

JNC TN4400 2002-003

高 速 炉 の 計 装

2003年3月

核燃料サイクル開発機構

敦賀本部

本資料の全部または一部を複写・複製・転載する場合は、下記にお問い合わせください。

〒319-1184 茨城県那珂郡東海村村松4番地49

核燃料サイクル開発機構

技術展開部 技術協力課

Inquiries about copyright and reproduction should be addressed to:

Technical Cooperation Section,

Technology Management Division,

Japan Nuclear Cycle Development Institute

4-49 Muramatsu, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki 319-1194,

Japan

© 核燃料サイクル開発機構(Japan Nuclear Cycle Development Institute)

2003

2003年3月

## 高速炉の計装

遠藤 昭\*1

## 要 旨

著者は、創生期の高速実験炉「常陽」の技術開発を皮切りに原型炉「もんじゅ」の開発など30年の長きに渡って高速炉の技術開発に従事してきた。その間、一貫して高速炉の計装技術の開発に携わることができたが、本書は著者がこれまでの技術開発を通して得た経験、知見、見聞などを後進の技術者達に伝承すべくまとめたものであり、今後の教育研修資料に活用されれば幸いである。

本書の第1章では、前段として高速炉システムについて概説し、第2章にて核計装を中心とした原子炉計装を、第3章のプロセス計装ではナトリウム計装について測定原理や温度依存性、応答特性の検証などその特質を様々な観点から論じる。

また、第4章では燃料破損検出と破損燃料位置検出系について、そして第5章においては冷却材バウンダリからのナトリウム漏洩検出や蒸気発生器伝熱管からの水漏洩検出について述べている。

以上のように、本書は高速炉プラントが必要とする多岐に渡る計装技術について言及しているが、この他、計装技術者にとって今後必須課題になるとと思われる計装系の誤差解析や不規則信号論、及び自己回帰モデルを用いた応答特性の測定法についての解説を付録として付した。

---

\*1：大洗工学センター研究主席（工学博士）

2003年3月

## The instrumentation of Fast Reactor

Akira ENDO\*1

### Abstract

The author has been engaged in the development of fast reactors over the last 30 years with both an involvement with the early technology development on the experimental breeder reactor Joyo, and latterly continuing this work on the prototype breeder reactor, Monju. In order to pass on this experience to younger engineers this paper is produced to outline this experience in the sincere hope that the information given will be utilised in future educational training material.

The paper discusses the wide diversity on the associated instrument technology which the fast breeder reactor requires. The first chapter outlines the fast reactor system, followed by discussions on reactor instrumentation, measurement principles, temperature dependencies, and verification response characteristics from various viewpoints, are discussed in chapters two and three. The important issues of failed fuel location detection, and sodium leak detection from steam generators are discussed in chapters 4 and 5 respectively.

Appended to this report is an explanation on the methods of measuring response characteristics on instrumentation systems using error analysis, random signal theory and measuring method of response characteristic by AR (autoregressive) model on which it appears is becoming an indispensable problem for persons involved with this technology in the future.

---

\*1: Chief Senior Scientist (Doctor of Engineering), O-arai Engineering Center

# 目 次

第1章 高速炉と計装	1
1.1 核燃料リサイクル	1
1.2 高速炉の概要	2
1.2.1 原子炉系	2
1.2.2 冷却材	3
1.2.3 プラントシステム	3
1.2.4 熱輸送系	4
1.2.5 崩壊熱除去系	5
1.2.6 ナトリウム純化系	5
1.3 計測制御系	6
1.3.1 計装系	6
1.3.2 制御系	8
1.3.3 安全保護系	9
第2章 原子炉計装	23
2.1 核計装	23
2.1.1 高速炉の核計装の特徴	23
2.1.2 中性子検出器	25
(1) 核分裂計数管	25
(2) $\gamma$ 線補償型電離箱	29
(3) $\text{BF}_3$ 比例計数管	30
2.1.3 信号伝送線路計数管	33
(1) 伝送線路方程式	33
(2) 無損失線路における波の伝播速度	34
(3) 伝送線路方程式の正弦波定常解	35
(4) 反射と透過	37
(5) 伝播定数と特性インピーダンス	38
(6) 同軸ケーブルの線路定数と位相速度	39

(7) パルスの反射を用いる線路状態の推定 .....	41
(8) パルスの反射を用いた信号線路の異常診断の例 .....	42
2.1.4 起動系（線源領域系） .....	44
(1) 前置増幅器および線形増幅器 .....	44
(2) 波高弁別・波形整形回路 .....	45
(3) 対数計数率計 .....	46
(4) トリップ信号発生器および絶縁増幅器 .....	48
(5) ペリオド計 .....	48
2.1.5 中間系（広域系） .....	49
(1) キャンベルの定理 .....	49
(2) ミーンスクウェア型キャンベル系 .....	51
(3) ゆらぎ信号の周波数帯域 .....	53
(4) アベレージマグニチュード型キャンベル系 .....	53
2.1.6 出力系（出力領域系） .....	55
2.1.7 反応度計 .....	55
2.1.8 出力校正 .....	56
2.1.9 応答特性測定 .....	57
(1) 自己回帰モデルによる測定法 .....	58
(2) 「もんじゅ」における適用例 .....	60
2.2 炉内計装 .....	61
2.2.1 燃料集合体出口温度計 .....	61
2.2.2 燃料集合体出口流速計 .....	62
2.2.3 応答特性測定 .....	64
(1) 外部入力付自己回帰モデルによる測定法 .....	65
(2) 「もんじゅ」における適用例 .....	66
第3章 プロセス計装 .....	99
3.1 温度計 .....	99
3.1.1 熱電対 .....	99

3.1.2 超音波温度計	101
3.2 流量計	103
3.2.1 電磁流量計	104
(1) 定常出力特性	105
(2) 応答特性	110
3.2.2 超音波流量計	117
3.2.3 流量校正と応答特性測定	118
(1) 落下法	119
(2) 相関法	121
(3) 平均周波数法	136
(4) パルス中性子放射化法	140
(5) 応答特性の測定	141
3.3 液位計	142
3.3.1 誘導型連続式液位計	142
3.3.2 誘導型固定点式液位計	146
3.4 圧力計	147
3.4.1 NaK 圧力計	147
3.5 純度計	148
3.5.1 プラギング計	149
第4章 燃料破損検出系および破損燃料位置検出系	195
4.1 燃料破損検出系	196
4.1.1 カバーガス(CG)法	196
(1) プレシピテータ法	197
(2) $\gamma$ 線モニター	198
4.1.2 遅発中性子(DN)法	198
4.2 破損燃料位置検出系	200
4.2.1 タギング法	200
4.2.2 シッピング法	201

4.2.3 破損燃料位置決め支援	202
(1) DN 三角法	202
(2) 中性子束傾斜法	202
(3) 希ガス同位体組成比分析	202
4.2.4 新しい方法	203
(1) 大気圧イオン化質量分析法	203
(2) レーザー共鳴イオン化質量分析法	203
第5章 冷却材漏えい検出	211
5.1 ナトリウム漏えい検出器	211
5.1.1 SID	212
5.1.2 RID	212
5.1.3 差圧式検出器	212
5.1.4 新しい方法	212
5.2 水漏えい検出器	213
5.2.1 水素計	213
(1) ナトリウム中水素計	213
(2) カバーガス中水素計	214
付録1 計装系の誤差解析	219
付録2 不規則信号論の要約	227
付録3 自己回帰モデルによる応答特性の測定	247
付録4 高出力炉の核分裂に起因する中性子ゆらぎ	257
付録5 円管内乱流論の要約	263
付録6 $\int_0^{2\pi} W^2(p, \theta) d\theta$ の計算	271



## 表 目 次

表 1.1-1	世界で開発された高速炉	13
表 1.3.3-1	「もんじゅ」の安全保護要因と論理構成	14
表 2.1.1-1	高速炉核計装の軽水炉との比較	69
表 3.2.1-1	電磁流量計の仕様例	154
表 3.2.1-2	流動管材の電気抵抗率	154
表 3.2.1-3	応答特性の計算条件	155
表 3.2.1-4	応答特性の計算に必要な定数	155
表 3.2.3-1	台形和近似における $A_k$ 、 $\omega_{kH}$ 、 $\omega_{kL}$	156

## 目 次

図 1.2.1-1	炉心燃料集合体と炉心燃料要素	15
図 1.2.1-2	原子炉構造	16
図 1.2.1-3	炉心水平断面図	17
図 1.2.3-1	「もんじゅ」プラントの鳥瞰図	18
図 1.2.4-1	「もんじゅ」の主要系統図	19
図 1.3.1-1	「もんじゅ」の主要計装	20
図 1.3.2-1	「もんじゅ」の主要制御系	21
図 1.3.3-1	安全保護系設定値設定の考え方	22
図 2.1.1-1	「もんじゅ」核計装中性子検出器の配置	70
図 2.1.1-2	「もんじゅ」核計装の計測範囲	71
図 2.1.2-1	核分裂計数管の構造概念	72
図 2.1.2-2	電離曲線	72
図 2.1.2-3	核分裂片の飛跡と出力電流波形	73
図 2.1.2-4	$\gamma$ 線補償型電離箱の構造概念	73
図 2.1.2-5	$\text{BF}_3$ 比例計数管の構造概念	74
図 2.1.2-6	比例計測管内電界分布	74
図 2.1.2-7	電極と平行に飛んだ粒子による出力電流波形	75
図 2.1.2-8	半径方向に飛んだ粒子による出力電流波形	75
図 2.1.3-1	分布定数的取扱いの必要性の説明	76
図 2.1.3-2	伝送回路モデル	76
図 2.1.3-3	進行波の説明	77
図 2.1.3-4	線路の接続	77
図 2.1.3-5	同軸ケーブル定数計算モデル	78
図 2.1.3-6	パルス反射法の接続	78
図 2.1.3-7	入力波形	79
図 2.1.3-8	正常時反射波形	79
図 2.1.3-9	異常時反射波形	79
図 2.1.4-1	起動系の系統構成	80

図 2.1.4-2	電流パルス増幅回路	80
図 2.1.4-3	クリッピングの説明	80
図 2.1.4-4	比較回路	80
図 2.1.4-5	積分パルス波高分布	81
図 2.1.4-6	クックヤーボー回路	82
図 2.1.4-7	ダイオードポンプ回路の動作説明	82
図 2.1.4-8	トランジスタを利用した対数化回路	83
図 2.1.4-9	ペリオド計の回路構成	84
図 2.1.5-1	広域系の系統構成	85
図 2.1.5-2	検出器出力パルス列の表現	86
図 2.1.5-3	「もんじゅ」キャンベル系の2乗回路	87
図 2.1.5-4	アベレージマグニチュード型キャンベル系の構成	88
図 2.1.5-5	帯域増幅器	88
図 2.1.5-6	広帯域整流器	88
図 2.1.6-1	出力系の系統構成	89
図 2.1.6-2	電流増幅器の構成	89
図 2.1.9-1	AR モデル	90
図 2.1.9-2	核計装の信号伝達ブロック線図	90
図 2.1.9-3	「もんじゅ」核計装の応答特性	91
図 2.2.2-1	渦電流式センサの配置と構造	92
図 2.2.2-2	渦電流式流速センサの原理	93
図 2.2.2-3	渦電流式センサの出力特性の実測例	94
図 2.2.3-1	ARX モデル	95
図 2.2.3-2	燃料集合体出口熱電対の応答特性	96
図 2.2.3-3	渦電流式温度/流速計の応答特性	97
図 3.1.1-1	「もんじゅ」2次主冷却系温度計の構造	157
図 3.1.1-2	「もんじゅ」2次主冷却系温度計の破損	158
図 3.1.2-1	超音波温度計の概念	159
図 3.1.2-2	超音波伝播時間の計測方法	160

図 3.1.2-3	超音波温度計の出力特性の実測例	161
図 3.2.1-1	電磁流量計の原理	162
図 3.2.1-2	電磁流量計の構造概念	163
図 3.2.1-3	流速、誘導起電力、電流の分布	164
図 3.2.1-4	座標系	165
図 3.2.1-5	管の寸法	165
図 3.2.1-6	磁場端部効果	166
図 3.2.1-7	管断面における重み	167
図 3.2.1-8	実流校正結果	168
図 3.2.1-9	磁界の座標変換	169
図 3.2.1-10	外部磁界のフーリエ級数表示	169
図 3.2.1-11	応答特性の計算結果	170
図 3.2.2-1	超音波流量計	171
図 3.2.2-2	超音波流量計の出力特性の測定例	171
図 3.2.3-1	大口徑電磁流量計実流校正装置	172
図 3.2.3-2	実流校正時の電磁流量計出力履歴	172
図 3.2.3-3	相關法原理説明図	173
図 3.2.3-4	円管内流速分布	174
図 3.2.3-5	相關関数の推定における統計誤差	175
図 3.2.3-6	$\phi_{12}(\tau_m)$ のばらつきの $\hat{\phi}_{12}(\tau_0)$ のばらつきによる表現	175
図 3.2.3-7	電磁流量計の配置	176
図 3.2.3-8	出力電圧のゆらぎの波形	177
図 3.2.3-9	ゆらぎの相互相關関数	177
図 3.2.3-10	相關法による流量と流量計指示値の比較	178
図 3.2.3-11	ゆらぎの自己パワースペクトル	179
図 3.2.3-12	相互パワースペクトルの位相特性	179
図 3.2.3-13	ゆらぎのコヒレンス関数	179
図 3.2.3-14	パワースペクトルの台形和近似	180
図 3.2.3-15	パワースペクトルのリニア表示	180

図 3.2.3-16	流速変動パターンの保存性	181
図 3.2.3-17	平均周波数法の校正結果	182
図 3.2.3-18	パルス中性子放射化法の原理	183
図 3.2.3-19	電磁流量計応答の測定結果	184
図 3.2.3-20	応答測定 of 成立性の説明	184
図 3.2.3-21	測定結果の流量依存性	185
図 3.3.1-1	誘導型液位計の構造概念	186
図 3.3.1-2	温度補償プローブ付液位計	186
図 3.3.1-3	連続式誘導型液位計の回路例	187
図 3.3.1-4	電磁界の冷却材中への浸透	188
図 3.3.1-5	固定点式液位計の動作原理	189
図 3.4.1-1	NaK 圧力計の構造	190
図 3.5.1-1	ブラギング計の概念	191
図 3.5.1-2	ブラギング計の作動原理	191
図 3.5.1-3	2重ブレーク現象	192
図 3.5.1-4	2重ブレークの生じない条件	192
図 3.5.1-5	飽和温度測定法	193
図 4.1-1	「常陽」の燃料破損検出系	205
図 4.1.1-1	ワイヤ駆動型プレシピテータ	206
図 4.1.1-2	ガス置換型プレシピテータ作動原理	207
図 4.1.1-3	オンラインガンマ線モニタの概念	208
図 4.1.2-1	DN 法計測設備	208
図 4.2.1-1	タギング法系統図	209
図 4.2.2-1	SHIPPING 法の測定手順	210
図 4.2.2-2	模擬破損燃料を用いた感度評価試験結果	210
図 5.1.1-1	SID 検出器	216
図 5.1.2-1	RID 検出器	216
図 5.2.1-1	ナトリウム中水素計	217
図 5.2.1-2	カバーガス中水素計	217

図 a1-1	精度の説明	225
図 a1-2	正規分布	225
図 a1-3	計測システムのモデル	225
図 a1-4	温度計測系	226
図 a1-5	温度計測系の信号線図	226
図 a2-1	標本関数と確率集合の無限小要素対	243
図 a2-2	相関関数の計算概念	244
図 a2-3	相関関数の計算結果	244
図 a2-4	インパルス応答	245
図 a2-5	線形系の応答の計算	245
図 a2-6	線形系の入出力関係	245
図 a2-7	$\delta$ 関数の定義	246
図 a3-1	検出器モデル	256
図 a3-2	任意入力に対する応答の計算	256
図 a4-1	温度フィードバックを有する高出力炉の伝達特性	262
図 a5-1	せん断力の説明	270

# 第1章 高速炉と計装

## 1.1 核燃料リサイクル<sup>(1)(2)</sup>

高速炉は、核燃料の増殖すなわち、燃焼により消滅した核燃料より多い量の核燃料を生成することが可能な原子炉である。天然に存在するウランには、核燃料として利用できるU-235が、0.7%程度しか含まれていない。天然ウランの大部分を占めるU-238は、原子核が中性子を1個吸収することにより、核燃料として利用できるPu-239になる。このPu-239を燃料として燃焼させるときに生成した中性子をU-238に吸収させ循環的にPu-239の生成、燃焼を行わせてウラン資源の有効利用を図ることを核燃料のリサイクルと呼んでいる。

地下に埋蔵されるウラン500tのうち、U-235だけを利用する場合、今後70年程度で資源は枯渇するが、高速炉により核燃料をリサイクルすると、ウラン資源の利用可能期間を50倍以上に延伸できる。<sup>(1)</sup>また、海水中には、約50億tのウランが含まれていると推定され、これから有効にプルトニウムを生成して利用できるようになれば、数百万年にわたり安定したエネルギーを得ることが可能になると考えられている。<sup>(2)</sup>これらのことから、先進各国で、表1.1-1に示すように高速炉の開発が行われた。わが国でも、実験炉「常陽」および原型炉「もんじゅ」が建設された。このように、当初、エネルギーセキュリティーの観点から開発に着手された高速炉であったが、供給が逼迫した状態にないという最近のエネルギー需給事情を反映して、高速炉にも軽水炉なみの経済性が求められるようになり、この要求の達成に対する見通しが得られない中で高速炉の開発を中断する国がでてきている。しかしながら、エネルギー資源が乏しいわが国では、将来にわたって長期に安定したエネルギーを得るために高速炉が必要と考えられ、産学官を結集して、経済性向上などの実用化戦略調査研究が実施されている。<sup>(2)</sup>

U-235やPu-239などが燃焼するとき、すなわち、これらの核分裂性物質が中性子と反応して核分裂を起こすときに生じる中性子の数が多いほど、U-238からPu-239を能率よく生成できる。核分裂の連鎖反応の1サイクルを考えると、連鎖反応の維持のために1個の中性子が必要であるので、核分裂性物質に1個の中性子が吸収されたときに核分裂によって生じる中性子(核分裂中性子)の数が2以上でなければ、増殖炉とならない。核分裂中性子の数は、Pu-239を燃料として用い、運動エネルギーの高い高速の中性子で核分裂反応を生じさせるとき、平均的に2.6~2.7と最も多くなるので、高速増殖炉にはPu-239またはPu-239とU-235を混合した燃料を用いる。また冷却材としては、中性子を減速しにくく、吸収しにくい材料を用いる。

従来から発電に用いられてきている軽水炉では、運動エネルギーすなわち温度が周囲の媒質と平衡状態にある低速の中性子（熱中性子）で核分裂反応を生じさせているのに対し、高速炉では運動エネルギーが大きく速度の大きい高速中性子で核分裂反応を生じさせているのがその名の由来である。高速中性子は半減期の長い超ウラン元素の非放射化や消滅処理の能力に優れていることから、高速炉のこの方面への応用も期待されている。<sup>(1)</sup>

## 1.2 高速炉の概要<sup>(3)(4)</sup>

### 1.2.1 原子炉系

高速中性子の場合、熱中性子に比較し、U-235 や Pu-239 に核分裂反応を生じさせる確率が格段に小さくなるため、炉心を稠密にし、これら核分裂性物質の濃度を大きくすることが必要となる。このため、高速炉では、炉心の出力密度が高くなるので、図 1.2.1-1 に示すように、除熱能力を高めるため細径の燃料棒を組み込んだ燃料集合体が採用されている。燃料棒は、ステンレス被覆管の内側に燃料ペレットを多層に積み上げた構造となっている。燃料集合体の断面が六角なのは、炉心を稠密にするためであり、これらの集合体を炉容器内に多数体垂直に配置し炉心を構成する。例として、原型炉「もんじゅ」の原子炉の構造と炉心水平断面図を図 1.2.1-2 および 1.2.1-3 に示す。炉心中央部の内側炉心と外側炉心が主として核分裂反応によりエネルギーを発生する部分である。核反応により原子核が分裂するとき高速で放出される核の破片（核分裂破片）が燃料の原子と衝突することにより、その運動エネルギーが熱エネルギーに変わり、燃料ペレットの温度が上昇する。燃料ペレットに蓄えられた熱は、燃料集合体下部のエントランスノズルから流入した冷却材が燃料棒間の空隙を上昇通過していく間に冷却材に伝えられ、原子炉外へ輸送される。

一般に、原子炉の炉心では、周辺部に比べ中央部のほうが、炉心の外へ漏れていく中性子の影響が小さく中性子密度が高くなり、出力密度が高くなる。このため、外側炉心の核分裂性物質の濃度を内側炉心より高くして出力分布の平坦化を図っている。外側炉心の周囲には、U-238 を主成分とするブランケット燃料が配置され、炉心中央部から漏れてくる中性子を効率よく吸収して Pu-239 を生成できるようになっている。炉心中央部に配置される燃料集合体に組み込まれる燃料棒の上下部分にも U-238 を主成分とする燃料ペレット（軸方向ブランケット）が配置されている。径方向ブランケット燃料集合体の外側には遮蔽体が配置される。

炉心における核分裂反応の調節は、原子炉容器の上蓋から炉心内に吊り下げられた中性子吸収材からなる制御棒の炉心への挿入長を調節することにより行う。原子炉の緊急停止の必要が生じたと



きには、制御棒を吊っている電磁石の電流を遮断することにより制御棒を急速に炉心内に落下させて原子炉を停止する。

### 1.2.2 冷却材

核分裂の際、原子核から放出された高速の中性子は、冷却材など周囲の媒質の原子核との衝突により減速される。減速効果は、水素のような質量数の小さい原子核で大きくなるので、水など質量数の小さい原子を含むものは、高速炉の冷却材としては不適當である。高速炉の冷却材には、中性子が衝突により失うエネルギーの少ない質量数の大きな材料が適している。U-238 から能率よくPu-239 を生成するという観点からは、核分裂で発生した中性子を無駄に吸収する確率の小さいものが冷却材として適當である。また、炉心の出力密度が高くなるので、高い除熱能力を有する材料を選択する必要が生じる。これらの要求を満たす冷却材として、液体金属があげられる。液体金属の中でも比重が水に近く、粘性が小さいナトリウムが高速炉の冷却材として用いられている。ナトリウムの沸点は、1気圧で880°Cと高いので、原子炉出口冷却材温度を500°C程度としても、冷却材に相変化は生ぜず、軽水炉のように冷却材を加圧する必要がない。また蒸気温度を高くできるので高い発電効率が得られる利点がある。一方、ナトリウムの融点は、98°Cと高く、原子炉停止中は凍結を防ぐため予熱する必要がある。また、ナトリウムは、化学的に活性であり空気中の酸素や水と反応するので、自由液面などのナトリウムと接する空間雰囲気アルゴンガス等の不活性ガスで満たしたり、水との隔離に留意することが必要となる。ナトリウムと接する空間を満たすアルゴンガスをナトリウムを覆うという意味でカバーガスとよんでいる。

### 1.2.3 プラントシステム

高速炉は、1次冷却系のコンポーネントの配置の仕方により大きくループ型とタンク型の2種類に分類される。ループ型は、炉容器、1次主循環ポンプ、中間熱交換器を比較的離して配置し、配管によって連結する方式であり、コンポーネントへの接近が容易であるので保守、補修を実施するには都合が良いが、プラント全体が大きくなる傾向にある。タンク型は、炉心、1次主循環ポンプ、中間熱交換器をまとめて、主容器と称する大きなタンクの中に収納し、配置する方式であり、プラントをコンパクトにまとめやすいが、主容器が大きくなり耐震や温度変化に対する設計上の配慮が必要となる。実用炉としてはプラントがコンパクトで建設費の低減に有効なタンク型の検討も行われているが、これまで、わが国で開発された「常陽」および「もんじゅ」は、いずれもループ型である。「もんじゅ」プラントの鳥瞰図を図1.2.3-1に示す。以下では、ループ型高速炉プラントの主要システムについて説明する。

#### 1.2.4 熱輸送系

高速炉プラントの熱輸送系は、図 1.2.4-1 に示すように、炉心から取出した熱を中間熱交換器まで運ぶ 1 次冷却系、中間熱交換器で 1 次冷却系から伝えられた熱を蒸気発生器まで運ぶ 2 次冷却系、2 次冷却系から伝えられた熱を加熱源として蒸気発生器 (SG) で蒸気を発生させタービンを回して発電する水・蒸気系から構成される。1 次冷却系では、炉心で加熱された冷却材ナトリウムが、炉容器内を上方へ移動し、炉容器上方の出口ノズルに接続されたホットレグ配管 (炉容器と中間熱交換器を接続する高温側配管) を通じて中間熱交換器へ導かれる。中間熱交換器で 2 次系へ熱を伝え温度が低下した 1 次冷却材はコールドレグに設置された 1 次主循環ポンプにより駆動力を与えられ、炉容器内下部に設けられた入口ノズルを通じて炉心に戻される。燃料集合体内の冷却材流量は、炉容器内下部に設けられた絞り機構などにより出力密度が相対的に大きい炉心内側で大きく、外側になるにしたがって小さくなるように調整される。

2 次冷却系でも、1 次系同様に熱輸送媒体 (冷却材) として液体ナトリウムを使用し、コールドレグに設置された 2 次主循環ポンプにより、中間熱交換器、過熱器、蒸発器を一巡する回路で冷却材を循環させる。1 次系の冷却材を直接に蒸気発生器に導かず、中間系として 2 次冷却系を設けているのは、蒸気発生器伝熱管の万一の破損の際、炉心で放射化した 1 次系冷却材の影響を排除できるようにし、かつナトリウム・水反応の影響が炉心に及ばないようにするためである。

水・蒸気系では給水ポンプにより蒸気発生器へ送られてきた水を蒸発器により蒸発させて蒸気に変え、過熱器で過熱蒸気にする。過熱蒸気はタービンへ導かれ、タービン・発電機を回転させて発電する。タービンを出た蒸気は復水器で海水により冷却され、水に戻る。復水は、溶存酸素を脱気したのち加熱され、給水ポンプにより蒸気発生器に戻される。冷却材に沸点の高いナトリウムを用いる高速炉では、出力運転時に原子炉や熱交換器の出口と入口における冷却材の温度の差を大きくとれる。その結果、蒸気温度を高くすることが可能で、過熱蒸気タービンを利用できるので高い発電効率を得ることができる。通常運転時には、蒸気は、蒸発器の出口で既に過熱状態となっているが、過渡時に湿り蒸気になることに備えて、蒸発器の出口には気水分離器が設置されている。

#### 1.2.5 崩壊熱除去系

原子炉では、制御棒の挿入により炉心での核分裂反応を停止したあとも、核分裂生成物が壊変する際に放射線を出してエネルギーを放出するので発熱する。この熱のことを崩壊熱と呼び、安全確保のため、原子炉停止後も崩壊熱が十分に小さくなるまで炉心を冷却し続けることが必要となる。高速炉の崩壊熱除去方式としては、(1) 1 次冷却系とは独立に補助冷却系を設け、炉容器中の崩壊熱

を空気冷却器に導き除熱する方式、(2) 1次冷却系および2次冷却系の一部を前述の熱輸送系と共用し、2次冷却系から分岐して蒸気発生器と並列に設けた空気冷却器で崩壊熱を除熱する方式等が考えられるが、「もんじゅ」では図 1.2.4-1 に示したように上記(2)の方式を採用している。原子炉停止後、蒸気発生器入口止め弁と出口止め弁が閉となり、中間熱交換器で2次冷却系へ伝達された崩壊熱は空気冷却器へ導かれ除熱される。「もんじゅ」の崩壊熱除去系の例でもわかるように、これまでの高速炉の崩壊熱除去系は、ポンプにより冷却材ナトリウムを循環する方式を採用している。

ナトリウムは密度の温度依存性が大きく、ヒートシンクをヒートソースより相対的に高い位置にとれば、ヒートソースで暖められたナトリウムは軽くなり上方のヒートシンクに移動し、ヒートシンクで除熱されて重くなったナトリウムは下方のヒートソースに移動するので、ポンプがなくても冷却材を自然に循環させる力が生じる。ナトリウム冷却高速炉では、原子炉出入口冷却材温度差を大きくでき、冷却材ナトリウムは伝熱特性に優れているので、自然循環による崩壊熱の除去が可能である。上記(1)の崩壊熱除去方式を採用している実験炉「常陽」で自然循環による除熱の実証試験が行われた。試験の結果から、自然循環により崩壊熱の除去が可能なが確かめられている。

### 1.2.6 ナトリウム純化系

燃料交換時には、微量ではあるが酸素などの不純物が冷却材ナトリウム中に持ち込まれる。水・蒸気系においては、水によって鋼材が腐食（酸化）される際、水素が分離生成される。また、ヒドラジンなどの水処理剤の分解によっても水素が生成される。水素は、原子の直径が小さいので金属の結晶格子の間を透過することができ、蒸気発生器の伝熱管壁を透過して水・蒸気系から冷却材ナトリウム中に拡散する。ナトリウム中に溶解した酸素や水素は、燃料被覆管や構造材料を腐食させるなどの悪影響を及ぼす。これを防ぐため、ナトリウムの純化を行う系が設けられている。ナトリウムの純化精製は、1次冷却系、2次冷却系ともそれぞれのオーバーフロータンクと呼ばれるタンク中のナトリウムをコールドトラップと呼ばれる機器に導いて行う。各オーバーフロータンクは、原子炉の緊急停止時等において、温度の急激な変化により冷却材ナトリウムの収縮が生じても、炉容器や蒸気発生器のナトリウム液位を変動させずに一定に保持するためのものである。オーバーフロータンク中のナトリウムは、炉容器や蒸気発生器それぞれに常時汲み上げられ、それら容器の液位が一定以上になるとオーバーフローしてオーバーフロータンクへ戻る。1次冷却系および2次冷却系内のナトリウムは、炉容器や蒸気発生器内で均一に混合されてそれぞれのオーバーフロー系内を循環するので、系統全体のナトリウムが純化される。コールドトラップは、その名が示すように、ナトリウム中の不純物の溶解度が温度とともに増減するという性質を利用し、ナトリウムを純化す

る。すなわち、通常 350°C から 500°C で利用しているナトリウムの温度を 150°C 程度まで下げることによりナトリウム中の酸素や水素を過飽和にし、不純物を酸化ナトリウムや水素化ナトリウムとして析出させ捕獲する。このように、冷却材の純度管理が容易なことがナトリウム冷却高速炉の特長である。

### 1.3 計測制御系

計測制御系は、通常運転時および異常な過渡変化時において、原子炉の炉心や冷却材バウンダリなどの安全上重要なシステムの健全性を確保するために必要なパラメータの監視が可能で、それらを適切に維持制御する機能を有していなければならない。また、事故時には、事故の状態を知り対策を講じるのに必要なパラメータを監視できる機能を有していなければならない。このため、核計装、プロセス計装、燃料破損検出系、冷却材漏えい検出系、原子炉出力制御系、プラント制御系および安全保護系などが設けられている。以下、原型炉「もんじゅ」を例にとり、これら計装系、制御系および安全保護系の構成の概要について述べる。

#### 1.3.1 計装系

原型炉「もんじゅ」の計装系は大まかに原子炉計装系、プロセス計装系、燃料破損検出系および冷却材漏えい検出系に分類される。

原子炉計装は、炉容器の周りに中性子検出器を配置し、炉心からの中性子束を測定して原子炉出力を計測するための核計装および炉容器内の燃料集合体頂部上方に熱電対や渦電流検出器を配置して燃料集合体出口の冷却材の温度や流速を計測する炉内計装より成る。核計装の構成は、軽水炉と大差ないが、高速炉では、高速中性子を減速して熱化し、検出を容易にする必要があることや、炉心で放射化されたナトリウムが発するガンマ線が中性子束の計測に及ぼす影響を軽減するための対策が必要となるところが軽水炉と異なる点である。また、高速炉は冷却材温度が高く中性子検出器の設置雰囲気温度が高くなる可能性があるため、高温用中性子検出器の採用や中性子検出器の冷却手段を用意するなどの配慮も必要となる。炉内計装は、出力密度が高く燃料棒と燃料棒の間の冷却材流路が比較的狭いナトリウム冷却高速炉の燃料の健全性をモニタリングするために用いられる高速炉に特有のものである。

プロセス計装は、熱輸送プロセスの温度、流量、液位、圧力および純度などの計測を行うための系である。図 1.3.1-1 に原型炉「もんじゅ」の主要プロセス計装の配置を示す。プロセス計装の検出器は、冷却材にナトリウムを使用することに伴って開発された高速炉に特有のものが多い。これ

らの検出器に対しては、一般工業用のものと比べて冷却材バウンダリの確保に対する厳しい要求がある。また化学的に活性なナトリウムは、空気中の酸素や水と反応するので対策が必要な反面、良導電体であるという性質を利用できる利点もある。

温度検出器としては、専らクロメル・アルメル熱電対が、冷却材バウンダリを形成するウェルと呼ばれる細いさや管に収められて用いられてきたが、2次主冷却系配管に取り付けられた温度計用ウェルが折損して生じた原型炉「もんじゅ」のナトリウム漏えい事故の教訓を反映して、配管の外側から管内ナトリウム温度の測定が行なえる超音波温度計の開発が進められている。これは、超音波の伝播速度がナトリウム温度に依存することを利用したものである。

流量計としては、ナトリウムが導電体であることを利用した電磁流量計が多用されている。電磁流量計は、流動管を冷却系統の配管と同一グレードにでき、冷却材バウンダリの形成が容易であるという利点がある。電磁流量計の原理はファラデーの電磁誘導法則の応用であるが、表皮効果の影響を避け磁束が流動管中心部まで入り込むようにするため、直流励磁または永久磁石型の電磁流量計が用いられる。電磁流量計同様に冷却材バウンダリの形成が容易であり、大口径配管の流量計測に適する超音波流量計の開発もこれまでに進められている。

液位計としては、炉内計装の渦電流検出器と同様に、プローブ周囲のナトリウム中を流れる渦電流の変化から液位を検出する誘導型液位計が用いられている。

圧力計は、一般産業用のブルドン管圧力計やダイヤフラム圧力計を改造し、ブルドン管やダイヤフラム中に受圧や圧力伝達の媒体として非圧縮性のナトリウムとカリウムの化合物である NaK を封入した圧力計が用いられる。

純度計測には、流路に設けたオリフィス部の温度を下げていくとき、ナトリウム中の不純物が析出してオリフィスをプラグし流量を変化させるという現象を利用したプラグング計という装置が用いられる。プラグング計で測定するのは、不純物濃度の飽和温度であるが、不純物濃度と飽和温度は1対1に対応するので、不純物濃度を知ることができる。

燃料破損検出系としては、破損燃料の位置はさておいて炉心における燃料破損の発生と規模に関する情報を得ようとする狭義の燃料破損検出系と、破損燃料の位置の同定を目的とした破損燃料位置検出系が準備されている。前者には、燃料棒の被覆が破損し燃料がナトリウムに接触するようになったときに冷却材中に出てきた核分裂生成物の壊変に伴って放出される遅発中性子を、1次冷却系配管の近傍に設置した中性子検出器で検出して燃料の破損を知る遅発中性子法（DN法）と、カバーガス中に移行した核分裂生成物からの放射線をプレシピテータと呼ばれる装置やγ線検出器

で検出して燃料破損を知るカバーガス法（CG法）がある。破損燃料位置決め計装は、あらかじめ燃料棒中に集合体によって成分の異なるガス（タグガス）を封入しておき、燃料被覆管の破損によって放出されカバーガス中へ移行したタグガスの成分分析を行うことにより破損した燃料の位置の同定を行うものである。「もんじゅ」には設備されていないが、「常陽」には SHIPPING 法破損燃料位置検出装置がある。これは、原子炉停止後に特殊な治具で燃料集合体内のナトリウム中に存在する核分裂生成ガスを吸引、検出するものである。

冷却材漏えい検出系は、原子炉系や冷却系などの容器、配管からのナトリウムの漏えいを空気中のナトリウムイオン濃度の変化を検出することなどにより検知するナトリウム漏えい検出系と、ナトリウム・水反応の際発生する水素の濃度の変化を検出して蒸気発生器伝熱管の漏えいを検知する水漏えい検出系から成る。これらの漏えい検出系は、いずれもナトリウム冷却型高速炉のために開発された独特のものである。

### 1.3.2 制御系

前述の計装系の出力は、運転監視に用いられるほか、制御系の入力として用いられる。以下では、原型炉「もんじゅ」を例にとり、高速炉プラントの制御方式について述べる。図 1.3.2-1 に原型炉「もんじゅ」の制御系を示す。原型炉「もんじゅ」では、1次、2次冷却材流量および給水流量を原子炉出力と共に変化させて主蒸気温度と圧力を一定に制御する方式を採用している。この方式では、発電出力指令が与えられると、原子炉出力、炉容器出口ナトリウム温度、1次、2次冷却材流量および給水流量の制御目標値が自動的に計算され設定される。設定された制御目標を達成するように、原子炉出力と各系の流量を調節し、負荷変動以外の外乱に対しては原子炉容器出口ナトリウム温度と蒸気発生器出口蒸気温度が一定になるように制御する。負荷変動時には、タービンの回転数を一定に保つために主蒸気圧力が制御され、主蒸気圧力を一定に保つための影響が他のプラント変数に波及するとプラント内の所定の熱平衡を保つよう順次その他の制御系が働くようになっている。

原子炉出力の制御は、核計装によって計測された原子炉出力と炉容器出口ナトリウム温度のフィードバック信号に基づいて制御棒の挿入位置を調節することにより行っている。これまでの高速炉では、炉心がコンパクトで中性子束分布の空間的歪が小さいことから、これに対する制御上の配慮は不必要で空間分布の制御は行っていない。1次、2次冷却系流量制御は各々の系統の流量計からのフィードバック信号に基づいてポンプの回転数を調節することにより行われる。ループ型プラントでは冷却系配管が長く、冷却材ナトリウムの熱容量が大きいことから、炉心は負荷変動の影響を受けにくい反面、熱輸送遅れが大きく温度変化に対する応答が遅い。水・蒸気系の制御は、蒸気器

出口蒸気温度と給水流量信号をフィードバックして、蒸発器出口蒸気温度を一定に保つよう給水流量を調節するように構成されたカスケード制御系により行われる。過熱器出口温度が制限値を越えたときには、過熱器バイパス弁を開くことにより、過熱器出口に過熱器を通る前の蒸気を導いて混合させ蒸気温度を抑えることができるようになっている。タービンの制御は、主蒸気圧力をフィードバックして蒸気加減弁の開度を調節し、蒸気圧を一定に保つように行われる。定格の 50%までの負荷遮断に対してはタービンバイパス弁を開にして蒸気を直接復水器に導くことにより、原子炉をトリップさせることなく対処できるようになっている。

### 1.3.3 安全保護系

安全保護系は、運転時の異常な過渡変化時に、その異常を検知し、原子炉停止系を含む適切な系の作動を自動的に開始させるための原子炉保護系と事故時に工学的安全施設を作動させる工学的安全施設作動系よりなる。核計装やプロセス計装などから異常信号が発せられた場合、2out of 3などの論理演算を行い、原子炉スクラムおよび原子炉格納容器隔離などの安全保護動作を開始するための信号を発する。

原子炉スクラムは、制御棒をその駆動機構より切り離して、ガス圧またはスプリングにより強制急速落下させ、原子炉を停止させる安全保護動作である。原子炉格納容器隔離は、放射性物質が外部に放散される恐れのある場合に、原子炉をスクラムすると同時に隔離弁を閉じて格納容器の内外を隔離する安全保護動作である。

各安全保護動作の要因を表 1.3.3-1 に示す。安全保護動作の要因は、運転時の異常な過渡変化が事故に進展するのを防ぎ、万一の事故の発生を想定しても原子炉施設周辺の公衆に障害を与えないように、核反応の停止、崩壊熱の除去および核分裂生成物の閉じ込めが確実にできるように設定されている。

安全保護の各要因に対する動作の発動値は、安全設計や安全評価の条件を充足するように定められる。計測には誤差が伴うので、安全保護系が現実には信号を発信する設定値は、安全設計や安全評価の条件から導かれた安全保護動作の発動値に対して余裕をもっている。また、実プラントの運転において存在する状態量の変動やゆらぎによって誤信号が発信されないように設定される。過出力や冷却能力喪失型の事象を例にとると、安全評価の際の解析からは、出力が 116%まで上昇したとき、あるいは 1 次主循環ポンプ回転数が 82%まで低下したときに安全保護動作を発動すれば燃料の破損は生ぜず炉心の健全性が確保されることが確認されているが、実際に安全保護系が原子炉スクラム信号を発するのは出力が 111%に上昇、ポンプ回転数が 89%に減少したときである。過出力に

対する安全保護系の設定値と安全評価における保護動作の発動値および運転計画値との関係は、図 1.3.3-1 に示すようになる。ここで、安全保護系の設定値は、出力を計測する核計装の計測精度や熱出力校正誤差および制御棒の挿入パターンの変化に起因する検出器位置の中性子束レベルの変動による誤差等を考慮して安全側に、また、制御棒の流力振動等に起因する中性子束のゆらぎによる誤信号の発信も生じないように設定された。計測系の精度の考え方や複合する誤差の取扱い方について付録 1 にまとめる。

安全保護動作の設定値のように陽に表示されてはいないが重要なものとして、事象の発生から原子炉スクラムの完了までに要する時間が上げられる。事故時には出力や温度の変化率が大きいことから、少しの時間遅れがこれらの大きな上昇をもたらすからである。計装系や安全保護系に速応答が要求されるゆえんである。

安全保護系をはじめ、安全保護系へ入力信号を与える計装系および安全保護系からの信号を受信して作動する原子炉停止系および工学的安全施設の設計に当たっては、信頼性の向上のため以下のことが配慮されている。

- ・多重性

必要な場合に確実に作動するように多重性を備え、単一の故障によって機能を喪失しないようにする。表 1.3.3-1 の論理構成の欄に示すように、同一要因に対して、例えば 3 系統の多重系を設け、このうちの 2 系統以上から異常信号が発せられたとき、保護動作を開始する。

- ・独立性

上述の多重の系は電源、ケーブルルート、トレイなどを可能な限り分離し、独立性を保つ。

- ・フェイルセーフ・フルプーフ

電源喪失などにより駆動源が喪失した場合には安全側へ作動する設計とする。また通常起りやすい誤操作に対して、可能な限り安全側へ作動するようにする。

- ・運転中の点検可能性

ロジック回路などには自己点検機能を準備し、運転中でも自動的に点検ができるようにする。点検中に異常信号を受けたときには点検を中断して通常の保護動作を行う。

- ・駆動源の確保

必要などときにはいつでも機能を発揮できるように電源や圧縮空気等の駆動源を常に確保できるようにする。

- ・速応答性



安全設計や安全解析の条件となっている定められた時間内に安全保護動作を完了できるように十分速い応答特性を有するようにする。

## 参考文献

1. 藤家洋一、「リサイクル文明が求める原子力」、日本電気協会新聞部（1998）
2. 核燃料サイクル開発機構、「FBR サイクルの実用化戦略調査研究」、原子力 eye、Vol.46, No.6（2000）
3. 安 成弘、「高速増殖炉」、同文書院（1982）
4. 堀 雅夫 編、「基礎高速炉工学」、日刊工業新聞社（1993）

表 1.1-1 世界で開発された高速炉

国名	原子炉名	熱/電気出力 MW	目的	着工年	初臨界年
米 国	EBR-II	62.5/20	実験炉	1957	1962
	E. Fermi	200/61	"	1961	1963
	SEFOR	20/-	"	1965	1969
	FFTF	400/-	"	1970	1980
	CRBR	975/380	原型炉		
英 国	DFR	60/15	実験炉	1955	1959
	PFR	600/270	原型炉	1966	1974
仏 国	Rapsodie	40/-	実験炉	1962	1967
	Phenix	568/251	原型炉	1968	1973
	Super-Phenix	3,000/1,240	実証炉	1976	1985
ソ 連	BR-10	10/-	実験炉	1956	1958
	BOR-60	60/12	"	1965	1968
	BN-350	1,000/350	原型炉	1964	1972
	BN-600	1,470/600	"	1969	1980
独	KNK-II	58/21	実験炉	1974	1977
印	FBTR	40/15	実験炉	1972	1985
日 本	常陽	100/-	実験炉	1970	1977
	もんじゅ	714/280	原型炉	1985	1994

表 1.3.3-1 「もんじゅ」の安全保護要因と論理構成

項 目	論理構成
原子炉スクラム	
線源領域中性子束高	1/2
広域中性子束高	2/3
出力領域中性子束高	2/3
出力領域中性子束変化率高	2/3
原子炉容器ナトリウム液位低	2/3
原子炉容器出口ナトリウム温度高	各ループ2/3
中間熱交換器1次側出口ナトリウム温度高	各ループ2/3
1次主冷却系循環ポンプ回転数低	各ループ2/3
1次主冷却系循環ポンプ回転数高	各ループ2/3
1次主冷却系流量低	各ループ2/3
2次主冷却系循環ポンプ回転数低	各ループ2/3
2次主冷却系流量低	各ループ2/3
蒸発器出口ナトリウム温度高	各ループ2/3
タービントリップ	主蒸気止め弁2台閉
常用母線電圧低	各母線2/3
燃料破損検出	各ループ2/3
地震加速度大	2/3
原子炉格納容器隔離	
原子炉容器ナトリウム液位低低	2/3
原子炉格納容器床上雰囲気圧力高	2/3
原子炉格納容器床上雰囲気放射能高	2/3
原子炉格納容器床上雰囲気温度高	各部屋2/3
ガードベッセル内漏えいナトリウム液面高	各ガードベッセル2/3

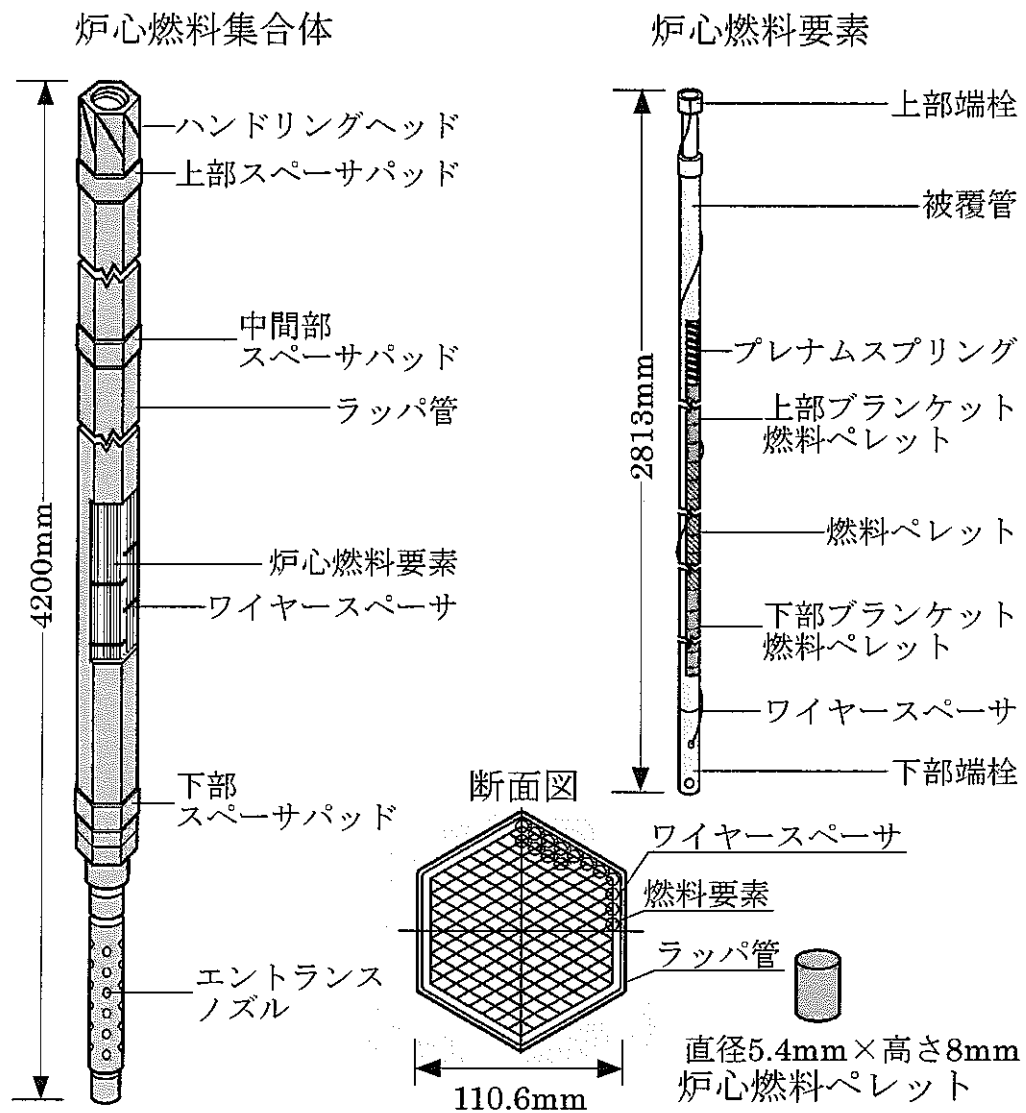


図 1.2.1-1 炉心燃料集合体と炉心燃料要素

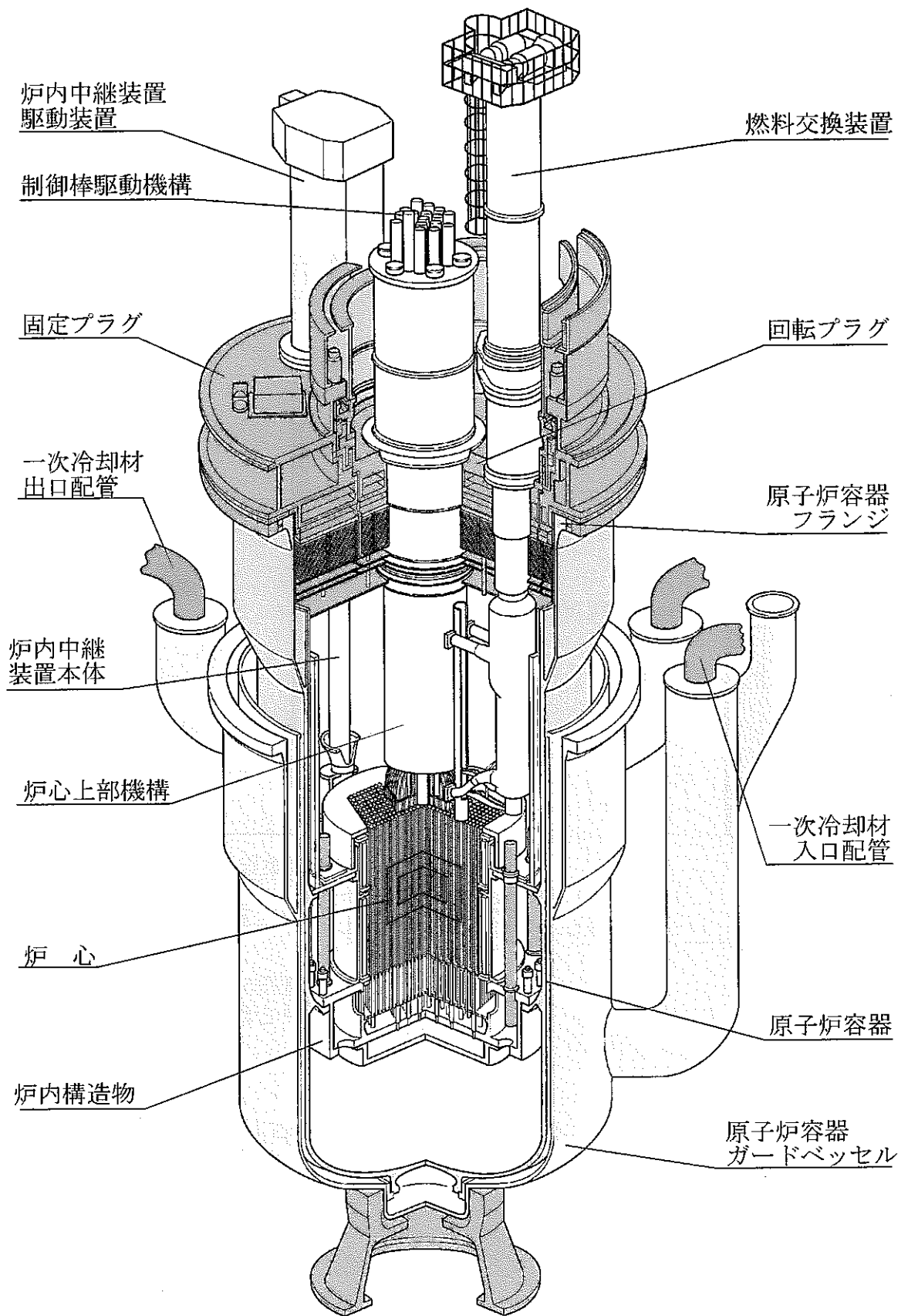
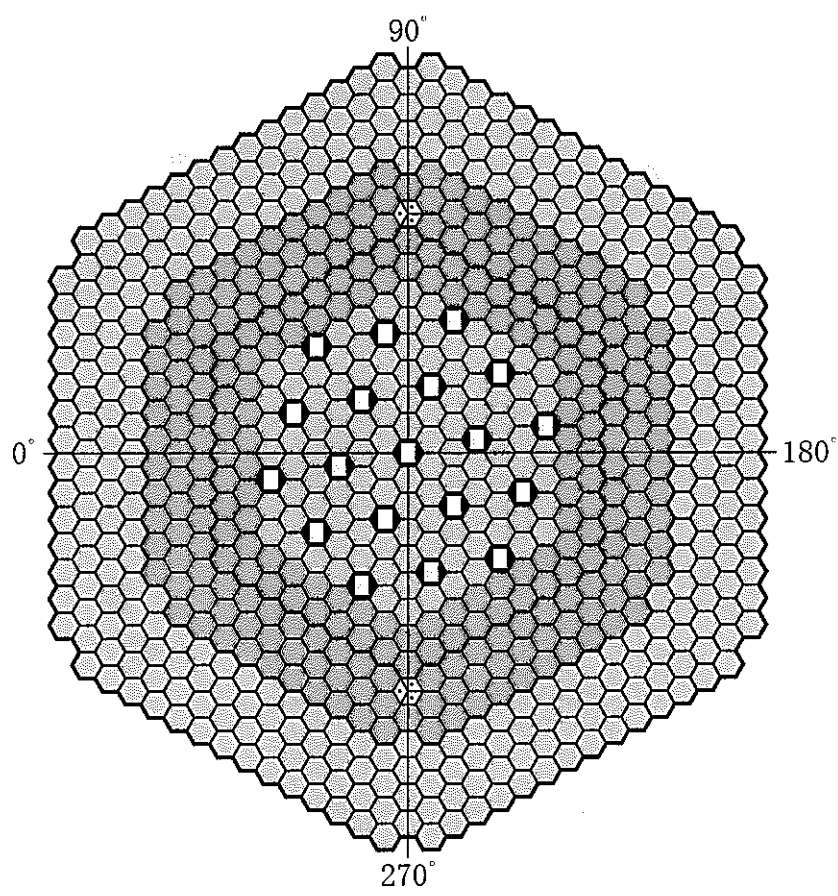


図 1.2.1-2 原子炉構造



炉心構成要素		記号	数量
炉心燃料集合体	内側炉心		108
	外側炉心		90
ブランケット燃料集合体			172
制御棒			19
中性子源			2
中性子遮蔽体			316
サーベイランス集合体			8

図 1.2.1-3 炉心水平断面図

- ① 炉心
- ② 原子炉容器
- ③ 制御棒駆動機構
- ④ 燃料交換装置
- ⑤ 遮蔽プラグ
- ⑥ ガードベッセル
- ⑦ 中間熱交換器
- ⑧ 1次主循環ポンプ
- ⑨ 1次主冷却系配管
- ⑩ 2次主冷却系配管
- ⑪ 原子炉格納容器
- ⑫ 燃料出入設備
- ⑬ 2次主循環ポンプ
- ⑭ 蒸気発生器 (蒸発器)
- ⑮ 蒸気発生器 (過熱器)
- ⑯ 補助冷却設備空気冷却器
- ⑰ 反応生成物収納容器
- ⑱ 炉外燃料貯蔵槽
- ⑲ 水・蒸気系配管
- ⑳ 蒸気タービン
- ㉑ 復水器
- ㉒ 発電機
- ㉓ 変圧器
- ㉔ ポーラクレーン
- ㉕ 排気筒

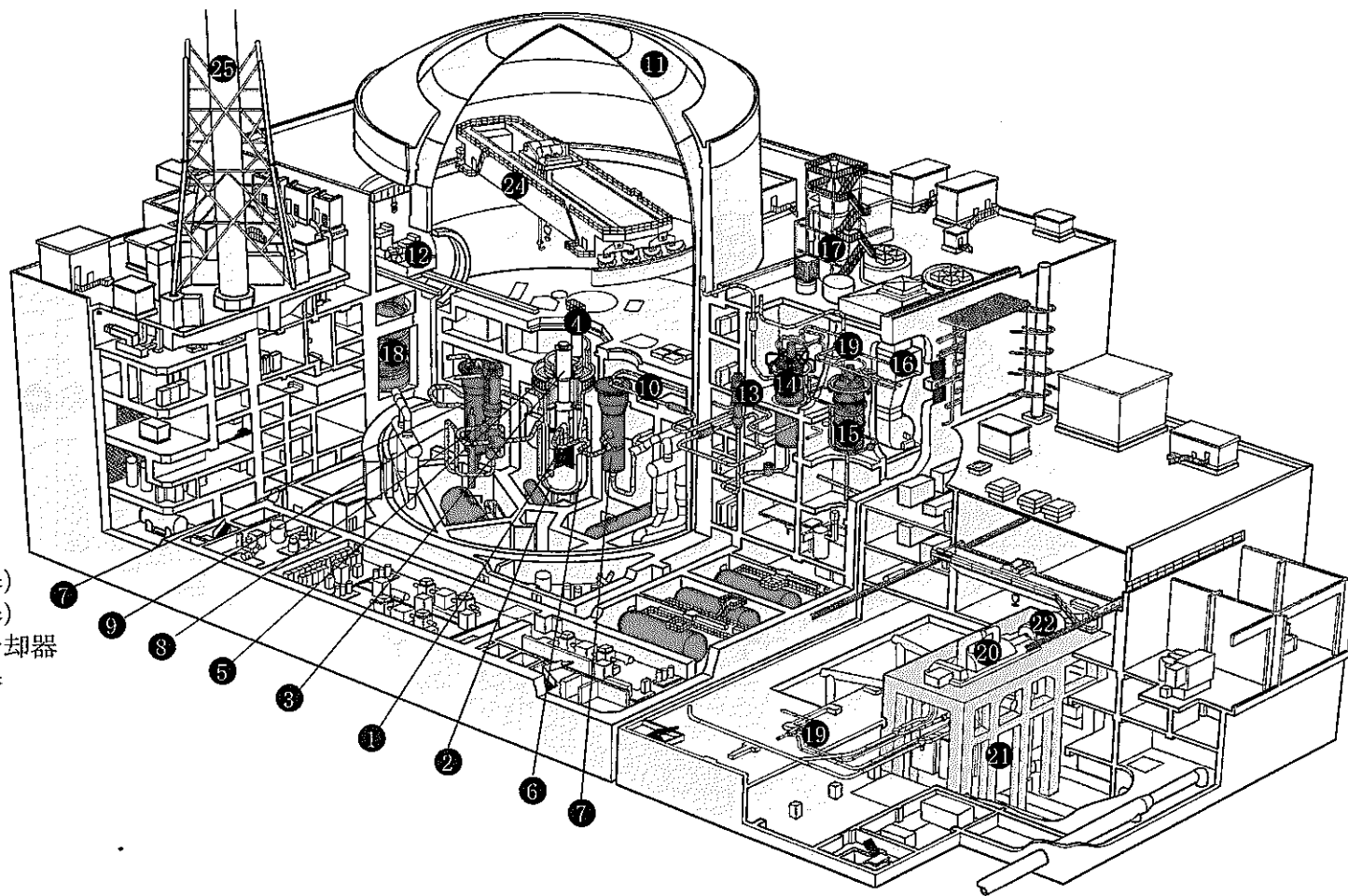


図 1.2.3-1 「もんじゅ」プラントの鳥瞰図



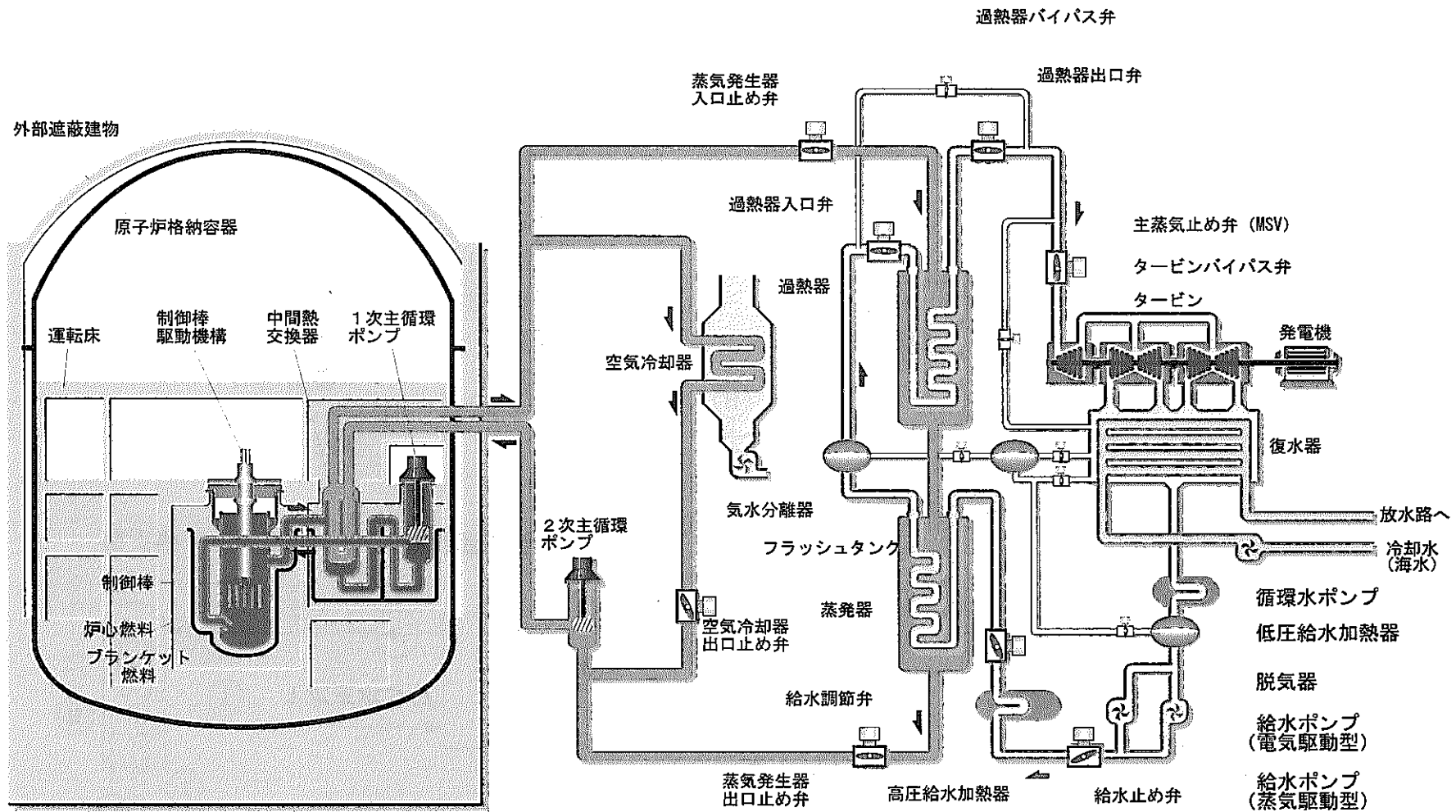


図 1.2.4-1 「もんじゅ」の主要系統図

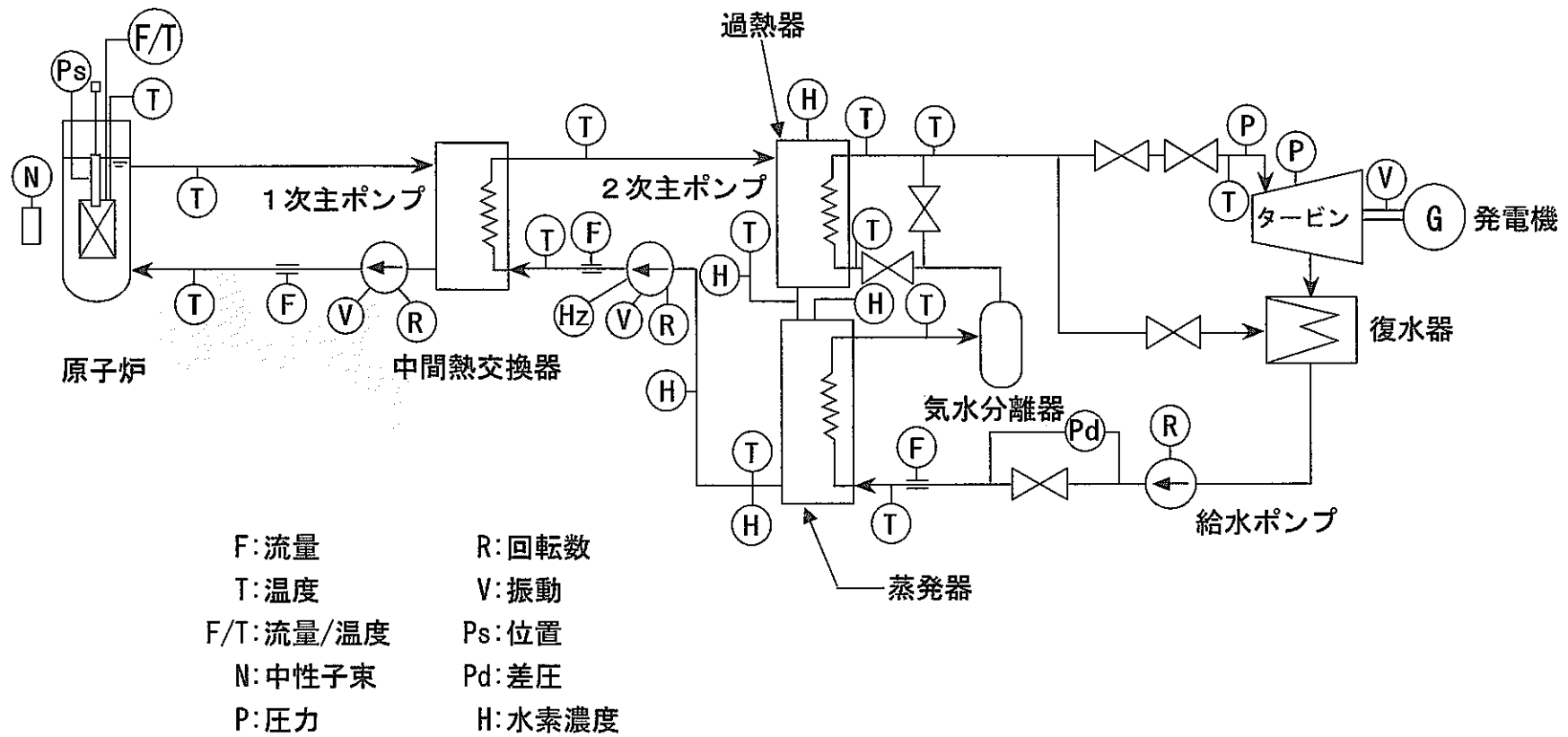


図 1.3.1-1 「もんじゅ」の主要計装

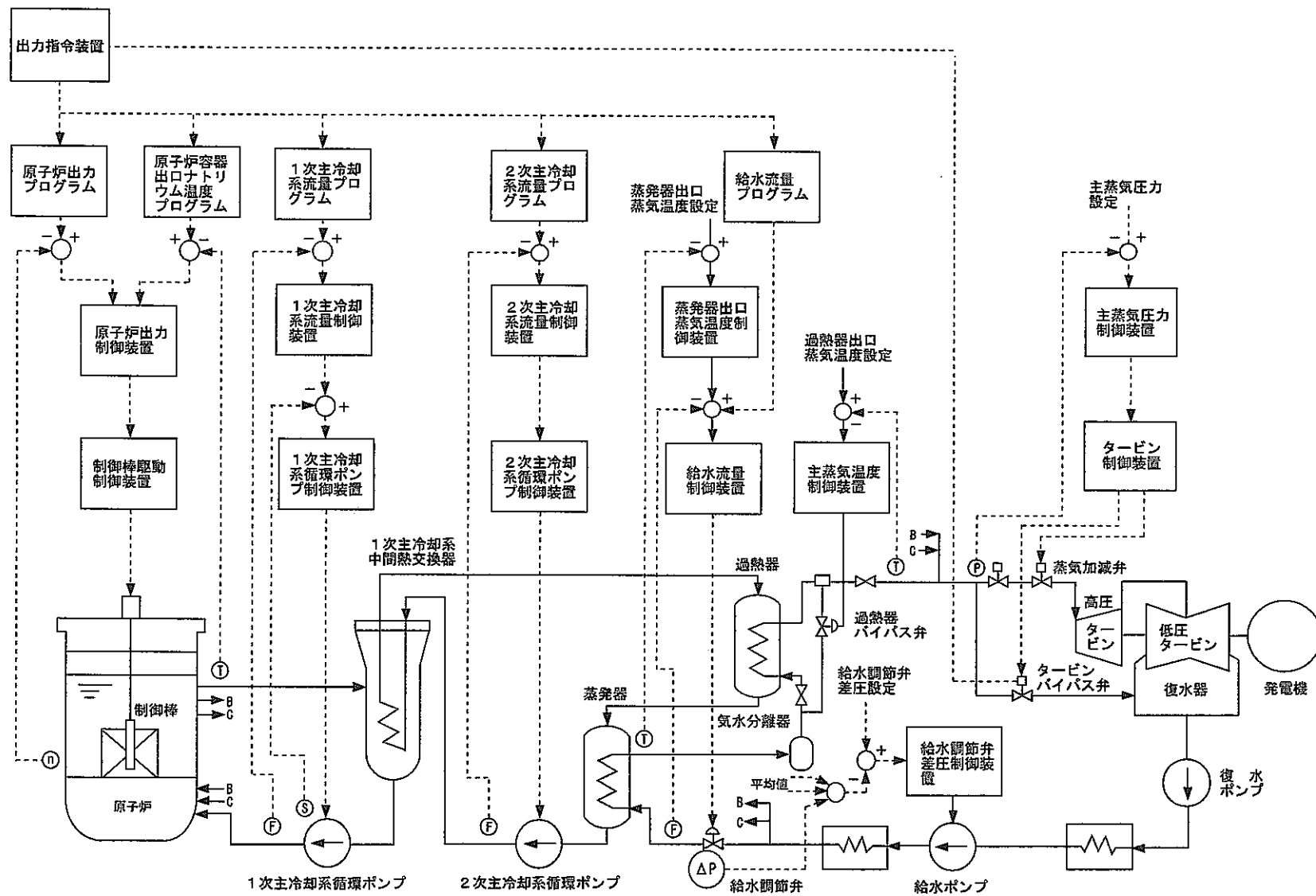


図 1.3.2-1 「もんじゅ」の主要制御系

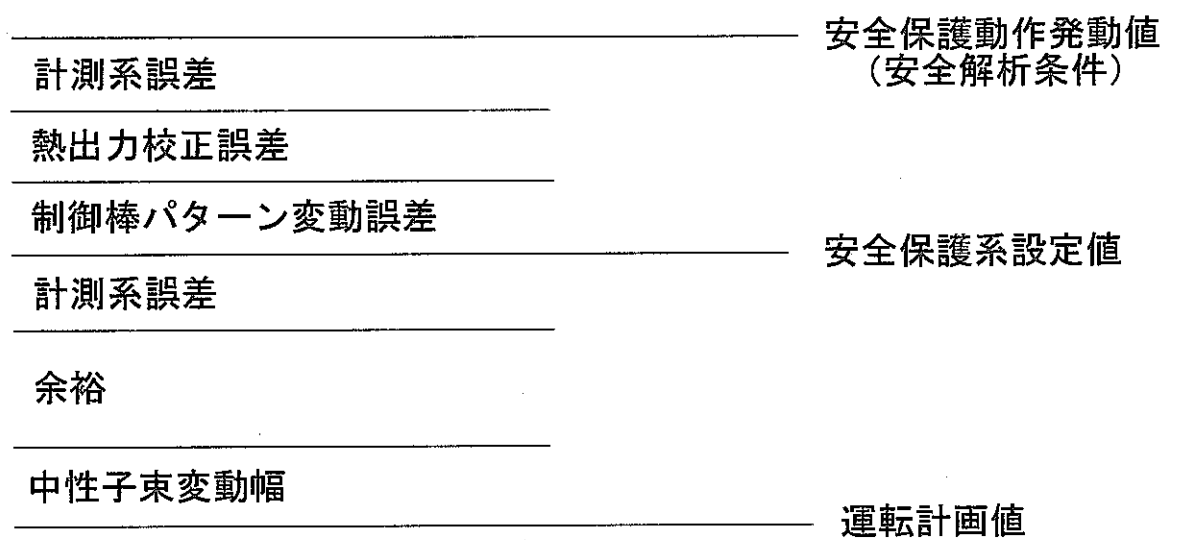


図 1.3.3-1 安全保護系設定値設定の考え方

## 第2章 原子炉計装

### 2.1 核計装<sup>(1)</sup>

#### 2.1.1 高速炉の核計装の特徴

原型炉「もんじゅ」の例を図 2.1.1-1 に示すように、核計装は、炉容器の周囲に設置した検出器で炉心からの中性子束<sup>\*1</sup>を測定することにより原子炉の出力を計測する計装系である。これは、例えば、山の麓から頂上の高さを計測しているようなものであるが、炉容器周辺の中性子束は炉出力に比例し、この方法が原子炉出力を計測するのに十分に妥当な方法であることを経験が示している。核計装は、通常運転時および異常な過渡変化時の炉出力および炉出力の変化率を監視し運転員に警報を発したり、異常を検知した場合は安全保護信号や制御棒引抜き阻止信号を発する。

原子炉停止時の中性子源レベルから定格出力運転時の中性子束レベルまで10デカードもの計測範囲をカバーするため、実験炉「常陽」では、起動系、中間系、出力系、原型炉「もんじゅ」では、線源領域系、広域系、出力領域系の各々3種類の計測系が設けられている。実験炉「常陽」、原型炉「もんじゅ」の核計装の系統構成、中性子検出器種別、回路方式等の特徴を軽水炉と比較して表 2.1.1-1 に示す。また、各計測系の計測範囲を図 2.1.1-2 に示す。実験炉「常陽」の核計装は、中性子検出器の種類や設置場所に差異はあるものの、沸騰水型軽水炉の核計装の設計を踏襲している。一方、原型炉「もんじゅ」の核計装は、中間領域系が広域系に置き替わっているが、加圧水型軽水炉の核計装の設計に近い。

ナトリウム冷却炉では、冷却材ナトリウムが炉心で中性子を吸収することにより、 $\gamma$ 線放出核種である Na-22 および Na-24 が生成されるので、 $\gamma$ 線レベルが高くなる。 $\gamma$ 線が中性子検出器の壁に当たるときにはじき出された電子が封入ガスを電離するので、中性子束の測定に対する $\gamma$ 線の影響を最小限にするため、核計装の設計に種々の配慮がなされている。中性子束の低い線源領域では、中性子検出器からの平均電流を測定する方法を用いると $\gamma$ 線の影響を多く受けるので、パルス信号を計数する方式を採用し、計数率すなわち中性子束の計測を行っている。中性子計測に対して

---

<sup>\*1</sup>中性子場の強さを表す量。中性子はあるエネルギーをもち絶えず運動しているので、単に単位体積中に存在する個数 $n[1/\text{cm}^3]$ だけでなく、それがもっている速度 $v[\text{cm}/\text{s}]$ との積、すなわち単位体積中における単位時間当たりの延べ走行距離である中性子束 $\phi = nv[1/\text{cm}^2 \cdot \text{s}]$ が核反応に支配的な役割を果たす。中性子束の単位を $[nv]$ と表示することもある。

きるので、パルス計数方式の採用により $\gamma$ 線の影響を除去できる。線源領域より出力レベルの高い中間出力領域では、ミーンスクエア型キャンベル法に基づいて原子炉の出力の計測を行っている。ミーンスクエア型キャンベル法は、中性子束レベルが上昇して計数管の出力パルス数が多くなったとき、パルスの重ね合わせの結果生じる中性子検出器の出力電流のゆらぎの2乗平均値が、中性子束に比例することに基づいている。 $\gamma$ 線によるパルスは中性子によるパルスに比べて電荷量が小さく、電流ゆらぎを2乗することによりゆらぎのパワーに占める $\gamma$ 線の寄与の割合を小さくできるので、ミーンスクエア型キャンベル法を採用し、 $\gamma$ 線の影響の軽減を図っている。出力領域系では、検出器出力電流の $\gamma$ 線による成分を除去するため、 $\gamma$ 線補償型電離箱が用いられている。中性子検出器として核分裂計数管を用いるときには、中性子の検出物質であるU-235の自然崩壊によって発せられる $\alpha$ 線が封入ガスを電離し、中性子の計測に誤差を生じさせるおそれがあるが、 $\gamma$ 線の影響の軽減策は $\alpha$ 線の影響の軽減にも有効である。

高速炉の炉心から炉容器の外に出てくる中性子は、熱中性子より速度の大きい高速中性子である。中性子の検出には、U-235の核分裂やB-10が中性子を吸収して $\alpha$ 線を放出する反応などが用いられるが、これらの核反応の生起確率は、中性子の運動エネルギーが小さく、速度が小さいほど大きいので、中性子検出器の感度を高めるため、高速中性子を減速して熱中性子にしてやる必要がある。このため、高速炉では図2.1.1-1に示すように、中性子検出器の周囲を黒鉛減速体で囲んでいる。

ナトリウム冷却炉では、冷却材温度が比較的高く、それに伴って雰囲気温度も高くなるので、高温用検出器を用いたり、検出器周辺を窒素ガスで冷却することが行われている。雰囲気温度の影響として、炉容器の周囲に設置された黒鉛遮蔽体の温度上昇が核計装の指示を上昇させるという現象が、実験炉「常陽」で観測されている。これは黒鉛遮蔽体の温度が変化することにより、中性子のエネルギースペクトルが変り、この結果として中性子検出器に到達する中性子数が増加することによるものと考えられている。実験炉「常陽」の核計装出力系には、黒鉛遮蔽体の温度の測定値に基づいて原子炉出力を自動的に補正するような機能が付加されている。

実験炉「常陽」の核計装中間系は、パルスの重ね合せの結果生じる電流のゆらぎの半波整流平均値が、平均パルスレートの $1/2$ 乗に比例することを利用したアベレージマグニチュード型キャンベル法により、中性子束の測定を行っている。これは、対数化した場合に計測回路のダイナミックレンジを $1/2$ にできるという利点を活かしたものである。

炉内燃料貯蔵ポットを有する実験炉「常陽」の核計装の指示値は、ポットに貯蔵される使用済燃料の位置によっても影響を受け、貯蔵位置を変更した場合、核計装の再校正が必要である。

## 2.1.2 中性子検出器 (2)(3)(4)

前節で述べたように、高速炉の核計装に用いられる中性子検出器としては、核分裂計数管、BF<sub>3</sub> 比例計数管および電離箱等があげられる。これらは、図 2.1.2-1 の核分裂計数管の例に示すように、ガスを封入した円筒形容器の中に陽極を設け、容器自身を陰極とした構造を有しているものが多い。ガス電離検出器と呼ばれるこれら中性子検出器では、内面に塗布されたりあるいはガス状で封入された U-235 や B-10 などが中性子と反応して放出する核分裂片や $\alpha$ 線が封入ガスを電離することにより発生した電荷を集めて電流として外部に取り出す。核分裂片や $\alpha$ 線の電離作用により生じた電子は陽電極に、陽イオンは陰電極に引かれて引き離され、各々の電極へ向けて移動する。各々の電極へ移動する途中の電子や陽イオンのふるまいや、電極まで到達する電荷の数は、印加電圧すなわち電界の強さに依存する。この様子を示したのが図 2.1.2-2 の電離曲線である。再結合領域では電場が弱いため、電子と陽イオンが引き離される速度が遅く、再結合による電荷の消滅が多い領域である。電圧を上げるにつれて電子とイオンの動きが速くなり、電荷の消滅は減少して電流は大きくなる。電離箱領域に達すると再結合はほとんど起こらなくなり、核分裂片や $\gamma$ 線の電離作用によって発生した電荷のほとんどが電極に集められ、印加電圧を増加しても電流はほとんど変化しなくなる。電離箱や核分裂計数管などは、この領域で使用される。さらに電圧を上昇させると、比例計数管領域に達する。この領域は電場が比較的強いため、核分裂片や $\alpha$ 線の電離作用によって発生した1次電子が、陽極へ移動する途中で加速され、大きな運動エネルギーをもつようになる。運動エネルギーの大きな電子は、ガス分子と衝突し、2次的な電離を引き起こす。2次的な電離により発生した電子は加速され、さらに電離を引き起こして増幅される。このようにして1次電子が増幅されることをガス増幅という。比例領域の検出器は、ガス増幅により1次電離による電荷量を数百倍程度まで増幅することができる。BF<sub>3</sub>計数管は比例領域で使用される中性子検出器である。電圧をさらに上昇させるとガイガー領域に達するが、中性子検出器にはこれ以上電圧の高い領域で使用されるものはない。

### (1) 核分裂計数管

核分裂計数管は図 2.1.2-1 に示すように、密封円筒容器の中に同軸2重円筒状に電極を配した構造となっている。内側円筒は陽極として中性点に接続され、外側円筒は陰電極として負の高電圧が印加される。計数管に入射してくる中性子と反応するよう外側電極円筒の内面と内側電極円筒の外面に核分裂性物質である U-235 が U<sub>3</sub>O<sub>8</sub> の形態で塗布されている。また、計数管内には、Ar に N<sub>2</sub> を添加したガスが3気圧程度に加圧されて封入されている。

核分裂計数管など電離箱領域で使用される検出器の出力電流の発生過程について考察する。計数管に中性子が入射すると電極に塗布された核分裂性物質がこれと反応して核分裂を起こし、このとき計数管内のガス中に飛び出した核分裂破片により、封入ガス (Ar+N<sub>2</sub>) が電離される。この電離によりガス中に電荷が生じるとき、静電誘導作用によりこれと平衡するよう電極上に電荷が誘導される。誘導される電荷の量は、静電気学における Green の相反定理により計算できる。この定理は、導体1,2,⋯,nなる体系において、これらの各々に  $q_1, q_2, \dots, q_n$  なる電荷をおいたときの電位をそれぞれ  $e_1, e_2, \dots, e_n$  とし、 $q'_1, q'_2, \dots, q'_n$  なる電荷をおいたときの電位を  $e'_1, e'_2, \dots, e'_n$  とすると

$$\sum_{i=1}^n q_i e'_i = \sum_{i=1}^n q'_i e_i \quad (2.1.2-1)$$

が成立するというものである。核分裂計数管では陽電極、陰電極ともに円筒電極を用いており、しかもそれらの半径に比べて電極間距離が非常に短くなっているため、平板電極が平行に配置されていると考える解析を進めることができる。そこで、図 2.1.2-3 のように平行平板電極の間に、ガスの電離により電荷  $q$  が生じたとすると、電離が生じる前には電荷は存在しないので  $q' = q'_a = q'_b = 0$  であり (2.1.2-1) 式より

$$q e'_p + q_a e'_a + q_b e'_b = 0 \quad (2.1.2-2)$$

となる。一方、 $q$  から出る電気力線は、電極 a, b のどちらかで終端するので

$$-q = q_a + q_b \quad (2.1.2-3)$$

なる関係が成立する。平行平板電極間の電位分布は直線的であるので (2.1.2-2)、(2.1.2-3) 式より、次式が得られる。

$$q_a = -bq/(a+b) \quad (2.1.2-4)$$

$$q_b = -aq/(a+b) \quad (2.1.2-5)$$

(2.1.2-4)、(2.1.2-5) 式で示される電荷が電極上に誘導されるとき、これらの電荷はこれに接続された外部回路を通じて移動するので外部回路に電流が流れ、この電流を中性子の検出信号として利用できる。ガスの電離により生じた電荷が高圧を印加された電極間の電界によってガス中を移動するときも、電極に誘導された電荷はこれと平衡するよう電極に接続された外部回路を通じて移動し、電流が流れる。

つぎに、外部回路に流れる電流の波形について考えてみよう。核分裂の破片がガス中を飛行するとその飛跡に沿ってガスが - 電子と + イオンに電離される。出力電流の波形は、核分裂片の飛跡の長さすなわち電離によって封入ガス中に生じた電荷の数および飛跡の方向すなわち電荷の計数管内分布に依存する。図 2.1.2-3 に核分裂片の種々の飛跡に対し、電子 (イオン) の移動によって生



じる出力電流の波形を示した。出力電流の立上がり時間は、核分裂片の飛行によりガスの電離が行われている時間であるが、核分裂片の飛行速度が  $10^7$  m/s と非常に速いので瞬時に立上がるとした。封入ガス中に生じた電子の移動によって生じる出力電流の大きさ  $I_e(t)(I_i(t))$  は、電極間印加電圧を  $V$ 、電極間隔を  $d$ 、電子（イオン）の移動速度を  $U_e(U_i)$ 、電子（イオン）の存在数を  $N_e(t)(N_i(t))$ 、電子の電荷を  $e$  とし以下のように求めることができる。すなわち、電子（イオン）が電場の中を移動するのに必要な仕事量は、外部回路を流れる電流によって与えられるので、エネルギーバランスより次の式が得られる。

$$VI_\xi(t) = -U_\xi e N_\xi(t) V / d, \quad \xi = e, i \quad (2.1.2-6)$$

よって

$$I(t) = I_e + I_i = (e/d) \{U_e N_e(t) + U_i N_i(t)\} \quad (2.1.2-7)$$

となるが、 $U_e > 1000 U_i$  なので、以下ではイオンによる電流  $I_i(t)$  は無視することとする。

電流の大きさは計数管内空間を陽極に向けて移動している電子の数と速度に比例し、平行平板電極の場合のように電場の強さが場所に依らずに一定のとき、電子の存在数が同じであればそれがどこにあっても電流の大きさは同一である。したがって、核分裂片の飛行の直後から最も陽極に近い位置に発生した電子が陽極に到達するまでは、電流値は変化しない。陽極に到達した電子は順次消滅していくので、最初に電子が陽極に到達した時点から、計数管内の電子の数は少なくなり、これに従って電流も減少していく。そして陰電極に最も近い位置で発生した電子が陽電極に到達した時点で電流が零になる。したがって、いずれの場合も  $t=0$  で電流値は最大であり、陰電極間近に発生した電子が陽電極に到達する時刻

$$T_e = d/U_e \quad (2.1.2-8)$$

まで電流が流れ  $t=T_e$  で零となる。核分裂破片の飛行方向は等方的と考えられ、また電極間隔  $d$  は通常、ガス中における飛程よりも十分小さくとられるので、核分裂計数管の出力電流は、多くの場合図 2.1.2-3(c) に示したような波形になる。

代表的な核分裂計数管について、電流の大きさと電荷収集時間を具体的に求めてみる。そのためには  $U_e$  と  $N_e(0)$  を知る必要がある。 $U_e$  は電界の強さを  $E$ 、封入ガス圧力を  $P$  とするとき、 $E/P$  の関数となり、この値が小さいときには、電子の移動度を  $\mu_e$  とすると  $U_e = \mu_e(E/P)$  となる。しかしながら、Ar に  $N_2$  を 0.2% 添加した封入ガスに対し

$$U_e = 10^6 \quad [\text{cm/s}] \quad (2.1.2-9)$$

で一定となり、 $N_2$  の添加量を増すと増大する傾向にあることが知られている。次に  $N_e(0)$  を求める。

3 気圧の Ar ガス中における核分裂片の飛程は 0.7 cm 程度であり、この距離を飛行する間に 80MeV のエネルギーを失う。核分裂片の飛行方向は等方的であるが、平均的に電極面に対して 45° の方向に飛行すると考えると外に出るまでに計数管内を 0.14 cm 飛行し、封入ガスに与えるエネルギーは 16MeV となる。Ar 封入ガスを電離して電子・イオン対を 1 個生じさせるに必要なエネルギー  $W$  は  $W = 26.4[\text{eV}]$  であるので  $N_e(0)$  は次式のようになる。

$$N_e(0) = 16 \times 10^6 [\text{eV}] / 26.4 [\text{eV}] = 6.1 \times 10^5 \text{ 個} \quad (2.1.2-10)$$

電子の電荷量は  $e = 1.6 \times 10^{-19} [\text{C}]$  であるので次式が得られる。

$$I(0) = (e/d) U_e N_e(0) = 1 \times 10^{-6} [\text{A}] = 1 [\mu\text{A}] \quad (2.1.2-11)$$

$$T_e = (d/U_e) = 10^{-7} [\text{s}] = 100 [\text{ns}] \quad (2.1.2-12)$$

以上述べたように核分裂が 1 回生起するときに図 2.1.2-3 に示した波形の電流 (パルス) が 1 回流れる。単位時間当たりに生起する核分裂の回数すなわち単位時間に到来するパルス数 (計数率) は、中性子束に比例するので、計数率を測定することにより中性子束の計測が行える。中性子検出器内で単位時間に生起する核分裂の回数すなわち計数率  $\xi$  は中性子束\*1 を  $\phi [\text{nv}]$ 、検出器に塗布された U-235 の個数を  $n$ 、U-235 の核分裂断面積を  $\sigma [\text{barn}]$  とするとき

$$\xi = n\sigma\phi \quad (2.1.2-13)$$

となる。(2.1.2-13)の式は 1 回の核分裂で発生した核分裂片のうちの少なくとも 1 個が検出器充てんガス中に放出される場合で、核分裂片がすべて  $\text{U}_3\text{O}_8$  塗布膜中に吸収される確率を考慮する場合には、補正が必要となる。 $\text{U}_3\text{O}_8$  中に放出された核分裂片が停止するまでに走行する距離すなわち  $\text{U}_3\text{O}_8$  中の核分裂片の飛程  $R$ 、 $\text{U}_3\text{O}_8$  の塗布膜厚を  $\delta$  とするとき、核分裂片のうちの 1 個が  $\text{U}_3\text{O}_8$  中で吸収を逃れる確率は  $\eta = \exp(-\delta/2R)$  となるので、計数率  $\xi$  は、次式のように修正される。

$$\xi = n\sigma\phi \exp(-\delta/2R) \quad (2.1.2-14)$$

例として U-235 が 40 重量%に濃縮された  $\text{U}_3\text{O}_8$  を  $1.5 \text{ mg/cm}^2$  の厚さで  $160 \text{ cm}^2$  塗布した核分裂計数管の中性子感度を求めてみる。U-235 が 40 重量%のウランの見掛けの原子量  $A$  は、1g 中のウラン原子の個数が  $0.4/235 + 0.6/238$  であることを考慮すると  $1/(0.4/235 + 0.6/238) = 236.8$

\*1 核反応の起こりやすさを表す量で面積の次元をもつ。通常  $10^{-24} [\text{cm}^2] = 1 [\text{barn}]$  を単位として表す。中性子の中心と原子核の中心が距離  $\varepsilon$  以内に接近したとき核分裂が起こるとすると、中性子の飛跡の長さの和は  $\phi$  であるので、飛跡からの距離が  $\varepsilon$  以内の領域の体積は  $\phi\pi\varepsilon^2$  となる。単位体積あたりの原子数を  $L$  とすると  $L\phi\pi\varepsilon^2$  の原子核が核分裂を起こす。断面積  $\pi\varepsilon^2$  は核分裂の起こりやすさを表している。

となる。U<sub>3</sub>O<sub>8</sub> の塗布量  $1.5[\text{mg}/\text{cm}^2] \times 160[\text{cm}^2] = 240[\text{mg}]$  中に含まれるウランの重量は  $240 \times 236.8 \times 3 / (236.8 \times 3 + 16 \times 8) = 203.4[\text{mg}]$  であり、これに含まれる U-235 の個数は、 $6.02 \times 10^{23} \times 203.4 \times 10^{-3} \times 0.4 / 235 = 2.1 \times 10^{20}$  個となる。また熱中性子に対する U-235 の核分裂断面積は  $\sigma = 580 \times 10^{-24}[\text{cm}^2]$  である。U<sub>3</sub>O<sub>8</sub> 中における核分裂片の飛程  $R = 9.8[\text{mg}/\text{cm}^2]$ 、塗布膜厚  $\delta = 1.5[\text{mg}/\text{cm}^2]$  に対し  $\eta = 0.93$  となるのでこの中性子検出器の熱中性子束  $\phi = 1[\text{nv}]$  に対する計数率すなわち感度は、 $0.12[\text{cps}]/[\text{nv}]$  となる。核分裂計数管の感度は、ウランの塗付量を増すと増加するが、ウラン膜厚を過度に厚くすると中性子の吸収が増えるばかりでなく、ウランからの  $\alpha$  線によるバックグラウンドノイズが増加するので好ましくない。

## (2) $\gamma$ 線補償型電離箱

高速炉の核計装に電離箱領域で用いられるもう一つの中性子検出器として  $\gamma$  線補償型電離箱がある。電離箱は低中性子束領域では、出力電流はパルスの形で取り出されるが、中性子束が高くなるにつれ単位時間当たりのパルス数を到来数が増えて重なり合うようになり、ついには1個1個のパルスを計数できずに連続電流が流れるようになる。このような状態でも、連続電流の平均値は中性子束に比例するので、電離箱出力を電流モードで測定することにより中性子束の計測が可能となる。パルスモードで用いられる核分裂計数管では、パルス波高を弁別することにより、 $\gamma$  線の影響を受けないようにしているが、電流モードで利用する電離箱では、それが適用できない。電流モードで利用する電離箱に対する  $\gamma$  線の影響を最小限にするように工夫したのが  $\gamma$  線補償型電離箱 (CIC) である。

原子炉の核計装に用いる電離箱は、 $^{10}\text{B}(n, \alpha)^7\text{Li}$  反応を利用して中性子の計測を行うものが多い。検出器封入ガスは  $^{10}\text{B}(n, \alpha)^7\text{Li}$  反応によって生じた  $\alpha$  線によって電離されるほか、 $\alpha$  線によるほど多くはないが  $\gamma$  線によっても電離され中性子計測に誤差をもたらす。 $\gamma$  線による誤差を補償するため、 $\gamma$  線の影響を含む中性子の検出信号から  $\gamma$  線の影響に依存する成分を差し引くようにしたのが  $\gamma$  線補償型電離箱である。すなわち、図 2.1.2-4 に示すように同心円筒状に一体化した2つのチェンバを配置し、外側チェンバの内面には B-10 を塗布し中性子を検出するようにし、内側チェンバは外側チェンバと同一体積で中性子感応物質を塗布しないでおく。図に示すように、内側チェンバと外側チェンバを仕切っている円筒を共通電極とし、外側円筒に正電圧を、芯線に負電圧を印加すると、正電圧を印加した回路には  $\gamma$  線の影響をも含む中性子検出電流が、負電圧を印加した回路には  $\gamma$  線のみ起因する電流が流れる結果、共通電極に接続された枝路には前者から後者を差し引いた電流が流れるので、 $\gamma$  線の影響を補償した信号が得られる。

CICの補償特性については、外側チェンバと内側チェンバの体積を完全同一にすることが困難なことや $\gamma$ 線量の分布が内側と外側で同一でないことなどに起因する問題があるが、 $\gamma$ 線の影響を95%以上補償できる検出器が作られている。

### (3) BF<sub>3</sub> 比例計数管

BF<sub>3</sub> 計数管は中性子感応物質である B-10 を BF<sub>3</sub> ガスの形で封入した図 2.1.2-5 に示すような構造を有する中性子検出器であり、比例領域でパルスモードで使用される。<sup>10</sup>B(n, $\alpha$ )<sup>7</sup>Li 反応により放出されるそれぞれ 1.46MeV と 0.84MeV の運動エネルギーをもつ  $\alpha$  線と <sup>7</sup>Li が BF<sub>3</sub> ガスを電離することを利用して中性子を検出する。<sup>10</sup>B(n, $\alpha$ )<sup>7</sup>Li 反応の確率は U-235 が熱中性子と反応して核分裂を起こす確率より大きいので、BF<sub>3</sub> 計数管は核分裂計数管より感度が大きく、低いレベルの中性子束の測定に適している。また比例領域で使用されるのでガス増幅作用により波高の高い出力電流パルスを得ることができる。比例計数管では、小さな電圧で効果的に急な勾配の電界を作り、電子を急速に加速してガス増幅を行わせるため、中心電極に細い線を用いている。中心線電極の中心から  $r$  における電界の強さ  $E(r)$  は、中心線電極の半径を  $a$ 、外側円筒電極のそれを  $b$ 、印加電圧を  $V$  とするとき、後述の 2.1.3(6) の同軸ケーブルの静電容量の計算のところで導出する(2.1.3-40)、(2.1.3-41)式より

$$E(r) = V / \{r \ln(b/a)\} \quad (2.1.2-15)$$

で表される。陽極である中心線電極の半径が 0.05 cm、陰電極である外側円筒の内半径が 2cm、印加電圧が 2200V のときの電場の分布を図 2.1.2-6 に示す。この図から、電界は中心電極付近で急激に強まっていることがわかる。電子はここで急速に加速され、ガス増幅はこの付近でのみ行われる。したがって、出力電流のほとんどは、ここで発生した 2 次以降の電荷により電極に誘導された電荷によって形成される。中心陽極および円筒陰極に誘導される電荷の量は、核分裂計数管の場合と同様の考え方に基いて(2.1.2-2)、(2.1.2-3)および(2.1.2-15)式より、次式の様に求まる。

$$q_a = -q \cdot \ln(b/r) / \ln(b/a) \quad (2.1.2-16)$$

$$q_b = -q \cdot \ln(a/r) / \ln(b/a) \quad (2.1.2-17)$$

1 次電離が生じてから出力パルス電流が得られるまでの時間は、1 次電子が陽極付近に到達するまでの時間に等しい。このため、陽極付近で 1 次電離が行われたときにはすぐに出力パルス電流が得られるが、陰極付近で 1 次電離が行われた場合は出力パルス電流が生じるまで時間遅れがある。また、計数管の半径方向に  $\alpha$  線が飛んで BF<sub>3</sub> ガスの電離が起こると飛跡の陽極に近い部分から電子が順次陽極付近に達し、ガス増幅が行われるので、ピーク値が小さく幅の広い出力パルス電流が得

られることになる。BF<sub>3</sub>比例計数管では、上述のように、1次電離の生起位置や飛跡の方向に依存して出力パルスの波形が変化する。

まず最初は陽極付近で電極と平行に飛んだ粒子により1次電離が生じた場合の出力電流波形について考えてみる。核分裂計数管など電離箱領域で用いられる検出器の場合、出力電流の大きさや波形に支配的に寄与するのは電子のふるまいであったが、比例計数管では2次電離が陽極の真近で生じ、電子はすぐに陽極に到達して消滅してしまうため、陽イオンが出力電流の生成に支配的な役割を果たす。2次電離で生じた時刻  $t$  における出力電流  $I(t)$  は、 $M$  をガス増幅率、 $N$  を1次電子の数とするとエネルギーバランスの式より

$$I(t) = I_i(t) = (E/V)U_i(r)MNe \quad (2.1.2-18)$$

$$U_i(r) = \mu_i(E/p) \quad (2.1.2-19)$$

のように導かれる。(2.1.2-15)、(2.1.2-18)、(2.1.2-19)式より

$$I_i(t) = \mu_i MNeV / pr^2 (\ln(b/a))^2 \quad (2.1.2-20)$$

を得る。(2.1.2-15)、(2.1.2-19)式に  $U_i(r) = dr/dt$  なる関係を考慮すると、 $t=0$  で2次電離の生じた位置  $r=r_0$  にあるイオンがそこから  $r$  まで移動するのに要する時間  $t$  と  $r$  との間に

$$r^2 = [2\mu_i V / \{p \ln(b/a)\}]t + r_0^2 \quad (2.1.2-21)$$

の関係が得られる。上式の関係を(2.1.2-20)式に代入すると2次イオンによる電流の表式として次式を得る。

$$I_i(t) = K/(t+\theta) \quad (2.1.2-22)$$

ただし

$$K = MNe / \{2 \ln(b/a)\} \quad (2.1.2-23)$$

$$\theta = p \ln(b/a) r_0^2 / (2V\mu_i) \quad (2.1.2-24)$$

陽極半径 0.05 cm、陰極半径 2 cm、封入 BF<sub>3</sub> ガス圧 0.8 気圧、印加電圧 2200V のときのガス増幅率  $M=500$ 、陽イオンの移動度を  $10 [\text{cm} \cdot \text{s}^{-1} / \text{V} \cdot \text{cm}^{-1}]$  とし、2次電離は陽極の直近で起こるので  $r_0 = a$  とし上式に基づいて出力電流を求めてみる。BF<sub>3</sub> ガスを電離して電子・イオン対を1対生成せめるのに必要なエネルギーすなわち  $W$  を  $30 [\text{eV}]$  とし、<sup>10</sup>B(n,α)<sup>7</sup>Li で放出される  $2.3 [\text{MeV}]$  のエネルギーがすべて BF<sub>3</sub> の電離に費やされたとすると  $N = 7 \times 10^4$  となる。したがって

$$I_i(t) = 0.83 \times 10^{-12} / (t + 1.7 \times 10^{-7}) \quad (2.1.2-25)$$

となり、これを図示すると図 2.1.2-7 のようになる。 $I_i(t=0) \approx 5 \mu\text{A}$ 、 $r_0 = a = 0.05 \text{cm}$  で発生した正イオンが  $r = b = 2 \text{cm}$  の陰極に達するのに要する時間すなわち、電流が零になるまでの時間

は、(2.1.2-21)式より  $0.27\text{ms}$  となるが、(2.1.2-25)式より半値巾は  $0.17\mu\text{s}$  と正イオンの移動時間の  $1/1000$  以下となるので、クリッピング等の波形整形で高計数率までの計測が可能となる。半値巾が小さくなるのは、陽極付近の電界が急激に変化する部分を高速で移動する陽イオンが出力電流の発生に支配的に寄与しているためである。

つぎに  $\text{BF}_3$  比例計数管の半径方向に飛んだ粒子により 1 次電離が生じた場合の出力電流波形について考えよう。計数管に入射した中性子が  $\text{B-10}$  と反応して生じた  $\alpha$  粒子と  $\text{Li-7}$  は、それぞれ  $1.46[\text{MeV}]$  と  $0.84[\text{MeV}]$  をもち互いに反対方向に飛行するが、全てのエネルギー  $2.3[\text{MeV}]$  が  $\alpha$  線に付与されるとすると 1 気圧、 $15^\circ\text{C}$  の空気に対するその飛程は  $1.25\text{cm}$  となる。 $\text{BF}_3$  ガス中の飛程が空気中のそれと等しいとすると、 $0.8$  気圧の  $\text{BF}_3$  ガス中では、 $\alpha$  線は停止するまで  $1.56\text{cm}$  飛行する。その結果、半径方向の飛跡  $1.5\text{cm}$  に沿って 1 次電離が生じる。1 次電離に起因する電流は、2 次以降の電離に起因する電流に比べて小さいので無視できるとすると、1 次電離で生じた電子の陽極に最も近い端の部分が陽極付近の 2 次電離の生じる位置に到達し、2 次電離が始まった以降の陽イオンのふるまいについて考えればよい。2 次電離が始まってから終わるまでの時間は電子が、 $r = 0.05 + 1.56 = 1.6$  から  $r = a = 0.05$  に移動する時間  $T$  であり、 $\mu_e = 10^4$  として(2.1.2-21)式より  $T = 0.17\mu\text{s}$  となる。 $^{10}\text{B}(n, \alpha)^7\text{Li}$  反応で生じた粒子が陽極付近で陽極と平行に飛んだときには  $MNe$  個の 2 次電荷が瞬時に生成されるとしたが、いまの場合は、この電荷が  $T$  時間かけてすなわち単位時間当たり  $MNe/T$  の電荷が  $T$  時間継続して生成される。したがって、いま求めるべき電流  $I_i'(t)$  は核反応で生成した粒子が陽極と平行に飛んだときの(2.1.2-22)式で表される電流を用いて次式のように表される。

$$I_i'(t) = \frac{1}{T} \int_0^t I_i(t-\tau) d\tau$$

$$= (K/T) \ln\{(t+\theta)/\theta\} \quad \text{for } t \leq T \quad (2.1.2-26)$$

$$I_i'(t) = \frac{1}{T} \int_0^T I_i(t-\tau) d\tau$$

$$= (K/T) \ln\{(t+\theta)/(t+\theta-T)\} \quad \text{for } t > T \quad (2.1.2-27)$$

これらの式に(2.1.2-25)式を得るのに使用した定数を代入して

$$I_i'(t) = 5 \times 10^{-6} \ln\{(t + 0.17 \times 10^{-6}) / (0.17 \times 10^{-6})\} \quad \text{for } t \leq T \quad (2.1.2-28)$$

$$I_i'(t) = 5 \times 10^{-6} \ln\{(t + 0.17 \times 10^{-6}) / t\} \quad \text{for } t > T \quad (2.1.2-29)$$

を得る。これらの結果を図 2.1.2-8 に示す。

図 2.1.2-7 は 2 次電離が瞬時に生じる場合であるのに対し、図 2.1.2-8 は 2 次電離に最も長時

間を要する場合であり、したがって半値巾も最も大きくなる。電流のピーク値は、後者の場合、前者の 75%程度である。 $^{10}\text{B}(n, \alpha)^7\text{Li}$  反応で発生した粒子の全エネルギー 2.3 MeV がすべて 1 次電離に有効に利用された場合の 2 次電離に要する時間は 0 と  $T$  の間にあるので、電流波形はピーク値、半値巾共に図 2.1.2-7 と図 2.1.2-8 に示されたもの間にあると考えられる。B-10 の核反応で生じた粒子のエネルギーが、その一部しか 1 次電離に利用されないときには、 $\text{BF}_3$  ガスに付与されたエネルギーに応じて電流のピーク値、継続時間が変化する。

### 2.1.3 信号伝送線路<sup>(5)</sup>

我々になじみの深い電気回路理論では、実在する抵抗器、コイルおよびコンデンサなどを、ある周波数範囲で理想化、抽象化し、その空間的な広がり、つまり大きさや形状を無視して取り扱っている。この扱いは、抵抗、インダクタンス、キャパシタンスは、あたかも一点に集中しているかのように考えるので、集中定数回路理論と呼ばれる。

核計装に用いられる中性子検出器の出力パルスのように、伝送すべき信号の成分の周波数が高くなると、図 2.1.3-1 に示すごとくその波長に比べて導線の長さが無視できなくなる。このような高周波領域では、導線の抵抗、インダクタンス、キャパシタンスが連続的に分布しているものとした扱い、すなわち、分布定数的な取扱が必要となる。

種々の電気信号を 1 点から離れた他の 1 点に送るための線路であって、分布定数的な取扱の必要なものを総称して伝送線路という。

#### (1) 伝送線路方程式

図 2.1.3-2(a) に示すような伝送線路を考え、これが一様な分布定数を持つものと仮定し、その単位長さ当りの抵抗、インダクタンス、静電容量およびコンダクタンスをそれぞれ  $R$ 、 $L$ 、 $C$  および  $G$  で表す。図 2.1.3-2(a) に示すように、受端からの距離を  $x$  とするとき、 $x$  と  $(x + \Delta x)$  の間の微小長さ  $\Delta x$  に対する等価回路は図 2.1.3-2(b) のようになる。この等価回路から、微小長さ  $\Delta x$  の両端に生ずる瞬時電圧  $\Delta v$  および、この部分を通して流れる電流  $\Delta i$  は、次式のように表せる。

$$\Delta v = i(R\Delta x) + (L\Delta x) \frac{\partial i}{\partial t} \quad (2.1.3.1)$$

$$\Delta i = v(G\Delta x) + (C\Delta x) \frac{\partial v}{\partial t} \quad (2.1.3.2)$$

(2.1.3-1) 式の  $\Delta v$  を  $(\partial v / \partial x) \Delta x$  で置きかえ、 $\Delta x$  で割る。同様のことを電流の式についても行うと、次式が得られる。

$$\frac{\partial v}{\partial x} = iR + L \frac{\partial i}{\partial t} \quad (2.1.3-3)$$

$$\frac{\partial i}{\partial x} = vG + C \frac{\partial v}{\partial t} \quad (2.1.3-4)$$

これらの式が伝送線路の現象を支配する一般的な基礎方程式である。

## (2) 無損失線路における波の伝播速度

線路が無損失すなわち  $R = G = 0$  の場合、(2.1.3-3)、(2.1.3-4)式は次式のごとくなる。

$$\frac{\partial v}{\partial x} = L \frac{\partial i}{\partial t} \quad (2.1.3-5)$$

$$\frac{\partial i}{\partial x} = C \frac{\partial v}{\partial t} \quad (2.1.3-6)$$

(2.1.3-5)式を  $x$  について微分し、その結果に(2.1.3-6)式を代入する。同様に(2.1.3-6)式を微分し、(2.1.3-5)式を代入すると次式が得られる。

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = LC \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (2.1.3-7)$$

$$\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} = LC \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} \quad (2.1.3-8)$$

この式は、波動方程式と呼ばれるものであり、解は、 $f_1(t - (x/u))$  あるいは  $f_2(t + (x/u))$  の形をしている。

$f_1(t - (x/u))$  は  $+x$  の方向へ  $u$  なる速度で伝播する任意の波形（それは、 $f_1$  として選んだ関数の形によって決まる）の波を表している。同様に、 $f_2(t + (x/u))$  は  $-x$  方向に速度  $u$  で伝播する波を表す。図 2.1.3-3(a) および (b) は、それぞれ  $+x$  および  $-x$  方向に進行する波の、次々に考えた各瞬間における状態を示している。いま、 $f_1(t - (x/u))$  なる関数を考え、もし我々が波頭と一緒に動くものとする、我々の移動した距離  $x$  は時間と共に、 $t - (x/u)$  が常に一定であるように変わらなければならない。したがって、時間  $t$  が増すに従って、 $x$  は正方向に増加しなければならないことになる。それ故、 $f_1(t - (x/u))$  は  $+x$  方向に進行する波を表すといえることができる。

速度  $u$  を知るために、 $v = f_1(t - (x/u))$  を(2.1.3-7)式に代入すると  $\partial^2 v / \partial x^2 = (1/u^2) \cdot f_1''(t - (x/u))$  および  $\partial^2 v / \partial t^2 = (1/u^2) \cdot f_1''(t - (x/u))$  であるので、 $u$  は、

$$u = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} \quad (2.1.3-9)$$



となる。

### (3) 伝送線路方程式の正弦波定常解

Fourier の理論を適用すれば、任意の波形は正弦波の合成として表現できるので、伝送線路の解析においても、正弦波は基礎的な役割を演ずる。以下では、伝送線路の電圧も電流も時間的に正弦波状に変わる場合について考えよう。数学的に簡単にするため、このような時間的変化を  $e^{j\omega t}$  なる時間関数で表わす。したがって、 $v$ 、 $i$  は次式のように書ける。\*

$$v = Ve^{j\omega t} \quad (2.1.3-10)$$

$$i = Ie^{j\omega t} \quad (2.1.3-11)$$

ここで、 $V$  および  $I$  は複素数で、 $x$  の関数であるが時間  $t$  には無関係である。(2.1.3-10)、(2.1.3-11) 式を(2.1.3-3)、(2.1.3-4) 式に代入すると  $e^{j\omega t}$  なる時間関数は消えて、電圧及び電流は位置変数だけの関数になり、次式が得られる。

$$\frac{dv}{dx} = IZ \quad (2.1.3-12)$$

$$\frac{dI}{dx} = VY \quad (2.1.3-13)$$

ただし、

$$Z = R + j\omega L \quad (2.1.3-14)$$

$$Y = G + j\omega C \quad (2.1.3-15)$$

は、それぞれ線路の単位長さ当りの直列インピーダンスおよび並列アドミッタンスを表わしている。

電圧だけあるいは電流だけを含んだ方程式を得るために、(2.1.3-12)、(2.1.3-13) 式を  $x$  について微分し、それぞれを (2.1.3-13)、(2.1.3-12) 式に代入し、次式が得られる。

$$\frac{d^2v}{dx^2} = \gamma^2 V \quad (2.1.3-16)$$

$$\frac{d^2I}{dx^2} = \gamma^2 I \quad (2.1.3-17)$$

---

\*  $v = V_m \cos(\omega t + \theta)$  の形の電圧の瞬時値は  $v = R_e V_m e^{j(\omega t + \theta)}$  と書くことができる。ただし  $R_e$  は複素数の実数部分だけを取るという意味である。したがって、 $e^{j(\omega t + \theta)} = \cos(\omega t + \theta) + j \sin(\omega t + \theta)$  のごとく展開し、虚数部分を捨てると、 $R_e e^{j(\omega t + \theta)} = \cos(\omega t + \theta)$  となる。いま、 $v = R_e \left[ \left( V_m e^{j\theta} \right) e^{j\omega t} \right]$  と書くと、 $\theta$  は時間  $t$  が 0 の瞬間の位相角を表わす。 $V = V_m e^{j\theta}$  とおけば、 $v = R_e V e^{j\omega t}$  となる。通常、 $R_e$  という記号は省略されるが、式としては暗にこれを意味しており、ある瞬間の電圧、電流の実際の値を知りたいような場合には、 $R_e$  を入れて考えなければならない。

ここで $\gamma$ は線路の伝播定数といわれ、一般に複素数であり、実数部分と虚数部分に分けられるから、これを、

$$\gamma = \sqrt{ZY} = \alpha + j\beta \quad (2.1.3-18)$$

と記述する。 $\alpha$ は減衰定数、 $\beta$ は位相定数と呼ばれる。(2.1.3-16)、(2.1.3-17)式の解、したがって(2.1.3-12)、(2.1.3-13)式の解は、

$$V = Ae^{\gamma x} + Be^{-\gamma x} \quad (2.1.3-19)$$

$$I = \frac{A}{Z_0} e^{\gamma x} - \frac{B}{Z_0} e^{-\gamma x} \quad (2.1.3-20)$$

で与えられる。ただし、

$$Z_0 = \sqrt{Z/Y} \quad (2.1.3-21)$$

で、これを線路の特性インピーダンスという。

電圧、電流の瞬時値の式は、(2.1.3-10)、(2.1.3-11)式に示したごとく、(2.1.3-19)、(2.1.3-20)式に $e^{j\omega t}$ を掛ければよいから、

$$v = Ae^{j\omega t + \gamma x} + Be^{j\omega t - \gamma x} \quad (2.1.3-22)$$

$$i = \frac{A}{Z_0} e^{j\omega t + \gamma x} - \frac{B}{Z_0} e^{j\omega t - \gamma x} \quad (2.1.3-23)$$

となる。これらの式は $f_1(\omega t + \gamma x)$ および $f_2(\omega t - \gamma x)$ の形の項を含んでおり、解が進行波の性質を持っていることを示している。図2.1.3-2では距離 $x$ は、線路の受端から測っており、 $e^{j\omega t + \gamma x}$ を含む項は $-x$ 方向へ進む波を表しているから、この項は前進する電圧および電流の波を表す。また、 $e^{j\omega t - \gamma x}$ を含む項は、 $+x$ 方向へ進む波で、電圧及び電流の反射波となる。前進波についても反射波についても、電圧と電流の比は線路の特性インピーダンスに等しい。

伝送線路の式の中に表される $A$ および $B$ なる定数は、線路の境界条件で決まるものである。いま、これらを線路の受端の条件で書き表してみると、受端では $x=0$ かつ $V=V_R$ 、 $I=I_R$ 、 $Z_R=V_R/I_R$ の条件が成立するので、(2.1.3-19)式および(2.1.3-20)式は $V_R=A+B$ および $I_R=(1/Z_0)(A-B)$ となり、これから次式が得られる。

$$A = \frac{V_R}{2} \left( 1 + \frac{Z_0}{Z_R} \right) \quad (2.1.3-24)$$

$$B = \frac{V_R}{2} \left( 1 - \frac{Z_0}{Z_R} \right) \quad (2.1.3-25)$$

#### (4) 反射と透過

反射係数とは、線路の受端における反射波の電圧と前進波の電圧の比をいう。(2.1.3-24)、(2.1.3-25)式の  $A$ 、 $B$  はそれぞれ受端における前進波と反射波の電圧を表している。したがって反射係数を  $r_R$  とすると、

$$r_R = \frac{B}{A} = \frac{Z_R - Z_0}{Z_R + Z_0} \quad (2.1.3-26)$$

となる。もし、線路が特性インピーダンスと等しいインピーダンスで終端されているとすれば、上式から分かるように反射係数は零となり、その結果(2.1.3-19)、(2.1.3-20)式、したがって(2.1.3-22)、(2.1.2-23)式の反射波の項が消えて前進波だけとなる。もし線路が受端で短絡されていれば  $Z_R = 0$  で  $r_R = -1$  となり、もし開放されていれば  $Z_R = \infty$  で  $r_R = 1$  となる。 $Z_R > Z_0$  のとき、受端における電圧の前進波と反射波は同極性、 $Z_0 > Z_R$  のとき逆極性となる。

以上は、図 2.1.3-2 に示すような線路の場合であるが、次に図 2.1.3-4 に示すように特性インピーダンスが  $Z_0$  の #1 線路と  $Z_0'$  の #2 線路が P 点で接続されている線路を考えよう。線路の終端インピーダンス  $Z_R$  が、#2 線路の特性インピーダンス  $Z_0'$  に等しいとすると P 点から受端側を見た特性インピーダンスは  $Z_0'$  に等しいので、#1 線路における波の挙動は図 2.1.3-2 の場合と同様になる。

つぎに、P 点を透過して、#2 線路へ伝わる波の大きさを考える。P 点のすぐ右側とすぐ左側では電圧も電流も等しく(すなわち連続で)なければならないので、P 点の電圧反射係数を  $r_p$  とすると、P 点から #2 線路へ透過(前進)していく電圧波、電流波の P 点における大きさ  $v_p$ 、 $i_p$  は、(2.1.3-22)、(2.1.3-23)および(2.1.3-26)式から

$$v_p = A(1 + r_p)e^{j\omega t} \quad (2.1.3-27)$$

$$i_p = \frac{A}{Z_0}(1 - r_p)e^{j\omega t} \quad (2.1.3-28)$$

となる。

#### (5) 伝播定数と特性インピーダンス

伝播定数  $\gamma$  は減衰定数  $\alpha$  と位相定数  $\beta$  よりなる。減衰定数は線路を伝播する波の減衰に関するものであり、位相定数は線路の単位長さ当たり何ラジアン位の位相推移があるかを表すものである。波長  $\lambda$  は  $2\pi$  ラジアン位の位相推移を生じせしめる距離であるので、

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} \quad (2.1.3-29)$$

となる。伝播定数 $\gamma$ と特性インピーダンス $Z_0$ は(2.1.3-18)、(2.1.3-21)式からわかるように、共に単位長さ当りの直列インピーダンス $Z$ と並列アドミッタンス $Y$ の値で決まる定数である。100 [kHz]以上になると、たいていの伝送線路では、 $\omega L \gg R$ および $\omega C \gg G$ となる。このような状態の線路は、低損失線路と呼ばれ、 $\gamma$ および $Z_0$ の形が簡単になる。(2.1.3-18)および(2.1.3-21)式を2項級数に展開して、その最初の2~3項をとれば次式が得られる。

$$\begin{aligned} \gamma &= \sqrt{ZY} = (R + j\omega L)^{1/2} \cdot (G + j\omega C)^{1/2} \\ &\approx \left( \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} + \frac{G}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} \right) + j\omega \sqrt{LC} \end{aligned} \quad (2.1.3-30)$$

$$\begin{aligned} Z_0 &= \sqrt{\frac{Z}{Y}} = (R + j\omega L)^{1/2} \cdot (G + j\omega C)^{-1/2} \\ &\approx \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \left\{ 1 - j \left( \frac{R}{2\omega L} - \frac{G}{2\omega C} \right) \right\} \end{aligned} \quad (2.1.3-31)$$

ここで $\omega L \gg R$ 、 $\omega C \gg G$ と仮定したので、上式の特性インピーダンスは次式に示すように実際上ほとんど純抵抗となる。

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (2.1.3-32)$$

(2.1.3-30)式の実数部分は減衰定数であり、虚数部分は位相定数である。(2.1.3-32)式を(2.1.3-30)式に代入すると

$$\alpha = \frac{R}{2Z_0} + \frac{GZ_0}{2} \quad (2.1.3-33)$$

$$\beta = \omega \sqrt{LC} \quad (2.1.3-34)$$

となり、低損失線路の波長及び位相速度は

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{\omega \sqrt{LC}} \quad (2.1.3-35)$$

$$u = f\lambda = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (2.1.3-36)$$

で表され、(2.1.3-36)式は(2.1.3-9)式と一致する。無損失線路、すなわち $R=G=0$ のときには減衰定数は零となり、この場合は前進波、反射波共に線路を伝播する際に全く減衰を生じない。減衰定数が大きくなるにつれて、線路における減衰が大きくなる。

(2.1.3-32)、(2.1.3-36)式からわかるように、 $Z_0$ と $u$ は周波数に依存しない。 $Z_0$ 、 $u$ がすべての周波数に対して一定であるという事実は注目に値する。なぜならばこの性質のために、正弦波を仮

定して解いた結果が、特別の配慮を要せずに任意の波形に拡張でき、一般化できるからである。これは、任意の波形が、Fourier スペクトルに分解できるという事実に基づいている。

#### (6) 同軸ケーブルの線路定数と位相速度

以下では、現在信号線路として最も多く用いられている同軸ケーブルを、無限長の同軸円筒導体と見なして、そのインダクタンスと静電容量を求め、特性インピーダンスや位相速度を算出してみる。

##### ①インダクタンス

図 2.1.3-5 に示すようなディメンジョンの同軸ケーブルを考えると、透磁率を  $\mu$  とする絶縁体中の中心からの距離  $r$  の点の磁界の強さ  $H$  と中心導体を流れる電流  $I$  の関係は Ampere の周回積分の法則より

$$I = \oint_C H \cdot ds = 2\pi r H \quad [A] \quad (2.1.3-37)$$

となる。一方、単位長さ当たりのインダクタンスを  $L$  とすると、単位長さの絶縁体を通る磁束  $\phi$  との間に、

$$\phi = \mu \int_a^b H dr = LI \quad [Wb] \quad (2.1.3-38)$$

なる関係があり、(2.1.3-37)式と(2.1.3-38)式から

$$L = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{b}{a} \quad [H/m] \quad (2.1.3-39)$$

が得られる。

##### ②静電容量

中心導体の単位長さ当たりの電荷を  $Q$  とすると、中心軸から  $r$  の点の電界  $E$  は、

$$E = \frac{Q}{2\pi r \epsilon} \quad [V/m] \quad (2.1.3-40)$$

となり、中心導体と外筒の間の電位差  $V$  は次式のように求まる。

$$V = \int_b^a \left( -\frac{Q}{2\pi \epsilon r} \right) dr = \frac{Q}{2\pi \epsilon} \ln \frac{b}{a} \quad [V] \quad (2.1.3-41)$$

一方、単位長さ当りの静電容量  $C$  と  $V$  及び  $Q$  の間には、

$$Q = CV \quad [C] \quad (2.1.3-42)$$

なる関係があるので(2.1.3-40)、(2.1.3-41)式から  $C$  は次式のごとく求まる。

$$C = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{b}{a}} \quad (2.1.3-43)$$

### ③特性インピーダンス

(2.1.3-29)式より特性インピーダンス  $Z_0$  は次式のごとくなる。

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \cdot \ln \frac{b}{a} \quad (2.1.3-44)$$

現実の同軸ケーブルに対しては、 $\mu = \mu_0$  ( $\mu_0$ : 真空の透磁率)、 $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$  ( $\epsilon_0$ : 真空の誘電率、 $\epsilon_r$ : 比誘電率) なる関係を用い、 $\mu_0$  と  $\epsilon_0$  に数値を代入して上式を整理すると、

$$Z_0 = \frac{138}{\sqrt{\epsilon_r}} \log \frac{b}{a} \quad (2.1.3-45)$$

となる。

市販されている同軸ケーブルは規格で特性インピーダンスが統一されており、 $30\Omega$ 、 $50\Omega$ 、 $75\Omega$ 、 $100\Omega$  系のものが多い。これらは、(2.1.3-40)式の  $\epsilon_r$ 、 $a$ 、 $b$  を適当に選択することにより実現できる。

### ④位相速度

(2.1.3-36)式より、位相速度  $u$  は次式のごとく求まる。

$$u = 1/\sqrt{\mu\epsilon} \quad (2.1.3-46)$$

現実の同軸ケーブルでは、

$$u = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}} \quad (2.1.3-47)$$

となり、MKS 単位系は  $1/(\mu_0\epsilon_0)^{1/2} = c$  ( $c$ : 光速  $\sim 3 \times 10^8$  m/s) となるように構成されるので、

$$u = 3 \times 10^8 / \sqrt{\epsilon_r} \quad (2.1.3-48)$$

となる。同軸ケーブルの絶縁材として現在広く使用されている、ポリスチレン、ポリエチレン、あるいはテフロンなどの低損失誘電体では、比誘電率が  $\epsilon_r = 2.3$  であり、したがって  $u = 2 \times 10^8$  m/s となる。又、MI ケーブル用の絶縁材であるアルミナ ( $Al_2O_3$ )、マグネシア ( $MgO$ ) およびシリカ ( $SiO_2$ ) の比誘電率は、それぞれ約 8.6~10.55、9.65 および 4.5~4.6 であるので、絶縁物としてこれらの材料を用いた同軸ケーブルでは、アルミナ、マグネシアに対して  $u = 1 \times 10^8$  m/s、シリカに対して  $u = 1.4 \times 10^8$  m/s である。

### (7) パルスの反射を用いる線路状態の推定

信号線路にパルス波を印加し、その反射波を捕えて印加パルス波と反射パルス波の関係から線路の状態を知ることができる。すなわち、印加パルス波と反射パルス波の位相遅れから、断線、短絡又はインピーダンス不整合の起こっている地点までの距離が知れるし、反射パルスの極性や大きさから断線、短絡を含めて、インピーダンスの不整合の程度を知ることができる。

いま、図 2.1.3-2 のような長さ  $l$  の伝送線路において、減衰定数を  $\alpha$ 、位相速度を  $u$  とすると、 $V_s = v(t)$  なるパルスを印加したときの受端における前進波は、 $e^{-\alpha l} \cdot v(t-l/u)$  となる。ここで、反射係数を  $r_R$  とすると、受端における反射波は、 $r_R e^{-2\alpha l} \cdot v(t-l/u)$  であり、これが  $l$  の距離を経て送端に戻ってきたときの反射波は、 $r_R e^{-2\alpha l} \cdot v(t-2l/u)$  と表される。

印加パルス波と反射して送端へ戻ってきた波の遅れ時間を  $T_d$  とすると、 $T_d = 2l/u$  の関係があるので受端から送端までの距離、すなわちインピーダンス不整合の起こっている点までの距離は、次式のごとくである。

$$l = \frac{u \cdot T_d}{2} \quad (2.1.3-49)$$

また、印加パルス波の波高と反射して戻ってきたパルスの波高の比を  $r_h$  とすると、

$$r_h = r_R \cdot e^{-2\alpha l} \quad (2.1.3-50)$$

となり、次式が得られる。

$$r_R = \frac{Z_R - Z_0}{Z_R + Z_0} = r_h \cdot e^{2\alpha l} \quad (2.1.3-51)$$

これより  $Z_R$  を求めると

$$Z_R = \frac{1 + r_h e^{2\alpha l}}{1 - r_h e^{2\alpha l}} Z_0 \quad (2.1.3-52)$$

となり、 $\alpha$ 、 $Z_0$  が知れると、これらと上で求めた  $l$  より  $Z_R$  が求まる。

つぎに多重反射について、若干の考察を行う。これまで述べたようにして、印加パルス波が受端で反射して送端へ戻ってきたとき、送端のインピーダンスが線路の特性インピーダンスと整合していなければ、送端においても反射が起こり、パルスが減衰して消滅するまで、送端と受端の間であたかもキャッチボールのようなパルスのやりとりが行われる。また、送端から受端へ至る途中に特性インピーダンスの異なる線路の接続を行った場合には、受端での反射に加えて、この点でも反射が生じることになる。さらに上述のように送端でも反射波の反射が生じたとすれば、線路上にはこれらの不整合点において生じた反射波が多く存在することになる。送端で観測される反射波と線路

の構成は一意に結びつかないので、多重反射の起こるような線路にパルス反射法を適用するときには、線路に関するできるだけ情報を集めて、これと観測されたパルス波列から線路の状態を推定することが必要となる。パルス波列の解釈にあたっては、透過波の波高に関する(2.1.3-27)式または(2.1.3-28)式の関係も利用できる。

#### (8) パルスの反射を用いた信号線路の異常診断の例

高速実験炉「常陽」が運転を始めた初期において、核計装起動系 ch1 検出器の全引抜位置（起動領域より高い出力領域では起動系検出器を引抜く。）で対数計数率計の指示がランダムにそのフルスケール巾で振れ、一時的に、計数率が 1cps（対数計数率計は零入力で 1cps 指示）を指示する異常現象が観測された。

この異常が起こっているときには、前置増幅器の出力が出ていないことも確認されたため、検出器か検出器から前置増幅器へ至る信号ケーブルに不具合が生じているものと考えられた。しかしながら、異常は断続的に短時間だけ現出し、前置増幅器の入力信号が零となってしまうこと、検出器出力パルス波形には異常が認められないことなどから検出器の異常とは考えにくく、検出器から前置増幅器へ至る信号線に不具合が発生しているものと判断された。そこで、原子炉が停止しているとき、起動系 ch1 の中性子検出器からのケーブルを前置増幅器の入力コネクタで切り離し、ここに図 2.1.3-6 に示すようにパルスジェネレータとシンクロスコープを接続し、検出器を駆動装置で上下しながら、または種々の位置で停止させて、パルスジェネレータから信号ケーブルと検出器に繰り返しパルスを印加し、反射パルス波列をシンクロスコープで観測した。その結果、図 2.1.3-7 に示すようなパルス波を印加したところ、図 2.1.3-8 に示すような反射波列が観測された。

パルス波の印加を継続しながら、検出器を駆動して引抜いたところ、検出器下限と上限のほぼ中間くらいの位置で波列は図 2.1.3-9 に示すように変化した。この波列は短時間しか観測されず、反射波列はまたすぐに図 2.1.3-8 の波列に戻った。

下限位置でケーブルを切離しパルス信号を印加する直前まで、計装系が正常に作動していたことから図 2.1.3-8 の波列が正常時の反射パルス波列と考えられる。これが正常時の反射パルス波列であることは、図 2.1.3-6 に示したケーブルの接続で、各ケーブルにおけるパルス波の伝播速度および接続点の反射を考慮し、つぎのように確認できる。すなわち、(6)④に述べたところにより、通常のコ軸ケーブルではパルス波の伝播速度が  $2 \times 10^8$  m/s であり、絶縁材としてマグネシアを用いた MI ケーブルでは  $1 \times 10^8$  m/s であるので、印加パルスが図 2.1.3-6 の②までの 2m を往復するのに 20ns、③までの 27m を往復するのに 270ns を要する。また、③と④の間は MI（マグネシア）ケ



ケーブルで7mあるので、この間の往復には140nsを要する。したがって、図2.1.3-8に①で示した印加パルスに対して②は図2.1.3-6の②の位置からの反射パルスであり、同様に図2.1.3-8の③、④はそれぞれ図2.1.3-6の③、④の位置からの反射パルスであると解釈できる。この解釈の妥当性は、反射パルス波の極性と大きさからも確認できる。すなわち、図2.1.3-6の②、③および④の点における反射率を $r_2$ 、 $r_3$ および $r_4$ とすると、(2.1.3-26)式から

$$r_2 = \frac{75-50}{75+50} = 0.2$$

$$r_3 = \frac{30-75}{30+75} = -0.43$$

$$r_4 = \frac{\infty-30}{\infty+30} = 1$$

となり、したがって、印加パルス波高が-600mVであるので、②における反射パルスの波高は-120mVとなり、実測値とよく一致する。②における透過パルスの波高は、(2.1.3-27)式から-720mVとなり、さらに③の点で反射すると308.6mVとなる。これが②の点を通り過ぎて246.9mVとなり、シンクロスコープに到達して観測されることになる。③の反射パルスの実測値は200mVであり、計算値が実測値より大きいのは、ケーブルによるパルスの減衰を考慮しなかったためと考えられる。同様に④の反射パルスの計算値461mVに対して、実測値は220mVである。反射地点が遠くなるほど計算値と実測値がかけ離れてくるが、これは距離が長くなるほど減衰が大きくなることから説明がつく。

以上述べたように、ケーブルの減衰を考慮しなかったために反射パルス波の波高の計算値が実測値と多少違った値となっているが、おおむね理論と実際がよく一致しており、図2.1.3-8は、信号線路が正常であるときの反射パルス波列であるといえる。一方、図2.1.3-9のパルス波列では、図2.1.3-6の③すなわち密封管内のコネクタボックスに対応する位置の反射波形が、図2.1.3-8と異なる。したがって、この点において何らかの異常が起こっていると考えられる。図2.1.3-9から、図2.1.3-6の③における反射パルス波形は印加パルスと極性が同一で波高が比較的大きく、相当大的な抵抗で終端されていることが予想される。いま、図2.1.3-6の③の点で、断線が起こっているとすると $r_3 = 1$ であり、(2.1.3-27)式と、前項の正常時の場合から求めたパルス波高の減衰比 $(200/246.9) = 0.81$ を考慮すると、反射パルス波の波高は、約460mVとなる。波高の実測値は、約440~450mVであるので、断線に近い状態が生じているものと考えられる。図2.1.3-8の正常状態と図2.1.3-9の異常状態におけるケーブルの静電容量の測定結果も、このことを裏づけている。

すなわち、前置増幅器へ嵌合するコネクタ部分から測定した同軸ケーブルの芯線と円筒導体の間の静電容量は、正常状態で 4100PF であり、異常状態では 2200PF であった。この値はそれぞれ、図 2.1.3-6 の②～④間、②～③間の静電容量に対応しており、コネクタボックスでケーブルの断線が生じていると解釈するとうまく説明がつく。このことから中性子検出器の引抜き上限の位置においても、上述のような“気まぐれ”な接触不良が生じていたと推定され、定期検査の際にこの中性子検出器ユニットの交換が行われた。

#### 2.1.4 起動系（線源領域系）<sup>(6)</sup>

起動系は、中性子束がごく低い中性子源領域から原子炉を起動するために用いられる計測系で、線源領域系とも呼ばれる。起動系の系統構成を図 2.1.4-1 に示す。この系では、比較的低レベルの中性子束を測定するため、中性子検出器としては、感度の高い BF<sub>3</sub> 比例計数管や核分裂計数管が用いられる。検出器からのパルス信号は、検出器に印加した高電圧を遮断するためのカップリングコンデンサーを通して前置増幅器に入力される。前置増幅器は、雑音の影響を軽減するため、できるだけ検出器に近い位置に設置され、検出器からの信号を数 100 倍に増幅して中央制御室に近接して設置した起動系モニターへ伝送する。モニターでは、パルス信号を、さらに数 100 倍に線形増幅したのち、波高弁別、パルス整形を行い、対数計数率計へ入力する。対数計数率計では、パルスの計数の対数に比例したアナログ信号を生成する。対数計数率計の出力は、指示計、記録計およびトリップ信号発生回路に入力されるほか、必要に応じ、原子炉出力の変化率を算出するために設けられたペリオド計（出力変化率計）に入力される。計数率や原子炉出力の低いレベルで用いられる起動系の指示計や記録計の表示単位は、原子炉出力ではなく、計数率とするのが一般的である。トリップ信号発生回路は、計数率やペリオドが一定値以上になったときに、制御棒の引き抜きを阻止したり、原子炉を緊急停止したりするための信号を発する。

##### (1) 前置増幅器および線形増幅器

前置増幅器は、中性子検出器の出力電流パルスを、できるだけ原波形に近い形で増幅するためのものである。γ線スペクトロスコープのように放射線が検出器に与えたエネルギーすなわち集荷した電荷量に比例した波高のパルスを得ようとするときには、検出器の出力電流パルスを積分する必要があるが、起動系の場合は、中性子の検出パルスを雑音と弁別するだけでよく、しかも 10<sup>5</sup>～10<sup>6</sup> cps (counts per second)まで計数することが要求されることから、応答の速い増幅器とする必要がある。このため、前置増幅器の初段には、例えば、図 2.1.4-2 に示すような電流増幅回路が置かれる。図 2.1.4-2(a)の回路の入力インピーダンスは、信号伝送に用いられる同軸ケーブルの特性イ

ンピーダンスと整合がとれるように、入力インピーダンスが数  $10\Omega$  のベース接地回路に直列に可変抵抗器を接続した構成となっている。

入力インピーダンスが数  $10\Omega$  から  $100\Omega$  オーダーの前置増幅器は、演算増幅器を用いて図 2.1.4-2(b) のような電流/電圧変換器を構成することによっても得られる。すなわち、演算増幅器の入力インピーダンスが高く、入力電流がすべて帰還インピーダンス  $Z_f$  に流れるので、

$$-I_{in} = (V_{out} - V_{in}) / Z_f \quad (2.1.4-1)$$

$$V_{out} = -A/V_{in} \quad (2.1.4-2)$$

の関係が成立し、帰還回路を含めた系全体の入力インピーダンス  $Z_i$  と利得  $G$  は

$$Z_i = V_{in} / I_{in} = Z_f / (1 + A) \quad (2.1.4-3)$$

$$G = V_{out} / V_{in} = -AZ_f / (1 + A) \quad (2.1.4-4)$$

のようになる。したがって、前置増幅器の入力段にこの回路方式を用いて  $Z_f$ 、 $A$  を適当に選択することにより、任意の  $Z_i$ 、 $G$  を得ることができる。

前置増幅器は、入力インピーダンスを伝送路と整合させて検出器出力パルス波形をできるだけ原波形に近い形で増幅するのに対し、線形増幅器の主要な役割は、前置増幅器からのパルスを対数計数率計の入力仕様に適合するようさらに増幅することにある。BF<sub>3</sub> 比例計数管のように出力パルスの幅が大きいと、計数率が大きくなった場合に、図 2.1.4-3(a) に示すようにパルスがパイルアップし、増幅器が飽和してしまう。これを防ぐため、パルス増幅器の入力段に図 2.1.4-3(b) に示すようなクリッピング回路を設ける。クリッピング回路を通過したパルス列は、図 2.1.4-3(c) のようになり、パイルアップの問題は解決される。

## (2) 波高弁別・波形整形回路

波高弁別・波形整形回路は、雑音や  $\gamma$  線および  $\alpha$  線による相対的に波高の低いパルスを除去して波高が一定値以上の中性子に起因するパルスのみを取り出し、対数計数率計の入力に適した矩形パルスに整形するためのものである。回路としては、例えば図 2.1.4-4 に示すように高利得の差動増幅器に正帰還をかけて比較器を構成し、入力パルス波高が弁別レベルより大きくなったときに差動増幅器が飽和電圧を出力し、逆に入力パルス波高が弁別レベルより小さくなったときに出力が零になるようにしている。比較器の出力は、単安定マルチバイブレータなどに入力され、波高と幅が一定のパルスに整形されるのが一般的である。波形整形回路の後段に接続される対数計数率計に、後述するクックヤーパー回路が用いられるときには、パルス幅を一定にすることはせずにパルス数を  $1/2$  に減ずる。

波高弁別回路の基準電圧すなわち弁別レベルを設定するには、図 2.1.4-5 に示すような積分パルス波高分布を求めることが必要となる。中性子パルスの積分波高分布は、起動系を作動状態にして、中性子検出器を中性子場に置き、波高弁別レベルを変化させながら、一定波高以上のパルスを一定時間計数することにより求まる。また、中性子以外に起因する雑音の積分波高分布は、検出器を中性子場から隔離した状態で同様の測定を行うことにより求めることができる。このようにして求めた積分パルス波高分布から、波高弁別レベルを下げ過ぎると雑音による計数が増加し、また上げ過ぎると中性子による計数の数え落としが増加することが分かる。したがって、波高弁別レベルは、雑音による計数および中性子パルスの数え落としが可能な限り小さくなるように設定される。

### (3) 対数計数率計

対数計数率計は、単位時間当たりの入力パルス数の対数に比例した出力信号を得るためのデジタル・アナログ変換器(D/A)である。対数化回路としては、多段並列ダイオードポンプ回路により D/A 変換と対数化を同時に行うクックヤーパー回路や、整形パルスを時間積分した後にトランジスタなどの p-n 接合の対数特性を利用して対数化するものなどがあげられる。

#### ①クックヤーパー回路

クックヤーパー回路を図 2.1.4-6 に示す。これを構成するダイオードポンプ回路の 1 段を抜き出すと図 2.1.4-7(a)に示すようになる。この回路に矩形パルスが繰り返し入力されているときの等価回路は、入力端子にパルス波高電圧  $V$  が印加されているときおよび入力が零のときに応じて、それぞれ図 2.1.4-7(b)および(c)に示すようになる。図 2.1.4-7(b)の回路に振幅  $V$  のパルスが加わった瞬間、 $C_f$  と  $C_r$  の直列回路に充電が開始され  $C_f$  と  $C_r$  に同量の電荷が蓄えられる。 $C_r$  が充電されるにつれて  $R$  にも電流が流れ始め、 $C_f$  を通じて充電される電荷と  $R$  を通じて放電される電荷が等しくなったとき回路は平衡に達する。 $C_f$  に蓄えられる電荷  $q$  は、

$$q = (V - v)C_f \quad (2.1.4-5)$$

となる。一方このときのパルス計数率を  $r$  とし、パルス整形回路で計数が  $1/2$  に減じられていることを考慮すると、 $R$  を流れる電流は  $rq/2$  となるので

$$v = rqR/2 \quad (2.1.4-6)$$

と表すことができる。これらの式から次式が得られる。

$$v = (rC_fRV/2)/(1 + rC_fR/2) \quad (2.1.4-7)$$

上式より、 $r$  が  $C_fR/2$  より十分大きくなったときは  $v = V$  となる。一方、 $r$  が  $C_fR/2$  より十分小さいときは、 $v = rC_fRV/2$  となる。

クックヤーボー回路では、 $RC_{f_i} = 10RC_{f_{(i+1)}}$ 、 $RC_{r_i} = 10RC_{r_{(i+1)}}$ となるように、回路定数を設定し、各段のダイオードポンプ回路の出力は、計数率 $r$ が10倍、100倍・・・となるのにつれて順次飽和するようにしている。回路全体の出力は各段のダイオードポンプ回路の出力の和となるので、例えば、数cps以上の計数率で6桁の対数特性を得るには、8段のダイオードポンプ回路を構成し、 $RC_{f_2} = 1/(r/2) \approx 1$ となるようにする。(2.1.4-7)式から分かるように $C_r$ はここまでの議論の対象であったダイオードポンプ回路の出力電圧の平均値に影響を及ぼさない。しかしながら、これは過渡特性すなわち出力ゆらぎに影響を及ぼすので、クックヤーボー回路の出力をペリオド計や出力変化率計に入力するときには、ゆらぎを抑えるため $RC_{r_i} > 500RC_{f_i}$ になるようにしている。

## ②トランジスタの対数特性を利用した回路

この方式では、まず波形整形回路で波高、幅が一定に整形されて対数計数率計に送られてくるパルスを積分して平均し、計数率に比例したアナログ信号とする。つぎに、このようにD/A変換された信号を、図2.1.4-8(a)に示すように、電圧電流変換した後に対数特性を有するトランジスタを帰還路にもつ演算増幅器に入力する。トランジスタのコレクタ電流を $I_c$ 、コレクタ飽和電流を $I_s$ とするとベースとエミッタ間の電圧 $V_{BE}$ は

$$V_{BE} = (kT/e) \cdot \ln\{(I_c + I_s)/I_s\} \quad (2.1.4-8)$$

と書ける。ここで、 $k$ はボルツマン定数、 $T$ は絶対温度、 $e$ は電子の電荷を表す。図2.1.4-8(a)の演算増幅器 $A_1$ 、 $A_2$ は、利得、入力インピーダンスが非常に大きいので、 $A_1$ および $A_2$ の入力点の電位は零(仮想接地)で、ここに流入する電流も零と見なすことができる。すると、出力電圧 $V_{out}$ は $V_{BE}$ に等しくなるので $I_c + I_s$ が入力電圧 $V_m$ に比例するようになれば入力に対数化が可能となる。 $Tr_1$ のエミッタ接地電流増幅率を $\beta$ とすると、 $I_c = \beta I_E / (1 + \beta)$ 、 $I_f = I_E R_e / (R_e + R_f)$ 、 $I_f = V_m / R_i - E_s / R_s$ となる。これらの関係と $\beta \ll 1$ であり、一般に $R_f \ll R_e$ とされることを考慮すると

$$I_c = (R_f / R_e) (V_m / R_i - E_s / R_s) \quad (2.1.4-9)$$

が得られ、 $(R_f / R_e)(E_s / R_s) = I_s$ になるようにすると $V_m$ が対数化される。

図2.1.4-8(a)の対数変換部は、同図(b)のようにも構成できる。このようにするとトランジスタ $T$ 、 $T'$ に対して(2.1.4-8)式が成立し、出力電圧 $V_{out}$ は次式のようなになる。

$$\begin{aligned} V_{out} &= V_{BE} - V_{BE}' \\ &= (kT/e) \left[ \ln\{(I_0 + I_s)/I_s\} - \ln\left\{\left(I_m + I_s'\right)/I_s'\right\} \right] \end{aligned} \quad (2.1.4-10)$$

ここで、T、T'として特性のよくそろったトランジスタを選ぶと  $I_s = I_s'$  にでき、通常  $I_c \gg I_s$  であるので次式のように対数化できる

$$V_{out} = (kT/e) \cdot \ln(I_m/I_0) \quad (2.1.4-11)$$

#### (4) トリップ信号発生器および絶縁増幅器

トリップ信号発生器は、対数計数率計からの入力信号をあらかじめ設定された基準（トリップ設定値）と比較し、入力が基準を超えたときには on-off 2 値のトリップ信号を発する。このため、前述の演算増幅器の後段に双安定マルチバイブレータを置くなどして、計数率がトリップ設定値以下になってもリセット信号が入力されるまではトリップ信号を発し続けるようになっている。また、核計装と後段に続く安全保護系や制御系などを絶縁し、自らの故障等の影響を互いに他に波及させないようにするため、トリップ信号発生器からの出力信号はフォトカプラを介して送出される。

対数計数率計の出力を指示、記録等のために他系統に渡す場合、安全保護上重要な役割を担う核計装と他系統を絶縁し、他系統からの電気的外乱が核計装に影響を与えないようにするため、絶縁増幅器が設けられている。

#### (5) ペリオド計（起動率計）

これは、原子炉出力の単位時間あたりの変化率を計測するためのものであり、対数計数率計の出力を微分することによっている。対数計数率計の出力は原子炉出力の対数に比例するので、簡単のためこれを  $N$  で表すと、ペリオド計では

$$(d/dt)(\ln N) = (1/N)(dN/dt) = 1/T_p \quad (2.1.4-12)$$

を求めている。上式の  $T_p$  はペリオド（炉周期）と呼ばれている。 $T_p$  が一定のとき、原子炉の初期出力を  $N_0$  とすると上式から

$$N = N_0 \exp(t/T_p) \quad (2.1.4-13)$$

となるので、 $T_p$  は原子炉出力が  $e$  倍になるのに要する時間であることが分かる。

ペリオドを求める微分回路は、演算増幅器を用いて図 2.1.4-9(a)のように構成できる。回路定数  $R_i$ 、 $C_i$ 、 $R_f$ 、 $C_f$  を適当に選択することによりペリオドを求める低周波等価回路と雑音を取り除く高周波等価回路がそれぞれ図 2.1.4-9(b)、(c)になるようにする。低周波等価回路から

$$C_i(dV_i/dt) = -V/R_f \quad (2.1.4-14)$$

$$-V/R_f - V/R_1 = (V - V_0)/R_2 \quad (2.1.4-15)$$

が得られる。上式から  $V$  を消去して

$$V_0 = -C_i R_f (1 + R_2/R_f + R_2/R_1) (dV_i/dt) \quad (2.1.4-16)$$

となる。ここでまず  $C_i R_f$  は、 $dV_i/dt$  すなわち  $\ln N$  の変化率をどの程度まで計測可能にするか、すなわち  $\ln N$  のどこまでをダイナミックレンジに入れるかによって決まる。 $C_i R_i$ 、 $C_f R_f$  は除去すべき雑音の周波数に依存して決まるが、これらが余り大きくなると応答が遅くなる。「常陽」の臨界試験のとき起動系ペリオド短の警報が頻発し、原因は中性子の検出の確率過程に依存するクックヤーボー回路の出力のゆらぎによるものと判明した。対策として、初期設計では1秒程度であった  $C_i R_i$  や  $C_f R_f$  を3秒程度にして警報の発生を抑制した結果、その後は原子炉の運転に支障を生じていない。

### 2.1.5 中間系（広域系）

「常陽」の中間系は、起動系の高計数率領域から出力領域までをカバーする計測系であったが、「もんじゅ」ではさらに広い範囲を計測できるようにした広域系が用いられている。(図 2.1.5-1) 広域系は、共通の核分裂計数管からの信号をパルス、キャンベルおよび DC の3つのモードで計測する機能を有している。原子炉出力が  $10^{-1}\%$  までの低出力領域を分担するパルスモードとそれ以降全出力までを分担するキャンベルモードは、切り替え点で自動的に接続され9デカード近い領域をカバーできる。パルスモードとキャンベルモードは出力が対数化され cps 単位で表示されるのに対し、DC モードは線形で1から100%の範囲の原子炉出力をより精度良く計測する。パルスモードの機能、特性等は前述の起動系と同様であり、DC モードのそれらは後述する出力系と同じであるので、以下では主に中間系に特有なキャンベル法について述べる。

「もんじゅ」の広域系では、中性子の検出パルスの重なり合いによって生じるゆらぎの2乗平均値が中性子束に比例するという性質を利用したミーンスクエア型キャンベル法(MS法)を使用し、「常陽」の中間系ではゆらぎの半波整流平均値が中性子束の  $1/2$  乗に比例することに基づくアベレージャグニチュード型キャンベル法(AM法)が用いられている。これらの計測法の基礎を与えるのがキャンベルの定理であり、以下では最初にこの定理を導き、その後MS法とAM法についての説明を与える。

#### (1) キャンベルの定理<sup>(7)(8)</sup>

原子炉出力の上昇により中性子束レベルが上がると、中性子検出器からのパルスの計数率が増加してパルスが重なり合い、パイルアップが生じる。中性子束レベルが更に上昇すると電流が切れ目なく流れるようになるが、パルスはポアソン分布に従って不規則に生起するので、パルスの重なり合いにより生じた電流にはゆらぎが含まれる。キャンベル系は、生起確率がポアソン分布に従うパルスの重なり合いの結果生じる中性子検出器出力電流のゆらぎの二乗平均値が、パルスの時間あた

りの生起数に比例するというキャンベルの定理に基づいている。この定理は、 $h(t)$ を図 2.1.5-2(a)に示すような中性子検出器からの単一パルスの波形、 $\lambda$ を平均パルスレートつまり単位時間あたりの平均パルス生起数とすると、パルスの重なり合いの結果生じるゆらぎの平均値 $\mu$ および二乗平均値すなわち分散 $\sigma^2$ が次式のようになるというものである。

$$\mu = \lambda \int_{-\infty}^{\infty} h(t) dt \quad (\text{第 1 定理}) \quad (2.1.5-1)$$

$$\sigma^2 = \lambda \int_{-\infty}^{\infty} h^2(t) dt \quad (\text{第 2 定理}) \quad (2.1.5-2)$$

以下、これらの式を導出しよう。中性子検出器の出力パルス $h(t)$ の時系列 $z(t)$ (図 2.1.5-2(c))は、生起確率がポアソン分布に従う単位インパルス列 $p(t)$ (図 2.1.5-2(b))が、図 2.1.5-2(d)に示すようにインパルス応答 $h(t)$ をもつ線形システムに入力されたときの出力と考えることができる。まず、ポアソン単位インパルス列 $p(t)$ の平均値と自己相関関数を求めよう。単一の単位インパルス $\delta(t)$ は、 $t=0$ に対して対称であり、高さが $\gamma$ 、幅が $d\tau$ で $\gamma d\tau=1$ なる矩形パルスを、 $d\tau \rightarrow 0$ としたとき $\gamma \rightarrow \delta(t)$ で特徴づけられる。インパルスの生起確率はポアソン分布に従うとしているから、インパルスがある特定の区間 $d\tau$ に入る確率は $\lambda d\tau$ になり、これに振幅 $\gamma$ を乗じてポアソンインパルス列の平均値 $\mu_p$ は、

$$\mu_p = E[p(t)] = \lambda \gamma d\tau = \lambda \quad (2.1.5-3)$$

となる。 $\mu_p$ を求めるに当たっては集合平均に着目した。ポアソンインパルス列の自己相関関数 $\phi_p(\tau)$ も $p(t)p(t+\tau)$ の集合平均として求めることができ

$$\begin{aligned} \phi_p(0) &= E[p^2(t)] \\ &= (\gamma \gamma)(\lambda d\tau) = \lambda \delta(t) \end{aligned} \quad (2.1.5-4)$$

$$\begin{aligned} \phi_p(\tau) &= E[p(t)p(t+\tau)] \quad \text{for } \tau \neq 0 \\ &= (\gamma \lambda d\tau)(\gamma \lambda d\tau) = \lambda^2 \end{aligned} \quad (2.1.5-5)$$

これらをまとめて次式を得る。

$$\phi_p(\tau) = \lambda \delta(t) + \lambda^2 \quad (2.1.5-6)$$

ポアソンインパルス列のオートパワースペクトル $\Phi_p(\omega)$ は、付録 2 に示すところから、上式のフーリエ変換として求まり

$$\Phi_p(\omega) = 2\pi \lambda^2 \delta(\omega) + \lambda \quad (2.1.5-7)$$

のようになる。インパルス応答関数 $h(t)$ のフーリエ変換を



$$H(\omega) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{-j\omega t} dt \quad (2.1.5-8)$$

とすると  $h(t)$  パルス列の平均値  $\mu_z$  は

$$\begin{aligned} \mu_z &= E[z(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} E[p(t-\alpha)] h(\alpha) d\alpha \\ &= E[p(t-\alpha)] \int_{-\infty}^{\infty} h(\alpha) d\alpha = \lambda H(0) \end{aligned} \quad (2.1.5-9)$$

となる。また、付録2の(a2-68)式より  $z(t)$  のオートパワースペクトル  $\Phi_z(\omega)$  は次式のごとくなる。

$$\begin{aligned} \Phi_z(\omega) &= \Phi_p(\omega) |H(\omega)|^2 \\ &= 2\pi\lambda^2 H^2(0) \delta(\omega) + \lambda H(\omega) H(-\omega) \end{aligned} \quad (2.1.5-10)$$

$h(t)$  パルス列の自己相関関数  $\phi_z(\tau)$  は上式のフーリエ逆変換として次式のように得られる。

$$\phi_z(\tau) = \lambda^2 H^2(0) + \lambda \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau+\beta) h(\beta) d\beta \quad (2.1.5-11)$$

$\sigma^2 = \phi_z(0) - \mu_z^2$  であるので(2.1.5-2)式を得る。

## (2) ミーンスクウェア型キャンベル系

ミーンスクウェア型キャンベル系 (MS系) は、キャンベルの第2定理に基づいて、中性子検出器の出力電流のゆらぎの2乗平均値を計測することにより中性子束すなわち原子炉出力の測定を行う。

中性子検出器の出力パルスには、中性子によるパルスの他、 $\gamma$ 線等によるパルスが混在し、これらは中性子の計測に対する誤差の要因となる。ゆらぎの2乗平均値に基づく方法は、キャンベルの第1定理のような単なる平均値を用いる方法に比べて誤差の影響を小さくできることを説明しよう。中性子および $\gamma$ 線によるパルス  $f_n(t)$ 、 $f_g(t)$  は、形が等しくそれらがもつ電荷の量が異なると仮定しよう。すなわち、それぞれの電荷を  $q_n$ 、 $q_g$  とし、 $f_n(t) = q_n h(t)$ 、 $f_g(t) = q_g h(t)$  としよう。ここで  $h(t)$  は積分値が1となるような中性子および $\gamma$ パルスに共通な基準の波形を表す。中性子および $\gamma$ パルスのパルスレートを  $\lambda_n$ 、 $\lambda_g$  とすると(2.1.5-1)、(2.1.5-2)式はそれぞれ次式のようになる。

$$\mu = (\lambda_n q_n + \lambda_g q_g) \int_{-\infty}^{\infty} h(t) dt \quad (\text{第1定理}) \quad (2.1.5-12)$$

$$\sigma^2 = (\lambda_n q_n^2 + \lambda_g q_g^2) \int_{-\infty}^{\infty} h^2(t) dt \quad (\text{第2定理}) \quad (2.1.5-13)$$

上式より、平均値による測定では中性子による信号成分  $\lambda_n q_n$  に対する  $\gamma$  線による誤差  $\lambda_g q_g$  の割合は  $(\lambda_g/\lambda_n)(q_g/q_n)$  になるのに対し、2乗平均値に基づく方法ではこの誤差の割合は  $(\lambda_g/\lambda_n)(q_g^2/q_n^2)$  になることが分かる。一般に、 $q_g$  は  $q_n$  よりかなり小さいが  $(q_g/q_n)^2$  はその2乗で小さくなるので MS 系は  $\gamma$  線による誤差の低減に有効である。 $\alpha$  線に起因する誤差についても同様である。

図 2.1.5-1 に示した MS 系の構成要素のうち、今回新たに出現したものは2乗回路である。2乗特性を得るため、MOS 電界効果トランジスタの飽和ドレイン電流がゲート-ソース間電圧の2乗に比例することを利用したものが一般的であるが、「もんじゅ」の広域系では、半導体の p-n 接合における電圧と電流の間の非線形な関係を組み合わせて2乗特性を実現する図 2.1.5-3 に示すようなバイポーラトランジスタの回路を開発した。<sup>9)</sup> この回路は正極性の入力にのみ有効であるのでこの回路の前段で入力を全波整流し、極性を正にそろえている。図 2.1.5-3 のトランジスタ  $Q_i$  ( $i=1\sim 4$ ) のベースとエミッタ間の電圧を  $V_{BEi}$  と表すとき、電圧のバランスに着目して次式を得る。

$$V_{BE1} + V_{BE4} = V_{BE2} + V_{BE3} \quad (2.1.5-14)$$

また、トランジスタ  $Q_i$  は特性の良くそろったものを選びコレクタ飽和電流が等しくなるようにするとトランジスタの特性から

$$V_{BE2} = V_{BE3} = (kT/e) [\ln \{I_m + I_s\} / I_s] \quad (2.1.5-15)$$

$$V_{BE1} = (kT/e) [\ln \{I_r + I_s\} / I_s] \quad (2.1.5-16)$$

$$V_{BE4} = (kT/e) [\ln \{I_{out} + I_s\} / I_s] \quad (2.1.5-17)$$

となる。上式を(2.1.5-14)に代入して整理すると

$$I_{out} = I_m^2 / I_r \quad (2.1.5-18)$$

となり、2乗特性が得られた。ここで、逆方向飽和電流  $I_s$  は、 $I_m$ 、 $I_r$ 、 $I_{out}$  に比して十分に小さいので無視した。この回路の採用により  $\pm 0.01$  デカードの精度と5デカードにわたり 10ms の応答時間が得られたとされている。<sup>9)</sup>

「もんじゅ」の MS 系では中心周波数を 100kHz に設定し、その周辺の周波数成分を選択的に利用している。このため、2乗回路の前段に帯域フィルタが設けられている。帯域フィルタの考え方は、アベレージマグニチュード型キャンベル系のところで述べる帯域増幅器と同じである。

### (3) ゆらぎ信号の周波数帯域

前項では、「もんじゅ」の MS 系は 100kHz 周辺の周波数成分を選択的に利用している旨述べたが、核分裂計数管からのパルスの重なり合いの結果生じるゆらぎ信号の周波数帯域はどうなっているのだろうか。つぎにこれについて考えよう。いま、一個の核分裂が生じたときの検出器出力パルス波形を

$$h(t) = h_0 e^{-\alpha t} u(t) \quad (u(t) \text{ は単位ステップ関数}) \quad (2.1.5-19)$$

のように近似し、このパルスの持つ電荷量を  $q$  とすると

$$\int_{-\infty}^{\infty} h(t) dt = q \quad (2.1.5-20)$$

より  $h_0 = q\alpha$  となる。この関係と (2.1.5-19)、(2.1.5-8) 式から

$$H(\omega) = q\alpha / (\alpha + j\omega) \quad (2.1.5-21)$$

となり、(2.1.5-10) 式から直流成分を除去した式にこれを代入すると、検出器出力ゆらぎのパワースペクトル  $\Phi_d(\omega)$  は次式のように得られる。

$$\Phi_d(\omega) = \lambda |H(\omega)|^2 = \lambda q^2 \alpha^2 / (\alpha^2 + \omega^2) \quad (2.1.5-22)$$

2.1.2 節の議論から典型的な核分裂計数管の電荷収集時間は  $10^{-7}$  秒程度になるので、 $\alpha = 10^7$  とすると  $\Phi_d(\omega)$  は  $\alpha = \omega \equiv 2\pi f$  を与える  $f \approx 1\text{MHz}$  程度まではほぼ平坦な周波数特性を示すことになり、中心周波数はそれよりも 1~2 桁程度小さいところへ設定される。

### (4) アベレージマグニチュード型キャンベル系

アベレージマグニチュード型キャンベル系 (AM 系) は、キャンベルの第 2 定理の両辺を  $1/2$  乗したときの  $\sigma$  と  $\lambda$  の関係に基づくもので、対数化回路のダイナミックレンジを半分にできるという利点を有している。パルスの重なり合いの結果生じるゆらぎの r.m.s (root mean square) 値  $\sigma$  は、ゆらぎの半波整流平均値として求まり、これが平均パルスレート  $\lambda$  の  $1/2$  乗に比例するという関係を利用している。すなわち、検出器出力電流のゆらぎ  $i$  の振幅分布  $p(i)$  は、パルスレート  $\lambda$  が十分に高いときには、分散が  $\sigma^2$  の正規分布

$$p(i) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{i^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2.1.5-23)$$

にしたがうことが知られており<sup>(10)</sup>、このとき  $i$  の半波整流平均値  $\langle i \rangle$  は、次式のようになる。

$$\langle i \rangle = \int_0^{\infty} ip(i) di = \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}} = \sqrt{\frac{\lambda}{2\pi}} \left( \int_{-\infty}^{\infty} h^2(t) dt \right)^{1/2} \quad (2.1.5-24)$$

AM系は $\sqrt{\lambda}$ に比例する $\langle i \rangle$ を測定して原子炉出力を知るものである。

実験炉「常陽」の中間系は、AM系を採用し原子炉出力を定格に対する%で表示している。「常陽」の中間系の系統構成を図 2.1.5-4 に示す。以下では、これまでに言及していない帯域増幅器と広帯域整流器について述べる。

帯域増幅器は図 2.1.5-5 に示すような回路構成となっている。演算増幅器に入力インピーダンス無限大、仮想接地を仮定して $j\omega = p$ 置くと、 $Z_i = R_i + 1/(pC_i)$ 、 $Z_f = R_f / (1 + pC_f R_f)$ から回路方程式は以下のごとくとなる。

$$\begin{aligned} V_0/V_i &= -Z_f/Z_i \\ &= -(R_f/R_i)(pC_i R_i / (1 + pC_i R_i))(1 / (1 + pC_f R_f)) \end{aligned} \quad (2.1.5-25)$$

上式からこの帯域増幅器の利得は $-(R_f/R_i)$ で、 $C_i R_i$ が低域遮断周波数を、 $C_f R_f$ が高域のそれを決めていることが分かる。

図 2.1.5-6(a)に広帯域整流器の回路を示す。この回路は信号の周波数が高く、ダイオードなどの整流素子の接合部の浮遊容量を通して逆方向のリークが生じてしまうような場合に有効である。入力が正のときは増幅器の出力は負になるため、 $D_1$ は順方向、 $D_2$ は逆方向にバイアスされ、図 2.1.5-6(b)と等価な回路になるので出力は零になる。入力が負のときは $D_1$ は逆方向、 $D_2$ は順方向にバイアスされるので図 2.1.5-6(c)のような等価回路になり、 $V_0 = -V_i R_f / R_i$ が出力される。したがって、図 2.1.5-6 の回路は、半波整流の機能を有することが分かる。

「常陽」の初臨界後の性能試験における核計装の核出力校正時に、中間系の指示が実際の炉出力より低下するという現象が観測された。原因は、パルスの平均レートが低いため中性子検出器出力電流のゆらぎの振幅分布が正規分布からずれることにあると考えられた。そこで、振幅分布の正規分布からのずれおよびそれと指示低下量との関係の定量的な評価を実施し、生起確率がポアソン分布に従うパルスの重なり合いの結果生じる電流のゆらぎの半波整流平均値の表式を導いた。<sup>(10)</sup>その結果から、ゆらぎの半波整流平均値はパルスレート単独というよりはパルスレート $\lambda$ とパルス幅 $w$ の積の $1/2$ 乗の関数となり、 $\lambda w$ が十分大きいときには $(\lambda w)^{1/2}$ に比例すること、 $\lambda w$ が小さいときには非線形な指示の低下が生じ、指示の低下量も $\lambda w$ に支配されることが分かった。「常陽」の中間系では、この結果に基づきパルス幅を広げるなどの指示低下量を最小化するための対策が施され、その後の出力上昇試験が支障なく実施された。

## 2.1.6 出力系（出力領域系）

出力系の系統構成を図 2.1.6-1 に示す。出力領域では、中性子束が大きくなるので、BF<sub>3</sub> 比例計数管や核分裂計数管に比べて感度の低い電離箱が使用できるようになる。出力系は、中性子検出器としてγ線補償型電離箱を用い、この検出器の出力電流の平均値が中性子束に比例することを利用して原子炉出力を計測する。電流増幅器は、γ線補償型電離箱からの微小電流信号を線形増幅して原子炉出力に比例した信号を生成するもので、定格出力までの2～3桁の計測範囲をカバーするためのレンジ切り替え機能を有する。電流増幅器の出力は、指示・記録および安全保護、制御用として使用されるほか、微分回路に入力され出力変化率が求められる。出力系の計測結果は原子炉の定格出力に対する割合(%)で表示される。

図 2.1.6-2 に典型的な電流増幅器の構成を示す。A<sub>1</sub> は高入力インピーダンスでオフセット電流が小さいものを使用するので、V<sub>0</sub> は、V<sub>0</sub> = -R<sub>f</sub>I<sub>i</sub> となる。原子炉の出力が変更になり I<sub>i</sub> が変化したときには R<sub>f</sub> を切り替えることにより V<sub>0</sub> が回路のダイナミックレンジに入るようにする。電圧フォロワーは、電流増幅器の利得の微調整や出力負荷の変動の影響が前段へ及ばないようにするためのものである。

## 2.1.7 反応度計

前節までに述べたように、核計装は中性子束の測定に基づいて原子炉出力やペリオドを監視し、制御や安全保護動作のための信号を発する。原子炉出力やペリオドの変化の原因は反応度の変化であるので、原子炉出力が変動したときに投入された反応度を知りたいという要求がある。この要求に応えるのが反応度計である。

反応度計は、原子炉動特性方程式に基づき中性子束の測定値から反応度を算出するものである。6群の遅発中性子を考慮した一点炉近似の原子炉動特性方程式は反応度を  $\rho$ 、炉内中性子総数を  $n(t)$ 、 $i$  番目の遅発中性子先行核炉内総数を  $C_i(t)$  として次のようになる。<sup>(11)</sup>

$$\frac{dn(t)}{dt} = \frac{\rho - \beta}{l} n(t) + \sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i(t) \quad (2.1.7-1)$$

$$\frac{dC_i(t)}{dt} = \frac{\beta_i}{l} n(t) + \lambda_i C_i(t) \quad (2.1.7-2)$$

ここで、 $l$  は即発中性子生成時間であり、実効増倍率が 1 のときには中性子寿命に一致する。 $\beta_i$ 、 $\lambda_i$  はそれぞれ  $i$  番目の遅発中性子先行核の発生割合と壊変定数であり、 $\beta = \sum \beta_i$  である。初期時刻を  $t_0$  とし、上式を  $\rho$  について解くと逆動特性方程式と呼ばれる次式が得られる。

$$\rho(t) = \frac{l}{n(t)} \frac{dn(t)}{dt} + \beta - \frac{1}{n(t)} \sum_{i=1}^6 \lambda_i I C_i(t) \quad (2.1.7-3)$$

$$I C_i(t) = I C_i(t_0) \exp[-\lambda_i(t-t_0)] + \beta_i \int_{t_0}^t n(\tau) \exp[-\lambda_i(t-\tau)] d\tau \quad (2.1.7-4)$$

上式を解くため、即発跳躍近似を用いることにして(2.1.7-3)式右辺第1項を零とおき、(2.1.7-4)式右辺第2項の積分にシンプソンの3点近似積分公式を適用すると

$$\begin{aligned} \rho(t) = & \beta + \frac{l}{n(t)} \frac{n(t) - n(t-2\delta)}{2\delta} - \frac{1}{n(t)} \sum_{i=1}^6 \lambda_i I C_i(t-2\delta) \exp(-2\lambda_i \delta) \\ & - \frac{\delta}{3n(t)} \sum_{i=1}^6 \lambda_i \beta_i [n(t) + 4n(t-\delta) \exp(-\lambda_i \delta) + n(t-2\delta) \exp(-2\lambda_i \delta)] \end{aligned} \quad (2.1.7-5)$$

$$\begin{aligned} I C_i(t-2\delta) = & I C_i(t-4\delta) \exp(-2\lambda_i \delta) \\ & + \frac{\beta_i \delta}{3} [n(t-2\delta) + 4n(t-3\delta) \exp(-\lambda_i \delta) + n(t-4\delta) \exp(-2\lambda_i \delta)] \end{aligned} \quad (2.1.7-6)$$

が得られる。ここで $\delta$ は離散化の時間間隔である。 $\beta_i$ 、 $\lambda_i$ は核設計データから既知であるので、上式により反応度の数値計算が可能となる。

### 2.1.8 出力校正

核計装の設計の基礎となる中性子検出器設置位置における中性子束条件や検出器の感度には不確かさが存在するので、核計装をプラントに実装した後、原子炉の出力上昇に先立って校正を行う必要がある。核計装の校正法には、試験用中性子検出器を炉心に挿入して測定した中性子束から原子炉出力を求める核出力校正と、冷却材の温度と流量から原子炉出力を求める熱出力校正とがある。

核出力校正は、主として、原子炉が比較的低出力で発熱がないときに実施する起動系の校正に適用される。核出力校正では、あらかじめ校正された小型の中性子検出器を炉心に挿入して測定した中性子束と設計に用いた炉定数に基づいて中性子検出器位置における核分裂の反応率を求め、これと計算によって求めた反応率の空間分布から原子炉出力を求める。したがって、核出力校正は精度の面で多少難があるが、起動系が表示するのは原子炉出力ではなく計数率であるので、精度は余り問題とはならない。核出力校正では、原子炉出力の絶対値を正確に求めるよりは、核計装の指示が原子炉出力に対して直線的であり、起動系が中間系と十分にオーバーラップしていることの確認の方が重要である。直線性とオーバーラップが十分であれば、より高い原子炉出力における熱出力校正の結果に基づいて再校正が可能である。

熱出力校正は、原子炉から熱を取り出せるようになった状態において、出力系と中間系のエレクト

トロニクスの利得を調整してそれらの指示を原子炉出力に一致させ、直線性やオーバーラップを確認するものである。校正の基準となる原子炉出力は、冷却材の原子炉容器出入口における温度差と流量から求める。校正精度は温度計と流量計の精度に依存するが、核出力校正に比べて精度の高い校正が可能である。

「常陽」の初臨界後の性能試験では、あらかじめ校正された Pu-239 の小型核分裂計数管を炉心に装荷して核出力校正を実施し、起動系が直線性を有しチャンネル1の指示値 $10^4$  cps が 1.3kW に相当すること、および中間系とのオーバーラップも十分であることを確認した。「もんじゅ」の核出力校正でも線源領域系の直線性、広域系とのオーバーラップが十分であることが確認されている。

「常陽」の性能試験時に実施された熱出力校正では、出力系の指示値と原子炉出力の間に良好な直線性があり、出力系と中間系は3デカード以上のオーバーラップを有することが示されたが、出力系の指示は原子炉起動後漸増し、安定するまでに1週間を要することが明らかとなった。これは、黒鉛遮蔽体の温度上昇によって透過中性子スペクトルが硬化することに起因するもので、変化率は約 3%/°Cであった。すなわち、黒鉛遮蔽体中では中性子束は熱平衡に達しており、黒鉛温度の上昇により中性子スペクトルは硬化する。スペクトルの硬化により中性子検出器の感度は低下するが、黒鉛遮蔽体や検出器案内管等の構造物での中性子吸収が減少して透過中性子束が増加する効果の方が勝り、出力系の指示値の増加をもたらす。このため、「常陽」の出力系には、黒鉛遮蔽体の温度の測定値に基づいて原子炉出力を自動的に補正する機能が付加された。

### 2.1.9 応答特性測定<sup>(12)</sup>

原子炉出力は運転監視、制御、安全保護上の最重要パラメータであることから、核計装には、計測精度はもちろんのこと応答時間が設計基準を満たしていることが要求される。また、定期サーベイランスの一環として、安全保護系を構成する計装系の応答時間の測定の要請もある。<sup>(13)(14)</sup> このため、原子炉の運転中に中性子の検出ゆらぎに自己回帰モデル (AR モデル) をあてはめて応答特性の測定を行う方法が著者らによって試験された。<sup>(12)</sup>

#### (1) 自己回帰モデルによる測定法

検出器の出力のゆらぎ成分  $x(t)$  を一定時間間隔  $\Delta t$  でサンプリングした時系列  $x_i (i=1,2,\dots)$  が定常であるとき、 $x_i$  自身の過去の値の回帰として次式のように表現できる。

$$x_i = \sum_{m=1}^M a_m x_{i-m} + e_i \quad (2.1.9-1)$$

上式の  $a_m (m=1, 2, \dots, M)$  は  $x_i$  から  $x$  の過去の値  $x_{i-1}, x_{i-2}, \dots, x_{i-M}$  の線形結合で表現される部分を引き取った残差系列

$$e_i = x_i - \sum_{m=1}^M a_m x_{i-m} \quad (2.1.9-2)$$

の2乗平均値  $J = E[e_i^2]$  を最小にするように、 $J$  を  $a_m$  で微分したものを零とおいて得られる

$$\sum_{m=1}^M a_m R_{km} = R_{0k}, \quad R_{km} = E[x_{i-m} x_{i-k}] \quad (2.1.9-3)$$

を解いて求められる。上式をベクトル行列表現すると

$$\mathbf{a}^T = [a_{i-1}, a_{i-2}, \dots, a_{i-M}] \quad (2.1.9-4)$$

$$\mathbf{x}^T = [x_{i-1}, x_{i-2}, \dots, x_{i-M}] \quad (2.1.9-5)$$

$$\mathbf{R} = [R_{km}] = E[\mathbf{x}\mathbf{x}^T] \quad (2.1.9-6)$$

$$\mathbf{r}^T = [R_{0k}] = E[x_i \mathbf{x}^T] \quad (2.1.9-7)$$

に対して次式のようになる。

$$\mathbf{r} = \mathbf{R}\mathbf{a} \quad (2.1.9-8)$$

よって

$$\mathbf{a} = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{r} \quad (2.1.9-9)$$

となり、 $a_m (m=1, 2, \dots, M)$  が求まる。有限個のデータ  $x_i (i=1, 2, \dots, M_0)$  からの  $E[\mathbf{x}\mathbf{x}^T]$ 、 $E[x_i \mathbf{x}^T]$  の推定では

$$E[\mathbf{x}\mathbf{x}^T] = \frac{1}{M_0} \sum_{i=1}^{M_0} \mathbf{x}\mathbf{x}^T \quad (2.1.9-10)$$

$$E[x_i \mathbf{x}^T] = \frac{1}{M_0} \sum_{i=1}^{M_0} x_i \mathbf{x}^T \quad (2.1.9-11)$$

を用いることができる。ここではモデルの次数  $M$  は既知として話を進めたが、事前に  $M$  が分かっている場合は少なく、次数を変えながらモデルのあてはまり具合を調べるのに適したモデルの次数方向に漸化的に解くアルゴリズムが開発されている。詳細を付録3に示す。

遅れ演算子  $z^{-1}$  を導入して(2.1.9-2)式を書き換えると

$$x_i = e_i / \left( 1 - \sum_{m=1}^M a_m z^{-m} \right) = e_i / A(z^{-1}) \quad (2.1.9-12)$$

となる。これは図 2.1.9-1 に示すように伝達特性が  $1/A(z^{-1})$  なるシステムに白色雑音  $e_i$  を入力したときの出力が  $x_i$  であることを意味しているので、これから  $1/A(z^{-1})$  なるシステムの応答特性を求め



ることができる。すなわち、ある線形システムに白色雑音が入力されているような場合には、そのシステムの出力に AR モデルをあてはめることにより応答特性を求めることができる。いま、

$$1/A(z^{-1}) = 1 / \left( 1 - \sum_{m=1}^M a_m z^{-m} \right) = \sum_{n=0}^{\infty} h(n\Delta t) z^{-n} \quad (2.1.9-13)$$

のように  $h(n\Delta t)$  を求めると  $h(n\Delta t)$  はインパルス応答列を与え、ステップ応答  $s(k\Delta t)$  は

$$s(k\Delta t) = \sum_{n \leq k} h(n\Delta t) \Delta t \quad (2.1.9-14)$$

となる。

上述の議論から明らかなように、AR モデルによる応答特性の測定では、入力のゆらぎが十分に速く、広い周波数帯域を有しているとの前提のもと、出力のみの観測でシステムの伝達特性を推定する。すなわち、あるシステムに入力されているゆらぎに対する反応からシステムの応答特性を知ろうとしているのであるから、入力されるゆらぎがシステムの応答より速くなければ応答特性の測定はできない。核計装への入力ゆらぎが応答特性の測定を可能ならしめるに十分な速さを有するか否かは、そのパワースペクトル密度を調べれば分かる。核計装系の信号伝達ブロック線図は図 2.1.9-2 に示すようになり、モニター出力のゆらぎのパワースペクトル密度  $\Phi_y$  は

$$\Phi_y(\omega) = |G_i(\omega)|^2 \Phi_x(\omega) \quad (2.1.9-15)$$

$$\Phi_x(\omega) = |G_r(\omega)|^2 [\Phi_s(\omega) + \Phi_p(\omega)] + |G_d(\omega)|^2 \Phi_p(\omega) \quad (2.1.9-16)$$

と書くことができる。したがって、上式の  $\Phi_x(\omega)$  が  $G_i(\omega)$  より広い帯域で一様になることの確認が必要である。ここでは反応度のゆらぎは無視できるくらい小さいとして  $\Phi_p(\omega)$  を零とすると、考えるべきは原子炉内における核分裂のゆらぎの効果を等価的に表現した等価雑音源と中性子検出器内における核反応の統計的ゆらぎすなわち検出ゆらぎである。 $\Phi_x(\omega)$  の等価雑音源に起因する成分は、付録 4 に示すところによりつぎのように書ける。<sup>(15)</sup>

$$|G_r(\omega)|^2 \Phi_s(\omega) = \left| \frac{G_0(\omega)}{1 - (P\bar{v}/\mu)G_0(\omega)H(\omega)} \right|^2 \frac{P\varepsilon^2 q^{-2}}{\mu} D \quad (2.1.9-17)$$

ここで、 $P$  ; 原子炉出力

$\mu$  ; 核分裂あたりの放出エネルギー

$q$  ; 検出あたりの電荷量

$\bar{v}$  ; 核分裂あたりの中性子放出数

$\varepsilon$  ; 検出効率

$l$  ; 即発中性子生成時間

$D$  ; Diven 因子  $\left( = \sqrt{\nu(\nu-1)} / \nu^2 \right)$

$G_0(\omega)$  ; 零出力伝達関数

$H(\omega)$  ; 反応度温度フィードバック伝達関数

(2.1.9-17)式から  $\Phi_x(\omega)$  の等価雑音源に起因する成分の帯域は、零出力伝達関数  $G_0(\omega)$  およびフィードバック伝達関数  $H(s)$  の周波数特性に支配され、低い周波数成分しか含まないので応答特性の測定に使用できない。一方、検出器出力のゆらぎのパワースペクトル密度  $\Phi_d(\omega)$  に関しては、(2.1.5-22)式の  $H(s)$  を図 2.1.9-2 のブロック線図では  $G_d(s)$  としていることに注意し、平均パルスレート  $\lambda$  に  $\lambda = \varepsilon P / \mu$  を代入して

$$\Phi_d(\omega) = |G_d(\omega)|^2 \Phi_p(\omega) = \varepsilon P q^2 \alpha^2 / [\mu(\alpha^2 + \omega^2)] \quad (2.1.9-18)$$

となる。中性子検出器の場合  $1/\alpha$  は  $\mu\text{s}$  オーダーであるので、 $\Phi_d(\omega)$  の上限は MHz になり十分に広い帯域を有している。従って、 $\Phi_d(\omega)$  が  $|G_r(\omega)|^2 \Phi_s(\omega)$  に比して優勢になれば AR モデルのあてはめによる核計装系の応答特性の測定が可能となる。 $\Phi_d(\omega)$  が優勢かどうかは、仕様が同一な 2 系統の計装系の出力に含まれるゆらぎのコヒレンスを取ることによって実験的に確認できる。検出ゆらぎは各々独立であるので 2 系統の間でコヒレンスがないが、高出力炉の動特性が反映される等価雑音源は 2 系統に共通でコヒレンスが強くなるからである。

## (2) 「もんじゅ」における適用例

AR モデルを「もんじゅ」の核計装系のゆらぎに適用して応答特性の測定を行った。原子炉出力 38% のときに広域系のパルス線形増幅器の出力点で観測されたゆらぎの波形、オートパワースペクトル、および応答特性の測定結果と AR モデルの適用可能性を調べるために実施したチャンネル間のコヒレンスの測定結果を図 2.1.9-3 に示す。図 2.1.9-3(c) では WRM の出力が整定値の 63.2% に達するまでの応答時間として 115 ms が得られているが、これはゆらぎ信号の収録のため核計装系に接続したアイソレータの時定数 50 ms を含む値である。このアイソレータの時定数を差し引いて考えると AR モデルによる測定で得られた時定数は広域系の回路時定数と一致する。また、広域系の場合、チャンネル間にコヒレンスがなく AR モデルの適用に支障のないことが図 2.1.9-3(d) 図の WRM から分かる。これは、原子炉出力計測のために中性子の検出雑音を積極的に利用しているキャンベル系では当然の結果であろう。

図 2.1.9-3(d) には線源領域系 (SRM) の出力端子で観測された信号のチャンネル間のコヒレンスも合わせて示した。線源領域系はチャンネル間にコヒレンスがなく、途中にパルス整形のプロセスが介在しているものの、検出ゆらぎが線源領域系の出力ゆらぎに支配的に寄与しており、AR モ

デルが適用可能と判断された。計数率が 1000cps のとき実施した応答時定数の測定結果は、図 2.1.9-3(c)の SRM に示すように 200ms となっており、仮設アイソレータの時定数を差し引いても回路の設計値の数倍になった。これはサンプリング時間が 100ms と粗い間隔のデータしか入手できなかったため、AR モデルの次数が 3 となり正確な測定ができなかったことによる。

図 2.1.9-3(d)には、出力領域(PRM)のチャンネル間のコヒレンスも示されている。出力領域系の出力端子で観測されたゆらぎは、0.5~1Hz より低域でチャンネル間に強いコヒレンスを示した。これは反応度の燃料フィードバック時定数 2 秒で代表される原子炉の動特性を支配的に反映したものであり、AR モデルの適用による応答特性の測定はできないことを示している。

以上に述べた方法は、原子炉の運転中に、計装系が実装された状態で、検出器からモニターまでの応答特性の測定を一度に行うことができる理想的なサーベイランス試験法である。

## 2.2 炉内計装

液体金属冷却型高速増殖炉は、炉心出力密度が比較的高いことから、燃料ピン径を小さくし、冷却材流路を狭くしているため、万一の異物の混入や燃料要素の変形等による流路閉塞に関心が払われてきた。このため、液体金属冷却型高速増殖炉では、燃料集合体内の冷却材流路の閉塞を検知するための炉内計装が設置されるのが一般的である。代表的な炉内計装として燃料集合体出口に設置される温度計と流速計が上げられる。これらの温度計や流速計は炉上部から原子炉容器内に挿入される冷却材バウンダリ形成用のウェル内に装着されるが、比較的小型で構造が簡単なシース熱電対は集合体の全数に、渦電流式流速/温度計は集合体を選択して設置される傾向にある。

### 2.2.1 燃料集合体出口温度計

炉内計装は、狭隘で機器が錯綜する炉上部を經由しなければならないため、燃料集合体出口の冷却材温度の計測には、小型で簡単な構造の検出器が好まれる。そのような検出器の代表が熱電対である。熱電対は、互いに異なる 2 種類の金属を接触させた場合に接触部に生じる起電力が接触部の温度が上がるにつれて大きくなるという性質を利用している。すなわち、異種金属でできた 2 本のリード線を接続して一方の接点を高温にし、他方を低温一定に保つときに生じる接触起電力の差によって温度を計測するのが熱電対の原理である。炉内計装では、シース熱電対を、冷却材（アルゴンガス）バウンダリの形成性に優れたウェルに挿入して用いるのが一般的である。熱電対としては、測定温度、熱起電力等がプラントの運転条件に適合している上、信頼性が実証されており、耐放射線性にも優れた K 型（クロメル・アルメル）が用いられる。「常陽」、「もんじゅ」共にブランケット

トを含む全燃料集合体の出口に、それぞれ 0.5 級（精度 0.5%）、0.4 級（精度 0.4%）の K 型シース熱電対をウェルに挿入して設置している。

炉心の流路閉塞の検知には速応答性が要求されるが、ウェルに挿入したシース熱電対の応答は、シース熱電対単体の応答、ウェルの熱容量、ウェルからシースへの熱伝達特性および冷却材からウェルへの熱伝達特性の影響を受ける。シース熱電対単体の応答については、温度をステップ状に変化させたときに出力信号が整定値の 63.2%まで変化する時間すなわち時定数が、外径の 2 乗に比例することが経験的に知られている。<sup>(16)</sup>ウェルからシースへの熱伝達特性は、ウェル内に封入する媒質の種類に大きく依存し、外径が 8.6mm で肉厚が 2mm のウェルにアルゴンガスを封入し、外径 3.2mm のシース熱電対を挿入している「もんじゅ」ではトータルの時定数が 10 秒程度となっている。封入媒質を液体金属に変更したり、ウェルの肉厚を減じたりすれば応答性の更なる改善が期待できるが、安全性や信頼性を犠牲にすることになり得策でない。

ウェル挿入型熱電対よりはるかに速く燃料集合体出口温度の測定ができる装置として、渦電流式温度計があげられる。燃料集合体出口温度の測定手段としては、上述のようにウェル挿入型熱電対が既に存在していたので、渦電流式センサは温度計というよりはむしろ燃料集合体出口流速測定用として開発された。渦電流式流速計では二つの検出コイルの差電圧を取るようにはしていた結線を、和電圧を取るように変更すると、熱電対よりはるかに速い速度で冷却材温度の計測を行うことが可能となる。

## 2.2.2 燃料集合体出口流速計

燃料集合体を流れる冷却材の流速の変化を検知する方が、温度変化を検知するよりも直接的な流路閉塞の検知法である。集合体中を流れる冷却材の流速の計測には、図 2.2.2-1 に示すように集合体出口に配置した渦電流式センサが用いられる。「もんじゅ」では、ブランケットを含む全燃料集合体 214 体中 34 体に渦電流式流速（温度）計が設置されている。

渦電流式流速計は、冷却材が導電性であるという液体金属冷却炉の特徴を最大限に活かした計測器である。すなわち、この流速計は、導電性流体の中へ交流で励磁されたコイルを置くときに、この励磁コイルの作る磁界が導電流体の運動の影響を受けて下流側へ歪む現象を利用したものである。磁界の歪量の検出は、図 2.2.2-1 に示すように励磁コイルの上下流に隣接して対称に配置した二つの検出コイルに誘起される起電力の差を取るにより行う。いま、渦電流プローブの周囲の冷却材の流速が零とすると、励磁コイルの作る磁界は図 2.2.2-2(a)に破線で示したようになり、この磁界はプローブの周囲に図示したような円環状の電流（渦電流）を生じせしめる。このとき、上

下流の検出コイルに誘起される起電力は等しいので、両者の差は零になる。つぎに、プローブと平行な冷却材の流れが存在するときには、励磁コイルの作る磁界の流れに直角な成分と流れの相互作用により、上流側で励磁電流と逆相であり下流側で同相となるように、図 2.2.2-2(b)に示すような円環電流がプローブ周囲の流体中に流れる。この結果、図に示すように磁束は下流側へ引っ張られて歪を生じ、上流側検出コイルに誘起される起電力は小さく、下流側のそれは大きくなる。上下流両検出コイルにおける誘起起電力の差は流速に比例するので、比例定数（感度）をあらかじめ求めておけば、両検出コイルの差電圧を計測することにより流速を知ることができる。渦電流式流速センサの場合、差電圧を流速に換算する比例定数は実験により求めるのが一般的である。

上下流検出コイルに誘起する起電力の和をとると、冷却材の温度に関する情報が得られる。これは、プローブの周囲を流れる渦電流の大きさに支配的な影響を及ぼすナトリウムの導電率は温度によって変化するが、冷却材の流れにより上流側検出コイルに鎖交する磁束が減少した分だけ下流側検出コイルに鎖交する磁束が増加するので、両検出コイルの誘起起電力の和は流速に依存しなくなるからである。これによって冷却材ナトリウムの温度を測るのが渦電流式温度計の原理である。渦電流式センサは通常一つのプローブで流速と温度を同時に計測できるように構成される。わが国で開発された渦電流式センサの出力特性の実測例を図 2.2.2-3 に示す。

検出コイルにおける誘起起電力はプローブ周囲の冷却材中を流れる渦電流に依存し、渦電流は冷却材の導電率すなわち温度や励磁周波数に影響されるので、渦電流式流速計の感度は温度と励磁周波数に依存する。このため、原子炉の定常運転温度（500～600℃）で感度最大にして温度依存性が最小になるような励磁周波数を選択する。

渦電流式センサの応答は、電磁誘導現象を利用しているので十分に速く、センサの後段に接続するエレクトロニクスの速さが計測システム全体の応答速度を支配する。3.3.1 の誘導型液位計の応答時間の検討のところで述べるように、渦電流式センサの応答時間は、励磁周波数を  $f$  とするとき  $1/(2\pi f)$  となる。「もんじゅ」の渦電流式センサの励磁周波数である 425Hz では、応答時間が 1ms 以下となるが、ノイズ低減の観点からプローブの後段に接続されるエレクトロニクスで同期整流を行っており、周波数帯域の上限を 10Hz としているので、計測システム全体の応答時間は 0.1 秒となっている。

「もんじゅ」の燃料集合体出口センサは、現地据付前にナトリウム試験施設で感度を校正しエレクトロニクスの調整を実施したが、現地据付後は試験施設での校正結果が役に立たず、再校正を必要とした。「もんじゅ」の集合体出口センサは、配置を図 2.2.2-1 に示すように、外径が 12.2φ の

プローブを外径が 19φ で厚さが 3mm のウェルに収納したものを、内径 70φ の整流筒の中心軸にプローブの中心軸が一致するように据付けられている。試験施設での校正の実施にあたっては、センサプローブ周囲の寸法を同一とし、材料も電磁気的特性が同等のものを使用するなどの配慮をしたが、厚さ 4mm の整流筒の外側までは、校正装置の制限から実機と同一にはできなかった。3.3.1 の誘導型液位計のところに示したように、ウェルの表面からの距離を  $r$ 、周波数を  $f$ 、ナトリウムの導電率、透磁率をそれぞれ  $\sigma$ 、 $\mu$  とするとき電磁界は、 $e^{-\sqrt{\omega\mu\sigma/2}r}$  で減衰していく。 $f = 425\text{Hz}$ 、ナトリウムは非磁性体であるので  $\mu = 4\pi \times 10^{-7}$ 、原子炉出口温度 529°C のナトリウムの導電率は (3.2.1-30) 式から  $0.35 \times 10^7 \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$  となり、ウェル表面から 25.7mm の距離にある整流筒の内面では電磁界はウェルの表面の 0.14 倍になる。導電率がナトリウムの 1/5 程度で透磁率はナトリウムと同等な厚さ 4mm の整流筒材質中では、減衰が 10% 程度であるので、整流筒の外表面の電磁界の強さはウェル表面の 13% 程度になる。したがって、実機と試験施設の結果の差異は、強さが 13% に減衰した整流筒の外側の環境条件の微妙な差異に起因するものと考えられる。「常陽」や「もんじゅ」ではまた、プラントを運転状態から停止状態にし、再び起動したときに渦電流式センサの出力に狂いを生じ再校正が必要であった。これは、センサプローブの熱膨張等により、励磁コイルと検出コイルの位置関係に微妙な狂いが生じた結果によるものと考えられている。これらが示すように、渦電流式センサは、プローブデメンジョンや周囲環境の微妙な変化に敏感なため、供用中に簡便に校正できる手段を準備しておく必要がある。

### 2.2.3 応答特性測定

炉心の監視に用いる燃料集合体出口温度計には、速い応答が要求される。ウェルに挿入された熱電対の応答は、ウェルの熱容量やウェルとシースの間の熱抵抗等の影響を受けるため、熱電対の応答特性の評価法についてこれまで種々の研究がなされている。液体金属冷却炉の温度計測系の開発段階では、試験施設を用いて温度を急激に変化させ、熱電対の応答を実測することが行われた。熱電対の応答特性は、ウェル内面とシースの接触状態等の据付条件や熱流力条件にも依存するため、系統据え付け状態での熱電対の応答特性の測定が望まれるが、実機プラントの冷却材温度を急激に変化させることは不可能である。米国アルゴンヌ国立研究所からは、系統据付後の熱電対の測温部に外部から強制的に電流を流し、ジュール熱による温度上昇が飽和に達した後に電流を遮断して、その後の温度の減衰の様子から応答特性を求める方法が提案されている。<sup>(17)</sup> この方法によると、試験時の冷却材温度条件を運転時のそれと同一に設定した場合、ウェルに挿入された熱電対の応答を良い精度で求めることが可能であるとされているが、K 型熱電対では外部からの強制電流により

アルメルが磁化され2次起電力が発生すること、測温部に強制電流を流すことの性能や寿命に対する影響が十分に解明されていないことなどの問題が指摘されている。このような問題を生じない方法として、前節の核計装の応答特性の測定のところでも示したARモデルを用いる方法があげられる。

ARモデルを用いる方法は、出力ゆらぎだけの観測で応答特性の測定ができる魅力的な方法であるが、前述のように、検出器の出力ゆらぎを引き起こしている過程が自己回帰過程となっており、検出器の応答が出力ゆらぎに反映されていることを確認しなければならない。熱電対に対する渦電流温度計のように、冷却材ナトリウムの温度変動を熱電対より速い応答で測定できるときには、これを考慮した外部入力付ARモデル（ARXモデル）の適用も可能である。

「もんじゅ」では、燃料集合体出口温度計の据付状態のチェックのため、熱電対や渦電流式温度計を対象に、ARXモデルおよびARモデルによる応答特性の測定が著者らによって行われた。<sup>(18)</sup>

#### (1) 外部入力付自己回帰モデルによる測定法

外部入力付ARモデルはARモデルの拡張であり、検出器の出力変動の時系列 $x_i (i=1,2,\dots)$ は、 $x_i$ 自身の過去の値の回帰と外部入力 $u_i$ の線形結合の和として次式のように表すことができるとする。

$$x_i = \sum_{m=1}^M a_m x_{i-m} + \sum_{n=1}^N b_n u_{i-n} + e_i \quad (2.2.3-1)$$

上式の $a_m (m=1,2,\dots,M)$ および $b_n (n=1,2,\dots,N)$ は、2.1.9節と同様に、 $x_i$ から $x$ の過去の値 $x_{i-1}, x_{i-2}, \dots, x_{i-M}$ および $u$ の過去の値 $u_{i-1}, u_{i-2}, \dots, u_{i-N}$ の線形結合で表現される部分を引いた残差系列

$$e_i = x_i - \sum_{m=1}^M a_m x_{i-m} - \sum_{n=1}^N b_n u_{i-n} \quad (2.2.3-2)$$

の2乗平均値を最小にするように求められる。2乗平均の最小化のプロセスは(2.1.9-4)と(2.1.9-5)を

$$\mathbf{a}^T = [a_{i-1}, a_{i-2}, \dots, a_{i-M}, b_{i-1}, b_{i-2}, \dots, b_{i-N}] \quad (2.2.3-3)$$

$$\mathbf{x}^T = [x_{i-1}, x_{i-2}, \dots, x_{i-M}, u_{i-1}, u_{i-2}, \dots, u_{i-N}] \quad (2.2.3-4)$$

とおけば、2.1.9節に示したところと全く同様で、(2.1.9-6)から(2.1.9-11)が成立し $a_{i-1}, a_{i-2}, \dots, a_{i-M}$ と $b_{i-1}, b_{i-2}, \dots, b_{i-N}$ が求まる。遅れ演算子 $z^{-1}$ を導入して(2.2.3-2)式を書き換えると

$$x_i = u_i \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} + \frac{e_i}{A(z^{-1})} \quad (2.2.3-5)$$

$$B(z^{-1}) = 1 - \sum_{n=1}^{N_0} b_n z^{-n} \quad (2.2.3-6)$$

$$A(z^{-1}) = 1 - \sum_{m=1}^{M_0} a_m z^{-m} \quad (2.2.3-7)$$

となる。これは、ARX モデルが図 2.2.3-1 に示すような構造をもつシステムの入力と出力の関係を記述していることを示しており、伝達特性が  $B(z^{-1})/A(z^{-1})$  なるシステムに  $u_{i-1}, u_{i-2}, \dots, u_{i-N}$  を入力したときの出力が  $x_i$  であることを意味している。これから  $B(z^{-1})/A(z^{-1})$  なるシステムの応答特性を求めることができる。すなわち、次式からインパルス応答列が求まり、これに(2.1.9-14)式を適用してステップ応答が求まる。

$$B(z^{-1})/A(z^{-1}) = \sum_{n=0}^{\infty} h(n\Delta t) z^{-n} \quad (2.2.3-8)$$

## (2) 「もんじゅ」における適用例

ARX モデルによる方法を適用して熱電対の応答を測定するには、熱電対に対する入力、すなわちナトリウムの温度変動が既知でなければならない。ナトリウムの温度を知るために熱電対を設置しているのに、その応答を求めるためにナトリウムの温度変動を知るということは自己撞着に陥り一般には成立しない話であるが、燃料集合体出口温度計の場合は、熱電対よりはるかに応答の速い渦電流温度計が熱電対とともに設置されているので、これが可能である。

「もんじゅ」の初臨界後の性能試験時に、原子炉熱出力 43%において制御棒を M 系列信号で駆動し、渦電流温度計で測定したナトリウム温度を外部入力とした ARX モデルにより集合体出口熱電対の応答特性を測定した。図 2.2.3-2(a)に制御棒を M 系列信号で駆動したときの熱電対と渦電流温度計の出力信号を、図 2.2.3-2(b)に応答特性の測定結果を示す。図 2.2.3-2(b)には、熱出力 40%での原子炉運転中に観測された定常ゆらぎに AR モデルをあてはめて行った応答特性の測定結果も示した。これらから、ARX モデルによる測定結果と AR モデルのそれはよく一致しており、熱電対の応答時間は 10 秒弱であったこと、渦電流温度計の出力ゆらぎは熱電対のそれと比較して十分に速いこと、また集合体出口近傍の温度ゆらぎは十分な速さを有し、AR モデルによる応答特性の測定が可能であることなどが確認できる。

渦電流温度計および流速計の出力ゆらぎに AR モデルをあてはめて行ったステップ応答の測定結果を図 2.2.3-3 に示す。温度計と流速計は同一の応答特性を有し、時定数が 70ms 程度の一次遅れで近似できることが分かる。渦電流プローブの後段に接続される計測回路の高域遮断周波数が 10Hz であることから、この応答時間はプローブというよりは回路の特性を反映したものである。



渦電流温度計／流速計の出力ゆらぎのパワースペクトルは10Hzまでほぼ平坦なことが確認されており、集合体出口近傍の温度／流速ゆらぎは、ARモデルによる応答特性の測定を可能ならしめるに十分な速さを有していることが分かっている。

以上の結果から、「もんじゅ」の燃料集合体出口温度計の応答時間の実測値は、ナトリウム試験施設において温度を急激に変化させて実施した応答試験の結果と概ね一致し、据付状態に異常はないものと判断された。

## 参考文献

1. 川口千代二、荒 克之、「原子炉の計測」、幸書房 (1978)
2. 関口 晃 訳、「放射線計測」、コロナ社 (1966)
3. 石森富太郎 編、「原子核工学基礎」、培風館 (1973)
4. 木村逸郎、他 訳、「放射線計測ハンドブック」、日刊工業新聞社 (1982)
5. 大坪 昭、「電気回路」、電気書院 (1975)
6. 伏見和郎、他 訳、「原子核エレクトロニクス」、朝倉書店 (1971)
7. A. Papoulis, "Probability, Random Variables, and Stochastic Processes", McGraw-Hill (1965)
8. 宮川 洋、他 訳、「不規則信号論」、東大出版会 (1973)
9. M. Oda, et al, "A Wide Range Counting-Campbell Nuclear Instrumentation System", IEEE Trans. on NS, Vol. NS-23, No.1 (1976)
10. A Endou, et al, "Indication Lowering of Average Magnitude Type Campbell System in Low Pulse Rate Region", J. Nucl. Sci. & Tech., Vol.18, No.12 (1981)
11. 石森富太郎 編、「原子炉物理」、培風館 (1973)
12. 遠藤 昭、他、 "原子炉核計装応答特性の供用中測定法の開発"、電気学会論文誌C、Vol.118-C, No.3 (1998)
13. ANSI/IEEE Std 338-1987 Criteria for Periodic Surveillance Testing of Nuclear Power Generating Station Safety Systems.
14. U. S. Nuclear Regulatory Commission Regulatory Guide 1.118 Periodic Testing of Electric Power and Protection Systems.
15. 斎藤慶一、他 訳、「原子炉の確率過程」、みすず書房 (1978)
16. 堀 雅夫 編、「基礎高速炉工学」、日刊工業新聞社 (1993)
17. R. M. Carrol, et al, "Measurement of Transient Response of Thermocouple and Resistance Thermometer Using an In Situ Method", ORNL/TM-4573, June (1977)
18. M. Ueda, et al, "Application of Autoregressive Models to In-service Estimation of Transient Response for LMFBR Process Instrumentation", Nuclear Technology, Vol.137, Feb. (1977)

表 2.1.1-1 高速炉核計装の軽水炉との比較

プラント	計測系	系統数	中性子検出器種別	中性子検出器設置場所	計測方式	備考
常陽	起動系	2	核分裂計数管	炉外	パルス計測	
	中間系	3	核分裂計数管	炉外	キャンベル法 (アベレージマグニチュード型)	
	出力系	3	$\gamma$ 線補償型電離箱	炉外	平均電流計測	
もんじゅ	線源領域系	2	BF <sub>3</sub> 比例計数管	炉外	パルス計測	
	広域系	3	核分裂計数管	炉外	パルス計測 キャンベル法 (2乗平均型) 平均電流計測	
	出力領域系	安全保護用 3 計測制御用 2	$\gamma$ 線補償型電離箱	炉外	平均電流計測	
BWR (1100MWe クラス)	線源領域系	4	核分裂計数管	炉内	パルス計測	
	中間領域系	8	核分裂計数管	炉内	キャンベル法	
	出力領域系	43×4 (6チャンネル)*	核分裂電離箱	炉内	平均電流計測	可動型炉内中性子検出器 (TIP)により出力領域中性 子検出器の感度校正を実施 *平均出力領域系 (APRM)
PWR	線源領域系	2	BF <sub>3</sub> 比例計数管	炉外	パルス計測	
	中間領域系	2	$\gamma$ 線補償型電離箱	炉外	平均電流計測	
	出力領域系	4	電離箱 ( $\gamma$ 線非補償箱)	炉外	平均電流計測	炉内に可動型小型核分裂電 離箱を設け、出力領域系中性 子検出器の感度校正を実施

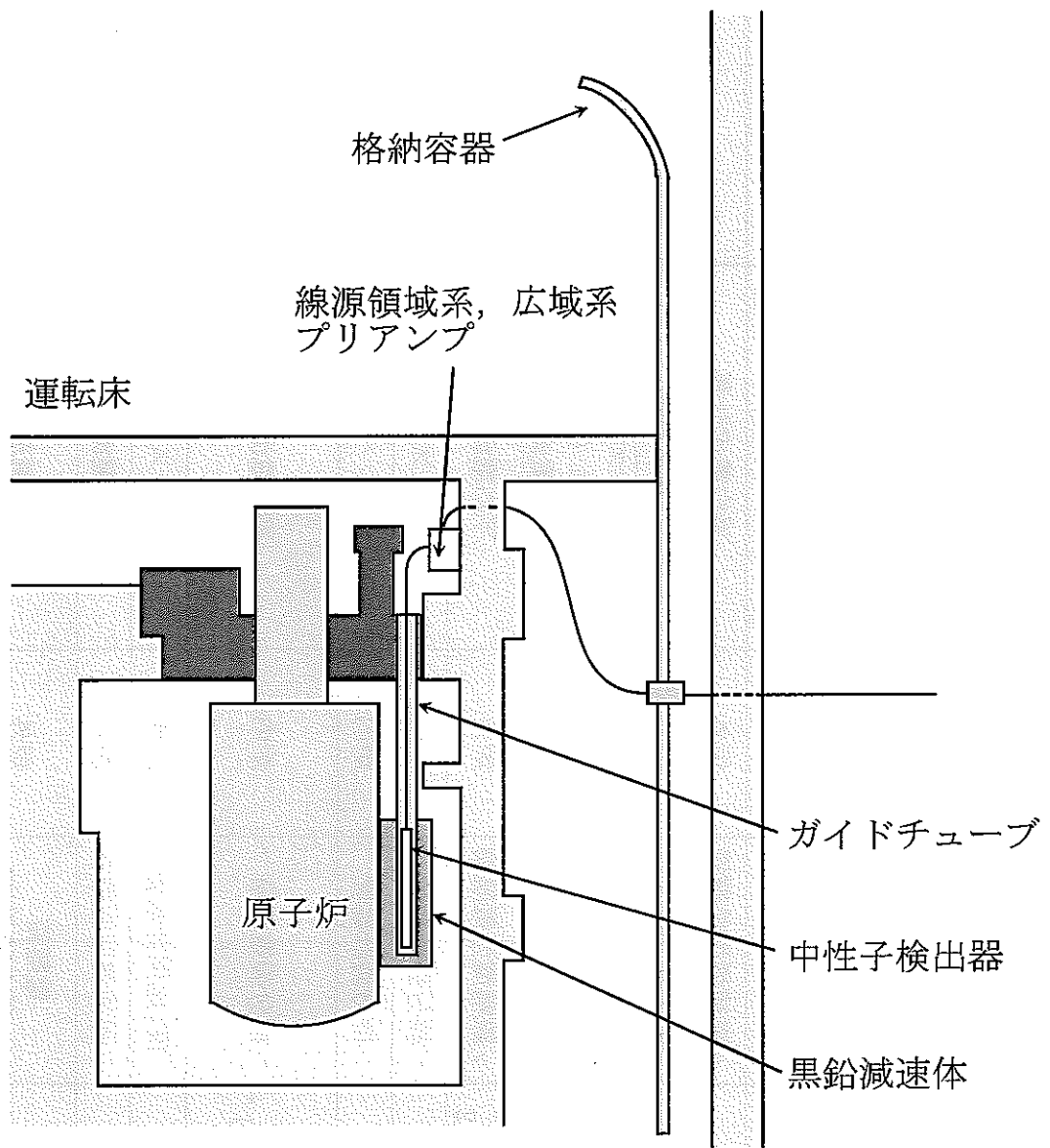


図 2.1.1-1 「もんじゅ」核計装中性子検出器の配置

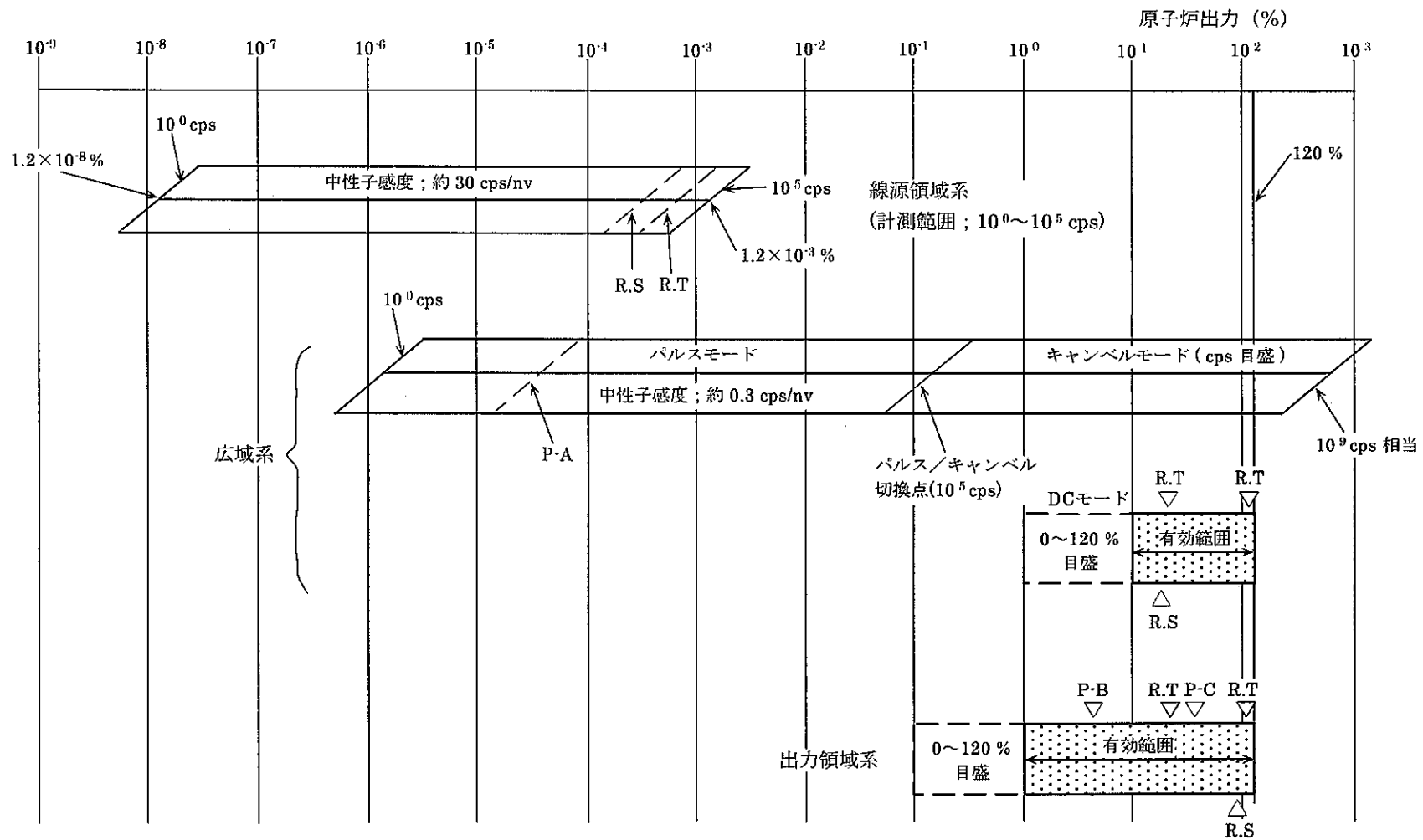


図 2.1.1-2 「もんじゅ」核計装の計測範囲

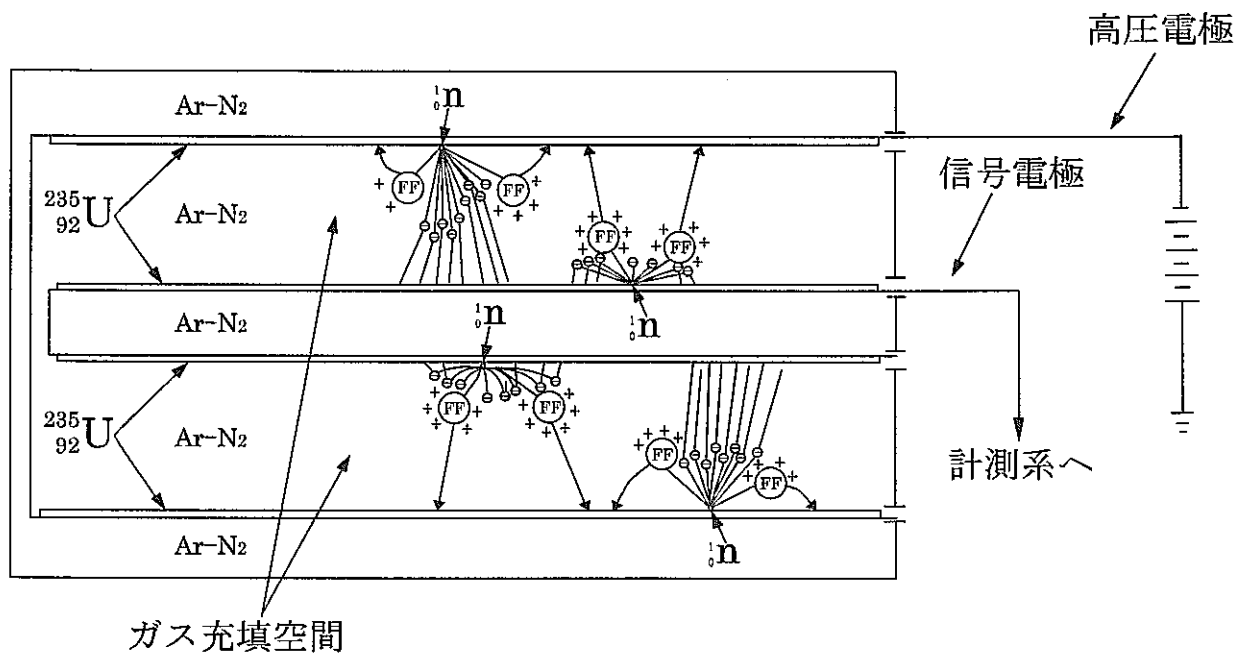


図 2.1.2-1 核分裂計数管の構造概念

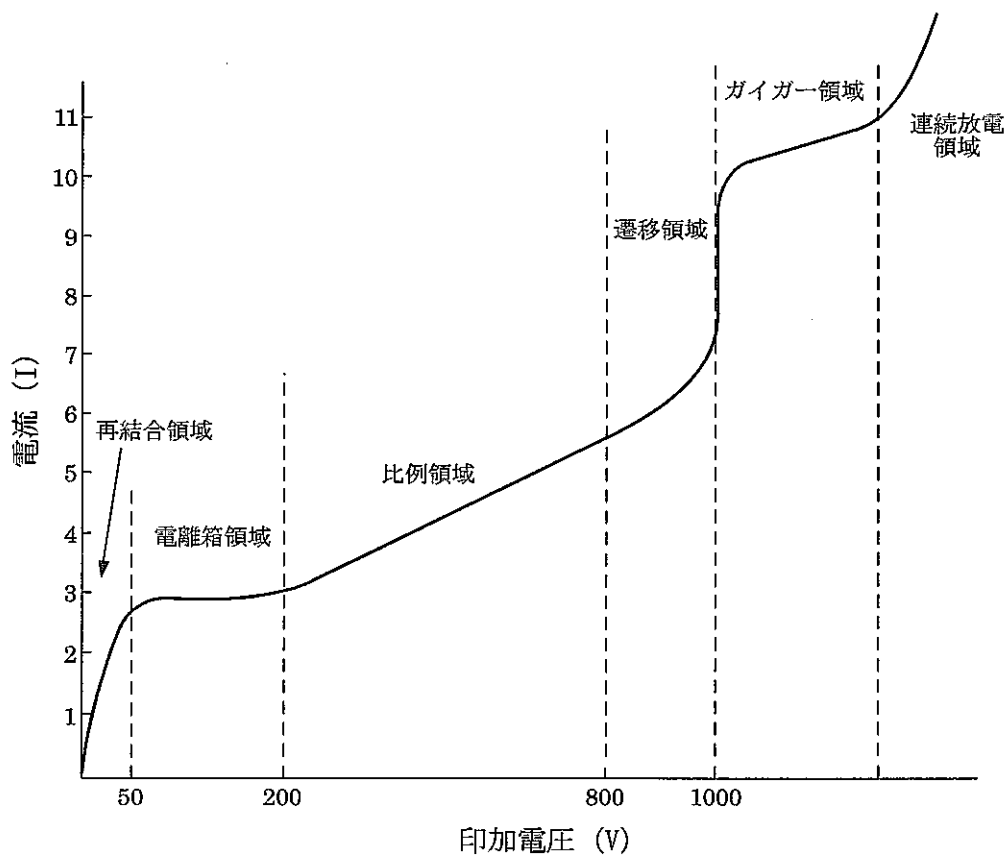


図 2.1.2-2 電離曲線

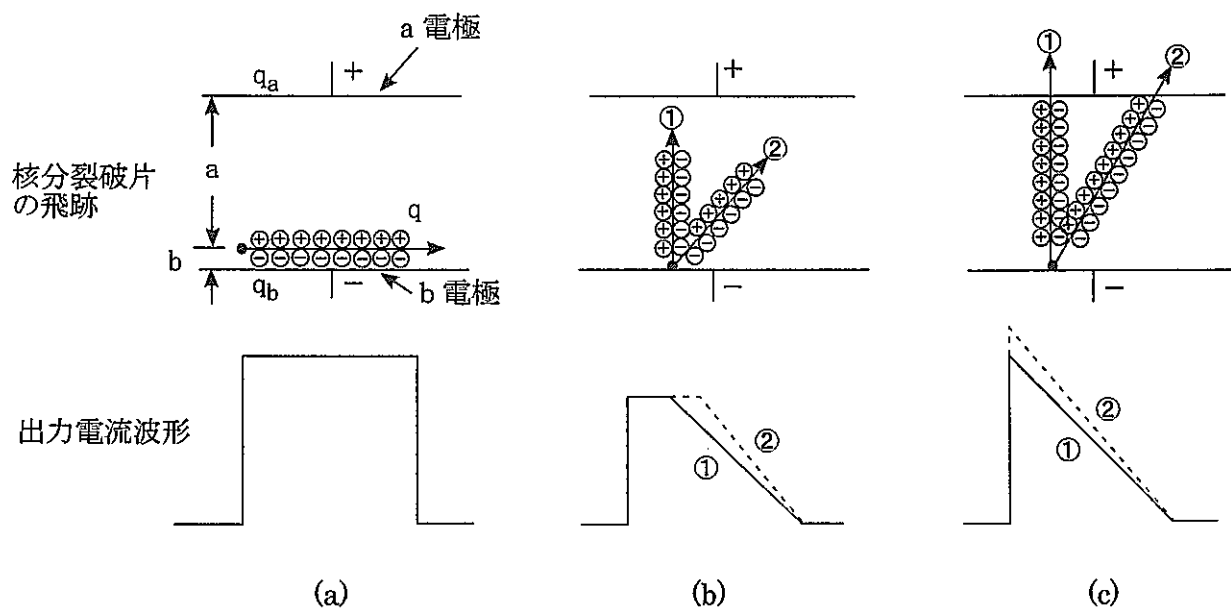


図 2.1.2-3 核分裂片の飛跡と出力電流波形

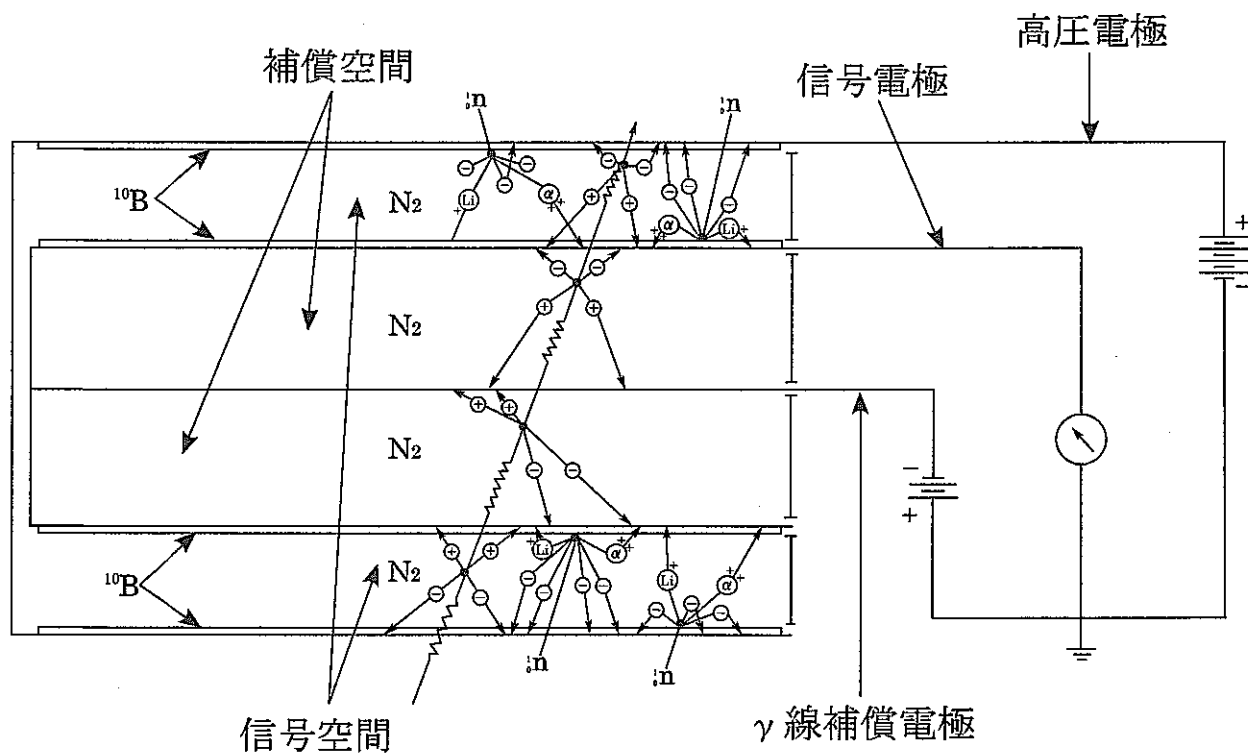


図 2.1.2-4  $\gamma$ 線補償型電離箱の構造概念

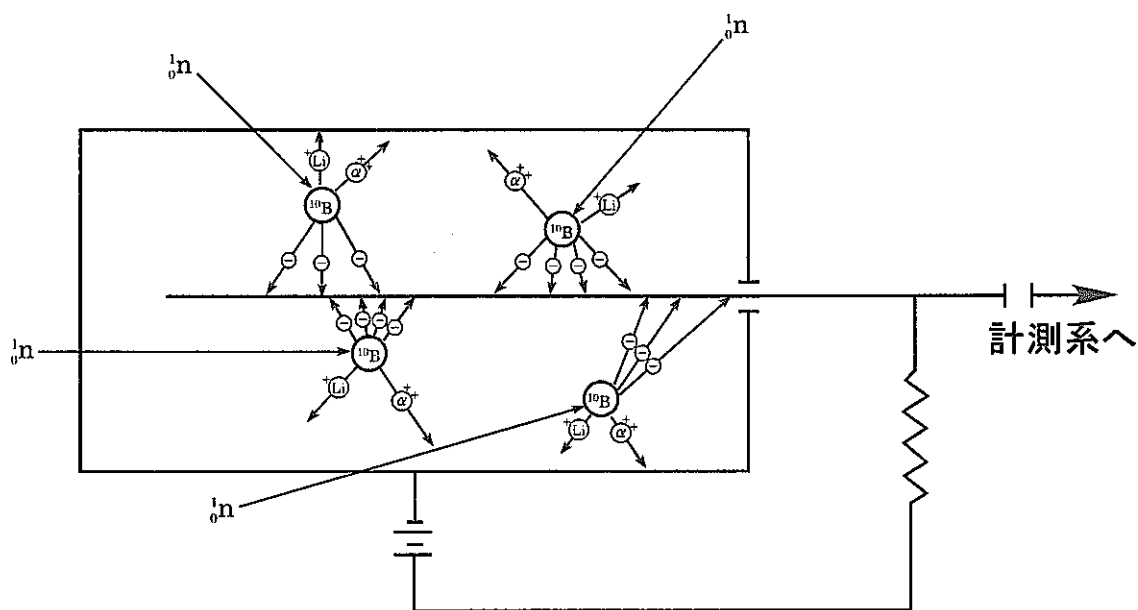


図 2.1.2-5 BF3比例計数管の構造概念

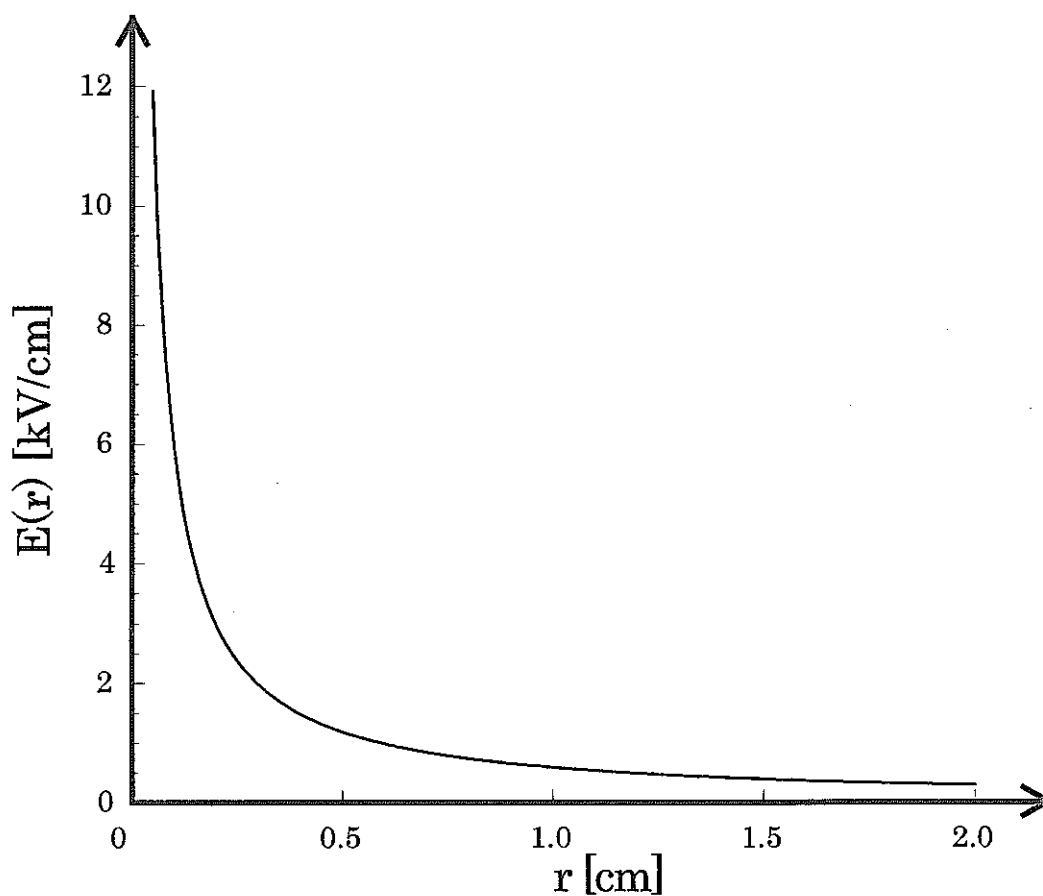


図 2.1.2-6 比例計測管内電界分布



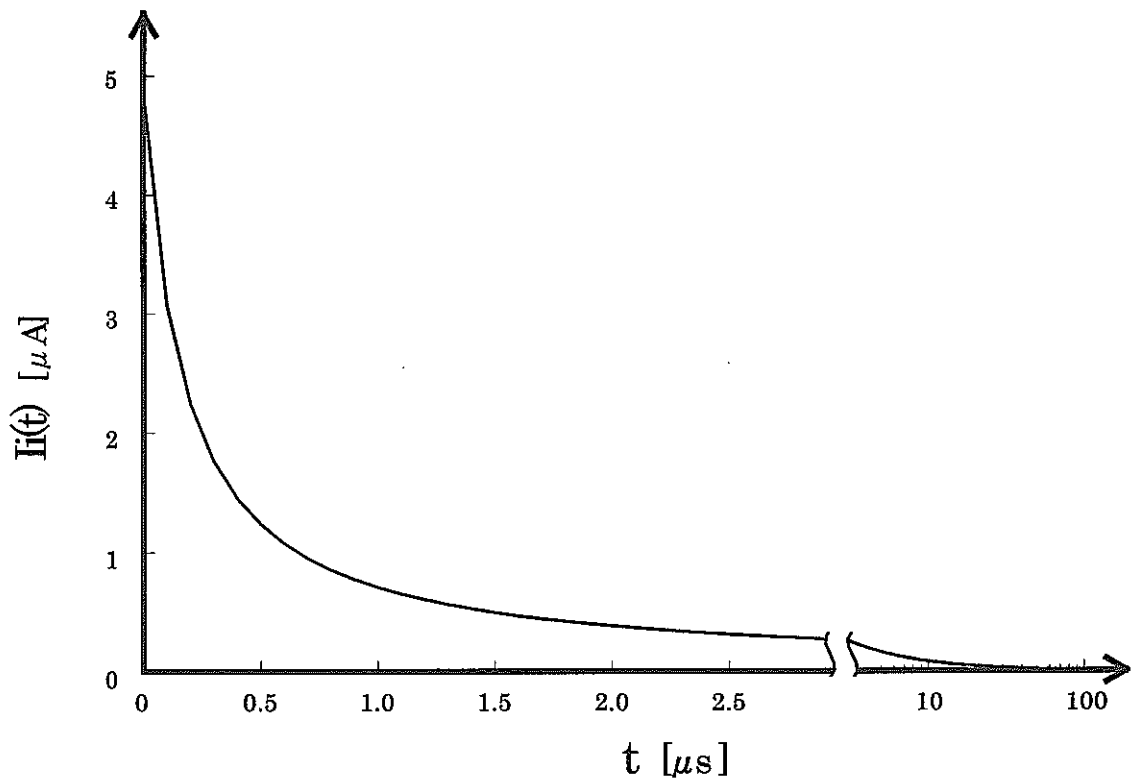


図 2.1.2-7 電極と平行に飛んだ粒子による出力電流波形

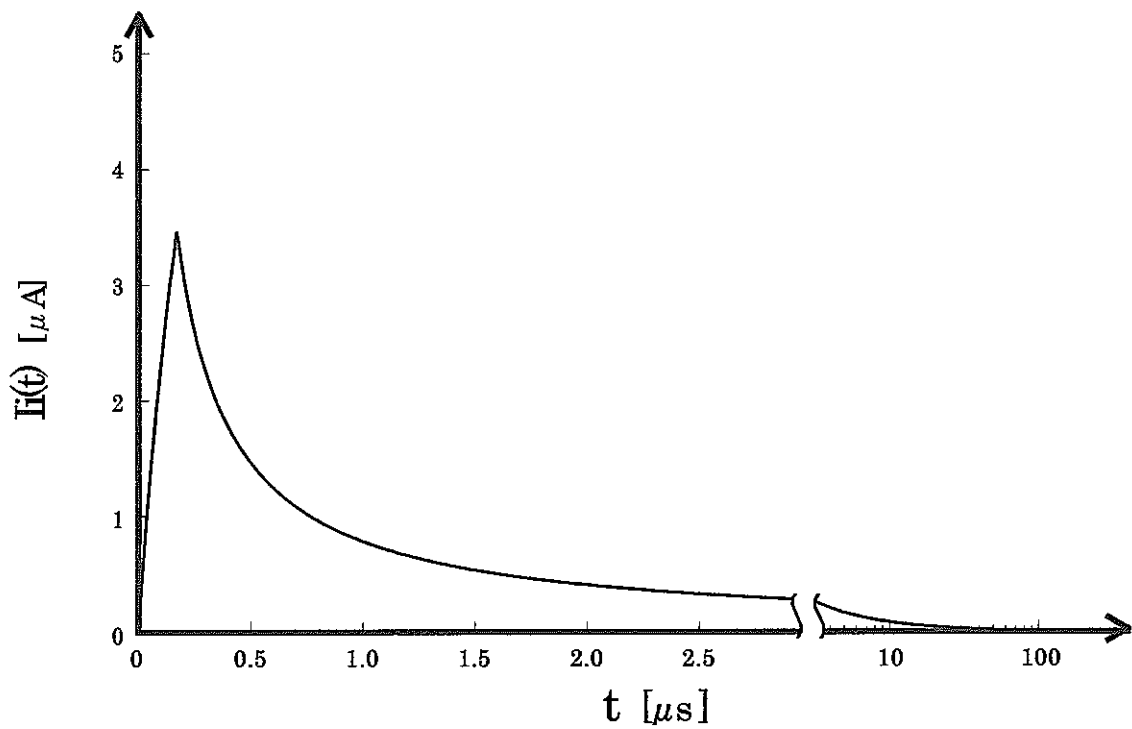


図 2.1.2-8 半径方向に飛んだ粒子による出力電流波形

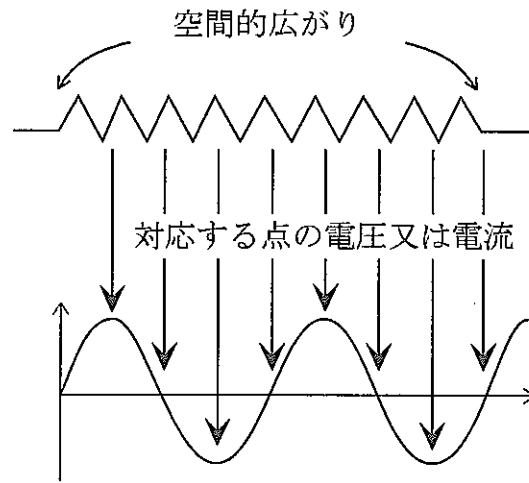


図 2.1.3-1 分布定数的取扱いの必要性の説明

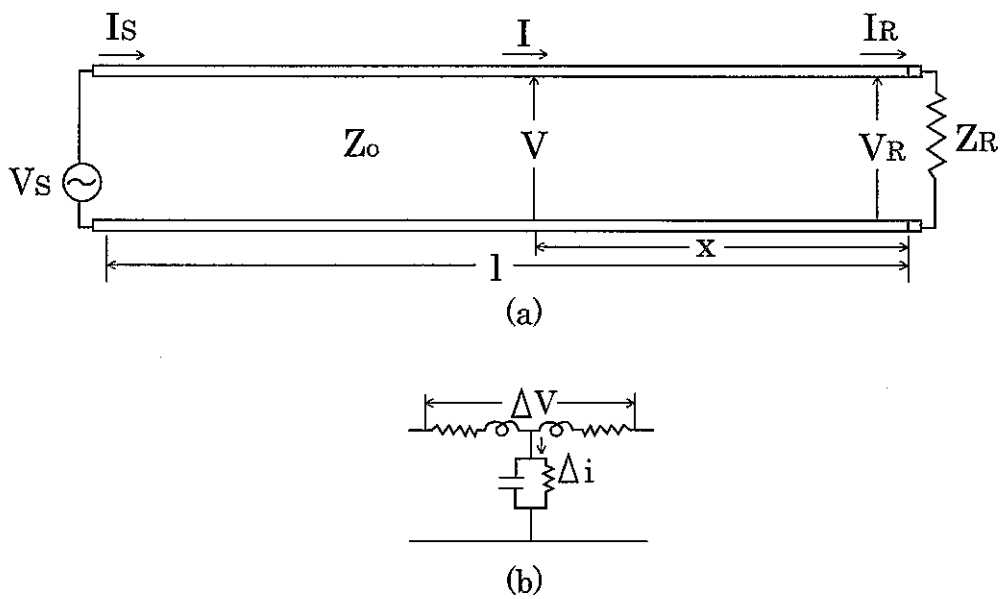
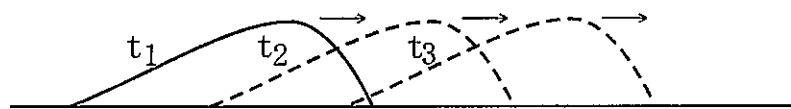
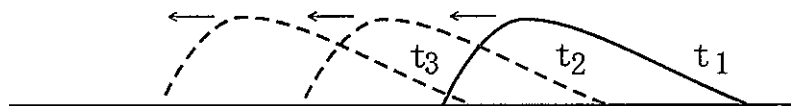


図 2.1.3-2 伝送回路モデル



(a)  $f_1(t - \frac{x}{u})$  で表される,  $+x$  方向に進行する波



(b)  $f_2(t + \frac{x}{u})$  で表される,  $-x$  方向に進行する波

図 2.1.3-3 進行波の説明

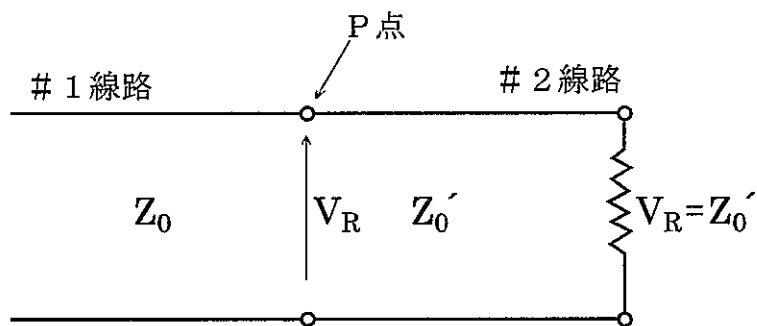


図 2.1.3-4 線路の接続

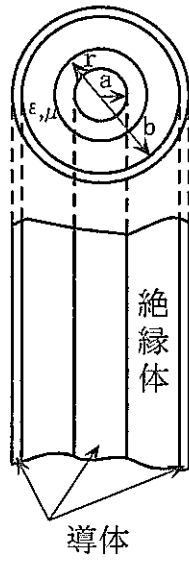


図 2.1.3-5 同軸ケーブル定数計算モデル

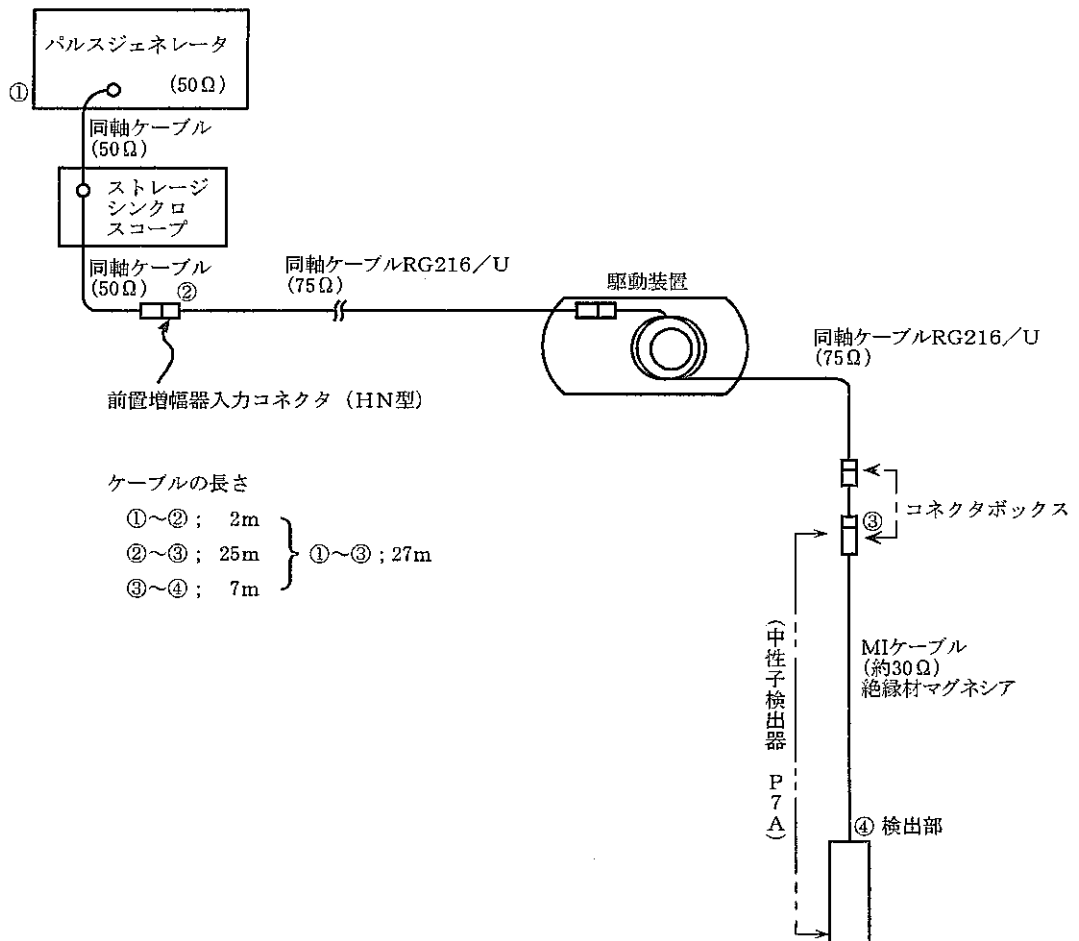


図 2.1.3-6 パルス反射法の接続

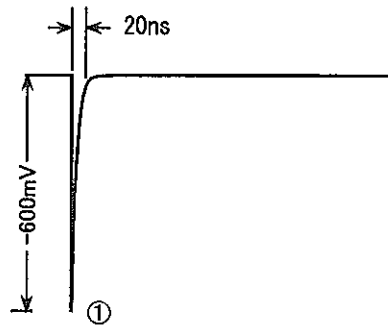


图 2.1.3-7 入力波形

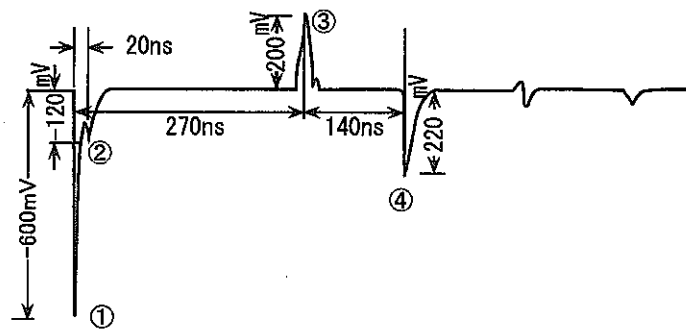


图 2.1.3-8 正常時反射波形

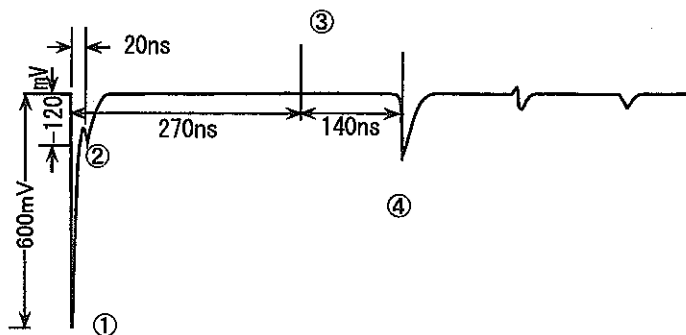


图 2.1.3-9 異常時反射波形

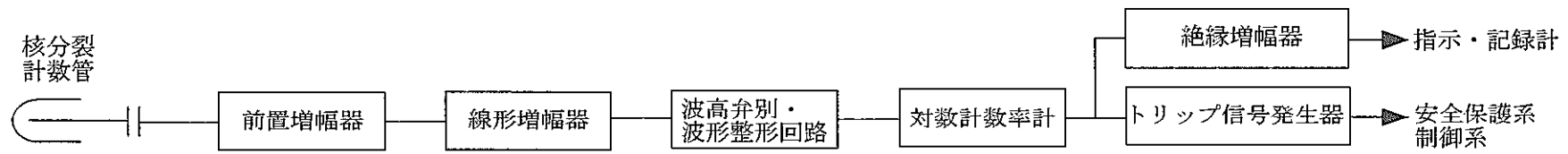


図 2.1.4-1 起動系の系統構成

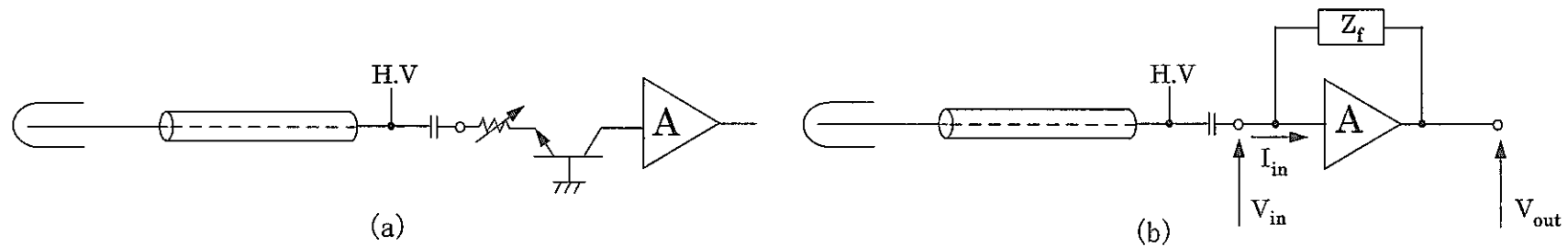


図 2.1.4-2 電流パルス増幅回路

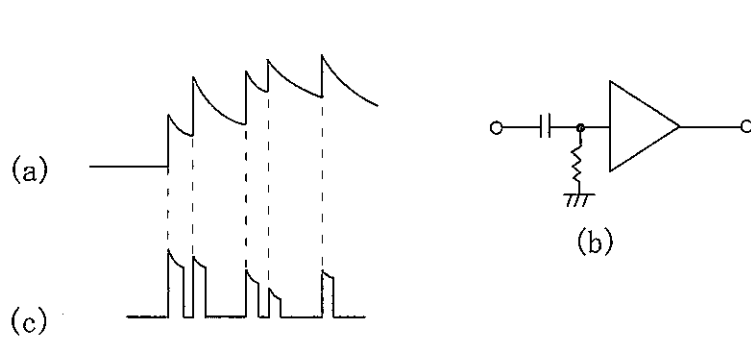


図 2.1.4-3 クリッピングの説明

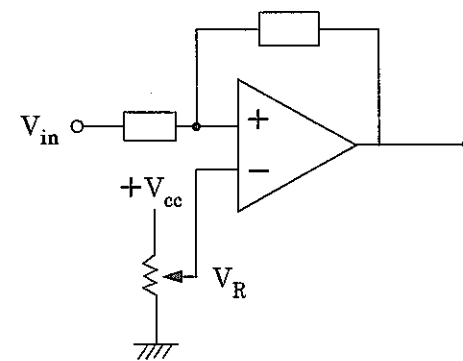


図 2.1.4-4 比較回路

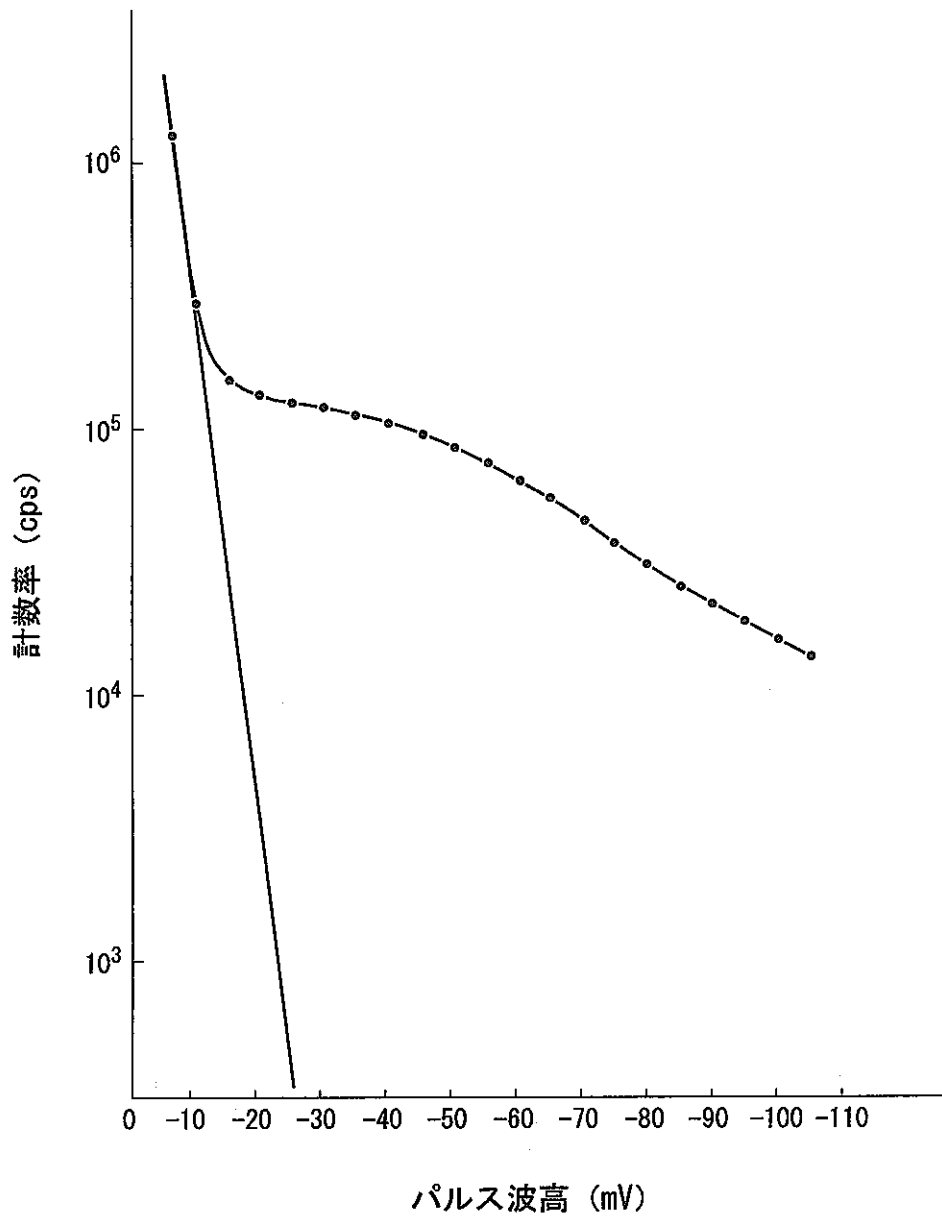


図 2.1.4-5 積分パルス波高分布

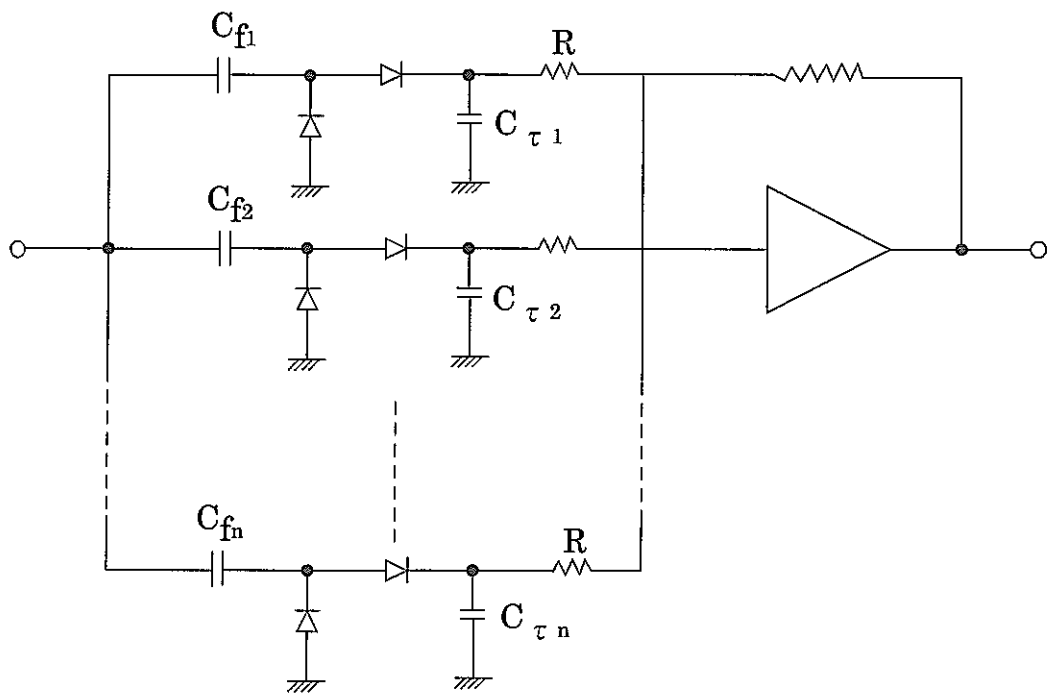


図 2.1.4-6 クックヤーボア回路

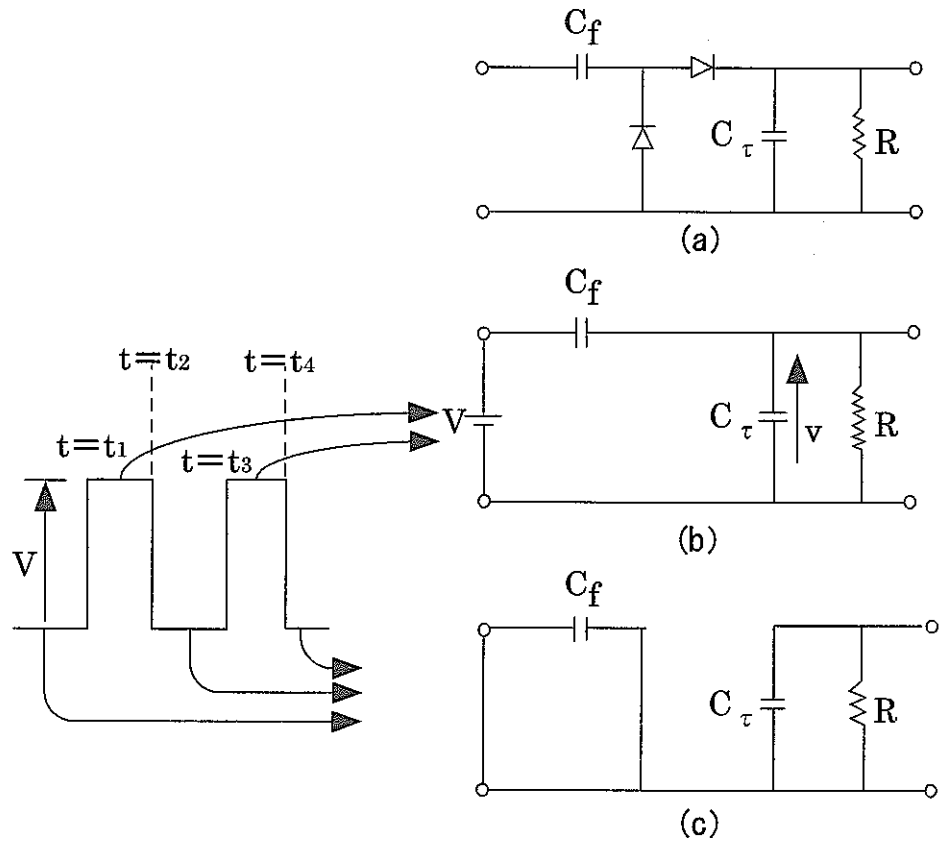


図 2.1.4-7 ダイオードポンプ回路の動作説明



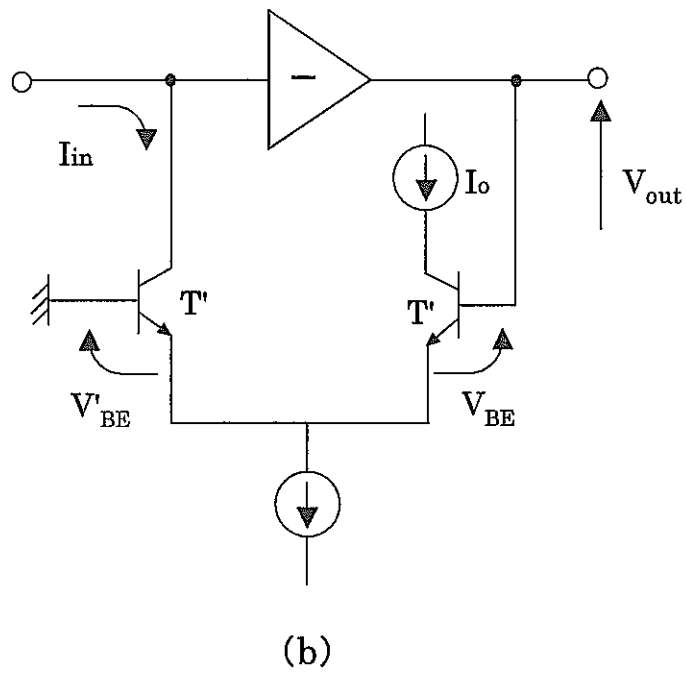
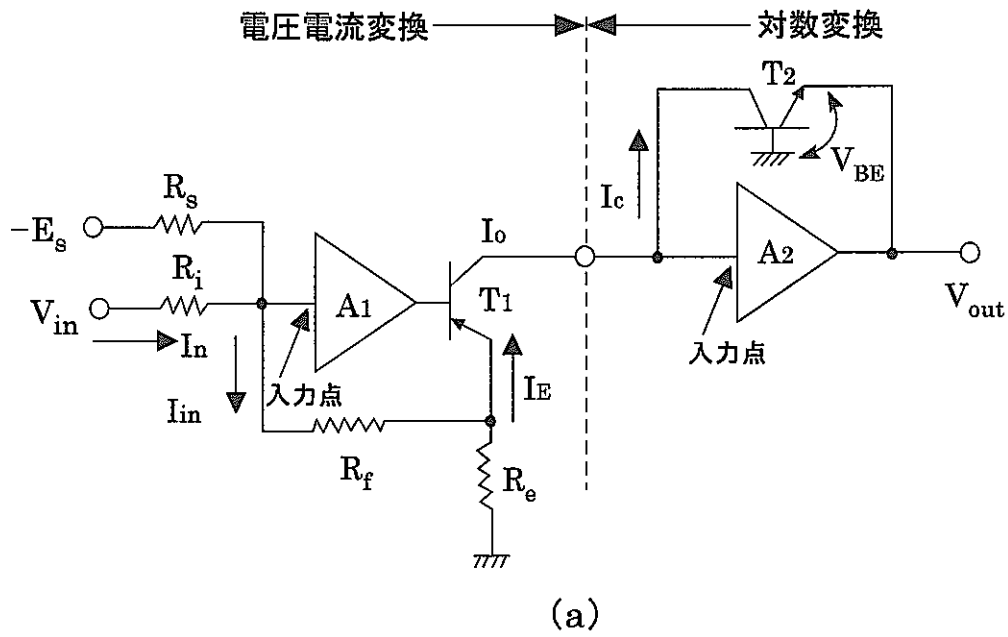
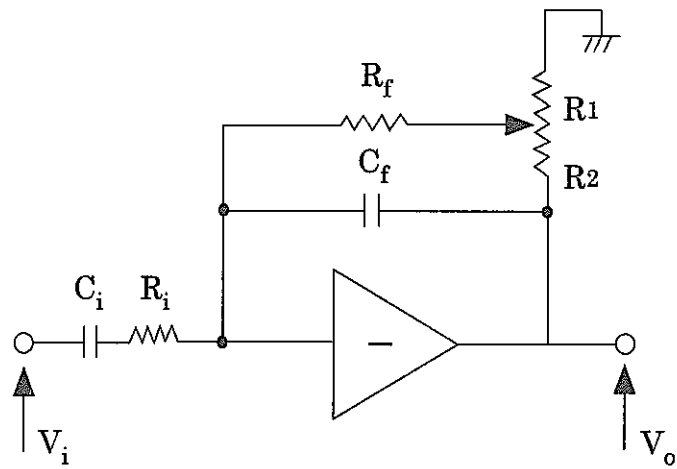
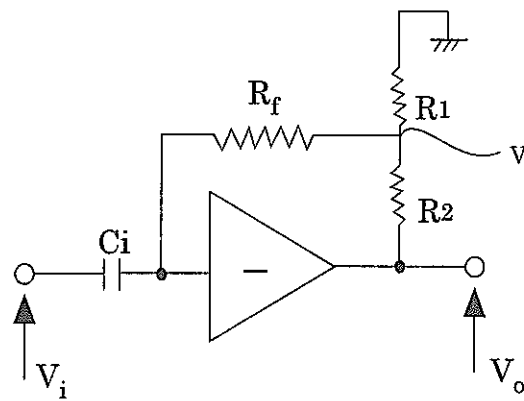


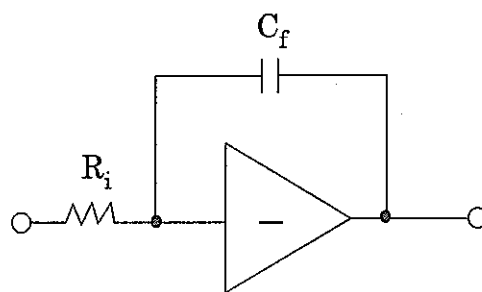
図 2.1.4-8 トランジスタを利用した対数化回路



(a) 不完全微分回路



(b) 低周波等価回路



(c) 高周波等価回路

図 2.1.4-9 ペリオド計の回路構成

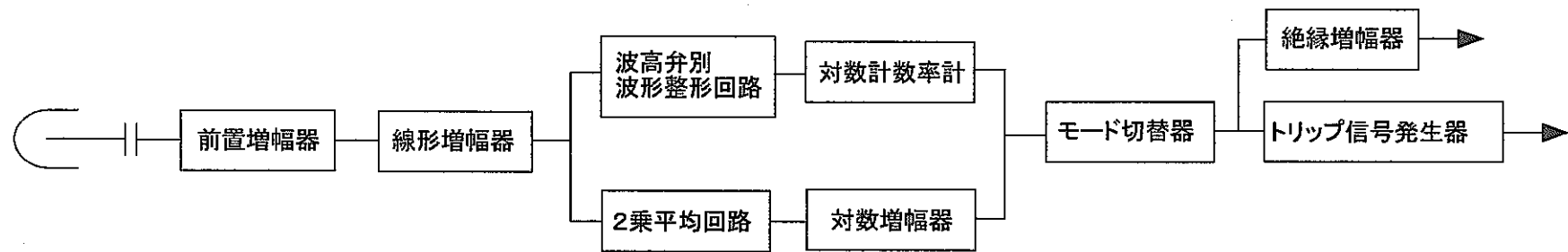
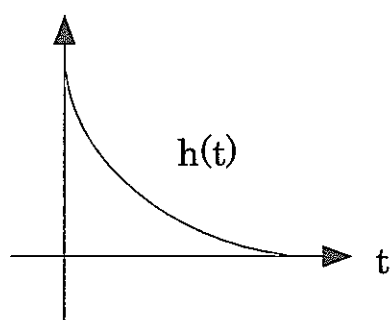
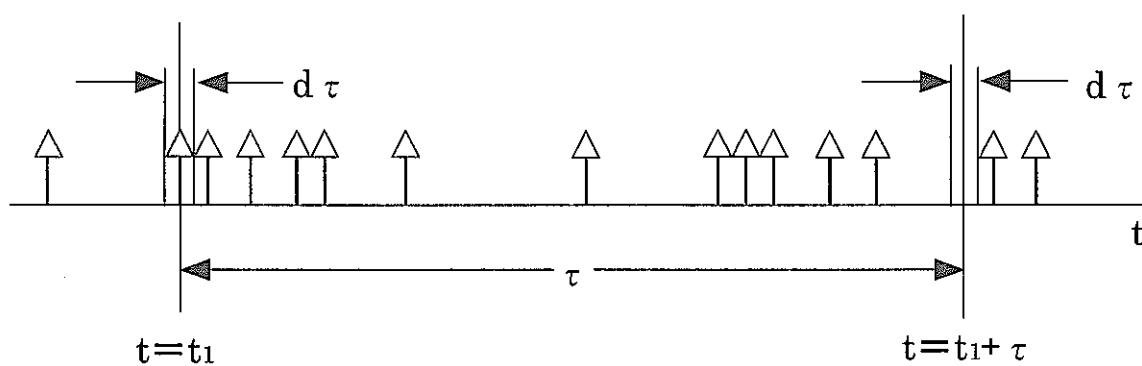


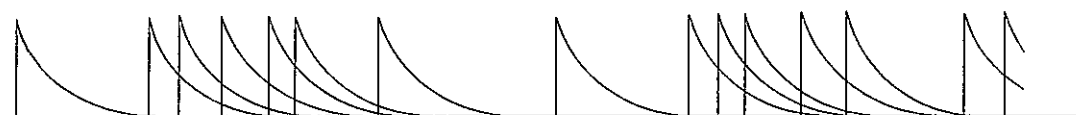
図 2.1.5-1 広域系の系統構成



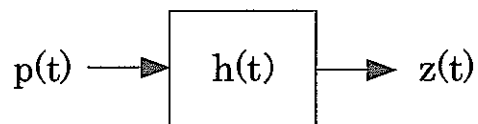
(a) 検出器出力単一パルス波形



(b) ポアソン単位インパルス列 $p(t)$



(c)  $h(t)$ パルス列 $z(t)$



(d)  $z(t)$ と $p(t)$ の関係

図 2.1.5-2 検出器出力パルス列の表現

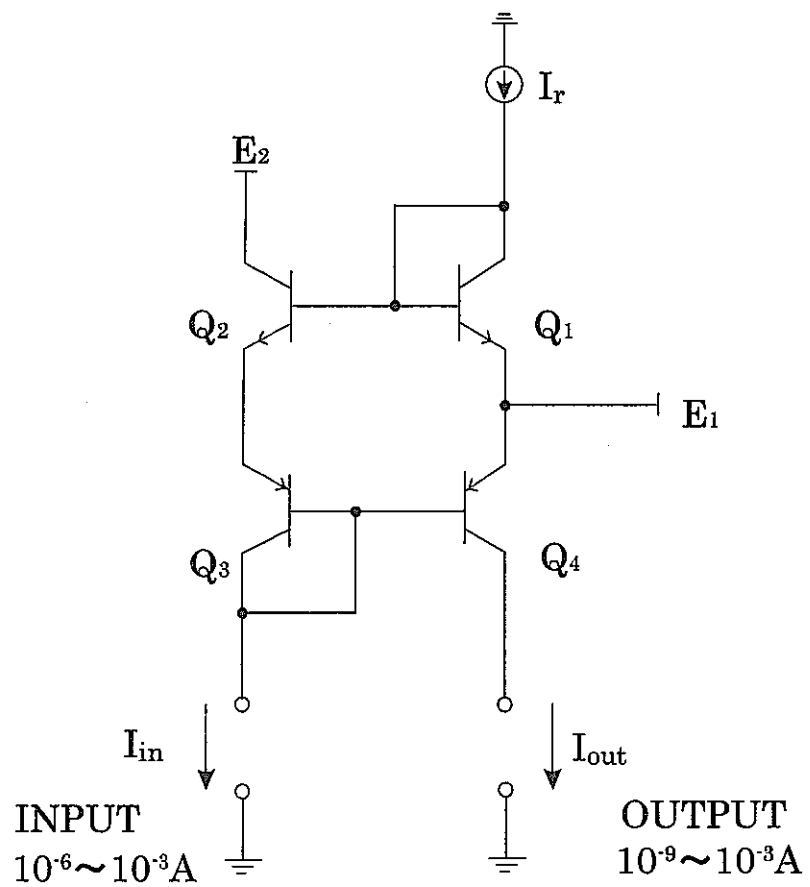


図 2.1.5-3 「もんじゅ」キャンベル系の2乗回路

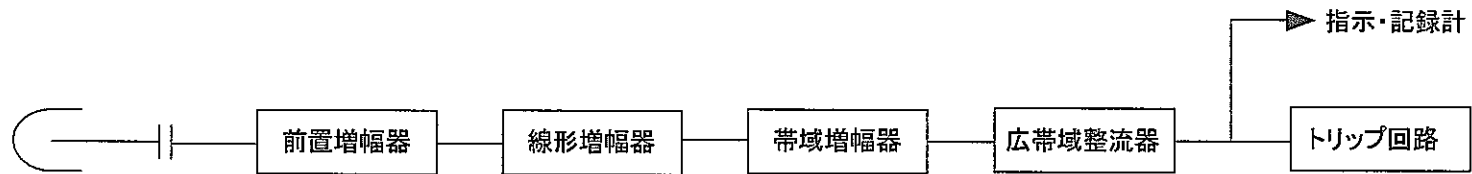


図 2.1.5-4 アベレージマグニチュード型キャンベル系の構成

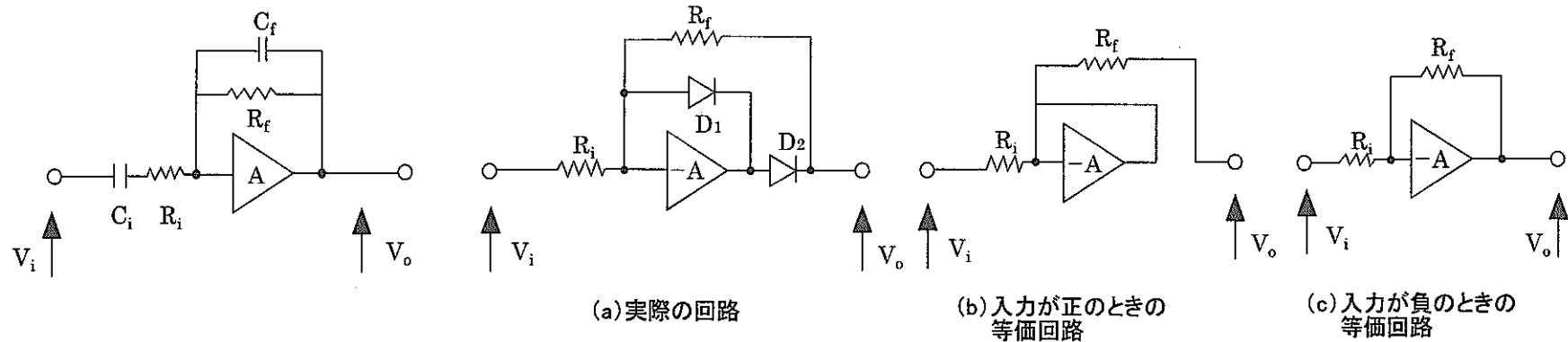


図 2.1.5-5 帯域増幅器

図 2.1.5-6 広帯域整流器

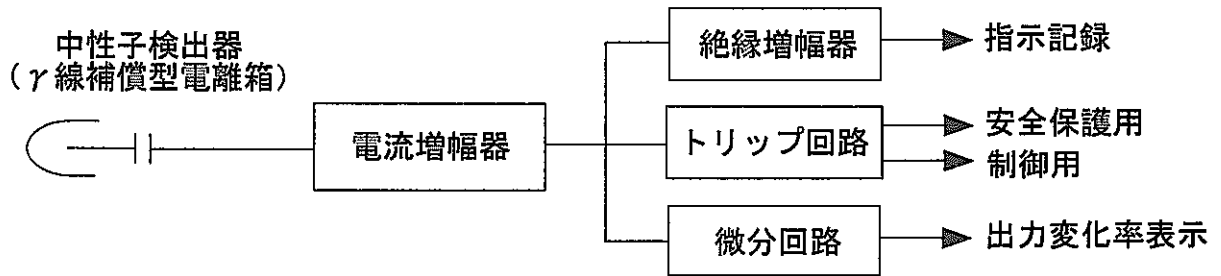


図 2.1.6-1 出力系の系統構成

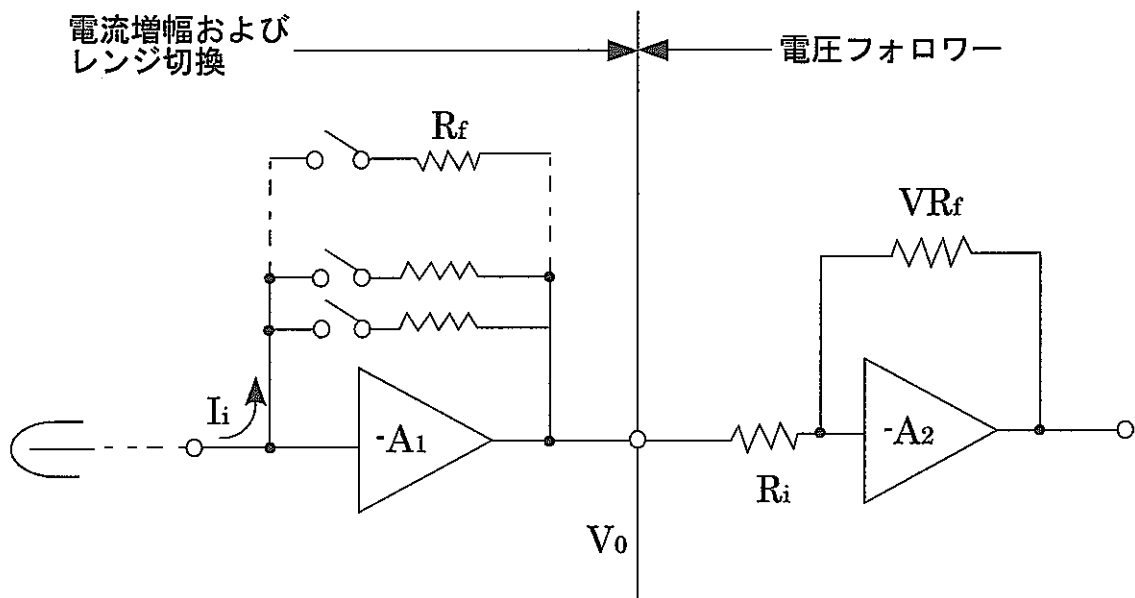


図 2.1.6-2 電流増幅器の構成

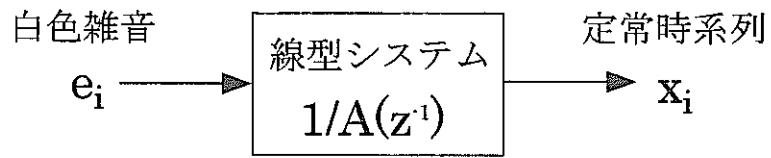


図 2.1.9-1 ARモデル

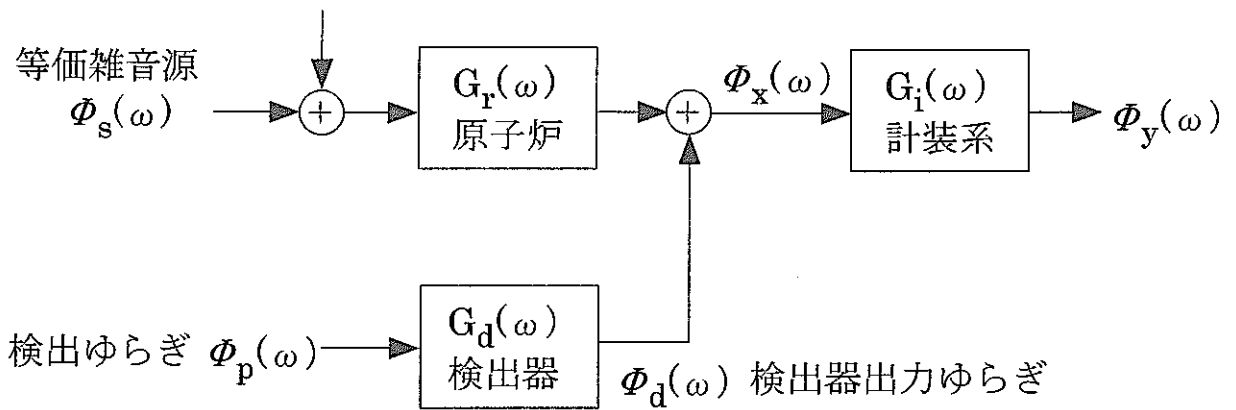
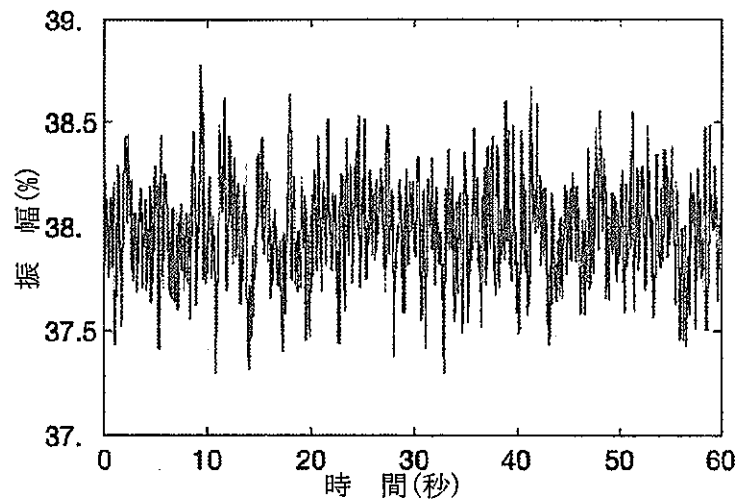
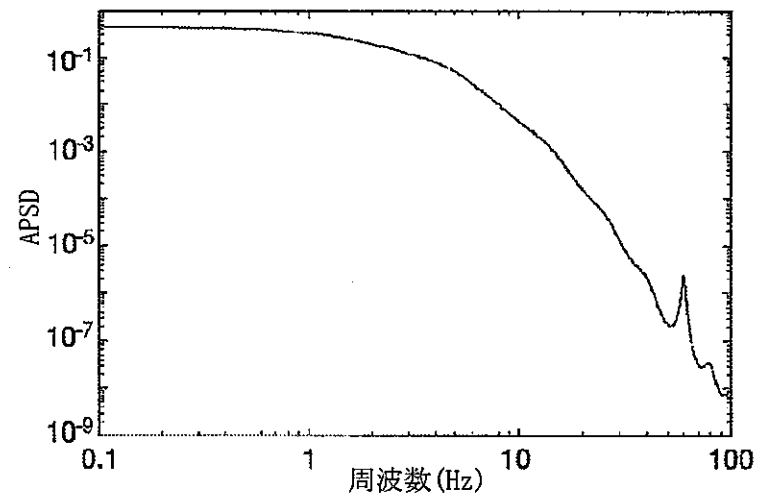


図 2.1.9-2 核計装の信号伝達ブロック線図

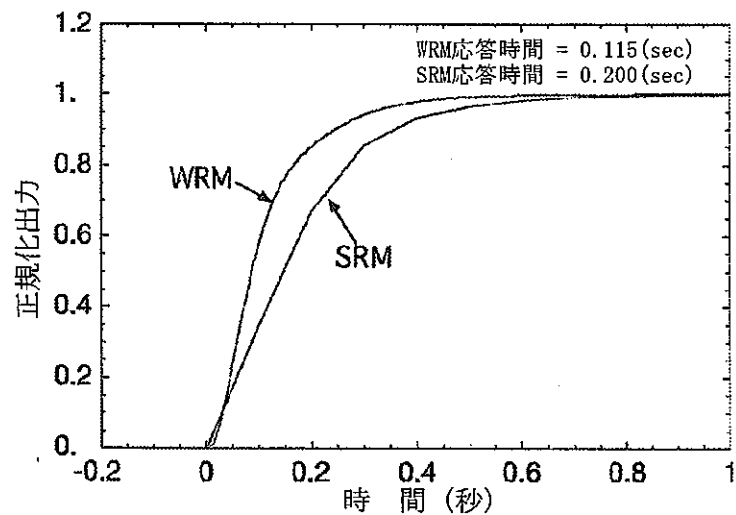




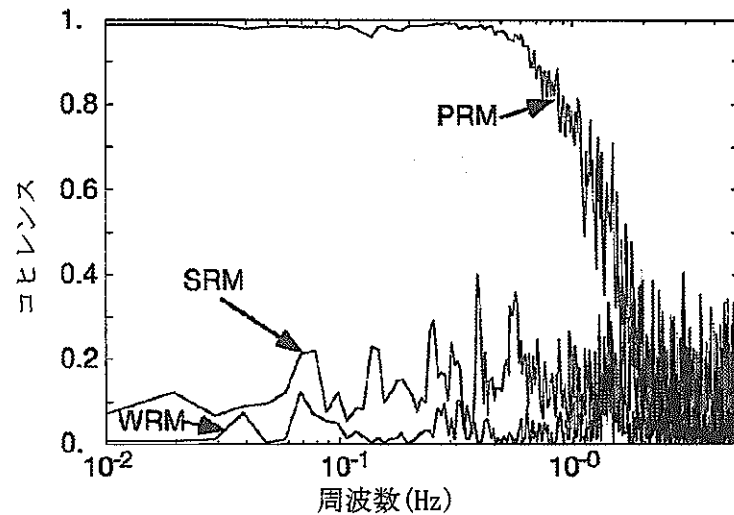
(a) 広域系増幅器の出力ゆらぎ



(b) 出力ゆらぎのパワースペクトル



(c) 広域系のステップ応答



(d) 各計装系出力のコヒーレンス

図 2.1.9-3 「もんじゅ」核計装の応答特性

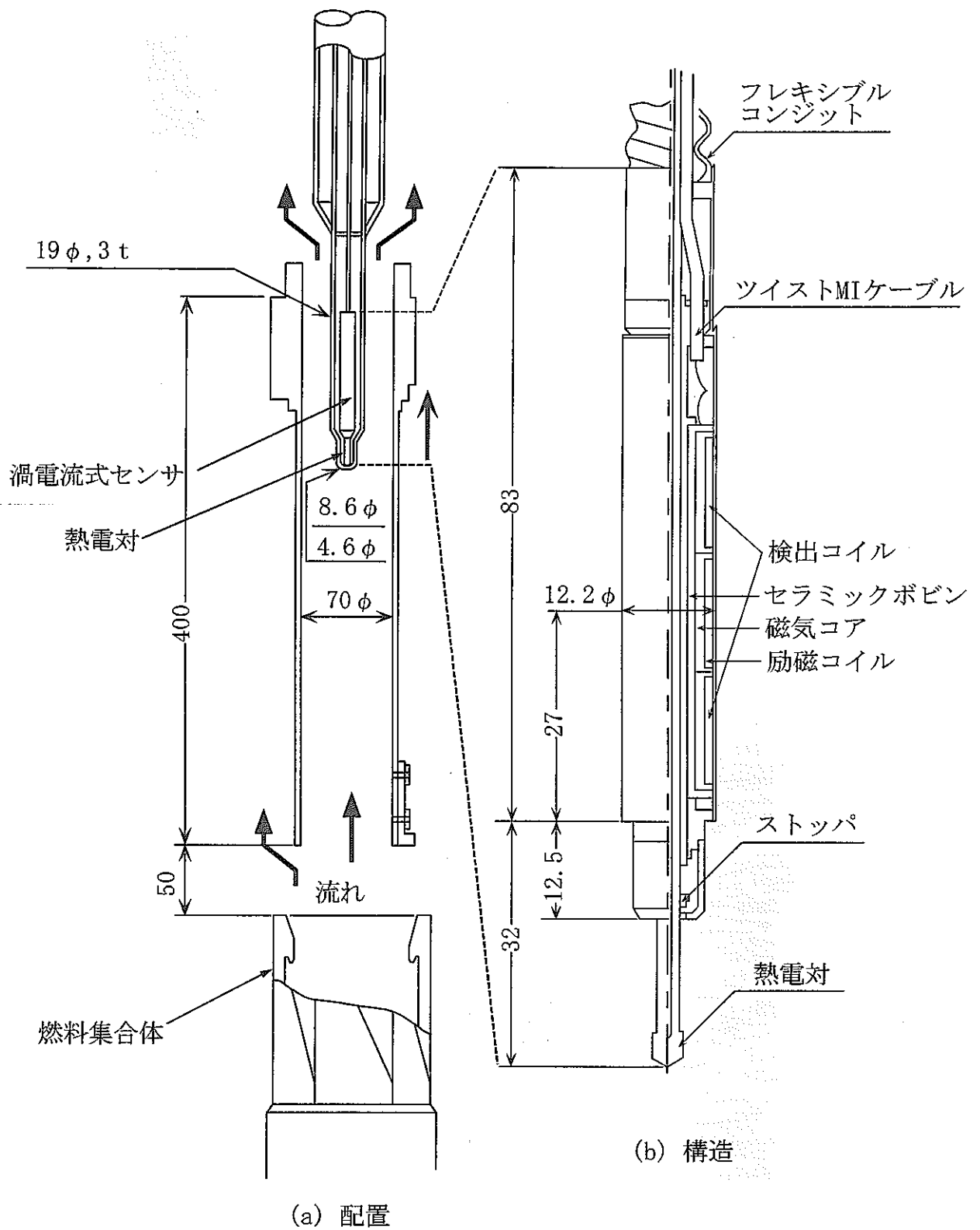
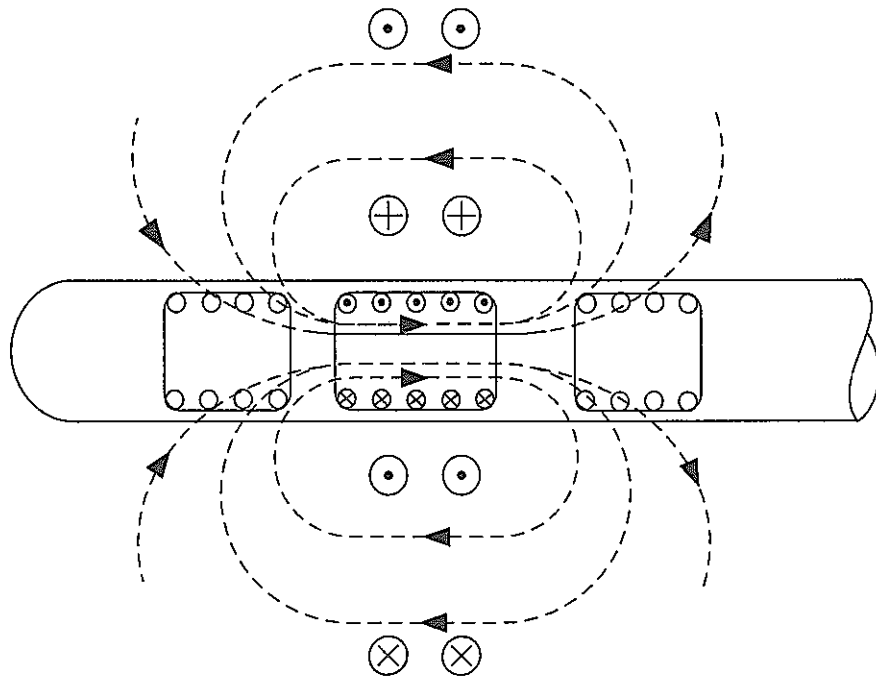
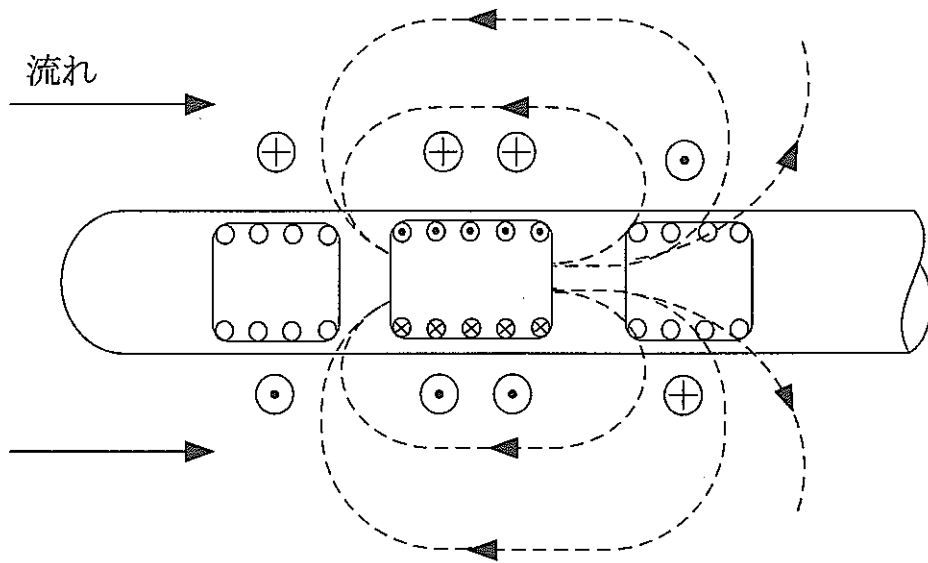


図 2.2.2-1 渦電流式センサの配置と構造



(a) 静止Na中



(b) 流動Na中

図 2.2.2-2 過電流式流速センサの原理

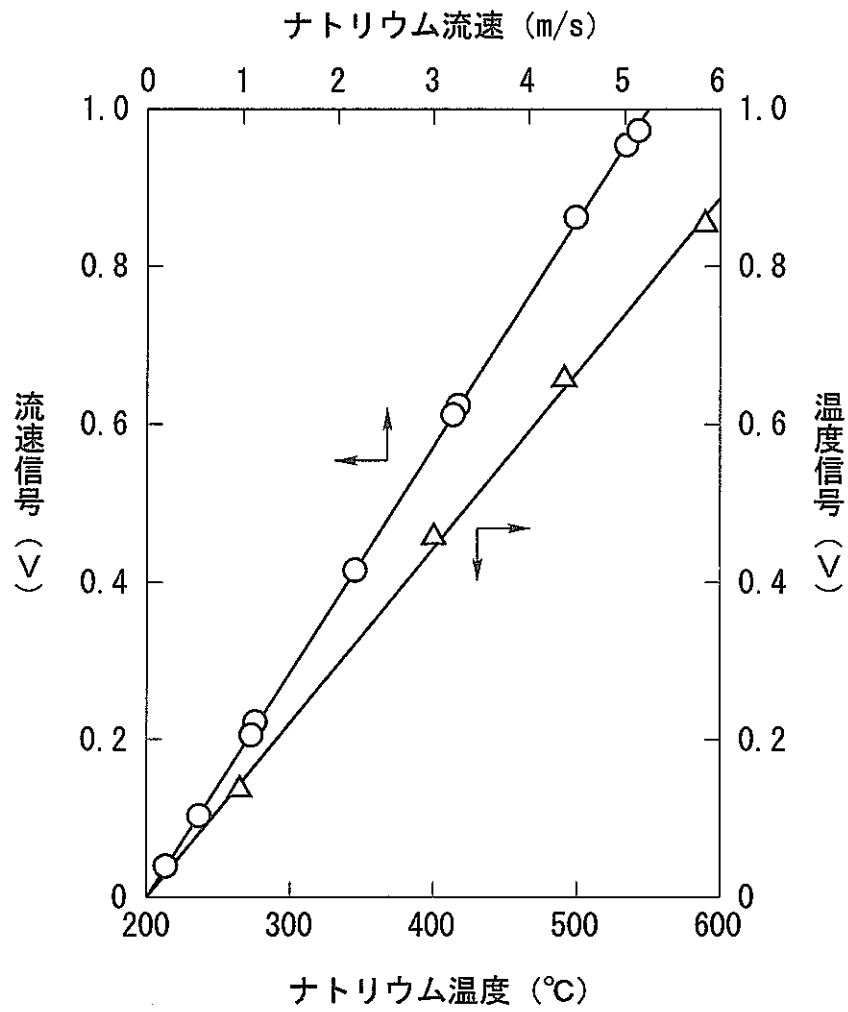


図 2.2.2-3 渦電流式センサの出力特性の実測例

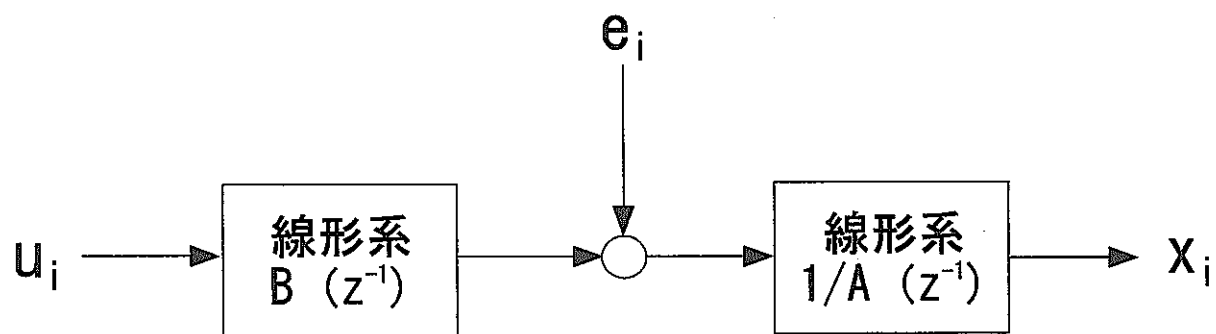
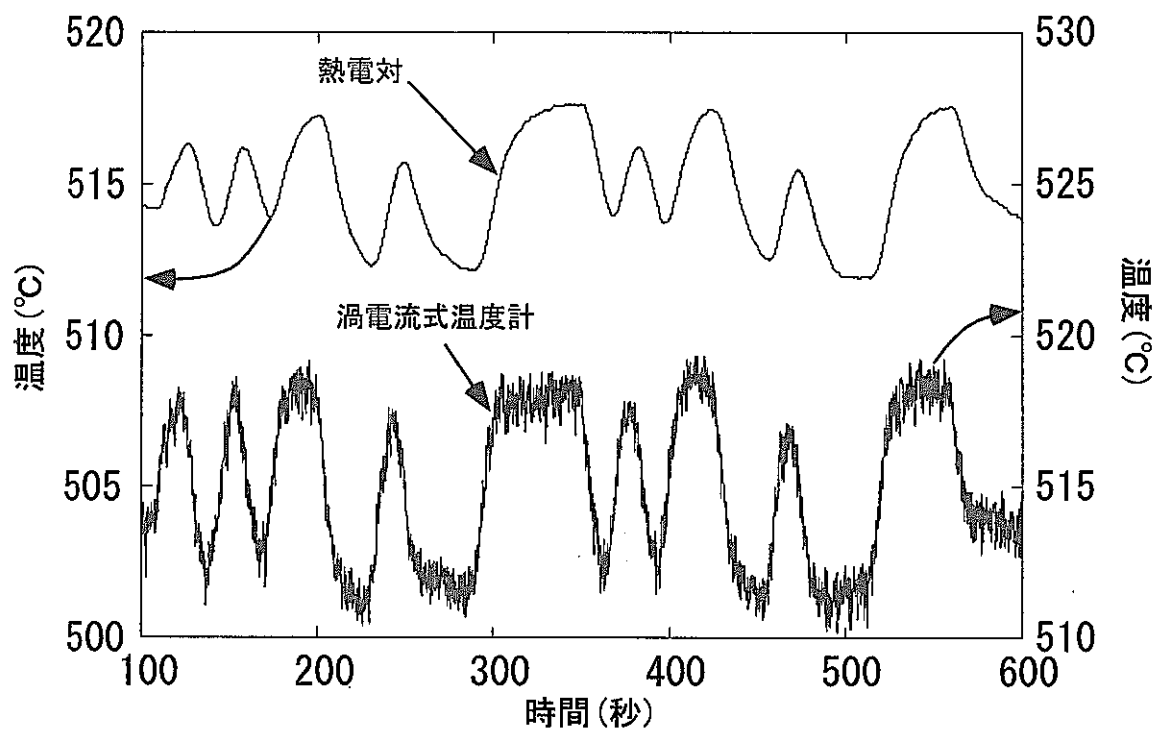
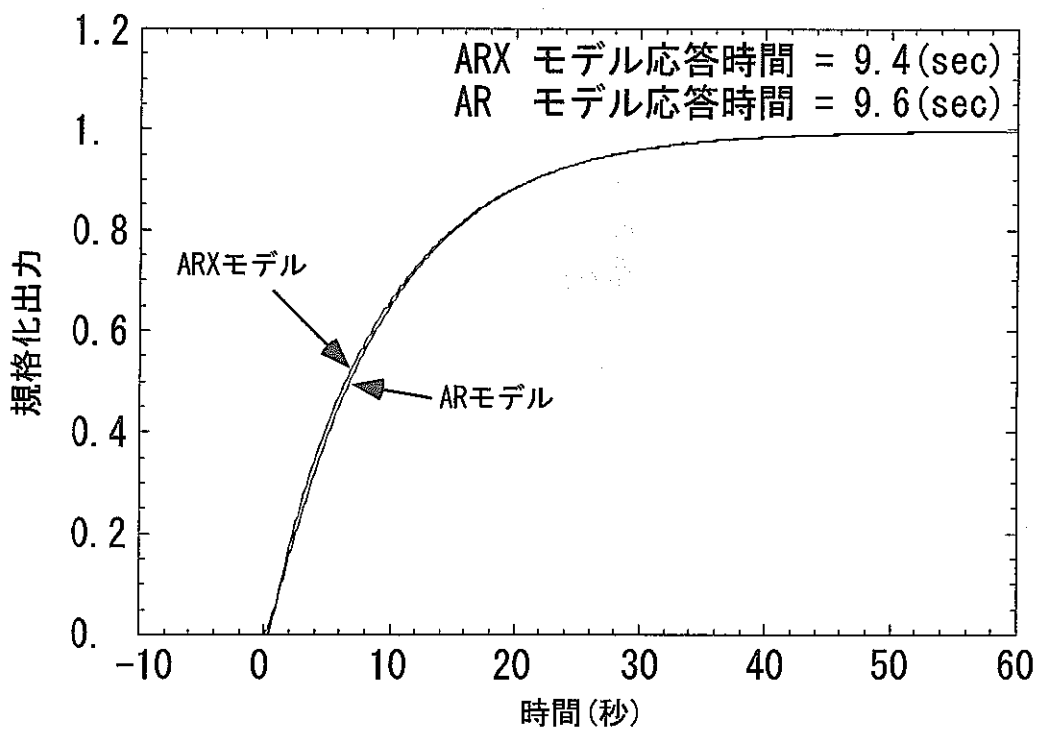


図 2.2.3-1 ARXモデル



(a) 制御棒のM系列励振時の変動



(b) ステップ応答

図 2.2.3-2 燃料集合体出口熱電対の応答特性

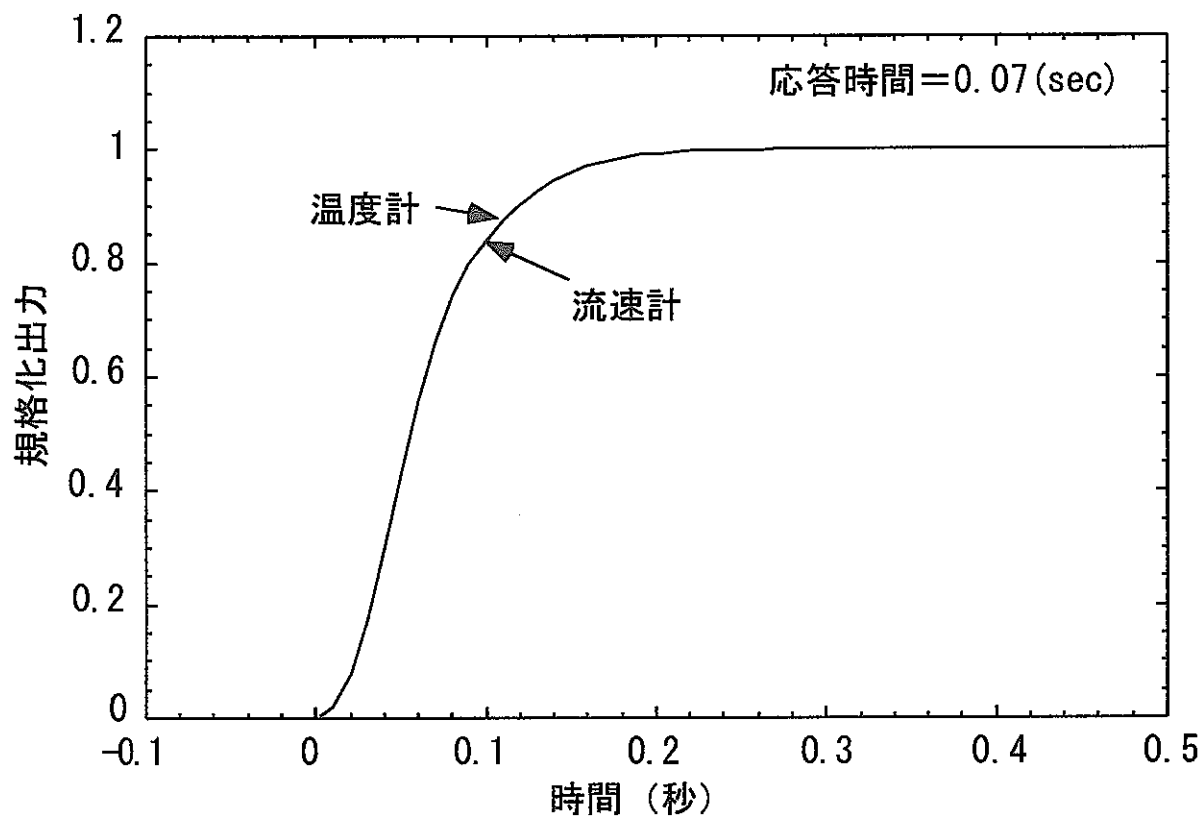


図 2.2.3-3 渦電流式温度／流速計の応答特性

## 第3章 プロセス計装<sup>(1)(2)(3)</sup>

プロセス計装という言葉の意味は、化学プラントなどの製品の製造プロセスにおける温度、流量、圧力などを計測するための装備と考えると分かり易い。原子炉の場合、プロセス計装とは、エネルギーの製造、輸送にかかるプロセスの計装から中性子などの放射線の計測に関する計装を除いたものを指す。本書では、炉内に設置される計装とナトリウム漏えい検出器や蒸気発生器伝熱管の水漏えい検出器もプロセス計装とは別に扱った。

液体金属冷却型高速増殖炉においても、プラントを安全かつ適切に運転するため、プラント各部の温度、流量、液位、圧力などのプロセス量を計測するための計装が設けられている。これらの計装品の中で、冷却材ナトリウムやアルゴンカバーガスのプロセス量の計測に用いられるセンサは、通常の工業プロセス用のものが使用できず新規開発されたものが多い。これらのセンサにおいても、一般の工業プロセス計装品同様に、精度、応答性、信頼性、安定性、耐環境性等の条件を具備していなければならない。これらに加え、原子炉施設に使用するセンサには、冷却材バウンダリの形成に対する厳しい要求がある。また化学的に活性なナトリウムは、空気中の酸素や水と反応するので、これに対する対策も必要である。その反面、ナトリウムが良導電体であるという性質を対象物理量の計測に利用できる利点もある。

以下では、ナトリウム系やアルゴンガス系に用いられる計装センサについて述べる。

### 3.1 温度計

ナトリウム冷却型高速増殖炉におけるプラント監視、制御および安全保護上の重要パラメータである冷却材温度の計測には、産業界における使用実績が豊富なシース熱電対が伝統的に用いられてきた。シース熱電対は冷却材バウンダリ形成のために設置されたウェルに挿入して用いられるのが一般的である。しかしながら、ウェルの折損により生じた原型炉「もんじゅ」のナトリウム漏えい事故後、冷却系の配管を貫通せずに管外表面から管内を流れるナトリウム冷却材の温度が計測できるセンサの必要性が認識され、超音波温度計の開発が行われた。

#### 3.1.1 熱電対

互いに異なる2種類の金属を接触させた場合に接触部に起電力を生じることが知られている。この接触起電力が接触部の温度が上がるにつれて大きくなるという性質を利用して温度を測るのが熱電対の原理である。異種金属でできた2本のリード線を接続して閉回路を形成する場合、一方の接点を高温にし、他方を低温に保つと接触起電力の差によって回路に電圧が生じる。これを熱起電



力と呼んでいる。閉回路を任意の点で開放し第3の金属でできたリード線を挿入するとき、その両端の接続点を同一温度に保てば、そこで発生する接触起電力は互いにキャンセルするので、第3のリード線の存在は熱起電力の測定に影響を与えない。一般には、低温側の接点を開放して電圧計を接続し、その温度を一定に保って、温度を測定すべきところに置いた高温側の接点との間の電圧を測定することにより温度を測定する。低温側を冷接点または基準点、高温側を温接点または測温点という。

熱電対を構成する金属の組み合わせには、クロメル・アルメル、鉄・コンスタンタン、白金・白金ロジウム等がある。熱電対の構造としては、測温点を構成すべく一端を溶接した2本の金属素線をアルミナ等で絶縁して長さ0.5mから2m程度のステンレス製のシースに収め、冷接点側はシース出口で開放して測定器などに接続できるようにしたシース熱電対が一般的である。温接点をシースに溶接した接地型と非接地型があるが、日本の高速炉では、雑音低減の観点から非接地型を使用している。測温点から電圧測定場所までの距離が遠い場合、熱電対と測定器の間を補償導線と言われる電線で繋ぐことが一般に行われる。補償導線は、それが使用される常温近辺では、熱起電力等の特性がそれを接続する熱電対の特性と同等であって熱電対より安価なもので作られる。

ナトリウム冷却高速炉では、ウェルに挿入したタイプのK型(クロメル・アルメル)シース熱電対が多用されており、通常の工業プロセスに用いるセンサをほとんどそのままナトリウム系用に転用した稀な例となっている。これは、精度や測定範囲等のK型熱電対の仕様がナトリウム冷却炉の設計要求に適合していること、また産業界での使用実績が豊富で信頼性や安定性などが実証されていること、さらにウェルの採用により冷却材バウンダリが容易に形成でき、耐放射線性も有していることによる。シース熱電対単体の精度としては現在0.4級(精度0.4%)程度のものが用いられるが、ウェルに装着した状態では、冷却材ナトリウムからウェルを介して熱電対に至る間の熱容量や熱抵抗が応答遅れや測定誤差の原因になる。したがって、熱電対に固有の開発要素はなかったが、ウェルに挿入したタイプの熱電対を液体金属冷却炉の温度計測センサとして採用するに当たっては、精度の確認等に加えて種々の条件における応答特性の試験が行われた。

ウェルに挿入したシース熱電対の応答は、シース熱電対単体の応答のほかにウェルの熱容量、ウェルからシースへの熱伝達特性および冷却材からウェルへの熱伝達特性の影響を受ける。応答を速くするため、シース熱電対、ウェルの形状は、応答時間の観点からは細径薄肉が望ましいが、径が小さく肉が薄くなるにつれて構造強度が小さくなるので、応答と構造強度の間のトレードオフが必要になる。さらに、ウェルからシースへの熱伝達特性はウェル内に充填する媒質の種類により変化

する。「もんじゅ」の冷却系の配管に設置されている温度センサでは、外径3~5mmのシース熱電対を温接点部の肉厚が3~4mmのウェルに挿入してスプリングで底面に押し付けている。ウェルとシースの間に生じる1mm未満のギャップ内を空気雰囲気とすることにより15秒程度の時定数となることが、開発段階の試験で確認されている。実機で使用している熱電対の精度や応答特性の確認も重要であり、ウェル挿入タイプの熱電対の場合は、取り外し校正や新品との交換が適宜行われる。K型熱電対は、均質性が高く互換性に優れているので、交換しても熱電対固有の問題は少ないが、据付状態が正常であることを確認することが肝要である。据付状態の確認には応答特性試験が有効と考えられ、炉内計装の検出器同様に、「もんじゅ」の原子炉出入口温度計などへのARモデルの適用を試みたが温度ゆらぎの速度が遅すぎて測定が不可能であった。

熱電対を収納するウェルの設計は、温度計測の観点からは計装技術者の担当領域であるが、冷却材バウンダリ確保の観点からは、構造設計者の分担領域である。「もんじゅ」の2次主冷却系温度センサでは、計装設計者と構造設計者の取り合いの接点であるウェルの設計の不具合からナトリウム漏えいが生じた。漏えいが生じた温度計でも、冷却材温度の計測が精確に行えるようにとの配慮から、熱電対の温接点を収納するウェルの先端ができるだけ配管の中心付近に位置するようにウェルを配管内に185mm差し込んだ構造とし(図3.1.1-1参照)、構造強度に対する要求を考慮してウェルの外形、寸法を決定したはずであったが、図3.1.1-2(a)に示すように流力振動による金属疲労のためウェルが折損してしまった。事後の調査で、設計段階で評価しなかった図3.1.1-2(b)に示すような対称渦の発生によってウェルが振動し、付け根に繰り返し応力がかかったことによる疲労破断であることが判明した。<sup>(4)</sup>さらに、その後の評価作業の中で、ウェルの管内への差し込み長さが大きくなると、流体抵抗力に起因してウェルに振動が発生しやすくなり、付け根にかかる応力も大きくなること、また、定常流の場合、配管内壁からある程度以上の距離の点の冷却材の温度は、管中心付近のそれと大差ないことなどが明らかにされた。これらを反映した「もんじゅ」2次主冷却系温度センサの改造設計では、図3.1.1-1に示すように、流力振動を防止するべく配管内へのウェルの差し込み長を短くし、また付け根を補強したテーパ付きウェルを採用している。<sup>(5)</sup>さらに、万一ナトリウムがウェル内に浸入したとしても後端を密閉し、外部に漏れ出さないような構造に改良した。

### 3.1.2 超音波温度計

熱電対ウェルのような配管内部への突起物を必要とせずに、配管の外側から、しかもより速い応答での管内ナトリウムの温度の計測を可能とする超音波温度計の開発が著者らによって行われた。

これまでに、ナトリウム試験施設においてその成立性が実証され、出力特性の長期安定性、信頼性および耐久性等の試験を行うため、「もんじゅ」の2次冷却系に設置することが計画されている。

超音波温度計は、ナトリウム中を伝播する音波の速度がナトリウムの密度すなわち温度に依存することを利用するものである。音波の速度 $V(\text{m})$ は、温度 $T(^{\circ}\text{C})$ の関数として次式のように表せることが知られている。

$$V = 2577 - 0.524T \quad (3.1.2-1)$$

超音波温度計では、図 3.1.2-1 に示すように配管の外部に設置したトランスジューサから超音波を送信して配管外部の対向する位置に設置したトランスジューサで受信し、音波のナトリウム中伝播時間すなわち伝播速度を測定してナトリウム温度を求める。音波のナトリウム中伝播時間を精確に求めるためには、音波が配管材料中を透過するのに要する時間の影響を除去しなければならない。これは、図 3.1.2-2 に示すように直達波が受信されてから 1.5 往復した反射波が受信されるまでの時間つまりナトリウム中を 1 往復する時間を測定することにより達成される。いま、音波が配管内ナトリウム中を 1 往復するのに要する時間を $t(\text{s})$ 、配管の内側直径を $D(\text{m})$ とすると音波の伝播速度 $V$ は、

$$V = 2D/t \quad (3.1.2-2)$$

と書ける。(3.1.2-1)、(3.1.2-2)からナトリウム温度 $T(^{\circ}\text{C})$ は

$$T = (2577 - 2D/t)/0.524 \quad (3.1.2-3)$$

となる。配管はナトリウム温度が変化すると膨張収縮し径が変化するのでその補正が必要になる。初期温度 $T_0(^{\circ}\text{C})$ における管内径を $D_0$ 、熱膨張率を $\alpha$ とすると温度 $T(^{\circ}\text{C})$ における内径 $D$ は

$$D = D_0(1 + \alpha(T - T_0)) \quad (3.1.2-4)$$

で表される。(3.1.2-3)に(3.1.2-4)を代入して解く方法もあるが、後述の通り $D_0$ 及び $\alpha$ の補正を必要とすることから、実用上は最初の $T$ を計算するときには1ステップ前に測定した $D$ を用い、以後順次新たに求めた $T$ 、 $D$ を用いて反復計算して収束させれば良い。

ナトリウム試験施設において得られた出力特性の例を図 3.1.2-3 に示す。図で補正前、後と表示しているのは、配管の膨張の補正前後を表す。開発試験の結果から、超音波温度計の計測精度は熱電対に匹敵することが確認されている。また、超音波温度計は、ナトリウムの流速、カバーガスの圧力、ナトリウム中不純物濃度の影響を受けないという結果も得られている。開発試験の経験から、配管の膨張の補正に必要な初期管径 $D_0$ は、当該超音波温度計の測定データから得られる超音波が1往復に要する時間 $t$ と、それとは別に設置した温度計で測定した $T_0$ を(3.1.2-3)に適用して求める

方が、寸法を直接測定するより精度が良いことが分かっている。膨張係数の測定も(3.1.2-4)式に基づいて行うことが推奨される。

4インチ配管超音波温度計の開発試験では、高温用超音波トランスジューサの採用により、取り付け部の温度を低くするために従来必要とされたガイド棒を不要にしたが、超音波のトランスジューサは、メカニカルに振動する部分をもったデリケートな装置であり、実プラント環境での耐久性が確認されなければならない。また、口径の大きい配管は内部に保有する冷却材の重みで変形することが考えられ、これが計測精度に及ぼす影響の評価が必要である。さらに、温度変化に対する配管の膨張・収縮の遅れが応答速さに及ぼす影響の評価も必要とされる。これらの課題の解決のため、実機規模の口径の配管における開発試験が必要と考えられ、「もんじゅ」の蒸気発生器出口配管に超音波温度計を設置することが計画されている。

超音波温度計を応用した計測の高度化の一つとして、配管内冷却材の温度分布の測定が上げられる。図3.1.2-1では1対のトランスジューサで超音波温度計を構成したが、管の外側円周上に多数個のトランスジューサを配置して一時に一つのトランスジューサから発信した超音波を他のすべてのトランスジューサで受信するようにし、発信に用いるトランスジューサを順次移動させて医療に用いられているCTの原理を適用すると管内冷却材の温度分布を求めることができるというものである。

### 3.2 流量計<sup>⑥</sup>

炉心の冷却能力低下は重大な事態を招く恐れがあるため、冷却材流量は原子炉出力とともに運転監視、制御、安全保護上の最重要パラメータである。このため、液体金属冷却炉の流量計としては、構造が簡単で堅牢であり信頼性が高いうえ、冷却材バウンダリの形成が容易な電磁流量計が用いられる。

電磁流量計同様に冷却材バウンダリの形成が容易な流量計として、超音波流量計がある。超音波流量計は、小型軽量で大口径配管の流量計測に適しており、試験施設における開発は完了している。これまでに、「常陽」の2次主冷却系に仮設され電磁流量計との相互比較が行われた実績があるが、超音波の送受信装置はデリケートであり、実用化までには実プラント環境での長期信頼性確認が必要である。現在のところ、超音波流量計には電磁流量計を凌ぐニーズはないが、今後計測の高度化に活用できる可能性がある。

高速炉の流量計について言及するとき、実流校正は是非とも取り上げるべき主題である。以下本節では、電磁流量計、超音波流量計に続き、実流校正法について述べる。

### 3.2.1 電磁流量計<sup>(7)</sup>

電磁流量計の原理は、磁界中を運動する導体には起電力が発生するというファラデーの電磁誘導法則の応用であり、良導体であるナトリウムの特質を最大限に活用したものである。すなわち、電磁流量計は、流路と直角に磁界をかけて、流体を流すと、管および磁界と直角な方向に、流速に比例した電圧が発生することを利用したもので、図 3.2.1-1 に示すように流路を形成する流動管、出力信号を取り出すための電極および磁界を発生するための磁石により構成される。

流動管は、冷却系の配管と同等仕様の直管で両端が冷却系配管に溶接されて据付けられるので、冷却材バウンダリを確保するうえでの信頼性が高い。電極は、鋼製で、磁界の中心を通り磁界および管軸と直交するように引かれた直線が流動管と交わる管外表面上の 2 点に対向して溶接により取り付けられるので、堅牢である。磁石は、流動管に近接して、磁界が管軸と直交しかつ管軸を含む平面に対して対称になるように設けられる。水用の電磁流量計用では、流体の分極の影響を排除するため交番磁界を用いるが、液体金属用では、流体の導電率が高いため顕著となる表皮効果の影響を避け、磁界が流動管中心部まで入り込むようにするため、永久磁石型か直流励磁型の電磁流量計が用いられる。図 3.2.1-2 に永久磁石型と直流励磁型の構造概念を示す。直流励磁型の場合、同図(b)に示すように、馬の鞍のような形に巻いたコイルを 2 個対向させて流動管に抱かせた鞍型コイルに直流電流を流して磁界を発生させる。永久磁石型は、構造が比較的簡単で小口径配管用として多く用いられているが、励磁電源が不要で電源喪失時の無停電電源確保に対する配慮が不要なため、「もんじゅ」では主冷却系の流量計にも図 3.2.1-2(a)に示すような構造の永久磁石型流量計を採用している。一方、鞍型コイル式は、磁石を形成するコイル部が軽量で、配管保温材の外側にコイルを配管と一体化して取り付けことができ、「常陽」の主冷却系流量計として採用されている。図 3.2.1-2(b)は、「常陽」の 1 次主冷却系に設置されているもので、内側配管と外側配管があるのは、原子炉停止時のナトリウム保温のため、これらの間の空隙に加熱窒素ガスを流すためである。図からは明らかでないが、主冷却流量計では永久磁石または励磁コイル一つにつき 3～5 対の電極を流動管の軸方向 100mm 前後の間隔で設置し信号の多重化、独立化を図っている。

電磁流量計の出力電圧は、流動管内の流速分布が軸対称で、管材の導電率が零であり、流路断面内で磁界の強さが一様で軸方向に無限に広がる理想的な場合、流動管の内側直径と磁束密度および断面平均流速の積に一致する。管材の導電率が零でなく、軸方向の磁界の拡がり有限な現実の場合、管材内や磁場端部の流体内に短絡電流が流れ、出力電圧は理想的な場合に比して下方にずれる。電磁流量計の設計や運用にあたっては、出力特性を支配する因子や特性を把握しておく必要がある。

電磁流量計の応答を定量的に把握することは高速炉の開発に着手して以来の懸案であったが、測定原理が電磁誘導現象に基づくために応答が速いとされ、問題となることはなかった。しかしながら、高速炉の大型化の検討の中で、流動管の大口径化に伴い応答の遅くなることが懸念され、応答特性の定量的検討に関心が集まった。

以下ではまず、流動管が導電性材料からなる電磁流量計の定常出力特性の表式を導き、その結果を、わが国の高速炉で実際に使用されている電磁流量計にあてはめて検証する。ついで、管材が絶縁材であるという仮定の下、応答特性の表式を導き、代表的な口径の電磁流量計を対象に数値解析により応答特性を求める。

## (1) 定常出力特性

### ①基礎方程式の解

流動管内の流速が図 3.2.1-3(a)に示すように分布するとき、電極を含む断面における誘導起電力は、流速の大きな管に中心付近で大きく、管壁付近では小さくなり、図 3.2.1-3(b)に示すような分布をする。この誘導起電力分布により管断面上では、図 3.2.1-3(c)に示すような循環電流が流れることになる。また、流動管が導電体で出来ている場合には、管にも電流が流れる。このため、流速と出力電圧の関係を求めるには、これらの事象を記述した方程式を解かねばならない。

電磁流量計で生起する電磁事象を解析して出力特性を求めるため、座標系を図 3.2.1-4 に示すように設定する。電磁流体力学的効果を見捨て、流れが定常で流速の時間的変化がなく、したがって磁束の時間的変化もないとした場合、流量測定部における電磁事象は、マクスウェルの電磁界方程式と一般化されたオームの法則により、次式のごとく記述される。

$$\text{rot } \mathbf{E} = 0 \quad (3.2.1-1)$$

$$\text{rot } \mathbf{B} = \mu \mathbf{j} \quad (3.2.1-2)$$

$$\text{div } \mathbf{B} = 0 \quad (3.2.1-3)$$

$$\mathbf{j} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (3.2.1-4)$$

ここで、 $\mathbf{E}$  ; 電界             $\mathbf{B}$  ; 磁束密度、 $\mu$  ; 流体の透磁率、  
 $\mathbf{j}$  ; 電流、             $\mathbf{v}$  ; 流速、 $\sigma$  ; 流体の導電率

(3.2.1-1)式より、電位  $U$  が存在し次式で、

$$\mathbf{E} = -\text{grad } U \quad (3.2.1-5)$$

と表される。また(3.2.1-2)式より次式が得られる。

$$\text{div } \mathbf{j} = 0 \quad (3.2.1-6)$$

(3.2.1-4)式の div をとり(3.2.1-5)、(3.2.1-6)式を代入すると

$$\begin{aligned}\nabla^2 U &= \operatorname{div}(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \\ &= \mathbf{B} \operatorname{rot} \mathbf{v} - \mathbf{v} \operatorname{rot} \mathbf{B}\end{aligned}\quad (3.2.1-7)$$

となる。外部磁界が誘導電流による磁界の影響を受けないとき、流体の動きと誘導電流の方向は直角であるので上式の第2項は零となり次式が得られる。

$$\nabla^2 U = \mathbf{B} \operatorname{rot} \mathbf{v} \quad (3.2.1-8)$$

上式が流体の速度と電位の関係を与える基礎方程式であり、図 3.2.1-4 の座標系で外部磁界を  $B_0$  とすると

$$B_0 = B_x = |\mathbf{B}|, \quad B_y = B_z = 0 \quad (3.2.1-9)$$

$$v = v_z = |\mathbf{v}|, \quad v_x = v_y = 0 \quad (3.2.1-10)$$

であるので、(3.2.1-8)は

$$\nabla^2 U = B_0 (\partial v / \partial y) \quad (3.2.1-11)$$

となる。ここで、管内の流速分布は管軸に対して対称であるという現実的な仮定を導入し、図 3.2.1-4 に示した円筒座標を用いると、 $x^2 + y^2 = r^2$ 、 $y = r \sin \theta$  の関係より、上式から次式が得られる。

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \theta^2} = B_0 \frac{\partial v}{\partial r} \sin \theta \quad (3.2.1-12)$$

上式の解は

$$U(r) = Z(r) \sin \theta \quad (3.2.1-13)$$

となることが予想され、これを(3.2.1-12)式に代入すると

$$r^2 Z'' + rZ' - Z = r^2 B_0 v' \quad (3.2.1-14)$$

となり、これを変形し次式を得る。

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial Z}{\partial r} - rZ \right) = r^2 B_0 \frac{\partial v}{\partial r} \quad (3.2.1-15)$$

この式を  $r$  に関し中心から管の内側半径  $a$  まで積分し、断面平均流速  $v_m$  に関する

$$\pi a^2 v_m = \int_0^a 2\pi r v(r) dr \quad (3.2.1-16)$$

なる関係を適用すると

$$a^2 Z'(a) + aZ(a) = a^2 B_0 v_m \quad (3.2.1-17)$$

ここで出力電圧に及ぼす管壁の効果を考慮するため、図 3.2.1-5 に示すように内径  $a$ 、外径  $b$  の管を考え、管壁中の電位を  $U_w$  と表すと、流速  $v$  が零であるので(3.2.1-12)式より

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial U_w}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U_w}{\partial \theta^2} = 0 \quad (3.2.1-18)$$

が成立する。  $U_w$  を

$$U_w = (C_1 r + C_2/r) \sin \theta \quad (3.2.1-19)$$

とおくと、これは(3.2.1-18)式を満たす。(3.2.1-12)、(3.2.1-19)式の  $Z$ 、 $C_1$ 、 $C_2$  は(3.2.1-17)式と以下の境界条件から求まる。

$$U(a) - U_w(a) = \tau \sigma (\partial U / \partial r) \Big|_{r=a} \quad (\text{流体と管壁の電位差}) \quad (3.2.1-20)$$

$$\sigma (\partial U / \partial r) \Big|_{r=a} = \kappa (\partial U_w / \partial r) \Big|_{r=a} \quad (\text{定常電流の連続}) \quad (3.2.1-21)$$

$$(\partial U_w / \partial r) \Big|_{r=b} = 0 \quad (\text{管壁外表面の電位勾配零}) \quad (3.2.1-22)$$

ただし、 $\tau$  ; 流体と管壁の接触抵抗、 $\kappa$  ; 管の導電率

電磁流量計の出力電圧  $V$  は、電位  $U_w$  から次式のように求まる。

$$\begin{aligned} V &= U_w(r=b, \theta=\pi/2) - U_w(r=b, \theta=-\pi/2) \\ &= 2U_w(r=b, \theta=\pi/2) \end{aligned} \quad (3.2.1-23)$$

上述の手順で求めた  $C_1$ 、 $C_2$  を(3.2.1-22)式に代入し、上式から

$$V = K_1 2aB_0 v_m = \frac{2ab}{(a^2 + b^2) + (\kappa/\sigma)(1 + \sigma\tau/a)(b^2 - a)} 2aB_0 v_m \quad (3.2.1-24)$$

を得る。この式は、磁界が流動管の軸方向に十分な長さを有する場合に、流速分布の軸対称性を仮定して得られた電磁流量計の定常出力特性を表す。ここで、出力電圧  $V$  が断面平均流速  $v_m$  に比例することは注目に値する。この性質ゆえに、流速分布が軸対称でさえあれば、分布形がどうであっても流量計測の成立性が保証されるからである。つぎに、管壁が絶縁体すなわち  $\kappa=0$  で  $a=b$  のときには(3.2.1-24)から  $V=2aB_0 v_m$  となり、流動管の直径  $2a$  に長さが等しい導線が磁界  $B$  中を断面平均流速に等しい速度  $v_m$  で運動するときに誘起する起電力に等しくなる。すなわち、管材が絶縁体の電磁流量計の出力電圧は電極間を結ぶ直線上に誘起した起電力の総和になる。管が導電体でできているときには、 $K_1 \leq 1$  であり、 $\kappa/\sigma$ 、 $b/a$  が大きくなる程  $V$  は  $2aB_0 v_m$  より小さくなる。

## ②磁場端部効果

以上の議論の基礎となった方程式を導くにあたっては、流動管内の流体中を流れる循環電流が作る磁界は、外部磁界と直交し電位に影響を与えないと仮定した。しかしながら、この仮定は磁場端部では成立しない。磁場が流動管軸方向に図 3.2.1-6(a)に示すような拡がりをもつ場合、磁界が零になったところでは、誘起起電力が零になるので、図 3.2.1-6(b)に示すような短絡電流が流れるこ



となる。端部短絡電流の出力特性への影響を正確に評価しようとする、これまで与条件としていた磁界を変数として扱う必要がある。解析の困難さのために、流動路が円管の体系で磁界を変数として扱った例はこれまでにないが、矩形ダクトや両側が無限遠まで続く平板の間の流れ等の解析から円管の場合を類推している。<sup>(8)(9)</sup>それらの結果は以下のように要約される。

端部短絡電流は、上流側では外部磁界を減じる方向に、下流側では増す方向に作用し、結果として外部磁界が下流側へ引っ張られるように歪む。歪の影響が電極の取り付け位置におよぶと、磁束が減少し出力が低下する。磁場端部の短絡電流による出力の補正係数を  $K_2$  とすると電磁流量計の出力は次式で表される。

$$V = K_1 K_2 2aB_0 v_m \quad (3.2.1-25)$$

流速が大きくなると短絡電流も大きくなる結果、磁界の歪も大きくなり、従って  $K_2$  が小さくなる。これは、出力特性に非直線をもたらす。また、管径に対する磁界が一様な部分の長さの比を表すアスペクト比  $S$  が  $\infty$  のとき、 $K_2$  は 1 で、 $S$  が小さくなるにつれて端部短絡電流の出力への影響の程度が大きくなり、 $K_2$  が小さくなる。したがって、 $S$  が小さくなるにつれて出力特性の非直線性が大きくなる。端部短絡電流の影響が顕著になると、電磁流量計の出力は、流速分布の影響を受けるようになる。速度分布の影響を 0.5% 以下にするためには、 $S \geq 1.5$  とする必要がある。管壁が導体のときには、管壁を流れる短絡電流が端部効果を助長するので  $S$  に余裕をみておく必要がある。 $S \approx 3$  程度になると  $K_2 \geq 0.995$  となり磁場端部の影響は無視できる。

### ③流速が一般的な分布を持つ場合

ここまでの議論では、流速分布は軸対称であることを仮定した。流速が一般の分布をもつ場合に、管壁が絶縁体でできている電磁流量計の出力特性を求める問題は、境界条件

$$v(a) = 0, \quad \sigma(\partial U / \partial r) \Big|_{r=a} \quad (3.2.1-26)$$

のもとで(3.2.1-11)式を解くことに帰着する。この解は、管断面上における各点における出力電圧への寄与を表す重み関数  $W$  と、対応する各点における速度  $v$  との積の全断面にわたる積分として次式のように求められることが示されている。<sup>(7)</sup>

$$V = \frac{2B_0}{\pi a} \iint_S v(x, y) W(x, y) dx dy \quad (3.2.1-27)$$

$S$  ; 管の全断面にわたる積分

ここで  $W(x, y)$  は

$$W(x, y) = \frac{a^4 + a^2(x^2 - y^2)}{a^4 + 2a^2(x^2 - y^2) + (x^2 + y^2)^2} \quad (3.2.1-28)$$

であり、この関数のグラフを図 3.2.1-7 に示す。この図から明らかなように、揺らぎ等に起因する逆方向の流れが電極付近に存在したとすれば、その  $W(x, y)$  が大きいと、出力電圧の落ち込みや最悪の場合には負の出力となることも懸念される。しかしながら、それは極めて悲観的な見方であり、全断面の重み付加算が負になる確率は限りなく零に近いであろう。管壁が導電性であれば、電極付近の流れが出力に寄与する重みは減少するし、管の曲がり等の流れの乱れの原因となるものから十分に距離を取れば、流速分布は十分に軸対称であると考えられる。

#### ④実際の電磁流量計の出力特性

以上の結果を、わが国の高速炉で実際に使用されている電磁流量計にあてはめ、出力特性を求めてみよう。

表 3.2.1-1 に「常陽」の 2 次主冷却系で実際に使用している電磁流量計の仕様を示す。この電磁流量計について出力特性を見てみよう。表から、定格流量  $1600 \text{ m}^3/\text{h}$  における断面平均流速は  $6.063 \text{ m/h}$  と計算され、このときの  $2aBv_m$  は、

$$2aBv_m = 6.088 \times 10^{-3} \quad [\text{V}] \quad (3.2.1-29)$$

になる。  $K_1$  を求めるため温度依存性をもつパラメータ  $\sigma$ 、 $\tau$ 、 $\kappa$  を知る必要がある。  $\sigma$  [ $\mu\Omega \cdot \text{cm}$ ] は温度  $t^\circ\text{C}$  に対して次式で与えられる。<sup>(10)</sup>

$$1/\sigma = 6.144 + 3.504 \times 10^{-2}t + 5.695 \times 10^{-3}t^2 + 1.667 \times 10^{-8}t^3 \quad (3.2.1-30)$$

流体と管壁の接触抵抗  $\tau$  は管壁が完全に濡れたステンレス管に対し、 $130 \leq t \leq 460$  の範囲で  $0.24 [\mu\Omega \cdot \text{cm}^2]$  である。<sup>(10)</sup> 管の導電率  $\kappa$  については、その逆数の抵抗率がインコネル社の規格により、表 3.2.1-2 のごとく与えられている。対象電磁流量計の使用温度  $340^\circ\text{C}$  で  $1/\sigma$ 、 $\tau$ 、 $1/\kappa$  を求めると

$$1/\sigma = 19.4 \quad [\mu\Omega \cdot \text{cm}] \quad (3.2.1-31)$$

$$\tau = 0.24 \quad [\mu\Omega \cdot \text{cm}^2] \quad (3.2.1-32)$$

$$1/\kappa = 96.5 \quad [\mu\Omega \cdot \text{cm}] \quad (3.2.1-33)$$

となり、(3.2.1-24)式から  $K_1$  は

$$K_1 = 0.991 \quad (3.2.1-34)$$

したがって、 $2aBv_m$  を  $K_1$  で補正した出力電圧  $E$  は次式のごとくになる。

$$E = K_1 2aBv_m = 6.03 \times 10^{-3} \quad [\text{V}] \quad (3.2.1-35)$$

一方、この電磁流量計の実流校正結果は、図 3.2.1-8 に示すように  $1200\text{m}^3/\text{h}$  以下の流量域では、設計仕様に一致する  $6.00\text{mV}/1600\text{m}^3/\text{h}$  の直線となっている。したがって、この領域での  $K_2$  として、 $K_2 = 6.00/6.03 = 0.955$  が得られる。 $1200\text{m}^3/\text{h}$  より高流量領域で観察される非線形性は磁場端部の短絡電流の影響と考えられる。温度の低い方で非線形性が大きい、この原因は、温度の低いときには高いときに比べてナトリウムの導電率が大きく、したがって短絡電流が大きくなるためと考えられる。

大洗工学センターが開設されてナトリウムループにおける各種試験が行なわれていた頃、流動管の内面に不純物が堆積して流体と管壁の接触抵抗が増加し、電磁流量計の出力が低下するという現象が生じた。その後は、このときの経験を反映してループ運転初期のフラッシングを徹底し、純度管理を厳正にした結果、同様の事象は生じていない。

## (2) 応答特性<sup>(11)</sup>

電磁流量計の応答を実験的に把握しようとする試みについては、これまでに鋼製パイプにアルミ棒を急速挿入して流体の流れを模擬する方法が米国で試験され、出力電圧のゆらぎに自己回帰モデルを適合させる応答測定法が後述するように著者らによって試験された。しかしながら、いずれも十分な成果を得るに至っていない。電子計算機を用いた数値解析も、現在のところは定常出力特性の解析までで、過渡特性の解析例は見られない。数値シミュレーション技術の発達した現代では、過渡出力特性の数値解析も困難ではないが、問題を力づくで解く数値解析は時として物理的洞察を困難にし、本質に対する見通しを失わせる。電磁流量計の応答特性を支配する因子を明確にし、応答に対する直感的洞察を得るという意図の下、マクスウェルの電磁界方程式を解析的に解いて応答特性を求める。

### ①基礎方程式の解

応答特性の解析を実施するための座標系を、定常特性を導いたときと同様に、図 3.2.1-4 に示すように設定する。定常特性の解析では、流れが定常で流速の時間的变化がなく、従って磁束の時間的变化もないとしたが、ここでは過渡特性の解析を行うので、流速も磁束も時間的に変化するとして出発する。この場合、(3.2.1-1)式で零とおいた右辺は、 $t$  を時間変数として  $-\partial\mathbf{B}/\partial t$  となり、流量測定部における電磁事象を記述したマクスウェルの電磁界方程式と一般化されたオームの法則を再掲すると次式のごとくなる。

$$\text{rot}\mathbf{E} = -\partial\mathbf{B}/\partial t \quad (3.2.1-36)$$

$$\text{rot}\mathbf{B} = \mu\mathbf{j} \quad (3.2.1-37)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = 0 \quad (3.2.1-38)$$

$$\mathbf{j} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (3.2.1-39)$$

(3.2.1-36)、(3.2.1-37)式の rot をとり、(3.2.1-38)、(3.2.1-39)式の関係を用いて整理すると、次式が得られる。

$$\nabla^2 \mathbf{B} - \mu\sigma \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{B} = \mu\sigma \operatorname{rot}(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (3.2.1-40)$$

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \mu\sigma \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{E} = \mu\sigma \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (3.2.1-41)$$

電磁流量計の応答は、与えられた流速変化  $\mathbf{v}$ 、外部磁界  $\mathbf{B}_0$  のもとに  $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}'$  ( $\mathbf{B}'$  は誘導磁界) として上式を連立して解くことにより求められる。しかしながら、これらを連立して解くことは困難であるので、近似の導入が必要である。上式は、ベクトル表現であり、見通しが悪いので、方向成分に分解して近似の導入に対する洞察を得やすくする。電磁流量計の出力電圧を記述するのに必要なのは、極座標表示で電界  $\mathbf{E}$  の  $r$  方向成分  $E_r(r, \theta, z, t)$  なので、 $E_r$  に関する式を求めると次のようになる。

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial E_r}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 E_r}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 E_r}{\partial z^2} - \mu\sigma \frac{\partial E_r}{\partial t} = \mu\sigma \frac{\partial}{\partial t} (v_\theta B_z - v_z B_\theta) \quad (3.2.1-42)$$

ここで、流速  $\mathbf{v}$  は  $z$  軸方向の成分のみをもつとすると、上式の右辺( )内第1項は消失し次式が得られる。

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial E_r}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 E_r}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 E_r}{\partial z^2} - \mu\sigma \frac{\partial E_r}{\partial t} = -\mu\sigma \left( \frac{\partial v_z}{\partial t} B_\theta + v_z \frac{\partial B_\theta}{\partial t} \right) \quad (3.2.1-43)$$

上式の右辺の  $B_\theta$  は図 3.2.1-9 に示すところから磁界の  $x$  方向成分  $B_x$  を用いて  $B_\theta = -B_x \sin \theta$  と表せる。 $B_x$  は、外部磁界  $B_0$  と誘導磁界  $\mathbf{B}'$  の  $x$  方向成分  $B'_x$  の和  $B = B_0 + B'_x$  になるが、図 3.2.1-3(c) に示した循環電流によって生じるのは  $\mathbf{B}'$  の  $z$  軸方向成分だけなので、 $B_x$  は図 3.2.1-6(b) に示した磁場端部電流によって生じる。外部磁界の  $z$  軸方向の拡がり大きい場合、中央に位置する電極付近では磁場端部電流の影響は小さいので、 $B_x$  は  $B_x \approx B_0$  で一定と仮定し、(3.2.1-43)式の右辺( )内第2項を無視する。 $B_x$  を図 3.2.1-10 に示すように

$$\begin{aligned} B_x &= B_0(z) = B_0, \quad -L/2 \leq z \leq L/2 \\ B_x &= B_0(z) = 0, \quad z \geq |L/2| \end{aligned} \quad (3.2.1-44)$$

として、 $(r, \theta, z)$  に対し一様に分布する流速を  $v_1$  から  $v_2$  にステップ状に  $\Delta v = v_2 - v_1$  だけ変化させたときの出力電圧の応答を求める。流速にステップ状の変化を加える前の定常出力電圧は、前項で述

べたところから  $2aB_0v_1$  となるので、ステップ入力印加後の出力電圧は、 $\Delta v u(t)$  ( $u(t)$  は単位ステップ関数) の入力に対する過渡応答を定常出力に重ね合わせればよい。流速変化  $\Delta v u(t)$  に対する過渡応答は、(3.2.1-43) 式の右辺( )内第1項を  $B_\theta v_z = -B_0(z) \sin \theta \Delta v u(t)$  とおいた次式から求めることができる。

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \mu \sigma \frac{\partial}{\partial t} \right) E_r(r, \theta, z, t) = \mu \sigma \sin \theta B_0(z) \Delta v \frac{\partial u(t)}{\partial t} \quad (3.2.1-45)$$

上式を、

$$E_r(r, \theta, z, t) = F(r, z, t) \sin \theta \quad (3.2.1-46)$$

のように変数分離し(3.2.1-45)式に代入すると、両辺から  $\sin \theta$  が落ちて  $F(r, z, t)$  に関する式が得られる。それを  $t$  に関しラプラス変換し、次式を得る。

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \mu \sigma s \right) F(r, z, s) = \mu \sigma B_0(z) \Delta v \quad (3.2.1-47)$$

つぎに、 $B_0(z)$  をフーリエ級数を用いて次のように展開する。

$$B_0(z) = B_0 \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n \cos 2\pi n w z, \quad (w = 1/2L) \quad (3.2.1-48)$$

ここで

$$\beta_n = \begin{cases} \frac{1}{2L} \int_{-L}^L b_0(z) dz = \frac{1}{2}, & n=0 \\ \frac{1}{L} \int_{-L}^L b_0(z) \cos 2\pi n w z dz = \begin{cases} 0, & n = \text{even number} \\ 2/(n\pi)(-1)^{(n-1)/2}, & n = \text{odd number} \end{cases} \end{cases} \quad (3.2.1-49)$$

$$\text{ただし、} b_0(z) = B_0(z)/B_0 \quad (3.2.1-50)$$

また、 $\Delta v$  をベッセル・フーリエ級数を用いて次のように展開する。

$$\Delta v = \sum_{i=1}^{\infty} c_i J_1(\alpha_i r) \quad (3.2.1-51)$$

ここで、 $J_1(\alpha \alpha)$  は1次の第1種ベッセル関数で、 $\alpha_i$  はその  $i$  番目の正根であり、

$$c_i = \frac{2\Delta v}{a^2 \{J_1'(\alpha \alpha_i)\}^2} \int_0^a r J_1(\alpha_i r) dr \quad (3.2.1-52)$$

さらに、 $F(r, z, s)$  を次のように変数分離して級数展開する。

$$F(r, z, s) = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} A_m(s) J_1(\alpha_i r) \cos 2\pi n w z \quad (3.2.1-53)$$

(3.2.1-48)、(3.2.1-51)、(3.2.1-53)式を(3.2.1-47)式に代入し、 $m$  次の第1種ベッセル関数

$J_m(kr)$  に対して成立する

$$\frac{d^2 J_m(kr)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dJ_m(kr)}{dr} - \left( \frac{m^2}{r^2} - k^2 \right) J_m(kr) = 0 \quad (3.2.1-54)$$

の関係を用いると次式が得られる。

$$A_m(s) = -c_i \beta_n \frac{1}{s + \{\alpha_i^2 + (2\pi n w)^2\} / \mu \sigma} \quad (3.2.1-55)$$

上式を(3.2.1-53)式に代入すると、次式が得られる。

$$F(r, z, s) = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} c_i \beta_n J_1(\alpha_i r) \cos 2\pi n w z \frac{1}{s + \{\alpha_i^2 + (2\pi n w)^2\} / \mu \sigma} \quad (3.2.1-56)$$

上式のラプラス逆変換は、次式で示される。

$$F(r, z, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} c_i \beta_n J_1(\alpha_i r) \cos 2\pi n w z \cdot \exp\left(-\frac{\alpha_i^2 + (2\pi n w)^2}{\mu \sigma} t\right) \quad (3.2.1-57)$$

流速のステップ状変化に対する過渡成分  $V_i(t)$  は、

$$\begin{aligned} V_i(t) &= 2 \int_0^a E_r(r, \pi/2, 0, t) dr = 2 \int_0^a F(r, 0, t) dr \\ &= -2aB_0 \Delta v \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \gamma_i \exp\left(-\frac{\alpha_i^2 t}{\mu \sigma}\right) \beta_n \exp\left[-\left(\frac{(2\pi n w)^2 t}{\mu \sigma}\right)\right] \end{aligned} \quad (3.2.1-58)$$

となる。ただし、

$$\gamma_i = \frac{c_i}{a \Delta v} \int_0^a J_1(\alpha_i r) dr = \frac{2}{a^3 \{J_1'(\alpha_i a)\}^2} \int_0^a \zeta J_1(\alpha_i \zeta) d\zeta \int_0^a J_1(\alpha_i r) dr \quad (3.2.1-59)$$

流量計の出力電圧  $V(t)$  は、上式で表される過渡成分と定常成分  $V_s$  の和となる。すなわち

$$V(t) = V_s + V_i(t) \quad (3.2.1-60)$$

ここで、上式に  $V(0) = 2B_0 a v_1$  なる条件を適用すると

$$V(0) = 2aB_0 v_1 = V_s - 2aB_0 (v_2 - v_1) \sum_{i=1}^{\infty} \gamma_i \sum_{n=0}^{\infty} \beta_n \quad (3.2.1-61)$$

となり、上式の  $i$  に関する和は(3.2.1-59)式から

$$\sum_{i=1}^{\infty} \gamma_i = \frac{1}{a} \int_0^a \left[ \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2}{a^3 \{J_1'(\alpha_i a)\}^2} \int_0^a \zeta J_1(\alpha_i \zeta) d\zeta J_1(\alpha_i r) \right] dr \quad (3.2.1-62)$$

と記述できる。上式の [ ] 内は、(3.2.1-51)、(3.2.1-52)式の関係から 1 になるので、

$$\sum_{i=1}^{\infty} \gamma_i = 1 \quad (3.2.1-63)$$

一方、(3.2.1-61)式の $n$ に関する和は(3.2.1-48)式で $z=0$ としたときの関係から

$$\sum_{n=0}^{\infty} \beta_n = 1 \quad (3.2.1-64)$$

となり、これらの式を(3.2.1-61)式に代入し、 $V_s = 2aB_0v_2$ を得る。したがって、(3.2.1-60)式から $V(t)$ は次式のようになる。

$$V(t) = 2aB_0v_1 + 2aB_0(v_2 - v_1) \left\{ 1 - \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \gamma_i \exp\left(-\frac{\alpha_i^2 t}{\mu\sigma}\right) \beta_n \exp\left(-\frac{(2\pi n w)^2 t}{\mu\sigma}\right) \right\} \quad (3.2.1-65)$$

上式の $\alpha_i$ は $a$ に依存する。時定数に対する $a$ の影響を顕在化させるため、 $\lambda = a\alpha$ なる変数変換を行う。すると、 $J_1(\lambda) = 0$ の $i$ 番目の正根 $\lambda_i$ に対し $\alpha_i = \lambda_i/a$ となる。この関係と(3.2.1-48)式で導入した $w = 1/(2L)$ を(3.2.1-65)式に適用し次式を得る。

$$V(t) = 2aB_0v_1 + 2aB_0(v_2 - v_1) \left\{ 1 - \sum_{i=1}^{\infty} \gamma_i \exp\left(-\frac{t}{T_{ai}}\right) \sum_{n=0}^{\infty} \beta_n \exp\left(-\frac{t}{T_{Ln}}\right) \right\} \quad (3.2.1-66)$$

$$\text{ここで、 } T_{ai} = \mu\sigma a^2 / \lambda_i^2, \quad T_{Ln} = \mu\sigma L^2 / (2n-1)^2 \pi^2 \quad (3.2.1-67)$$

ただし、 $\beta_n$ は(3.2.1-42)の右辺の $n$ をあらためて $2n-1$ と書き直し、次式のように $n$ を奇数と偶数の場合に分けることを不要にした。上式の $T_{Ln}$ はこれに対応する表現になっている。

$$\beta_n = \begin{cases} 1/2, & n=0 \\ 2(-1)^{(n-1)} / \{(2n-1)\pi\}, & n \geq 1 \end{cases} \quad (3.2.1-68)$$

以上で、流速のステップ状変化に対する電磁流量計の応答特性の表式が導かれた。この式は応答特性に対する直感的洞察が得易く、流動管半径が大きい程、磁界の軸方向の拡がり大きいほど、それらの2乗に比例して応答が遅くなることを示している。

## ②磁界の拡がり有限の影響

(3.2.1-66)式で磁界の拡がり $L$ を反映しているのは、 $n$ に関する和の項である。磁界の拡がり有限であることの影響は、 $L$ を変化させたときの $n$ に関する和の項の出力への寄与が、流動管の半径 $a$ を反映している $i$ に関する和の項の出力への寄与と比較してどの程度になるかによって決まる。アスペクト比が2と仮定しよう。この場合、 $L^2/a^2$ は16になり $\lambda_1 = 3.83$ 、 $\pi = 3.14$ 、を考慮すると $T_{L1}$ は $T_{a1}$ の20数倍の値をもつことになる。これは、 $i=n=1$ のときの比較であるが、 $n$ に関する和の方は $T_{L0}$ が $\infty$ に相当する $n=0$ の項をもっており、磁界の拡がりの影響を支配するのは

$n=0,1$ の項なので、 $\exp(-t/T_{a1})\exp(-t/T_{Ln})=\exp(-t/T_{a1}-t/T_{Ln})\approx\exp(-t/T_{a1})$ の関係から(3.2.1-66)式の $n$ に関する和を1としても大きな影響が生じないと考えられる。 $n$ に関する和を1とすることは、磁界の管軸方向の拡がりを無限とすることに相当し、(3.2.1-66)式は次式に示す2次元解析の解に一致する。

$$V(t)|_{L=\infty}=2aB_0v_1+2aB_0(v_2-v_1)\left\{1-\sum_{i=1}^{\infty}\gamma_i\exp\left(-\frac{t}{T_{ai}}\right)\right\} \quad (3.2.1-69)$$

(3.2.1-66)式の $n$ に関する和は0と1の範囲にあるので $V(t)\geq V(t)|_{L=\infty}$ となるが、後述するように、アスペクト比が2以上の場合、上式による数値計算の結果は、(3.2.1-66)式による結果とほとんど差異のないことが確認されている。

(3.2.1-69)の{ }内を $i$ に関する和の第1項の時定数をもつ1次遅れで近似すると次式が得られる。

$$\tilde{V}(t)=2aB_0v_1+2aB_0(v_2-v_1)\left\{1-\exp\left(-\frac{1}{\mu\sigma a^2/\lambda_i^2}t\right)\right\} \quad (3.2.1-70)$$

いま、 $\varepsilon_i=\exp(-t/T_{ai})$ とおくと $\varepsilon_i>\varepsilon_{i+1}$ なので $\sum\gamma_i\varepsilon_i\leq\varepsilon_1\sum\gamma_i=\varepsilon_1$ となり、 $V(t)|_{L=\infty}\geq\tilde{V}(t)$ が得られる。これは、(3.2.1-70)式が安全側の近似になっていることを意味している。

つぎに、(3.2.1-43)式の右辺( )内第2項を無視した影響について考察する。無視した右辺( )内第2項は、流速が一定で磁束等が平衡している状態から、流速を変化させることによって生じる磁束の変化が流体内を拡散し、再び新しい平衡状態に達するまでの磁界の挙動に関するものである。磁界の挙動は(3.2.1-40)式で記述されるが、同式の左辺第1項は磁場の拡散、減衰に関する変化に関係するのに対し、右辺は導体が速度で運動することに関係する項である。いま問題にしているのは、磁場の拡散、減衰に関する変化なので、おおまかには左辺第1項を考えればよい。磁場の変動を $B'$ 、磁場が変動する空間的なスケールを1とすると、 $\nabla^2 B' \approx l^{-2} B'$ であるので(3.2.1-40)式から

$$\frac{\partial B'}{\partial t} = -\frac{1}{\mu\sigma l^2} B' \quad (3.2.1-71)$$

となる。(12)ここで右辺の負号は磁場の減衰を表す。上式から

$$B' \approx \exp(-t/T_l), \quad T_l = \mu\sigma l^2 \quad (3.2.1-72)$$

となる。すなわち、磁場の変動は時定数 $T_l$ で減衰する。電磁流量計は、端部短絡電流の影響が出力に影響を及ぼさないように、流動管軸方向の磁界の拡がり $L$ が磁場変動の空間的スケール1に比べて大きくなるように設計される。したがって、磁場変動の減衰時定数 $T_l$ は(3.2.1-69)式で計算され



る出力の時定数より小さくなり、電磁流量計の応答特性は(3.2.1-69)式で代表できる。

### ③実際の電磁流量計の応答特性

わが国の高速炉で実際に使用されている電磁流量計を対象に、(3.2.1-69)式の数値計算を実施し出力特性を求めてみよう。計算を始める前に、 $J_1(r)$ の導関数や積分を含む $\gamma_i$ の算式を数値計算に適した形に変換しよう。 $J_1(\alpha_i r)$ の $\alpha_i r$ に $\alpha_i r = \lambda$ なる置換を行うと $\alpha_i a = \lambda_i$ となり(3.2.1-59)式は次式のように変換される。

$$\gamma_i = \frac{2}{\{J_0(\lambda_i)\}^2} \left[ \frac{1}{\lambda_i^2} \int_0^{\lambda_i} \lambda J_1(\lambda) d\lambda \right] \left\{ \frac{1}{\lambda_i} \int_0^{\lambda_i} J_1(\lambda) d\lambda \right\} \quad (3.2.1-73)$$

ここで $J_m(\lambda_i) = 0$ に対し $J'_m(\lambda_i) = J_{m-1}(\lambda_i)$ なる関係を用いた。上式の[ ]および{ }の積分は、部分積分の公式とベッセル関数の積分に関する公式

$$\begin{aligned} \int r J_1(r) dr &= -r J_0(r) + \int J_0(r) dr \\ \int J_m(r) dr &= 2 \sum_{n=0}^{\infty} J_{m+2n+1}(r) \\ \int J_1(r) dr &= -J_0(r) \end{aligned} \quad (3.2.1-74)$$

を用いて各々次式上段の[ ] および{ }内に示すように得られ、下段のように整理される。

$$\begin{aligned} \gamma_i &= \frac{2}{\{J_0(\lambda_i)\}^2} \left[ \frac{1}{\lambda_i^2} \left( -\lambda_i J_0(\lambda_i) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n+1}(\lambda_i) \right) \right] \left\{ \frac{1}{\lambda_i} (1 - J_0(\lambda_i)) \right\} \\ &= \frac{2}{\lambda_i^2} \left[ \left\{ 1 - \frac{1}{J_0(\lambda_i)} \right\} \left( 1 - \frac{1}{J_0(\lambda_i)} \frac{2}{\lambda_i} \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n+1}(\lambda_i) \right) \right] \end{aligned} \quad (3.2.1-75)$$

以上で、 $\gamma_i$ は導関数や積分を含まない形に整理された。数値計算を行うためにはこのほかに、 $\mu$ と $\sigma$ が必要である。前者に関しては、非磁性体であるナトリウムの透磁率は真空のそれに等しく、

$$\mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \quad [\Omega \text{sec/m}] \quad (3.2.1-76)$$

となる。 $\sigma$ に関してはナトリウム温度の関数になり(3.2.1-30)式で計算できる。

数値計算の対象としては、「常陽」1次冷却系 12B 流量計、「もんじゅ」1次冷却系 24B 流量計および大型炉用 30B 流量計を取り上げる。計算は、2次元解析による(3.2.1-69)式に基づいて行う。ただし、2次元解析の有効性を確認するため、アスペクト比の最も小さい 30B 流量計については、磁界の流動管軸方向の拡がりを考慮した(3.2.1-66)式による計算も併せて実施する。それぞれの内径、運転温度および導電率等を表 3.2.1-3 に示す。また、数値計算に必要な第1種1次ベッ

セル関数の根  $\lambda_i$ 、ベッセル・フーリエ級数展開の係数  $\gamma_i$  をおよび時定数  $T_{ai}$ 、 $T_{ai}$  を  $i=1\sim 10$  について表 3.2.1-4 に示しておく。表から簡単な計算で  $\sum_1^{10} \gamma_i \approx 0.95$  であることが分かる。 $\sum_1^{\infty} \gamma_i = 1$  なので  $i$  の上限が 10 では項数不足と判断される。項数を 100 まで増すと  $\sum_1^{100} \gamma_i \approx 0.992$  になるので、数値計算は  $i$  の上限を 100 として実施する。また、2次元解析の有効性確認のための(3.2.1-66)式の計算では、磁界の管軸方向のフーリエ級数展開を、 $\sum_1^{50} \beta_n \approx 0.997$  となる  $n=50$  で打ち切ることとする。

以上の条件で実施した数値計算の結果を図 3.2.1-11 に示す。磁界の拡がり扱った(3.2.1-66)式による計算結果は、2次元解析に基づく計算結果に重なってしまい、図では差異が認められない。出力が整定値の 63.2%に達するまでの時間は、30B、24B および 12B に対してそれぞれ 45ms、25ms および 7ms であった。30B 口径になっても電磁流量計は尚十分に速い検出器であると言える。

### 3.2.2 超音波流量計<sup>(13)</sup>

超音波流量計は、軽量で大口径配管に適し、精度や直線性もよいことから、ナトリウムの流量計測へ応用するための開発が行われた。超音波流量計は、流体中を伝播する超音波の速度が、流体の流速に依存して変化することを利用して流量を測定するもので、図 3.2.2-1 に示すように、流体の流れの方向と  $\theta$  の角度をなし、先端に超音波の送受信器が取り付けられた 2 対のガイド棒からなる。一方のガイド棒の先端の発信器から入射角  $\theta$  で流れに乗る方向へ発射された超音波に相対するガイド棒の先端の受信器までの伝播時間と、同様に流れに逆らう方向に発射された超音波の送受信器間伝播時間の差から伝播経路上の平均流速（線平均流速）を求め、流量を算出する。いま、配管の内側直径を  $d$ 、流速を  $U$  とすると相対するガイド棒間の距離は  $d/\sin\theta$  となり、 $U$  の超音波の伝播方向成分は  $U \cos\theta$  である。超音波のナトリウム中の伝播速度を  $C$  とし、ナトリウム中以外で生じる遅延時間を  $t$  とすると、流れに乗る方向および逆らう方向の超音波の送受信器間伝播時間  $\tau_1$ 、 $\tau_2$  はそれぞれ次のようになる。

$$\tau_1 = (d/\sin\theta)/(C+U \cos\theta) + t \quad (3.2.2-1)$$

$$\tau_2 = (d/\sin\theta)/(C-U \cos\theta) + t \quad (3.2.2-2)$$

ここで、 $\Delta\tau = \tau_2 - \tau_1$  と表し、 $(U/C)^2 \leq 1$  に注意して

$$U = \tan\theta C^2 \Delta\tau / (2d) \quad (3.2.2-3)$$

を得る。線平均流速  $U$  を面平均流速  $V$  に変換する係数を  $K$ 、流路の断面積を  $S$  とすると流量  $Q$  は

$$Q = SV = SKU = SK \tan \theta C^2 \Delta \tau / (2d) \quad (3.2.2-4)$$

と表される。ここで  $K$  は次式で与えられることが知られている。<sup>(14)</sup>

$$K = 1 + 0.01 \times \sqrt{6.25 + 431 \times R_e^{-0.237}} \quad (3.2.2-5)$$

(3.2.2-4)式で超音波の伝播速度  $C$  はナトリウムの密度すなわち温度に依存するので、冷却材の温度変化の幅が大きい高速炉の流量計では温度の影響を補正する必要がある。流量の補正に用いる温度は、超音波温度計の原理を応用し、ナトリウム中の超音波伝播時間の測定値から求められる。

わが国では、これまでに 12 インチ口径の超音波流量計が開発されている。この流量計の特徴は、ガイド棒の使用により、超音波トランスジューサ取り付け部の温度を低く保つことができた結果、実績の多い常温用トランスジューサが使用できること、ガイド棒間の温度の相違による誤差を低減するため送受信を交互に行うようにしたこと、ガイド棒の取り付けは溶接のほか、クランプによる着脱も可能としたことなどである。図 3.2.2-2 に、開発された 12 インチ口径超音波流量計の出力特性の実測結果を示す。ナトリウムループにおける特性試験から、直線性が良好で、温度依存性も小さいが、ボイド等の混入により出力変動の起こることが分かった。クランプ式の流量計は「常陽」の 2 次主冷却系配管に装着され、電磁流量計との相互比較が行われた。その結果、超音波流量計の指示は、電磁流量計の指示とおおよそ 1% の精度で一致することが確かめられた。

上述のように超音波流量計の試験施設における開発は完了しているが、本質的にメカニカルな振動素子である超音波のトランスジューサの信頼性に対する懸念が払拭できず、実プラントにおける使用実績はない。高温用の超音波トランスジューサが使用可能な段階にはいつてきたこともあり、今後は、超音波温度計と一体として流量と温度を同時に測定できるようにするなどの計測の高度化への寄与が期待される。超音波温度計のところでも述べたように、管の外側円周上に多数個のトランスジューサを配置するマルチパス方式をとれば、管内の流速分布や温度分布を測定できる可能性がある。このような方式を採用すると、組み合わせの効果により信頼性の向上が図れるし、ボイド等の混入による出力変動に強い流量計や温度計が実現できる。

### 3.2.3 流量校正と応答特性測定

大口径配管用電磁流量計では、磁場端部効果や流路断面内での磁束分布の歪などにより出力が変化するため、解析で出力を正確に求めることが困難であり、原子炉の冷却系統へ電磁流量計を設置する前に実流校正が行われるのが一般的である。通常、系統据え付け前の流量計の実流校正は、高

所に設置されたタンクから低所に設置されたタンクへ流動管を通じてナトリウムを落下させ、タンクの容積と時間から基準流量を求めるところの落下法により実施される。本項では、最初に落下法の概要が示される。

原子炉の冷却系統へ設置された電磁流量計の流動管は、冷却材バウンダリを形成しているので取り外しが困難なため、流量計を冷却系統へ設置したままで実施可能な校正法が必要とされる。そのような方法として、流れに沿って配置された2組の電極で観測される出力電圧のゆらぎの電極間伝播時間を流体の電極間移動時間として、流速を求めて流量を算出する相関法がある。電磁流量計の出力は、流動管断面上の各点における流速にその点に固有の重みを付けて全断面にわたって積分したものである。ゆらぎの伝播速度は、流速変動が出力ゆらぎに支配的に寄与する管中心付近の局所的平均流速を反映したものになり、相関法に系統誤差をもたらす。また、ゆらぎの相互相関数を最大にする遅れ時間を流体の移動時間として流量を求める相関法は、本質的に不規則現象を利用した計測法であり、校正に、ゆらぎの統計的性質に依存した統計誤差が生じる。

本項では、落下法に次いで相関法について解説する。まず、流動管断面上における流速変動の周波数分布に基づいて、流速変動が出力ゆらぎに支配的に寄与する領域を求め、相関法の系統誤差を補正する方法を提示する。また、相関法の統計誤差のパワースペクトルを用いた評価式を導き、誤差を許容範囲に収めるための方策を示す。

相関法を適用しようとするとき電極が2組必要になる。電極を1組しかもたない流量計にも適用できる方法として平均周波数法があげられる。本項では、出力電圧のゆらぎのパワースペクトルの重みつき平均周波数が流量の関数になることを示し、平均周波数法について概説する。

米国では、流れの上流側で配管の中に中性子パルスを打ち込み、下流側で放射化したナトリウムが発するγ線を検出して流速を求め、流量を算出するパルス中性子放射化法が開発され、EBR-II (Experimental Breeder Reactor) や FFTF (Fast Flux Test Facility) の電磁流量計の校正に適用された。最後に、これについて紹介する。

## (1) 落下法

ループにナトリウムを循環させながら大口径流量計の実流校正を実施するのは、ナトリウムループが大型になり経済的負担が大き過ぎて非現実的である。このため、高所に設置したヘッドタンクから低所に置いたダンプタンクへナトリウムを自重で落下させ、タンクの容積と時間から基準流量を求めて校正を実施する落下法が採用された。落下法では、ヘッドタンク、ダンプタンク、ナトリ

ウム落下管およびアルゴンガス連通管等からなる図 3.2.3-1 に示すような系統構成の装置が用いられる。

校正手順は、まず供試流量計をナトリウム落下管に据え付けた後、ダンプタンクに貯留されているナトリウムを試験温度まで加熱する。つぎに、アルゴンガス連通管の調節弁を閉じてダンプタンクを加圧し、ナトリウムをヘッドタンクの高レベルまで上げる。この時点では、ヘッドタンクの液面より下方落下管中までナトリウムが満たされている状態である。ついで、ナトリウム落下管およびヘッドタンク内ナトリウムが試験温度に均一に加熱されているのを確認した後、アルゴンガス連通管の調節弁を開き、ナトリウムをヘッドタンクからダンプタンクへ重力落下させる。このときのナトリウム流量は調節弁の開度により調節する。

流量計の校正は、出力電圧を積分することにより、次のように行う。すなわち、流量計の出力電圧  $E(t)$  はナトリウム流量  $Q(t)$  に比例することから、校正係数を  $A$  として

$$E(t) = A Q(t) \quad (3.2.3-1)$$

が成立し、この式の積分は次式となる。

$$\int_{t_1}^{t_2} E(t) dt = A \int_{t_1}^{t_2} Q(t) dt \quad (3.2.3-2)$$

ここで、上式の右辺の  $Q(t)$  の積分は時刻  $t_1$  から  $t_2$  の間に落下するナトリウムの量に相当し、時刻  $t_1$  でヘッドタンクの高位レベル計がオフとなり、時刻  $t_2$  で低位レベル計がオフになったとすると  $Q(t)$  の積分値はヘッドタンクのレベル差より求まる。一方、ナトリウムを落下させたときの電磁流量計出力は図 3.2.3-2 のようになり、出力電圧の積分値はこれより求めることができる。したがって、校正係数  $A$  が求まる。

落下法による校正精度について見てみよう。直径  $D$ 、高位レベル計と低位レベル計の間隔が  $L$  の円筒型ヘッドタンクを用いるとし、電磁流量計の出力電圧の積分値を  $S$  [V·sec] とすると、落下するナトリウム量  $V$  [m<sup>3</sup>] は(3.2.3-2)式から次のようになる。

$$V = S/A = S/(\pi D^2 L/4) \quad (3.2.3-3)$$

付録 1 の誤差の伝播式より  $A$  の誤差は  $S$ 、 $D$ 、 $L$  の誤差  $\Delta S$ 、 $\Delta D$ 、 $\Delta L$  を用いて

$$\Delta A = (\partial A/\partial S)\Delta S + (\partial A/\partial D)\Delta D + (\partial A/\partial L)\Delta L \quad (3.2.3-4)$$

と表されるので校正誤差の最大値は

$$|\Delta A/A|_{\max} \leq |\Delta S/S| + 2|\Delta D/D| + |\Delta L/L| \quad (3.2.3-5)$$

となる。上式の各項を評価する。まず第1項については、電圧積算には0.2%程度の精度が期待できるであろうから

$$|\Delta S/S| = 0.2\% \quad (3.2.3-6)$$

つぎに、 $D \approx L \approx 1800\text{mm}$ として $|\Delta D/D|$ 、 $|\Delta L/L|$ を評価する。 $D$ 、 $L$ の測定に鋼製巻尺を使用したときの誤差はJIS規格によると0.4mmである。これに測定のし難さによる姿勢誤差1.0mmを加えて常温における測定誤差は1.4mmとなり、 $D=L=1800\text{mm}$ に対しては0.08%となる。ヘッドタンクの熱膨張により常温から340℃になったときの伸びは熱膨張係数 $\alpha$ を $\alpha = 1.67 \times 10^{-5}$ として $1.67 \times 10^{-5} \times (340 - 20) \times 100 \approx 0.53\%$ であるので、線膨張係数の不確かさやナトリウム温度の不均一などによる温度補正の誤差を熱膨張の20%と見込むと、これは $0.53 \times 0.2 \approx 0.1\%$ となる。したがって、

$$|\Delta D/D| = 0.18\% \quad (3.2.3-7)$$

となる。 $\Delta L$ についてはこれにナトリウム落下時の自由液面のゆらぎに起因する誤差を付け加える必要がある。自由液面のゆらぎ10mmを仮定するとこれによる誤差が0.56%となり、結果として

$$|\Delta L/L| = 0.74\% \quad (3.2.3-8)$$

(3.2.3-5)、(3.2.3-6)、(3.2.3-7)、(3.2.3-8)式から校正の総合精度は

$$|\Delta A/A|_{\max} \leq 1.2\% \quad (3.2.3-9)$$

となる。

落下法を適用して行なった「常陽」2次主冷却系鞍型線輪式電磁流量計の校正結果が、図3.2.1-8に示されている。

## (2) 相関法<sup>(15)(16)</sup>

相関法は、流体の乱れが流れとともに移動することに着目した方法である。図3.2.3-3に示すように、流れに沿って配置した1対の検出器で、流体の乱れに起因するゆらぎの検出器間伝播時間を測定し、伝播時間と検出器間距離から流速を求める。流れとともに移動するゆらぎであれば相関法を適用できるが、平均流速のまわりで変動する流速のゆらぎを対象とするのが直接的である。ナトリウムの流量計測に用いられる電磁流量計は本質的に流速検出器であるので、相関法は、流れに沿って近接した2組の電極の備えさえあれば、パルス中性子放射化法のように他に特別な装置を必要とせず校正が実施できる魅力的な方法である。

図3.2.3-3の系で、すべての $\tau_0$ に対して $V_1(t) = V_2(t - \tau_0)$ つまり $V_1$ と $V_2$ の波形が時間軸方向に $\tau_0$ だけずれていることを除いて全く同一のときには、ゆらぎの電極間伝播時間 $\tau_0$ は簡単に求まる。し

かしながら、乱流は不規則現象であるので、現実には $V_1$ と $V_2$ の波形は互いに少しずつ異なる。この場合には、2乗平均誤差

$$\begin{aligned} \overline{\varepsilon^2(\tau)} &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \{V_1(t) - V_2(t+\tau)\}^2 dt \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \{V_1^2(t) + V_2^2(t+\tau)\} dt - 2 \left[ \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \{V_1(t)V_2(t+\tau)\} dt \right] \end{aligned} \quad (3.2.3-10)$$

を最小にするような $\tau = \tau_m$ を伝播時間の最確値として採用する。上式の最終項の[ ]内は $V_1(t)$ と $V_2(t)$ の相互相関関数であり、これが最大のとき $\overline{\varepsilon^2(\tau)}$ は最小になる。故に、 $\tau_m$ を求めることは、相互相関関数の最大値を与える遅れ時間 $\tau$ を求めることに帰着する。これが相関法と呼ばれるゆえんである。

電磁流量計の出力ゆらぎを対象にした相関法は、米国において最初に提案され EBR-II において実験が行われた。<sup>(17)</sup> しかしながら誤差が大きく開発を中断した。その後、著者により誤差の原因に関する系統的な分析が行われ、相関法から求まるゆらぎの伝播速度は、断面平均流速よりもむしろ管の中心付近の流速を反映したものになることが明らかにされた。この項ではまず、流体力学の成果に基づいて、電磁流量計の出力電圧のゆらぎに基づく相関法を定式化する。すなわち、流速ゆらぎが電圧ゆらぎの相関に支配的に寄与する管の断面領域を求め、相関法の系統誤差、つまり測定値の偏りを補正する方法を示す。

相関法の誤差のもう一つの原因は、統計誤差、つまり測定値のばらつきである。これは、不規則現象の利用に伴うもので、ゆらぎの統計的性質に依存する。相関関数は数学的には無限大の観測時間に対して定義されるが、現実には観測を有限時間で打ち切って推定を行うことになる。これによって相関関数の測定値にばらつきが生じ、ゆらぎの電極間伝播時間の測定値に統計誤差をもたらす。相互相関関数の関数値の推定における統計誤差については、相関関数の積の積分で表示されることが良く知られているが、関数の最大値を与える遅れ時間の推定値、すなわちゆらぎの伝播時間の測定値の統計誤差の一般的評価法は見当たらない。本項ではまた、著者によって導出されたゆらぎの伝播時間の測定値の統計誤差の評価法<sup>(18)</sup>を紹介し、伝播時間の測定値のばらつきを所要の値に収めるために必要なゆらぎの観測時間が、ゆらぎの相関関数の導関数やパワースペクトルに基づいて合理的に決定できることを示す。さらに、信号処理上の留意点についても触れる。

本項の最後では、「常陽」1次主冷却系電磁流量計を対象に実施した相関法の適用例を紹介する。

① 相関法の定式化

以下では、電圧ゆらぎの相関を流速ゆらぎにより表現した後、流速分布と流速ゆらぎの周波数の関係について考察し、ゆらぎの伝播速度を断面平均流速に変換する係数を導く。相関法の定式化に必要な円管内の乱流に関する流体力学の知見を付録5に整理しておいたので適宜参照されたい。

円管内の流れの乱れを記述するため、図 3.2.3-3 に示すような座標系を考える。管の内側半径を  $a$  とする。 $r$  を  $a$  で規格化した変数  $p=r/a$  に対し、 $u(t, p, \theta, z)$  を時刻  $t$ 、点  $(p, \theta, z)$  における  $z$  軸方向の瞬間流速、 $\bar{u}(p, \theta, z)$ 、 $u'(t, p, \theta, z)$  を各々局所的時間平均流速および流速ゆらぎとすると次の関係が成り立つ。

$$\bar{u}(p, \theta, z) = \frac{1}{T} \int_0^T u(t, p, \theta, z) dt \quad (3.2.3-11)$$

$$u'(t, p, \theta, z) = u(t, p, \theta, z) - \bar{u}(p, \theta, z) \quad (3.2.3-12)$$

以下では、混乱が生じないときには( )内の変数を適宜省略する。

簡単のため管材が絶縁体と仮定すると、出力電圧のゆらぎ  $V_i(t)$  は(3.2.1-27)、(3.2.1-28)式より次式のようになる。

$$V_i(t) = \frac{2Ba}{\pi} \int_{p=0}^1 \int_{\theta=0}^{2\pi} u'(t, p, \theta, z) W(p, \theta) p dp d\theta \quad (3.2.3-13)$$

$$W(p, \theta) = \frac{1 + p^2 \cos 2\theta}{1 + 2p^2 \cos 2\theta + p^4} \quad (3.2.3-14)$$

となる。出力電圧のゆらぎ  $V_1(t)$  と  $V_2(t)$  の相互相関数  $\phi_{12}(\tau)$  は

$$\phi_{12}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T V_1(t) V_2(t + \tau) dt \quad (3.2.3-15)$$

$$= \frac{(2Ba)^2}{\pi^2} \int_{p_1=0}^1 \int_{p_2=0}^1 \int_{\theta_1=0}^{2\pi} \int_{\theta_2=0}^{2\pi} R_L(\tau, p_1, p_2, \theta_1, \theta_2) W(p_1, \theta_1) W(p_2, \theta_2) p_1 p_2 dp_1 dp_2 d\theta_1 d\theta_2$$

となる。ただし

$$R_L(\tau, p_1, p_2, \theta_1, \theta_2) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T u'(t, p_1, \theta_1, z) u'(t + \tau, p_2, \theta_2, z + L) dt \quad (3.2.3-16)$$

現実の流速ゆらぎには、径方向成分が存在するが、ここでは理想的な場合を考え、

$$R_L(\tau, p_1, p_2, \theta_1, \theta_2) = 0, \quad p_1 \neq p_2 \text{ or } \theta_1 \neq \theta_2 \quad (3.2.3-17)$$

と仮定すると、(3.2.3-15)から次式が得られる。

$$\phi_{12}(\tau) = \frac{8B^2 a^2}{\pi} \int_{p=0}^1 \int_{\theta=0}^{2\pi} R_L(\tau, p, p, \theta, \theta) W^2(p, \theta) p^2 dp d\theta \quad (3.2.3-18)$$



この式から、出力電圧のゆらぎの相関関数は、流速ゆらぎの相関関数に、円管断面上の点によって決まるある重みをつけて、管の全断面にわたって積分したものであることが分かる。円管内流速が一様分布する仮想的な場合、ゆらぎ  $u'$  は全断面平均流速  $U$  に等しい  $\bar{u}$  で伝播し、 $\phi_{12}(\tau)$  すなわち  $R_L(\tau)$  を最大にする  $\tau = \tau_m$  に対して  $U = L/\tau_m$  となる。流速分布が一様でない一般の場合、一見すると  $\tau_m$  と  $U$  の間に一様分布のときのような明確な関係は見出し難いように思われる。しかしながら、図 3.2.3-4 に示すように流速分布が緩やかに変化する円管の中心付近のゆらぎが  $R_L$  に支配的に寄与するようであれば、流体力学の知識に基づいて全断面平均流速を求めることが可能になる。幸いにも、電極間隔を大きくしていくときに相関が低下する度合いは、相対的に周波数の高い管壁付近の流速ゆらぎの方が、周波数が低い管中心付近のゆらぎに比べて大きいので、電極間隔を適当に設定することにより、流速分布の変化が小さい円管の中心付近の流速ゆらぎの相関が出力電圧のゆらぎの相関に支配的に寄与するようである。

流速ゆらぎの周波数を定量化し、強い相関を示すゆらぎの周波数を求めてみよう。電圧ゆらぎの相互相関関数は、 $V_1(t) = V_2(t + \tau_0)$  すなわち、管断面上のすべての点において  $u'$  の方向および大きさが電極間移動中も保存されるときに最も強い相関を示し、 $u'(t + \tau_0, p, \theta, z_2)$  が  $u'(t, p, \theta, z_1)$  から変化するにつれて相関が弱くなる。電極間移動中に  $u'$  の符号が何回も変わるときには強い相関は示し得ない。符号の変化が一度も起こらない上限の周波数は  $\bar{u}/2L$  で与えられる。そこで、強い相関を示す上限周波数  $\nu(p)$  を

$$\nu(p) = k\bar{u}(p)/2L \quad (3.2.3-19)$$

と表す。ここで  $k$  は補正係数であり、コヒレンス関数の測定値から実験的に決定される。

つぎに、円管の中心からの規格化距離が  $p$  の点で発生するゆらぎの周波数について考える。流速ゆらぎは、乱流の中で発生した流塊が混合距離  $l$  だけ走った後に消滅するプロセスの繰り返しによって引き起こされると考えると、その周波数  $f(p)$  は平均的に次式で与えられる。

$$f(p) = \frac{\sqrt{u'^2(p)}}{l} \quad (3.2.3-20)$$

上式の  $l$  にプランドルの混合距離<sup>(19)</sup>を代入して次式を得る。

$$f(p) = \frac{\sqrt{u'^2(p)}}{\sqrt{|u'(p)v'(p)|}} \left| \frac{d\bar{u}(p)}{dp} \right| \quad (3.2.3-21)$$

ここで  $v'(p)$  は径方向の流速変動である。また、 $s = 1 - p$  の関係を考慮した。十分に発達した流れの場合、任意の  $\theta, z$  に対し  $d\bar{u}(p)/dp$  は次式で与えられる。<sup>(19)</sup>

$$\frac{d\bar{u}(p)}{dp} = 50 \frac{\sqrt{\lambda/8}}{a} \frac{p^{1/2}}{(p-1)(p+1)(3p^2+7)} U \quad (3.2.3-22)$$

ここで $\lambda$ は円管の抵抗係数であり、レイノルズ数  $Re = 2aUp/\mu$  ( $\rho$ 、 $\mu$ は冷却材の密度と粘性係数) に対し、次式から求まる。(19)

$$1/\sqrt{\lambda} = 2.0 \times \log(Re\sqrt{\lambda}) - 0.8 \quad (3.2.3-23)$$

(3.2.3-22)式を(3.2.3-21)式に代入し

$$f(p) = -\frac{25}{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{u'^2(p)}}{\sqrt{|u'(p)v'(p)|}} \frac{\sqrt{\lambda}}{a} \frac{p^{1/2}}{(p-1)(p+1)(3p^2+7)} U \quad (3.2.3-24)$$

となる。上式の $\sqrt{u'^2}/\sqrt{|u'v'|}$ は、大まかには全断面に渡ってほぼ一定であるので、 $f(p)$ は $p$ が大きくなると大きくなる。一方、 $v(p)$ は $p$ が大きくなると小さくなる。したがって、 $f(p)=v(p)$ を超える周波数の流速ゆらぎは出力電圧のゆらぎの相関に寄与しないと考えることができる。

$f(p)=v(p)$ を与える $p$ を $p_0$ とし、円管の中心から $p_0$ までの平均流速を $U(p_0)$ とすると

$$U(p_0) = L/\tau_m \quad (3.2.3-25)$$

(3.2.3-22)式の積分から、付録5に示すようにして次式が得られる。(15)(16)

$$\bar{u}(p) = \left[ 1 + \{2.0348 - F(p)/2\} \sqrt{\lambda/2} \right] U \quad (3.2.3-26)$$

ここで

$$F(p) = -2.5 \ln \left( \frac{1-\sqrt{p}}{1+\sqrt{p}} \right) - 5 \tan^{-1} \sqrt{p} + 10 \frac{(3/7)^{1/4}}{\sqrt{8}} \left\{ \frac{1}{2} \ln \left( \frac{q^2 - \sqrt{2}q + 1}{q^2 + \sqrt{2}q + 1} \right) + \tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{2}q}{1-q^2} \right) \right\}$$

$$\text{ただし、} q = (3/7)^{1/4} \sqrt{p} \quad (3.2.3-27)$$

(3.2.3-26)式を $0 \leq p \leq p_0$ の範囲で平均し整理すると

$$U(p_0) = \left[ 1 + \{2.0348 - I(p_0)\} \sqrt{\lambda/2} \right] U \quad (3.2.3-28)$$

となる。ただし、

$$I(p_0) = \frac{1}{p_0^2} \int_0^{p_0} p F(p) dp \quad (3.2.3-29)$$

上式の右辺の積分は、複雑で込み入っているため結果を付録5に示し、ここでは上の表現に止めておく。

(3.2.3-25)、(3.2.3-28)式より、次式が得られる。

$$U = K \frac{L}{\tau_m} \quad (3.2.3-30)$$

$$\text{ただし、 } K = \frac{1}{1 + \{2.0348 - I(p_0)\} \sqrt{\lambda/2}} \quad (3.2.3-31)$$

したがって、流量  $Q$  は次式のようにになる。

$$Q = \pi a^2 U = K \pi a^2 \frac{L}{\tau_m} \quad (3.2.3-32)$$

上述のように、出力電圧のゆらぎの相互相関関数を最大とする遅れ時間を流体の電極間移動時間として流速を求め、基準となる流量を算出して電磁流量計の校正を行うのが相関法である。ここで注意すべきは、ある電磁流量計の校正を行うのに、その流量計の出力を利用しているわけであるが、校正の際に利用しているのは出力から計算された相関関数の関数値ではなく、遅れ時間であるので校正が可能になっているということである。つまり、電磁流量計の出力特性に変化が生じて、相関関数の関数値は変化するが、相関関数の最大値を与える遅れ時間に変化は生じないので、相関法による流量校正が成立しているのである。

#### ②統計誤差の評価法—所要観測時間の決定法<sup>(18)</sup>

不規則現象を利用する相関法の誤差の大きな要因は、測定された相関関数のばらつきである。すなわち、 $V_1(t)$  と  $V_2(t)$  の無限の観測時間に対し

$$\phi_{12}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T V_1(t) V_2(t + \tau) dt \quad (3.2.3-33)$$

で定義される相互相関関数を、現実の測定では有限時間で打ち切り

$$\hat{\phi}_{12}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T V_1(t) V_2(t + \tau) dt \quad (3.2.3-34)$$

で近似することにより統計誤差が生じ、図 3.2.3-5 に点線で示すように  $\hat{\phi}_{12}(\tau)$  は、その期待値  $\phi_{12}(\tau) = E[\hat{\phi}_{12}(\tau)]$  のまわりに分散  $\sigma^2[\hat{\phi}_{12}(\tau)]$  で分布する。相関関数の測定における統計誤差は、この分散、または分散の平方根の標準誤差により表現される。ゆらぎの振幅分布が正規分布のときには、分散は次式で表されることが知られている。<sup>(20)</sup>

$$\sigma^2[\hat{\phi}_{ik}(\tau)] = \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} \{\phi_{ii}(\zeta) \phi_{kk}(\zeta) + \phi_{ik}(\zeta + \tau) \phi_{ki}(\zeta - \tau)\} d\zeta \quad (3.2.3-35)$$

この式から、ゆらぎの観測時間が長いほど統計誤差が小さくなることが分かる。

図 3.2.3-5 から分かるように、 $\hat{\phi}_{12}(\tau)$  のばらつきは、ゆらぎの電極間伝播時間の測定値のばらつきを引き起こす。以下では、ゆらぎの伝播時間の測定値すなわち相関関数の最大値を与える遅れ時

間の測定値の統計誤差の評価式を導く。

最初に準備として、 $\hat{\phi}_{12}(\tau)$ の最大値を与える $\tau_m$ の平均値を $\tau_0$ とすると、 $\phi_{12}(\tau_0)$ は、 $\phi_{12}(\tau)$ の最大値を与えることを示す。いま、任意の $\tau_m$ に対し、 $\phi_{12}(\tau_m)$ を $\tau_0$ の周りでテーラ級数に展開すると

$$\phi_{12}(\tau_m) = \phi_{12}(\tau_0) + (\tau_m - \tau_0)\phi'_{12}(\tau_0) + \frac{(\tau_m - \tau_0)^2}{2!}\phi''_{12}(\tau_0) + \dots \quad (3.2.3-36)$$

となり $\tau_0$ の近傍で

$$\phi_{12}(\tau'_0) = E[\phi_{12}(\tau_m)] = \phi_{12}(\tau_0) + \frac{\phi''_{12}(\tau_0)}{2!}E[(\tau_m - \tau_0)^2] + \dots \quad (3.2.3-37)$$

なる $\tau'_0$ が存在する。上式で $\phi''(\tau_0) \leq 0$ かつ $E[(\tau_m - \tau_0)^2] \geq 0$ なので

$$\phi_{12}(\tau'_0) \leq \phi_{12}(\tau_0) \quad (3.2.3-38)$$

となり、 $\tau_0$ は $\phi_{12}(\tau)$ を最大にする。次に、 $\phi'_{12}(\tau_m)$ を $\tau_0$ の周りで次式のように級数展開する。

$$\phi'_{12}(\tau_m) = \phi'_{12}(\tau_0) + (\tau_m - \tau_0)\phi''_{12}(\tau_0) + \dots \quad (3.2.3-39)$$

上式を2乗して期待値を取り整理すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} \sigma^2[\tau_m] &= E[(\tau_m - \tau_0)^2] \approx E[\{\phi'_{12}(\tau_m) - \phi'_{12}(\tau_0)\}^2] / \{\phi''_{12}(\tau_0)\}^2 \\ &= \sigma^2[\phi'_{12}(\tau_m)] / \{\phi''_{12}(\tau_0)\}^2 \end{aligned} \quad (3.2.3-40)$$

ここで、 $\sigma^2[\phi'_{12}(\tau_m)]$ を $\hat{\phi}'_{12}(\tau)$ のばらつきで記述するため、 $\hat{\phi}_{12}(\tau)$ の関数の形を $\phi_{12}(\tau)$ で代表させ、 $\hat{\phi}_{12}(\tau)$ は $\phi_{12}(\tau)$ が単に

$$\hat{\phi}_{12}(\tau) = \phi_{12}(\tau - (\tau_m - \tau_0)) \quad (3.2.3-41)$$

のように移動したものと考える。この様子を図3.2.3-6に示す。 $\phi_{12}(\tau)$ は $\tau = \tau_0$ に関して対称、つまり $\phi_{12}(\tau_0 + \tau) = \phi_{12}(\tau_0 - \tau)$ とすると

$$\phi_{12}(\tau_m) = \hat{\phi}_{12}(\tau_0) \quad (3.2.3-42)$$

となり

$$\sigma^2[\phi'_{12}(\tau_m)] = \sigma^2[\hat{\phi}'_{12}(\tau_0)] \quad (3.2.3-43)$$

を得る。これは、 $\tau_m$ のばらつきにより引き起こされる $\phi'_{12}(\tau_m)$ のばらつきを $\hat{\phi}'_{12}(\tau)$ のばらつきにより表現したものとなっている。 $\hat{\phi}'_{12}(\tau)$ のばらつきは、(3.2.3-35)式を得たと全く同様の計算<sup>(20)</sup>で、

$$\phi'_{ik}(\tau) = E[f_i(x)f'_k(x+\tau)] = -E[f'_i(x-\tau)f_k(x)] = -E[f'_i(x)f_k(x+\tau)] \quad (3.2.3-44)$$

の関係に注意し、次式のように得られる。

$$\sigma^2[\hat{\phi}'_{ik}(\tau)] = \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} \{-\phi_{ii}(s)\phi''_{kk}(s) + \phi'_{ik}(s+\tau)\phi'_{ki}(s-\tau)\} ds \quad (3.2.3-45)$$

上式右辺{ }内第1項を部分積分し、 $\phi_{ii}(-\infty) = \phi_{ii}(\infty) = 0$ とすると次式が得られる。

$$\sigma^2[\hat{\phi}'_{ik}(\tau)] = \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} \{\phi'_{ii}(\zeta)\phi'_{kk}(\zeta) + \phi'_{ik}(\zeta + \tau)\phi'_{ki}(\zeta - \tau)\} d\zeta \quad (3.2.3-46)$$

上式は、相関関数の推定における分散の評価のための (3.2.3-35)式に出現する相関関数のすべてを、その導関数で置き換えたものに一致している。上式と(3.2.3-40)、(3.2.3-43)式から次式を得る。

$$\sigma^2[\tau_m] = \frac{1}{T} \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \{\phi'_{11}(\zeta)\phi'_{22}(\zeta) + \phi'_{12}(\zeta + \tau_0)\phi'_{21}(\zeta - \tau_0)\} d\zeta}{\{\phi''_{12}(\tau_0)\}^2} \quad (3.2.3-47)$$

以上で、ゆらぎの電極間伝播時間の統計誤差の評価式が導かれたが、上式は相関関数により表現されているため、直感的洞察が得難く、誤差評価に込み入った計算を要するなどの不都合がある。以下では、上式を直感が得やすい周波数領域の表現に変換し、誤差評価を容易にする。

ゆらぎ  $V_i(t)$  と  $V_k(t)$  の相互パワースペクトルは、相互相関関数  $\phi_{ik}(\tau)$  のフーリエ変換として、次式のように定義される。

$$\Phi_{ik}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{ik}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (3.2.3-48)$$

この表現には  $i=k$  の特別な場合として、自己パワースペクトルも含まれる。さて、(a2-38)式から  $\phi'_{ii}(\zeta)$  のフーリエ変換が  $j\omega\Phi_{ii}(\omega)$  で与えられることに注意し、(a2-43)、(a2-53)式の関係を用いると、(3.2.3-47)式の右辺分子{ }内第1項の積分は、

$$\int_{-\infty}^{\infty} \phi'_{11}(\zeta)\phi'_{22}(\zeta) d\zeta = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 \Phi_{11}(\omega)\Phi_{22}(\omega) d\omega \quad (3.2.3-49)$$

となる。同様に、第2項の積分は、(a2-41)式から次式のようになる。

$$\int_{-\infty}^{\infty} \phi'_{12}(\zeta + \tau_0)\phi'_{21}(\zeta - \tau_0) d\zeta = \int_{-\infty}^{\infty} \phi'_{12}(\zeta)\phi'_{21}(2\tau_0 - \zeta) d\zeta = \frac{-1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 \Phi_{12}^2(\omega) e^{j\omega(2\tau_0)} d\omega \quad (3.2.3-50)$$

いま、ゆらぎのすべての周波数成分の電極間伝播時間が  $\tau_0$  であるとする、 $\Phi_{12}(\omega)$  の位相特性は  $e^{-j\omega\tau_0}$  となるので

$$\Phi_{12}(\omega) = |\Phi_{12}(\omega)| e^{-j\omega\tau_0} \quad (3.2.3-51)$$

と記述できる。したがって(3.2.3-45)、(3.2.3-49)、(3.2.3-50)、(3.2.3-51)式から

$$\int_{-\infty}^{\infty} \{\phi'_{11}(\zeta)\phi'_{22}(\zeta) + \phi'_{12}(\zeta + \tau_0)\phi'_{21}(\zeta - \tau_0)\} d\zeta = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 \Phi_{11}(\omega)\Phi_{22}(\omega) \{1 - |\Gamma_{12}(\omega)|^2\} d\omega \quad (3.2.3-52)$$

を得る。ここで、 $\Gamma_{12}(\omega)$  は、

$$\Gamma_{12}(\omega) = \Phi_{12}(\omega) / \sqrt{\Phi_{11}(\omega)\Phi_{22}(\omega)} \quad (3.2.3-53)$$

で定義される。 $|\Gamma_{12}^2(\omega)|$ はコヒレンス関数と呼ばれる。コヒレンス関数の絶対値は周波数毎の相関係数の意味をもち、 $V_2(t)$ に占める $V_1(t)$ に起因するパワーの割合を示している。 $\Gamma_{12}(\omega)$ の位相はクロスパワースペクトルの位相と同一である。一方、(3.2.3-47)式の分母の $\phi_{12}''(\tau_0)$ は、(a2-38)、(3.2.3-55)および(3.2.3-53)式の関係から次式のようになる。

$$\phi_{12}''(\tau_0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 \sqrt{\Phi_{11}(\omega)\Phi_{22}(\omega)} |\Gamma_{12}(\omega)| d\omega \quad (3.2.3-54)$$

(3.2.3-52)、(3.2.3-54)式と(3.2.3-47)式から次式を得る。

$$\sigma^2[\tau_m] = \frac{\pi \int_0^{\infty} \omega^2 \Phi_{11}(\omega)\Phi_{22}(\omega) \{1 - |\Gamma_{12}(\omega)|^2\} d\omega}{T \int_0^{\infty} \omega^2 \sqrt{\Phi_{11}(\omega)\Phi_{22}(\omega)} |\Gamma_{12}(\omega)| d\omega} \quad (3.2.3-55)$$

上式の平方根を、推定されるべきゆらぎの電極間伝播時間の真値で規格化した規格化標準誤差 $\varepsilon_r[\tau_m]$ は次式のようになる。

$$\varepsilon_r[\tau_m] \equiv \frac{\sigma^2[\tau_m]}{\tau_0} = \frac{1}{\tau_0} \frac{\sqrt{\pi} \sqrt{\int_0^{\infty} \omega^2 \Phi_{11}(\omega)\Phi_{22}(\omega) \{1 - |\Gamma_{12}(\omega)|^2\} d\omega}}{\sqrt{T} \int_0^{\infty} \omega^2 \sqrt{\Phi_{11}(\omega)\Phi_{22}(\omega)} |\Gamma_{12}(\omega)| d\omega} \quad (3.2.3-56)$$

これで統計誤差のパワースペクトルによる表現が得られた。パワースペクトルやコヒレンス関数は、我々になじみの深い統計量であり、相関関数の微分を求めることが必要な(3.2.3-47)式によるよりも、上式による誤差評価のほうがはるかに簡単である。この式から、ゆらぎの電極間伝播時間の測定値の規格化標準誤差は、ゆらぎの観測時間が大きくなるとその平方根に反比例して小さくなることや、コヒレンスが大きくなるほど小さくなることが分かる。また、パワースペクトルの高周波成分が優勢になるほど、規格化標準誤差が小さくなる。このことは、 $\Gamma_{12}(\omega)$ が一定、 $\Phi_{11}(\omega) = \Phi_{22}(\omega)$ としたうえで次式が成り立つことから確認できる。

$$\int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 \Phi_{11}(\omega) d\omega \leq \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \omega \Phi_{11}(\omega) d\omega \right\}^2 \leq \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 \Phi_{11}(\omega) d\omega \right\}^2 \quad (3.2.3-57)$$

また、 $V_1(t)$ と $V_2(t)$ の計測単位が異なっても誤差の評価結果に影響を与えないことが(3.2.3-56)式から確認できる。

### ③信号処理における二、三の留意点

相関法の適用における相互相関関数の計算は、一般に、アナログ信号を離散化、量子化し、デジタル計算機を用いて実施する。離散化とは、元来が時間的に連続な信号を一定時間間隔でサンプリングし、時間的に不連続な各点における信号値の時系列にすることをいう。量子化とは、信号値の変化する範囲を一定の小区間に分け、ある小区間に入った信号の値はすべてその小区間の中央値で代表させることをいう。以下では、ゆらぎ信号の離散化および量子化に伴う二、三の問題について考察する。

最初に、信号の離散化に伴うばらつきについて考える。ゆらぎ信号を一定時間間隔でサンプリングし、時間軸方向に離散化する場合に生じるばらつきの影響の評価には、統計学において母集団のばらつきをヒストグラムから求める場合のシェパードの補正<sup>(21)</sup>の考え方が応用できる。シェパードの補正を考慮すると、信号の離散化なしに測定したときの標準誤差を $\sigma[\tau_m]$ とすると、サンプリング間隔 $\Delta\tau$ でサンプリング離散化して測定したゆらぎの電極間伝播時間の標準誤差は

$$\sigma'[\tau_m] = \sqrt{\sigma^2[\tau_m] + \Delta\tau^2/12} \quad (3.2.3-58)$$

のようになる。この式から、信号の観測時間をいくら大きくしても規格化標準誤差を $0.3\Delta\tau/\tau_0$ より小さくできないことが分かる。

デジタル装置を用いる不規則信号の処理では、通常、シャノンの定理に基づいて、信号に含まれる最大周波数成分の $1/2$ 周期に1回以上のサンプリングを行うようにサンプリングレートが決められる。相関法におけるサンプリングレートの決定にあたっては、シャノンの条件を満たすのは当然として、その他にゆらぎの電極間伝播時間の分解能をも考慮しなければならない。サンプリング間隔 $\Delta\tau$ に対してゆらぎの伝播時間を $\Delta\tau/2$ まで分解できるとすると $\pm x$ の精度で伝播時間の測定を行うためには、サンプリング間隔は $\Delta\tau \leq 2x\tau_0$ のようにしなければならない。

つぎにゆらぎ信号の振幅方向の量子化に伴う問題を考えよう。一般に、量子化には誤差を伴い、量子化分解能以上の情報を得ることはできない。このため、量子化の精度を上げない限り、サンプリング周期を短くしただけでは、ゆらぎの電極間伝播時間の分解能を上げるのには限度がある。つまり、本来相互相関関数のピーク値より小さなはずの時間軸上の両隣に位置する関数の値が、A/D変換のビット数不足のため同値となってしまう、どれがピークか判断不能になってしまうのである。いま、正と負の両方の値をとる信号を $N$ ビットで量子化する場合を考えると、片側振幅の分解能は $2^{-(N-1)}$ となる。余裕をみて、ゆらぎの振幅分解能を片側 $2^{-(N-2)}$ と考えると、相関関数はゆらぎ

の相乗積の積分として求められるので、相関関数の分解能は、 $2^{-2(N-2)}$ となる。すなわち、相関関数の関数値の差がこの値より小さいものは同値となってしまう。従って、伝播時間の分解能 $\Delta\tau_r$ は相互相関関数 $\phi_{12}(\tau)$ のピークを与える $\tau_m$ と

$$\frac{\phi(\tau'_m)}{\phi(\tau_m)} = \frac{2^{2(N-2)} - 1}{2^{2(N-2)}} = 1 - \frac{1}{2^{2(N-2)}} \quad (3.2.3-59)$$

より求まる $\tau'_m$ から次のごとく求まる。

$$\Delta\tau_r = |\tau_m - \tau'_m| \quad (3.2.3-60)$$

伝播時間の分解能 $\Delta\tau_r$ を具体的に求めるためには、A/D変換のビット数および相互相関関数の関数形を知る必要があるが、ゆらぎが周波数 $f_0$ の単一周波数成分から成るとすると8ビットで周期 $1/f_0$ の0.35%、12ビットで0.02%が分解できる。

#### ④相関法の適用性

「常陽」1次主冷却系へ据え付け後の電磁流量計を対象に、相関法の適用性を確認する。確認に用いるデータは、落下法による校正を実施後系統に据え付けて間もない時期のものなので、電磁流量計の指示を正、すなわち基準とし、流量を変えながら、相関法から求めた流量を基準流量と比較する。

「常陽」1次主冷却系電磁流量計は、図3.2.1-2のような鞍型線輪式で、流動管内径が305.5mm、電極間隔が150mmであり、図3.2.3-7示すような配置で、流体が下方から鉛直上方に流れるように据え付けられている。データの採取時のナトリウム温度および流速は、それぞれ250~260°Cおよび2~5m/sである。

最初に、電磁流量計の上流側電極で観測される出力電圧のゆらぎと下流側のそれとの間に相関があるかどうかを確認するため、ゆらぎ波形を見てみよう。二つの電極で観測されたゆらぎを図3.2.3-8に示す。この図から、二つのゆらぎは、目視でも明らかに分かる程強い相関を示し、下流電極で観測されたゆらぎには流量に対応した遅れが存在することが確認できる。

ゆらぎ波形の観察で強い相関が認められたので、流量を種々変化させて、上下流電極で観察されたゆらぎの間の相互相関関数を求め、流量校正の可能性を探索する。図3.2.3-9に測定された相互相関関数を示す。図から、相互相関関数のピークを与える遅れ時間は、流量の減増に対応して増減していることが分かる。相互相関関数のピークを与える遅れ時間を全流体の電極間移動時間、すなわち流速分布が一樣として求めた流量 $Q_c$ と、電磁流量計の指示値 $Q_r$ との関係を、図3.2.3-10に示す。 $Q_c$ は $Q_r$ の1.066倍から1.078倍の間にばらついており、平均は1.068倍になっている。



この結果から、ゆらぎの電極間伝播時間から求まる流量は実際に流量より大きくなる傾向があり、補正の必要なことが分かる。

前述の“②相関法の定式化”における理論的検討では、流速ゆらぎの周波数は流速と共に増減すること、管の壁付近におけるゆらぎの周波数は中心付近のそれに比べて相対的に高いことなどが示された。これらを実地に確認するには、パワースペクトルの測定が有効である。自己パワースペクトルの測定結果を図 3.2.3-11 に、相互パワースペクトルの位相特性の測定結果を図 3.2.3-12 示す。相互パワースペクトルの絶対値の測定結果は、自己パワースペクトルとほとんど同じであった。

図 3.2.3-11 から、最大パワーおよび-30dB パワーを与える周波数は高々 2.5 および 25Hz で、流量が減少するにつれて減少することが分かる。この結果は、 $\sqrt{\lambda}$  および  $\sqrt{u'^2}/\sqrt{u'v'}$  の流量への依存度が低く、ゆらぎの周波数は流量にほぼ比例するという(3.2.3-24)式の結果と一致している。また、(3.2.3-25)式に  $\sqrt{u'^2}/\sqrt{u'v'}=1.8$  (レイノルズ数  $Re \approx 5.5 \times 10^5$  に対する値<sup>(19)</sup>) を適用すると、1298.5 m<sup>3</sup>/h の流量に対し、管の中心から半径の 0.77 倍の範囲で 0~25Hz の周波数の流速ゆらぎが発生するという結果が得られている。

相互パワースペクトルの測定結果から、ゆらぎの電極間伝播時間に対する各周波数成分の寄与が分かる。ゆらぎの相互相関関数は、相互パワースペクトルのフーリエ逆変換として次式で表される。

$$\phi_{12}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{12}(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} |\Phi_{12}(f)| e^{-j\varphi(f)} e^{j2\pi f\tau} df \quad (3.2.3-61)$$

ただし、 $\omega = 2\pi f$

上式は、相互相関関数のピーク値を与える遅れ時間、すなわちゆらぎの電極間伝播時間は、各周波数成分の伝播時間に  $|\Phi_{12}(\omega)|$  の重みをつけて平均したものであることを示している。図 3.2.3-12 の  $\varphi(f)$  から各周波数成分の伝播時間は、 $\varphi(f)/2\pi f$  として求まる。図中の直線は、相互相関関数の測定値から求めたゆらぎの電極間伝播時間である。図は、比較的低周波の成分は伝播時間が短く、逆に、高周波成分の伝播時間は長いことを示している。これは、局所的平均流速の大きい管の中心付近では比較的低周波の流速ゆらぎが発生し、管壁付近では高周波の成分が発生することを裏付けている。また、この図から、ゆらぎの各周波数成分の遅れ角度は、流量の減増に対応して増減していることも分かる。

ゆらぎの伝播速度  $L/\tau_m$  を断面平均流速  $U$  に補正する係数  $K$  を求めるには、流速ゆらぎが出力電圧のゆらぎの相関に支配的に寄与する管断面上の領域を知る必要がある。この領域は、ゆらぎが強い相関を示す上限の周波数から求まる。ゆらぎの各周波数成分の相関の度合いの調査には、コヒレンス関数が適している。コヒレンス関数の測定結果を図 3.2.3-13 に示す。これらの測定結果から、

テピカルなコヒレンス関数の値は0.95~0.9の範囲にあること、強い相関を示す上限周波数は高々25Hzであり、流量とともに減少することなどが分かる。いま、強い相関の目安をコヒレンス関数の値が0.7と設定すると、流量が1298.5 m<sup>3</sup>/hのときの強い相関を示す上限周波数は $f(p_0)=23.8\text{Hz}$ になる。これを(3.2.3-19)式に適用し、流速ゆらぎが出力電圧のゆらぎの相関に支配的に寄与する管断面上の領域を求めると $p_0=0.759$ となる。このとき、(3.2.3-29)式の $I(p_0)$ は、 $I(p_0)=1.023$ であった。

(3.2.3-31)に基づいて相関法の流量補正係数 $K$ を求めるにはもう一つ $\lambda$ の値が必要である。校正試験は冷却材温度 $t=240^\circ\text{C}$ で実施されたので、ナトリウムの密度 $\rho$  [kg/m<sup>3</sup>] と粘性係数 $\mu$  [kg/m·s]は、

$$\rho = 954.150 - 0.12735t - 4.60045 \times 10^{-6} t^2 + 9.66704 \times 10^{-10} t^3 \quad (3.2.3-62)^{(10)}$$

$$\log_{10} \mu = -2.4892 + 220.65 / (t + 273.15) - 0.4925 \log_{10}(t + 273.15) \quad (3.2.3-63)^{(10)}$$

から $\rho = 923 \text{ kg/m}^3$ 、 $\mu = 0.404 \times 10^{-3} \text{ kg/m}\cdot\text{s}$ となり、流量1298.5 m<sup>3</sup>/hに対する断面平均流速 $U$ は4.92 m/sであるので、レイノルズ数は $\text{Re} = 2aU\rho/\mu = 3.44 \times 10^6$ となる。この結果を(3.2.3-23)式に適用し、 $\lambda = 0.952 \times 10^{-2}$ を得る。したがって、補正係数は(3.2.3-31)式から $K = 0.935$ となる。(ここでは簡単にするため、校正されるべき電磁流量計の指示値を用いてレイノルズ数の算出のための断面平均流速 $U$ を求めたが、本来は相関法から求まる流速を用いるべきである。その際、 $\lambda$ の計算に $U$ を必要とし、 $U$ の計算に $\lambda$ が必要なので計算不能のように思われるが、最初に校正されるべき流量計の指示値を用いて計算を開始し以後順次求めた $\lambda$ 、 $U$ を用いて計算を反復し収束させれば良い。)

各流量に対し上述の手順で補正して相関法から求めた流量 $Q$ と電磁流量計の指示流量 $Q_r$ との比較を図3.2.3-10に併せて $x$ で示す。(3.2.3-31)式に基づいて求めた補正係数 $K$ は、全測定点で0.935~0.938の範囲にあり平均値は0.937であった。この値は、管の中心から半径の0.79倍までの領域の平均流速に対する全断面平均流速の比に一致し、この領域の流速ゆらぎが、出力電圧のゆらぎの相関に支配的な役割を演じていると推定される。一方、前述のように、相互相関関数から管内流速分布の補正なしに求めた流量の電磁流量計の指示値に対する比の値は1.068であるので、これの逆数が $K$ に一致しなければならないが、この逆数は0.936と $K$ によく一致している。 $K = 0.937$ としたとき、相関法から求まる流量は±1%以内で電磁流量計の指示値と一致した。

これまでの議論では、強い相関の目安を $|\Gamma_{12}^2(\omega)| = 0.7$ としたが、補正係数 $K$ はこの目安値が多少変化してもそう大きくは変わらない。例えば、流量が1298.5 m<sup>3</sup>/hの場合、 $0.6 \leq |\Gamma_{12}^2(\omega)| \leq 0.8$ に対し $K$ の範囲は0.932~0.938である。

以上、系統誤差の補正について述べたが、以下では、相関法の精度を支配するもう一つの要因である統計誤差について検証する。

計算機の発達した現代では、(3.2.3-56)式の積分は、ゆらぎの解析で得られた $\Phi_{11}(\omega)$ 、 $\Phi_{22}(\omega)$ および $\Gamma_{12}(\omega)$ から簡単に求めることができるが、統計誤差に及ぼす $\Phi_{ii}(\omega)$ の形や $\Gamma_{12}(\omega)$ の値の影響を分析し、概略のあたりをつけるには、パワースペクトルを台形の和で近似する方法が有効である。

これまで見てきたように、上下流両電極で観測されるゆらぎのパワースペクトルはほとんど等しく、コヒレンスは広い周波数範囲で大まかには一定値をとる。そこで、 $\Phi_{11}(\omega) = \Phi_{22}(\omega)$ 、および $|\Gamma_{12}(\omega)| = \gamma^2$  (一定)と仮定すると、 $\Phi_{11}(\omega)$ を図3.2.3-14に示すように台形の和で近似し、次式のように表すことができる。

$$\Phi_{11}(\omega) \approx \sum_{k=1}^K A_k T_k(\omega) \quad (3.2.3-64)$$

ここで $A_k$ は振幅係数であり、 $T_k$ は次式で表される関数である。

$$T_k = \begin{cases} 1 & , 0 \leq \omega \leq \omega_{kL} \\ \frac{1}{\omega_{kL} - \omega_{kH}} (\omega - \omega_{kH}) & , \omega_{kL} \leq \omega \leq \omega_{kH} \\ 0 & , \omega_{kH} \leq \omega \end{cases} \quad (3.2.3-65)$$

このとき、(3.2.3-56)式は次式に変換される。

$$\varepsilon_r[\tau_m] \approx \frac{1}{\tau_0} \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{T}} \sqrt{\frac{1-\gamma^2}{\gamma^2}} \frac{\sqrt{\sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^K A_k A_l \int_0^{\omega_{kH}} \omega^2 T_k(\omega) T_l(\omega) d\omega}}{\sum_{k=1}^K A_k \int_0^{\omega_{kH}} \omega^2 T_k(\omega) d\omega}} \quad (3.2.3-66)$$

上式の積分は、次式から求めることができる。

$$\int_0^{\omega_{kH}} \omega^2 T_k(\omega) d\omega = \frac{1}{12} (\omega_{kL}^3 + \omega_{kL}^2 \omega_{kH} + \omega_{kL} \omega_{kH}^2 + \omega_{kH}^3) \quad \omega_{kH} \leq \omega_{kL} \quad (3.2.3-67)$$

$$\int_0^{\omega_{kH}} \omega^2 T_k^2(\omega) d\omega = \frac{1}{30} \frac{1}{(\omega_{kL} - \omega_{kH})} (\omega_{kH}^5 + 4\omega_{kL}^5 + 5\omega_{kL}^4 \omega_{kH}) \quad \omega_{kL} = \omega_{kL}, \omega_{kH} = \omega_{kH} \quad (3.2.3-68)$$

実測パワースペクトルに基づいて $\varepsilon_r[\tau_m]$ を評価するため、図3.2.3-11をリニアスケールで書き直すと、図3.2.3-15に示すようになる。このスペクトルを12個の台形の和で近似し $A_k$ 、 $\omega_{kH}$ 、 $\omega_{kL}$ を表3.2.3-1のように設定する。図3.2.3-15から $\gamma^2 = 0.9$ とすると、(3.2.3-66)式から次式を得る。

$$\varepsilon_r[\tau_m] = \frac{1}{\tau_0} \frac{1.4 \times 10^{-3}}{\sqrt{T}} \quad (3.2.3-69)$$

上式を得る過程で必要とした積分計算では、時間の単位はすべて秒としたので、上式右辺の分子は  $s^{3/2}$  の次元をもっている。流量が  $1298.5 \text{ m}^3/\text{h}$  のとき  $\tau_0 \approx 0.03 \text{ s}$  であるので、 $\varepsilon_r[\tau_m] \leq 0.01$  とするためには、 $T \geq 25$  にする必要がある。そこで、相関法に利用可能なリソースを勘案し、 $\Delta\tau = 0.005 \text{ s}$ 、 $T = 35 \text{ s}$  とする。このとき、統計誤差はシェパードの補正を考慮しても  $\varepsilon_r[\tau_m] \approx 0.008$  となり、1% を超えない。流量が  $1298.5 \text{ m}^3/\text{h}$  のときのゆらぎの電極間伝播時間のばらつきは 0.9% であり、評価値と一致した。

以上述べたように、相関法の精度は、系統誤差の補正しきれない分および統計誤差を考慮しても 2% 以内に収まっている。これは電磁流量計を冷却系統に据え付ける前に行った実流校正の精度に匹敵することから、相関法はサーベイランス試験の手段として有用であると判断される。

#### ⑤出力ゆらぎの相関から分かること

出力ゆらぎの相関からこんなことも分かりますという肩の凝らない話を一つしたい。とある国のあるプラントでのこと、試験施設で校正を実施した後、原子炉プラントに据え付けた電磁流量計の指示が、出力が低下する方向にずれてしまった。縮尺模型を作成して試験を実施した結果、原因は、上流にあるエルボのために電磁流量計の流動管内の流れが旋廻流となったためと結論づけられた。著者がこの電磁流量計の出力電圧のゆらぎの収録データを入手し、相関解析を実施してみたところ、相当の帯域でコヒレンスが 0.9 以上の強い相関を示し、旋廻流は生じていないことが判明した。相関が強いときには旋廻流が生じていないと判断される理由は以下のとおりである。

いま、上流側の電極を含む断面における流速変動が図 3.2.3-16(a) に示すパターンをもつとする。ここで、○の中の・、+ は流速変動の方向を、○の大きさは変動の大きさを表すものとし、流速変動は断面上に稠密に存在するが、数点で代表させている。図 3.2.3-16(b)、(c)、(d) は下流側電極を含む断面の速度変動で、(b) は、電極との位置関係も含めて上流断面のパターン(a) が完全に保存されて下流断面に達した場合を示す。(c) は、上流断面から下流断面まで移動する場合に、速度変動パターンは保存されているが、流動管の中心軸に対して転回が生じ電極との関係がずれているもの、(d) は全く不規則なものを示している。以上の(a)と(b)、(a)と(c)および(a)と(d)の組合せについて、出力電圧の相関を見てみると、(a)と(b)の場合は上下流電極で観測されるゆらぎは全く同一の波形となり、完全相関を示す。(a)と(d)の場合は、速度自体が無関係に不規則に変動しているので出力ゆらぎも無相関である。(a)と(c)の場合はどうであろうか。(3.2.3-13)、(3.2.3-14)式から明らかなように、電磁流量計の出力ゆらぎは、(a)または(c)の速度変動のパターンに断面上の各点に固有の重み(図 3.2.1-7)をかけて全断面にわたって積分したものになるので、転回が生じているとき

には例えパターンが同じであっても、出力ゆらぎが同じになることはなく、強い相関は示し得ない。

旋廻流が原因と判断したのは間違いで、実は永久磁石の劣化が原因であったということにならなければ良いと思っている。永久磁石が出たところで、大型炉用永久磁石式電磁流量計の開発に関して感じていることをもう一つ述べておく。大型炉で配管の口径が大きくなると磁石も大きくなり重量が増すので、薄い鉄板を磁化したものを配管に背負わせて磁界をつくることを考えているらしい。そこまでは良いとして、鉄板のエッジの近傍に電極をおくと磁束密度が高いため、高出力が得られるという発表が学会であったが、エッジ近傍の磁場は不安定で、例えば腐食等によりエッジの形状が変化したりすると、途端に出力特性に影響がでる。目先のことだけでなく、本質を見抜く洞察力が必要なゆえんである。

### (3) 平均周波数法<sup>(16)(22)</sup>

相関法を適用しようとする、原理上2組の電極を必要とする。主冷却系用電磁流量計では、信号の多重性や独立性確保のため電極を複数組設けるが、補助系の電磁流量計では電極を1組しかもたないものがほとんどである。平均周波数法は、電極を1組しかもたない流量計にも適用できる方法である。以下では、出力電圧のゆらぎのパワースペクトルを流速変動のパワーで記述し、電圧ゆらぎのパワースペクトル加重平均周波数が、円管の抵抗係数の平方根と流量の積に比例することを示す。パワースペクトルはゆらぎの2乗の次元をもつが、ゆらぎと同じ次元をもつパワースペクトルの平方根を加重関数とする RMS 平均周波数もまた、円管の抵抗係数の平方根と流量の積に比例することを示す。最後に、実際の原子炉に設置された電磁流量計で観測された出力電圧のゆらぎを対象に、平均周波数法の適用性を検証する。

#### ①パワースペクトル加重平均周波数の表式の導出

平均周波数は、出力電圧のゆらぎのパワースペクトルを $\Phi_{ii}(f)$ とすると、 $\Phi_{ii}(f)$ を加重した周波数 $f$ の平均として次式で表わされる。

$$\bar{f} = \frac{\int_0^{f_0} f \Phi_{ii}(f) df}{\int_0^{f_0} \Phi_{ii}(f) df} \quad (3.2.3-73)$$

$\Phi_{ii}(f)$ は、電圧ゆらぎの自己相関関数 $\phi_{ii}(\tau)$ のフーリエ変換として次式で定義される。

$$\Phi_{ii}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{ii}(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (3.2.3-74)$$

また、 $f_0$ は平均周波数の算出に用いる上限の周波数で、ゆらぎのパワースペクトルやノイズレベル

を勘案して決められる。

流速ゆらぎすなわち電圧ゆらぎの周波数  $f$  は、相関法の定式化のところで述べたように、断面平均流速  $U$  に比例し、流動管の内側半径  $a$  で規格化した径方向座標  $p$  の関数として、(3.2.3-25)式で記述される。再掲すると、

$$f(p) = \frac{25}{\sqrt{2}} k \frac{\sqrt{\lambda}}{a} \frac{p^{1/2}}{(1-p)(1+p)(3p^2+7)} U \quad (3.2.3-75)$$

である。但し、(3.2.3-25)式の  $\sqrt{u'^2}/\sqrt{u'v'}$  は管断面にわたってほぼ一定であるので、上式ではこれを  $k$  とおいた。平均周波数は、 $p$  とともに変わる周波数をパワーの重みをつけて平均したものであるので、平均をとっても係数に含まれる  $U$  はそのまま残ると考えられ、平均周波数は平均流速に依存することが予想される。つぎに、平均周波数を求める際の重みである電圧ゆらぎのパワー  $\Phi_{ii}(f)$  を、流速ゆらぎの自己相関関数  $R_L(\tau, p, p, \theta, \theta)$  により記述する。 $R_L(\tau, p, p, \theta, \theta)$  は  $\theta$  には依存しないので  $R_0(\tau, p) = R_L(\tau, p, p, \theta, \theta)|_{L=0}$  とすると、電圧ゆらぎの自己相関関数  $\phi_{ii}(\tau)$  は、(3.2.3-18)式から次式のようになる。

$$\phi_{ii}(\tau) = \frac{8B^2 a^2}{\pi} \int_{p=0}^1 \int_0^{2\pi} R_0(\tau, p) W^2(p, \theta) p^2 dp d\theta \quad (3.2.3-76)$$

$\phi_{ii}(\tau)$  はまた、(3.2.3-74)式の逆変換として

$$\phi_{ii}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{ii}(f) e^{j2\pi f\tau} df \quad (3.2.3-77)$$

のように記述でき、これと(3.2.3-76)式から次式が得られる。

$$\phi_{ii}(0) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{ii}(f) df = 2 \int_0^{\infty} \Phi_{ii}(f) df = \frac{8B^2 a^2}{\pi} \int_{p=0}^1 \int_0^{2\pi} R_0(0, p) W^2(p, \theta) p^2 dp d\theta \quad (3.2.3-78)$$

上式の  $R_0(0, p)$  は、 $(p, \theta)$  における流速ゆらぎのパワーを表し、(3.2.3-16)式から

$$R_0(0, p) = \overline{u'^2(p)} \quad (3.2.3-79)$$

であるので、次式が得られる。

$$\int_0^{\infty} \Phi_{ii}(f) df = \frac{4B^2 a^2}{\pi} \int_{p=0}^{\infty} \overline{u'^2(p)} p^2 dp \int_0^{2\pi} W^2(p, \theta) d\theta \quad (3.2.3-80)$$

上式の左辺の積分範囲を  $f_0$  までにすると、右辺の  $p$  に関する積分範囲は  $p_0$  までとなり、上式は次式のようになる。

$$\int_0^{f_0} \Phi_{ii}(f) df = \frac{4B^2 a^2}{\pi} \int_{p=0}^{p_0} \overline{u'^2(p)} p^2 dp \int_0^{2\pi} W^2(p, \theta) d\theta \quad (3.2.3-81)$$

ただし、 $p_0$ は(3.2.3-75)式の逆関数により、次式で与えられる。

$$p_0 = f^{-1}(f_0) \quad (3.2.3-82)$$

(3.2.3-81)式の最後の積分は、付録6に示すところにより

$$\int_0^{2\pi} W^2(p, \theta) d\theta = \frac{\pi(p^{12} - 3p^4 + 2)}{(1-p^4)^3} \quad (3.2.3-83)$$

のようになる。一方、(3.2.3-75)式の微分から、次式が得られる。

$$df = \frac{25}{2\sqrt{2}} k \frac{\sqrt{\lambda}}{a} U \frac{21p^4 + 12p^2 + 7}{p^{1/2} \{(1-p)(1+p)(3p^2+7)\}^2} dp \quad (3.2.3-84)$$

また、(3.2.3-23)式に、流体力学の一般の教科書によって与えられている実験式<sup>(19)</sup>

$$\frac{l}{a} = 0.14 - 0.08 \left(\frac{r}{a}\right)^2 - 0.06 \left(\frac{r}{a}\right)^4 = -\frac{1}{50} (p-1)(p+1)(3p^2+7) \quad (3.2.3-85)$$

から求まる  $l$  を代入して次式の関係を得る。

$$\overline{u'^2(p)} = \frac{k^2}{8} \lambda U^2 p \quad (3.2.3-86)$$

(3.2.3-84)式を(3.2.3-81)式の左辺に代入して積分の変数を変換し、また、(3.2.3-83)、(3.2.3-86)式を同様に右辺に代入し次式を得る。

$$\begin{aligned} \int_0^{f_0} \Phi_{ii}(f) df &= \int_0^{p_0} \Phi_{ii}(p) \frac{25}{4\sqrt{2}} k \frac{\sqrt{\lambda}}{a} U \frac{21p^4 + 12p^2 + 7}{p^{1/2} \{(p-1)(p+1)(3p^2+7)\}^2} dp \\ &= \int_0^{p_0} \frac{B^2 a^2 k^2 \lambda U^2}{2} \frac{p^3 (p^{12} - 3p^4 + 2)}{(1-p^4)^3} dp \end{aligned} \quad (3.2.3-87)$$

上式より、 $\Phi_{ii}(p)$ は次式のようにになる。

$$\Phi_{ii}(p) = \frac{2\sqrt{2}}{25} B^2 a^3 k \frac{p^{7/2} (p^{12} - 3p^4 + 2) (3p^2 + 7)^2}{(21p^4 + 12p^2 + 7) (1-p^2) (1+p^2)^3} \sqrt{\lambda} U \quad (3.2.3-88)$$

これで、流動管の内側半径  $a$  で規格化した径方向座標  $p$  を媒介変数とした電圧ゆらぎのパワースペクトルの表式が得られた。(3.2.3-73)式の分子は、上式と(3.2.3-75)、(3.2.3-84)式から次式のように求まる。

$$\int_0^{f_0} f \Phi_{ii}(f) df = \int_0^{p_0} \frac{25}{2\sqrt{2}} B^2 a k^3 (\sqrt{\lambda} U)^3 \frac{p^{7/2} (p^{12} - 3p^4 + 2)}{(1-p^2)^4 (1+p^2)^3 (3p^2+7)} dp \quad (3.2.3-89)$$

(3.2.3-73)式の分母は(3.2.3-87)式の最終項そのものであるので、上式と(3.2.3-89)式を(3.2.3-73)式に代入し、流量  $Q$  と平均流速  $U$  の間の関係  $Q = \pi a^2 U$  を考慮すると、平均周波数の表式は次式のようなる。

$$\bar{f} = K \sqrt{\lambda} Q \quad (3.2.3-90)$$

ここで

$$K = \frac{25}{\sqrt{2}} \frac{k}{\pi \alpha^3} \frac{\int_0^{p_0} \frac{p^{7/2}(p^{12} - 3p^4 + 2)}{(1-p^2)^4(1+p^2)^3(3p^2+7)} dp}{\int_0^{p_0} \frac{p^3(p^{12} - 3p^4 + 2)}{(1-p^2)^3} dp} \quad (3.2.3-91)$$

上式における円管の抵抗係数 $\lambda$ は平均流速 $U$ すなわち流量 $Q$ の関数となるので平均周波数 $\bar{f}$ は、流量 $Q$ の非線形関数となる。

### ②RMS 加重平均周波数の表式

前項では、平均周波数を求める際の加重関数として、パワースペクトルを採用した。ここでは、加重関数としてパワースペクトルの平方根を用いる場合の平均周波数 $\bar{f}_{rms}$ の表式を求める。すなわち、

$$\bar{f}_{rms} = \frac{\int_0^{f_0} f \sqrt{\Phi_{ii}(f)} df}{\int_0^{f_0} \sqrt{\Phi_{ii}(f)} df} \quad (3.2.3-92)$$

とすると(3.2.3-75)、(3.2.3-82)および(3.2.3-86)式から次式が得られる。

$$\bar{f}_{rms} = K_{rms} \sqrt{\lambda} Q \quad (3.2.3-93)$$

ここで

$$K_{rms} = \frac{25}{\sqrt{2}} \frac{k}{\pi \alpha^3} \frac{\int_0^{p_0} \frac{p^{7/4}(p^{12} - 3p^4 + 2)^{1/2}(21p^4 + 12p^2 + 7)^{1/2}}{(1-p^4)^{3/2}\{(1-p^2)(3p^2+7)\}^2} dp}{\int_0^{p_0} \frac{p^{5/4}(p^{12} - 3p^4 + 2)^{1/2}(21p^4 + 12p^2 + 7)^{1/2}}{(1-p^4)^{3/2}(1-p^2)(3p^2+7)} dp} \quad (3.2.3-94)$$

したがって、RMS 平均周波数 $\bar{f}_{rms}$ は、 $\bar{f}$ 同様に流量 $Q$ の非線形関数となる。

### ③平均周波数法の適用性

「常陽」1次主冷却系電磁流量計を対象に、平均周波数法の適用性を確認する。流量計の指示を基準として、流量を種々変化させながら(3.2.3-73)および(3.2.3-92)式に基づいて平均周波数を求め、最小2乗法によりそれぞれ $\hat{K}\sqrt{\lambda}Q$ および $\hat{K}_{rms}\sqrt{\lambda}Q$ へ適合させて、適合性を確かめる。また、 $\hat{K}$ および $\hat{K}_{rms}$ を求め、それぞれ(3.2.3-91)および(3.2.3-94)式による $K$ 、 $K_{rms}$ 値と比較する。相関法のところで述べたパワースペクトルの観測結果から、最大流量で-30dBを与える周波数は高々25Hzであるので、平均流量の算出では、すべての流量に対し $f_0 \approx 25$ で一定とし、 $K$ 、 $K_{rms}$ を求



める際は、最大流量に対する  $p_0 = 0.76 \approx f^{-1}(25)$  を用いる。

上述のように行った平均周波数の測定結果を図 3.2.3-17 に示す。 $K$ 、 $K_{rms}$  の(3.2.3-91)、(3.2.3-94)式による計算値が、490、500 であるのに対し、実測値  $\hat{K}$ 、 $\hat{K}_{rms}$  は 130、170 と差はあるものの、測定値は最小 2 乗曲線に良く適合している。特に、 $\hat{f}_{rms}$  の方が  $\bar{f}$  と比較して測定値の最小 2 乗曲線からのずれが小さく、最大でも 1% 以内に収まっている。また、 $\hat{K}_{rms}$  も  $K$  に比べて大きい。これらは、 $\sqrt{\quad}$  演算により、図 3.2.3-11 に示すパワースペクトルの比較的高い周波数のパワーの小さい成分の相対的大きさが増した効果によると考えられる。

上述のように、 $K_{rms}$  と  $\hat{K}_{rms}$  に差異があるものの、初期の段階で  $\hat{K}_{rms}$  を実験的に求めておけば、平均周波数法による経年変化の校正が可能と考えられる。

#### (4) パルス中性子放射化法<sup>(23)(24)</sup>

パルス中性子放射化法 (Pulsed Neutron Activation Method) は、図 3.2.3-18 に示すように、上流側で配管の外側から冷却材ナトリウム中に中性子パルスを打ち込み、下流側で  ${}_{11}^{23}\text{Na}(n, \alpha){}_{9}^{20}\text{F}$  で生じた  ${}_{9}^{20}\text{F}$  からの  $\gamma$  線を検出する方法である。すなわち、パルス打ち込み位置と検出器の間の距離と、パルス打ち込みから検出器に到達するまでの時間から流速を求め、これに配管の断面積を掛けて流量を算出する。

適当な時間間隔で中性子パルスの打ち込みを繰り返すと、マルチスケーラの計数値は、中性子パルスのコリメート幅、検出器の窓幅、管内流速分布などの影響で、図 3.2.3-18(b) に示すように分布する。このとき、到達時間の逆数は、 ${}_{9}^{20}\text{F}$  の  $\gamma$  崩壊を補正したマルチスケーラ計数値の重みつき平均として次式のように求められる。

$$\overline{(1/t)} = \left( \frac{\sum_i C_i e^{\lambda t_i} / t_i}{\sum_i C_i e^{\lambda t_i}} \right) \quad (3.2.3-95)$$

ただし、 $C_i$  はチャンネル  $i$  の計数値で、 $\lambda$  は  ${}_{9}^{20}\text{F}$  の崩壊定数である。中性子パルス打ち込み位置と検出器間の距離を  $L$  とすると平均流速  $U$  は

$$U = L \overline{(1/t)} \quad (3.2.3-96)$$

となり、管の内側半径  $a$  に対して流量  $Q$  は次式で与えられる。

$$Q = \pi a^2 U = \pi a^2 L \overline{(1/t)} \quad (3.2.3-97)$$

この方法は、EBR-II の熱出力測定の不確かさの減少のために開発され、EBR-II 2 次系 12B 配管で  $L=1.5 \sim 4.5\text{m}$  のとき、誤差が 2% 以内の測定が可能であったとされている。米国では、EBR-II に次ぎ、FFTF の電磁流量計の系統据付後の試験にもパルス中性子放射化法が用いられた。

パルス中性子放射化法は、中性子源の大きさに限度があり、大口径の配管には適用が困難とされ、16B 配管への適用が最適で、24B では精度が低下するとも言われている。

#### (5) 応答特性の測定<sup>(25)</sup>

既に述べたように、流動管の大口径化に伴い、電磁流量計の応答特性に関心がもたれるようになった。電磁流量計の応答特性を実験的に確認するため、「もんじゅ」1次冷却系電磁流量計を対象に、核計装や炉内計装のところで述べた自己回帰モデルを用いる方法の適用を試みよう。

冷却系配管内の冷却材の流速を検知する検出器は、電磁流量計以外にないので ARX モデルは適用できず、電磁流量計の出力電圧のゆらぎに AR モデルをあてはめて応答を推定した。100%流量における測定結果を図 3.2.3-19 に示す。この結果は、AR モデルによる応答時定数の測定値が 112ms になることを示しており、応答特性の理論解析値 25ms の 4.5 倍の値になっている。以下では、この差異が生じた理由について考察し、AR モデルを応答特性の測定に利用しようとする際に必ず確認が必要な事項、および上の測定結果から分かることなどを指摘する。

AR モデルのあてはめでは、図 3.2.3-20 にパワースペクトルの模式図を示すように、実際には観測できない流速ゆらぎの周波数帯域が電磁流量計の伝達特性の帯域より十分に広い、すなわち、流速ゆらぎが測定対象の電磁流量計の応答より十分に速いと仮定してモデル化を行っている。この仮定が成り立つ場合には、図に示すように、出力電圧のゆらぎの帯域は電磁流量計の伝達特性の帯域を反映したものとなり、電圧ゆらぎの速さは流量計の速さに支配される。したがって、電圧ゆらぎに対する AR モデルのあてはめにより、流量計の応答特性を知ることができる。逆に、流速ゆらぎが電磁流量計の応答より遅い場合には、電磁流量計の応答特性が反映されずに、流速ゆらぎは出力電圧のゆらぎに変換されてしまうので、測定結果は、電磁流量計の応答ではなく流速ゆらぎの速さを示すことになる。流速ゆらぎが、電磁流量計の応答特性の測定を可能ならしめるに十分な速さを有するかどうかは、応答速さの測定値の流量依存性を調べれば分かる。すなわち、相関法の定式化のところで述べたように流速ゆらぎは流量とともに速くなるので、流量を増加させていくとき、AR モデルのあてはめにより測定した応答速さがある流量以上で一定になれば、その流量で流速ゆらぎの速さが流量計の応答速さを超えたと考えられる。したがって、この一定になった値が、電磁流量計の応答速さを表す。しかるに、「もんじゅ」1次系流量計の場合、図 3.2.3-21 に示すように 100%流量でもなお応答時間の測定値は、変化の途中にあることから、AR モデルのあてはめにより測定したのは、電磁流量計の応答速さではなく、流速ゆらぎの速さであると結論できる。しかしながら、測定の結果は、この電磁流量計がいわば 110ms の速さのゆらぎをそのまま通過させて

いることを示している。電磁流量計の応答が少なくとも 110ms より速いことが、実験的に確認されたことになる。この結果は、理論解析の結果と矛盾しない。

上の例は、AR モデルのあてはめによる応答特性の測定では、検出器の出力ゆらぎの生起過程が自己回帰過程になっているかどうか、すなわち検出対象物理量のゆらぎの速さが、検出器の応答特性の測定を可能ならしめるに十分な速さを有するか否かの検証が必ず必要なことを示している。

### 3.3 液位計<sup>(2)(3)</sup>

原子炉容器の液位の確保は、炉心冷却機能を維持するために必須の条件であるので、原子炉容器には液位計を設置し、液位が規定値以下に低下したときには原子炉スクラム信号を発するようになっている。また、万一の 1 次冷却材漏えいに備え、炉心冷却を行うのに必要な原子炉容器最低液位を確保するため、1 次系機器を基準高さ以上に設置したり、必要に応じてガードベッセルを設置するなどしているが、1 次冷却材漏えい時には原子炉容器液位を適切に保持するため、液位計からの信号でオーバーフロー系の汲み上げ流量を制御する。さらに、ポンプや蒸気発生器等の冷却系機器の運転には、自由液面の液位の監視や制御および各種タンクのインベントリ監視が不可欠であり、液位計が必要とされるゆえんである。

わが国の液体ナトリウム冷却型高速炉の炉容器やタンク類の液位を連続的に測定するための液位計の選択にあたっては、冷却材が高い導電率をもつことを利用した誘導型液位計と抵抗型液位計を対象に特性試験を行い、長時間安定性や耐震性に優れている誘導型を採用した。誘導型液位計としては、液位が固定点に達したときに接点信号を出すものも開発され、ナトリウムが電極を短絡することにより接点信号を出力する接触型と併用されている。接触型は、ナトリウムベーパーやミストの付着による誤動作の防止が課題であり、利用が制限されている。以下では、誘導型液位計について述べる。

#### 3.3.1 誘導型連続式液位計

炉内計装の渦電流式センサのところで述べたように、交流で励磁したコイルをナトリウムに浸すときに、電磁誘導によりコイル周囲のナトリウム中に渦電流が流れる。誘導型液位計は、この渦電流との相互作用を利用している。したがって、液位計プローブは直接ナトリウムとは接触せず、電磁的結合でナトリウムの液位を遠隔測定できるので、冷却材バウンダリの形成が容易であるという利点を有する。誘導型連続式液位計のプローブは、その構造を図 3.3.1-1 に示すように、コイルボビンに 1 次コイルと 2 次コイルを重ね巻きにし、シースパイプ（保護管）に挿入したものを、さら

に冷却材バウンダリを形成する案内管に挿入して使用する。保護管の直径は 5cm 程度で、長さが最長 5m 程度の液位計が作られている。冷却材ナトリウムの温度は、500°Cを超えるので、コイルはセラミック絶縁のステンレスシース MI ケーブルで作られるのが一般的である。1 次コイルを交流で励磁するとき、プローブ周囲にナトリウムが存在しない場合には、1 次コイルと電磁的に結合された 2 次コイルに誘導起電力が発生するが、液位が上昇しプローブがナトリウムに浸かると、2 次誘起起電力を打ち消す方向にナトリウム中に渦電流が流れる。励磁周波数を適当に設定すると、2 次誘起起電力の減少分はナトリウム液位に比例するので、2 次誘導起電力を測定することによってナトリウム液位を知ることができる。

炉内計装のところでも述べたように、ナトリウムの導電率が温度に依存する結果、プローブ周囲を流れる渦電流の大きさも温度に依存するので、誘導型センサの出力特性はナトリウム温度に依存する。このため、誘導型液位計では、温度補償が必要である。温度補償のための冷却材ナトリウム温度は、1 次励磁電流を一定に保つために必要な励磁電圧の変化量や 2 次巻線の直流抵抗の変化量から検知する。「常陽」の炉容器および 1 次冷却系に当初設置された液位計では、英国より輸入した検出プローブを用い、2 次巻線に流した直流電流が温度の変化に起因する巻線抵抗の変化により変化するのを検出して温度補償演算を行う電子装置を国産で開発した。「常陽」の 2 次系用液位計は、すべて国産で図 3.3.1-2 に示すようにナトリウムと類似の電氣的磁氣的特性を有するアルミニウム製の補償用パイプで周囲を覆った温度補償用のプローブを有している。最高液位に相当するところまで補償用パイプで覆われているため補償用プローブの出力は液位に依存せず、温度のみに依存して変化する。したがって、検出プローブの出力から補償プローブの出力を差し引くと温度に依存しない液位信号が得られる。「もんじゅ」の連続式液位計はすべて電子装置により温度補償演算を行うタイプのもので、補償用プローブを採用したものはない。温度補償機能を有する連続式液位計の電子装置の例を図 3.3.1-3 のブロック図に示す。1 次コイルの励磁電源部には自動利得調整回路が設置され、励磁電流が一定になるように制御される。2 次コイルには直流定電流を流しているので、液位に依存した交流信号のほか、コイル抵抗に依存した信号すなわちナトリウム温度を表す信号が得られる。いま、 $T_0$ °C のときに正しい液位  $L_0$  を指示する液位計が、 $t$ °C になったときに温度の影響を受けて、零点が  $\alpha(t-T_0)$  だけ狂い、スパンに  $\beta(t-T_0)$  のずれを生じたとする。すなわち、真の液位  $L_0$  に対し、液位計の指示が  $L = \alpha(t-T_0) + L_0 \{1 + \beta(t-T_0)\}$  になったとき、温度補償信号  $(t-T_0)$  を受けて、 $L$  を  $L_0$  に補償してやるのが図 3.3.1-3 の温度補償回路である。2 次コイルから

の液位信号を整流増幅した信号は $L$ であり、加算器1の出力は、 $L_0\{1+\beta(t-T_0)\}$ となる。乗算器の出力は、 $L_0\beta(t-T_0)+L_0\beta^2(t-T_0)^2$ であり、加算器2の出力は $L_0\{1+\beta^2(t-T_0)^2\}$ となるが、 $\beta^2(t-T_0)^2$ は $\beta(t-T_0)$ より高次の微小数であるので、温度の補償ができる。より高精度の補償が必要なときには、除算回路を用いるなどしてより厳密な補償を行えばよい。

「常陽」の液位計は、製作完了後に試験施設において実液校正を行った後据え付けられたが、ナトリウム充填後の作動確認で、プローブ周辺の物理的条件の相違に起因すると考えられる指示の狂いが生じていることが明らかとなり、現地で再調整を行った。現地調整は、1点校正や相对比较によったため、校正精度や温度補償特性の確認ができなかったが、これまでに運転に支障を来たような不具合は生じていない。「常陽」におけるこれら初期の液位計の経験を反映して、その後更新された「常陽」の液位計や「もんじゅ」の液位計においては、連続式液位計に固定点で接点出力を得るための巻線を施し、定点校正ができるように改良している。誘導型液位計から接点出力を得るための巻線の巻き方については、次項に述べる。

つぎに、液位計プローブの1次コイルを励磁することによって作られる電磁界のナトリウム中への浸入距離、浸入速度について考察し、誘導型液位計の応答速さについて検討しよう。ここで考察する浸入距離は、渦電流型のプローブを利用するときに測定の外乱となるような物体を排除すべき範囲の目安を与えるものでもある。検討の基礎となるのは、(3.2.1-40)、(3.2.1-41)式である。いま $v$ は零であるので両式共に右辺が零となり、全く同じ形になる。そこで、(3.2.1-41)式で、電界 $E$ は $z$ 方向、 $\theta$ 方向に一様で、時間については角速度 $\omega$ の正弦的な変化をずらすとして出発しよう。電界 $E$ の正弦的变化は、2.1.3の信号伝送線路のところで導入した指数関数表示を用い

$$E_r(r,t) = E(r)e^{j\omega t} \quad (3.3.1-1)$$

と表される。このとき、(3.2.1-41)式から次式が得られる。

$$\frac{\partial^2 E(r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E(r)}{\partial r} - j\omega\mu\sigma E(r) = 0 \quad (3.3.1-2)$$

この方程式の一般解は、 $A_1$ 、 $A_2$ を任意定数、 $J_0$ を第1種0次ベッセル関数、 $K_0$ を第2種0次変形ベッセル関数とするとき、次式のようになる。

$$E(r) = A_1 J_0(j^{3/2} \sqrt{\omega\mu\sigma} r) + A_2 J_0(j^{1/2} \sqrt{\omega\mu\sigma} r) \quad (3.3.1-3)$$

ここで、 $j = \sqrt{-1}$ であり、ベッセル関数のパラメータに虚数を含む上式は物理的解釈を得難い。そこで、円筒体系で扱ったプローブの半径を無限大にして平板で近似することとし、1次元解析を実施しよう。すると、(3.3.1-2)式は

$$\frac{\partial^2 E(r)}{\partial r^2} - j\omega\mu\sigma E(r) = 0 \quad (3.3.1-4)$$

となり、この式の一般解は次式で与えられる。

$$E(r) = A_1 e^{\sqrt{j\omega\mu\sigma}r} + A_2 e^{-\sqrt{j\omega\mu\sigma}r} \quad (3.3.1-5)$$

ここで  $\sqrt{j}$  は、

$$\sqrt{j} = j^{1/2} = \left( \cos \frac{\pi}{2} + j \sin \frac{\pi}{2} \right)^{1/2} = \left( e^{j\pi/2} \right)^{1/2} = e^{j\pi/4} = \frac{1}{\sqrt{2}} + j \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (3.3.1-6)$$

なので、(3.3.1-5)、(3.3.1-1)式より次式が得られる。

$$E_r(r, t) = A_1 e^{\sqrt{j\omega\mu\sigma}r} e^{j(\sqrt{j\omega\mu\sigma}r + \omega t)} + A_2 e^{-\sqrt{j\omega\mu\sigma}r} e^{-j(\sqrt{j\omega\mu\sigma}r - \omega t)} \quad (3.3.1-7)$$

プローブ表面を  $r=0$  にとり、 $r \rightarrow \infty$  で電界が零になるように座標を設定すると、上式の第1項は消え第2項だけが残るので、 $A_2$ を改めて  $A$ とおき、物理的に意味のある複素数の実数部だけを取り出すと

$$E_r(r, t) = A e^{-\sqrt{j\omega\mu\sigma}r} \cos(\omega t - \sqrt{j\omega\mu\sigma}r) \quad (3.3.1-8)$$

となる。上式で、 $t=0$ とすると

$$E_r(r, 0) = A e^{-\sqrt{j\omega\mu\sigma}r} \cos(\sqrt{j\omega\mu\sigma}r) \quad (3.3.1-9)$$

となり、電界は図 3.3.1-4 のように  $\cos(\sqrt{j\omega\mu\sigma}r)$  で振動しながら  $r$  とともに  $e^{-\sqrt{j\omega\mu\sigma}r}$  で減衰していくことが分かる。従って、電界が  $1/e = 0.368$  に減衰するまでの距離  $D$  は

$$D = \sqrt{2/\omega\mu\sigma} \quad (3.3.1-10)$$

となる。この式は、 $\omega$  が大きいときすなわち励磁周波数の高いとき、または透磁率や導電率が高いときは電界（磁界も同様）が導体の奥深くまで入り込むことが出来ないことを示している。このように、電磁界が導体の表面だけにしか入り込めないことを表皮効果と呼んでおり、 $D$  を表皮の厚さという。

また、(3.3.1-8)式における

$$\cos(\omega t - \sqrt{j\omega\mu\sigma}r) \quad (3.3.1-11)$$

から、 $E_r(r, t)$  は、時間の経過とともに  $r$  の正の方向へ移動していることが次のように確認できる。すなわち、

$$\omega t - \sqrt{j\omega\mu\sigma}r = \theta \quad (3.3.1-12)$$

とすると、 $\theta$  が一定である点の進む速さすなわち電磁界の浸透速度は、

$$\frac{dz}{dt} = -\frac{\partial\theta/\partial t}{\partial\theta/\partial z} = \sqrt{\frac{2\omega}{\mu\sigma}} \quad (3.3.1-13)$$

となる。(3.3.1-10)式と上式から、プローブ表面の電界の変化が表皮の厚さ  $D$  に到達するまでの時間すなわち電磁界の浸透時間  $T_D$  は、

$$T_D = \frac{D}{dz/dt} = 1/\omega \quad (3.3.1-14)$$

となる。これは、ナトリウムの液位が変化したとき、液位計プローブ周辺の電磁界が、液位変化前の平衡状態から変化後の平衡状態に移行するとき、 $1/\omega$  のオーダーの時間があればほとんど新しい平衡状態に達し得ることを示している。

「常陽」、「もんじゅ」の誘導型液位計の励磁周波数は 1kHz 程度、すなわち  $\omega = 2000\pi \text{ s}^{-1}$  で、ナトリウムの透磁率、導電率は各々  $\mu = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$ 、 $\sigma = 0.47 \times 10^7 \text{ } \Omega^{-1}\text{m}^{-1}$  (380°C) であるので、表皮の厚さ、電磁界の浸透速度、浸透時間は以下のようなになる。

$$\begin{aligned} D &= \sqrt{2/\omega\mu\sigma} = 1.47 \text{ cm} \\ dz/dt &= \sqrt{2\omega/\mu\sigma} = 32.6 \text{ m/s} \\ T_D &= 0.16 \text{ ms} \end{aligned} \quad (3.3.1-15)$$

上記は、液位計は非常に応答の速い検出器であることを示している。また、プローブから 10cm も離れれば電磁界の強さが  $1/1000$  程度に減衰するので、そこに構造物等があってもほとんど影響を及ぼさないと考えられる。

### 3.3.2 誘導型固定点式液位計

誘導型固定点式液位計も連続式同様に、1次コイルと2次コイルを重ねて巻いたコイルボbinをシースパイプ（保護管）に挿入したプローブを案内管に挿入して設置する。連続式では一つの1次コイルに対して2次コイルも一つ準備されるが、固定点式では動作点1点に対し2次コイルを垂直方向に隣り合わせて二つ設け、二つの2次コイルからの信号を演算処理することによって、二つの2次コイルの中間点に液位がきたときに接点信号を出力するようにしている。この様子を図 3.3.1-5 に示す。いま、ナトリウム液位が液位計まで至らずに PL コイルの下方にある場合には、PL、PU コイルには電磁誘導により目一杯の電圧が発生する。逆に、両コイルともナトリウムに浸かってしまった場合には、ナトリウム中を流れる渦電流により2次コイルに誘起する起電力は打ち消され、両コイルには電圧が発生しない。液位が PL または PU コイルの巻線の途中にある場合には、位置に依存して相当する電圧が当該コイルに発生する。この様子は、図 3.3.1-5(b)の上段に示され

ている。PU コイルは PL コイルの上隣に位置をずらして設置されるので、図 3.3.1-5(a)に示すような回路により PU コイル出力から PL コイル出力を減算処理すると、図 3.3.1-5(b)下段に示すような接点出力が得られる。

誘導型固定点式液位計は、測定原理上ナトリウム温度の影響を受難いので精度が良く、安全保護のためのトリップ信号生成用として適している。また、1 次コイルを連続式と共通にし、接点信号を得るための 2 次コイルを連続測定用の 2 次コイルに併設できるので、連続式液位計の校正用として使用されることが多い。

### 3.4 圧力計<sup>(2)(3)</sup>

高速炉の冷却材に用いられるナトリウムの常圧での沸騰温度は、880℃以上と高く、軽水炉のように冷却材の沸騰温度を高めたり、相変化を来たさないようにするために加圧する必要はない。したがって、冷却材ナトリウムやアルゴンカバーガスの圧力で、安全保護動作の要因になっているものはない。しかしながら、炉容器カバーガスは大気が浸入しないように 0.5 気圧程度の正圧に制御する必要があり、中間熱交換器伝熱管破損時に放射化した 1 次冷却材が 2 次系へ流れ込むのを防ぐため、2 次系のカバーガス圧力は更に 0.5 気圧程度高く設定される。また、蒸気発生器の過熱器の液面制御はカバーガス圧力の調整により行なわれるし、ポンプの吐出圧は性能監視のために重要な役割を果たしている。このように、冷却材ナトリウムやアルゴンカバーガスの圧力は、プラントの運転監視、制御等に不可欠である。冷却材ナトリウムやアルゴンカバーガスの圧力センサとしては専ら NaK 圧力計が用いられる。

#### 3.4.1 NaK 圧力計

冷却材ナトリウムやアルゴンカバーガスの圧力測定では、冷却材バウンダリを確保しつつ、バウンダリ内の圧力の測定を実施しなければならない。圧力の場合、流量や液位のように冷却材バウンダリの外側から内側の物理量を電磁的結合等により遠隔測定する手段を見出し難いので、機械的変形により圧力を伝達するダイヤフラムで冷却材バウンダリを形成するタイプの圧力計が用いられる。冷却材ナトリウムやアルゴンカバーガスと接触してバウンダリを形成する接液ダイヤフラムから、圧力測定を行なうブルドン管までの圧力伝達媒体として、ナトリウムとカリウムの化合物で、常温で液体である NaK を用いることから、この圧力計は NaK 圧力計と呼ばれる。NaK 圧力計では、図 3.4.1-1 に示すように、接液ダイヤフラムの後方に 2 次保護ダイヤフラムを設けてダイヤフ



ラムを2重にし、冷却材バウンダリの確保に配慮するのが一般的である。接液ダイヤフラムからブルドン管までの間の圧力伝達媒体としてNaKを用いるのは、NaKは常温で液体であり取り扱いが容易であること、仮に接液ダイヤフラムが破損してNaKがナトリウム中に浸入したとしても冷却系に対する影響がないこと、および放射線による分解の心配がないことなどの理由による。

図3.4.1-1は「常陽」の1次系に使用されているNaK圧力計の例で、ブルドン管の変位を差動変圧器で電気信号に変換している。「もんじゅ」には半導体ひずみゲージによりブルドン管の変位を電気信号に変換する方式のものも設置されている。

NaK圧力計においては、温度変動による封入液の膨張収縮が指示の狂いの原因になるので、雰囲気温度の管理が必要である。特に、封入NaK中に気泡が残留すると正しい計測ができなくなるため、NaKの封入量が多い場合には、注意を要する。このため、放射線量率が問題とならず、また温度が比較的低い対象の圧力測定には、2次保護ダイヤフラム以降の圧力伝達媒体としてNaKの代わりにシリコンオイルを封入した圧力計も開発され使用されている。

### 3.5 純度計<sup>(2)(3)</sup>

冷却材ナトリウム中の酸素や水素等の不純物は、燃料被覆管や構造材料の腐食や質量移行に悪影響を及ぼす。また、蒸気発生器における水リークは、ナトリウム中の水素濃度の測定により検出するので、バックグラウンドとなる通常運転中の水素濃度を低く保つ必要がある。このため、高速炉プラントでは、300~500℃で循環されているナトリウムを120~150℃に冷却することにより、酸素不純物や水素不純物が過飽和になることを利用してこれらを結晶析出させ、捕獲除去するコールドトラップを設置している。コールドトラッピングにより純化したナトリウムから、適量の試料を採取して分析が行なえるよう、高速炉プラントにはナトリウムサンプリング装置が備えられているが、サンプリングから分析に至る操作が複雑で、放射化したナトリウムの場合には遮蔽や冷却期間も必要であり、結果が得られるまでに長期間を要する。このため、ナトリウム純度を監視するための装置として、ナトリウム中の不純物の溶解度が温度に依存することを利用して、不純物濃度の飽和温度で間接的に不純物濃度を測定するプラグギング計が設置されている。プラグギング計という名称は、狭隘な流路を流れるナトリウムの温度を下げていくときに、飽和濃度を越え析出した不純物が流路をプラグし流量変化を来たす温度で飽和温度を測ることに由来する。このほかに、電池の原理を応用した固体電解質酸素濃度計の開発も行なわれたが、いまだ実プラントに設置された実績はな

い。以下では、プラグギング計について述べる。

### 3.5.1 プラグギング計

ナトリウム中の不純物の溶解度は温度の関数となる。例えば、酸素と水素については、 $S$  を飽和溶解度(wt ppm)、 $T$  を飽和温度( $^{\circ}\text{K}$ )とすると、それぞれ以下に示す Eichelberger および Vissers の実験式で与えられる。

$$\text{(酸素)} \quad \log_{10} S = 6.239 - 2447/T \quad (110 \sim 550^{\circ}\text{C}) \quad (3.5.1-1)$$

$$\text{(水素)} \quad \log_{10} S = 6.067 - 2880/T \quad (110 \sim 400^{\circ}\text{C}) \quad (3.5.1-2)$$

プラグギング計は、ナトリウム中の不純物が飽和温度より低くなると析出するという性質を利用し、不純物が析出し始める温度を測定して不純物濃度の飽和温度を知るものである。飽和温度が知れば、上式から不純物濃度を求めることができる。図 3.5.1-1 にプラグギング計の構造を示す。いま、プラグギング計の入口配管 ( $1/2 \sim$  数 in.  $\phi$ ) に一定流量 ( $1 \sim 3 \text{ l/min}$ ) で流入してくるナトリウムを強制冷却し、オリフィス孔 ( $1 \text{ mm } \phi$  程度、複数) に不純物を析出させると、オリフィス孔が狭まり流量が減少する。流量減少が生じたとき、すなわち不純物が析出し始めたときの温度が、そのときにナトリウム中に存在する不純物の濃度の飽和温度である。

プラグギング計に流入するナトリウムの温度を変化させたときのオリフィス部における不純物の振る舞いをもう少し詳しく見てみよう。プラグギング計に一定流量で流入したナトリウムは不純物濃度が未飽和で、図 3.5.1-2(a) の不純物溶解度曲線の下側の P 点の状態にある。これを冷却していくと温度が下がり、不純物濃度が飽和した状態である A 点の温度  $T_A$  に達するが、過冷却現象のためここではまだ不純物が析出せずに、A 点より少し温度の低い状態 B 点の温度  $T_B$  に至り析出が始まる。オリフィス部に析出が始まると、流路抵抗が増し流量が減少し始める。この様子を図 3.5.1-2(b) に示す。温度をさらに Q 点まで下降させた後に上昇操作に移るとき、析出している不純物の溶解開始に遅れがあるため、温度が不純物濃度が飽和する A 点に到達しても、ここでは流量はまだ減少中である。さらに温度を上昇させると、A 点より少し温度の高い状態 C 点の温度  $T_C$  で不純物の溶解が始まり、流量が増加に転じる。B 点の温度  $T_B$  をプラグ温度、C 点の温度  $T_C$  をアンプラグ温度という。このように、一般にプラグ温度は不純物濃度の飽和温度より低く、アンプラグ温度は高く測定されるので、両者の平均値を飽和温度とすることが多い。プラグ温度、アンプラグ温度は、オリフィス孔の大きさ、流量等のプラグギング計の仕様や個性に依存するところが大きいので、不純物濃度の飽和温度を正確に求めたいときには、ナトリウムのサンプリング、分析を実施し校正を行

う必要がある。

ナトリウム中に2種類の析出性不純物が異なる濃度で存在するとき、プラグギング計による不純物濃度の測定を実施すると、2重ブレイク現象が出現することがある。図 3.5.1-3(a)に示すように、ナトリウム中に A および B という2種類の析出性不純物があり、溶解度曲線が  $l_A$  および  $l_B$ 、濃度が  $C_A$  および  $C_B$  とする。図 3.5.1-3(b)に示すようにオリフィス温度を  $T_p$  から下げていくと、温度  $T_A$  にて不純物 A が析出し始める。(ここでは、説明を簡単にするため、過冷却や再溶解の遅れは考えない。) さらに温度を  $T_B$  まで下げると、不純物 B も析出し始め、この温度以下では A、B の両方が析出を続ける。温度を  $T_Q$  まで下降させた後再び上昇させていくとき、 $T_B$  に達すると不純物 B は溶解し始めるが、不純物 A は析出を続ける。不純物 B の溶解速度が速い場合、図に示すように不純物 B が完全に溶解してもまだ A の析出は続いている。オリフィス温度が  $T_A$  になると不純物 A も溶解し始め、その後流量は元の状態に戻る。

2重ブレイク現象が起こる条件は、 $T_A > T_B$  で、不純物 B の溶解速度が速い場合であり、このときには2種類の不純物の飽和温度の測定が可能となる。 $T_A < T_B$  の場合には図 3.5.1-4 に示すように2重ブレイク現象は現れない。この場合、析出、溶解速度の遅い不純物 A による流量減少、回復はわずかであり、不純物 B による流量変化と識別できない。水素不純物、酸素不純物の析出、溶解の速さは(水素不純物) > (酸素不純物) であるので、ナトリウム中の水素不純物濃度に対応する飽和温度が酸素不純物濃度に対応する飽和温度より高い場合には、2重ブレイク現象は現れない。

プラグギング計を用いてナトリウム中不純物濃度の測定を行なう方法として、①手動式測定、②自動振動式測定および③自動連続式測定がある。各測定法におけるオリフィス部ナトリウム流量、温度を図 3.5.1-5 にまとめる。

手動式測定は、上でプラグギング計のオリフィス部における不純物の振る舞いの説明を行なったときの降温、昇温の操作を人間が行ない、プラグやアンプラグ温度を測定するものである。

自動振動式測定では、オリフィス流量に設定値を設けておき、流量が設定値を超えときにはオリフィスの冷却を、未満のときには加熱を自動的に行なう。これにより、オリフィス温度は、ナトリウム中の不純物濃度の飽和温度の上下を振動する。この方法は、制御が容易で連続測定が可能であることから最も一般的な測定法となっている。

自動連続式測定では、オリフィス流量の振動を小さくして設定値に維持されるよう、すなわち不純物の析出と溶解が平衡した状態が維持されるように冷却、加熱の制御を行なう。この方法は、飽

和温度を直接指示できるという利点があるが、制御が難しいという難点がある。また、ナトリウム中に複数の不純物が存在する場合、飽和温度の最も高い不純物しか測定できない。

## 参 考 文 献

1. 川口千代二、荒 克之、「原子炉の計測」、幸書房 (1978)
2. 堀 雅夫 編、「基礎高速炉工学」、日刊工業新聞社 (1993)
3. 遠藤 昭、他、“高速実験炉「常陽」の計装”、計測と制御、Vol.20,No.11 (1981)
4. 広井 博、他、“「もんじゅ」事故と原因究明の現状”、動燃技報、No.99 (1996)
5. 島野国男、他、“高速増殖原型炉「もんじゅ」の改良型温度計の設計”、サイクル機構技報、No.17 (2002)
6. 遠藤 昭、他、“高速炉における流量計測”、原子力工業、Vol.32,No.4 (1986)
7. J. A. Shercliff, “Electromagnetic Flow – Measurement” University Press, Cambridge,(1962)
8. G. Thatcher, “Electromagnetic Flowmeters for Liquid Metals” in “Modern Developments in Flow Measurement” by C. G. Crlaton,(1962)
9. 小林清志、他、“液体ナトリウム用永久磁石型電磁流量計の研究 I ”、日本原子力学会誌、Vol.11,No.11(1969)
10. Foust, “Sodium – NaK Engineering Handbook”, Gordon and Breach, Science Publishers, Inc.(1976)
11. A. Endou ,“Response Analysis of Electromagnetec Flowmeter”, Nuclear Technology, Vol.114, No.3(1996)
12. 今井 功 他、「岩波講座 現代物理学 電磁流体力学」、岩波書店
13. 荒木 等、他、“高速増殖炉用超音波流量計ナトリウム中試験”、計測自動制御学会論文集、Vol.23,No.5(1987)
14. 発電専門委員会、「超音波法による水車流量測定について」、電気学会技術報告 (I 部) 91号、(1966)
15. A. Endou ,“In – service Calibration Method of Electro – magnetec Flowmeter for LMFBR Utilizing Cross – Correlation of Output Voltage Fluctuations”, J. Nucl. Sci. Technol., Vol.21, No.7(1984)
16. 遠藤 昭、「電磁流量計の供用中較正法に関する研究」、東京大学学位論文、(1985)
17. A. C. Raptis, et al, “A Signal Analysis Method Using Cross – Correlation of Turbulence

Flow Signals To Determine Calibration of Permanent Magnet Sodium Flowmeters”,  
IEEE Nuclear Science Sympodium, Oct. (1977)

18. A. Endou, “Evaluation Method of Statistical Error in Transit Time Measured with Cross - Correlation of Two Detector Signals”, J. Nucl. Sci. Technol., Vol.20, No.8(1983)
19. 大路通雄 訳、「乱流」、岩波書店 (1975)
20. 須田信英、「原子炉の動特性と制御」、同文書院 (1969)
21. S. S. Wilks, “Mathematical Statistics”, John Wileys and Sons, New York,(1962)
22. A. Endou ,“Method of In-service Calibration of Electro-magnetec Flowmeter for LMFBR Utilizing Average Fequency of Output Voltage Fluctuation”, J. Nucl. Sci. Technol., Vol.21, No.10(1984)
23. H. A. Larson, et al, “Flow Measurement in Sodium and Water using Pulsed Neutron Activiation :Part1, Theory”, Nuclear Thechnology, Vol.57(1982)
24. C. C. Pice, et al, “Flow Measurement in Sodium and Water using Pulsed Neutron Activiation :Part2, Experiment”, Nuclear Thechnology, Vol.57(1982)
25. M. Ueda, et al, “Application of Autoregressive Models to In-Service Estimation of Trasient Response for LMFBR Process Instrumentation”, Nuclear Thechnology, Vol.137, No.2(1982)

表 3. 2. 1-1 電磁流量計の仕様例

形 式		鞍 型 線 輪
流 体		液体ナトリウム
定格流量／出力電圧		1600m <sup>3</sup> /h／6.00mV
流体温度		340℃
流動管	内側半径	15.275cm
	外側半径	15.925cm
	材 質	ステンレス
電極位置磁束密度		32.87 ガウス (vs/m <sup>2</sup> )
アスペクト比		≒3 (磁束密度 10%減衰)

表 3. 2. 1-2 流動管材の電気抵抗率

温 度	抵抗率 [ $\mu \Omega \cdot \text{cm}$ ]
68° F (20℃)	72
200° F (93℃)	78
400° F (204℃)	86
600° F (316℃)	95
800° F (427℃)	102

表 3. 2. 1-3 応答特性の計算条件

流量計	内径 (2a) mm	アスペクト比	運転温度 °C	導電率 ( $\sigma$ ) $\times 10^7$ $\Omega^{-1}m^{-1}$	透磁率 ( $\mu$ ) $\times 10^{-7}$ $\Omega s/m$
常陽 1 次系 12B	305.5	3.2	370	0.48	4 $\pi$
もんじゅ 1 次系 24B	590.6	2.5	397	0.45	
大型炉 30B	762	2.0	380	0.47	

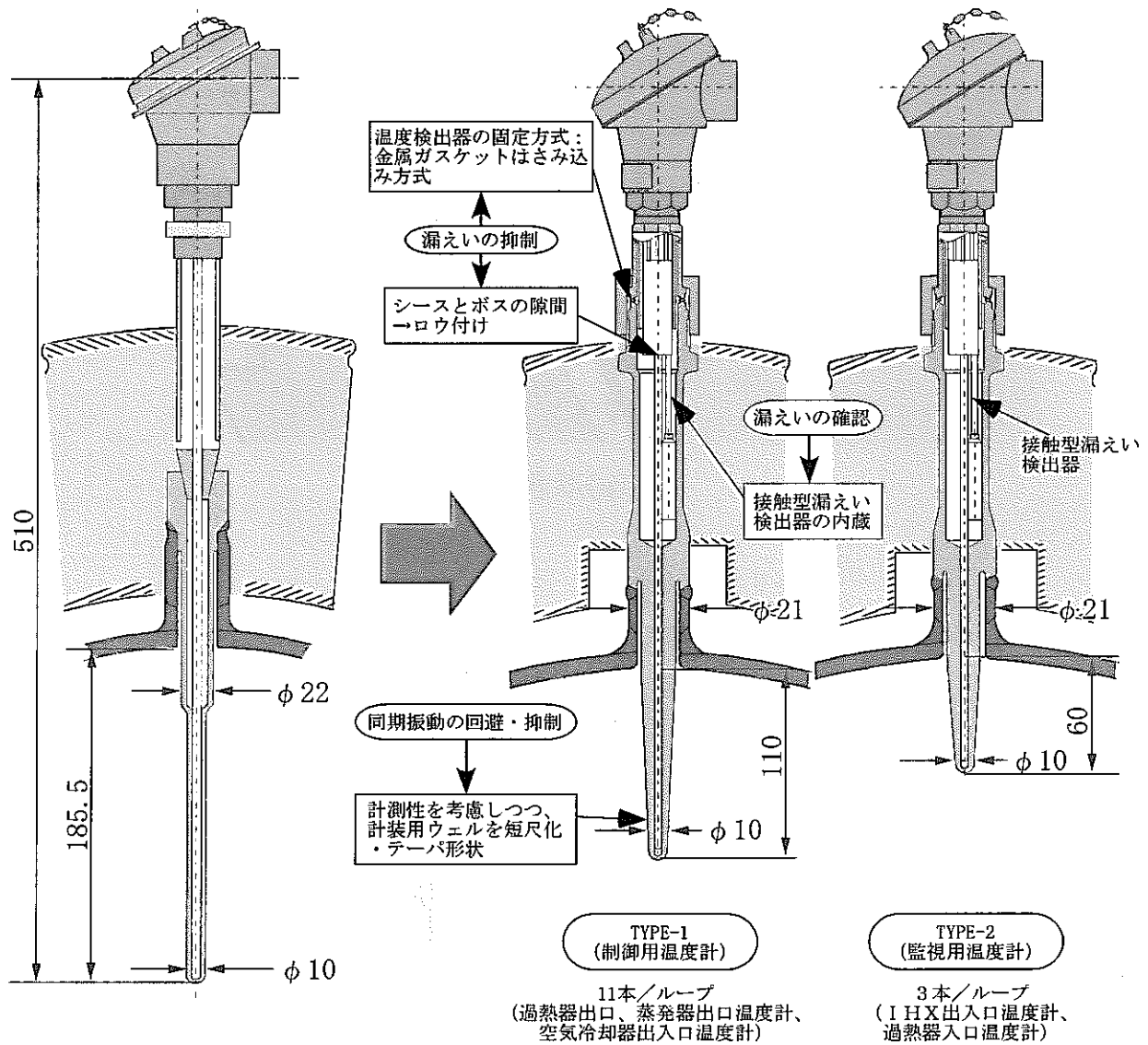
表 3. 2. 1-4 応答特性の計算に必要な定数

$i \backslash$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\lambda_i$	3.83	7.02	10.17	13.32	16.47	19.62	22.76	25.90	29.05	32.19
$\gamma_i$	0.810	-0.052	0.136	-0.027	0.059	-0.017	0.034	-0.012	0.023	-0.009
$T_{ai}$ (ms)										
常陽 12B	9.64	2.87	1.37	0.797	0.521	0.367	0.273	0.211	0.168	0.136
もんじゅ 24B	33.8	10.1	4.80	2.79	1.83	1.29	0.957	0.739	0.589	0.477
大型炉 30B	58.7	17.5	8.35	4.86	3.17	2.24	1.66	1.29	1.02	0.828



表 3.2.3-1 台形和近似における  $A_k$ ,  $\omega_{KH}$ ,  $\omega_{KL}$

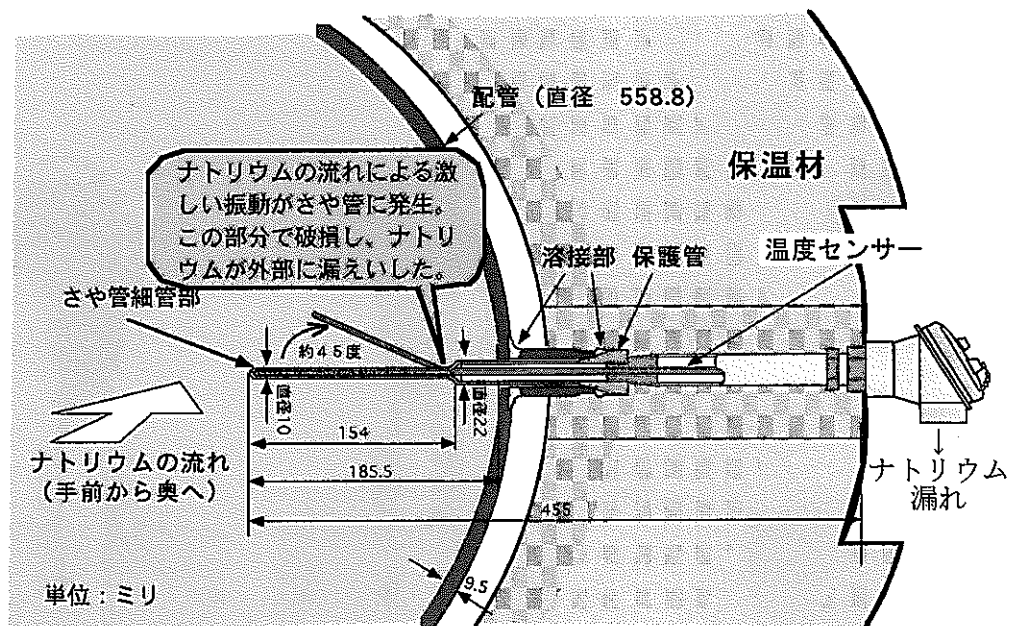
k	$A_k$	$\omega_{KH}$	$\omega_{KL}$
1	0.023	132.1	115.6
2	0.023	104.9	99.3
3	0.019	94.3	89.8
4	0.035	84.1	74.1
5	0.092	61.7	57.2
6	0.054	51.1	46.6
7	0.215	46.6	40.4
8	0.019	40.4	34.8
9	0.319	34.8	30.3
10	0.142	30.3	24.7
11	0.058	24.7	20.2
12	-0.808	20.2	3.4



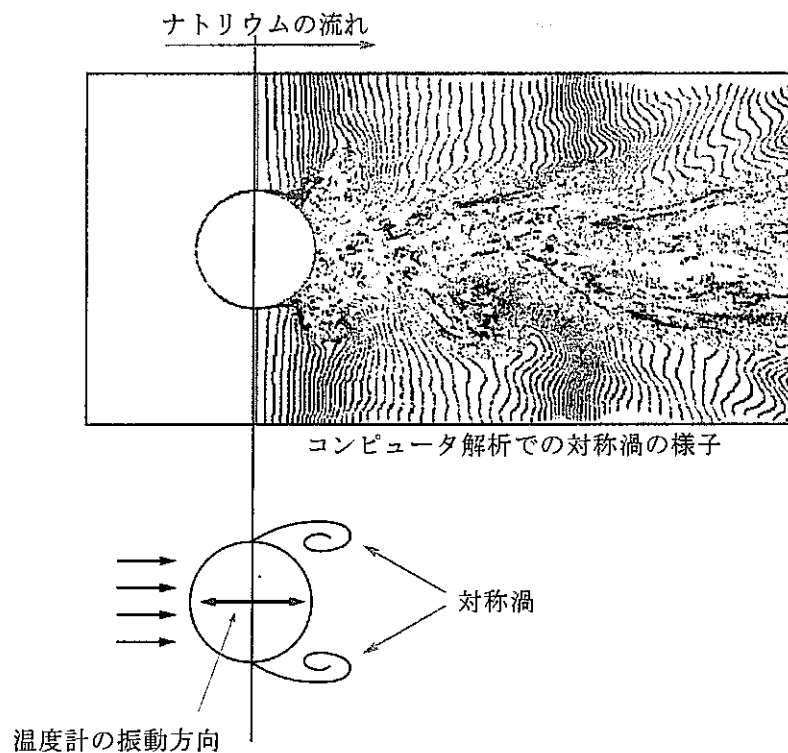
(a) 当初設計

(b) 改造後

図 3.1.1-1 「もんじゅ」 2次主冷却系温度計の構造



(a) 状況



(b) 対称渦の模式図

図 3.1.1-2 「もんじゅ」 2次主冷却系温度計の破損

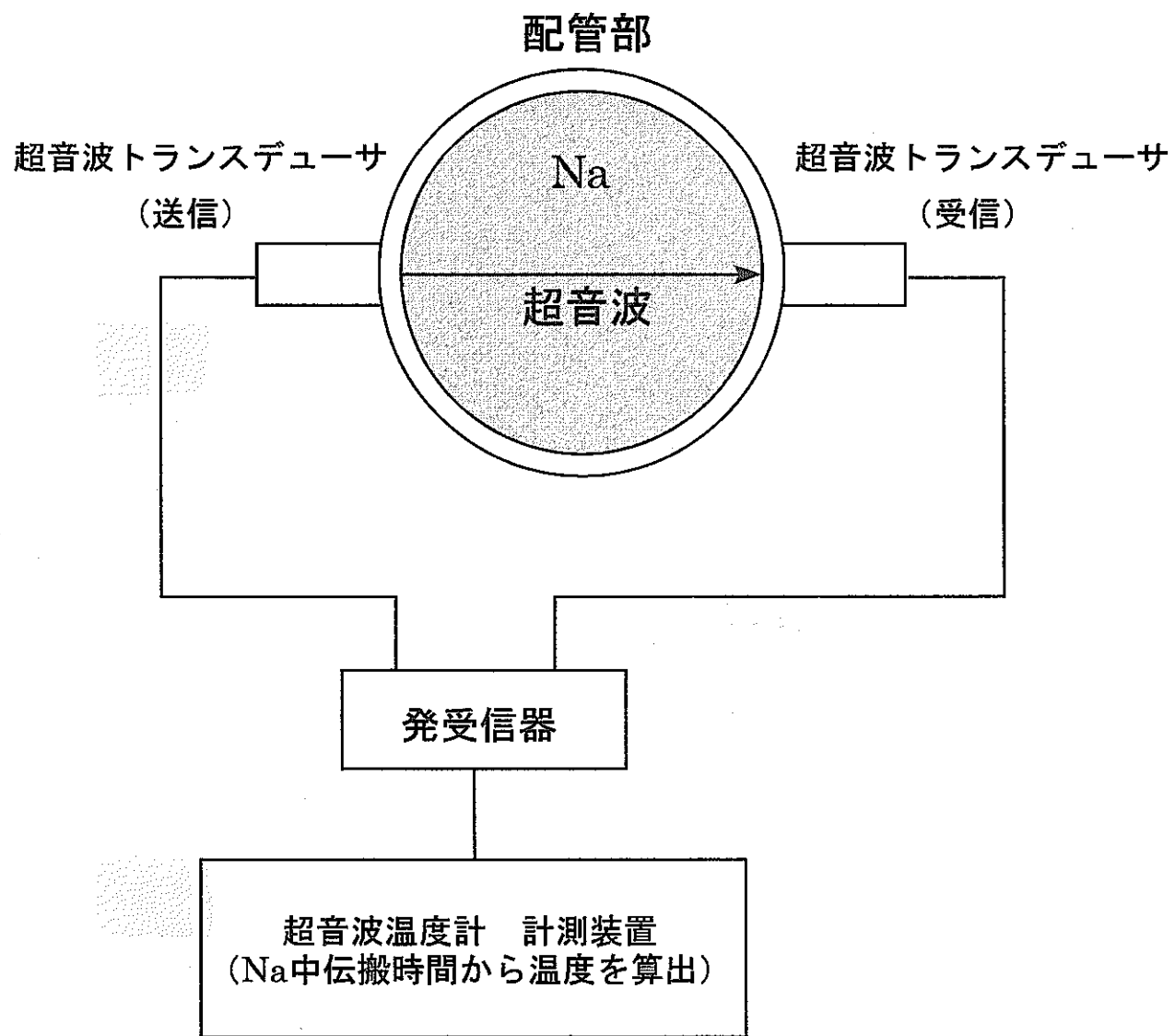
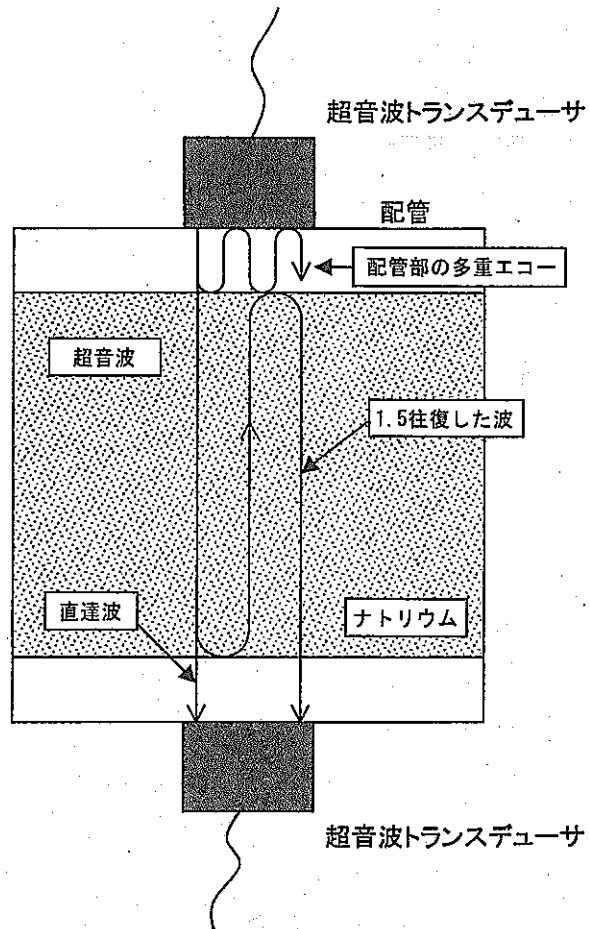
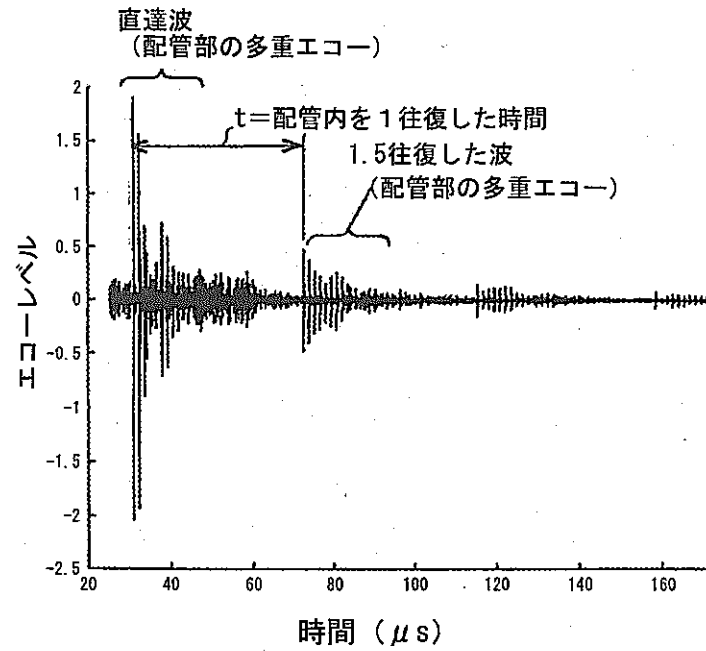


図 3.1.2-1 超音波温度計の概念



(a) 送受信概念



(b) 受信波形

図 3.1.2-2 超音波伝播時間の計測方法

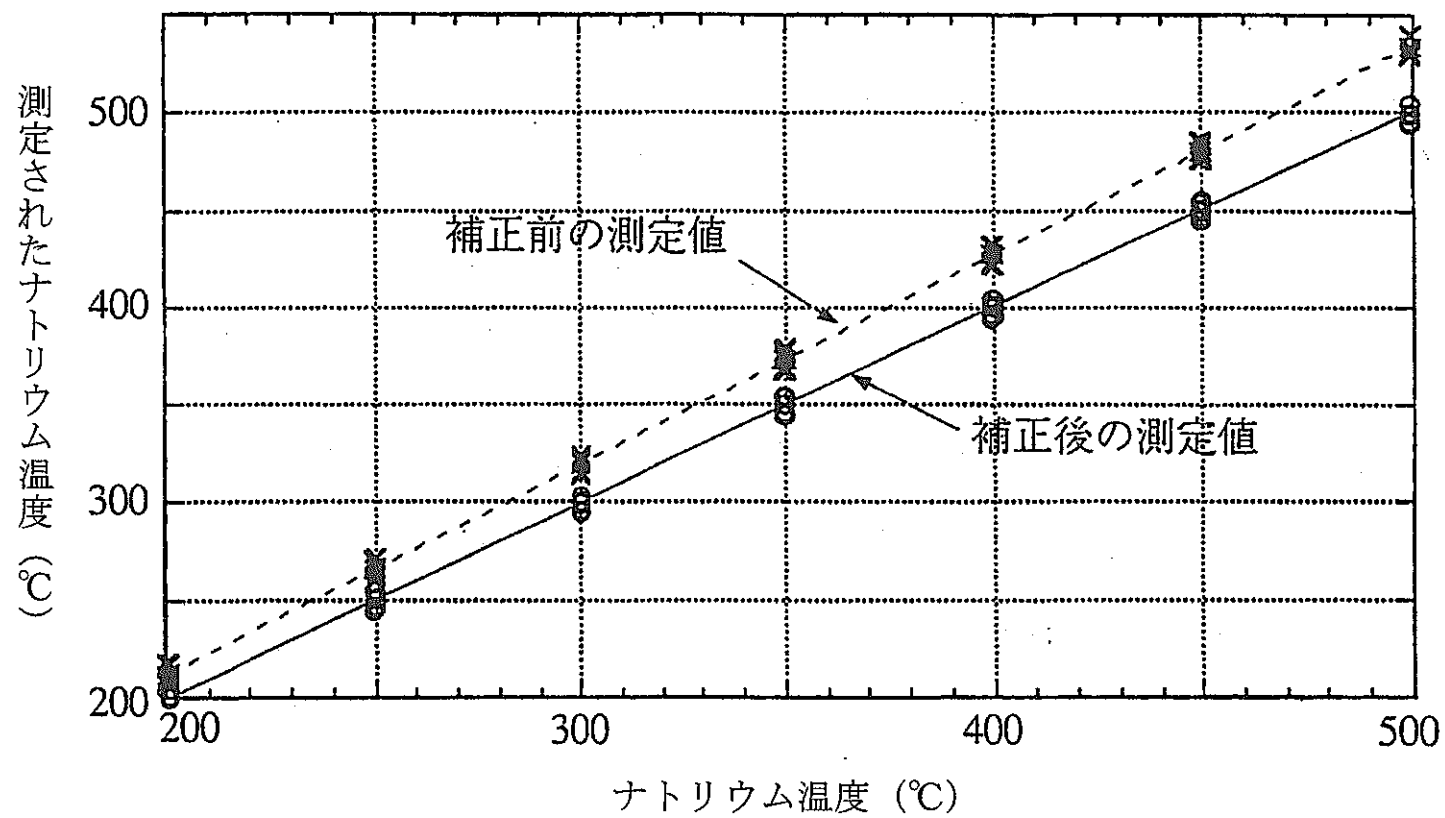


図 3.1.2-3 超音波温度計の出力特性の実測例

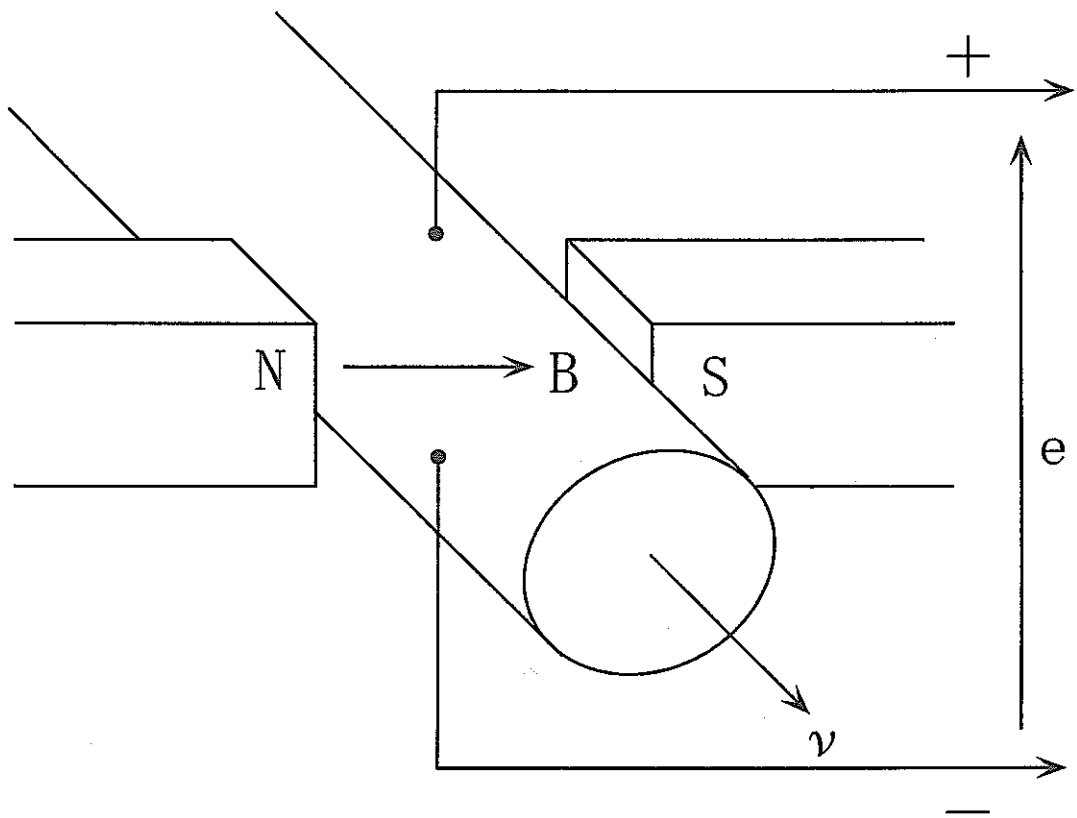
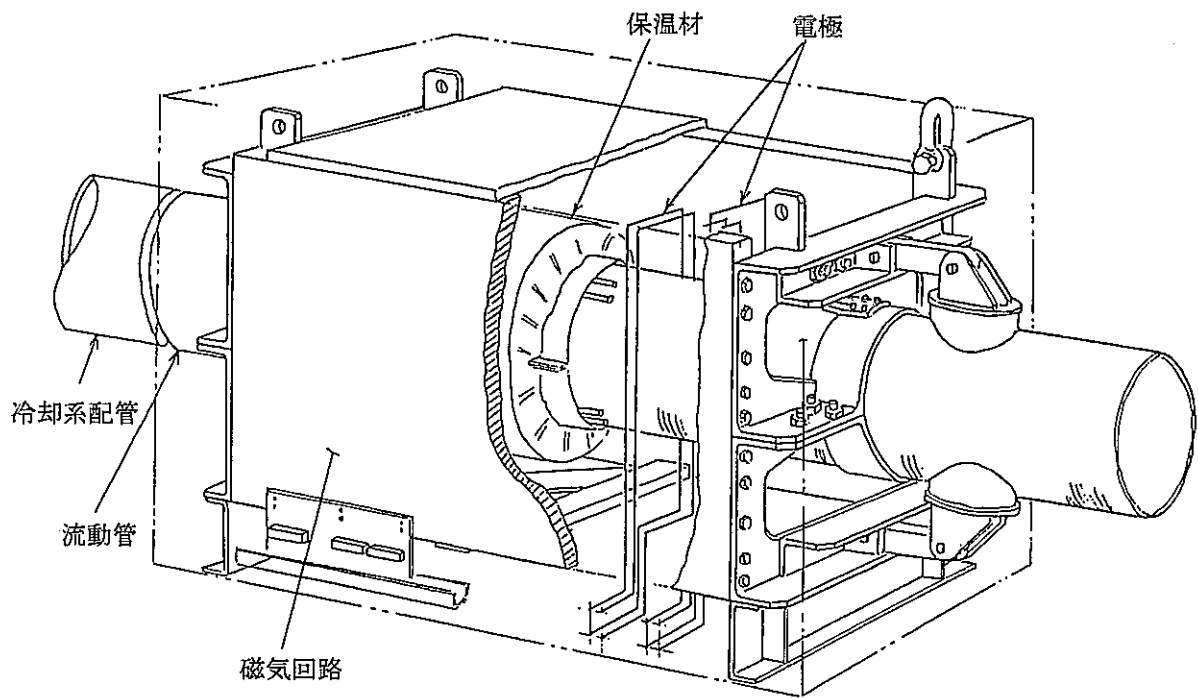
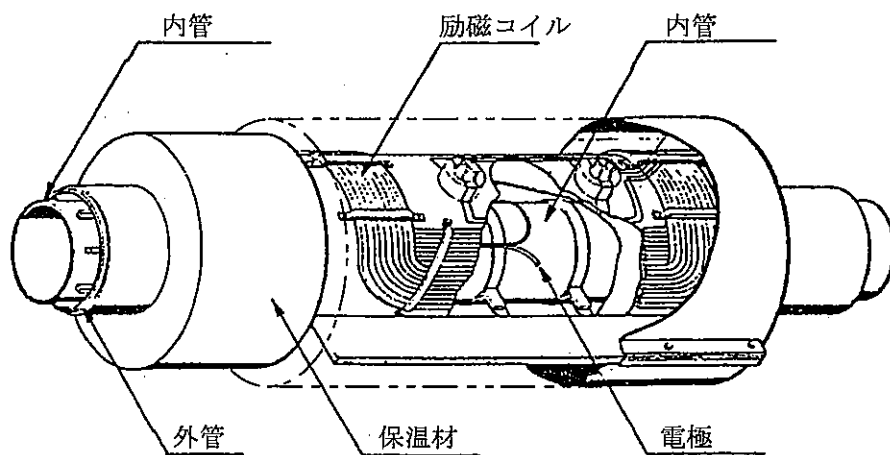


図 3.2.1-1 電磁流量計の原理



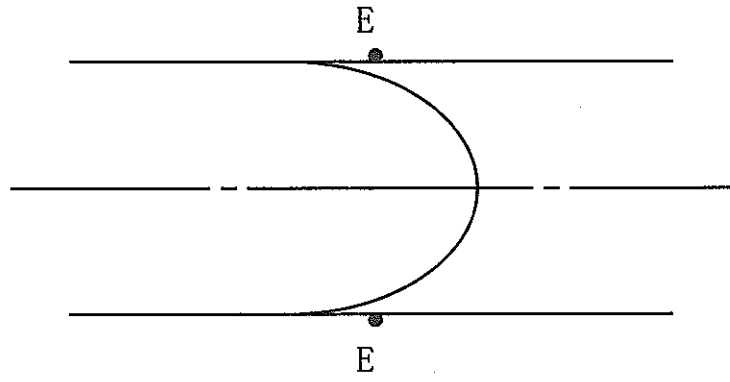
(a) 大口径永久磁石型電磁流量計



(b) 鞍型コイル式電磁流量計

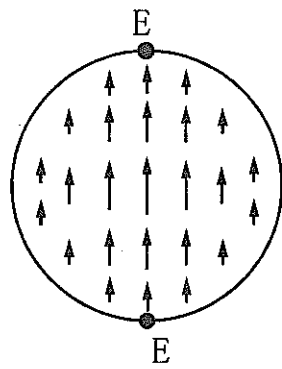
図 3.2.1-2 電磁流量計の構造概念



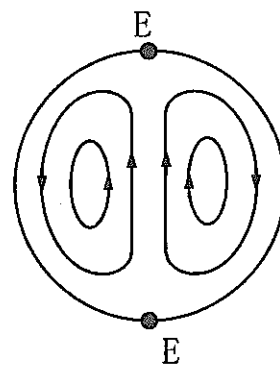


(a) 流速分布

E ; 電極



(b) 誘導起電力の分布



(c) 循環電流の分布

図 3.2.1-3 流速、誘導起電力、電流の分布

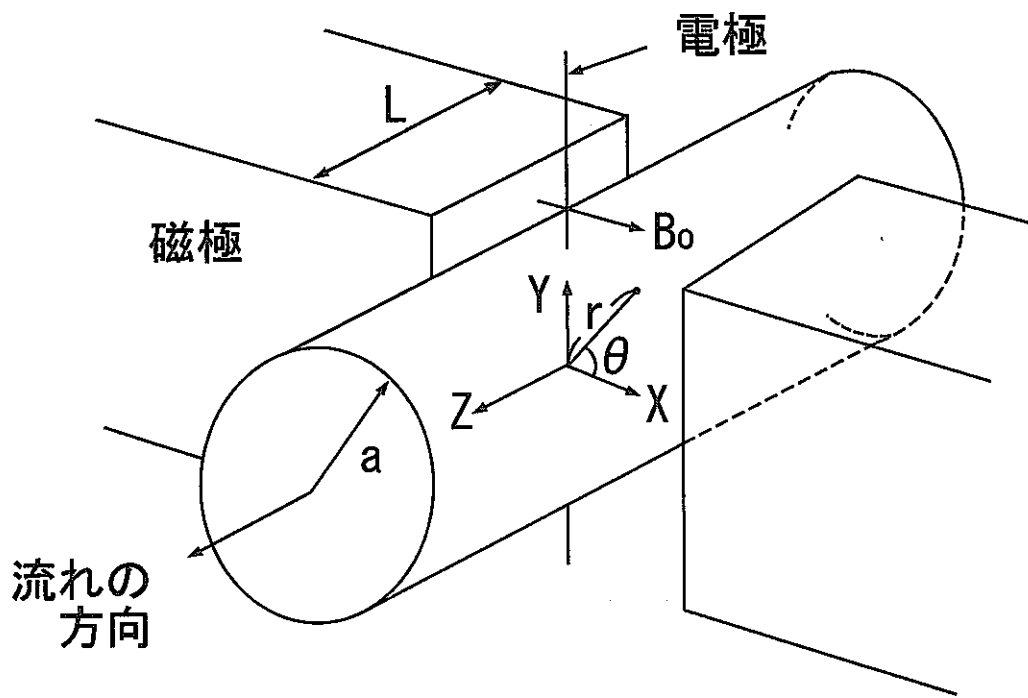


図 3.2.1-4 座標系

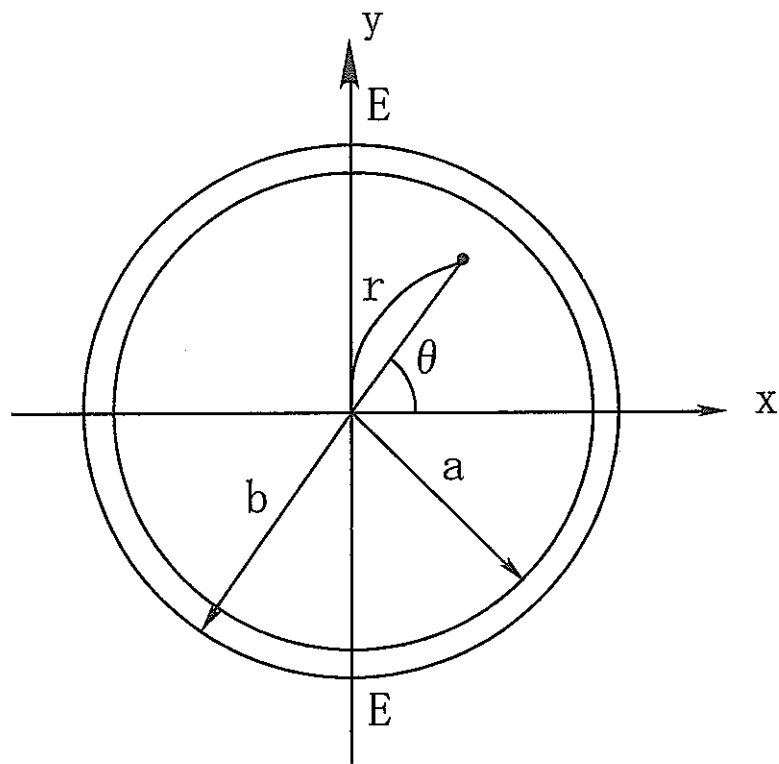


図 3.2.1-5 管の寸法

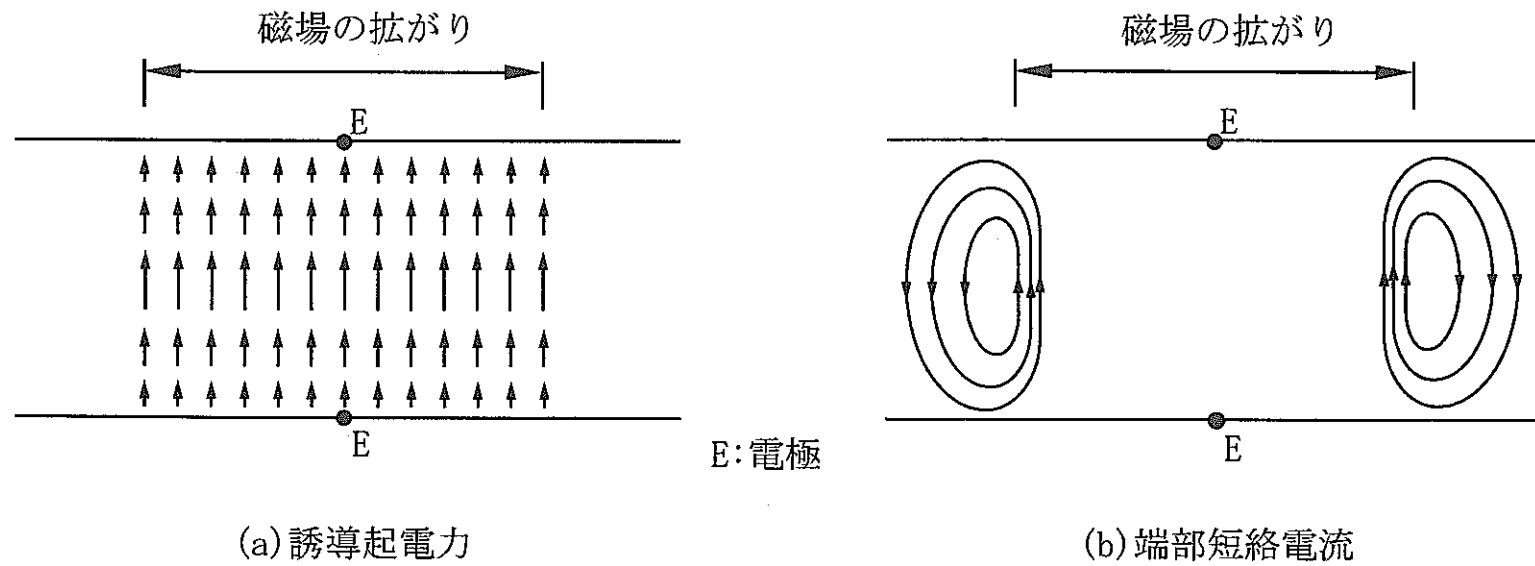


図 3.2.1-6 磁場端部効果

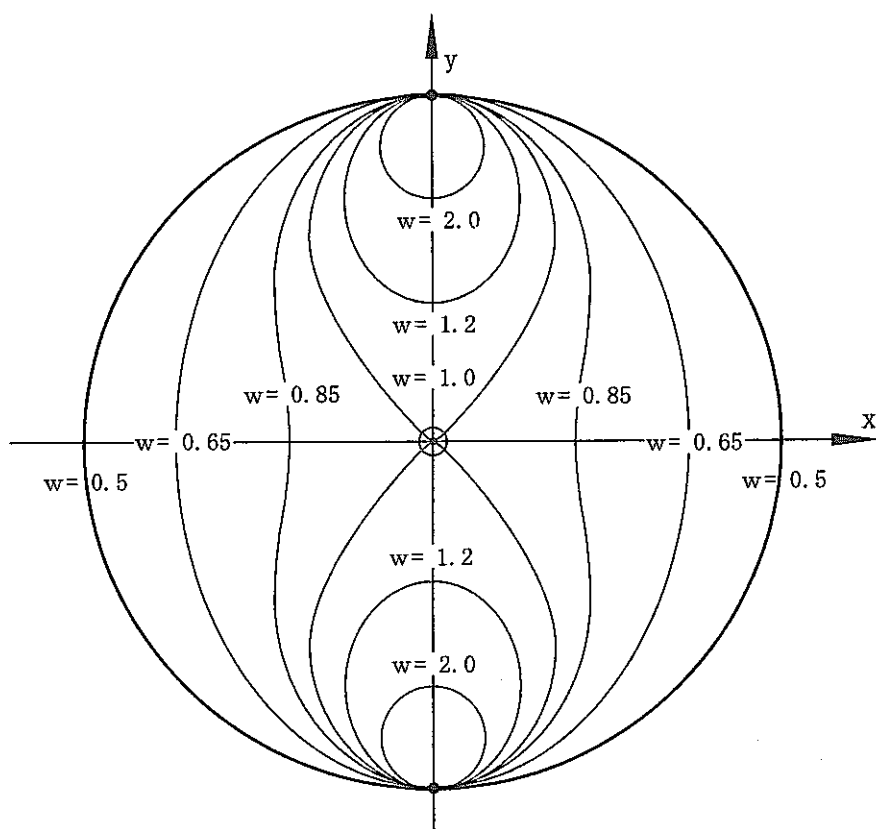


図 3.2.1-7 管断面における重み

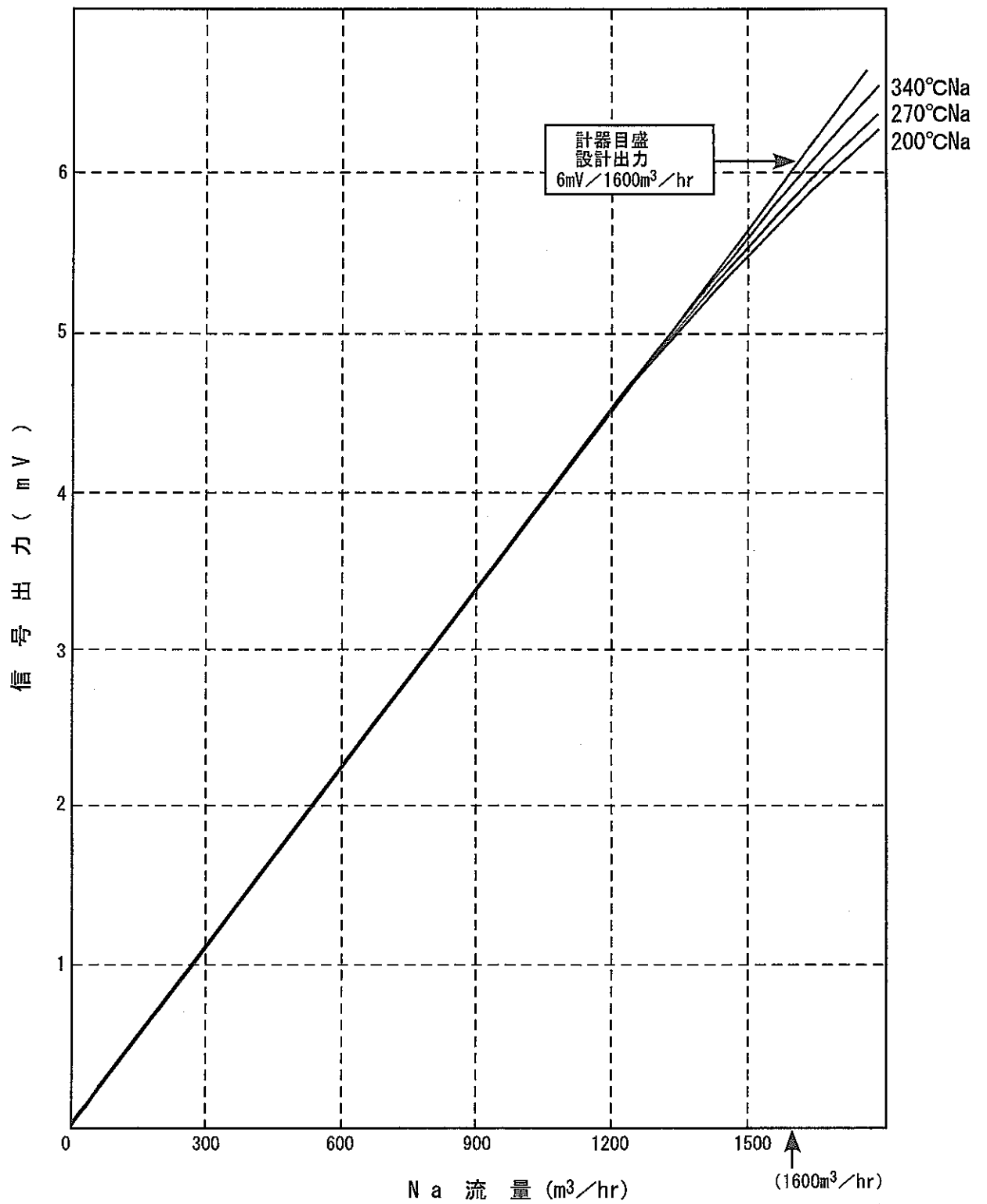


图 3.2.1-8 实流校正结果

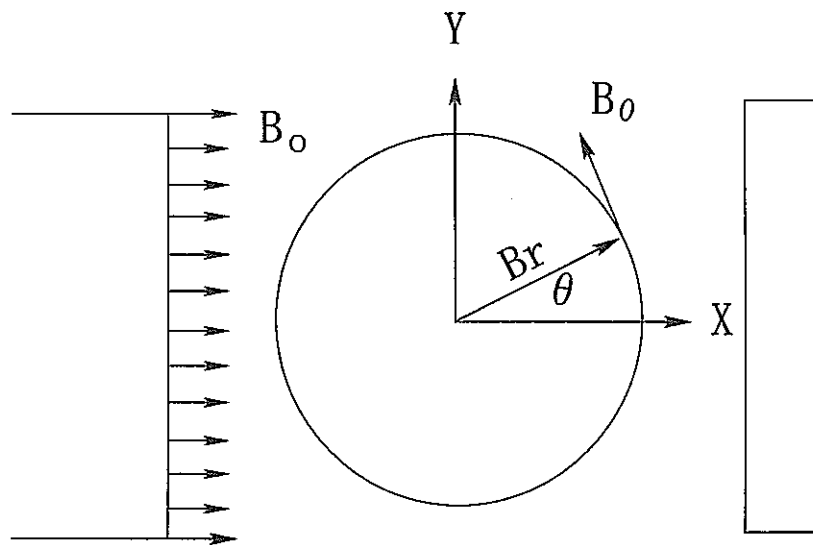


図 3.2.1-9 磁界の座標変換

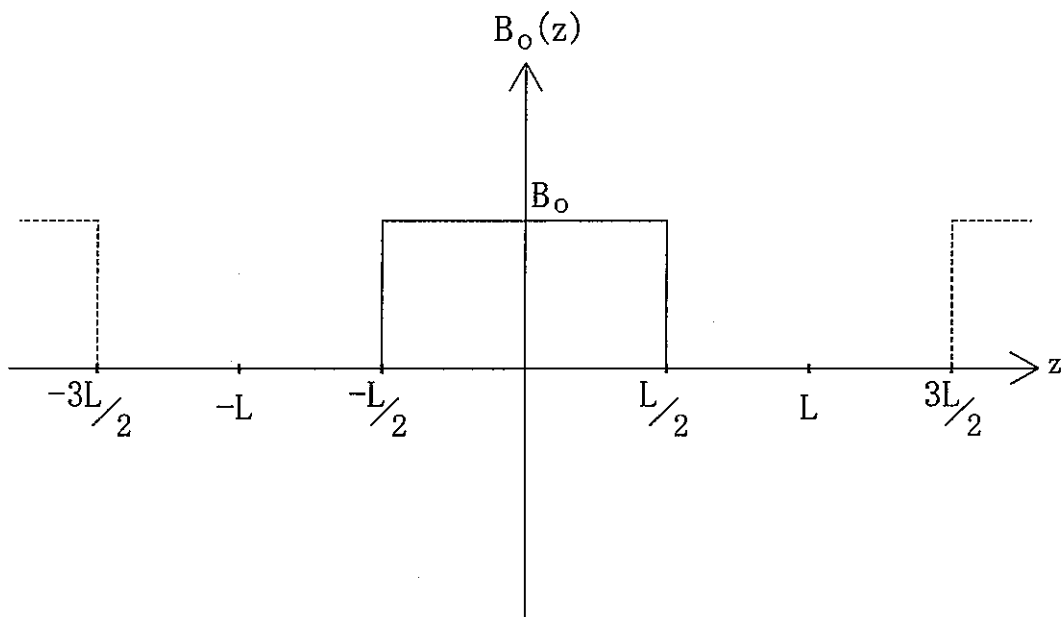


図 3.2.1-10 外部磁界のフーリエ級数表示

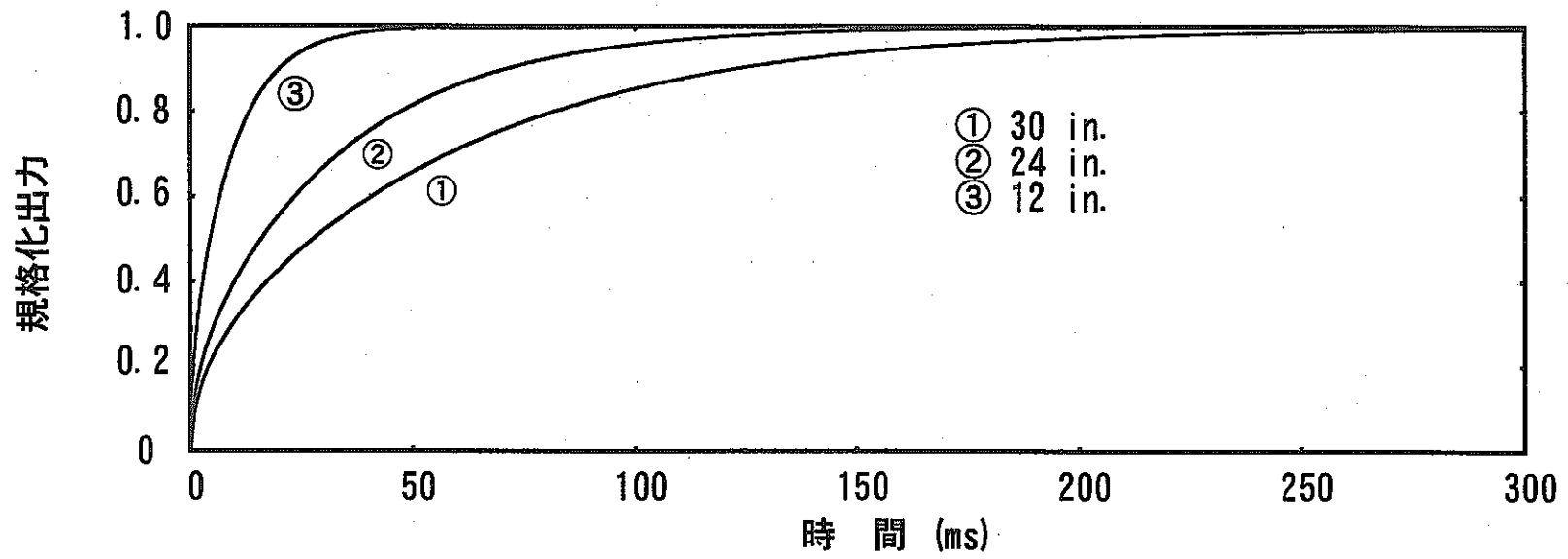


図 3.2.1-11 応答特性の計算結果

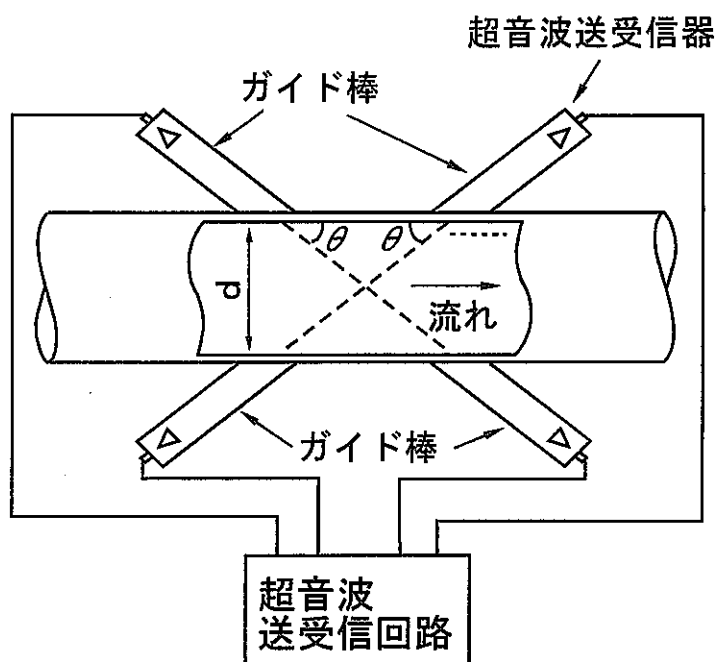


図 3.2.2-1 超音波流量計

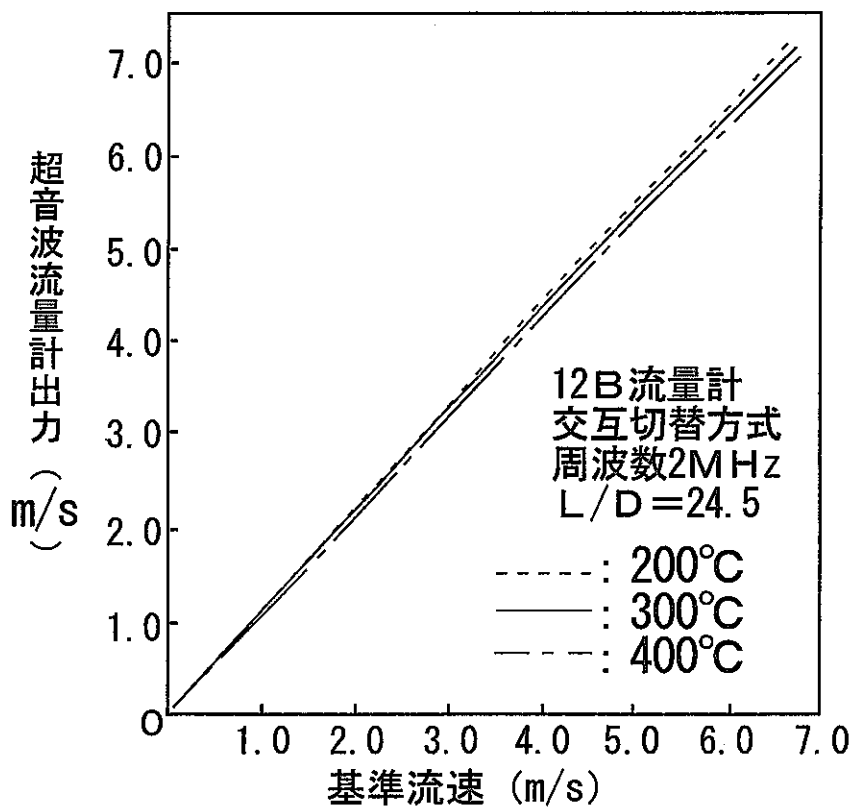


図 3.2.2-2 超音波流量計の出力特性の測定例



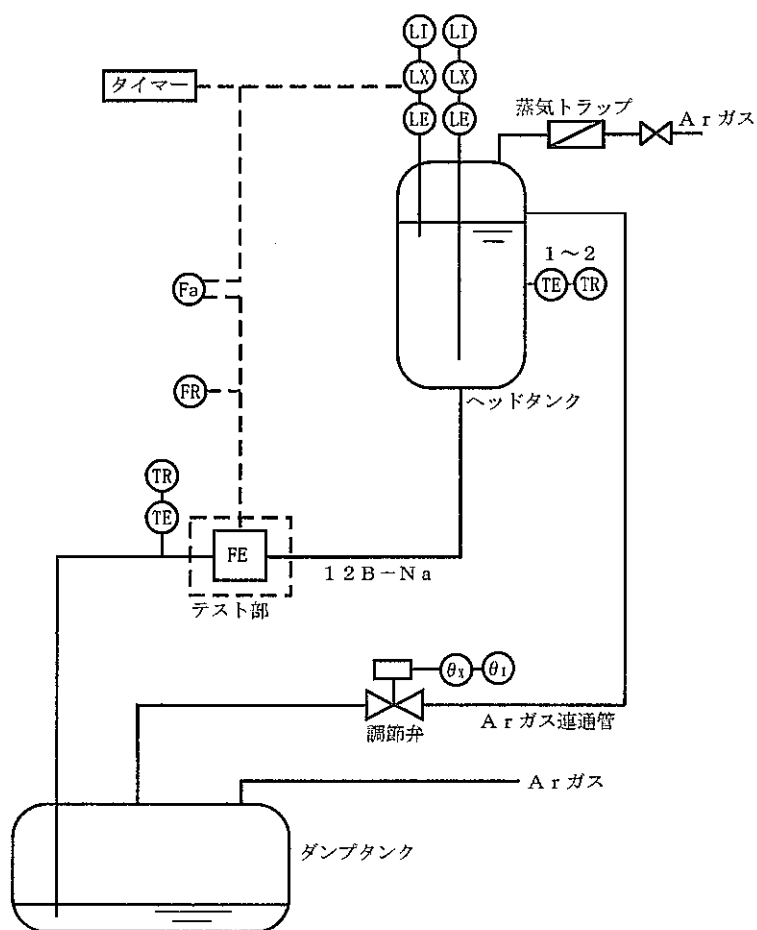


図 3.2.3-1 大口径電磁流量計実流校正装置

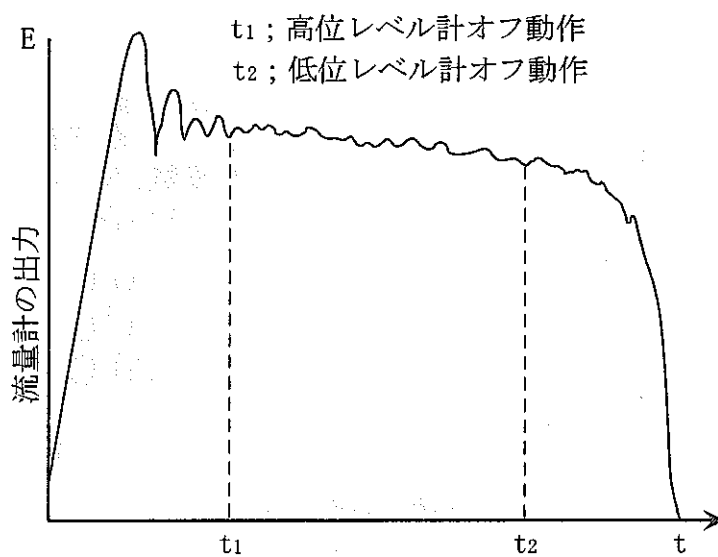
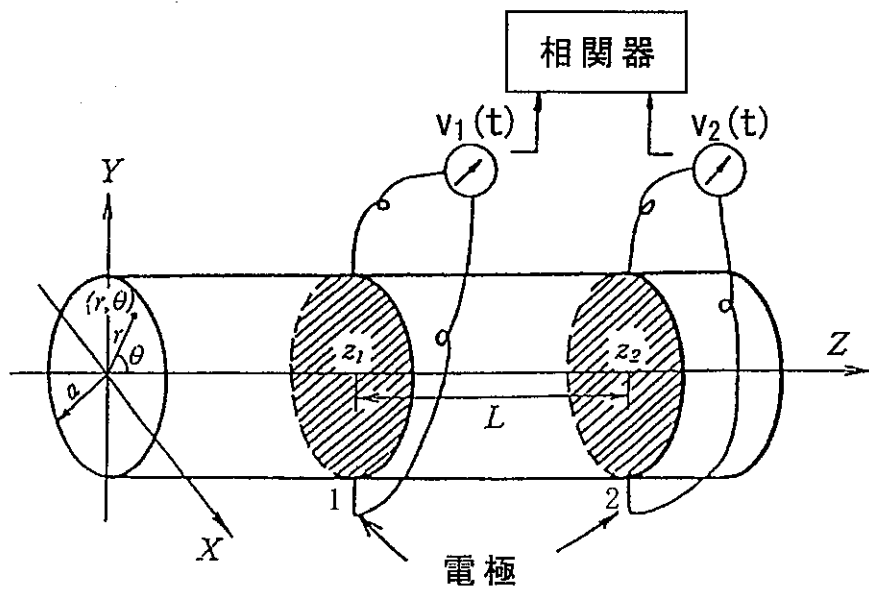
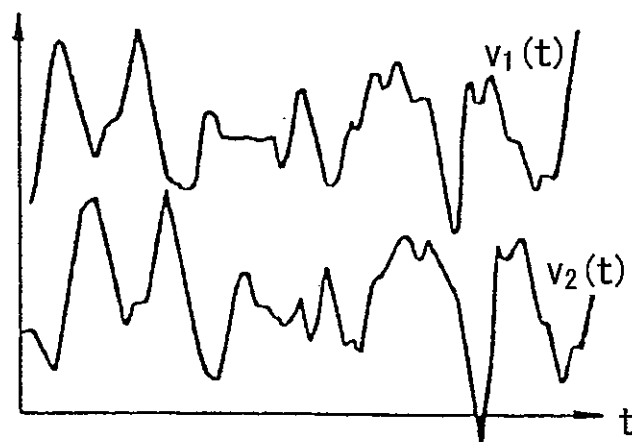


図 3.2.3-2 実流校正時の電磁流量計出力履歴



(a) 測定系の構成



(b) ゆらぎ信号波形

図 3.2.3-3 相関法原理説明図

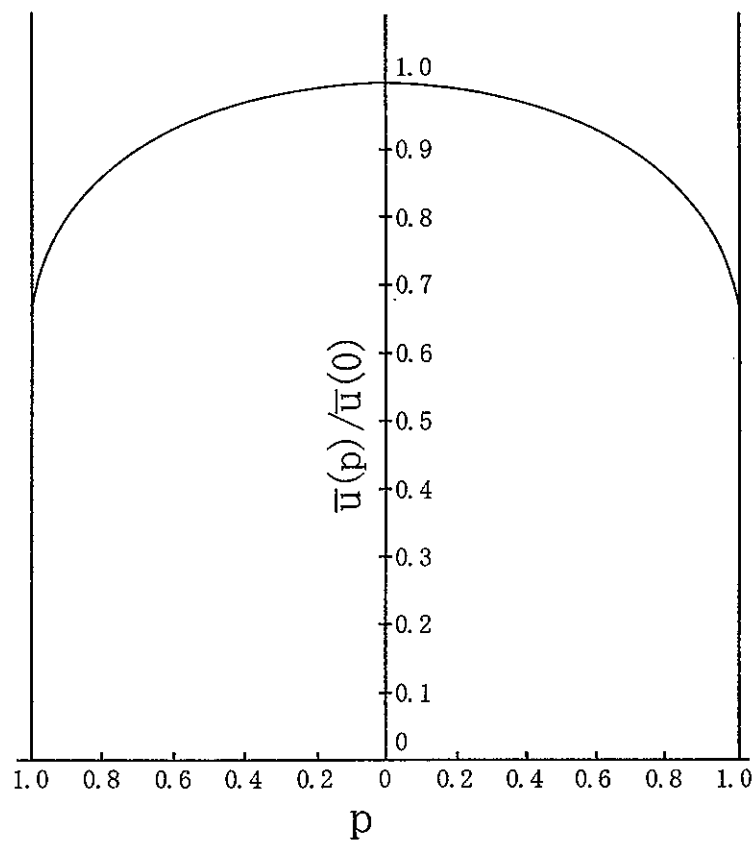


图 3.2.3-4 圆管内流速分布

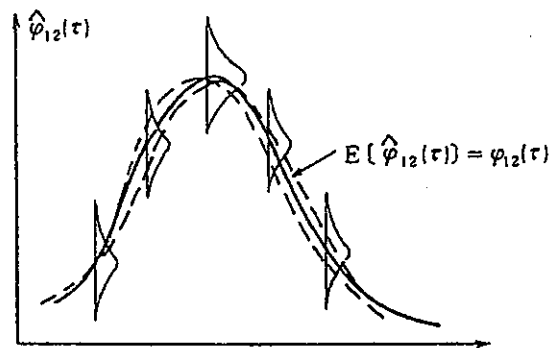


図 3.2.3-5 相関関数の推定における統計誤差

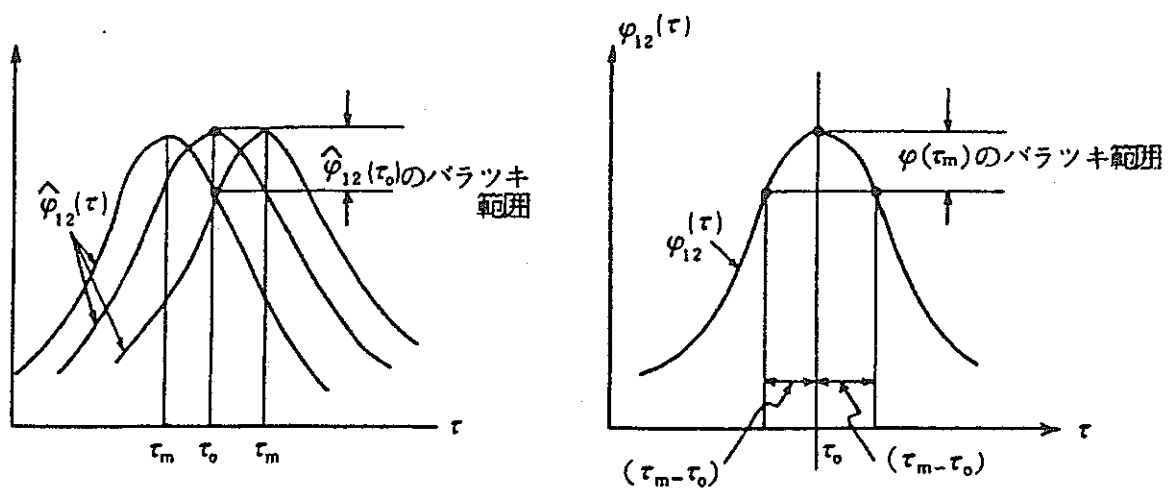


図 3.2.3-6  $\varphi_{12}(\tau_m)$  のばらつきの  $\hat{\varphi}_{12}(\tau_0)$  のばらつきによる表現

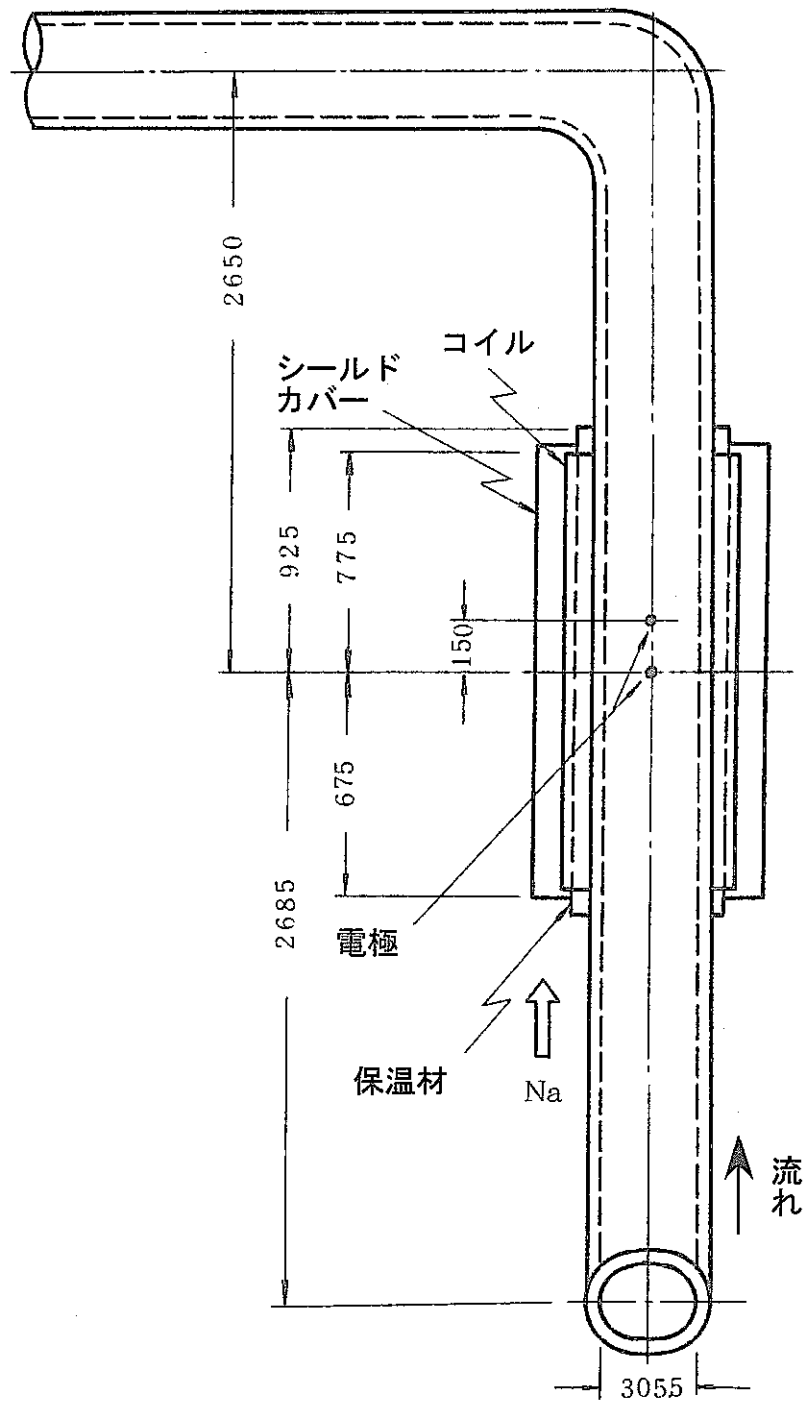


図 3.2.3-7 電磁流量計の配置

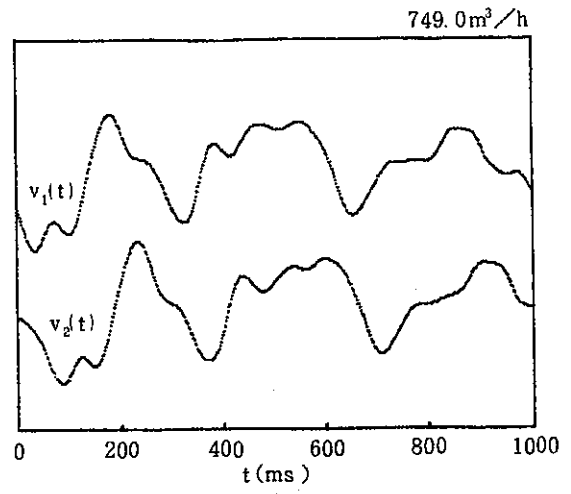
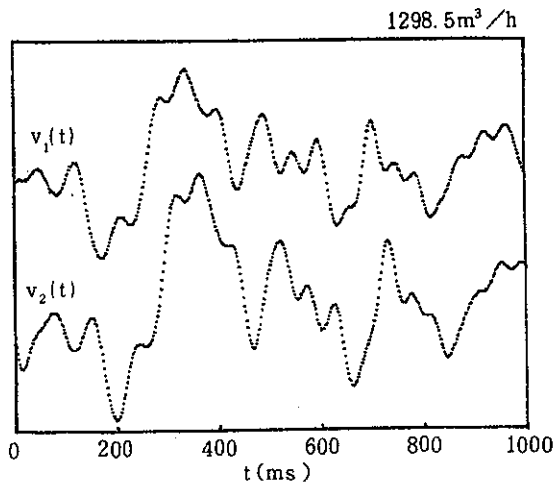


図 3.2.3-8 出力電圧のゆらぎの波形

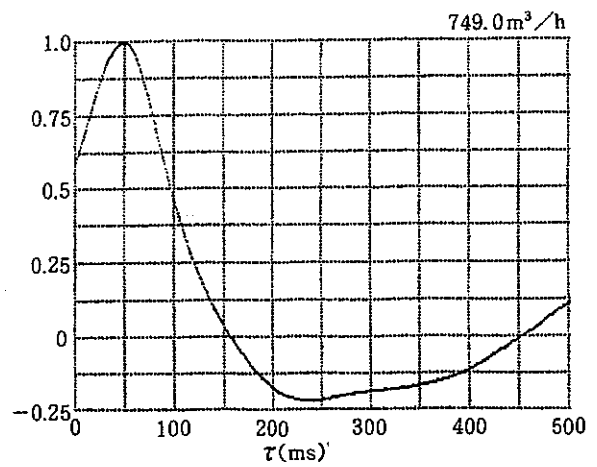
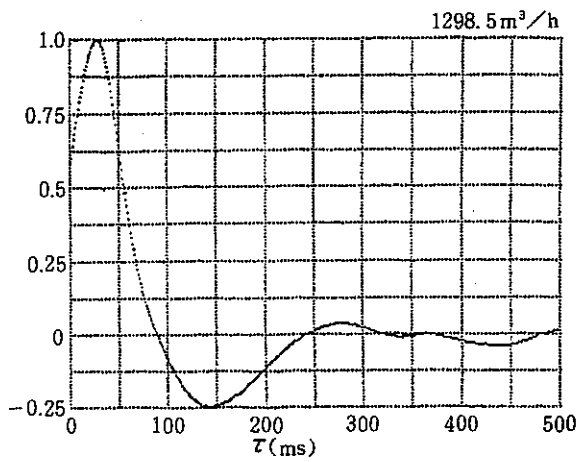


図 3.2.3-9 ゆらぎの相互相関関数

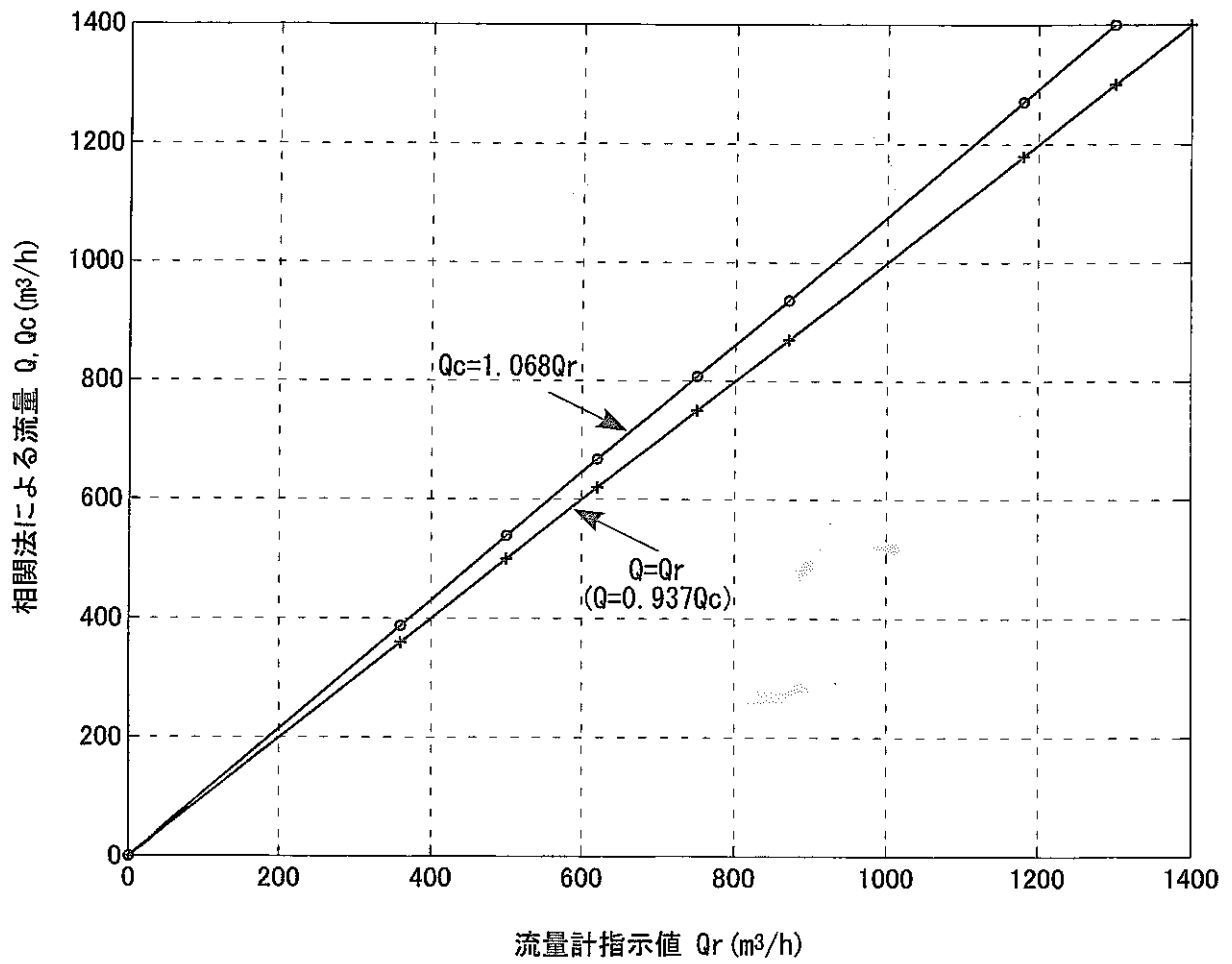


図 3.2.3-10 相関法による流量と流量計指示値の比較

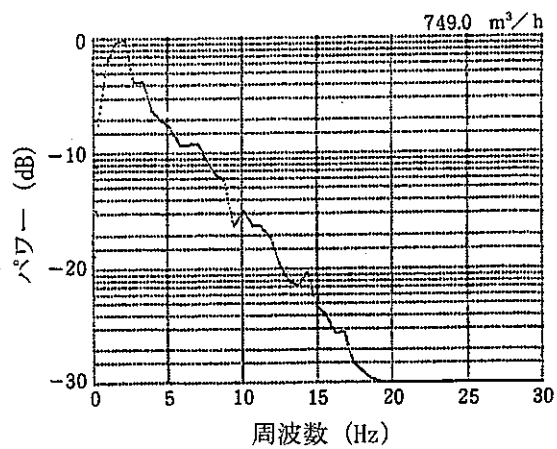
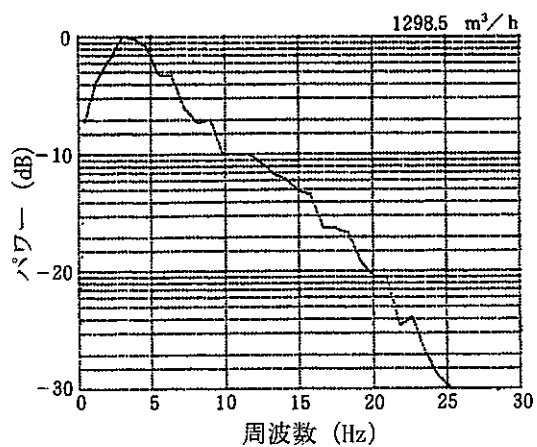


図 3.2.3-11 ゆらぎの自己パワースペクトル

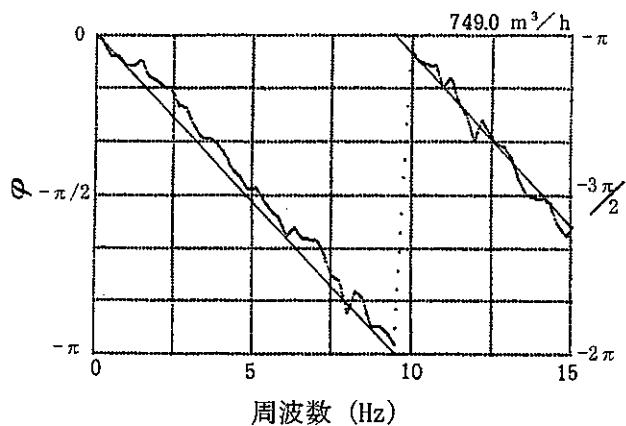
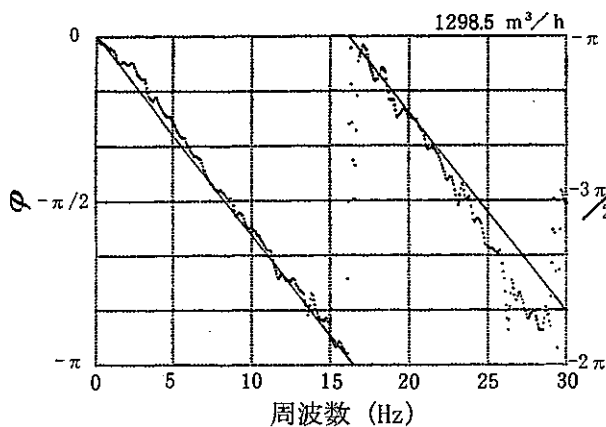


図 3.2.3-12 相互パワースペクトルの位相特性

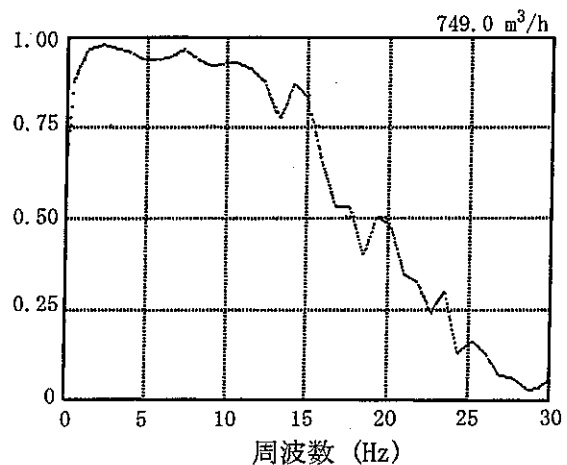
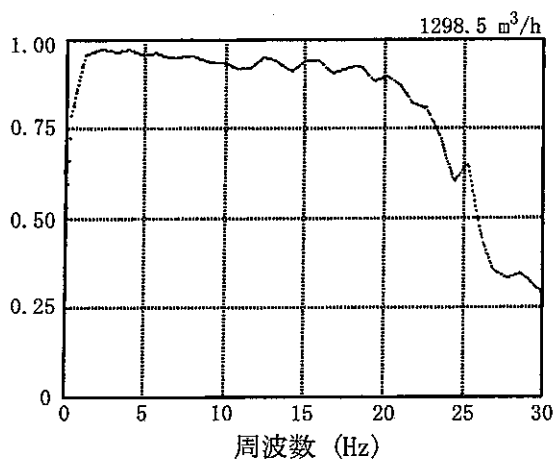


図 3.2.3-13 ゆらぎのコヒレンス関数



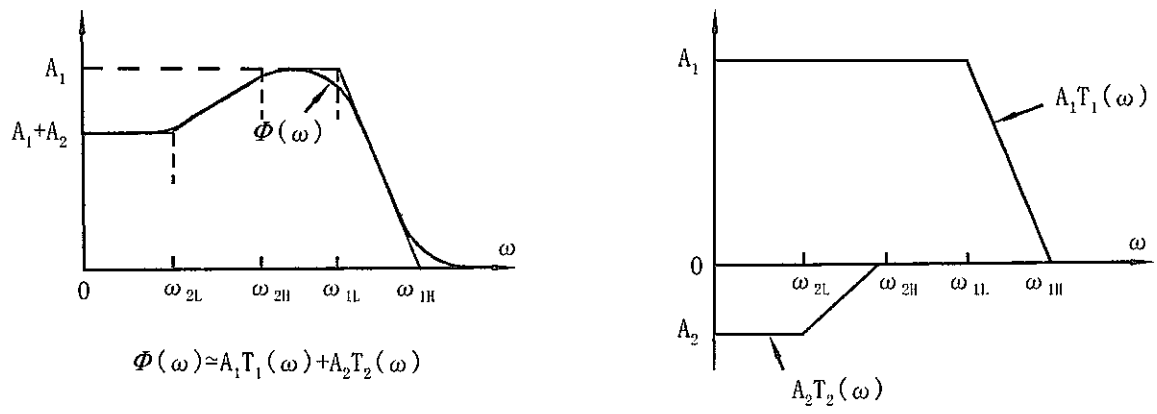


図 3.2.3-14 パワースペクトルの台形和近似

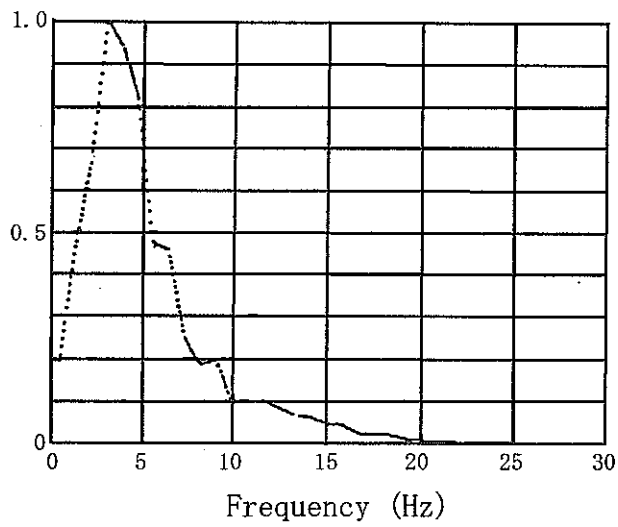
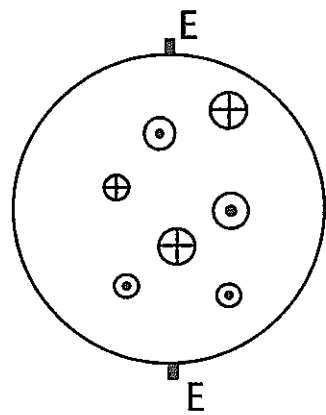
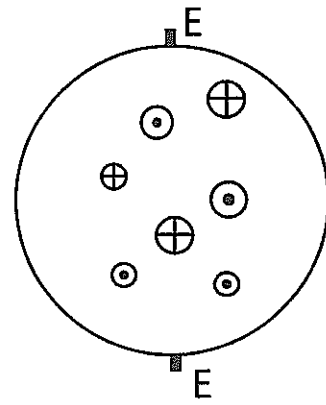


図 3.2.3-15 パワースペクトルのリニア表示

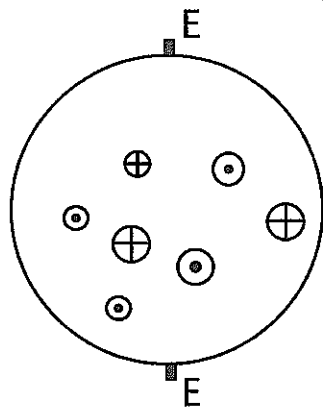


(a) 上流断面における変動

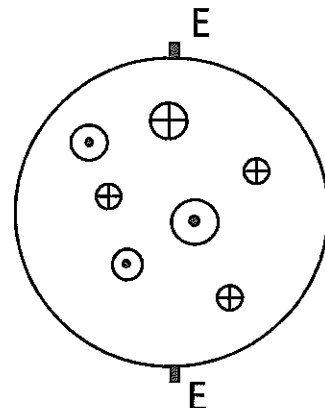


(b) 下流断面における変動  
= (a) の変動

- の大きさは変動の大きさ
- ⊙ 裏から表の向き
- ⊕ 表から裏の向き



(c) 下流断面における変動  
= (a) の回転



(d) 下流断面における変動  
= 不規則

図 3.2.3-16 流速変動パターンの保存性

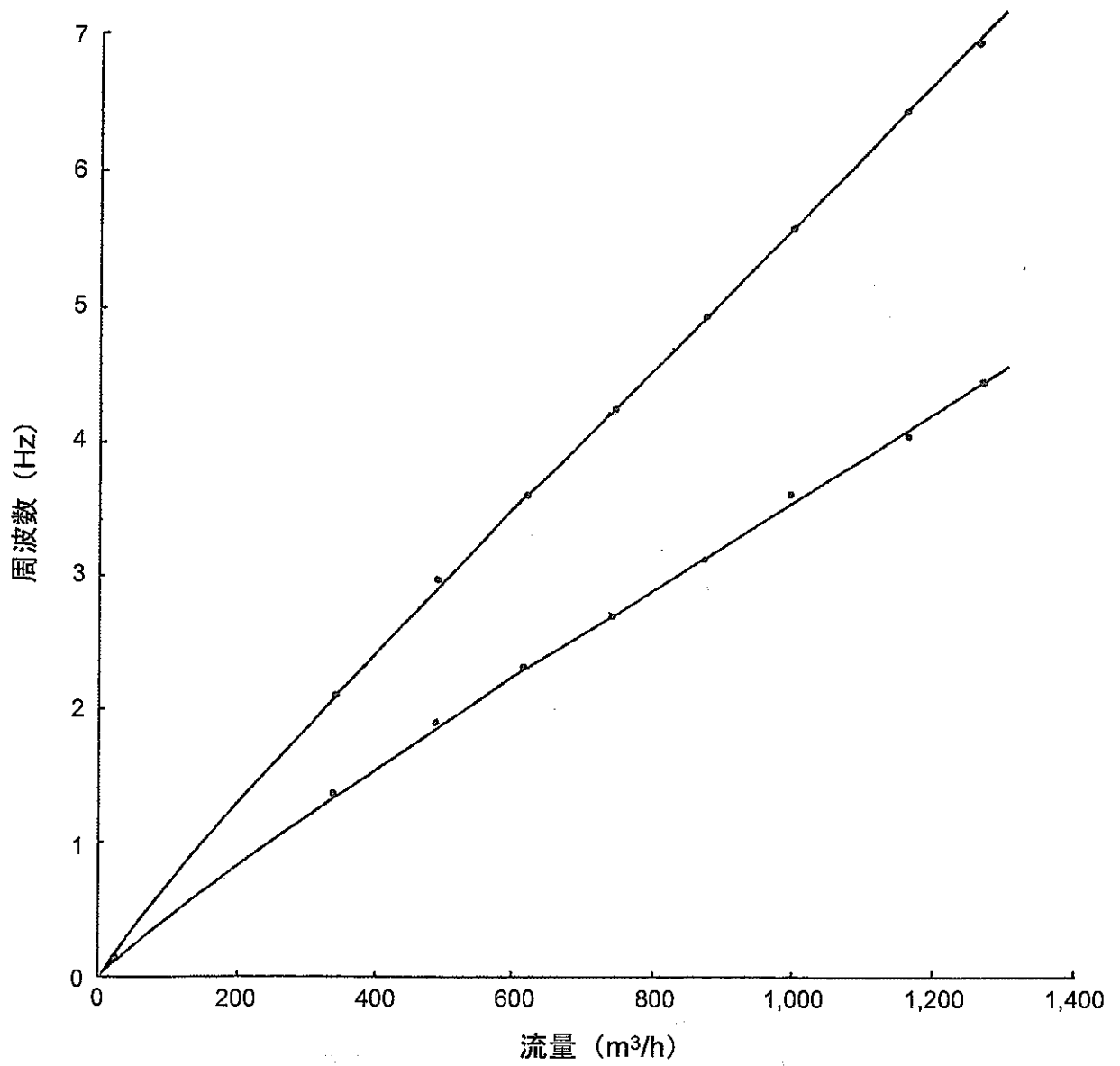
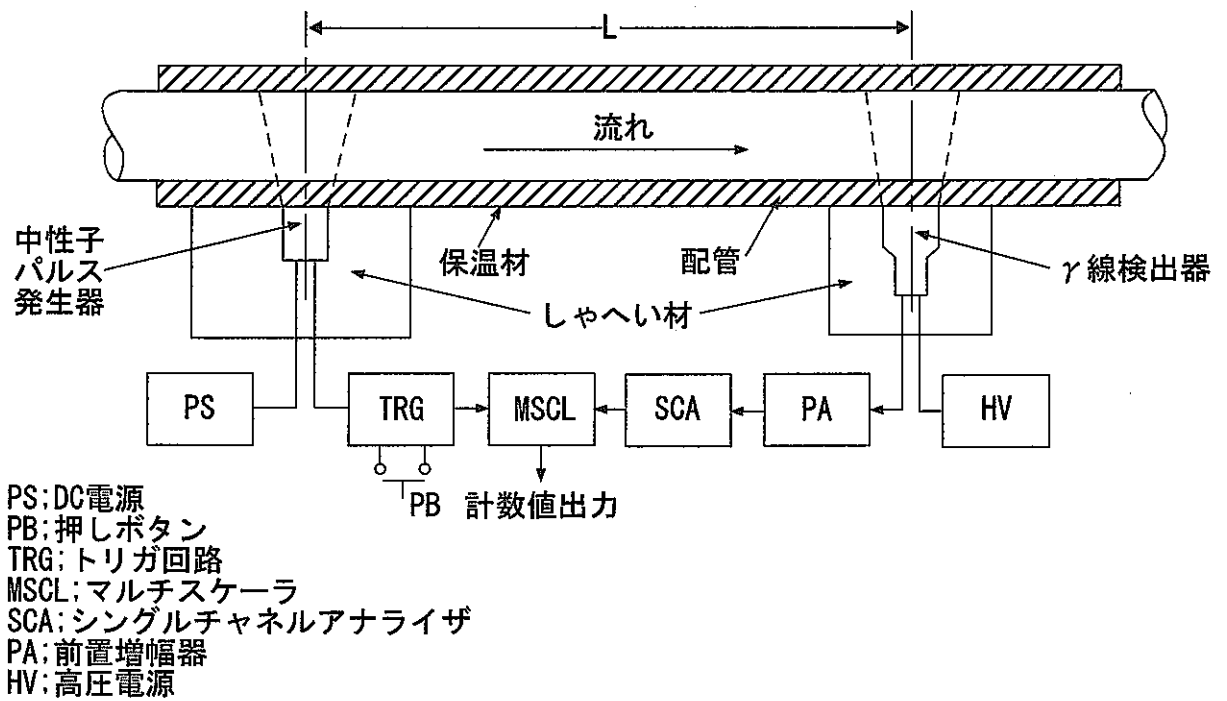
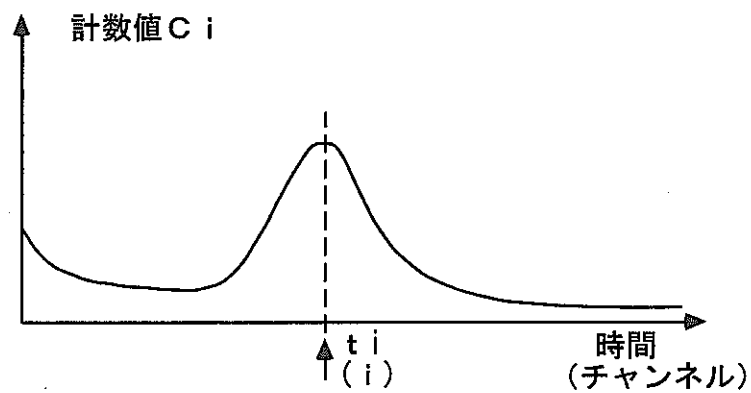


図 3.2.3-17 平均周波数法の校正結果



(a) 測定系の構成



(b) マルチスケーラ出力

図 3.2.3-18 パルス中性子放射化法の原理

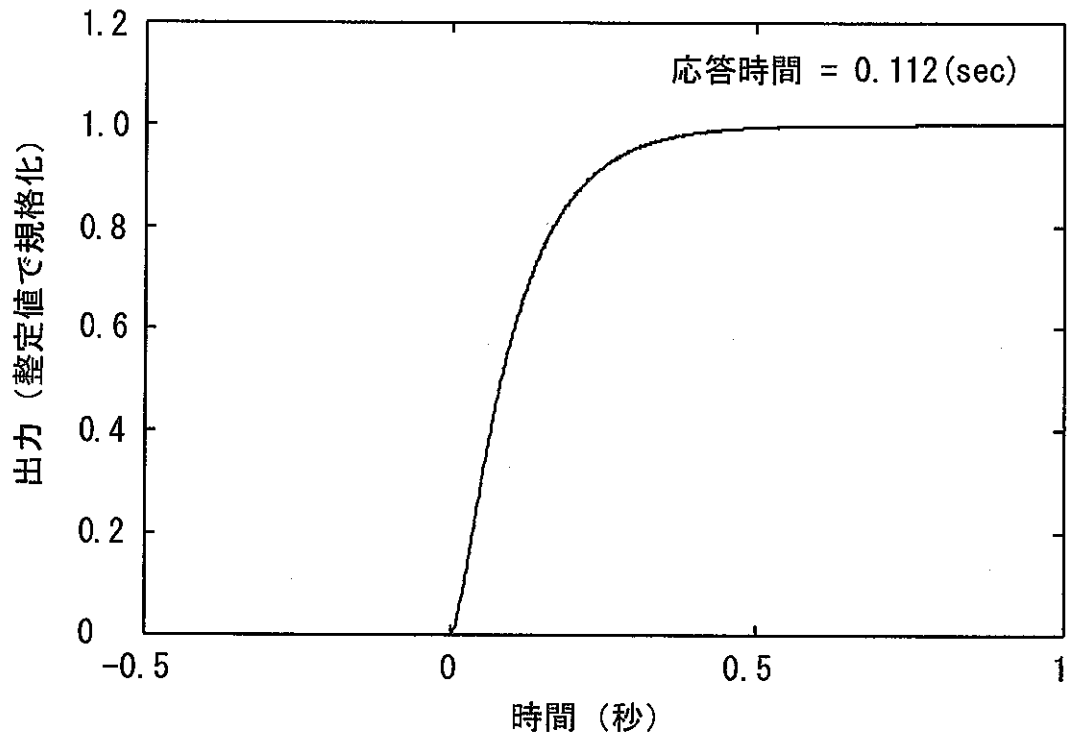


図 3.2.3-19 電磁流量計応答の測定結果

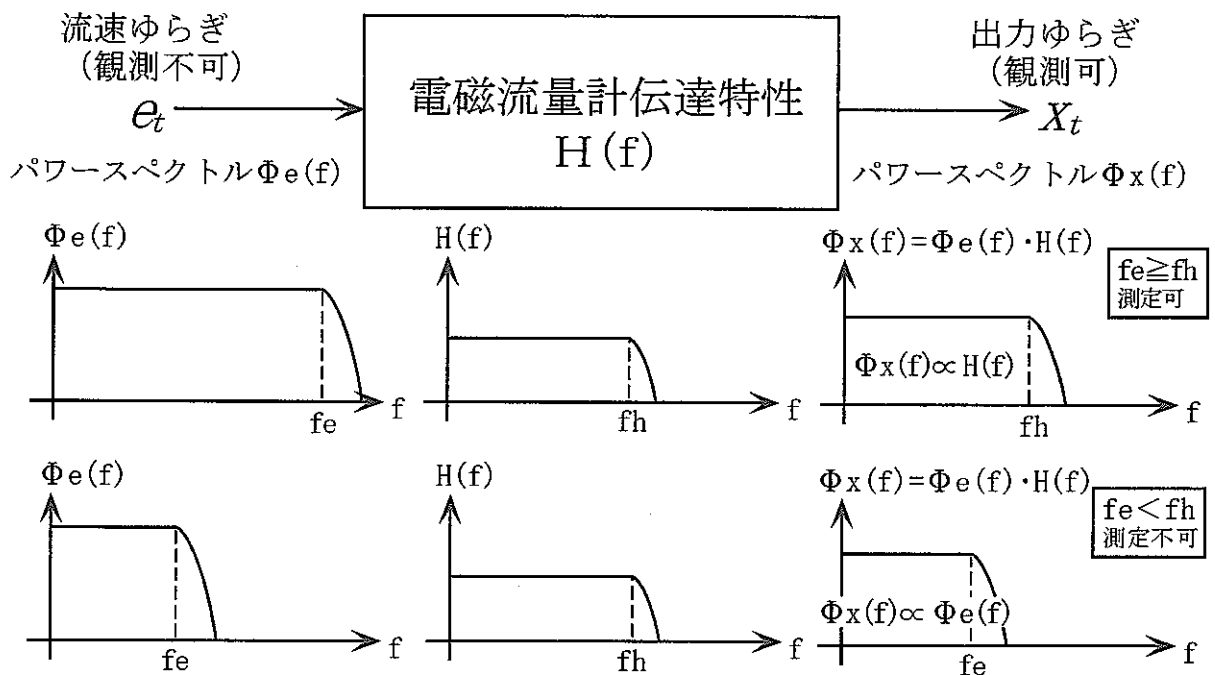


図 3.2.3-20 応答測定 of 成立性の説明

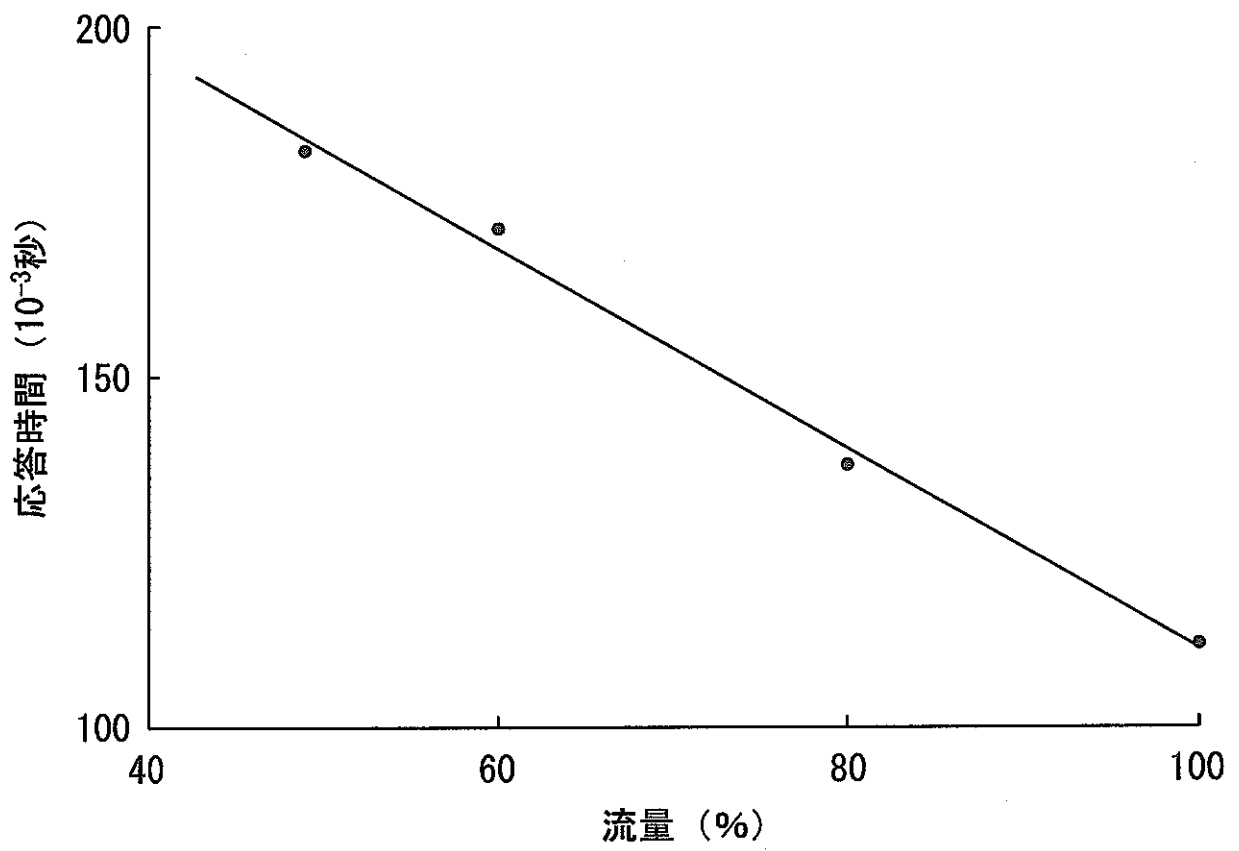


図 3.2.3-21 測定結果の流量依存性

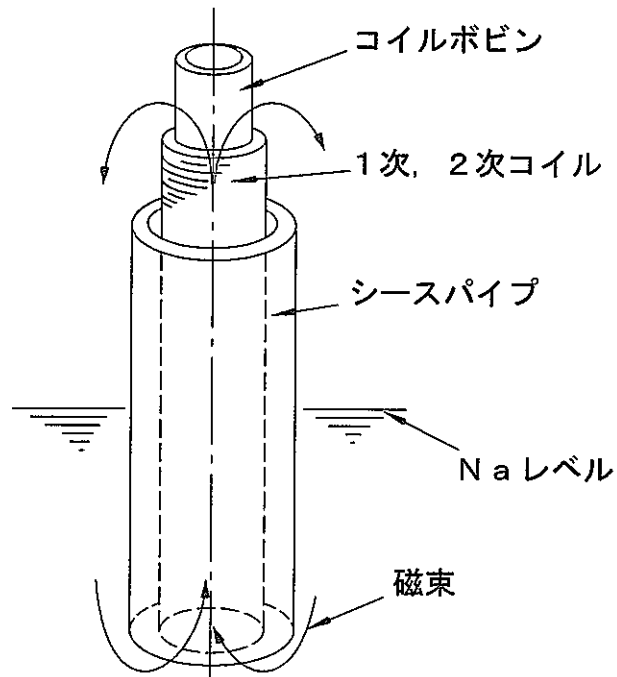


図 3.3.1-1 誘導型液位計の構造概念

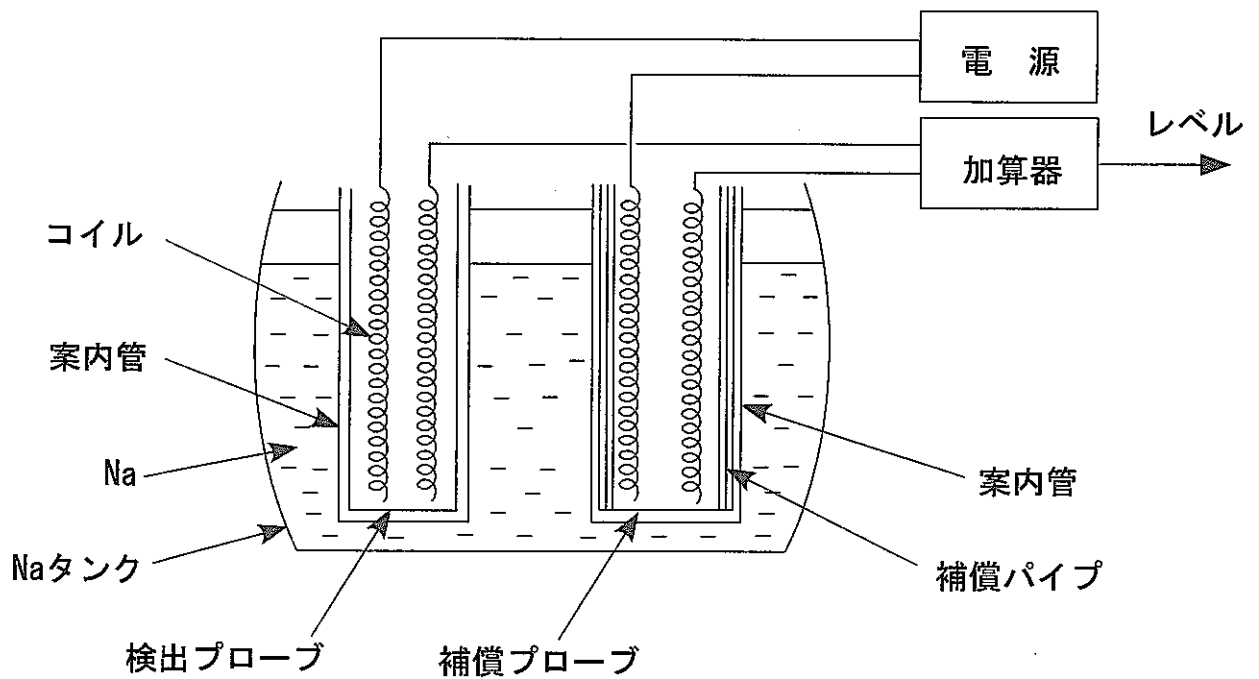


図 3.3.1-2 温度補償プローブ付液位計

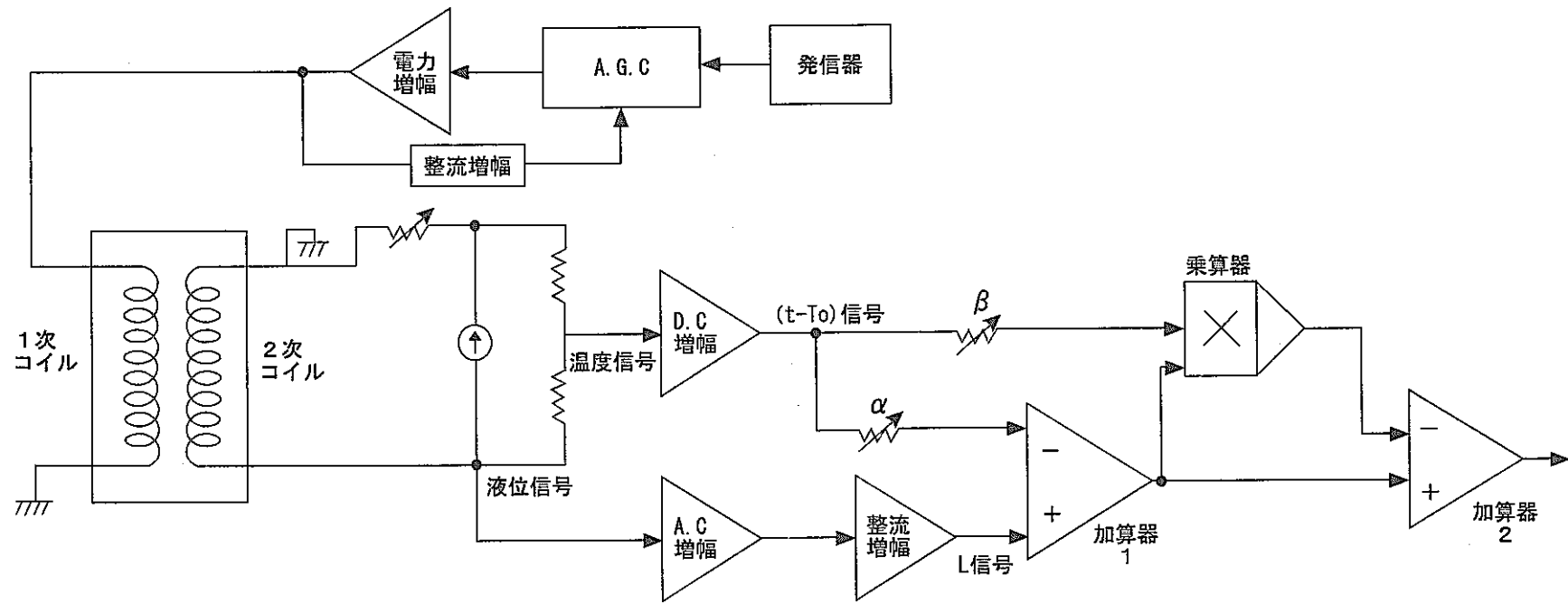


図 3.3.1-3 連続式誘導型液位計の回路例



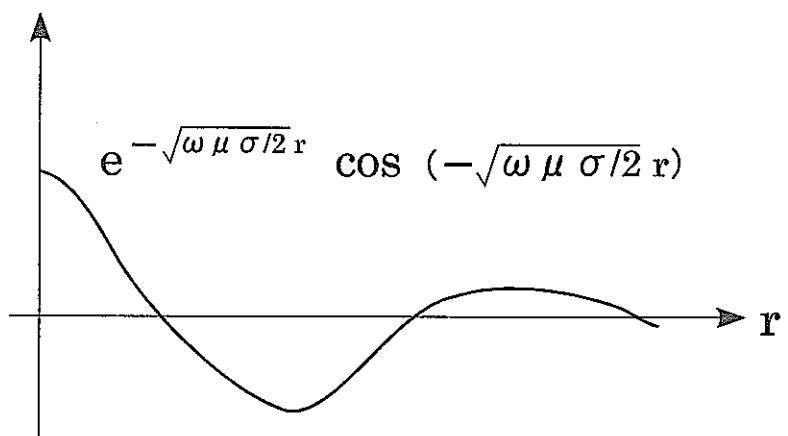
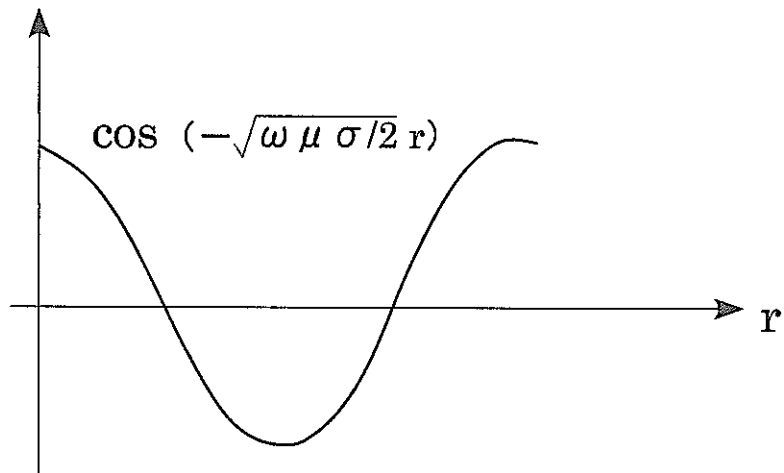
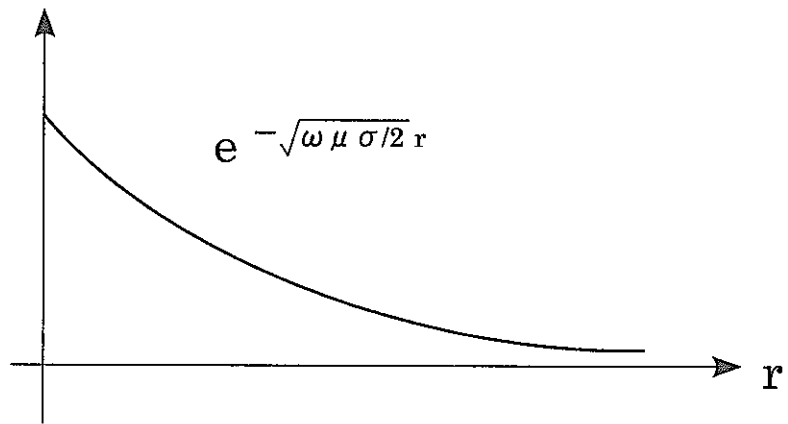
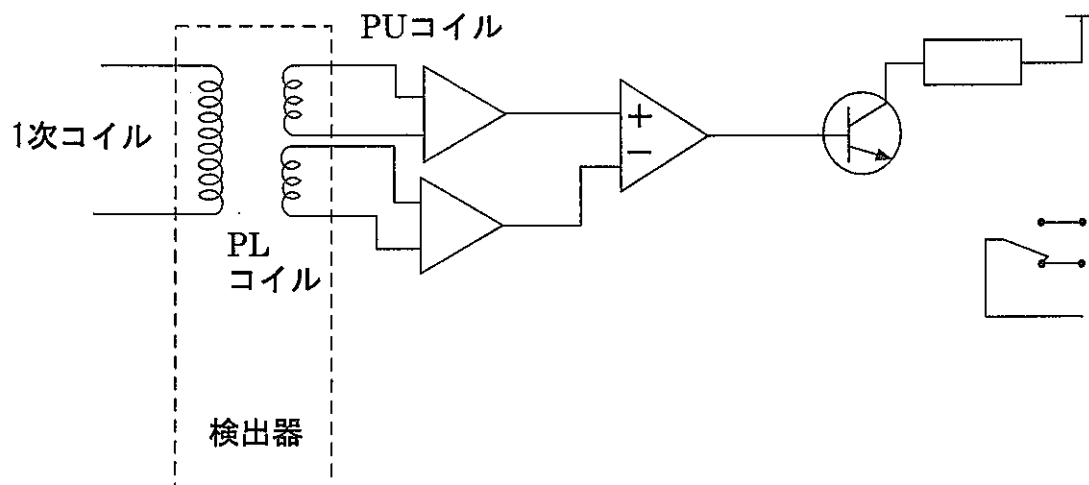
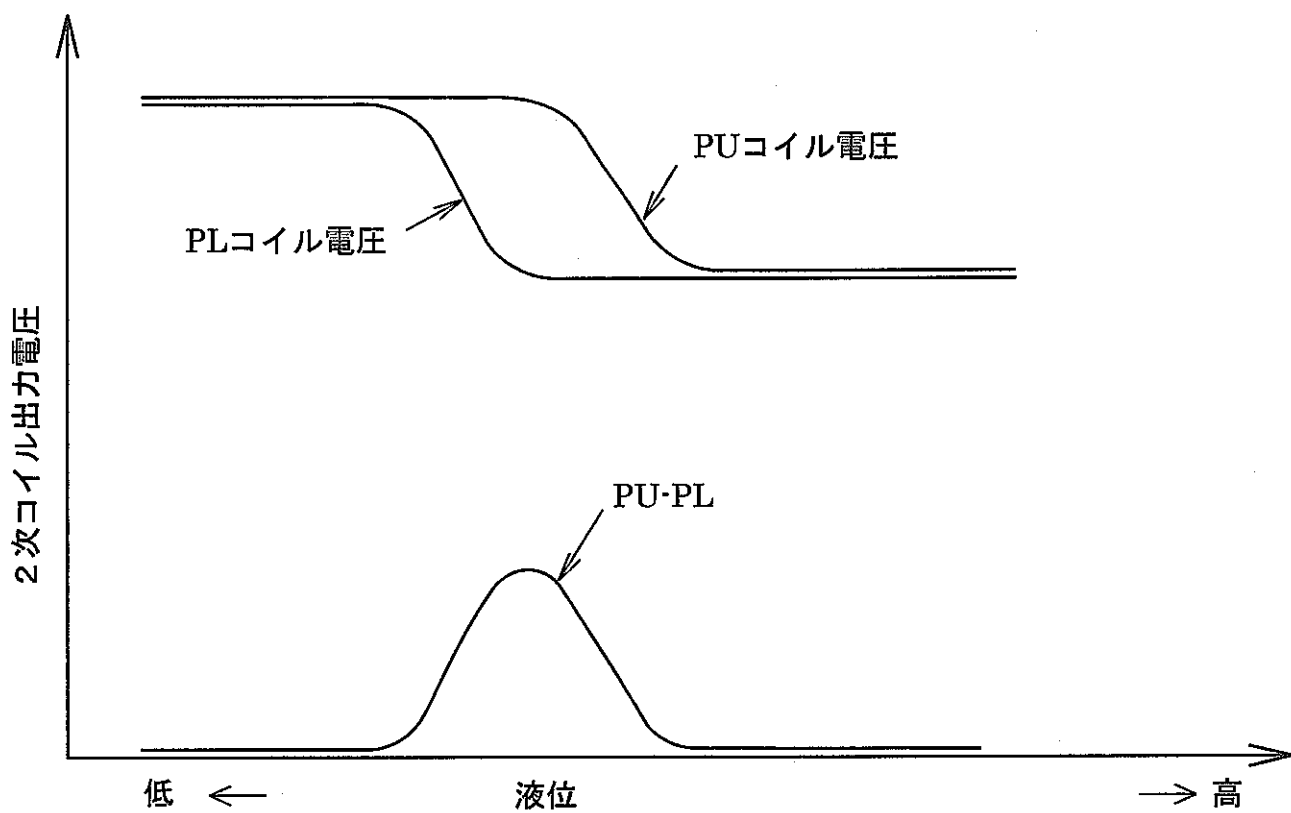


図 3.3.1-4 電磁界の冷却材中への浸透



(a) 演算原理



(b) 2次コイル出力電圧

図 3.3.1-5 固定点式液位計の動作原理

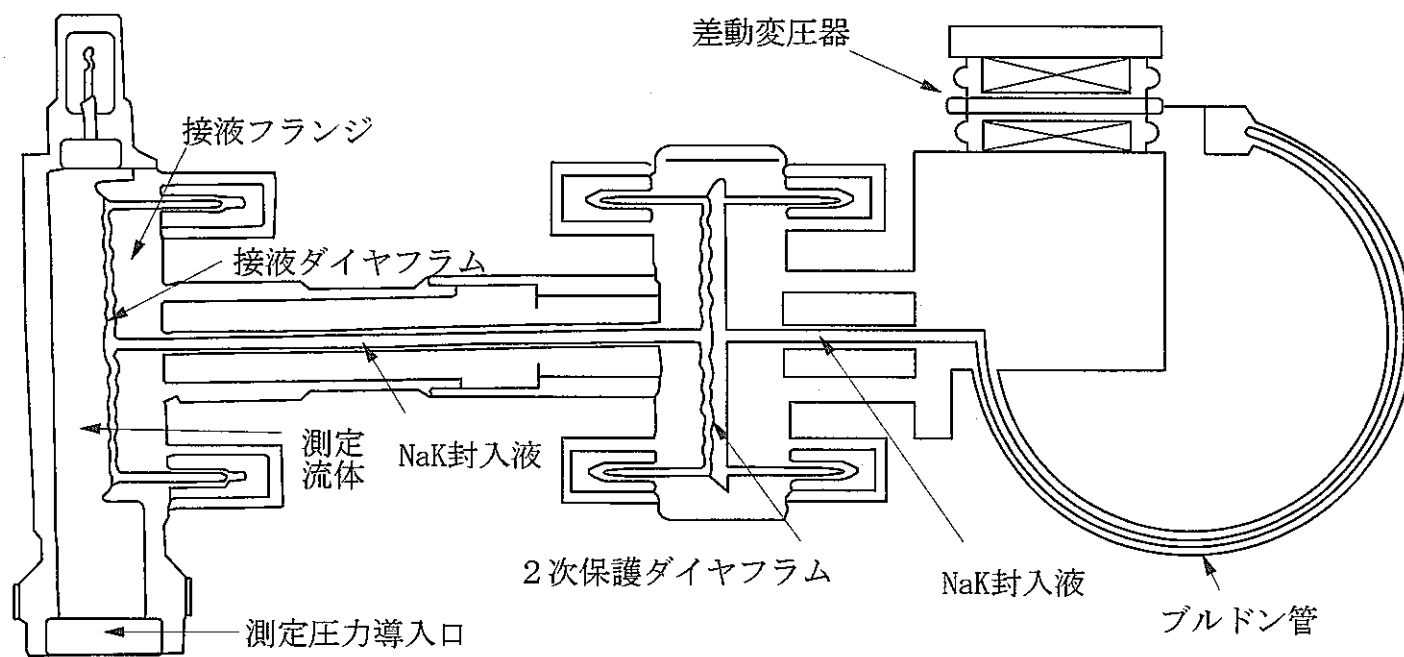


図 3.4.1-1 NaK 圧力計の構造

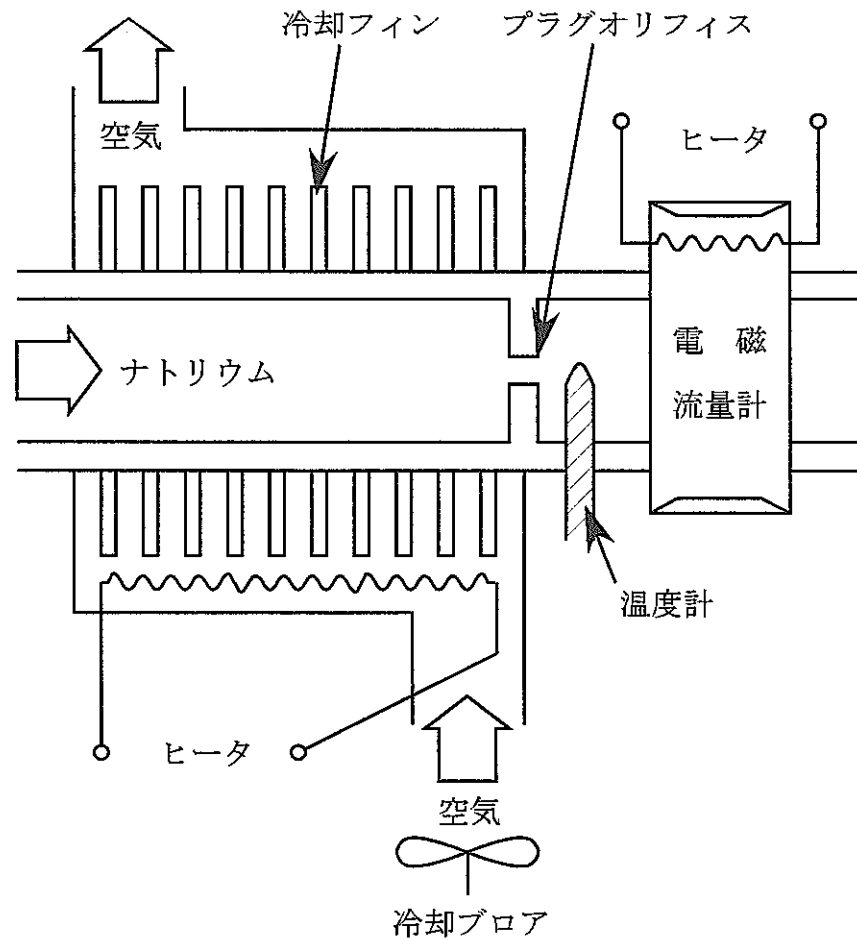
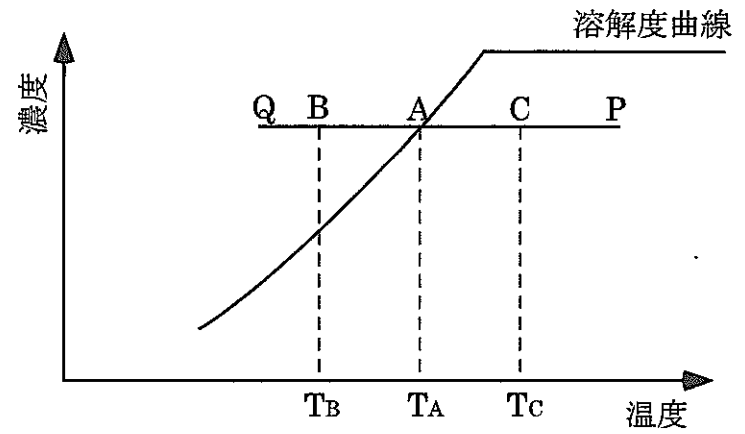
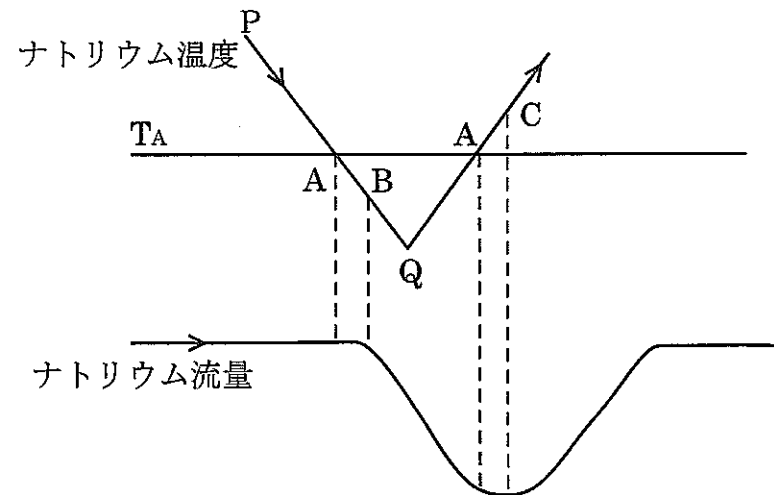


図 3.5.1-1 プラギング計の概念

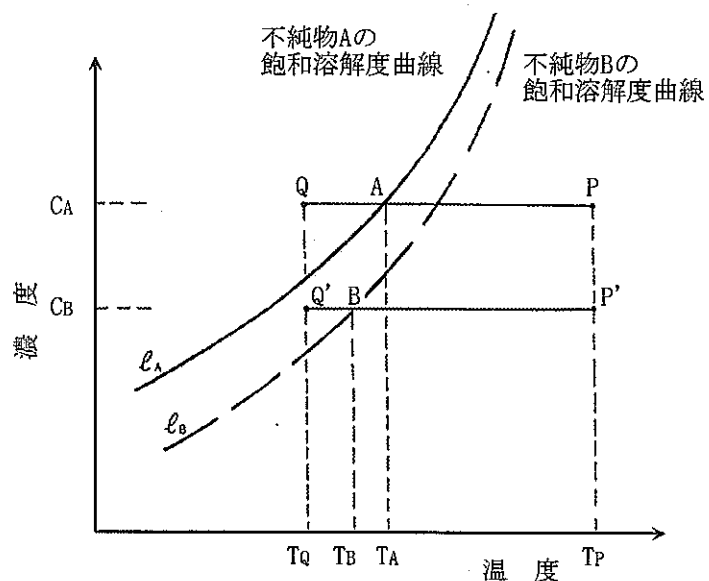


(a) 不純物の溶解度曲線

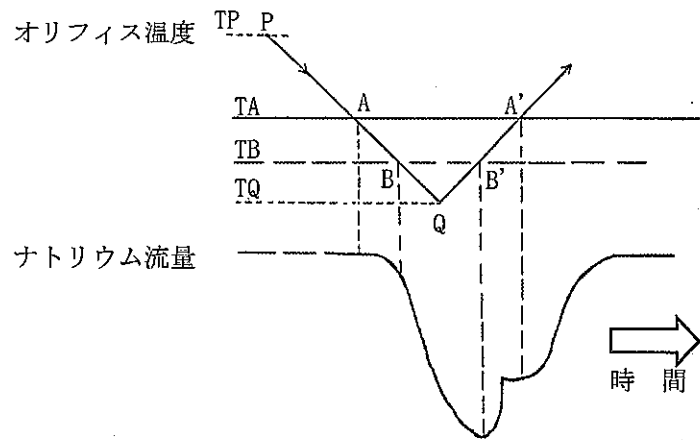


(b) 温度と流量の変化

図 3.5.1-2 プラギング計の作動原理



(a) 2種類の不純物の溶解度曲線



(b) 2重ブレーク

図 3.5.1-3 2重ブレーク現象

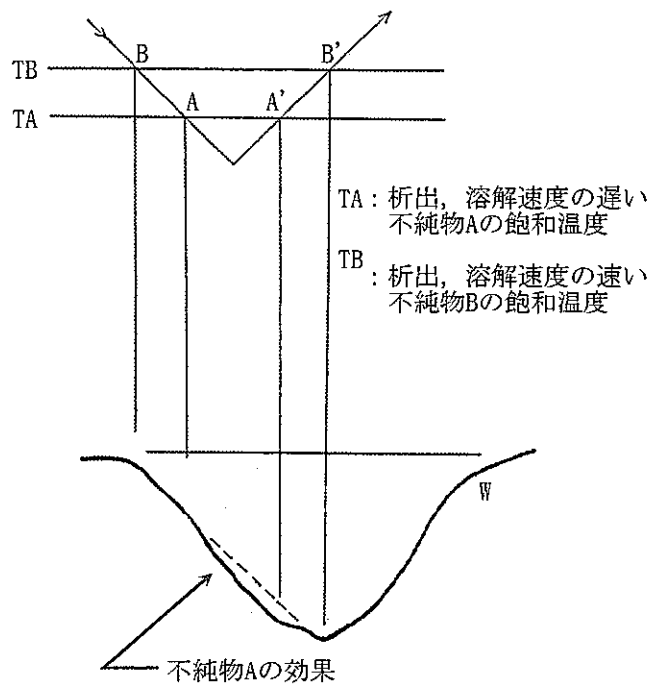


図 3.5.1-4 2重ブレークの生じない条件

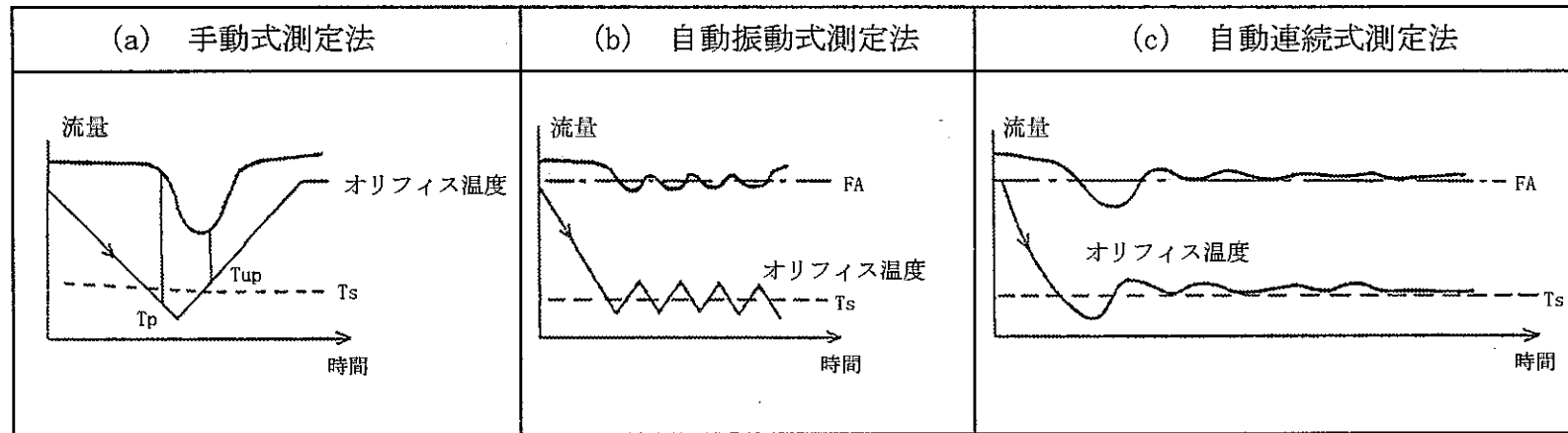


図 3.5.1-5 飽和温度測定法

## 第4章 燃料破損検出系および破損燃料位置検出系<sup>(1)(2)</sup>

原子炉内で燃料破損が発生した場合、破損の発生と規模をいち早く検知して破損の進展を防止し、破損規模を最小限にすることが安全確保の観点から重要である。また、破損燃料の炉外取出しのためには、破損した燃料の同定が必要である。前者の目的のためには、炉心全体を監視し、迅速に燃料破損を検知する燃料破損検出系が、後者のためには、オンラインでまたは原子炉停止後に破損燃料を同定する破損燃料位置検出系が設けられている。両者を総称して、燃料破損検出系ということもあるが、本書では、燃料破損検出系というときには狭義のそれを指し、破損燃料位置検出系と使い分ける。

一般に、燃料破損は、破損した燃料要素から放出される核分裂生成物 (FP) を検出することにより検知する。高速炉の燃料破損検出系では、破損燃料から放出されカバーガス中に移行した希ガス FP を検出するカバーガス法 (CG 法) と、燃料の破損によって冷却材中に放出された FP からの遅発中性子を検出する遅発中性子法 (DN 法) が用いられている。

破損燃料位置検出系としては、あらかじめ燃料棒中に集合体によって成分の異なる希ガス (タグガス) を封入しておき、燃料被覆管の破損によって放出されカバーガス中へ移行したタグガスの成分分析を行うことにより破損した燃料の同定を行うタグging法が用いられる。原子炉停止後に実施する破損燃料の位置決め方法として、燃料交換機のセット位置に据え付けた特殊な装置で、燃料集合体内のナトリウム中に存在する FP ガスを抽出し、FP からの $\gamma$ 線を検出する SHIPPING 法がある。また、わが国の高速炉では採用されていないが、各燃料集合体出口に配置したサンプリング配管からの冷却材を、セレクトバルブで切り替えて放射線検出器に導き、FP を検出して破損燃料を同定するセレクトバルブ法も、英仏の高速炉では採用された実績がある。破損燃料検出のために特別な装置を準備しているわけではないが、上記以外に、破損燃料位置決めの支援方策として、炉内中性子束の空間分布を変化させて空間分布と燃料破損検出系の応答の様子から破損燃料の位置を絞り込む中性子束傾斜 (Flux Tilting) 法や、DN 法で検出される信号の大きさを冷却系ループ間で比較することにより、破損燃料の存在領域を絞り込む DN 三角法がある。

「常陽」の燃料破損検出系の設計を行っていた頃は、FP の冷却材やカバーガスへの移行率等の実測データが乏しく、大胆な推論に拠らざるを得ないところも少なくなかったが、その後、日米共同研究により燃料の破損挙動と破損検出信号の特徴の間の関連づけがなされたり<sup>(3)</sup>「常陽」では FP ソースを用いた燃料破損検出法の実証試験が行われ、設計の妥当性が検証されている。<sup>(4)</sup>

以下本章では、「常陽」等における試験の結果も含め、わが国の高速炉で採用されているものを中心に、高速炉の燃料破損検出系および破損燃料位置検出系について紹介する。

#### 4.1 燃料破損検出系

燃料破損の状態は、燃料にピンホール等の比較的小さな破損が発生し、燃料ピン内に蓄積された FP ガスのみが放出されるガスリーク破損（ガスリーカー）と、燃料と冷却材が接触して遅発中性子放出核種が冷却材中に放出される開口破損に大別される。海外炉における燃料破損の経験では、破損発生後しばらくはガスリーカー状態で推移するが、運転を継続するにつれ燃料ピン内部への冷却材の侵入が起これ、破損孔が拡大し開口破損に至るとされている。したがって、ガスリーカー状態の検知には、カバーガス中に移行した FP 希ガスからの放射線を測定する CG 法が有効である。一方、開口破損の検知には DN 法が適しており、破損発生とほとんど同時に開口破損に至るとされる炉心の局所事故で、原子炉の緊急停止が必要なときには応答の速い DN 系からの信号が用いられる。このように、CG 法と DN 法は相補的な役割を担っており、「常陽」も「もんじゅ」も両方法による計測系を備えている。図 4.1-1 に「常陽」の燃料破損検出系の構成を示す。「もんじゅ」では、1 次冷却系が 3 ループになっており DN 法検出器もすべての系統に設置されているほか、CG 法の  $\gamma$  線モニターやプレシピテータの方式に差はあるものの、「常陽」とほぼ同様の構成となっている。

##### 4.1.1 カバーガス(CG)法

CG 法は燃料破損時に燃料ピンからカバーガス中に移行した FP 希ガス (Kr や Xe) を検出するもので、図 4.1-1 に示すように「常陽」ではプレシピテータ法と  $\gamma$  線スペクトロメトリー法を採用している。「常陽」のプレシピテータは金属製のワイヤを駆動する方式であるのに対し、「もんじゅ」では、ガス置換型プレシピテータを採用していること、Ge 半導体検出器でガンマ線のエネルギースペクトルを求める代わりに NaI シンチレータでバルクの  $\gamma$  線を検出しているところが「常陽」と異なる。

CG 法の検出性は、燃料の燃焼によりピン中に蓄積されている FP 希ガスが、被覆管の破損により冷却材中に放出されてカバーガスへ移行するまでの挙動に依存する。FP 希ガスの冷却材ナトリウム中への放出率は、燃料ピン内への FP の蓄積量すなわち燃焼履歴に関係するので、ここでは放出率を  $S(1/s)$  とおくと、最も簡単なモデルを用いる場合、ナトリウム中およびカバーガス中の FP 希ガス核種の原子数  $N_N$ 、 $N_C$  は、それぞれ次式のように表せる。

$$\frac{dN_N}{dt} = S - (\lambda_d + \lambda_i) N_N \quad (4.1.1-1)$$

$$\frac{dN_C}{dt} = \lambda_d N_N - (\lambda_p + \lambda_i) N_C \quad (4.1.1-2)$$

ここで、 $\lambda_d$ 、 $\lambda_p$  および  $\lambda_i$  はそれぞれナトリウムからカバーガスへの移行定数 ( $1/s$ )、カバーガスの



呼吸等による減衰定数(1/s)および崩壊定数(1/s)である。上式の $\lambda_i$ はハンドブックから知ることができ、 $\lambda_d$ および $\lambda_p$ については、「常陽」でのFPソースを用いた試験から、 $\lambda_d \approx 10^{-4}/s$ および $\lambda_p \approx 5 \times 10^{-5}/s$ が得られている。これらの結果から、「常陽」において新燃料をフルパワー(100MW)で1日照射した時点での燃料破損を仮定すると、バックグラウンドの100倍程度の計数率で検出できることが確認されている。(4)

#### (1) プレシピテータ法

「常陽」で採用されているワイヤ駆動型プレシピテータの概念を図4.1.1-1に示す。カバーガスの一部をコンプレッサにより吸引し、ベーパートラップでガス中に含まれるナトリウムミストを除去した後プレシピテータチェンバに導く。チェンバに導かれたガス中にKrやXeなどのFP希ガスが含まれている場合には、これらは



のように $\beta$ 崩壊して正の電荷を持ったRbやCsになるので、ワイヤに負電圧を印加しておきこれらを吸着させる。次に、いまチェンバにあったワイヤの位置をシンチレーションカウンタのところまで移動させ、RbやCsが更に崩壊してSrやBaになるときに出す $\beta$ 線または $\gamma$ 線を検出する。図からは分からないが、ワイヤは一度吸着したFPが十分に崩壊するまで駆動ドラムに滞留し、再びチェンバに届いたときには次回の測定に支障を来たさないようになっている。炉容器からプレシピテータまでのカバーガスの到達時間は約2分であり、CG法は検出感度が高い反面、応答時間がDN法より長い。しかしながら、DN法では検出できないガスプレナム部の破損が検知できる利点がある。

「もんじゅ」では、保守性の改善等の観点から、ワイヤを駆動する代わりに、チェンバ内の芯線にFPを吸着させた後、チェンバ内のガスを置換し、同時に芯線への印加電圧を変更してチェンバを比例計数管として作動させる方式のガス置換型プレシピテータを採用している。図4.1.1-2にガス置換型プレシピテータの作動原理を説明する。ガス置換型プレシピテータでは、図4.1.1-1の「常陽」のプレシピテータでチェンバとシンチレーションカウンタの両方の役割を果たす部分をFPコレクタと呼ぶ。

FPコレクタの動作は、図4.1.1-2(a)に示すように次の4段階からなる。(1)カバーガス導入：FPコレクタの清浄ガスラインを閉じ、出入口弁を開けてコレクタ内に原子炉カバーガスを導入する。(2)捕集：コレクタ芯線に負電圧を印加しておき、カバーガスにFPが含まれる場合はこれを捕集す

る。(3)ガス置換：カバーガス入口弁閉、清浄ガス入口弁開とし、コレクタ内のガスを清浄ガスに置換する。(4)計測：芯線の印加電圧を正に切り替えてコレクタを比例計数管として動作させ、捕集されているFPが壊変するときに出す $\beta$ 線を検出する。

燃料破損の監視を連続的に行うため、FPコレクタを3基もち、図4.1.1-2(b)に示すように時間をずらして動作させるようにしている。

「もんじゅ」では、平均燃焼度の燃料ピン1本が破損してガスプレナム中のFP量の1%の漏えいに相当する信号をプレシピテータが検知したときに、破損燃料位置検出系（タギング法）を起動するようになっている。

## (2) $\gamma$ 線モニター

「常陽」のCG系には、カバーガス中のFPを高分解能の $\gamma$ 線検出器によりスペクトル分析できるオンライン $\gamma$ 線モニターが設置されている。図4.1.1-3に示すように、オンライン $\gamma$ 線モニターは、活性炭吸着床にカバーガスを通気してXeやKr等を選択的に吸着させ、高純度Ge半導体検出器で $\gamma$ 線を検出する。吸着床への通気6分でXeを100倍、Krを10倍に濃縮できる。定常的なバックグラウンドである $^{41}\text{Ar}$ 、 $^{23}\text{Ne}$ のフラッシングを20秒行った後の10分強の測定で、0.01~0.1Bq/ccの検出感度を有することが確認されている。測定終了後の吸着床のページも含め、オンライン $\gamma$ 線モニターの測定周期は30分程度である。

「もんじゅ」には、スペクトル分析の機能をもたずにバルク $\gamma$ 線の測定により、プレシピテータが分担する破損規模よりも少し大きい規模の破損を検知するNaIシンチレータがCG系に設置されている。また、バルクNaIシンチレータのバックアップとして、格納容器内の1次アルゴンガス系原子炉容器出口配管表面の $\gamma$ 線量率をNaIシンチレータで測定する1次アルゴンガスモニターが準備されている。これらのシンチレータでは、平均燃焼度の燃料ピン7本相当のガスプレナム中FP量が放出されれば、それを検知し警報を発するように設計されている。

## 4.1.2 遅発中性子(DN)法

DN法は、燃料の開口破損によって冷却材中に放出されたFPからの遅発中性子を検出するもので、検出対象となる主要な遅発中性子先行核と半減期は、 $^{87}\text{Br}$ (55sec)、 $^{89}\text{Br}$ (4.5sec)、 $^{137}\text{I}$ (21.7sec)である。このため、炉心からの冷却材が数10秒から高々1分程度の時間で到達できる1次主冷却系配管位置の近傍に中性子検出器が設けられる。

DN先行核の全てが核分裂と同時に発生すると仮定し、単位時間あたりに冷却材中へ放出される先行核 $i$ の個数を $F_i$  (1/s)、1次冷却系の全流量を $Q$  ( $\text{cm}^3/\text{s}$ )、冷却材が炉心から中性子検出器に到

達するまでの時間を  $T$  (s) とすると、計数率  $C$  (cps) は次式で与えられる。

$$C = \varepsilon \sum_i F_i \eta_i \lambda_i e^{-\lambda_i T} / Q \quad (4.1.2-1)$$

ここで、 $\varepsilon$  は検出効率 (cps/(dps/cm<sup>3</sup>))、 $\eta_i$  と  $\lambda_i$  はそれぞれ先行核  $i$  の DN 放出割合と崩壊定数 (1/s) である。

破損口から単位時間あたりに冷却材中へ放出される DN 先行核の個数  $F_i$  (1/s) は、燃料とナトリウムの反応に起因する燃料の状態変化に影響されるため、DN 計数值と破損口面積との関連付けは必ずしも単純ではないが、<sup>(3)</sup>ここでは最も簡単なモデルを仮定し(4.1.1-5)式の  $F_i$  を破損口面積  $A$  で記述することを試みる。いま、破損口の開口部に面したリコイルレンジ  $R$  (cm) 内の核分裂で生じた先行核のみが、冷却材中への放出に寄与すると考える。核分裂性物質  $j$  の密度、質量数をそれぞれ  $\rho_j$  (g/cm<sup>3</sup>)、 $Z_j$  (g) とし、アボカドロ数を  $A$ 、開口面積を  $S$  (cm<sup>2</sup>) とするとき、核分裂片の飛ぶ方向を考えると冷却材中へのリコイル放出に寄与する  $j$  の原子数  $N_j$  は、リコイルレンジ内原子数の 1/4 となるので、次式のようになる。

$$N_j = SR\rho_j A / (4Z_j) \quad (4.1.2-2)$$

中性子束を  $\phi$ 、核分裂性物質  $j$  の核反応断面積を  $\delta_j$ 、 $j$  の核分裂による先行核  $i$  の収率を  $Y_{ij}$  とするとき、単位時間あたりに冷却材中へ放出される先行核  $i$  の個数  $F_i$  (1/s) は次式で表される。

$$F_i = \sum_j N_j \delta_j \phi Y_{ij} \quad (4.1.2-3)$$

(4.1.2-1)~(4.1.2-3)式より次式が得られる。

$$C = \frac{\varepsilon S R A}{4Q} \sum_i \sum_j (\rho_j / Z_j) \delta_j \phi Y_{ij} \eta_i \lambda_i e^{-\lambda_i T} \quad (4.1.2-4)$$

「常陽」における FP ソースを用いた試験から DN 法の計数効率として、 $3 < \varepsilon < 9$  (cps/(dps/cm<sup>3</sup>)) が得られ、計数率がバックグラウンドの 10% 上昇を検出下限とすると、これは開口面積 0.1cm<sup>2</sup> に相当することが分かった。また、MK-II の定格流量における応答時間  $T$  は、 $20 < T < 405$  であることが確認された。<sup>(4)</sup>

「常陽」に設置されている DN 法計測設備を図 4.1.2-1 に示す。中性子検出器には、BF<sub>3</sub> 比例計数管と <sup>10</sup>B 比例計数管を用い、高速中性子を熱中性子化して検出効率を上げるための減速材として、ポリエチレンが用いられている。また、その外側を B<sub>4</sub>C 入りポリエチレンで囲み、バックグラウンドの熱中性子を遮蔽している。さらに、冷却材ナトリウムの放射化による <sup>24</sup>Na(15h)、<sup>22</sup>Na(2.6y) および <sup>23</sup>Na(n,p) 反応で生成する <sup>23</sup>Ne(38s) からの  $\gamma$  線を遮蔽するため、B<sub>4</sub>C 入りポリエチレン遮蔽体

の外側を鉛遮蔽体で囲んでいる。

「もんじゅ」の DN 法計測設備も「常陽」とほぼ同様の構造を有し、燃料と 1 次冷却材ナトリウムが接触するような比較的大きな開口破損が生じたとき、ナトリウム中に移行した遅発中性子先行核から発せられる中性子を  $\text{BF}_3$  比例計数管で測定し燃料破損を検知する。冷却材との接触面積が  $2\text{cm}^2$  相当の破損を 60 秒以内に検知し、また、同様に  $50\text{cm}^2$  相当の破損を 60 秒以内に検知し、原子炉の緊急停止信号を発するように設計されている。

#### 4.2 破損燃料位置検出系

破損燃料位置検出系は、燃料破損の発生が前述の燃料破損検出系で検知されたとき、破損燃料位置決めのために起動される。「もんじゅ」では、あらかじめ燃料棒中に封入しておいた集合体毎に成分比の異なるタグガスのカバーガス中存在比の分析から破損燃料を同定するタギング法が用いられており、燃料破損検出系からの信号で自動起動するようになっている。「常陽」の初期のプラント仕様には、破損燃料位置検出系は含まれていなかったが、その後の改造で SHIPPING 法破損燃料位置検出装置が追加された。これは、原子炉停止後に、燃料交換孔に特殊な装置を設置し、燃料集合体内のナトリウム中に存在する核分裂生成ガスを吸引、検出するものである。これらのほか、DN 検出信号の相互比較に基づく DN 三角法や中性子束傾斜法の適用性の検証が「常陽」で実施された。また、「もんじゅ」でも適用の検討が行われている。

##### 4.2.1 タギング法

タギング法は、燃料集合体ごとに組成の異なる、Xe や Kr の安定な同位体の混合ガス（タグガス）を燃料ピンの中にあらかじめ封入しておき、燃料破損によってカバーガス中に放出されたタグガスを回収して質量分析により組成比を求め、破損燃料を同定する方法である。「もんじゅ」の炉心燃料の各燃料ピン内には、 $^{129}\text{Xe}$ 、 $^{126}\text{Xe}$ 、 $^{124}\text{Xe}$  および  $^{82}\text{Kr}$ 、 $^{80}\text{Kr}$ 、 $^{78}\text{Kr}$  から、集合体毎に組成の異なる Kr および Xe がそれぞれ 1Ncc 封入されたカプセルが装着されており、燃料が原子炉に装荷されると冷却材の温度を感知してタグガスが燃料ピン中に放出されるようになっている。封入したタグガスの 5%以上がカバーガス中に放出されれば、破損燃料の同定ができるよう設計されている。タグガスの組成比の同定は  $^{126}\text{Xe}/^{129}\text{Xe}$ 、 $^{124}\text{Xe}/^{129}\text{Xe}$  と  $^{78}\text{Kr}/^{80}\text{Kr}$ 、 $^{82}\text{Kr}/^{80}\text{Kr}$  に着目して行うが、タグガスは炉心燃料集合体数 198 体を考慮して 270 種類が準備されている。また、タグガスのスペーシングファクターは、タグガス核種の中性子照射による変質、燃料の核分裂による生成、ガス製造時の誤差、質量分析の誤差を考慮しても、破損燃料の同定に支障を与えないよう設計され

ている。図 4.2.1-1 に「もんじゅ」のタギング法の系統図を示す。この系は、1 次アルゴンガス系配管に接続され、 $6.4 \text{ Nm}^3/\text{hr}$  のアルゴンガスが採取される。その主要な機能は、タグガスの回収・濃縮、アルゴンガス除去および同位体組成分析である。タグガスの回収ラインは、原子炉カバーガスを吸引するための圧縮機、バッファタンクおよび回収装置で構成される。回収装置は、2 基設けられ、それぞれを交互に運転することによりタグガスの連続回収・濃縮ができるようになっている。タグガスは、液体窒素により  $-180^\circ\text{C}$  に冷却され、活性炭によって 6 時間深冷吸着されて回収された後、ヘリウムガスによってアルゴンガス除去装置に移送される。タグガスをアルゴンガス除去装置に移送した後、回収装置を  $150^\circ\text{C}$  に昇温させて活性炭の再生を行う。

アルゴンガス除去装置は、回収されたタグガスに含まれる共吸着アルゴンガスを除去するためのもので、回収装置よりヘリウムガスにより送られてきたタグガスを  $-180^\circ\text{C}$  で 1 時間深冷吸着したのち、約  $-80^\circ\text{C}$  でヘリウムフラッシングすることにより共吸着アルゴンガスを除去し、タグガスを質量分析計に送る。質量分析計では、試料をイオン化し、磁界中を通過させるときの軌道が、質量に依存することを利用して質量スペクトルを求める。

#### 4.2.2 シッピング法

シッピング法は、原子炉停止後に炉心上部機構を移動し、燃料交換機の据付位置にシッピングポートと呼ばれる特殊な装置を据え付けて、集合体中のナトリウムに含まれる FP ガスを吸い上げ、NaI シンチレータで検出するものである。以下では、「常陽」の装置に基づいてシッピング法の測定手順を説明する。図 4.2.2-1 に示すように、まず、シッピングポートを炉上部に据え付ける。治具を燃料集合体頂部に密着させ内部の圧力を調整して、FP ガスを含んだナトリウムをシッピングポート内に吸引する。つぎに、シッピングポート内に吸い込んだナトリウム中にアルゴンガスを吹き込み、ナトリウム中に含まれる FP ガスをアルゴンガス中に移行させ、NaI シンチレーションカウンタで  $^{135}\text{Xe}$  を検出する。

「常陽」では、MK-II 運転まで燃料破損が生じていないが、燃料ピンのガスプレナム部に人工欠陥を施した模擬破損燃料を用いて感度評価が実施された。結果の 1 例を図 4.2.2-2 に示す。図中  $\Delta$  で示した模擬欠陥付集合体の計数値は、他の健全集合体の 1000 倍であり十分な検出精度を有していることが確認できる。

シッピング法が有効であるためには、検査実施時点において検出限界以上の FP が破損燃料ピン内に残存していることが必要である。しかるに、破損位置、規模、燃焼度や、燃料破損発生時のプラント側の条件によっては、燃料破損発生後直ちにシッピング法が適用できず、検出対象核種が減

衰してしまったり、燃料ピン内から炉内に放出されてしまい、破損燃料の同定が困難になることが考えられる。このような場合に対応するため、「常陽」では半減期が長くナトリウム溶解度の高い $^{134}\text{Cs}$ 、 $^{137}\text{Cs}$  および同様に揮発性の $^{131}\text{I}$ を対象にした SHIPPING 法の検討も進めている。

#### 4.2.3 破損燃料位置決め支援

燃料破損検出系を用いた破損燃料位置決め支援法として DN 三角法、中性子束傾斜法および希ガス核分裂生成物の同位体組成比分析等が上げられる。

##### (1) DN 三角法

炉心の各領域を流れる冷却材は、出口配管がその領域から近い位置にある冷却ループに流れ出て行く割合が大きく、この場合検出器到達時間も相対的に短くなるとして、DN 法燃料破損検出系からの信号を  $N$  ループ間で比較することにより破損燃料の存在する領域を炉心の  $1/N$  の領域に絞り込む方法として DN 三角法がある。最初、3 ループを対象に開発が実施されたので、三角法と名づけられた。冷却ループを 2 ループ有する「常陽」での FP ソースを用いた燃料破損検出技術実証試験でも、DN 三角法の有効性が確認されており、<sup>(4)</sup>「もんじゅ」における運用も検討されている。

##### (2) 中性子束傾斜法

フラックスティルテング法ともいう。DN 法により開口破損が検出されたら、原子炉出力を下げ、低出力運転状態で制御棒パターンを変えて炉心内で局所的に中性子束を変化させ、中性子束の空間分布と DN 計数値の相関を求めると、破損燃料位置の中性子束が高くなれば、DN 計数値は上昇するので、破損燃料が絞り込める。「常陽」では、FP ソースを用いた燃料破損検出技術実証試験において、模擬破損燃料の装荷位置数点に対し、原子炉出力を 1MW に保持した状態で制御棒パターンを変化させて DN 計数値の変化を調べた。その結果、模擬破損燃料を絞り込むことができ、フラックスティルテング法の有効性が確認された。<sup>(4)</sup>

##### (3) 希ガス FP 同位体組成比分析

燃料破損によってカバーガス中に移行した希ガス FP の同位体組成比は、破損した燃料の燃焼度、Pu 富化度やタグガス組成等に依存する。従って、タギング法等の質量分析計を用いて Xe や Kr の同位体組成比( $^{128}\text{Xe}$ ,  $^{129}\text{Xe}$ ,  $^{130}\text{Xe}$ ,  $^{131}\text{Xe}$ ,  $^{132}\text{Xe}$ ,  $^{133}\text{Xe}$ ,  $^{134}\text{Xe}$ ,  $^{136}\text{Xe}$ ,  $^{82}\text{Kr}$ ,  $^{83}\text{Kr}$ ,  $^{84}\text{Kr}$ ,  $^{86}\text{Kr}$  等)が測定できれば、測定値に解析的な補正を施して破損燃料の燃焼度等に関する情報を得ることができ、それが存在する炉心領域を絞り込むことが出来る。「フェニックス」等の欧州の高速炉では、希ガス FP の同位体組成に関する情報を破損燃料の絞込みに活用している。

#### 4.2.4 新しい方法

タグガス法は、破損燃料位置検出法として有効な方法であるが、アルゴンカバーガス中に放出された微量の希ガスの濃縮という操作を伴う。濃縮を必要としない微量の質量分析が実現できれば、破損燃料の同定の迅速化、精度の向上やコストの低減に対する効果が大きい。以下では、タグガスの濃縮を必要としない微量試料の質量分析法の開発の取組みについて紹介する。

##### (1) 大気圧イオン化質量分析法

大気圧イオン化質量分析法 (APIMS ; Atmosphere Pressure Ionization Mass Spectrometry) は、高感度ガス分析法であり、感度が安定しているという特徴を有し、半導体製造プロセスやガスプラント等において豊富な実績を有している。「常陽」で行われたアルゴンカバーガスを模擬した評価試験では、Kr および Xe に対して、100ppt 以下の検出限界を有することが確認された。APIMS では、コロナ放電による主成分ガス (Ar) の 1 次イオン化と、1 次イオンと微量成分 (Kr、Xe) との電荷交換反応 (2 次イオン化) という 2 段階のイオン化が行われる。Ar は、Kr、Xe より大きなイオン化ポテンシャルを有しているため高効率でイオン化され高感度が期待できるが、イオン源としてコロナ放電を用いるため、同重体干渉の影響 ( $^{80}\text{Kr}^+$ と  $^{40}\text{Ar}_2^+$ 、 $^{124}\text{Xe}^+$ と  $^{40}\text{Ar}^{84}\text{Kr}^+$ 、 $^{126}\text{Xe}^+$ と  $^{40}\text{Ar}^{86}\text{Kr}^+$ 等) が不可避である。しかしながら、同重体干渉の影響のない Kr(82 以上)、Xe(128 以上) をモニターすることは可能である。

##### (2) レーザー共鳴イオン化質量分析法(RIMS)<sup>(6)</sup>

前項の APIMS における最大の欠点であった同重体干渉の問題は、レーザー共鳴イオン化質量分析法 (RIMS ; Resonance Ionization Mass Spectrometry) を用いれば解決することができる。RIMS は、単一または波長可変のレーザーにより生成した分析対象の原子や分子のエネルギー準位に相当する波長の光子ビームを、対象に照射し共鳴的、選択的に励起することに基づいている。励起準位の原子、分子が、基底準位に遷移するときに放出する蛍光強度を測定するのが蛍光分析法であるのに対し、RIMS ではさらにレーザービームまたはパルス電場を印加して試料ガスを電離させ、質量分析を行う。このように、RIMS では最初に分析対象を明確にし、そのエネルギー準位に応じた波長の光子ビームで段階的に励起、イオン化を行うので、APIMS で問題となった同重体干渉は起こらず、また S/N の高い分析が可能である。「常陽」が名古屋大学と先行基礎研究の一環として実施した実験では、カバーガス中における  $10^{-2}$ ppm 程度の Xe/Kr を検出した実績を有する。

## 参 考 文 献

1. 川口千代二、荒 克之、「原子炉の計測」、幸書房 (1978)
2. 堀 雅夫 編、「基礎高速炉工学」、日刊工業新聞社 (1993)
3. 柴原 格 他、“高速炉における破損燃料診断技術の進歩”、原子力工業、第 34 卷第 5 号、(1988)
4. 大戸敏弘 他、“「常陽」における燃料破損検出技術の開発と実証試験”、動燃技報、No.68 (1988)
5. 井口哲夫 他、“放射線センシングの発展と将来展望”、日本原子力学会誌、Vol.38, No.9 (1996)



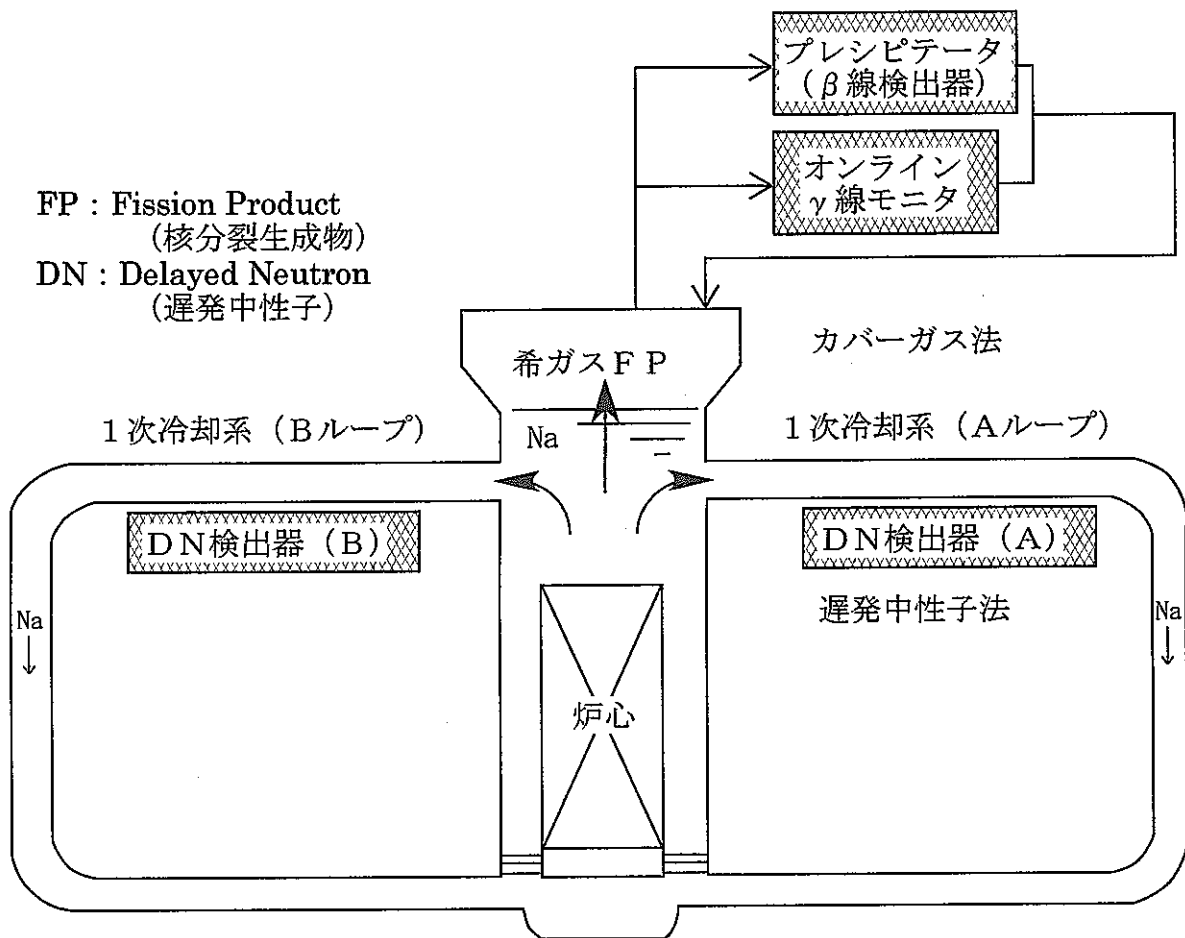


図 4.1-1 「常陽」の燃料破損検出系

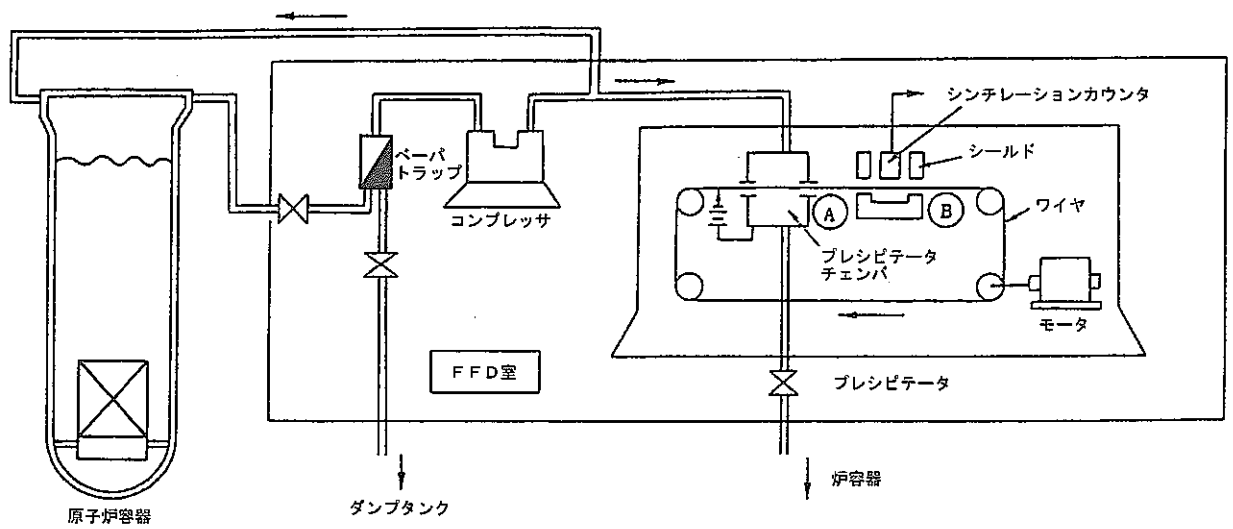
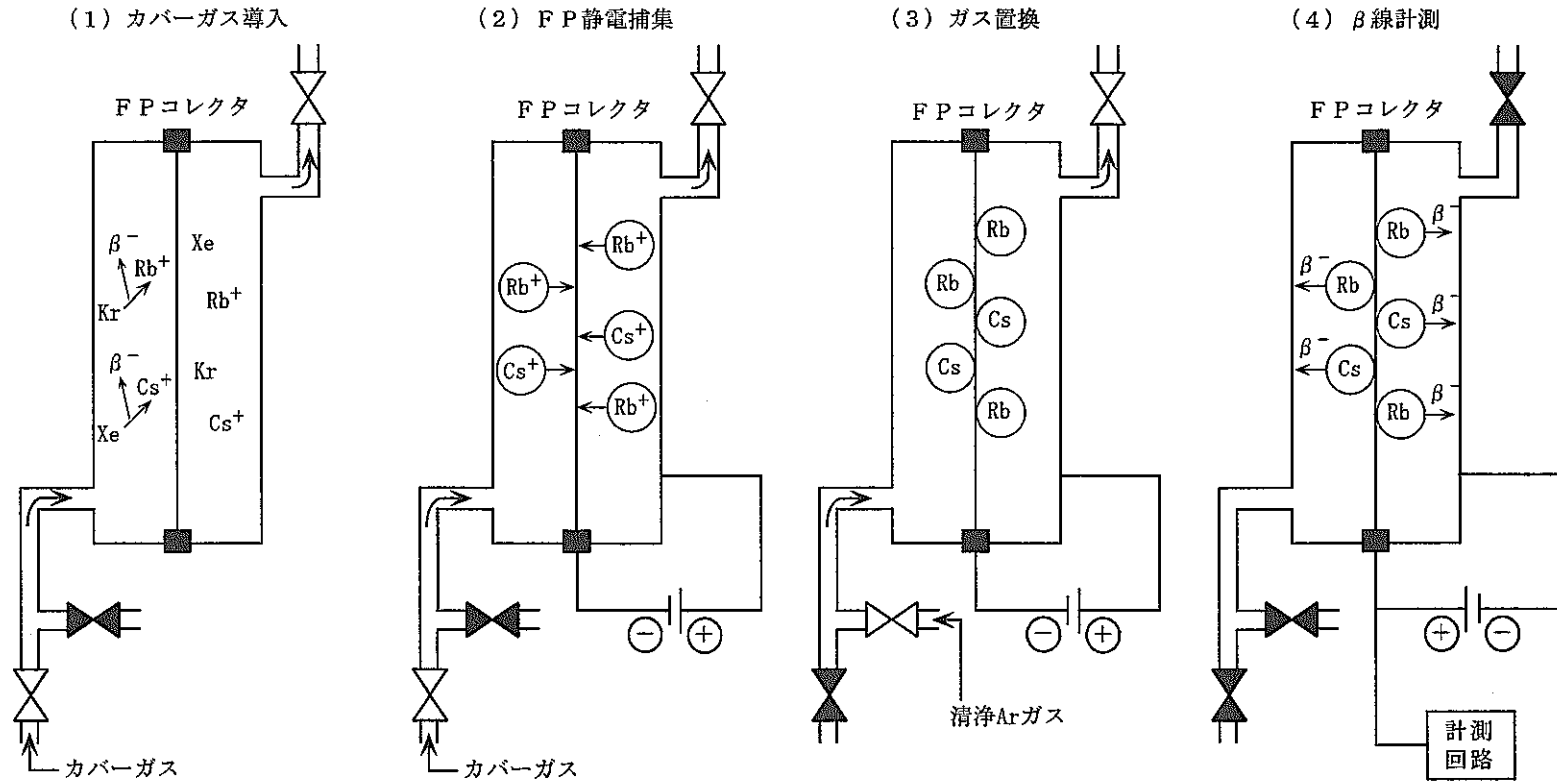
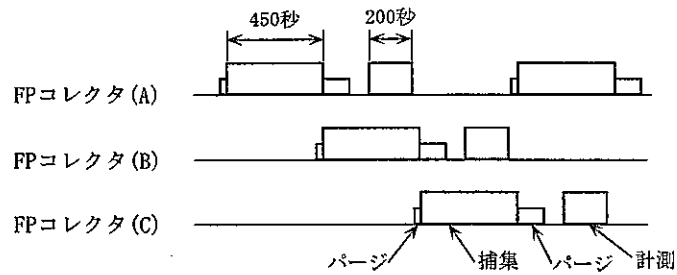


図 4.1.1-1 ワイヤ駆動型プレシピテータ



(a) 単一コレクタの計測工程



(b) コレクタ間作動時間分担

図 4.1.1-2 ガス置換型プレシピテータ作動原理

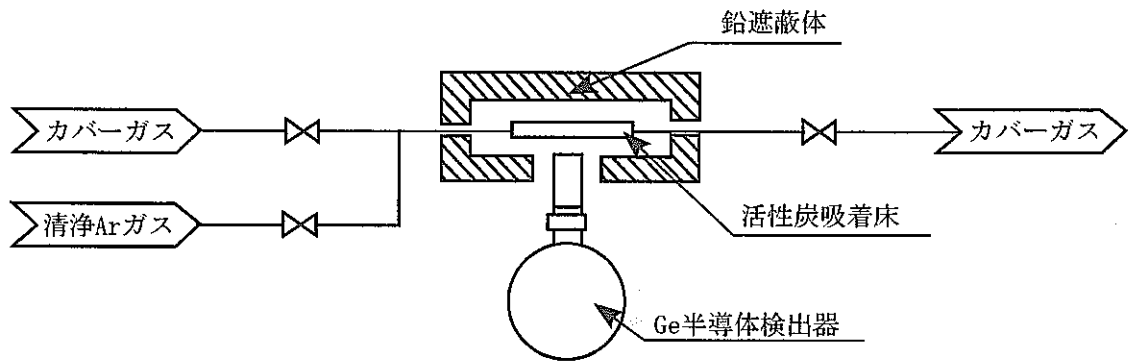


図 4.1.1-3 オンラインγ線モニターの概念

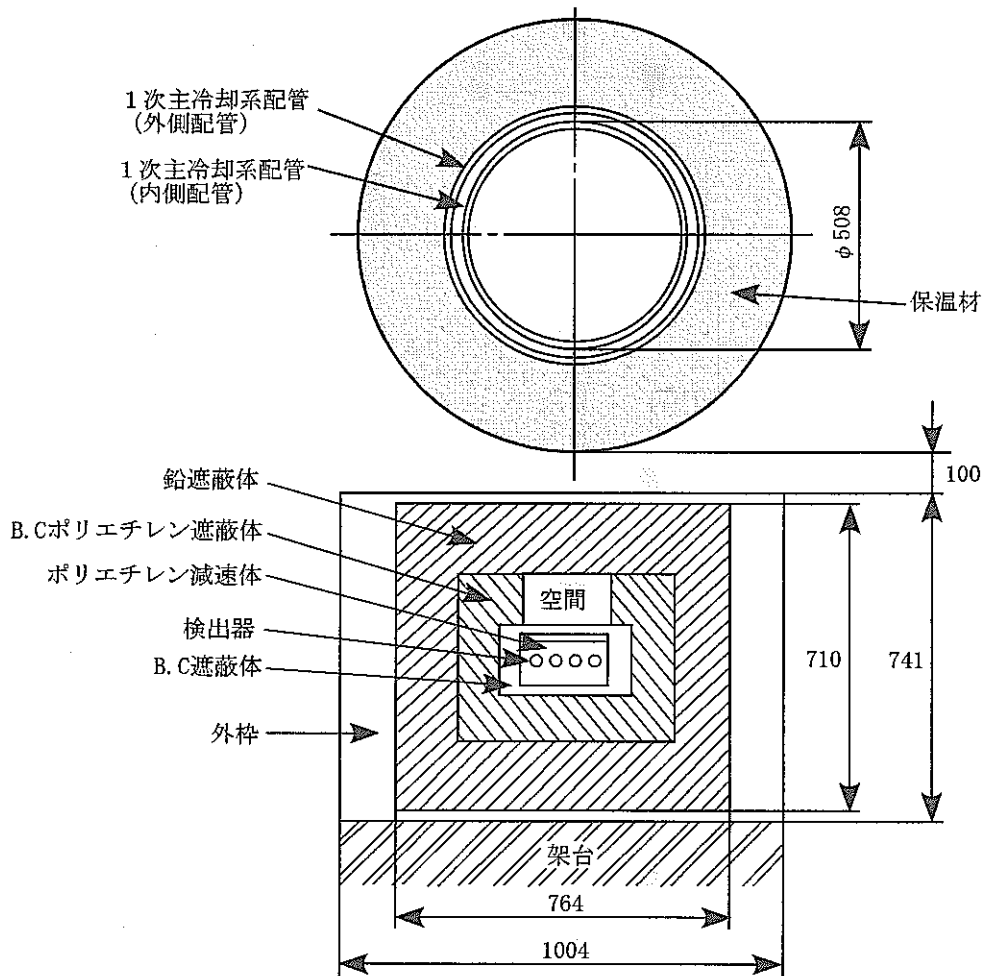


図 4.1.2-1 DN法計測設備

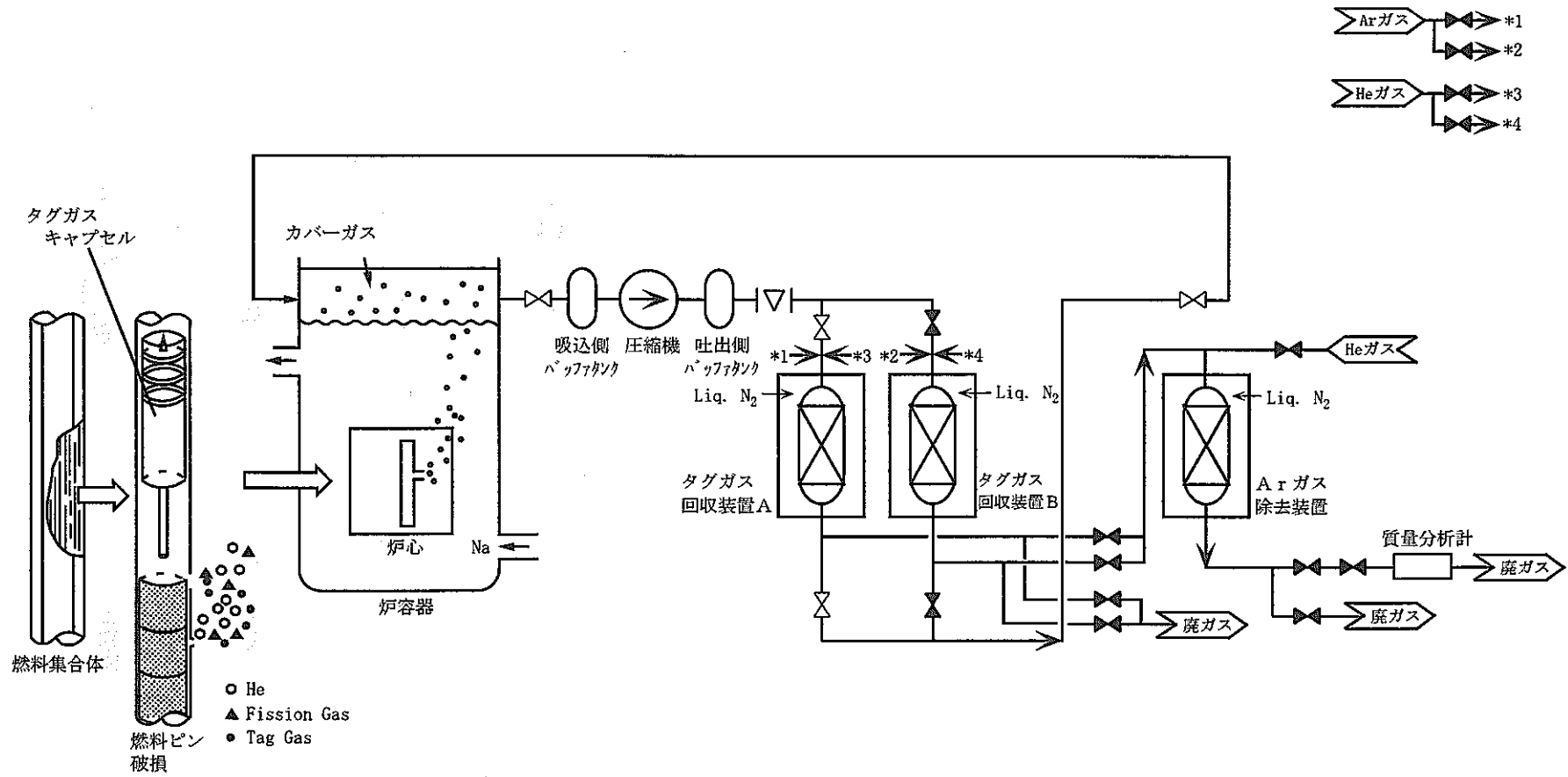


図 4.2.1-1 タギング法系統図

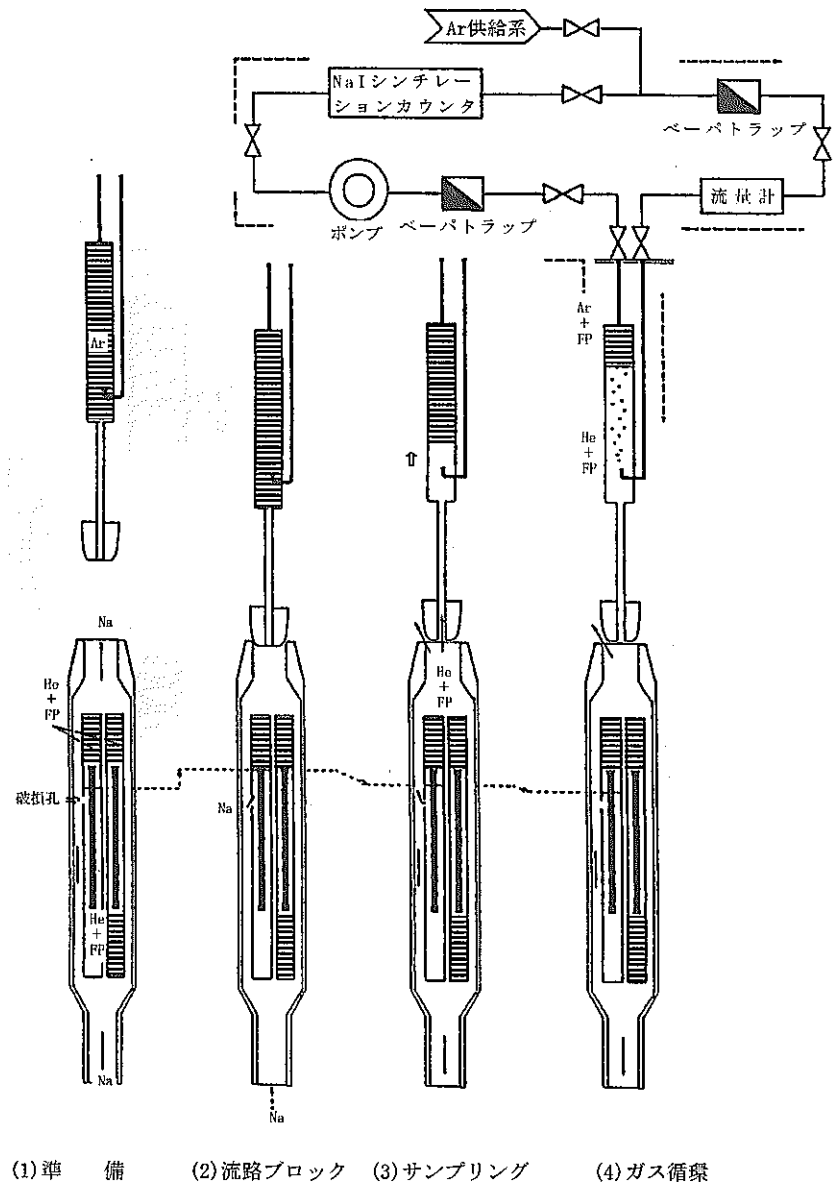


図 4.2.2-1 シッピング法の測定手順

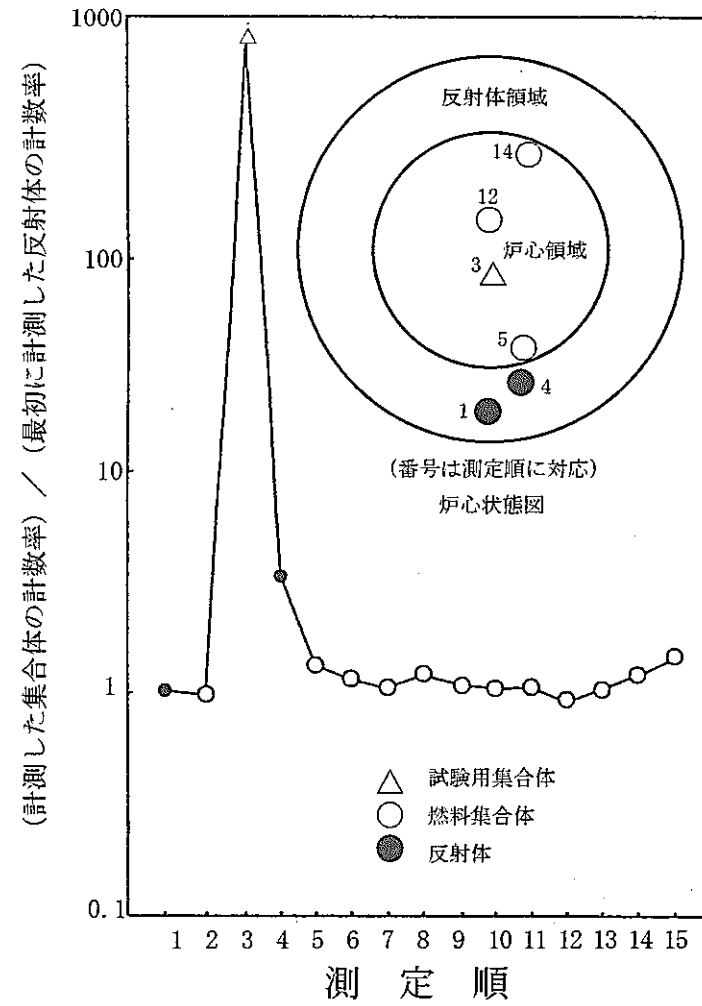


図 4.2.2-2 模擬破損燃料を用いた感度評価試験結果

## 第5章 冷却材漏えい検出<sup>(1)(2)</sup>

高速増殖炉の冷却材である液体ナトリウムは、沸点が高いため冷却材バウンダリ内圧を低くできる。また、冷却材バウンダリには、ステンレス鋼などの延性材料を用いているので、亀裂等の欠陥が生じたとしても、大きな破損に至る前に微小なナトリウム漏えいが先行する LBB (Leak Before Break) が成立する。従って、万一ナトリウム漏えいが生じたとしても、微小漏えいの段階で必要な対策を講じることができるように、原子炉施設の運転中に冷却材バウンダリからのナトリウムの微小漏えいの有無を連続監視するためのナトリウム漏えい検出器が設置されている。

高速炉の蒸気発生器では、厚さ数 mm の伝熱管を介してナトリウムから水・蒸気に熱が伝わる構造となっているため、伝熱管に貫通欠陥が発生すると、高圧の水・蒸気側から低圧のナトリウム側へ水・蒸気が放出され、ナトリウム・水反応により破損が拡大する可能性がある。伝熱管に貫通欠陥が発生したときには、小さな欠陥の段階で検出して必要な対策を講じ、あるいは被害規模を最小にできるよう、蒸気発生器の水漏えいを連続監視するための検出器が設置されている。

### 5.1 ナトリウム漏えい検出器

ナトリウム漏えい検出器は、供用期間中検査の一環として、原子炉の運転期間中をも含め、ナトリウムを内蔵する機器、配管から外部雰囲気になトリウム漏えいのないことを監視できるように設計されている。万一、漏えいが発生した場合には、微小漏えいまたは小漏えいの段階で速やかにかつ確実にこれを検知し、漏えいの抑制やプラント運用に必要な情報を運転員に提供する。多量のナトリウムの漏えいに対しては必要に応じ炉心の保護や放射性物質の放出の抑制のため、原子炉トリップ信号や格納容器の隔離信号を発する。

ナトリウム漏えいの検出方式としては、①ナトリウムを内蔵する機器、配管とそれらの保温層間の雰囲気ガスや、機器が設置されている部屋の雰囲気ガスをサンプリング配管により検出器に導き、サンプリングガス中のナトリウムエアロゾルを検出するガスサンプリング型検出器と、②漏えいナトリウムによる電極間の短絡を検知する接触型検出器の二つに大別される。このほかに、ナトリウム液位計でガードベッセル内に溜まったナトリウムを検知するものや、配管室や容器室に設置したシース熱電対でナトリウム漏えいの生じたことを検知するものもある。以下では、ガスサンプリング型ナトリウム漏えい検出器について説明する。

### 5.1.1 SID

これは、「もんじゅ」の1次冷却系に使用されているナトリウム漏えい検出器で、図 5.1.1-1 に構造を示すように、サンプリング配管を通じて吸引された1次系機器や配管とそれらの保温層間の雰囲気ガスを SID (Sodium Ionization Detector) に導き、ナトリウムエアロゾルをフィラメントで高温に加熱し、電離、イオン化する。イオン電荷は、負電圧を印加されたコレクタに集荷され、イオン電流を生じる。この電流を測定することにより、ナトリウムの微小漏えいを検知する。SID は、フィラメントの加熱を伴うので、空気中での使用には適さず、1次系における不活性ガス中のナトリウムエアロゾルの検知に適用される。SID の検出感度は、約  $10^{-10}$  gNa/cc である。

### 5.1.2 RID

通常、2次冷却系は、空気雰囲気に設置されるため、漏えいナトリウムが酸化することから、SID は適用できない。このため、「もんじゅ」では、2次冷却系の配管、機器の微小ナトリウム漏えいの検出のために図 5.1.2-1 に示すような RID (Radioactive Ionization Detector) が設置されている。RID でも SID 同様にサンプリング配管を通じてサンプリングした機器や配管と保温層間の雰囲気ガスをポンプで吸引し、検出器に導く。エアロゾルが存在しない場合、 $^{241}\text{Am}$  からの  $\alpha$  線によりガスが電離され RID にはイオン電流が流れているが、エアロゾルが送られてくるとイオン電流は遮蔽されたり、イオンがエアロゾルに付着して動きが鈍くなり、電流が減少する。RID は、この電流の変化でナトリウムの微小漏えいを検知するもので、空気雰囲気での検出に適する。RID の検出感度は、約  $10^{-10}$  gNa/cc である。

### 5.1.3 差圧式検出器

差圧式検出器でも、SID や RID と同様に、機器や配管と保温層間の雰囲気ガスをサンプリング配管を通じてポンプで吸引し、検出部に導く。検出部では、ナトリウムエアロゾルをフィルタに吸着させる。差圧式検出器は、エアロゾルの吸着によるフィルタ前後の差圧の増加を検知して微小漏えいを検知するものであるが、フィルタを取り外し目視または分析によっても漏えいの有無を確認できる。差圧式検出器は、不活性ガス雰囲気、空気雰囲気のいずれにおいても適用可能で、フィルタに吸着されるナトリウムエアロゾルは蓄積されるので、極微小ナトリウム漏えいでも時間がたてば検出される利点がある。感度としては、フィルタ前後差圧の 25%増が目安である。

### 5.1.4 新しい方法

ナトリウムの微小漏えいを高感度で、信頼性高く検出する方法として、レーザー誘起ブレイクダ



ウン分光法によるナトリウム微小漏えい検出法の研究開発が進められている。この方法は、ナトリウムエアロゾルにレーザー光を照射し、ナトリウムを励起することに基づいている。励起されたナトリウムが基底状態に戻るときにナトリウム原子に特有の波長の蛍光を発するので、波長からナトリウムであることが同定でき、光の強さからナトリウムの濃度が分かるというものである。これまでに、大洗工学センターでフィージビリティ研究が行われ  $10^{-11}$  gNa/cc の検出感度が得られている。

## 5.2 水漏えい検出器

蒸気発生器伝熱管からの水漏えいは、小規模の漏えいが監視できる水素計を供用期間中検査の一環として位置づけ、プラント運転中の微小漏えいを常時監視している。伝熱管からの水漏えいを初期段階で発見し、破損規模が拡大する前に適切な措置が講じられるよう、水素計は、蒸発器および過熱器のナトリウム側出口配管部、2次主循環ポンプ入口配管部および蒸発器と過熱器のカバーガス部に設置されている。微小水漏えいの発生により、水漏えい検出系から水素濃度上昇の警報を受信したときには、運転員はプラントの停止操作を行い、蒸気発生器内の水の抜き取りを行う。隣接伝熱管が損傷する中規模以上の水漏えいの発生時には、カバーガス圧力計からの信号や圧力開放板の開放信号により、原子炉自動停止、蒸気発生器の水・蒸気側遮断、内部保有水・蒸気のプロロー等の自動停止操作が行われる。

水素計は、蒸気発生器伝熱管の水漏えい検知のために最も基本的な検出器であり、わが国でもナトリウム・水反応で発生する水素をニッケル拡散膜を通して真空ゲージあるいは、イオンポンプの電流変化によって検出する濃度モニタ型の開発が行われた。<sup>⑩</sup>以下では、「もんじゅ」実機に採用されている水素計について紹介する。

### 5.2.1 水素計

「もんじゅ」実機の水素計には、ナトリウム中水素計とカバーガス中水素計の2タイプがある。

#### (1) ナトリウム中水素計

ナトリウム中水素計の系統図を図 5.2.1-1 に示す。2次主冷却系の測定ポイントより電磁ポンプによりサンプリングされたナトリウムは、水素検出器と一体となった加熱器により昇温された後、ニッケル膜を有する水素検出部へ入る。真空室(動的室/静的室)はイオンポンプによって  $10^{-6}$  torr 程度の高真空に保たれており、ナトリウム中の水素は、ニッケル膜を通して真空室に拡散していき、真空室の圧力が上昇する。あらかじめ校正されたナトリウム中水素濃度と真空室の圧力の関係からナトリウム中水素濃度を知ることが出来る。校正は、静的室を真空引きした後、イオンポンプを停

止して静的室とナトリウム中の水素濃度を平衡させ、静的平衡圧力と水素濃度との関係を求めることにより行う。このとき同時に、動的室を真空引きしながら動的室の平衡圧力（動的平衡圧力）を測定し、動的平衡圧力とナトリウム中水素濃度の関係を求めておけば、水素濃度の動的測定が可能となる。ニッケル膜の経時変化の補正のために定期的校正が必要である。

## (2) カバーガス中水素計

カバーガス中水素計の系統図を図 5.2.1-2 に示す。カバーガス中水素計では、蒸気発生器のカバーガスをコンプレッサで吸引してニッケル膜を有する水素検出器へ導く。水素濃度を測定すべき対象がナトリウムではなく、アルゴンカバーガスであるほかは、測定原理、操作等はナトリウム中水素計の場合とほとんど同じである。ただし、カバーガス中水素計は、真空室が一つしかなく動的室と静的室が兼用のため、校正手順が少し異なる。すなわち、校正は、サンプリングアルゴンガス中の水素濃度を一定に保ち、動的モードで動的平衡圧力を測定したのち、校正弁を全閉とし静的平衡圧力を測定して水素濃度を求める。複数点の校正を行うにはこの操作を繰り返す。

## 参 考 文 献

1. 川口千代二、荒 克之、「原子炉の計測」、幸書房（1978）
2. 堀 雅夫 編、「基礎高速炉工学」、日刊工業新聞社（1993）
3. 田辺裕美 他、「FBR 蒸気発生器の安全性研究」、原子力工業、第 34 巻第 1 号、（1988）

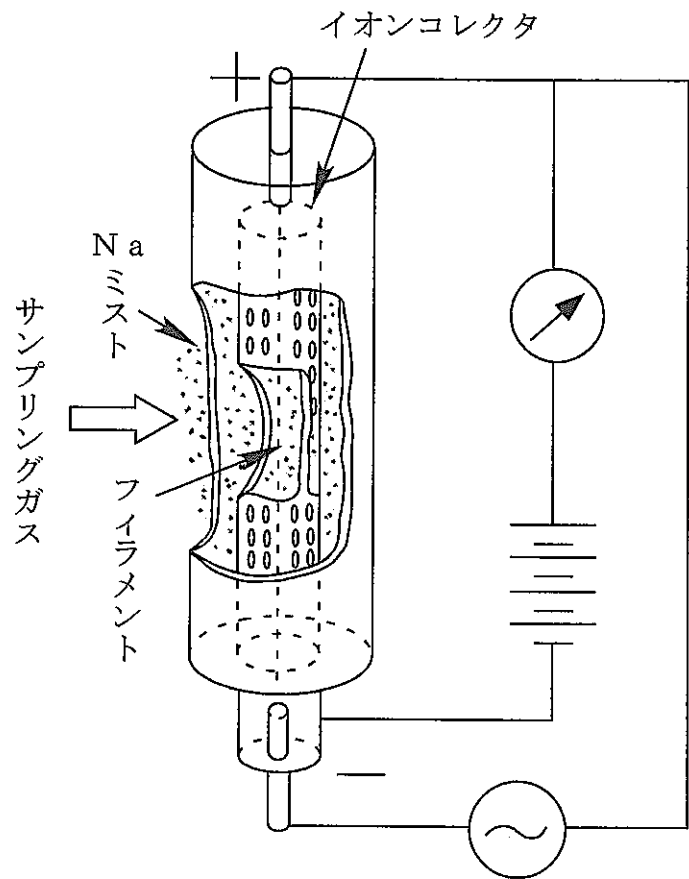


図 5.1.1-1 SID検出器

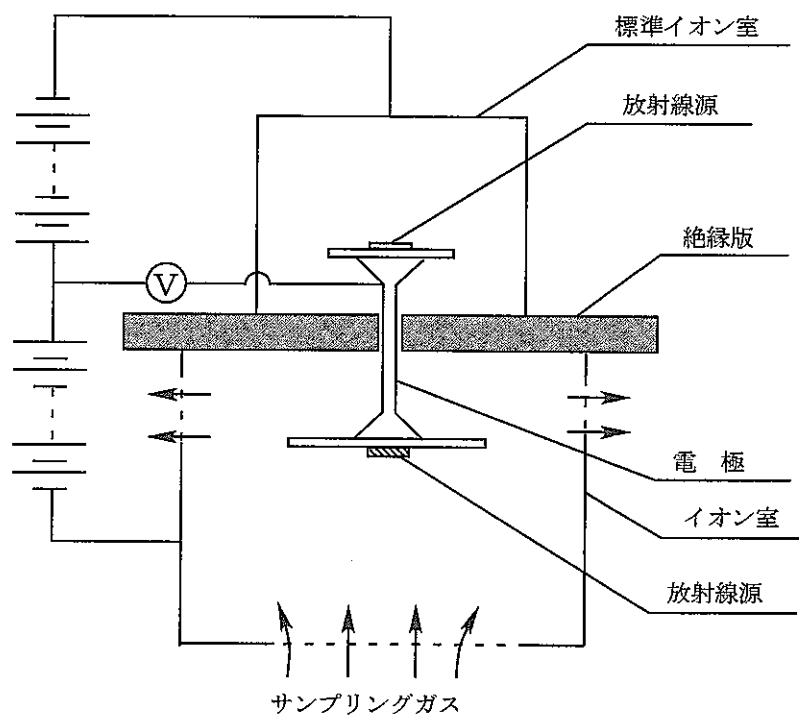


図 5.1.2-1 RID検出器

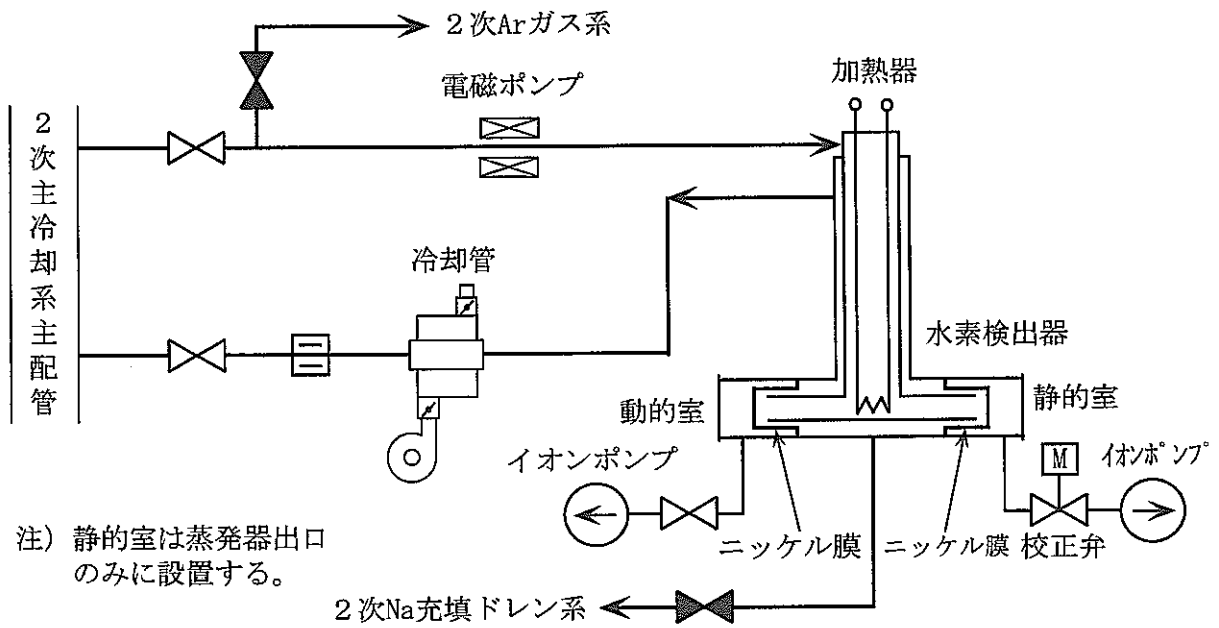


図 5.2.1-1 ナトリウム中水素計

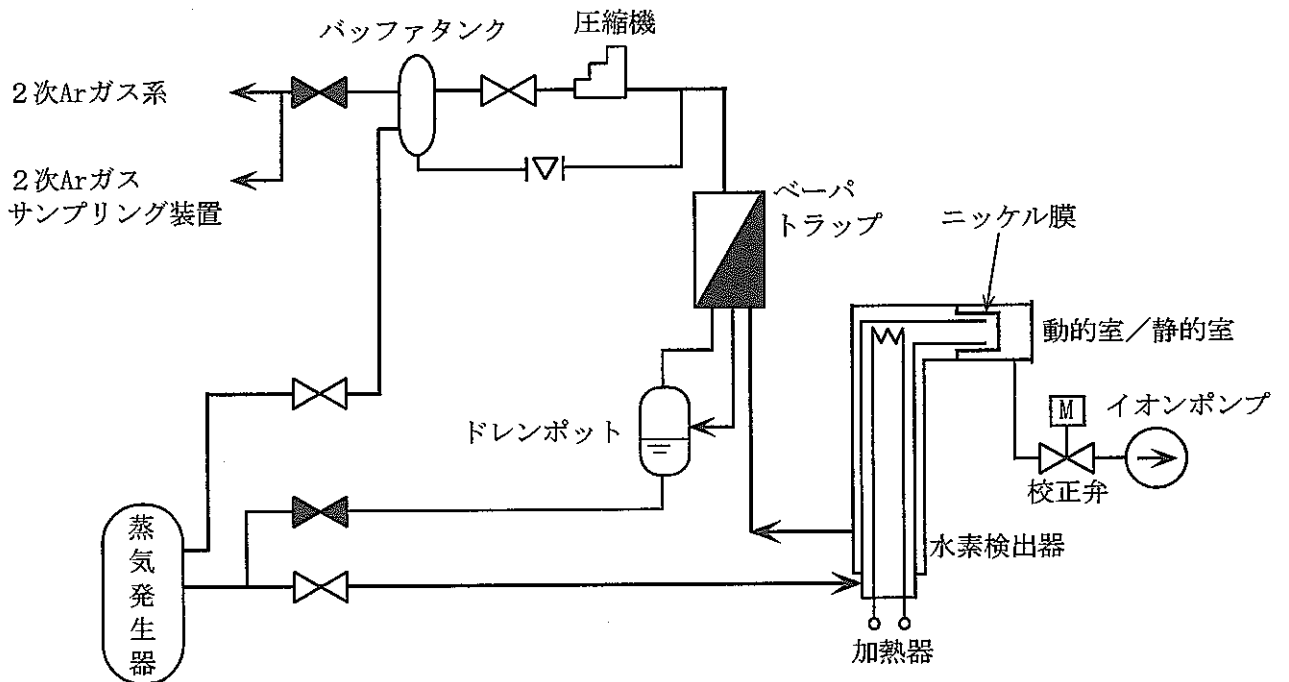


図 5.2.1-2 カバーガス中水素計

## 付録1 計装系の誤差解析

### 1. 計測誤差

測定とは、ある物理量に数値を割り当てることであり、一般には、単位量の何倍になっているかで測定量を表現する。どんなに正確な測定を行なおうとしても、測定には誤差を伴う。したがって、測定値は近似的な値である。測定値から真値を引いた値を誤差という。

測定は、測定される対象に適した計測器を用いて、ある環境条件のもとで、ある測定者によって行なわれ、それぞれが誤差を発生する原因をもっている。すなわち、誤差は、測定対象、計測器、環境条件、測定者に原因する要因が組み合わされて複雑な様相を示す。誤差は、まちがい、系統誤差および統計誤差に大別できる。

#### (1) まちがい

まちがいは、計測器の使用法を誤ったり、正しくないデータを取り込んだりすることである。まちがいのうち、測定者個人のくせによる誤差を個人誤差という。これは、例えば、測定者が測定器の誤った使用法を正しいと思い込んでおり、いつも測定値が偏ってしまう場合などである。

#### (2) 系統誤差

系統誤差は、誤差の原因が分かっている、補正によって測定値を正すことができるような誤差である。例えば、電気計器の磁石の強さの経年変化、コイルや磁石の温度変化によるゆっくりした特性変動（ドリフト）などである。これらは、正しい計器を用いて補正できる。測定器の指示値から真値を引いたこのような誤差を器差という。

#### (3) 統計誤差

まちがいをなくし、系統誤差を補正してもなお測定値がばらつくのが普通である。この原因は測定環境、すなわち温度、気圧、振動などの微小な変化や、測定量の変換器がもつばらつき、つまり電気回路に混入する雑音やわずかな摩擦の変化などであって、原因と結果を一意に結びつけることが困難であるため補正ができない。このような誤差を統計誤差という。

### 2. 計測の精度

計測または計測器の精度の良さは、誤差の大きさによって定まり、最大の誤差が測定可能な量の何%になるかで表示する。例えば、測定量のデジタル化を考えると、 $N$  ビットのアナログ・デジタル変換器を用いるとき  $100/2^N$  %の精度での量子化が可能である。現実には量子化の誤差のほかに変換器までの計測器がもつ不規則雑音による誤差がある。一般には、このばらつきを含めて計測の

精密さが表される。ばらつきによる誤差が正規分布をする場合には、その標準偏差 $\sigma$ を精密度といい、これを測定の精度とすることもある。ばらつきによる誤差がある場合、量子化の分解能をばらつき誤差よりも大きくして測定を繰り返すと、測定のばらつきは小さいが、量子化の誤差は大きく、測定の精度は悪くなる。一方、量子化の分解能をばらつき誤差より小さくすると、測定のたびごとに測定値はばらつくが、測定の精度は向上する。情報論的に考えると量子化分解能を小さくすれば得られる情報量は増すが、それにも $\sigma$ によって定まる限度があり、分解能を $\sigma/2$ まで小さくすると極限情報量の99%が得られるから、これ以上分解能を上げることはほとんど意味がない。また、測定にばらつきのある場合、測定を繰り返すことによって情報量が増加し、測定回数の平方根に比例して精度が良くなる。

系統誤差による偏りを正確度といい、精度に含めて考えることがある。すなわち、系統誤差は補正すべきものであるが、それを知らないで使用したときには、測定値の平均値をとっても、平均値は真の値から偏りをもつ。この偏りの小ささの程度を正確度という。正確度は偏りの値で表す。

精度、精密度、正確度についてまとめる。統計誤差が図 a1-1 に示すような正規分布に従うとき、精密度は標準偏差 $\sigma$ で表される。 $\sigma$ を最大目盛に対する%値で表す場合もある。図 a1-1 の(a)、(b)、(c)、(d)を比較すると、(a)と(c)および(b)と(d)は各々ばらつき、つまり精密度が同程度で、(a)(c)の方が(b)(d)に比較して精密度がよいことが分かる。正確度に関しては、(a)と(b)および(c)と(d)の平均値の真値からの偏りすなわち正確度は各々同程度であり、(a)(b)の場合は偏りが零であるので、正確度が最良である。精度というときには、精密度と正確度を含めたもの、あるいはそのいずれかをさす。

### 3. 統計誤差の確率法則

測定値がばらついた場合、測定を何回か繰り返して平均をとると、平均値は個々の測定値より信頼性の高い測定値として採用できる。このことを示すためには、真の値に近い程度を定量化しなければならない。

いま、同一量を同一条件で何度も測定する場合を考えよう。一般的に、真の値の近くでは次のような傾向がある。

- ①絶対値が同じである正負の誤差は同じ回数の割合で起こる。
- ②絶対値の小さい誤差は大きい誤差より数多く起こる。
- ③大きな誤差の起こるのはまれであり、非常に大きな誤差は起こらない。 $z$ をこのような性質をもった分布関数 $y = \phi(z)$ で表すと、この $\phi(z)$ は次のような性質を持たなくてはならない。
  - ① $\phi(z)$ は偶関数である。
  - ② $\phi(0)$ が最大値である。

③  $|z|$  が大きくなるにつれ、 $\phi(z)$  は零に接近する。

これらの性質をもつ関数は、次式に示される正規分布関数である。

$$\phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-z^2/2\sigma^2} \quad (\text{a1-1})$$

ここで  $\sigma$  は標準偏差であり、 $\pm\sigma$  の区間に測定値の個数の 68.3% が、 $\pm 2\sigma$  の区間に 95.4% が、 $\pm 3\sigma$  の区間には 99.7% があるという意味をもつ。

つぎに、統計誤差の分布関数が正規分布である場合には、算術平均が最確値を表すことを示そう。いま、真値が  $a$  である 1 つの量を同一の条件で  $n$  回測定し、測定値が  $x_1, x_2, \dots, x_n$  であったとすると、 $z = x - a$ 、かつ  $\Delta x = \Delta z$  なので、 $x_1, x_2, \dots, x_n$  の測定値がすべて起こる確率  $P$  は、

$$\begin{aligned} P &= \phi(x_1 - a) \phi(x_2 - a) \cdots \phi(x_n - a) \Delta x^n \\ &= \left\{ \frac{\Delta x}{\sqrt{2\pi}\sigma} \right\}^n \exp \left\{ \frac{1}{2\sigma^2} \left( (x_1 - a)^2 + (x_2 - a)^2 + \cdots + (x_n - a)^2 \right) \right\} \end{aligned} \quad (\text{a1-2})$$

と表される。これは  $a$  の関数であって

$$(x_1 - a)^2 + (x_2 - a)^2 + \cdots + (x_n - a)^2 = \text{minimum} \quad (\text{a1-3})$$

のとき、 $P$  は最大となる。すなわち、同一の量を同一の条件で測定した一連の測定値から求まる最確値は、残差の 2 乗の和を最小にするような値である。(最小 2 乗法) 算術平均値が最確値を表すことは、上式を微分することにより示される。すなわち、(a1-3) 式を  $a$  で微分して零とおくと

$$(x_1 - a) + (x_2 - a) + \cdots + (x_n - a) = 0 \quad (\text{a1-4})$$

となり次式を得る。

$$a = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n} \quad (\text{a1-5})$$

#### 4. 誤差の伝播

以下では、誤差を伴ういくつかの測定値から計算によって目的とする量を求める場合や、個々に誤差を有する計器や演算器を組み合わせて使用する場合の総合誤差について考える。問題を一般化し、システム  $f$  に  $x_1, x_2, \dots, x_n$  が入力され、出力  $y$  は次式のように記述されるとする。

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (\text{a1-6})$$

この場合、 $y$  の最確値は  $x_i$  の最確値から上式により算出されるが、各  $x_i$  の測定における誤差  $\delta x_i$  の方は次式により伝播し  $y$  の誤差  $\delta y$  になる。

$$\delta y = \frac{\partial f}{\partial x_1} \delta x_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} \delta x_2 + \cdots + \frac{\partial f}{\partial x_n} \delta x_n \quad (\text{a1-7})$$

故に



$$|\delta y| \leq \left| \frac{\partial f}{\partial x_1} \right| |\delta x_1| + \left| \frac{\partial f}{\partial x_2} \right| |\delta x_2| + \dots + \left| \frac{\partial f}{\partial x_n} \right| |\delta x_n| \quad (\text{a1-8})$$

また、

$$\delta y^2 = \left( \frac{\partial f}{\partial x_1} \right)^2 \delta x_1^2 + \left( \frac{\partial f}{\partial x_2} \right)^2 \delta x_2^2 + \dots + \left( \frac{\partial f}{\partial x_n} \right)^2 \delta x_n^2 + 2 \frac{\partial f}{\partial x_1} \frac{\partial f}{\partial x_2} \delta x_1 \delta x_2 + \dots \quad (\text{a1-9})$$

であるので、各々について十分多数回の測定を行い、それらの誤差に対する前式を辺々加え合わせれば、

$$\begin{aligned} \sum_k \delta y^2 &= \left( \frac{\partial f}{\partial x_1} \right)^2 \sum_k \delta x_{1k}^2 + \left( \frac{\partial f}{\partial x_2} \right)^2 \sum_k \delta x_{2k}^2 + \dots \\ &\dots + \left( \frac{\partial f}{\partial x_n} \right)^2 \sum_k \delta x_{nk}^2 + 2 \frac{\partial f}{\partial x_1} \frac{\partial f}{\partial x_2} \sum_k \delta x_{1k} \delta x_{2k} + \dots \end{aligned} \quad (\text{a1-10})$$

となる。 $\delta x_{ik}$ 、 $\delta x_{jk}$  がそれぞれ正規分布に従う確率で生起する場合、各々が正值、負値をとる確率は等しいから、 $\delta x_{ik} \delta x_{jk}$  も正值、負値をとる確率は等しく、したがって測定回数を増すと  $\sum_k \delta x_{ik} \delta x_{jk} \rightarrow 0$  が期待できる。これに対して、 $\sum_k \delta x_{ik}^2$  は測定回数とともに増加することが期待されるので、(a1-10)式は次式のようになる。

$$\sum_k \delta y^2 = \left( \frac{\partial f}{\partial x_1} \right)^2 \sum_k \delta x_{1k}^2 + \left( \frac{\partial f}{\partial x_2} \right)^2 \sum_k \delta x_{2k}^2 + \dots + \left( \frac{\partial f}{\partial x_n} \right)^2 \sum_k \delta x_{nk}^2 \quad (\text{a1-11})$$

$y$  および  $x_i$  の標準偏差を各々  $\sigma_y$ 、 $\sigma_i$  と表そう。測定回数が十分に多い場合には2乗平均誤差は標準偏差の2乗に一致するので、上式を測定回数で除することにより、次式が得られる。

$$\sigma_y^2 = \left( \frac{\partial f}{\partial x_1} \right)^2 \sigma_1^2 + \left( \frac{\partial f}{\partial x_2} \right)^2 \sigma_2^2 + \dots + \left( \frac{\partial f}{\partial x_n} \right)^2 \sigma_n^2 \quad (\text{a1-12})$$

したがって

$$\sigma_y = \sqrt{\left( \frac{\partial f}{\partial x_1} \right)^2 \sigma_1^2 + \left( \frac{\partial f}{\partial x_2} \right)^2 \sigma_2^2 + \dots + \left( \frac{\partial f}{\partial x_n} \right)^2 \sigma_n^2} \quad (\text{a1-13})$$

(a1-8)式の導出では、誤差の確率分布に関して一切の条件を課していないのに対し、上式は誤差の確率が正規分布をするという条件の下で導かれていることに留意すべきである。(a1-8)式や(a1-13)式の右辺における  $(\partial f / \partial x_i)$  は入力における  $\delta x_i$  や  $\sigma_i$  の測度を出力の測度に変換するための係数と解釈できる。したがって、総合的な誤差の評価では、各入力の誤差を出力の誤差に変換した上で議論を行なうことが必ず必要なことである。

つぎに、いくつかの信号変換器を縦続接続した計測系の精度について考える。図 a1-4 に示すよ

うな温度の計測系を例にとろう。このような系の精度評価には信号線図が有効である。図 a1-4 の系の信号線図は図 a1-5 のようになる。信号線図の節点には、計測対象量、計測系の各点における計測対象量の変換量、外乱が位置する。節点間に信号の流れがある場合には、信号の流れの方向を示す矢印のついた線で結ばれ、信号の変換関係が明示される。図 a1-5 に戻ると、1 次変換器の熱電対で検出されるのは、測定対象の温度  $x$  (°C) に外乱  $n_0$  (°C) を加えたものである。この外乱  $n_0$  の内容には、測ろうとする温度そのもののゆらぎのように統計誤差の原因となる場合もあるが、熱電対の温接点が測定対象に正確に接していないなどの偏り誤差の原因も含まれる。熱電対の出力電圧 ( $\mu V$ ) に加わる外乱  $n_1$  の代表的なものとしては、出力のばらつきを引き起こす電磁的な誘導雑音が上げられるが、熱起電力の経年変化のように偏り誤差の原因となるものもある。(熱起電力の経年変化は熱電対のトランスミッタンス  $K_1$  の変動であるが、等価的に熱電対の出力信号 ( $\mu V$ ) に加わる外乱  $n_1$  ( $\mu V$ ) として処理できる。) 1 次変換器からの信号を増幅し誘導雑音に強い電流信号に変換する 2 次変換器のトランスミッタンスの変動は、増幅器を負帰還構成にすることによって大幅に低減できるが、残った分は 2 次変換器出力信号 (mA) に加わる外乱  $n_2$  (mA) となる。最終的には 2 次変換器の出力を mA 計で測定し、温度で表示することになるが、mA 計の誤差は温度 (°C) の表示に対する外乱  $n_3$  (°C) となる。

図 a1-5 の信号線図よりこの計測系の出力信号  $y$  を求めると

$$y = K_1 K_2 K_3 x + K_1 K_2 K_3 n_0 + K_2 K_3 n_1 + K_3 n_2 + n_3 \quad (\text{a1-14})$$

となり、第 2 項以下で計測系の誤差が与えられる。外乱  $n_0$ ,  $n_1$ ,  $n_2$ ,  $n_3$  に正規分布を仮定し、ばらつきを標準偏差  $\sigma_0$ ,  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_3$  で表すと、この計測系の精密度  $\sigma_y$  は

$$\sigma_y = \sqrt{(K_1 K_2 K_3 \sigma_0)^2 + (K_2 K_3 \sigma_1)^2 + (K_3 \sigma_2)^2 + \sigma_3^2} \quad (\text{a1-15})$$

で表される。また、各変量の正確度を  $e_0$ ,  $e_1$ ,  $e_2$ ,  $e_3$  とするとき、この計測系の正確度  $e_y$  は次のようになる。

$$|e_y| \leq |K_1 K_2 K_3 e_0| + |K_2 K_3 e_1| + |K_3 e_2| + |e_3| \quad (\text{a1-16})$$

一般に、計測系全体のトランスミッタンス  $K_1 K_2 K_3$  は 1 であり、測定しようとする温度  $x$  (°C) は mA 計の表示  $y$  (°C) で与えられるので  $x = y$  となる。従って(a1-14)式から、系の初段に入る外乱と最終段に入る外乱はいずれもそのまま測温の誤差になる。一方、系の途中に入る外乱に対しては、 $K_2 K_3$  または  $K_3$  の係数を乗じたものが測温の誤差になるので、その影響を見極めておく必要がある。特に、利得の大きい増幅器の前段に入る外乱は、増幅されて影響が大きいので注意を要する。

## 参 考 文 献

- ① 広川友雄、“誤差と最小自乗法”、アース社
- ② 一瀬正巳、“誤差論”、培風館
- ③ 寺尾 満、“測定論”、岩波書店

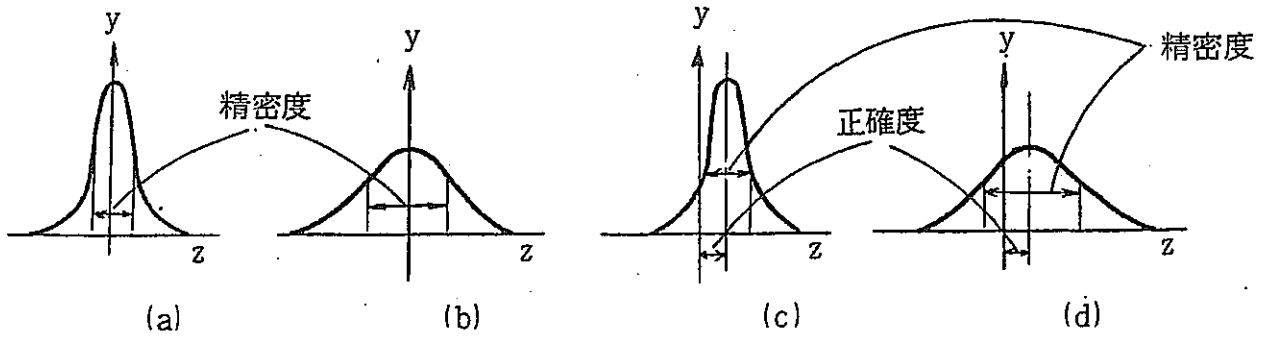


図 a1-1 精度の説明

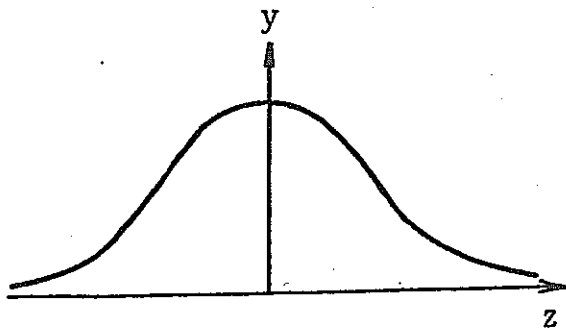


図 a1-2 正規分布

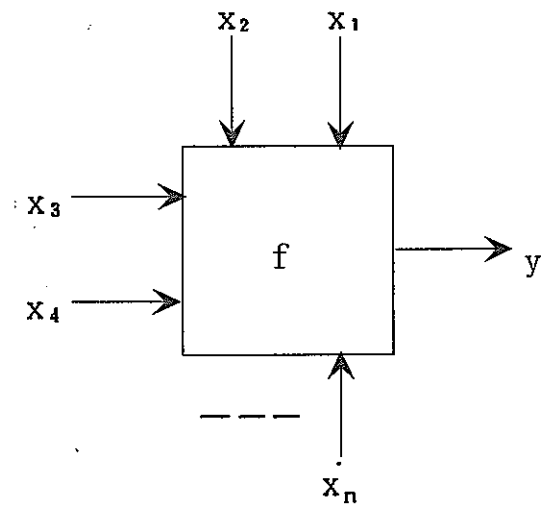


図 a1-3 計測システムのモデル

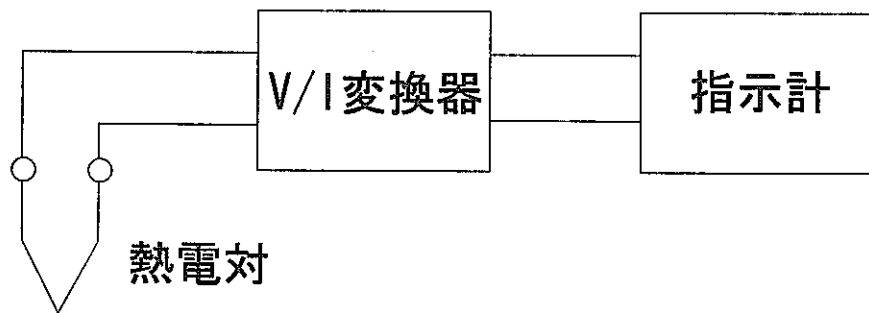


図 a1-4 温度計測系

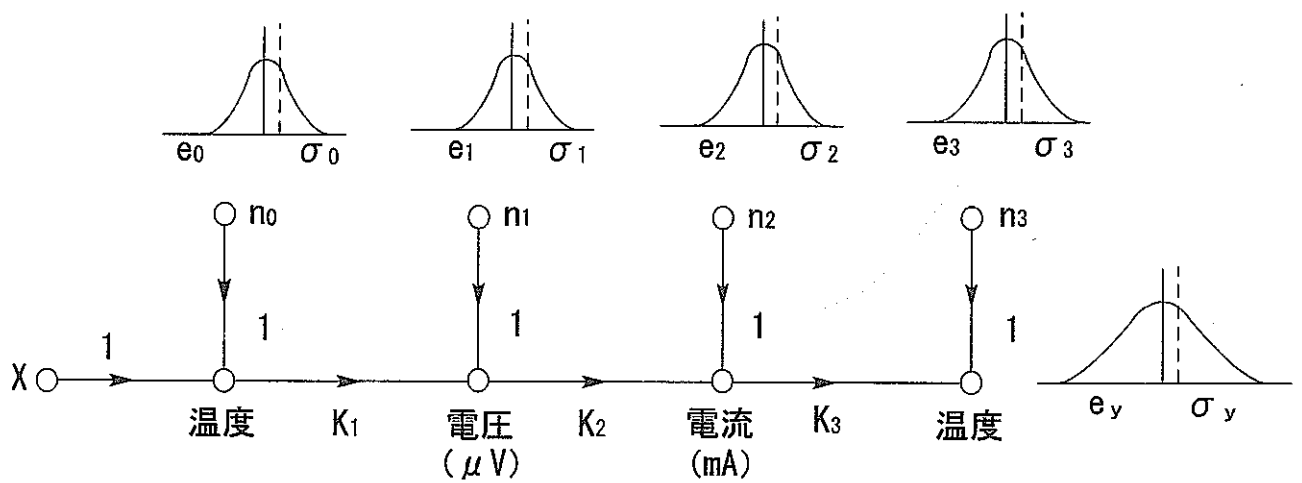


図 a1-5 温度計測系の信号線図

## 付録2 不規則信号論の要約

### 1. 不規則関数

#### (1) 不規則現象

本書で扱っている中性子束や流速あるいは温度のゆらぎを例にとろう。全く同一の検出器からのゆらぎであっても、それを時間の関数として厳密に予測することは困難である。このように、実験が全く同一の条件で行われても、同一の結果が生じないとき、これを不規則現象という。すなわち、不規則現象とは、現象の複雑さや、原因の解明の不十分さのためにふるまいを厳密に記述することができず、原因と結果を一意に結びつけることが数学的に不可能であるような現象である。

不規則現象の観測量の変動を、時間の関数として考えるとき、不規則関数という。

#### (2) 確率集合

不規則現象論では、無限の継続時間をもつ同じような源からの不規則関数の集合を対象とする。本質的に同一の条件の下で、無限の過去から無限の未来まで運転が継続されるいくつかのゆらぎの検出器を仮想すると、これらの検出器の出力波形の集合は、無限の継続時間をもつ不規則関数の集合を形成する。概念的には、同一条件で運転される無限個の検出器を考えることができ、この場合上述の不規則関数の集合は、無限集合となる。このような不規則関数の無限集合を確率集合と呼ぶ。確率集合の中のただ一つの不規則関数を問題とするときは、これを標本関数と呼ぶ。また、不規則現象から生じ得るすべての標本関数の集まりを不規則過程と呼ぶ。

#### (3) 不規則現象の記述

確率集合には、種々のゆらぎ波形が無限個含まれている。したがって、確率集合の特徴の記述のために波形を示すことは、確率集合の本質的な性質と相容れない。確率集合を記述するには、標本関数のすべてに共通する平均的な性質をその特徴として用いる。確率集合を記述する平均的な性質の代表的なものが、不規則関数の振幅の確率密度であり、また相関関数である。相関関数は2次元の確率密度関数より導かれ、パワースペクトルは相関関数より導かれる。したがって、相関関数やパワースペクトルは、確率集合の性質を記述する重要な関数である。

#### (4) 定常性

不規則現象の性質は、いかなる瞬間においても標本関数の集まり(ensemble)について求めた平均値によって記述することができる。ある時刻 $t_1$ における不規則関数の平均値は、時刻 $t_1$ のensembleについての各々の標本関数の瞬時の値をとり、それを足し合わせて標本関数の数で割ることによって計算できる。同様にして、二つの異なった時刻における標本関数の値の間の相関は、二つの時刻

$t_1$ と $t_1+\tau$ における瞬時の値の積の集合平均をとることによって計算できる。

上述の平均値や相関などの不規則関数の確率的性質が、時間に関して不変である、つまり $t_1$ に依存しないとき、定常であるという。

### (5) エルゴード性

前項では、ある瞬間の集合平均を計算することによって、不規則関数の性質が定められることについて述べた。しかし、多くの場合、集合の中の特定の標本関数の時間平均を計算することによってもまた、定常な不規則関数の性質を記述することができる。

もし、不規則関数が定常であって、異なる任意の標本関数について計算した平均や相関がすべて等しいとき、エルゴード的であるという。エルゴード的である場合においては、不規則関数の相関の時間平均と集合平均は等しい。

## 2. 確率論の基礎

### (1) 確率変数、確率密度関数、確率分布関数

$\{x(t)\}$ を定常確率過程とするとき、ある時刻 $t$ において $x(t)$ のとり値 $X$ のことを確率変数という。時刻 $t$ で $X$ が $x$ と $x+dx$ の間にある確率を $p(x)dx$ とおき、関数 $p(x)$ を確率密度関数という。確率密度関数は

$$p(x) \geq 0 \quad (\text{a2-1})$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} p(x) dx = 1 \quad (\text{a2-2})$$

なる性質を有し、 $x(t)$ がある値 $x$ より小さい確率 $P(x)$ は $p(x)$ を用いて

$$P(x) = \int_{-\infty}^x p(x) dx \quad (\text{a2-3})$$

と表せる。この $P(x)$ は確率分布関数と呼ばれる。

$x(t)$ が時刻 $t_1$ において $x_1$ と $x_1+dx_1$ の間にあり、かつ時刻 $t_2$ において $x_2$ と $x_2+dx_2$ の間にある確率を $p(x_1, x_2)dx_1dx_2$ とすると、同様にして2次の確率密度関数 $p(x_1, x_2)$ を定義することができ、定常な過程では $p(x_1, x_2)$ は $\tau = t_2 - t_1$ の関数となるので、 $p(x_1, x_2; \tau)$ のように書き表す。同様の操作でさらに高次の確率密度関数が定義できる。

次に、ある確率過程 $x(t)$ が $t_1$ で $x$ と $x+dx$ の間の値をとり、別の確率過程 $z(t)$ が $t_2$ で $z$ と $z+dz$ との間の値をとる確率を $p(x, z)dx dz$ とすると、 $p(x, z)$ を結合確率密度関数という。同様の操作でより多変数の間の結合確率密度関数を定義できる。

## (2) 期待値、特性関数、モーメント

確率変数  $X$  に  $g(X)$  の重みつき平均を期待値といい

$$E[g(x)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(x)p(x)dx \quad (\text{a2-4})$$

と表す。  $e^{j\omega x}$  の期待値、すなわち  $p(x)$  のフーリエ変換

$$E[e^{j\omega x}] = \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega x} p(x)dx \quad (\text{a2-5})$$

は特性関数と呼ばれる。また

$$\mu_n = E[x^n] = \int_{-\infty}^{\infty} x^n p(x)dx \quad (\text{a2-6})$$

は  $n$  次のモーメントと呼ばれ、1 次のモーメントは平均値  $\mu$  である。  $(x - \mu)$  のモーメント

$$\lambda_n = E[(x - \mu)^n] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^n p(x)dx \quad (\text{a2-7})$$

を平均値のまわりのモーメントといい、平均値のまわりの2次モーメントを分散といい  $\sigma^2$  で表す。分散の平方根  $\sigma$  は標準偏差と呼ばれる。  $\sigma^2$ 、  $E[x^2]$ 、  $\mu$  の間には

$$\sigma^2 = E[x^2] - \mu^2 \quad (\text{a2-8})$$

の関係のあることが容易に確認できる。

多変数の場合、結合モーメントと特性関数は各々

$$E[x_1^{n_1} x_2^{n_2} \cdots x_m^{n_m}] = \int_{-\infty}^{\infty} dx_1 \int_{-\infty}^{\infty} dx_2 \cdots \int_{-\infty}^{\infty} dx_m x_1^{n_1} x_2^{n_2} \cdots x_m^{n_m} p(x_1, x_2, \cdots, x_m) \quad (\text{a2-9})$$

$$E[e^{j\omega_1 x_1} e^{j\omega_2 x_2} \cdots e^{j\omega_m x_m}] = \int_{-\infty}^{\infty} dx_1 \int_{-\infty}^{\infty} dx_2 \cdots \int_{-\infty}^{\infty} dx_m e^{j(\omega_1 x_1 + \omega_2 x_2 + \cdots + \omega_m x_m)} p(x_1, x_2, \cdots, x_m) \quad (\text{a2-10})$$

で与えられ、両者の間にはつぎの関係がある。

$$\begin{aligned} & E[x_1^{n_1} x_2^{n_2} \cdots x_m^{n_m}] \\ &= j^{-(n_1+n_2+\cdots+n_m)} \left[ \frac{\partial^{n_1+n_2+\cdots+n_m}}{\partial \omega_1^{n_1} \partial \omega_2^{n_2} \cdots \partial \omega_m^{n_m}} E\{e^{j\omega_1 x_1} e^{j\omega_2 x_2} \cdots e^{j\omega_m x_m}\} \right]_{\omega_1=\omega_2=\cdots=\omega_m=0} \end{aligned} \quad (\text{a2-11})$$

## (3) 正規過程

平均値を  $\mu$ 、標準偏差を  $\sigma$  とするとき



$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2} \quad (\text{a2-12})$$

で表される正規分布は応用上特に重要である。\$x\_1, x\_2, \dots, x\_m\$ が正規分布する場合の結合確率密度関数 \$p(x\_1, x\_2, \dots, x\_m)\$ は次式で与えられる。

$$p(x_1, x_2, \dots, x_m) = \frac{1}{(2\pi)^{m/2} \sqrt{M}} \exp\left\{-\frac{1}{2} \sum_{r=1}^m \sum_{s=1}^m \frac{M_{rs}}{M} x_r x_s\right\} \quad (\text{a2-13})$$

ここで、\$M\$ は \$x\_1, x\_2, \dots, x\_m\$ の 2 次モーメント \$m\_{rs} = E[X\_r X\_s]\$ を要素とする行列式、\$M\_{rs}\$ は行列 \$[m\_{rs}]\$ の \$m\_{rs}\$ についての余因子である。\$p(x\_1, x\_2, \dots, x\_m)\$ の特性関数は

$$E[e^{j\omega_1 x_1} e^{j\omega_2 x_2} \dots e^{j\omega_m x_m}] = \exp\left\{-\frac{1}{2} \sum_{r=1}^m \sum_{s=1}^m m_{rs} \omega_r \omega_s\right\} \quad (\text{a2-14})$$

で与えられることが分かる。

### 3. 相関関数

#### (1) 相関関数の定義

不規則関数 \$f\_i(t)\$、\$f\_j(t)\$ に対して、\$f\_i(t)\$ と \$f\_j(t)\$ の相互相関関数 \$\phi\_{ij}(\tau)\$ は、つぎのように定義される。

$$\phi_{ij}(\tau) = E[x_i x_j] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x_i x_j p(x_i, x_j; \tau) dx_i dx_j \quad (\text{a2-15})$$

ただし \$x\_i = f\_i(t)\$、\$x\_j = f\_j(t+\tau)\$ で \$p(x\_i, x\_j; \tau)\$ は \$x\_i\$、\$x\_j\$ の同時確率密度関数

エルゴード性の仮定が成り立つ場合には、上式の集合平均は時間平均に等しくなり、次式のごとく表される。

$$\phi_{ij}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f_i(t) f_j(t+\tau) dt \quad (\text{a2-16})$$

上式で \$i = j\$ のとき、特に \$\phi\_{ii}(\tau)\$ を \$f\_i(t)\$ の自己相関関数と呼ぶ。ここで、(a2-15)式と(a2-16)式が等しくなることについて少し説明を加えておく。

\$f\_1(t)\$ \$f\_1(t+\tau)\$ の無限の過去にわたる平均が無限の未来にわたる平均に等しいとして \$f\_1(t)\$ を実際に観測しうる過去の区間で考えることにし、

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T}^0 f_1(t) f_1(t+\tau) dt = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x_1 x_2 p(x_1, x_2; \tau) dx_1 dx_2 \quad (\text{a2-17})$$

$$x_1 = f_1(t), \quad x_2 = f_1(t+\tau)$$

が成立することを示す。図 a2-1 に確率集合からの標本関数を示す。図に示すように各標本関数を

幅  $\Delta t$  の無限小の要素に分割するとすれば、 $\tau$  だけ離れている 2 つの無限小要素の組の集合を考えることができる。いま一つの標本関数の  $t=0, -\Delta t, -2\Delta t, \dots$  における無限小要素と  $t=-\tau, -\tau-\Delta t, -\tau-2\Delta t, \dots$  における無限小要素とがそれぞれ 1 対となった集合を考え、これを標本関数の無限小要素対集合と呼ぶことにする。確率集合は同じ性質をもつ源からつくられているので、すべての標本関数の無限小要素対集合の性質は同一であると仮定する。(無限小要素対の配列は標本関数ごとに異なってよい。) この仮定から、

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_T^0 f_1(t) f_1(t+\tau) dt$$

はすべての標本関数について等しい。

つぎに、個々の標本関数ではなく、確率集合全体に対する無限小要素対集合を考える。過去の  $\tau$  だけ離れた二つの時点  $t=t'_1$  と  $t=t'_2$  ( $t'_2=t'_1+\tau$ ) において各標本関数からそれぞれ 1 対の無限小要素を取り出すことにより要素対の集合を構成し、これを確率集合の無限小要素対集合と呼ぶ。確率集合の無限小要素対集合はすべての標本関数から得られたものであり、しかも各標本関数は同一の無限小要素対集合をもっているから、確率集合の無限小要素対集合は標本関数の無限小要素対集合と無限小要素対の配列を除いては一致しなければならない。したがって、無限小要素対の二つの要素の積の平均値は、それが標本関数に関する平均であるにせよ、確率集合に関する平均であるにせよ同一の値をとるはずである。標本関数に関する平均は、(a2-17)式左辺で与えられ、確率集合に関する平均は同式右辺で与えられるので(a2-17)式が成立する。

相互相関関数に対しても

$$\phi_{12}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} xyp(x, y; \tau) dx dy$$

$$x = f_1(t), \quad y = f_2(t+\tau)$$

$p(x, y; \tau)$  は  $x, y$  の同時確率密度関数

として同様に考えることができる。

つぎに相関関数に関する理解を深めるため、図 a2-2 に示すような関数  $f_1(t)$ 、 $f_2(t)$  に対し、(a2-16)式の右辺の積分の計算を実行してみよう。 $f_1(t)$  を上段左端、 $f_2(t)$  を中段左端に示す関数とすると  $f_2(t+\tau)$  は  $\tau$  に応じ中段に示すようになる。このとき、 $f_1(t) \times f_2(t+\tau)$  は下段に示すようになり、積分演算は面積を求めることなので、最下段に示すように積分値が求まる。したがって、(a2-16)式の右辺の積分は  $\tau$  の関数として図 a2-3 に示すように求まる。

(2) 相関関数の基本的性質

1)  $\phi_{ij}(\tau) = \phi_{ji}(-\tau)$  (a2-18)

$$\begin{aligned} \because \phi_{ij}(-\tau) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f_i(t) f_j(t-\tau) dt \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T-\tau}^{T-\tau} f_j(x) f_i(x+\tau) dx = \phi_{ji}(\tau) \end{aligned}$$

2)  $\phi_{ii}(\tau) = \phi_{ii}(-\tau)$  (a2-19)

$\because$  1) の性質より明らか。

3)  $\phi_{ii}(0) \geq \phi_{ii}(\tau)$  (a2-20)

$$\because \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T [f_i(t) \pm f_i(t+\tau)] dt \geq 0$$

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f_i^2(t) dt + \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f_i^2(t+\tau) dt \pm 2 \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f_i(t) f_i(t+\tau) dt \geq 0$$

4)  $\phi_{ii}(0) \geq 0$  (a2-21)

$\because$  3) の性質より明らか。

5)  $\varepsilon_{ij}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T [f_i(t) - f_j(t+\tau)]^2 dt$  (a2-22)

に対し

$$\varepsilon_{ij}(\tau) \text{ 最小} \Leftrightarrow \phi_{ij}(\tau) \text{ 最大} \quad (\text{a2-23})$$

$$\because \varepsilon_{ij}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T [f_i(t) - f_j(t+\tau)]^2 dt \geq 0$$

$$= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f_i^2(t) dt + \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f_j^2(t+\tau) dt - 2 \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f_i f_j(t+\tau) dt$$

$$= \phi_{ii}(0) + \phi_{jj}(0) - \phi_{ij}(\tau) \geq 0 \quad (\text{a2-24})$$

4. フーリエ変換

(1) フーリエ変換の定義

関数  $f(t)$  に対し

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)| dt < \infty \quad (\text{a2-25})$$

のとき  $F(\omega)$ ;

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \quad (\text{a2-26})$$

が存在しこれをのフーリエ変換と呼ぶ。\$F(\omega)\$に対して、次式に示すようにフーリエ逆変換が定義され、これは\$f(t)\$に一致する。すなわち

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (\text{a2-27})$$

$$\begin{aligned} \because \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) e^{-j\omega \tau} d\tau \right\} e^{j\omega t} d\omega \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{j(t-\tau)\omega} d\omega \right\} d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) \delta(\tau-t) d\tau = f(t) \end{aligned} \quad (\text{a2-28})$$

ここで

$$\delta(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega t} d\omega$$

なる関係を用いた。デルタ関数およびデルタ関数のフーリエ変換についてはこの付録の末尾に述べる。

\$f(t)\$と\$F(\omega)\$はフーリエ変換対といい、\$\leftrightarrow\$の記号で表す。すなわち、

$$f(t) \leftrightarrow F(\omega) \quad (\text{a2-29})$$

信号をフーリエ変換することは、その信号のもつ特性を周波数領域で記述することである。すなわち、その信号のもつ各周波数成分の相対的大きさと、位相に関する情報が得られる。

## (2) フーリエ変換の基本的性質

フーリエ変換には、次のような基本的性質がある。

### 1) 線形性

$$f_1(t) \leftrightarrow F_1(\omega), f_2(t) \leftrightarrow F_2(\omega) \Rightarrow a_1 f_1(t) + a_2 f_2(t) \leftrightarrow a_1 F_1(\omega) + a_2 F_2(\omega) \quad (\text{a2-30})$$

$$\because \int_{-\infty}^{\infty} (a_1 f_1(t) + a_2 f_2(t)) e^{-j\omega t} dt = a_1 \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t) e^{-j\omega t} dt + a_2 \int_{-\infty}^{\infty} f_2(t) e^{-j\omega t} dt \quad (\text{a2-31})$$

### 2) 対称性

$$f(t) \leftrightarrow F(\omega) \Rightarrow F(t) \leftrightarrow 2\pi f(-\omega) \quad (\text{a2-32})$$

$$\because 2\pi f(-t) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{-j\omega t} d\omega \text{ で } t \text{ と } \omega \text{ を入れ替えれば得られる。}$$

### 3) 時間軸の伸縮

$$f(t) \leftrightarrow F(\omega) \Rightarrow f(at) \leftrightarrow \frac{1}{|a|} F(\omega/a) \quad (\text{a2-33})$$

$$\because a > 0 \text{ のとき、} \int_{-\infty}^{\infty} f(at) e^{-j\omega t} dt = \frac{1}{a} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-j(\omega/a)x} dx = \frac{1}{a} F(\omega/a)$$

$a < 0$  のときは積分の上限と下限が交換され、最終結果の符号が変わる。

#### 4) 時間軸の推移

$$f(t) \leftrightarrow F(\omega) \Rightarrow f(t-t_0) \leftrightarrow F(\omega) e^{-j\omega t_0} \quad (\text{a2-34})$$

$$\because \int_{-\infty}^{\infty} f(t-t_0) e^{-j\omega t} dt = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-j\omega(t_0+x)} dx = F(\omega) e^{-j\omega t_0} \quad (\text{a2-35})$$

#### 5) 周波数軸の推移

$$f(t) \leftrightarrow F(\omega) \Rightarrow e^{j\omega_0 t} f(t) \leftrightarrow F(\omega - \omega_0) \quad (\text{a2-36})$$

$$\because \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{j\omega_0 t} e^{-j\omega t} dt = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j(\omega - \omega_0)t} dt = F(\omega - \omega_0) \quad (\text{a2-37})$$

#### 6) 時間微分

$$f(t) \leftrightarrow F(\omega) \Rightarrow \frac{d^n f(t)}{dt^n} \leftrightarrow (j\omega)^n F(\omega) \quad (\text{a2-38})$$

$\because f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega$  の両辺を  $t$  に関して  $n$  回微分することにより得られる。

#### 7) 周波数微分

$$f(t) \leftrightarrow F(\omega) \Rightarrow (-jt)^n f(t) = \frac{d^n F(\omega)}{d\omega^n} \quad (\text{a2-39})$$

$\because F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt$  の両辺を  $\omega$  に関して  $n$  回微分することにより得られる。

#### 8) 共役関数

$f(t)$ 、 $F(\omega)$  の共役関数をそれぞれ  $\overline{f(t)}$ 、 $\overline{F(\omega)}$  とするとき

$$f(t) \leftrightarrow F(\omega) \Rightarrow \overline{f(t)} \leftrightarrow \overline{F(-\omega)} \quad (\text{a2-40})$$

$\because f(t) = f_1(t) + jf_2(t)$  とすると  $F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} (f_1(t) + jf_2(t)) e^{-j\omega t} dt$ 、

$$\overline{F(\omega)} = \int_{-\infty}^{\infty} (f_1(t) - jf_2(t)) e^{j\omega t} dt, \quad \overline{F(-\omega)} = \int_{-\infty}^{\infty} (f_1(t) - jf_2(t)) e^{-j\omega t} dt$$

9) 重畳積分定理

$$f_1(t) \leftrightarrow F_1(\omega), f_2(t) \leftrightarrow F_2(\omega) \Rightarrow \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\tau) f_2(t-\tau) d\tau \leftrightarrow F_1(\omega) F_2(\omega) \quad (\text{a2-41})$$

$$\because \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega t} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\tau) f_2(t-\tau) d\tau \right\} dt = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \int e^{-j\omega(t-\tau)} f_2(t-\tau) dt = F_1(\omega) F_2(\omega)$$

10) 周波数領域の重畳積分定理

$$f_1(t) \leftrightarrow F_1(\omega), f_2(t) \leftrightarrow F_2(\omega) \Rightarrow f_1(\tau) f_2(t) \leftrightarrow \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F_1(y) F_2(\omega-y) dy \quad (\text{a2-42})$$

∵ 重畳積分定理に対称性の定理を適用すれば得られる。

11) Parseval の等式

$$f_1(t) \leftrightarrow F_1(\omega), f_2(t) \leftrightarrow F_2(\omega) \Rightarrow \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F_1(-\omega) F_2(\omega) d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t) f_2(t) dt \quad (\text{a2-43})$$

∵ (a2-42)式で  $\omega = 0$  とすれば得られる。

5. パワースペクトル

(1) パワースペクトルの定義と物理的意味

不規則関数の自己相関関数に対しては、一般に

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\phi_{ii}(\tau)| d\tau < \infty \quad (\text{a2-44})$$

が成立し、パワースペクトルは自己相関関数のフーリエ変換として次のように定義される。

$$\Phi_{ii}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{ii}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (\text{a2-45})$$

の物理的意味を考えてみよう。上式の逆変換

$$\phi_{ii}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{ii}(\omega) e^{j\tau\omega} d\omega \quad (\text{a2-46})$$

で  $\tau = 0$  とすると

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f_i^2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{ii}(\omega) d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{ii}(f) df \quad (\text{a2-47})$$

ただし、 $f$  は周波数で  $f = \omega/2\pi$  [Hz]

となり、この式は  $f_i(t)$  が  $1\Omega$  の負荷に対する電流または電圧であるとする、左辺の負荷で消費される電力はパワースペクトル  $\Phi_{ii}(f)$  を全周波数範囲にわたって積分したものに等しいことを示している。 $\Phi_{ii}(f)$  は  $f$  の連続スペクトルであるので  $df$  なる無限小の周波数帯の電力は  $\Phi_{ii}(f) df$  で与

えられる。すなわち、ある範囲の周波数帯を考えたときにはじめて有限の電力が得られる。この意味で  $\Phi_{ii}(f)$  したがって  $\Phi_{ii}(\omega)$  は  $f_i(t)$  のパワー密度スペクトルである。

クロスパワースペクトルについては、自己相関関数の場合のように、明確な物理的意味を与えることは困難であるが、相互相関関数のフーリエ変換として次式のように定義される。

$$\Phi_{ij}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{ij}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (\text{a2-48})$$

$f_i(t)$  が実数関数であり、 $f_i(t)$ 、 $f_j(t)$  のフーリエ変換が存在するときには、次式が成立する。

$$\Phi_{ij}(\omega) = \overline{F_i(\omega)} F_j(\omega) \quad (\text{a2-49})$$

$$\begin{aligned} \therefore \Phi_{ij}(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{ij}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} f_i(t) f_j(t+\tau) dt \right\} e^{-j\omega\tau} d\tau \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} f_i(t) e^{j\omega t} dt \int_{-\infty}^{\infty} f_j(t+\tau) e^{-j\omega(t+\tau)} d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} f_i(t) e^{j\omega t} dt \int_{-\infty}^{\infty} f_j(x) e^{-j\omega x} dx \\ &= \overline{F_i(\omega)} F_j(\omega) \end{aligned} \quad (\text{a2-50})$$

## (2) パワースペクトルの基本的性質

パワースペクトルに関する基本的性質を以下に示す。

1)  $\Phi_{ii}(\omega)$  は正の実数関数である。 (a2-51)

$$\begin{aligned} \therefore \Phi_{ii}(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{ii}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T \left\{ \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f_i(t) f_i(t+\tau) dt \right\} e^{-j\omega\tau} d\tau \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f_i(t) e^{j\omega t} dt \int_{-T-\tau}^{T+\tau} f_i(x) e^{-j\omega x} dx = \overline{F_i(\omega)} F_i(\omega) \end{aligned} \quad (\text{a2-52})$$

2)  $\Phi_{ii}(\omega) = \Phi_{ii}(-\omega)$  (a2-53)

$\therefore$  (a2-19)、(a2-45)式より明らか。

3)  $\Phi_{ij}(-\omega) = \overline{\Phi_{ij}(\omega)} = \Phi_{ji}(\omega)$  (a2-54)

$$\begin{aligned} \therefore \Phi_{ij}(-\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{ij}(\tau) e^{j\omega\tau} d\tau = \overline{\Phi_{ij}(\omega)} \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{ij}(-\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{ji}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau = \Phi_{ji}(\omega) \end{aligned} \quad (\text{a2-55})$$

4)  $\phi_{ii}(0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{ii}(\omega) d\omega$  (a2-56)

∴(a2-46)式より明らか。

## 6. 信号の線形変換

### (1) 線形系

ある系が線形であるとは、つぎの性質が同時に成り立つときをいう。

- ① 入力  $f_1(t)$ 、 $f_2(t)$  に対する系の応答を各々  $g_1(t)$ 、 $g_2(t)$  とすると、入力  $f_1(t)+f_2(t)$  に対する系の応答は  $g_1(t)+g_2(t)$  である。
  - ② 入力  $f_1(t)$  に対する系の応答を  $g_1(t)$  とすると、入力  $f_1(t+\tau)$  に対する系の応答は  $g_1(t+\tau)$  である。
- 以下で扱う系は、線形であるとする。

### (2) インパルス応答と伝達関数

インパルスとは、デルタ関数の別名であり、単位インパルスとはインパルスの大きさが 1 なるものをいう。すなわち、幅  $w$ 、高さ  $1/w$  の矩形波で  $w$  が限りなく零に近い極限の場合である。ある系に単位インパルスを入力したときの系の出力をインパルス応答といい、 $h(t)$  で表す。(図 a2-4)

系が安定であれば、 $t \rightarrow \infty$  のとき  $h(t) \rightarrow 0$  となり

$$\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)| dt < \infty \quad (\text{a2-57})$$

となるので

$$H(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{-j\omega t} dt \quad \omega \geq 0 \quad (\text{a2-58})$$

は存在する。 $H(\omega)$  を系の伝達関数という。

### (3) 線形系の応答

インパルス応答  $h(t)$  をもつ系に入力  $f_i(t)$  を加えたときの系の出力  $f_o(t)$  を求めよう。図 a2-5 に示すように入力を幅  $\Delta\tau$  の矩形波に分割する。図 a2-5 に斜線で示した部分は、近似的に  $f_i(\tau)\Delta\tau$  の大きさのインパルスと考えることができるから、斜線で示したパルスに対する時刻  $t$  における系の応答は、

$$f_i(\tau)\Delta\tau h(t-\tau) \quad (\text{a2-59})$$

と書ける。線形系の性質より、入力  $f_i(\tau)$  に対する時刻  $t$  における系の応答は、 $t$  より以前のこれらのパルスの影響を全て重ね合わせたものである。したがって、次式のように表される。

$$f_o(t) \approx \sum_{\tau} f_i(\tau)\Delta\tau h(t-\tau) \quad (\text{a2-60})$$

ここで、 $\Delta\tau \rightarrow 0$  とすると、上式の近似は正確になり、和は積分に移行する。



$$f_o(t) = \int_{-\infty}^t f_i(\tau)h(t-\tau)d\tau \quad (\text{a2-61})$$

この式は、変数変換により、現在時刻を  $t$  として過去に遡る時間  $\sigma$  を考えると次式のようなになる。

$$f_o(t) = \int_0^{\infty} f_i(t-\sigma)h(\sigma)d\sigma \quad (\text{a2-62})$$

$f_i(t)$  が  $(-\infty, \infty)$  で絶対可積分であるとし、 $h(\sigma)$  が  $\sigma < 0$  で零であることに注意して上式をフーリエ変換することにより、(a2-41)式から次式が得られる。

$$F_o(\omega) = H(\omega)F_i(\omega) \quad (\text{a2-63})$$

ここで、 $F_i(\omega)$ 、 $F_o(\omega)$ 、 $H(\omega)$  はそれぞれ  $f_i(t)$ 、 $f_o(t)$ 、 $h(t)$  のフーリエ変換である。

#### (4) 入力・出力相互相関定理

線形系の入力と出力の相互相関関数は、単位インパルス応答と入力の自己相関関数のたたみこみ積分で与えられる。すなわち、

$$\phi_{io}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} h(v)\phi_{ii}(\tau-v)dv \quad (\text{a2-64})$$

である。これを示そう。

$$\phi_{io}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f_i(t)f_o(t+\tau)dt \quad (\text{a2-65})$$

$f_o(t+\tau)$  を (a2-62) 式で置き換えると

$$\begin{aligned} \phi_{io}(\tau) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f_i(t) \int_{-\infty}^{\infty} h(v)f_i(t+\tau-v)dv dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} h(v)dv \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f_i(t)f_i(t+\tau-v)dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} h(v)\phi_{ii}(\tau-v)dv \end{aligned} \quad (\text{a2-66})$$

これで (a2-64) 式が得られた。不規則関数の自己相関関数は一般に過渡関数になると考えることができ、(a2-41) 式を適用すると (a2-66) 式のフーリエ変換が次式のように得られる。

$$\Phi_{io}(\omega) = H(\omega)\Phi_{ii}(\omega) \quad (\text{a2-67})$$

これより  $H(\omega)$  は

$$H(\omega) = \Phi_{io}(\omega)/\Phi_{ii}(\omega) \quad \omega \geq 0 \quad (\text{a2-68})$$

(5)  $\Phi_{ii}(\omega)$  と  $\Phi_{oo}$  の関係

入力信号  $f_i(t)$  のパワースペクトル  $\Phi_{ii}(\omega)$  と出力信号  $f_o(t)$  のパワースペクトル  $\Phi_{oo}$  の間の関係は次式で表される。

$$\Phi_{oo}(\omega) = |H(\omega)|^2 \Phi_{ii}(\omega) \quad (\text{a2-69})$$

以下にこれを示そう。 $f_o(t)$  の自己相関関数は

$$\phi_{oo}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f_o(t) f_o(t+\tau) dt \quad (\text{a2-70})$$

$$= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T dt \int_{-\infty}^{\infty} h(\nu) f_i(t-\nu) d\nu \int_{-\infty}^{\infty} h(\sigma) f_i(t+\tau-\sigma) d\sigma$$

となり、ここで  $t-\nu=x$  なる変数変換を行うと

$$\begin{aligned} \phi_{oo}(\tau) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f_i(x) f_i(x+\tau+\nu-\sigma) dx \int_{-\infty}^{\infty} h(\nu) d\nu \int_{-\infty}^{\infty} h(\sigma) d\sigma \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{ii}(\tau+\nu-\sigma) h(\nu) d\nu h(\sigma) d\sigma \end{aligned} \quad (\text{a2-71})$$

両辺をフーリエ変換すると

$$\begin{aligned} \Phi_{oo}(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{ii}(\tau+\nu-\sigma) e^{-j\omega(\tau+\nu-\sigma)} d\tau \int_{-\infty}^{\infty} h(\nu) e^{j\omega\nu} d\nu \int_{-\infty}^{\infty} h(\sigma) e^{-j\omega\sigma} d\sigma \\ &= \Phi_{ii}(\omega) \overline{H(\omega)} H(\omega) \end{aligned} \quad (\text{a2-72})$$

7. コヒレンス関数

コヒレンス関数は、

$$\Gamma_{io}(\omega) = \Phi_{io}(\omega) / \sqrt{\Phi_{ii}(\omega) \Phi_{oo}(\omega)} \quad (\text{a2-73})$$

に対し、

$$|\Gamma_{io}(\omega)|^2 = |\Phi_{io}(\omega)|^2 / \Phi_{ii}(\omega) \Phi_{oo}(\omega) \quad (\text{a2-74})$$

で定義される。 $|\Gamma_{io}(\omega)|^2$  は、線形系の出力信号  $f_o(t)$  に、雑音または考えている入力信号とは別の信号源からの信号  $f_n(t)$  が混入しているときや、系の特性が線形関係からずれている場合など、入力信号の線形変換に起因するパワーが出力信号の全体のパワーに占める比率を周波数ごとに求めるものである。(図 a2-6)したがって、コヒレンス関数はまた、不規則関数の調波成分ごとの線形相関の度合いを表しているといえる。 $\Gamma_{io}(\omega)$  は、絶対値がパワーの  $1/2$  乗の次元をもち、位相の

情報をもっているところが  $|\Gamma_{io}(\omega)|^2$  と異なる。

$|\Gamma_{io}(\omega)|^2$  が、出力信号中の入力信号に起因するパワーの比率を表すことを以下に示そう。(a2-67)式を用いて(a2-74)式を変形すると

$$|\Gamma_{io}(\omega)|^2 = |\Phi_{io}(\omega)|^2 / \Phi_{ii}(\omega)\Phi_{oo}(\omega) = \Phi_{ii}(\omega)|H(\omega)|^2 / \Phi_{oo}(\omega) \quad (\text{a2-75})$$

となる。(a2-72)式における  $\Phi_{oo}(\omega)$  は、入力が線形変換された信号のみに依存し、(a2-73)式以降の  $\Phi_{oo}(\omega)$  には入力信号と雑音および時として系の非線形性が寄与していることに注意すれば、 $|\Gamma_{io}(\omega)|^2$  は出力信号の全体のパワーに占める入力信号の線形変換に起因するパワーの割合であることが分かる。

## 8. デルタ関数

最後に、デルタ関数とそのフーリエ変換について説明しておく。

直感的に述べるならば、デルタ関数とは、非常に幅の狭いパルスを理想化したものである。パルスの面積は有限であり、便宜上1に規格化される。すなわち

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty, & t=0 \\ 0, & t \neq 0 \end{cases} \quad (\text{a2-76})$$

$$\int_{-\epsilon}^{\epsilon} \delta(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1 \quad (\text{a2-77})$$

と定義される。 $f(t)$  を  $t=0$  の近傍で普通に定義されている任意の関数とすると  $f(t)\delta(t)$  は面積  $f(0)$  の幅の狭いパルスになるから直感的に

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t) dt = f(0) \quad (\text{a2-78})$$

になると考えられる。この式は  $\lambda$  をパラメータとしてもつ時間関数  $g(t, \lambda)$  が存在して

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} \int_{-\infty}^{\infty} g(t, \lambda) f(t) dt = f(0) \quad (\text{a2-79})$$

となるような  $g(t, \lambda)$  の極限として  $\delta(t)$  が定義できることを示している。このような性質をもつ関数の例として図 a2-7 に示すものがある。以下、図 a2-7(a)の関数で  $g(t, \lambda)$  を定義し、

$$\delta(t) = \lim_{\lambda \rightarrow 0} g(t, \lambda) \quad (\text{a2-80})$$

として  $\delta(t)$  のフーリエ変換を求めよう。

$$\begin{aligned}
G(\omega, \lambda) &= \int_{-\infty}^{\infty} g(t, \lambda) e^{-j\omega t} dt \\
&= \int_{-\lambda/2}^{\lambda/2} \frac{1}{\lambda} e^{-j\omega t} dt = \frac{1}{\lambda} \left( \frac{1}{-j\omega} \right) \left[ e^{-j\omega t} \right]_{-\lambda/2}^{\lambda/2} \\
&= \frac{2}{\omega\lambda} \left[ \frac{e^{j\omega\lambda/2} - e^{-j\omega\lambda/2}}{2j} \right] = \frac{\sin \omega\lambda/2}{\omega\lambda/2}
\end{aligned} \tag{a2-81}$$

$\delta(t)$  のフーリエ変換  $\Delta(\omega)$  は

$$\begin{aligned}
\Delta(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) e^{-j\omega t} dt \\
&= \lim_{\lambda \rightarrow 0} G(\omega, \lambda) = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \left[ \frac{\sin \omega\lambda/2}{\omega\lambda/2} \right] = 1
\end{aligned} \tag{a2-82}$$

この式の逆変換は次に示すようになり有用な式である。

$$\delta(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega t} d\omega \tag{a2-83}$$

sin 関数が奇関数であることに注意してこの式を変形すると次式の有用な関係が得られる。

$$\delta(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega t} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \cos \omega t d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega t} d\omega \tag{a2-84}$$

## 参 考 文 献

1. 宮川 洋 他訳 “不規則信号論 上、下”、東京大学出版会
2. A. Papoulis “The Fourier Integral and Its Applications”, McGRAW-HILL (1962)

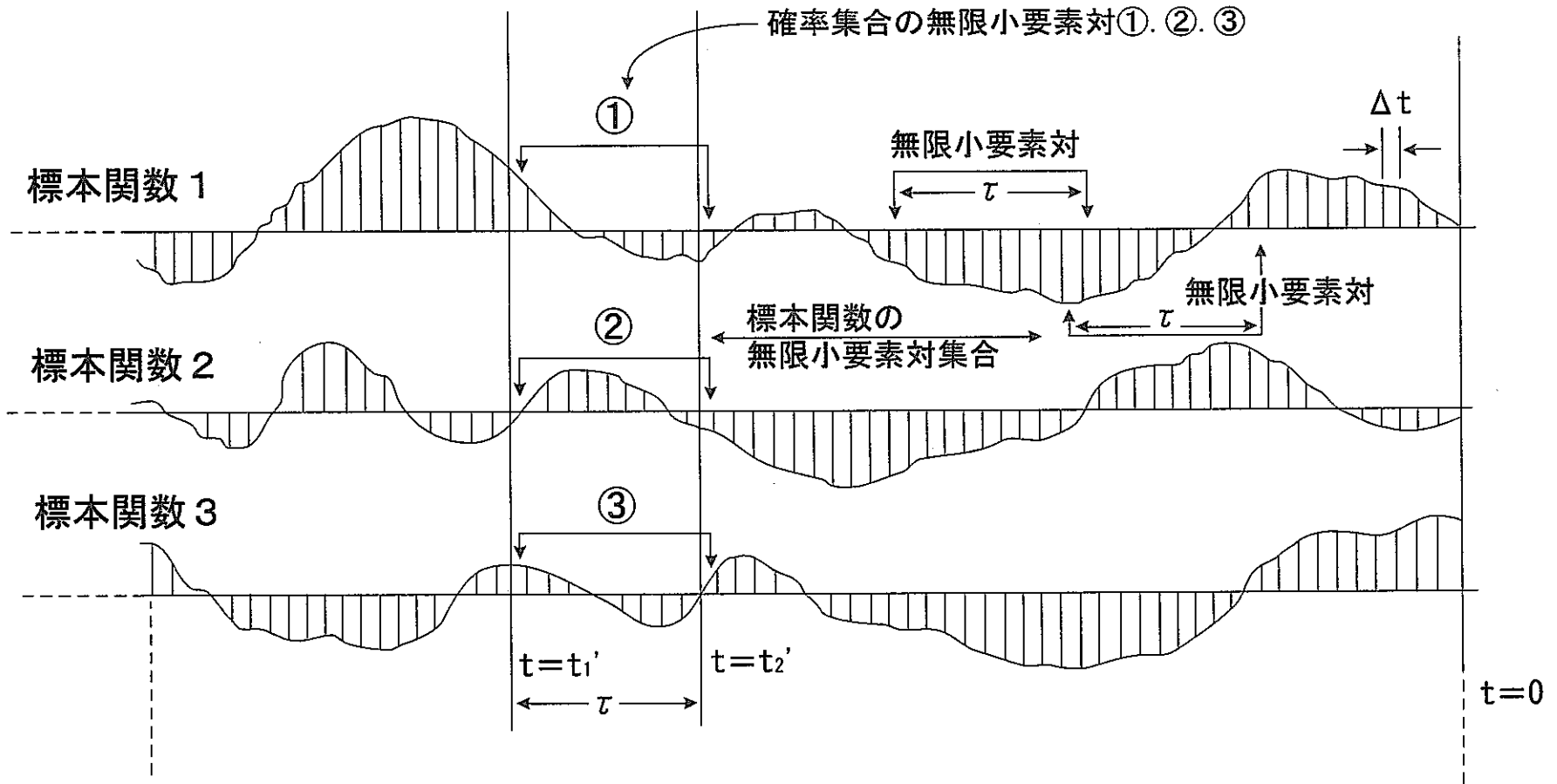


図 a2-1 標本関数と確率集合の無限小要素対

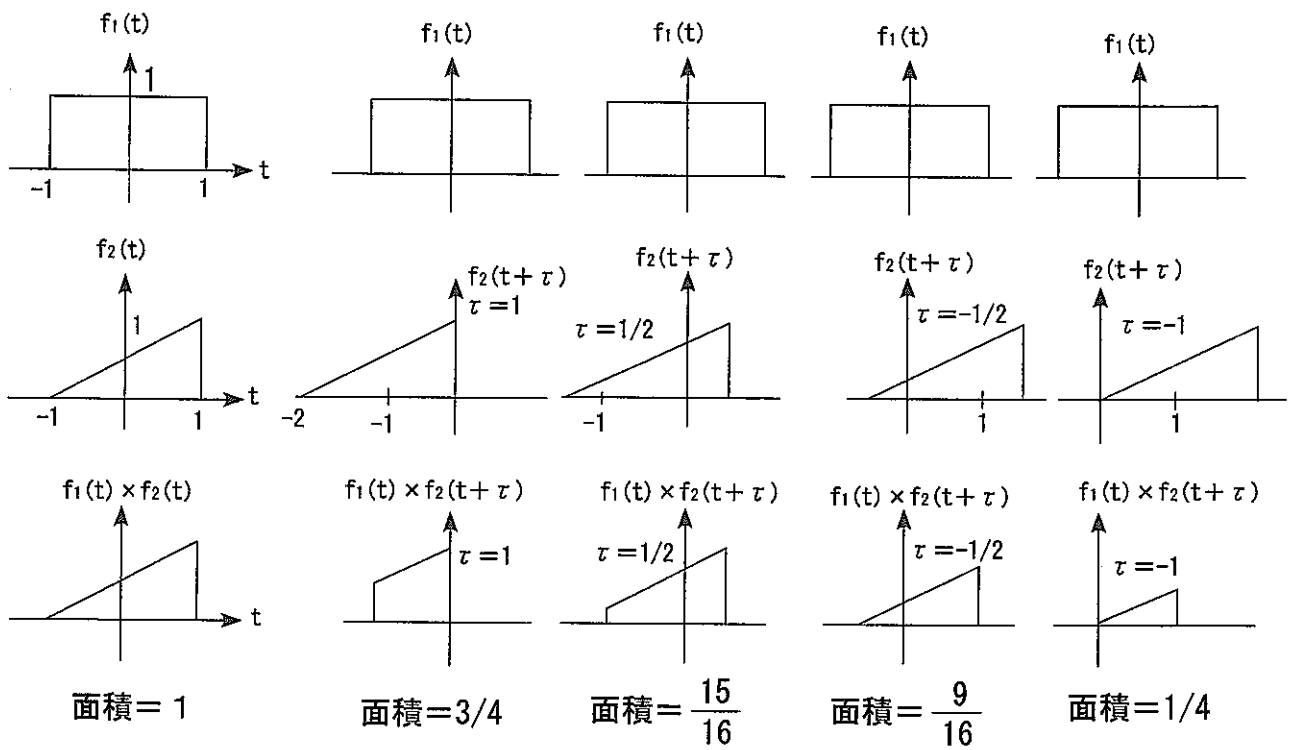


図 a2-2 相関関数の計算概念

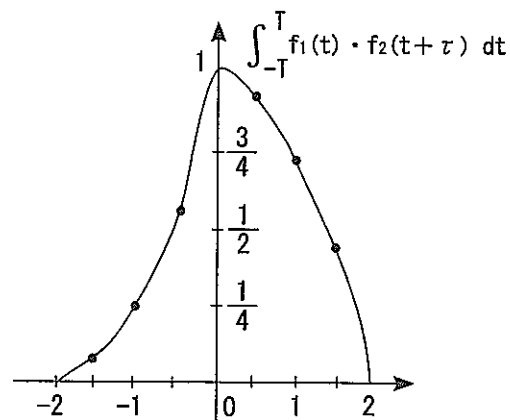


図 a2-3 相関関数の計算結果

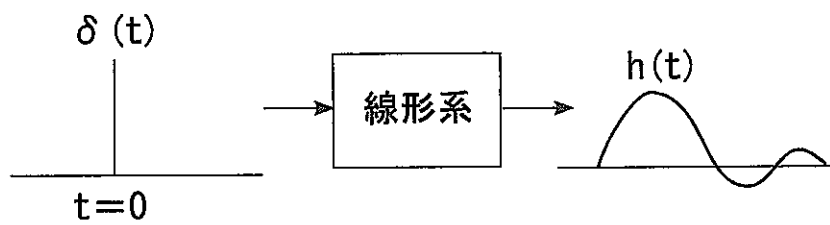


図 a2-4 インパルス応答

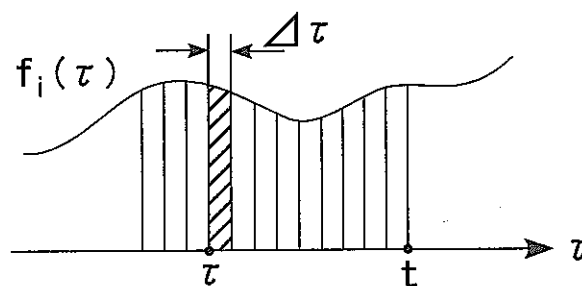


図 a2-5 線形系の応答の計算

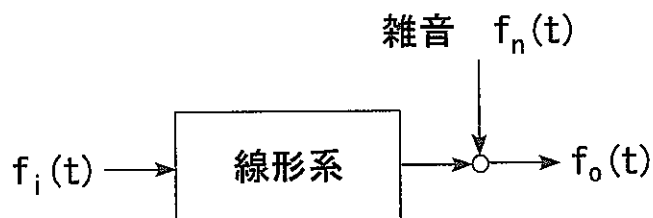
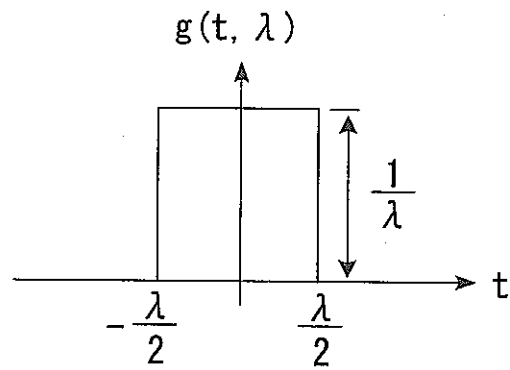
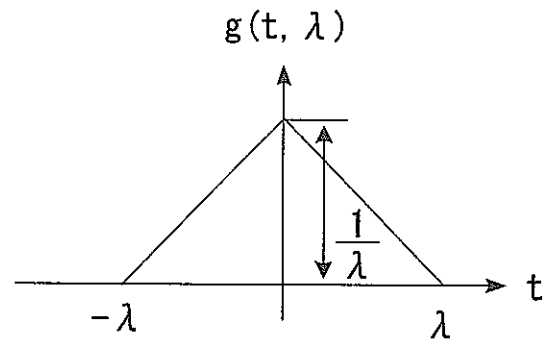


図 a2-6 線形系の入出力関係

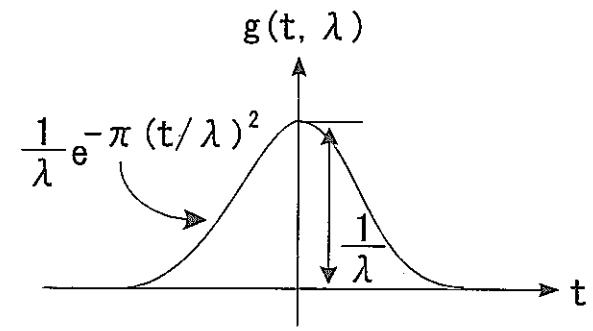




(a)



(b)



(c)

図 a2-7  $\delta$  関数の定義

### 付録3 自己回帰モデルによる応答特性の測定

自己回帰モデル (AR モデル) を用いる計装検出器の応答特性の測定法は、検出器出力のゆらぎを引き起こしている測定対象物理変量のゆらぎが十分に速く、検出器の特性が出力のゆらぎに反映されている場合には、その出力ゆらぎを観測するだけで検出器の応答特性を測定できる魅力的な方法である。以下では、AR モデルの意味、AR モデルを特徴づける回帰係数の決定方法、モデルの次数の決定方法について述べ、回帰係数からインパルス応答やステップ応答を求める方法を示す。

#### 1. 自己回帰モデル

一般に中性子束、温度や流量のような物理量を検出し、電圧のような測定信号に変換する過程は、図 a3-1 に示すごとく  $u(t)$  が入力されたときに  $x(t)$  を出力するところの変換特性  $H$  をもった系にモデル化できる。ここで、 $u_1(t)$ 、 $u_2(t)$  に対する出力を  $x_1(t)$ 、 $x_2(t)$  としよう。このとき、入力  $u_1(t+\tau_1)+u_2(t+\tau_2)$  に対する出力が、 $x_1(t+\tau_1)+x_2(t+\tau_2)$  になると仮定する。(線形系の仮定) この系のインパルス応答を図 a3-1 に示すごとく  $h(t)$  とするとき、入力  $u(t)$  に対する出力  $x(t)$  は、図 a3-2 に示すように  $u(t)$  を  $\Delta t u(m\Delta t)$  のインパルスで近似して

$$\begin{aligned} x(i\Delta t) &\approx \sum_{m=i-M}^{i-1} u(m\Delta t)\Delta t \cdot h(i\Delta t - m\Delta t) \\ &= \sum_{k=1}^M u(i\Delta t - k\Delta t)\Delta t \cdot h(k\Delta t) \quad , \quad k = i - m \end{aligned} \quad (\text{a3-1})$$

と記述できる。ここで、 $x(t)$  も  $\Delta t$  時間ごとの離散値で表現されていることに注意し、 $f(n\Delta t) = f_n$ 、 $h(k\Delta t)\Delta t = b_k$ 、 $M = K$  と置くと

$$x_i = \sum_{k=1}^K b_k u_{i-k} \quad (\text{a3-2})$$

が得られる。この式は出力  $x_i$  が  $x_i$  よりも過去における入力  $u_{i-1}$ 、 $u_{i-2}$ … の加重和 (線形結合という。) として表されることを意味している。ここで、 $x_{i-j}$  は一般に  $u_{i-j-1}$ 、 $u_{i-j-2}$ … ( $j=1,2,\dots$ ) の線形結合で表されることに注意すると、係数  $a_k$  を適当に定めれば、 $x_i$  は次式のように書けることが予想される。

$$x_i = \sum_{k=1}^K a_k x_{i-k} \quad (\text{a3-3})$$

上式は、出力  $x_i$  を自分自身の過去の値を用いて記述しているので、自己回帰モデルと呼ばれ、 $i$  の過去の値  $K$  個の線形結合で表される時  $K$  次自己回帰モデルという。

## 2. 回帰係数の決定

次に、 $a_k$  の決定法について述べる。

### (1) Yule-Walker 方程式

時系列  $x_i$  について、 $i$  の過去  $K$  個のデータの線形結合を  $\hat{x}_i$  で表し、

$$\hat{x}_i = \sum_{k=1}^K a_k x_{i-k} \quad (\text{a3-4})$$

とすると、実際に観測された値  $x_i$  について過去の値の線形結合で表される部分を引いた残差  $e_i$  は次式で表される。

$$e_i = x_i - \hat{x}_i = x_i - \sum_{k=1}^K a_k x_{i-k} \quad (\text{a3-5})$$

最小 2 乗法を適用し、残差  $e_i$  の 2 乗平均値  $J = E\{e_i^2\}$  を最小にするように係数  $a_k$  を決定するため、

$$\frac{\partial J}{\partial a_p} = 2E\left\{\left(x_i - \sum_{k=1}^K a_k x_{i-k}\right)x_{i-p}\right\} = 0 \quad (\text{a3-6})$$

とすると

$$E\{x_i x_{i-p}\} - \sum_{k=1}^K a_k E\{x_{i-k} x_{i-p}\} = 0 \quad (\text{a3-7})$$

が得られる。 $x_i$  が定常であるとき、上式は自己相関関数

$$R_{p-k} = E\{x_{i-k} x_{i-p}\} \quad (\text{a3-8})$$

を用いて、

$$R_p - \sum_{k=1}^K a_k R_{p-k} = 0, \quad p = 1, 2, \dots, K \quad (\text{a3-9})$$

と記述でき、 $R_p = R_{-p}$  に注意するとベクトル行列形式で

$$\mathbf{R}\mathbf{a} = \mathbf{r} \quad (\text{a3-10})$$

と書ける。ただし、

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} R_0 & R_1 & \cdots & R_{K-1} \\ R_1 & R_0 & \cdots & R_{K-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{K-1} & R_{K-2} & \cdots & R_0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_K \end{bmatrix} \quad \mathbf{r} = \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \vdots \\ R_K \end{bmatrix} \quad (\text{a3-11})$$

この式は Yule-Walker 方程式と呼ばれ、 $\mathbf{a}$  は

$$\mathbf{a} = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{r} \quad (\text{a3-12})$$

となる。したがって、自己回帰係数  $a_i (i = 1, 2, \dots, K)$  は Yule-Walker 方程式を解くことにより求ま

る。

ここで、残差  $e_t$  は白色雑音になること、すなわち、

$$E\{e_s e_{s-m}\} = \begin{cases} R_0 - \sum_{k=1}^K a_k R_k \equiv \sigma_e^2 & , m=0 \\ 0 & , m \neq 0 \end{cases} \quad (\text{a3-13})$$

が成立することを示しておこう。(a3-4)式から

$$\begin{aligned} E\{e_s e_{s-m}\} &= E\left\{\left(x_s - \sum_{p=1}^K a_p x_{s-p}\right)\left(x_{s-m} - \sum_{q=1}^K a_q x_{s-m-q}\right)\right\} \\ &= E\{x_s x_{s-m}\} - \sum_{p=1}^K a_p E\{x_{s-p} x_{s-m}\} - \sum_{q=1}^K a_q E\{x_s x_{s-m-q}\} + \sum_{p=1}^K \sum_{q=1}^K a_p a_q E\{x_{s-p} x_{s-m-q}\} \\ &= \left(R_m - \sum_{p=1}^K a_p R_{m-p}\right) - \sum_{q=1}^K a_q \left(R_{m+q} - \sum_{p=1}^K a_p R_{m+q-p}\right) \end{aligned} \quad (\text{a3-14})$$

となり、この式と(a3-9)式の関係から(a3-13)式が得られる。

## (2) Levinson-Durbin のアルゴリズム

現実のデータに AR モデルを当てはめる問題においては、事前にモデルの次数が分かっている場合は少なく、次数を変えながらモデルの当てはまり具合のテストを繰り返す必要がある。このような場合に向いている効率の高い算法として、Yule-Walker 方程式を AR モデルの次数方向に漸化的に解く Levinson-Durbin のアルゴリズムがある。このアルゴリズムによると、 $m$  次の回帰係数  $a_j^{(m)}$  を既知として、 $m+1$  次の回帰係数  $a_j^{(m+1)}$  は次式のように与えられる。

$$a_j^{(m+1)} = a_j^{(m)} - a_{m+1}^{(m+1)} a_{m+1-j}^{(m)} \quad (\text{a3-15})$$

$$a_{m+1}^{(m+1)} = \left(\sigma_m^2\right)^{-1} \left(R_{m+1} - \sum_{i=1}^m a_i^{(m)} R_{m+1-i}\right) \quad (\text{a3-16})$$

$$\sigma_{m+1}^2 = \sigma_m^2 \left(1 - \left(a_{m+1}^{(m+1)}\right)^2\right) \quad (\text{a3-17})$$

$$a_1^{(1)} = R_1/R_0, \quad \sigma_0^2 = R_0 \quad (\text{a3-18})$$

このアルゴリズムの証明を以下に示す。 $a_0^{(m+1)} = -1$  とおくと、 $m+1$  次の Yule-Walker 方程式は(a3-9)式から

$$\sum_{j=0}^{m+1} a_j^{(m+1)} R_{p-j} = 0, \quad p=1, 2, \dots, m+1 \quad (\text{a3-19})$$

となり、これは

$$\sum_{j=1}^m a_j^{(m+1)} R_{p-j} - R_p + a_{m+1}^{(m+1)} R_{p-m-1} = 0, \quad p = 1, 2, \dots, m \quad (\text{a3-20})$$

$$\sum_{j=1}^m a_j^{(m+1)} R_{m+1-j} - R_{m+1} + a_{m+1}^{(m+1)} R_0 = 0, \quad p = m+1 \quad (\text{a3-21})$$

と書ける。(a3-9)式から

$$R_p = \sum_{j=1}^m a_j^{(m)} R_{p-j}, \quad p = 1, 2, \dots, m \quad (\text{a3-22})$$

であるので、上式の  $p$  を  $m+1-p$  とおき、 $R_p = R_{-p}$  に注意して整理すると

$$\begin{aligned} R_{p-m-1} &= \sum_{j=1}^m a_j^{(m)} R_{j+p-m-1} \\ &= a_m^{(m)} R_{p-1} + a_{m-1}^{(m)} R_{p-2} + \dots + a_1^{(m)} R_{p-m} \\ &= \sum_{j=1}^m a_{m-j+1}^{(m)} R_{p-j} \end{aligned} \quad (\text{a3-23})$$

が得られる。(a3-22)、(a3-23)式を(a3-20)式に代入すると

$$\sum_{j=1}^m \left( a_j^{(m+1)} - a_j^{(m)} + a_{m+1}^{(m+1)} a_{m-j+1}^{(m)} \right) R_{p-j} = 0 \quad (\text{a3-24})$$

となり、(a3-15)式が導かれる。

つぎに(a3-16)式を導くため、いま導出された(a3-15)式を(a3-21)式の  $a_j^{(m+1)}$  に代入し、 $a_0^{(m)} = -1$  に注意して整理すると

$$\sum_{j=0}^m a_j^{(m)} R_{m+1-j} - a_{m+1}^{(m+1)} \sum_{j=1}^{m+1} a_{m+1-j}^{(m)} R_{m+1-j} = 0 \quad (\text{a3-25})$$

となり、

$$a_{m+1}^{(m+1)} = \frac{\sum_{j=0}^m a_j^{(m)} R_{m+1-j}}{\sum_{j=1}^{m+1} a_{m+1-j}^{(m)} R_{m+1-j}} \quad (\text{a3-26})$$

が得られる。ここで、

$$\sigma_m^2 = -\sum_{j=1}^{m+1} a_{m+1-j}^{(m)} R_{m+1-j} = -\sum_{j=0}^m a_j^{(m)} R_j \quad (\text{a3-27})$$

とおくと、(a3-26)式は(a3-16)式に一致するので、(a3-27)式から(a3-17)式が導かれれば、Levinson-Durbin のアルゴリズムが証明されたことになる。しかるに、 $\sigma_{m+1}^2$  は (a3-27)式より

$$\begin{aligned}\sigma_{m+1}^2 &= -\sum_{j=0}^{m+1} a_j^{(m+1)} R_j \\ &= -\sum_{j=1}^m a_j^{(m+1)} R_j + R_0 - a_{m+1}^{(m+1)} R_{m+1}\end{aligned}\quad (\text{a3-28})$$

となり、上式に(a3-15)式を代入して整理すると

$$\sigma_{m+1}^2 = -\sum_{j=0}^m a_j^{(m)} R_j + a_{m+1}^{(m+1)} \sum_{j=0}^m a_{m-j+1}^{(m)} R_j \quad (\text{a3-29})$$

が得られ、(a3-16)式から

$$\sum_{j=0}^m a_{m-j+1}^{(m)} R_j = -R_{m+1} + \sum_{j=1}^m a_{m-j+1}^{(m)} R_j = \sigma_m^2 a_{m+1}^{(m+1)} \quad (\text{a3-30})$$

なので、(a3-29)式に上式と(a3-27)式を代入すると(a3-17)式が得られる。

ここで、 $\sigma_m^2$ は $m$ 次ARモデルを当てはめにおける残差の2乗平均であることは、(a3-13)式から明らかである。

### 3. 現実のデータへのモデルのあてはめ

前節までは自己相関関数の真値およびモデルの次数が既知であるとして議論を進めた。しかしながら、現実のモデルのあてはめにおいては、有限個のデータから自己相関関数を推定し、モデルの次数を決定しなければならない。また、有限個のデータから推定された自己回帰モデルの適合性についての検証も必要となる。以下では、これらについて述べる。

#### (1) 有限個のデータからの回帰モデルの推定

前節までは自己相関関数の真値 $R_p$ は既知であるとして回帰係数 $a_i (i=1, 2, \dots, K)$ を求める方法について述べたが、現実には相関関数の真値は未知であり、回帰係数を求めるために与えられた有限個のデータ $\{x_i | i=1, 2, \dots, N\}$ から自己相関関数を推定しなければならない。自己相関関数の推定値としては、

$$\hat{R}_p = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N-p} x_i x_{i+p} \quad (\text{a3-31})$$

を用いることができる。このようにすると、(a3-9)式を得たと同様にして次式を得る。

$$\hat{R}_p - \sum_{k=1}^K \hat{a}_k \hat{R}_{p-k} = 0, \quad p=1, 2, \dots, K \quad (\text{a3-32})$$

ここで、 $\hat{a}_k$ は $a_k$ の推定値を意味する。 $\hat{R}_p = \hat{R}_{-p}$ であることに注意すると

$$\begin{bmatrix} \hat{R}_0 & \hat{R}_1 & \cdots & \hat{R}_{K-1} \\ \hat{R}_1 & \hat{R}_0 & \cdots & \hat{R}_{K-2} \\ \vdots & & & \\ \vdots & & & \\ \hat{R}_{K-1} & \hat{R}_{K-2} & \cdots & \hat{R}_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \\ \vdots \\ \hat{a}_K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{R}_1 \\ \hat{R}_2 \\ \vdots \\ \hat{R}_K \end{bmatrix} \quad (\text{a3-33})$$

となる。この式は Yule-Walker 方程式と一致するので、前節に示した Levinson-Durbin のアルゴリズムは  $a_k$  の推定値  $\hat{a}_k$  を求めるために適用でき、(a3-15)~(a3-18)式は、 $R_p$  を  $\hat{R}_p$ 、 $\sigma_m^2$  をその推定値  $\hat{\sigma}_m^2$ 、 $a_j^{(m)}$  を  $\hat{a}_j^{(m)}$  とおくことによりそのまま成立する。

もし、自己相関関数の推定値として

$$\hat{R}_{pk} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_{i-p} x_{i-k} \quad (\text{a3-34})$$

を用いるならば

$$\hat{R}_{0k} - \sum_{p=1}^K \hat{a}_p \hat{R}_{pk} = 0, \quad p=1, 2, \dots, K \quad (\text{a3-35})$$

すなわち

$$\begin{bmatrix} \hat{R}_{11} & \hat{R}_{21} & \cdots & \hat{R}_{1K} \\ \hat{R}_{12} & \hat{R}_{22} & \cdots & \hat{R}_{2K} \\ \vdots & & & \\ \vdots & & & \\ \hat{R}_{1K} & \hat{R}_{2K} & \cdots & \hat{R}_{KK} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \\ \vdots \\ \hat{a}_K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{R}_{01} \\ \hat{R}_{02} \\ \vdots \\ \hat{R}_{0K} \end{bmatrix} \quad (\text{a3-36})$$

となるが、(a3-34)式より例えば

$$\hat{R}_{11} = (x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_{N-1}^2) / N$$

$$\hat{R}_{22} = (x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_{N-2}^2) / N$$

となり、一般に

$$\hat{R}_{ii} \neq \hat{R}_{jj}, \quad i \neq j \quad (\text{a3-37})$$

となるので(a3-36)式は Yule-Walker 方程式に一致せず、したがって  $\hat{a}_k$  を得るために Levinson-Durbin のアルゴリズムは適用できない。

## (2) 次数の決定

AR モデルの次数決定に多く用いられている実際的な方法として、赤池によって提案された FPE(Final Prediction Error;最終予測誤差)最小化法がある。

$N$  個のデータ  $\{x_i | i=1, 2, \dots, N\}$  に対して最小 2 乗法を適用し、回帰係数の推定値  $\hat{a}_j (j=1, 2, \dots, K)$  が得られたとすると次数  $K$  に対する残差の 2 乗平均値は

$$\hat{\sigma}_e^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( x_i - \sum_{j=1}^K \hat{a}_j x_{i-j} \right)^2 \quad (\text{a3-38})$$

となる。もし、 $\hat{\sigma}_e^2$  が小さいほど良いモデルとして次数を決めることにしたならば、次数  $K$  が大きくなるほど  $\{x_i\}$  に対する適合が良くなるので、次数はどんどん大きくなる傾向にある。一方、この  $\hat{a}_j$  を別途観測されたデータ  $\{x'_i\}$  にあてはめ、 $x'_i$  の予測値を

$$\hat{x}'_i = \sum_{j=1}^K \hat{a}_j x'_{i-j} \quad (\text{a3-39})$$

とすると、 $E\{(x'_i - \hat{x}'_i)^2\}$  が小さいほど  $\hat{a}_j$  は良い推定値といえるが、 $\hat{x}'_i$  の予測誤差は

$$x'_i - \hat{x}'_i = e_i + \sum_{j=1}^K (a_j - \hat{a}_j) x'_{i-j} \quad (\text{a3-40})$$

であるから、 $E\{(x'_i - \hat{x}'_i)^2\}$  の値は  $K$  が大きいほど大きくなる。 $E\{(x'_i - \hat{x}'_i)^2\}$  は  $N$  が増すに従って  $(1 + (K+1)/N)\sigma_e^2$  に近づくことが知られている。ここで、 $\sigma_e^2$  の真の値は分からないが、 $\hat{\sigma}_e^2$  の平均値は  $N$  が大きくなると  $(1 - (K+1)/N)\sigma_e^2$  となることから、次数を  $K$  としたときの FPE の推定値  $FPE(K)$  は

$$FPE(K) = (1 + (K+1)/N)(1 - (K+1)/N)^{-1} \hat{\sigma}_e^2 \quad (\text{a3-41})$$

とするのが合理的といえる。

(a3-41)式は、 $K$  が小さ過ぎるとモデルの適合が適当でないために  $FPE(K)$  が大きくなり、逆に  $K$  が大き過ぎても推定誤差のために  $FPE(K)$  が大きくなることを示している。したがって、モデルの次数としては、 $FPE(K)$  を最小とする  $K$  が最適である。

### (3) モデルの適合性の検証

以上のような手順で決定されたモデルが適当であれば、残差は白色となるはずなので、モデルの適合の良さを調べるためには、残差の白色性の検定を行えばよい。それには、残差の相関関数を調べるのが、最も簡単で直感的である。残差  $e_i$  の規格化相関関数を

$$\rho_k = \frac{\sum_{i=1}^N e_i e_{i-k}}{\sum_{i=1}^N e_i^2} \quad (\text{a3-42})$$

とするときに  $M \ll N$  対して  $\{\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_M\}$  は平均値零、分散

$$\sigma^2(\rho_k) = (N-k)/(N(N+2)) \approx 1/N \quad (\text{a3-43})$$



の多次元正規分布に従うことが知られている。したがって、 $\rho_k$  が  $\pm 1/\sqrt{N}$ 、または 95%信頼限界をとり、 $\pm 1.96/\sqrt{N}$  の範囲内に落ちる頻度が大きいときには、残差系列は白色であり、モデルはよく適合しているといえる。

#### 4. 応答特性の測定

以下この節では、前節までに求められた AR モデルの回帰係数から図 a3-1 のシステム伝達特性  $H$  を求め、インパルス応答列を求める方法を示す。以下の議論では、 $a_k$  を用いるが実際のデータ処理では、 $a_k$  の代わりに  $a_k$  の推定値  $\hat{a}_k$  が用いられる。

遅れ演算子  $z^{-1}(x_{i-1} = z^{-1}x_i)$  を導入して(a3-4)式を書き換えると

$$e_i = \left( 1 - \sum_{k=1}^K a_k z^{-k} \right) x_i \quad (\text{a3-44})$$

となり、これから次式が得られる。

$$x_i = e_i / \left( 1 - \sum_{k=1}^K a_k z^{-k} \right) x_i = e_i / A(z^{-1}) \quad (\text{a3-45})$$

上式は、伝達特性が  $1/A(z^{-1})$  なる線形要素に白色雑音  $e_i$  が入力されたときの出力が  $x_i$  であることを意味している。従って、 $1/A(z^{-1})$  はインパルス応答列を与え、

$$1/A(z^{-1}) = \sum_{n=0}^{\infty} h(n\Delta t) z^{-n} \quad (\text{a3-46})$$

と書ける。すなわち、図 a3-1 ではシステム  $H$  に  $u(t)$  を入力しているが、 $e_i$  を入力したときには出力の自己回帰表現からインパルス応答が求まることを意味している。

ステップ応答関数は、インパルス応答関数の積分として与えられるので、ステップ応答  $s(m\Delta t)$  は

$$s(m\Delta t) = \sum_{n \leq m} h(n\Delta t) \Delta t \quad (\text{a3-47})$$

となり、求めるべきステップ応答列  $S(z^{-1})$  は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} S(z^{-1}) &= \sum_{m=0}^{\infty} s(m\Delta t) z^{-m} \\ &= \sum_{m=0}^{\infty} \left( \sum_{n \leq m} h(n\Delta t) \right) z^{-m} \end{aligned} \quad (\text{a3-48})$$

## 参 考 文 献

1. 中溝 高好、“信号解析とシステム同定”、コロナ社 (1988)

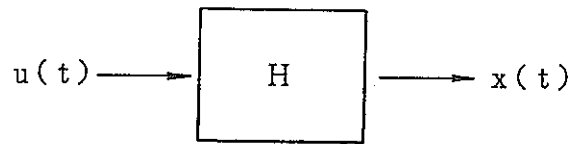
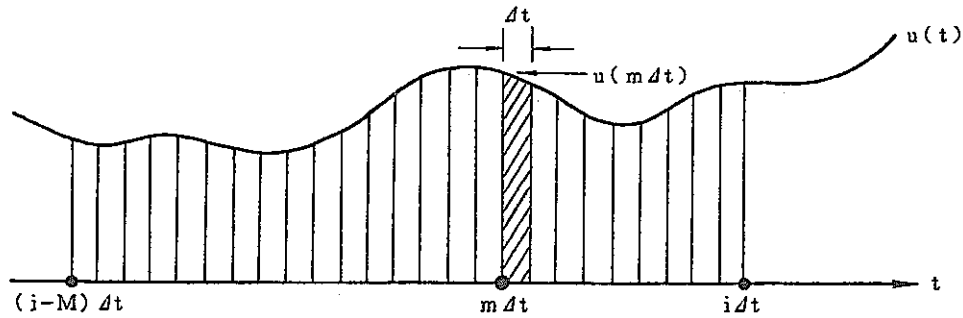


図 a3-1 検出器モデル



- $u(t)$ を上図のようなインパルス列で近似する。
- 斜線のインパルスに対する系のインパルス応答の  $i\Delta t$ 時点の出力に対する寄与は、 $u(m\Delta t)\Delta t \cdot h(i\Delta t - m\Delta t)$ となる。(右図)
- $i\Delta t$ 時点における系の出力  $x(i\Delta t)$ は、そのような  $u(m\Delta t)\Delta t \cdot h(i\Delta t - m\Delta t)$ を、 $h(t)$ が有意な値をもつ  $(i-M)\Delta t$ から  $i\Delta t$ までの長さ  $M\Delta t$ にわたるすべての  $m\Delta t$ について加算したものとなる。

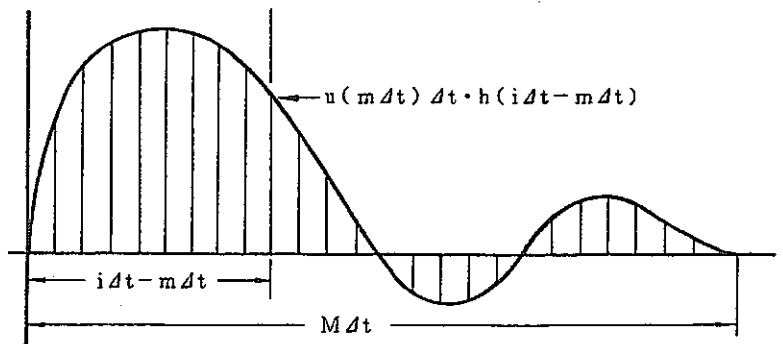


図 a3-2 任意入力に対する応答の計算

## 付録4 高出力炉の核分裂に起因する中性子ゆらぎ

等価雑音源の理論に基づいて、一点炉近似の核特性方程式と二領域熱流力特性方程式で記述される、フィードバック効果を有する高出力原子炉の核分裂のゆらぎに起因する中性子ゆらぎの表式を導く。

一点炉近似の核特性は以下の(a4-1)、(a4-2)式で表され、燃料と冷却材の二領域を考慮した熱流力特性は、(a4-3)、(a4-4)式で表される。

$$\frac{dN(t)}{dt} = \frac{\rho(t) - \beta}{l} N(t) + \sum_{j=1}^6 \lambda_j C_j(t) + S \quad (\text{a4-1})$$

$$\frac{dC_j(t)}{dt} = -\lambda_j C_j(t) + \frac{\beta_j}{l} N(t) \quad (\text{a4-2})$$

$$C_f \frac{dT_f(t)}{dt} = P(t) - K \{T_f(t) - T_c(t)\} \quad (\text{a4-3})$$

$$C_c \frac{dT_c(t)}{dt} = K \{T_f(t) - T_c(t)\} - 2hF \{T_c(t) - T_i(t)\} \quad (\text{a4-4})$$

ここで、

$N(t)$  ; 全中性子数

$\rho(t)$  ; 反応度

$C_j(t)$  ; 第  $j$  番目の遅発中性子先行核の全数

$S$  ; 中性子源による単位時間あたりの中性子発生数

$\beta$  ; 全遅発中性子生成割合

$\beta_j$  ; 第  $j$  番目の遅発中性子生成割合

$l$  ; 即発中性子生成時間  $\approx$  中性子寿命

$\lambda_j$  ; 第  $j$  番目の遅発中性子先行核の崩壊定数

$T_f(t)$  ; 燃料温度

$T_c(t)$  ; 冷却材温度、 $T_c(t) = \{T_o(t) - T_i(t)\} / 2$ ,  $T_o(t)$ ,  $T_i(t)$ , 出入口温度

$C_f$  ; 燃料の熱容量

$C_c$  ; 冷却材の熱容量

$K$  ; 積分熱伝達率

$h$  ; 冷却材の比熱

$F$  ; 冷却材の質量流量

$P(t)$  ; 原子炉熱出力、 $P(t) = \mu N(t) / \nu l$

ただし、 $\mu$  ; 核分裂あたりの放出エネルギー、 $\nu$  ; 同放出中性子数

上式において、 $N(t)$ を平衡状態での中性子数 $N_0$ とそれからの変動分 $\delta N(t)$ の和で表す。同様に、 $S(t)$ 、 $C_j(t)$ 、 $T_f(t)$ 、 $T_c(t)$ および $\rho(t)$ についても平衡状態での値とそれからの変動分の和で表す。

$$\begin{aligned}
 N(t) &= N_0 + \delta N(t) \\
 S(t) &= S_0 + \delta S(t) \\
 C_j(t) &= C_{j0} + \delta C_j(t) \\
 T_f(t) &= T_{f0} + \delta T_f(t) \\
 T_c(t) &= T_{c0} + \delta T_c(t) \\
 \rho(t) &= \rho_0 + \delta \rho(t)
 \end{aligned} \tag{a4-5}$$

上式を(a4-1)から(a4-4)に代入し、2次以上の微少項を無視、すなわち平衡状態の近傍で近似的に線形化すると、以下の式が得られる。

$$\frac{d\delta N(t)}{dt} = \frac{\delta \rho}{l} N_0 - \frac{\beta}{l} \delta N + \sum_{j=1}^6 \lambda_j C_j(t) + S \tag{a4-6}$$

$$\frac{d\delta C_j(t)}{dt} = -\lambda_j \delta C_j(t) + \frac{\beta_j}{l} \delta N \tag{a4-7}$$

$$C_f \frac{d\delta T_f}{dt} = \frac{\mu}{v l} \delta N - K \{ \delta T_f - \delta T_c \} \tag{a4-8}$$

$$C_c \frac{d\delta T_c}{dt} = K \{ \delta T_f - \delta T_c \} - 2hF \{ \delta T_c - \delta T_i \} \tag{a4-9}$$

$$\delta \rho = \delta \rho_r + \delta \rho_T = \delta \rho_r + \alpha_f \delta T_f + \alpha_c \delta T_c \tag{a4-10}$$

この(a4-10)式の反応度変数 $\delta \rho$ は、制御棒位置の微少変動による反応度変動成分 $\delta \rho_r$ に加えて反応度温度フィードバック $\delta \rho_T$ すなわち燃料温度変動 $\delta T_f$ による反応度変動 $\alpha_f \delta T_f$ および冷却材温度変動 $\delta T_c$ による反応度変動 $\alpha_c \delta T_c$ を含む。

(a4-6)から(a4-10)式をラプラス変換して $\delta T_i = 0$ とし、 $\delta \rho + ls/N_0$ を改めて $\delta \rho$ とおいて整理すると次式が得られる。

$$\delta N(s) = \frac{N_0}{s \left\{ l + \sum_{j=1}^6 \frac{\beta_j}{s + \lambda_j} \right\}} \delta \rho(s) = N_0 G_0(s) \delta \rho(s) = G_R(s) \delta \rho(s) \tag{a4-11}$$

$$\delta T_f(s) = \frac{\mu}{K v l} \frac{(1 + \tau_c)}{(1 + s \tau_f)(1 + s \tau_c) - \gamma} \delta N(s) \tag{a4-12}$$

$$\delta T_c(s) = \frac{\gamma \mu}{K \bar{v} l} \frac{1}{(1+s\tau_f)(1+s\tau_c) - \gamma} \delta N(s) \quad (\text{a4-13})$$

$$\delta \rho(s) = \delta \rho_r(s) + \alpha_f \delta T_f(s) + \alpha_c \delta T_c(s) + \frac{1}{N_0} S(s) \quad (\text{a4-14})$$

ここで、 $\gamma = K/(K+2hF)$ 、 $\tau_f = C_f/K$  (燃料時定数)、 $\tau_c = \gamma C_c/K$  (冷却材時定数)  
(a4-11)~(a4-14)式をまとめると、温度フィードバックを有する高出力炉の動特性のラプラス領域における表式が次式のように得られる。

$$\delta N(s) = \frac{G_R(s)}{1 - G_R(s)H(s)} (\delta \rho_r(s) + S(s)/N_0) \equiv G_r(s) (\delta \rho_r(s) + S(s)/N_0) \quad (\text{a4-15})$$

ただし、

$$\begin{aligned} G_R(s) &= \delta N(s)/\delta \rho(s) = N_0 G_0(s) \\ H_f(s) &= \delta T_f(s)/\delta N(s) \\ H(s) &= \alpha_f H_f(s) + \alpha_c H(s) \\ H_c(s) &= \delta T_c(s)/\delta N(s) \end{aligned} \quad (\text{a4-16})$$

上式を図示すると図 a4-1 のようになる。いま、制御棒の揺動を想定した反応度の変動  $\delta \rho_r$  が零とすると  $\delta N$  のパワースペクトル  $\Phi_{NN}(s)$  は

$$\Phi_{NN}(s) = \delta N(s) \delta N(-s) = |G_r(s)|^2 (l/N_0)^2 |S(s)|^2 \quad (\text{a4-17})$$

と記述できる。末尾に示した参考文献によると等価雑音源のスペクトル  $|S(s)|^2$  は、1個の中性子が単位時間あたりに核分裂を起こす確率を  $\lambda_f$  とするとき

$$|S(s)|^2 = \lambda_f \frac{N_0}{l^2} \frac{\bar{v}(\bar{v}-1)}{\bar{v}^{-2}} \quad (\text{a4-18})$$

となることが知られている。上式を(a4-17)に代入し、次式を得る。

$$\Phi_{NN}(s) = |G_r(s)|^2 (1/N_0 \bar{v} l) D \quad (\text{a4-19})$$

ただし

$$D = \frac{\bar{v}(\bar{v}-1)}{\bar{v}^{-2}} \approx 0.8 \quad (\text{Diven 因子})$$

$$\lambda_f = 1/(\bar{v} l)$$

$\delta N(s)$  に起因する中性子検出器出力電流の変動は、検出効率  $\varepsilon$ 、1検出あたりの電荷量  $q$  を用いる

と  $\varepsilon q \delta N(s)$  となるので、中性子検出器出力電流のゆらぎのスペクトルの  $\delta N(s)$  に起因する成分は

$$\begin{aligned} \varepsilon^2 q^2 \Phi_{NN}(s) &= \varepsilon^2 q^2 |G_r(s)|^2 (1/N_0 \bar{v}l) D \\ &= \left| \frac{G_o(s)}{1 - N_0 G_o(s) H(s)} \right|^2 \frac{N_0 \varepsilon^2 \bar{q}^{-2}}{\bar{v}l} D \end{aligned} \quad (\text{a4-20})$$

と記述でき  $N_0 = P \bar{v}l / \mu$  の関係を考慮すると次式が得られる。

$$\varepsilon^2 q^2 \Phi_{NN}(s) = \left| \frac{G_o(s)}{1 - (P \bar{v}l / \mu) G_o(s) H(s)} \right|^2 \frac{P \varepsilon^2 \bar{q}^{-2}}{\mu} D \quad (\text{a4-21})$$

## 参 考 文 献

1. 斎藤慶一、他 訳、「原子炉の確率過程」、みすず書房（1978）



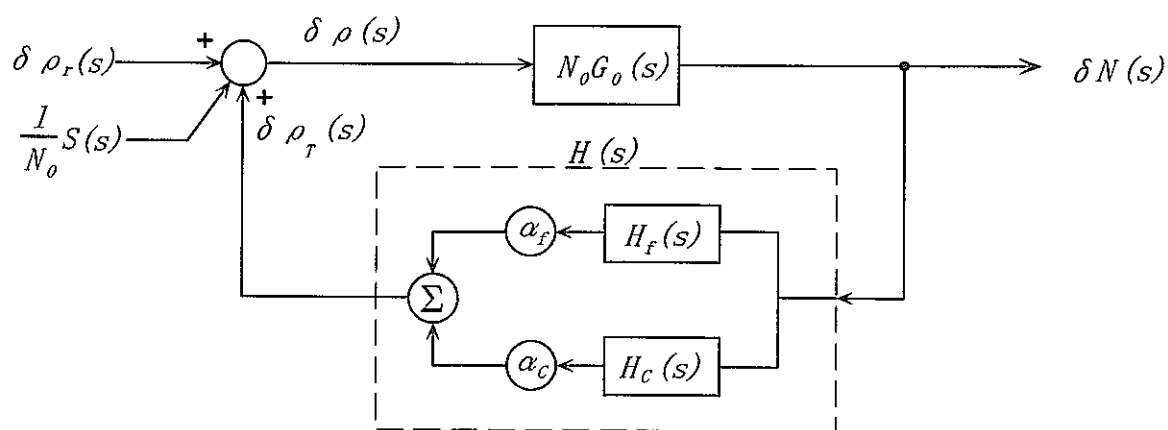


図 a4-1 温度フィードバックを有する高出力炉の伝達特性

## 付録5 円管内乱流論の要約

円管内を流れる乱流に関する流体力学の知見のうち、相関法および平均周波数法の定式化において必要となる混合距離の概念に基づく部分を、以下に整理しておく。

### 1. 準備

円管内せん断乱流を記述するための座標系を本文の図 3.2.3-3(a)のように設定する。すなわち、円管の軸に一致するように Z 軸を選び、流れの方向を正とする。次に、Z 軸と直交するように X-Y 平面を選び、X-Y 平面上の点は、極形式で  $(r, \theta, z)$  のように円管内の点を表わす。以下では、変数  $r$  に代わり、これを円管の内側半径  $a$  で規格化した  $p$  が多く用いられる。

$u(t, p, \theta, z)$  を点  $(p, \theta, z)$  における Z 軸に平衡な方向の瞬間流速とすると、十分大きな  $T$  に対して局所的な時間平均流速  $\bar{u}(p, \theta, z)$  は次式で表される。

$$\bar{u}(p, \theta, z) = \frac{1}{T} \int_0^T u(t, p, \theta, z) dt \quad (\text{a5-1})$$

任意の  $z$  における  $\bar{u}(p, \theta, z)$  の  $p-\theta$  平面上の分布を流速分布と呼ぶ。乱流の速度  $u(t, p, \theta, z)$  は時間的な平均速度  $\bar{u}(p, \theta, z)$  と時間的に不規則に変動する速度変動成分からなると考えることができ、Z 軸方向の速度変動  $u'(t, p, \theta, z)$  は、

$$u'(t, p, \theta, z) = u(t, p, \theta, z) - \bar{u}(p, \theta, z) \quad (\text{a5-2})$$

と表すことができる。このとき、(a5-1)式より

$$\frac{1}{T} \int_0^T u'(t, p, \theta, z) dt = 0 \quad (\text{a5-3})$$

となる。十分に発達した流れの場合、 $\bar{u}(p, \theta, z)$  は  $z, \theta$  に依存しなくなる。以下では、混乱が生じないときには  $p, \theta, z, t$  等の一部または全部を省略し、 $u, \bar{u}, u'(p, \theta), \bar{u}(p)$  などのように記述する。

時間的平均流速に対し全断面平均流速  $U$  は

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{\pi a^2} \int_{r=0}^a \int_{\theta=0}^{2\pi} \bar{u}(r, \theta) r dr d\theta \\ &= 2 \int_{p=0}^1 \bar{u}(p) p dp \end{aligned} \quad (\text{a5-4})$$

今後特にことわらないかぎり、平均流速といえば時間的平均流速を表し、平均流速が断面平均流速を意味するときはその旨明記する。

## 2. 流速分布

円管内せん断流の流速分布導出の基礎になるのは、プランドルの運動量輸送理論から導かれるせん断応力 $\tau$ を表す次式である。

$$\tau = \rho l^2 \left( \frac{d\bar{u}}{ds} \right)^2 \quad (\text{a5-5})$$

ここで $\rho$ は流体の密度、 $s$ は管壁からの距離、 $l$ は混合距離で、気体論における平均自由行程と類似の概念すなわち流体粒子が隣りの粒子と混合してその粒子固有の特性を失うまでの距離を表す。

上式を導くため、せん断応力は次式で表されることを示そう。

$$\tau = \mu \frac{d\bar{u}}{ds} - \overline{\rho u'v'} \quad (\text{a5-6})$$

ただし、 $\mu$ は流体の粘性係数、 $v'$ は $s$ 方向の流速変動であり

$$\overline{u'v'} = \frac{1}{T} \int_0^T u'v' dt \quad (\text{a5-7})$$

である。(a5-6)式の右辺第1項は流体の分子運動に関係した粘性に起因する摩擦応力を表しており、層流の場合はこの項だけが現れる。流れが層流から乱流になると、速度変動によって流体が入り混じるときに生じる運動量の変化に起因する第2項が出現する。第2項の物理的意味を説明しよう。いま、流れは $z$ 方向へ向かう定常流であり、 $\bar{u}$ は $s$ のみに依存するとする。乱流の場合には流体は $s$ の方向にも移動するので、図 a5-1(a)に示すように $z$ 軸に平行な $s_1$ の層の平均流速 $\bar{u}_1$ の流体の微小塊が、平均流速 $\bar{u}_2$ の $s_2$ 層に $s$ 方向の速度変動 $v'$ を伴って移動したとする。 $(\bar{u}_1 < \bar{u}_2)_{s_1}$ から $s_2$ へ来た流体の速度を $\bar{u}_1$ とすると $\bar{u}_2$ よりも遅く、このため流速変動 $u' \propto \bar{u}_1 - \bar{u}_2 < 0$ が生じる。反対に $s_2$ 層から $s_1$ 層へ移る場合の速度変動は $u' \propto \bar{u}_2 - \bar{u}_1 > 0$ である。前者の場合は、 $v' > 0$  後者の場合は $v' < 0$ であるので、 $v' > 0$ と $u' < 0$ および $v' < 0$ と $u' > 0$ の組み合わせが多く、 $u'v' < 0$ となる。また、図 a5-1(b)に示すように $z$ 軸に平行な単位面積 $A_0$ を通して単位時間に流れる流体の質量は $\rho v'$ であり、それが $s_1$ より $s_2$ へ、または $s_2$ より $s_1$ へ運ぶ $z$ 方向の運動量の大きさは $\rho u'v'$ であるから運動量の法則によってせん断応力の時間的平均値は $\overline{\rho u'v'}$ となる。管壁付近の極く近傍を除くと分子運動によるせん断応力は、流れの乱れによるせん断応力に比べて小さく、完全に乱流になると(a5-6)式の第1項は第2項に比べて無視できる。従って、(a5-6)式は次式のようになる。

$$\tau = -\overline{\rho u'v'} \quad (\text{a5-8})$$

つぎに、せん断応力 $\tau$ を平均流速 $\bar{u}$ の $s$ に関する変化率で表現しよう。 $s$ 層の平均速度を $\bar{u}$ とす

ると  $s + \delta s$  層では平均速度が  $\bar{u} + (d\bar{u}/ds)\delta s$ 、 $s - \delta s$  層では  $\bar{u} - (d\bar{u}/ds)\delta s$  となる。いま、 $s + \delta s$  層の微小流塊が単位体積あたり  $\rho\{\bar{u} + (d\bar{u}/ds)\delta s\}$  の運動量を保持したまま  $v'$  で  $s$  層へ移動し、反対に  $s$  層から  $s + \delta s$  層へ  $\rho\bar{u}$  の運動量をもって移動したとすると

$$\tau = -\rho\left\{\left(\bar{u} + \frac{d\bar{u}}{ds}\delta s - \bar{u}\right)\right\}v' = -\rho v'\delta s\left(\frac{d\bar{u}}{ds}\right) \quad (\text{a5-9})$$

となる。 $s$  層で考えると、 $s + \delta s$  から来た微小流塊は  $\bar{u} + (d\bar{u}/ds)\delta s$  で動き、 $s - \delta s$  層から来た微小流塊は  $\bar{u} - (d\bar{u}/ds)\delta s$  で動くからそれによって速度変動  $|u'| \propto (d\bar{u}/ds)\delta s$  が生じる。このように速度の異なる微小流塊の集団の間にある微小流塊は  $s$  方向に押し出され、あるいは集団の間を埋めるため  $s$  方向にも流れる。したがって、 $|v'| \propto (d\bar{u}/ds)\delta s$  である。乱流は不規則現象であるので、 $\delta s$  の大きさは一定でないが、比例の定数も含めてこれを混合距離  $l$  で代表させると (a5-5) 式が得られる。

円管内乱流の流速分布を求める問題は、(a5-5) 式を変形して得られる

$$\frac{d\bar{u}}{ds} = \frac{1}{l} \sqrt{\frac{\tau}{\rho}} \quad (\text{a5-10})$$

を適当な  $\tau$ 、 $l$  の下に解くことに帰着する。 $\tau$  については直線的な応力分布を仮定、つまり壁面応力  $\tau_w$  に対し

$$\tau = \frac{r}{a} \tau_w, \quad r = a - s \quad (\text{a5-11})$$

とし、 $l$  は、末尾の参考文献に示した流体力学の一般の教科書で与えられる次の実験式による。

$$\begin{aligned} \frac{l}{a} &= 0.14 - 0.08\left(\frac{r}{a}\right)^2 - 0.06\left(\frac{r}{a}\right)^4 \\ &= \frac{1}{50}(p-1)(p+1)(3p^2+7) \end{aligned} \quad (\text{a5-12})$$

(a5-10)、(a5-11)、(a5-12) 式より次式が得られる。

$$\frac{d\bar{u}(p)}{dp} = 50u^* \frac{p^{1/2}}{(p-1)(p+1)(3p^2+7)} \quad (\text{a5-13})$$

ここで  $u^*$  は摩擦速度といい、 $u^* = \sqrt{\tau_w/\rho}$  である。上式は厳密に積分できて、円管の中心軸における平均流速を  $\bar{u}_0$  とするとき次式が得られる。

$$\frac{\int_{u_0}^{\bar{u}} d\bar{u}}{u^*} = \frac{\bar{u}_0 - \bar{u}}{u^*} = F(p) \quad (\text{a5-14})$$

ただし、

$$F(p) = -2.5 \ln \left( \frac{1-\sqrt{p}}{1+\sqrt{p}} \right) - 5 \tan^{-1} \sqrt{p} + 10 \frac{(3/7)^{1/4}}{\sqrt{8}} \left\{ \frac{1}{2} \ln \left( \frac{q^2 - \sqrt{2}q + 1}{q^2 + \sqrt{2}q + 1} \right) + \tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{2}q}{1-q^2} \right) \right\}$$

$$q = (3/7)^{1/4} \sqrt{p} \quad (\text{a5-14})$$

(a5-14)式から、流速分布として

$$\bar{u}(p) = \bar{u}_0 - u^* F(p) \quad (\text{a5-15})$$

が得られる。この式の円管の中心軸における平均流速 $\bar{u}_0$ を全断面平均流速 $U$ で置き換えた方が便利である。以下では、断面平均流速を求める。

### 3. 断面平均流速

中心軸から $p_0$ までの断面平均流速 $U(p_0)$ は、(a5-15)式から次式のように求まる。

$$U(p_0) = \frac{\int_0^{p_0} 2\pi p \bar{u}(p) dp}{\pi p_0^2} = \bar{u}_0 - 2u^* \left\{ \frac{1}{p_0^2} \int_0^{p_0} p F(p) dp \right\} \quad (\text{a5-16})$$

上式の最後の項の{ }内を $I(p_0)$ と置くと、

$$U(p_0) = \bar{u}_0 - 2u^* I(p_0) \quad (\text{a5-17})$$

となる。ここで、

$$I(p_0) = \frac{1}{p_0^2} \int_0^{p_0} p F(p) dp \quad (\text{a5-18})$$

$$= \frac{1}{p_0^2} \left\{ -2.5 I_1(p_0) - 5 I_2(p_0) + 5 \frac{(3/7)^{1/4}}{\sqrt{8}} I_3(p_0) + 10 \frac{(3/7)^{1/4}}{\sqrt{8}} I_4(p_0) - 7.783 \right\}$$

$$I_1(p) = \int p \ln \left( \frac{1-\sqrt{p}}{1+\sqrt{p}} \right) dp \quad (\text{a5-19})$$

$$= \left( \frac{\chi^2}{2} - \chi \right) \ln \chi - \frac{\chi^2}{4} + \chi - (\alpha - 1)^4 \ln \alpha + \frac{\alpha^4}{4} - \frac{4}{3} \alpha^3 + 3\alpha^2 - 4\alpha + \ln \alpha$$

ただし、 $\chi = 1-p$ 、 $\alpha = 1+\sqrt{p}$

$$I_2(p) = \int p \tan^{-1} \sqrt{p} dp = \frac{1}{2} \left\{ (p^2 - 1) \tan^{-1} \sqrt{p} - \frac{p^{3/2}}{3} + \sqrt{p} \right\} \quad (\text{a5-20})$$

$$I_3(p) = \int p \ln \left( \frac{q^2 - \sqrt{2}q + 1}{q^2 + \sqrt{2}q + 1} \right) dp \quad (\text{a5-21})$$

$$= \frac{7}{6}(\beta \ln \beta - \beta) - \frac{7}{3} \left\{ \gamma^2 + 2\gamma - (2\gamma - 1)^{3/2} - (2\gamma - 1)^{1/2} \right\} \ln \gamma + \frac{7}{3} \left\{ \frac{\gamma^2}{2} + 2\gamma - \frac{2}{3}(2\gamma - 1)^{3/2} \right\}$$

ただし、 $q = (3/7)^{1/4} \sqrt{p}$ 、 $\beta = q^4 + 1$ 、 $\gamma = q^2 + \sqrt{2}q + 1$

$$I_4(p) = \int p \tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{2}q}{1-q^2} \right) dp = \frac{7}{6} \left\{ (q^4 + 1) \tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{2}q}{1-q^2} \right) - \frac{\sqrt{2}}{3} q^3 - \sqrt{2}q \right\} \quad (\text{a5-22})$$

特に、 $p_0 = 1$  のとき  $I(p_0 = 1)$  は次式のようになる。

$$I(p_0 = 1) = 2.0348 \quad (\text{a5-23})$$

いま、断面一様で真直ぐな円管内の定常流について、長さ  $L$  の間の圧力降下を  $\Delta p$ 、円管の抵抗係数を  $\lambda$  とすると良く知られた実験式

$$\Delta p = \lambda \frac{L}{2a} \frac{\rho U^2}{2} \quad (\text{a5-24})$$

が成立する。また、円管内に半径  $a$ 、長さ  $L$  の円筒を仮想すると、それに働く圧力降下による力  $\pi a^2 \Delta p$  と円筒の周辺に働くせん断応力による力  $2\pi a L \tau_w$  の釣り合いから

$$\tau_w = \Delta p a / (2L) \quad (\text{a5-25})$$

となり、上式と (a5-24) 式から次式が得られる。

$$u^* = \sqrt{\tau_w / \rho} = U \sqrt{\lambda / 8} \quad (\text{a5-26})$$

(a5-17) 式に上式の関係を用いて次式を得る。

$$\bar{u}_0 = \left\{ 1 + 2.0348 \sqrt{\lambda / 2} \right\} U$$

この式と (a5-26) 式を (a5-15) 式に代入し、次式を得る。

$$\bar{u}(p) = \left[ 1 + \left\{ 2.0348 - F(p) / 2 \right\} \sqrt{\lambda / 2} \right] U \quad (\text{a5-27})$$

また (a5-17) 式と、同式で  $p_0 = 1$  と置いた式から  $\bar{u}_0$  を消去し、 $u^*$  に (a5-26) 式を代入して整理すると次式が得られる。

$$U(p_0) = \left[ 1 + \left\{ 2.0348 - I(p_0) \right\} \sqrt{\lambda / 2} \right] U \quad (\text{a5-28})$$

ここで、円管の抵抗係数  $\lambda$  は、レイノルズ数  $\text{Re} = 2aU\rho/\mu$  ( $\rho$ 、 $\mu$  は冷却材の密度と粘性係数) に対し、次式から求めることができる。

$$1/\sqrt{\lambda} = 2.0 \times \log(\text{Re} \sqrt{\lambda}) - 0.8 \quad (\text{a5-29})$$

#### 4. 流速ゆらぎの周波数

流速ゆらぎは、乱流の中で発生した流塊が混合長 $l$ だけ走った後に消滅するプロセスの繰り返しによって引き起こされると考えると、その周波数 $f(p)$ は平均的に次式で与えられよう。

$$f(p) = \frac{\sqrt{u'^2(p)}}{l} \quad (\text{a5-30})$$

上式の $l$ に(a5-8)を(a5-10)に代入した式から得られるブランドルの混合距離 $l$ を代入すると次式が得られる。

$$f(p) = \frac{\sqrt{u'^2(p)}}{\sqrt{-u'(p)v'(p)}} \frac{d\bar{u}(s)}{ds} \quad (\text{a5-31})$$

上式分母の $\sqrt{-u'(p)v'(p)}$ は $u'(p)v'(p) \leq 0$ なので実数である。また、 $s = a(1-p)$ であるので、(a5-13) 式の関係を考慮すると

$$f(p) = -\frac{25}{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{u'^2(p)}}{\sqrt{|u'(p)v'(p)|}} \frac{\sqrt{\lambda}}{a} \frac{p^{1/2}}{(p-1)(p+1)(3p^2+7)} U \quad (\text{a5-32})$$

となる。上式の $\sqrt{u'^2}/\sqrt{|u'v'|}$ は、大まかには全断面に渡ってほぼ一定であるので、 $f(p)$ は $p$ が大きくなると大きくなる。

## 参 照 文 献

- (1) 大路通雄 訳、「乱流」、岩波書店（1975）
- (2) 岡本哲史、「応用流体力学」、誠文堂新光社（1953）
- (3) 藤本武助、「流体力学」、養賢堂（1965）



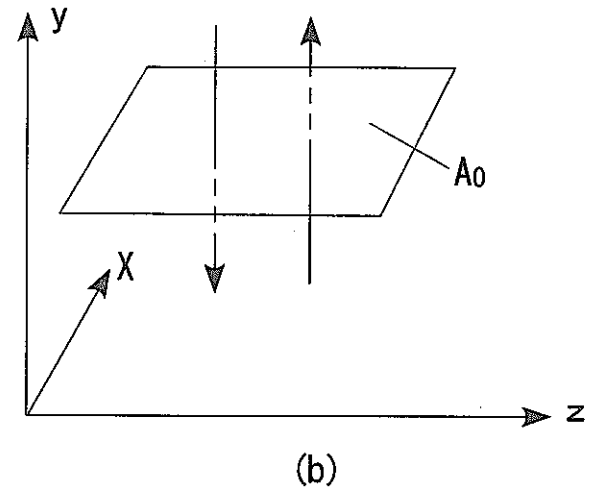
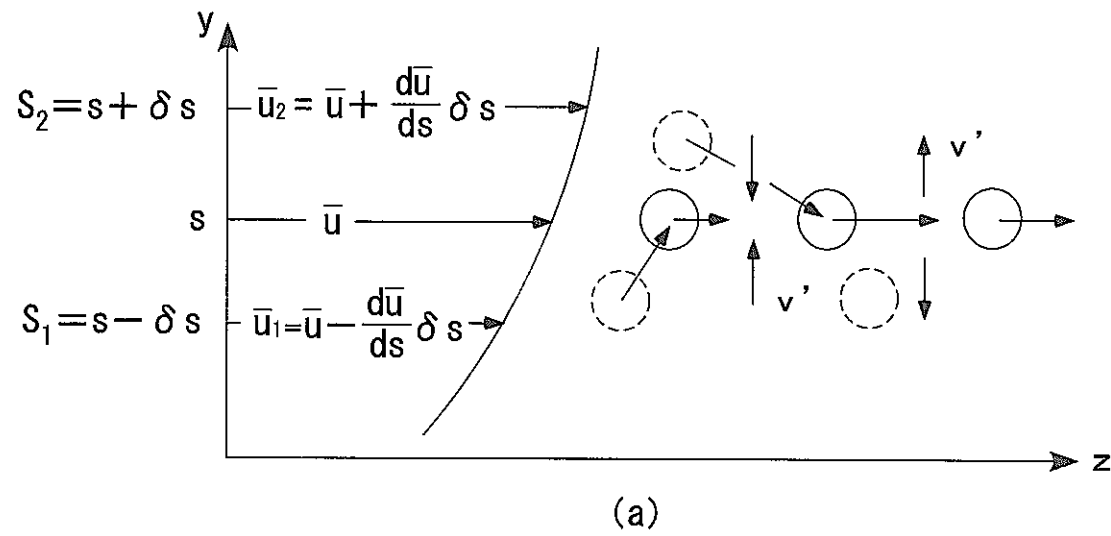


図 a5-1 せん断力の説明

付録6  $\int_0^{2\pi} W^2(p, \theta) d\theta$  の計算

以下で必要になる積分公式を岩波全書、数学公式 I の P247、P248 より転載しておく。

$$\int_0^{n\pi} \frac{dx}{(a+b\cos x)^2} = \begin{cases} \frac{n\pi a}{(a^2-b^2)^{3/2}}, & a > |b| \\ 0 & , |a| < |b| \end{cases} \quad (\text{a6-1})$$

$$\int_0^{n\pi} \frac{\cos x}{(a+b\cos x)^2} dx = \begin{cases} \frac{1}{b^2-a^2} \frac{n\pi b}{(a^2-b^2)^{1/2}}, & a > |b| \\ 0 & , |a| < |b| \end{cases} \quad (\text{a6-2})$$

$$\int_0^{\pi} \frac{\cos x}{a+b\cos x} dx = \frac{\pi}{(a^2-b^2)^{1/2}} \left( \frac{(a^2-b^2)^{1/2}-a}{b} \right), \quad a > b > 0 \quad (\text{a6-3})$$

本文(3.2.3-14)式より次式が得られる。

$$W^2(p, \theta) = \frac{1+p^4}{(1+2p^2\cos 2\theta+p^4)^2} + \frac{2p^2\cos 2\theta}{(1+2p^2\cos 2\theta+p^4)^2} + \frac{p^4\sin^2 2\theta}{(1+2p^2\cos 2\theta+p^4)^2} \quad (\text{a6-4})$$

上式を項別に積分することになると、第1項は、(a6-1)式の積分公式を適用し、

$$\int_0^{2\pi} \frac{1+p^4}{(1+2p^2\cos 2\theta+p^4)^2} d\theta = \frac{1+p^4}{2} \int_0^{4\pi} \frac{1+p^4}{(1+p^4+2p^2\cos x)^2} dx = 2\pi \frac{(1+p^4)^2}{(1-p^4)^3} \quad (\text{a6-5})$$

となる。第2項の積分は(a6-2)式を適用することにより次式のようにになる。

$$\int_0^{2\pi} \frac{2p^2\cos 2\theta}{(1+2p^2\cos 2\theta+p^4)^2} d\theta = p^2 \int_0^{4\pi} \frac{\cos x}{(1+p^4+2p^2\cos x)^2} dx = -\frac{8\pi p^4}{(1-p^4)^3} \quad (\text{a6-6})$$

(a6-4)式右辺第3項の積分は、部分積分の公式により次のように変形できる。

$$\begin{aligned} -\int_0^{2\pi} \frac{p^4\sin^2 2\theta}{(1+2p^2\cos 2\theta+p^4)^2} d\theta &= -\frac{p^2}{4} \int_0^{4\pi} \sin x \cdot \left\{ \frac{2p^2\sin x}{(1+p^4+2p^2\cos x+p^4)^2} \right\} dx \\ &= -\frac{p^2}{4} \int_0^{4\pi} \sin x \cdot \left\{ \frac{1}{(1+p^4+2p^2\cos x+p^4)^2} \right\}' dx = -\frac{p^2}{4} \int_0^{4\pi} \frac{\cos x}{1+p^4+2p^2\cos x+p^4} dx \\ &= -p^2 \int_0^{\pi} \frac{\cos x}{1+p^4+2p^2\cos x+p^4} dx \end{aligned} \quad (\text{a6-7})$$

上式の積分を求めるため公式(a6-3)を適用するにあたり、 $a=1+p^4$ 、 $b=2p^2$ 、

$a^2 - b^2 = (1 - p^4)^2 \geq 0$  であることに注意し、次式を得る。

$$-\int_0^{2\pi} \frac{p^4 \sin^2 2\theta}{(1 + 2p^2 \cos 2\theta + p^4)^2} d\theta = \frac{\pi p^4}{1 - p^4} \quad (\text{a6-8})$$

(a6-5)、(a6-6)、(a6-8)を加算することにより次式が得られる。

$$\int_0^{2\pi} W^2(p, \theta) d\theta = \frac{\pi(p^{12} - 3p^4 + 2)}{(1 - p^4)^3} \quad (\text{a6-9})$$