

流体温度ゆらぎに対する応力拡大係数の 周波数応答関数

(研究報告書)

2002年8月

核燃料サイクル開発機構
大洗工学センター

本資料の全部または一部を複写・複製・転載する場合は、下記にお問い合わせください。

〒319-1184 茨城県那珂郡東海村村松4番地49

核燃料サイクル開発機構

技術展開部 技術協力課

Inquiries about copyright and reproduction should be addressed to:
Technical Cooperation Section,
Technology Management Division,
Japan Nuclear Cycle Development Institute
4-49 Muramatsu, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki, 319-1184,
Japan

© 核燃料サイクル開発機構 (Japan Nuclear Cycle Development Institute)
2002

流体温度ゆらぎに対する応力拡大係数の周波数応答関数

(研究報告書)

笠原 直人¹⁾、古橋 一郎²⁾、陳 富全³⁾、安藤 昌教¹⁾、高正 英樹⁴⁾

要 旨

原子力プラントの機器、配管において温度が異なる冷却材が合流する領域では、流体混合による不規則な温度ゆらぎが生じるため、接液する構造物では繰り返し熱応力による高サイクル疲労破損に注意する必要がある。著者らはこれまで、疲労損傷係数によるき裂の発生評価へ適用可能な、流体温度ゆらぎに対する表面熱応力の周波数応答関数を提案してきた。

こうしたアプローチに加え、実機の破損は、き裂の発生、進展、貫通といった過程を経ることから、き裂進展特性に基づく適切な検査と補修、き裂の停留評価等も破損防止の有効な手段となり得る。本研究では、き裂進展特性に着目した熱疲労評価への適用を目的として、流体温度ゆらぎに対する応力拡大係数の周波数応答関数を提案した。応力拡大係数は、温度ゆらぎの周波数が高くなると、き裂の進展と共に減少する傾向を示す。これに対し、低周波でかつき裂面に垂直な方向の熱膨張が拘束される場合は、応力拡大係数がき裂の進展と共に増加することから注意が必要となる。

-
- 1) 大洗工学センター 要素技術開発部 構造信頼性研究グループ
 - 2) CRC ソリューションズ(株)
 - 3) 上海核工程研究設計院 文部科学省原子力研究交流研究者
 - 4) 常陽産業株式会社

Frequency Response Function of Stress Intensity Factors to Fluid Temperature Fluctuations

(Research Report)

Naoto KASAHARA¹⁾, Ihciro FURUHASHI²⁾, Chen FUQUAN³⁾,
Masanori ANDO¹⁾ and Hideki TAKASHO⁴⁾

Abstract

Temperature fluctuation from incomplete fluid mixing induces fatigue damages on structures of nuclear components, which should be prevented. For rational evaluation of fatigue crack initiation against this phenomenon, the authors have developed a frequency response function of thermal stress to fluid temperature.

Since an actual failure mode has crack initiation, propagation and penetration processes, Fracture mechanics approach such as repair based on crack propagation characteristics and crack arrest evaluation are effective to prevent failure. This study proposed a frequency response function of stress intensity factors to fluid temperature fluctuations in order to evaluate thermal fatigue based on crack propagations. Stress intensity factor decreases according to crack propagation under high cycle fluctuation. On the other hand, it increases under low cycle one and membrane constraint conditions.

1) Structure and Material Research Group, Advanced Technology Division, OEC, JNC

2) CRC Solutions Co. Ltd.

3) Shanghai Nuclear Engineering Research & Design Institute

4) Joyo Industries Co. Ltd.

目 次

記号

1. 緒 言	1
2. 温度の周波数応答関数.....	5
2.1 表面温度	5
2.2 板内部の温度	8
2.3 平均温度および温度曲げ成分	8
3. 応力の周波数応答関数.....	12
3.1 有効熱応力関数	12
3.2 流体温度ゆらぎに対する熱応力の周波数応答関数	19
4. 熱応力に対する応力拡大係数.....	22
4.1 有効応力拡大係数関数.....	22
4.2 流体温度ゆらぎに対する応力拡大係数の周波数応答関数	26
5. 周波数応答関数の検証.....	28
5.1 FINITE ELEMENT ANALYSES.....	28
5.2 COMPARISON BETWEEN THE FINITE ELEMENT ANALYSIS AND FUNCTIONAL SOLUTIONS	40
5.3 CONCLUSION	43
6. 結 言	44
謝 辞.....	47

参考文献

- 付録 A1 平板の温度解
- 付録 A2 片側き裂付き平板の重み関数
- 付録 A3 Chapuriot の K 値テーブル
- 付録 A4 パラメータ感度解析

表リスト
List of Tables

Table 5.1 Finite element model data	29
Table 5.2 Material properties of SUS304.....	29
Table 5.3 The calculated striping frequencies and crack depths	39

図リスト
List of Figures

Fig.1.1 Thermal striping phenomena	1
Fig.1.2 Conventional fatigue analysis procedure	1
Fig.1.2 Frequency response characteristics of structures to fluid temperature	2
Fig.1.3 Formulation of thermal striping phenomena with frequency transfer functions.....	4
Fig.2.1 Thermal response of a plate to fluid temperature.....	6
Fig.2.2(a) Gain of effective heat transfer function	7
Fig.2.2(b) Gain of effective heat transfer function	7
Fig.2.3 Membrane and bending component of temperature distributions	9
Fig.2.4 Fraction of temperature amplitude on the surface	11
Fig.3.1 Kind of constraint conditions.....	15
Fig.3.2 Gain of effective thermal stress function on the surface.....	16
Fig.3.3(a) Gain of effective thermal stress function vs. Frequency.....	16
Fig.3.3(b) Gain of effective thermal stress function vs. Frequency.....	17
Fig.3.4(a) Gain of effective thermal stress function vs. Depth.....	17
Fig.3.4(b) Gain of effective thermal stress function vs. Depth.....	18
Fig.3.5 Gain of Frequency response function on the surface	19
Fig.3.6(a) Gain of Frequency response function vs. Frequency	20
Fig.3.6(b) Gain of Frequency response function vs. Frequency	20
Fig.3.7(a) Gain of Frequency response function vs. Depth	21
Fig.3.7(b) Gain of Frequency response function vs. Depth	21
Fig.4.1 Gain of effective stress intensity function under membrane stress	24
Fig.4.2(a) Gain of effective stress intensity function to surface temperature fluctuation.....	25

Fig.4.2(b) Gain of effective stress intensity function to surface temperature fluctuation.....25

Fig.4.3(a) Gain of non-dimensional stress intensity factor to fluid temperature fluctuation.....27

Fig.4.3(b) Gain of non-dimensional stress intensity factor to fluid temperature fluctuation.....27

Fig.5.1 Boundary conditions of the model used in FEM analyses29

Fig.5.2 Comparison of the coarse mesh and fine mesh model30

Fig.5.3 Comparison of JH value between coarse and fine mesh for $a^*=0.0167$31

Fig.5.4 Comparison of maximum K value between coarse and fine mesh for $a^*=0.0167$31

Fig.5.5 Comparison of JH value between coarse and fine mesh for $a^*=0.1$ 32

Fig.5.6 Comparison of maximum K value between coarse and fine mesh for $a^*=0.1$32

Fig.5.7 Comparison of JH value between coarse and fine mesh for $a^*=0.7$ 33

Fig.5.8 Comparison of maximum K value between coarse and fine mesh for $a^*=0.7$33

Fig.5.9 Temperature fluctuation from 2.7897 second to 3.1233 second.....34

Fig.5.10 Temperature fluctuation from 9.8163 second to 10.104 second.....35

Fig.5.11 Temperature fluctuation from 14.329 second to 15.063 second.....35

Fig.5.12 Load conditions for the membrane stress case36

Fig.5.13 The variation of the SIF with crack depth (from K directly calculated) ...37

Fig.5.14 The variation of the SIF with crack depth (from \hat{J} integral).....37

Fig.5.15 Boundary conditions for bending stress.....38

Fig.5.16 Results of the linear temperature distribution loading.....39

Fig.5.17 The variation of max. SIF with crack depth due to thermal striping40

Fig.5.18 Comparison of analysis results under axial membrane stress.....41

Fig.5.19 Comparison of analysis results under bending stress42

Fig.5.20 The overall comparison of thermal striping loading.....43

記号

$Bi = \frac{hL}{\lambda}$: ビオ数

$D(x^*, jf^*)$: 有効熱伝導関数

E: 構造材料のヤング率

$H(B_i, jf^*)$: 有効熱伝達関数

$k(a^*, jf^*, R_m, R_b)$: 有効応力拡大係数関数

$K(a, h, jf, R_m, R_b)$: 応力拡大係数

$K^*(a^*, Bi, jf^*, R_m, R_b) = K / \frac{E\alpha T_0 \sqrt{\pi L}}{1-\nu}$: 無次元応力拡大係数 (流体温度ゆらぎ)

$K^* = K / \sigma_m \sqrt{\pi L}$: 無次元応力拡大係数 (膜応力 σ_m)

$K^* = K / \frac{E\alpha \Delta T_b \sqrt{\pi L}}{2(1-\nu)}$: 無次元応力拡大係数 (温度の曲げ成分 ΔT_b)

L: 代表長さ (板厚)

$M(x, a)$: 応力拡大係数算出に用いる重み関数

R_m, R_b : 膜応力と曲げ応力に対する拘束効率係数

$S(x^*, jf^*, R_m, R_b)$: 有効熱応力関数

T_0 : 代表温度 (流体温度差)

$T_f(jf)$: 流体温度

$T_f^*(jf^*) = T_f / T_0$: 無次元流体温度

$T_s(x, h, jf)$: 構造温度

$T_s^*(x^*, Bi, jf^*) = T_s / T_0$: 無次元構造温度

$T_m^*(jf^*), T_b^*(jf^*), T_p^*(jf^*)$: 板厚内温度勾配の膜、曲げ、ピーク成分

a: き裂深さ

$a^* = a/L$: 無次元き裂深さ

f: 周波数

$f^* = \frac{fL^2}{\kappa}$: 無次元周波数

h: 熱伝達係数

j: 虚数

$m^*(x^*, a^*) = M/\sqrt{L}$: 応力拡大係数算出に用いる無次元重み関数

$t^* = \kappa t/L^2$: Fourier 数

$u(a, x)$: き裂開口変位

$u^*(a^*, x^*) = u/L$: 無次元開口変位

x: 構造表面からの深さ

$x^* = x/L$: 構造表面からの無次元深さ

α : 構造材料の熱膨張係数

κ : 温度拡散係数

λ : 構造材料の熱伝導率

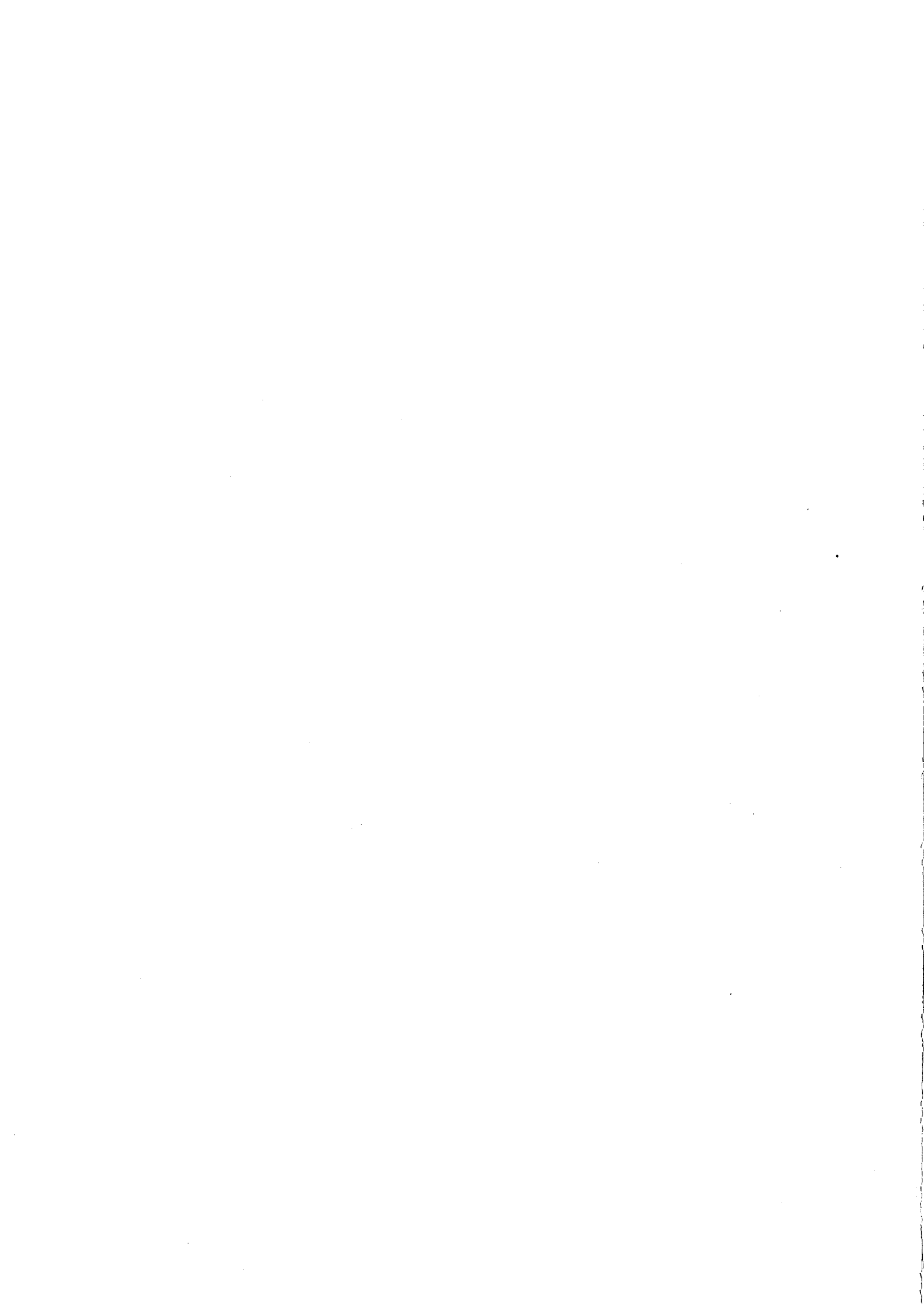
ν : 構造材料のポアソン比

$\sigma(x, h, jf, R_m, R_b)$: 応力

$\sigma^*(x^*, Bi, jf^*, R_m, R_b) = \sigma \frac{E\alpha T_0}{1-\nu}$: 無次元応力

本報告書で使用する記号について

- ・ 周波数応答関数および伝達関数を複素関数で表現し、複素平面上の原点を中心とする円運動の実数部が観測値を表すものとした。
- ・ 一般化のために物理変数は可能な限り無次元化し、*印で表記した。ただし熱伝達係数(h)および対応する無次元数(ビオ数 Bi)のみは従来の慣習による記号を採用した。
- ・ 一般に非定常熱伝導を記述する無次元時間は Fourier 数 $= \kappa t/L^2$ が使用される。無次元周波数 f^* は Fourier 数を時間尺度とした周波数であり、 f^* により全ての周波数因子を記述できる。



1. 緒 言

原子カプラントの機器、配管において温度が異なる冷却材が合流する領域では、流体混合による不規則な温度ゆらぎが生じるため、繰り返し熱応力による構造材の高サイクル疲労破損に注意する必要がある (Fig. 1.1 参照)。この現象はサーマルストライピング (Thermal Striping) と称され、従来は Fig. 1.2 に示すように、実験等により求めた流体温度ゆらぎをレインフロー法等により温度振幅と繰り返し数に波形分解し、温度振幅に静的に材料定数を掛けることによって応力振幅を求め、疲労評価を実施してきた [1]。これに対し、流体温度ゆらぎが構造物中に伝わり応力振幅に変換されるまでには周波数に依存した減衰要因があり、それが疲労強度評価結果に大きな影響を及ぼすことが明らかにされてきている [2] [3]。流体温度ゆらぎの構造物への伝達率は、Fig. 1.2 に示すよう周波数が高いと構造物の応答遅れから低下し、熱応力が発生しなくなる。逆に低周波の場合は、構造物内の均熱化により板厚全体の温度が変化するため、板伸びが拘束されない場合は応力が発生しない。結果として中間的な周波数のみが疲労損傷を引き起こすことになる。

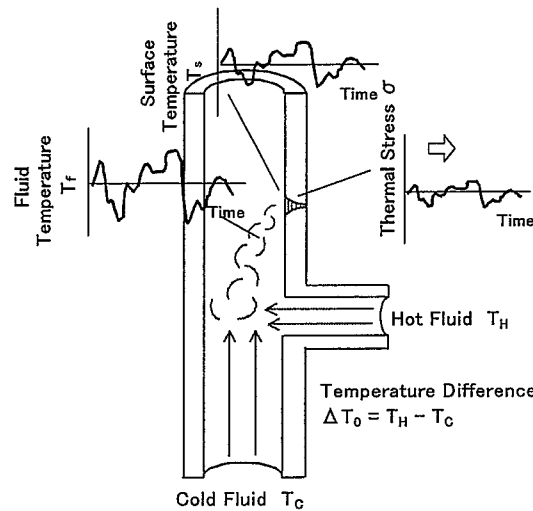


Fig.1.1 Thermal striping phenomena

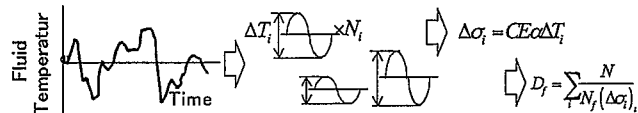


Fig.1.2 Conventional fatigue analysis procedure

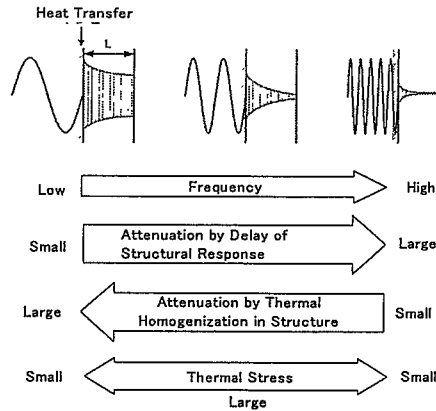


Fig.1.2 Frequency response characteristics of structures to fluid temperature

著者らはこれまで、流体温度ゆらぎに対する応力応答の周波数依存性に着目して、き裂発生評価に使用するための熱応力の周波数応答関数を提案してきた[4][5][6]。本関数は応力に対する主要な減衰メカニズムである、応答時定数による流体から構造への熱伝達時の高周波成分の減衰と、構造内均熱化による低周波成分の減衰を考慮している。

こうしたアプローチに加え、実際の機器の破損は、き裂の発生、進展、貫通という過程を経ることから、破損防止の観点からは適切な検査と補修、き裂の停留評価等も有効な手段となり得る。Shimakawa[7]や Jones[8][9]らは構造表面温度ゆらぎに対する応力拡大係数の応答特性を定式化している。本研究では、著者らが開発してきた熱応力の周波数応答関数を拡張することによって、流体温度ゆらぎに対する応力拡大係数の周波数応答関数を提案する。Fig. 1.3 に、周波数伝達関数による定式化の流れを示す。物理変数は無次元表示されており、伝達関数は無次元数に対して定義される。

関数の入力は、流体温度変動 $T_f(t)$ を次式により無次元化して周波数領域で表したものである。

$$T_f^*(jf^*) = T_f(jf)/T_0 = \mathcal{S}[T_f(t)/T_0] \quad (1.1)$$

さらに、有効熱伝達関数 $H(Bi, jf^*)$ を介して構造の表面温度変動

$$T_s^*(0, Bi, jf^*) = H(Bi, jf^*) T_f^*(jf^*) \quad (1.2)$$

となり、表面温度変動が有効熱伝導関数 $D(x^*, jf^*)$ を介して構造内部の温度変動

$$T_s^*(x^*, Bi, jf^*) = D(x^*, jf^*) T_s^*(0, Bi, jf^*) = H(Bi, jf^*) D(x^*, jf^*) T_f^*(jf^*) \quad (1.3)$$

となる。

構造内部の温度変動と力学的な境界条件に応じて応力変動

$$\sigma^*(x^*, Bi, jf^*, R_m, R_b) = H(Bi, jf^*) S(x^*, jf^*, R_m, R_b) T_f^*(jf^*) \quad (1.4)$$

が発生する。次式から有次元応力の時刻暦が求まる。

$$\sigma(x, h, t, R_m, R_b) = \frac{E\alpha T_0}{1-\nu} \sigma^*(x, Bi, t^*, R_m, R_b) = \frac{E\alpha T_0}{1-\nu} \mathfrak{S}^{-1}[\sigma^*(x^*, Bi, jf^*, R_m, R_b)] \quad (1.5)$$

き裂が存在する場合には応力拡大係数変動

$$K^*(a^*, Bi, jf^*, R_m, R_b) = H(Bi, jf^*) k(a^*, jf^*, R_m, R_b) T_f^*(jf^*)$$

が発生する。次式から有次元応力拡大係数の時刻暦が求まる。

$$K(a, h, t, R_m, R_b) = \frac{E\alpha T_0 \sqrt{\pi L}}{1-\nu} K^*(a, Bi, t^*, R_m, R_b) = \frac{E\alpha T_0 \sqrt{\pi L}}{1-\nu} \mathfrak{S}^{-1}[K^*(a^*, Bi, jf^*, R_m, R_b)] \quad (1.6)$$

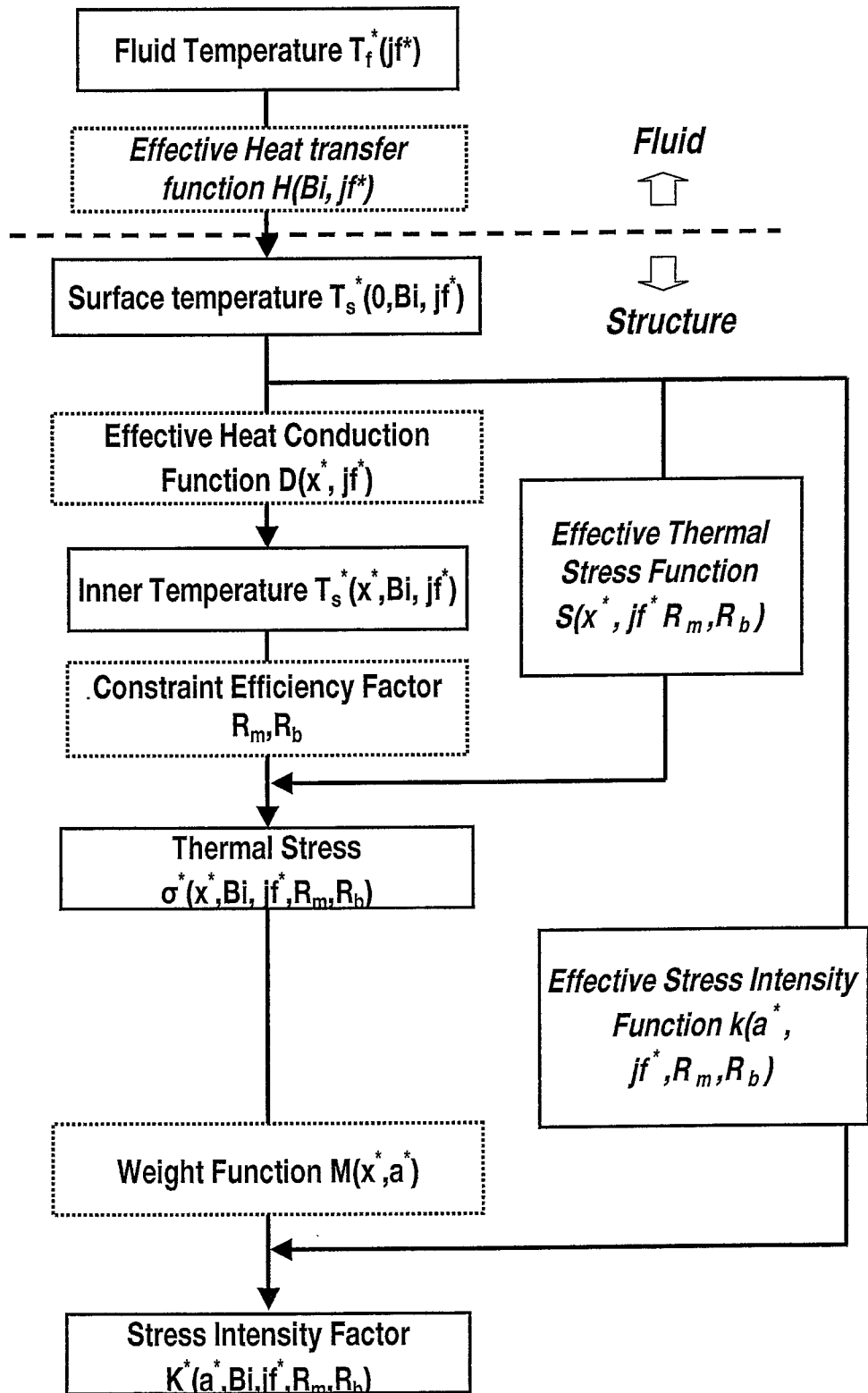


Fig1.3 Formulation of thermal stripping phenomena with frequency transfer functions

2. 温度の周波数応答関数

2.1 表面温度

厚さ L の平板の片面が一定の熱伝達係数を介して流体に接しており、他面が断熱状態であるモデル Fig. 2.1 を仮定して、温度の周波数応答特性を定量化する。この仮定は液体を内包する薄肉配管等の多くのプラント機器で成り立つ。Fig. 2.1 において、

$$\text{非定常熱伝導} \quad \frac{\partial T_s(x,t)}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 T_s(x,t)}{\partial x^2} \quad (2.1)$$

$$\text{境界条件1 (表面熱伝達)} \quad \lambda \frac{\partial T_s(0,t)}{\partial x} = h \{ T_s(0,t) - T_f(t) \} \quad (2.2)$$

$$\text{流体温度変化のフーリエ級数表示} \quad T_f(t) = \sum \Delta T_f \exp(2\pi jft)$$

$$\text{境界条件2 (他面断熱)} \quad \frac{\partial T_s(L,t)}{\partial x} = 0 \quad (2.3)$$

(2.1)~(2.3)を時間に関してラプラス変換すると

$$T_s(x,s) = \frac{\exp\{(x-L)\sqrt{s/\kappa}\} + \exp\{(L-x)\sqrt{s/\kappa}\}}{(h - \lambda\sqrt{s/\kappa})\exp(-L\sqrt{s/\kappa}) + (h + \lambda\sqrt{s/\kappa})\exp(L\sqrt{s/\kappa})} hT_f(s) \quad (2.4)$$

$$T_f(s) = \sum \Delta T_f / (s - 2\pi jf)$$

(2.4)式を無次元化すると、流体温度から流体に接する表面の温度までの有効熱伝達関数

$H(Bi, jf^*)$ が以下のように求まる [付録1 参照]。

$$H(Bi, jf^*) = \frac{T_s^*(0, Bi, jf^*)}{T_f^*(jf^*)} = H_1(Bi, jf^*) + jH_2(Bi, jf^*) \quad (2.5)$$

$$H_1 = (u_1 v_1 + u_2 v_2) / (v_1^2 + v_2^2)$$

$$H_2 = (u_2 v_1 - u_1 v_2) / (v_1^2 + v_2^2)$$

$$u_1 = Bi \cosh(\omega) \cos(\omega), \quad \omega = \sqrt{\pi f^*}$$

$$u_2 = Bi \sinh(\omega) \sin(\omega)$$

$$\begin{aligned}
 v_1 &= B_i \cosh(\omega) \cos(\omega) + \omega \{ \sinh(\omega) \cos(\omega) - \cosh(\omega) \sin(\omega) \} \\
 v_2 &= B_i \sinh(\omega) \sin(\omega) + \omega \{ \sinh(\omega) \cos(\omega) + \cosh(\omega) \sin(\omega) \} \\
 |H| &= \sqrt{(u_1^2 + u_2^2) / (v_1^2 + v_2^2)} \\
 \arg H &= \tan^{-1} [(u_2 v_1 - u_1 v_2) / (u_1 v_1 + u_2 v_2)] \tag{2.6}
 \end{aligned}$$

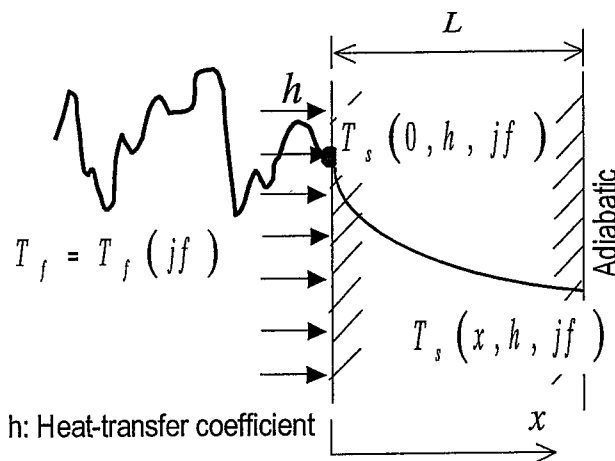


Fig.2.1 Thermal response of a plate to fluid temperature

式(2.6)より有効熱伝達関数のゲインを、無次元周波数とビオ数をパラメータとして計算すると、次図のようになる。無次元周波数が増加すると、ゲインは次第にゼロに近づく。逆に周波数が小さくなるとゲインは1に漸近する。またビオ数が大きいほどゲインは増加する。周波数有限で \$Bi \rightarrow \infty\$ の時、 \$|H| \rightarrow 1\$、 \$\arg H \rightarrow 0\$ となる (\$T_s \rightarrow T_f\$、位相遅れ0、表面温度規定条件に近づく。)。 \$Bi\$ 有限で \$f \rightarrow \infty\$ の時、 \$|H| \rightarrow 0\$、 \$\arg H \rightarrow -\pi/2\$ となる (\$T_s \rightarrow 0\$、位相遅れ \$\pi/2\$、断熱条件に近づく。)

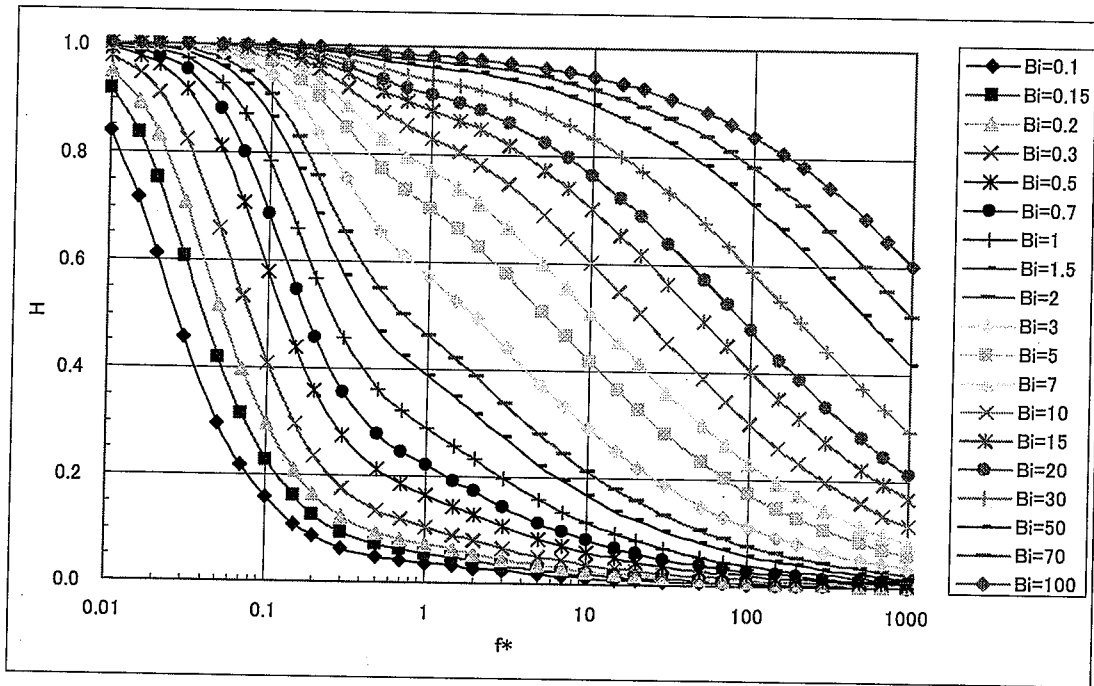


Fig.2.2(a) Gain of effective heat transfer function

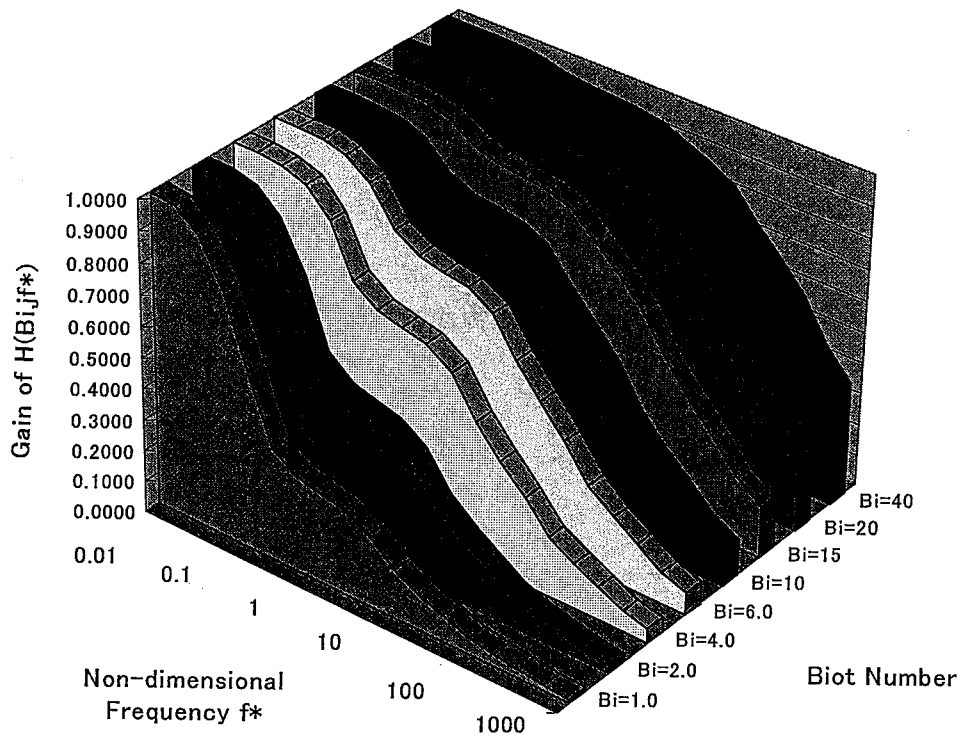


Fig.2.2(b) Gain of effective heat transfer function

2.2 板内部の温度

さらに、無次元化した(2.4)式より熱伝達表面温度から無次元深さ x^* までの温度の有効熱伝導関数 $D(x^*, jf^*)$ が以下のように求まる〔付録1参照〕。

$$D(x^*, jf^*) = \frac{T_s^*(x^*, Bi, jf^*)}{T_s^*(0, Bi, jf^*)} = B(x^*, f^*) + jC(x^*, f^*) \quad (2.7)$$

$$B(x^*, f^*) = \frac{\cos\sqrt{\pi f^*} \cosh\sqrt{\pi f^*} \cos\{\sqrt{\pi f^*}(1-x^*)\} \cosh\{\sqrt{\pi f^*}(1-x^*)\} + \sin\sqrt{\pi f^*} \sinh\sqrt{\pi f^*} \sin\{\sqrt{\pi f^*}(1-x^*)\} \sinh\{\sqrt{\pi f^*}(1-x^*)\}}{\cos^2\sqrt{\pi f^*} \cosh^2\sqrt{\pi f^*} + \sin^2\sqrt{\pi f^*} \sinh^2\sqrt{\pi f^*}} \quad (2.8)$$

$$C(x^*, f^*) = \frac{\cos\sqrt{\pi f^*} \cosh\sqrt{\pi f^*} \sin\{\sqrt{\pi f^*}(1-x^*)\} \sinh\{\sqrt{\pi f^*}(1-x^*)\} - \sin\sqrt{\pi f^*} \sinh\sqrt{\pi f^*} \cos\{\sqrt{\pi f^*}(1-x^*)\} \cosh\{\sqrt{\pi f^*}(1-x^*)\}}{\cos^2\sqrt{\pi f^*} \cosh^2\sqrt{\pi f^*} + \sin^2\sqrt{\pi f^*} \sinh^2\sqrt{\pi f^*}} \quad (2.9)$$

有効熱伝導関数 $D(x^*, jf^*)$ は表面温度振幅を基準とした板厚内温度分布を表す無次元関数と見なすことができる。任意位置 x^* の温度は表面温度に対して振幅が $|D(x^*, jf^*)|$ 倍となり、位相が $\arg D(x^*, jf^*)$ だけ変化する。 $x^*=0$ 面から $x^*=1$ 面に向かって、温度振幅が減少し、位相遅れが大きくなる。

$\sqrt{\pi f^*} = 2\pi$ のとき $x^*=1$ 面の温度は $x^*=0$ 面に対して丁度1周期分の位相遅れとなる。

$\sqrt{\pi f^*} / 2\pi = \sqrt{f^*} / 4\pi$ は、任意時点の板厚内温度分布の山または谷の数(波数)を表している。すなわち $\sqrt{f^*} / 4\pi$ は表面温度変動が反対面に何サイクルで伝わるかを表している。

f^* が大きくなるに従い、 $x^*=0 \rightarrow 1$ での温度振幅の減少が大きくなる。 $f^* \rightarrow \infty$ の極限では $x^*=0$ 面のみ温度変動し、内部 ($x^* > 0$) には温度変動が伝達されなくなる。

2.3 平均温度および温度曲げ成分

板厚方向温度分布 $T_s^*(x^*, Bi, jf^*)$ による板の自由熱膨張変形は、平均温度 T_m^* に比例した長さ方向の伸びと温度モーメント T_b^* に比例した面内曲げが支配的となる。

自由熱膨張変形が拘束された場合は、下図のように T_m^* の変化に比例して膜応力の変動が、 T_b^* の変化に応じて曲げ応力の変動が生じることから、これらは熱応力の計算に使用される。

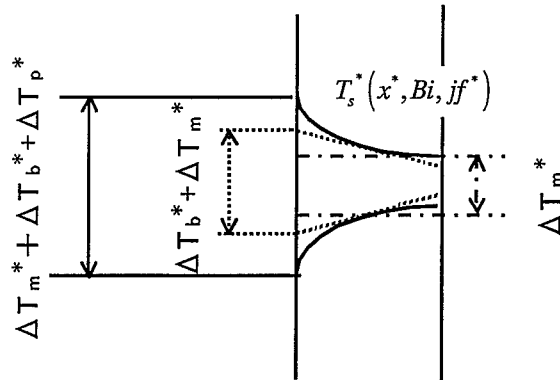


Fig.2.3 Membrane and bending component of temperature distributions

そこで平均温度および温度モーメントを求めることにする。実際の板厚内温度分布 $T_s^*(x^*, Bi, jf^*)$ (以下 $T_s^*(x^*)$ と略記する。)と平均値 T_m^* およびモーメント T_b^* が等しい次式の等価直線温度分布 $T_{EL}^*(x^*)$ を求めておくと便利である。

$$T_{EL}^*(x^*) = T_m^* + (1 - 2x^*)T_b^* \quad (2.10)$$

$T_{EL}^*(x^*)$ は $x^*=0$ で $T_m^*+T_b^*$ となり、 $x^*=1$ で $T_m^*-T_b^*$ となるような直線温度分布である。 T_m^* は平均温度であり、 T_b^* は等価線形内外面温度差の $1/2$ であり、温度曲げ成分の $x^*=0$ での表面値である。以後は T_b^* を単に「温度曲げ成分」と呼ぶことにする。実際の温度モーメントは $L^3 T_b^*/6$ となる。 $T_{EL}^*(x^*)$ と $T_s^*(x^*)$ は平均値が等しいから

$$\begin{aligned} \int_0^1 T_{EL}^*(x^*) dx^* &= T_m^* = \int_0^1 T_s^*(x^*) dx^* \\ &= \int_0^1 D(x^*, jf^*) T_s^*(0) dx^* = \left[\int_0^1 D(x^*, jf^*) dx^* \right] T_s^*(0) \end{aligned} \quad (2.11)$$

これから表面温度 $T_s^*(0)$ から平均温度 T_m^* への伝達関数 $D_m = B_m + jC_m$ が次式

のように得られる。

$$D_m(jf^*) = \frac{T_m^*}{T_s^*(0)} = \int_0^1 D(x^*, jf^*) dx^* = B_m + jC_m \quad (2.12)$$

$$B_m(f^*) = \frac{1}{2\sqrt{\pi f^*}} \left[\frac{\sin\sqrt{\pi f^*} \cos\sqrt{\pi f^*} + \sinh\sqrt{\pi f^*} \cosh\sqrt{\pi f^*}}{\cos^2\sqrt{\pi f^*} \cosh^2\sqrt{\pi f^*} + \sin^2\sqrt{\pi f^*} \sinh^2\sqrt{\pi f^*}} \right] \quad (2.13)$$

$$C_m(f^*) = \frac{1}{2\sqrt{\pi f^*}} \left[\frac{\sin\sqrt{\pi f^*} \cos\sqrt{\pi f^*} - \sinh\sqrt{\pi f^*} \cosh\sqrt{\pi f^*}}{\cos^2\sqrt{\pi f^*} \cosh^2\sqrt{\pi f^*} + \sin^2\sqrt{\pi f^*} \sinh^2\sqrt{\pi f^*}} \right] \quad (2.14)$$

$$|D_m| = \{B_m^2 + C_m^2\}^{1/2} \quad (2.15)$$

$$\arg(D_m) = \tan^{-1}(C_m/B_m) \quad (2.16)$$

- ・ 表面温度から平均温度への伝達関数 $D_m(jf^*)$ は無次元数周波数 f^* のみに依存する。
- ・ 表面温度との振幅比 $|D_m|$ は無次元数 f^* の増加に対して単調減少となる。 $f^* = 0 \rightarrow \infty$ に対して $1 \rightarrow 0$ となる。

$T_{EL}^*(x^*)$ と $T_s^*(x^*)$ は温度モーメントが等しいから

$$\begin{aligned} \int_0^1 T_{EL}^*(x^*) (1/2 - x^*) dx^* &= T_b^*/6 = \int_0^1 T_s^*(x^*) (1/2 - x^*) dx^* \\ &= \int_0^1 D(x^*) T_s^*(0) (1/2 - x^*) dx^* = \left[\int_0^1 D(x^*) (1/2 - x^*) dx^* \right] T_s^*(0) \quad (2.17) \end{aligned}$$

これから表面温度 $T_s^*(0)$ から温度曲げ成分 T_b^* への伝達関数 $D_b = B_b + jC_b$ が次式のように得られる。

$$D_b(jf^*) = \frac{T_b^*}{T_s^*(0)} = 3 \int_0^1 D(x^*, jf^*) (1 - 2x^*) dx^* = B_b + jC_b \quad (2.18)$$

$$B_b(f^*) = \frac{3}{2\sqrt{\pi f^*}} \left[\frac{\sin\sqrt{\pi f^*} \cosh\sqrt{\pi f^*} + \sin\sqrt{\pi f^*} \cos\sqrt{\pi f^*} - \frac{2\sinh\sqrt{\pi f^*} \sin\sqrt{\pi f^*}}{\sqrt{\pi f^*}}}{\cos^2\sqrt{\pi f^*} \cosh^2\sqrt{\pi f^*} + \sin^2\sqrt{\pi f^*} \sinh^2\sqrt{\pi f^*}} \right] \quad (2.19)$$

$$C_b(f^*) = \frac{3}{2\sqrt{\pi f^*}} \left[\frac{-\sinh\sqrt{\pi f^*} \cosh\sqrt{\pi f^*} + \sin\sqrt{\pi f^*} \cos\sqrt{\pi f^*} + \frac{2}{\sqrt{\pi f^*}} \left(\cos^2\sqrt{\pi f^*} \cosh^2\sqrt{\pi f^*} + \sin^2\sqrt{\pi f^*} \sinh^2\sqrt{\pi f^*} - \cosh\sqrt{\pi f^*} \cos\sqrt{\pi f^*} \right)}{\cos^2\sqrt{\pi f^*} \cosh^2\sqrt{\pi f^*} + \sin^2\sqrt{\pi f^*} \sinh^2\sqrt{\pi f^*}} \right] \quad (2.20)$$

$$|D_b| = D_b = \{B_b^2 + C_b^2\}^{1/2} \quad (2.21)$$

$$\arg(D_b) = \tan^{-1}(C_b/B_b) \quad (2.22)$$

- ・ 表面温度から温度曲げ成分への伝達関数 $D_b(f^*)$ は無次元数周波数 f^* のみに依存する。
- ・ 表面温度との振幅比 $|D_b(f^*)|$ は、 $f^* \approx 1.28$ で最大値 0.463 となる。 $f^* = 0 \rightarrow 1.28 \rightarrow \infty$ に対して、 $0 \rightarrow 0.463 \rightarrow 0$ となる。

無次元周波数 f^* に応じた、接液表面での温度成分の割合は下図のようになる。

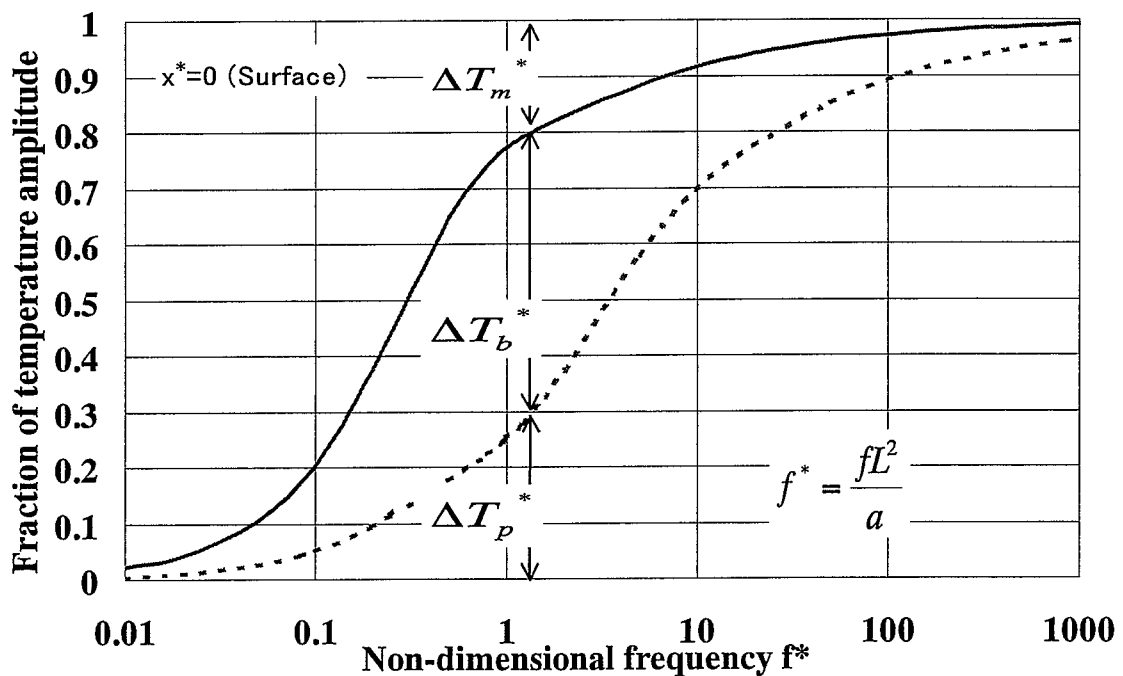


Fig.2.4 Fraction of temperature amplitude on the surface

3. 応力の周波数応答関数

3.1 有効熱応力関数

x 方向の板厚 L および z 方向の板厚 L_z に比べて y 方向の長さ L_y が十分に大きな平板とする。下面 $y=0$ を固定端部とし y 方向の変位を 0 とする。上面 $y=L_y$ を境界端部とする。側面 $x=0$ および $x=L$ は自由境界とする。z 方向の板厚が十分に薄い場合は平面応力状態 ($\sigma_z=0$) となり、逆に z 方向の板厚が十分に厚い場合は平面ひずみ状態 ($\varepsilon_z=\text{面内一定}$) となる。

(1) 自由熱膨張の応力

境界端部を自由に変形させた場合(Fig.3.1(a))、等価直線温度分布に見合った熱膨張伸びと熱膨張曲げが生じる。y 方向の熱膨張伸びは平均温度 T_m^* に比例し、xy 面内の熱膨張曲げは温度曲げ成分 T_b^* に比例する。等価直線温度分布と実際の温度分布との差に比例した次式の y 方向の応力が生じる[4]。

$$\text{無次元全応力 } \sigma^*(x^*) = \frac{\sigma}{CE\alpha T_0} = \sigma_p^*(x^*) \quad (3.1)$$

ここに C は応力状態に依存する係数であり、薄肉構造の平面応力状態では $C=1$ であり、厚肉構造の平面ひずみ状態では $C=1/(1-\nu)$ である。

$$\text{ピーク応力 } \sigma_p^*(x^*) = T_m^* + (1-2x^*)T_b^* - T_s^*(x^*) \quad (3.2a)$$

$$= [D_m + (1-2x^*)D_b - D(x^*)] T_s^*(0) \quad (3.2b)$$

$$= S(x^*, jf^*) T_s^*(0) = H(Bi, jf^*) S(x^*, jf^*) T_f^*(jf^*) \quad (3.2c)$$

ここで、有効熱応力関数

$$S(x^*, jf^*) = D_m + (1-2x^*)D_b - D(x^*) \quad (3.3)$$

等価直線温度分布の定義から明らかなように、 $\sigma_p^*(x^*)$ は平均値 (膜応力) およびモーメント (曲げ応力) とも 0 である。熱膨張 (伸び+曲げ) 変形に見合った直線状の全ひずみ分布 [$\alpha T_{EL}^*(x^*) = \alpha \{T_m^* + (1-2x^*)T_b^*\}$] と非直線状の温度ひずみ分布 [$\alpha T^*(x^*)$] との差をキャンセルするように生じた非直線状の弾

性ひずみ分布 $[\alpha \{T_{EL}^*(x^*) - T^*(x^*)\}]$ による応力であり熱ピーク応力と称される。以後これを単に「ピーク応力」と呼ぶ事にする。

(2) 完全拘束の熱応力

境界端部の熱膨張伸びと熱膨張曲げを完全に拘束した場合、次式の y 方向応力が生じる。

$$\text{全応力 } \sigma^*(x^*) = \sigma_m^* + (1-2x^*)\sigma_b^* + \sigma_p^*(x^*) = -T_s^*(x^*) \quad (3.4a)$$

$$= -D(x^*) T_s^*(0) \quad (3.4b)$$

$$= S(x^*, jf^*) T_s^*(0) = H(Bi, jf^*) S(x^*, jf^*) T_f^*(jf^*) \quad (3.4c)$$

ここで、有効熱応力関数

$$S(x^*, jf^*) = -D(x^*) \quad (3.5)$$

$$\text{最大膜応力 } \sigma_m^* \equiv -T_m \quad (3.6a)$$

$$= -D_m T_s^*(0) \quad (3.6b)$$

$$= -H(Bi, jf^*) D_m(jf^*) T_f^*(jf^*) \quad (3.6c)$$

$$\text{最大曲げ応力 } \sigma_b^* \equiv -T_b \quad (3.7a)$$

$$= -D_b T_s^*(0) \quad (3.7b)$$

$$= -H(Bi, jf^*) D_b(jf^*) T_f^*(jf^*) \quad (3.7c)$$

ここに σ_m^* は熱膨張伸びを拘束することにより生じる膜応力の上限値を表し、以後これを「最大膜応力」と呼ぶ事にする。 σ_b^* は熱膨張曲げを拘束することにより生じる曲げ応力の $x^*=0$ 表面での上限値を表し、以後これを「最大曲げ応力」と呼ぶ事にする。 $(1-2x^*)\sigma_b^*$ により直線状の曲げ応力分布を表す。

(3) 一般的な境界条件の熱応力

より一般的な境界条件として、境界端部で熱膨張伸びの R_m 倍が拘束され、熱膨張曲げの R_b 倍が拘束される場合を考える。すなわち以下のような拘束係数を定義する。

$$0 \leq R_m \leq 1, \quad R_m = 0 \text{ で伸び自由, } R_m = 1 \text{ で伸び完全拘束} \quad (3.8)$$

$$0 \leq R_b \leq 1, \quad R_b = 0 \text{ で曲げ自由, } R_b = 1 \text{ で曲げ完全拘束} \quad (3.9)$$

この場合、以下のような y 方向応力が生じる。

$$\text{全応力 } \sigma^*(x^*, R_m, R_b) = R_m \sigma_m^* + R_b (1 - 2x^*) \sigma_b^* + \sigma_p^*(x^*) \quad (3.10a)$$

$$= (1 - R_m) \int_0^1 T_s^* dx^* + (1 - R_b) 3 \int_0^1 T_s^* (1 - 2x^*) dx^* - T_s^* \quad (3.10b)$$

$$= (1 - R_m) T_m^* + (1 - R_b) (1 - 2x^*) T_b^* - T_s^*(x^*) \quad (3.10c)$$

$$= [(1 - R_m) D_m + (1 - R_b) (1 - 2x^*) D_b - D(x^*)] T_s^*(0) \quad (3.10d)$$

$$= S(x^*, jf^*, R_m, R_b) T_s^*(0, Bi, jf^*) \quad (3.10e)$$

$$= H(Bi, jf^*) S(x^*, jf^*, R_m, R_b) T_f^*(jf^*) \quad (3.10f)$$

ここで、有効熱応力関数

$$S(x^*, jf^*, R_m, R_b) = (1 - R_m) D_m + (1 - R_b) (1 - 2x^*) D_b - D(x^*) \quad (3.11)$$

すなわち全応力分布は最大膜応力の R_m 倍、最大曲げ応力分布の R_b 倍、およびピーク応力を重ね合わせた応力分布となる。

(4) 有効熱応力関数

(3.10) (3.11)式から、表面温度変動 $T_s^*(0)$ から熱応力への伝達関数は以下のように与えられることがわかる。

$$S(x^*, jf^*, R_m, R_b) = \frac{\sigma^*(x^*, jf^*, R_m, R_b)}{T_s^*(0)} = (1 - R_m)D_m + (1 - R_b)(1 - 2x^*)D_b - D(x^*)$$

$$= S_1(x^*, f^*, R_m, R_b) + jS_2(x^*, f^*, R_m, R_b) \quad (3.12)$$

$$S_1(x^*, f^*, R_m, R_b) = (1 - R_m)B_m(f^*) + (1 - R_b)(1 - 2x^*)B_b(f^*) - B(x^*, f^*) \quad (3.13)$$

$$S_2(x^*, f^*, R_m, R_b) = (1 - R_m)C_m(f^*) + (1 - R_b)(1 - 2x^*)C_b(f^*) - C(x^*, f^*) \quad (3.14)$$

すなわち全応力分布は最大膜応力の R_m 倍、最大曲げ応力分布の R_b 倍、およびピーク応力を重ね合わせた応力分布となる。

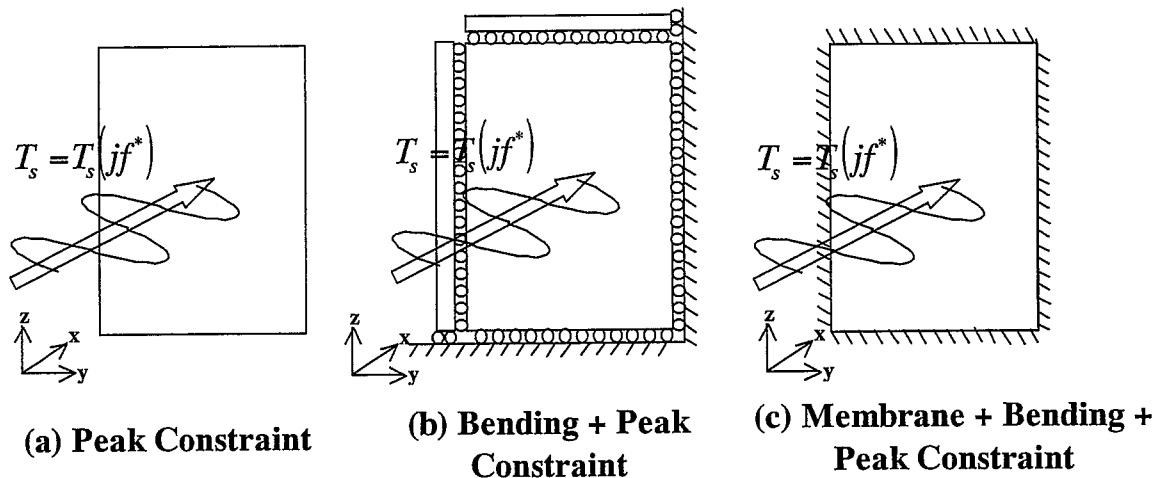


Fig.3.1 Kind of constraint conditions

プラント機器で典型的な円筒構造は一般に曲げ+ピーク拘束条件である。この拘束条件に相当する式(3.1)と式(3.2b)により、有効熱応力関数のゲインと周波数の関係を板表面および板厚方向の各深さ毎に計算すると Fig.3.2 および Fig.3.3 のようになる。図から、板厚方向に深くなると、高周波領域のゲインが急激に減衰することが分かる。

次に、有効熱応力関数のゲインの板厚方向分布を周波数毎に計算すると Fig.3.4 のようになる。周波数が高くなると、内表面のゲインが増加すると共に板厚方向分布が曲げから、ピーク応力側に変化する。

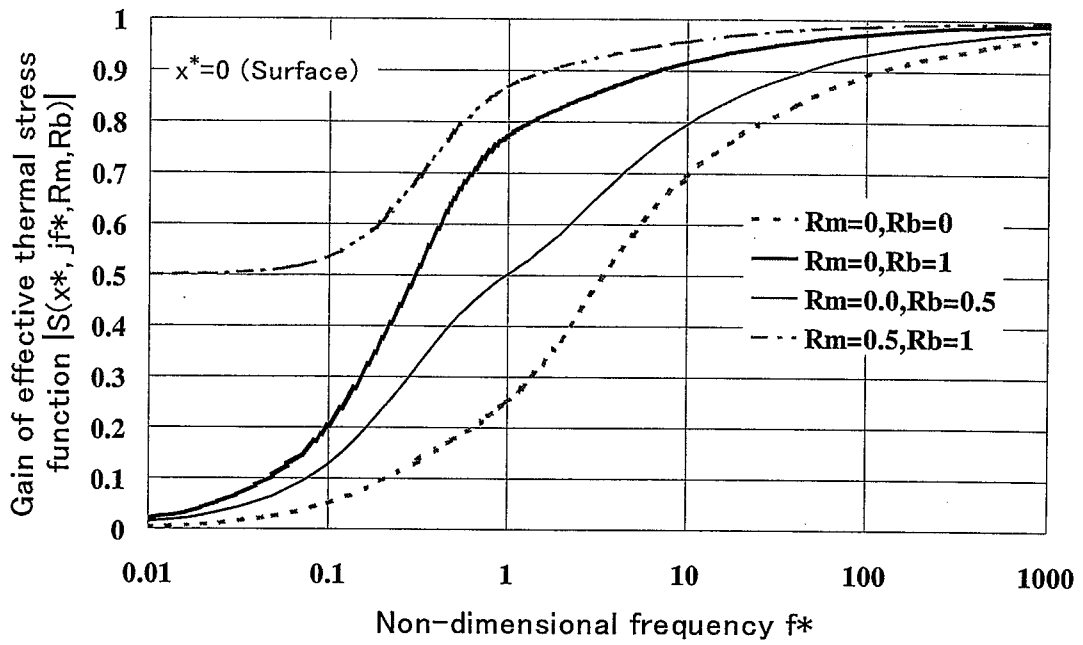


Fig.3.2 Gain of effective thermal stress function on the surface

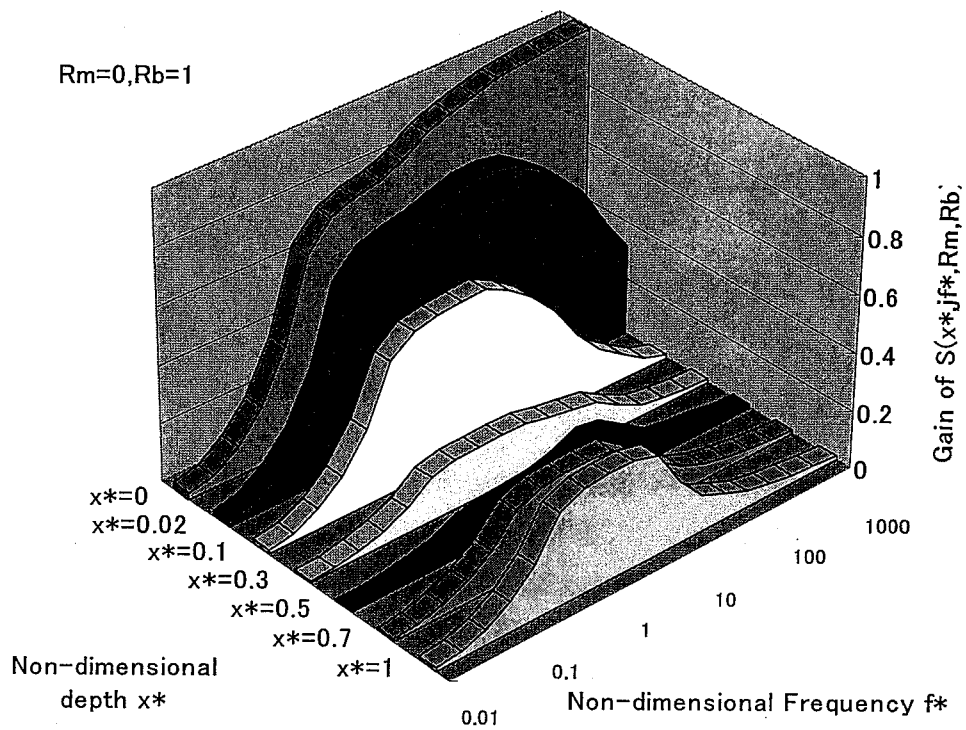


Fig.3.3(a) Gain of effective thermal stress function vs. Frequency

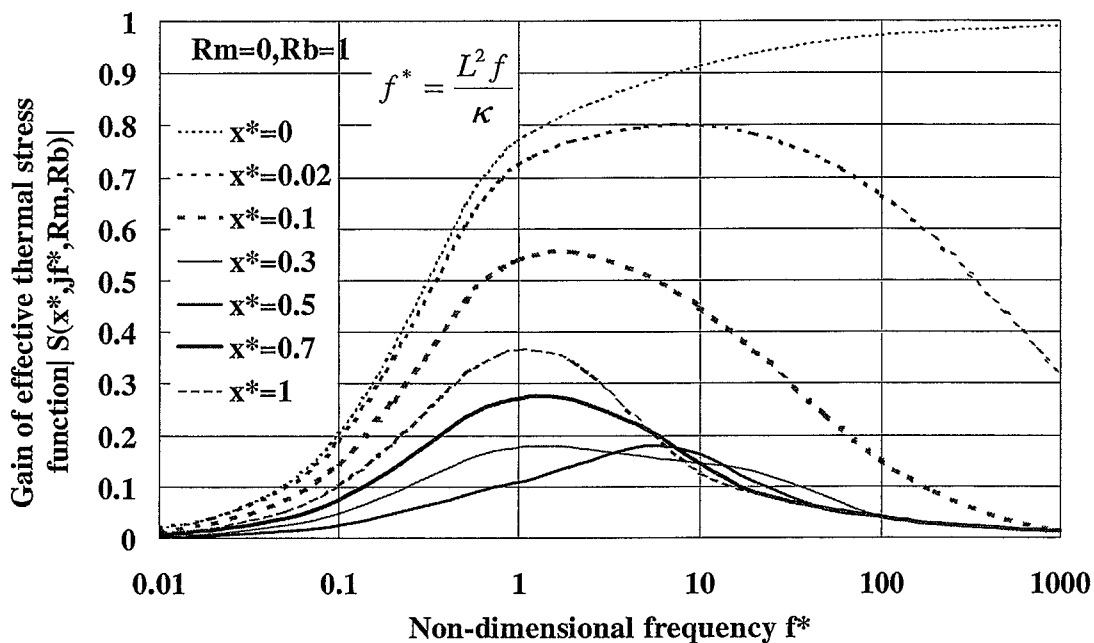


Fig.3.3(b) Gain of effective thermal stress function vs. Frequency

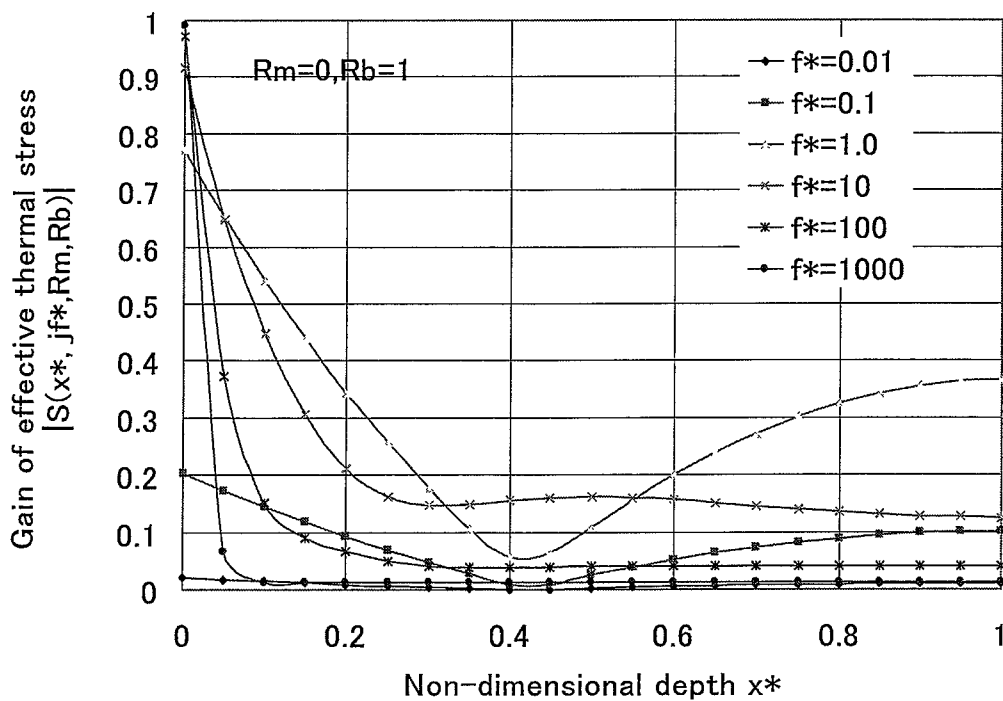


Fig.3.4(a) Gain of effective thermal stress function vs. Depth

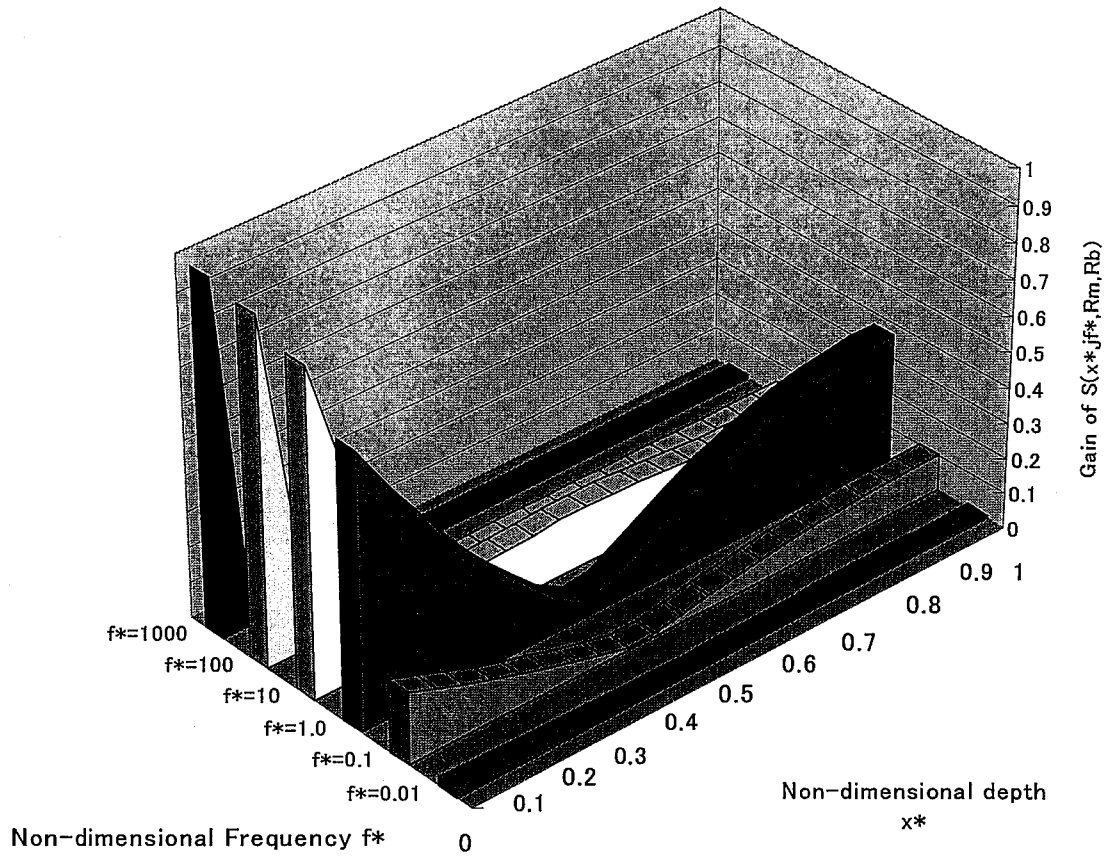


Fig.3.4(b) Gain of effective thermal stress function vs. Depth

3.2 流体温度ゆらぎに対する熱応力の周波数応答関数

次に、式(3.12)に式(2.5)を代入することによって以下のように流体温度に対する熱応力の応答特性を評価することが出来る。

$$\sigma^*(x^*, Bi, jf^*, R_m, R_b) = S(x^*, jf^*, R_m, R_b) T_s^*(0, Bi, jf^*) = H(Bi, jf^*) S(x^*, jf^*, R_m, R_b) T_f^*(jf^*) \quad (3.15)$$

例として、 $Bi=6.07$ の場合について、熱応力の周波数応答関数のゲインと周波数の関係を板表面および板厚方向の各深さ毎に計算すると Fig.3.5 および Fig.3.6 のようになる。

次に、式(3.15)により、熱応力の周波数応答関数のゲインの板厚方向分布を周波数毎に計算すると Fig.3.7 のようになる。無次元周波数1近傍で、最大の板厚保方向応力分布が生じている。それより周波数が低いと、膜応力、高いとピーク応力型に近づく。

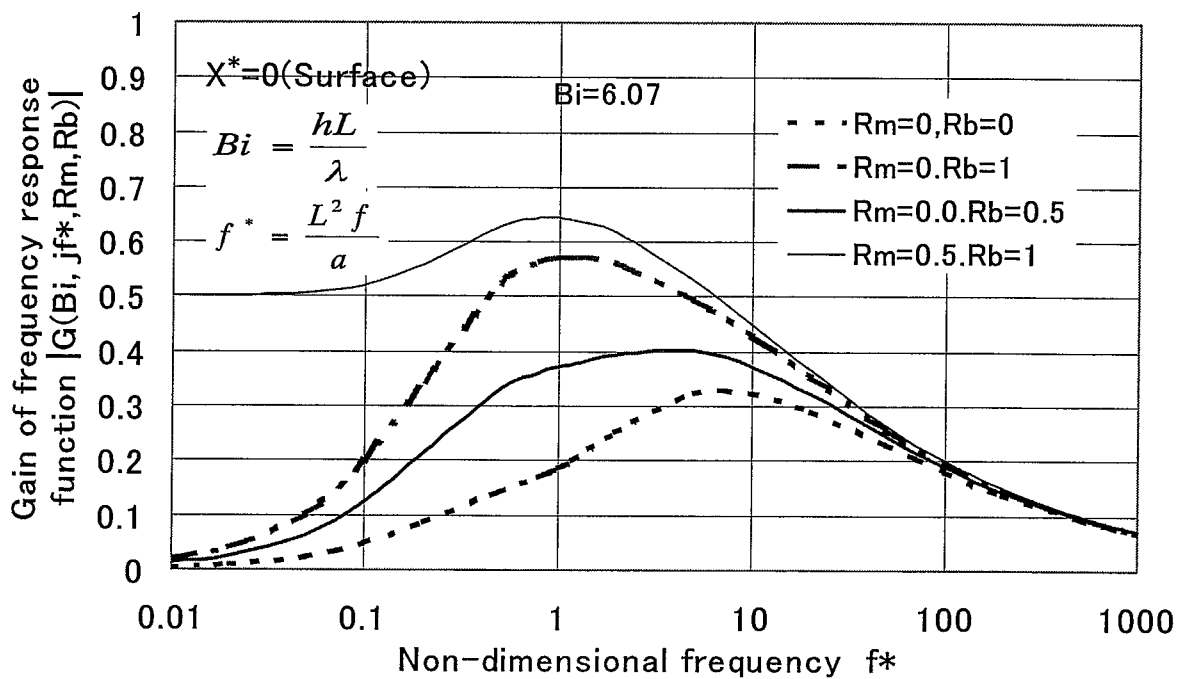


Fig.3.5 Gain of Frequency response function on the surface

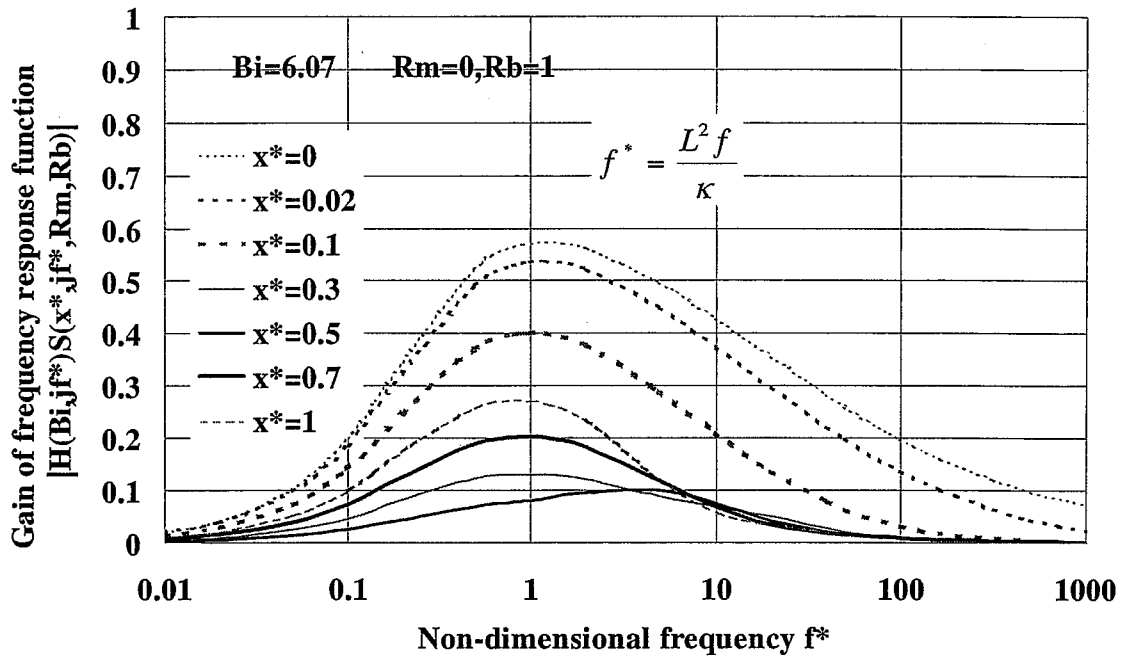


Fig.3.6(a) Gain of Frequency response function vs. Frequency

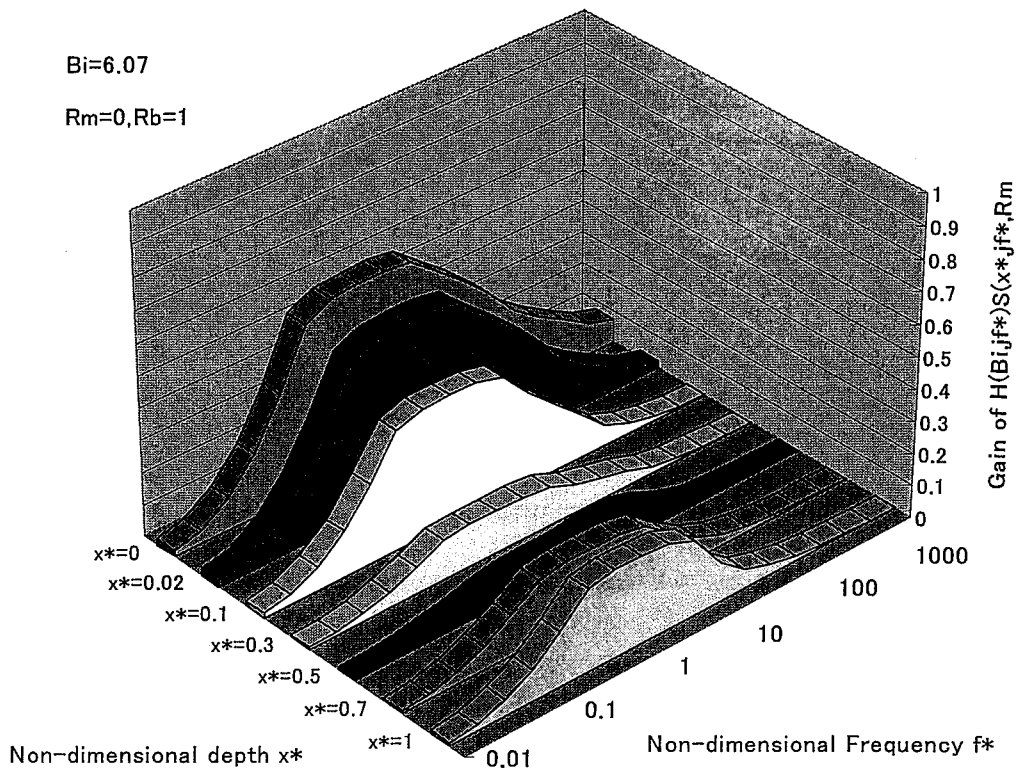


Fig.3.6(b) Gain of Frequency response function vs. Frequency

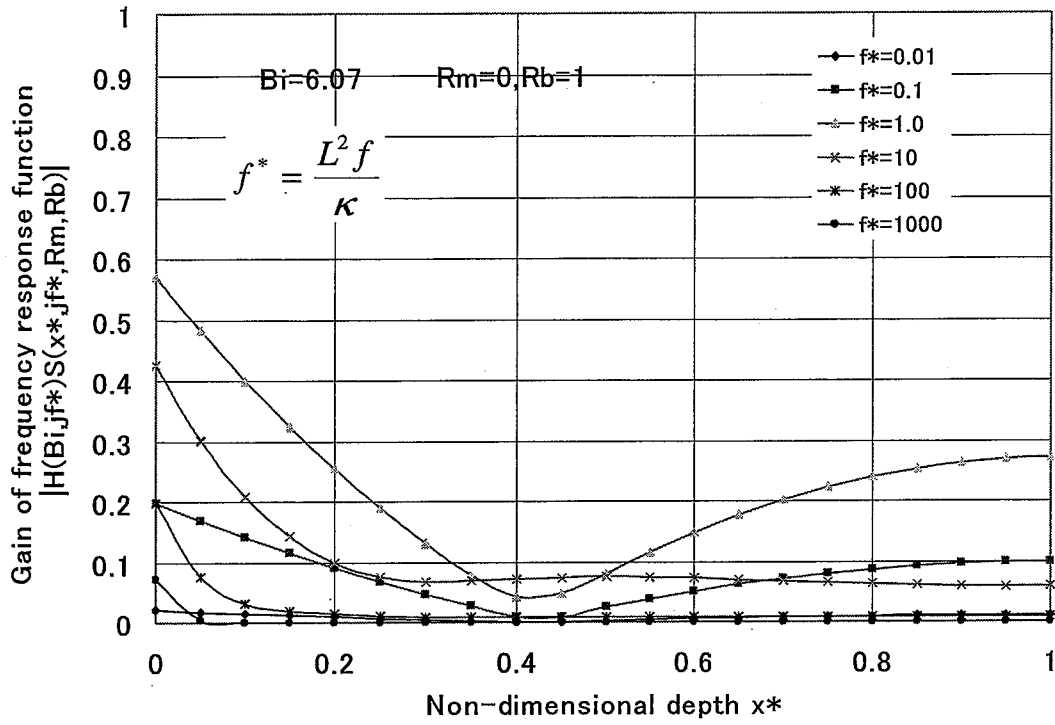


Fig.3.7(a) Gain of Frequency response function vs. Depth

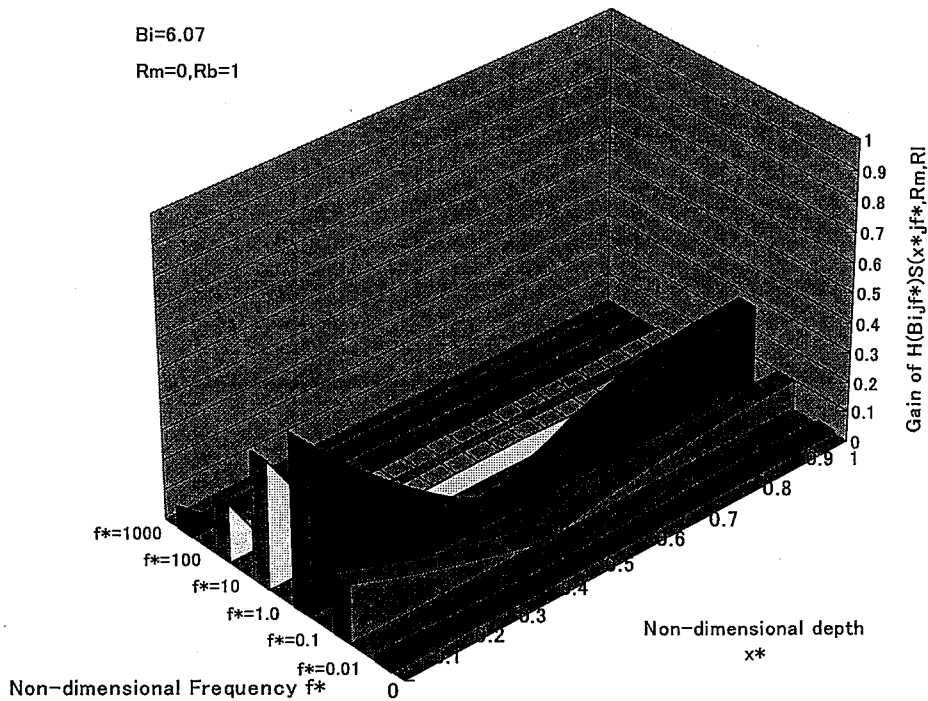


Fig.3.7(b) Gain of Frequency response function vs. Depth

4. 熱応力に対する応力拡大係数

4.1 有効応力拡大係数関数

高サイクル熱疲労で問題となる応力のレベルは通常小規模降伏条件が成立する範囲にあり、応力拡大係数でき裂進展特性を記述することが可能である。

熱伝達表面からの無次元き裂深さを $a^* = a/L$ とすると、き裂が無い場合に板厚内応力分布 $\sigma^*(x^*)$ を生じるような温度分布が生じた場合、無次元応力拡大係数 $K^*(a^*, Bi, jf^*, R_m, R_b) = K / \left\{ E\alpha T_0 \sqrt{\pi L} / (1-\nu) \right\}$ は線形破壊力学の重ね合せ原理を利用して無次元重み関数 $m^*(a^*, x^*)$ を用いて次式で計算することができる。

$$K^*(a^*, \sigma^*) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^1 \sigma^*(x^*, Bi, jf^*, R_m, R_b) m^*(x^*, a^*) dx^* \quad (4.1)$$

式(3.1)に次式で表せる板厚内応力分布 $\sigma^*(x^*)$ を代入すると、

$$\sigma^*(x^*, Bi, jf^*, R_m, R_b) = H(Bi, jf^*) S(x^*, jf^*, R_m, R_b) T_f^*(jf^*) \quad (4.2)$$

$$\begin{aligned} K^*(a^*, Bi, jf^*, R_m, R_b) &= H(Bi, jf^*) T_f^*(jf^*) \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^1 S(x^*, jf^*, R_m, R_b) m^*(x^*, a^*) dx^* \\ &= H(Bi, jf^*) k(a^*, jf^*, R_m, R_b) T_f^*(jf^*) \end{aligned} \quad (4.3)$$

ここで、有効応力拡大係数関数 $k(a^*, jf^*, R_m, R_b)$ は無次元構造表面温度から無次元応力拡大係数への伝達関数を表し、次式で求めることができる。

$$k(a^*, jf^*, R_m, R_b) = k_1(a^*, f^*, R_m, R_b) + jk_2(a^*, f^*, R_m, R_b) \quad (4.4)$$

$$k_1(a^*, f^*, R_m, R_b) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^1 S_1(x^*, jf^*, R_m, R_b) m^*(x^*, a^*) dx^* \quad (4.5a)$$

$$k_2(a^*, f^*, R_m, R_b) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^1 S_2(x^*, jf^*, R_m, R_b) m^*(x^*, a^*) dx^* \quad (4.5b)$$

式(3.5)を具体的に導出することを考える。重み関数は種々のものが提案されている。ここでは片側き裂付き平板の重み関数として Bueckner[10]の式、古橋らの式[11]および Wu and Carlsson の式[12]を用いることとする(付録2参照)。また、円筒環状き裂の重み関数として、Chapuriot の K 値テーブル[13]から求めた重み関数を用いることとする(付録3参照)。

(1) Bueckner[10]

$$m^*(x^*, a^*) = \sqrt{\frac{2}{\pi a^*}} \left[\left(1 - \frac{x^*}{a^*}\right)^{-1/2} + m_1 \left(1 - \frac{x^*}{a^*}\right)^{1/2} + m_2 \left(1 - \frac{x^*}{a^*}\right)^{3/2} \right] \quad (4.6)$$

$$m_1 = 0.6147 + 17.1844x^{*2} + 8.7822x^{*6} \quad (4.7a)$$

$$m_2 = 0.2502 + 3.2889x^{*2} + 70.0444x^{*6} \quad (4.7b)$$

但し、適用範囲が $0 \leq a^* \leq 0.5$ に限られることに注意を要する。

(2) 古橋ら[11]

$$m^*(x^*, a^*) = \sqrt{\frac{2}{\pi a^*}} \left[\left(1 - \frac{x^*}{a^*}\right)^{-1/2} + m_1 \left(1 - \frac{x^*}{a^*}\right)^{1/2} + m_2 \left(1 - \frac{x^*}{a^*}\right)^{3/2} + m_3 \left(1 - \frac{x^*}{a^*}\right)^{5/2} \right] \quad (4.8)$$

$$m_1(a^*) = [0.4674 + 2.43924a^* + 0.2764a^{*2} - 4.932a^{*3} + 1.7065a^{*4}] / (1 - a^*)^2 \quad (4.9a)$$

$$m_2(a^*) = [0.6356 - 5.3026a^* + 15.463a^{*2} - 9.3984a^{*3} + 0.129a^{*4}] / (1 - a^*)^2 \quad (4.9b)$$

$$m_3(a^*) = [-0.306 + 2.559a^* - 5.8775a^{*2} + 3.1517a^{*3} - 0.2369a^{*4}] / (1 - a^*)^2 \quad (4.9c)$$

$0 \leq a^* \leq 0.9$ の範囲で適用できる。

(3) Wu and Carlsson[12]

$$m(x^*, a^*) = (2\pi a^*)^{-1/2} \sum_{i=1}^{J+1} \beta_i(a^*) (1 - x^*/a^*)^{i-3/2} \quad (4.10)$$

$0 \leq a^* \leq 0.9$ の範囲で適用できる。

詳細は付録2参照のこと。

無次元周波数 $f^*=1$ のサーマルストライピングがき裂側で発生した場合の周期的な熱応力による応力拡大係数を計算し、比較した結果を Fig.3.1 に示す。

(4) Chapuriot の K 値テーブル[13]

$$m^*(x^*, a^*) = \sqrt{\frac{2}{\pi a^*}} \left[\left(1 - \frac{x^*}{a^*}\right)^{-1/2} + m_1 \left(1 - \frac{x^*}{a^*}\right)^{1/2} + m_2 \left(1 - \frac{x^*}{a^*}\right)^{3/2} \right] \quad (4.11)$$

Chapuriot の無次元 K 値に基づき、近似重み関数 m_1, m_2 のテーブルを付録3に示す。

式(4.4)(4.5)に上記 (1) ~ (3) の重み関数を代入して有効応力拡大係数関数を求め、膜応力に対するゲインを計算した結果を以下に示す。

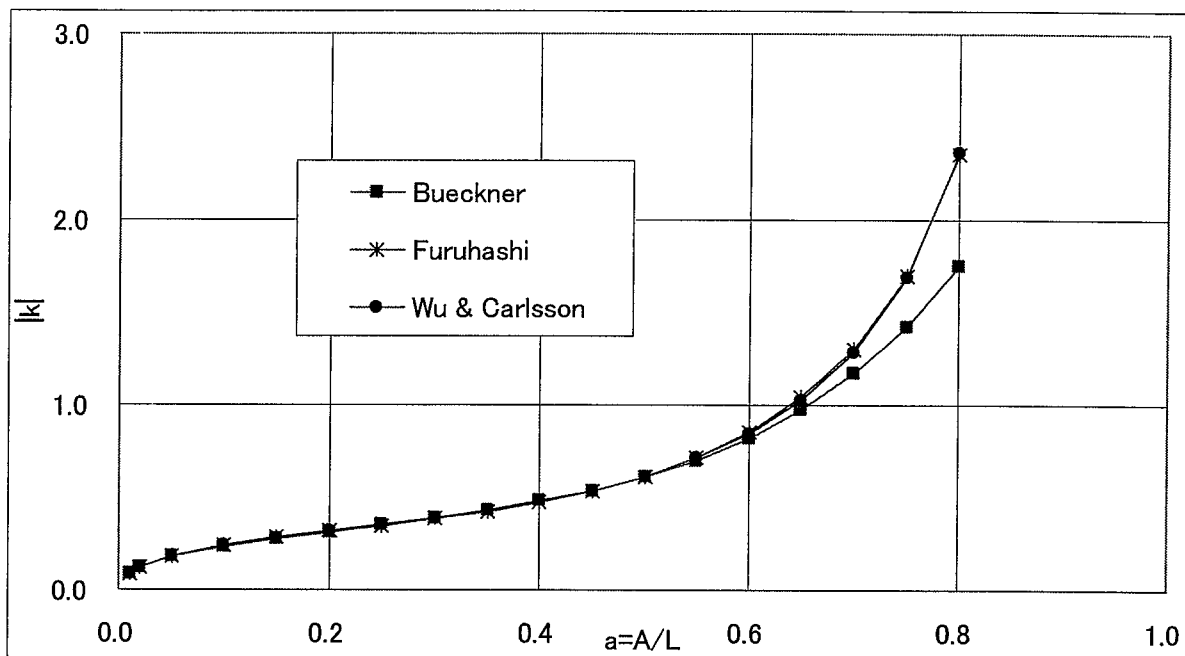


Fig.4.1 Gain of effective stress intensity function under membrane stress

円筒に対して有効な(4)の Chapuriot の K 値テーブルに基づく重み関数を利用して、例として $R/t=35.3$ の円筒の有効応力拡大係数関数を求め、内面温度が各種周波数でゆらいだ場合のゲインを計算すると以下の通りとなる。

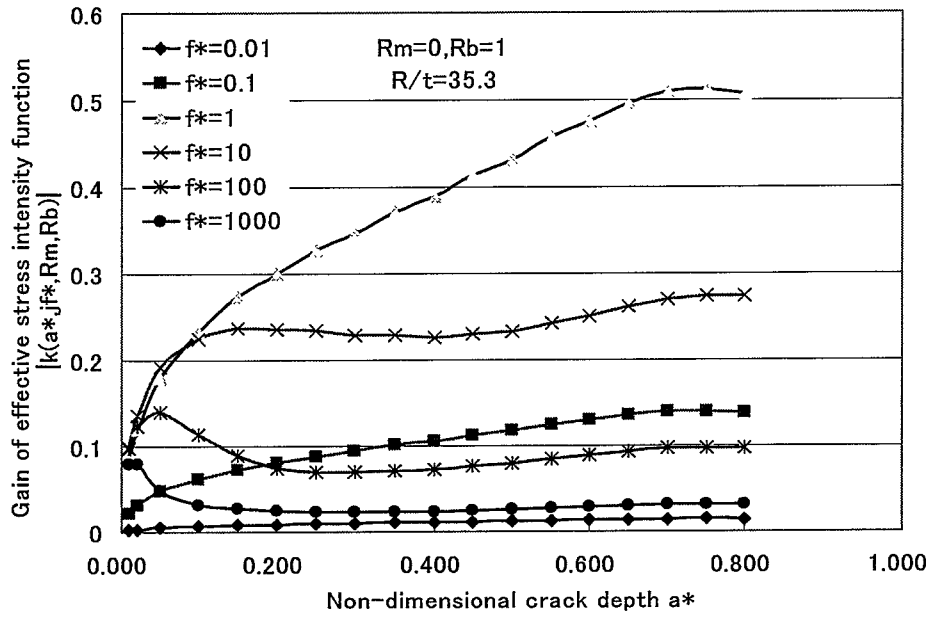


Fig.4.2(a) Gain of effective stress intensity function to surface temperature fluctuation

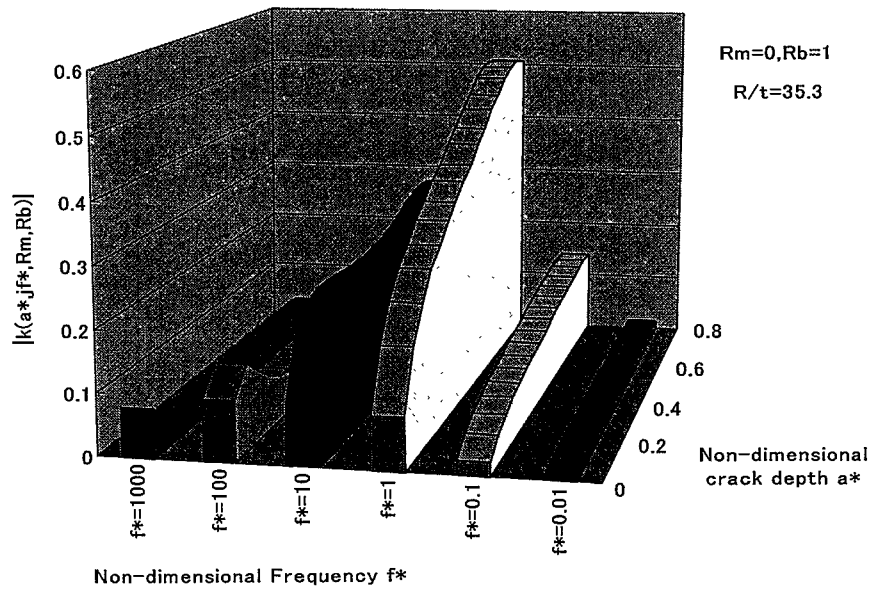


Fig.4.2(b) Gain of effective stress intensity function to surface temperature fluctuation

4.2 流体温度ゆらぎに対する応力拡大係数の周波数応答関数

式(4.3)から分かるように式(2.5)と式(4.4)をかけあわせることにより、以下のように流体温度に対する応力拡大係数の応答特性を評価することが出来る。

$$K^*(a^*, Bi, jf^*, R_m, R_b) = H(Bi, jf^*) k(a^*, jf^*, R_m, R_b) T_f^*(jf^*) \quad (4.12)$$

例として、 $Bi=6.07$ の場合について、Chapuriot の K 値テーブルに基づく重み関数を利用した $R/t=35.3$ の円筒の有効応力拡大係数関数と有効熱伝達関数から、応力拡大係数の周波数応答関数のゲインの板厚方向分布を周波数毎に計算すると下図のようになる。無次元周波数 1 近傍で、最大の応力拡大係数が生じている。

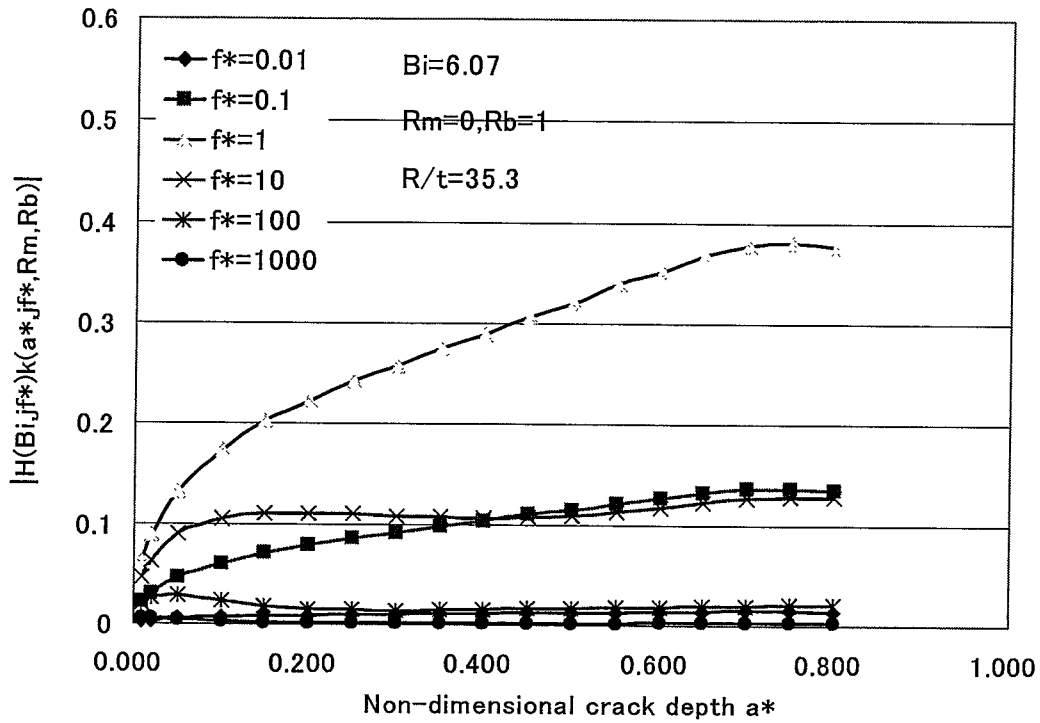


Fig.4.3(a) Gain of non-dimensional stress intensity factor to fluid temperature fluctuation

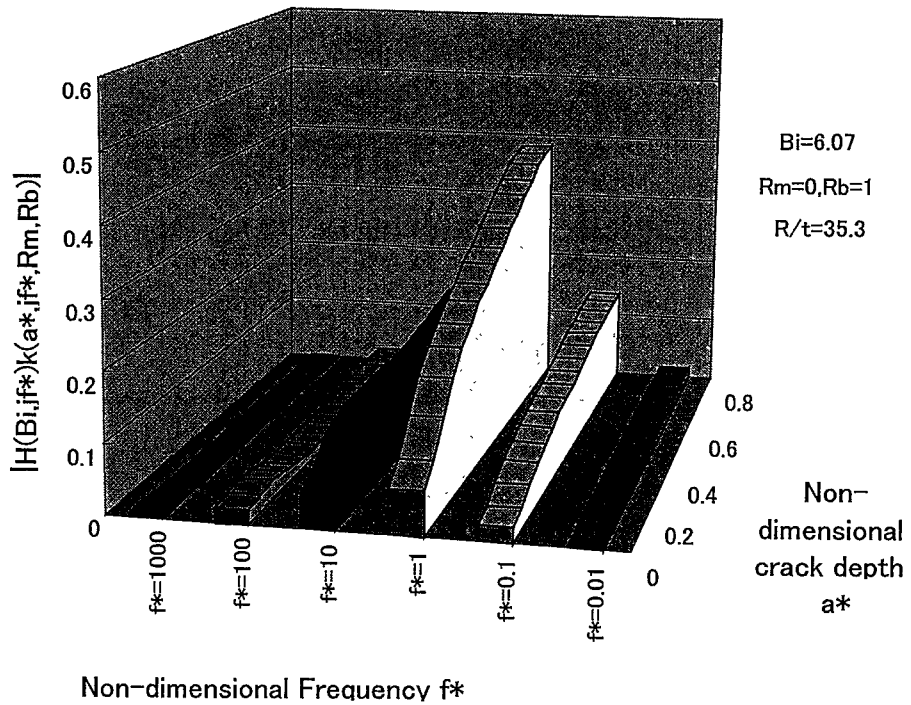


Fig.4.3(b) Gain of non-dimensional stress intensity factor to fluid temperature fluctuation

5. 周波数応答関数の検証

In order to verify the developed frequency response function of stress intensity factors to fluid temperature fluctuations, for the special case of sinusoidal patterns of striping, in this report, the finite element analysis is used to calculate the maximum stress intensity factors for cracks of different depth in a cylinder subjected to sinusoidal temperature fluctuations from low frequencies to high frequencies.

At first, analyses were made to confirm the validity of the spatial mesh size of the finite element model and the time needed to achieve stationary conditions in the model. Then, analyses were made for membrane stress loads. Both the load-control and displacement-control cases were calculated. Thirdly, the case with a linear temperature distribution in the model was analyzed. Lastly, the sinusoidal temperature fluctuations were analyzed to calculate the maximum stress intensity factors. For each case, the results were compared with the corresponding results from functional solutions.

5.1 FINITE ELEMENT ANALYSES

5.1.1 Sensitivities of K Value to Spatial Mesh Size and Striping Time

- Sensitivities of K Value to Spatial Mesh Size

To confirm the meshing density is detailed enough, two models were built. One is fine mesh; the other is relatively coarse mesh. The analyzed crack depths are $a^*=0.0167, 0.1, 0.7$; the analyzed frequencies are 0.01Hz, 0.1Hz, 1Hz, 10Hz. Table 5.1 gives the model data in detailed. Table 5.2 gives the material properties of SUS304 at 385 °C. Fig. 5.1 shows the boundary conditions of the model.

Table 5.1 Finite element model data

Model Type	Axisymmetrical Cylinder Model
Inner Radius of Model	247mm
Wall Thickness of Model	7mm
Height of Model	90mm
Material	SUS304
Computer Code	FINAS, FNSFRCT

Table 5.2 Material properties of SUS304

Heat Conduction	4.649E-6 (kcal/mm·sec·°C)
Specific Ratio	0.1317 (kcal/kg·°C)
Density	7.866E-6 (kg/mm ³)
Liner Expansion	19.456E-6 (1/°C)
Young Modulus	1.732E+4 (kgf/mm ²)
Poisson Ratio	0.2938

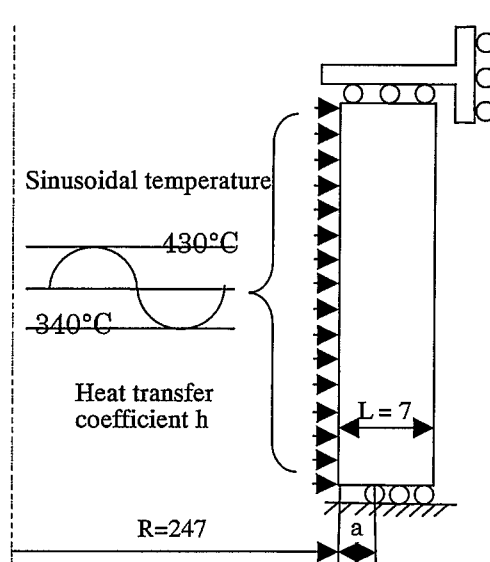


Fig.5.1 Boundary conditions of the model used in FEM analyses

The coarse and fine mesh models are shown in Fig. 5.2. Fig. 5.3 to Fig. 5.8 gives the comparisons of results between coarse mesh and fine mesh.

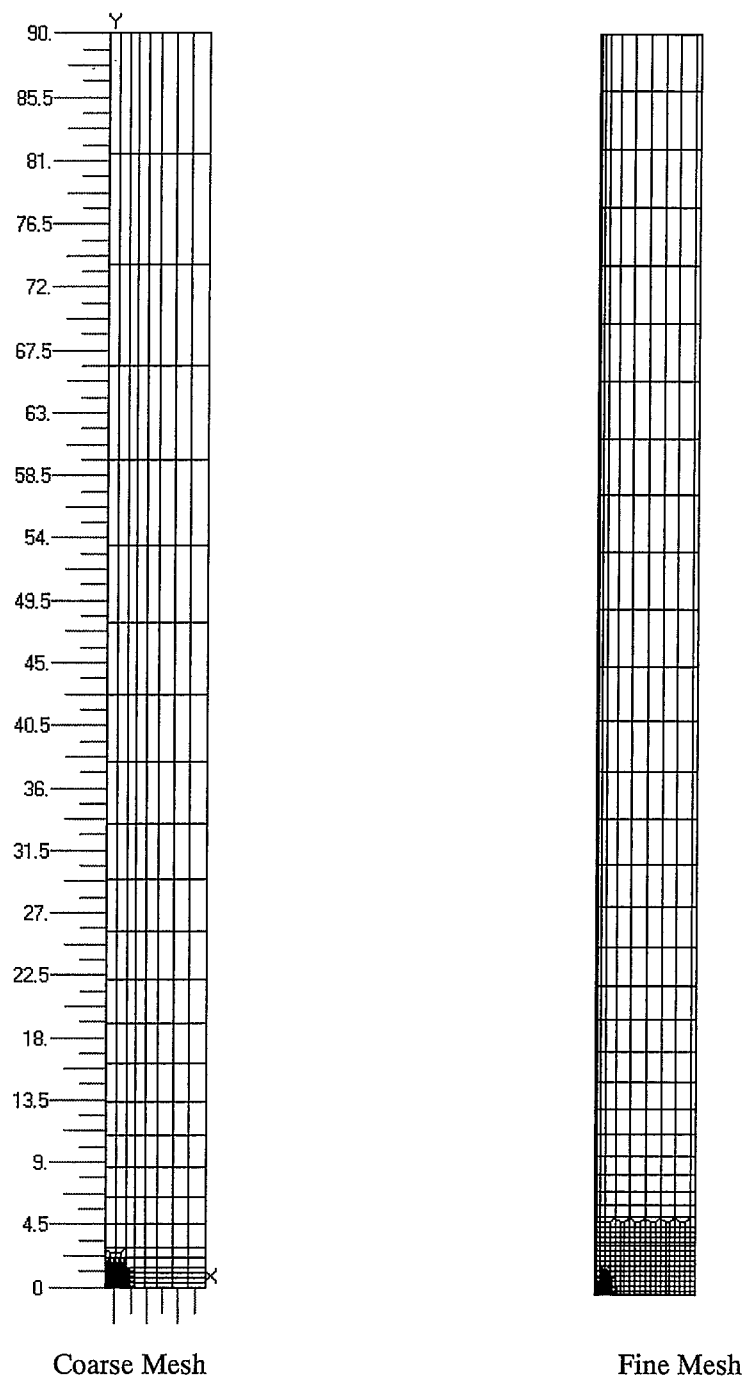


Fig.5.2 Comparison of the coarse mesh and fine mesh model

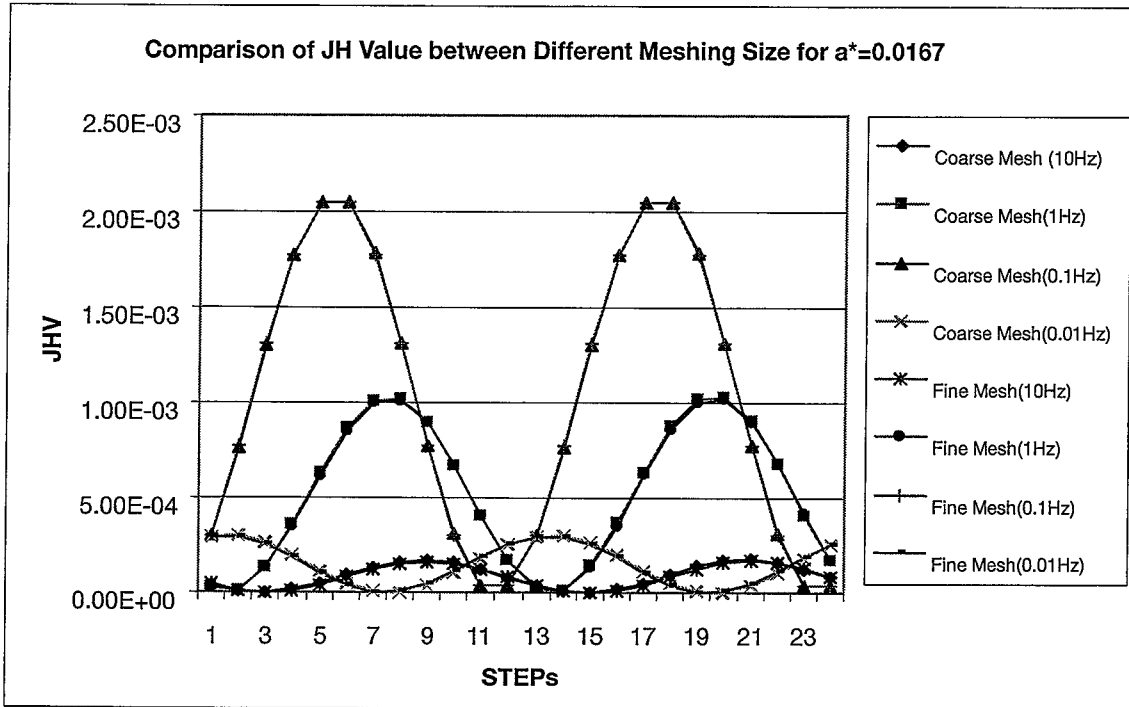


Fig.5.3 Comparison of JH value between coarse and fine mesh for $a^*=0.0167$

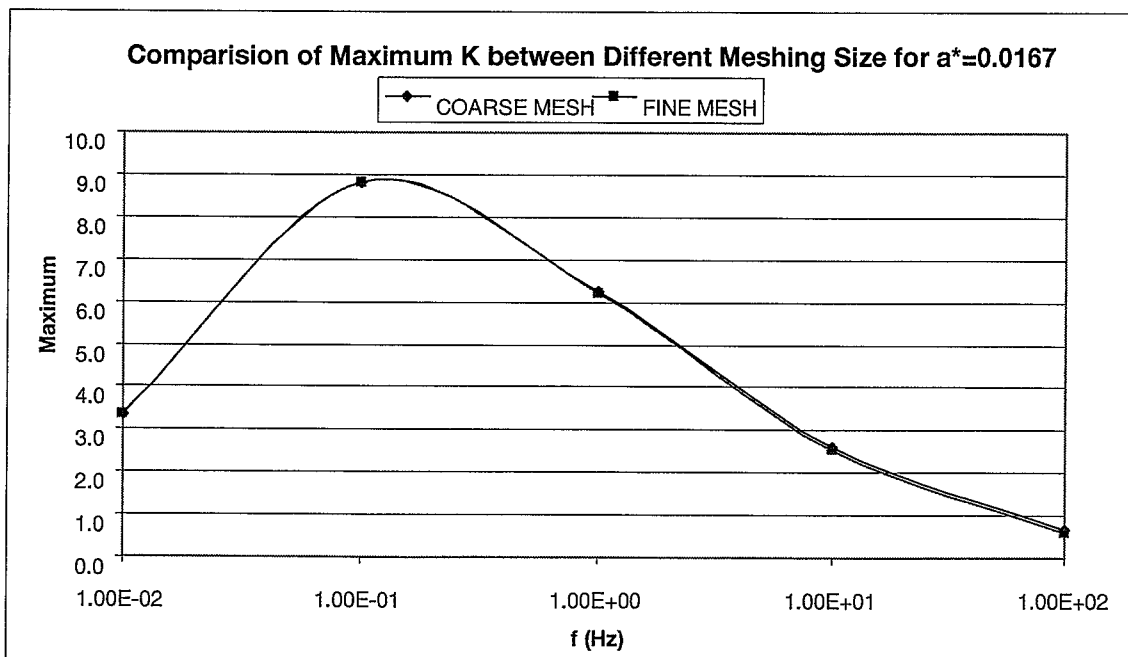


Fig.5.4 Comparison of maximum K value between coarse and fine mesh for $a^*=0.0167$

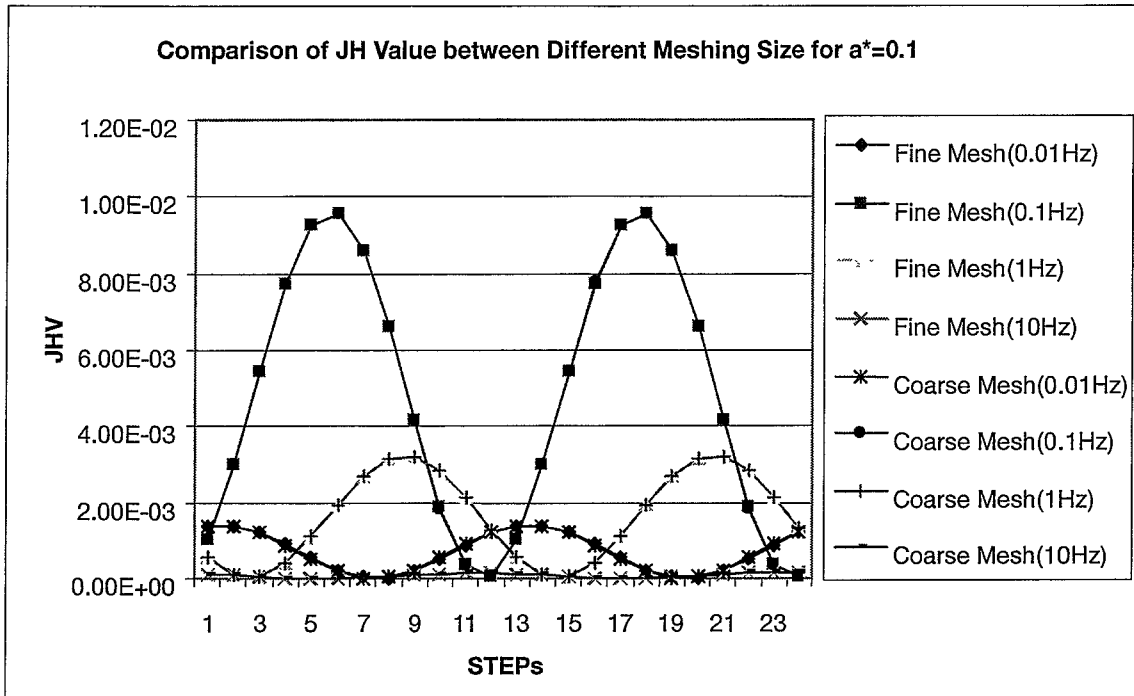


Fig.5.5 Comparison of JH value between coarse and fine mesh for $a^*=0.1$

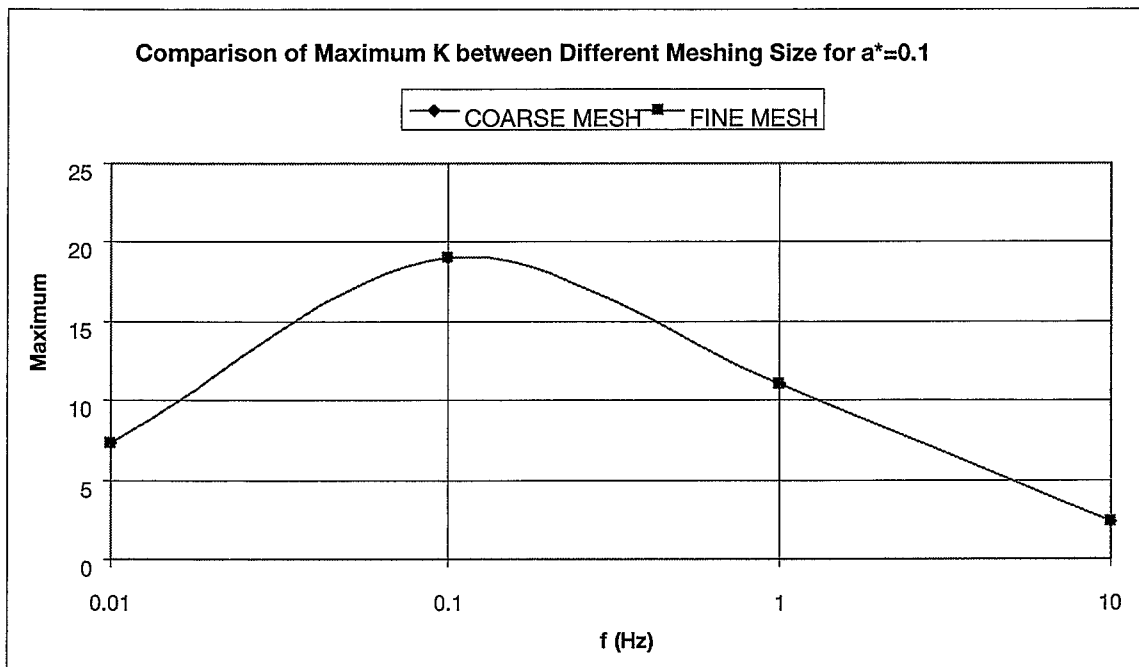


Fig.5.6 Comparison of maximum K value between coarse and fine mesh for $a^*=0.1$

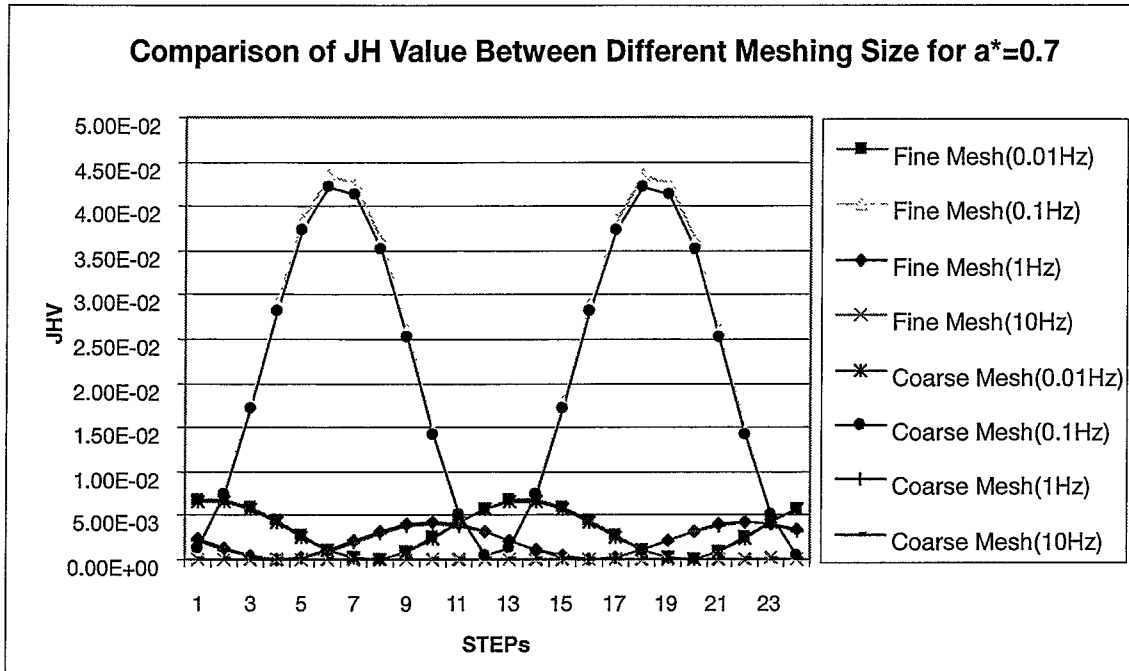


Fig.5.7 Comparison of JH value between coarse and fine mesh for $a^*=0.7$

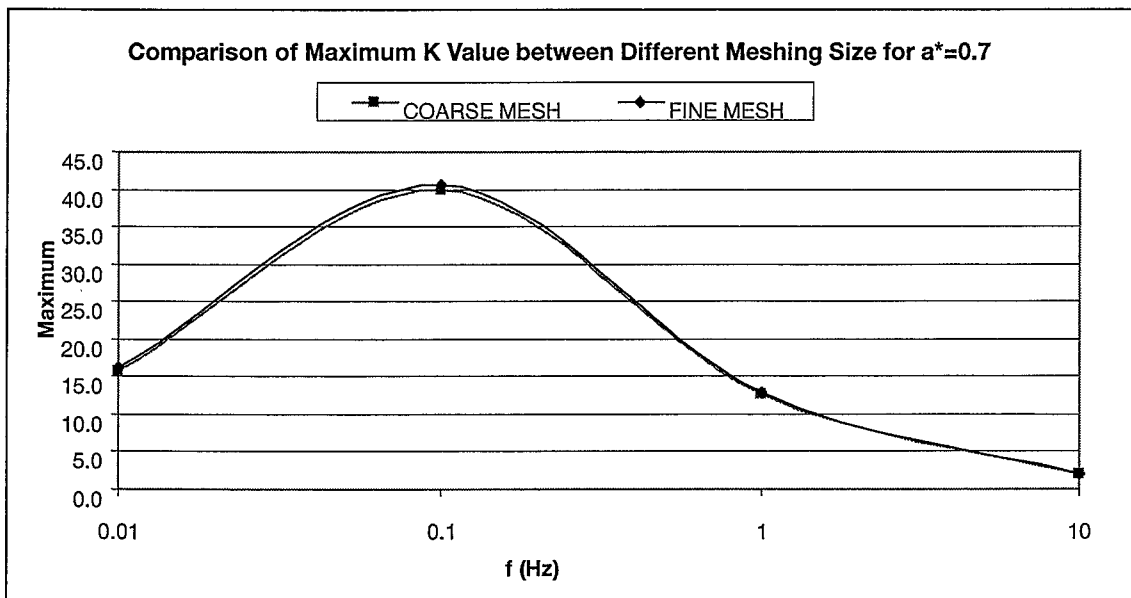


Fig.5.8 Comparison of maximum K value between coarse and fine mesh for $a^*=0.7$

From the above results, we know that for deep crack ($a^*=0.7$), meshing density has a little influence on results at frequency of intermediate range (0.1Hz); for shallow crack ($a^*=0.0167$), it has influence on results at high frequency (10Hz). This is in agreement with the mechanism of frequency response of structures. Because the two sets of results of coarse mesh and fine mesh are generally identical, it shows the fine mesh model has been sufficiently finely meshed. In the later analyses, the fine mesh model will be adopted.

- Sensitivities of K Value to Striping Time

In order to find out how much time it takes to get stationary conditions in the model, a heat transfer analysis has been performed. The analyzed striping frequency is 10Hz. Fig. 5.9 to Fig. 5.11 gives the course that one node of the model gets convergent temperature fluctuation.

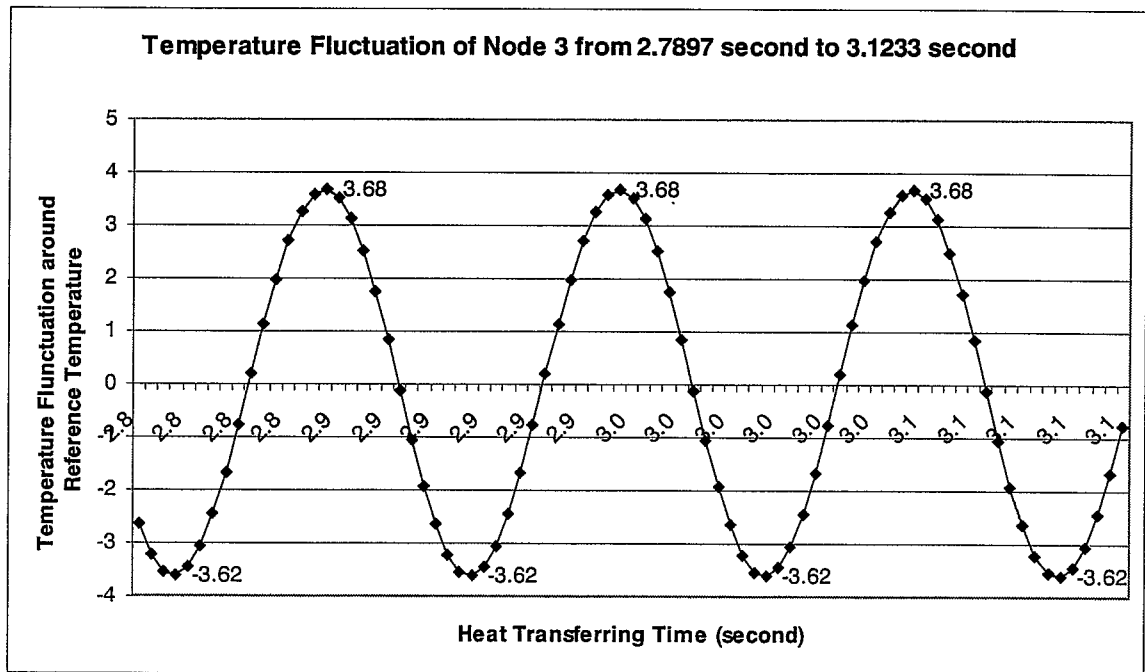


Fig.5.9 Temperature fluctuation from 2.7897 second to 3.1233 second

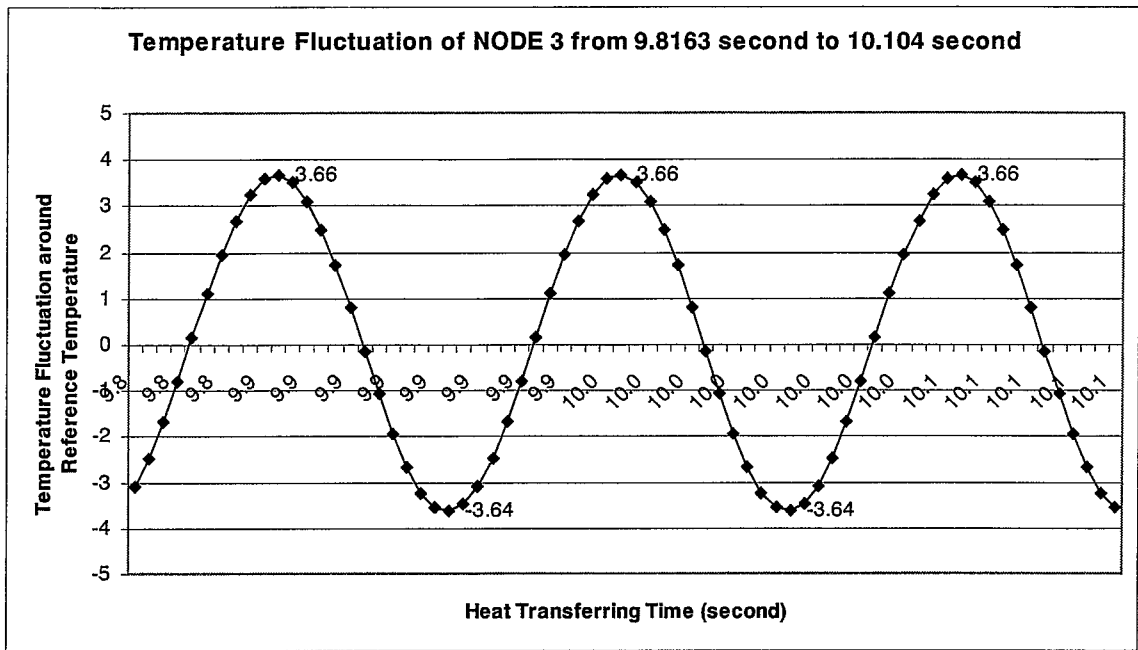


Fig.5.10 Temperature fluctuation from 9.8163 second to 10.104 second

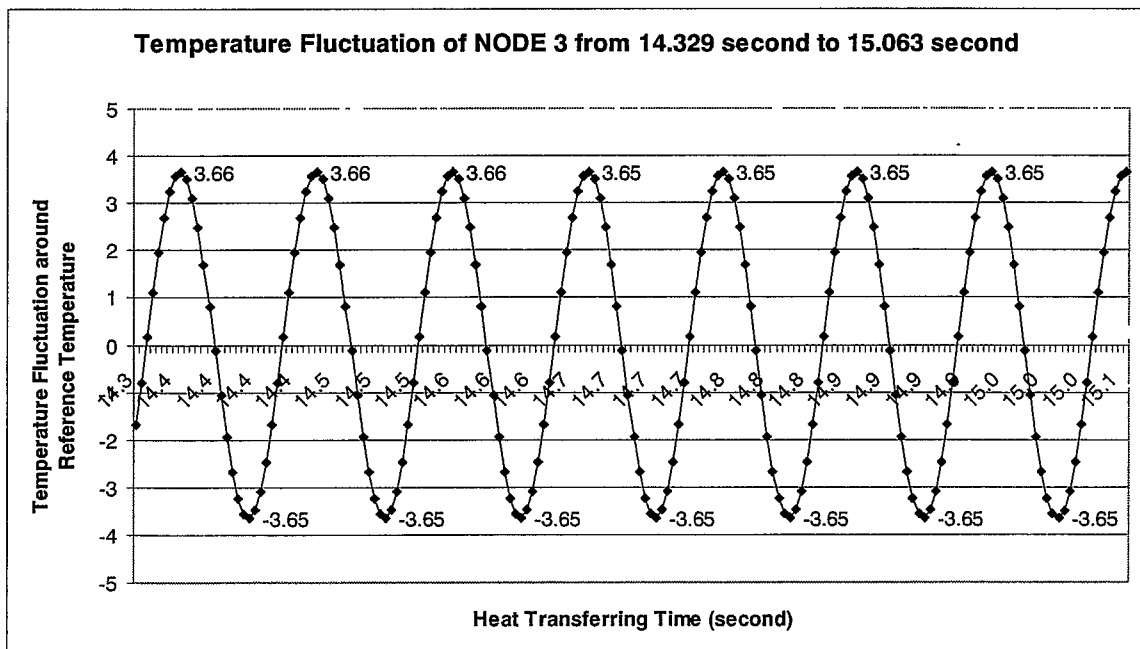


Fig.5.11 Temperature fluctuation from 14.329 second to 15.063 second

From Fig. 5.9 to Fig. 5.11, we know that it takes about 15 seconds to get stationary conditions in the model.

5.1.2 Load-controlled and Displacement-controlled Axial Membrane Stress

Both the load-controlled and the displacement-controlled cases were calculated. See Fig. 5.12 for the load conditions. The calculated dimensionless crack depths are 0.05, 0.1, 0.2, 0.3, 0.5, 0.7, and 0.9. Fig 5.13 shows the results calculated directly from K calculation with FNSFRCT KVAL<DISP> command and Fig 5.14 shows the results derived from the \hat{J} integral using following equation.

$$K = \left(\frac{\hat{J}E}{1-\nu^2} \right)^{1/2}$$

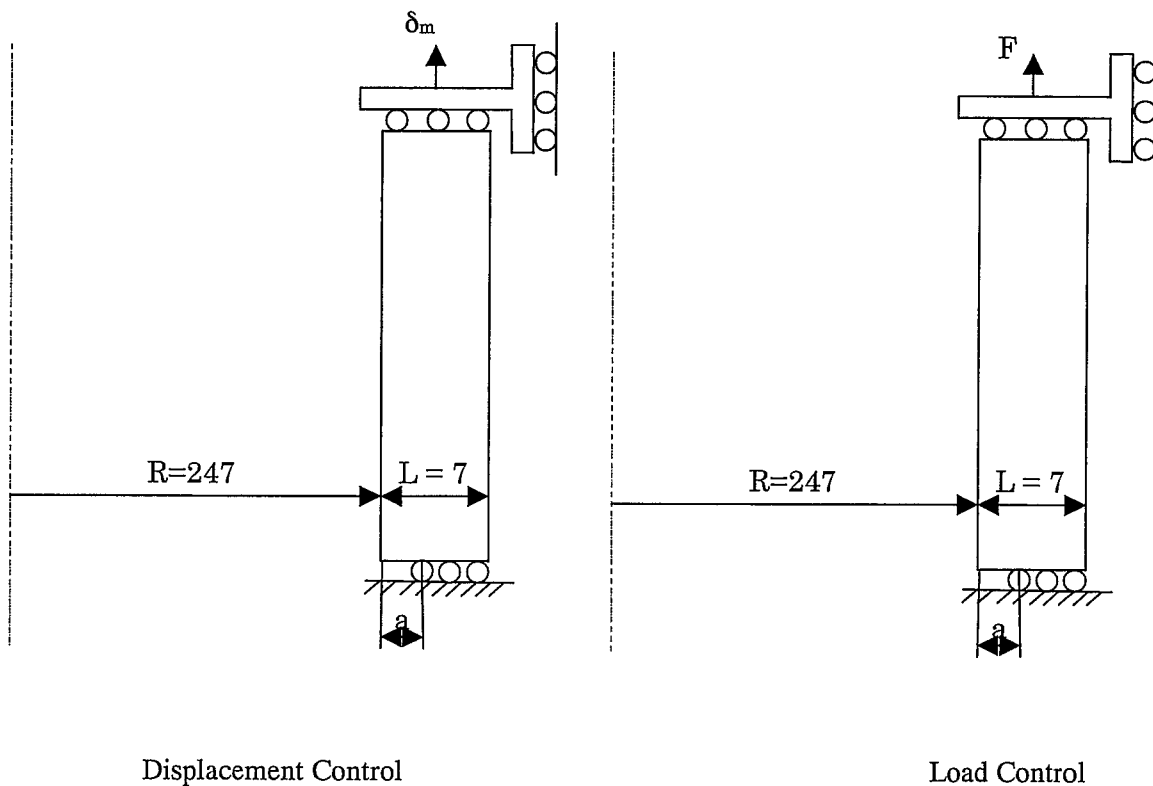


Fig.5.12 Load conditions for the membrane stress case

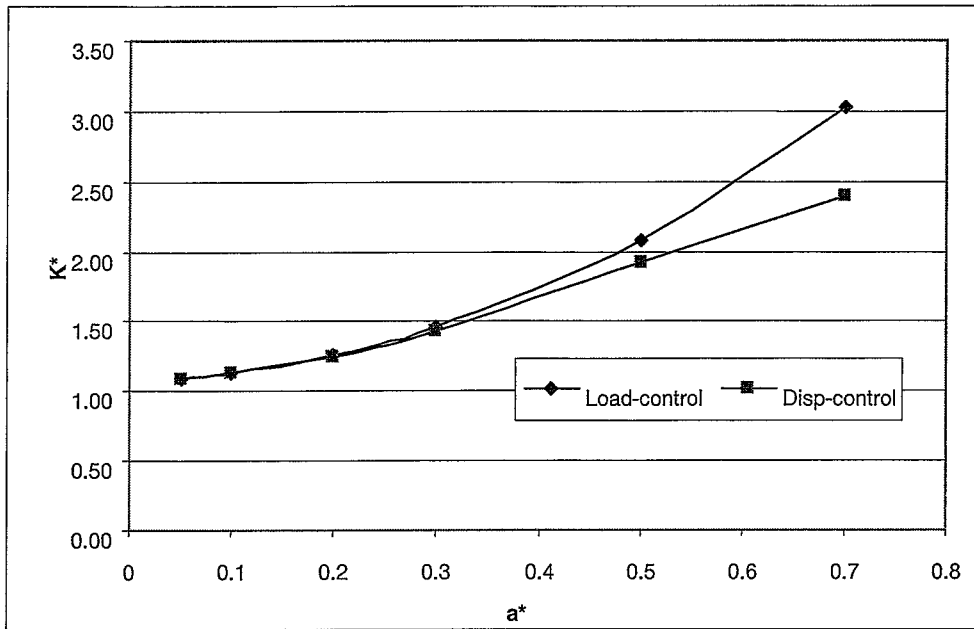


Fig.5.13 The variation of the SIF with crack depth (from K directly calculated)

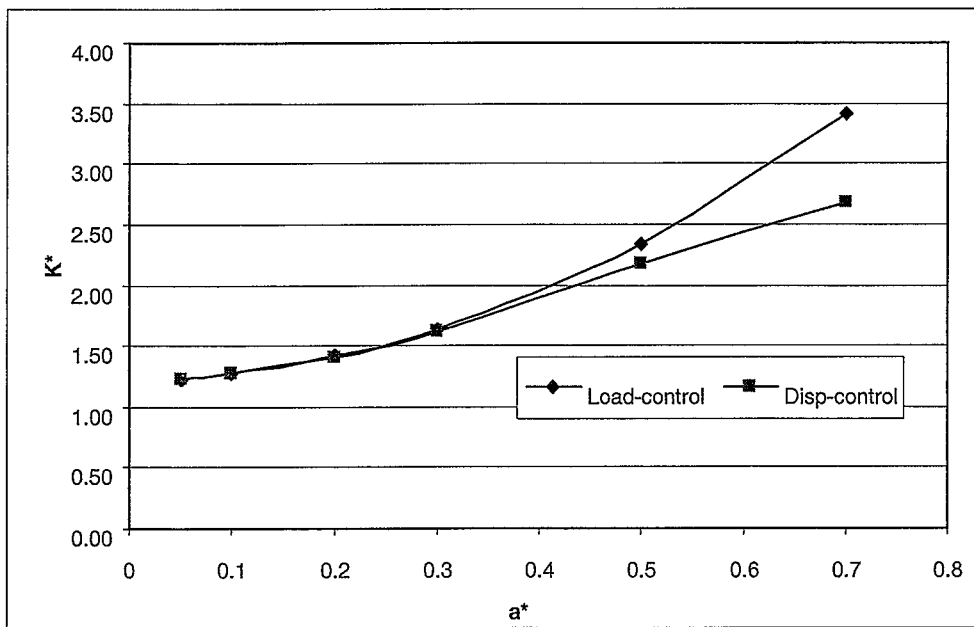


Fig.5.14 The variation of the SIF with crack depth (from J hat integral)

5.1.3 Bending Stress by Linear Temperature Distribution

Fig. 5.15 shows the boundary conditions of the analysis for bending stress by linear temperature distribution. Fig. 5.16 gives the result calculated both from JH-integral and from K directly calculated. Material properties are the same as specified in Table 5.2.

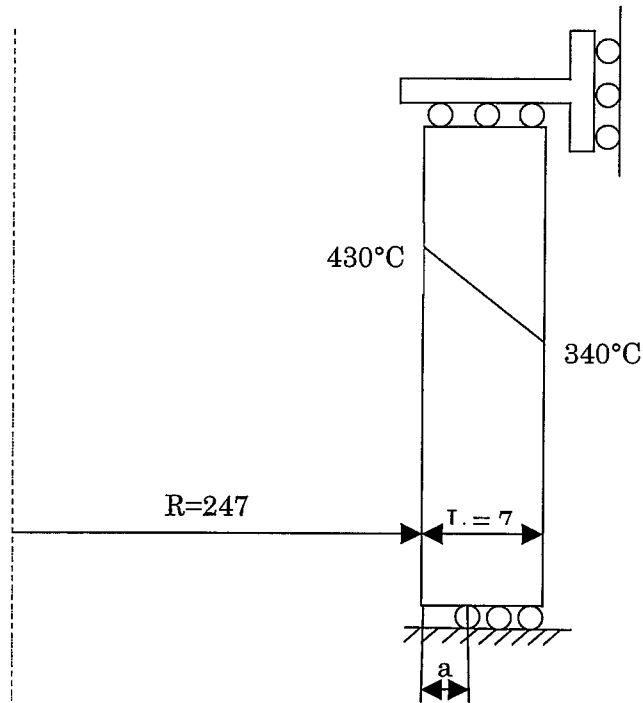


Fig.5.15 Boundary conditions for bending stress

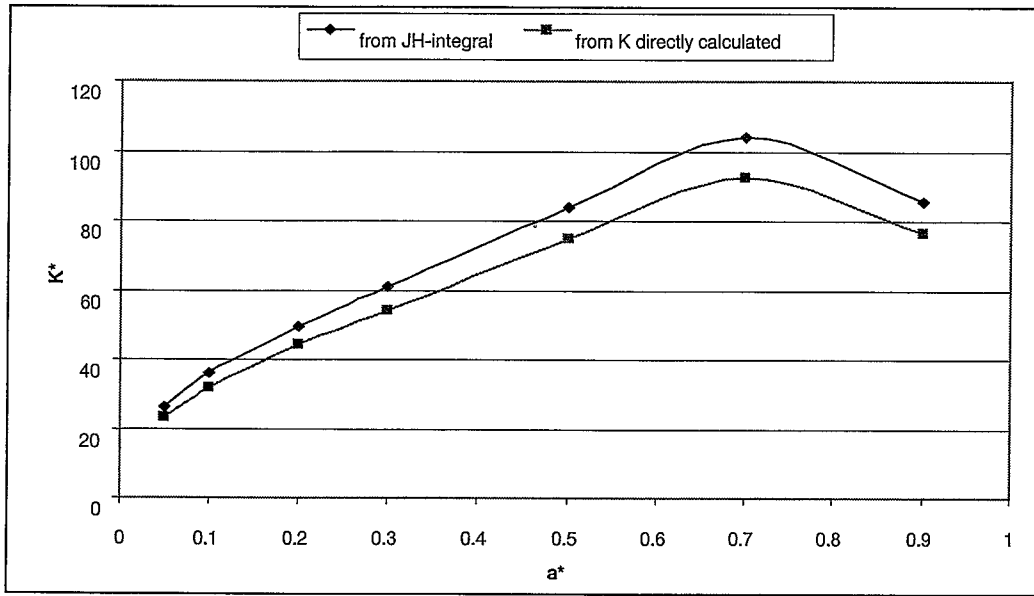


Fig.5.16 Results of the linear temperature distribution loading

5.1.4 Thermal Striping Loading

In this part, for each of the several representative frequencies, a corresponding sinusoidal temperature fluctuation was applied to the inner surface of the cylinder. The highest temperature of the temperature fluctuation is 430°C; the lowest is 340°C. The calculated striping frequencies and crack depths are shown in Table 5.3. Fig. 5.17 shows the variation of maximum dimensionless SIFs of each frequency with the dimensionless crack depths. The results are from K directly calculated.

Table 5.3 The calculated striping frequencies and crack depths

Real frequency (Hz)	0.01	0.03	0.07	0.084	0.1	1	10
Dimensionless frequency	0.109	0.328	0.764	0.917	1.092	10.92	109.2
Crack depth (A/L)	0.05	0.1	0.2	0.3	0.5	0.7	0.9

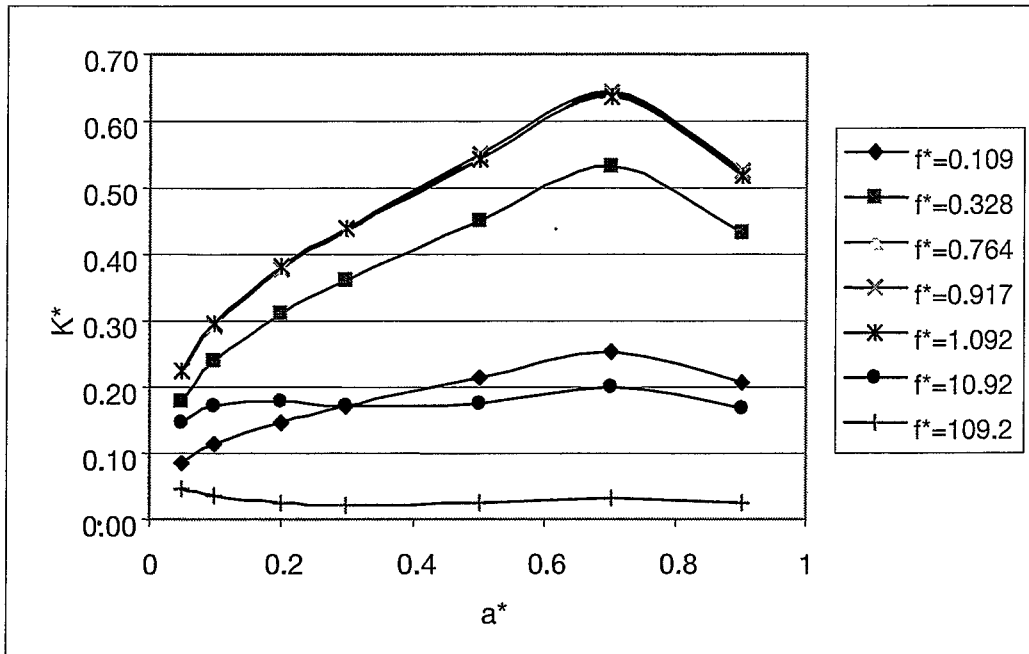


Fig.5.17 The variation of max. SIF with crack depth due to thermal stripping

From Fig. 5.17, we can conclude that dimensionless stripping frequency of 1.092 results in the most damageable stress intensity factors than other frequencies.

5.2 COMPARISON BETWEEN THE FINITE ELEMENT ANALYSES AND FUNCTIONAL SOLUTIONS

5.2.1 Comparison of Analysis Results under Axial Membrane Stress

Fig. 5.18 gives the comparison between functional result and finite element analysis result of dimensionless stress intensity factor due to axial membrane stress. The functional results are calculated from Function of Chapuliot.

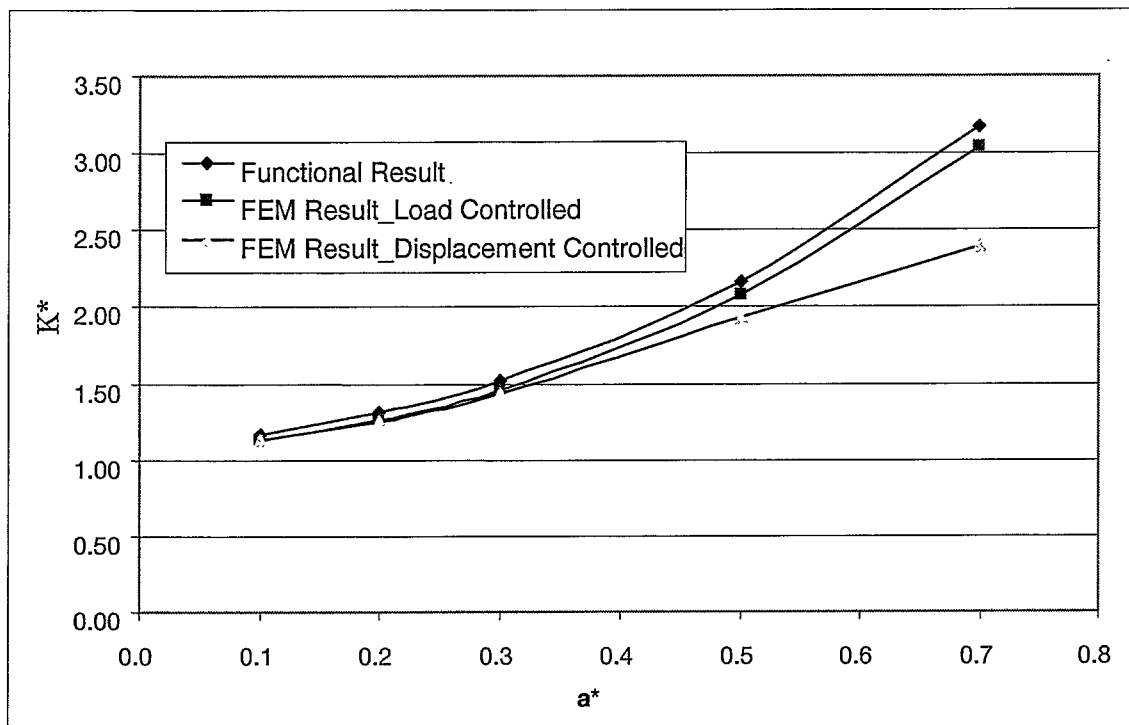


Fig.5.18 Comparison of analysis results under axial membrane stress

5.2.2 Comparison of Analysis Results under Bending Stress

Fig. 5.20 gives the comparison between functional result and finite element analysis result of dimensionless stress intensity factor due to linear temperature distribution loading. The functional results are calculated from Function of Chapuliot.

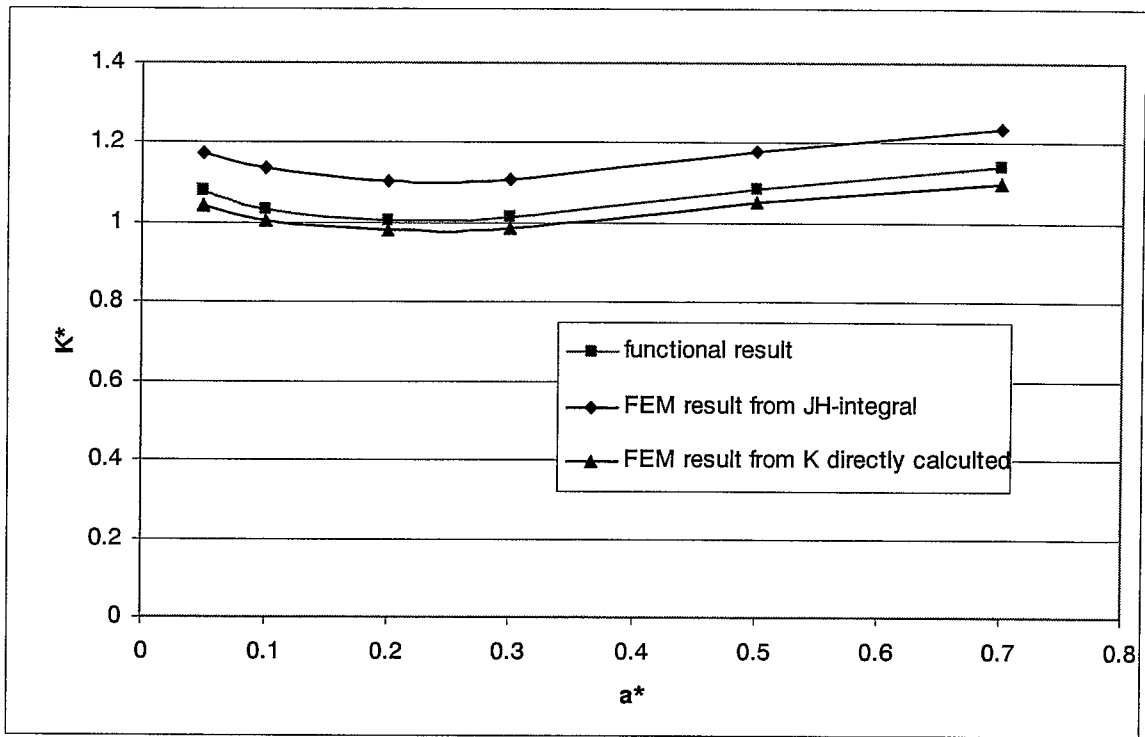


Fig.5.19 Comparison of analysis results under bending stress

5.2.3 Comparison of Analysis Results under Thermal Striping Loading

Fig. 5.20 gives the overall comparison between finite element analysis result and functional result under thermal striping loading for all calculated frequencies. The functional results are calculated from Function of Chapuliot.

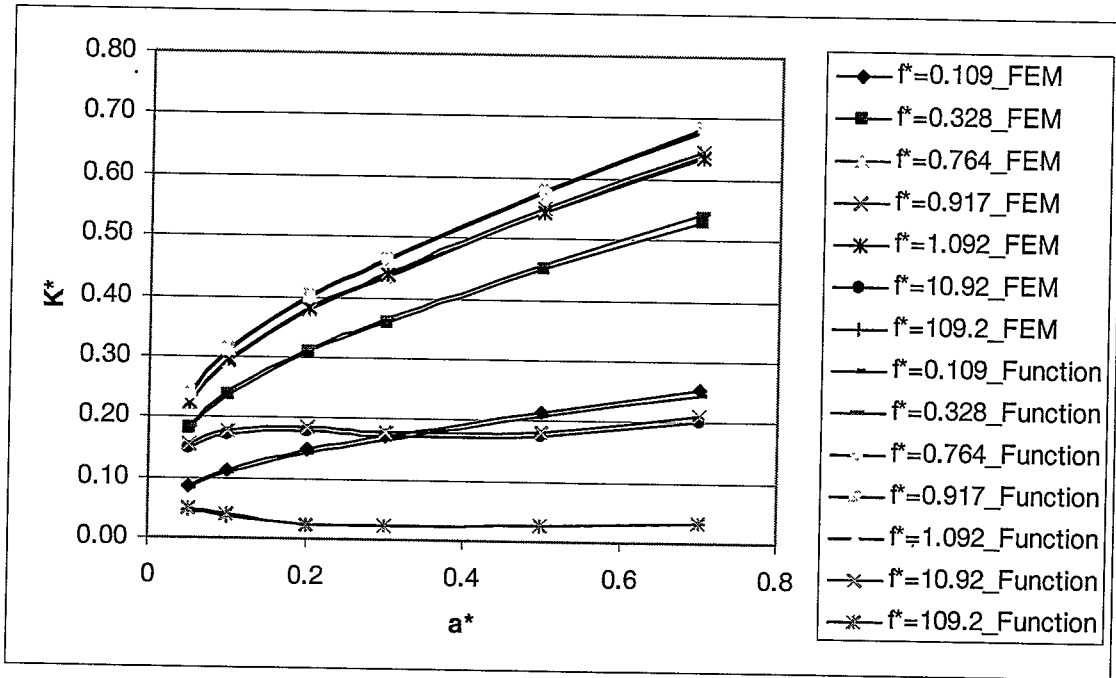


Fig.5.20 The overall comparison of thermal striping loading

5.3 CONCLUSION

In this research, finite element method has been used to analyze the stress intensity factor of a cylinder subjected to three kinds of loadings. The maximum stress intensity factor as a function of crack depth in a circumferentially cracked cylinder subjected to sinusoidal striping has been calculated. Comparison of the results from finite element analysis and functional solutions shows good agreement. Therefore, it can be concluded that the developed frequency response function of stress intensity factors to fluid temperature fluctuations is reliable.

6. 結言

サーマルストラッピングに対する構造健全性評価に適用可能な以下の周波数応答関数を提案した。

(1) 有効熱伝達関数

$$H(B_i, jf^*) = H_1(B_i, f^*) + jH_2(B_i, f^*) \quad (6.1)$$

$$H_1 = (u_1 v_1 + u_2 v_2) / (v_1^2 + v_2^2) \quad (6.2a)$$

$$H_2 = (u_2 v_1 + u_1 v_2) / (v_1^2 + v_2^2) \quad (6.2b)$$

$$u_1 = B_i \cosh(\omega) \cos(\omega), \quad \omega = \sqrt{\pi f^*} \quad (6.2c)$$

$$u_2 = B_i \sinh(\omega) \sin(\omega) \quad (6.2d)$$

$$v_1 = B_i \cosh(\omega) \cos(\omega) + \omega \{ \sinh(\omega) \cos(\omega) - \cosh(\omega) \sin(\omega) \} \quad (6.2e)$$

$$v_2 = B_i \sinh(\omega) \sin(\omega) + \omega \{ \sinh(\omega) \cos(\omega) + \cosh(\omega) \sin(\omega) \} \quad (6.2f)$$

(2) 有効熱応力関数

$$S(x^*, jf^*, R_m, R_b) = S_1(x^*, f^*, R_m, R_b) + jS_2(x^*, f^*, R_m, R_b) \quad (6.3)$$

$$S_1(x^*, f^*, R_m, R_b) = (1 - R_m) B_m(f^*) + (1 - R_b)(1 - 2x^*) B_b(f^*) - B(x^*, f^*) \quad (6.4a)$$

$$S_2(x^*, f^*, R_m, R_b) = (1 - R_m) C_m(f^*) + (1 - R_b)(1 - 2x^*) C_b(f^*) - C(x^*, f^*) \quad (6.4b)$$

$$B(x^*, f^*) = \frac{\cos \sqrt{\pi f^*} \cosh \sqrt{\pi f^*} \cos \left\{ \sqrt{\pi f^*} (1-x^*) \right\} \cosh \left\{ \sqrt{\pi f^*} (1-x^*) \right\} + \sin \sqrt{\pi f^*} \sinh \sqrt{\pi f^*} \sin \left\{ \sqrt{\pi f^*} (1-x^*) \right\} \sinh \left\{ \sqrt{\pi f^*} (1-x^*) \right\}}{\cos^2 \sqrt{\pi f^*} \cosh^2 \sqrt{\pi f^*} + \sin^2 \sqrt{\pi f^*} \sinh^2 \sqrt{\pi f^*}} \quad (6.5a)$$

$$C(x^*, f^*) = \frac{\cos \sqrt{\pi f^*} \cosh \sqrt{\pi f^*} \sin \left\{ \sqrt{\pi f^*} (1-x^*) \right\} \sinh \left\{ \sqrt{\pi f^*} (1-x^*) \right\} - \sin \sqrt{\pi f^*} \sinh \sqrt{\pi f^*} \cos \left\{ \sqrt{\pi f^*} (1-x^*) \right\} \cosh \left\{ \sqrt{\pi f^*} (1-x^*) \right\}}{\cos^2 \sqrt{\pi f^*} \cosh^2 \sqrt{\pi f^*} + \sin^2 \sqrt{\pi f^*} \sinh^2 \sqrt{\pi f^*}} \quad (6.5b)$$

$$B_m(f^*) = \frac{1}{2\sqrt{\pi f^*}} \left[\frac{\sin \sqrt{\pi f^*} \cos \sqrt{\pi f^*} + \sinh \sqrt{\pi f^*} \cosh \sqrt{\pi f^*}}{\cos^2 \sqrt{\pi f^*} \cosh^2 \sqrt{\pi f^*} + \sin^2 \sqrt{\pi f^*} \sinh^2 \sqrt{\pi f^*}} \right] \quad (6.6a)$$

$$C_m(f^*) = \frac{1}{2\sqrt{\pi f^*}} \left[\frac{\sin\sqrt{\pi f^*} \cos\sqrt{\pi f^*} - \sinh\sqrt{\pi f^*} \cosh\sqrt{\pi f^*}}{\cos^2\sqrt{\pi f^*} \cosh^2\sqrt{\pi f^*} + \sin^2\sqrt{\pi f^*} \sinh^2\sqrt{\pi f^*}} \right] \quad (6.6b)$$

$$B_b(f^*) = \frac{3}{2\sqrt{\pi f^*}} \left[\frac{\sinh\sqrt{\pi f^*} \cosh\sqrt{\pi f^*} + \sin\sqrt{\pi f^*} \cos\sqrt{\pi f^*} - \frac{2\sinh\sqrt{\pi f^*} \sin\sqrt{\pi f^*}}{\sqrt{\pi f^*}}}{\cos^2\sqrt{\pi f^*} \cosh^2\sqrt{\pi f^*} + \sin^2\sqrt{\pi f^*} \sinh^2\sqrt{\pi f^*}} \right] \quad (6.7a)$$

$$C_b(f^*) = \frac{3}{2\sqrt{\pi f^*}} \left[\frac{-\sinh\sqrt{\pi f^*} \cosh\sqrt{\pi f^*} + \sin\sqrt{\pi f^*} \cos\sqrt{\pi f^*} + \frac{2}{\sqrt{\pi f^*}} (\cos^2\sqrt{\pi f^*} \cosh^2\sqrt{\pi f^*} + \sin^2\sqrt{\pi f^*} \sinh^2\sqrt{\pi f^*} - \cosh\sqrt{\pi f^*} \cos\sqrt{\pi f^*})}{\cos^2\sqrt{\pi f^*} \cosh^2\sqrt{\pi f^*} + \sin^2\sqrt{\pi f^*} \sinh^2\sqrt{\pi f^*}} \right] \quad (6.7b)$$

(3) 有効応力拡大係数関数

$$k(a^*, jf^*, R_m, R_b) = k_1(a^*, f^*, R_m, R_b) + jk_2(a^*, f^*, R_m, R_b) \quad (6.8)$$

$$k_1(a^*, f^*, R_m, R_b) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^1 S_1(x^*, jf^*, R_m, R_b) m^*(x^*, a^*) dx^* \quad (6.9a)$$

$$k_2(a^*, f^*, R_m, R_b) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^1 S_2(x^*, jf^*, R_m, R_b) m^*(x^*, a^*) dx^* \quad (6.9b)$$

$$m^*(x^*, a^*) = \sqrt{\frac{2}{\pi a^*}} \left[\left(1 - \frac{x^*}{a^*}\right)^{-1/2} + m_1 \left(1 - \frac{x^*}{a^*}\right)^{1/2} + m_2 \left(1 - \frac{x^*}{a^*}\right)^{3/2} \right] \quad (6.10)$$

上記関数の利用法は以下のとおりである。

入力となる流体温度変動 $T_f(t)$ を次式により無次元化して周波数領域で表わす。

$$T_f^*(jf^*) = T_f(jf)/T_0 = \mathfrak{S}[T_f(t)/T_0] \quad (6.11)$$

ビオ数から有効熱伝達関数を、構造の拘束条件から有効熱応力関数を決定し、無次元応力を評価する。

$$\sigma^*(x^*, Bi, jf^*, R_m, R_b) = H(Bi, jf^*) S(x^*, jf^*, R_m, R_b) T_f^*(jf^*) \quad (6.12)$$

時間領域に変換し有次元化すると応力の時刻暦が求まる。

$$\sigma(x, h, t, R_m, R_b) = \frac{E\alpha T_0}{1-\nu} \sigma^*(x, Bi, t^*, R_m, R_b) = \frac{E\alpha T_0}{1-\nu} \mathfrak{S}^{-1}[\sigma^*(x^*, Bi, jf^*, R_m, R_b)] \quad (6.13)$$

構造の拘束条件と形状から有効応力拡大係数を決定し、無次元応力拡大係数を評価する。

$$K^*(a^*, Bi, jf^*, R_m, R_b) = H(Bi, jf^*) k(a^*, jf^*, R_m, R_b) T_f^*(jf^*) \quad (6.14)$$

時間領域に変換し有次元化すると応力拡大係数の時刻暦が求まる。

$$K(a, h, t, R_m, R_b) = \frac{E\alpha T_0 \sqrt{\pi L}}{1-\nu} K^*(a, Bi, t^*, R_m, R_b) = \frac{E\alpha T_0 \sqrt{\pi L}}{1-\nu} \mathcal{S}^{-1} [K^*(a^*, Bi, jf^*, R_m, R_b)] \quad (6.15)$$

謝 辞

サイクル機構大洗工学センターの齋 淵植博士には破壊力学手法の適用法に關します有益な議論をいただきましたことに厚く御礼申し上げます。

参考文献

- [1] Gelineau,O., et al., Review of predictive methods applied to thermal striping problems and recommendations, SMiRT15, F06/3, (1999)
- [2] Muramatsu,T., Evaluation of Thermal Striping Phenomena at a Tee Junction of LMFR Piping System with Numerical Methods (1) Thermohydraulic Calculations, SMiRT15, F05/6, (1999)
- [3] Kasahara,N., Evaluation of Thermal Striping Phenomena at a Tee Junction of LMFR Piping System with Numerical Methods (2) Thermomechanical Calculations, SMiRT15, F05/5, (1999)
- [4] 笠原直人, 流体温度ゆらぎに対する接液構造物の周波数応答関数, 機械学会, 計算力学講演会,301,(2000)
- [5] 笠原直人,高正英樹, 温度成層界面ゆらぎに対する接液構造物の周波数応答関数, 機械学会, 材料力学講演会論文集,253,pp221/222, (2001)
- [6] 笠原直人,高正英樹, ホット/コールドスポット温度ゆらぎに対する接液構造物の周波数応答関数, 機械学会, 年次大会講演論文集 (I) ,pp421/422, (2001)
- [7] Shimakawa,T.,Take,K.,Uno,.M.,Takamatsu,Y. and Minura,N.,Development of the evaluation method for crack propagation due to thermal striping, NED. 138, pp283/296,(1992)
- [8] Jones,I.S., The effect of various constraint conditions in the frequency response model of thermal striping, Fatigue Fract.Engng Mater.Struct. Vol.18, No.4, pp489/502,(1995)
- [9] Jones,I.S, The frequency response model of thermal striping for cylindrical geometries, Fatigue Fract.Engng Mater.Struct. Vol.20, No.6, pp871/882,(1997)
- [10] Bueckner,H.,F., Methods of analysis of Solutions of Crack Problems, Vol.1,239 Nordhoff International, Leyden, P239(1973)
- [11] 古橋一郎、簡易法き裂解析コード CANIS の開発改良,PNC TN9410 94-201,(1994)
- [12] H.J.Petroski and J.D.Achenbach, Computation of weight function from a stress intensity factor, Engineering Fracture Mechanics, Vol.10, pp257/266,(1978)
- [13] S. Chapuliot, M.H. Lacire and P. Le Delliou : Stress Intensity factors for internal circumferential cracks in tubes over a wide range of radius over thickness ratios - Proc. PVP conference, vol 365, San Diego, (1998)

付録 A1 平板の温度解

ここでは以下の記号を使用する。

記号 ; 内容	無次元数
L ; 構造材の板厚	
x ; 構造表面からの深さ	x^* ; 無次元深さ $x^* \equiv x/L$
κ ; 構造材の温度拡散係数	
λ ; 構造材の熱伝導率	
h ; 熱伝達係数	Bi ; ビオ数 $Bi \equiv hL/\lambda$
f ; 流体温度の周波数	f^* ; 無次元周波数 $f^* \equiv fL^2/\kappa$
ω ; 流体温度の速度 $\omega = 2\pi f$	w ; 無次元速度 $w \equiv L(\omega/2\kappa)^{1/2}$ $= L(\pi f/\kappa)^{1/2} = (\pi f^*)^{1/2}$
j ; 虚数単位	g ; 板厚通過サイクル数 $g \equiv w/(2\pi)$ $= L\{f/(4\pi\kappa)\}^{1/2} = \{f^*/(4\pi)\}^{1/2}$
T_f ; 流体温度	
T_f ; 流体温度の振幅 ($ T_f $)	
ϕ_f ; 流体温度の位相 $\phi_f = \omega t$	
t ; 時間	
T_s ; 構造表面温度	
T_s ; 構造表面温度の振幅 ($ T_s $)	
ϕ_s ; 構造表面温度の位相 $\phi_s = \phi_f + \delta_s = \omega t + \delta_s$	
δ_s ; 構造表面温度の流体温度に対する位相変化	
H ; 伝達関数 (流体温度→構造表面温度) $H = H(Bi, w) = T_s/T_f$	
H ; 伝達関数 H の大きさ ($ H $)	
$T(x^*)$; 構造内部温度	
$T(x^*)$; 構造内部温度の振幅 ($ T(x^*) $)	
$\phi(x^*)$; 構造内部温度の位相 $\phi(x^*) = \phi_s + \delta(x^*) = \omega t + \delta_s + \delta(x^*)$	
$\delta(x^*)$; 構造内部温度の表面温度に対する位相変化	
$D(x^*)$; 伝達関数 (構造表面温度→構造内部温度) $D(x^*) = D(w, x^*) = T(x^*)/T_s$	
$D(x^*)$; 伝達関数 D(x*) の大きさ ($ D(x^*) $)	

A1.1 平板の温度解 1 (片面温度規定、他面断熱)

$$\text{非定常熱伝導 } \partial T(x,t) / \partial t = k \partial^2 T / \partial x^2, \quad k = \lambda / (\rho c) \quad (\text{A1.1a})$$

$$\text{初期条件 } t=0, \quad T(x,0)=0 \quad (\text{A1.1b})$$

$$\text{境界条件 1 (表面温度規定) } x=0, \quad T(0,t)=T_s(t) \quad (\text{A1.1c})$$

$$\text{境界条件 2 (他面断熱) } x=L, \quad \lambda \partial T(L,t) / \partial x = 0 \quad (\text{A1.1d})$$

時間に関してラプラス変換すると

$$sT(x,s) = k \partial^2 T / \partial x^2 \rightarrow T(x,s) = C \exp\{x(s/k)^{1/2}\} + D \exp\{-x(s/k)^{1/2}\} \quad (\text{A1.2a})$$

$$x=L, \quad \lambda \partial T(L,s) / \partial x = (s/k)^{1/2} [C \exp\{L(s/k)^{1/2}\} - D \exp\{-L(s/k)^{1/2}\}] = 0 \\ \rightarrow D = C \exp\{2L(s/k)^{1/2}\} \quad (\text{A1.2b})$$

$$x=0, \quad C[1 + \exp\{2L(s/k)^{1/2}\}] = T_s(s) \quad (\text{A1.2c})$$

$$T(x,s) = T_s(s) [\exp\{x(s/k)^{1/2}\} + \exp\{(2L-x)(s/k)^{1/2}\}] / [1 + \exp\{2L(s/k)^{1/2}\}] \\ = T_s(s) [\exp\{(x-L)(s/k)^{1/2}\} + \exp\{(L-x)(s/k)^{1/2}\}] \\ / [\exp\{-L(s/k)^{1/2}\} + \exp\{L(s/k)^{1/2}\}] \quad (\text{A1.3})$$

が得られる。

・ 表面温度が単位変化する場合 $T_s(t)=1, T_s(s)=1/s$

$$T(x,s) = \cosh\{(L-x)(s/k)^{1/2}\} / [s \cosh\{L(s/k)^{1/2}\}] \quad (\text{A1.4})$$

・ 表面温度が周期変化する場合 $T_s(t)=\exp(j\omega t), T_s(s)=1/(s-j\omega)$

$$D(x) = T(x,t) / T_s(t) = [T(x,s) / T_s(s)]_{s=j\omega} \\ = [\exp\{(x-L)(j\omega/k)^{1/2}\} + \exp\{(L-x)(j\omega/k)^{1/2}\}] \\ / [\exp\{-L(j\omega/k)^{1/2}\} + \exp\{L(j\omega/k)^{1/2}\}] \quad (\text{A1.5})$$

$$f^* \text{ (無次元周波数) } = fL^2 / k = \omega L^2 / (2\pi k)$$

$$w \text{ (無次元速度) } = L(\omega / 2k)^{1/2} = (\pi f^*)^{1/2} \text{ として } (2j)^{1/2} = 1+j \text{ を用いると}$$

$$D(x) = [\exp\{w(x/L-1)\} \exp\{jw(x/L-1)\} + \exp\{w(1-x/L)\} \exp\{jw(1-x/L)\}] \\ / [\exp(-w) \exp(-jw) + \exp(w) \exp(jw)] \\ = [\cosh\{w(1-x/L)\} \cos\{w(1-x/L)\} + j \sinh\{w(1-x/L)\} \sin\{w(1-x/L)\}] \\ / [\cosh(w) \cos(w) + j \sinh(w) \sin(w)] \quad (\text{A1.6})$$

A1.2 平板の温度解 2 (片面熱伝達、他面断熱)

$$\text{非定常熱伝導 } \partial T(x,t) / \partial t = k \partial^2 T / \partial x^2, \quad k = \lambda / (\rho c) \quad (\text{A1.7a})$$

$$\text{初期条件 } t=0, \quad T(x,0)=0 \quad (\text{A1.7b})$$

$$\text{境界条件 1 (表面熱伝達) } x=0, \quad \lambda \partial T(0,t) / \partial x = h\{T(0,t) - T_f(t)\} \quad (\text{A1.7c})$$

$$\text{境界条件 2 (他面断熱) } x=L, \quad \lambda \partial T(L,t) / \partial x = 0 \quad (\text{A1.7d})$$

時間に関してラプラス変換すると

$$sT(x,s) = k \partial^2 T / \partial x^2 \rightarrow T(x,s) = C \exp\{x(s/k)^{1/2}\} + D \exp\{-x(s/k)^{1/2}\} \quad (\text{A1.8a})$$

$$\begin{aligned} x=L, \quad \lambda \partial T(L,s) / \partial x &= (s/k)^{1/2} [C \exp\{L(s/k)^{1/2}\} - D \exp\{-L(s/k)^{1/2}\}] = 0 \\ &\rightarrow D = C \exp\{2L(s/k)^{1/2}\} \end{aligned} \quad (\text{A1.8b})$$

$$\begin{aligned} x=0, \quad \lambda \partial T(0,s) / \partial x &= \lambda C (s/k)^{1/2} [1 - \exp\{2L(s/k)^{1/2}\}] \\ &= hC [1 + \exp\{2L(s/k)^{1/2}\}] - hT_f(s) \end{aligned} \quad (\text{A1.8c})$$

$$\begin{aligned} T(x,s) &= hT_f(s) [\exp\{x(s/k)^{1/2}\} + \exp\{(2L-x)(s/k)^{1/2}\}] \\ &\quad / [\{h - \lambda (s/k)^{1/2}\} + \{h + \lambda (s/k)^{1/2}\} \exp\{2L(s/k)^{1/2}\}] \\ &= hT_f(s) [\exp\{(x-L)(s/k)^{1/2}\} + \exp\{(L-x)(s/k)^{1/2}\}] \\ &\quad / [\{h - \lambda (s/k)^{1/2}\} \exp\{-L(s/k)^{1/2}\} + \{h + \lambda (s/k)^{1/2}\} \exp\{L(s/k)^{1/2}\}] \end{aligned} \quad (\text{A1.9})$$

が得られる。

・ 流体温度が単位変化する場合 $T_f(t)=1$, $T_f(s)=1/s$

$$\begin{aligned} T(x,s) &= h \cosh\{(L-x)(s/k)^{1/2}\} \\ &\quad / [s\{h \cosh\{L(s/k)^{1/2}\} + \lambda (s/k)^{1/2} \sinh\{L(s/k)^{1/2}\}] \end{aligned} \quad (\text{A1.10})$$

・ 流体温度が周期変化する場合 $T_f(t)=\exp(j\omega t)$, $T_f(s)=1/(s-j\omega)$

$$\begin{aligned} D(x) &= T(x,t) / T(0,t) = [T(x,s) / T(0,s)] s = j\omega \\ &= [\exp\{(x-L)(j\omega/k)^{1/2}\} + \exp\{(L-x)(j\omega/k)^{1/2}\}] \\ &\quad / [\exp\{-L(j\omega/k)^{1/2}\} + \exp\{L(j\omega/k)^{1/2}\}] \end{aligned} \quad (\text{A1.11})$$

$$f^* \text{ (無次元周波数) } = fL^2 / k = \omega L^2 / (2\pi k)$$

$$w \text{ (無次元速度) } = L(\omega / 2k)^{1/2} = (\pi f^*)^{1/2} \text{ として } (2j)^{1/2} = 1+j \text{ を用いると}$$

$$\begin{aligned} D(x) &= [\exp\{w(x/L-1)\} \exp\{jw(x/L-1)\} + \exp\{w(1-x/L)\} \exp\{jw(1-x/L)\}] \\ &\quad / [\exp(-w) \exp(-jw) + \exp(w) \exp(jw)] \\ &= [\cosh\{w(1-x/L)\} \cos\{w(1-x/L)\} + j \sinh\{w(1-x/L)\} \sin\{w(1-x/L)\}] \\ &\quad / [\cosh(w) \cos(w) + j \sinh(w) \sin(w)] \\ &= [\cosh\{(\pi f^*)^{1/2} (1-x/L)\} \cos\{(\pi f^*)^{1/2} (1-x/L)\} \\ &\quad + j \sinh\{(\pi f^*)^{1/2} (1-x/L)\} \sin\{(\pi f^*)^{1/2} (1-x/L)\}] \\ &\quad / [\cosh\{(\pi f^*)^{1/2}\} \cos\{(\pi f^*)^{1/2}\} + j \sinh\{(\pi f^*)^{1/2}\} \sin\{(\pi f^*)^{1/2}\}] \end{aligned} \quad (\text{A1.12})$$

は表面温度規定の場合と等しくなる。

$$\begin{aligned}
 H &= T(0,t) / T_f(t) = [T(0,s) / T_f(s)] s = j\omega \\
 &= h [\exp\{-L(j\omega/k)^{1/2}\} + \exp\{L(j\omega/k)^{1/2}\}] \\
 &\quad / \{ [h - \lambda (j\omega/k)^{1/2}] \exp\{-L(j\omega/k)^{1/2}\} + [h + \lambda (j\omega/k)^{1/2}] \exp\{L(j\omega/k)^{1/2}\} \}
 \end{aligned} \tag{A1.13}$$

B_i (ビオ数) $= hL / \lambda$ 、および $(2j)^{1/2} = 1 + j$ を用いると

$$\begin{aligned}
 H &= B_i \{ \exp(-w - jw) + \exp(w + jw) \} \\
 &\quad / \{ (B_i - w - jw) \exp(-w - jw) + (B_i + w + jw) \exp(w + jw) \} \\
 &= B_i \{ \cosh(w) \cos(w) + j \sinh(w) \sin(w) \} \\
 &\quad / [B_i \{ \cosh(w) \cos(w) + j \sinh(w) \sin(w) \} + w \{ \sinh(w) \cos(w) + j \cosh(w) \sin(w) \} \\
 &\quad \quad + jw \{ \sinh(w) \cos(w) + j \cosh(w) \sin(w) \}] \\
 &= B_i \{ \cosh(w) \cos(w) + j \sinh(w) \sin(w) \} \\
 &\quad / [\{ B_i \cosh(w) \cos(w) + w \sinh(w) \cos(w) - w \cosh(w) \sin(w) \} \\
 &\quad \quad + j \{ B_i \sinh(w) \sin(w) + w \cosh(w) \sin(w) + w \sinh(w) \cos(w) \}]
 \end{aligned} \tag{A1.14}$$

が得られる。ここで

$$u_1 = B_i \cosh(w) \cos(w) \tag{A1.15a}$$

$$u_2 = B_i \sinh(w) \sin(w) \tag{A1.15b}$$

$$v_1 = B_i \cosh(w) \cos(w) + w \{ \sinh(w) \cos(w) - \cosh(w) \sin(w) \} \tag{A1.15c}$$

$$v_2 = B_i \sinh(w) \sin(w) + w \{ \sinh(w) \cos(w) + \cosh(w) \sin(w) \} \tag{A1.15d}$$

とすると

$$H = H_1 + jH_2 = (u_1 + ju_2) / (v_1 + jv_2) \tag{A1.16a}$$

$$H_1 = (u_1 v_1 + u_2 v_2) / (v_1^2 + v_2^2) \tag{A1.16b}$$

$$H_2 = (u_2 v_1 - u_1 v_2) / (v_1^2 + v_2^2) \tag{A1.16c}$$

となる。

付録 A2 片側き裂付き平板の重み関数

ここでは以下の記号を使用する。

物理変数：内容

無次元変数：内容

L：代表長さ（板幅）

a：き裂長さ

x：表面からの位置座標

M(a,x)：重み関数

S(x)：応力分布

S₀：代表応力（基準応力）

K(a)：応力拡大係数

U(a,x)：き裂の開口変位

a*：無次元き裂長さ $\equiv a/L$

x*：無次元位置座標 $\equiv x/L$

m(a*,x*)：無次元重み関数 $\equiv M(a,x)/L^{1/2}$

s(x*)：無次元応力分布 $\equiv S(x)/S_0$

k(a*)：無次元応力拡大係数 $\equiv K(a)/[S_0(\pi L)^{1/2}]$

f(a*)：無次元応力拡大係数 $\equiv K(a)/[S_0(\pi a)^{1/2}]$

$$k(a^*) = f(a^*)(a^*)^{1/2}$$

u(a*,x*)：無次元開口変位 $\equiv U(a,x)/L$

A2.1 重み関数

重み関数または影響関数、あるいはグリーン関数の概念は Bueckner[A2.1]により導入された。彼は二次元構造の長さ a のき裂面に任意の圧力分布 S(x)が作用した時の応力拡大係数 K(a)が、圧力分布と重み関数 M(a,x)の積をき裂長さにならわって積分した次式で得られることを示した。

$$K(a) = \int_0^a S(x)M(a,x)dX \quad (A2.1a)$$

$$k(a^*) = f(a^*)(a^*)^{1/2} = \int_0^{a^*} s(x^*)m(a^*,x^*)dx^* \quad (A2.1b)$$

線形弾性体の重ね合わせの原理によると圧力分布荷重 S(x)は、き裂なし構造に応力分布 S(x)を生じるような外部荷重と等価である。従って重み関数が既知であれば、き裂なし構造に生じる応力分布 S(x)を用いて(A2.1)式により、長さ a のき裂が存在した場合の応力拡大係数 K(a)を計算できることになる。き裂付き構造の応力解析に比較して、き裂なし構造の応力解析は格段に簡単であり、重

み関数の利用価値は大きい。

Rice[A2.2]は線形弾性体のエネルギー解放率と応力拡大係数の関係から同様に(A2.1)式を導いた。さらに Rice は特定の荷重に対する応力拡大係数 K_r と対応するき裂面の開口変位 U_r が既知である場合、それらを用いて重み関数が次式で決定できることを示した。

$$K_r(a) = k_r(a^*)S_0(\pi L)^{1/2} = f_r(a^*)S_0(\pi a^*L)^{1/2} \text{ と } U_r(a,x) = Lu_r(a^*,x^*) \quad (\text{A2.2a})$$

が既知の場合

$$M(a,x) = \{E^*/K_r(a)\} \{ \partial U_r(a,x) / \partial a \} \quad (\text{A2.2b})$$

$$m(a^*,x^*) = [E^*/\{S_0k_r(a^*)\pi^{1/2}\}] \{ \partial u_r(a^*,x^*) / \partial a^* \} \quad (\text{A2.2c})$$

$$= [E^*/\{S_0f_r(a^*)(\pi a^*)^{1/2}\}] \{ \partial u_r(a^*,x^*) / \partial a^* \} \quad (\text{A2.2d})$$

ここに平面応力場では $E^*=E$ であり、平面ひずみ場では $E^*=E/(1-\nu^2)$ である。Bueckner や Rice の当初の研究では表面力が規定される荷重が対象であったが、その後の研究により表面力規定および変位規定が混在する一般的な荷重境界条件を対象とするように拡張された。Carlsson and Wu[A2.3]は Betti の相反定理を用いて、一般的な荷重境界条件に対して重み関数が(A2.2)式で与えられることを示した。(A2.2)式を(A2.1)式に代入すると次式が得られる。

$$K(a) = [E^*/K_r(a)] \int_0^a S(x) \{ \partial U_r(a,x) / \partial a \} dx \quad (\text{A2.3a})$$

$$k(a^*) = f(a^*)(a^*)^{1/2}$$

$$= [E^*/\{f_r(a^*)\pi^{1/2}\}] \int_0^{a^*} s(x^*) \{ \partial u_r(a^*,x^*) / \partial a^* \} dx^* \quad (\text{A2.3b})$$

$$f(a^*) = [E^*/\{f_r(a^*)(\pi a^*)^{1/2}\}] \int_0^{a^*} s(x^*) \{ \partial u_r(a^*,x^*) / \partial a^* \} dx^* \quad (\text{A2.3c})$$

A2.2 Petroski and Achenbach の開口変位近似関数

開口変位の高精度の解が既知の場合、これを微分することで直接的に重み関数を求めることができる。一般にこのような場合は稀であり、開口変位の近似関数を仮定し、間接的に重み関数の近似解を得ることが研究された。Petroski and Achenbach[A2.4]は次式のような2項近似の開口変位関数を提案した。

$$U_r(a, x) = [S_0 / (E^* \sqrt{2})] [4f_r(a/L) a^{1/2} (a-x)^{1/2} + g(a/L) a^{-1/2} (a-x)^{3/2}] \quad (A2.4a)$$

$$u_r(a^*, x^*) = [S_0 / (E^* \sqrt{2})] [4f_r(a^*) a^{*1/2} (a^* - x^*)^{1/2} + g(a^*) a^{*-1/2} (a^* - x^*)^{3/2}] \quad (A2.4b)$$

$$= [a^* S_0 / (E^* \sqrt{2})] [4f_r(a^*) (1 - x^*/a^*)^{1/2} + g(a^*) (1 - x^*/a^*)^{3/2}] \quad (A2.4c)$$

[条件1 (き裂先端)] 開口変位近似関数(A2.4)式の第1項はき裂先端近傍 ($x \rightarrow a$) の開口変位と応力拡大係数との次式の関係を満たすように選ばれている。

$$\begin{aligned} x \rightarrow a \text{ で } U_r(a, x) &\rightarrow (4K_r / E^*) [(a-x) / (2\pi)]^{1/2} \\ &= [4S_0 / (E^* \sqrt{2})] f_r(a/L) a^{1/2} (a-x)^{1/2} \end{aligned} \quad (A2.5a)$$

$$x^* \rightarrow a^* \text{ で } u_r(a^*, x^*) \rightarrow [4S_0 / (E^* \sqrt{2})] f_r(a^*) a^{*1/2} (a^* - x^*)^{1/2} \quad (A2.5b)$$

$$= [4a^* S_0 / (E^* \sqrt{2})] f_r(a^*) (1 - x^*/a^*)^{1/2} \quad (A2.5c)$$

[条件2 (自己満足)] Rice や Bueckner などの当初の研究では第2項を決定するために、自己満足条件が用いられた。(A2.3)式の右辺に参照 K_r 解に対応した参照応力分布 $S_r(x)$ を代入すると、参照 K_r 解自身を計算することに帰着する。この右辺の計算値が K_r に一致するように第2項の未知関数 $g(a^*)$ を決定するものである。(A2.3)式の右辺に $S_r(x)$ を代入し、左辺を K_r に置き換えると次式が得られる。

$$K_r(a) = [E^* / K_r(a)] \int_0^a S_r(x) \{ \partial U_r(a, x) / \partial a \} dx \rightarrow$$

$$K_r^2(a) / E^* = \int_0^a S_r(x) \{ \partial U_r(a, x) / \partial a \} dx = \partial \left[\int_0^a S_r(x) U_r(a, x) dx \right] / \partial a$$

\rightarrow 両辺とも a のみの関数で、 $a=0$ で $K_r=0$ だから、定積分可能 \rightarrow

$$\int_0^a [K_r^2(a) / E^*] da = \int_0^a S_r(x) U_r(a, x) dx \quad (A2.6a)$$

$$\int_0^{a^*} n [f_r(n)]^2 dn = [E^* / (S_0 \pi)] \int_0^{a^*} s_r(x^*) u_r(a^*, x^*) dx^* \quad (A2.6b)$$

(A2.6a)式の左辺は参照荷重を維持してき裂面を0から a まで開放した時に放出

されるエネルギーを表し、右辺はき裂面に圧力分布 $S_r(x)$ を負荷した時にき裂面の開口で消費された仕事量を表す。弾性体の場合、これらが等しいことが明らかにされている。(A2.4)式を(A2.6)式に代入すると次式が得られる。

$$\int_0^{\ell} K_r^2(a) da = (S_0 / \sqrt{2}) \int_0^{\ell} S_r(x) [4f_r(a/L)a^{1/2}(a-x)^{1/2} + g(a/L)a^{-1/2}(a-x)^{3/2}] dx \quad (\text{A2.7a})$$

$$\int_0^{\ell^*} n[f_r(n)]^2 dn = [a^* / (\pi \sqrt{2})] \int_0^{\ell^*} s_r(x^*) [4f_r(a^*)(1-x^*/a^*)^{1/2} + g(a^*)(1-x^*/a^*)^{3/2}] dx \quad (\text{A2.7b})$$

A2.3 Bueckner の重み関数

参照応力分布 $S_r(x) = S_0$ 一定 [$s_r(x^*) = 1$ 、引張荷重] の場合、[条件2 (自己満足)] を表す(A2.7)式は容易に積分でき、以下のように $g(a^*)$ を決定できる。

$$\pi \sqrt{2} \phi(a^*) = (8/3)f_r(a^*) + (2/5)g(a^*) \quad (\text{A2.8a})$$

$$\phi(a^*) = (1/a^{*2}) \int_0^{\ell^*} n[f_r(n)]^2 dn \quad (\text{A2.8b})$$

$$g(a^*) = (5\pi / \sqrt{2}) \phi(a^*) - (20/3)f_r(a^*) \quad (\text{A2.8c})$$

[条件1 (き裂先端)] と [条件2 (自己満足)] を満たす2項近似の開口変位関数(A2.4)式を(A2.3)式に代入すると次式のように3項近似の重み関数が得られる。

$$m(a^*, x^*) = [2 / \{2\pi(a^* - x^*)\}^{1/2}] [1 + m_1(a^*)(1 - x^*/a^*) + m_2(a^*)(1 - x^*/a^*)^2] \quad (\text{A2.9a})$$

$$m_1(a^*) = 1 + [2a^*f_r'(a^*) + 3g(a^*) / 4] / f_r(a^*) \quad (\text{A2.9b})$$

$$m_2(a^*) = [a^*g'(a^*) / 2 - g(a^*) / 4] / f_r(a^*) \quad (\text{A2.9c})$$

Bueckner[A2.5] は引張荷重の参照解を用いて、 $a^* \leq 0.5$ の範囲で(A9)式の近

似重み関数を以下のように求めた。

$$m(a^*, x^*) = [2 / \{2\pi(a^* - x^*)\}^{1/2}] [1 + m_1(a^*)(1 - x^*/a^*) + m_2(a^*)(1 - x^*/a^*)^2] \quad (\text{A2.10a})$$

$$m_1(a^*) = 0.6147 + 17.1844 a^{*2} + 8.7822 a^{*6} \quad (\text{A2.10b})$$

$$m_2(a^*) = 0.2502 + 3.2889 a^{*2} + 70.0444 a^{*6} \quad (\text{A2.10c})$$

Bueckner の重み関数の m_1, m_2 および、これを用いて j 次の応力分布 $s(x^*)=x^{*j}$ に対する無次元応力拡大係数 $f_j(a^*)$ を計算した結果 ($j=1, 4$) を Table.A2.1-1 に示した。

$$j \text{ 次の応力 } s(x^*)=x^{*j} \text{ に対する } f_j(a^*) = \left[\int_0^{a^*} s(x^*)m(a^*, x^*)dx^* \right] / (\pi a^*)^{1/2} \quad (\text{A2.11})$$

Bueckner の重み関数を用いて以下の引張(M)、曲げ(B)、自己平衡放物線応力(P)および自己平衡4次応力(Q)に対する無次元応力拡大係数を計算した結果を Table.A2.1-2 に示した。

$$\text{引張(M)} \quad s(x^*) = 1 \quad \text{に対する } f_M(a^*) \quad (\text{A2.12a})$$

$$\text{曲げ(B)} \quad s(x^*) = 1 - 2x^* \quad \text{に対する } f_B(a^*) \quad (\text{A2.12b})$$

$$\text{自己平衡放物線応力(P)} \quad s(x^*) = 1 - 6x^* + 6x^{*2} \quad \text{に対する } f_P(a^*) \quad (\text{A2.12c})$$

$$\text{自己平衡4次応力(Q)} \quad s(x^*) = 16x^* - 96x^{*2} + 160x^{*3} - 80x^{*4} \quad \text{に対する } f_Q(a^*) \quad (\text{A2.12d})$$

引張(M)および曲げ(B)については誤差 0.5% 以下の高精度の既知解 [A2.6] と比較した [引張(A2.16)式、曲げ(A2.19)式]。(A2.10)式は $a^* \leq 0.6$ で誤差 4% 以下であり、十分に利用可能である。

A2.4 Furuhashi の重み関数

Petroski and Achenbach の開口変位近似関数(A2.4)式に 1 項追加した次式の 3 項近似関数を用いて、重み関数近似解を求めた。

$$U_r(a,x) = [S_0 / (E^* \sqrt{2})] [4f_r(a/L)a^{1/2}(a-x)^{1/2} + g_1(a/L)a^{-1/2}(a-x)^{3/2} + g_2(a/L)a^{-3/2}(a-x)^{5/2}] \quad (A2.13a)$$

$$\begin{aligned} u_r(a^*,x^*) &= [S_0 / (E^* \sqrt{2})] [4f_r(a^*)a^{*1/2}(a^*-x^*)^{1/2} + g_1(a^*)a^{*-1/2}(a^*-x^*)^{3/2} \\ &\quad + g_2(a^*)a^{*-3/2}(a^*-x^*)^{5/2}] \\ &= [a^*S_0 / (E^* \sqrt{2})] [4f_r(a^*)(1-x^*/a^*)^{1/2} + g_1(a^*)(1-x^*/a^*)^{3/2} \\ &\quad + g_2(a^*)(1-x^*/a^*)^{5/2}] \end{aligned} \quad (A2.13b)$$

参照応力分布 $S_r(x) = S_0$ 一定 [$s_r(x^*) = 1$, 引張荷重] の場合、[条件 2 (自己満足)] を表す(A2.6)式は容易に積分でき、次式が得られる。

$$\pi \sqrt{2} \phi(a^*) = (8/3)f_r(a^*) + (2/5)g_1(a^*) + (2/7)g_2(a^*) \quad (A2.14a)$$

$$\phi(a^*) = (1/a^{*2}) \int_0^{a^*} n [f_r(n)]^2 dn \quad (A2.14b)$$

$g_1(a^*)$ と $g_2(a^*)$ を決定するには第 3 の条件を追加する必要がある。開口変位の詳細な分布 $U_r(a,x)$ は不明であるが、最大変位となる $x=0$ での端部開口変位解 $V_r(a) = U_r(a,0)$ については精度の高い近似解あるいは実験値が既知である場合が多い。これを第 3 の条件として追加した。

[条件 3 (端部変位)] $\sim U_r(a,0)$ を既知解 $V_r(a) = (aS_0/E^*) v_r(a^*)$ に一致させる。

$$\begin{aligned} U_r(a,0) &= [aS_0 / (E^* \sqrt{2})] [4f_r(a/L) + g_1(a/L) + g_2(a/L)] \\ &= V_r(a) = (aS_0/E^*) v_r(a^*) \end{aligned} \quad (A2.15a)$$

$$\begin{aligned} u_r(a^*,0) &= [a^*S_0 / (E^* \sqrt{2})] [4f_r(a^*) + g_1(a^*) + g_2(a^*)] \\ &= V_r(a)/L = (S_0a^*/E^*) v_r(a^*) \end{aligned} \quad (A2.15b)$$

$$\sqrt{2} v_r(a^*) = 4f_r(a^*) + g_1(a^*) + g_2(a^*) \quad (A2.15c)$$

(A2.12)式と(A2.13)式から $g_1(a^*)$ と $g_2(a^*)$ が次式のように決定される。

$$g_1(a^*) = (35\pi\sqrt{2}/4)\phi(a^*) - (5/\sqrt{2})v_r(a^*) - (40/3)f_r(a^*) \quad (A2.16a)$$

$$g_2(a^*) = -(35\pi\sqrt{2}/4)\phi(a^*) - (7/\sqrt{2})v_r(a^*) + (28/3)f_r(a^*) \quad (A2.16b)$$

[条件 1 (き裂先端)] [条件 2 (自己満足)] [条件 3 (端部変位)] を満たす

3項近似の開口変位(A2.11)式を(A2.3)式に代入すると次式のように4項近似の重み関数が得られる。

$$m(a^*, x^*) = [2 / \{2\pi(a^* - x^*)\}^{1/2}] [1 + m_1(a^*)(1 - x^*/a^*) + m_2(a^*)(1 - x^*/a^*)^2 + m_3(a^*)(1 - x^*/a^*)^3] \quad (A2.17a)$$

$$m_1(a^*) = 1 + [2a^*f_r'(a^*) + 3g_1(a^*)/4] / f_r(a^*) \quad (A2.17b)$$

$$m_2(a^*) = [a^*g_1'(a^*)/2 - g_1(a^*)/4 + 5g_2(a^*)/4] / f_r(a^*) \quad (A2.17c)$$

$$m_3(a^*) = [a^*g_2'(a^*)/2 - 3g_2(a^*)/4] / f_r(a^*) \quad (A2.17d)$$

引張の応力拡大係数と端部開口変位の解を参照して重み関数(A2.17)式の数値解を計算した結果を Table.A2.2-1 に示す。引張の応力拡大係数 $f_r(a^*)$ の参照解は誤差 0.5% 以下の次式[A2.6]を使用した。

$$f_r(a^*) = [\tan(\pi a^*/2) / (\pi a^*/2)]^{1/2} [0.752 + 2.02a^* + 0.37\{1 - \sin(\pi a^*/2)\}^3] / \cos(\pi a^*/2) \quad (A2.18)$$

引張の端部開口変位の参照解は誤差 1% 以下の次式[A2.6]を使用した。

$$V_r(a) = (aS_0 / E^*) v_r(a^*) \quad (A2.19a)$$

$$v_r(a^*) = 2[1.46 + 3.42\{1 - \cos(\pi a^*/2)\}] / \cos^2(\pi a^*/2) \quad (A2.19b)$$

重み関数の数値解は刻み幅 $\Delta x = 0.005$ の数値計算により算出した。 $\phi(a^*)$ は台形積分により計算し、微分は中間差分により計算した。

m_1, m_2, m_3 の数値解を用いて j 次の応力分布 $s(x^*) = x^{*j}$ に対する無次元応力拡大係数 $f_j(a^*)$ を計算した結果 ($j=1, 4$) を Table.A2.2-1 に示した。引張(M)、曲げ(B)、自己平衡放物線応力(P)および自己平衡4次応力(Q)に対する無次元応力拡大係数を計算した結果を Table.A2.2-2 に示した。

m_1, m_2, m_3 の数値解を関数フィッティングして次式を得た。

$$m(a^*, x^*) = [2 / \{2\pi(a^* - x^*)\}^{1/2}] [1 + m_1(a^*)(1 - x^*/a^*) + m_2(a^*)(1 - x^*/a^*)^2 + m_3(a^*)(1 - x^*/a^*)^3] \quad (A2.20a)$$

$$m_1(a^*) = [0.4674 + 2.43924a^* + 0.2764a^{*2} - 4.932a^{*3} + 1.7065a^{*4}] / (1 - a^*)^2 \quad (\text{A2.20b})$$

$$m_2(a^*) = [0.6356 - 5.3026a^* + 15.463a^{*2} - 9.3984a^{*3} + 0.129a^{*4}] / (1 - a^*)^2 \quad (\text{A2.20c})$$

$$m_3(a^*) = [-0.306 + 2.559a^* - 5.8775a^{*2} + 3.1517a^{*3} - 0.2369a^{*4}] / (1 - a^*)^2 \quad (\text{A2.20d})$$

関数フィッティングした重み関数を用いて j 次の応力分布 $s(x^*) = x^{*j}$ に対する無次元応力拡大係数 $f_j(a^*)$ を計算した結果 ($j=1,4$) を Table.A2.3-1 に示した。引張(M)、曲げ(B)、自己平衡放物線応力(P)および自己平衡4次応力(Q)に対する無次元応力拡大係数を計算した結果を Table.A2.3-2 に示した。引張(M)については誤差 0.5% 以下の既知解(A2.18)式と比較した。曲げ(B)については誤差 0.5% 以下の次式の既知解[A2.6]と比較した。

$$f_r(a^*) = [\tan(\pi a^*/2) / (\pi a^*/2)]^{1/2} [0.923 + 0.199\{1 - \sin(\pi a^*/2)\}^4] / \cos(\pi a^*/2) \quad (\text{A2.21})$$

m_1, m_2, m_3 の数値解および関数フィッティングした(A2.20)式とも $a^* \leq 0.9$ で誤差 4% 以下であり、広い範囲で利用可能である。

A2.5 Wu and Carlsson の重み関数

Wu and Carlsson[A2.7]は2項近似の(A2.4)式あるいは3項近似の(A2.13)式をより一般化した項数 J の開口変位近似関数を用いて、重み関数近似解を得る手法を以下のように与えた。

$$u_r(a^*, x^*) = [a^* S_0 / (E^* \sqrt{2})] \sum_{j=1}^J F_j(a^*) (1 - x^*/a^*)^{j-1/2} \quad (\text{A2.22})$$

[条件 1 (き裂先端)] は次式で与えられる。

$$F_1(a^*) = 4 f_r(a^*) \quad (\text{A2.23})$$

[条件 2 (自己満足)] は次式で与えられる。

$$\int_0^{a^*} n[f_r(n)]^2 dn = [a^*/(\pi\sqrt{2})] \int_0^{a^*} s_r(x^*) \sum_{j=1}^J F_j(a^*) (1-x^*/a^*)^{j-1/2} dx^* \quad (\text{A2.24a})$$

引張 [$s_r(x^*)=1$] を参照解とする場合、上式は容易に積分できて次式を得る。

$$\sum_{j=1}^J [2/(2j+1)] F_j(a^*) = \pi\sqrt{2} \phi(a^*) \quad (\text{A2.24b})$$

$$\phi(a^*) = (1/a^{*2}) \int_0^{a^*} n[f_r(n)]^2 dn \quad (\text{A2.24c})$$

[条件 3 (端部変位)] は次式で与えられる。

$$\sum_{j=1}^J F_j(a^*) = \sqrt{2} v_r(a^*) \quad (\text{A2.25})$$

さらに片側き裂の開口変位は端部側で曲率が 0 となる性質がある。これを

[条件 4 (端部曲率)] として追加する。

$$\partial^2 u(a^*, x^*) / \partial x^{*2} |_{x^*=0} = 0 \quad (\text{A2.26a})$$

$$\sum_{j=1}^J (2j-3)(2j-1)F_j(a^*) = 0 \quad (\text{A2.26b})$$

これら 4 つの条件(A2.23)式～(A2.26)式を満たす 4 項近似(J=4)の変位関数(A2.22)式の各係数は次式で与えられる。

$$F_1(a^*) = 4 f_r(a^*) \quad (\text{A2.27a})$$

$$F_2(a^*) = [315\pi\phi(a^*) - 105v_r(a^*) - 208\sqrt{2}f_r(a^*)] / (12\sqrt{2}) \quad (\text{A2.27b})$$

$$F_3(a^*) = [-1260\pi\phi(a^*) + 525v_r(a^*) + 616\sqrt{2}f_r(a^*)] / (30\sqrt{2}) \quad (\text{A2.27c})$$

$$F_4(a^*) = \sqrt{2} v_r(a^*) - [F_1(a^*) + F_2(a^*) + F_3(a^*)] \quad (\text{A2.27d})$$

(A2.22)式を(A2.2)式に代入すると重み関数が次式のように得られる。

$$m(a^*, x^*) = (2\pi a^*)^{-1/2} \sum_{i=1}^{J+1} \beta_i(a^*) (1-x^*/a^*)^{i-3/2} \quad (\text{A2.28a})$$

$$\beta_i(a^*) = \{ a^* F_{i-1}'(a^*) + [(2i-1)F_i(a^*) - (2i-5)F_{i-1}(a^*)] / 2 \} / f_r(a^*) \quad (\text{A2.28b})$$

ここで(A2.26b)式において、 $i=0$ および $i>J$ に対しては $F_i(a^*)=0$ とする。4つの条件から定まる4項近似 ($J=4$) の変位関数の係数(A2.27)式を代入すると、5項近似 ($J+1=5$) の重み関数の係数が次式のように決定される。

$$\beta_1(a^*) = 2.0 \quad (\text{A2.29a})$$

$$\beta_2(a^*) = 2.0 + [4a^* f_r'(a^*) + (3/2)F_2(a^*)] / f_r(a^*) \quad (\text{A2.29b})$$

$$\beta_3(a^*) = [a^* F_2'(a^*) + (5/2)F_3(a^*) - (1/2)F_2(a^*)] / f_r(a^*) \quad (\text{A2.29c})$$

$$\beta_4(a^*) = [a^* F_3'(a^*) + (7/2)F_4(a^*) - (3/2)F_3(a^*)] / f_r(a^*) \quad (\text{A2.29d})$$

$$\beta_5(a^*) = [a^* F_4'(a^*) - (5/2)F_4(a^*)] / f_r(a^*) \quad (\text{A2.29e})$$

引張の応力拡大係数と端部開口変位の解を参照して、5項近似の重み関数(A2.28)式および(A2.29)式の数値解を求めた。引張の応力拡大係数 $f_r(a^*)$ は高精度の解[A2.8]を漸近特性 [$a^* \rightarrow 1.0$ で $f_r(a^*) (1-a^*)^{3/2} \rightarrow 1.1215$] を満たすように0.1%の精度で多項式近似した次式を参照した。

$$f_r(a^*) = \left(\sum_{i=0}^7 \alpha_i a^{*i} \right) / (1-a^*)^{3/2} \quad (\text{A2.30})$$

$$\alpha_i (i=0,7) = 1.1214, -1.6349, 7.3168, -18.7746, 31.8028, -33.2295, \\ 19.1286, -4.6091$$

引張の端部開口変位 $v_r(a^*)$ は高精度の解[A2.9]を漸近特性 [$a^* \rightarrow 1.0$ で $v_r(a^*) (1-a^*)^2 \rightarrow 3.9515$] を満たすように0.1%の精度で多項式近似した次式を参照した。

$$v_r(a^*) = \left(\sum_{n=0}^7 \gamma_n a^{*n} \right) / (1-a^*)^2 \quad (\text{A2.31})$$

$$\gamma_n (n=0,7) = 2.9086, -5.5749, 19.572, -39.0199, 58.2697, -54.7124, \\ 29.4039, -6.8949$$

重み関数の数値解は刻み幅 $\Delta x^* = 0.005$ の数値計算により算出した。 $\phi(a^*)$ は台形積分により計算し、微分は中間差分により計算した。

$\beta_1 \sim \beta_5$ の数値解を用いて j 次の応力分布 $s(x^*) = x^{*j}$ に対する無次元応力拡大係数 $f_j(a^*)$ を計算した結果 ($j=1,4$) を Table.A2.4-1 に示した。引張(M)、曲げ(B)、自己平衡放物線応力(P)および自己平衡4次応力(Q)に対する無次元応力拡大係数を計算した結果を Table.A2.4-2 に示した。引張(M)については誤差 0.5% 以下の既知解(A2.18)式と比較した。曲げ(B)については誤差 0.5% 以下の既知解(A2.21)式と比較した。比較結果は $a^* \leq 0.9$ で誤差 3% 以下であり、広い範囲で利用可能である。

A2.6 重み関数近似解の比較検討

Bueckner の重み関数(A2.10)式、Furuhashi の重み関数(A2.20)式および Wu and Carlsson の重み関数 [(A2.28a)式および $\beta_1 \sim \beta_5$ の数値解 Table.A2.4-1] の3種類の重み関数について比較検討した。

- ・ 引張および曲げの既知解との比較

3種類の重み関数により引張(M)に対する無次元応力拡大係数 $f_M(a^*)$ を計算し、高精度の既知解(A2.18)式と比較した結果を Table.A2.5-1 および Fig.A1-1 に示す。

3種類の重み関数により曲げ(M)に対する無次元応力拡大係数 $f_B(a^*)$ を計算し、高精度の既知解(A2.21)式と比較した結果を Table.A2.5-2 および Fig.A1-2 に示す。

- ・ サーマルストライピングによる応力拡大係数の比較

曲げを拘束された片側き裂付きの平板を考える。無次元周波数 $f=1$ のサーマルストライピングがき裂側で発生した場合の周期的な熱応力による応力拡大係

数を計算し、比較した（計算内容の詳細は本文参照）。

表面温度位相 $\phi = 0.75\pi$ 時点の熱応力分布 $s(a^*)$ を用いて無次元応力拡大係数 $k(a^*)$ を計算した結果を Table.A2.6-1 および Fig.A2-1 に示す。無次元応力拡大係数振幅 $|k(a^*)|$ を計算した結果を Table.A2.6-2 および Fig.A2-2 に示す。

- ・ Bueckner の重み関数は、 $a^* \leq 0.6$ で引張および曲げに対する最大誤差が 4% 以下であり、十分な精度が期待できる。係数 m_1, m_2 が関数フィッティングされ計算に便利である。 $a^* \leq 0.6$ で利用可能である。

- ・ Furuhashi の重み関数は、 $a^* \leq 0.9$ で引張および曲げに対する最大誤差が 4% 以下であり、十分な精度が期待できる。係数 m_1, m_2, m_3 が関数フィッティングされ計算に便利である。 $a^* \leq 0.9$ で利用可能である。

- ・ Wu & Carlsson の重み関数は、 $a^* \leq 0.9$ で引張および曲げの最大誤差が 3% 以下であり、十分な精度が期待できる。係数 $\beta_2 \sim \beta_5$ が関数フィッティングされてないので計算には少し不便である。 $a^* \leq 0.9$ で利用可能である。

参考文献

- [A2.1] Bueckner, H.F., A novel principle for the computation of stress intensity factors, *Z. Angew. Math. Mech.* 1970, 50, 529
- [A2.2] Rice, J.R., Some remarks on elastic crack-tip stress fields, *Int. J. Solids Structures*, 1972, 8, 751
- [A2.3] Wu, X.R. and Carlsson, J., The generalized weight functions method for crack problems with mixed boundary conditions, *J. Mech. Phys. Solids*, 1983, 31, 485
- [A2.4] Petroski H.J. and Achenbach J.D., Computation of the weight function from a stress intensity factor, *Engng. Fract. Mech.*, 1978, 10, 257
- [A2.5] Bueckner, H.F., Weight Functions for the Notched Bar, *Z. Angew. Math. Mech.* 1971, 51, 97
- [A2.6] 岡村弘之, 線形破壊力学入門、培風館、1976
- [A2.7] Wu, X.R. and Carlsson, J., Weight Functions and Stress Intensity Factor Solutions, *Pergamon Press*, 1991
- [A2.8] Kaya, A.C. and Erdogan, F., Stress intensity factors and COD in an orthotropic strip, *Int. J. Fract.*, 1980, 16, 171

[A2.9] Joseph, P.F. and Erdogan, F., Surface crack problems in plates, *Int. J. Fract.*, 1989, 41, 105

Table.A2.1.1 Bueckner の重み関数の m_1, m_2 および $f_0 \sim f_4$ 計算値

Bueckner	fitting	fitting	s=1	s=x	s=x ²	s=x ³	s=x ⁴
a=A/L	m1	m2	f0	f1	f2	f3	f4
0.01	0.6164	0.2505	1.1304	6.87E-03	5.28E-05	4.43E-07	3.88E-09
0.02	0.6216	0.2515	1.1321	0.0138	2.11E-04	3.55E-06	6.22E-08
0.05	0.6577	0.2584	1.1442	0.0346	1.33E-03	5.56E-05	2.44E-06
0.10	0.7866	0.2832	1.1874	0.0709	5.41E-03	4.51E-04	3.94E-05
0.15	1.0014	0.3250	1.2594	0.1106	0.0125	1.56E-03	2.03E-04
0.20	1.3026	0.3862	1.3608	0.1553	0.0231	3.81E-03	6.59E-04
0.25	1.6909	0.4729	1.4929	0.2069	0.0379	7.73E-03	1.66E-03
0.30	2.1677	0.5973	1.6584	0.2673	0.0578	0.0140	3.58E-03
0.35	2.7359	0.7819	1.8622	0.3391	0.0840	0.0234	6.95E-03
0.40	3.4002	1.0633	2.1122	0.4252	0.1180	0.0371	0.0125
0.45	4.1675	1.4978	2.4207	0.5299	0.1621	0.0566	0.0212
0.50	5.0480	2.1669	2.8054	0.6588	0.2190	0.0837	0.0344
0.55	6.0561	3.1840	3.2911	0.8201	0.2929	0.1212	0.0541
0.60	7.2108	4.7022	3.9110	1.0246	0.3896	0.1728	0.0832
0.65	8.5375	6.9224	4.7089	1.2878	0.5172	0.2440	0.1255
0.70	10.0683	10.1024	5.7409	1.6300	0.6869	0.3423	0.1869
0.75	11.8440	14.5666	7.0777	2.0785	0.9144	0.4788	0.2758
0.80	13.9149	20.7168	8.8066	2.6691	1.2214	0.6688	0.4045
0.85	16.3426	29.0436	11.0345	3.4478	1.6367	0.9342	0.5911
0.90	19.2013	40.1387	13.8902	4.4732	2.1992	1.3051	0.8611

Table.A2.1.2 Bueckner の重み関数による f_M, f_B, f_P, f_Q 計算値

Bueckner	Membrane	Bending	Parabolic	Quadratic	(er<0.5%)	(er<0.5%)	(er<0.5%)	(er<0.5%)
a=A/L	f(M)	f(B)	f(P)	f(Q)	f(M,ref)	er(M,%)	f(B,ref)	er(B,%)
0.01	1.1304	1.1167	1.0895	0.1049	1.1252	0.46	1.1100	0.60
0.02	1.1321	1.1046	1.0509	0.2004	1.1294	0.25	1.0989	0.52
0.05	1.1442	1.0750	0.9444	0.4352	1.1473	-0.27	1.0709	0.38
0.10	1.1874	1.0455	0.7943	0.6848	1.1957	-0.70	1.0408	0.45
0.15	1.2594	1.0382	0.6710	0.8005	1.2682	-0.70	1.0295	0.85
0.20	1.3608	1.0502	0.5679	0.8202	1.3667	-0.43	1.0355	1.42
0.25	1.4929	1.0791	0.4792	0.7722	1.4941	-0.08	1.0582	1.98
0.30	1.6584	1.1237	0.4013	0.6778	1.6551	0.20	1.0978	2.36
0.35	1.8622	1.1840	0.3316	0.5545	1.8565	0.31	1.1557	2.45
0.40	2.1122	1.2617	0.2690	0.4173	2.1080	0.20	1.2345	2.21
0.45	2.4207	1.3609	0.2137	0.2799	2.4241	-0.14	1.3386	1.67
0.50	2.8054	1.4878	0.1664	0.1548	2.8266	-0.75	1.4752	0.85
0.55	3.2911	1.6510	0.1284	0.0527	3.3486	-1.72	1.6557	-0.28
0.60	3.9110	1.8617	0.1010	-0.0173	4.0432	-3.27	1.8982	-1.92
0.65	4.7089	2.1334	0.0853	-0.0491	4.9993	-5.81	2.2335	-4.48
0.70	5.7409	2.4809	0.0823	-0.0391	6.3755	-9.95	2.7163	-8.66
0.75	7.0777	2.9206	0.0931	0.0128	8.4809	-16.55	3.4527	-15.41
0.80	8.8066	3.4684	0.1200	0.1042	11.9926	-26.57	4.6744	-25.80
0.85	11.0345	4.1390	0.1679	0.2283	18.6806	-40.93	6.9834	-40.73
0.90	13.8902	4.9439	0.2465	0.3716	34.7186	-59.99	12.4690	-60.35

Table.A2.2.1 Furuhashi の重み関数(m_j 数値解)および $f_0 \sim f_4$ 計算値

Furuhashi	tables	tables	tables	s=1	s=x	s=x ²	s=x ³	s=x ⁴
a=A/L	m1	m2	m3	f0	f1	f2	f3	f4
0.01	0.5003	0.6144	-0.2768	1.1255	6.84E-03	5.26E-05	4.41E-07	3.86E-09
0.02	0.5344	0.5750	-0.2694	1.1296	0.0137	2.11E-04	3.54E-06	6.20E-08
0.05	0.6532	0.4448	-0.2254	1.1474	0.0348	1.33E-03	5.57E-05	2.44E-06
0.10	0.8814	0.2723	-0.1400	1.1959	0.0716	5.45E-03	4.55E-04	3.97E-05
0.15	1.1471	0.1735	-0.0579	1.2684	0.1118	0.0126	1.57E-03	2.05E-04
0.20	1.4565	0.1587	0.0066	1.3668	0.1567	0.0234	3.84E-03	6.65E-04
0.25	1.8189	0.2368	0.0428	1.4943	0.2080	0.0382	7.78E-03	1.67E-03
0.30	2.2468	0.4183	0.0424	1.6554	0.2678	0.0580	0.0140	3.60E-03
0.35	2.7556	0.7199	-0.0011	1.8568	0.3388	0.0840	0.0234	6.95E-03
0.40	3.3643	1.1703	-0.0957	2.1084	0.4246	0.1179	0.0371	0.0125
0.45	4.0974	1.8182	-0.2541	2.4247	0.5303	0.1620	0.0565	0.0211
0.50	4.9874	2.7462	-0.4990	2.8274	0.6630	0.2200	0.0839	0.0345
0.55	6.0801	4.0934	-0.8731	3.3497	0.8336	0.2970	0.1225	0.0547
0.60	7.4424	6.0997	-1.4555	4.0450	1.0595	0.4014	0.1773	0.0851
0.65	9.1784	9.1943	-2.3965	5.0021	1.3692	0.5472	0.2566	0.1313
0.70	11.4585	14.1909	-3.9952	6.3805	1.8141	0.7591	0.3750	0.2030
0.75	14.5851	22.7679	-6.8932	8.4905	2.4940	1.0854	0.5609	0.3189
0.80	19.1513	38.8290	-12.6371	12.0141	3.6285	1.6322	0.8760	0.5196
0.85	26.5093	73.2453	-25.6890	18.7407	5.7940	2.6778	1.4826	0.9103
0.90	40.6111	166.945	-63.5593	34.9739	11.0227	5.2023	2.9495	1.8602
0.95	80.8343	616.438	-262.828	102.353	32.7801	15.6930	9.0329	5.7936

Table.A2.2.2 Furuhashi の重み関数(m_j 数値解)による f_M, f_B, f_P, f_Q 計算値

Furuhashi	Membrane	Bending	Parabolic	Quadratic	(er<0.5%)	(er<0.5%)	(er<0.5%)	(er<0.5%)
a=A/L	f(M)	f(B)	f(P)	f(Q)	f(M,ref)	er(M,%)	f(B,ref)	er(B,%)
0.01	1.1255	1.1118	1.0848	0.1045	1.1252	0.02	1.1100	0.17
0.02	1.1296	1.1021	1.0485	0.1999	1.1294	0.02	1.0989	0.30
0.05	1.1474	1.0779	0.9469	0.4369	1.1473	0.01	1.0709	0.66
0.10	1.1959	1.0526	0.7990	0.6916	1.1957	0.01	1.0408	1.14
0.15	1.2684	1.0448	0.6736	0.8092	1.2682	0.01	1.0295	1.49
0.20	1.3668	1.0535	0.5669	0.8267	1.3667	0.01	1.0355	1.74
0.25	1.4943	1.0783	0.4754	0.7740	1.4941	0.01	1.0582	1.90
0.30	1.6554	1.1198	0.3965	0.6757	1.6551	0.02	1.0978	2.00
0.35	1.8568	1.1792	0.3279	0.5513	1.8565	0.02	1.1557	2.03
0.40	2.1084	1.2592	0.2679	0.4164	2.1080	0.02	1.2345	2.00
0.45	2.4247	1.3642	0.2153	0.2836	2.4241	0.02	1.3386	1.91
0.50	2.8274	1.5014	0.1694	0.1626	2.8266	0.03	1.4752	1.78
0.55	3.3497	1.6825	0.1298	0.0611	3.3486	0.03	1.6557	1.62
0.60	4.0450	1.9260	0.0965	-0.0155	4.0432	0.04	1.8982	1.46
0.65	5.0021	2.2636	0.0697	-0.0637	4.9993	0.06	2.2335	1.35
0.70	6.3805	2.7522	0.0502	-0.0821	6.3755	0.08	2.7163	1.32
0.75	8.4905	3.5024	0.0387	-0.0717	8.4809	0.11	3.4527	1.44
0.80	12.0141	4.7571	0.0365	-0.0362	11.9926	0.18	4.6744	1.77
0.85	18.7407	7.1527	0.0439	0.0154	18.6806	0.32	6.9834	2.42
0.90	34.9739	12.9285	0.0514	0.0530	34.7186	0.74	12.4690	3.69
0.95	102.353	36.7927	-0.1698	-0.2670	99.3377	3.04	34.3275	7.18

Table.A2.3.1 Furuhashi の重み関数(m_j 関数近似)および $f_0 \sim f_4$ 計算値

Furuhashi	fitting m1	fitting m2	fitting m3	s=1 f0	s=x f1	s=x ² f2	s=x ³ f3	s=x ⁴ f4
a=A/L								
0.01	0.5018	0.5960	-0.2867	1.1213	6.83E-03	5.25E-05	4.41E-07	3.86E-09
0.02	0.5375	0.5577	-0.2677	1.1276	0.0137	2.11E-04	3.53E-06	6.20E-08
0.05	0.6531	0.4520	-0.2131	1.1503	0.0348	1.33E-03	5.58E-05	2.44E-06
0.10	0.8757	0.3094	-0.1306	1.2020	0.0718	5.46E-03	4.55E-04	3.97E-05
0.15	1.1401	0.2166	-0.0607	1.2737	0.1120	0.0127	1.57E-03	2.05E-04
0.20	1.4525	0.1853	-0.0070	1.3687	0.1568	0.0234	3.84E-03	6.65E-04
0.25	1.8206	0.2312	0.0262	1.4917	0.2078	0.0382	7.78E-03	1.67E-03
0.30	2.2545	0.3751	0.0325	1.6486	0.2673	0.0579	0.0140	3.59E-03
0.35	2.7672	0.6459	0.0029	1.8474	0.3380	0.0839	0.0234	6.95E-03
0.40	3.3760	1.0846	-0.0754	2.0990	0.4236	0.1177	0.0371	0.0124
0.45	4.1043	1.7506	-0.2220	2.4187	0.5295	0.1619	0.0565	0.0211
0.50	4.9850	2.7333	-0.4669	2.8285	0.6629	0.2199	0.0839	0.0345
0.55	6.0650	4.1722	-0.8583	3.3613	0.8351	0.2973	0.1226	0.0547
0.60	7.4142	6.2962	-1.4777	4.0690	1.0631	0.4022	0.1776	0.0851
0.65	9.1415	9.5022	-2.4706	5.0370	1.3753	0.5488	0.2571	0.1315
0.70	11.4259	14.5330	-4.1169	6.4167	1.8213	0.7612	0.3758	0.2033
0.75	14.5846	22.9193	-7.0108	8.5024	2.4973	1.0866	0.5614	0.3192
0.80	19.2364	38.2674	-12.5941	11.9440	3.6145	1.6280	0.8746	0.5190
0.85	26.7715	70.9313	-25.1320	18.4743	5.7331	2.6568	1.4739	0.9064
0.90	41.0771	162.149	-62.1516	34.4312	10.8872	5.1512	2.9264	1.8486
0.95	78.1890	640.242	-268.065	105.172	33.4997	15.9713	9.1622	5.8599

Table.A2.3.2 Furuhashi の重み関数(m_j 関数近似)による f_M, f_B, f_P, f_Q 計算値

Furuhashi	Membrane f(M)	Bending f(B)	Parabolic f(P)	Quadratic f(Q)	(er<0.5%) f(M,ref)	er(M,%)	(er<0.5%) f(B,ref)	er(B,%)
a=A/L								
0.01	1.1213	1.1077	1.0807	0.1043	1.1252	-0.34	1.1100	-0.21
0.02	1.1276	1.1002	1.0466	0.1998	1.1294	-0.15	1.0989	0.12
0.05	1.1503	1.0807	0.9496	0.4374	1.1473	0.26	1.0709	0.92
0.10	1.2020	1.0585	0.8043	0.6935	1.1957	0.53	1.0408	1.70
0.15	1.2737	1.0497	0.6778	0.8114	1.2682	0.43	1.0295	1.96
0.20	1.3687	1.0551	0.5682	0.8276	1.3667	0.15	1.0355	1.90
0.25	1.4917	1.0760	0.4736	0.7727	1.4941	-0.16	1.0582	1.68
0.30	1.6486	1.1140	0.3923	0.6720	1.6551	-0.39	1.0978	1.47
0.35	1.8474	1.1714	0.3228	0.5461	1.8565	-0.49	1.1557	1.36
0.40	2.0990	1.2518	0.2635	0.4114	2.1080	-0.42	1.2345	1.40
0.45	2.4187	1.3597	0.2131	0.2807	2.4241	-0.22	1.3386	1.58
0.50	2.8285	1.5026	0.1704	0.1635	2.8266	0.07	1.4752	1.85
0.55	3.3613	1.6911	0.1342	0.0665	3.3486	0.38	1.6557	2.14
0.60	4.0690	1.9427	0.1036	-0.0064	4.0432	0.64	1.8982	2.35
0.65	5.0370	2.2864	0.0778	-0.0532	4.9993	0.75	2.2335	2.37
0.70	6.4167	2.7741	0.0562	-0.0744	6.3755	0.65	2.7163	2.13
0.75	8.5024	3.5079	0.0385	-0.0719	8.4809	0.25	3.4527	1.60
0.80	11.9440	4.7149	0.0250	-0.0499	11.9926	-0.41	4.6744	0.87
0.85	18.4743	7.0082	0.0167	-0.0153	18.6806	-1.10	6.9834	0.35
0.90	34.4312	12.6569	0.0153	0.0147	34.7186	-0.83	12.4690	1.51
0.95	105.172	38.1724	0.0017	-0.0874	99.3377	5.87	34.3275	11.20

Table.A2.4.1 Wu & Carlsson の重み関数(β_j 数値解)および $f_0 \sim f_4$ 計算値

Wu & Carl.	tables	tables	tables	tables	s=1	s=x	s=x ²	s=x ³	s=x ⁴
a=A/L	β_2	β_3	β_4	β_5	f0	f1	f2	f3	f4
0.01	0.9874	1.1060	-0.3126	-0.1041	1.1228	6.83E-03	5.25E-05	4.40E-07	3.86E-09
0.02	1.0005	1.1199	-0.3282	-0.0982	1.1253	0.0137	2.10E-04	3.52E-06	6.18E-08
0.05	1.1004	1.1268	-0.3420	-0.0900	1.1404	0.0345	1.32E-03	5.54E-05	2.42E-06
0.10	1.4256	1.1167	-0.3337	-0.0834	1.1891	0.0709	5.40E-03	4.50E-04	3.93E-05
0.15	1.9122	1.1370	-0.3237	-0.0755	1.2650	0.1108	0.0125	1.56E-03	2.03E-04
0.20	2.5429	1.2202	-0.3303	-0.0618	1.3674	0.1558	0.0232	3.81E-03	6.60E-04
0.25	3.3171	1.3866	-0.3545	-0.0436	1.4979	0.2074	0.0380	7.74E-03	1.66E-03
0.30	4.2446	1.6645	-0.3961	-0.0231	1.6605	0.2676	0.0578	0.0140	3.58E-03
0.35	5.3437	2.1051	-0.4672	0.0011	1.8617	0.3389	0.0839	0.0234	6.94E-03
0.40	6.6431	2.7928	-0.6023	0.0371	2.1117	0.4250	0.1179	0.0371	0.0124
0.45	8.1851	3.8572	-0.8624	0.1014	2.4254	0.5307	0.1622	0.0566	0.0211
0.50	10.0315	5.4937	-1.3421	0.2195	2.8248	0.6632	0.2202	0.0840	0.0345
0.55	12.2738	8.0050	-2.1863	0.4301	3.3437	0.8335	0.2972	0.1227	0.0547
0.60	15.0497	11.8890	-3.6360	0.7978	4.0350	1.0588	0.4016	0.1776	0.0852
0.65	18.5741	18.0264	-6.1392	1.4452	4.9878	1.3677	0.5473	0.2569	0.1315
0.70	23.2009	28.1065	-10.6236	2.6353	6.3608	1.8115	0.7592	0.3755	0.2034
0.75	29.5582	45.6870	-19.2046	4.9876	8.4633	2.4903	1.0859	0.5619	0.3198
0.80	38.8811	79.2197	-37.2725	10.1231	11.9762	3.6249	1.6346	0.8789	0.5219
0.85	53.9891	152.677	-81.0517	23.0210	18.6864	5.7963	2.6881	1.4920	0.9177
0.90	83.1102	357.820	-216.288	64.2277	34.8898	11.0575	5.2466	2.9863	1.8884
0.95	166.424	1374.851	-975.508	304.814	102.165	33.0468	15.9650	9.2527	5.9639

($\beta_1=2.0$ は省略した)

Table.A2.4.2 Wu & Carlsson の重み関数(β_j 数値解) による f_M, f_B, f_P, f_Q 計算値

Wu & Carl.	Membrane	Bending	Parabolic	Quadratic	(er<0.5%)		(er<0.5%)	
a=A/L	f(M)	f(B)	f(P)	f(Q)	f(M.ref)	er(M,%)	f(B.ref)	er(B,%)
0.01	1.1228	1.1091	1.0821	0.1042	1.1252	-0.22	1.1100	-0.08
0.02	1.1253	1.0979	1.0445	0.1991	1.1294	-0.36	1.0989	-0.09
0.05	1.1404	1.0714	0.9415	0.4334	1.1473	-0.60	1.0709	0.05
0.10	1.1891	1.0473	0.7961	0.6850	1.1957	-0.55	1.0408	0.63
0.15	1.2650	1.0433	0.6752	0.8035	1.2682	-0.25	1.0295	1.34
0.20	1.3674	1.0558	0.5717	0.8246	1.3667	0.05	1.0355	1.96
0.25	1.4979	1.0832	0.4816	0.7759	1.4941	0.26	1.0582	2.36
0.30	1.6605	1.1253	0.4020	0.6800	1.6551	0.32	1.0978	2.50
0.35	1.8617	1.1838	0.3315	0.5557	1.8565	0.28	1.1557	2.43
0.40	2.1117	1.2617	0.2691	0.4190	2.1080	0.18	1.2345	2.21
0.45	2.4254	1.3640	0.2142	0.2833	2.4241	0.05	1.3386	1.90
0.50	2.8248	1.4984	0.1665	0.1593	2.8266	-0.06	1.4752	1.57
0.55	3.3437	1.6766	0.1258	0.0551	3.3486	-0.15	1.6557	1.27
0.60	4.0350	1.9175	0.0921	-0.0234	4.0432	-0.20	1.8982	1.02
0.65	4.9878	2.2524	0.0656	-0.0727	4.9993	-0.23	2.2335	0.85
0.70	6.3608	2.7377	0.0469	-0.0918	6.3755	-0.23	2.7163	0.79
0.75	8.4633	3.4826	0.0365	-0.0825	8.4809	-0.21	3.4527	0.87
0.80	11.9762	4.7265	0.0344	-0.0507	11.9926	-0.14	4.6744	1.11
0.85	18.6864	7.0939	0.0377	-0.0117	18.6806	0.03	6.9834	1.58
0.90	34.8898	12.7748	0.0243	-0.0179	34.7186	0.49	12.4690	2.45
0.95	102.165	36.0718	-0.3253	-0.5765	99.3377	2.85	34.3275	5.08

Table.A2.5-1 引張の無次元応力拡大係数

a=A/L	Bueckner	Furuhashi	& Carlsson	ref(er<0.5%)
0.01	1.1304	1.1213	1.1228	1.1252
0.02	1.1321	1.1276	1.1253	1.1294
0.05	1.1442	1.1503	1.1404	1.1473
0.10	1.1874	1.2020	1.1891	1.1957
0.15	1.2594	1.2737	1.2650	1.2682
0.20	1.3608	1.3687	1.3674	1.3667
0.25	1.4929	1.4917	1.4979	1.4941
0.30	1.6584	1.6486	1.6605	1.6551
0.35	1.8622	1.8474	1.8617	1.8565
0.40	2.1122	2.0990	2.1117	2.1080
0.45	2.4207	2.4187	2.4254	2.4241
0.50	2.8054	2.8285	2.8248	2.8266
0.55	3.2911	3.3613	3.3437	3.3486
0.60	3.9110	4.0690	4.0350	4.0432
0.65	4.7089	5.0370	4.9878	4.9993
0.70	5.7409	6.4167	6.3608	6.3755
0.75	7.0777	8.5024	8.4633	8.4809
0.80	8.8066	11.9440	11.9762	11.9926
0.85	11.0345	18.4743	18.6864	18.6806
0.90	13.8902	34.4312	34.8898	34.7186

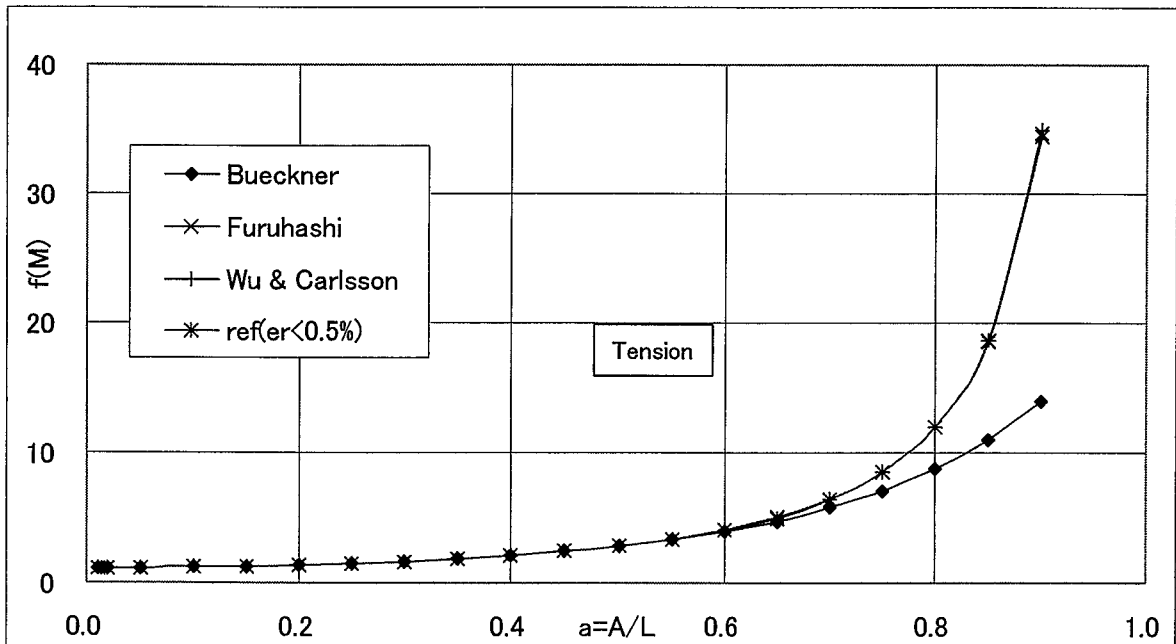


Fig.A2.1-1 引張の無次元応力拡大係数

Table.A2.5-2 曲げの無次元応力拡大係数

a=A/L	Bueckner	Furuhashi	& Carlsson	ref(er<0.5%)
0.01	1.1167	1.1077	1.1091	1.1100
0.02	1.1046	1.1002	1.0979	1.0989
0.05	1.0750	1.0807	1.0714	1.0709
0.10	1.0455	1.0585	1.0473	1.0408
0.15	1.0382	1.0497	1.0433	1.0295
0.20	1.0502	1.0551	1.0558	1.0355
0.25	1.0791	1.0760	1.0832	1.0582
0.30	1.1237	1.1140	1.1253	1.0978
0.35	1.1840	1.1714	1.1838	1.1557
0.40	1.2617	1.2518	1.2617	1.2345
0.45	1.3609	1.3597	1.3640	1.3386
0.50	1.4878	1.5026	1.4984	1.4752
0.55	1.6510	1.6911	1.6766	1.6557
0.60	1.8617	1.9427	1.9175	1.8982
0.65	2.1334	2.2864	2.2524	2.2335
0.70	2.4809	2.7741	2.7377	2.7163
0.75	2.9206	3.5079	3.4826	3.4527
0.80	3.4684	4.7149	4.7265	4.6744
0.85	4.1390	7.0082	7.0939	6.9834
0.90	4.9439	12.6569	12.7748	12.4690

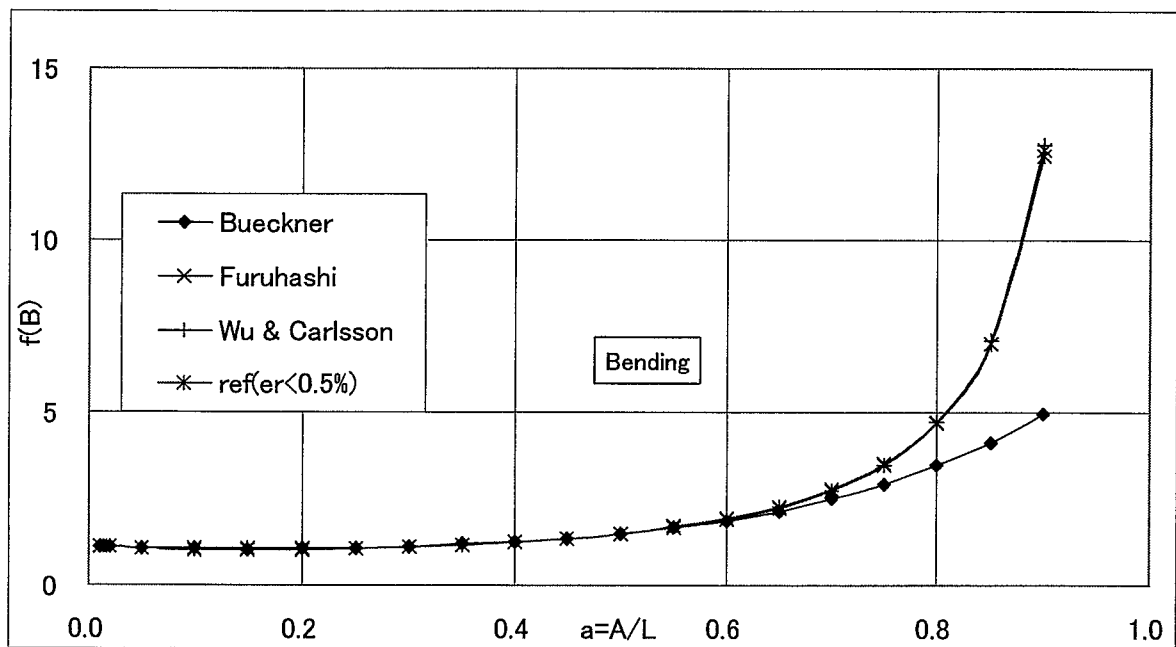


Fig.A2.1-2 曲げの無次元応力拡大係数

Table.A2.6-1 周期温度変動による無次元応力拡大係数

k(0.75 π)			
a=A/L	Bueckner	Furuhashi	Carlsson
0.01	0.0792	0.0786	0.0787
0.02	0.1097	0.1092	0.1090
0.05	0.1636	0.1644	0.1630
0.10	0.2136	0.2163	0.2140
0.15	0.2470	0.2497	0.2483
0.20	0.2752	0.2762	0.2768
0.25	0.3027	0.3012	0.3039
0.30	0.3320	0.3283	0.3325
0.35	0.3651	0.3604	0.3650
0.40	0.4040	0.4002	0.4040
0.45	0.4512	0.4508	0.4523
0.50	0.5105	0.5159	0.5139
0.55	0.5864	0.6010	0.5946
0.60	0.6850	0.7141	0.7031
0.65	0.8137	0.8688	0.8540
0.70	0.9809	1.0888	1.0732
0.75	1.1963	1.4207	1.4105
0.80	1.4705	1.9684	1.9755

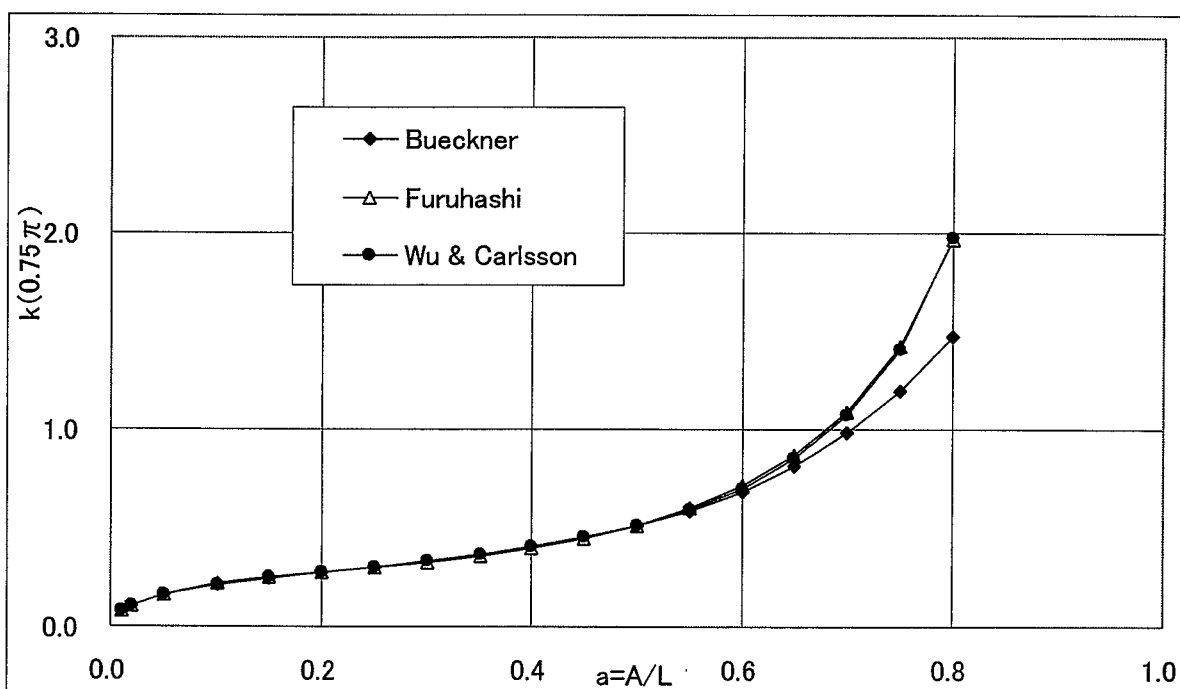
(無次元周波数 $f^*=1.0$)(表面温度位相 $\phi_s=0.75\pi$ 時点の k)

Fig.A2.2-1 周期温度変動による無次元応力拡大係数

Table.A2.6-2 周期温度変動による無次元応力拡大係数振幅

$a=A/L$	Bueckner	Furuhashi	Carlsson
0.01	0.0856	0.0849	0.0850
0.02	0.1188	0.1183	0.1181
0.05	0.1788	0.1798	0.1782
0.10	0.2370	0.2400	0.2375
0.15	0.2782	0.2812	0.2797
0.20	0.3142	0.3154	0.3159
0.25	0.3497	0.3483	0.3511
0.30	0.3876	0.3836	0.3882
0.35	0.4298	0.4247	0.4298
0.40	0.4787	0.4745	0.4787
0.45	0.5372	0.5367	0.5385
0.50	0.6095	0.6159	0.6137
0.55	0.7011	0.7185	0.7113
0.60	0.8191	0.8545	0.8418
0.65	0.9724	1.0399	1.0227
0.70	1.1710	1.3033	1.2848
0.75	1.4267	1.7006	1.6881
0.80	1.7519	2.3563	2.3638

(無次元周波数 $f^*=1.0$ の $|k|$)

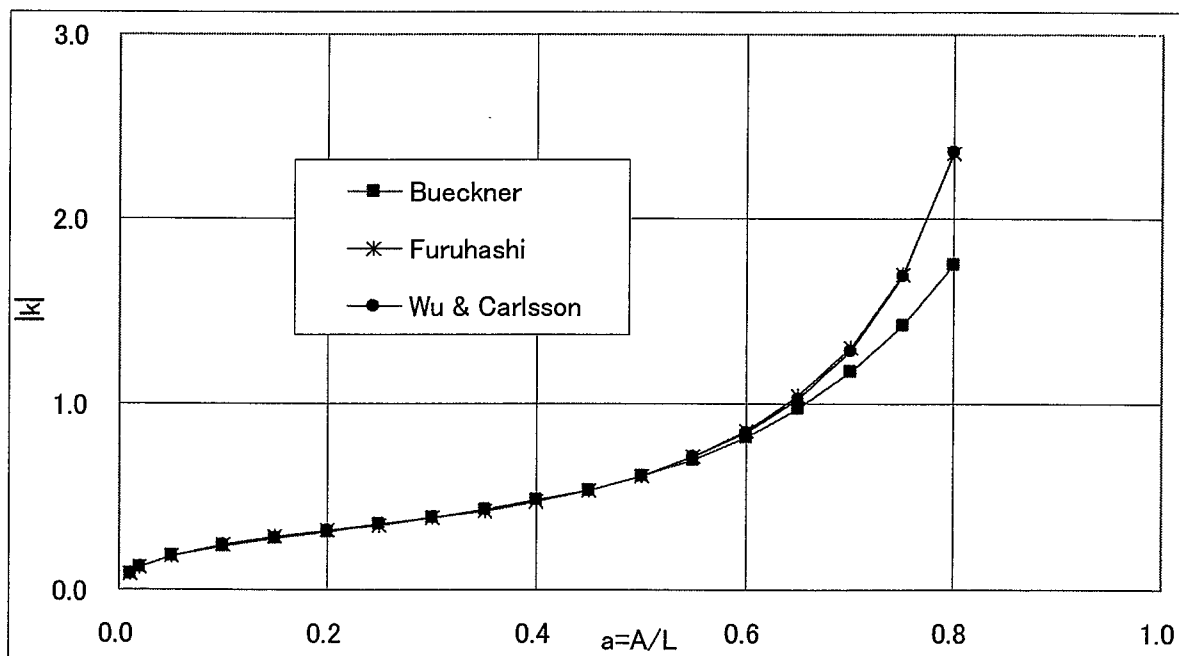


Fig.A2.2-2 周期温度変動による無次元応力拡大係数振幅



付録 A3 Chapuriot の K 値テーブル

Chapuriot の無次元 K 値 i_0, i_1 [A3.1] を用いて次式によるの近似重み関数に使用する係数 m_1, m_2 を計算した。

$$m^*(x^*, a^*) = \sqrt{\frac{2}{\pi a^*}} \left[\left(1 - \frac{x^*}{a^*}\right)^{-1/2} + m_1 \left(1 - \frac{x^*}{a^*}\right)^{1/2} + m_2 \left(1 - \frac{x^*}{a^*}\right)^{3/2} \right] \quad (A3.1)$$

計算された m_1, m_2 を用いて無次元 K 値 i_2, i_3, i_4 および f_m, f_b を計算した。
 i_2, i_3, i_4 は Chapuriot のオリジナル計算値と若干異なるが、その差は小さい。
 これは近似重み関数 m_1, m_2 の適合性が良好であることを示している。

[A3.1] S. Chapuriot, M.H. Lacire and P. Le Delliou : Stress Intensity factors for internal circumferential cracks in tubes over a wide range of radius over thickness ratios - Proc. PVP conference, vol 365, San Diego, (1998)

$t/R_i=1/1$

a/t	m_1	m_2	i_0	i_1	i_2	i_3	i_4	f_m	f_b
0.0	0.567	0.286	1.122	0.683	0.526	0.441	0.387	1.122	1.122
0.1	0.355	0.335	1.067	0.660	0.512	0.432	0.380	1.067	0.935
0.2	0.380	0.198	1.050	0.656	0.511	0.431	0.380	1.050	0.788
0.3	0.455	0.101	1.055	0.660	0.514	0.434	0.382	1.055	0.659
0.4	0.605	-0.015	1.079	0.672	0.521	0.439	0.386	1.079	0.541
0.5	0.842	-0.161	1.124	0.693	0.534	0.448	0.393	1.124	0.431
0.6	1.288	-0.482	1.200	0.730	0.557	0.464	0.405	1.200	0.324
0.7	2.033	-1.036	1.324	0.791	0.596	0.492	0.426	1.324	0.217
0.8	3.454	-2.153	1.549	0.904	0.668	0.543	0.464	1.549	0.103

$R_i=1/2$

a/t	m_1	m_2	i_0	i_1	i_2	i_3	i_4	f_m	f_b
0.0	0.567	0.286	1.122	0.683	0.526	0.441	0.387	1.122	1.122
0.1	0.488	0.335	1.107	0.676	0.521	0.438	0.385	1.107	0.972
0.2	0.588	0.296	1.130	0.686	0.527	0.442	0.388	1.130	0.856
0.3	0.784	0.208	1.173	0.705	0.539	0.450	0.394	1.173	0.750
0.4	1.004	0.179	1.234	0.730	0.553	0.460	0.401	1.234	0.650

0.5	1.329	0.082	1.314	0.764	0.573	0.473	0.411	1.314	0.550
0.6	1.808	-0.122	1.421	0.811	0.601	0.493	0.425	1.421	0.448
0.7	2.558	-0.511	1.576	0.881	0.644	0.522	0.447	1.576	0.343
0.8	4.008	-1.522	1.829	1.003	0.720	0.576	0.487	1.829	0.224

$t/R_i=1/5$

a/t	m_1	m_2	i_0	i_1	i_2	i_3	i_4	f_m	f_b
0.0	0.567	0.286	1.122	0.683	0.526	0.441	0.387	1.122	1.122
0.1	0.563	0.393	1.140	0.688	0.528	0.442	0.388	1.140	1.002
0.2	0.846	0.315	1.211	0.718	0.545	0.454	0.396	1.211	0.924
0.3	1.163	0.354	1.313	0.758	0.568	0.469	0.407	1.313	0.858
0.4	1.563	0.393	1.440	0.808	0.596	0.488	0.421	1.440	0.794
0.5	2.025	0.461	1.591	0.867	0.630	0.510	0.437	1.591	0.724
0.6	2.591	0.500	1.768	0.937	0.669	0.536	0.456	1.768	0.644
0.7	3.416	0.325	1.984	1.027	0.722	0.572	0.482	1.984	0.546
0.8	4.849	-0.414	2.281	1.161	0.803	0.628	0.524	2.281	0.423

$t/R_i=1/10$

a/t	m_1	m_2	i_0	i_1	i_2	i_3	i_4	f_m	f_b
0.0	0.567	0.286	1.122	0.683	0.526	0.441	0.387	1.122	1.122
0.1	0.613	0.393	1.155	0.694	0.531	0.445	0.389	1.155	1.016
0.2	0.975	0.344	1.255	0.735	0.555	0.460	0.401	1.255	0.961
0.3	1.400	0.441	1.400	0.791	0.586	0.481	0.416	1.400	0.925
0.4	1.917	0.597	1.583	0.861	0.625	0.507	0.434	1.583	0.894
0.5	2.554	0.762	1.804	0.946	0.673	0.538	0.457	1.804	0.858
0.6	3.337	0.879	2.060	1.046	0.729	0.575	0.484	2.060	0.805
0.7	4.170	1.112	2.352	1.158	0.792	0.616	0.513	2.352	0.731
0.8	5.615	0.636	2.700	1.307	0.880	0.676	0.557	2.700	0.609

$t/R_i=1/20$

a/t	m_1	m_2	i_0	i_1	i_2	i_3	i_4	f_m	f_b
0.0	0.567	0.286	1.122	0.683	0.526	0.441	0.387	1.122	1.122
0.1	0.675	0.344	1.165	0.699	0.534	0.447	0.391	1.165	1.025
0.2	1.059	0.383	1.287	0.747	0.562	0.465	0.404	1.287	0.988
0.3	1.592	0.500	1.468	0.817	0.601	0.491	0.423	1.468	0.978
0.4	2.262	0.704	1.706	0.908	0.651	0.524	0.446	1.706	0.980

0.5	3.045	1.054	2.004	1.020	0.713	0.564	0.475	2.004	0.984
0.6	3.941	1.549	2.362	1.153	0.786	0.611	0.509	2.362	0.978
0.7	5.032	1.996	2.770	1.307	0.871	0.667	0.549	2.770	0.940
0.8	6.540	1.938	3.212	1.485	0.973	0.735	0.598	3.212	0.836

$t/R_i=1/40$

a/t	m ₁	m ₂	i ₀	i ₁	i ₂	i ₃	i ₄	f _m	f _b
0.0	0.567	0.286	1.122	0.683	0.526	0.441	0.387	1.122	1.122
0.1	0.655	0.412	1.171	0.700	0.534	0.447	0.391	1.171	1.031
0.2	1.129	0.393	1.310	0.756	0.567	0.468	0.406	1.310	1.008
0.3	1.742	0.539	1.520	0.837	0.612	0.498	0.428	1.520	1.018
0.4	2.529	0.820	1.807	0.946	0.672	0.537	0.456	1.807	1.050
0.5	3.479	1.326	2.183	1.086	0.749	0.587	0.492	2.183	1.097
0.6	4.637	2.045	2.660	1.262	0.845	0.649	0.536	2.660	1.146
0.7	5.969	2.978	3.228	1.470	0.958	0.722	0.587	3.228	1.170
0.8	7.685	3.483	3.834	1.702	1.087	0.806	0.648	3.834	1.111

$t/R_i=1/80$

a/t	m ₁	m ₂	i ₀	i ₁	i ₂	i ₃	i ₄	f _m	f _b
0.0	0.567	0.286	1.122	0.683	0.526	0.441	0.387	1.122	1.122
0.1	0.680	0.393	1.175	0.702	0.536	0.448	0.391	1.175	1.035
0.2	1.171	0.412	1.326	0.762	0.570	0.470	0.408	1.326	1.021
0.3	1.862	0.548	1.558	0.852	0.620	0.504	0.432	1.558	1.047
0.4	2.746	0.898	1.886	0.976	0.689	0.548	0.464	1.886	1.105
0.5	3.883	1.491	2.334	1.143	0.781	0.608	0.506	2.334	1.191
0.6	5.261	2.531	2.935	1.362	0.899	0.684	0.560	2.935	1.301
0.7	6.990	3.921	3.704	1.641	1.049	0.780	0.628	3.704	1.407
0.8	9.077	5.252	4.570	1.960	1.223	0.892	0.708	4.570	1.434

$t/R_i=1/160$

a/t	m ₁	m ₂	i ₀	i ₁	i ₂	i ₃	i ₄	f _m	f _b
0.0	0.567	0.286	1.122	0.683	0.526	0.441	0.387	1.122	1.122
0.1	0.684	0.403	1.178	0.703	0.536	0.448	0.392	1.178	1.037
0.2	1.196	0.432	1.337	0.766	0.572	0.472	0.409	1.337	1.031
0.3	1.950	0.558	1.586	0.863	0.627	0.508	0.435	1.586	1.068
0.4	2.916	0.947	1.946	0.999	0.702	0.557	0.470	1.946	1.147

0.5	4.178	1.676	2.456	1.188	0.805	0.624	0.518	2.456	1.268
0.6	5.840	2.910	3.177	1.451	0.947	0.715	0.582	3.177	1.436
0.7	7.981	4.873	4.173	1.809	1.139	0.837	0.669	4.173	1.640
0.8	10.655	7.264	5.406	2.253	1.377	0.989	0.776	5.406	1.801

$t/R_i=1/400$

a/t	m_1	m_2	i_0	i_1	i_2	i_3	i_4	f_m	f_b
0.0	0.567	0.286	1.122	0.688	0.526	0.441	0.387	1.122	1.122
0.1	0.688	0.412	1.181	0.704	0.537	0.448	0.392	1.181	1.040
0.2	1.229	0.432	1.347	0.770	0.574	0.473	0.410	1.347	1.039
0.3	2.004	0.607	1.611	0.872	0.632	0.511	0.437	1.611	1.088
0.4	3.062	1.015	2.002	1.020	0.713	0.564	0.475	2.002	1.186
0.5	4.512	1.792	2.577	1.234	0.831	0.640	0.530	2.577	1.343
0.6	6.436	3.367	3.438	1.546	0.999	0.748	0.606	3.438	1.583
0.7	9.177	6.030	4.740	2.012	1.248	0.906	0.717	4.740	1.923
0.8	12.913	10.160	6.605	2.673	1.598	1.129	0.873	6.605	2.328

付録 A4 パラメータ感度解析

ここでは以下の記号を使用する。

記号 ; 内容	無次元数
L ; 構造材の板厚	
x ; 構造表面からの深さ	x^* ; 無次元深さ $x^* \equiv x/L$
a ; き裂深さ	a^* ; 無次元き裂深さ $a^* \equiv a/L$
κ ; 構造材の温度拡散係数	
λ ; 構造材の熱伝導率	
E ; 構造材のヤング率	
ν ; 構造材のポアソン比	
α ; 構造材の線膨張係数	
h ; 熱伝達係数	Bi ; ビオ数 $Bi \equiv hL/\lambda$
f ; 流体温度の周波数	f^* ; 無次元周波数 $f^* \equiv fL^2/\kappa$
ω ; 流体温度の速度 $\omega = 2\pi f$	w ; 無次元速度 $w \equiv L(\omega/2\kappa)^{1/2}$ $= L(\pi f/\kappa)^{1/2} = (\pi f^*)^{1/2}$
j ; 虚数単位	g ; 板厚通過サイクル数 $g \equiv w/(2\pi)$ $= L\{f/(4\pi\kappa)\}^{1/2} = \{f^*/(4\pi)\}^{1/2}$
T_f ; 流体温度	
T_f ; 流体温度の振幅 ($ T_f $)	
ϕ_f ; 流体温度の位相 $\phi_f = \omega t$	
t ; 時間	
T_s ; 構造表面温度	
T_s ; 構造表面温度の振幅 ($ T_s $)	
ϕ_s ; 構造表面温度の位相 $\phi_s = \phi_f + \delta_s = \omega t + \delta_s$	
δ_s ; 構造表面温度の流体温度に対する位相変化	
H ; 伝達関数 (流体温度→構造表面温度) $H = H(Bi, w) = T_s/T_f$	
H ; 伝達関数 H の大きさ ($ H $)	
$T(x^*)$; 構造内部温度	
$T(x^*)$; 構造内部温度の振幅 ($ T(x^*) $)	
$\phi(x^*)$; 構造内部温度の位相 $\phi(x^*) = \phi_s + \delta(x^*) = \omega t + \delta_s + \delta(x^*)$	

$\delta(x^*)$; 構造内部温度の表面温度に対する位相変化

$D(x^*)$; 伝達関数 (構造表面温度→構造内部温度)

$$D(x^*) = D(w, x^*) = T(x^*) / T_s$$

$D(x^*)$; 伝達関数 $D(x^*)$ の大きさ ($|D(x^*)|$)

$S(x^*)$; 構造内部応力

$s(x^*)$; 無次元応力

$S(x^*)$; 応力の振幅 ($|S(x^*)|$)

$s(x^*)$; 無次元応力振幅 ($|s(x^*)|$)

S_0 ; 基準応力

$$s(x^*) = S(x^*) / \{HS_0 \exp(j\phi_s)\}$$

$$S_0 = CE \alpha T_f$$

$$s(x^*) = S(x^*) / (HS_0)$$

C ; 応力状態を表す係数

平面応力状態で $C=1$ 、

平面ひずみ状態で $C=1/(1-\nu)$

$S@(x^*)$; 伝達関数 (構造表面温度→構造内部応力)

$$S@(x^*) = S(x^*) / T_s = CE \alpha s(x^*)$$

$K(a^*)$; 構造の応力拡大係数

$k(a^*)$; 無次元応力拡大係数

$K(a^*)$; 応力拡大係数の振幅 ($|K(a^*)|$)

$k(a^*)$; 無次元応力拡大係数振幅 ($|k(a^*)|$)

K_0 ; 基準応力拡大係数

$$k(a^*) = K(a^*) / \{HK_0 \exp(j\phi_s)\}$$

$$K_0 = S_0 (\pi L)^{1/2}$$

$$k(a^*) = K(a^*) / (HK_0)$$

$$= CE \alpha T_f (\pi L)^{1/2}$$

$K@(a^*)$; 伝達関数 (構造表面温度→構造の応力拡大係数)

$$K@(a^*) = K(a^*) / T_s = CE \alpha (\pi L)^{1/2} k(a^*)$$

$M(a, x)$; き裂の重み関数

$m(a^*, x^*)$; き裂の無次元重み関数

$$m(a^*, x^*) = M(a, x) / L^{1/2}$$

A4.1 パラメータ感度解析

(1) $H = T_s / T_f$

無次元熱伝達係数 (ピオ数 Bi) = 0.1~100 および無次元周波数 $f^* = 0.01 \sim 1000$ をパラメータとして、流体温度振幅 T_f に対する表面温度振幅 T_s の比 $H = T_s / T_f$ を計算した結果を Fig.4.1.1 および Table.A4.1.1 に示す。無次元周波数 $f^* = 0.01 \sim 1000$ は、板厚通過サイクル数 $g = 0.028 \sim 8.92$ となる。

Table.A4.1.1 温度振幅の比 $H=T_s/T_f$

無次元周波数		温度振幅の比 $H=T_s/T_f$			
f^*	g	Bi=0.1	Bi=1.0	Bi=10	Bi=100
0.01	0.028	0.839	0.997	1.000	1.000
0.1	0.089	0.157	0.786	0.986	0.999
1.0	0.282	0.037	0.291	0.830	0.981
10	0.892	0.013	0.115	0.603	0.946
100	2.82	0.004	0.039	0.304	0.840
1000	8.92	0.001	0.013	0.115	0.603

(2) $D(x^*)=T(x^*)/T_s$ =完全拘束 $s(x^*)$ 、および対応する $k(a^*)$

無次元周波数 $f^*=0.01\sim 1000$ (板厚通過サイクル数 $g=0.028\sim 8.92$) に対して、表面温度振幅 T_s に対する構造内温度振幅 $T(x^*)$ の比 $D(x^*)=T(x^*)/T_s$ を計算した結果を Fig.4.2.1 および Table.A4.2.1 に示す。 $D(x^*)$ は端部で伸びおよび曲げを完全拘束した場合 ($R_m=1$ 、 $R_b=1$) の構造内無次元全応力振幅 $s(x^*)$ に等しい。これに対応する無次元応力拡大係数振幅 $k(a^*)$ を Fig.4.2.2 および Table.A4.2.2 に示す。

Table.4.2.1 温度振幅の比 $D(x^*)=T(x^*)/T_s$ =
完全拘束($R_m=1$ 、 $R_b=1$)の $s(x^*)=S(x^*)/(HS_0)$

無次元周波数		温度振幅の比 $D(x^*)=T(x^*)/T_s$				
f^*	g	$x^*=0.1$	$x^*=0.2$	$x^*=0.4$	$x^*=0.6$	$x^*=1.0$
0.01	0.028	0.9999	0.9998	0.9997	0.9997	0.9997
0.1	0.089	0.9893	0.9816	0.9727	0.9694	0.9686
1.0	0.282	0.8250	0.6804	0.4765	0.3774	0.3491
10	0.892	0.5709	0.3259	0.1064	0.0345	0.0074
100	2.82	0.1699	0.0289	0.0008	0.0000	0.0000
1000	8.92	0.0037	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Table.4.2.2 完全拘束($R_m=1$ 、 $R_b=1$)の $k(a^*)=K(a^*)/(HK_0)$

無次元周波数		完全拘束($R_m=1$ 、 $R_b=1$)の $k(a^*)$					
f^*	g	$a^*=0.02$	$a^*=0.05$	$a^*=.1$	$a^*=.2$	$a^*=0.4$	$a^*=.6$
0.01	0.028	.2827	.4559	.6737	1.085	2.353	5.585
0.1	0.089	.2822	.4543	.6692	1.071	2.309	5.464
1.0	0.282	.2762	.4302	.6008	.8702	1.597	3.405
10	0.892	.2640	.3848	.4820	.5712	.8003	1.559
100	2.82	.2278	.2664	.2351	.1822	.2619	.5267
1000	8.92	.1427	.0903	.0646	.0587	.0848	.1703

(3) 曲げ拘束($R_m=0$, $R_b=1$)の $s(x^*)$ および対応する $k(a^*)$

端部で曲げのみを完全に拘束した場合 ($R_m=0$, $R_b=1$) の構造内無次元全応力振幅 $s(x^*)$ を計算した結果を Fig.4.3.1 および Table.A4.3.1 に示す。対応する無次元応力拡大係数振幅 $k(a^*)$ を Fig.4.3.2 および Table.A4.3.2 に示す。

Table.4.3.1 曲げ拘束($R_m=0$, $R_b=1$)の $s(x^*)=S(x^*)/(HS_0)$

無次元周波数		曲げ拘束($R_m=0$, $R_b=1$)の $s(x^*)$				
f^*	g	$x^*=0.1$	$x^*=0.2$	$x^*=0.4$	$x^*=0.6$	$x^*=1.0$
0.01	0.028	0.0150	0.0096	0.0008	0.0054	0.0105
0.1	0.089	0.1451	0.0933	0.0082	0.0528	0.1014
1.0	0.282	0.5415	0.3435	0.0565	0.1996	0.3664
10	0.892	0.4488	0.2109	0.1555	0.1563	0.1256
100	2.82	0.1516	0.0675	0.0391	0.0399	0.0399
1000	8.92	0.0128	0.0126	0.0126	0.0126	0.0126

Table.4.3.2 曲げ拘束($R_m=0$, $R_b=1$)の $k(a^*)=K(a^*)/(HK_0)$

無次元周波数		曲げ拘束($R_m=0$, $R_b=1$)の $k(a^*)$					
f^*	g	$a^*=0.02$	$a^*=0.05$	$a^*=.1$	$a^*=0.2$	$a^*=.4$	$a^*=.6$
0.01	0.028	.0057	.0087	.0117	.0155	.0236	.0426
0.1	0.089	.0553	.0843	.1132	.1501	.2285	.4131
1.0	0.282	.2097	.3186	.4254	.5591	.8410	1.515
10	0.892	.2383	.3398	.4086	.4408	.5067	.8620
100	2.82	.2185	.2493	.2083	.1623	.1681	.3041
1000	8.92	.1392	.0845	.0561	.0450	.0551	.0998

(4) 拘束なしの $s(x^*)$ および対応する $k(a^*)$

端部で伸びおよび曲げとも自由とした場合 ($R_m=0$ 、 $R_b=0$) の構造内無次元全応力振幅 $s(x^*)=s_p(x^*)$ を計算した結果を Fig.4.4.1 および Table.A4.4.1 に示す。対応する無次元応力拡大係数振幅 $k(a^*)$ を Fig.4.4.2 および Table.A4.4.2 に示す。

Table.4.4.1 拘束なし($R_m=0$ 、 $R_b=0$)の $s(x^*)=S(x^*)/(HS_o)$

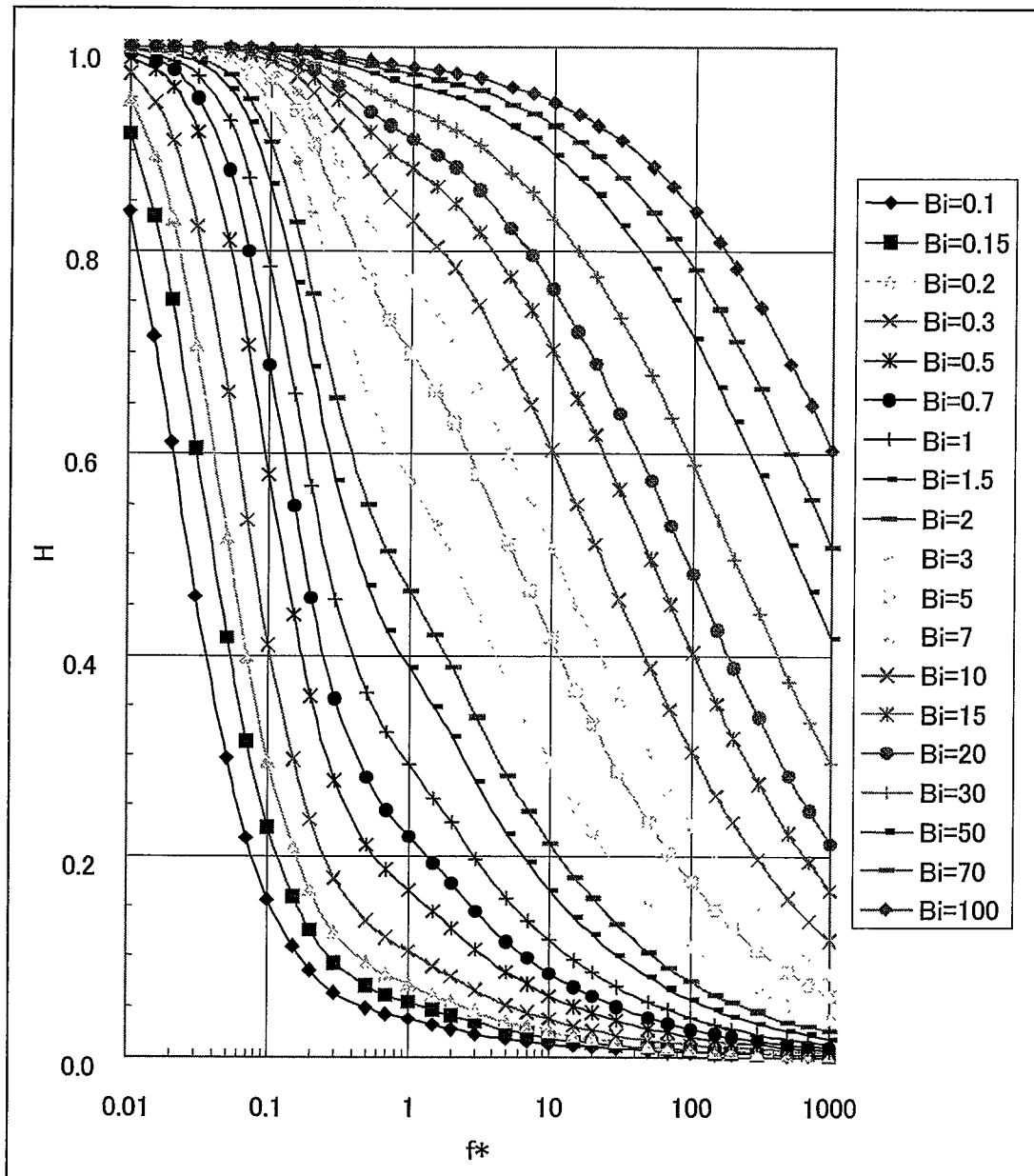
無次元周波数		拘束なし($R_m=0$ 、 $R_b=0$)の $s(x^*)$				
f^*	g	$x^*=0.1$	$x^*=0.2$	$x^*=0.4$	$x^*=0.6$	$x^*=1.0$
0.01	0.028	0.0024	0.0002	0.0023	0.0023	0.0052
0.1	0.089	0.0234	0.0021	0.0224	0.0223	0.0508
1.0	0.282	0.1027	0.0227	0.1043	0.0893	0.1969
10	0.892	0.1954	0.1479	0.2129	0.0930	0.2007
100	2.82	0.1517	0.1353	0.0617	0.0174	0.0733
1000	8.92	0.0421	0.0349	0.0201	0.0052	0.0246

Table.4.4.2 拘束なし($R_m=0$ 、 $R_b=0$)の $k(a^*)=K(a^*)/(HK_o)$

無次元周波数		拘束なし($R_m=0$ 、 $R_b=0$)の $k(a^*)$					
f^*	g	$a^*=0.02$	$a^*=0.05$	$a^*=.1$	$a^*=0.2$	$a^*=.4$	$a^*=.6$
0.01	0.028	.0014	.0020	.0024	.0024	.0015	.0007
0.1	0.089	.0134	.0192	.0229	.0229	.0150	.0072
1.0	0.282	.0652	.0918	.1068	.1006	.0595	.0269
10	0.892	.1733	.2304	.2416	.1806	.0606	.0138
100	2.82	.1926	.2034	.1411	.0454	.0094	.0023
1000	8.92	.1292	.0687	.0340	.0140	.0031	.0022

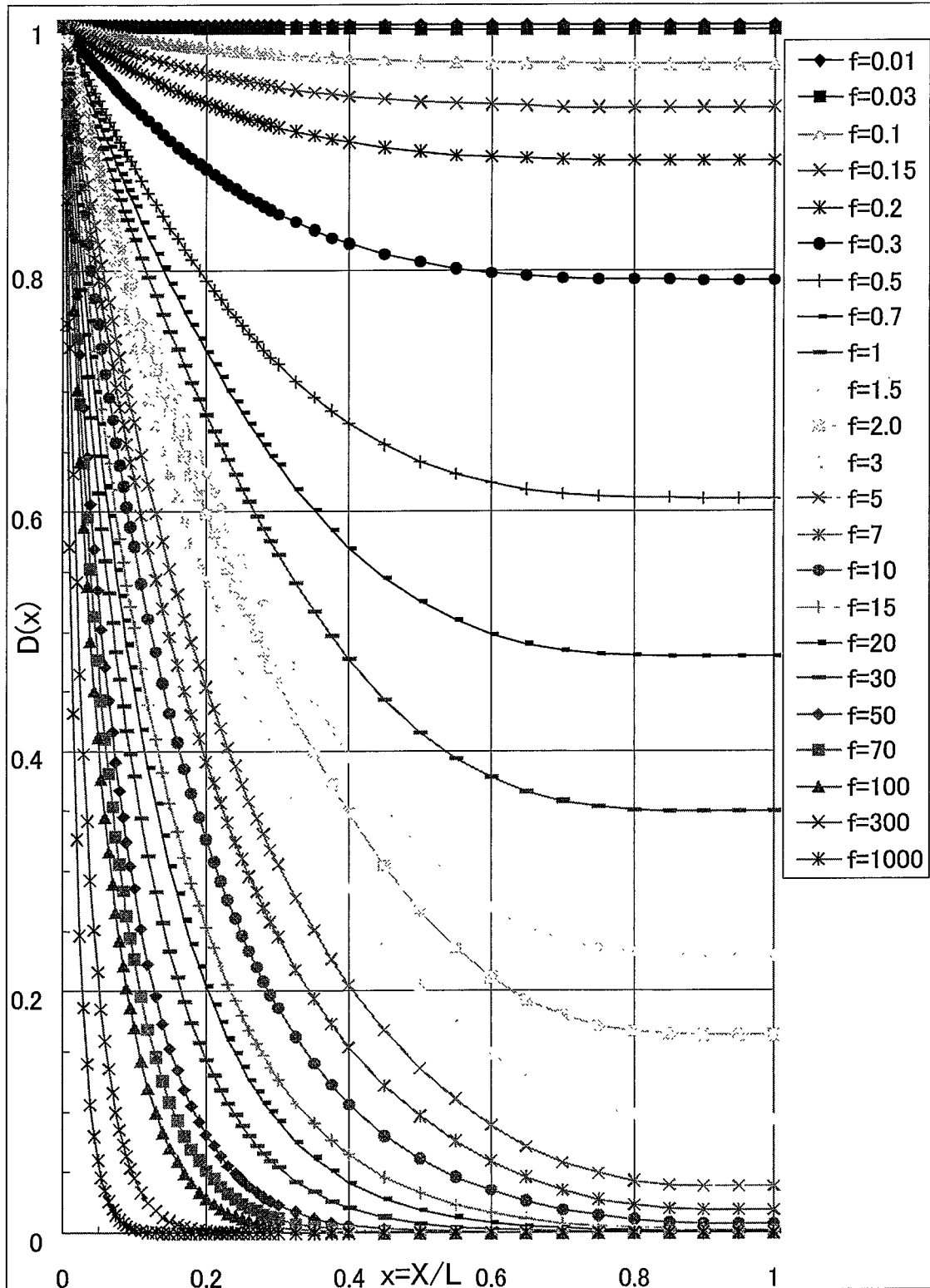
A4.2 1 サイクル内 8 時点の温度分布、応力分布および応力拡大係数

無次元周波数 $f^*=0.1, 1, 10, 100$ に対して、表面温度の位相角 $\phi_s = \omega t + \delta_s = 0.0\pi, 0.25\pi, 0.5\pi, 0.75\pi, 1.0\pi, 1.25\pi, 1.5\pi, 1.75\pi$ となる 8 時点の構造内無次元温度分布 $\text{Re}\{T(x^*)\}/T_s = \text{Re}\{D(x^*)\exp(j\phi_s)\}$ 、曲げ拘束 ($R_m=0, R_b=1$) の無次元応力分布 $\text{Re}\{S(x^*)\}/(HS_0) = \text{Re}\{s(x^*)\exp(j\phi_s)\}$ 、拘束なし ($R_m=0, R_b=0$) の無次元応力分布 $\text{Re}\{S_p(x^*)\}/(HS_0) = \text{Re}\{s_p(x^*)\exp(j\phi_s)\}$ 、および曲げ拘束 ($R_m=0, R_b=1$) の無次元応力拡大係数 $\text{Re}\{K(a^*)\}/(HK_0) = \text{Re}\{k(a^*)\exp(j\phi_s)\}$ を計算した。 $f^*=0.1$ の計算結果を Fig.4.5.1~4 に示す。 $f^*=1$ の計算結果を Fig.4.6.1~4 に示す。 $f^*=10$ の計算結果を Fig.4.7.1~4 に示す。 $f^*=100$ の計算結果を Fig.4.8.1~4 に示す。無次元温度分布 $\text{Re}\{T(x^*)\}/T_s$ は、位相角を π (半サイクル) 進めると、伸びおよび曲げとも完全拘束 ($R_m=1, R_b=1$) の無次元応力分布 $\text{Re}\{S(x^*)\}/(HS_0)$ に一致する。



$$H = T_s / T_f$$

Fig.4.1 温度振幅比 $H = T_s / T_f$



$D(x^*)=T(x^*)/T_s$ =完全拘束($R_m=1$ 、 $R_b=1$)の $s(x^*)$

Fig.4.2.1 温度振幅比 $D(x^*)=T(x^*)/T_s$ =完全拘束($R_m=1$ 、 $R_b=1$)の $s(x^*)$

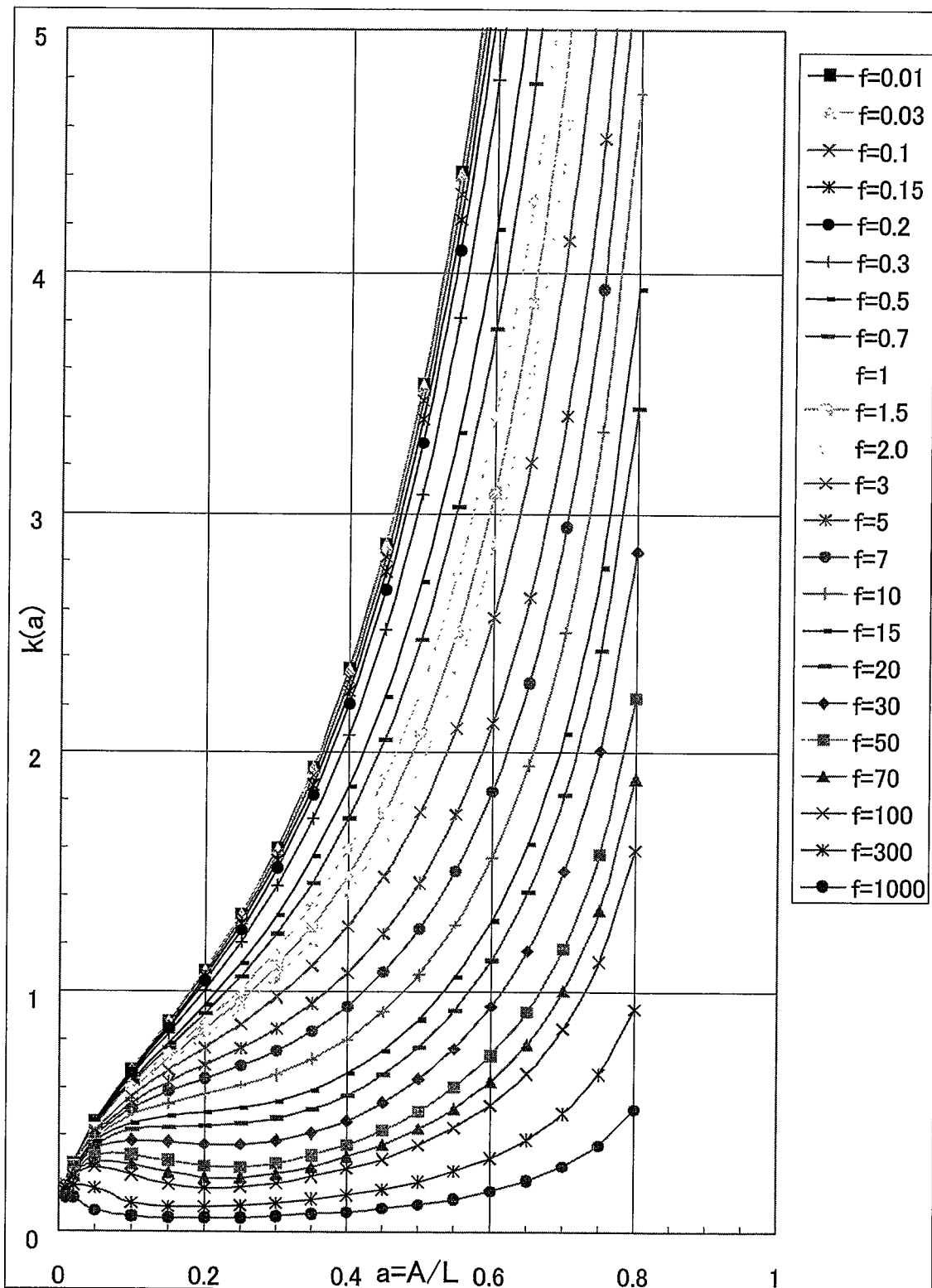


Fig.4.2.2 完全拘束 ($R_m=1$, $R_b=1$) の無次元応力拡大係数振幅 $k(a^*)$

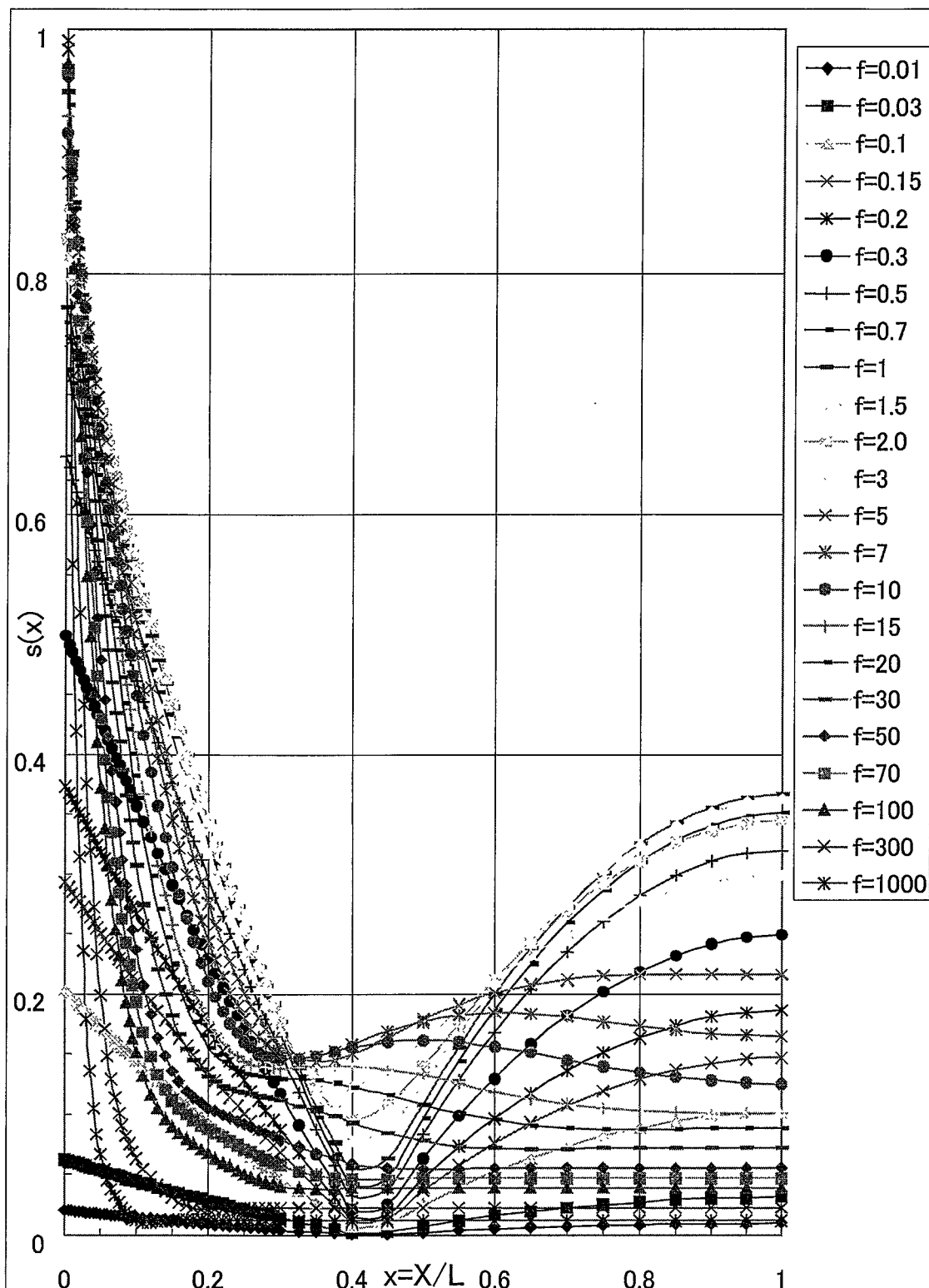


Fig.4.3.1 曲げ拘束 ($R_m=0$ 、 $R_b=1$) の無次元応力振幅 $s(x^*)$

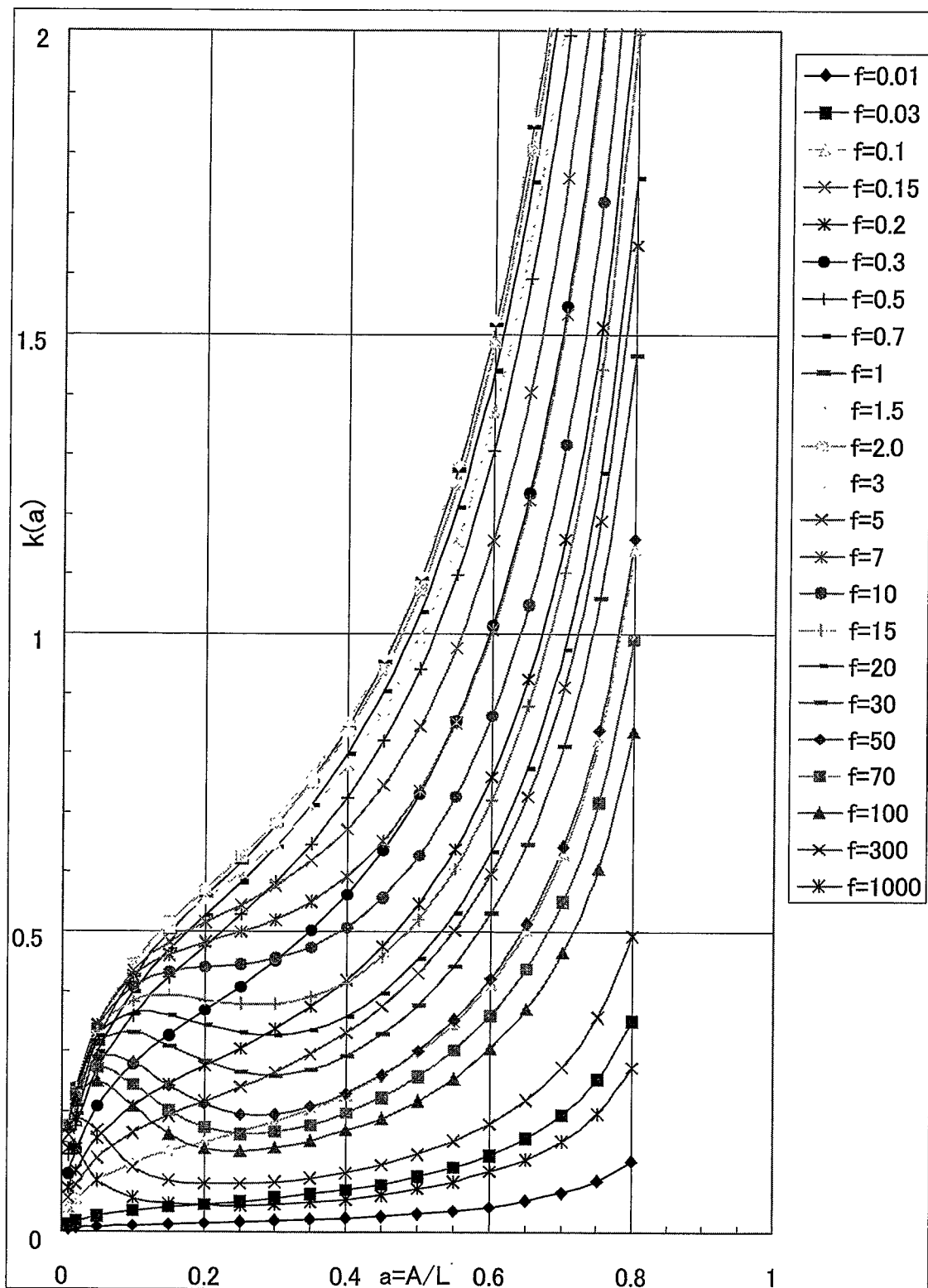


Fig.4.3.2 曲げ拘束 ($R_m=0$, $R_b=1$) の無次元応力拡大係数振幅 $k(a^*)$

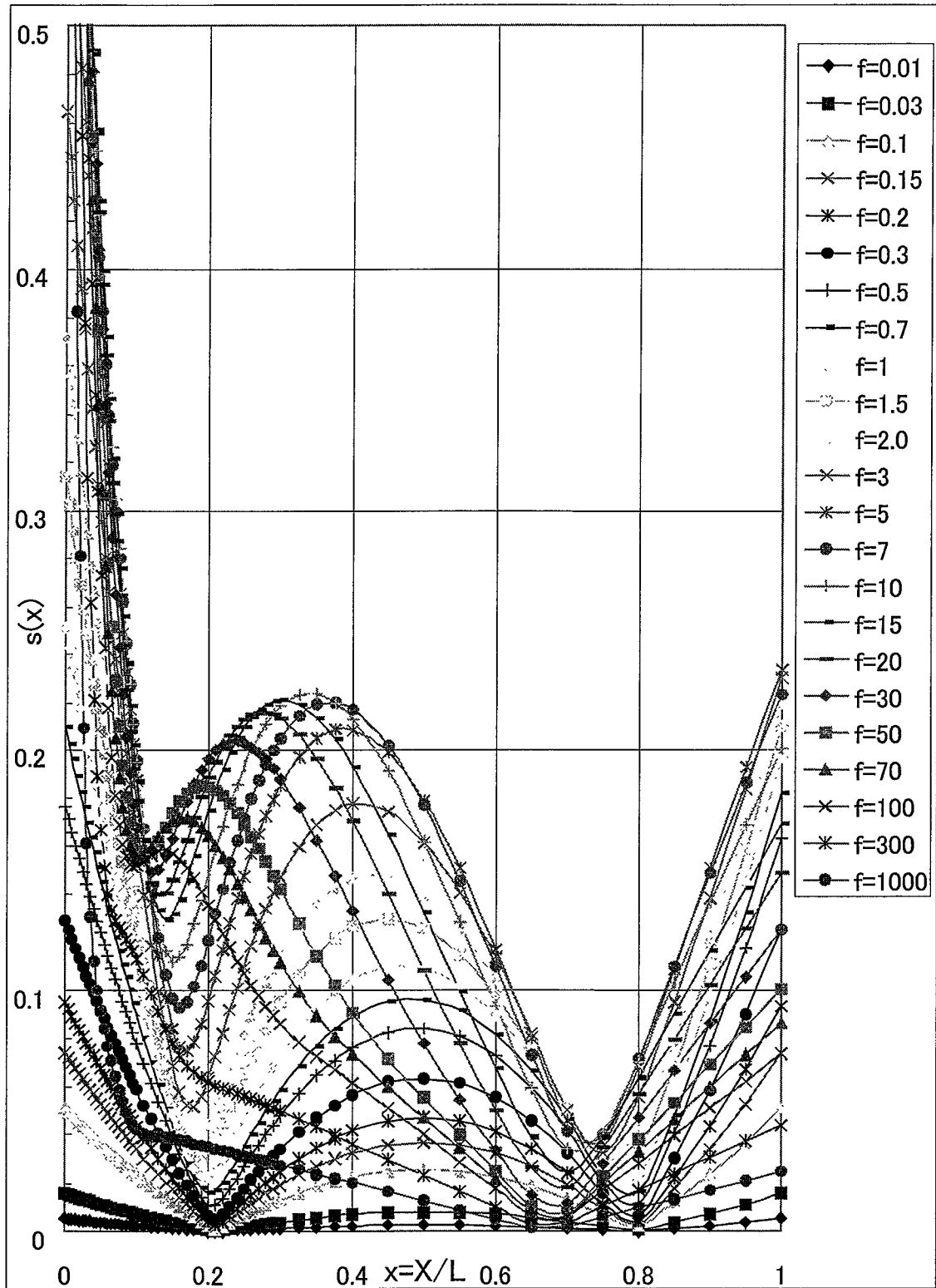


Fig.4.4.1 拘束なし ($R_m=0$ 、 $R_b=0$) の無次元応力振幅 $s(x^*)$

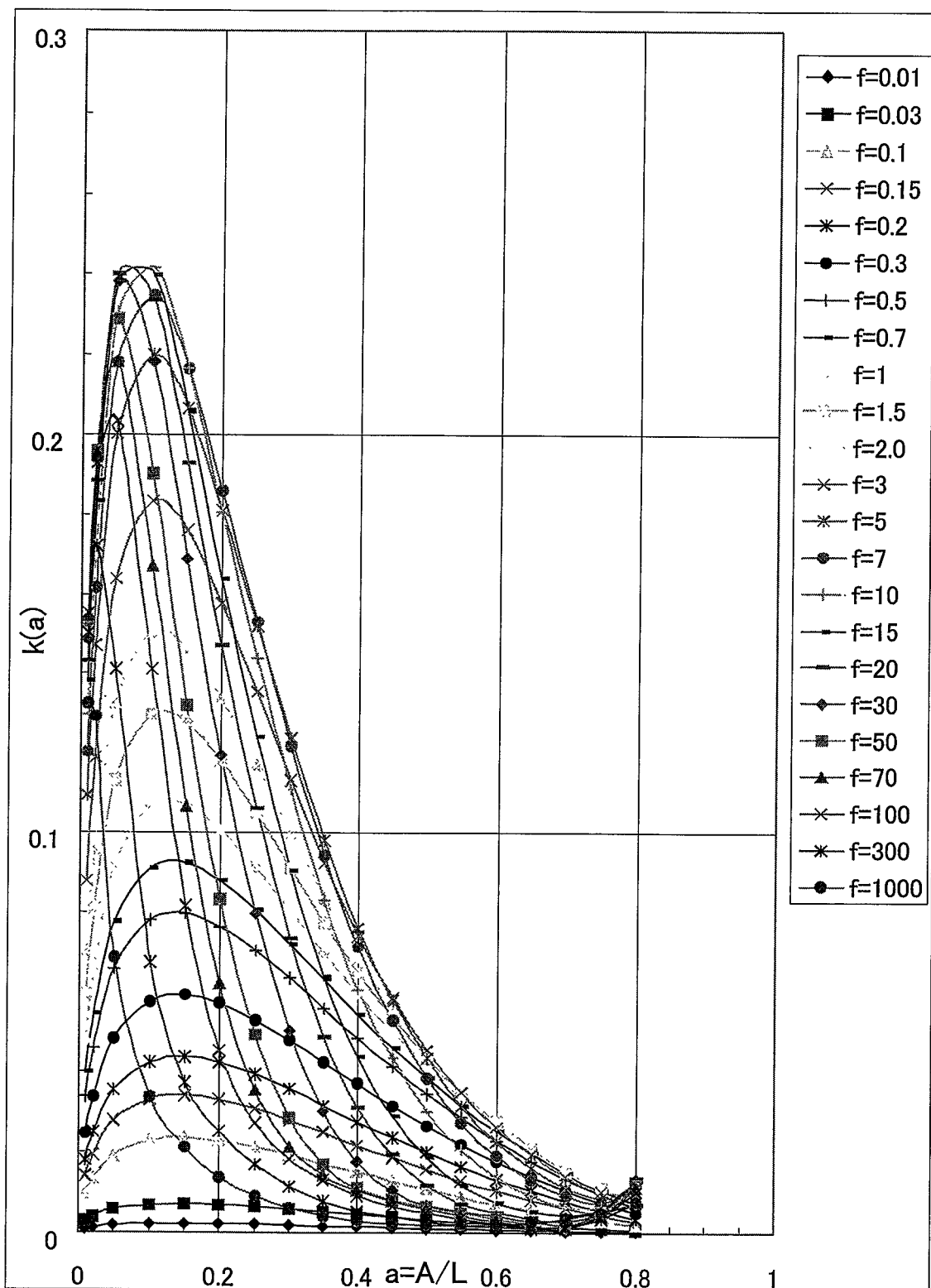


Fig.4.4.2 拘束なし ($R_m=0$, $R_b=0$) の無次元応力拡大係数振幅 $k(a^*)$

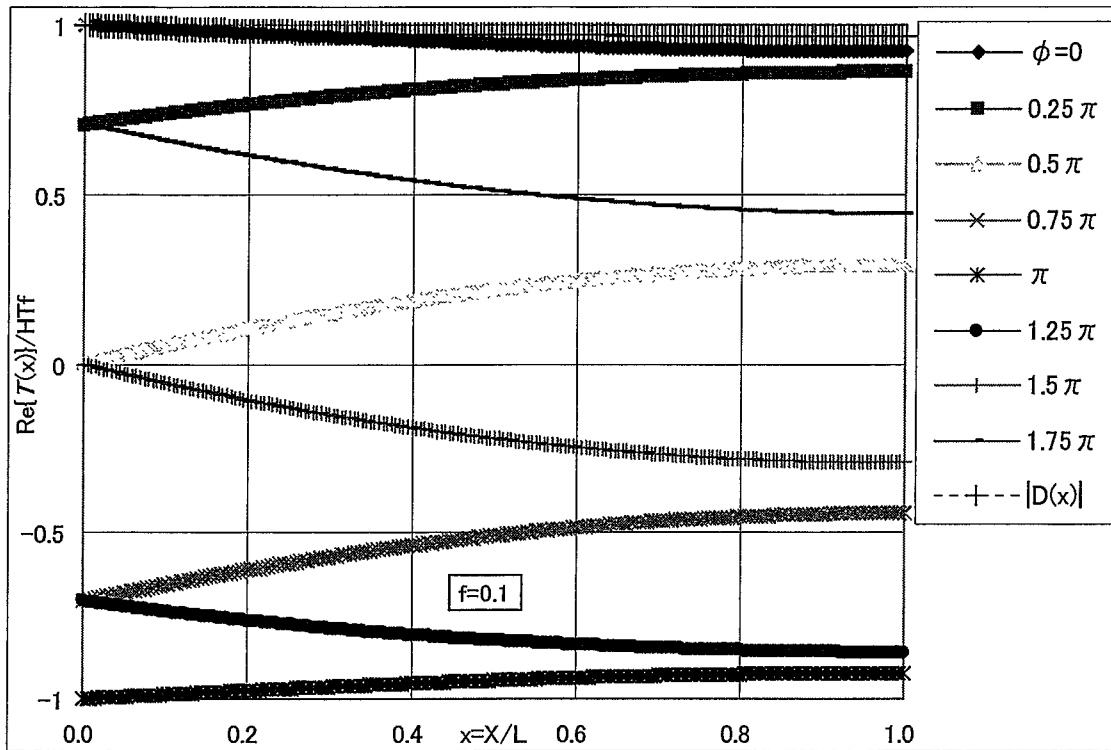


Fig.4.5.1 無次元温度分布($f^*=0.1$)

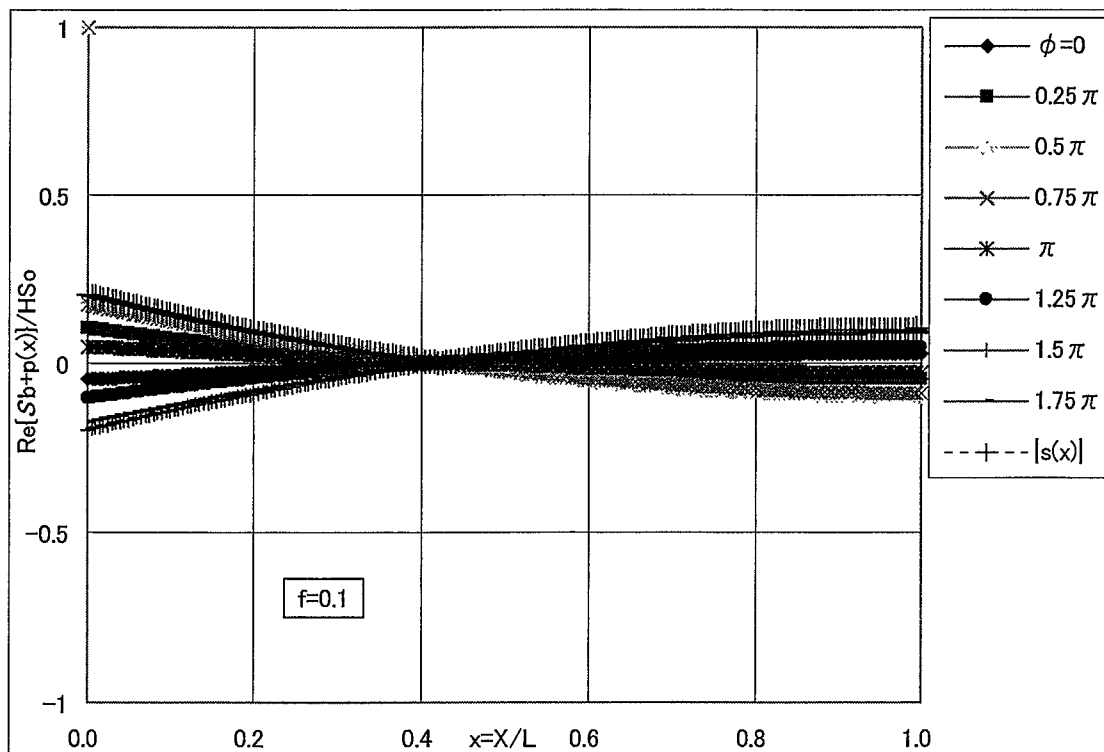


Fig.4.5.2 曲げ拘束($R_m=0$, $R_b=1$)の無次元応力分布($f^*=0.1$)

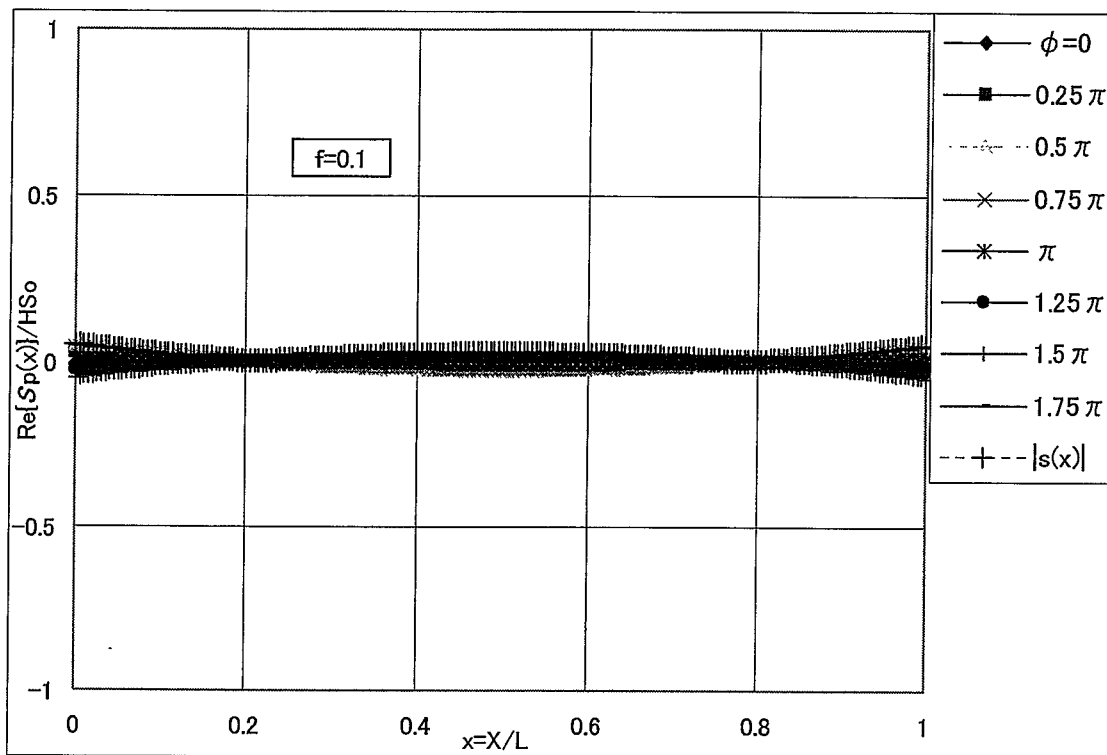


Fig.4.5.3 拘束なし($R_m=0$ 、 $R_b=0$)の無次元応力分布($f^*=0.1$)

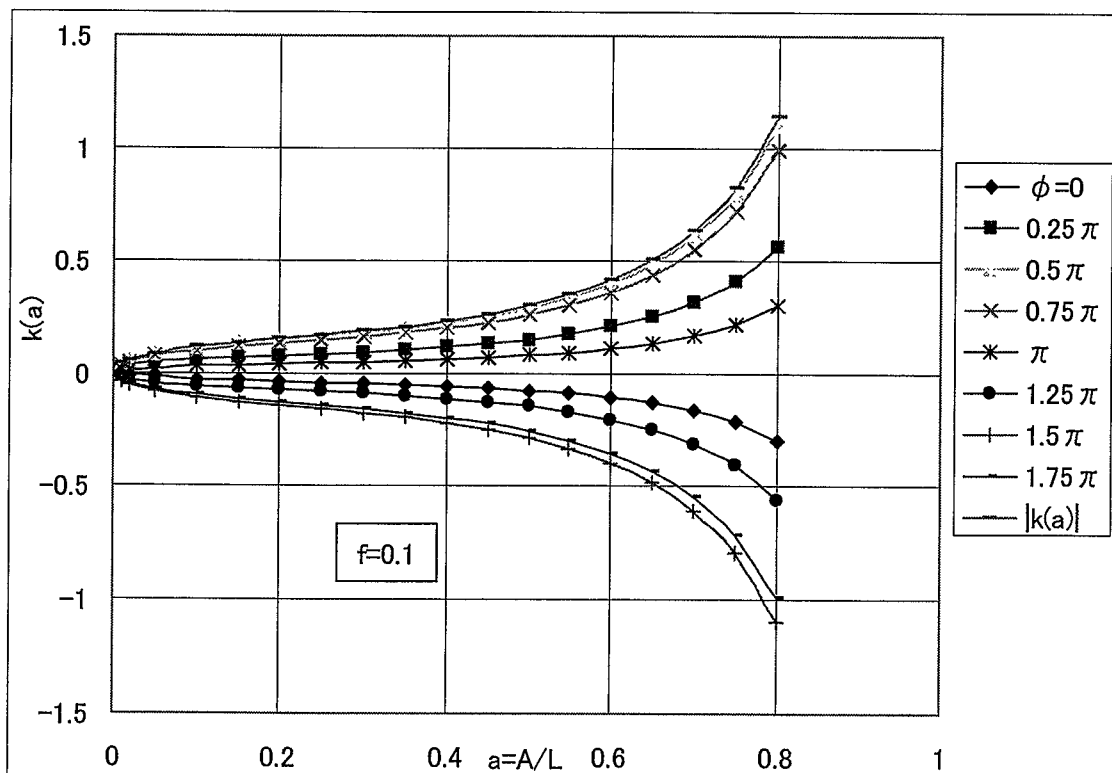


Fig.4.5.4 曲げ拘束($R_m=0$ 、 $R_b=1$)の無次元応力拡大係数($f^*=0.1$)

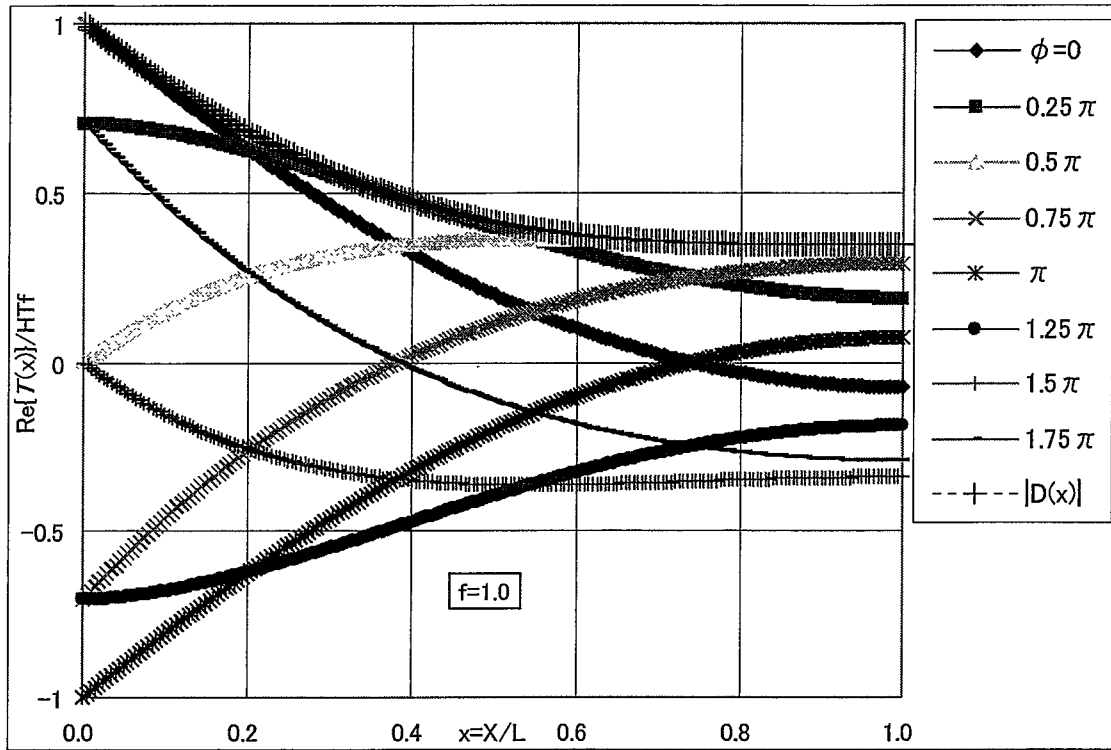


Fig.4.6.1 無次元温度分布($f^* = 1.0$)

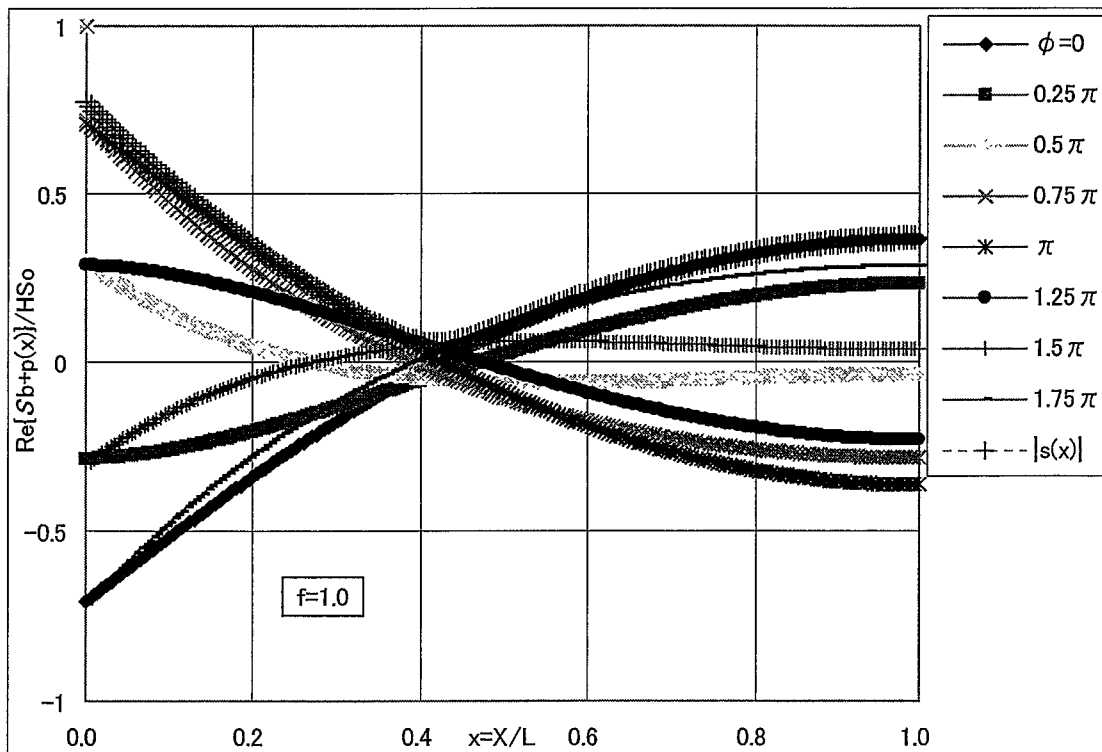


Fig.4.6.2 曲げ拘束($R_m = 0$, $R_b = 1$)の無次元応力分布($f^* = 1.0$)

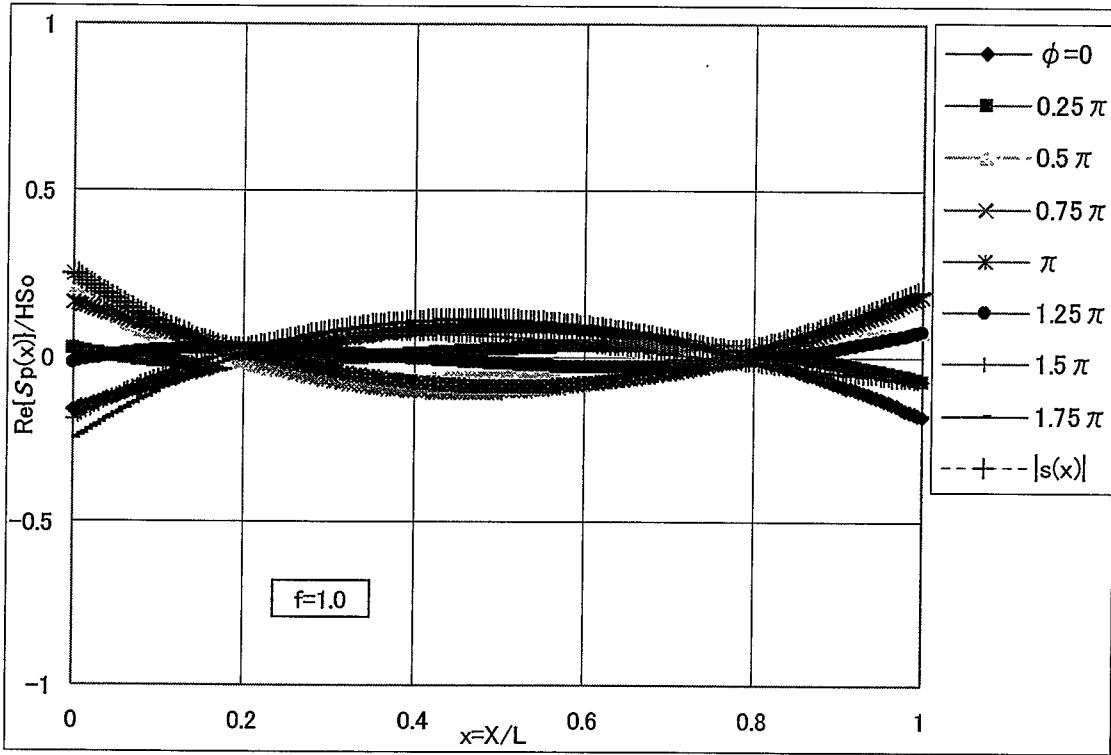


Fig.4.6.3 拘束なし($R_m=0$ 、 $R_b=0$)の無次元応力分布($f^*=1.0$)

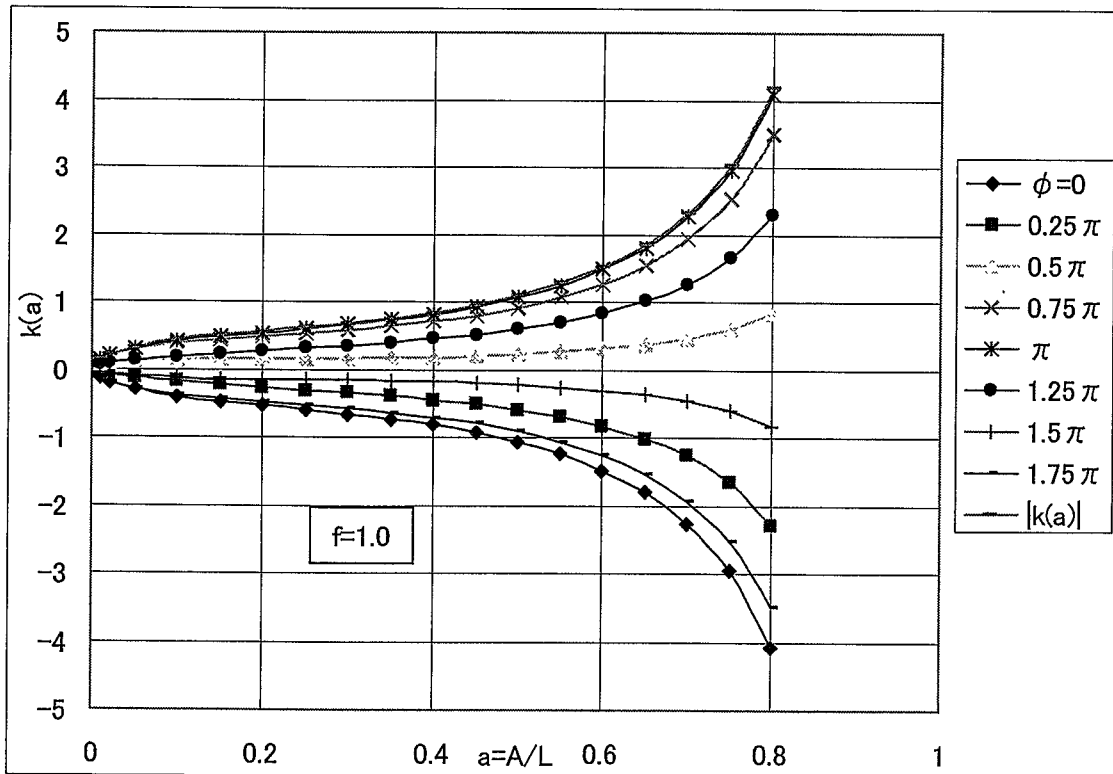


Fig.4.6.4 曲げ拘束($R_m=0$ 、 $R_b=1$)の無次元応力拡大係数($f^*=1.0$)

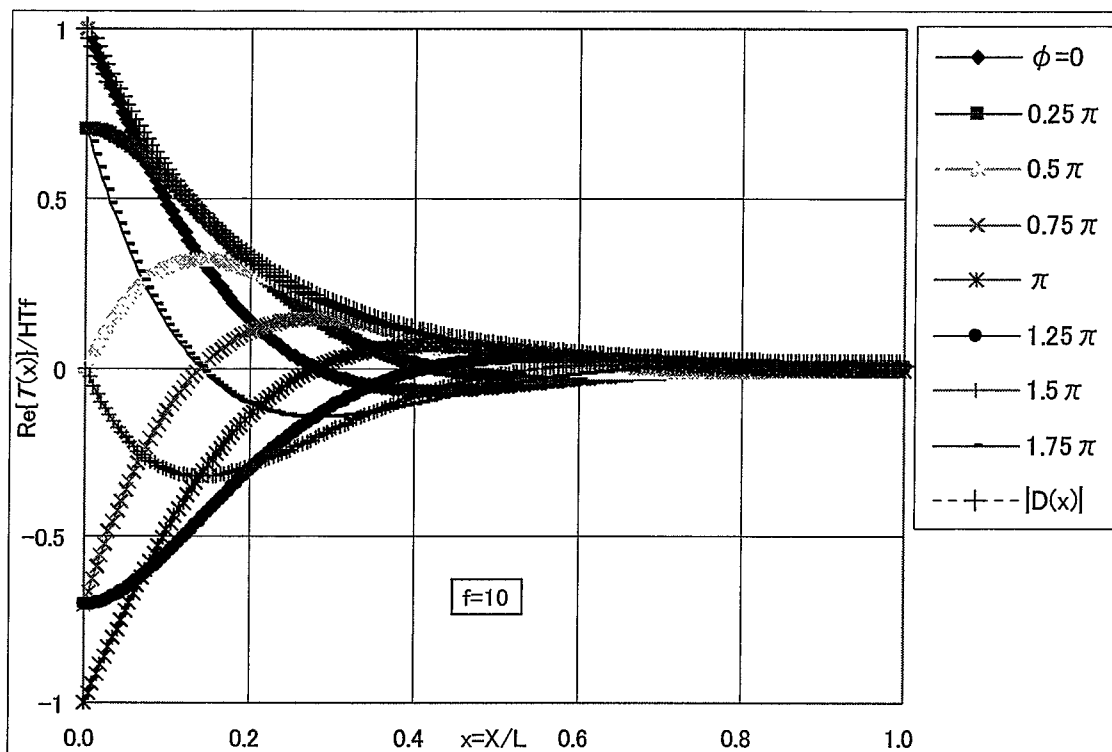


Fig.4.7.1 無次元温度分布($f^* = 10$)

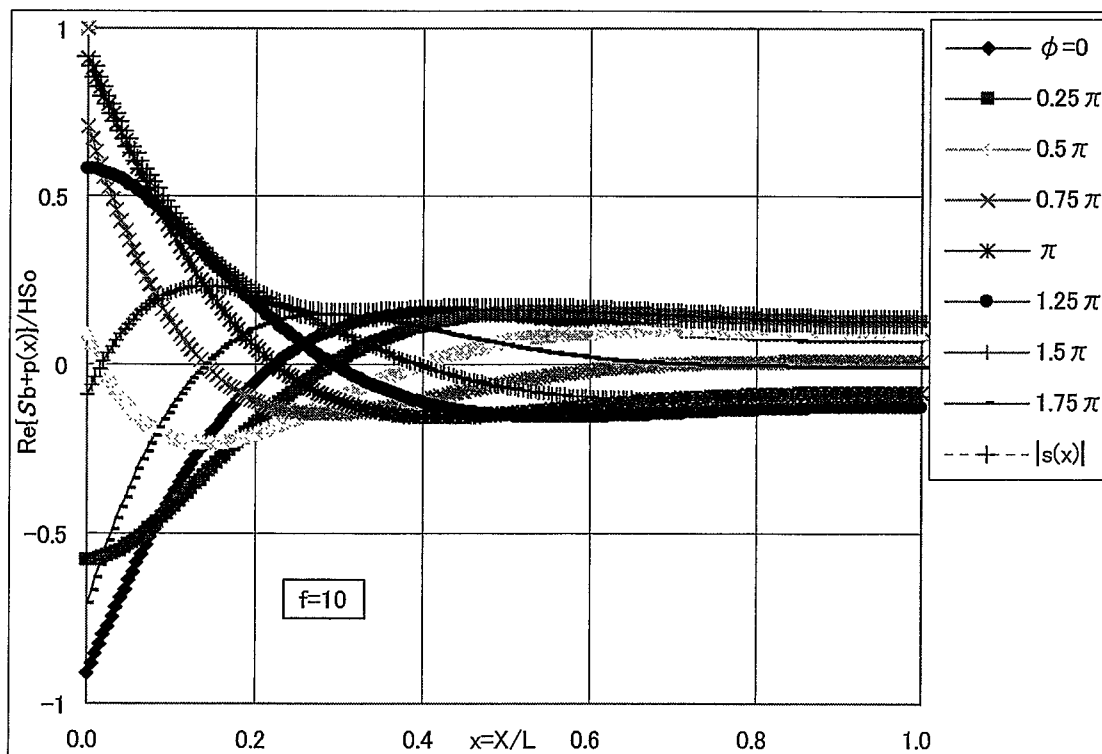


Fig.4.7.2 曲げ拘束($R_m = 0$, $R_b = 1$)の無次元応力分布($f^* = 10$)

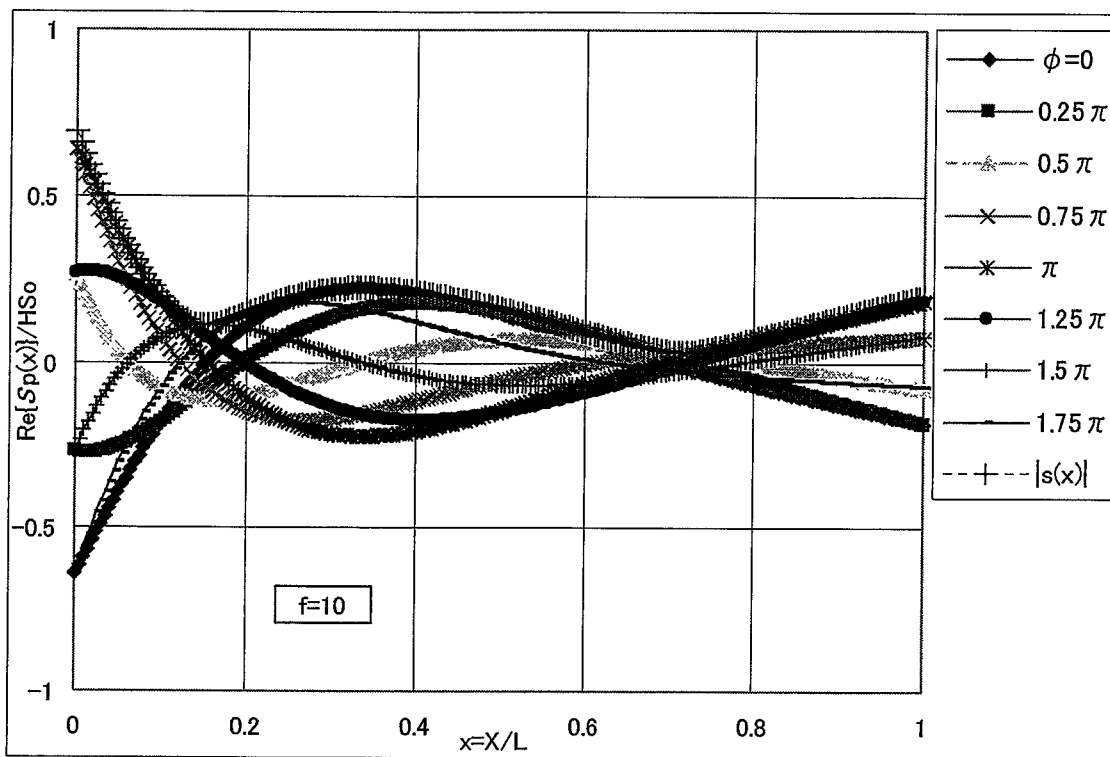


Fig.4.7.3 拘束なし($R_m=0$ 、 $R_b=0$)の無次元応力分布($f^*=10$)

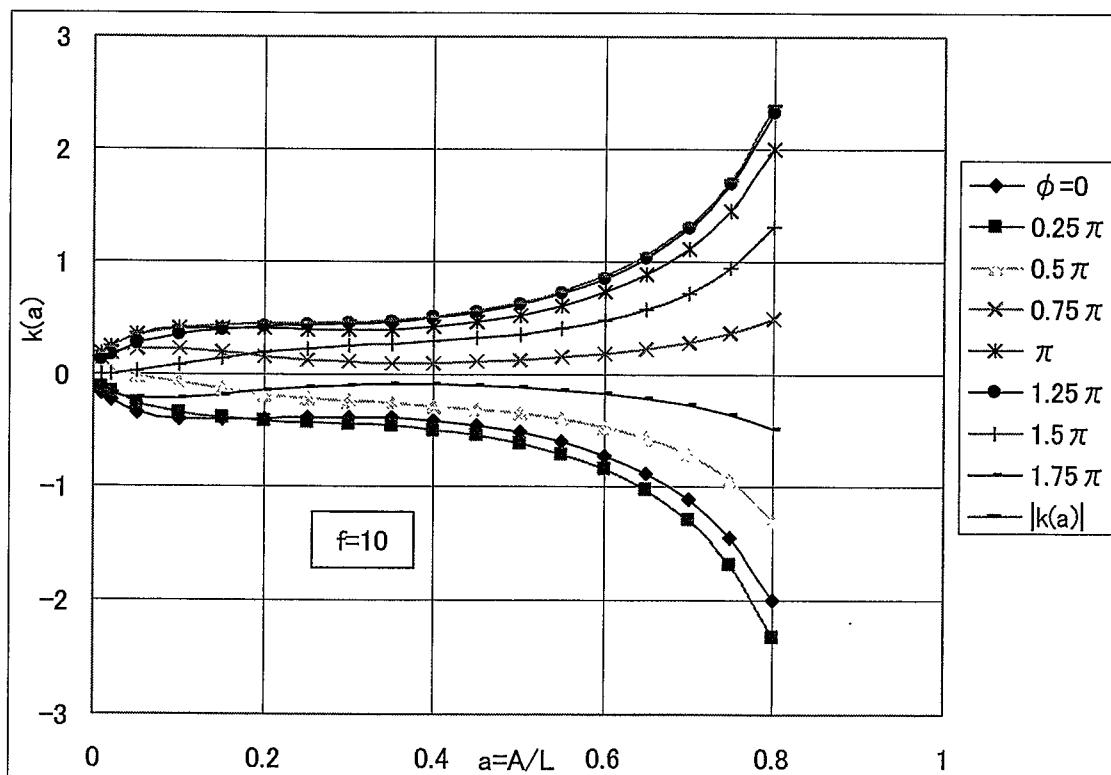


Fig.4.7.4 曲げ拘束($R_m=0$ 、 $R_b=1$)の無次元応力拡大係数($f^*=10$)

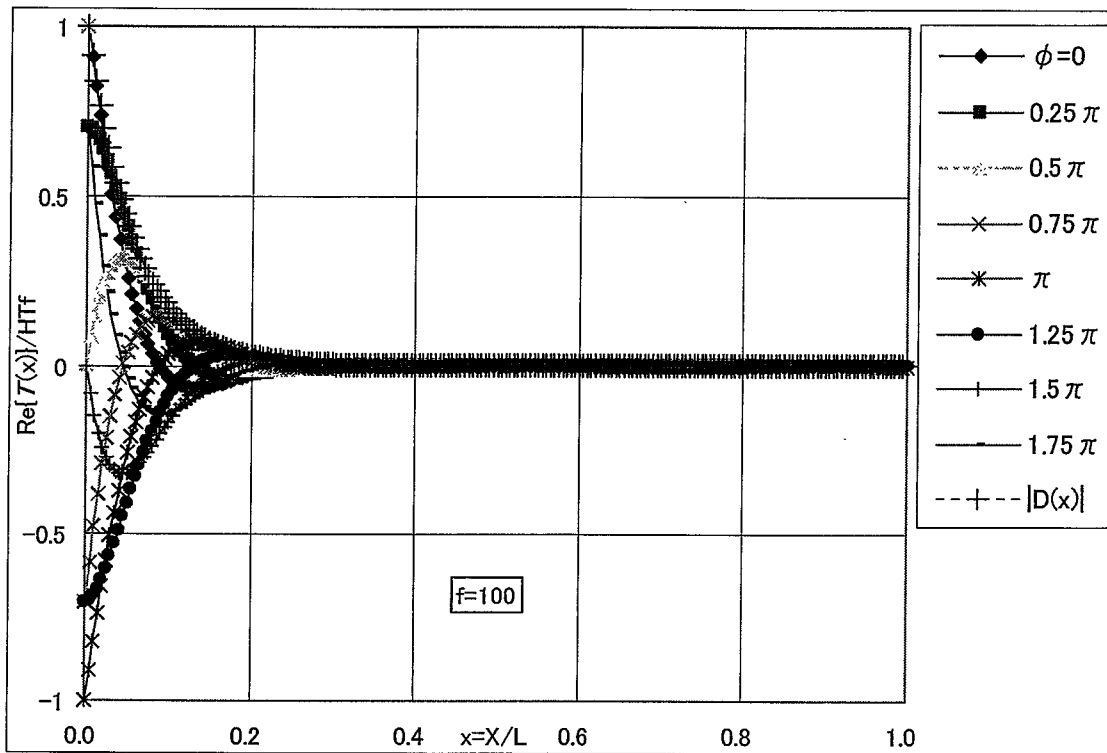


Fig.4.8.1 無次元温度分布($f^* = 100$)

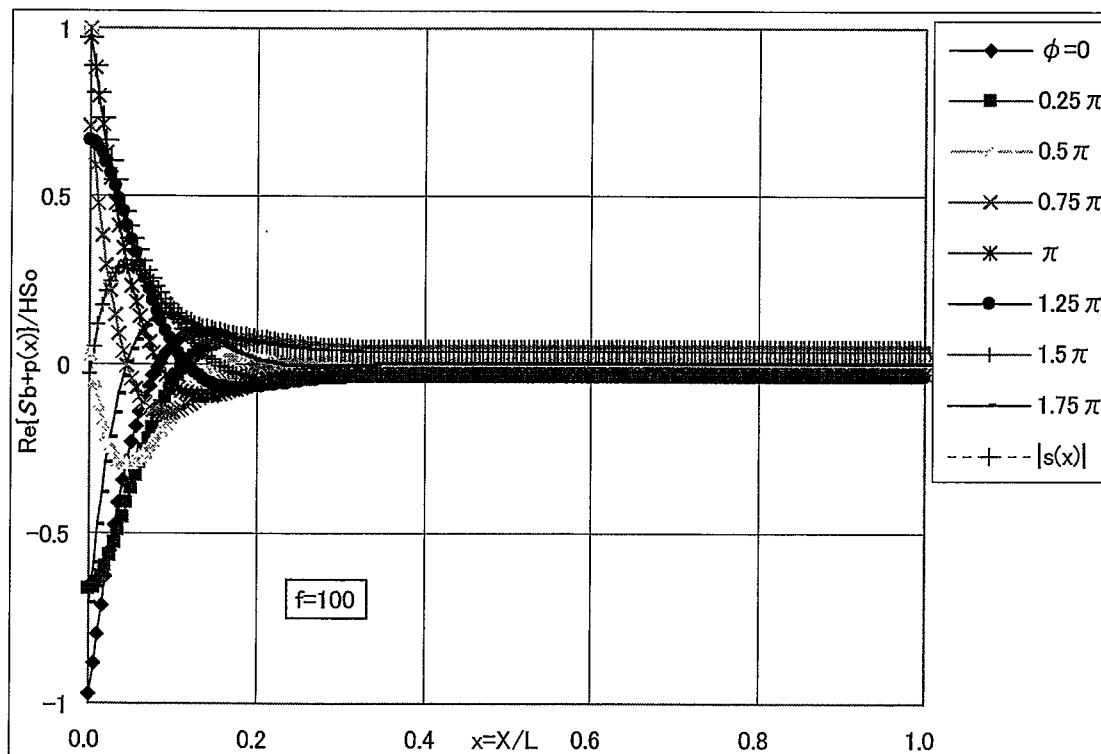


Fig.4.8.2 曲げ拘束($R_m = 0$, $R_b = 1$)の無次元応力分布($f^* = 100$)

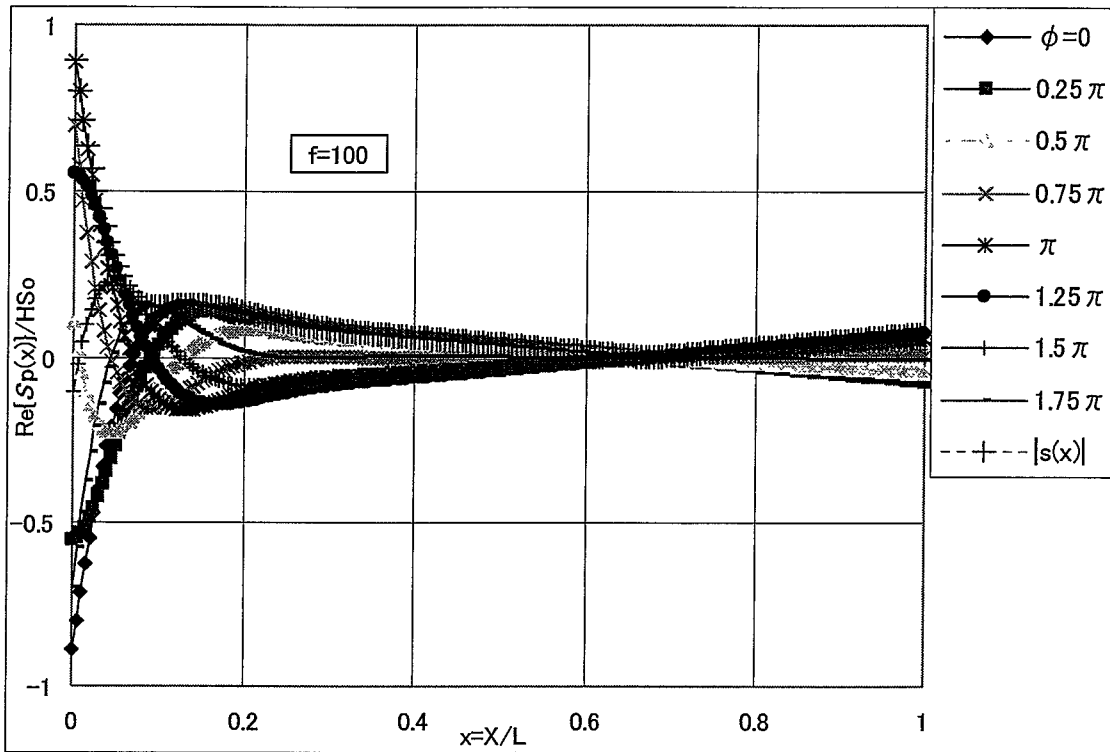


Fig.4.8.3 拘束なし($R_m=0$ 、 $R_b=0$)の無次元応力分布($f^*=100$)

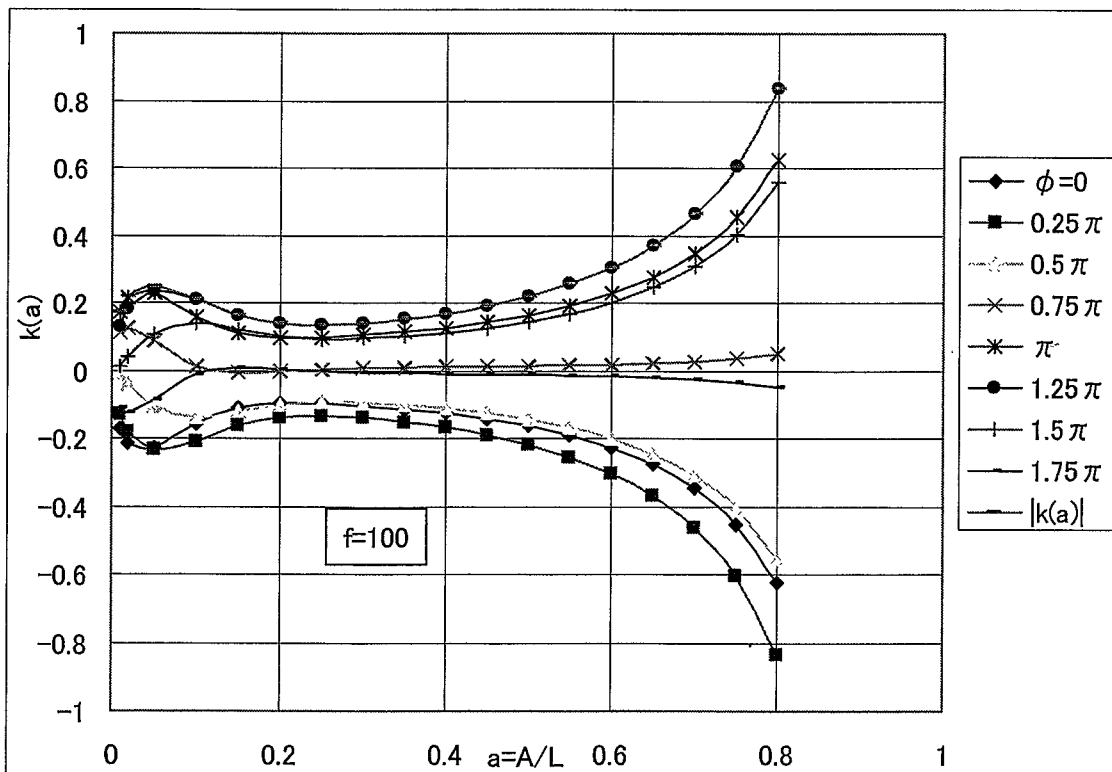


Fig.4.8.4 曲げ拘束($R_m=0$ 、 $R_b=1$)の無次元応力拡大係数($f^*=100$)