

電磁流動解析手法の整備(1)

－解析手法の検討及び2次元解析手法の開発－

(研究報告)

2002年11月

核燃料サイクル開発機構
大洗工学センター

本資料の全部または一部を複写・複製・転載する場合は、下記にお問い合わせください。

〒319-1184 茨城県那珂郡東海村村松4番地49
核燃料サイクル開発機構
技術展開部 技術協力課

Inquiries about copyright and reproduction should be addressed to :
Technical Cooperation Section,
Technology Management Division,
Japan Nuclear Cycle Development Institute
4-49 Muramatsu, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki 319-1184,
Japan

© 核燃料サイクル開発機構 (Japan Nuclear Cycle Development Institute)
2002

電磁流動解析手法の整備(1)

- 解析手法の検討及び2次元解析手法の開発 -

大平 博昭*、荒 邦章*

要 旨

実用化戦略調査研究では、経済性の向上及び機器の高度化の観点から、液体金属高速炉の主冷却系に電磁応用機器を適用することを検討している。しかし、大容量化に伴う高流量かつ高磁場環境下での冷却材の流動現象は非常に複雑であり、これまでの研究において流動特性を評価するための実験や解析手法の開発は行われているものの、十分な現象把握は行われていない。

そこで本研究では、上記の電磁流動現象を解明するための解析手法を整備するため、まず伝熱流動及び電磁場解析手法についてレビューし、複雑形状領域における高流量かつ高磁場条件の電磁流動現象が精度良く評価できる解析手法を検討した。その結果、流動場に対しては複雑形状領域に適用できるという観点から、GSMAC 法に代表される高速化された有限要素法を、また電磁場に対しては、高速化の観点からベクトル有限要素法を提案した。さらに、高流量かつ高磁場環境下の電磁流動現象を明らかにするための電磁乱流モデルとして、ダイナミック SGS モデルを提案した。

次に、上記の有限要素法及びベクトル有限要素法の妥当性を確認するため、2 次元解析手法を開発し、流動場及び電磁場の径方向を均一と仮定した ALIP 型電磁ポンプの解析を行った。その結果、高流量及び高磁場条件において実験結果と同程度の圧力損失特性が得られ、上記の解析手法が妥当であることが確認された。

*大洗工学センター 要素技術開発部 次世代機器研究グループ

Development of the Numerical Method for Liquid Metal Magnetohydrodynamics (I)

- Investigation of the method and Development of the 2D method -

H. Ohira*, K. Ara*

Abstract

Advanced electromagnetic components are investigated in Feasibility Studies on Commercialized FR Cycle System to apply to the main cooling systems of Liquid Metal Fast Reactor. Although a lot of experiments and numerical analysis were carried out on both high Reynolds numbers and high magnetic Reynolds numbers, the complex phenomena could not be evaluated in detail.

As the first step of the development of the numerical methods for the liquid metal magnetohydrodynamics, we investigated numerical methods that could be applied to the electromagnetic components with both complex structures and high magnetic turbulent field. As a result, we selected GSMAC (Generalized-Simplified MArker and Cell) method for calculating the liquid metal fluid dynamics because it could be easily applied to the complex flow field. We also selected the vector-FEM for calculating the magnetic field of the large components because the method had no iteration procedure. In the high magnetic turbulent field, the dynamic-SGS models would be also a promising model for the good estimation, because it could calculate the field directly without any experimental constant.

In order to verify the GSMAC and the vector-FEM, we developed the 2D numerical models and calculated the magnetohydrodynamics in the large electromagnetic pump. It was estimated from these results that the methods were basically reasonable, because the calculated pressure differences had the similar tendencies to the experimental ones.

* Innovative Component System Research Group, Advanced Technology Div., OEC

目 次

要 旨	i
Abstract	ii
目 次	iii
図・表リスト	iv
 第1章 緒 言	 1
1.1 研究の背景	1
1.2 研究の目的	1
 第2章 電磁流動解析手法の検討	 2
2.1 流動特性解析手法	2
2.2 磁場特性解析手法	2
2.2.1 B 法	3
2.2.2 A- ϕ 法	3
2.2.3 ベクトル FEM	4
2.3 電磁乱流解析手法	4
2.3.1 通常の流動場における乱流解析手法	4
2.3.2 電磁流動場における乱流解析手法	5
 第3章 高速 FEM による電磁流動解析手法	 7
3.1 支配方程式	7
3.2 Navier-Stokes の式の解法	8
3.3 ベクトル形状関数	10
3.4 誘導方程式の解法	12
 第4章 電磁流動解析手法の検証	 15
4.1 解析体系	15
4.2 解析モデル	15
4.2.1 大型電磁ポンプ	15
4.2.2 解析条件	15
4.3 解析結果及び考察	16
4.3.1 磁場及び誘導電流分布	16
4.3.2 圧力損失特性	16
4.3.3 流量測定誤差について	17
4.3.4 電気抵抗率について	18
 第5章 結 言	 19
 第6章 謝 辞	 20
参考文献	21

図・表リスト

表

表 4-1	解析条件	22
-------	------	----

図

図 2-1	ベクトル形状関数の概念	23
図 3-1	流動場及び電磁場における変数の定義位置	24
図 3-2	b_1 に対する計算アルゴリズム	25
図 3-3	ソレノイダル条件が満たされる理由	25
図 4-1	ALIP 型電磁ポンプ動作原理	26
図 4-2	大型電磁ポンプの縦断面及び主な仕様	27
図 4-3	$\theta-z$ 方向の2次元メッシュ分割	28
図 4-4	ナトリウム非充填時における周方向の磁束密度分布	29
(a)	周波数が 20Hz の場合	
(b)	周波数が 10Hz の場合	
図 4-5	磁束密度分布	30
(a)	誘導磁束密度分布	
(b)	全磁束密度分布	
図 4-6	誘導電流密度分布	31
(a)	z -方向の誘導電流密度変化	
(b)	誘導電流密度ベクトル	
図 4-7	2 次元解析における圧力損失変化例(定格時)	32
図 4-8	各周波数における流量と圧力損失の関係	33
(a)	周波数が 20.5Hz の場合	
(b)	周波数が 16.0Hz の場合	
(c)	周波数が 12.0Hz の場合	
図 4-9	各周波数におけるスリップと圧力損失の関係	34
図 4-10	流量校正曲線	34
図 4-11	各周波数における流量の補正結果	35
(a)	周波数が 20.5Hz の場合	
(b)	周波数が 16.0Hz の場合	
(c)	周波数が 12.0Hz の場合	
図 4-12	ナトリウムの電気抵抗率を変化させた場合の流量と圧力損失の関係	36
(a)	周波数が 20.5Hz の場合	
(b)	周波数が 16.0Hz の場合	
(c)	周波数が 12.0Hz の場合	

第1章 緒 言

1.1 研究の背景

液体金属ナトリウムを冷却材として使用する高速炉システムでは、機械的振動の回避やコンパクト化のために、液体ナトリウムの高い電気伝導率を活用した電磁応用機器を積極的に利用することが重要である。特に電磁ポンプや電磁流量計はその代表的な機器であり、これまでに国内外で開発が行われている。さらに、プラント全体のコンパクト化や経済性のために、熱交換器等の機器と合体した電磁ポンプの検討、及び革新的な電磁応用機器の創出を行う計画となっている。

液体金属に磁場が印加されると流速と磁場との相互作用により、液体金属内に電流が誘起され、その周りに誘導磁場が発生する。低磁場あるいは低流量領域では、誘導磁場は無視できる程小さいため、磁場分布に殆んど影響を及ぼさない^{1,2)}。したがって、流動に与える影響も比較的単純となり、複雑な現象も生じにくくなる。このため、これまでに開発が進められてきた電磁応用機器では、小型のものの、すなわち比較的弱い磁場あるいは低流量領域に限られている。しかし、高磁場かつ高流量の場合には誘導磁場が比較的大きく、流動場及び電磁場とも互いに影響を及ぼし合うため、非常に複雑な流れとなる。したがって、これらの領域で使用される比較的大きな電磁応用機器では、不安定流動や圧力脈動が発生する^{3,4)}ため、実用化されていない状況である。

高磁場かつ高流量領域における電磁流動特性を評価するための研究は、これまでに電磁ポンプに関する実験及び数値解析が行われている。本領域の実験を実験室規模で実現することは困難であり、測定データも限られるめ、不安定現象や圧力脈動現象が発生したとの報告はあるものの、それらの原因は十分には解明されていない。一方、数値解析の研究に関しては、電磁流量計及び電磁ポンプに対する2次元及び3次元の解析手法の開発が行われている^{3,4)}。これらの解析手法では、構造不均一による評価しているものの、高磁場かつ高流量領域の電磁流動特性を考慮していない。さらに、高速炉に使用される電磁応用機器では、例えば熱交換器と電磁ポンプとの合体機器では、電磁流動場が非常に複雑な構造となることが想定されるため、上記の電磁ポンプの解析手法のような単純円筒形では対応不可能となる。したがって、高磁場かつ高流量領域であり、しかも複雑形状領域における電磁乱流特性が精度良く評価できる解析手法を開発し、電磁応用機器システムの設計手法を確立する必要がある。

1.2 研究の目的

本研究では、上記の電磁応用機器に対する設計手法の開発の最初の段階として、まず従来の伝熱流動及び電磁場解析手法をレビューし、上記の電磁流動現象が安定かつ精度良く評価可能と考えられる解析手法を選定する。選定に当っては、次の要件を考慮することとした。

- (1) 電磁応用機器全般を対象とすることから、複雑形状領域の電磁流動現象が評価できること。
- (2) 使用される範囲は完全な乱流状態にあることから、電磁流体の乱流特性が精度良く評価可能であること。
- (3) 高磁場・高流量の電磁流動現象特有の不安定流動現象が評価可能であること。
- (4) 流動部周囲の電磁気特性が精度良く評価可能であること。

次に、選定した解析手法について、交流磁場に適用できる2次元体系の解析手法を作成し、既存の研究と比較することにより、選定した解析手法の妥当性を確認する。

第2章 電磁流動解析手法の検討

2.1 流動特性解析手法

流動特性を解析評価する手法は、大きく分けて、差分法(FDM)、有限体積法(FVM)、有限要素法(FEM)、及び境界要素法(BEM)がある。

一般的に、FDM は必要メモリが少なくかつ計算速度は速いものの、境界適合格子座標系(BFC)を用いたとしても複雑形状領域に用いることは必ずしも容易ではない。また、FVM は任意の多面体を扱うことができるが、これまでに任意の多面体を用いた解析例は少なく、実質的に FDM とほぼ同じ使い方をされている。したがって、メモリ量及び計算速度も FDM と同等である。一方、FEM は複雑形状領域に適しているものの、メモリ及び計算速度の点で FDM に劣っていた。しかし、近年になってアルゴリズムの改良が行われ、GSMAC 法⁵⁾等に代表されるように、FDM と同等のメモリ及び計算速度となる高速の FEM が開発されている。さらに、FEM における乱流モデルの開発も行われ、FDM 及び FVM と同等の計算機能を有するようになっている。したがって、FDM 及び FEMとの違いは、FEMが複雑形状に適用できるという利点のみである。BEM に関しては、線形の微分方程式を支配方程式とする場合の解析、すなわち完全流体やポテンシャル流れの解析に適している。非圧縮粘性流れに適用された例はあるものの、乱流解析まで含めるとその解析例は見当たらない。

液体金属高速炉(LMFR)に用いられる電磁ポンプや電磁流量計のような電磁応用機器の電磁流動特性を評価する場合、電磁応用機器特有の複雑形状に適用でき、かつ電磁乱流現象が精度良く評価できることが必要である。アニュラー型の誘導電磁ポンプ(ALIP)や電磁流量計のMHD 流動特性評価には、形状の単純さから FDM も用いられているものの、将来的な電磁応用機器、例えば電磁ポンプと熱交換器を合体した機器等の電磁流動特性を評価することを考慮すると、FEM を用いることが適当と考えられる。

上記の高速 FEM の中でも、GSMAC 法は差分法の分野で開発されてきた MAC 系及び SIMPLE 系のアルゴリズムを統合した手法(HSMAC 法)を FEM に適用し、圧力と流動の同時緩和を行う手法であるため、特に高速化が実現されている FEM である⁵⁾。しかも、電磁流動場に対する解析評価実績は、他の FDM 及び FEM に比べて多く、アルゴリズムの信頼性は大きい。

2.2 磁場特性解析手法

電磁場の解析には、これまでに B 法、A- ϕ 法、積分方程式法、電位ベクトル・ポテンシャル法等が開発され、中でも B 法及び A- ϕ 法が多く用いられている。これらの手法では磁束密度や電流密度を求めるために、非圧縮性流体の運動方程式と同様なポアソン方程式を解く等、ソレノイダル条件($\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$)を満たすための繰返し計算が必要となる。一方、電磁波解析等では、FDM の概念を利用した FDTD (Finite Difference Time Domain) 法⁶⁾を拡張したベクトル有限要素法(ベクトル FEM)^{7,8)}が開発されている。本手法は、磁場や電流の変数配置を工夫することにより、繰返し計算を必要としない手法である。以下、これらの解法について概説する。

2.2.1 B 法

B 法は、磁化不在の法則(2-1)を満足させながら、オームの法則の回転をとることにより導出される誘導方程式(2-2)を解いて磁束密度を求める手法である。

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2-1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}) - \frac{1}{\text{Re } m} \nabla^2 \mathbf{B} \quad (2-2)$$

但し、 \mathbf{B} 、 t 、及び \mathbf{u} はそれぞれ磁束密度、時間、及び速度を表し、 $\text{Re } m$ は磁気レイノルズ数を表す。修正磁気ポテンシャル ψ を、 $\mathbf{B}^{n+1} = \mathbf{B}^n - \nabla \psi^n$ (n ; 計算ステップ)と定義し、式(2-2)を用いると、修正磁気ポテンシャルに関するポアソン方程式(2-3)が得られる。したがって、 $n+1$ ステップにおける磁束密度求めるためには、このポアソン方程式を解く必要がある。

$$\nabla^2 \psi^n = \nabla \cdot \mathbf{B}^n \quad (2-3)$$

磁束密度が求まると電流密度 \mathbf{J} が、式(2-4)から計算され、流体の運動方程式(Navier-Stokes の式)におけるローレンツ力($\mathbf{J} \times \mathbf{B}$)の計算に用いられる。

$$\mathbf{J} = \frac{1}{\text{Re } m} \nabla \times \mathbf{B} \quad (2-4)$$

2.2.2 A- ϕ 法

A- ϕ 法は、式(2-5)及び(2-6)で定義される磁気ベクトルポテンシャル \mathbf{A} 及び電気スカラーポテンシャル ϕ の2つの変数を用いる手法である。

$$\nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{B} \quad (2-5)$$

$$\mathbf{E} = -\nabla \phi - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \quad (2-6)$$

上記2式において、アンペアの法則； $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}$ 及びオームの法則； $\mathbf{J} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B})$ を用いて電流 \mathbf{J} を消去すれば、A- ϕ 法の基礎方程式(2-7)及び(2-8)が得られる。ここで、透磁率； μ_0 及び電気伝導度； σ は一定とし、式(2-7)ではクーロンゲージ条件($\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$)を用いた。

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + (\nabla \times \mathbf{A}) \times \mathbf{u} = -\nabla \phi - \frac{1}{\mu_0 \sigma} [\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A})] \quad (2-7)$$

$$\nabla^2 \phi = \nabla \cdot [\mathbf{u} \times (\nabla \times \mathbf{A})] \quad (2-8)$$

したがって、磁束密度求めるためには、式(2-8)のポアソン方程式を解く必要がある。

2.2.3 ベクトル FEM

電磁界解析の分野において、従来型の FEM ではなく、ベクトル FEM を用いた解析が行われている。電磁波解析における FDTD 法は差分法の概念を利用した手法で、磁場のソレノイダル条件 ($\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$) を満足するための繰返し計算を必要とせず、変数配置をうまくとり、自動的にソレノイダル条件が満足されるように計算する手法である。この手法を任意形状に拡張したものがベクトル FEM である。

詳細は第3章に記述するが、ベクトルFEM ではベクトル形状関数を用いてベクトル量を補間する。このベクトル形状関数には、図 2-1(a)に示す面ベクトル形状関数及び図 2-1(b)に示す辺ベクトル形状関数がある。前者は面で、後者は辺上で値を持ち、従来の節点ベースの形状関数と同様に、着目している位置での値が 1 となり、その他では 0 となる性質を有している。また、前者は面での法線方向の連続性を満たし、接線方向の任意性を有している。一方、後者は辺での接線方向の連続性を満足し、法線方向の任意性を有する性質がある。

本手法の支配方程式は、B 法と同様に式(2-1)及び(2-2)であるが、上記のように式(2-1)は自動的に満足される。そこで、式(2-2)を式(2-9)及び(2-10)のように磁場と電場の2つのフェーズに分離し、それぞれの電場 \mathbf{E} 及び磁束密度 \mathbf{B} に面ベクトル形状関数及び辺ベクトル形状関数を用いて補間することにより、磁場と電場を別々に計算する。

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E} \quad (2-9)$$

$$\mathbf{E} = -\mathbf{u} \times \mathbf{B} + \frac{1}{\text{Re } m} (\nabla \times \mathbf{B}) \quad (2-10)$$

以上により、磁束密度が求まれば B 法と同様に式(2-4)により電流密度を求める。

本手法はソレノイダル条件を満たすための繰返し計算が必要ないため、上記の B 法及び A- ϕ 法より高速に計算可能となる。したがって、高速炉に用いられる電磁応用機器等、比較的大きな体系の解析に適した手法と考えられる。

2.3 電磁乱流解析手法

2.3.1 通常の流動における乱流解析手法

乱流の数値解法は大別して、レイノルズ平均モデル (Reynolds Averaged Numerical Simulation: RANS)、ラージ・エディ・シミュレーション (Large Eddy Simulation: LES)、及び直接解法 (Direct Numerical Simulation: DNS) の 3 種類がある。

DNS は乱流場の最小スケールであるコルモゴロフ・スケール (Kolmogorov Scale) を含めた全スケールを数理モデルを使わずに計算する手法である。DNS はモデルを用いていないため、乱流場を正確に再現できる。しかし、最小のスケールを扱うために必要な格子点数は3次元ではレイノルズ数の $9/4$ 乗に比例して増加するため、多大な計算容量と計算時間が必要である。そのため解析対象は低レイノ

ルズ数の流れに限られ、現状では高速炉の冷却材の流動特性評価への適用は局所的な評価を除いて事実上不可能である。

RANS は、乱流場に対してアンサンブル平均をとり、時間平均場のみを直接解析し、変動成分についてモデル化する手法であり、渦粘性モデルを用いるものとレイノルズ応力方程式を用いるものに分類される。前者はさらに、そのレベルに応じて 0 方程式モデル、1 方程式モデル、2 方程式モデル、…等に分類される。一方後者は、レイノルズ応力の時間発展方程式をモデル化するレイノルズ応力方程式モデル(RSM)、及びレイノルズ応力方程式の時間発展項を代数式でモデル化する代数応力モデル(ASM)に分類される。簡単な流れに対しては上記の2方程式モデル($k-\epsilon$ モデル等)によりレイノルズ平均流れをかなり的確に予測できるようになっている。また、渦粘性モデルで扱えないような簡単でない流れ場についても、特定の問題に対しては非等方的な渦粘性を取り入れたり、ASM によって予測可能となることが知られている。

LES は空間フィルタを流れの場にかけることにより、計算格子より大きなスケール(Grid Scale: GS) 成分の渦とそれより小さなスケール成分(Sub-Grid Scale: SGS) の渦に分解し、GS 成分に関しては直接解析を行い、SGS 成分に関してはモデル化を行うことにより解析を行う手法である。しかし LES のモデル定数が少ない(流れ場における簡単な Smagorinsky モデルでは1個)とはいえ、上記 RANS と同様にモデル定数の最適化の程度により十分な精度が得られないという問題があった⁹⁾。ところが、近年になって、上記のモデル定数を変数と考え、経験的な修正ではなく、GS 流れ場の情報から動的にモデル定数を決めるダイナミック Smagorinsky モデル(DSM) 及びその発展版(総称して「Dynamic-SGS」)が開発されている⁹⁻¹¹⁾。本モデルでは、特にモデル定数の最適化を必要とせず、乱流構造の詳細が捉えられるようになっている。

2.3.2 電磁流動場における乱流解析手法

乱流状態にある流れ場に外部磁場を印加すると、磁場と乱流運動の相互作用により誘導磁場が形成される。そして Lorentz 力が流体要素に作用することにより、乱流場が印加磁場の方向に非等方化し、印加磁場に垂直な成分の乱流エネルギーが減衰する。低磁気レイノルズ数領域($Re m \ll 1$)では、誘導磁場が無視できる程小さいため、流れにより磁場が乱されることはない。したがって、上記の非等方向渦粘性モデルや ASM でも解析は行われている。また、LES 法に対する開発も行われ^{12,13)}、実験結果と良く一致することが報告されている。

一方、高速炉などに用いられる電磁応用機器は、 $Re m \geq 1$ の高磁気レイノルズ数領域であるため、誘導磁場が大きく電磁場の乱れも無視できない。さらに本電磁乱流場を実験室レベルで実現することが困難であり、実現したとしても乱流モデルを検証するための精度の高いデータを取得することは非常に困難である。したがって、本乱流場においてどのような渦構造が現れるか予測困難であるため、上記の非等方向渦粘性モデルや ASM では必ずしも予測可能とは言えず、適切なモデル構築を行うためには非常に多くの時間と労力が必要と考えられる。LES 法については、近年になってダイナミック SGS モデルの理論面からの提案が行われ、DNS 結果を用いた検証が行われている¹⁴⁾。本モデルが開発されれば、上述のようにモデル定数を設定することなく、したがって乱流場の複雑な渦構造が予測困難であっても、高精度の解析評価が可能となると考えられる。

以上から、上記の高磁気レイノルズ数領域における乱流解析モデルとし、Dynamic-SGS モデルの開発を行うことが、時間と労力の節約、及び高精度評価という観点から最適と考えられる。

第3章 高速 FEM による電磁流動解析手法

3.1 支配方程式

流動場及び電磁場の無次元支配方程式として、以下に示す連続の式、Navier-Stokes の方程式、磁化不在の法則、及び誘導方程式を用いた。なお本章では、3次元体系への拡張性を念頭に入れて、ベクトル表示で記述する。

(連続の式)

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (3-1)$$

(Navier-Stokes の式)

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla p + \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \mathbf{u} + \frac{Ha}{\text{Re} \text{Re} m} \mathbf{J}_i \times \mathbf{B} \quad (3-2)$$

(磁化不在の法則)

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (3-3)$$

(誘導方程式)

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}) - \frac{1}{\text{Re} m} \nabla^2 \mathbf{B}_i \quad (3-4)$$

ここで、 \mathbf{B} 、 \mathbf{B}_i 、 \mathbf{J}_i 、 p 、 t 、及び \mathbf{u} は、それぞれ無次元の全磁場(印加磁場+誘導磁場)、誘導磁場、誘導電流、圧力、時間、及び速度を表す。また Ha 、 Re 、及び $\text{Re} m$ はそれぞれ、ハルトマン数、レイノルズ数、及び磁気レイノルズ数であり、次のように定義される。

$$Ha^2 = B_0^2 L_m^2 \frac{\sigma}{\mu} \quad (3-5)$$

$$\text{Re} = \frac{\rho V_m L_m}{\mu} \quad (3-6)$$

$$\text{Re} m = \sigma \mu_0 V_m L_m \quad (3-7)$$

ここで、 μ_0 ; 透磁率、 μ ; 粘性係数、 σ ; 電気伝導率、 ρ ; 密度、 V_m ; 代表速度、 L_m ; 代表長さである。直流磁場に対しては、 V_m 及び L_m として、それぞれ流動場の代表速度及び代表長さが用いられる、交流磁場に対しては、 $L_m = \tau / \pi$ 、 $V_m = 2\pi f L_m$ (τ ; ポールピッチ、 V_m ; 同期速度(磁場進行速度)、 f ; 周波数)が用いられる。

4章に記述した ALIP 型電磁ポンプの解析を行う場合には、電磁ポンプのコイルとナトリウムとの間にダクト壁及びギャップが存在するため、これらの領域でアンペールの法則を積分すると、

$\delta_h \mu_0 \mathbf{J}_i = \delta_m \nabla \times \mathbf{B}_i$ が得られる。ここで、 δ_h はナトリウム流路幅、 δ_m は非磁性ギャップ幅(流路幅+ダクト壁厚さ+ギャップ幅)である。この関係を式(3-4)に適用して、無次元化を行うと支配方程式(3-1)～(3-4)、 Ha 、及び Re は同じ表式であるが、 $Re m$ のみが式(3-8)となり、ナトリウム流路に対する実効値として補正したことになる。

$$Re m = \sigma \mu_0 u_0 L_0 \frac{\delta_h}{\delta_m} \quad (3-8)$$

3.2 Navier-Stokes の式の解法

2章で流動場及び電磁場の解析手法について検討した結果を踏まえて、ここでは流動場の解析には高速 FEM である GSMAC 法を、電磁場の解析にはベクトル FEM を用いることとする。以下にこれらの方法による解析手法をについて述べる。

(1) Navier-Stokes の式の変形

Navier-Stokes の式(3-2)を高レイノルズ数の流れに対応するため、式(3-9)のように回転形に変形する。式(3-9)では、上流化技術として BTD (Balancing Tensor Diffusivity)²⁾を用いている。なお、右辺第4項はローレンツ項である。

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = -\nabla H + \mathbf{u} \times \boldsymbol{\omega} + \frac{1}{Re} (2\nabla \theta - \nabla \times \boldsymbol{\omega}) + BTD + \frac{Ha}{Re Re m} \mathbf{J}_i \times \mathbf{B} \quad (3-9)$$

ただし、 $H = p + \frac{1}{2} \mathbf{u}^2$: ベルヌーイ(Bernoulli)関数
 $\theta = \nabla \cdot \mathbf{u}$: 発散
 $\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{u}$: 涡度
 $BTD = \nabla \cdot \mathbf{K} \cdot \nabla \mathbf{u}$: BTD 項
 $\mathbf{K} = \frac{\Delta t}{2} \mathbf{u} \mathbf{u}$: BTD 人口粘性テンソル

式(3-9)における BTD 項は、時間項をテーラー展開した時の2階微分項である。したがって、BTD 項により時間の2階微分項を空間微分項として付加することにより、時間項の2次精度化及び計算の安定化が可能となる。

(2) アルゴリズム

式(3-9)において、圧力項に完全陰解法($\beta=1$)及びクランク-ニコルソン法($\beta=0.5$)の適用を考慮すれば、式(3-10)を得る。

$$\frac{\mathbf{u}^{n+1} - \mathbf{u}^n}{\Delta t} = -\nabla \left[\beta H^{n+1} + (1-\beta) H^n \right] + \mathbf{f}^n \quad (3-10)$$

ただし、 $\mathbf{f} = \mathbf{u} \times \boldsymbol{\omega} + \frac{1}{Re} (2\nabla \theta - \nabla \times \boldsymbol{\omega}) + BT D + \frac{Ha}{Re Re m} \mathbf{J}_i \times \mathbf{B}$

そこでまず、速度の予測子 $\tilde{\mathbf{u}}$ を前進オイラー法で求める。すなわち、

$$\frac{\tilde{\mathbf{u}} - \mathbf{u}^n}{\Delta t} = -\nabla H^n + \mathbf{f}^n \quad (3-11)$$

となる。この速度の予測子は発散 0 の場を満足しないから、全エネルギーを修正しながら $\nabla \cdot \mathbf{u}^{n+1} = 0$ となるように速度を修正する必要がある。式(3-10)から式(3-11)を差し引くと、

$$\frac{\mathbf{u}^n - \tilde{\mathbf{u}}}{\Delta t} = -\beta \nabla (H^{n+1} - H^n) \quad (3-12)$$

が得られる。そこで、スカラー関数 φ を式(3-13)で定義すれば、時刻 $(n+1)\Delta t$ の速度は式(3-14)で書ける。

$$H^{n+1} = H^n + \frac{\varphi}{\beta \Delta t} \quad (3-13)$$

$$\mathbf{u}^{n+1} = \tilde{\mathbf{u}} - \nabla \varphi \quad (3-14)$$

したがって、式(3-14)の両辺の発散をとり、 $\nabla \cdot \mathbf{u}^{n+1} = 0$ とすれば、以下に示す φ に関するポアソン方程式を得る。

$$\nabla^2 \varphi = \nabla \cdot \tilde{\mathbf{u}} \quad (3-15)$$

このポアソン方程式をニュートン-ラフソン法により、全エネルギーと速度の同時緩和法で解くと、式(3-13)及び(3-14)から H^{n+1} 及び \mathbf{u}^{n+1} が得られる。

(3) 離散化

式(3-9)に形状関数 N_a をかけた後、要素積分を行うと、式(3-16)となる。

$$\begin{aligned} \iiint_{\Omega} N_a \frac{\mathbf{u}^{n+1} - \mathbf{u}^n}{\Delta t} d\Omega &= - \iiint_{\Omega} N_a \nabla H_e d\Omega + \iiint_{\Omega} N_a (\mathbf{u} \times \boldsymbol{\omega}_e) d\Omega \\ &\quad + \frac{1}{Re} \iiint_{\Omega} N_a (2\nabla \theta_e - \nabla \times \boldsymbol{\omega}_e) d\Omega + \iiint_{\Omega} N_a BT D d\Omega \end{aligned}$$

$$+ \frac{Ha}{Re Re m} \iiint_{\Omega} N_a [\nabla \times (\mathbf{J}_i \times \mathbf{B})] d\Omega \quad (3-16)$$

ただし、右下に e を付けた変数は要素平均を表す。そこで、右辺の第1項及び第3項を部分積分を行って整理すると、要素方程式(3-17)が得られる。

$$\begin{aligned} \iiint_{\Omega} N_a N_b d\Omega \frac{\mathbf{u}_b^{n+1} - \mathbf{u}_b^n}{\Delta t} &= - \iiint_{\Omega} \nabla N_a d\Omega H_e + \iiint_{\Omega} N_a N_b d\Omega (\mathbf{u}_b \times \boldsymbol{\omega}_e) \\ &\quad - \frac{1}{Re} [\iiint_{\Omega} \nabla N_a d\Omega 2\theta_e - \iiint_{\Omega} \nabla N_a d\Omega \times \boldsymbol{\omega}_e] + \iiint_{\Omega} N_a N_a d\Omega BTD \\ &\quad + \frac{Ha}{Re Re m} \iiint_{\Omega} N_a [\nabla \times (\mathbf{J}_i \times \mathbf{B})] d\Omega \end{aligned} \quad (3-17)$$

ここで、離散化ナブラ演算子 ∇_a を、形状関数の勾配の要素平均として式(3-18)で定義する。また、集中質量行列 M_{ab} を式(3-19)で定義する。

$$\nabla_a \equiv \frac{1}{\Omega_e} \iiint_{\Omega} \nabla N_a d\Omega \quad (3-18)$$

$$M_{ab} = \iiint_{\Omega} N_a N_b d\Omega \quad (3-19)$$

以上の定義を用いれば、最終的な離散化式は次のようになる。

$$\begin{aligned} M_{ab} \frac{\mathbf{u}_b^{n+1} - \mathbf{u}_b^n}{\Delta t} &= \Omega_e \nabla_a [(1-\beta) H_e^n + \beta H_e^{n+1}] + M_{ab} \mathbf{u}_b^n \times \boldsymbol{\omega}_e^n \\ &\quad - \frac{\Omega_e}{Re} (2\nabla_a \theta_e^n - \nabla_a \times \boldsymbol{\omega}_e^n) + M_{ab} BTD^n \\ &\quad + \frac{Ha}{Re Re m} M_{ab} \nabla \times (\mathbf{J}_{i,e}^n \times \mathbf{B}_e^n) \end{aligned} \quad (3-20)$$

一方、ポアソン方程式(3-15)では、 $\nabla^2 \varphi = -\frac{1}{\Omega} \iint_{S_e} \frac{1}{\Delta n} dS \varphi = -\lambda \varphi$ 、及び $\nabla \cdot \tilde{\mathbf{u}} = \frac{1}{\Omega} \iint_{S_e} \tilde{\mathbf{u}} \cdot \mathbf{n} dS \equiv \tilde{D}$

であるから、式(3-15)の最終的な離散化式は式(3-21)となる。

$$\varphi = -\tilde{D} / \lambda \quad (3-21)$$

3.3 ベクトル形状関数

図 3-1(a)に示す任意の六面体形状に対して、面ベクトル形状関数は式(3-22)のように記述できる。

$$\begin{aligned}
 \mathbf{F}_1 &= -\frac{1}{8}(1-\zeta)\nabla\eta \times \nabla\zeta & \mathbf{F}_2 &= \frac{1}{8}(1+\zeta)\nabla\eta \times \nabla\zeta \\
 \mathbf{F}_3 &= -\frac{1}{8}(1-\eta)\nabla\zeta \times \nabla\xi & \mathbf{F}_4 &= \frac{1}{8}(1+\eta)\nabla\zeta \times \nabla\xi \\
 \mathbf{F}_5 &= -\frac{1}{8}(1-\zeta)\nabla\xi \times \nabla\eta & \mathbf{F}_6 &= \frac{1}{8}(1+\zeta)\nabla\xi \times \nabla\eta
 \end{aligned} \tag{3-22}$$

また、図 3-1(b)に示す任意の六面体形状に対して、辺ベクトル形状関数は式(3-23)のように記述できる。

$$\begin{aligned}
 \mathbf{E}_1 &= \frac{1}{8}(1-\eta)(1-\zeta)\nabla\xi & \mathbf{E}_2 &= \frac{1}{8}(1+\eta)(1-\zeta)\nabla\xi \\
 \mathbf{E}_3 &= \frac{1}{8}(1+\eta)(1+\zeta)\nabla\xi & \mathbf{E}_4 &= \frac{1}{8}(1-\eta)(1+\zeta)\nabla\xi \\
 \mathbf{E}_5 &= \frac{1}{8}(1-\zeta)(1-\xi)\nabla\eta & \mathbf{E}_6 &= \frac{1}{8}(1+\zeta)(1-\xi)\nabla\eta \\
 \mathbf{E}_7 &= \frac{1}{8}(1+\zeta)(1+\xi)\nabla\eta & \mathbf{E}_8 &= \frac{1}{8}(1-\zeta)(1+\xi)\nabla\eta \\
 \mathbf{E}_9 &= \frac{1}{8}(1-\xi)(1-\eta)\nabla\zeta & \mathbf{E}_{10} &= \frac{1}{8}(1+\xi)(1-\eta)\nabla\zeta \\
 \mathbf{E}_{11} &= \frac{1}{8}(1+\xi)(1+\eta)\nabla\zeta & \mathbf{E}_{12} &= \frac{1}{8}(1-\xi)(1+\eta)\nabla\zeta
 \end{aligned} \tag{3-23}$$

ベクトル有限要素法の最も大きな特徴はその連続性であり、面ベクトルの形状関数 \mathbf{F}_a 及び辺ベクトル形状関数 \mathbf{E}_a に対しては、式(3-24)及び(3-25)で表される性質がある。

$$\iint \mathbf{F}_a \cdot \mathbf{n}_b dS = \delta_{ab} \tag{3-24}$$

$$\int \mathbf{E}_a \cdot \mathbf{t}_b dl = \delta_{ab} \tag{3-25}$$

ここで、 \mathbf{n} 、及び \mathbf{t} はそれぞれ着目した面の外向き単位法線ベクトル、及び着目した辺の単位接線ベクトルを表わす。また δ_{ab} はクロネッカーのデルタである。さらに、面ベクトル形状関数と辺ベクトル形状関数の間には式(3-26)の関係がある。

$$\begin{aligned}
 \nabla \times \mathbf{E}_1 &= -\mathbf{F}_5 + \mathbf{F}_3 & \nabla \times \mathbf{E}_2 &= +\mathbf{F}_5 - \mathbf{F}_4 \\
 \nabla \times \mathbf{E}_3 &= -\mathbf{F}_6 + \mathbf{F}_4 & \nabla \times \mathbf{E}_4 &= +\mathbf{F}_6 - \mathbf{F}_3 \\
 \nabla \times \mathbf{E}_5 &= -\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_5 & \nabla \times \mathbf{E}_6 &= +\mathbf{F}_1 - \mathbf{F}_6 \\
 \nabla \times \mathbf{E}_7 &= -\mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_6 & \nabla \times \mathbf{E}_8 &= +\mathbf{F}_2 - \mathbf{F}_5
 \end{aligned} \tag{3-26}$$

$$\nabla \times \mathbf{E}_9 = -\mathbf{F}_3 + \mathbf{F}_1 \quad \nabla \times \mathbf{E}_{10} = +\mathbf{F}_3 - \mathbf{F}_2$$

$$\nabla \times \mathbf{E}_{11} = -\mathbf{F}_4 + \mathbf{F}_2 \quad \nabla \times \mathbf{E}_{12} = +\mathbf{F}_4 - \mathbf{F}_1$$

3.4 誘導方程式の解法

2.2.3 に記述したように、誘導方程式を式(2-9)及び(2-10)のように2つのフェーズに分離する。磁束密度 \mathbf{B} 及び電場 \mathbf{E} はそれぞれ、面ベクトル形状関数及び辺ベクトル形状関数を用いて次のように補間される。

$$\mathbf{B} = \mathbf{F}_a b_a \quad (3-27)$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_a e_a \quad (3-28)$$

ここで、スカラー量 b_a 及び e_a は次のように定義される。

$$b_a = \iint_S \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} dS \quad (3-29)$$

$$e_a = \int_I \mathbf{E} \cdot \mathbf{t} dl \quad (3-30)$$

すなわち、 b_a は着目している面での磁束密度 \mathbf{B} の面積分を、 e_a は着目している辺における電場 \mathbf{E} の線成分を表す。ここで、 S 及び I はそれぞれ着目している面、及び辺を表す。

速度場と合わせて、電磁場の変数定義位置を図 3-2 に示す。速度場では圧力が要素中心に、速度ベクトルが節点上に配置されているのに対して、電磁場では磁束密度が面上に、電場が辺上に配置されている。速度場の圧力と速度ベクトルをスタガードに配置することにより非物理的な振動を回避でき計算が安定すると同様、電磁場においても磁場と電場の変数配置を図 3-2 のように配置することにより物理的に妥当な計算が可能となる。

式(2-9)及び(2-10)において、磁場及び電場の各方程式に対し時間方向の離散化を行うと、以下の離散化式が得られる。

$$\frac{\mathbf{B}^{n+1} - \mathbf{B}^n}{\Delta t} = -\nabla \times \mathbf{E}^n \quad (3-31)$$

$$\mathbf{E}^n = -\mathbf{u}^{n+1} \times \mathbf{B}^n + \frac{1}{\text{Re} m} (\nabla \times \mathbf{B}^n) \quad (3-32)$$

ここで、変数の右肩の添え字は時間ステップを表す。計算では最初に 3.2 に示した手法により流動場を計算を行うため、式(3-32)の \mathbf{u}^{n+1} は既知である。したがって式(3-32)から電場 \mathbf{E}^n を求めると、式(3-31)から \mathbf{B}^{n+1} が得られる。

一方、空間方向の離散化に対しては、磁場及び電場の方程式(3-31)及び(3-32)に、それぞれ重み関数として面ベクトル形状関数 \mathbf{F}_a 及び辺ベクトル形状関数 \mathbf{E}_a を内積した後、要素積分を行うと式(3-33)及び(3-34)となる。

$$\iiint_{\Omega} \mathbf{F}_a \cdot \frac{\mathbf{B}^{n+1} - \mathbf{B}^n}{\Delta t} d\Omega = - \iiint_{\Omega} \mathbf{F}_a \cdot \nabla \times \mathbf{E}^n d\Omega \quad (3-33)$$

$$\iiint_{\Omega} \mathbf{E}_a \cdot \mathbf{E}^n d\Omega = - \iiint_{\Omega} \mathbf{E}_a \cdot (\mathbf{u}^{n+1} \times \mathbf{B}^n) d\Omega + \frac{1}{\text{Re}_m} \iiint_{\Omega} \mathbf{E}_a \cdot (\nabla \times \mathbf{B}^n) d\Omega \quad (3-34)$$

式(3-33)を整理してまとめると、

$$\iiint_{\Omega} \mathbf{F}_a \cdot \mathbf{F}_b d\Omega \frac{b_b^{n+1} - b_b^n}{\Delta t} = - \iiint_{\Omega} \mathbf{F}_a \cdot \nabla \times \mathbf{E}_b d\Omega e_b^n \quad (3-35)$$

式(3-35)の右辺は式(3-26)の性質を利用して以下のように変形できる。

$$\iiint_{\Omega} \mathbf{F}_a \cdot \mathbf{F}_b d\Omega \frac{b_b^{n+1} - b_b^n}{\Delta t} = - \iiint_{\Omega} \mathbf{F}_a \cdot \mathbf{F}_b d\Omega \sum_{c=1}^4 a_{bc} e_c^n \quad (3-36)$$

ここで a_{bc} は式(3-26)に従った単位符号 ± 1 を表す。式(3-36)の両辺における $\iiint_{\Omega} \mathbf{F}_a \cdot \mathbf{F}_b d\Omega$ に対して質量集中化を行うと最終的に以下の式が得られる。

$$\frac{b_b^{n+1} - b_b^n}{\Delta t} = - \sum_{c=1}^4 a_{bc} e_c^n \quad (3-37)$$

上式では、左辺が着目した面における磁束密度の面積分量の時間変化を表し、右辺が着目した面を取り囲む辺における電場の線積分量を表している。例えば、図 3-3 のような場合には、

$$\frac{b_1^{n+1} - b_1^n}{\Delta t} = - (e_1^n + e_2^n - e_3^n - e_4^n) \quad (3-38)$$

の関係が成立する。

また、式(3-34)を整理してまとめると次の離散化式(3-39)が得られる。

$$\iiint_{\Omega} \mathbf{E}_a \cdot \mathbf{E}_b d\Omega e_b^n = - \iiint_{\Omega} \mathbf{E}_a \cdot (\mathbf{u}_e^{n+1} \times \mathbf{F}_b) d\Omega b_b^n + \frac{1}{\text{Re } m} \iiint_{\Omega} \mathbf{E}_a \cdot (\nabla \times \mathbf{F}_b) d\Omega b_b^n \quad (3-39)$$

ここで、 \mathbf{u}_e^{n+1} は要素平均速度ベクトルである。さらに、ベクトル解析の公式：

$\nabla \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) = \mathbf{b} \cdot (\nabla \times \mathbf{a}) - \mathbf{a} \cdot (\nabla \times \mathbf{b})$ を右辺第2項に適用すると、最終的に次の離散化式が得られる。

$$\iiint_{\Omega} \mathbf{E}_a \cdot \mathbf{E}_b d\Omega e_b^n = - \iiint_{\Omega} \mathbf{E}_a \cdot (\mathbf{u}_e^{n+1} \times \mathbf{F}_b) d\Omega b_b^n + \frac{1}{\text{Re } m} \iiint_{\Omega} \mathbf{F}_b \cdot (\nabla \times \mathbf{E}_a) d\Omega b_b^n \quad (3-40)$$

電場 \mathbf{E} の回転から磁束密度 \mathbf{B} が得られるめ、図 3-4 に示したように、ある任意の要素における各面での磁束密度の面積分値の時間変化量は、着目した面を取り囲む線積分値として求まる。一方、線積分を行った辺は要素を構成する面を2つ共有している。各辺での線積分の方向は互いに異なり、線積分値が打消し合うために、構成する要素に対する全ての面積分値の変化量の和が 0 となる。したがって、初期条件でソレノイダル条件を満足している場合、時間進行を行ってもその条件は満足される。

第4章 電磁流動解析手法の検証

4.1 解析体系

本研究では、3章に記述した電磁流動解析手法の妥当性を確認するために、最初の試みとして、2次元体系におけるALIP型電磁ポンプの解析を実施する。ALIP型本電磁ポンプの構造⁴⁾及び原理図を図4-1に示す。本電磁ポンプでは、ナトリウム流路の周囲に設置されているコイルに流される三相交流により、交流磁場が発生し、以下の原理によりポンプとして作動する。

- (1) コイルに電流(三相交流)が印加されると、アンペールの法則によりコイル周囲に磁場(印加磁場)が発生する(図中の点線)。
- (2) 上記の磁場の変化により、ナトリウム中及びダクト中に起電力が発生する。
- (3) 発生した起電力とナトリウム流速による誘導起電力により、ナトリウム中及びダクト中に、オームの法則に従う誘導電流が発生する。
- (4) 上記誘導電流により、さらにアンペールの法則に従う誘導磁場が発生する。
- (5) 上記誘導電流の内、ナトリウム中を流れる誘導電流と全磁場(印加磁場+誘導磁場)により、ナトリウム流れに対してローレンツ力が発生し、ナトリウム流れの駆動力となる。

これまでに、本解析手法と同様のGSMAC-ベクトルFEMを用いて誘導磁場を無視した場合の直流磁場における検証が行われている⁸⁾。しかし、上記のような交流磁場では支配方程式及び解法は3章に記述した通りであるものの、無次元数の定義が直流磁場とは異なり、しかも誘導磁場の影響を考慮する必要があるため、上記の直流磁場における検証が交流磁場には当てはまらない。

4.2 解析モデル

4.2.1 大型電磁ポンプ

図4-2に、日本原子力発電(株)により米国ETECで2000年～2001年に試験が行われた160(m³/min.)級の大型電磁ポンプの縦断面^{15,16)}を示す。主要な構造データ及び定格条件も同図に示した。本電磁ポンプは、図4-1の電磁ポンプとは異なり、下部流入側部流出の縦型構造となっており、しかもナトリウム流路の内側領域にも外側コイルと同位置かつ同相の内側コイルが設けられている。

本解析では、上記大型電磁ポンプのナトリウム流路について、半径方向の流動分布及び磁場分布を無視した周方向-流れ方向($\theta-z$)の2次元体系の解析を実施し、解析モデルの妥当性を評価するとともに、実験データの評価を試みる。

4.2.2 解析条件

(1) メッシュ分割

図4-3に本解析で用いた $\theta-z$ 方向2次元メッシュ分割を示す。計算領域は流れ方向6.84(m)、及び周方向3.28(m)をそれぞれ130及び48等分割した。本体系において流れ方向のコイル領域(印加磁場領域)は4.420(m)¹⁵⁾であり、その間を84等分割している。本電磁ポンプでは図4-2に示したように、14ポールでポールピッチが315.7(mm)¹⁵⁾であるため、上記のコイル領域のメッシュでは6メッシュ間隔に同相の印加磁場が現れることとなる。

(2) 初期条件及び境界条件

図 4-4 に上記大型電磁ポンプ試験で得られた磁束密度分布を示す。図には周波数が 20Hz 及び 10Hz の 2 種類を示した。これらの磁束分布は、ナトリウムが充填されていない場合における、磁束分布の瞬時ピーク値の 30%を時間方向に重ね合わせた分布である。これらの 30%ピーク値は、平均すると 20Hz 時が約 0.067(T)、及び 10Hz 時が 0.070(T)であり、周方向に殆んど差がないことがわかる。したがって、本解析では全ケースにおいて印加磁束密度のピーク値として 0.22(T)とした。

本解析では、初期条件として全領域で均一な流速分布、及び上述の印加磁束密度分布を与える。表 4-1 に本解析に用いた周波数、流速、及び流量を示す。また、支配方程式に現れる無次元数は、定格時の温度より求めた物性値を用いて計算し、非定常計算を通じて一定値とした。

一方、境界条件については、入口流速は初期条件で固定、出口流速は自由流出条件(傾きがゼロのノイマン条件)とした。また、周方向の境界壁(図 4-3 では左右の境界壁)では、圧力及び流速に関して周期境界条件とした。計算パラメータは、入口流速及び周波数である。

計算は、上記の初期条件を時間ゼロとして時間ステップ間隔を 1.0×10^{-4} 秒として出入口の圧力差がほぼ一定となるまで非定常計算行った。

4.3 解析結果及び考察

4.3.1 磁場及び誘導電流分布

図 4-5(a)及び(b)に、定格時における誘導磁束密度分布及び全磁束密度分布(印加磁束密度+誘導磁束密度)のそれぞれの瞬時値を示す。これらの磁束密度は、周方向(θ -方向)には分布がなかったため、その中央部において流れ方向(z -方向)にプロットした。

本図から、全磁束密度は、誘導磁束密度と同位相かつ誘導磁束密度より小さな値であることがわかる。したがって、本解析を行った大型電磁ポンプのように Rem が比較的大きい場合には誘導磁場を無視することができないことがわかった。

また、これらの図から、誘導磁束密度は下流側のコイル領域外(出口近傍)においても計算されている。式(3-4)の誘導方程式では、右辺第 1 項が磁場の対流効果、及び右辺第 2 項が磁場の拡散効果を表す。したがって、この対流拡散効果により磁場を印加していない下流側にも誘導磁場が生じたものと考えられる。上記の誘導磁場の対流拡散現象は、解析体系が異なるため定量的な比較はできないものの、電力中央研究所における 2.0(m³/min.) 級 ALIP 型電磁ポンプの 2 次元モデルにおいても同様な傾向が報告されている。したがって、本誘導磁場の解析手法は定性的には妥当と考えられる。

図 4-6(a)及び(b)には、ナトリウム中に誘起される電流(誘導電流)分布について、それぞれ流れ方向分布、及び電流密度ベクトルを示す。図 4-5 及び図 4-6(a)の比較から、電流密度は磁束密度と同位相、すなわちポールピッチの 2 倍の周期で振動し、誘導磁場と同様に下流側にも生じていることがわかる。また図 4-6(b)から、電流密度ベクトルは周方向成分のみであった。このことは、流速ベクトル及び誘導磁場が周方向にほぼ均一であったことから当然の結果である。上記の傾向は全てのケースにおいて同じであった。したがって、誘導電流分布からも、本誘導磁場の解析手法は定性的には妥当と考えられる。

4.3.2 圧力損失特性

図 4-7 に代表的なケース(定格時)における圧力損失の時間変化を示す。図から、計算を開始してから約 0.2 秒で約 0.29(MPa)の圧力差でほぼ定常に達したと考えられる。他のケースにおいても同様

にして圧力差を求めたところ、各周波数において図 4-8(a)、(b)、及び(c)が得られた。これらの図には実験結果¹⁷⁾も合わせてプロットした。

図 4-8(a)に示した周波数が 20.5Hz の計算結果では、圧力差のピーク値は実験結果より約 0.015 (MPa) 小さいものの、同程度と見なすことができる。また、圧力差-流量曲線(P-Q 曲線)の形状についても両者は同様な形状と考えられる。しかし、本 P-Q 曲線は、全体的に計算結果が実験結果と比べて高流量側に約 15~20 (m³/min.) 程度ずれていることがわかる。

周波数が 16.0Hz の計算結果、図 4-8(b)では、圧力差のピーク値は実験結果とほぼ同じである。P-Q 曲線については高流量側で両者は同様な形状となっているものの、低流量側では実験結果が計算結果より大きい傾向となっている。また、本 P-Q 曲線は高流量側へ約 10~15 (m³/min.) 程度ずれていることがわかる。

周波数が 12.0 Hz の計算結果、図 4-8(c)では、実験データ数が少なかったため、圧力差のピーク値については比較できないが、P-Q 曲線の形状については上記の 16.0Hz の結果と同傾向である。また、本 P-Q 曲線は高流量側へ 10 (m³/min.) 程度ずれている。

以上の実験結果との比較から、P-Q 特性については、各周波数における圧力差のピーク値、及び高流量側の P-Q 曲線形状は実験結果と同程度であることがわかった。また P-Q 曲線が高流量側にずれるとともに、各周波数における低流量側の圧力差は実験結果より低くなる傾向であることがわかった。

さらに、上記の圧力差をスリップ比、 $S = 1 - V_f / V_m$ (V_f : ナトリウム平均流速)、で再整理した。スリップ比は定義式に周波数の違いが現れないため、3種類周波数における圧力差はほぼ同一曲線で表されるはずである。また、スリップ比の値が大きい程、 V_f が小さいため、低流量領域となる。結果を図 4-9 に示す。本図には実験結果も合わせてプロットした。図から、実験結果及び計算結果の両者とも、ほぼ 1 本の曲線上に乗る傾向を示している。圧力差のピーク値、曲線の高流量側へのずれ、及び低流量側の圧力差の過小評価は P-Q 曲線と同様である。

4.3.3 流量測定誤差について

ここでは、4.3.1 に記述した圧力損失特性において、P-Q 曲線が高流量側へずれてた原因を考察する。

ある流速に対して、電磁ポンプの流路幅、内側ダクト外表面直径、及び外側ダクト内表面直径の測定データを用いて計算される流量を正しい流量とし、実験で得られた流量を補正する。すなわち、解析で求めた流量と圧力差の関係(P-Q 曲線)に、実験で得られた P-Q 曲線をできる限り近づけることを試みた。その結果、解析結果及び実験データに対して、正しい流量を Q (実験で得られた流量) とすると、加えるべき流量 ΔQ は式(4-4)が得られた。

$$\Delta Q = a_0 + a_1 \cdot Q + a_2 \cdot Q^2 \quad (4-4)$$

$$a_0 = -1.5598 \times 10^{-2}, \quad a_1 = 2.7442 \times 10^{-3}, \quad a_2 = 5.573 \times 10^{-4}$$

ここで、実験で得られた流量を Q_{exp} とすると、

$$Q = Q_{\text{exp}} + \Delta Q \quad (4-5)$$

であるから、式(4-5)を式(4-4)に代入して Q を求めれば式(4-6)となり、プロットすると図 4-10 に示した流量校正曲線が得られた。

$$\mathcal{Q} = \frac{1}{2a_2} \left[(1-a_1) - \sqrt{(a_1-1)^2 - 4a_2(a_0 + \mathcal{Q}_{\text{exp}})} \right] \quad (4-6)$$

次に、実験データに対して式(4-6)の校正を行うと、各周波数毎にそれぞれ図 4.11(a)、(b)、及び(c)が得られた。これらの図から、式(4-6)による流量校正を行えば、高流量領域では実験結果と解析結果はほぼ一致することがわかった。

一般に、圧力損失特性は流量の自乗に比例するため、式(4-4)で表される校正曲線及びその結果は妥当な特性と考えられる。したがって、高流量領域での解析結果とのずれは、流量測定時の誤差（実験から「10%以下の測定誤差」との報告）が原因の1つである可能性が大きいと考えられる。

4.3.4 電気抵抗率について

ここでは、上記の他の原因を考察する。電磁乱流場の支配方程式を、平均値とそのまわりの揺らぎに分解し平均場の方程式を導出すると、電磁流体レイノルズ応力及び乱流起電力と呼ばれる新たな項が現れる。この内後者はさらに、流速の揺らぎ成分(\mathbf{u}')のエネルギースペクトルに対応した量、乱流力学ヘリシティ、及び乱流クロス・ヘリシティに分解される。この中で特に乱流クロス・ヘリシティ項は、乱れによる電気抵抗の増加に寄与し、乱れがない場合の分子（電気）抵抗よりもはるかに大きいことが知られている¹⁸⁾。したがって、本電磁乱流場においても上記のクロス・ヘリシティ効果によりナトリウムの実効的な電気低効率が増加したと考えられる。

そこで、測定流量には誤差がないものとし、ナトリウムの電気抵抗率($1.8997 \times 10^{-7} [\Omega \text{ m}]$ at 335°C；この逆数が電気伝導率)を、200%、及び300%と変化させて解析を実施した。結果を図 4-12(a)、(b)、及び(c)に示す。図には100%の結果も再プロットした。

図から、いずれの周波数においても電気抵抗率200%とした場合（すなわち、電気伝導率を約半分とした場合）の解析結果が、実験で得られた結果に近い値となることがわかる。上記 200%の電気抵抗率が、クロス・ヘリシティ効果として大き過ぎるかどうかの評価は、今後予定している電磁乱流モデルの開発を待たなければならないものの、以上の考察から電磁乱流による実効的な電気抵抗率の変化は実験結果との不一致の原因の1つと考えられる。

本解析は2次元体系であり、半径方向の流れや磁場を一定とし、さらに電磁乱流現象も無視した解析であった。上記のクロス・ヘリシティ効果等の電磁乱流効果を厳密に評価するためには、電磁乱流モデルを入れた3次元体系の解析手法が不可欠と考えられる。

第5章 結 言

高速炉に用いられる高磁場かつ高流量領域であり、しかも複雑形状領域における電磁流動現象が精度良く評価できる解析手法を開発し、電磁応用機器システムの設計手法を確立することを目標として、その最初のステップとして、従来の伝熱流動及び電磁場解析手法をレビューし、最適な解析手法に関する調査を行った。その結果、以下の事柄が明らかとなった。

- (1) 流動場の解析手法については、FDM 及び高速 FEM は同等の容量及び計算速度であるため、複雑形状領域への適用性の利点を有する高速 FEM、特に GS MAC 法が最適であると考えられる。
- (2) 電磁場の解析手法については、3次元電磁乱流場を解析することを念頭に入れると、ソレノイダル場を満足させるための繰返し計算を必要としないベクトル FEM が、計算速度の観点から最適であると考えられる。
- (3) 高磁場かつ高流量領域では電磁乱流現象を考慮することが必要不可欠であり、実験による乱流モデルの検証が困難である。したがって、電磁乱流モデルとして実験等の知見を必要としない Dynamic LES 法が最適であると考えられる。

次に、選定した解析手法について、交流磁場に適用できる2次元体系の解析手法を作成し、既存の研究との比較した。その結果、以下の事柄が明らかとなった。

- (4) 各周波数における低流量領域では実験結果と圧力損失特性に差があるものの、高流量領域では P-Q 曲線をずらすことにより実験結果と比較的良く一致した。したがって、実験からの報告を考慮すれば、流量測定誤差である可能性が大きく、選定した解析手法は妥当な結果を与えると考えられる。
- (5) 乱流粘性効果により実効的な電気抵抗率が大きくなつたと想定して、電気低効率をパラメータとした解析を行つたところ、電気抵抗率が 200%において実験結果と比較的良い一致が得られた。200%の妥当性評価は、今後の電磁乱流モデルの開発を待たなければならないが、実験結果との不一致の原因の1つは電磁乱流による実効的な電気抵抗率の増加が考えられる。

第6章 謝 辞

本研究で開発した2次元電磁流動解析手法を大型電磁ポンプ体系に適用するに当り、電磁ポンプに関する設計情報(ナトリウム非充填時における磁束密度分布)や電磁流動特性に関する助言を頂いたシステム技術開発部 FBR システムグループの新部研究主幹に感謝の意を表します。また、GSMAC 法及びベクトル有限要素法について数々の助言を頂いた慶應大学の棚橋教授に感謝の意を表します。

さらに、本研究では電力 9 社、電源開発(株)及び日本原子力発電(株)による電共研「大容量浸漬型電磁ポンプの開発研究」で得られた「ナトリウム非充填時における周方向の磁束密度分」の一部を引用している。データを提供して下さった上記会社に感謝の意を表します。

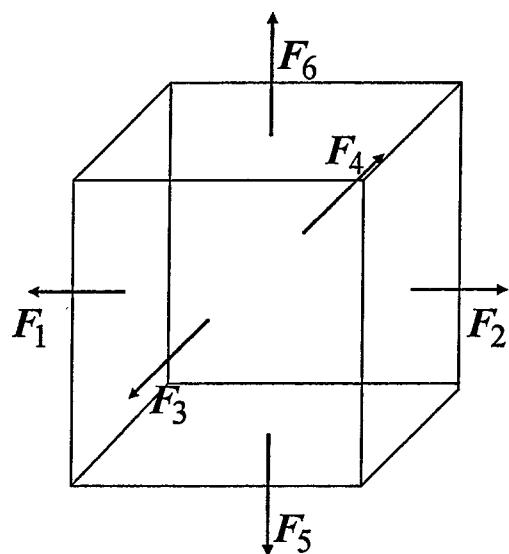
参考文献

- 1) P.A. Davidson, *An introduction to Magnetohydrodynamics*, Cambridge university press (2001)
- 2) 棚橋隆彦、電磁流体の数值解析-基礎と応用-、森北出版 (1995)
- 3) H. Araseki, S. Kotake, A self-correcting procedure for computational liquid metal magnetohydrodynamics, Jounal of Computational Physics, 110 p.301-309 (1994)
- 4) 荒関英夫、村上貴裕、環状流路の誘導型電磁ポンプの不安定特性、電力中央研究所報告 U00030 (2001)
- 5) 棚橋隆彦、流れの有限要素法解析 I, II、朝倉書店 (1997)
- 6) 宇野亨、FDTD 法による電磁界およびアンテナ解析、コロナ社 (1999)
- 7) D.A. White, Discrete time vector finite element methods for solving Maxwell's equations on 3D unstructured grids, PhD Thesis, UCRL-LR-128238 (1997)
- 8) 松本昌昭、棚橋隆彦、ベクトル有限要素法による液体金属流れ解析、第 15 回流体力学シンポジウム、B04-1 (2001)
- 9) 梶島岳夫、乱流の数值シミュレーション、養賢堂 (1999)
- 10) M. Germano, U. Piomelli, P. Moin and W.H. Cabot, A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model, Physics of Fluids A 3(7) (1991)
- 11) D.K. Lilly, A proposed modification of the Germano subgrid-scale closure method, Physics of Fluids A 4(3) (1992)
- 12) Y. Shimomura, Large eddy simulation of magnetohydrodynamic turbulent channel flows under a uniform magnetic field, Physics of Fluids A 3(12) (1991)
- 13) 大島まり、谷口伸行、Dynamic SGS モデルによる MHD 乱流の解析、研究速報、生産研究 53 卷 1 号 (2001)
- 14) W.-C. Müller, B. Knaepen, O. Agullo and D. Carati, Three-dimensional large eddy simulation of decaying magnetohydrodynamic turbulence, Advances in LES of Complex Flows, p.367-378 (2002)
- 15) 植田、等、大容量浸漬型電磁ポンプの開発(1) -開発の概要-、日本原子力学会 2002 年秋の大会 (2002)
- 16) 大田、等、大容量浸漬型電磁ポンプの開発(2) -ポンプの設計・製作-、日本原子力学会 2002 年秋の大会 (2002)
- 17) 大田、等、大容量浸漬型電磁ポンプの開発(3) -試験結果と評価-、日本原子力学会 2002 年秋の大会 (2002)
- 18) 大宮司、三宅、吉澤、編、乱流の数值流体力学 -モデルと計算法-、東京大学出版会 (1998)

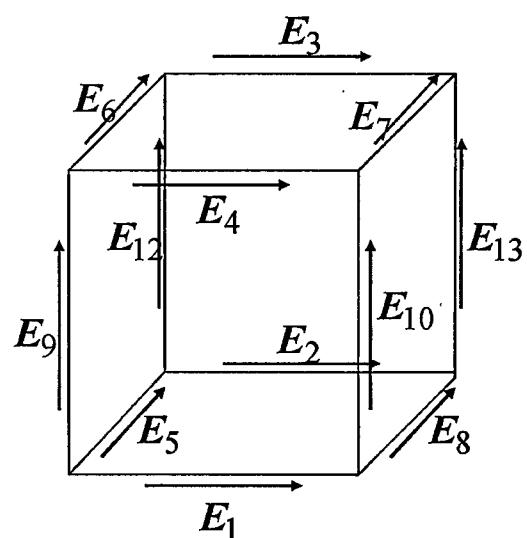
表4-1 解析条件

周波数(Hz)	流速(m/s)	流量(m ³ /min.)
20.5	9.0	133.72 (*)
	9.5	141.15
	10.0	148.58 (*)
	10.5	156.01
	11.0	163.44(定格) (*)
	11.5	170.87
	12.0	178.30 (*)
	12.5	185.73
16.0	6.0	89.15
	7.0	104.01 (*)
	8.0	118.86 (*)
	9.0	133.72 (*)
	9.5	141.15 (*)
	9.8	145.61
12.0	2.0	29.72
	3.0	44.57
	4.0	59.43 (*)
	5.0	74.29 (*)
	6.0	89.15 (*)
	7.0	104.01 (*)
	7.5	111.43

(*) ; 4.3.3の電気抵抗率を変えた場合の計算にも用いた条件

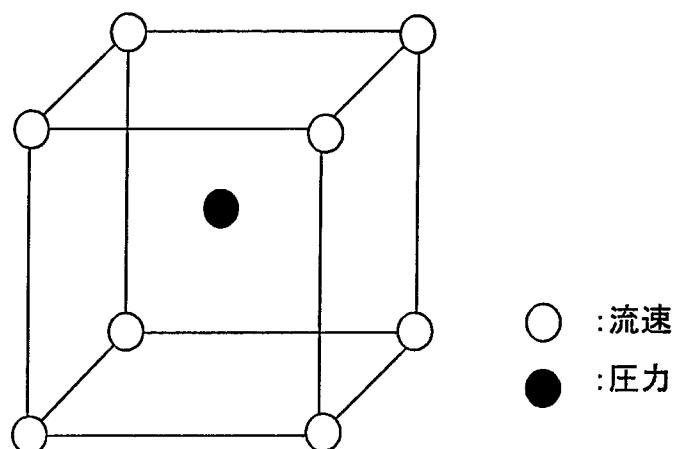


(a) 面ベクトル形状関数

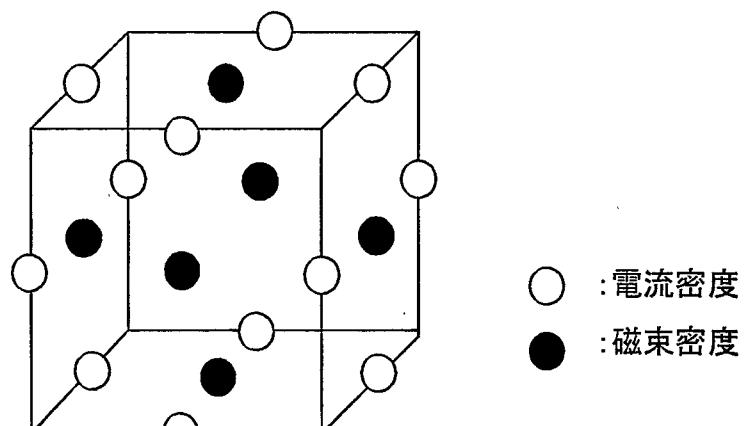


(b) 辺ベクトル形状関数

図2-1 ベクトル形状関数の概念



(a) 流動場



(b) 電磁場

図3-1 流動場及び電磁場における変数の定義位置

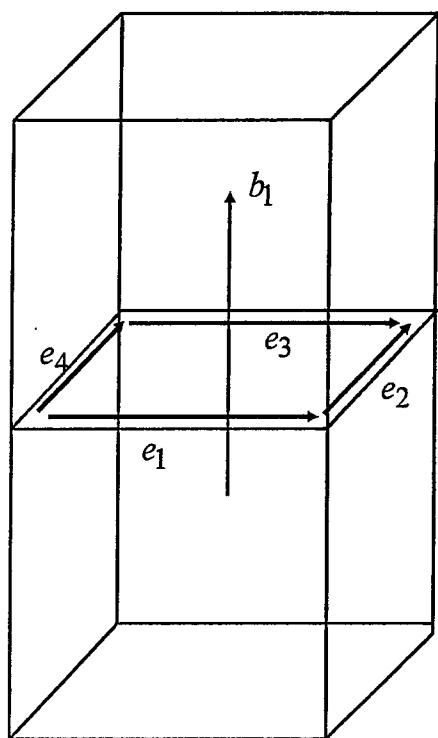


図3-2 b_1 に対する計算アルゴリズム

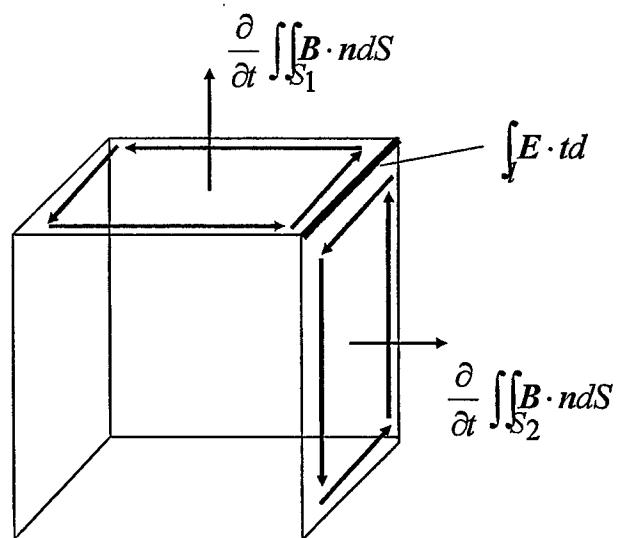
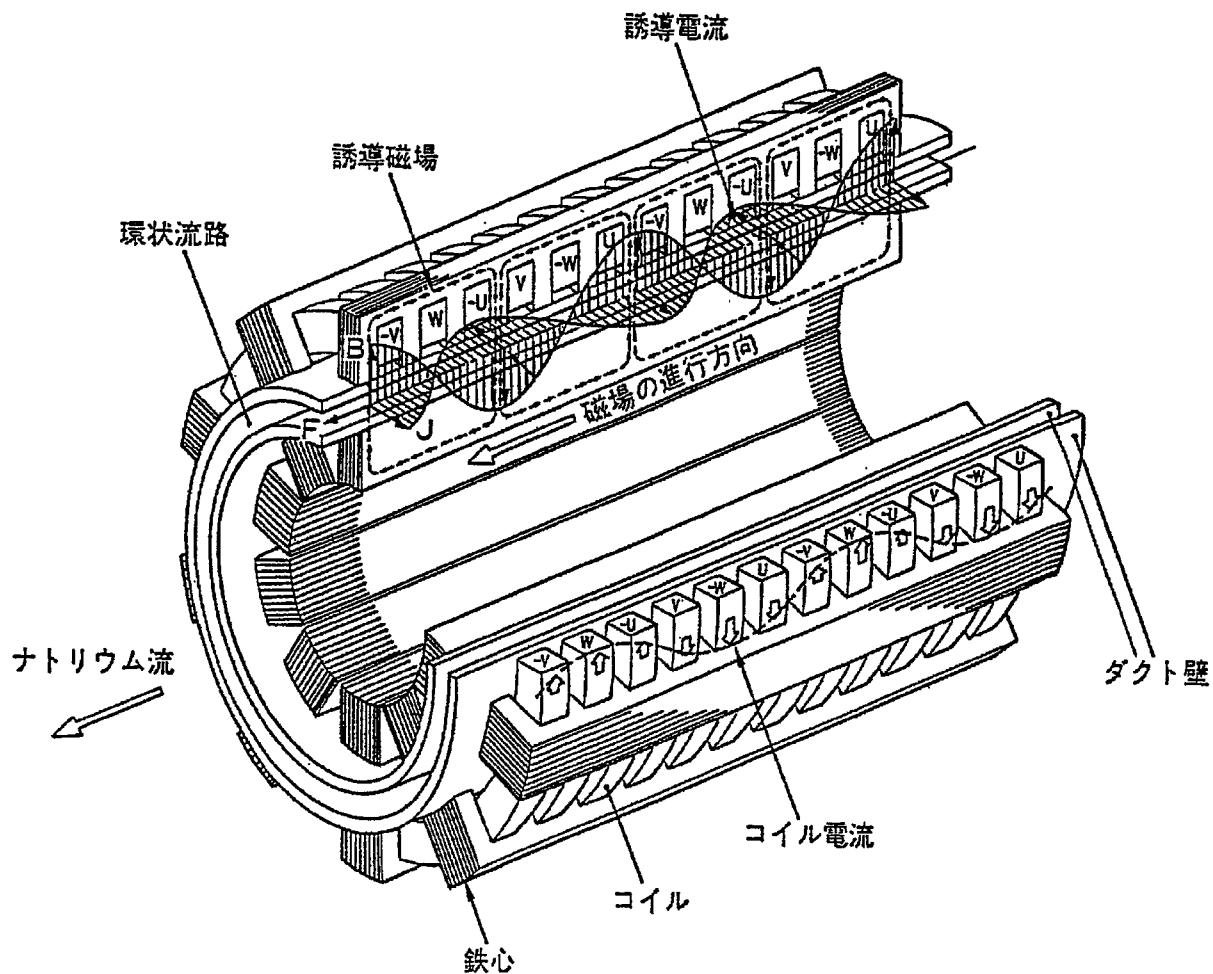
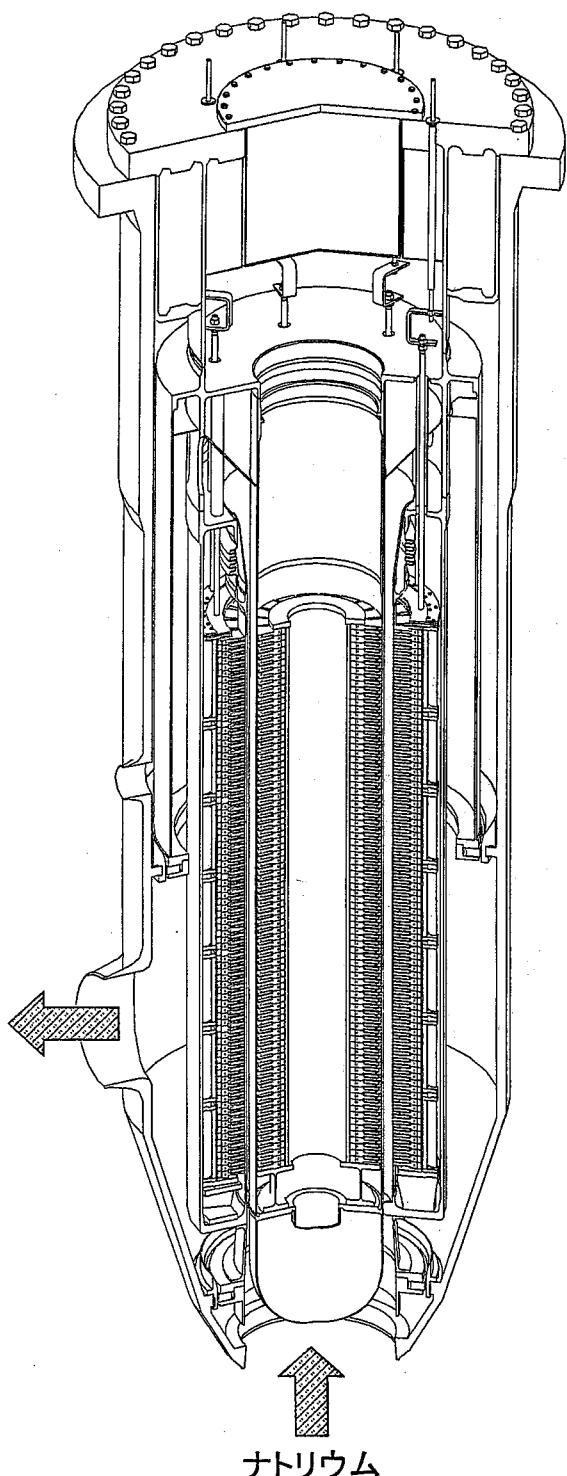


図3-3 ソレノイダル条件が満たされる理由



- ①コイルに電流(三相交流)が印加されると、アンペールの法則によりコイル周囲に磁場(印加磁場)が発生する(図中の点線)。
- ②上記の磁場の変化により、ナトリウム中及びダクト中に起電力が発生する。
- ③発生した起電力とナトリウム流速による誘導起電力により、ナトリウム中及びダクト中に、オームの法則に従う誘導電流が発生する。
- ④上記誘導電流により、さらにアンペールの法則に従う誘導磁場が発生する。
- ⑤上記誘導電流の内、ナトリウム中を流れる誘導電流と全磁場(印加磁場+誘導磁場)により、ナトリウム流れに対してローレンツ力が発生し、ナトリウム流れの駆動力となる。

図4-1 ALIP型電磁ポンプ⁴⁾動作原理



主要設計仕様

- ・型式 : ダブルステータALIP
- ・流量 : $160 \text{ m}^3/\text{min}$
- ・揚程 : 0.25 Mpa
- ・入力 : 1680 kW
- ・端子電圧: 1350 V
- ・相電流 : 884 A
- ・周波数 : 20.0 Hz
- ・ポール数 : 14ポール
- ・流路幅 : 75 mm
- ・ステータ長: 4420 mm
- ・ケーシング外径 : 1900 mm

図4-2 大型電磁ポンプの縦断面及び主な仕様

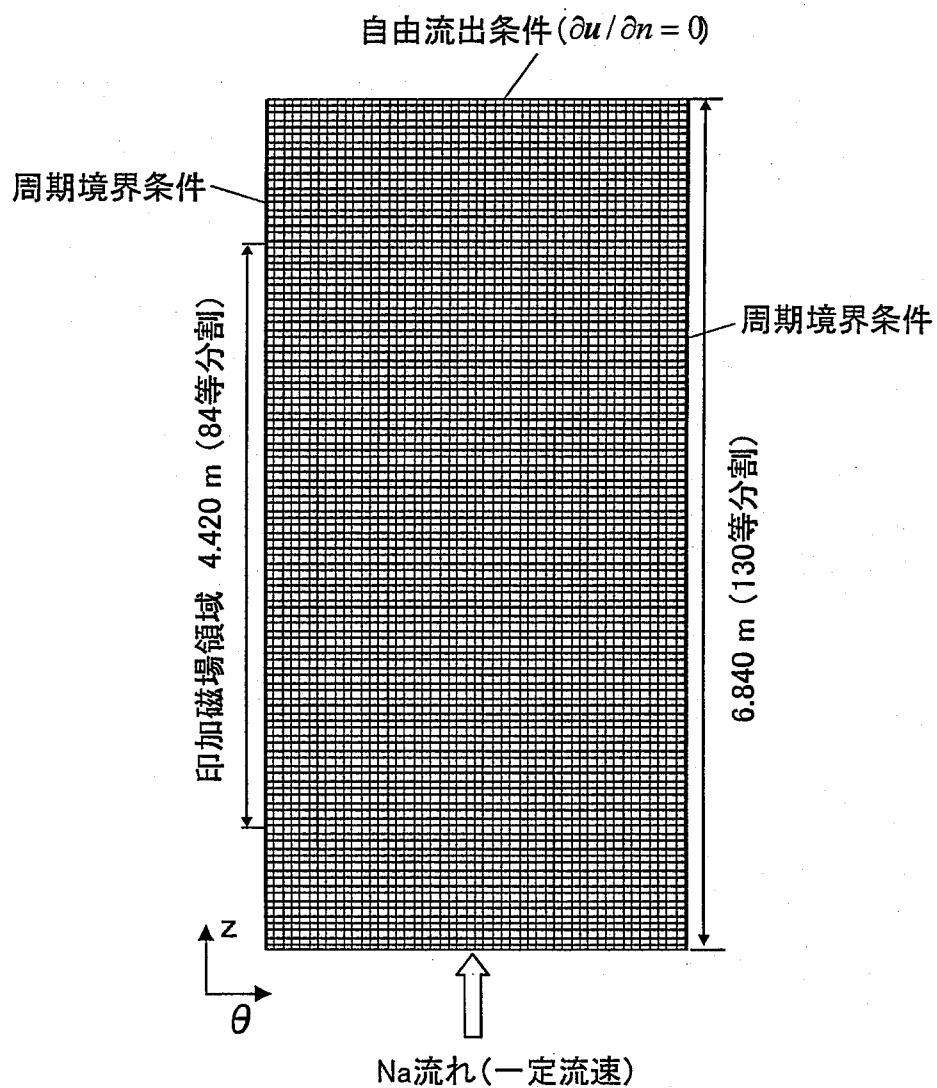


図4-3 $\theta - z$ 方向の2次元メッシュ分割

(紙面に垂直方向に磁束密度を印加した。)

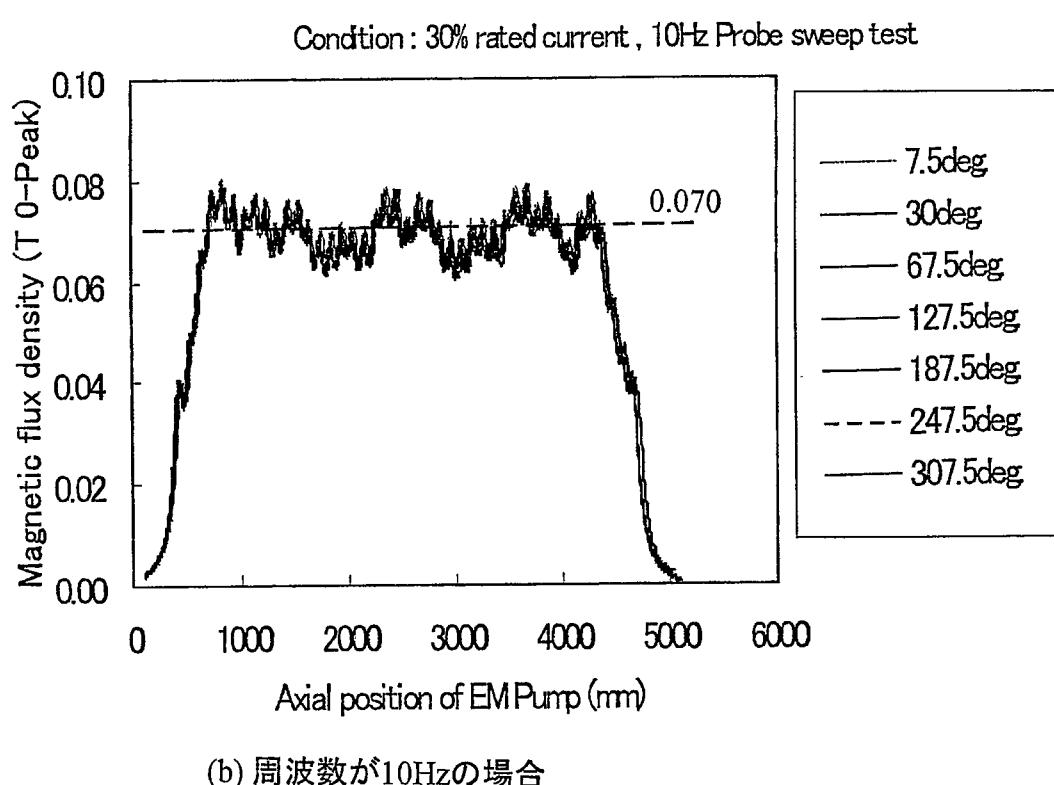
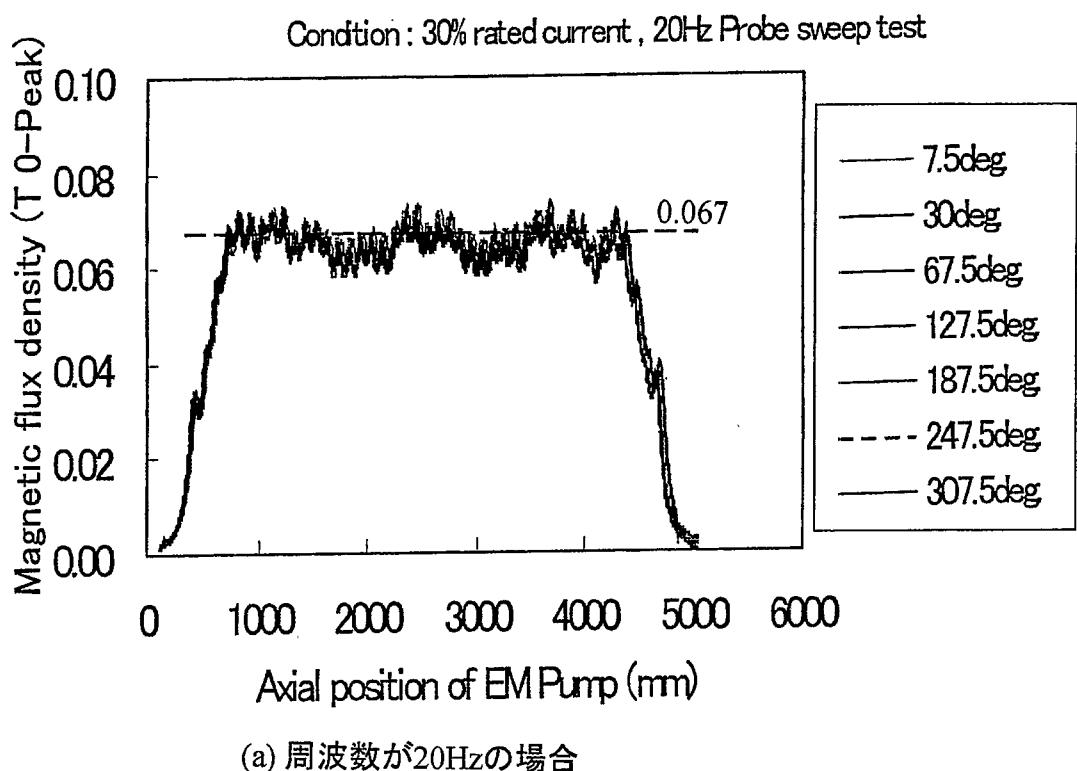


図4-4 ナトリウム非充填時における周方向の磁束密度分布

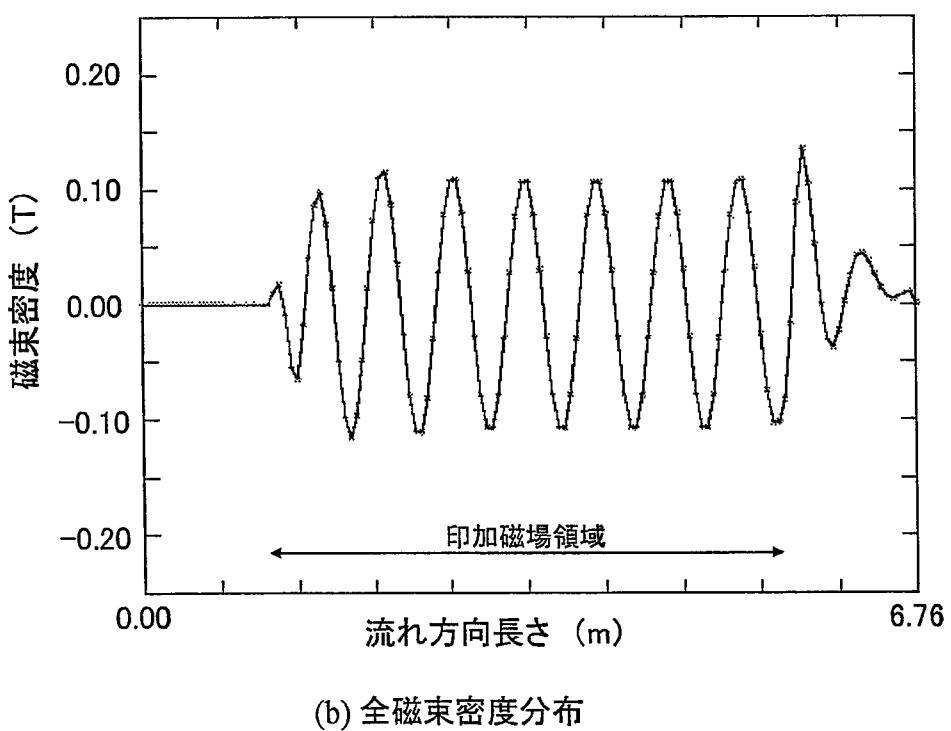
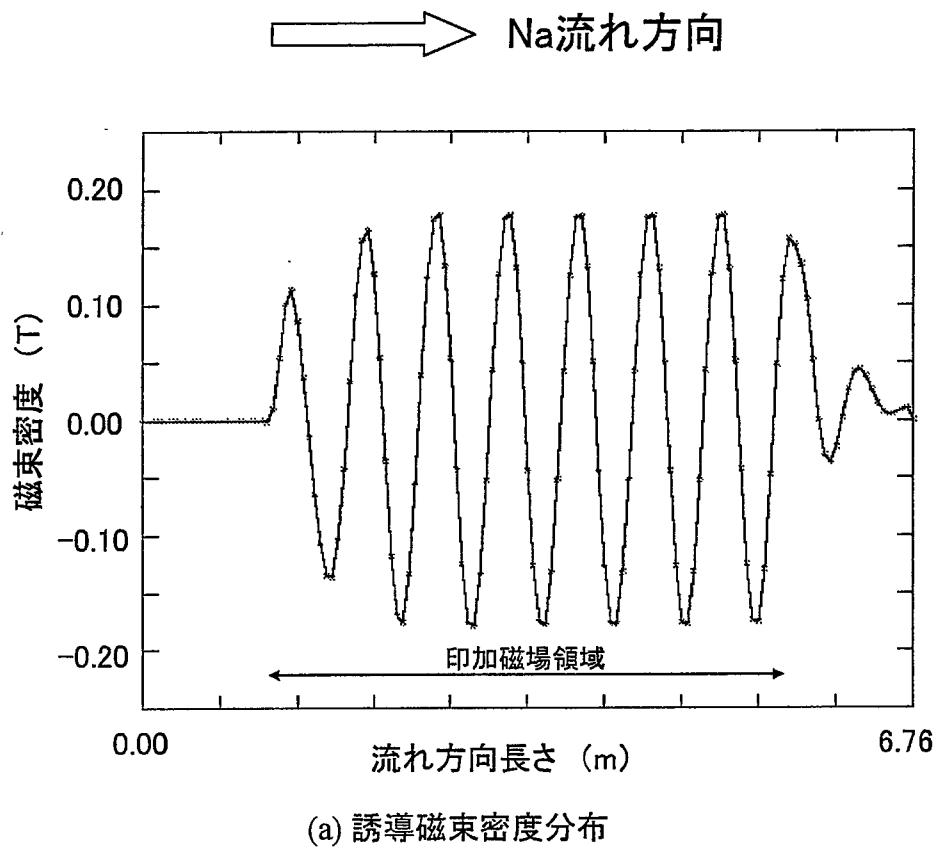
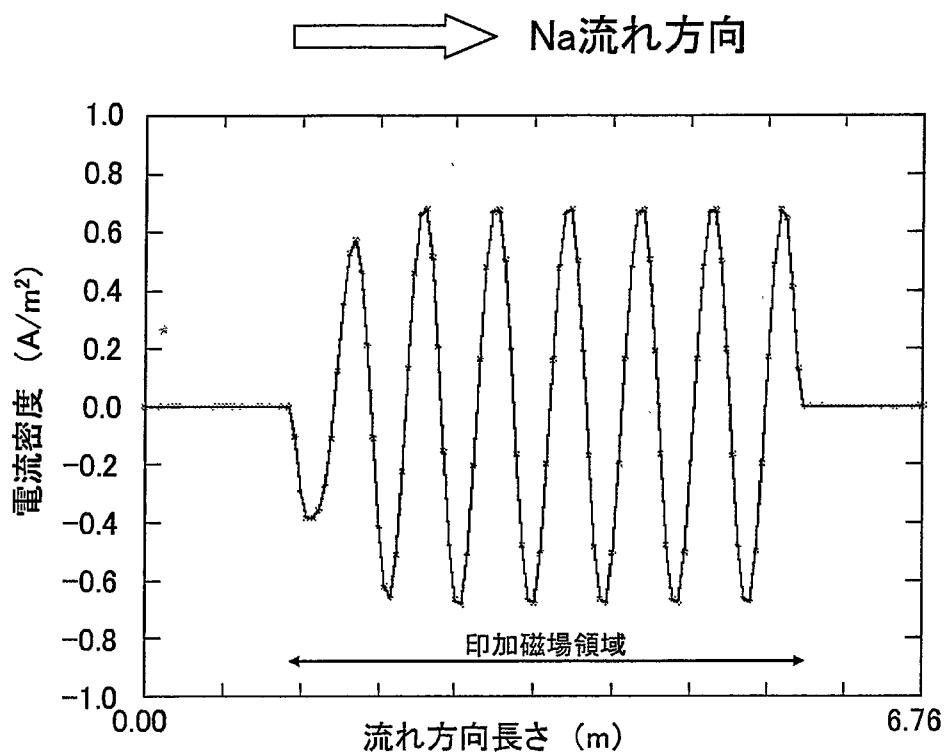
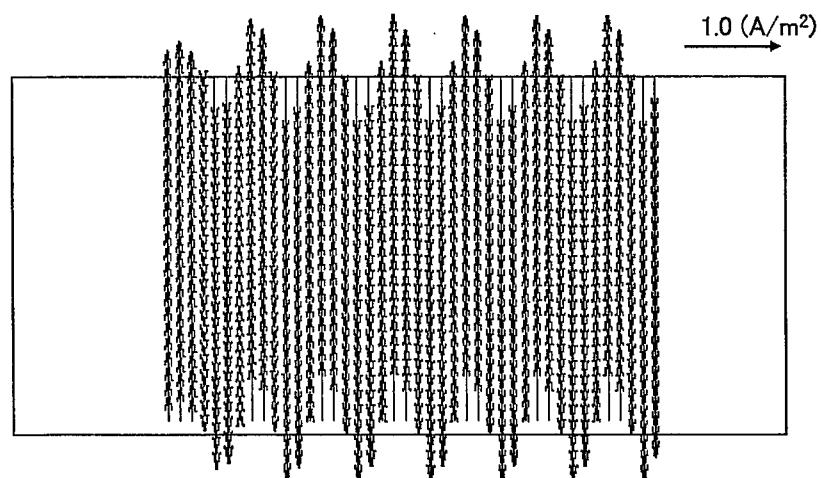


図4-5 磁束密度分布



(a) z-方向の誘導電流密度変化



(b) 誘導電流密度ベクトル

図4-6 誘導電流密度分布

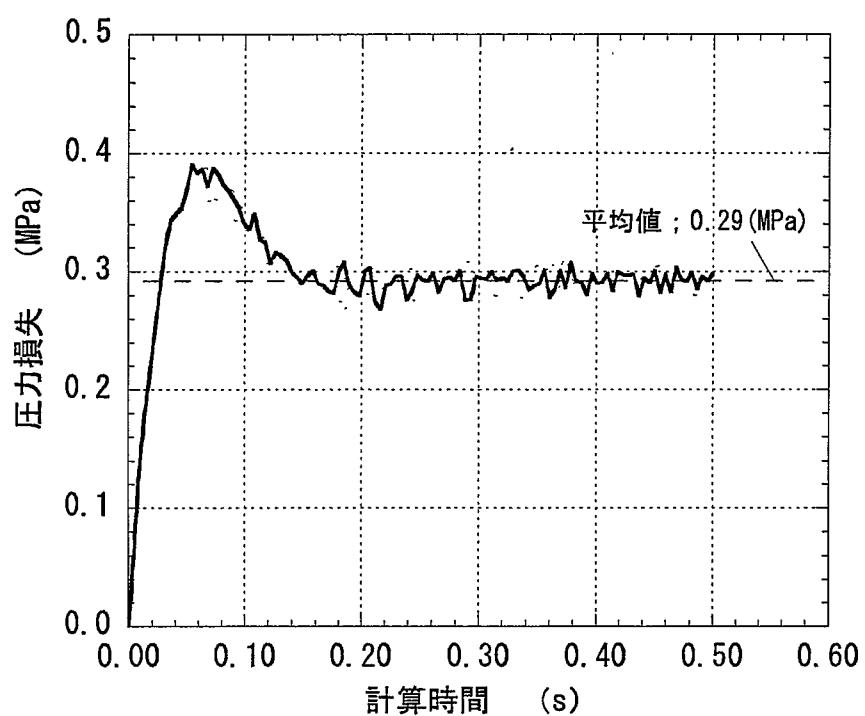
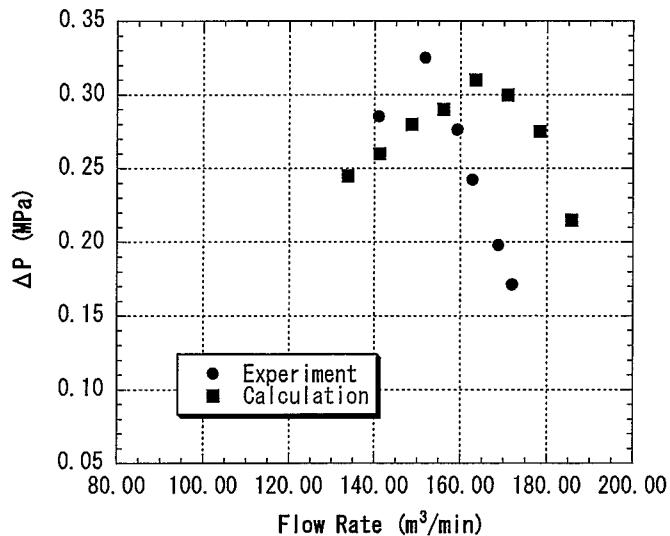
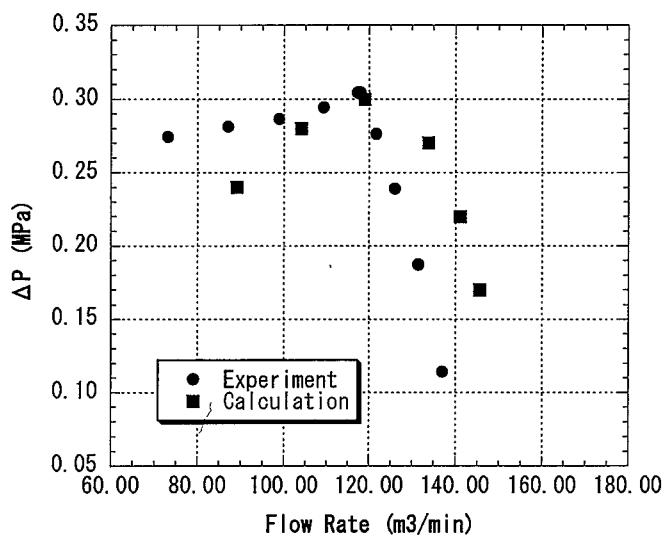


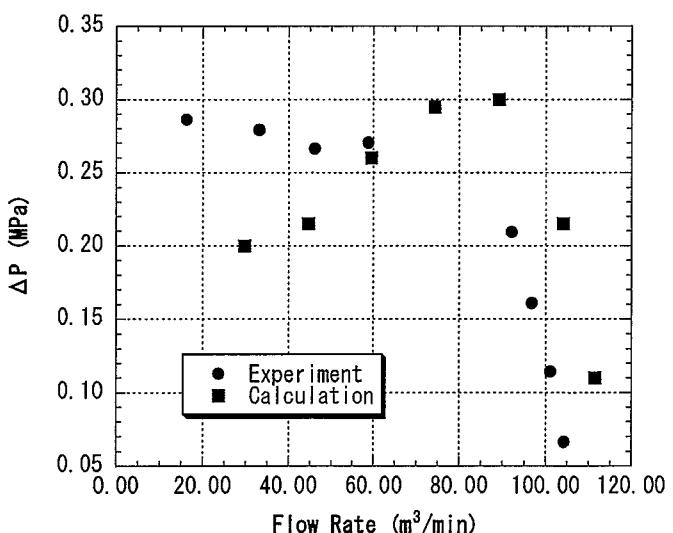
図4-7 2次元解析における圧力損失変化例(定格時)



(a) 周波数が20.5Hzの場合



(b) 周波数が16.0Hzの場合



(c) 周波数が12.0Hzの場合

図4-8 各周波数における流量と圧力損失の関係

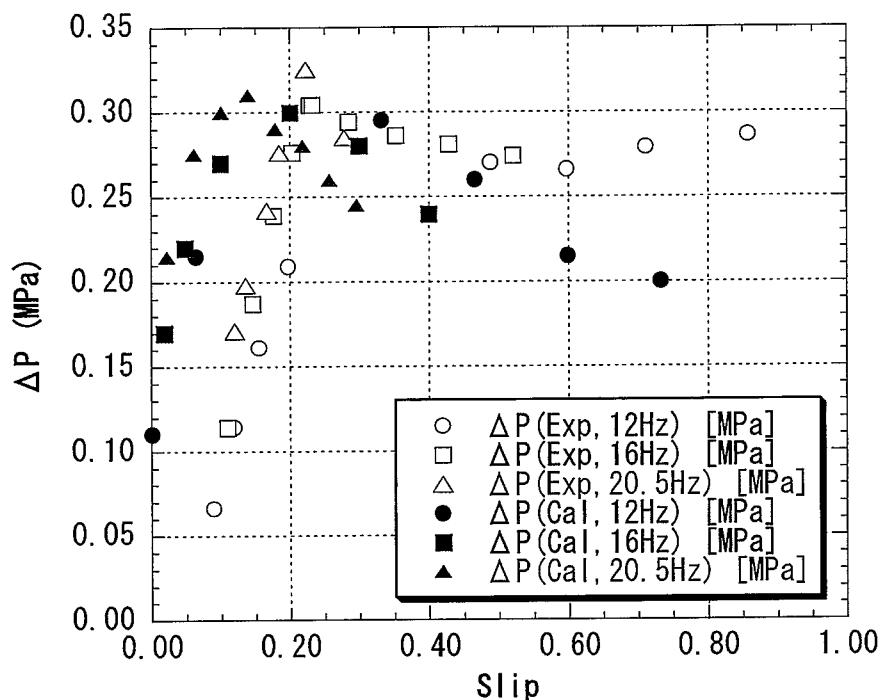


図4-9 各周波数におけるスリップと圧力損失の関係

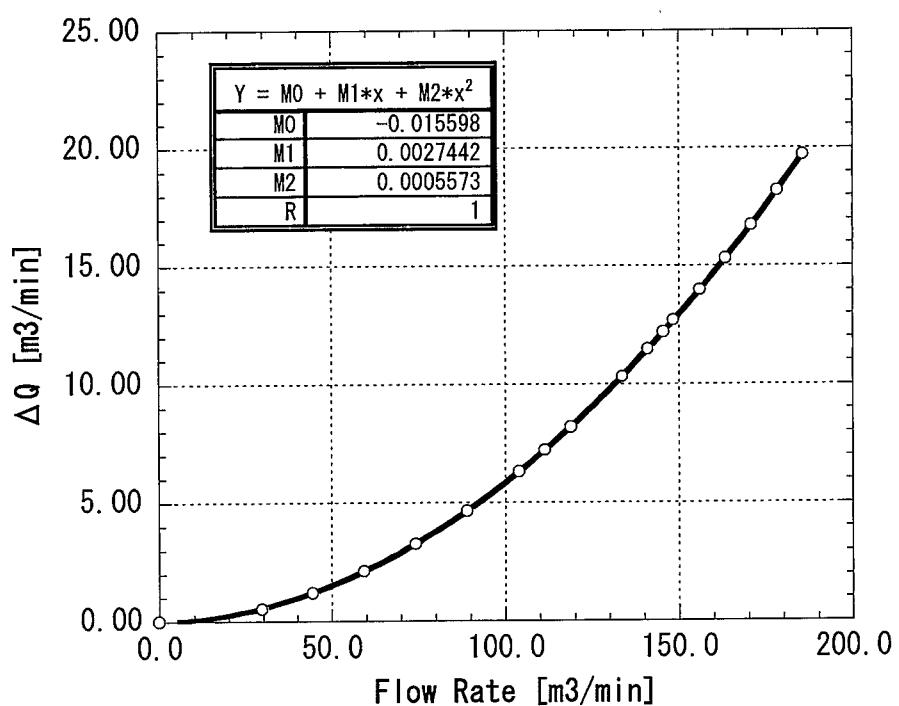
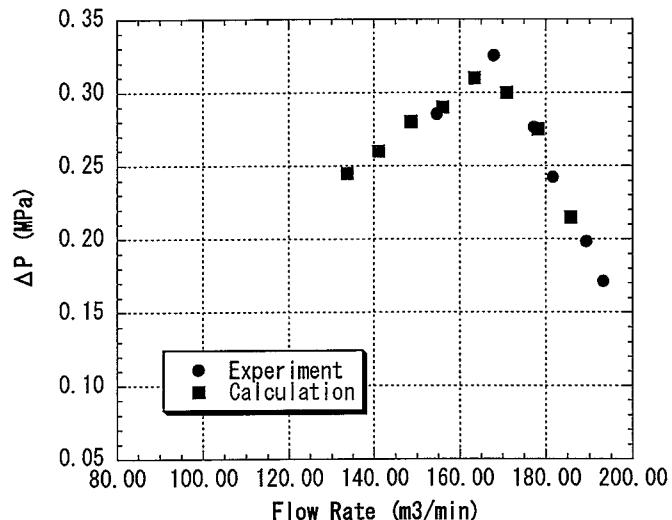
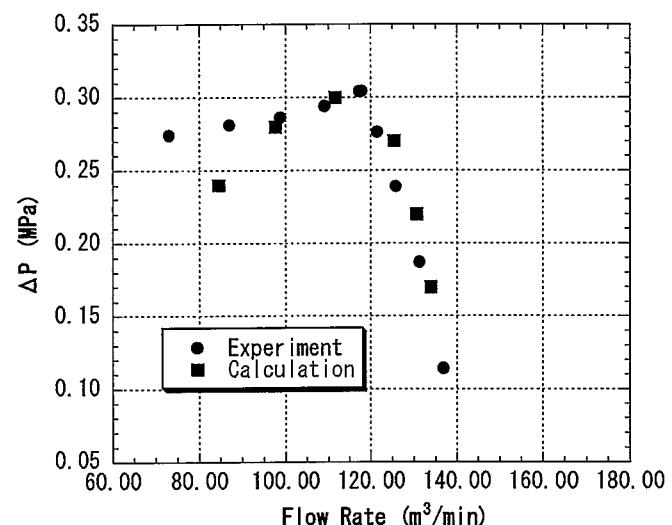


図4-10 流量校正曲線

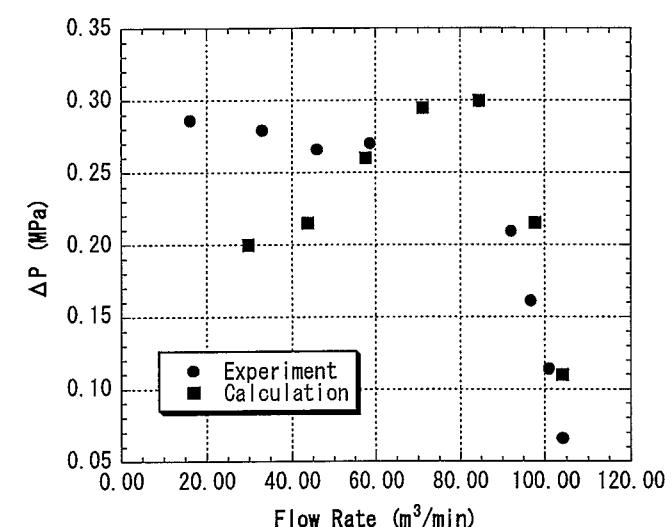
(実験で得られた流量に加えるべき流量; ΔQ)



(a) 周波数が20.5Hzの場合

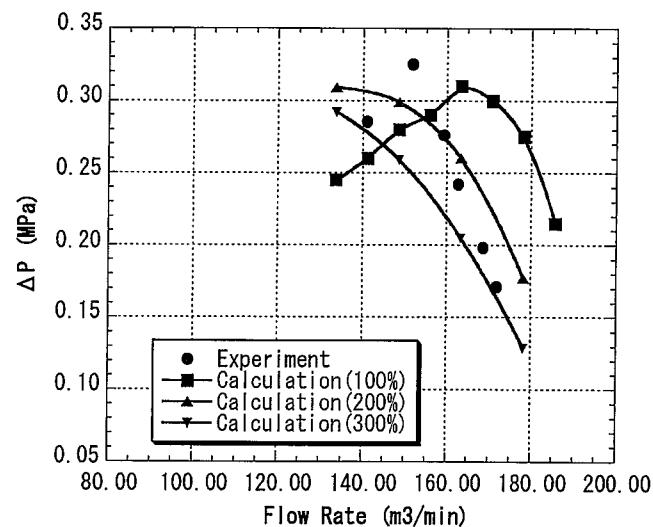


(b) 周波数が16.0Hzの場合

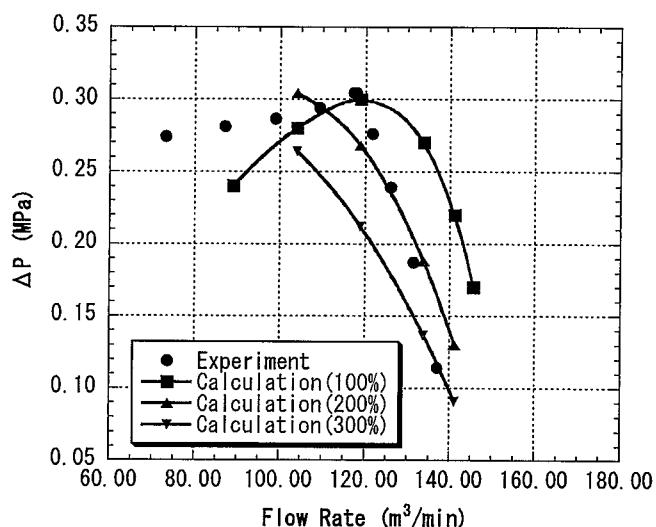


(c) 周波数が12.0Hzの場合

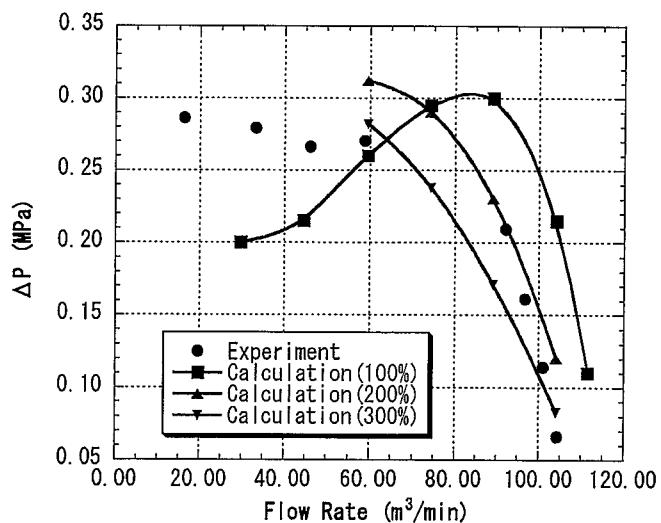
図4-11 各周波数における流量の補正結果



(a) 周波数が20.5Hzの場合



(b) 周波数が16.0Hzの場合



(c) 周波数が12.0Hzの場合

図4-12 ナトリウムの電気抵抗率を変化させた場合の流量と圧力損失の関係