁶⁾、DNS の結果を用いた検証でも両辺の相関は相似モデル、混合モデルに比べてかなり低いことが確認されている⁽⁷⁾。

また、Smagorinsky モデルではフィルター関数が不定であるので、式(25)で使用するフィルター幅 Δ も実際には不確定となる。通常、フィルター幅 Δ としてメッシュ幅(セル体積の立方根など)が用いられるが、この選択にも特に合理的な根拠はない。

この他、Smagorinsky モデルなどを用いた LES 解析では以下の欠点を有することが指摘されている。

- ① Smagorinsky モデルなどに現れる定数は唯一つのみであるが、壁近傍では人為的な調整が必要となり、また剥離などを伴う一般的な流れでは普遍性が保証されない。
- ② 変数に空間平均と空間微分の操作を行う場合、その順序が結果に影響するので(可換性がないので)、LES 法の基礎式自体が一般には成立しない。(無限領域で平均化半径一定のフィルターを用いる場合のみ成立)

①の理由は、Smagorinsky 定数が一様等方性乱流では Kolmogorov の-5/3 則から半理論的に導出できるが ($C_s=0.17$)、非等方性乱流ではこれまでのところ提案されていない。例えば、壁近傍の層流的な粘性底層では SGS 粘性は過剰(余計)な散逸を発生させるので、Smagorinsky 定数などを人為的に低減させてこれを排除する方法が通常用いられる⁽⁵⁾。Smagorinsky 定数などを自動的に調整する方法として Dynamic LES 法^{(8),(9)}が提案されているが、負の人工粘性の発生に対する人為的対処が必要であり普遍性・実用性があるとは言いがたい。

②の可換性誤差についてはこれまであまり注目されていなかったが、最近この誤差の影響が注目されつつあり S. Ghosal, P. Moin⁽¹⁰⁾, O.V. Vasilyev, S. Lund, P. Moin⁽¹¹⁾, M. Iovieno, D. Tordella⁽¹²⁾, Hughes et al.⁽¹³⁾などにより可換性誤差を小さくするような手法が提案されている。以下では、本著者^{(14),(15)}が導出した可換性誤差の具体的な形を陽的に示し、その考察により可換性誤差の特性を調査する。

ここでは、空間平均化に以下のような規格化したガウス型のフィルター関数 $G(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$ (平均化半径は一様一定) を用いることにする。

$$\overline{u_i(\mathbf{x}, t)} = \frac{1}{V(\mathbf{x})} \int_{\Omega} G(\mathbf{x}, \mathbf{x}') u_i(\mathbf{x}', t) d\Omega' \quad (30)$$

$$\overline{p(\mathbf{x}, t)} = \frac{1}{V(\mathbf{x})} \int_{\Omega} G(\mathbf{x}, \mathbf{x}') p(\mathbf{x}', t) d\Omega' \quad (31)$$

ここで、 $\mathbf{x}=(x_1, x_2, x_3)$, $\mathbf{x}'=(x_1', x_2', x_3')$ は空間座標ベクトル、 $G(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$ はフィルター関数を表し、 $V(\mathbf{x})$ は以下で定義されるものである。

$$V(\mathbf{x}) = \int_{\Omega} G(\mathbf{x}, \mathbf{x}') d\Omega' \quad (32)$$

式(1)、(2)にこのフィルタリングを施すと、以下の空間平均 NS 式と質量保存式が得られる⁽¹²⁾。

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \overline{u_i(\mathbf{x})} + \frac{1}{V(\mathbf{x})} \int_{\Gamma} G(\mathbf{x}, \mathbf{x}') \{u_i(\mathbf{x}') - \overline{u_i(\mathbf{x})}\} n_i d\Gamma' = 0 \quad (33)$$

$$\begin{aligned} \overline{u_{i,j}} + \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{u_i(\mathbf{x})u_j(\mathbf{x})} + \frac{\partial}{\partial x_i} \overline{p(\mathbf{x})} - \nu \frac{\partial^2}{\partial x_j \partial x_j} \overline{u_i(\mathbf{x})} - \overline{f_i} \\ + \frac{1}{V(\mathbf{x})} \int_{\Gamma} G(\mathbf{x}, \mathbf{x}') \{u_i(\mathbf{x}')u_j(\mathbf{x}') - \overline{u_i(\mathbf{x})u_j(\mathbf{x})}\} n_j d\Gamma' \\ - \frac{\nu}{V(\mathbf{x})} \frac{\partial}{\partial x_j} \int_{\Gamma} G(\mathbf{x}, \mathbf{x}') \{u_i(\mathbf{x}') - \overline{u_i(\mathbf{x})}\} n_j d\Gamma' \\ - \frac{1}{V(\mathbf{x})} \int_{\Gamma} G(\mathbf{x}, \mathbf{x}') \{\chi_i(\mathbf{x}') - \overline{\chi_i(\mathbf{x})}\} d\Gamma' = 0 \end{aligned} \quad (34)$$

ここで、応力の平均化量 $\overline{\chi_i(\mathbf{x})}$ は以下で定義されるものである。

$$\overline{\chi_i(\mathbf{x})} = \left(-\overline{p(\mathbf{x})} \delta_{ij} + \nu \frac{\partial \overline{u_i(\mathbf{x})}}{\partial x_j} \right) n_j \quad (35)$$

式(33)、(34)に示されるように可換性誤差はすべて境界積分の形を取るなので、領域が無窮大である場合には可換性誤差はゼロとなる(従来型 LES 式が成立する)。しかし、境界が存在する場合には境界積分はゼロとはならず、一般に可換性(従来型 LES 式)は成立しないことになる。

フィルター幅をゼロに近づけた場合、規格化したフィルター関数はデルタ関数となるので、平均化量は非平均化量に(境界積分中の{}内の量はゼロに)近づくことになる。従って、質量保存則の可換性誤差(のノルム)はゼロに収斂するものと考えられるが、NS 方程式については動粘性係数が係った境界積分の微分があるので、直ちにこのような結論は得られない。ただし、フィルター幅をゼロに近づけた場合の可換性

誤差は境界近傍に限定されるので、それ以外のほとんどの流体領域では元（非フィルター）の方程式に近づくことになる。文献(15)では仮想的な2次元流れに対して可換性誤差を数値的に評価しており、その特性を把握することができるので参照とされたい。

以上に示した通り、Smagorinsky モデルは数々の欠点を有するにもかかわらず、最も広く使用されているモデルである。その背景としては Smagorinsky モデルが散逸的であるため、数値的に安定であること挙げられる。つまり、正確だが不安定なモデルよりも不正確だが安定なモデルが実用上は好まれているのが現状である。以下では、Smagorinsky モデルの解析精度を向上させることを目的とした、弱形式を利用した空間平均化法の最近の研究について調査する。

2.2.2 弱形式を利用した単一スケール乱流モデル

弱形式とは基礎方程式（偏微分方程式）に重み関数を乗じて領域積分した式であり、スペクトル法や有限要素法は重み関数としてそれぞれ三角関数や要素内基底関数を用いた弱形式法の一つである。基礎方程式（強形式）の解は全領域各点での成立が要求されるのに対し、弱形式の解では領域積分（空間平均）した式を満たせばよく、成立条件が緩和された“制約が弱い”方程式を意味する。従って、三角関数や低次関数の組み合わせでも弱形式を満たすことができる。以下では、この弱形式化を空間離散化（数値モデル化）のみならず、空間フィルタリング（物理モデル化）に適用して、乱流をモデル化することを考える。

まず、基礎方程式の厳密解である流速 u_i と圧力 p を以下のように数値解 (\bar{u}_i, \bar{p}) とその他の解像不可な成分 (\hat{u}_i, \hat{p}) に分離する。

$$u_i = \bar{u}_i + \hat{u}_i \quad (36)$$

$$p = \bar{p} + \hat{p} \quad (37)$$

式(36)、(37)を非圧縮性の条件と NS 方程式に代入し、それぞれ重み関数 q, w_k を乗じて全領域で積分すると、以下の弱形式が得られる。

$$\int_{\Omega} q (\bar{u}_{i,i} + \hat{u}_{i,i}) d\Omega = 0 \quad (38)$$

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} w_k \{ \dot{\bar{u}}_i + \dot{\hat{u}}_i + (\bar{u}_j + \hat{u}_j)(\bar{u}_{i,j} + \hat{u}_{i,j}) - f_i \} d\Omega \\ - \int_{\Omega} w_{k,i} (\bar{p} + \hat{p}) d\Omega + \int_{\Omega} w_{k,j} \nu (\bar{u}_{i,j} + \hat{u}_{i,j}) d\Omega = \int_{\Gamma_{\chi}} w_k \chi_i^{BC} d\Gamma \end{aligned} \quad (39)$$

解像不可な成分 (\hat{u}_i, \hat{p}) は未知量であるので、これを乱流モデルで近似することとし、例えば以下のクロージャー・モデルを用いることにする。

$$\int_{\Omega} q \hat{u}_{i,i} d\Omega = 0 \quad (40)$$

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} w_k \{ \dot{\hat{u}}_i + \bar{u}_j \hat{u}_{i,j} + \hat{u}_j \bar{u}_{i,j} + \hat{u}_i \hat{u}_j \} d\Omega - \int_{\Omega} w_{k,i} \hat{P} d\Omega + \int_{\Omega} w_{k,j} v \hat{u}_{i,j} d\Omega \\ & = \nu_{SGS} \int_{\Omega} w_{k,j} \bar{u}_{i,j} d\Omega - \nu_{SGS} \int_{\Gamma} w_k \bar{u}_{i,j} n_j d\Gamma \end{aligned} \quad (41)$$

式(41)の左辺第一積分中の第2, 3項はクロス応力項の空間微分、第4項はレイノルズ応力項の空間微分に対応するが、式(41)は「これらの応力自体を領域の各点で近似する必要はなく、応力とその近似モデルが弱形式レベルで（空間平均化した量で）等しければ十分である」ことを意味している。これは従来型の LES モデルよりもモデルに対する要求条件（制約）が少ないことを意味しており、弱形式に基づくモデル化の大きな利点である。式(40) (41)を式(38) (39)に代入すると、以下の Smagorinsky 型の弱形式 LES 乱流モデル式を得ることができる。

$$\int_{\Omega} q \bar{u}_{i,i} d\Omega = 0 \quad (42)$$

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} w_k (\dot{\bar{u}}_i + \bar{u}_j \bar{u}_{i,j} - f_i) d\Omega - \int_{\Omega} w_{k,i} \bar{P} d\Omega + \int_{\Omega} w_{k,j} v \bar{u}_{i,j} d\Omega \\ & + \nu_{SGS} \int_{\Omega} w_{k,j} \bar{u}_{i,j} d\Omega - \nu_{SGS} \int_{\Gamma} w_k \bar{u}_{i,j} n_j d\Gamma = \int_{\Gamma} w_k \chi_i^{BC} d\Gamma \end{aligned} \quad (43)$$

さらに、モデル式の導出に可換性の仮定を一切使用していないので、前節の②の欠点がないのが特長となる。ただし、①の欠点は解決されていないので、壁近傍では Van Driest 型のような減衰関数を用いて Smagorinsky 定数を低減する必要があると考えられる。

2.2.3 弱形式を利用したマルチスケール乱流モデル

上述の②の問題を回避する方法のひとつとして、Hughes ら⁽¹³⁾は弱形式に基づくマルチスケール法(VMS: Variational Multiscale)を提案した。VMS では、重み関数としてスケールの異なる関数を選定することにより、異なるスケールで空間フィルタリングした離散式を得ることができる。このため、大スケールの式には不必要な Smagorinsky モデルなどの人工粘性を最小スケールの離散式のみを選択的に導入することができる利点がある。実際に Hughes ら^{(16),(17)}は、スペクトル法を用いた VMS 法（特定の波数を境に大小2スケールの離散式群に分離し、Smagorinsky モデルを小スケールの離散式群のみに導入した方法）で等方性乱流やチャンネル流れを解析し、従来の LES 法 (Dynamic LES 法など) よりも良好な精度の解を得ている。この VMS 解析では壁近くでの Smagorinsky 定数の調整 (Van Driest 減衰などの人為的操作)

などを一切用いていない点が注目に値し、本手法の汎用性を示した一例と言える。ただし、Hughesら⁽¹³⁾のVMS式の導出過程自体に不正確さがあり、特定の前提条件が暗に仮定されていることをCollis⁽¹⁸⁾が指摘しているが、この暗黙の前提条件はSGS成分に対するクロージャー・モデルに相当し、物理的には妥当な仮定であるため最終的なVMS式には影響がない。

以下では、非圧縮性の条件とNS方程式に関する具体的なVMS式の導出について説明する。まず、これらの方程式の厳密解（流速 u_i 、圧力 p ）を以下のように3つのスケールに分離する。

$$u_i = \bar{u}_i + \tilde{u}_i + \hat{u}_i \quad (44)$$

$$p = \bar{p} + \tilde{p} + \hat{p} \quad (45)$$

ここで (\bar{u}_i, \bar{p}) は大スケールの解像可能な数値解、 (\tilde{u}_i, \tilde{p}) は小スケールの解像可能な数値解、 (\hat{u}_i, \hat{p}) はその他の解像不可能な成分とする。式(44)、(45)を非圧縮性の条件とNS方程式に代入し、重み関数 (q, w_k) を乗じて全領域で積分すると、以下のような各方程式の弱形式が得られる。

$$\int_{\Omega} q (\bar{u}_{i,i} + \tilde{u}_{i,i} + \hat{u}_{i,i}) d\Omega = 0 \quad (46)$$

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} w_k \{ \dot{\bar{u}}_i + \dot{\tilde{u}}_i + \dot{\hat{u}}_i + (\bar{u}_j + \tilde{u}_j + \hat{u}_j)(\bar{u}_{i,j} + \tilde{u}_{i,j} + \hat{u}_{i,j}) - f_i \} d\Omega \\ - \int_{\Omega} w_{k,i} (\bar{p} + \tilde{p} + \hat{p}) d\Omega + \int_{\Omega} w_{k,j} \nu (\bar{u}_{i,j} + \tilde{u}_{i,j} + \hat{u}_{i,j}) d\Omega \\ = \int_{\Gamma_N} w_k \chi_i^{BC} d\Gamma \end{aligned} \quad (47)$$

ここで、重み関数 (q, w_k) として大スケール（波数が小さい）重み関数 (\bar{q}, \bar{w}_k) を選択し、さらに大スケールの重み関数でフィルタリングしたSGS成分は無視しうるほど小さいと仮定すると、以下のように解像不可能な成分 (\hat{u}_i, \hat{p}) に係わる各項をゼロと近似することができる。

$$\int_{\Omega} \bar{q} \hat{u}_{i,i} d\Omega = 0 \quad (48)$$

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \bar{w}_k \{ \dot{\hat{u}}_i + (\bar{u}_j + \tilde{u}_j) \hat{u}_{i,j} + \hat{u}_j (\bar{u}_{i,j} + \tilde{u}_{i,j}) + \hat{u}_{i,j} \hat{u}_j \} d\Omega \\ - \int_{\Omega} \bar{w}_{k,i} \hat{p} d\Omega + \int_{\Omega} \bar{w}_{k,j} \nu \hat{u}_{i,j} d\Omega = 0 \end{aligned} \quad (49)$$

これは乱流モデルを導入したことと等価であり、クロス応力項（式(49)の左辺第一積分中の第2, 3項の空間微分）、レイノルズ応力項（第4項の空間微分）などを弱

形式のレベルでゼロとするクロージャー・モデルに相当する。

同様に、重み関数(q, w_k)として小スケール (波数が大きい) 重み関数(\tilde{q}, \tilde{w}_k)を選択し、クロージャー・モデルとして非圧縮性の条件式での解像不可能な成分(\hat{u}_i, \hat{p})に係わる項をゼロとする乱流モデルを導入するとともに、NS 式でのみ SGS 成分の影響を Smagorinsky モデルでモデル化できると仮定する。つまり、

$$\int_{\Omega} \tilde{q} \hat{u}_{i,i} d\Omega = 0 \quad (50)$$

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} \tilde{w}_k \{ \dot{\hat{u}}_i + (\bar{u}_j + \tilde{u}_j) \hat{u}_{i,j} + \hat{u}_j (\bar{u}_{i,j} + \tilde{u}_{i,j}) + \hat{u}_{i,j} \hat{u}_j \} d\Omega \\ & - \int_{\Omega} \tilde{w}_{k,i} \hat{p} d\Omega + \int_{\Omega} \tilde{w}_{k,j} \nu \hat{u}_{i,j} d\Omega = - \int_{\Omega} \tilde{w}_k \nu_{SGS} \tilde{u}_{i,j,j} d\Omega \quad (51) \end{aligned}$$

以上の大スケール乱流モデル式(48), (49)と小スケール乱流モデル式(50), (51)を導入すると以下のような解像成分のみから成る大スケールと小スケールの弱形式が得られる。

$$\int_{\Omega} \bar{q} (\bar{u}_{i,i} + \tilde{u}_{i,i}) d\Omega = 0 \quad (52)$$

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} \bar{w}_k \{ \dot{\bar{u}}_i + \dot{\tilde{u}}_i + (\bar{u}_j + \tilde{u}_j) (\bar{u}_{i,j} + \tilde{u}_{i,j}) - f_i \} d\Omega \\ & - \int_{\Omega} \bar{w}_{k,i} (\bar{p} + \tilde{p}) d\Omega + \int_{\Omega} \bar{w}_{k,j} \nu (\bar{u}_{i,j} + \tilde{u}_{i,j}) d\Omega = \int_{\Gamma_{\chi}} \bar{w}_k \chi_i^{BC} d\Gamma \quad (53) \end{aligned}$$

$$\int_{\Omega} \tilde{q} (\bar{u}_{i,i} + \tilde{u}_{i,i}) d\Omega = 0 \quad (54)$$

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} \tilde{w}_k \{ \dot{\bar{u}}_i + \dot{\tilde{u}}_i + (\bar{u}_j + \tilde{u}_j) (\bar{u}_{i,j} + \tilde{u}_{i,j}) - f_i \} d\Omega \\ & - \int_{\Omega} \tilde{w}_{k,i} (\bar{p} + \tilde{p}) d\Omega + \int_{\Omega} \tilde{w}_{k,j} \nu (\bar{u}_{i,j} + \tilde{u}_{i,j}) d\Omega \\ & + \nu_{SGS} \int_{\Omega} \tilde{w}_{k,j} \tilde{u}_{i,j} d\Omega - \nu_{SGS} \int_{\Gamma} \tilde{w}_k \tilde{u}_{i,j} n_j d\Gamma = \int_{\Gamma_{\chi}} \tilde{w}_k \chi_i^{BC} d\Gamma \quad (55) \end{aligned}$$

このように VMS 法では離散式の段階でスケール分離されているため、スケール毎に適切な SGS クロージャー・モデル (物理モデル) を導入することが可能となる。このスケール毎のモデル化のメリットは先に述べた①の欠点 (乱流定数の人為的調整が必要) が解決できる点にあるので、その仕組みを以下に説明する。小スケール式(54), (55)を変形して、右辺に大スケール項のみを移項させると、以下ようになる。

$$\int_{\Omega} \tilde{q} \tilde{u}_{i,j} d\Omega = -\int_{\Omega} \tilde{q} \bar{u}_{i,j} d\Omega \quad (54')$$

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} \tilde{w}_k \{ \dot{\tilde{u}}_i + \bar{u}_j \tilde{u}_{i,j} + \tilde{u}_j \bar{u}_{i,j} + \tilde{u}_j \tilde{u}_{i,j} \} d\Omega - \int_{\Omega} \tilde{w}_{k,i} \tilde{p} d\Omega + \int_{\Omega} \tilde{w}_{k,j} v \tilde{u}_{i,j} d\Omega \\ & + \nu_{SGS} \int_{\Omega} \tilde{w}_{k,j} \tilde{u}_{i,j} d\Omega - \nu_{SGS} \int_{\Gamma} \tilde{w}_k \tilde{u}_{i,j} n_j d\Gamma \\ & = -\int_{\Omega} \tilde{w}_k (\dot{\tilde{u}}_i + \bar{u}_j \bar{u}_{i,j} + \bar{p}_{,i} - \nu \bar{u}_{i,j,j} - f_i) d\Omega \end{aligned} \quad (55')$$

これらの式の右辺は大スケール変数に関する基礎式自身の弱形式であるので、大スケール変数のみで解像できる場合は右辺はほぼゼロに等しくなる。従って、この場合の小スケール式の解は概ね $(\tilde{q}, \tilde{w}_k) = (0, 0)$ となることが期待でき、これを大スケール式(52), (53)に代入すると通常の（乱流モデルを含まない）大スケール変数のみに関する弱形式が得られる。つまり、大スケール変数のみで流れが近似できていれば、余計なSGS粘性などは導入されないことになり、シングルスケールのLESモデルに比べてモデルの性能が優れていることが分かる。

シングルスケール・モデルおよびマルチスケール・モデルを用いたLES解析でのエネルギー収支を模式的に示すとそれぞれ図2.1(a)と図2.1(b)のようになる。バー(横棒)は流体のもつエネルギー量を表し、左側は低波数(大スケール)成分に、右側は高波数(小スケールや解像不可)成分に対応する。図2.1(a)の上のバーは対象とする流動現象の最小スケール(図中▲▼で表示)が使用するメッシュ・サイズ(図中△▽で表示)よりも小さい(メッシュで現象を解像できない)場合を表しており、解像不可能なSGS成分の物理的な散逸を解像可能な解のSGS粘性として散逸させることになるので、エネルギー収支の点で整合する。しかし、図2.1(a)の下に示すようにメッシュで現象を解像可能な場合(または、局所的な場所)では不都合が生じる。つまり、メッシュが十分細かいため物理的な散逸は数値解で正しく考慮されているにもかかわらず、クロージャール・モデルとして導入している人工的なSGS粘性散逸が余計に発生することになる。

一方、大小2スケールの解像可能解からなるマルチスケール・モデルの場合を図2.1(b)に示す。上のバーは対象とする流動現象を最小メッシュで解像できない場合を表しており、LESモデルと同様にエネルギー収支の点で整合する。さらに、解像可能な場合(下のバー)でも、SGS人工粘性は小スケール式のみを導入されており、しかも大スケールで解像可能な場合には小スケールの解はゼロに近づくため、SGS人工粘性も消失することになる。つまり、メッシュが十分細かいため物理的な散逸は数値解で正しく考慮され、しかも余計な数値粘性が発生しないことになる。この特長により、メッシュが十分細かい極限ではマルチスケール・モデルは直接シミュレーション(DNS)に収斂し、メッシュ依存性に関して物理的な整合性があることが分かる。

なお、有限要素法をベースとしたマルチスケール乱流解析に関して、文献(19), (20), (21)では非定常移流拡散解析や非圧縮性流動解析に対する有効性が示されている。

2. 3 境界条件のモデル化

境界条件は、方程式の解析スキームや乱流モデルと同様に解析結果に大きな影響を与える要因であり、より合理的な設定が必要となる。そこで、本節では壁面・出入口・自由表面での境界条件のモデル化について既往の研究を調査することとする。

2.3.1 壁のモデル化

壁面上では流速は流体粘性のためにゼロとなるが、通常の畳み込み積分型の空間平均化を行うと壁近傍の流体速度はゼロではないので、空間平均の壁面流速は非ゼロの値となる。この値は事前には未知であるので、Dirichlet 型の境界条件として用いることは出来ない。そこで、境界層を解像できる程度に壁近傍に詳細メッシュを配置し、ノースリップ条件（空間平均壁面流速ゼロ）とする方法^{(22),(23),(24)}が最も汎用性が高いと考えられる。ただし、高い Re 数の問題では非常に多くのメッシュを壁近傍に配置する必要があり、計算コストの点では問題となる場合も考えられる。

この事実を背景に、LES 解析においても $k-\epsilon$ 解析と同様に壁近傍の流速分布を仮定して壁面剪断応力（壁に垂直な速度はゼロ）として壁をモデル化する試みがいくつかなされている。 $k-\epsilon$ 解析では対数則などの時間平均の流速分布をそのまま当てはめることができるが、LES 解析では空間平均した変数の瞬時値に関する経験式が必要となる。

J.W. Deardorff⁽²⁵⁾は幅 1 の x 方向に向かう平行平板内流れ（スパン方向： y 、壁に垂直方向： z ）の LES 乱流解析を行っているが、格子分割が粗いため壁近傍に十分な格子を配置することができないので、以下のような壁近傍流れを模擬した境界条件を用いている。

$$\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} = -k^{-1}(0.5\Delta z)^{-2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} \quad (56a)$$

$$\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2} \quad z=0.5\Delta z, 1-0.5\Delta z \quad (56b)$$

$$\bar{w} = 0 \quad z=0, 1 \quad (56c)$$

ここで、 $z=0, 1$ が壁面に相当し、 u は流れ(x)方向流速、 v はスパン(y)方向流速、 w は壁に垂直(高さ、 z)方向流速を表す。また、 κ はカルマン定数(0.4)、 Δz は高さ方向メッシュ分割を表す。式(56a)は流れ方向流速のアンサンブル平均が対数則となることとその偏差成分の y, z 方向 2 階微分が等しいことを表す。ただし、このモデルでは粘性 (Re 数) は現れていないため、その影響は評価できない。

Shumann⁽²⁶⁾は平行平板内流れの乱流解析において以下のような壁近傍流れを模擬した境界条件を用いている。

$$\tau_{13,wall}(x, y) = \frac{\overline{u}(x, y, z_P)}{\langle \overline{u}(x, y, z_P) \rangle} \langle \tau_{wall} \rangle \quad (57a)$$

$$\tau_{23,wall}(x, y) = \frac{2\overline{w}(x, y, z_P)}{Re_\tau z_P} \quad (57b)$$

$$\text{壁上で } \overline{w} = 0 \quad (57c)$$

ここで、各変数は無次元化された量であり、 $\tau_{13,wall}$ は壁での流れ方向応力、 $\tau_{23,wall}$ は壁でのスパン方向応力、 $\langle \tau_{wall} \rangle$ は時間平均壁応力、 z_P は壁からの第一格子点の距離、 Re_τ は摩擦速度に基づくレイノルズ数、 $\langle \rangle$ はアンサンブル平均および/または時間平均を表す。式(57a)中の $\langle \tau_{wall} \rangle$ は平行平板流れの既知の圧力勾配から定め、分母の平均流れ方向速度 $\langle \overline{u}(x, y, z_P) \rangle$ は対数則から求めている。壁での流れ方向応力 $\tau_{13,wall}$ は、瞬時の空間平均流れ方向速度に比例して与えられることになる。式(57b)は壁でのスパン方向速度がゼロとなる条件をスパン方向応力の釣り合いとして表現したものと解釈できる。

Groetzbach⁽²⁷⁾は Shumann モデル欠点（既知の $\langle \tau_{wall} \rangle$ が必要）を改良するために、式(57a)の分母の平均流れ方向速度 $\langle \overline{u}(x, y, z_P) \rangle$ を、解析結果で得られる流れ方向速度のアンサンブル平均（統計的に定常の場合は時間平均も重畳）から算出し、その値に基づき $\langle \tau_{wall} \rangle$ を対数則から求めている。なお、森西・小林⁽²⁸⁾が提案している境界条件の取り扱いも Groetzbach や Shumann の境界条件のモデル化法とほぼ同様の手法である。

Piomelli ら⁽²⁹⁾は壁近傍の渦構造が縦長（流れ方向に長い）であることに着目して、壁の剪断応力を渦の長さ程度に離れた流速と関連付けることにより以下のシフト境界条件(shifted B.C.)を提案している。

$$\tau_{13,wall}(x, y) = \frac{\overline{u}(x + \Delta_s, y, z_P)}{U(x, y, z_P)} \langle \tau_{wall} \rangle \quad (58a)$$

$$\tau_{23,wall}(x, y) = \frac{\overline{v}(x + \Delta_s, y, z_P)}{U(x, y, z_P)} \langle \tau_{wall} \rangle \quad (58b)$$

$$\text{壁上で } \overline{w} = 0 \quad (58c)$$

ここで、 $U(x, y, z_P)$ は壁から第一格子での主流方向平均流速を、 Δ_s はシフト距離を表す。さらに、Piomelli ら⁽²⁹⁾は壁近傍で縦渦が発生するときには、流れが壁から主流方

向に放出されるに着目して、壁の剪断応力が壁垂直流速成分 w と負の相関をもつとの考察から以下の放出境界条件(ejection B.C.)を提案している。

$$\tau_{13,wall}(x, y) = \langle \tau_{wall} \rangle - C u_{\tau} \bar{w}(x + \Delta_s, y, z_p) \quad (59a)$$

$$\tau_{23,wall}(x, y) = \frac{\bar{v}(x + \Delta_s, y, z_p)}{U(x, y, z_p)} \langle \tau_{wall} \rangle \quad (59b)$$

$$\text{壁上で } \bar{w} = 0 \quad (59c)$$

Hassan and Barsamian⁽³⁰⁾もこのモデルの考えを流用して境界条件のモデルを提案している。

2.3.2 入口のモデル化

数値解析を行う場合、実際の全流体領域を解析しようとする膨大な計算時間・記憶容量が必要となり、実用的ではない(または実施不可能である)。従って、全流体領域のうちの着目する部分のみを切り出して解析することになる。つまり、実際には存在しない仮想的な入口や出口が計算モデル上で発生することになる。

単純な流路入口部分については、流れが層流である場合は理論解を、完全に発達した乱流では経験式や周期境界条件を用いて得られた乱流解析結果など利用できる。

一方、解析入口部で流れが未発達の場合には、助走区間を設けて着目する部分の入口で適切な入口条件になるような工夫が必要となる。未発達乱流の場合は平均流速分布の他に乱れ量も解析入口部で適切に設定する必要がある。この一つの方法として既知の平均流速分布に乱数を加えて模擬する方法⁽³²⁾がある。

例えば、スパン方向を y 、流路に垂直方向を z とし、 x 方向に向かう 2 次元的な流路内流れの場合、まず $z=z$ の特定面について時間 t とスパン方向 y に関する乱数列 $v_1(t, y, z)$, $v_2(t, y, z)$, $v_3(t, y, z)$ を発生させ、その分散が 1 ($\langle v_i(t, y, z)^2 \rangle_{y,t} = 1$)、共分散が 0 ($\langle v_i(t, y, z) v_j(t, y, z) \rangle_{y,t} = 0, i \neq j$) となるように調整する。ただし、 $\langle \rangle_{y,t}$ は時間 t とスパン方向 y での平均を表す。いま、目標とする解析入口部の平均流速 $U_i(z)$ とレイノルズ応力 $R_{ij}(z) = \langle \{u_i(t, y, z) - U_i(z)\} \{u_j(t, y, z) - U_j(z)\} \rangle_{y,t}$ が既知であるとする、入口部の流速 $u_i(t, y, z)$ を以下のように定めることができる⁽³³⁾。

$$u_i(t, y, z) = U_i(z) + k_{ij} v_i(t, y, z) \quad (60)$$

ここで、係数 k_{ij} は以下で定義されるものである。

$$\begin{aligned}
k_{11} &= \sqrt{R_{11}} & k_{12} &= k_{13} = 0 \\
k_{21} &= \frac{R_{21}}{\sqrt{R_{11}}} & k_{22} &= \sqrt{R_{22} - \frac{R_{21}^2}{R_{11}}} & k_{23} &= 0 \\
k_{31} &= \frac{R_{31}}{\sqrt{R_{11}}} & k_{32} &= \frac{(R_{11}R_{32} - R_{21}R_{31})}{\sqrt{R_{11}(R_{11}R_{22} - R_{21}^2)}} \\
k_{33} &= \sqrt{R_{33} - \frac{R_{31}^2}{R_{11}} - \frac{(R_{11}R_{32} - R_{21}R_{31})^2}{R_{11}(R_{11}R_{22} - R_{21}^2)}}
\end{aligned} \tag{61}$$

ただし、このようにして作成された流速は基礎方程式を満足しないので、直接的に入口境界条件として用いることはできず、解析領域の上流に助走領域を設けて誤差を緩和する方法が用いられるが、物理的に意味のある流れとするには長い助走区間が必要とされる。なお、単に長い助走区間を設けたのみでは助走区間出口（解析領域入口）での乱流特性（摩擦応力、境界層厚さなど）を制御できないので、これらの欠点を克服するための手法も研究されている^{(33),(34)}。

2.3.3 出口のモデル化

前節と同じ理由により、全流体領域のうちの着目する部分のみを切り出して解析する場合、実際には存在しない仮想的な出口が計算モデル上で発生する。数学的に適切であるためには、出口法線方向（1方向）と接線方向（2次元では1方向、3次元では2方向）に出口境界条件を与える必要がある。全方向に流速を与えること(Dirichlet境界条件)も数学的には可能であるが、その値が通常未知であるので、不適切な流速を値を出口部に与えると非物理的な振動などが発生する。そこで、式(6)で定義される応力（密度で除したもの）を与えることが考えられる。 x 方向に垂直な2次元流れの出口（平面）を考えると法線ベクトルは $(n_1, n_2) = (1, 0)$ となるのでこの応力指定境界条件は以下のように記述される。

$$-p + 2\nu u_{1,1} = \tau_1^{\text{BC}} \tag{62a}$$

$$\nu u_{2,1} + \nu u_{1,2} = \tau_2^{\text{BC}} \tag{62b}$$

方程式の解（流速と圧力）が未知であるので、出口部での応力も一般には未知であるが、 $\tau_1^{\text{BC}} = \tau_2^{\text{BC}} = 0$ の条件が用いられることもある。しかし、この条件は低 Re 数流れの場合に出口部で不規則な流動となることが知られている⁽³⁵⁾。

C. Taylor ら⁽³⁶⁾は繰り返し計算中で得られた流速と圧力で出口応力を計算し、これを境界条件として用いると合理的な解が得られることを示している。T.C. Papanastasiou ら⁽³⁷⁾も同様の方法を熱流動解析に適用し良好な解を得ているが、この境界条件は連続体では‘境界条件なし’の問題を解くことに相当し、一見パラドックス的な条件である。この疑問を解明するため、J.C. Heinrich ら⁽³⁸⁾がその特性を調べており、この結果によると、このような境界条件は1次元移流拡散式のゼロメッシュ限界で Sommerfeld

の放射条件に等価となることである。また、D.F. Griffiths⁽³⁹⁾は1次元移流拡散式で p 次補間の有限要素を用いた場合の特性について検討しており、T.C. Papanastasiou⁽³⁷⁾の境界条件が '($p+1$)階の空間微分量をゼロとする境界条件に等価である' ことを示している。M. Renardy⁽⁴⁰⁾も同様の結果 (2次補間を用いた1次元移流拡散反応系式の変数を c とすると $\partial c^3/\partial x^3=0$ の境界条件を暗に課していることになること)を確認している。

G.Yagawa and Y. Eguchi⁽⁴¹⁾は剪断応力を未知量として方程式と同時に解く方法を提唱しており、境界条件として圧力のみが既知である場合に有効であることを示している。J.G. Heywood⁽⁴²⁾も圧力差のみが既知の場合の境界条件の与え方について提案しているが、基本的には次に述べる擬似応力 (密度で除した擬似応力) χ_i を用いた境界条件に相当するものである。

擬似応力 χ_i を用いる場合、 x 方向に垂直な2次元流れの出口 (平面) での応力指定境界条件は以下のように記述される。

$$-p + \nu u_{1,1} = \chi_1^{BC} \quad (63a)$$

$$\nu u_{2,1} = \chi_2^{BC} \quad (63b)$$

物理的な応力の場合と同様に、方程式の解 (流速と圧力) が未知であるので、出口部での擬似応力も一般には未知である。有限要素流体解析などでは $\chi_1^{BC} = \chi_2^{BC} = 0$ の条件が頻りに用いられるが、出口部での圧力が一定 (ゼロ) に等しい場合は $u_{1,1} = u_{2,1} = 0$ となり、これは差分法で頻りに用いられる '各流速の法線方向勾配がゼロ' の条件に一致する。また、カルマン渦が出口境界を通過するような流れの場合 (出口圧力が一定でない場合) も、物理的に妥当な解が得られることが経験的に知られている。このような理由から、有限要素法 LES 解析においても応力ゼロの出口条件がしばしば用いられるが^{(2),(43)}、LES 解析での応力には SGS 成分が暗に含まれるので、応力ゼロの境界条件が LES 解析でも物理的に妥当であるかは現在のところ不明である。

一方、浮力の影響などで出口部での圧力が大きく変化する場合は、2次元問題では以下のような分布形の擬似応力を境界条件として与えるとよいとされる^(44, p.478)。

$$\chi_1^{BC}(y, t) = -\int_0^y f_2(x^{BC}, y', t) dy' \quad (64)$$

ここで、 $f_i(x, y, t)$ は外力加速度、 $x=x^{BC}$ は出口境界の平面を表すものとする。

また、差分法などで以下のような境界条件がしばしば法線方向の条件として用いられるが、連続体系では条件(65)-(67)は条件不足、条件(68)は条件過剰となり、数学的に不適切とされる^(44, p.482)。

$$u_{1,1} = 0 \quad (65)$$

$$u_{1,1} = 0 \text{ および } p=0 \text{ (出口部1点のみ)} \quad (66)$$

$$u_{1,t} + Vu_{1,1} = 0 \quad (V \text{は解析者が指定する任意の速度}) \quad (67)$$

$$u_{1,1} = 0 \text{ および } p=0 \text{ (出口部全面)} \quad (68)$$

2.3.4 自由表面のモデル化

自由表面の境界条件は式(8)の応力の釣り合い条件（力学的境界条件）と式(11)の幾何学的制約から導出される運動学的境界条件であるが、後者は自由表面（境界）の位置が時々刻々変化することを意味する。この取り扱い方法として、メッシュ系を常に固定させる方法とメッシュを自由表面の変形に合わせて時間的に変形・再分割させる方法がある。前者は流れの方程式を Euler 系で記述するので Eulerian 法と呼ばれる。一方、後者のうちメッシュの移動速度とそこでの流体速度が一致する場合を Lagrangian 法と呼び、メッシュの移動速度を流体速度とは無関係に解析者が設定したルールで決定する方法を ALE(Arbitrary Lagrangian Eulerian)法と呼ぶ。

Lagrangian 法や ALE 法は変形が緩やかである場合に有効であるが、変形が激しい界面ではメッシュ形状の変形が激しくなり、またその再分割も容易ではなくなる。

一方、Eulerian 法では自由表面の位置情報が必要であるが、その方法として界面追跡法または界面捕獲法と呼ばれる方法が用いられる。これらの方法では予め界面に質量を持たないマーカー粒子や流体占有率などを表すスカラー値を配置し、その運動や分布を追跡しながら自由表面変形を定める手法である。この手法の代表例としては MAC 法⁽⁴⁵⁾、VOF 法⁽⁴⁶⁾、MARS 法⁽⁴⁷⁾、レベルセット法⁽⁴⁸⁾が挙げられる。

自由表面形状の変化が無視しうるほど小さい場合は式(8)の応力の釣り合い条件（力学的境界条件）のみを考慮すればよい。例えば、開水路の乱流特性について、自由表面にスリップ壁条件（自由表面法線速度ゼロおよび自由表面接線応力ゼロ）を用いた解析が K. Lam and S. Banerjee⁽⁴⁹⁾、Y. Pan and S. Banerjee⁽⁵⁰⁾、R. Nagaosa⁽⁵¹⁾、R. Broglia *et al.*⁽⁵²⁾によって行われている。一方、自由表面の変動を考慮した解析は Komori *et al.*⁽⁵³⁾、V. Borue *et al.*⁽⁵⁴⁾、W.T. Tai⁽⁵⁵⁾によって行われているが、Re 数が比較的小さい場合は自由表面変動の乱流特性などへの影響はほとんどないとのことである。ナトリウムを冷却材として使用する高速増殖炉の上部プレナム流れを考える場合、自由表面の変動は構造健全性の観点から定格運転時に大きく変動・変形することはないので、自由表面を一定と見なすことが可能と考えられる。この近似を用いることができれば運動学的境界条件は不要となり、スリップ壁条件などの力学的境界条件のみを考慮すればよいことになる。

2. 4 解析モデルの構築

2.4.1 モデル選定

ナトリウム冷却高速炉の炉容器内自由表面からのカバーガス巻き込み現象を評価するために必要とされる要件としては以下の2点が挙げられる。

1. 着目する物理量（現象）を実機条件で確定的な精度で予測しうること
2. 着目する物理量がガス巻き込み発生に対して合理的な保守性を有すること

1. に関して、数値流動解析によって予測可能な現象は当然ながらメッシュサイズで解像可能な現象に限られる。実機解析の解析領域の選び方にも依存するが、実機の代表長さを10m、格子分割数を一方向100-1000分割と考えると、実機解析のメッシュサイズは1-10cm程度となる。このスケールをもつ物理量（現象）としては、“窪み渦（の発生）”が挙げられる。矩形などの簡易形状体系⁽⁵⁶⁾や実証炉体系での水実験の結果⁽⁵⁷⁾によると、窪み渦や染料コアを伴う渦系の発生はガス巻き込み発生の予備的段階であり、常にガス巻き込みよりも小さな流速条件で発生するため、ガス巻き込み発生に対して合理的な保守性を有する現象と考えられる。

ナトリウム冷却高速増殖炉の上部プレナム流れを考える場合、2.3.4節で述べたように自由表面モデルとしては無液面スリップ壁条件を用いれば十分と考えられる。つまり、窪み渦の特性（上に示した渦周りの流速や圧力低下）を確定的な精度で求めることがガス巻き込み判定の要求条件となる。窪み渦は表面に循環や下降流速がある場所で発生する傾向にあるが、循環は渦度が集中することで形成され、この渦度は壁面での流れの加速・減速、および壁面方向の圧力勾配によって発生する。また、下降加速流がある場所では渦度が引き伸ばし効果で増大するとともに、渦系が下降流速に沿って長く伸びることにより、Biot-Savartの法則に従って自由表面で誘導速度（大きな窪み渦）が発生する。従って、数値解析では①渦度発生、②渦度の移流拡散、③下降流速、を精度良く予測することが必要となる。

①の渦度発生は壁面接線方向の加速・減速および圧力勾配で支配されるので、壁面形状の模擬性が重要となる。特に、実プラントの流路形状は複雑であるので、形状模擬性が高い有限要素法または有限体積法が有効と考えられる。

②の渦度の移流拡散を高精度に解析するには、数値的に安定であるとともに過剰な数値拡散を含まないことが条件であり、一般には相反する要求であるのでこれを満たすのは容易ではない。例えば、中心差分やGalerkin法に代表される離散化では精度は高いが必ずしも安定ではない。一方、上流化法やSUPG(Streamline Upwind/Petrov Galerkin)法⁽⁵⁸⁾に代表される方法は安定性は高いが必ずしも精度は良好ではない。

本解析モデルの構築に当たり、最低限の精度を確保するとともに、実用性を考慮して不必要に複雑なモデルは用いないことを基本方針とし、表2.1の仕様で解析モデルを構築することとした。つまり、流れの非定常性を捉えるために3次元非定常方程式

を基礎方程式とするが、実機では Re 数が大きくなるので LES 乱流モデル (Smagorinsky モデル) を導入する。また、自由表面の変形は考慮する必要はないと考えられるので、液面固定のスリップ条件を用いる。空間離散化法としては、実機での複雑形状に対応しうる有限要素法を用いることとし、メッシュ作成が容易な低次要素 (流速: 1 次数補間、圧力: 要素内一定関数補間) を用いる。有限要素法は弱形式に基づく定式化であるので、ここで用いる LES 乱流モデルは弱形式で空間平均化したモデル (シングル・スケール・モデル) に相当する。

なお、窪み渦の中心部分は微細な構造をしており、通常のメッシュ分割では解像できない。この問題を解決するために、この窪み渦を '軸対称収束下降流' ($u_r = -0.5\alpha r, 0, u_z = \alpha z$) と '円形渦' ($0, u_\theta, 0$) を重ね合わせた伸長渦でモデル化することが考えられる⁽⁵⁹⁾⁽⁶⁰⁾。ただし、実際には均一な下降流速は存在せず、下降流速勾配 α を適当な値に調整する必要がある⁽⁵⁹⁾。このようなフィッティング操作を行うと、渦の周方向速度 $u_\theta(r)$ と渦中心での圧力低下量 (無限遠を基準) Δp は以下のように表される。

$$u_\theta = \frac{\Gamma}{2\pi r} \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{r^2}{r_0^2}\right) \right\} \quad (69)$$

$$\Delta p = \rho \left(\frac{\Gamma}{2\pi r_0} \right)^2 \ln 2 \quad (70)$$

ここで、伸長渦理論では $r_0 = 2(\nu/\alpha)^{0.5}$, $\Gamma = 4\pi\nu\omega_0/\alpha = \pi r_0^2\omega_0$ で定義され、 ω_0 は渦中心での渦度を表す。実験値とフィッティングする場合は下降流速勾配 α とは無関係に r_0 , Γ を自由パラメータとして最小 2 乗法などで最適な値に設定することになる。

2.4.2 数値解析法

乱流モデルとして、弱形式を利用した単一スケール乱流モデルを採用したので、基礎方程式は質量保存式の弱形式(42)および運動量保存式の弱形式(43)となる。ただし、式(43)の左辺最終項 (境界積分) は左辺の応力境界条件に含めることとし、陽には取り扱わないこととする。

また、空間離散化として非上流化の Galerkin 有限要素法を用いるので、重み関数は変数の近似関数と同じものを使用することになる。ここでは (財) 電力中央研究所の LES 乱流開発コード SMART-FEM⁽¹⁴⁾ を基本として、解析を行う。このコードでは流速 \bar{u}_i を要素内各方向 1 次の補間関数 (要素境界で連続) で、圧力 \bar{p} を要素内一定関数 (要素境界で非連続) で近似するが、この補間関数の組み合わせは解の一意性を満たさないことが知られている。このため、SMART-FEM コードでは非圧縮条件式 (弱形式) に Hughes ら⁽⁶¹⁾ が提案する Global Jump 項と本著者⁽⁶²⁾⁽⁶³⁾ が提案する静水圧モード抑制項を導入している。この安定化により、チェッカー・ボード型の圧力モードを

抑制するとともに、圧力の定数関数分の不確定性も排除することができる。

以上の空間離散化をまとめると以下の行列方程式（節点流速、節点圧力を未知量とする時間に関する常微分方程式系）が得られる。

$$\mathbf{C}^T \mathbf{U} + \beta \mathbf{J} \mathbf{P} + \lambda \mathbf{H} \mathbf{P} = \mathbf{0} \quad (71)$$

$$\mathbf{M} \dot{\mathbf{U}} + \mathbf{A} \mathbf{U} + (\nu + \nu_{\text{SGS}}) \mathbf{K} \mathbf{U} - \mathbf{C} \mathbf{P} = \mathbf{F} + \mathbf{F}_t \quad (72)$$

ここで、 \mathbf{M} はコンシステント質量行列、 \mathbf{A} は対流行列、 \mathbf{F} は外力ベクトル、 \mathbf{F}_t は応力境界条件ベクトル、 \mathbf{U} は境界を含めた流速ベクトル、 \mathbf{P} は圧力ベクトル、 \mathbf{J} はグローバル・ジャンプ行列、 \mathbf{H} は静水圧抑制行列、 $\dot{\mathbf{U}}$ は \mathbf{U} の時間微分を表す。なお、各要素行列の評価には棚橋⁽⁶⁴⁾の離散ナブラ手法を用いた。例えば、節点 α の内挿関数を N_α と表すと、対流行列の要素行列 $A_{\alpha\beta}$ は離散ナブラ手法では以下のように近似される。

$$A_{\alpha\beta} = \int u_i N_\alpha N_{\beta,i} dx_1 dx_2 dx_3 \approx J_e U_{ie} \langle \mathbf{g}^i \rangle_e \int N_\alpha N_{\beta,\xi_i} d\xi_1 d\xi_2 d\xi_3 \quad (73)$$

ここで、 J_e : 要素平均ヤコビアン行列式、 U_{ie} : 要素平均流速、 $\langle \mathbf{g}^i \rangle_e$: 要素平均基底ベクトル ($\mathbf{g}^i = \nabla \xi_i$) を表す。このように近似すると物理空間の要素行列は全要素共通の計算空間での要素行列と各要素固有のヤコビアン行列式および基底ベクトルの積で表すことが可能となり、行列の記憶に必要な主記憶容量を大幅に低減させることができる。式(72)の時間積分には Brooks and Hughes⁽⁶⁰⁾の予測子/多重修正子法を用い、非圧縮性の条件(71)の取り扱いは通常の段階法での取り扱いに準じた。つまり、圧力 Poisson 方程式を解いて、非圧縮性を満たすような流速の修正を行っている。この予測子/多重修正子法のアルゴリズムを以下に示す。

[O] 初期化フェーズ

- | | | |
|-----|----------------|---|
| 0.1 | 時間と時間カウンターの初期化 | $t=0, n=0$ |
| 0.2 | 初期速度、初期圧力の設定 | $\mathbf{U}(n)=\mathbf{U}_0, \mathbf{P}(n)=\mathbf{P}_0$ |
| 0.3 | 初期加速度の計算 | $\mathbf{a}(n)=\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{F}+\mathbf{F}_t-\mathbf{A} \mathbf{U}_0 -\nu \mathbf{K} \mathbf{U}_0 + \mathbf{C} \mathbf{P}_0)$ |
| 0.4 | 流速境界条件の処理 | $\mathbf{a}(n)=\mathbf{G} \mathbf{a}(n)$ |

[I] 予測子フェーズ

1.1 内部カウンターの初期化 $k=0$ 1.2 修正初期速度・圧力の計算 $\mathbf{U}^k = \mathbf{U}(n) + \Delta t (1-\gamma)\mathbf{a}(n)$, $\mathbf{a}^k = 0$, $\mathbf{P}^k = \mathbf{P}(n)$

[II] 多重修正子フェーズ

2.1 中間加速度増分の計算 $\Delta \mathbf{a}^{*k} = \underline{\mathbf{M}}^{-1} (\mathbf{F} + \mathbf{F}_t - \mathbf{M}\mathbf{a}^k - \nu \mathbf{K} \mathbf{U}^k - \mathbf{A} \mathbf{U}^k + \mathbf{C} \mathbf{P}^k)$ 2.2 速度境界条件の処理 $\Delta \mathbf{a}^{*k} = \mathbf{G} \Delta \mathbf{a}^{*k}$ 2.3a $(k+1) < K_{max}$ 成立時: $\Delta \mathbf{a} = \Delta \mathbf{a}^{*k}$ 2.3b-1 $(k+1) < K_{max}$ 不成立時:

$$\text{中間速度の計算} \quad \mathbf{U}^{*k} = \mathbf{U}^k + \gamma \Delta t \Delta \mathbf{a}^{*k}$$

2.3b-2 圧力 Poisson 方程式による圧力増分の計算 $\Delta \mathbf{P}^k$

$$\begin{aligned} & \mathbf{C}^T \mathbf{G} \underline{\mathbf{M}}^{-1} \mathbf{C} \Delta \mathbf{P}^k + \frac{\beta}{\gamma \Delta t} \mathbf{J} \Delta \mathbf{P}^k + \frac{\lambda}{\gamma \Delta t} \mathbf{H} \Delta \mathbf{P}^k \\ & = -\frac{1}{\gamma \Delta t} \mathbf{C}^T \mathbf{U}^{*k} - \frac{\beta}{\gamma \Delta t} \mathbf{J} \mathbf{P}^k - \frac{\lambda}{\gamma \Delta t} \mathbf{H} \mathbf{P}^k \end{aligned}$$

2.3b-3 修正圧力の計算 $\mathbf{P}^{k+1} = \mathbf{P}^k + \Delta \mathbf{P}^k$ 2.3b-4 加速度増分の計算 $\Delta \mathbf{a}^k = \Delta \mathbf{a}^{*k} + \mathbf{G} \underline{\mathbf{M}}^{-1} \mathbf{C} \Delta \mathbf{P}^k$ 2.4 修正速度の計算 $\mathbf{U}^{k+1} = \mathbf{U}^k + \gamma \Delta t \Delta \mathbf{a}^k$ 2.5 修正加速度の計算 $\mathbf{a}^{k+1} = \mathbf{a}^k + \Delta \mathbf{a}^k$ 2.6a $(k+1) < K_{max}$ 成立時: $k=k+1$ として [II]を繰り返す2.6b $(k+1) < K_{max}$ 不成立時: $t=t+\Delta t$, $\mathbf{U}(n+1)=\mathbf{U}^{k+1}$, $\mathbf{a}(n+1)=\mathbf{a}^{k+1}$, $\mathbf{P}(n+1)=\mathbf{P}^{k+1}$, $n=n+1$

として [I]へ戻る

ここで、 $\underline{\mathbf{M}}$: 集中化質量行列, \mathbf{M} : 整合質量行列, Δt : 時間積分幅, γ : 時間積分パラメータ, K_{max} : 多重修正子繰り返し回数, を表す。また、アルゴリズムの中の全体行列 \mathbf{G} は流速境界条件 (スリップ条件を含む) を処理するために導入したものであり⁽⁶⁵⁾⁽⁶⁶⁾、以下で定義される。

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} \mathbf{O} & \mathbf{O} & \mathbf{O} & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{W} & \mathbf{O} & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{O} & \mathbf{H} & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{O} & \mathbf{O} & \mathbf{E} \end{pmatrix} \quad (74)$$

ここで、 \mathbf{O} はゼロ行列（第1行第1列の小行列 \mathbf{O} は流速完全指定境界の節点の3倍の次元）で、 \mathbf{E} は単位行列（流速境界条件が課せられていない自由節点の3倍の次元）を表す。また、 \mathbf{H} は図 2.2(a)に示すような自由表面や鈍角コーナー部などのスリップ面上の節点数 K （各2自由度）の3倍の次元を、 \mathbf{W} は図 2.2(b)に示すような鋭角コーナー部のスリップ線上の節点数 J （各1自由度）の3倍の次元を有する行列であり、以下のように表される。

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} \mathbf{H}_1 & \mathbf{O} & \cdot & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{H}_2 & \cdot & \mathbf{O} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{O} & \mathbf{O} & \mathbf{H}_K \end{pmatrix} \quad \mathbf{W} = \begin{pmatrix} \mathbf{W}_1 & \mathbf{O} & \cdot & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{W}_2 & \cdot & \mathbf{O} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{O} & \mathbf{O} & \mathbf{W}_J \end{pmatrix} \quad (75), (76)$$

上の行列中の $\mathbf{H}_k (k=1,2,\dots,K)$, $\mathbf{W}_j (j=1,2,\dots,J)$ で表される行列要素は節点 k または j に関する 3×3 の行列であり、以下で定義される。

$$\mathbf{H}_k = \begin{pmatrix} 1-n_x^2 & -n_y n_x & -n_z n_x \\ -n_x n_y & 1-n_y^2 & -n_z n_y \\ -n_x n_z & -n_y n_z & 1-n_z^2 \end{pmatrix} \quad (77)$$

$$\mathbf{W}_j = \mathbf{H}_j^A \mathbf{H}_j^B \quad (78)$$

ここで、式(77)の \mathbf{H}_k は (n_x, n_y, n_z) を単位法線ベクトルとする面で二次元的にスリップする条件を課すための行列であり、式(78)の \mathbf{W}_j は鋭角の角部（面 A および面 B の交線で定義される稜線）で一次元的にスリップする条件を課すための行列である。なお、スリップ面での単位法線ベクトル (n_x, n_y, n_z) は、M.S. Engelman ら⁽⁶⁷⁾と同様の考えに従いスリップ面での質量保存が満足されるように以下の式で求める。

$$\mathbf{n}_k = \frac{\sum_{m(k)=1}^{m(k)=M(k)} S_{m(k)} \mathbf{n}_{m(k)}}{\left| \sum_{m(k)=1}^{m(k)=M(k)} S_{m(k)} \mathbf{n}_{m(k)} \right|} \quad (79)$$

ここで、 $M(k)$ は節点 k を共有する要素面の数を、 $S_{m(k)}$ は節点 k を共有する要素の面 $m(k)$ の面積を、 $\mathbf{n}_{m(k)}$ はその面上での単位法線ベクトルを、 $|\cdot|$ はベクトルの長さを表

す。式(79)のように定義すると、スリップ面が曲面であっても質量保存が満足される。

2.4.3 解析結果の評価方法

ガス巻き込みの判定に利用する情報を解析結果から分析するには、窪み渦の存在とその強度を解析結果から抽出する必要がある。渦情報を抽出するための方法として、これまで様々な手法が提案されているが、すべての場合に適用可能な完全なものは現在までには考案されていない。そこで、ガリレオ変換に対して不変量となる以下の候補について、実際の数値解析結果によってそれらの優劣を判断することとした。

- (1) 自由表面流速の発散
- (2) 自由表面での渦度
- (3) 自由表面での圧力
- (4) 速度勾配第2不変量

以下では、自由表面が平面 $z=h$ (つまり $x_3=h$) で定義されると仮定し、これらのパラメータの評価方法を説明する。

(1) 自由表面流速の発散

非圧縮性の条件を用いると、以下の関係より自由表面流速の発散は液面近傍の下降流速勾配の逆符号と等しい。

$$u_{1,1} + u_{2,2} = -u_{3,3} \quad (80)$$

下降流速勾配が正の場合は、渦が引き伸ばされて大きな渦度が発生し、また渦糸が長く伸びると誘導速度が自由表面で発生するので、窪み渦が発生しやすくなると考えられる。このため、自由表面流速の発散をパラメータ候補の一つとした。自由表面が四角形 e で分割されている場合、この四角形 e での自由表面流速の発散は以下のように計算できる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{S_e} \int_{S_e} (u_{1,1} + u_{2,2}) dS &= \frac{1}{S_e} \int_{\partial S_e} (u_1 n_1 + u_2 n_2) dl \\ &= \frac{1}{S_e} \left(\sum_{k=1}^4 \mathbf{u}^k \times \mathbf{r}^k \right) \cdot \mathbf{n}_{FS} \end{aligned} \quad (81)$$

ただし、 \mathbf{u}^k , \mathbf{r}^k は図 2.3 に示すような k 番目の辺中心での自由表面流速ベクトルと辺ベクトルを表すものとし、 S_e は四角形の面積、 ∂S_e は四角形の外周、 (n_1, n_2) は辺での外向き単位法線ベクトル、 \mathbf{n}_{FS} は自由表面の外向き単位法線ベクトルを表す。

なお、自由表面流速の発散を全自由表面で平均したものは、以下のように自由表面での流入流速の線積分（喫水線）に比例する。

$$\frac{1}{S_{FS}} \int_{S_{FS}} (u_{1,1} + u_{2,2}) dS = \frac{1}{S_{FS}} \int_{\partial S_{FS}} (u_1 n_1 + u_2 n_2) dl \quad (82)$$

ここで、 S_{FS} ：自由表面の面積、 ∂S_{FS} ：自由表面と構造物の交線（喫水線）、 (n_1, n_2) ：自由表面境界での外向き単位法線ベクトルを表す。高速増殖炉上部プレナムでは自由表面境界は構造物であるので、自由表面流速の発散の全自由表面平均値はゼロとなる。

(2) 自由表面での渦度

渦度は渦の形成を可視化する場合にこれまで頻繁に用いられている物理量であり、窪み渦の場合にもその大きさが大きくなるものと考えられる。自由表面では渦度ベクトルは自由表面に法線成分が卓越すると考えられるので、自由表面流速から算出される渦度の法線成分 ω_3 は小さな四角形 e に対して以下のように計算できる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{S_e} \int_{S_e} \omega_3 dS &= \frac{1}{S_e} \int_{S_e} (\nabla \times \mathbf{u}) \cdot \mathbf{n}_{FS} dS \\ &= \frac{1}{S_e} \int_{\partial S_e} \mathbf{u} \cdot d\mathbf{l} \\ &= \frac{1}{S_e} \sum_{k=1}^4 \mathbf{u}^k \cdot \mathbf{r}^k \end{aligned} \quad (83)$$

なお、この渦度を全自由表面で平均したものは、以下のように自由表面喫水線での流速ベクトルと線ベクトル（喫水線接線方向）の内積の総和に比例する。

$$\begin{aligned} \frac{1}{S_{FS}} \int_{S_{FS}} \omega_3 dS &= \frac{1}{S_{FS}} \int_{S_{FS}} (\nabla \times \mathbf{u}) \cdot \mathbf{n}_{FS} dS \\ &= \frac{1}{S_{FS}} \int_{\partial S_{FS}} \mathbf{u} \cdot d\mathbf{l} \end{aligned} \quad (84)$$

高速増殖炉上部プレナムでは自由表面境界は構造物であるので、渦度の全自由表面平均値はゼロとなる。また、自由表面境界（喫水線）で境界に垂直に流れが流入する場合も $\mathbf{u} \cdot d\mathbf{l} = 0$ により渦度の全自由表面平均値は常にゼロとなる。

(3) 自由表面での圧力

渦中心の圧力は渦の遠心力により低下するので、圧力の極小値がある場合は渦の可能性がある。渦でない場合も圧力が極小となる場合もあるが、自由表面では渦がない部分の圧力はガス圧と釣り合うと考えられるので、圧力をパラメータ候補の一つとした。

(4) 速度勾配第2不変量

M.S. Chong ら⁽⁶⁸⁾は速度勾配テンソル $[\vartheta_{ij}]=[u_{i,j}]$ の固有値によって流れのパターンを分類できることを示している。この固有値を λ とすると、 $[\vartheta_{ij}]$ の特性方程式は以下のように記述できる。

$$\lambda^3 - \Phi \lambda^2 - \Pi \lambda - \Theta = 0 \quad (85)$$

ここで、 Φ 、 Π 、 Θ は $\vartheta=[\vartheta_{ij}]$ の成分により以下の通り定義されるものである。

$$\Phi = \text{tr}(\vartheta) \quad (86)$$

$$\Pi = 0.5(\text{tr}(\vartheta^2) - \Phi^2) \quad (87)$$

$$\Theta = \det(\vartheta) \quad (89)$$

流れが非圧縮性である場合は $\Phi = \text{tr}(\vartheta) = u_{i,i} = 0$ となる。M.S. Chong ら⁽⁶⁹⁾は固有値 λ が1つの実解と2つの複素解である場合に回転流となることを指摘しており、その条件は以下のように表される。

$$27 \Theta^2 > 4 \Pi^3 \quad (90)$$

J.C.R.Hunt ら⁽⁷⁰⁾は渦構造の抽出に第2不変量 Π を用いることを提唱しており、例えば式(90)と整合するように、 $\Pi < 0$ を判定式として使用することも考えられる。第2不変量 Π の物理的な意味は剪断と渦の差であり、事実、非圧縮性流体に対しては以下のように表すことができる。

$$\Pi = 0.5(S_{ij}S_{ij} - \Omega_{ij}\Omega_{ij}) \quad (91)$$

ここで、 $[S_{ij}]$ および $[\Omega_{ij}]$ は $2S = \vartheta + \vartheta^T$ 、 $2\Omega = \vartheta - \vartheta^T$ で定義される歪みテンソルおよび回転テンソルを表す。なお、非圧縮性流体に対しては -2Π は密度で除した圧力 p のラプラシアンと常に等しい。

$$\nabla^2 p = -2\Pi \quad (92)$$

式(92)は第2不変量 Π が負で絶対値が大きい場合、圧力は極小となることを示している。

第3章 ベンチマーク問題による検証解析

3.1 解析条件

核燃料サイクル開発機構により提示されたベンチマーク問題は図 3.1 に示す直径 0.4m の円筒内旋回流であり、図 3.2 に示すように入口部の助走区間(円筒外周と接する部分で 0.25m)と出口部の緩和区間(円筒底部より 0.16m)を設けた領域を有限要素で分割した。解析条件は表 3.1 に示すものであり、境界条件としては、以下のように物体壁面でノンスリップ、自由表面でスリップ、出口面で擬似応力ゼロとし、入口面では実験での平均流速 (0.04167m/sec) に固定した。

$$\text{(入口)} \quad u_1 = -0.04167 \text{ m/sec}, u_2 = u_3 = 0 \text{ m/sec}$$

$$\text{(壁)} \quad u_1 = 0 \text{ m/sec}, u_2 = u_3 = 0 \text{ m/sec}$$

$$\text{(自由表面)} \quad \chi_1 = \chi_2 = 0 \text{ m}^2/\text{sec}^2, \quad u_3 = 0 \text{ m/sec}$$

$$\text{(出口)} \quad \chi_1 = \chi_2 = \chi_3 = 0 \text{ m}^2/\text{sec}^2$$

ただし、入口部のメッシュ分割が 8 要素(線形近似)であり両端は壁で流速ゼロとなるので、流量は実験の 7/8 に低減している。また、壁面での SGS 粘性の減衰関数としては $\zeta = 1 - \exp(-y^+/25)$ を用い、フィルター幅 Δ は各要素体積の立方根とした。Smagorinsky 定数 C_s として 0.1 を用いたが、その理由は既存の平行平板流れ解析で $C_s = 0.1$ が最適とされていることに因る。

初期条件としては、流速ゼロ・圧力ゼロを全領域で与え、時間積分を時刻 400 sec (十分に準定常状態と判断した時間) まで進めた。

3.2 解析結果

自由表面での流速ベクトルを図 3.3 に示す。円筒中心を回転軸とする旋回流が形成されており、中心部で大きな流速が生じていることが分かる。この傾向は円筒内部でも同様であり、図 3.4 に示す縦断面($x=0$ および $y=0$)の流速ベクトルからも渦糸が回転軸に沿って伸びていることが観察ができる。

このベンチマーク問題については、レーザー・ドップラー流速計を用いた実験結果があるので、解析結果と比較することができる。ただし、実験結果は 60 sec または 90 sec の時間平均であるのに対し、ここでの解析結果は空間平均の瞬時値である点に注意を要する。図 3.5 に示す底部から 0.15m の水平断面($z=0.15$)での流速を実験結果と定量的に比較すると、周方向流速については図 3.6(a)および(b)の流速プロファイルを得ることができる。ここで渦の中心は円筒中心($x=0, y=0$)と僅かにずれているので、それぞれ $x=0.0075$ および $y=-0.004$ の線上の流速を抽出して実験と比較している(付録

にそのデータを掲載)。この図から渦中心から半径 0.04 m 以上では両者の流速分布はほぼ一致するが、半径 0.04 m 以内のシャープな渦構造は解析では捕らえられていないことが分かる。下降流速については図 3.7(a)および(b)の流速プロファイルを得ることができる。この図から下降流速は主に渦中心で卓越しており、外部では下降流速は小さい傾向が実験・解析で共通に観察されているが、渦中心のシャープな渦構造は解析では捕らえられていないことが分かる。

3. 3 考察

ガス巻き込みの判定・評価に利用しうる物理量として、2. 4. 3 節では 4 つの物理量を候補として取り上げた。ここでは、上述のベンチマーク解析結果を用いて、それらの優劣を判断する。

3.3.1 自由表面流速の発散

図 3.8 に自由表面流速の発散に逆符号を付けたもの、つまり下降流速勾配 α を示す。この計算には式(81)を用い、各自由表面要素での値を求めて、自由表面節点にその値を割り振ったものをプロットしたものである。この図から下降流速勾配 α は自由表面では均一ではなく、特に渦中心付近ではプラス、マイナスまちまちの値をとることが判明した。ガス巻き込みの判定・評価に利用するには、伸長渦理論の仮定である“均一に分布した下降流速勾配 α ”が存在することが好ましいが、この結果によると伸長渦理論の仮定は実際の流れでは成立していないことになる。また、この値の極値などはスポット的に分散しているので渦の特定にも利用することは困難と考えられる。

自由表面流速の発散の計算が妥当であることは式(82)の成立性を計算結果を用いてチェックすることで確認できる。左辺の分母（自由表面の全面積）、分子（自由表面流速の発散の面積積分）はそれぞれ $0.13238(\text{m}^2)$ 、 $-1.458 \times 10^{-3}(\text{m}^2/\text{sec})$ であり、左辺の値は $0.0110(1/\text{sec})$ となる。一方、右辺の値は入口部の流速に入口幅を乗じたものを自由表面の全面積で除した値であり、 $-0.04167(\text{m}/\text{sec}) \times 0.04(\text{m}) \div 0.13238(\text{m}^2) = -0.01259(1/\text{sec})$ となるが、数値解析ではこの部分を均等な有限要素で 8 分割しており、両端部は壁のゼロ流速に線形で低減するのでこれを $7/8$ にする必要があるので、 $0.01259(1/\text{sec}) \times 7/8 = 0.0110(1/\text{sec})$ となり、完全に一致する。

3.3.2 自由表面での渦度

図 3.9 に自由表面流速から計算した渦度（自由表面法線方向： z 成分）を示す。この計算には式(83)を用い、各自由表面要素での値を求めて、自由表面節点にその値を割り振ったものをプロットしたものである。反時計周りの渦度は正となるので、渦中心で渦度の極大値が現れている。一方、渦周辺や入口左側を除く壁近傍では負の渦度が発生しており、両者の総和は式(84)の関係からゼロ（喫水線での流速ベクトルと喫水線方向ベクトルの内積の総和）となる。実際に式(84)左辺の分子（自由表面流速の渦度の面積積分）を計算すると $2.65 \times 10^{-17}(\text{m}^2/\text{sec})$ となり、実質的にゼロとなる。

このように渦度は壁での剪断によっても発生するので、その大きさのみでは純粋な回転との区別が困難である。

3.3.3 自由表面での圧力

図 3.10 に自由表面での圧力（密度で除したもの）を示す。渦中心で圧力が極小となることが分かるが、実際の流れでは大小さまざまな複数の渦が発生するとともに炉内構造物の後流などでも圧力が低下するので、圧力の絶対量のみで窪み渦の発生を判定することは困難と考えられる。

3.3.4 速度勾配第 2 不変量

図 3.11 に自由表面流速から第 2 不変量（ただし、式(91)の 2 倍の量： 2Π ）を示す。この値が負の部分は回転が剪断よりも卓越していることを意味しており、渦中心で第 2 不変量の極小値がシャープに現れている。この値が負の領域の代表半径は図 3.6(a) および(b)の渦のコア部分の半径とほぼ等しいことが分かるので、渦の大きさの判定に利用できる可能性がある。

一方、渦の強度を判定することができるかを調べるために、伸長渦モデルを当てはめてみる。伸長渦では、式(91)の第 2 不変量の渦中心での値（極小値） Π_0 は渦度の極大値 ω_0 と以下の関係があることが導かれる。

$$\text{渦中心で } -2\Pi_0 = \omega_0^2/4 \quad (93)$$

実験で得られた自由表面近傍の流速プロファイルから渦度の極大値 ω_0 を推算すると 140(1/sec)程度となり、式(93)の右辺は $5 \times 10^3(1/\text{sec}^2)$ 程度となるが、解析では得られる式(93)の左辺の量は 640 程度であり、大きな開きがある。これは解析では渦中心の微細な構造を解像できていないことに起因するものと考えられる。

第4章 結言

本研究では、ナトリウム冷却高速炉の炉容器内自由表面からのカバーガス巻き込み現象評価に適切な数値解析モデルを調査した。特に、液体ナトリウム/アルゴンガスの気液界面におけるガス巻き込み現象を数理的に記述する方程式・境界条件の分析、自由表面・壁・出口などの境界条件の取り扱い、弱形式に基づく乱流モデル、解析結果の評価方法について調査を行った。これに基づき実機複雑流路形状への適用性および現象再現性が高いと考えられる有限要素法乱流解析モデルを構築した。この数値解析モデルのカバーガス巻き込み現象への適用性を評価するために、ベンチマーク解析を実施し、以下の結果を得た。

- (1) 本解析モデルはベンチマーク問題の流れの全体流況（渦周辺の流速分布）を概ね再現できる。
- (2) しかしながら、本解析で用いたメッシュ分割では空間解像が十分ではないため、渦中心のシャープな渦構造は捕らえられていない。
- (3) 自由表面での流速の発散・渦度・圧力・速度勾配第2不変量の内、速度勾配第2不変量は渦の大きさの評価に利用できる可能性がある。

実用的な解析では渦の位置を予め知ることは困難なので、流れの全体流況（渦周辺の流速分布）から渦の大きさや強度を推定する手段の開発が必要であるが、渦の大きさについては速度勾配第2不変量を利用できる可能性があるため、今後は渦の強度を定量化する方法を検討する必要がある。

参考文献

- (1) 大島 宏之、‘高速増殖炉におけるガス巻込み研究の現状’、混相流、17 巻、3 号、pp.251-258、2003.
- (2) C. Kato, M. Kaiho and A. Manabe, ‘An overset finite-element large-Eddy Simulation with applications to turbomachinery and aeroacoustics’, J. Applied Mechanics (Trans. ASME), **70**, pp.32-43, 2003.
- (3) W. Rodi, J.H. Ferziger, M. Breuer and M. Pourquie, ‘Status of large-eddy simulation: results of a workshop’, Trans. ASME, J. Fluid Eng., **119**, pp.248-262, 1997.
- (4) M.A.Leschziner, ‘At the crossroads of turbulence modelling and simulation: opportunities and challenges’, in Advances in Fluid Modeling and Turbulence Measurements (eds.:Wada A., Ninokata, H. and Tanaka, N.), World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., Singapore, pp.3-19, 2002.
- (5) C. Meneveau and J. Katz, ‘Scale-invariance and turbulence models for Large-Eddy Simulation’, Annu. Rev. Fluid Mech., **32**, pp.1-32, 2000.
- (6) C.D. Pruett, ‘Toward the De-Mystification of LES’, in DNS/LES - Progress and Challenges (Proceedings of Third AFOSR International Conference on DNS and LES), ed. by C. Liu, L. Sakell and T. Beutner, Greyden Press Columbus, pp.359 - 364, 2001.
- (7) C.D. Pruett and N.A. Adams, ‘A priori analyses of three subgrid-scale models for one-parameter families of filters’, Physics of Fluids A, **12**, pp.1133-1142, 2000.
- (8) M. Germano et al., ‘A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model’, Physics of Fluids A, **3**, pp.1760-1765, 1991.
- (9) D.K. Lilly., ‘A proposed modification of the Germano subgrid-scale closure model’, Physics of Fluids A, **4**, pp.633-635, 1992.
- (10) S. Ghosal, P. Moin, The basic equations for the large-eddy simulation of turbulent flows in complex geometry, J. Comp. Physics, **118** , pp.24-37, 1995.
- (11) O.V. Vasilyev, S. Lund, P. Moin, A general class of commutative filters for LES in complex geometries, J. Comp. Physics, **146**, pp.82-104, 1998.
- (12) M. Iovieno, D. Tordella, Variable scale filtered Navier -Stokes equations: A new procedure to deal with the associated commutation error, Physics of Fluids, **15**, pp.1926-1936, 2003.
- (13) T.J.R. Hughes, L. Mazzei and K.E. Jansen, ‘Large eddy simulation and the variational multiscale method’, Computing Visualization Science, **3**, pp. 47-59, 2000.
- (14) 電力中央研究所 研究報告 U02042 (江口 謙、服部 康男), ‘複雑形状流れに対する非定常乱流解析コードの開発 (その 1) -有限要素法 LES 解析コード SMART-FEM の開発-’, 平成 15 年 4 月.
- (15) 江口 謙, ‘LES 方程式における可換性誤差の数値的評価’, 第 17 回数値流体力

学シンポジウム講演論文集, A6-1, 平成 15 年 12 月

- (16) T.J.R. Hughes, L. Mazzei and A.A. Oberai, 'The multiscale formulation of large eddy simulation: Decay of homogeneous isotropic turbulence', *Physics of Fluids*, **13**, pp.505-512, 2001.
- (17) T.J.R. Hughes, A.A. Oberai and L. Mazzei, 'Large eddy simulation of turbulent channel flows by the variational multiscale method', *Physics of Fluids*, **13**, pp.1784-1799, 2001.
- (18) S. Collis, 'Monitoring unresolved scales in multiscale turbulence modeling', *Physics of Fluids*, **13**, pp.1800-1806, 2001.
- (19) 江口 譲, "マルチスケール SGS モデルによる移流・拡散問題の数値解析", 日本機械学会 第 15 回計算力学講演会, pp. 535-536, 2002.
- (20) 江口 譲, "マルチスケール有限要素法による高 Re 数非圧縮粘性流体解析", 第 16 回数値流体力学シンポジウム講演論文集, A26-3, 平成 14 年 12 月
- (21) 江口 譲, "マルチスケール熱流動解析コード MISTRAL の開発", 日本原子力学会「春の年会」, J 58, vol. II, p.484, 2003.
- (22) P. Moin and J. Kim, 'On the numerical simulation of time-dependent viscous incompressible fluid flows involving solid boundaries', *J. Comp. Physics*, **35**, pp.381-392, 1980.
- (23) K. Horiuti, 'Comparison of conservative and rotational forms in large eddy simulation of turbulent channel flow', *J. Comp. Physics*, **71**, pp.343-370, 1987.
- (24) U. Piomelli, P. Moin and J.H. Ferziger, 'Model consistency in large eddy simulation of turbulent channel flow', *Physics of Fluids*, **31**, pp.1884-1891, 1988.
- (25) J.W. Deardorff, 'A numerical study of three-dimensional turbulent channel flow at large Reynolds number', *J. Fluid Mechanics*, **41**, part 2, pp.453-480, 1970.
- (26) U. Shumann, 'Subgrid scale model for finite difference simulations of turbulent flows in plane channels and annuli.', *J. Comp. Physics*, **18**, pp.376-404, 1975.
- (27) G. Groetzbach, 'Direct numerical and large eddy simulation of turbulent channel flows', in: *Encyclopedia of Fluid Mechanics* (ed. N.P. Cheremisinoff), Gulf Publishing Co., Vol.6, pp. 1337-1391, 1987.
- (28) 森西 洋平、小林 敏雄、'人口的壁面境界条件を用いた LES の構成およびその評価', 日本機械学会論文集、B編、57 巻、540 号、pp. 2595-2601、1991.
- (29) U. Piomelli, J.H. Ferziger and P. Moin, 'New approximate boundary conditions for large eddy simulations of wall-bounded flows', *Physics of Fluids A*, **1**, pp.1061-1068, 1989.
- (30) Y. A. Hassan and H.R. Barsamian, 'New-wall modeling for complex flows using the large eddy simulation technique in curvilinear coordinates', *Int. J. Heat and Mass Transfer*, **44**, pp.4009-4026, 2001.
- (31) R.C. McCallen, B.T.Kornblum and W. Kollman, 'Large-eddy simulation in complex domains using the finite element method', Lawrence Livermore National Lab., UCRL-JC-124701, 1996.

- (32) S. Lee, S.K. Lee and P. Moin, 'Simulation of spatially evolving turbulence and the applicability of Taylor's hypothesis in compressible flow', *Physics of Fluids A*, **4**, pp.1521-1530, 1992.
- (33) T. Lund, X. Wu and K.D. Squires, 'Generation of turbulent inflow data for spatially-developing boundary layer simulations', *J. Comp. Physics*, **140**, pp.233-258, 1998.
- (34) A. Spille and H-J. Kaltenbach, 'Generation of turbulent inflow data with a prescribed shear-stress profile', in *DNS/LES - Progress and Challenges (Proceedings of Third AFOSR International Conference on DNS and LES)*, ed. by C. Liu, L. Sakell and T. Beutner, Greyden Press Columbus, 2001.
- (35) J.L. Leone and P.M. Gresho, 'Finite element simulations of two-dimensional, viscous incompressible flow over a step.', *J. Comp. Physics*, **41**, pp.167-191, 1981.
- (36) C. Taylor, J. Rance and J.O. Medwell, 'A note on the imposition of traction boundary conditions when using the FEM for solving incompressible flow problems', *Communications in Applied Numerical Methods*, **1**, pp.113-121, 1985.
- (37) T.C. Papanastasiou, N. Malamataris and K. Ellwood, 'A new outflow boundary condition', *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, **14**, pp. 587-608, 1992.
- (38) J.C. Heinrich, S.R. Idelsohn, E. Onate and C.A. Vionnet 'Boundary conditions for finite element simulations of convective flows with artificial boundaries', *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, **39**, pp. 1053-1071, 1996.
- (39) D.F. Griffiths, 'The 'No boundary condition' outflow boundary condition', *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, **24**, pp. 393-411, 1997.
- (40) M. Renardy, 'Imposing 'No' boundary condition at outflow: Why does it work?', *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, **24**, pp. 413-417, 1997.
- (41) G. Yagawa and Y. Eguchi, 'Comparison between the traction and pressure-imposed boundary conditions in finite element flow analysis', *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, **7**, pp. 521-532, 1987.
- (42) J.G. Heywood, R. Rannacher and S. Turek, 'Artificial boundaries and flux and pressure conditions for the incompressible Navier-Stokes equations', *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, **22**, pp. 325-352, 1996.
- (43) McCallen, R.C., Kornblum, B.T. and Kollman, W., 'Large-eddy simulation in complex domains using the finite element method', Lawrence Livermore National Lab., UCRL-JC-124701, 1996.
- (44) Gresho PM, Sani RL. *Incompressible flow and the finite element method, Volume 2: Isothermal laminar flow*, John Wiley & Sons Ltd: Chichester, 1998.
- (45) F.H. Harlow and J.E. Welch, 'Numerical study of large-amplitude free surface motion', *Physics of Fluids*, **8**, pp.2182-2189, 1965.
- (46) W.C. Hirt and B.D. Nicol, 'Volume of fluid (VOF) methods for the dynamics of free

- boundaries', *J. Comp. Physics*, **39**, pp.201-225, 1981.
- (47) 功刀 資彰, '自由界面を含む多相流の直接数値解析法', 日本機械学会論文集、B編、63巻、609号、pp. 1576-1584、1997.
- (48) Y.C. Chang, T.Y. Hou, B. Merriman and S. Osher, 'A level set formulation of Eulerian interface capturing methods for incompressible fluid flows', *J. Comp. Physics*, **124**, pp.449-464, 1996.
- (49) K. Lam and S. Banerjee, 'On the condition of streak formation in a bounded turbulent flow', *Physics of Fluids A*, **4**, pp.306-320, 1992.
- (50) Y. Pan and S. Banerjee, 'A numerical study of free-surface turbulence in channel flow', *Physics of Fluids*, **7**, pp.1649-1663, 1995.
- (51) R. Nagaosa, 'Direct numerical simulation of vortex structures and turbulent scalar transfer across a free surface in a fully developed turbulence', *Physics of Fluids*, **11**, pp.1581-1595, 1999.
- (52) R. Broglia, A. Pascarelli and U. Piomelli, 'Large-eddy simulation of ducts with free surface', *J. Fluid Mechanics*, **484**, pp.223-253, 2003.
- (53) S. Komori, N. Nagaosa, N. Murakami, Y. Chiba, S. Ishii and K. Kuwahara, 'Direct numerical simulation of three-dimensional open-channel flow with zero-shear gas-liquid interface', *Physics of Fluids A*, **5**, pp.115-125, 1993.
- (54) V. Borue, S. Orszag and S.A. Staroselsky, 'Interaction of surface waves with turbulence: direct numerical simulation of turbulent open-channel flow', *J. Fluid Mechanics*, **286**, pp1-23, 1995.
- (55) W.T. Tsai, 'A numerical study of the evolution and structure of a turbulent shear layer under a free surface', *J. Fluid Mechanics*, **354**, pp.239-276, 1998.
- (56) 電力中央研究所 研究報告、U91005、江口 譲, '自由液面でのガス巻き込み現象におけるスケール効果', 平成3年5月.
- (57) 山本、江口、谷本、木村、鈴木、西村, 'トップエントリー方式ループ型炉の中間熱交換器ガス巻き込み試験', 日本機械学会論文集(B編)、59巻、565号、pp.2721-2728, 1993.
- (58) A.N. Brooks, T.J.R Hughes, 'Streamline upwind / Petrov-Galerkin formulations for convection dominated flows with particular emphasis on the incompressible Navier-Stokes equations', *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, **32**, pp. 199-259, 1982.
- (59) 電力中央研究所 研究報告、U97073、守屋祥一, '自由表面渦のガス巻き込み発生限界に及ぼす模型縮尺効果', 平成10年3月.
- (60) T. Nagahara, T. Sato, T. Okamura and R. Iwano, 'Measurement of the flow around the submerged vortex cavitation in a pump intake by means of PIV', 5th Int. Symp. on Cavitation, Cav03-OS-6-011, Osaka, 2003.
- (61) Hughes, T.J.R., Franca, L.P., 'A new finite element formulation for computational fluid dynamics: VII The Stokes problem with various well-posed boundary conditions:

- Symmetric formulations that converge for all velocity/pressure spaces', *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* **65**, pp. 85-96, 1987.
- (62) Eguchi, Y. 'A new positive-definite regularization of incompressible Navier-Stokes equations discretized with Q1/P0 finite element', *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, **41**, pp.881-904, 2003.
- (63) 江口 譲、"密閉容器内非圧縮流れ解析における静水圧モード抑制法の提案"、日本原子力学会「秋の大会」, L30, vol. II, p.355, 2002.
- (64) 棚橋、流れの有限要素法解析 I、朝倉書店、1997.
- (65) Y. Eguchi, 'Practical techniques for a 3-D FEM analysis of incompressible fluid flow contained with slip walls and a downstream tube bundle', *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, **37**, pp.279-295, 2001.
- (66) 電力中央研究所報告、U00047、江口 譲、'伝熱管上流側の復水器水室に対する流動解析手法の開発'、平成13年3月.
- (67) M.S. Engelman, R.L. Sani and P.M. Gresho, 'The implementation of normal and/or tangential boundary conditions in finite element codes for incompressible fluid flow', *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, **2**, pp.225-238, 1982.
- (68) M.S. Chong and A.E. Perry, 'A general classification of three-dimensional flow fields', *Physics of Fluids A*, **2**, pp.756-777, 1990.
- (69) M.S. Chong, J. Soria, A.E. Perry, J. Chacin, B.J. Cantwell and Y. Na, 'Turbulence structures of wall-bounded shear flows found using DNS data', *J. Fluid Mechanics*, **357**, pp225-247, 1998.
- (70) J.C.R. Hunt, A.A. Wray and P. Moin, 'Eddies, stream and convergence zones in turbulent flows', Center for Turbulence Research report, CTR-S88, 1988.

付録 解析データ集

1. $z=0.15(\text{m})$, $x=0.0075(\text{m})$ 断面での解析結果 (図 3.6(a)および図 3.7(a))

渦中心からの距離	u (m/sec)	v (m/sec)	w (m/sec)
-0.19584	0	0	0
-0.19107	0.034868	0.0041416	0.017321
-0.18626	0.052413	0.0085164	0.016866
-0.18131	0.050934	0.0074689	0.0072365
-0.17964	0.048906	0.0079392	0.0040252
-0.17625	0.044992	0.008703	-0.0023373
-0.17096	0.047005	0.0085685	-0.0020079
-0.1657	0.052358	0.0069296	-0.0060865
-0.16051	0.048366	0.002613	-0.008703
-0.15538	0.044969	0.0034791	0.00014299
-0.15027	0.049038	0.0045221	0.010466
-0.14516	0.050609	0.0067576	0.0061693
-0.14007	0.048906	0.0076446	0.0036565
-0.13498	0.050084	0.012915	-0.0027048
-0.12992	0.051898	0.016427	-0.0046109
-0.12494	0.053739	0.018967	-0.0077146
-0.12005	0.057242	0.012816	-0.00090685
-0.11525	0.06257	0.011339	-0.0031627
-0.11052	0.067088	0.0082035	-0.0082142
-0.10572	0.065071	0.0065968	-0.01645
-0.10081	0.067545	-5.78E-05	-0.014244
-0.095717	0.074715	0.0050952	-0.020139
-0.090491	0.075372	0.0080779	-0.0079112
-0.085438	0.075943	0.0071971	0.0060948
-0.080818	0.08607	-0.0039043	0.017376
-0.076335	0.10113	-0.011516	-0.00025278
-0.071676	0.10286	-0.022535	-0.0011472
-0.067982	0.12454	-0.018649	0.0057437
-0.066465	0.13281	-0.015552	0.007213
-0.061128	0.15448	-0.013931	-0.012342
-0.055478	0.13701	-0.012912	-0.024954
-0.049035	0.12357	-0.01211	-0.024463
-0.047283	0.13594	-0.0078871	-0.030103
-0.042507	0.16991	0.0021969	-0.049511
-0.036	0.22641	0.023226	-0.097461
-0.030383	0.24193	0.044602	-0.053684
-0.024913	0.19731	0.037964	-0.08596
-0.019723	0.17153	0.070141	-0.12617
-0.015282	0.13956	0.047303	-0.13962
-0.011	0.16233	0.022644	-0.084795
-0.006	0.056913	0.013869	-0.10084
-0.001	0.00024804	0.022446	-0.069034
0.004	-0.024896	0.0088959	-0.073958

0.009	-0.10386	0.014721	-0.075014
0.014	-0.21562	0.0042964	-0.031272
0.019	-0.2112	-0.024407	-0.008162
0.023298	-0.20324	-0.0060892	1.46E-05
0.027724	-0.15842	-0.041432	0.0025827
0.032686	-0.18616	-0.028226	-0.040997
0.038143	-0.14156	-0.056675	-0.020187
0.044	-0.15794	-0.030286	-0.015204
0.050295	-0.13894	-0.0028481	-0.01717
0.054067	-0.13053	-0.0056712	-0.012707
0.056794	-0.12651	-0.0074491	-0.0094184
0.063478	-0.1009	-0.021436	-0.018848
0.068133	-0.096378	-0.021143	-0.024393
0.073031	-0.092869	-0.019155	-0.012557
0.077245	-0.084645	-0.018128	0.0036469
0.078123	-0.083092	-0.017322	0.0070464
0.083322	-0.085632	-0.014598	0.0097252
0.088675	-0.079791	-0.020235	-0.00058888
0.090805	-0.080822	-0.021364	-0.0064746
0.093897	-0.080108	-0.024215	-0.013082
0.098882	-0.070842	-0.024014	0.0032586
0.1036	-0.063527	-0.016651	-0.001448
0.10372	-0.063464	-0.016432	-0.0016237
0.10404	-0.063221	-0.016495	-0.0019479
0.10838	-0.060518	-0.017384	-0.0067076
0.11311	-0.056079	-0.017333	-0.010378
0.11793	-0.053417	-0.015953	-0.018783
0.12281	-0.051684	-0.018017	-0.013366
0.12775	-0.053813	-0.012885	-0.0083762
0.13275	-0.054014	-0.0075619	-0.0037059
0.13781	-0.053524	-0.0066645	-0.0026847
0.14291	-0.050283	-0.0066789	0.0011196
0.14805	-0.048633	-0.0016589	0.0057671
0.15319	-0.048285	0.0057472	0.010693
0.15834	-0.047934	0.0058876	0.0073006
0.16348	-0.045612	-0.0024553	0.0048674
0.1686	-0.043634	-0.0073322	0.0082862
0.17372	-0.042478	-0.0059739	0.0086041
0.17882	-0.047316	-0.0036035	0.0064247
0.18391	-0.050503	-0.0030131	0.002536
0.18898	-0.050843	-0.0030499	0.0017696
0.19403	-0.050161	-0.0029921	0.0026865
0.19903	-0.03604	-0.00134	0.0018241
0.204	0	0	0

2. $z=0.15(\text{m})$, $y=-0.004(\text{m})$ 断面での解析結果 (図 3.6(b)および図 3.7(b))

渦中心からの距離	u (m/sec)	v (m/sec)	w (m/sec)
-0.20745	0	0	0
-0.20243	-0.00079889	-0.032723	0.0092357
-0.19744	-0.0026976	-0.048896	-0.0044061
-0.19244	-0.0028545	-0.044294	-0.0031966
-0.18749	0.0022365	-0.036651	0.0035855
-0.18257	0.0061942	-0.037231	0.0061264
-0.17767	0.0061476	-0.035951	0.0049266
-0.17276	0.0042224	-0.03627	0.004137
-0.16792	0.0044078	-0.037247	0.0016337
-0.16319	0.0046303	-0.041002	0.0011567
-0.15858	0.004241	-0.04467	0.0022068
-0.15388	0.0016219	-0.047391	0.0025654
-0.14882	0.00079072	-0.045788	-9.40E-05
-0.14649	0.00065096	-0.043581	-0.0014332
-0.14354	0.00055055	-0.040751	-0.003001
-0.13825	0.0032971	-0.044828	-0.0080564
-0.13299	0.0035064	-0.050218	-0.0073923
-0.13245	0.0038791	-0.050294	-0.0076329
-0.12772	0.0069335	-0.051016	-0.0096069
-0.12251	0.0094446	-0.050451	-0.0092678
-0.11737	0.01658	-0.057866	-0.008609
-0.11232	0.016795	-0.061936	-0.0024021
-0.1074	0.017479	-0.062946	-0.0068347
-0.10242	0.016535	-0.053588	-0.013749
-0.097634	0.018246	-0.057086	-0.013783
-0.093228	0.01333	-0.079826	-0.01284
-0.092224	0.013082	-0.077129	-0.014441
-0.089402	0.011926	-0.071318	-0.019932
-0.084945	0.0004858	-0.077298	-0.011955
-0.083274	-0.0027961	-0.077025	-0.0068149
-0.077445	-6.82E-05	-0.076831	0.0017354
-0.072217	0.0042856	-0.078939	-0.01799
-0.067335	0.016349	-0.096964	-0.030192
-0.06066	0.013507	-0.12534	-0.037897
-0.054072	0.019722	-0.13057	-0.05425
-0.0475	0.022294	-0.15297	-0.041034
-0.042112	0.014183	-0.16917	-0.017291
-0.036912	-0.018033	-0.21083	-0.045132
-0.032108	-0.01703	-0.20166	-0.11252
-0.027268	0.0083509	-0.22978	-0.14092
-0.0225	0.013559	-0.23894	-0.046587
-0.0175	0.024556	-0.12748	-0.085622
-0.0125	-0.07952	-0.030384	-0.091575

-0.0075	-0.10557	-0.064651	-0.054765
-0.0025	-0.020044	-0.06032	-0.059861
2.98E-10	-0.0047807	0.019736	-0.070019
0.0025	0.010482	0.099793	-0.080176
0.0075	-0.0054612	0.17771	-0.088275
0.012268	-0.014208	0.23581	-0.07622
0.01711	-0.024094	0.20209	-0.08824
0.021918	-0.053603	0.18683	-0.070132
0.027123	-0.070395	0.18398	-0.00061414
0.0325	-0.031009	0.1637	-0.0023552
0.039072	-0.023722	0.16195	0.013518
0.045666	-0.0032389	0.13582	-0.016841
0.052335	0.014953	0.12843	-0.078745
0.057259	0.0015476	0.11351	-0.057631
0.062496	-0.023769	0.096295	-0.014439
0.068262	-0.014852	0.097421	-0.014588
0.069677	-0.011587	0.092526	-0.013669
0.074392	-0.0044413	0.084287	-0.0068421
0.078273	0.00095844	0.091344	0.011019
0.082704	0.01115	0.086204	0.0078909
0.087456	0.020748	0.087159	0.010356
0.092401	0.016631	0.074372	0.0077025
0.097181	0.0081262	0.068659	-0.0025342
0.1021	0.0023101	0.074016	-0.005194
0.10713	-0.0043137	0.067036	0.0012933
0.11232	-0.010135	0.064871	0.0026943
0.11759	-0.010215	0.06269	0.0046167
0.12291	-0.012376	0.053372	0.0011427
0.12811	-0.013028	0.04725	-0.0023988
0.13327	-0.0076033	0.046944	-0.0022388
0.13837	-0.0031788	0.052125	0.0047124
0.14342	-0.0070625	0.053619	0.0054125
0.14671	-0.011036	0.050305	0.0035193
0.14848	-0.013158	0.048524	0.0025484
0.15359	-0.016286	0.04281	0.0024713
0.1589	-0.015926	0.039296	0.0052824
0.16461	-0.013682	0.034803	0.0035296
0.16511	-0.01341	0.034464	0.0032439
0.17072	-0.010719	0.030944	-0.0024403
0.17428	-0.0089885	0.031389	-0.0038658
0.17849	-0.005057	0.032504	-0.0023222
0.18207	-0.0010368	0.031016	-0.0011353
0.183	1.00E-05	0.030633	-0.00082936
0.18767	0.0013534	0.025469	-0.0031869
0.19246	0	0	0

ガス巻込み現象数値解析に関する研究2

図表集

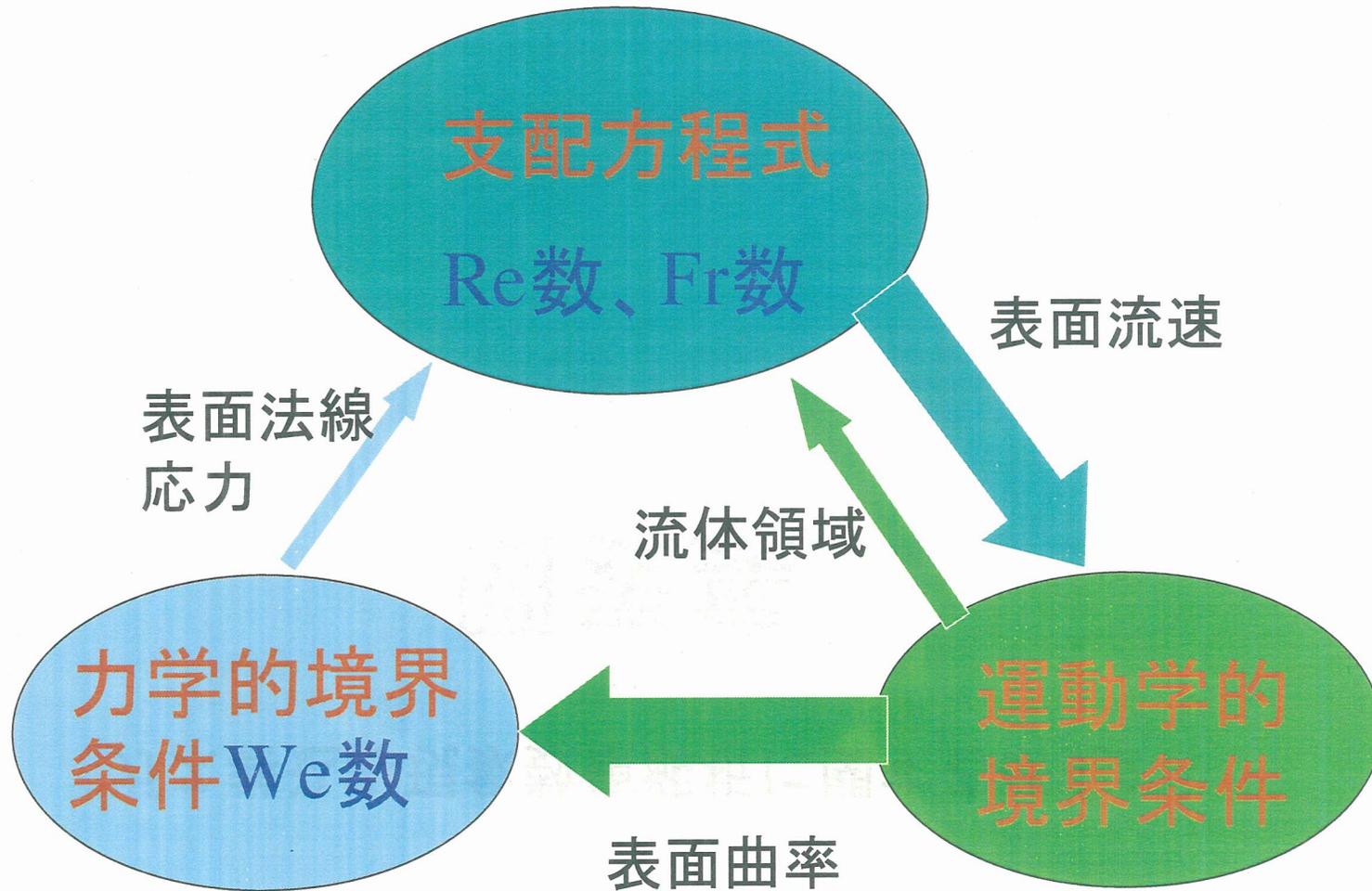


図1.1 支配方程式・境界条件と無次元数の関連

表2.1 解析モデルの基本仕様

対象	モデル化法
流体	非圧縮性・Newton流体
基礎方程式	質量保存式 3次元非定常Navier-Stokes方程式
乱流モデル	弱形式で空間平均化したLESモデル (単一スケール)
SGSモデル	スマゴリンスキーモデル
自由表面	液位固定スリップ近似
入口	速度指定 (変動成分なし)
出口	擬似応力ゼロ (変動成分なし)
空間離散化	有限要素法

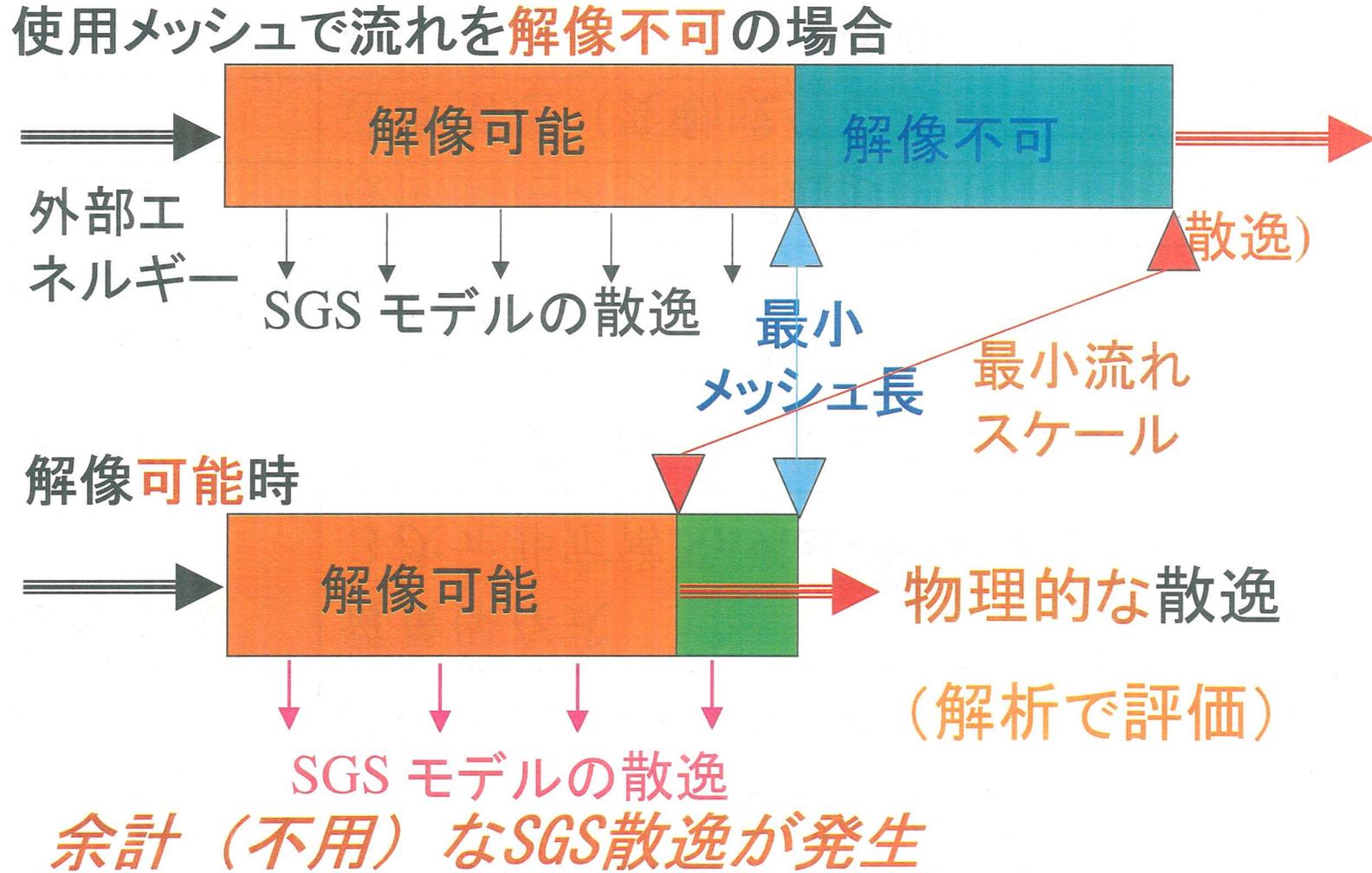


図2.1(a) シングルスケール・モデルLES解析でのエネルギー収支

解像不可時



解像可能時

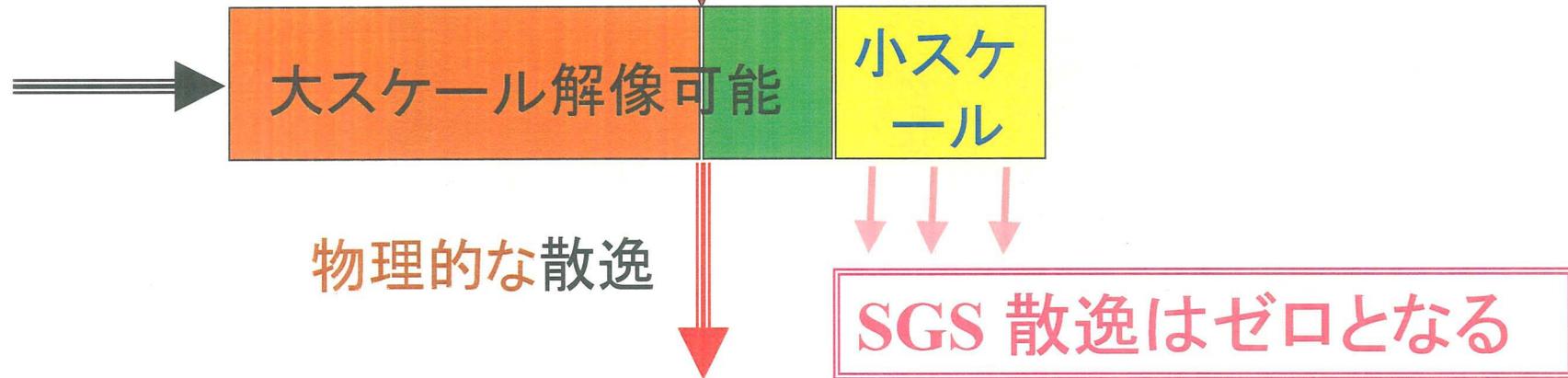
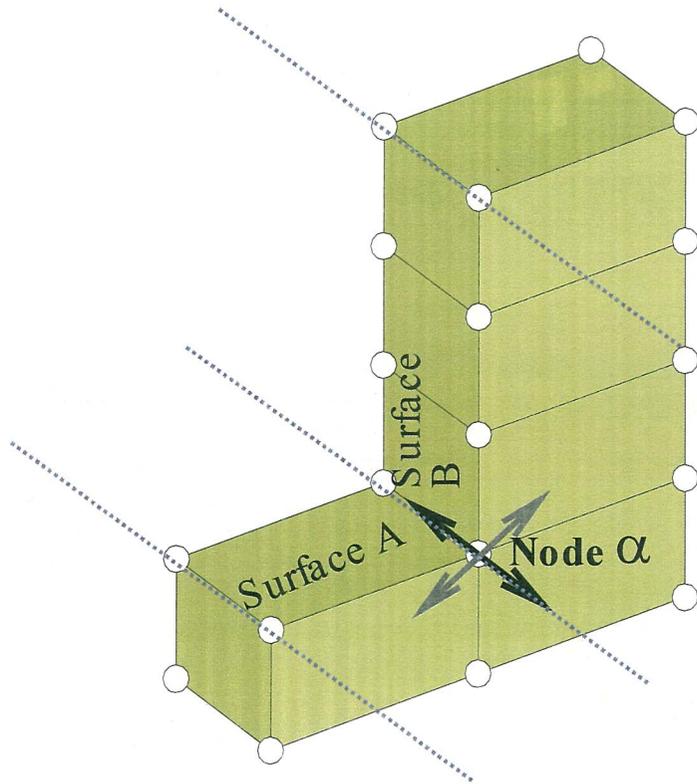
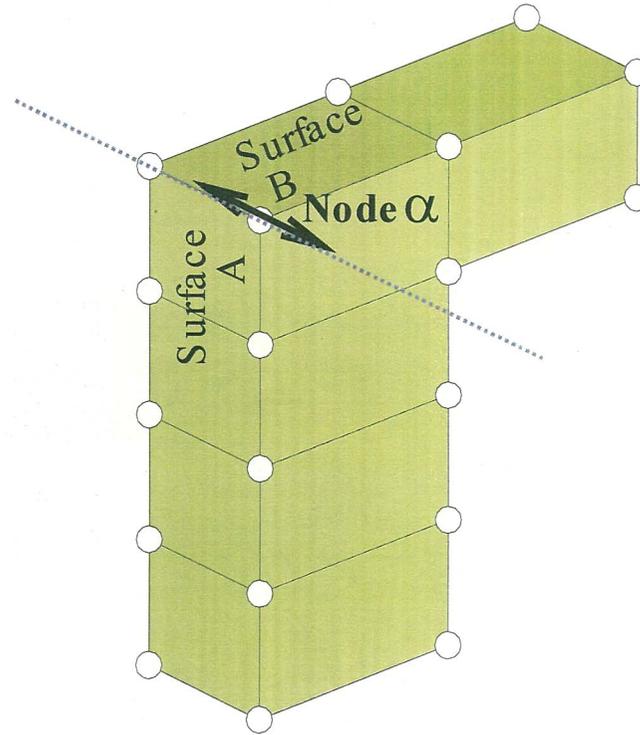


図2.1 (b) マルチスケール・モデルLES解析でのエネルギー収支



(a) 2自由度タイプ



(b) 1自由度タイプ

図2.2 2自由度および1自由度のスリップ条件

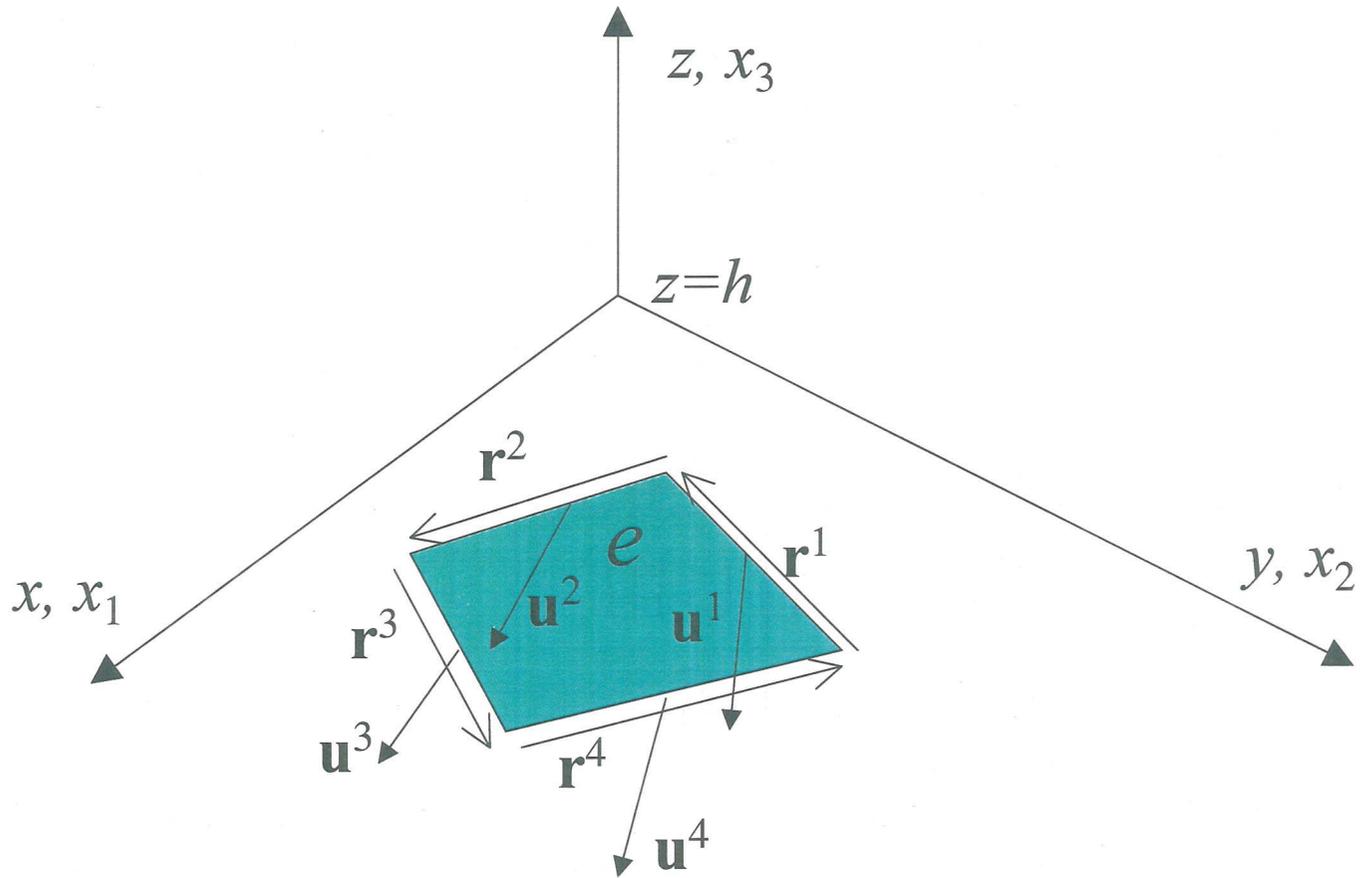
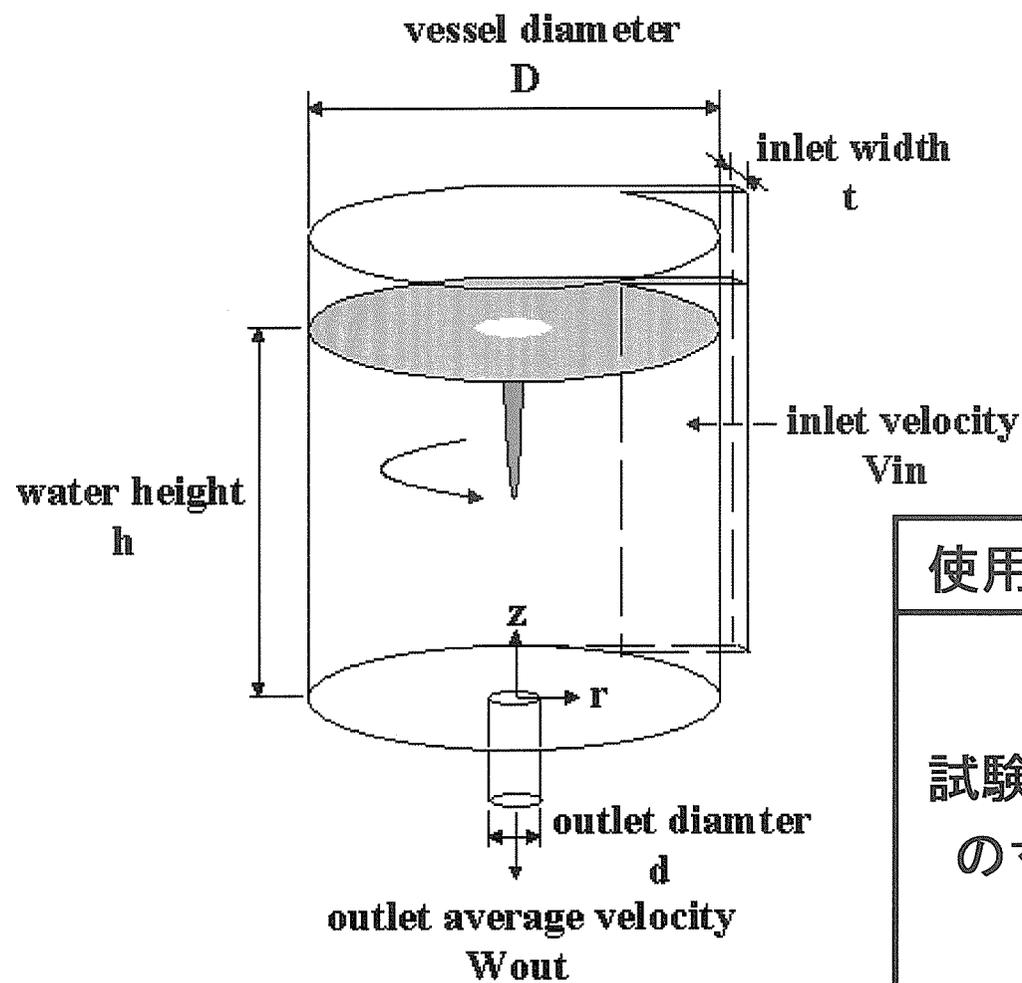


図2.3 自由表面での四角形要素の計量関係

表3.1 解析条件

境界条件	入口	一様流速 (0.04167 m/sec)
	壁	ノースリップ
	出口	応力ゼロ
	自由表面	スリップ (液位一定)
	動粘性係数 ν	$1 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{sec}$
	Smagorinsky定数 C_s	0.1
	壁近傍 減衰関数	$\zeta = 1 - \exp(-y^+/25)$
	節点数 / 要素数	277,169 / 263,694
	時間刻み Δt	0.02 sec



使用流体	水	
試験容器 の寸法	容器径 D	0.40 m
	入口幅 t	0.04 m
	出口径 d	0.05 m
	液面高さ h	0.50 m
流入口	$V_{in}=0.04167$ m/s 一様流入条件	

図3.1 ベンチマーク問題の仕様（JNCより提示）

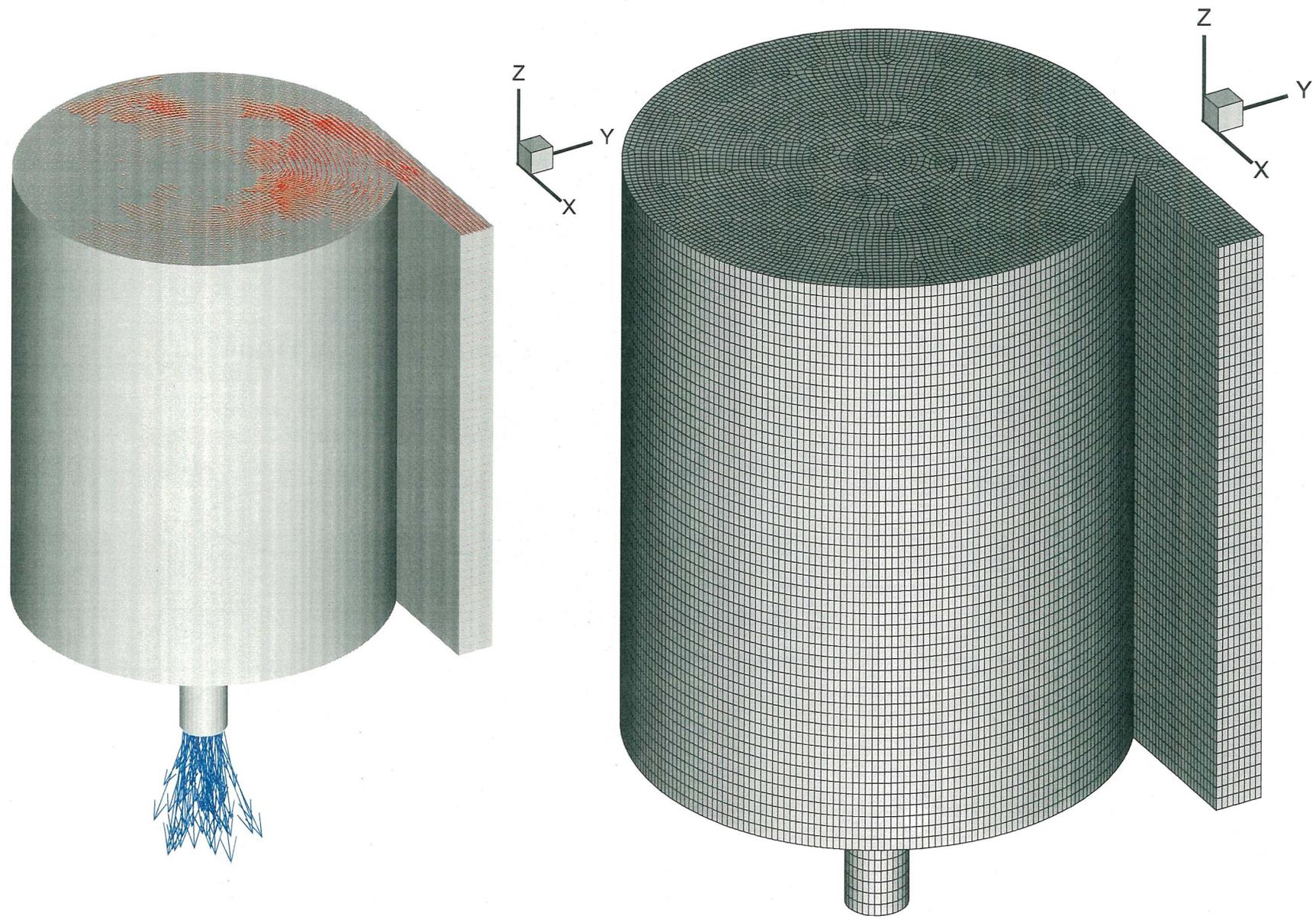


図3.2 解析モデルと有限要素分割

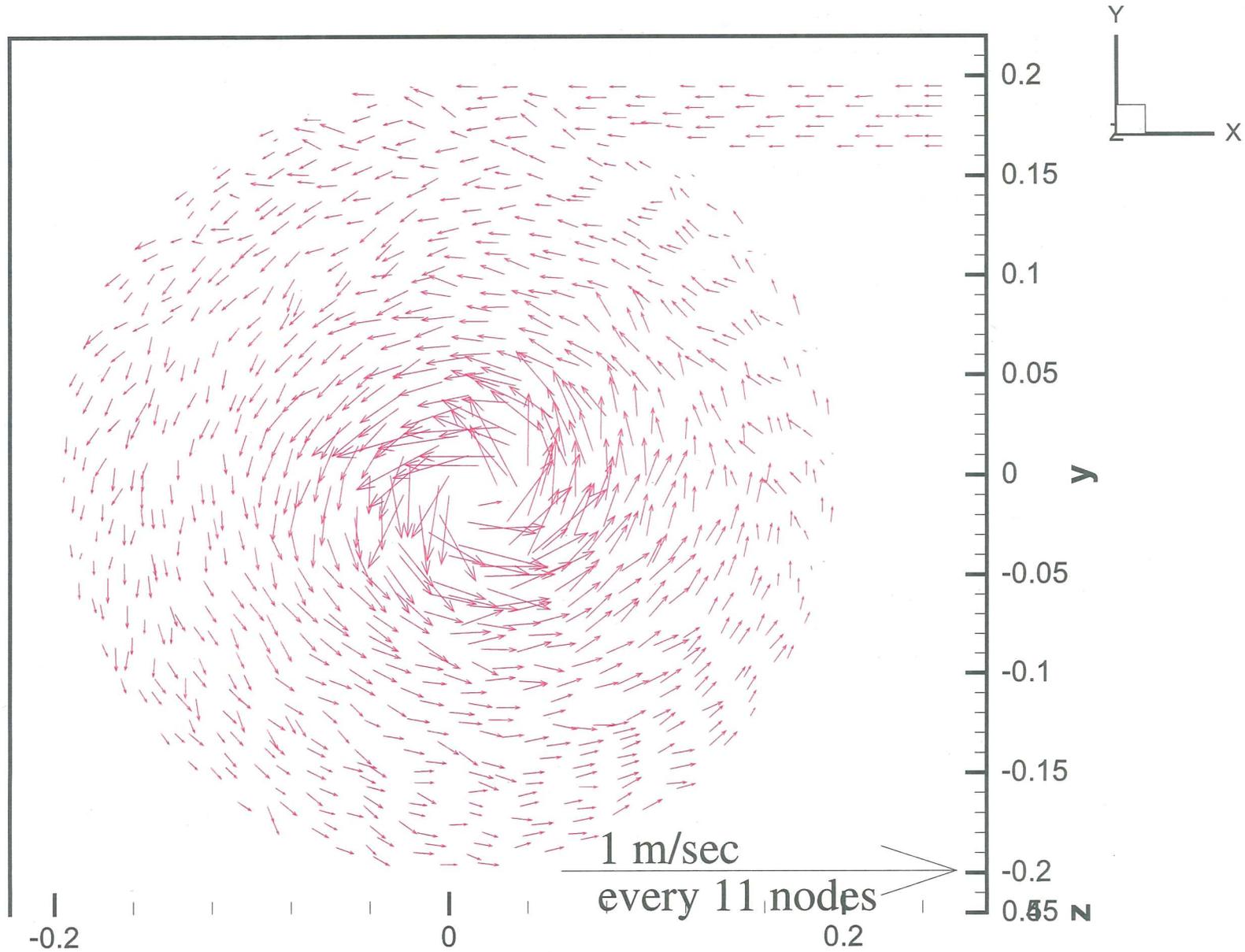


図3.3 自由表面流速ベクトル(11節点ごとに表示)

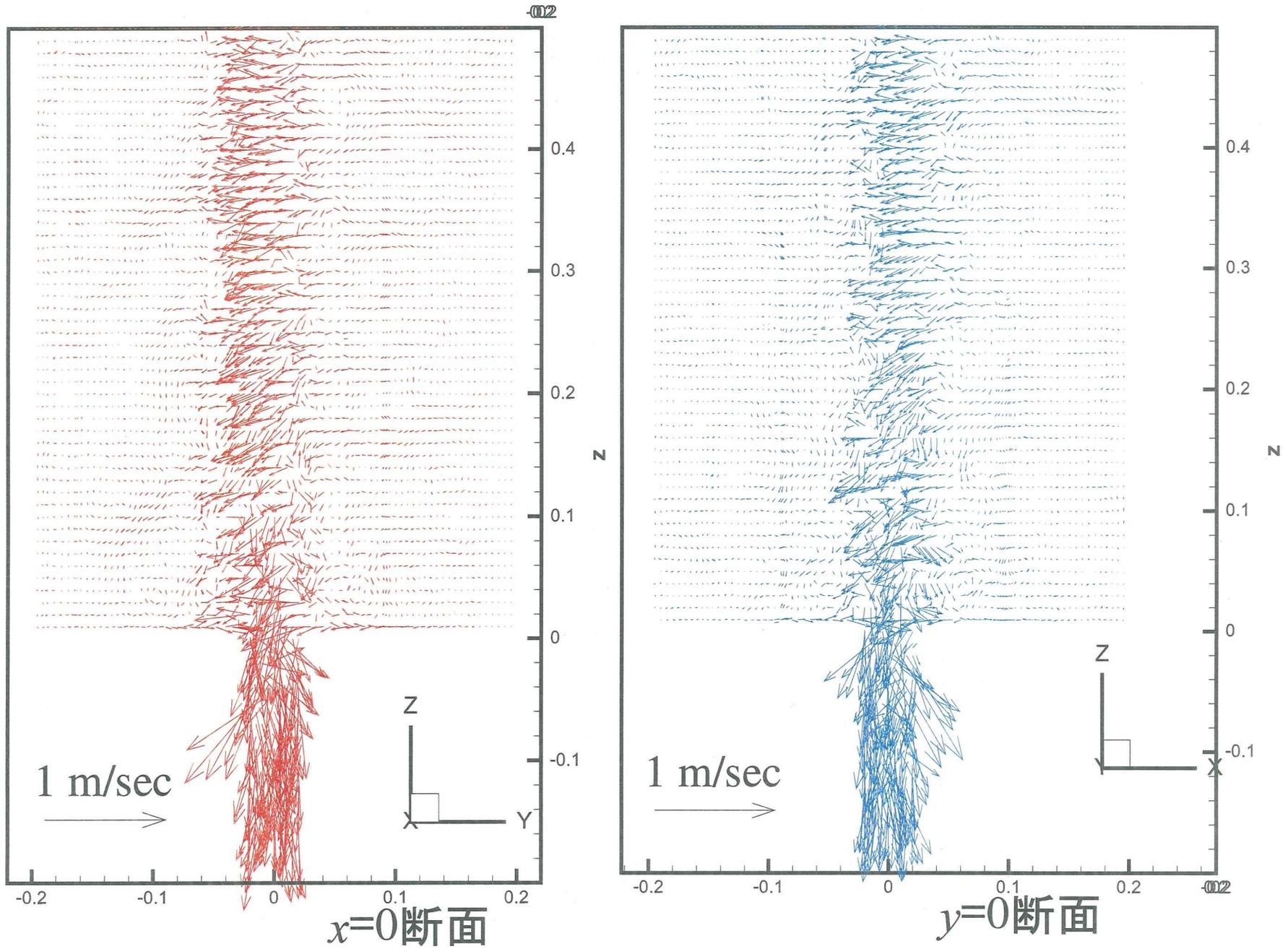


図3.4 $x=0$ および $y=0$ 断面での流速ベクトル

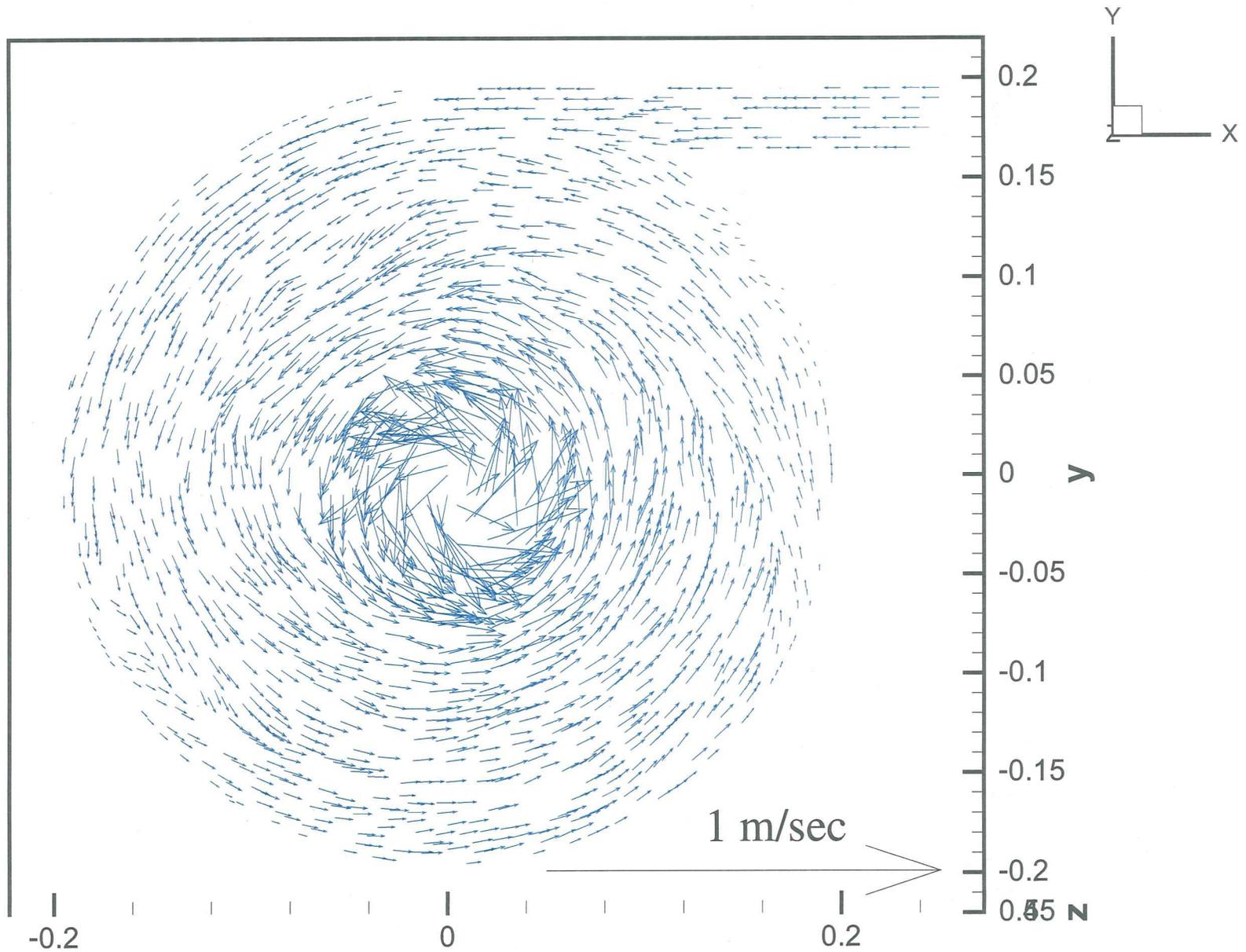
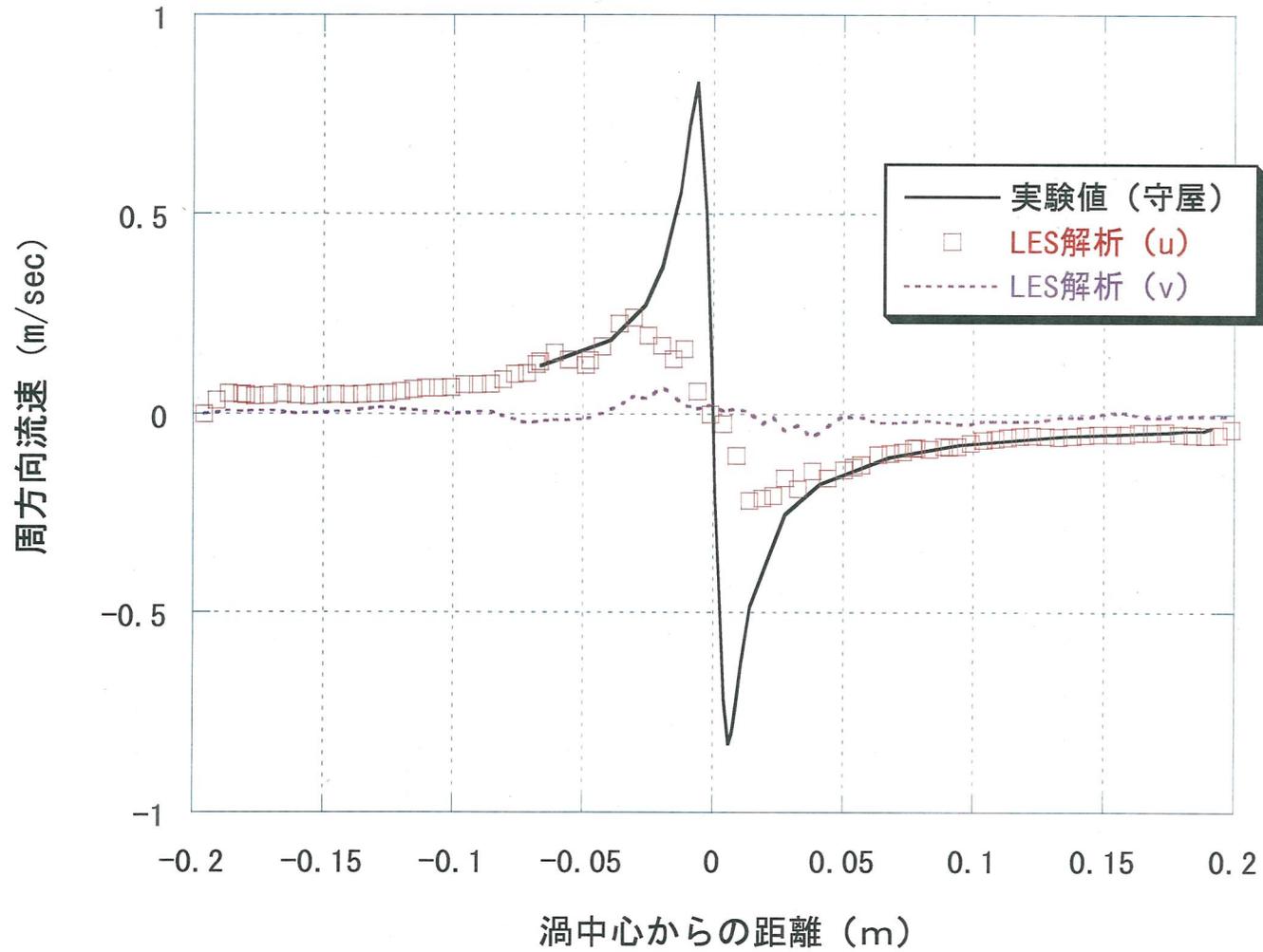
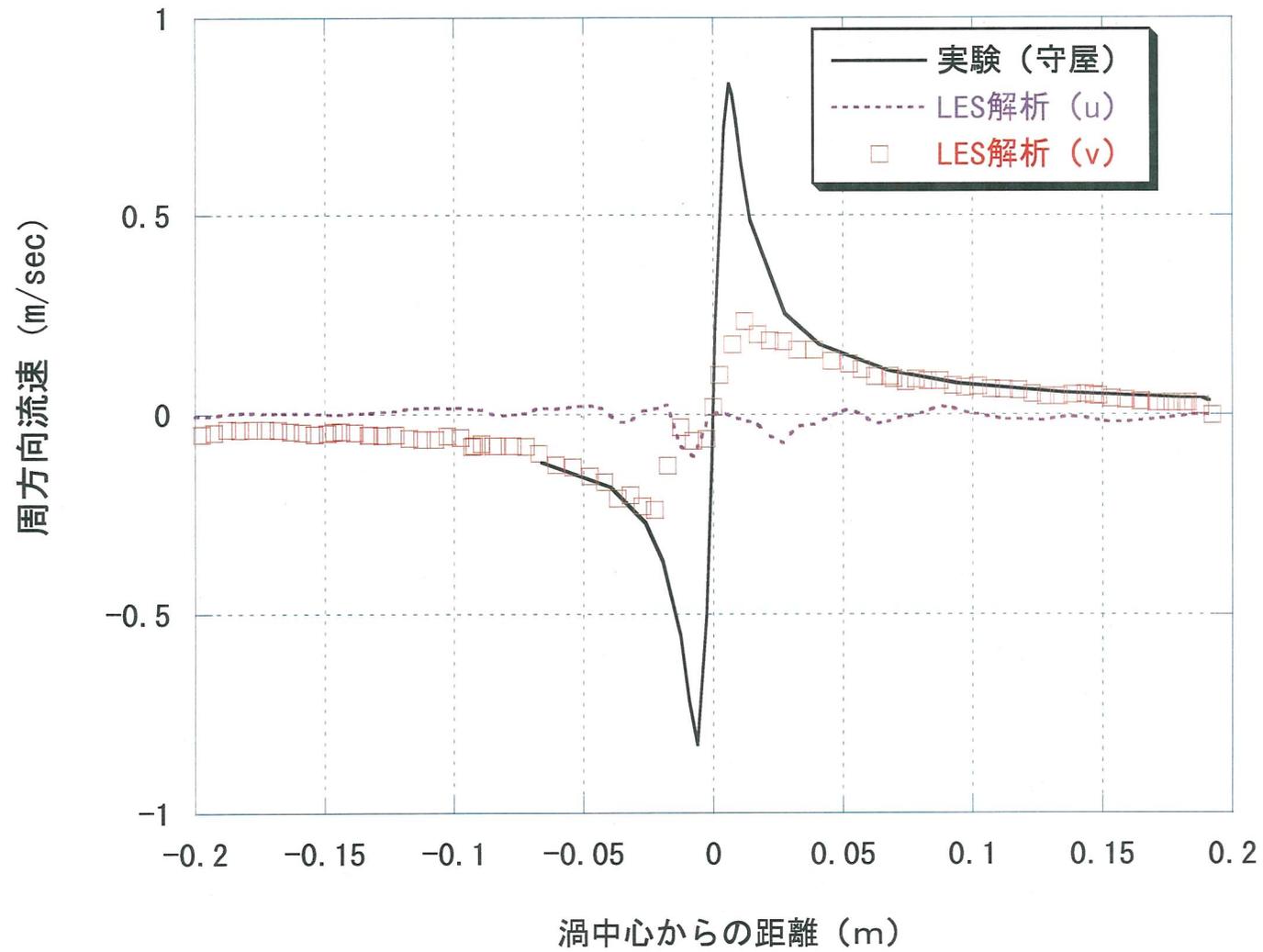


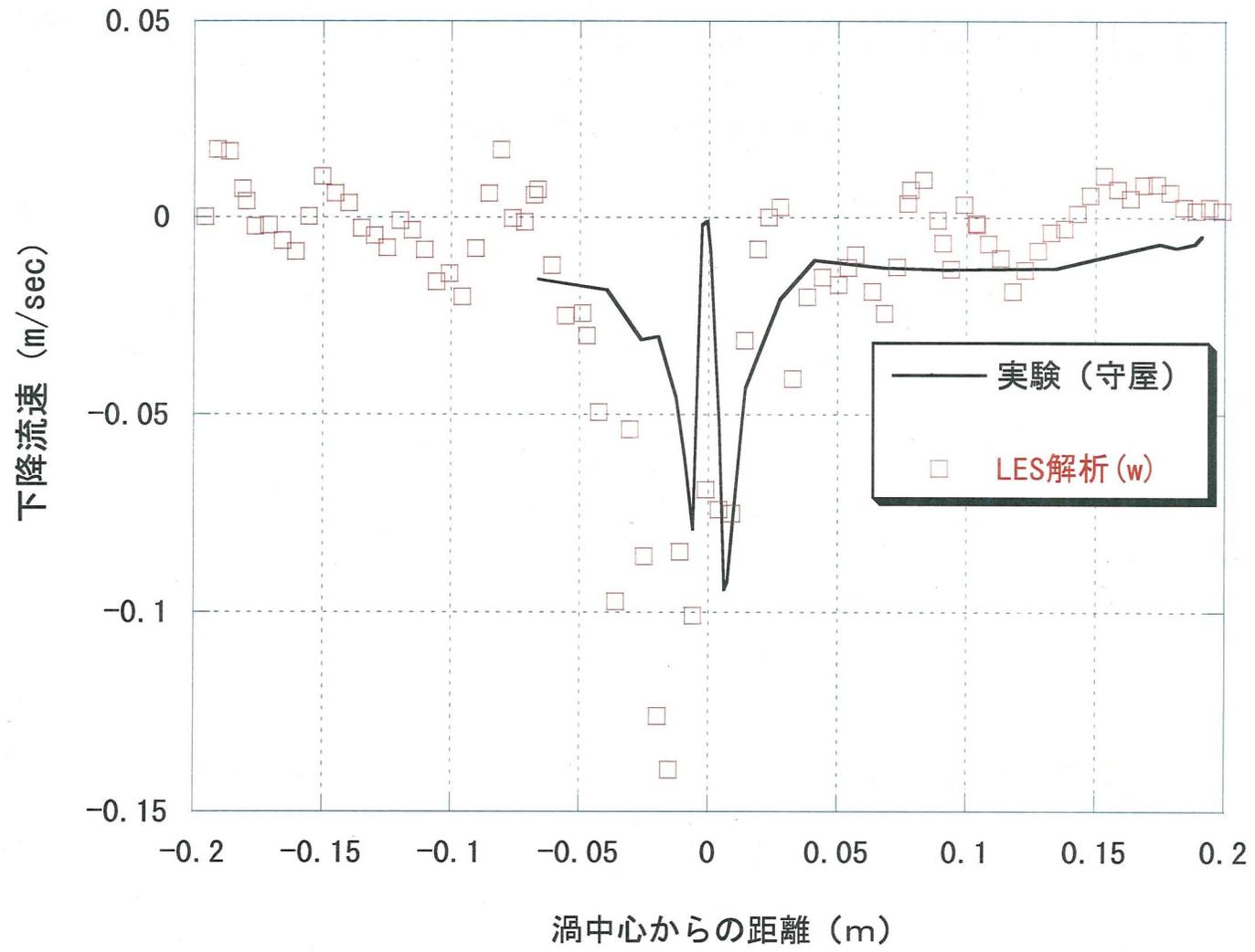
図3.5 $z=0.15$ 断面での流速ベクトル(3節点ごとに表示)

LES解析結果 ($x=0.0075$)図3.6(a) $z=0.15$ 、 $x=0.0075$ 断面での周方向流速



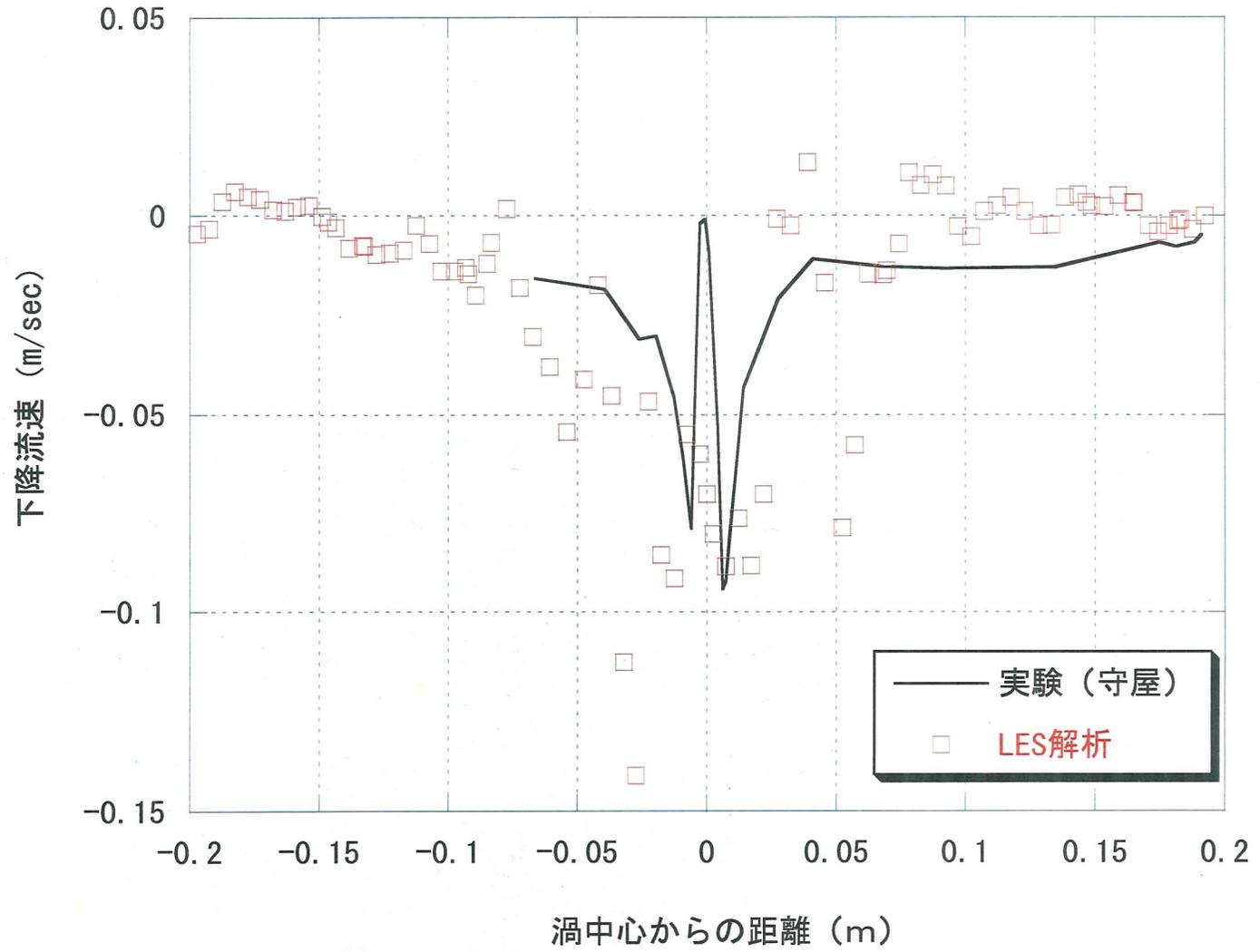
LES解析結果 ($y=-0.004$)

図3.6(b) $z=0.15$ 、 $y=-0.004$ 断面での周方向流速



LES解析結果 (x=0.0075)

図3.7(a) $z=0.15$ 、 $x=0.0075$ 断面での下降流速



LES解析結果 (y=-0.004)

図3.7(b) z=0.15、y=-0.004断面での下降流速

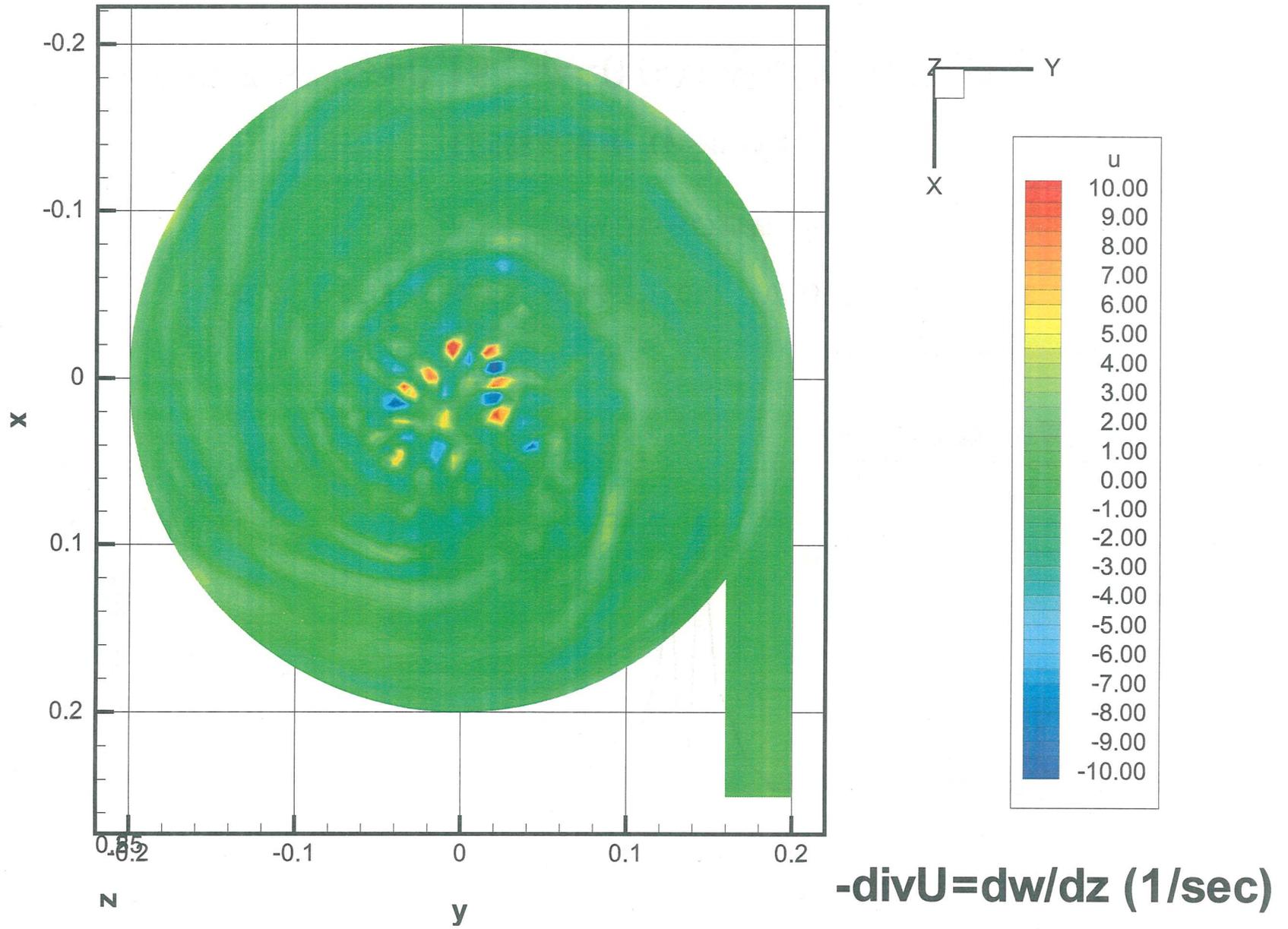


図3.8 自由表面流速の発散(逆符号をとったもの)

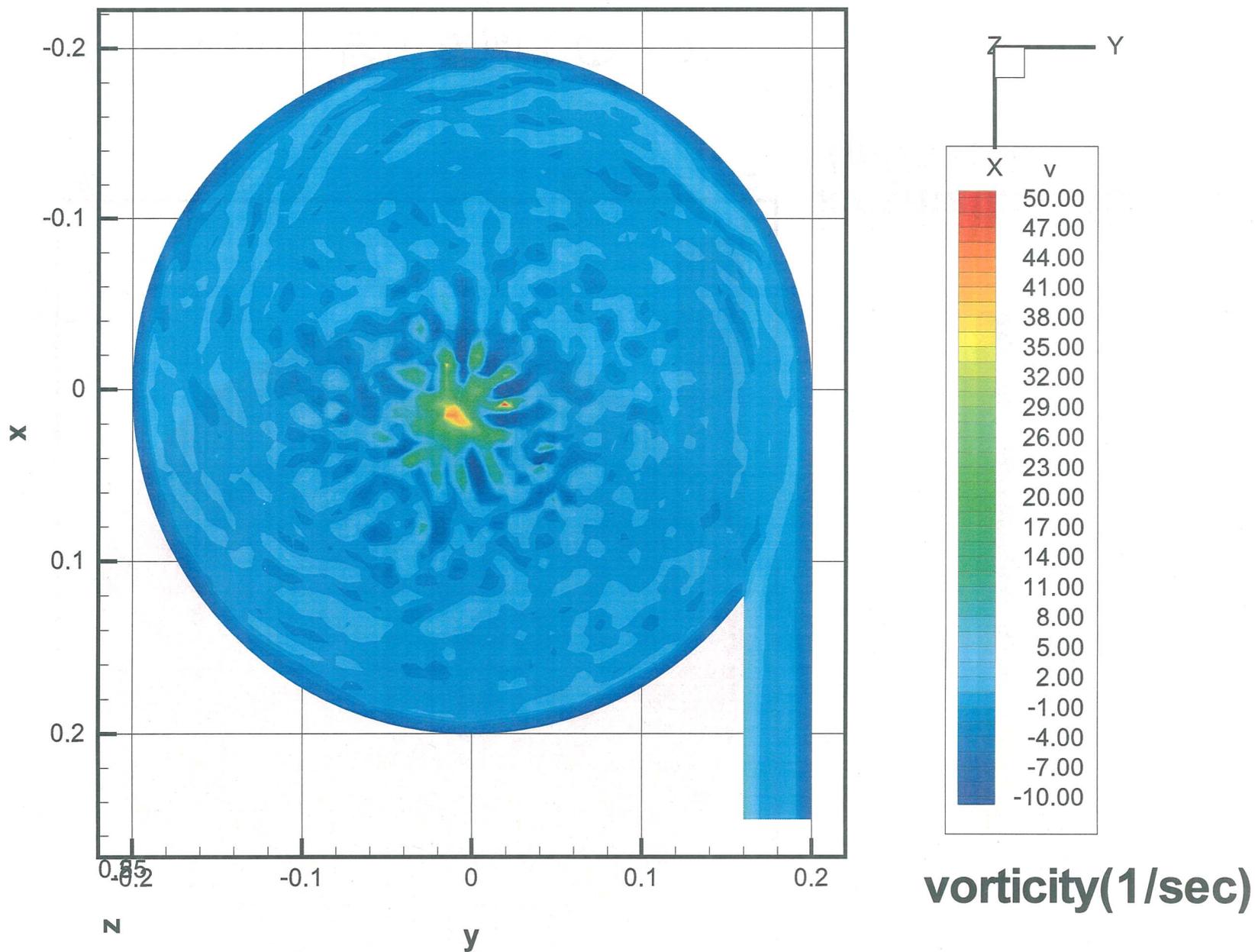


図3.9 自由表面での渦度(z成分)

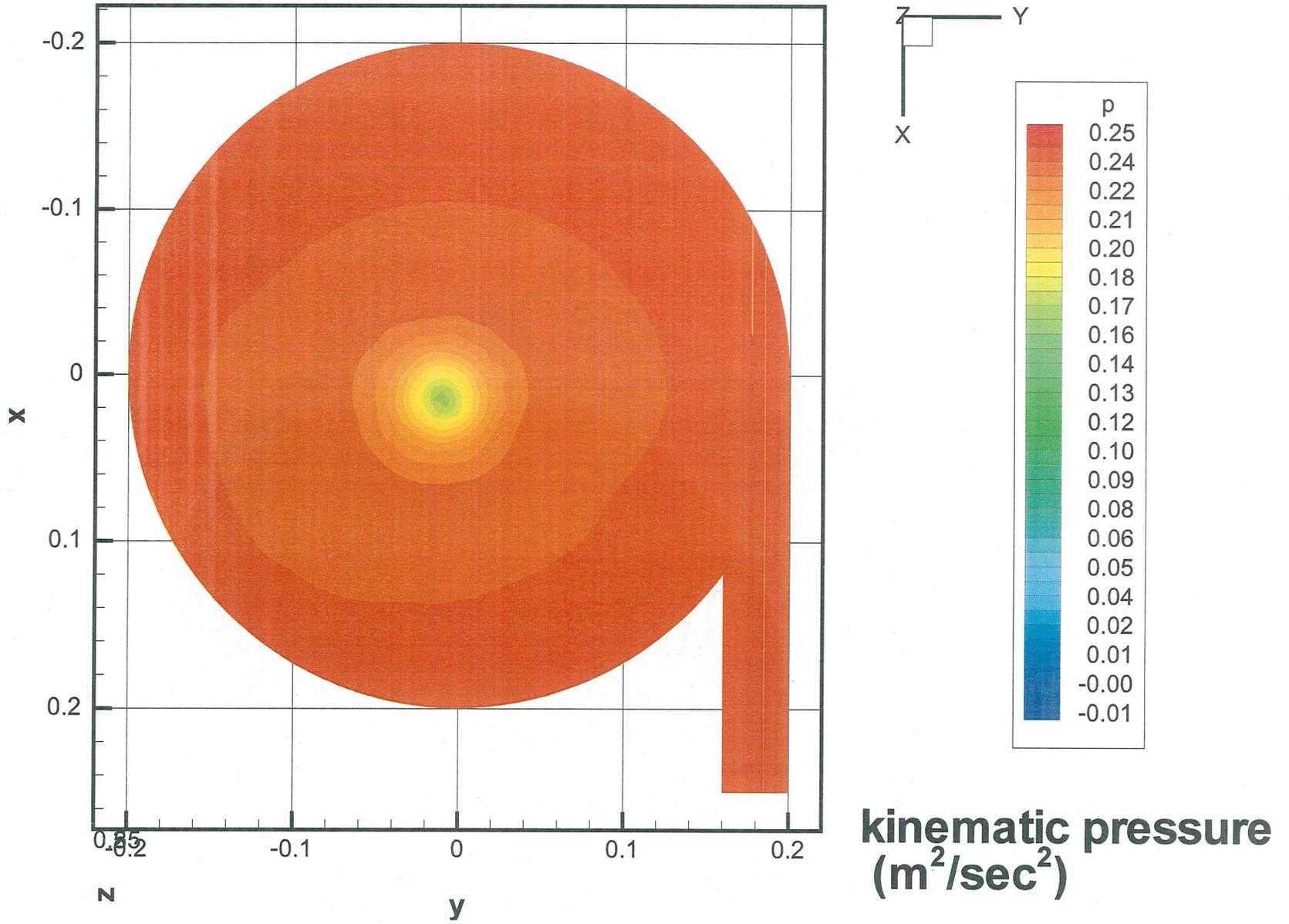


図3.10 自由表面での圧力

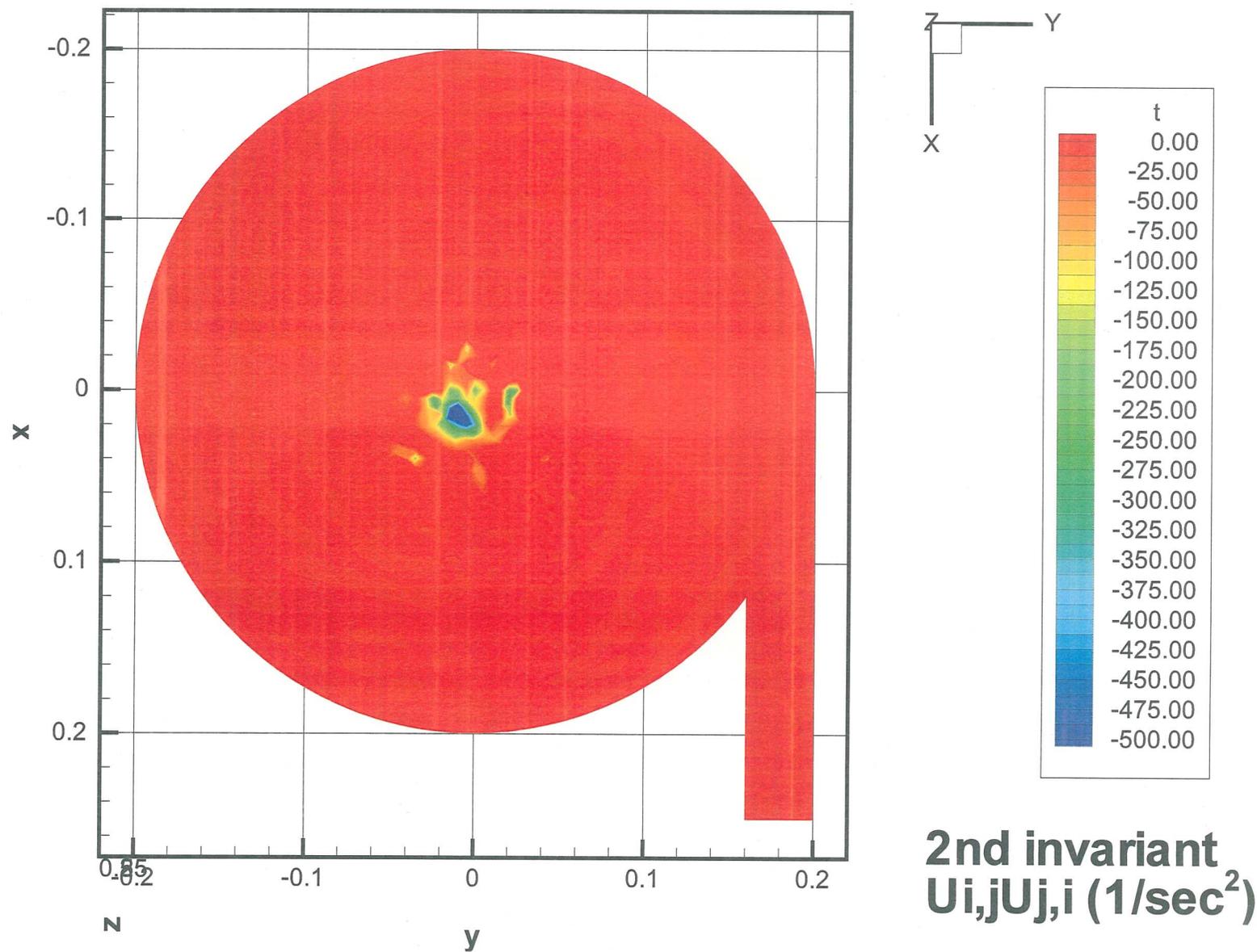


図3.11 自由表面での第2不変量