

システム化規格の開発

第5報：裕度交換手法の開発

(その2：ベクトル法による品質保証指数の設定)

(研 究 報 告)

2003年3月

核燃料サイクル開発機構

大洗工学センター

本資料の全部または一部を複写・複製・転載する場合は、下記にお問い合わせください。

〒319-1184 茨城県那珂郡東海村村松4番地49

核燃料サイクル開発機構

技術展開部 技術協力課

電話：029-282-1122（代表）

ファックス：029-282-7980

電子メール：jserv@jnc.go.jp

Inquiries about copyright and reproduction should be addressed to:

Technical Cooperation Section,

Technology Management Division,

Japan Nuclear Cycle Development Institute

4-49 Muramatsu, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki 319-1184, Japan

© 核燃料サイクル開発機構

(Japan Nuclear Cycle Development Institute)

2003

システム化規格の開発

第5報：裕度交換手法の開発 (その2：ベクトル法による品質保証指数の設定) (研究報告)

浅山 泰¹

要 旨

高速増殖炉(FBR)の実用化に資することを目的として、著者らは、構造健全性に関する新しい規格体系であるシステム化規格の開発を実施している。

システム化規格では、技術項目間で余裕を交換し(裕度交換)、全体として合理的な裕度を実現することが大きな特徴の一つである。具体的には、複数の技術項目の組合せに対する信頼度(破損確率)を評価し、これが目標値を満たすかどうかを判定することにより裕度交換の可否を判断する方法が考えられる。しかしながら、設計作業で破損確率を直接扱うと、作業工程が複雑になる可能性もあるので、簡易法の開発が望ましい。

著者らは、このために既報において設計係数法等を提案してきたが、本報では、新たに、「ベクトル法」を開発したので報告する。本報で得られた知見は以下のとおり。

- 1) ベクトル法は、予め代表的な条件について、 n 次元空間において等破損確率曲面を求めておき、次にこの曲面を平面に写像し、平面上のベクトル計算により裕度交換評価を行うものである。作業は容易で、十分な精度を確保できる。
- 2) ベクトル法は、「品質保証指数法」に確率論的な解釈を与えるものであると考えることもできる。
- 3) 等破損確率曲面を求めるための手法として、モンテカルロ法などの数値計算によらない、代数的な手法を検討した。この手法は、適用可能な条件下では、数値計算に比べて極めて効率的に破損確率を評価することができる。
- 4) ベクトル法を用いた場合の裕度交換の概略手順を示した。本手法は、システム化規格全体の完成を待たずとも、供用期間中検査計画(ISI)の合理的作成などに資することが期待される。

¹ 大洗工学センター 要素技術開発部 構造信頼性研究グループ

Development of the System Based Code

Vol.5: Method of Margin Exchange Part 2

- Determination of Quality Assurance Index based on a "Vector Method" -
(Research Report)

Tai Asayama²

Abstract

For the commercialization of fast breeder reactors, "System Based Code", a completely new scheme of a code on structural integrity, is being developed. One of the distinguished features of the System Based Code is that it is able to determine a reasonable total margin on a structural system, by allowing the exchanges of margins between various technical items. Detailed estimation of failure probability of a given combination of technical items and its comparison with a target value is one way to achieve this. However, simpler and easier methods that allow margin exchange without detailed calculation of failure probability are desirable in design.

The authors have developed a simplified method such as a "design factor method" from this viewpoint. This report describes a "Vector Method", which has been newly developed. Following points are reported:

- 1) The Vector Method allows margin exchange evaluation on an "equi-quality assurance plane" using vector calculation. Evaluation is easy and sufficient accuracy is achieved. The equi-quality assurance plane is obtained by a projection of an "equi-failure probability surface in a n-dimensional space, which is calculated beforehand for typical combinations of design variables.
- 2) The Vector Method is considered to give the "Quality Assurance Index Method" a probabilistic interpretation.
- 3) An algebraic method was proposed for the calculation of failure probabilities, which is necessary to obtain a equi-failure probability surface. This method calculates failure probabilities without using numerical methods such as Monte Carlo simulation or numerical integration. Under limited conditions, this method is quite effective compared to numerical methods.
- 4) An illustration of the procedure of margin exchange evaluation is given. It may be possible to use this method to optimize ISI plans; even it is not fully implemented in the System Based Code.

² Structural Mechanics Research Group, Advanced Technology Division, Oari Engineering Center

目 次

1 . 緒言	1
2 . ベクトル法による品質保証指数の設定	2
2 . 1 背景	2
2 . 2 ベクトル法の方法論	4
2 . 2 . 1 方法論検討の方針	4
2 . 2 . 2 具体的手法	4
2 . 2 . 3 例題による検討	7
2 . 3 ベクトル法による裕度交換評価の手順	16
2 . 4 ベクトル法による裕度交換評価のイメージ	17
3 . 今後の課題	32
4 . 結言	33
参考文献	34
付録		
A1 : 破損確率の代数的な求め方	付-A1 (1)
A2 : 等破損確率曲面および品質保証平面の計算	付-A2 (1)

表リスト

表 2-1	影響係数および総合品質保証指数	19
表 2-2(1)	裕度交換テーブルの例（詳細法）	20
表 2-2(2)	裕度交換テーブルの例（簡易法）	21

図リスト

図 2-1	破損確率評価におけるフィッシュボーン線図	22
図 2-2	物理空間 X から品質保証空間 Q への写像	23
図 2-3	例題のフィッシュボーン線図	24
図 2-4	等破損確率曲面 (物理量)	25
図 2-5	等破損確率曲面 (近似式)	25
図 2-6	主変数と品質保証指数の関係	26
図 2-7	等品質保証指数平面	28
図 2-8	副変数と品質保証指数の関係	29
図 2-9	累積破損確率と影響係数ベクトルの成分の関係	30
図 2-10	累積破損確率と総合品質保証指数の関係	30
図 2-11	複数の破損確率に対応する品質保証平面のイメージ	31

1. 緒言

高速増殖炉（FBR）の実用化のためには、その信頼性・安全性をさらに向上させると同時に、経済性を将来の軽水炉をも凌駕するレベルまで高める必要がある。このために、著者らは、構造健全性に関する新しい規格体系であるシステム化規格の開発を実施している。システム化規格とは、規格基準に含まれる幾つかの技術項目の間で余裕を相互交換可能にすることにより、余裕の重複を避け、過剰な余裕を適正な水準に合理的に設定することを目標とする、柔軟な規格基準体系である[1-9]。

新たな概念である「裕度交換」は、エキスパートパネルなどにより判断する方法および定量評価に基づく方法等が考えられる。本報では後者を扱う。このような手法としては、同一の機器に対する複数の設計例について破損確率の評価値が同等となる場合に裕度交換が成立していると考えられる方法がある。この場合、破損確率の計算方法と計算された破損確率に基づき裕度交換の可否を判定する方法を整備する必要がある。

このような方法は、対象機器で想定されるすべての破損モードについて整備する必要があるが、ほとんどの場合代表的なモードは、疲労/クリープ疲労破損であり、き裂の発生と進展による破損を評価することになる。この場合は、確率論的破壊力学を用いてモンテカルロ法などで破損確率を求める方法が有力である。

しかしながら、システム化規格の実用性を高めるためには、設計作業において、モンテカルロ法による計算を、裕度交換の候補となるさまざまな設計例のすべてに対して繰返し要求することは得策でなく、何らかの簡易法を用意して、裕度交換可否の判断作業の見通しを良くすること、また、作業の負担を軽減することが望まれる。

そこで、このような要求を踏まえて、本報では、破損確率評価をベースとする手法であってかつモンテカルロ法の繰返しなどよりも簡易で容易に使用できる方法として、「ベクトル法」を提案した。「ベクトル法」は朝田ら[1-2]により提案されている品質保証指数に確率論的な解釈を与えるものとも考えられる。本報は、「ベクトル法」のあらたな概念を紹介するものであり、実用までにはさらに詳細を詰めるための検討が必要であるが、本手法は、システム化規格全体の完成を待たずとも利用することが可能であり、供用期間中検査（ISI）計画の合理的策定などに応用されることが期待される。

2 . ベクトル法による品質保証指数の設定

2 . 1 背景

システム化規格のあらたな概念である裕度交換を、定量的評価により実現しようとする場合には、破損確率を利用することが有力な手法をして考えられる。この場合、破損確率の計算手法そのものおよびその結果を用いた規格としてのし上げの両者が必要になる。後者は、破損確率の計算値に対してポスト処理を行い、細かな数値を相手に格闘せずに済むよう、規格を「ユーザーフレンドリー」な形に仕上げるために必要である。

(1) 破損確率の計算法

破損確率の計算法に関しては、以下の方法がすでに提案されている[3]。

- モンテカルロ法
- 信頼性指標法 (1 次近似 2 次モーメント法)

いずれも長所・短所を有する。簡単にまとめると、モンテカルロ法は汎用性が高くほとんどの計算要求に対応できるという長所を持つ反面、ある程度の計算負荷を覚悟しなければならないとともに、結果に対する見通しがあまりよくないという短所をもつ。一方、信頼性指標法は、一旦定式化を行うと、計算負荷なしに見通しよく結果が得られるという長所を持つ反面、相対的に汎用性が小さく、疲労/クリープ疲労で重要な因子となると思われる ISI の効果を反映しにくいという短所がある。

そこで、両者の効果を合わせた手法、すなわち、ISI の効果を評価に反映可能な簡易法の開発が望まれる。本報では、この趣旨で、試検討を行った (2 . 2 参照)。

(2) ポスト処理の方法

破損確率の計算値に対してポスト処理を行う方法としては、以下の方法がすでに提案されている[7]。

- 設計係数法

設計係数法は、モンテカルロ法などの計算を予め行っておき、この結果をもちいて、目標信頼度に対応する複数の技術的選択肢の組合せのそれぞれに対して、設計係数 (例えば、疲労であれば、疲労寿命に対する「安全率」) を与えるものである。設計係数をテーブルの形で与えるので、従来の基準と同じ感覚で設計作業を行うことができるという長所をもつ。反面、技術的選択肢に対するフレキシビリティや裕度交換の可否に対する見通しの提供という点はあまり意識されていない。

現段階では、裕度交換の手法としてなるべく多様な可能性を考慮しておくことがのぞましい。そこで、本報では、裕度交換に対する見通しの良い簡易法を開発すること

を趣旨として、あらたに「ベクトル法」の提案をおこなった（2.2参照）。

2.2 ベクトル法の方法論

2.2.1 方法論検討の方針

裕度交換のベースとなるべき簡易信頼度評価法に求められる要件は、以下の通りと考えることができる。

- 1) 必要十分な精度が得られること。
- 2) 複数のケースに関する裕度交換が容易に行えること。
- 3) 裕度交換の可否を、見通し良く判断できること。

著者らは、これらの要件を満たす方法論として、「ベクトル法」を開発することにした。その詳細を以下に示す。

2.2.2 具体的手法

(1) 等破損確率曲面

機器の破損確率 P_f が、設計上の変数 x_1, x_2, \dots, x_n の関数 G によって決まるとすると、 P_f は、式(2-1)によって表すことができる。

$$P_f = G(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (2-1)$$

さらに、主変数 x_1, x_2, \dots, x_n がそれぞれ、副変数 x_{11}, x_{12}, \dots によって決まるとすると、式(2-1)は式(2-2)のように表すことができる。

$$P_f = G\left(x_1(x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1m_1}), x_2(x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2m_2}), \dots, x_n(x_{n1}, x_{n2}, \dots, x_{nm_n})\right) \quad (2-2)$$

この様子を「フィッシュボーン線図」に表すと、図 2-1 のようになる。

式(2-1)で、 P_f を定数と考えて、

$$G(x_1, x_2, \dots, x_n, P_f) = 0 \quad (2-3)$$

と変形すると、式(2-3)は、 n 次元空間（以後この空間を空間 X という）における等破損確率曲面 G をあらわしている。曲面上の一つ一つの点が、 n 個の設計変数のある組合せに対応する。この曲面上の点は、相互に裕度交換可能な設計の集合を表している。例えば、点 $(x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_n)$ と、点 $(x_1, x_2', x_3', x_4, \dots, x_n)$ が同じ曲面上の 2 点とすると、2 番目の変数と 3 番目の変数の間で「裕度交換」が成立していることになる。

一般に、式(2-3)は非線形であり、破損確率に対する各変数の寄与の割合などは明らかではなく、式(2-3)を直接用いて裕度交換作業を行うことは容易でないと思われる。

(2) 等破損確率平面

式(2-3)が非線形の場合は、これを直接用いて裕度交換作業を行うことは一般には容易でないと思われるが、線形であれば、この欠点はなくなって、容易に裕度交換作業を行

うことができる。そこで、空間 X を線形化された空間 X' に写すような写像 g を考える。

$$g: X \rightarrow X' \tag{2-4}$$

設計変数は、次のように変換される。

$$x'_i = x_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (i = 1, 2, \dots, n) \tag{2-4'}$$

g は、以下の条件を満たすものとする。

- 1) 1 対 1 である。
- 2) 連続である。
- 3) $\dim(X) = \dim(X')$
- 4) $\frac{\partial P_f}{\partial x_i} \geq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n) \tag{2-4''}$

写像 g により、曲面 G は平面 H にうつされる。この場合、式(2-1)および式(2-2)に対応する式は、式(2-5)のようにあらわすことができる。

$$H = (\mathbf{A}|\mathbf{X}) = (a_1, a_2, \dots, a_n) \begin{pmatrix} x'_1 \\ x'_2 \\ \mathbf{M} \\ x'_n \end{pmatrix} = (a_1, a_2, \dots, a_n) \begin{pmatrix} (\mathbf{A}_1|\mathbf{X}_1) \\ (\mathbf{A}_2|\mathbf{X}_2) \\ \cdot \\ (\mathbf{A}_n|\mathbf{X}_n) \end{pmatrix} \tag{2-5}$$

ただし、

$$x'_i = (\mathbf{A}_i|\mathbf{X}_i) = (a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{im(i)}, a_{im(i)+1}) \begin{pmatrix} x'_{i1} \\ x'_{i2} \\ \mathbf{M} \\ x'_{im(i)} \\ 1 \end{pmatrix} \tag{2-6}$$

式(2-3)は式(2-7)に写される。

$$H = (\mathbf{A}|\mathbf{X}) \tag{2-7}$$

(3) 品質保証平面

(2) で等破損確率平面を求めたので、裕度交換作業はかなり容易になったが、変数 x'_i は物理量を基本としているので、大きな値や小さな値が現れ、扱いが不便である。そこで、(2) で求めた等破損確率平面と、システム化規格の裕度交換手法として朝田[2]らにより提案されている品質保証指数の関係を考える。

品質保証指数は、式(2-8)で定義される。

$$F = C(1)Q(I, J_1) + C(2)Q(I, J_2) + L + C(K)Q(I, J_K) \tag{2-8}$$

ただし、

$Q(I, J_i)$: I 番目の部分基準における i 番目の選択枝に対応する品質保証指数

$C(I)$: I 番目の部分基準の影響係数

F : 総合品質保証指数

である。

式(2-8)は、ベクトルを用いて、式(2-9)の形で書くことができる。

$$F = (C|Q) \tag{2-9}$$

ただし、

Q : 品質保証指数ベクトル

C : 影響係数ベクトル

である。当面、部分基準の数を意識せず、選択すべき選択枝だけ意識することになると、 Q 、 C は、式(2-10)のように表される。 e_1 、 $e_2 \cdots e_n$ は、材料、設計、製作 \cdots などの「分野」において選択すべき選択枝の信頼度を表すための基底（正規直交基底）である。 n は選択すべき選択枝の数である。なお、式(2-10)では、式(2-9)の変数の表示を若干変更した。

$$C = c_1 e_1 + c_2 e_2 + \cdots + c_n e_n = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \cdot \\ 0 \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \cdot \\ 0 \end{pmatrix} + \cdots + c_n \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c \\ \cdot \\ c_n \end{pmatrix} \tag{2-10}$$

$$Q = q_1 e_1 + q_2 e_2 + \cdots + q_n e_n = q_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \cdot \\ 0 \end{pmatrix} + q_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \cdot \\ 0 \end{pmatrix} + \cdots + q_n \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \cdot \\ q_n \end{pmatrix}$$

式(2-9)は、 n 次元空間の平面 F を表す。影響係数ベクトル C は、平面 F の法線ベクトルである。総合品質保証指数 F は、平面 F と原点の距離に対応する。

式(2-5)と式(2-9)および式(2-10)を見比べると、非常によく対応していることが分かる。そこで、空間 X' から、平面 F のある空間（以後この空間を空間 Q という）への写像 h を考える。

$$h: X' \rightarrow Q \tag{2-11}$$

$$q_i = q_i(x_i) \quad (i = 1, 2, \Lambda, n) \tag{2-11'}$$

写像 h は線形写像であり、空間 X' の設計変数 x_i は、空間 Q の品質保証指数 q_i に写される。 q_i は、 x_i が定義域を動くときに、 $0 \leq q_i \leq q_{max}$ となるように定められる。 q_{max} は、例えば、5 などの値をとる。

写像 h により、等破損確率平面 H は、「等品質保証水準平面」 F に写される。平面 F は式(2-12)で表される。

$$F = (\mathbf{C}|\mathbf{Q}) = (c_1, c_2, \dots, c_n) \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_n \end{pmatrix} = (c_1, c_2, \dots, c_n) \begin{pmatrix} (\mathbf{C}_1|\mathbf{Q}_1) \\ (\mathbf{C}_2|\mathbf{Q}_2) \\ \vdots \\ (\mathbf{C}_n|\mathbf{Q}_n) \end{pmatrix} \quad (2-12)$$

ただし、

$$q_i = (\mathbf{C}_i|\mathbf{Q}_i) = (c_{i1}, c_{i2}, \dots, c_{im(i)}, c_{im(i)+1}) \begin{pmatrix} q_{i1} \\ q_{i2} \\ \vdots \\ M \\ q_{im(i)} \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2-13)$$

F の最大値は、次のようになる。

$$F_{\max} = \sqrt{nq_{\max}^2} = \sqrt{n}q_{\max}$$

等破損確率空間 X から、等品質保証水準空間 Q への写像 f は、写像 g と h の合成写像であり、式(2-14)であらわされる。

$$f = h \circ g : X \rightarrow Q \quad (2-14)$$

$$q_i = q_i(x'_i) = q_i(x_i(x_1, x_2, \dots, x_n)) \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (2-14')$$

写像 f の概念を図 2-2 に示す。

2.2.3 例題による検討

本項では、簡単な例題を設定し、2.2.2 で提案した方法論を具体的に検討した。

(1) 例題の設定

構造物の溶接部に存在する初期欠陥が疲労により進展し破損にいたる場合を考えた。主設計変数としては、き裂進展速度、供用期間中検査 (ISI) の精度、ISI の間隔の 3 者とした。ここで、き裂進展速度は、材料特性としてのき裂進展速度ではなく、評価対象の構造物中のき裂進展速度であり、荷重レベルと材料特性の両者の関数と考える。そこで、き裂進展速度に対し、副設計変数として、荷重レベルおよび材料特性を設定した。

本例題では、2.2.2 で考えた n 次元空間の代わりに 3 次元空間を考えることになる。また、図 2-1 のフィッシュボーン線図に対応する線図は図 2-3 のようになる。

また、本例題では、 $n=1000$ cycle における累積破損確率に着目して評価を進めるものとする。

< 例題の条件 >

主設計変数： き裂進展速度、供用期間中検査（ISI）の精度、ISIの間隔

副設計変数： 荷重、材料強度（き裂進展速度を決める）

対象機器： 配管等の溶接部

寸法形状： 板厚 12.7mm

破損モード： 疲労（疲労き裂進展）

破損の定義： 板厚の(3/4)t

初期欠陥： 最大 9.5mm（2次式で表される分布）

(2) 破損確率計算の流れ

破損確率を評価すべき構造物中のき裂進展速度を式(2-15)で与える。

$$\frac{da}{dn} = g(a) = ca^m \quad (2-15)$$

このとき、 n サイクルにおけるき裂深さ $a(n)$ は、 $n=0$ で $a=a_0$ の条件で式(2-15)を積分して、式(2-16)で表される。

$$a(n) = \left\{ a_0^{1-m} + c(1-m)n \right\}^{\frac{1}{1-m}} \quad (2-16)$$

初期欠陥分布は、式(2-17)で与える。

$$f(a_0) = \frac{3(a_{0\max} - a_0)^2}{a_{0\max}^3} \quad (2-17)$$

n サイクルにおける累積破損確率 $P_f(n)$ は、初期き裂の全数のうち、 n サイクルにおいてき裂深さが限界き裂深さを超えているものの割合であるから、式(2-18)により求める。

$$\begin{aligned} P_f(n) &= - \int_{a_{0n}}^{a_{0\max}} f(a_0) da_0 \\ &= - \int_{a_{0n}}^{a_{0\max}} \frac{3(a_{0\max} - a_0)^2}{a_{0\max}^3} da_0 \\ &= \frac{(a_{0\max} - a_{0n})^3}{a_{0\max}^3} \\ &= \frac{1}{a_{0\max}^3} \left[a_{0\max} - \left\{ a_{cr}^{1-m} - c(1-m)n \right\}^{\frac{1}{1-m}} \right] \end{aligned} \quad (2-18)$$

n サイクルにおける破損確率 $p_f(n)$ は、式(2-18)を微分して、

$$\begin{aligned}
 p_f(n) &= \frac{dP(n)}{dn} \\
 &= \frac{3c(m-1)}{a_{0\max}^3} \left[a_{0\max} - \left\{ a_{cr}^{1-m} - c(1-m)n \right\}^{\frac{1}{1-m}} \right]^2 \\
 &\quad \times \left[\frac{1}{m-1} \left\{ a_{cr}^{1-m} - c(1-m)n \right\}^{\frac{m}{1-m}} \right]
 \end{aligned} \tag{2-19}$$

ISI を行う場合には、 n サイクルにおける累積破損確率 $P_{fISI}(n)$ は、式(2-20)で表される。ただし、簡単のため、き裂検出確率(POD)は、き裂寸法によらずに一定であるとした。

$$P_{fISI}(n) = \sum_{l=1}^p (1-POD)^l (P_f(ln_0) - P_f((l-1)n_0)) + (1-POD)^p (P(ln_0 + q) - P(ln_0)) \tag{2-20}$$

n サイクルにおける破損確率 $p_{fISI}(n)$ は、式(2-21)で表される。

$$p_{fISI}(n) = (1-POD)^{Int\left[\frac{n}{n_0}\right]} \tag{2-21}$$

式(2-20)は、

$$\begin{aligned}
 P_{fISI}(n) &= \sum_{l=1}^p (1-POD)^l (P_f(ln_0) - P_f((l-1)n_0)) + (1-POD)^p (P(ln_0 + q) - P(ln_0)) \\
 &= h(a_{0\max}, a_{cr}, c, m, POD, n_0, n)
 \end{aligned} \tag{2-22}$$

と表される。累積破損確率 $P_{fISI}(n)$ は、最大初期欠陥寸法 ($a_{0\max}$)、限界き裂寸法 (a_{cr})、材料特性 (m, c)、き裂検出確率 (POD)、ISI 頻度 (n_0)、サイクル数の関数となる。

(3) ISI の効果を考慮した累積破損確率を代数的に求める方法

ISI の効果を考慮した累積破損確率を表す式(2-22)は複雑な形となるので、モンテカルロ法などの数値計算によって求めることになる。しかしながら、より簡便で見通しの良い方法があればメリットが大きい。そこで、サンプリングや数値計算によらず、簡単に累積破損確率を求めることができる「代数的手法」について検討を行った。

その結果、式(2-15)における材料定数 m を 0.5 と固定した場合には、(2-17)式は、代数的に解くことができ、その結果は式(2-23)となることがわかった。

$$\begin{aligned}
 P_{fISI}(n) &= \sum_{l=1}^p (1-POD)^l (P_f(ln_0) - P_f((l-1)n_0)) + (1-POD)^p (P(ln_0 + q) - P(ln_0)) \\
 &= A_1 \left\{ \sum_{s=0}^5 b_s \sum_{l=1}^p l^s (1-POD)^l + \sum_{s=1}^6 c_s q^s (1-POD)^p \right\}
 \end{aligned} \tag{2-23}$$

ただし、

$$\begin{aligned} A_1 &= A_1(a_{0\max}) \\ b_s &= b_s(a_{0\max}, a_{cr}, c, m, n_0) \\ c_s &= c_s(a_{0\max}, a_{cr}, c, m, n_0, n) \\ n &= ln_0 + p \end{aligned}$$

式(2-23)は、書き下すと相当複雑な形をしているが、EXCELなどを使えば、一瞬で計算できる。式(2-23)の具体的な形と、導出の詳細は、付録 A1 参照。

(3) 空間 X における等破損確率曲面

本例題では、(1) で定めた設計変数を以下の範囲で変化させ、式(2-23)を用いて等破損確率曲面を求めた。

- 1) き裂進展速度： $c=0.0005 \sim 0.01$ (実機構造物の形状、荷重レベル、材料特性を念頭において定めた)
- 2) き裂検出確率： $POD=0.1 \sim 0.9$ (なるべく広い範囲の値を考慮することにした)
- 3) ISI 頻度：2 サイクル～1000 サイクル (なるべく広い範囲の値を考慮することにした)

ここでは、 $n=1000$ サイクルの場合に注目し、 $P_{fISI}(1000)=1 \times 10^{-3}$ 、 1×10^{-4} 、 1×10^{-5} 、 1×10^{-6} 、 1×10^{-7} の 5 レベルの累積破損確率を設定し、それぞれを実現する変数の組合せを求めた。例として $P_{fISI}(1000)=1 \times 10^{-3}$ の場合の等破損確率曲面を図 2-4 に示す。

本例題では、この等破損確率曲面 (以降、X と呼ぶ) は、式(2-24)で近似することができる。

$$x_3 = a_1(P_f) x_1^{a_2(P_f)} x_2^{b_1(P_f)x^2 + b_2(P_f)x + b_3(P_f)} \quad (2-24)$$

ただし、

$$\begin{aligned} x_1 &= 1/c \\ x_2 &= 1/n_0 \\ x_3 &= POD \end{aligned}$$

式(2-24)は、式(2-4)に対応する式である。近似の具体的結果については、付録 A2 参照。かなり精度よく近似できているが、これは式(2-23)が、基本的に各変数の累乗の積の和の形で表されていることによるとと思われる。このことから、等破損確率曲面を式(2-24)の形で精度良く近似できるという結果は、本例題だけでなく、少なくとも、き裂進展速度、ISI 精度、ISI 間隔を主変数とする場合には一般性をもつ結果であると予想することができる。

(4) 空間 X における等破損確率曲面

次に、曲面 X を品質保証平面に写像することを試みる。式(2-24)の両辺の対数を取ると、式(2-25)が得られる。

$$\log x_3 = a_2 \log x_1 + (b_1 x^2 + b_2 x + b_3) \log x_2 + \log a_1 \quad (2-25)$$

$P_{\text{ISI}}(1000)=1 \times 10^{-3}$ の場合のこの等確率曲面を図 2-5 に示す。ここで、 b_2 、 b_3 は b_1 に比べて無視できるほど小さいから (付録 A2 参照)、式(2-25)は、式(2-26)のように表すことができる。

$$\log x_3 = a_2 \log x_1 + b_3 \log x_2 + \log a_1 \quad (2-26)$$

式(2-26)は $\log x_i$ に関する平面である。

定数を式(2-26)において、定数を累積破損確率の関数と考え、この場合、式(2-24)に対応して(2-26')のように表すことができる。

$$\log x_3 = (a_{21} P_f + a_{22}) \log x_1 + (b_{31} \log P_f + b_{32}) \log x_2 + a_{11} \log P_f + a_{12} \quad (2-26')$$

これで、次の段階である品質保証平面への写像の準備ができた。

この場合、写像 g (式(2-4)) は、式(2-27)で表される。

$$x_i \rightarrow \log x_i \quad (i = 1, 2, 3) \quad (2-27)$$

(5) 空間 Q における品質保証平面

図 2-5 の平面を、品質保証平面に写像するため、各設計変数に対して、線形の変数変換を行う。品質保証指数の設定方法は特に定まっていないが、本報では、0~5 点の範囲で点が高いほど高品質となるように設定するものとした。ISI 間隔、き裂進展速度については、最低点が 1 点となるようにした。これにもとづき、写像 h (式(2-11)) に対応する以下の変数変換を行った。

$$q_1 = 1 + 4 \times \frac{\log \frac{1}{c} - \log \left(\frac{c_0}{c} \right)_{\min}}{\log \left(\frac{c_0}{c} \right)_{\max} - \log \left(\frac{c_0}{c} \right)_{\min}}$$

$$q_2 = 1 + 4 \times \frac{\log \frac{POD}{POD_0} - \log \left(\frac{POD}{POD_0} \right)_{\min}}{\log \left(\frac{POD}{POD_0} \right)_{\max} - \log \left(\frac{POD}{POD_0} \right)_{\min}}$$

$$q_3 = 5 \times \frac{\log \frac{1}{n_0} - \log \left(\frac{1}{n_0} \right)_{\min}}{\log \left(\frac{1}{n_0} \right)_{\max} - \log \left(\frac{1}{n_0} \right)_{\min}} \quad (2-27)$$

式(2-27)では、物理量を無次元化した表示としており、添え字 0 は標準値を表しているが、主設計変数の検討においては、標準値として最小値を取っている。式(2-27)を図 2-6 に示す。

このようにして定めた品質保証平面を $P_{fSI}(1000)=1 \times 10^{-3}$ および 1×10^{-5} の場合について 図 2-7 に示す。

式(2-27)が式(2-14)の写像を与える関数であり、この関数が条件(2-4'')を満たしていることは明らかである。

(6) 副変数 (荷重レベル、材料特性) の考慮

主変数であるき裂進展速度の係数 c が荷重レベルと材料特性の関数であると考える。例えば、その関数形が、式(2-32)で与えられると仮定する。

$$c = \left(\frac{S}{S_0} \right)^{b_s} \left(\frac{c_m}{c_{m0}} \right) c_0 \quad (2-32)$$

ただし、

S : 荷重レベル (例えば S_n などの値)、添え字 0 は標準値を表す

c_m : 材料定数、添え字 0 は標準値を表す

c_0 : S 、 c_m が最大値を取るときの c の値、ここでは $c_0=0.0025$ とした。

b_s : 定数

このとき、

$$\log \left(\frac{c_0}{c} \right) = b_s \log \left(\frac{S_0}{S} \right) + \log \left(\frac{c_{m0}}{c_m} \right)$$

ここで、 q_{ij} について、 $0 \leq q_{ij} \leq 5$ として式(2-27)と同様の変数変換を行う。

$$q_{11} = \frac{\log\left(\frac{S_0}{S}\right) - \log\left(\frac{S_0}{S}\right)_{\min}}{\Delta \log\left(\frac{S_0}{S}\right)} \times 5$$

$$q_{12} = \frac{\log\left(\frac{c_{m0}}{c_m}\right) - \log\left(\frac{c_{m0}}{c_m}\right)_{\min}}{\Delta \log\left(\frac{c_{m0}}{c_m}\right)} \times 5$$

(2-34)

式(2-34)を式(2-27)に代入して、

$$q_1 = c_{11}q_{11} + c_{12}q_{12} + c_{13}$$

(2-35)

を得る。ただし、

$$c_{11} = b_s \frac{4}{5} \frac{\Delta \log\left(\frac{S_0}{S}\right)}{\Delta \log\left(\frac{1}{c}\right)}$$

$$c_{12} = \frac{4}{5} \frac{\Delta \log\left(\frac{c_{m0}}{c_m}\right)}{\Delta \log\left(\frac{1}{c}\right)}$$

$$c_{13} = \frac{4b_s \log\left(\frac{S_0}{S}\right)_{\min} + 4 \log\left(\frac{c_{m0}}{c_m}\right)_{\min} + 4 \log c_0 - 4 \log\left(\frac{1}{c}\right)_{\min} + \Delta \log\left(\frac{1}{c}\right)}{\Delta \log\left(\frac{1}{c}\right)}$$

式(2-34)を図 2-8 に示す。

ここで、荷重レベルとして、たとえば、標準値の 0.5 倍～5 倍、材料定数として標準値の 1/10 倍から 10 倍の範囲を考える。さらに、例えば、 $b_s=1.5$ とすると、以下のように係数の値を定めることができる。

$$c_{11}=1.289$$

$$c_{12}=1.230$$

$$c_{13}=-3.447$$

上の値は試算値であるが、実施には、データやプラントの設計条件を参照して、正確な値を決めることができる。

(7) 影響係数ベクトルおよび総合品質保証指数の決定

次に、以上の結果に基づき、品質保証ベクトル C を求める。品質保証ベクトルは、品質保証平面を、

$$\begin{aligned}\alpha q_1 + \beta q_2 + \gamma q_3 &= \delta \\ \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 &= 1\end{aligned}\tag{2-28}$$

の形で表した場合、

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}\tag{2-29}$$

により、定めることができる。

このようにして定めた影響係数を、表 2-1 および図 2-9 に示す。この例では、影響係数ベクトルは、累積破損確率の値によって変化するが、その変化幅は大きくないことが分かる。

総合品質保証指数 F は、式(2-28)を用いて、式(2-30)により定めることができる。

$$F = \delta\tag{2-30}$$

また、本例では、総合品質保証指数 F と累積破損確率 P_{fSI} の関係は、式(2-31)で近似できる。 F は、累積破損確率の対数に比例する傾向があることが分かる。

$$\begin{aligned}P_{fSI} &= \exp\left(\frac{F - b}{a}\right) \\ F &= a \log P_{fSI} + b \\ a &= -0.244985 \\ b &= 3.16481\end{aligned}\tag{2-31}$$

なお、 F の最大値は、

$$F_{\max} = 5\sqrt{3} = 8.66$$

である（この場合、裕度交換の余地はない）。

このようにして定めた総合品質保証指数 F を図 2-10 に示す。

なお、このようにして定めた影響係数ベクトルと総合品質保証指数を用いた裕度交換は、目標信頼度（目標破損確率）を一桁刻み以上で設定する場合には、十分な精度を有する（詳細は付録 A2 参照）。

さらに、複数の品質保証平面の概念図を図 2-11 に示す。目標信頼度の高い領域および低い領域では裕度交換の可能性はあまり小さくなく、中間程度の目標信頼度で、裕度交換の可能性が最も大きくなることが分かる。

(8) まとめ

以上の結果により、式(2-12)および式(2-13)に、次のように具体的に係数をあてはめることができるようになった。式(2-36)を用いることにより、裕度交換評価作業を行うことができる。

$$F = (\mathbf{C}|\mathbf{Q}) = (0.451, 0.464, 0.760) \begin{pmatrix} q_1(q_{11}, q_{12}) \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix} \quad (2-36)$$

ただし、

$$q_1(q_{11}, q_{12}) = (\mathbf{C}_1|\mathbf{Q}_1) = (1.289, 1.230, 1.000) \begin{pmatrix} q_{11} \\ q_{12} \\ -3.447 \end{pmatrix}$$

2.3 ベクトル法による裕度交換評価の手順

(1) 裕度交換の手順

前節で提案した「ベクトル法」裕度交換評価を行う手順は以下のとおりである。

- 1) 主設計変数(x_1, x_2, \dots, x_n)および副設計変数を定め、 $P_f = G(x_1(x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1m}), x_2, \dots, x_n)$ と定式化する。主要な設計変数はなるべく少なくするほうが良い。
- 2) $P_f = G(x_1, x_2, \dots, x_n)$ を用いて、数値計算法あるいは簡易法などで等破損確率曲面 G を求める。条件が許せば、簡易法を用いたほうが効率的である。
- 3) 適切な写像を定め、 $f: G \rightarrow H$ により、 G を線形化し、等破損確率曲面 H を求める。曲面 G が主変数の累乗の積で近似できれば、対数を取るにより簡単に H が求まる。
- 4) H の法線ベクトルに基づき影響係数ベクトルを定める。原点から H までの距離に基づき総合品質保証指数を求める。
- 5) 4)の結果を見やすいテーブル(裕度交換テーブル)にしておく。
- 6) 5)の「裕度交換テーブル」を用いて、目標とする破損確率に対応する F を与えるような、 $q_i (i=1, 2, \dots, n)$ の組合せを見出す。これを満たす組合せが複数ある場合には、裕度交換が成立している。設計者はそれらの組合せの中から、コストなどの条件を勘案して、最適なものを選ぶ。

(2) 裕度交換テーブルの例

「裕度交換テーブル」のイメージを表 2-2 に示す。以下の2つの案を示した。

- 1) 簡便さを優先させ、主設計変数のみを記載した案(表 2-2(1))
- 2) 詳細評価を行うために、主設計変数に加えて副設計変数も記載した案(表 2-2(2))

この裕度交換テーブルを用いれば簡単に裕度交換評価を行うことができる。

2.4 ベクトル法による裕度交換評価のイメージ

前節で作成した裕度交換テーブルを用いた裕度交換評価のイメージを以下に示す。
以下では詳細評価用のテーブルを用いる。

(1) 荷重レベルおよび材料特性が予め決まっており、ISI 計画を最適化する場合

例えば、対象機器の目標信頼度を破損確率で表示したときに $P_f=1 \times 10^{-4}$ であったとする。このとき、表の「目標値」の欄から、総合品質保証指数を 5.4 以上にする必要があることを読み取る。

荷重レベル、材料特性が標準的であり、それぞれ「3点」であったとすると、評価式(2)により、「荷重・材料」に対する品質保証指数 q_1 が次のように求まる。

$$\begin{aligned} q_1 &= c_{11}q_{11} + c_{12}q_{12} + c_{13} \\ &= 1.289 \times 3 + 1.23 \times 3 - 3.447 \\ &= 4.11 \end{aligned}$$

これを評価式(1)に代入して、 $c_2q_2 + c_3q_3$ を求めると、

$$\begin{aligned} c_2q_2 + c_3q_3 &= F - c_1q_1 \\ &= 5.4 - 0.451 \times 4.11 \\ &= 3.55 \end{aligned}$$

よって、 $c_2q_2 + c_3q_3 = 3.55$ となるように、ISI 精度と頻度を決めればよい。つまり、 $c_2=0.464$ 、 $c_3=0.760$ であるから、 $q_2 = -1.64q_3 + 7.65$ となる。この関係を満たす q_2 と q_3 の組合せは、以下があり得る。

- | | |
|-------------------|---------------------------|
| 1) $q_2=1, q_3=4$ | POD=0.1、ISI 間隔=5 サイクルごと |
| 2) $q_2=3, q_3=3$ | POD=0.3、ISI 間隔=20 サイクルごと |
| 3) $q_2=4, q_3=2$ | POD=0.5、ISI 間隔=300 サイクルごと |

設計者は、接近性、検査性、稼働率要求等を考慮して、上記 1)~3)のうちから最適なものを選べばよい。

(2) ISI 計画が予め決まっており、荷重レベルおよび材料特性を最適化する場合

この場合も、(1)と同じ方法で裕度交換評価を行うことができる。目標信頼度を定めた上で、ISI 精度と ISI 頻度から q_1 、 q_2 を決定し、評価式(1)により、 q_1 に対する

要求値を求める。この要求値を実現するような、荷重レベル、材料特性を q_{11} 、 q_{12} を用いて決定する。

(3) すべての因子の最適な組合せを求める場合

目標信頼度を定めた上で、すべての因子（荷重レベル、材料特性、ISI 精度、ISI 頻度）の組合せを考慮して、（コストなどの因子により）最適な組合せを選択することももちろん可能である。

表 2-1 影響係数および総合品質保証指数

目標累積破損確率 (n=1000)	影響係数			総合品質保証指数
	荷重/材料(c1)	ISI(精度)(c2)	ISI(頻度)(c3)	F
1.0E-03	0.488	0.393	0.779	4.833
1.0E-04	0.455	0.446	0.771	5.485
1.0E-05	0.440	0.457	0.773	5.959
1.0E-06	0.447	0.468	0.762	6.507
1.0E-07	0.425	0.555	0.715	7.143
平均	0.451	0.464	0.760	

表 2-2(1) 裕度交換テーブルの例 (詳細法)

評価式: $F=c_1*Q_1+c_2*Q_2+c_3*Q_3 \dots(1)$ $Q_1=c_{11}*q_{11}+c_{12}*q_{12}+c_{13} \dots(2)$ ($c_{13}=-3.447$)								
		目標破損確率 P_f			総合品質保証指数F			
目標値		1×10^{-3}			4.9			
		1×10^{-4}			5.4			
		1×10^{-5}			6.0			
		1×10^{-6}			6.6			
		1×10^{-7}			7.1			
主部分基準(i)	技術項目	主影響係数			副影響係数 (c_{ij})	選択肢	点数(q)	
		簡易値	詳細値					
		影響係数(c)	目標破損確率	影響係数(c)				
荷重・材料(1)	荷重(11)	$c_1=0.451$	1×10^{-3}	0.488	$c_{11}=1.289$	標準値(注1)×0.2	q_{11}	5
			1×10^{-4}	0.455		標準値×0.4		4
			1×10^{-5}	0.440		標準値×0.7		3
			1×10^{-6}	0.447		標準値×1.5		2
			1×10^{-7}	0.425		標準値×2.5		1
	材料(12)	$c_1=0.451$	1×10^{-3}	0.488	$c_{12}=1.230$	標準値(注2)×0.2	q_{12}	5
			1×10^{-4}	0.455		標準値×0.25		4
			1×10^{-5}	0.440		標準値×0.6		3
			1×10^{-6}	0.447		標準値×1.5		2
			1×10^{-7}	0.425		標準値×4		1
検査 (ISI)	ISI精度(2)	$c_2=0.464$	1×10^{-3}	0.393	-	POD=0.9(注3)	q_2	5
			1×10^{-4}	0.446		0.5		4
			1×10^{-5}	0.457		0.3		3
			1×10^{-6}	0.468		0.2		2
			1×10^{-7}	0.555		0.1		1
	ISI頻度(3)	$c_3=0.760$	1×10^{-3}	0.779	-	2サイクルごと	q_3	5
			1×10^{-4}	0.771		5サイクルごと		4
			1×10^{-5}	0.773		20サイクルごと		3
			1×10^{-6}	0.762		80サイクルごと		2
			1×10^{-7}	0.715		300サイクルごと		1
<small>(注1) 別途定める標準的な荷重レベルに対する倍率。 (注2) 別途定める標準的な材料のき裂進展速度に対する倍率。 (注3) き裂深さによらない平均的な値。</small>								

表 2-2(2) 裕度交換テーブルの例 (簡易法)

評価式: $F=c_1*Q_1+c_2*Q_2+c_3*Q_3 \dots (1)$						
		目標破損確率 P_f		総合品質保証指数 F		
目標値		1×10^{-3}		4.9		
		1×10^{-4}		5.4		
		1×10^{-5}		6.0		
		1×10^{-6}		6.6		
		1×10^{-7}		7.1		
部分基準	主影響係数			選択肢	点数(q_i)	
	簡易値	詳細値				
	影響係数(c)	目標破損確率	影響係数(c)			
荷重・材料		$c_1=0.451$	1×10^{-3}	0.488	標準値(注1)	5
			1×10^{-4}	0.455	標準値 × 2	4
			1×10^{-5}	0.440	標準値 × 4	3
			1×10^{-6}	0.447	標準値 × 10	2
			1×10^{-7}	0.425	標準値 × 20	1
検査 (ISI)	ISI精度	$c_2=0.464$	1×10^{-3}	0.393	POD=0.9(注2)	5
			1×10^{-4}	0.446	0.5	4
			1×10^{-5}	0.457	0.3	3
			1×10^{-6}	0.468	0.2	2
			1×10^{-7}	0.555	0.1	1
	ISI頻度	$c_3=0.76$	1×10^{-3}	0.779	2サイクルごと	5
			1×10^{-4}	0.771	5サイクルごと	4
			1×10^{-5}	0.773	20サイクルごと	3
			1×10^{-6}	0.762	80サイクルごと	2
			1×10^{-7}	0.715	300サイクルごと	1
(注1) 予め構造物のき裂進展解析を実施し、その結果求められたき裂進展速度の、別途与えられる標準的な値に対する倍率。 (注2) き裂深さによらない平均的な値。						

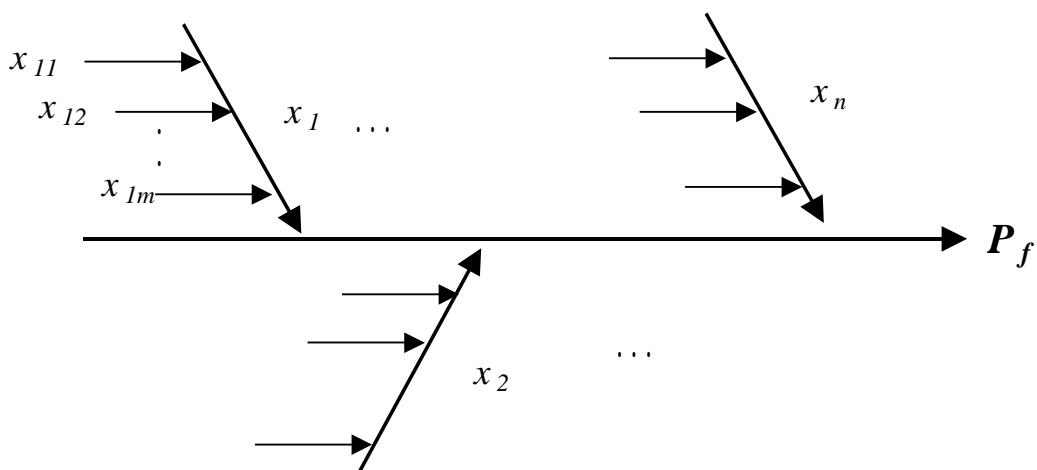


図 2-1 破損確率評価におけるフィッシュボーン線図

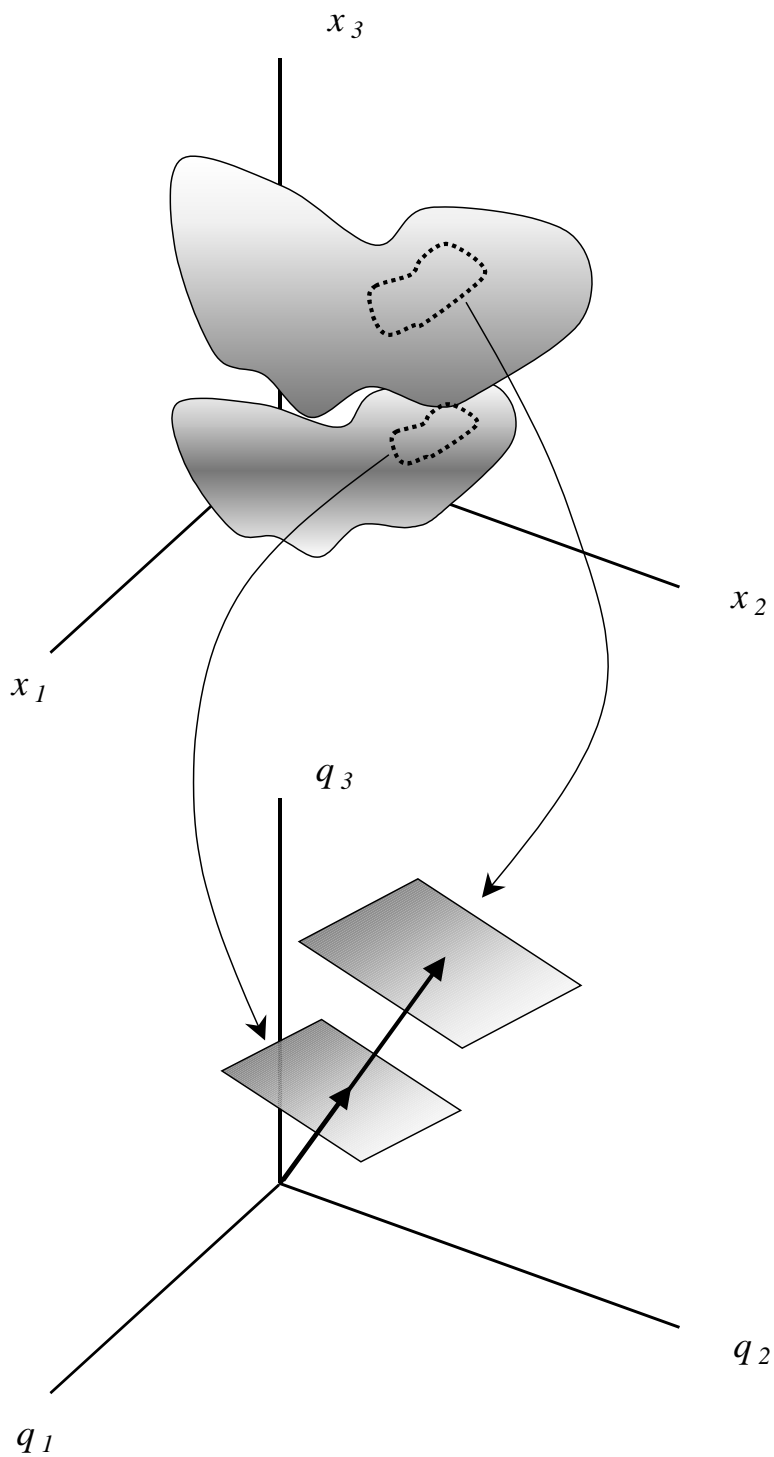


図 2-2 物理空間 X から品質保証空間 Q への写像

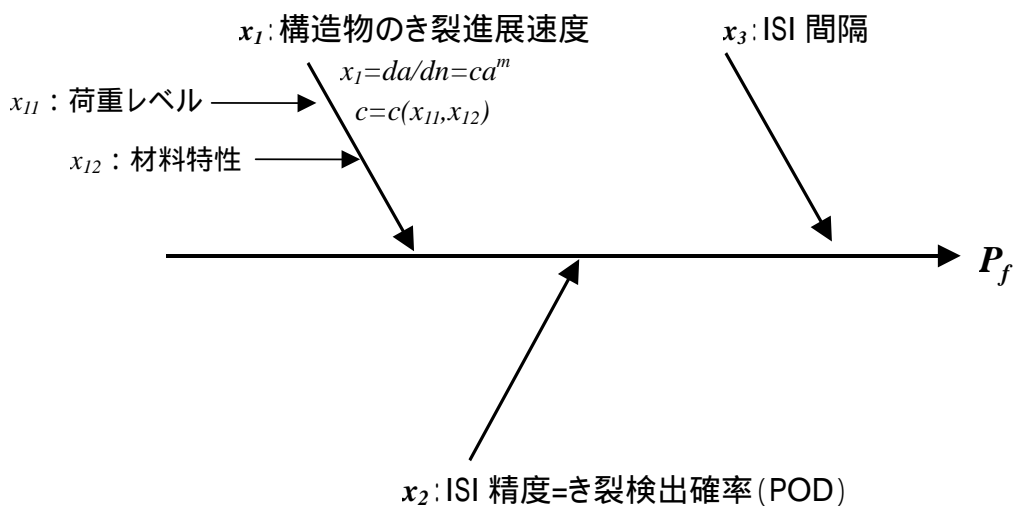
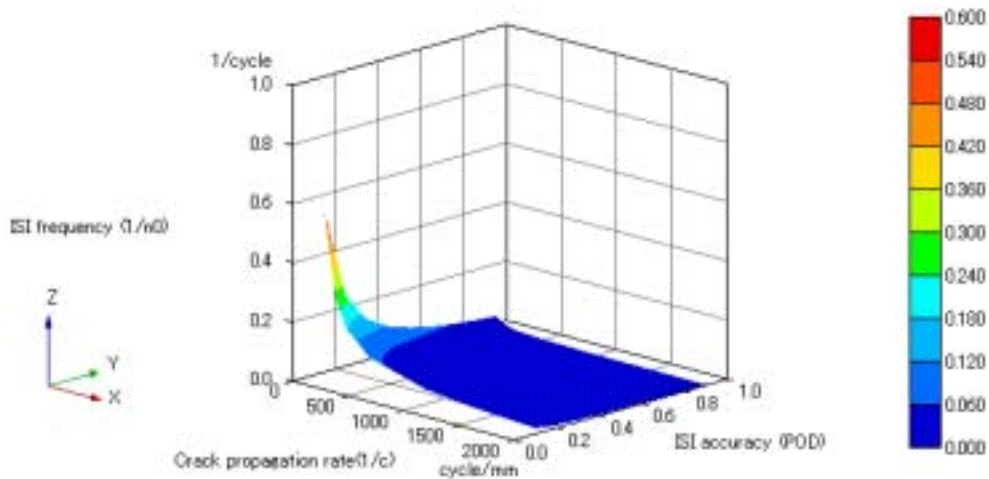


図 2-3 例題のフィッシュボーン線図



$$x_3 = a_1(P_f)x_1^{a_2(P_f)}x_2^{b_1(P_f)x^2+b_2(P_f)x+b_3(P_f)}$$

图 2-4 等破損確率曲面（物理量）

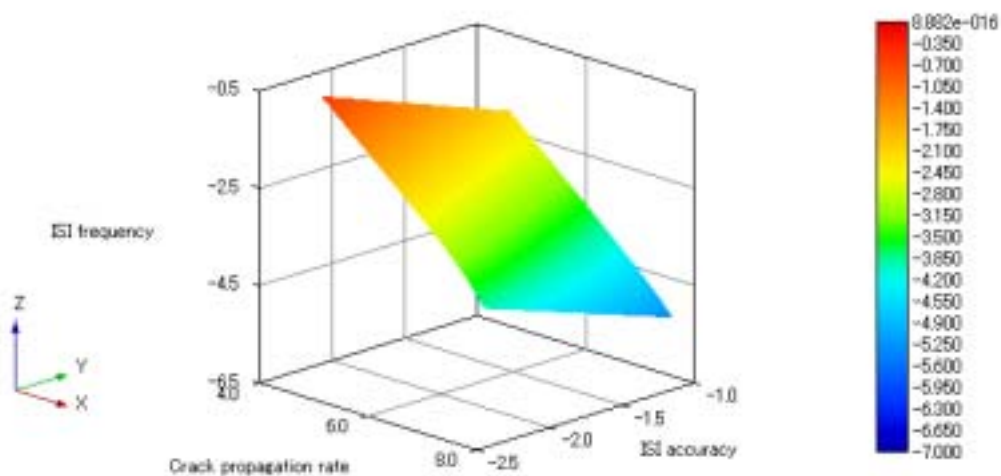


图 2-5 等破損確率曲面（近似式）

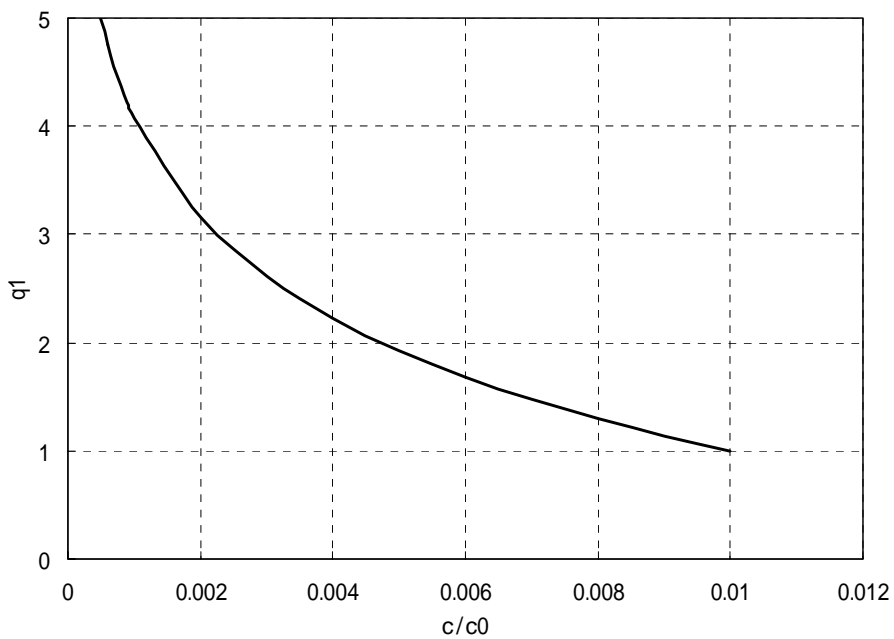


図 2-6(1) 主変数と品質保証指数の関係 ($c \sim q_1$)

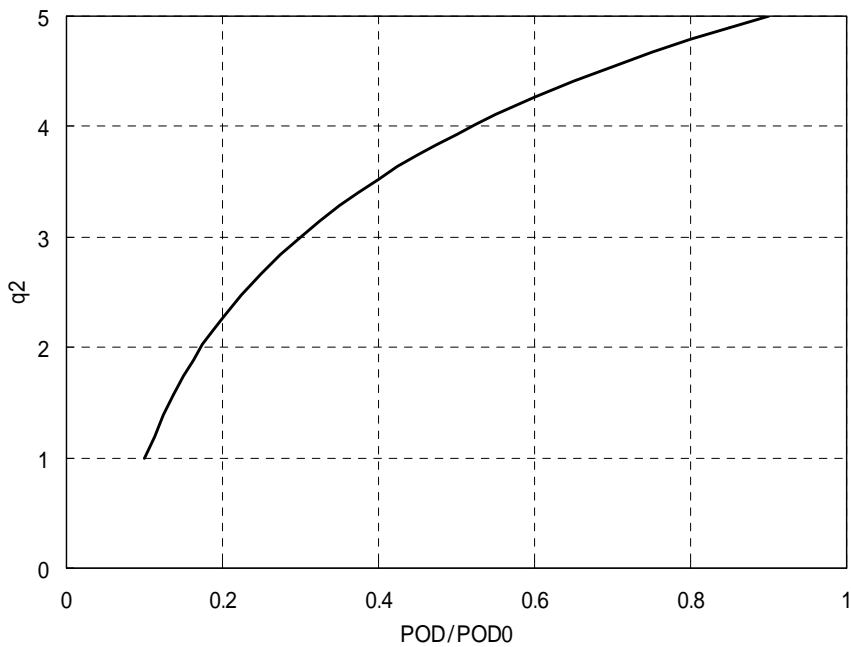


図 2-6(2) 主変数と品質保証指数の関係 ($POD \sim q_2$)

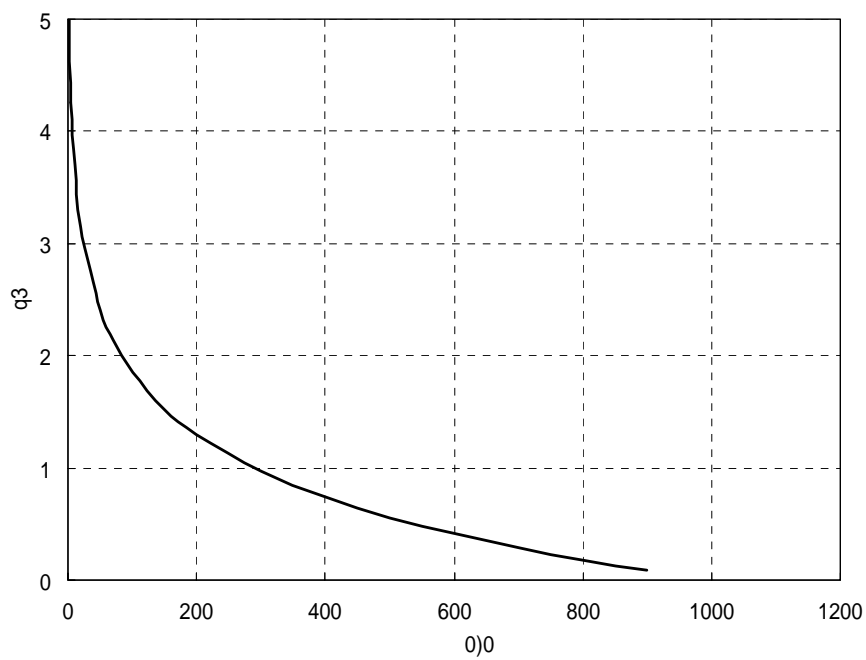


図 2-6(3) 主変数と品質保証指数の関係 (n₀ ~ q₃)

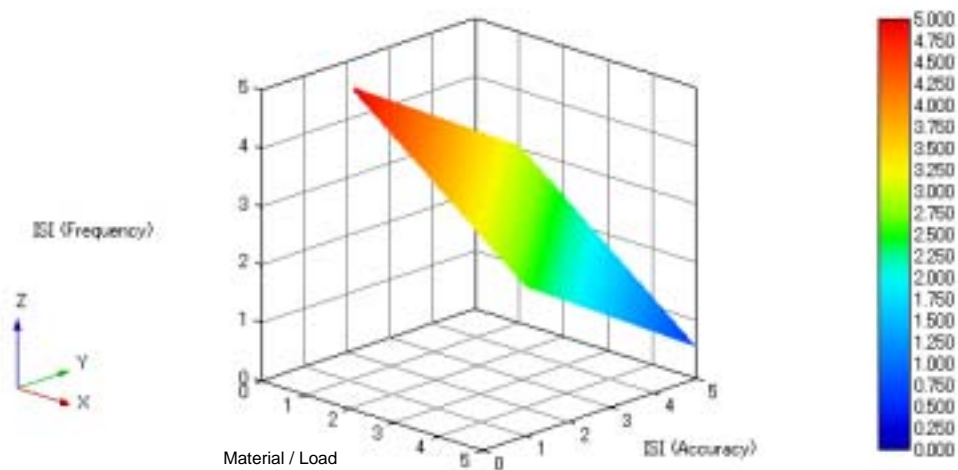


図 2-7(1) 等品質保証指数平面 ($P_f=1 \times 10^{-3}$ に対応)

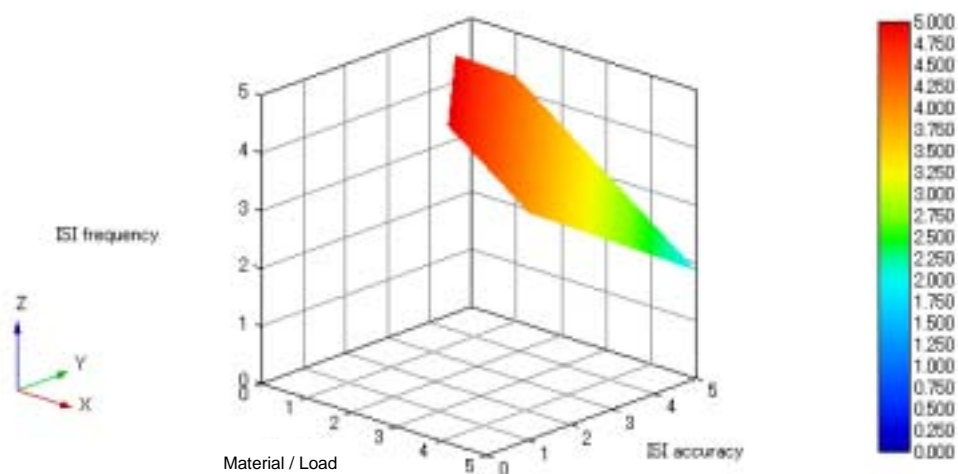


図 2-7(2) 等品質保証指数平面 ($P_f=1 \times 10^{-5}$ に対応)

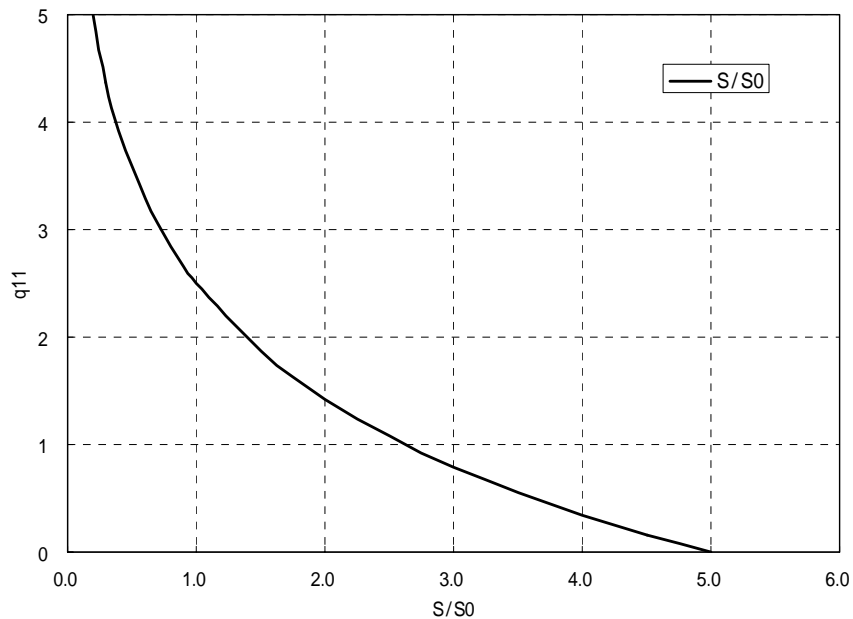


図 2-8(1) 副変数と品質保証指数の関係 ($S \sim q_{11}$)

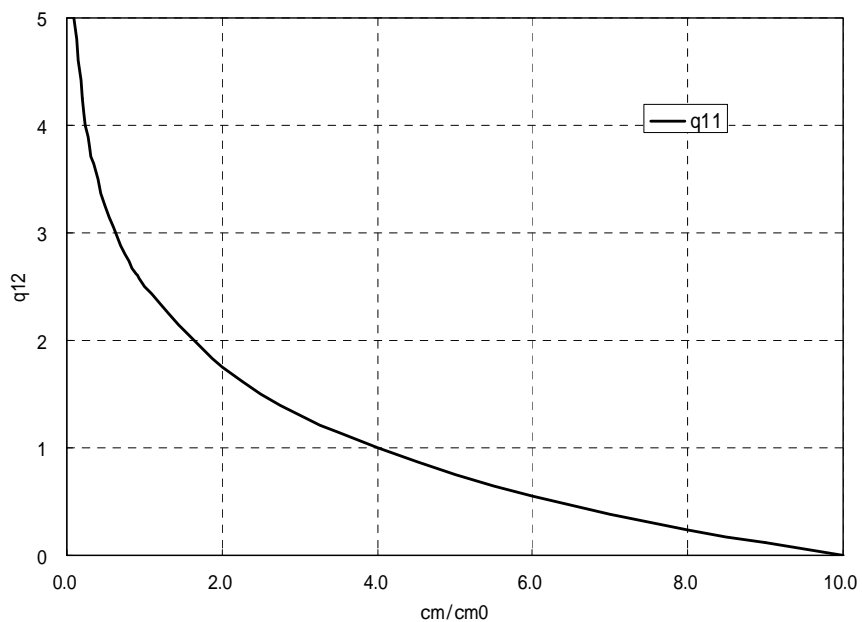


図 2-8(2) 副変数と品質保証指数の関係 ($c_m \sim q_{12}$)

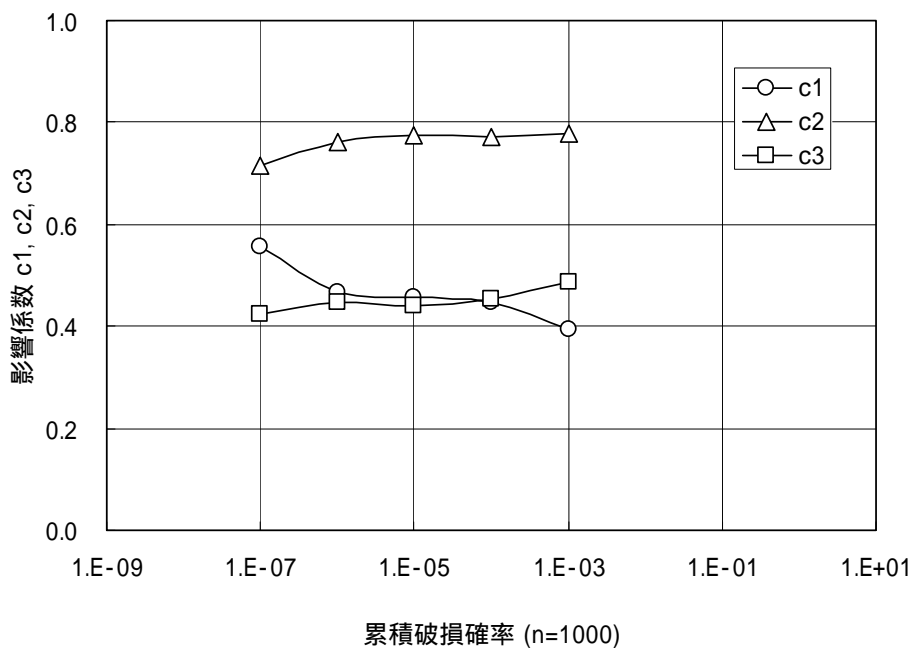


図 2-9 累積破損確率と影響係数ベクトルの成分の関係

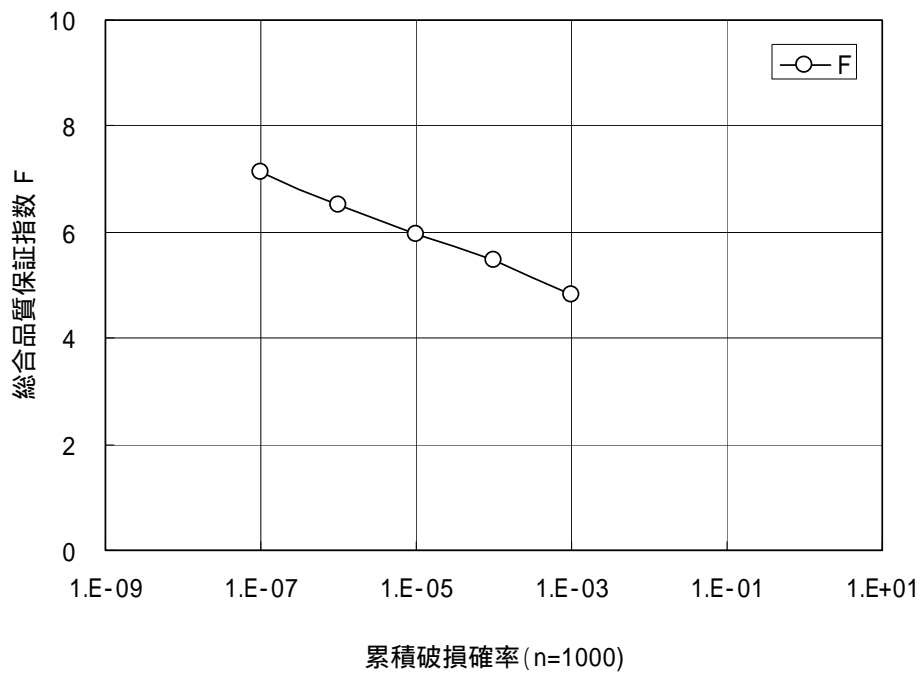


図 2-10 累積破損確率と総合品質保証指数の関係

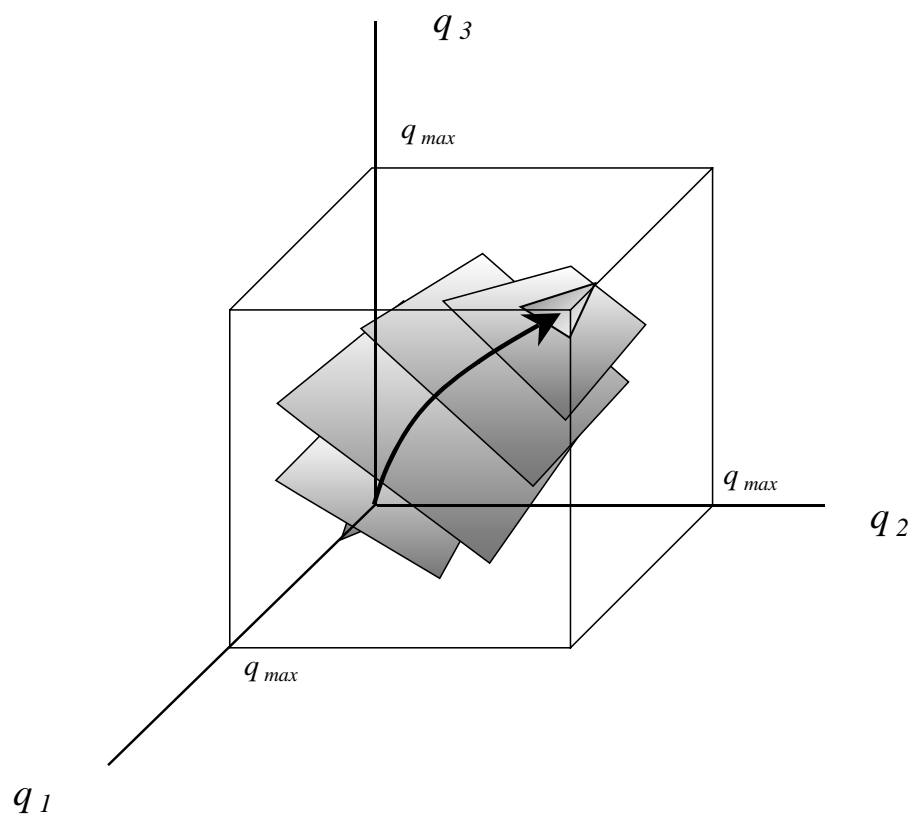


図 2-11 複数の破損確率に対応する品質保証平面のイメージ

3 . 今後の課題

ベクトル法に関する今後の課題は以下の通りである。

- 1) 本手法では、まず、 n 次元空間において等破損確率曲面を求めることが必要である。このため、破損確率の高速計算法が必要になる。本報で提案した「代数的手法」は極めて効率的であるが、現状では、モンテカルロ法などの方法に比べて、適用条件は限られる。代数的手法の拡張、モンテカルロ法の高速化、信頼性指標法の活用等が必要である。
- 2) 等破損確率曲面を平面に写像するうえで、本報の例題では、対数を取ることでより精度良く近似できた。この結果は、少なくともき裂進展速度、ISI精度、ISI頻度を主変数とする場合については、一般性を持つと考えることができるが、パラメータ解析などにより、一般性を検証することが必要である。
- 3) 本手法では、繰返しサイクルを特定して等破損確率曲面を求めた ($n=1000$ cycleに着目した)。一般に、等確率曲面は評価を行う繰返しサイクルに依存するため、この点についてもパラメータ解析等により検討することが必要である。
- 4) 本手法では、破損確率と総合品質保証指数の関係は、設計変数の定義域に依存する。プラントの設計における設計変数の使用範囲 (応力レベル、欠陥検出確率等) を調査の上、品質保証指数の設定に反映する必要がある。

4 . 結言

本報で得られた結論は以下の通りである。

- (ア) システム化規格における裕度交換の実現に資するために、新たな手法として「ベクトル法」を提案した。「ベクトル法」は、予め代表的な条件について、等破損確率曲面を求めておき、その後この曲面に対して線形化処理を施し、ベクトル計算により裕度交換評価を行うものである。裕度交換評価にあたって複雑な計算は不要であり、容易に裕度交換に基づく設計作業を行うことができる。
- (イ) ベクトル法は、「品質保証指数法」に確率論的な解釈を与えるものであると考えることもできる。
- (ウ) 等破損確率曲面は、設計変数としてき裂進展速度 (x_1)、ISI 頻度 (x_2)、ISI 精度 (x_3) を考えた場合は、基本的に次式の形で表されると予想できる。

$$x_3 = a_1(P_f) x_1^{a_2(P_f)} x_2^{a_3(P_f)}$$

- (エ) この場合、等品質保証平面は、(ウ)の両辺の対数を取ることで、容易に求めることができる。
- (オ) 目標信頼度 (目標破損確率) を一桁刻み以上で設定する場合には、ベクトル法を用いた裕度交換評価は、十分な精度を有する。
- (カ) 等破損確率曲面を求めるための手法として、モンテカルロ法などの数値計算によらない、簡便で見通しのよい代数的手法の可能性を検討した。条件を簡単化するなどの仮定を設ければ、代数的手法を用いることが可能である。この手法は、モンテカルロ法ほどの汎用性はないものの、一定の条件下では、極めて効率的に破損確率を評価することができる。
- (キ) ベクトル法を用いた場合の裕度交換の概略手順と実際の裕度交換作業のイメージを示した。本手法は、システム化規格全体の完成を待たずとも、システム化規格のパイプロダクトとして、供用期間中検査計画 (ISI) の合理的作成などに資することが期待される。

参考文献

- [1] Asada, Y., Tashimo, M. and Ueta, M., System Based Code -Principal Concept-, Proceedings of ICON10 (2002)
- [2] Asada, Y., Tashimo, M. and Ueta, M., System Based Code -Basic Structure-, Proceedings of ICON10 (2002)
- [3] Asayama, T., Morishita, M., Dozaki, K. and Higuchi, M., Development of the System Based Code for Fast Breeder Reactors and Light Water Reactors - Basic scheme -, ICON10
- [4] Asayama, T., Kawasaki, N., Morishita, M. and Dozaki, K., Development of the System Based Code for Fast Breeder Reactors - Probabilistic methods in creep-fatigue evaluation -, ICON10
- [5] Asayama, T., Morishita, M., Kawasaki, N. and Dozaki, K., Development of the System Based Code for Structural Integrity of FBRs, ASME PVP Vol.439 (2002) 265.
- [6] 浅山 泰、システム化規格 - 基本的な考え方 - (研究報告) 核燃料サイクル開発機構成果報告書 TN9400 2001-065 (2001)
- [7] 浅山 泰、加藤 猛彦、システム化規格の開発 - 第3報 裕度交換手法の開発(その1) - (研究報告) 核燃料サイクル開発機構報告書、JNC TN9400 2002-014 (2002)
- [8] 川崎 信史、浅山 泰、システム化規格の開発 - 確率論の考え方(その1): クリープ疲労強度の確率論による試評価 - (研究報告) 核燃料サイクル開発機構成果報告書 JNC TN9400 2001-090 (2001)
- [9] 川崎 信史、浅山 泰、システム化規格の開発(第4報) - 確率論を用いた強度計算を目的とする材料の統計的特性: 316FR母材材料強度 - (研究報告) 核燃料サイクル開発機構成果報告書、JNC TN9400 2002-017 (2002)

付 録

付録 A1：破損確率の代数的な求め方

A1-1 に方法論を、A1-2 に計算例を示す。

A1-1 方法論

1) 初期き裂分布

初期き裂分布として以下を仮定する。1 次式の場合 $k=1$ 、2 次式の場合 $k=2$ である。

$$f(a_0) = \frac{(k+1)(a_{0\max} - a_0)^k}{a_{0\max}^{k+1}} \quad (\text{A1-1})$$

ただし、 $a_{0\max}$ は初期欠陥の最大値である。

次に、き裂進展速度として式(A1-2)を仮定する。

$$\frac{da}{dn} = ca^m \quad (\text{A1-2})$$

ただし、 a はき裂長さ、 c 、 m は材料定数である。

長さ a_0 の初期欠陥の n サイクルにおけるき裂長さ $a(n)$ は、式(A1-2)を積分して、

$$a(n) = \left\{ a_0^{1-m} + c(1-m)n \right\}^{\frac{1}{1-m}} \quad (\text{A1-3})$$

で表される。

2) 破損確率 (初期欠陥分布が 1 次式の場合)

() ISI を行わない場合：

n サイクルにおける破損確率 $P(n)$ は、初期き裂分布のうち、 n サイクルで限界き裂長さ a_{cr} に達しているものの割合である。 n サイクルで限界き裂長さ a_{cr} に達するようなき裂の初期長さは、式(3)で $a(n)=a_{cr}$ とおいて a_0 について解けば求められる。これを a_{0n} とすると、

$$a_{0n} = \left\{ a_{cr}^{1-m} - c(1-m)n \right\}^{\frac{1}{1-m}}$$

$P(n)$ は、

$$\begin{aligned}
 P(n) &= \int_{a_{0n}}^{a_{0\max}} f(a_0) da_0 \\
 &= \frac{(a_{0\max} - a_{0n})^2}{a_{0\max}^2} \\
 &= \frac{1}{a_{0\max}^2} \left[a_{0\max} - \left\{ a_{cr}^{1-m} - c(1-m)n \right\}^{\frac{1}{1-m}} \right]^2
 \end{aligned} \tag{A1-4}$$

となる。n サイクルにおける破損確率は、式(A1-4)を微分して、

$$\begin{aligned}
 p(n) &= \frac{dP(n)}{dn} = \frac{2c(m-1)}{a_{0\max}^2} \left[a_{0\max} - \left\{ a_{cr}^{1-m} - c(1-m)n \right\}^{\frac{1}{1-m}} \right] \\
 &\quad \times \left[\frac{1}{m-1} \left\{ a_{cr}^{1-m} - c(1-m)n \right\}^{\frac{m}{1-m}} \right]
 \end{aligned} \tag{A1-5}$$

() ISI を行う場合：

簡単のため、m=0.5 と固定する。このとき、式(A1-4)は、n の多項式となる。

$$\begin{aligned}
 P(n) &= \frac{1}{a_{0\max}^2} \left\{ a_{0\max} - \left(a_{cr}^{1/2} - \frac{c}{2}n \right)^2 \right\}^2 \\
 &= A_1 (a_4 n^4 + a_3 n^3 + a_2 n^2 + a_1 n + a_0)
 \end{aligned} \tag{A1-6}$$

ただし、

$$\begin{aligned}
 a_4 &= \frac{c^4}{16} \\
 a_3 &= -\frac{a_{cr}^{1/2} c^3}{2} \\
 a_2 &= c^2 \left(a_{cr} - \frac{a_{0\max} - a_{cr}}{2} \right) \\
 a_1 &= 2a_{cr}^{1/2} c (a_{0\max} - a_{cr}) \\
 a_0 &= (a_{0\max} - a_{cr})^2 \\
 A_1 &= \frac{1}{a_{0\max}^2}
 \end{aligned}$$

ISI を行った場合の n サイクルにおける破損確率 $p_{ISI}(n)$ は、

$$p_{ISI}(n) = (1 - POD)^{Im \left[\frac{n}{n_0} \right]} \tag{A1-7}$$

$n = p n_0 + q$ ($0 \leq p$, $0 \leq q < p$) サイクルにおける累積破損確率は、

$$P_{fISI}(n) = \sum_{l=1}^p (1 - POD)^l (P_f(ln_0) - P_f((l-1)n_0)) + (1 - POD)^p (P(ln_0 + q) - P(ln_0)) \tag{A1-8}$$

第1項は、 $1 - POD = X$ として、

$$\begin{aligned} & \sum_{l=1}^p (1 - POD)^l (P_f(ln_0) - P_f((l-1)n_0)) \\ &= A_1 \left(b_3 \sum_{l=1}^p l^3 X^l + b_2 \sum_{l=1}^p l^2 X^l + b_1 \sum_{l=1}^p l X^l + b_0 \sum_{l=1}^p X^l \right) \\ &= A_1 \sum_{s=0}^3 b_s \sum_{l=1}^p l^s X^l \end{aligned} \tag{A1-9}$$

ただし、

$$\begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} {}_1C_1 & -{}_2C_2 & {}_3C_3 & -{}_4C_4 \\ & {}_2C_1 & -{}_3C_2 & {}_4C_3 \\ & & {}_3C_1 & -{}_4C_2 \\ & & & {}_4C_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n_0 \\ n_0^2 \\ n_0^3 \\ n_0^4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{pmatrix}$$

あるいは、

$$\begin{aligned} b_3 &= 4a_4 n_0^4 \\ b_2 &= -6a_4 n_0^4 + 3a_3 n_0^3 \\ b_1 &= 4a_4 n_0^4 - 3a_3 n_0^3 + 2a_2 n_0^2 \\ b_0 &= -a_4 n_0^4 + a_3 n_0^3 - a_2 n_0^2 + a_1 n_0 \end{aligned}$$

べき級数は、有限べき級数の公式によって求める。

第2項は、

$$\begin{aligned} & (1 - POD)^p (P(ln_0 + q) - P(ln_0)) \\ &= A_1 (1 - POD)^p (c_4 q^4 + c_3 q^3 + c_2 q^2 + c_1 q) \\ &= A_1 (1 - POD)^p \sum_{s=1}^4 c_s q^s \end{aligned} \tag{A1-10}$$

ただし、

$$\begin{pmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & (\ln_0)^{-1} & & \\ & & (\ln_0)^{-2} & \\ & & & (\ln_0)^{-3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} {}_1C_1 & {}_2C_1 & {}_3C_1 & {}_4C_1 \\ & {}_2C_2 & {}_3C_2 & {}_4C_2 \\ & & {}_3C_3 & {}_4C_3 \\ & & & {}_4C_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ \ln_0 \\ (\ln_0)^2 \\ (\ln_0)^3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} {}_1C_1 & {}_2C_1(\ln_0) & {}_3C_1(\ln_0)^2 & {}_4C_1(\ln_0)^3 \\ & {}_2C_2 & {}_3C_2(\ln_0) & {}_4C_2(\ln_0)^2 \\ & & {}_3C_3 & {}_4C_3(\ln_0) \\ & & & {}_4C_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{pmatrix}$$

あるいは、

$$\begin{aligned} c_4 &= a_4 \\ c_3 &= 4(\ln_0)a_4 + a_3 \\ c_2 &= 6(\ln_0)^2 a_4 + 3(\ln_0)a_3 + a_2 \\ c_1 &= 4(\ln_0)^3 a_4 + 3(\ln_0)^2 a_3 + 2(\ln_0)a_2 + a_1 \end{aligned}$$

したがって、

$$\begin{aligned} P_{fISI}(n) &= \sum_{l=1}^p (1-POD)^l (P_f(\ln_0) - P_f((l-1)n_0)) + (1-POD)^p (P(\ln_0 + q) - P(\ln_0)) \\ &= A_1 \left\{ \sum_{s=0}^3 b_s \sum_{l=1}^p l^s (1-POD)^l + (1-POD)^p \sum_{s=1}^4 c_s q^s \right\} \end{aligned}$$

(A1-11)

ただし、

$$\begin{aligned} A_1 &= A_1(a_{0\max}) \\ b_s &= b_s(a_{0\max}, a_{cr}, c, m, n_0) \\ c_s &= c_s(a_{0\max}, a_{cr}, c, m, n_0, n) \\ n &= \ln_0 + p \end{aligned}$$

3) 破損確率 (初期欠陥分布が2次式の場合)

() ISI を行わない場合 :

n サイクルにおける破損確率 P(n)は、初期き裂分布のうち、n サイクルで限界き裂長さ a_{cr} に達しているものの割合である。n サイクルで限界き裂長さ a_{cr} に達するようなき裂の初期長さは、式(3)で $a(n)=a_{cr}$ において a_0 について解けば求められる。これを a_{0n} とすると、

$$a_{0n} = \left\{ a_{cr}^{1-m} - c(1-m)n \right\}^{\frac{1}{1-m}} \quad (\text{A1-12})$$

P(n)は、

$$\begin{aligned} P(n) &= - \int_{a_{0n}}^{a_{0\max}} f(a_0) da_0 \\ &= - \int_{a_{0n}}^{a_{0\max}} \frac{3(a_{0\max} - a_0)^2}{a_{0\max}^3} da_0 \\ &= \frac{(a_{0\max} - a_{0n})^3}{a_{0\max}^3} \\ &= \frac{1}{a_{0\max}^3} \left[a_{0\max} - \left\{ a_{cr}^{1-m} - c(1-m)n \right\}^{\frac{1}{1-m}} \right]^3 \end{aligned} \quad (\text{A1-13})$$

となる。n サイクルにおける破損確率 p_f(n)は、式(A1-13)を微分して、

$$\begin{aligned} p(n) &= \frac{dP(n)}{dn} \\ &= \frac{3c(m-1)}{a_{0\max}^3} \left[a_{0\max} - \left\{ a_{cr}^{1-m} - c(1-m)n \right\}^{\frac{1}{1-m}} \right]^2 \\ &\quad \times \left[\frac{1}{1-m} \left\{ a_{cr}^{1-m} - c(1-m)n \right\}^{\frac{m}{1-m}} \right] \end{aligned} \quad (\text{A1-14})$$

() ISI を行う場合：

簡単のため、m=0.5 と固定する。このとき、式(A1-13)は、n の 6 次式となる。

$$\begin{aligned} P(n) &= \frac{1}{a_{0\max}^3} \left\{ a_{0\max} - \left(a_{cr}^{1/2} - \frac{c}{2}n \right)^2 \right\}^3 \\ &= A_1(a_6n^6 + a_5n^5 + a_4n^4 + a_3n^3 + a_2n^2 + a_1n + a_0) \end{aligned} \quad (\text{A1-15})$$

ただし、

$$\begin{aligned}
 a_6 &= -\frac{c^6}{64} \\
 a_5 &= \frac{3c^5 a_{cr}^{1/2}}{16} \\
 a_4 &= -\frac{3c^2}{4} \left(\frac{c^2(a_{cr} - a_{0\max})}{4} + c^2 a_{cr} \right) \\
 a_3 &= \frac{c^3 a_{cr}^{1/2}}{2} (5a_{cr} - 3a_{0\max}) \\
 a_2 &= 3(a_{0\max} - a_{cr}) \left(\frac{c^2(a_{cr} - a_{0\max})}{4} + c^2 a_{cr} \right) \\
 a_1 &= 3ca_{cr}^{1/2} (a_{0\max} - a_{cr})^2 \\
 a_0 &= (a_{0\max} - a_{cr})^3 \\
 A_1 &= \frac{1}{a_{0\max}^3}
 \end{aligned}$$

である。

ISI を行った場合の n サイクルにおける破損確率は、

$$p_{ISI}(n) = (1 - POD)^{Int\left[\frac{n}{n_0}\right]} \tag{A1-16}$$

$n = pn_0 + q$ ($0 \leq p, 0 \leq q < p$) サイクルにおける累積破損確率は、

$$P_{fISI}(n) = \sum_{l=1}^p (1 - POD)^l (P_f(ln_0) - P_f((l-1)n_0)) + (1 - POD)^p (P(ln_0 + q) - P(ln_0)) \tag{A1-17}$$

第 1 項は、 $1 - POD = X$ として、

$$\begin{aligned}
 &\sum_{l=1}^p (1 - POD)^l (P_f(ln_0) - P_f((l-1)n_0)) \\
 &= A_1 \left(b_5 \sum_{l=1}^p l^5 X^l + b_4 \sum_{l=1}^p l^4 X^l + b_3 \sum_{l=1}^p l^3 X^l + b_2 \sum_{l=1}^p l^2 X^l + b_1 \sum_{l=1}^p l X^l + b_0 \sum_{l=1}^p X^l \right) \\
 &= A_1 \sum_{s=0}^5 b_s \sum_{l=1}^p l^s X^l
 \end{aligned} \tag{A1-18}$$

ただし、

$$\begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ b_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} {}_1C_1 & -{}_2C_2 & {}_3C_3 & -{}_4C_4 & {}_5C_5 & -{}_6C_6 \\ & {}_2C_1 & -{}_3C_2 & {}_4C_3 & -{}_5C_4 & {}_6C_5 \\ & & {}_3C_1 & -{}_4C_2 & {}_5C_3 & -{}_6C_4 \\ & & & {}_4C_1 & -{}_5C_2 & {}_6C_3 \\ & & & & {}_5C_1 & -{}_6C_2 \\ & & & & & {}_6C_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n_0 \\ n_0^2 \\ n_0^3 \\ n_0^4 \\ n_0^5 \\ n_0^6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \end{pmatrix}$$

あるいは、

$$\begin{aligned} b_5 &= 6a_6n_0^6 \\ b_4 &= -15a_6n_0^6 + 5a_5n_0^5 \\ b_3 &= 20a_6n_0^6 - 10a_5n_0^5 + 4a_4n_0^4 \\ b_2 &= -15a_6n_0^6 + 10a_5n_0^5 - 6a_4n_0^4 + 3a_3n_0^3 \\ b_1 &= 6a_6n_0^6 - 5a_5n_0^5 + 4a_4n_0^4 - 3a_3n_0^3 + 2a_2n_0^2 \\ b_0 &= -a_6n_0^6 + a_5n_0^5 - a_4n_0^4 + a_3n_0^3 - a_2n_0^2 + a_1n_0 \end{aligned}$$

べき級数は、有限べき級数の公式によって求める。

第2項は、

$$\begin{aligned} &(1-POD)^p (P(\ln_0 + q) - P(\ln_0)) \\ &= A_1(1-POD)^p (c_6q^6 + c_3q^5 + c_4q^4 + c_3q^3 + c_2q^2 + c_1q) \tag{A1-19} \\ &= A_1(1-POD)^p \sum_{s=1}^6 c_s q^s \end{aligned}$$

ただし、

$$\begin{pmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & & & & & \\ & (\ln_0)^{-1} & & & & \\ & & (\ln_0)^{-2} & & & \\ & & & (\ln_0)^{-3} & & \\ & & & & (\ln_0)^{-4} & \\ & & & & & (\ln_0)^{-5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} {}_1C_1 & {}_2C_1 & {}_3C_1 & {}_4C_1 & {}_5C_1 & {}_6C_1 \\ & {}_2C_2 & {}_3C_2 & {}_4C_2 & {}_5C_2 & {}_6C_2 \\ & & {}_3C_3 & {}_4C_3 & {}_5C_3 & {}_6C_3 \\ & & & {}_4C_4 & {}_5C_4 & {}_6C_4 \\ & & & & {}_5C_5 & {}_6C_5 \\ & & & & & {}_6C_6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} {}_1C_1 & {}_2C_1(\ln_0) & {}_3C_1(\ln_0)^2 & {}_4C_1(\ln_0)^3 & {}_5C_1(\ln_0)^4 & {}_6C_1(\ln_0)^5 \\ & {}_2C_2 & {}_3C_2(\ln_0) & {}_4C_2(\ln_0)^2 & {}_5C_2(\ln_0)^3 & {}_6C_2(\ln_0)^4 \\ & & {}_3C_3 & {}_4C_3(\ln_0) & {}_5C_3(\ln_0)^2 & {}_6C_3(\ln_0)^3 \\ & & & {}_4C_4 & {}_5C_4(\ln_0) & {}_6C_4(\ln_0)^2 \\ & & & & {}_5C_5 & {}_6C_5(\ln_0) \\ & & & & & {}_6C_6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \end{pmatrix}$$

あるいは、

$$c_6 = a_6$$

$$c_5 = 6(\ln_0)a_6 + a_5$$

$$c_4 = 15(\ln_0)^2 a_6 + 5(\ln_0)a_5 + a_4$$

$$c_3 = 20(\ln_0)^3 a_6 + 10(\ln_0)^2 a_5 + 4(\ln_0)a_4 + a_3$$

$$c_2 = 15(\ln_0)^4 a_6 + 10(\ln_0)^3 a_5 + 6(\ln_0)^2 a_4 + 3(\ln_0)a_3 + a_2$$

$$c_1 = 6(\ln_0)^5 a_6 + 5(\ln_0)^4 a_5 + 4(\ln_0)^3 a_4 + 3(\ln_0)^2 a_3 + 2(\ln_0)a_2 + a_1$$

したがって、

$$P_{fSI}(n) = \sum_{l=1}^p (1-POD)^l (P_f(\ln_0) - P_f((l-1)n_0)) + (1-POD)^p (P(\ln_0 + q) - P(\ln_0))$$

$$= A_1 \left\{ \sum_{s=0}^5 b_s \sum_{l=1}^p l^s (1-POD)^l + \sum_{s=1}^6 c_s q^s (1-POD)^p \right\}$$

(A1-20)

ただし、

$$A_1 = A_1(a_{0\max})$$

$$b_s = b_s(a_{0\max}, a_{cr}, c, m, n_0)$$

$$c_s = c_s(a_{0\max}, a_{cr}, c, m, n_0, n)$$

$$n = \ln_0 + p$$

A1-2 計算例

初期き裂分布として 2 次式を用いた場合の計算例を示す。

1) 初期き裂分布

初期き裂分布を図 A1-1 に示す。

2) き裂進展

式(2)において、 $c=5 \times 10^{-5} \sim 1 \times 10^{-2}$ とした場合の繰返し数とき裂深さの関係を図 A1-2 に示す。

3) 破損確率

n サイクルにおける破損確率および累積破損確率の例を図 A1-3 に示す ($c=0.0005$ 、ISI のある場合は、 $POD=0.2$ 、500 サイクルごとの例とした)。

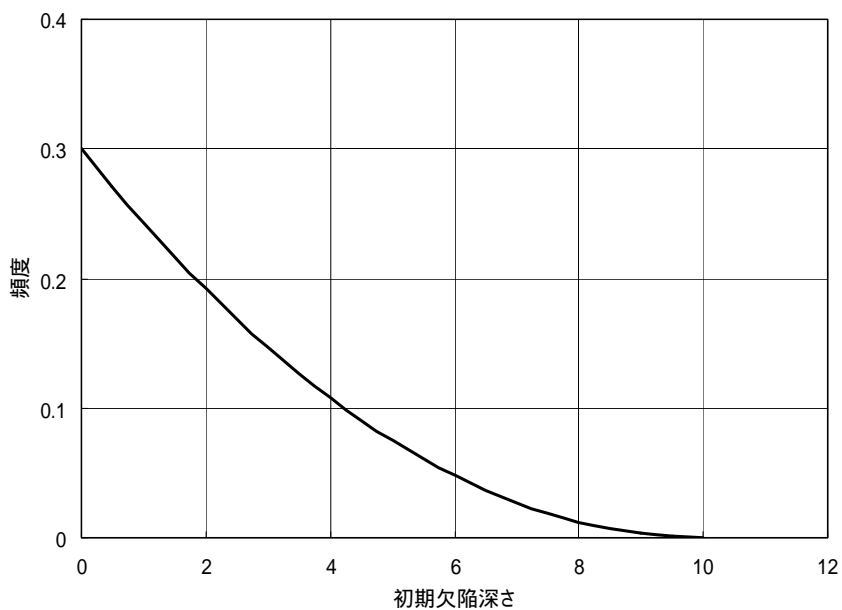


図 A1-1 初期き裂分布 (2 次式)

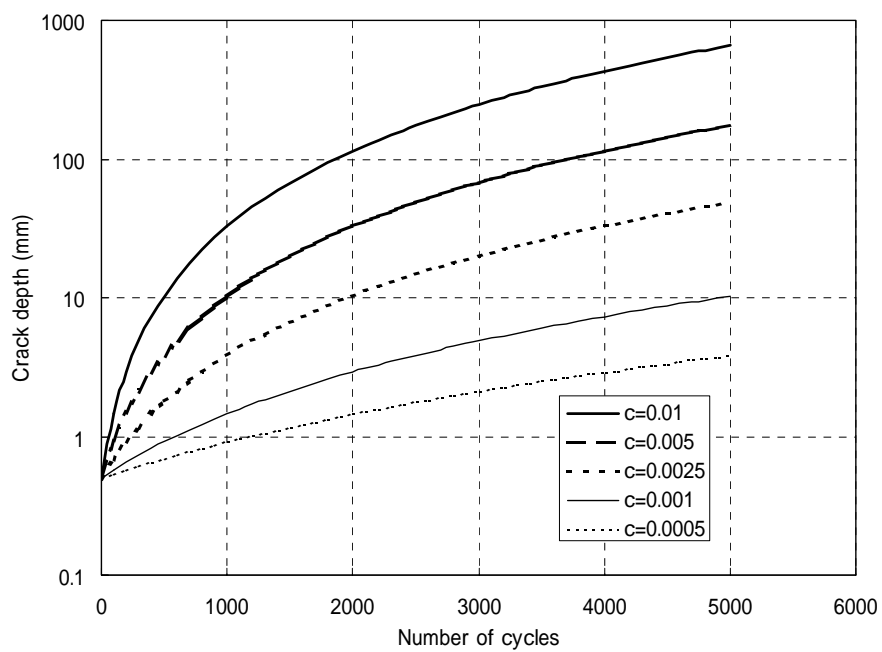


図 A1-2 き裂進展の傾向

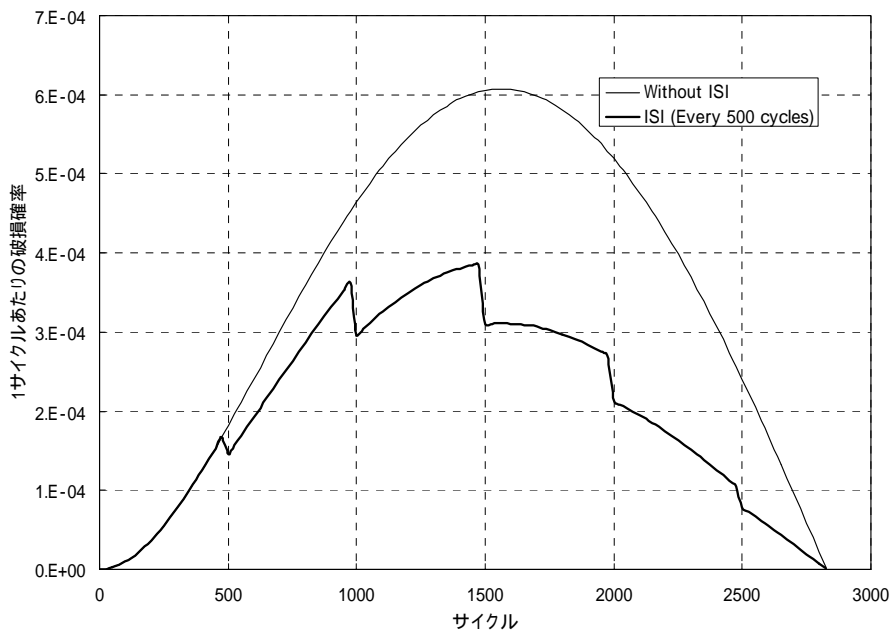


図 A1-3 1 サイクルあたりの破損確率 ($c=0.0005$ 、 $POD=0.2$ 、 $n_0=500$)

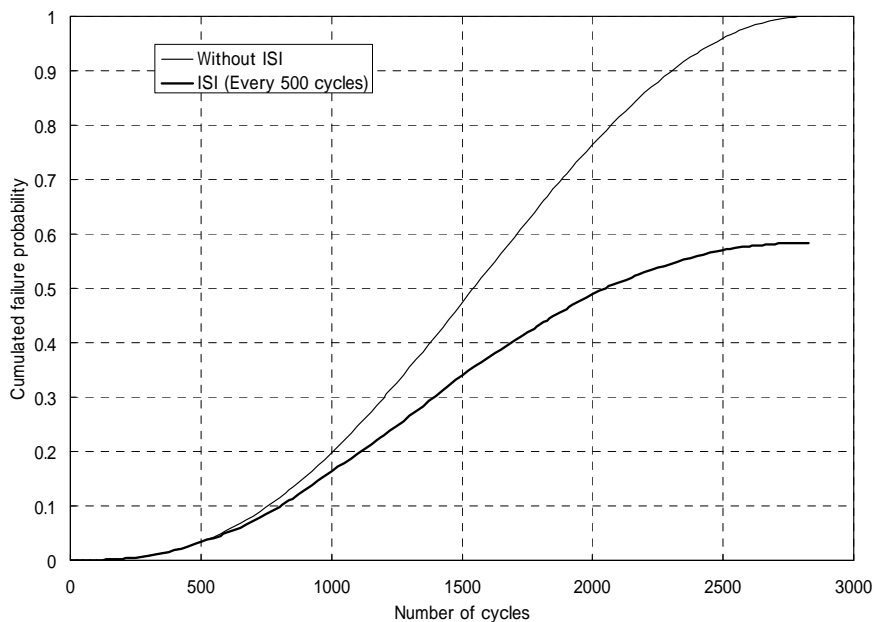


図 A1-4 累積破損確率 ($c=0.0005$ 、 $POD=0.2$ 、 $n_0=500$)

参考：有限べき級数の公式

$$\begin{aligned}
 \sum_{l=1}^p x^l &= \frac{x(1-x^p)}{1-x} \\
 \sum_{l=1}^p lx^l &= \frac{x(1-x^p)}{(1-x)^2} - \frac{px^{p+1}}{1-x} \\
 \sum_{l=1}^p l^2 x^l &= \frac{x(1+x)(1-x^p)}{(1-x)^3} - \frac{2px^{p+1}}{(1-x)^2} - \frac{p^2 x^{p+1}}{1-x} \\
 \sum_{l=1}^p l^3 x^l &= \frac{x(1+4x+x^2)(1-x^p)}{(1-x)^4} - \frac{3p(1+x)x^{p+1}}{(1-x)^3} - \frac{3p^2 x^{p+1}}{(1-x)^2} - \frac{p^3 x^{p+1}}{1-x} \\
 \sum_{l=1}^p l^4 x^l &= \frac{x(1+x)(1+10x+x^2)(1-x^p)}{(1-x)^5} - \frac{p(1+13x+10x^2)x^{p+1}}{(1-x)^4} \\
 &\quad - \frac{3p\{(3p+2)x+p+1\}x^{p+1}}{(1-x)^3} - \frac{p^2\{px+3(p+1)\}x^{p+1}}{(1-x)^2} - \frac{p^3(p+1)x^{p+1}}{1-x} \\
 \sum_{l=1}^p l^5 x^l &= \frac{5x^2(1+x)(1+10x+x^2)(1-x^p)}{(1-x)^6} \\
 &\quad - \frac{p(41x^3+63x^2+15x+1)x^{p+1} - x(4x^3+33x^2+22x+1)(1-x^p)}{(1-x)^5} \\
 &\quad - \frac{p\{(37p+48)x^2+(22p+35)x+p+1\}x^{p+1}}{(1-x)^4} \\
 &\quad - \frac{p\{2p^2x^2+3(5p^2+10p+4)x+3(p+1)^2\}x^{p+1}}{(1-x)^3} \\
 &\quad - \frac{p^2\{p(2p+3)x+3(p+1)^2\}x^{p+1}}{(1-x)^2} - \frac{p^3(p+1)^2x^{p+1}}{1-x}
 \end{aligned}$$

一般に、

$$s_{k+1} = x \frac{d}{dx} s_k$$

付録 A2 等破損確率曲面および品質保証平面の計算

本付録には、等破損確率および品質保証平面の試算結果を示す。

(1) 破損確率が等しくなる設計変数の組合せ

等破損確率曲面を求めるために、式(2-23)を用いて、目標破損確率を実現する設計変数の組合せを求めた。この結果を表 A2-1(1)～(5)の左のほうの c 、 POD 、 n_0 の欄に示した。設計変数の選び方により、目標破損確率と完全に一致していない場合があるので、求めた設計変数の組合せに対応する破損確率を「 P_{fisi} 」の欄に示した。

(2) 等破損確率曲面

(1) で得られた設計変数の組合せが等破損確率曲面を構成する。この曲面の近似は次のように行った。まず、 c を固定し、 POD と n_0 の関係を式(A2-1)の「累乗則」で近似した。

$$\frac{1}{n_0} = aPOD^b \quad (A2-1)$$

このときの係数および指数を表 A2-2 に示す。近似の様子を例を $P_f=1 \times 10^{-3}$ の場合について図 A2-1 に示す。次に、求められた係数および指数と c の関係をそれぞれ式(A2-2)の累乗則および2次式で近似した。

$$a = a_1 \left(\frac{1}{c} \right)^{a_2} \quad (A2-2)$$

$$b = b_1 \left(\frac{1}{c} \right)^2 + b_2 \left(\frac{1}{c} \right) + b_3$$

このときの係数を表 A2-3 に示す。近似の様子を図 A2-2 に示す。これにより、式(2-24)が定められる。

次に、上記で定めた係数を P_f の関数と考えると、式(A2-3)の形で近似できる。

$$a_1 = a_{11} P_f^{a_{12}}$$

$$a_2 = a_{21} P_f + a_{22} \quad (A2-3)$$

$$b_3 = b_{31} \log P_f + b_{32}$$

このときの係数を以下に示す。

$$a_{11} = -0.303949$$

$$a_{12} = 0.479811$$

$$a_{21} = -71.6389$$

$$a_{22} = -0.968531$$

$$b_{31}=0.0568114$$

$$b_{32}=-0.732731$$

近似の様子を図 A2-3 に示す。これにより式(2-26')が定められる。(ただし、この結果は本文では用いていない)

(3) 品質保証平面

(1) で得られた設計変数の組合せに対応する品質保証指数を式(2-27)により求めた結果を表 A2-1 の中ほどの「q1、q2、q3」の欄に示した。式(2-29)により求めた c1、c2、c3 (表 2-1) を用いて、総合品質保証指数 F を求めた結果を表 A2-1 の「F」欄に示す。このとき、c1、c2、c3 は、目標破損確率に依存する変数である。この F から、式(2-31)により破損確率を逆算した結果を Pfisi(F)に示す。さらに、(1) で求めた Pfisi と Pfisi(F)の比を隣の欄に示した。この比の最小値は 0.54、最大値は 3.85 であり(いずれも Pf=1x10⁻⁷ の場合)、この方法により factor of 5 程度の精度で簡易評価が可能であることが分かる。

さらに、c1、c2、c3 として、簡易的に、目標信頼度に依存しない定数と考えた場合(表 2-1 の平均値を使用)についても、総合品質保証指数および破損確率を逆算し、その値を「F'」欄および「Pfisi(F')」欄に示した。この場合、この比の最小値は 0.37、最大値は 5.22 である。c1、c2、c3 を変数とした場合と比較すると、やや精度は劣るものの、この方法でも、factor of 6 精度で簡易評価が可能であることが分かる。

表 A2-1(1) 破損確率が等しくなる設計変数の組合せ ($P_f=1 \times 10^{-3}$)

No.	c	POD	n0	Pfisi	q1	q2	q3	F	Pfisi(F)	Pfisi(F) /Pfisi	F'	Pfisi(F')	Pfisi(F') /Pfisi
1	0.01	0.1	2	1.23E-03	1.000	1.000	5.072	4.832	1.11E-03	9.04E-01	4.770	1.43E-03	1.17E+00
2	0.01	0.2	4	1.11E-03	1.000	2.262	4.435	4.831	1.11E-03	1.00E+00	4.871	9.46E-04	8.54E-01
3	0.01	0.3	6	9.93E-04	1.000	3.000	4.062	4.831	1.11E-03	1.12E+00	4.930	7.43E-04	7.48E-01
4	0.01	0.4	8	8.80E-04	1.000	3.524	3.797	4.831	1.11E-03	1.26E+00	4.972	6.26E-04	7.11E-01
5	0.01	0.5	11	1.01E-03	1.000	3.930	3.592	4.831	1.11E-03	1.10E+00	5.004	5.48E-04	5.42E-01
6	0.01	0.6	14	1.03E-03	1.000	4.262	3.424	4.830	1.11E-03	1.08E+00	5.031	4.92E-04	4.77E-01
7	0.01	0.7	17	9.75E-04	1.000	4.542	3.283	4.830	1.11E-03	1.14E+00	5.053	4.49E-04	4.60E-01
8	0.01	0.8	21	1.00E-03	1.000	4.786	3.160	4.830	1.11E-03	1.11E+00	5.073	4.14E-04	4.14E-01
9	0.01	0.9	26	1.04E-03	1.000	5.000	3.052	4.830	1.11E-03	1.07E+00	5.090	3.86E-04	3.72E-01
10	0.005	0.1	4	1.23E-03	1.926	1.000	4.492	4.832	1.11E-03	9.04E-01	4.746	1.57E-03	1.28E+00
11	0.005	0.2	8	1.11E-03	1.926	2.262	3.854	4.831	1.11E-03	1.00E+00	4.847	1.04E-03	9.39E-01
12	0.005	0.3	12	9.93E-04	1.926	3.000	3.482	4.831	1.11E-03	1.12E+00	4.906	8.18E-04	8.23E-01
13	0.005	0.4	17	1.05E-03	1.926	3.524	3.217	4.831	1.11E-03	1.06E+00	4.948	6.89E-04	6.59E-01
14	0.005	0.5	22	1.01E-03	1.926	3.930	3.012	4.830	1.11E-03	1.10E+00	4.981	6.03E-04	5.97E-01
15	0.005	0.6	28	1.03E-03	1.926	4.262	2.844	4.830	1.11E-03	1.08E+00	5.008	5.41E-04	5.25E-01
16	0.005	0.7	35	1.06E-03	1.926	4.542	2.703	4.830	1.11E-03	1.05E+00	5.030	4.94E-04	4.66E-01
17	0.005	0.8	42	1.00E-03	1.926	4.786	2.580	4.830	1.11E-03	1.11E+00	5.050	4.56E-04	4.56E-01
18	0.005	0.9	52	1.04E-03	1.926	5.000	2.471	4.830	1.11E-03	1.07E+00	5.067	4.25E-04	4.09E-01
19	0.0025	0.1	8	1.23E-03	2.851	1.000	3.912	4.832	1.11E-03	9.04E-01	4.723	1.73E-03	1.41E+00
20	0.0025	0.2	16	1.11E-03	2.851	2.262	3.274	4.831	1.11E-03	1.00E+00	4.824	1.15E-03	1.03E+00
21	0.0025	0.3	24	9.93E-04	2.851	3.000	2.902	4.831	1.11E-03	1.12E+00	4.883	9.00E-04	9.06E-01
22	0.0025	0.4	34	1.05E-03	2.851	3.524	2.637	4.830	1.11E-03	1.06E+00	4.925	7.58E-04	7.25E-01
23	0.0025	0.5	44	1.01E-03	2.851	3.930	2.432	4.830	1.11E-03	1.10E+00	4.958	6.64E-04	6.57E-01
24	0.0025	0.6	56	1.03E-03	2.851	4.262	2.264	4.830	1.11E-03	1.08E+00	4.984	5.95E-04	5.78E-01
25	0.0025	0.7	69	1.02E-03	2.851	4.542	2.123	4.830	1.11E-03	1.09E+00	5.007	5.43E-04	5.34E-01
26	0.0025	0.8	84	1.00E-03	2.851	4.786	2.000	4.830	1.11E-03	1.11E+00	5.026	5.02E-04	5.02E-01
27	0.0025	0.9	101	9.54E-04	2.851	5.000	1.891	4.830	1.11E-03	1.16E+00	5.043	4.68E-04	4.90E-01
28	0.0025	0.9	103	1.01E-03	2.851	5.000	1.891	4.830	1.11E-03	1.10E+00	5.043	4.68E-04	4.63E-01
29	0.001	0.1	19	9.90E-04	4.074	1.000	3.145	4.831	1.11E-03	1.12E+00	4.692	1.96E-03	1.98E+00
30	0.001	0.2	40	1.04E-03	4.074	2.262	2.508	4.831	1.11E-03	1.07E+00	4.793	1.30E-03	1.25E+00
31	0.001	0.3	62	1.03E-03	4.074	3.000	2.135	4.830	1.11E-03	1.08E+00	4.852	1.02E-03	9.93E-01
32	0.001	0.4	86	1.03E-03	4.074	3.524	1.870	4.830	1.11E-03	1.08E+00	4.894	8.60E-04	8.38E-01
33	0.001	0.5	112	1.02E-03	4.074	3.930	1.665	4.830	1.11E-03	1.09E+00	4.927	7.53E-04	7.38E-01
34	0.001	0.6	141	1.02E-03	4.074	4.262	1.497	4.830	1.11E-03	1.09E+00	4.953	6.76E-04	6.64E-01
35	0.001	0.7	173	1.00E-03	4.074	4.542	1.356	4.830	1.11E-03	1.11E+00	4.976	6.16E-04	6.16E-01
36	0.001	0.8	211	9.99E-04	4.074	4.786	1.233	4.830	1.11E-03	1.11E+00	4.995	5.69E-04	5.70E-01
37	0.001	0.9	257	1.00E-03	4.074	5.000	1.125	4.829	1.11E-03	1.11E+00	5.012	5.31E-04	5.31E-01
38	0.0005	0.1	54	1.01E-03	5.000	1.000	2.565	4.831	1.11E-03	1.10E+00	4.668	2.16E-03	2.14E+00
39	0.0005	0.2	109	1.01E-03	5.000	2.262	1.928	4.831	1.11E-03	1.10E+00	4.769	1.43E-03	1.42E+00
40	0.0005	0.3	164	9.99E-04	5.000	3.000	1.555	4.830	1.11E-03	1.11E+00	4.829	1.12E-03	1.12E+00
41	0.0005	0.4	224	1.00E-03	5.000	3.524	1.290	4.830	1.11E-03	1.10E+00	4.871	9.46E-04	9.43E-01
42	0.0005	0.5	285	1.00E-03	5.000	3.930	1.085	4.830	1.11E-03	1.10E+00	4.903	8.29E-04	8.26E-01
43	0.0005	0.6	342	1.00E-03	5.000	4.262	0.917	4.830	1.11E-03	1.10E+00	4.930	7.43E-04	7.41E-01
44	0.0005	0.7	415	1.00E-03	5.000	4.542	0.776	4.829	1.11E-03	1.10E+00	4.952	6.78E-04	6.75E-01
45	0.0005	0.8	472	1.00E-03	5.000	4.786	0.653	4.829	1.11E-03	1.11E+00	4.972	6.26E-04	6.26E-01
46	0.0005	0.9	559	1.00E-03	5.000	5.000	0.545	4.829	1.11E-03	1.10E+00	4.989	5.84E-04	5.82E-01

Max	1.26E+00	Max	2.14E+00
Min	9.04E-01	Min	3.72E-01

表 A2-1(2) 破損確率が等しくなる設計変数の組合せ ($P_f=1 \times 10^{-4}$)

No.	c	POD	n0	Pfisi	q1	q2	q3	F	Pfisi(F)	Pfisi(F) /Pfisi	F'	Pfisi(F')	Pfisi(F') /Pfisi
1	0.01	0.3	2.7	9.92E-05	1.000	3.000	4.790	5.496	7.37E-05	7.43E-01	5.483	7.76E-05	7.83E-01
2	0.01	0.4	3.8	1.02E-04	1.000	3.524	4.487	5.496	7.37E-05	7.20E-01	5.496	7.37E-05	7.20E-01
3	0.01	0.5	4.9	9.75E-05	1.000	3.930	4.252	5.496	7.37E-05	7.56E-01	5.506	7.07E-05	7.26E-01
4	0.01	0.6	6.3	1.02E-04	1.000	4.262	4.060	5.496	7.37E-05	7.22E-01	5.514	6.84E-05	6.71E-01
5	0.01	0.7	7.8	1.02E-04	1.000	4.542	3.898	5.496	7.37E-05	7.25E-01	5.521	6.66E-05	6.55E-01
6	0.01	0.8	9.5	9.93E-05	1.000	4.786	3.757	5.496	7.37E-05	7.42E-01	5.527	6.50E-05	6.54E-01
7	0.01	0.9	11.7	1.01E-04	1.000	5.000	3.633	5.496	7.37E-05	7.32E-01	5.532	6.36E-05	6.32E-01
8	0.005	0.2	3.5	1.03E-04	1.926	2.262	4.671	5.505	7.09E-05	6.91E-01	5.468	8.27E-05	8.06E-01
9	0.005	0.3	5.4	9.92E-05	1.926	3.000	4.244	5.506	7.09E-05	7.15E-01	5.486	7.68E-05	7.74E-01
10	0.005	0.4	7.5	9.85E-05	1.926	3.524	3.941	5.506	7.09E-05	7.20E-01	5.499	7.29E-05	7.40E-01
11	0.005	0.5	9.9	1.00E-04	1.926	3.930	3.706	5.506	7.09E-05	7.06E-01	5.509	7.00E-05	6.97E-01
12	0.005	0.6	12.5	9.97E-05	1.926	4.262	3.514	5.506	7.09E-05	7.11E-01	5.517	6.77E-05	6.80E-01
13	0.005	0.7	15.5	9.97E-05	1.926	4.542	3.352	5.506	7.09E-05	7.11E-01	5.524	6.59E-05	6.61E-01
14	0.005	0.8	19	9.93E-05	1.926	4.786	3.211	5.506	7.09E-05	7.13E-01	5.529	6.43E-05	6.47E-01
15	0.005	0.9	23.3	9.94E-05	1.926	5.000	3.087	5.506	7.09E-05	7.13E-01	5.535	6.29E-05	6.33E-01
16	0.0025	0.1	3.3	9.61E-05	2.851	1.000	4.855	5.515	6.82E-05	7.10E-01	5.440	9.28E-05	9.65E-01
17	0.0025	0.2	7	1.03E-04	2.851	2.262	4.125	5.515	6.82E-05	6.65E-01	5.470	8.18E-05	7.98E-01
18	0.0025	0.3	10.9	1.02E-04	2.851	3.000	3.698	5.515	6.82E-05	6.69E-01	5.488	7.60E-05	7.46E-01
19	0.0025	0.4	15.1	1.00E-04	2.851	3.524	3.395	5.515	6.82E-05	6.79E-01	5.501	7.21E-05	7.19E-01
20	0.0025	0.5	19.8	1.00E-04	2.851	3.930	3.160	5.515	6.82E-05	6.79E-01	5.511	6.93E-05	6.90E-01
21	0.0025	0.6	25	9.97E-05	2.851	4.262	2.968	5.515	6.82E-05	6.84E-01	5.519	6.70E-05	6.73E-01
22	0.0025	0.7	31	9.97E-05	2.851	4.542	2.806	5.515	6.82E-05	6.84E-01	5.526	6.52E-05	6.54E-01
23	0.0025	0.8	38.1	1.00E-04	2.851	4.786	2.665	5.515	6.82E-05	6.81E-01	5.532	6.36E-05	6.36E-01
24	0.0025	0.9	46.8	1.01E-04	2.851	5.000	2.541	5.515	6.82E-05	6.77E-01	5.537	6.23E-05	6.19E-01
25	0.001	0.1	8.4	1.01E-04	4.074	1.000	4.133	5.528	6.48E-05	6.40E-01	5.443	9.15E-05	9.04E-01
26	0.001	0.2	17.4	1.01E-04	4.074	2.262	3.404	5.528	6.48E-05	6.43E-01	5.474	8.07E-05	8.00E-01
27	0.001	0.3	27.2	1.01E-04	4.074	3.000	2.977	5.528	6.48E-05	6.39E-01	5.492	7.50E-05	7.40E-01
28	0.001	0.4	37.7	1.00E-04	4.074	3.524	2.674	5.528	6.48E-05	6.48E-01	5.505	7.12E-05	7.12E-01
29	0.001	0.5	49.4	9.98E-05	4.074	3.930	2.439	5.528	6.48E-05	6.49E-01	5.514	6.83E-05	6.85E-01
30	0.001	0.6	62.6	1.00E-04	4.074	4.262	2.247	5.528	6.48E-05	6.47E-01	5.523	6.61E-05	6.60E-01
31	0.001	0.7	77.6	1.00E-04	4.074	4.542	2.084	5.528	6.48E-05	6.47E-01	5.529	6.43E-05	6.43E-01
32	0.001	0.8	95.2	1.00E-04	4.074	4.786	1.944	5.528	6.48E-05	6.48E-01	5.535	6.28E-05	6.28E-01
33	0.001	0.9	116.8	1.00E-04	4.074	5.000	1.820	5.528	6.48E-05	6.47E-01	5.541	6.14E-05	6.13E-01
34	0.0005	0.1	17	9.99E-05	5.000	1.000	3.588	5.537	6.23E-05	6.24E-01	5.446	9.05E-05	9.07E-01
35	0.0005	0.2	35	9.83E-05	5.000	2.262	2.858	5.537	6.23E-05	6.34E-01	5.476	7.98E-05	8.13E-01
36	0.0005	0.3	55	1.01E-04	5.000	3.000	2.431	5.537	6.23E-05	6.19E-01	5.494	7.42E-05	7.37E-01
37	0.0005	0.4	76	9.91E-05	5.000	3.524	2.128	5.537	6.23E-05	6.29E-01	5.507	7.04E-05	7.11E-01
38	0.0005	0.5	100	1.01E-04	5.000	3.930	1.893	5.537	6.23E-05	6.19E-01	5.517	6.76E-05	6.72E-01
39	0.0005	0.6	126	9.99E-05	5.000	4.262	1.701	5.537	6.23E-05	6.23E-01	5.525	6.54E-05	6.55E-01
40	0.0005	0.7	156	1.00E-04	5.000	4.542	1.539	5.537	6.23E-05	6.23E-01	5.532	6.36E-05	6.36E-01
41	0.0005	0.8	191	1.00E-04	5.000	4.786	1.398	5.537	6.23E-05	6.23E-01	5.538	6.21E-05	6.21E-01
42	0.0005	0.9	234	1.00E-04	5.000	5.000	1.274	5.537	6.23E-05	6.21E-01	5.543	6.08E-05	6.06E-01

Max	7.56E-01	Max	9.65E-01
Min	6.19E-01	Min	6.06E-01

表 A2-1(3) 破損確率が等しくなる設計変数の組合せ ($P_f=1 \times 10^{-5}$)

No.	c	POD	n0	Pfisi	q1	q2	q3	F	Pfisi(F)	Pfisi(F)/Pfisi	F'	Pfisi(F')	Pfisi(F')/Pfisi
1	0.01	0.4	1.7	9.54E-06	1.000	3.524	5.057	5.959	1.11E-05	1.16E+00	5.929	1.26E-05	1.32E+00
2	0.01	0.5	2.3	1.05E-05	1.000	3.930	4.817	5.960	1.11E-05	1.06E+00	5.936	1.23E-05	1.17E+00
3	0.01	0.6	2.9	1.03E-05	1.000	4.262	4.621	5.960	1.11E-05	1.08E+00	5.941	1.20E-05	1.16E+00
4	0.01	0.7	3.6	1.03E-05	1.000	4.542	4.455	5.960	1.11E-05	1.07E+00	5.945	1.18E-05	1.14E+00
5	0.01	0.8	4.4	1.02E-05	1.000	4.786	4.312	5.960	1.11E-05	1.09E+00	5.948	1.16E-05	1.14E+00
6	0.01	0.9	5.4	1.02E-05	1.000	5.000	4.185	5.960	1.11E-05	1.09E+00	5.952	1.15E-05	1.13E+00
7	0.005	0.3	2	5.28E-06	1.926	3.000	4.840	5.959	1.11E-05	2.11E+00	5.939	1.21E-05	2.29E+00
8	0.005	0.4	3	6.58E-06	1.926	3.524	4.530	5.960	1.11E-05	1.69E+00	5.947	1.17E-05	1.78E+00
9	0.005	0.5	4	6.91E-06	1.926	3.930	4.291	5.960	1.11E-05	1.61E+00	5.953	1.14E-05	1.65E+00
10	0.005	0.6	6	1.14E-05	1.926	4.262	4.094	5.960	1.11E-05	9.72E-01	5.958	1.12E-05	9.81E-01
11	0.005	0.7	8	1.41E-05	1.926	4.542	3.929	5.960	1.11E-05	7.85E-01	5.962	1.10E-05	7.79E-01
12	0.005	0.8	9	1.09E-05	1.926	4.786	3.785	5.960	1.11E-05	1.02E+00	5.966	1.08E-05	9.96E-01
13	0.005	0.9	11	1.07E-05	1.926	5.000	3.658	5.960	1.11E-05	1.03E+00	5.969	1.07E-05	9.96E-01
14	0.0025	0.2	3	8.44E-06	2.851	2.262	4.749	5.959	1.11E-05	1.32E+00	5.945	1.18E-05	1.40E+00
15	0.0025	0.3	5	1.02E-05	2.851	3.000	4.313	5.960	1.11E-05	1.08E+00	5.956	1.13E-05	1.10E+00
16	0.0025	0.4	7	1.04E-05	2.851	3.524	4.004	5.960	1.11E-05	1.07E+00	5.964	1.09E-05	1.05E+00
17	0.0025	0.5	9	9.80E-06	2.851	3.930	3.764	5.960	1.11E-05	1.13E+00	5.970	1.07E-05	1.09E+00
18	0.0025	0.6	12	1.14E-05	2.851	4.262	3.568	5.960	1.11E-05	9.71E-01	5.975	1.04E-05	9.14E-01
19	0.0025	0.7	14	9.50E-06	2.851	4.542	3.402	5.960	1.11E-05	1.17E+00	5.979	1.03E-05	1.08E+00
20	0.0025	0.8	18	1.09E-05	2.851	4.786	3.258	5.960	1.11E-05	1.02E+00	5.983	1.01E-05	9.28E-01
21	0.0025	0.9	21	9.35E-06	2.851	5.000	3.132	5.960	1.11E-05	1.18E+00	5.986	9.97E-06	1.07E+00
22	0.001	0.1	4	1.14E-05	4.074	1.000	4.798	5.959	1.11E-05	9.77E-01	5.948	1.16E-05	1.02E+00
23	0.001	0.2	8	1.02E-05	4.074	2.262	4.053	5.959	1.11E-05	1.09E+00	5.967	1.08E-05	1.05E+00
24	0.001	0.3	12	9.07E-06	4.074	3.000	3.617	5.960	1.11E-05	1.22E+00	5.979	1.03E-05	1.13E+00
25	0.001	0.4	17	9.54E-06	4.074	3.524	3.308	5.960	1.11E-05	1.16E+00	5.986	9.95E-06	1.04E+00
26	0.001	0.5	23	1.05E-05	4.074	3.930	3.068	5.960	1.11E-05	1.06E+00	5.993	9.71E-06	9.28E-01
27	0.001	0.6	29	1.03E-05	4.074	4.262	2.872	5.960	1.11E-05	1.07E+00	5.998	9.51E-06	9.22E-01
28	0.001	0.7	36	1.03E-05	4.074	4.542	2.706	5.960	1.11E-05	1.07E+00	6.002	9.35E-06	9.05E-01
29	0.001	0.8	44	1.02E-05	4.074	4.786	2.562	5.960	1.11E-05	1.09E+00	6.005	9.21E-06	9.05E-01
30	0.001	0.9	54	1.02E-05	4.074	5.000	2.436	5.961	1.11E-05	1.09E+00	6.009	9.09E-06	8.94E-01
31	0.0005	0.1	8	1.14E-05	5.000	1.000	4.272	5.959	1.11E-05	9.77E-01	5.966	1.08E-05	9.52E-01
32	0.0005	0.2	16	1.02E-05	5.000	2.262	3.526	5.960	1.11E-05	1.09E+00	5.985	1.00E-05	9.82E-01
33	0.0005	0.3	25	1.02E-05	5.000	3.000	3.090	5.960	1.11E-05	1.08E+00	5.996	9.58E-06	9.36E-01
34	0.0005	0.4	35	1.04E-05	5.000	3.524	2.781	5.960	1.11E-05	1.07E+00	6.004	9.28E-06	8.92E-01
35	0.0005	0.5	45	9.80E-06	5.000	3.930	2.541	5.960	1.11E-05	1.13E+00	6.010	9.05E-06	9.24E-01
36	0.0005	0.6	57	9.80E-06	5.000	4.262	2.345	5.960	1.11E-05	1.13E+00	6.015	8.87E-06	9.05E-01
37	0.0005	0.7	71	9.91E-06	5.000	4.542	2.179	5.960	1.11E-05	1.12E+00	6.019	8.72E-06	8.79E-01
38	0.0005	0.8	87	9.84E-06	5.000	4.786	2.036	5.961	1.11E-05	1.12E+00	6.023	8.59E-06	8.73E-01
39	0.0005	0.9	107	9.89E-06	5.000	5.000	1.909	5.961	1.11E-05	1.12E+00	6.026	8.47E-06	8.57E-01

Max	2.11E+00	Max	2.29E+00
Min	7.85E-01	Min	7.79E-01

表 A2-1(4) 破損確率が等しくなる設計変数の組合せ ($P_f=1 \times 10^{-6}$)

No.	c	POD	n0	Pfisi	q1	q2	q3	F	Pfisi(F)	Pfisi(F)/Pfisi	F'	Pfisi(F')	Pfisi(F')/Pfisi
1	0.01	0.4	0.8	1.01E-06	1.000	3.524	5.787	6.505	1.20E-06	1.18E+00	6.484	1.31E-06	1.29E+00
2	0.01	0.5	1.05	1.01E-06	1.000	3.930	5.537	6.506	1.20E-06	1.18E+00	6.483	1.31E-06	1.30E+00
3	0.01	0.6	1.32	9.90E-07	1.000	4.262	5.334	6.506	1.20E-06	1.21E+00	6.482	1.32E-06	1.33E+00
4	0.01	0.7	1.64	9.93E-07	1.000	4.542	5.161	6.506	1.19E-06	1.20E+00	6.481	1.32E-06	1.33E+00
5	0.01	0.8	2.02	9.99E-07	1.000	4.786	5.012	6.506	1.19E-06	1.20E+00	6.481	1.32E-06	1.32E+00
6	0.01	0.9	2.48	9.97E-07	1.000	5.000	4.880	6.506	1.19E-06	1.20E+00	6.480	1.33E-06	1.33E+00
7	0.005	0.2	0.73	9.89E-07	1.926	2.262	6.018	6.505	1.20E-06	1.21E+00	6.492	1.27E-06	1.28E+00
8	0.005	0.3	1.14	9.89E-07	1.926	3.000	5.565	6.505	1.20E-06	1.21E+00	6.490	1.28E-06	1.29E+00
9	0.005	0.4	1.59	9.93E-07	1.926	3.524	5.243	6.505	1.20E-06	1.21E+00	6.488	1.28E-06	1.29E+00
10	0.005	0.5	2.09	9.99E-07	1.926	3.930	4.994	6.505	1.20E-06	1.20E+00	6.487	1.29E-06	1.29E+00
11	0.005	0.6	2.65	1.00E-06	1.926	4.262	4.790	6.506	1.20E-06	1.19E+00	6.487	1.29E-06	1.29E+00
12	0.005	0.7	3.29	1.00E-06	1.926	4.542	4.618	6.506	1.20E-06	1.19E+00	6.486	1.30E-06	1.29E+00
13	0.005	0.8	4.04	9.99E-07	1.926	4.786	4.469	6.506	1.20E-06	1.20E+00	6.485	1.30E-06	1.30E+00
14	0.005	0.9	4.96	9.97E-07	1.926	5.000	4.337	6.506	1.20E-06	1.20E+00	6.485	1.30E-06	1.31E+00
15	0.0025	0.1	0.71	1.02E-06	2.851	1.000	6.249	6.504	1.20E-06	1.18E+00	6.499	1.23E-06	1.21E+00
16	0.0025	0.2	1.47	1.01E-06	2.851	2.262	5.475	6.505	1.20E-06	1.19E+00	6.496	1.24E-06	1.23E+00
17	0.0025	0.3	2.29	1.00E-06	2.851	3.000	5.022	6.505	1.20E-06	1.20E+00	6.494	1.25E-06	1.25E+00
18	0.0025	0.4	3.19	1.00E-06	2.851	3.524	4.700	6.505	1.20E-06	1.20E+00	6.493	1.26E-06	1.26E+00
19	0.0025	0.5	4.18	9.99E-07	2.851	3.930	4.451	6.505	1.20E-06	1.20E+00	6.492	1.26E-06	1.27E+00
20	0.0025	0.6	5.3	1.00E-06	2.851	4.262	4.247	6.505	1.20E-06	1.20E+00	6.491	1.27E-06	1.27E+00
21	0.0025	0.7	6.58	1.00E-06	2.851	4.542	4.075	6.505	1.20E-06	1.19E+00	6.491	1.27E-06	1.27E+00
22	0.0025	0.8	8.08	9.99E-07	2.851	4.786	3.926	6.506	1.20E-06	1.20E+00	6.490	1.27E-06	1.28E+00
23	0.0025	0.9	9.93	1.00E-06	2.851	5.000	3.794	6.506	1.20E-06	1.20E+00	6.489	1.28E-06	1.28E+00
24	0.001	0.1	2	1.45E-06	4.074	1.000	5.531	6.504	1.20E-06	8.29E-01	6.506	1.20E-06	8.24E-01
25	0.001	0.2	4	1.30E-06	4.074	2.262	4.757	6.505	1.20E-06	9.24E-01	6.502	1.21E-06	9.32E-01
26	0.001	0.3	6	1.15E-06	4.074	3.000	4.304	6.505	1.20E-06	1.04E+00	6.501	1.22E-06	1.06E+00
27	0.001	0.4	8	1.01E-06	4.074	3.524	3.982	6.505	1.20E-06	1.18E+00	6.499	1.23E-06	1.21E+00
28	0.001	0.5	10	8.76E-07	4.074	3.930	3.733	6.505	1.20E-06	1.37E+00	6.498	1.23E-06	1.41E+00
29	0.001	0.6	13	9.46E-07	4.074	4.262	3.529	6.505	1.20E-06	1.27E+00	6.497	1.24E-06	1.31E+00
30	0.001	0.7	16	9.22E-07	4.074	4.542	3.357	6.505	1.20E-06	1.30E+00	6.497	1.24E-06	1.35E+00
31	0.001	0.8	20	9.70E-07	4.074	4.786	3.208	6.505	1.20E-06	1.23E+00	6.496	1.24E-06	1.28E+00
32	0.001	0.9	25	1.02E-06	4.074	5.000	3.076	6.505	1.20E-06	1.17E+00	6.496	1.25E-06	1.22E+00
33	0.0005	0.1	3	6.15E-07	5.000	1.000	4.988	6.504	1.20E-06	1.96E+00	6.510	1.17E-06	1.91E+00
34	0.0005	0.2	7	8.72E-07	5.000	2.262	4.214	6.504	1.20E-06	1.38E+00	6.507	1.19E-06	1.36E+00
35	0.0005	0.3	11	8.89E-07	5.000	3.000	3.761	6.505	1.20E-06	1.35E+00	6.505	1.20E-06	1.35E+00
36	0.0005	0.4	16	1.01E-06	5.000	3.524	3.439	6.505	1.20E-06	1.19E+00	6.504	1.20E-06	1.19E+00
37	0.0005	0.5	21	1.01E-06	5.000	3.930	3.190	6.505	1.20E-06	1.18E+00	6.503	1.21E-06	1.19E+00
38	0.0005	0.6	26	9.46E-07	5.000	4.262	2.986	6.505	1.20E-06	1.27E+00	6.502	1.21E-06	1.28E+00
39	0.0005	0.7	33	1.01E-06	5.000	4.542	2.814	6.505	1.20E-06	1.19E+00	6.501	1.22E-06	1.20E+00
40	0.0005	0.8	40	9.7E-07	5	4.785579	2.664768	6.505204	1.2E-06	1.234648	6.500733	1.22E-06	1.257391
41	0.0005	0.9	50	1.02E-06	5	5.000001	2.533156	6.505266	1.2E-06	1.172533	6.500199	1.22E-06	1.197033

Max	1.96E+00	Max	1.91E+00
Min	8.29E-01	Min	8.24E-01

表 A2-1(5) 破損確率が等しくなる設計変数の組合せ ($P_f=1 \times 10^{-7}$)

No.	c	POD	n0	Pfisi	q1	q2	q3	F	Pfisi(F)	Pfisi(F)/Pfisi	F'	Pfisi(F')	Pfisi(F')/Pfisi
1	0.01	0.8	0.936	1.00E-07	1.000	4.786	5.678	7.141	8.95E-08	8.94E-01	6.987	1.68E-07	1.68E+00
2	0.01	0.85	1.037	1.00E-07	1.000	4.896	5.592	7.141	8.95E-08	8.94E-01	6.973	1.78E-07	1.77E+00
3	0.01	0.9	1.15	1.00E-07	1.000	5.000	5.511	7.141	8.95E-08	8.95E-01	6.960	1.87E-07	1.87E+00
4	0.005	0.5	1	1.10E-07	1.926	3.930	5.793	7.141	8.92E-08	8.10E-01	7.095	1.08E-07	9.80E-01
5	0.005	0.6	1	5.43E-08	1.926	4.262	5.535	7.141	8.92E-08	1.64E+00	7.053	1.28E-07	2.36E+00
6	0.005	0.7	1	2.84E-08	1.926	4.542	5.317	7.141	8.93E-08	3.14E+00	7.017	1.48E-07	5.22E+00
7	0.005	0.8	2	1.22E-07	1.926	4.786	5.129	7.141	8.93E-08	7.32E-01	6.987	1.68E-07	1.38E+00
8	0.005	0.9	2	6.58E-08	1.926	5.000	4.962	7.141	8.93E-08	1.36E+00	6.960	1.87E-07	2.85E+00
9	0.0025	0.3	1	8.42E-08	2.851	3.000	5.966	7.142	8.90E-08	1.06E+00	7.212	6.70E-08	7.95E-01
10	0.0025	0.4	1	3.12E-08	2.851	3.524	5.559	7.142	8.90E-08	2.85E+00	7.146	8.77E-08	2.81E+00
11	0.0025	0.5	2	1.10E-07	2.851	3.930	5.244	7.142	8.90E-08	8.08E-01	7.094	1.08E-07	9.81E-01
12	0.0025	0.6	2	5.43E-08	2.851	4.262	4.986	7.142	8.91E-08	1.64E+00	7.053	1.28E-07	2.36E+00
13	0.0025	0.7	3	9.56E-08	2.851	4.542	4.768	7.142	8.91E-08	9.32E-01	7.017	1.48E-07	1.55E+00
14	0.0025	0.8	4	1.22E-07	2.851	4.786	4.579	7.142	8.91E-08	7.30E-01	6.987	1.68E-07	1.38E+00
15	0.0025	0.9	5	1.28E-07	2.851	5.000	4.413	7.142	8.91E-08	6.94E-01	6.959	1.88E-07	1.46E+00
16	0.001	0.2	2	1.64E-07	4.074	2.262	5.813	7.143	8.87E-08	5.41E-01	7.305	4.58E-08	2.80E-01
17	0.001	0.3	3	1.45E-07	4.074	3.000	5.239	7.143	8.87E-08	6.11E-01	7.212	6.70E-08	4.61E-01
18	0.001	0.4	4	1.27E-07	4.074	3.524	4.833	7.143	8.87E-08	6.96E-01	7.145	8.78E-08	6.89E-01
19	0.001	0.5	5	1.10E-07	4.074	3.930	4.517	7.143	8.88E-08	8.05E-01	7.094	1.08E-07	9.81E-01
20	0.001	0.6	6	9.37E-08	4.074	4.262	4.260	7.143	8.88E-08	9.48E-01	7.052	1.28E-07	1.37E+00
21	0.001	0.7	8	1.16E-07	4.074	4.542	4.042	7.143	8.88E-08	7.66E-01	7.017	1.48E-07	1.28E+00
22	0.001	0.8	9	8.90E-08	4.074	4.786	3.853	7.143	8.88E-08	9.98E-01	6.986	1.68E-07	1.89E+00
23	0.001	0.9	11	8.75E-08	4.074	5.000	3.686	7.142	8.88E-08	1.02E+00	6.959	1.88E-07	2.14E+00
24	0.0005	0.1	1	2.30E-08	5.000	1.000	6.243	7.144	8.84E-08	3.85E+00	7.464	2.39E-08	1.04E+00
25	0.0005	0.2	3	6.93E-08	5.000	2.262	5.263	7.143	8.85E-08	1.28E+00	7.305	4.59E-08	6.62E-01
26	0.0005	0.3	5	8.42E-08	5.000	3.000	4.690	7.143	8.85E-08	1.05E+00	7.211	6.71E-08	7.96E-01
27	0.0005	0.4	7	8.55E-08	5.000	3.524	4.283	7.143	8.86E-08	1.04E+00	7.145	8.78E-08	1.03E+00
28	0.0005	0.5	10	1.10E-07	5.000	3.930	3.968	7.143	8.86E-08	8.04E-01	7.094	1.08E-07	9.82E-01
29	0.0005	0.6	12	9.37E-08	5.000	4.262	3.710	7.143	8.86E-08	9.46E-01	7.052	1.28E-07	1.37E+00
30	0.0005	0.7	15	9.56E-08	5.000	4.542	3.492	7.143	8.86E-08	9.27E-01	7.017	1.48E-07	1.55E+00
31	0.0005	0.8	19	1.05E-07	5.000	4.786	3.304	7.143	8.86E-08	8.47E-01	6.986	1.68E-07	1.61E+00
32	0.0005	0.9	23	1.00E-07	5.000	5.000	3.137	7.143	8.86E-08	8.87E-01	6.959	1.88E-07	1.88E+00

Max	3.85E+00	Max	5.22E+00
Min	5.41E-01	Min	2.80E-01

表 A2-2 等破損確率曲面の近似

P _f	1.00E-03		1.00E-04		1.00E-05	
	a	b	a	b	a	b
100	3.87E-02	-1.15E+00	7.84E-02	-1.32E+00	1.65E-01	-1.41E+00
200	1.91E-02	-1.16E+00	4.06E-02	-1.25E+00	7.62E-02	-1.16E+00
400	9.42E-03	-1.17E+00	2.09E-02	-1.19E+00	4.33E-02	-1.28E+00
1000	3.77E-03	-1.17E+00	8.40E-03	-1.19E+00	1.83E-02	-1.18E+00
2000	1.67E-03	-1.06E+00	4.18E-03	-1.18E+00	9.26E-03	-1.17E+00

P _f	1.00E-06		1.00E-07	
	a	b	a	b
100	3.62E-01	-1.38E+00	7.24E-01	-1.75E+00
200	1.90E-01	-1.26E+00	4.51E-01	-1.37E+00
400	9.90E-02	-1.19E+00	1.88E-01	-1.55E+00
1000	4.13E-02	-1.12E+00	8.69E-02	-1.12E+00
2000	1.92E-02	-1.26E+00	3.89E-02	-1.39E+00

表 A2-3 等破損確率曲面の係数および指数

	a1	a2	b1	b2	b3
1.E-03	4.73249	-1.0401	6.98E-08	-9.66E-05	-1.14E+00
1.E-04	7.22E+00	-9.79E-01	-8.58E-08	2.33E-04	-1.31E+00
1.E-05	1.22E+01	-9.44E-01	-8.24E-08	2.47E-04	-1.34E+00
1.E-06	3.30E+01	-9.74E-01	-2.26E-07	5.17E-04	-1.39E+00
1.E-07	7.33E+01	-9.85E-01	-4.15E-07	1.02E-03	-1.76E+00

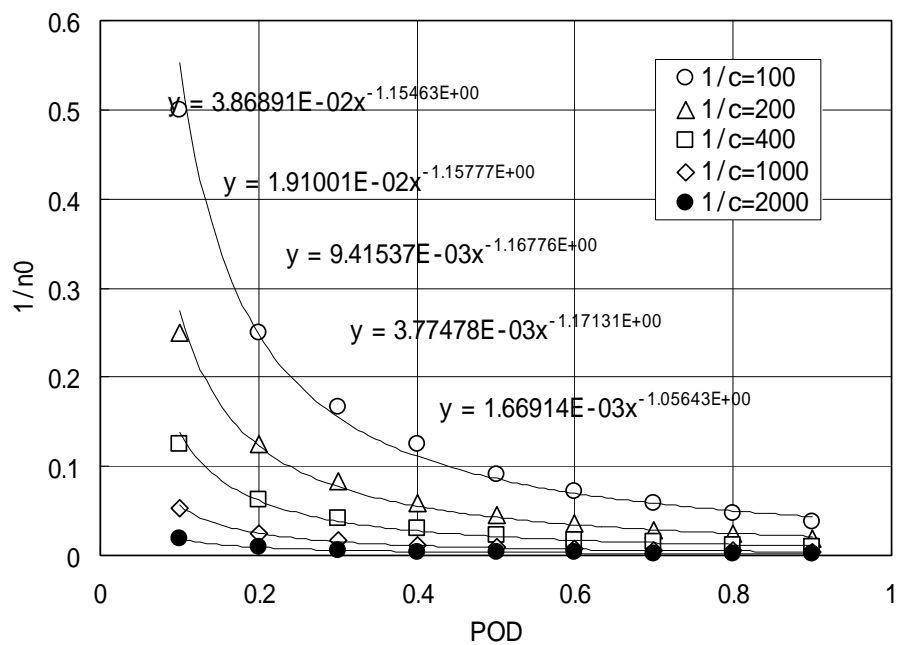


図 A2-1 等破損確率曲面の近似 ($P_f=1 \times 10^{-3}$)

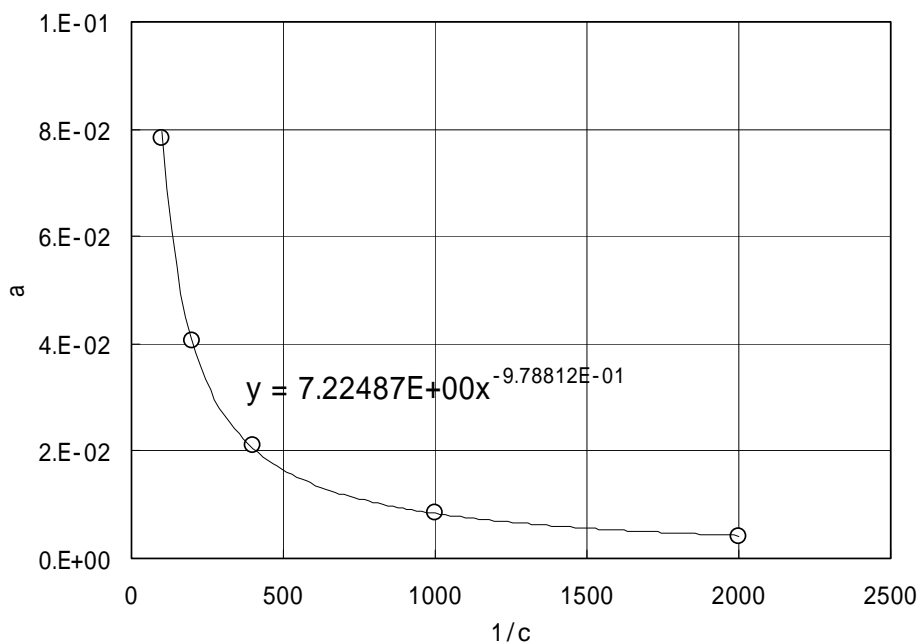


図 A2-2(1) 等破損確率曲面の係数の近似 ($P_f=1 \times 10^{-3}$)

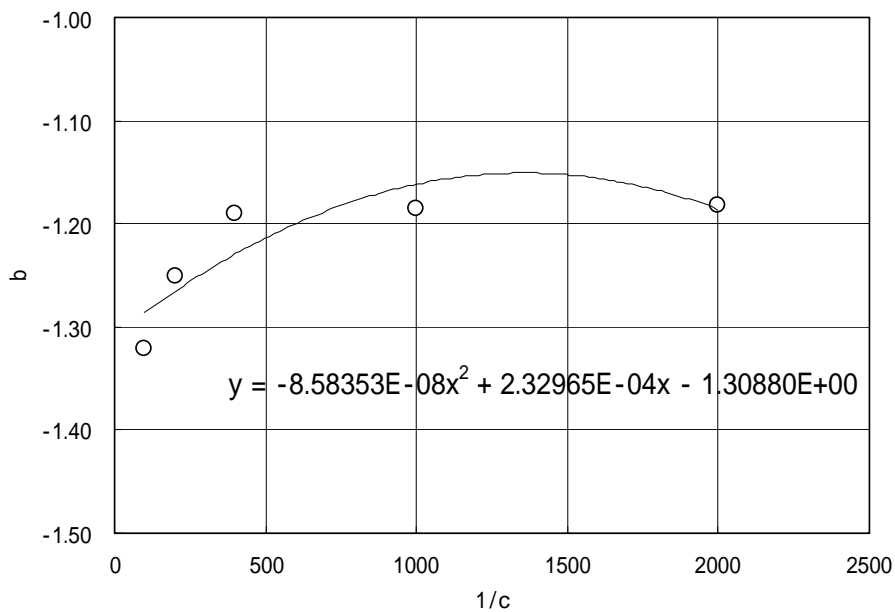


図 A2-2(2) 等破損確率曲面の指数の近似 ($P_f=1 \times 10^{-3}$)

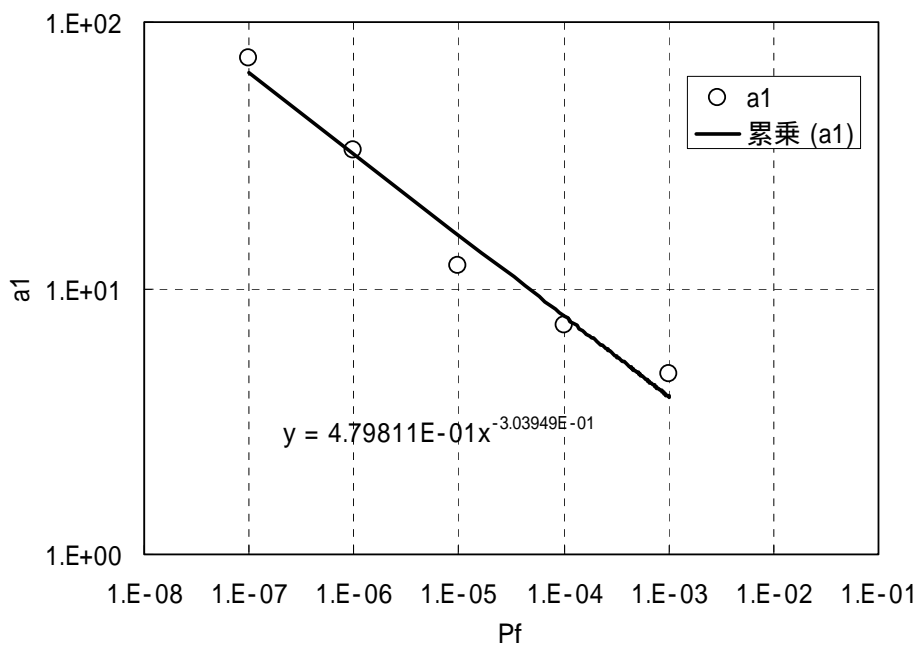


図 A2-3(1) Pf と a1 の関係

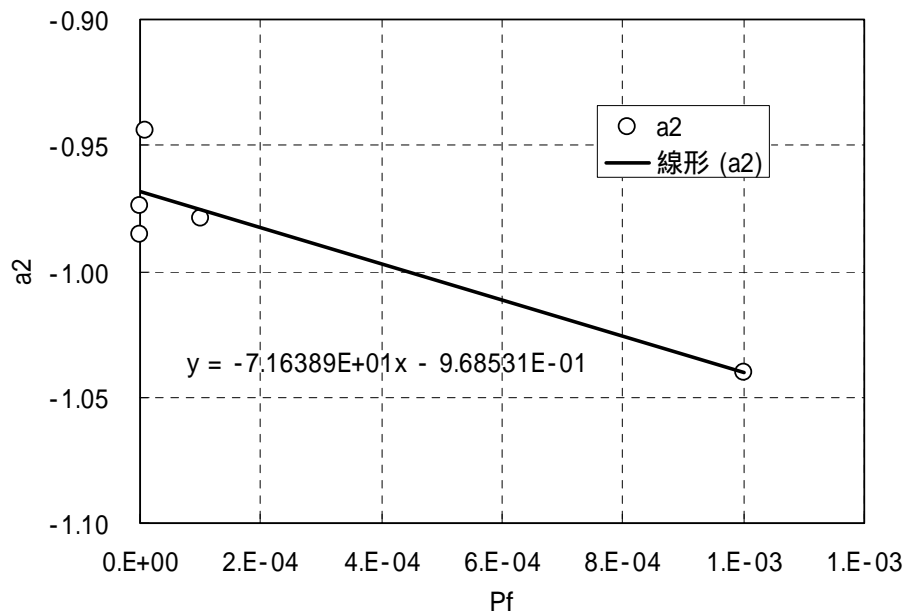


図 A2-3(2) Pf と a2 の関係

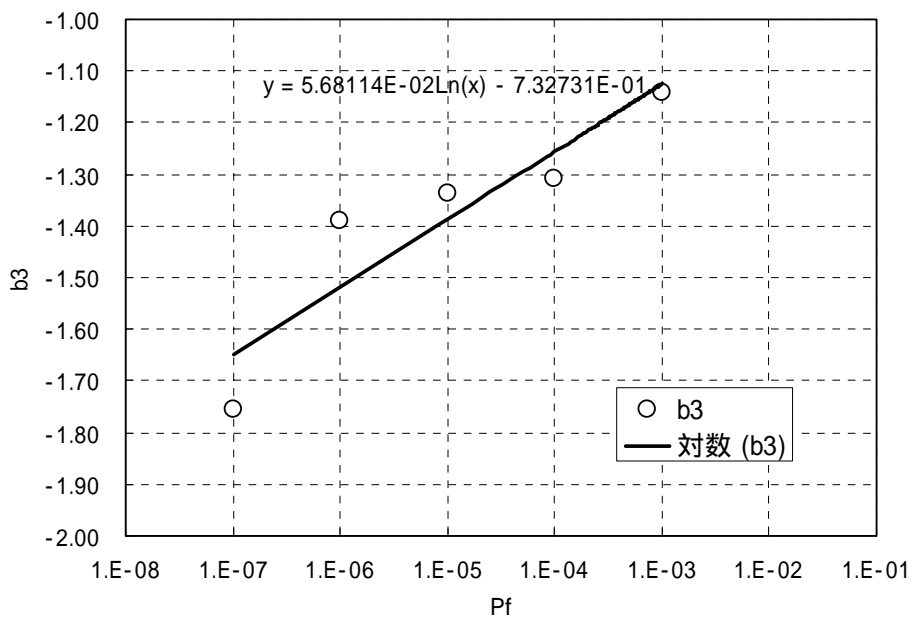


図 A2-3(3) Pf と b3 の関係