

本資料は 年 月 日付けで

登録区分変更する。

[東海事業所技術情報室]

ニアフィールド核種移行解析における 数値解の安定性に関する研究(II)

(動力炉・核燃料開発事業団 契約業務報告書)

1996年 3 月

株式会社 三菱総合研究所

本資料の全部または一部を複写・複製・転載する場合は、
下記にお問い合わせください。

〒319-1184 茨城県那珂郡東海村大字村松4番地49
核燃料サイクル開発機構
技術展開部 技術協力課

Inquiries about copyright and reproduction should be addressed to:
Technical Cooperation Section,
Technology Management Division,
Japan Nuclear Cycle Development Institute
4-49 Muramatsu, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki, 319-1184
Japan

© 核燃料サイクル開発機構
(Japan Nuclear Cycle Development Institute)

こ
者だ
ない
下さ
意して下さい。

られた関係
等を行わ
管理して
う特に注

本資料の問い合わせは下記に願います。

〒319-11 茨城県那珂郡東海村大字村松 4-33
動力炉・核燃料開発事業団 東海事業所
環境技術開発部・地層処分開発室

目次

1.	本研究の背景および目的	1
2.	「TAGSAC」コード概要	3
2.1	コードの機能	3
2.2	支配方程式	4
2.3	無次元化	5
3.	「TAGSAC」評価手法	6
3.1	解析方針	6
3.2	最適分割の評価基準	7
4.	「TAGSAC」一次元予備解析	9
4.1	予備解析モデル	9
4.2	解の安定性	11
4.3	最適分割に対するパラメータの感度	20
4.3.1	注目するタイムスケールを変化させた場合	20
4.3.2	鉛直方向平均動水勾配を変化させた場合	20
4.3.3	土壌特性を変化させた場合	21
4.3.4	解析対象領域の大きさを変化させた場合	21
4.4	まとめ	26
5.	「TAGSAC」関連の理論解	27
5.1	Philip の理論解	27
5.2	理論解と数値解の比較および検討	29
6.	「TAGSAC」ベンチマーク・テスト	31
6.1	評価項目	31
6.2	広域水理問題	32
6.2.1	問題の概要	32
6.2.2	ベンチマーク用解析モデルおよび基本ケース解析結果	33
6.2.3	ベンチマーク・テスト (1) (均質物性領域における最適な空間分割法)	38
6.2.4	ベンチマーク・テスト (2) (不均質物性領域における最適な空間分割法)	44
6.2.5	ベンチマーク・テスト (3) (要素形状の影響)	47
6.2.6	まとめ	50
6.3	掘削問題	82
6.3.1	問題の概要	82

6.3.2	ベンチマーク用解析モデル	83
6.3.3	ベンチマーク・テスト (1)(マニュアル例題の評価)	86
6.3.4	ベンチマーク・テスト (2)(パラメータの感度評価)	93
6.3.5	まとめ	97
6.4	処分坑道周辺の不飽和領域問題	128
6.4.1	問題の概要	128
6.4.2	ベンチマーク用解析モデルおよび条件	129
6.4.3	ベンチマーク・テスト (1)(基本ケースの評価)	132
6.4.4	ベンチマーク・テスト (2)(パラメータの感度評価)	136
6.4.5	まとめ	138
7.	「TAGSAC」まとめと今後の課題	161
8.	「Release/Meshnote」平成6年度研究概要 および 本年度研究目的	164
8.1	平成6年度研究概要	166
8.1.1	目的/ベンチマーク手順	166
8.1.2	パラメータの種類と値の範囲	166
	(1) 変化させたパラメータ	166
	(2) 共通なパラメータ	166
8.2	評価方法	167
8.3	ベンチマーク	167
8.4	ベンチマーク結果のまとめ	168
8.5	本年度研究の目的/範囲	170
9.	「Release/Meshnote」複数パラメータを変化させた場合/複数崩壊系列を考慮した場合のベンチマーク	171
9.1	解析対象	171
9.2	複数パラメータを変化させた場合: Release タイムステップの上限	173
9.2.1	解析ケース	173
9.2.2	解析結果	179
9.3	複数崩壊系列を考慮した場合: Release タイムステップの上限	181
9.3.1	解析ケース	181
9.3.2	解析結果	184
9.4	Release タイムステップの上限について解析結果のまとめ	192
9.5	複数パラメータを変化させた場合/複数崩壊系列を考慮した場合: Release/Meshnote 分割幅の上限	193
9.5.1	解析ケース	193
9.5.2	解析結果	194
10.	「Release/Meshnote」Meshnote 特有の機能に関するベンチマーク	195
10.1	非線形吸着項に関する感度解析	196
10.1.1	核種の単独崩壊ケース	196
10.1.2	複数崩壊系列を考慮したより複雑なケース	198

10.1.3	解析結果のまとめ	199
10.2	境界条件について	200
10.2.1	Meshnote コードでの境界条件／離散化	200
(1)	計算モデル	200
(2)	離散化の方法	200
(3)	内側境界条件	201
(4)	外側境界条件	201
10.2.2	Meshnote コード内での Reservoir, Mixing Cell, Qmix の役割	202
10.2.3	Reservoir の体積に関する感度解析	204
10.2.4	Mixing Cell の体積／地下水量 Qmix に関する感度解析	207
10.2.5	Reservoir/Mixing Cell に関するベンチマークのまとめ	210
10.3	自動時間増分機能について	211
10.3.1	半減期が短い核種を含まない場合	212
10.3.2	半減期が短い核種を含む場合	214
10.3.3	解析結果のまとめ	217
11.	「Release/Meshnote」本年度研究のまとめ	218
	参考文献	220

1. 本研究の背景および目的

ニアフィールド水理／核種移行解析には、緩衝材中および緩衝材の周辺母岩中での水理／核種移行プロセスを組み合わせたモデル(例えば、拡散モデル、移流分散モデル)が用いられる。これらのモデルは、室内試験および原位置試験から得られる水理／核種移行メカニズムに関する知見をもとに構築されるものである。実際の解析において、解析対象の形状およびその中での現象を記述するモデルは、計算機上でコード化され、解析的／数値的手法によって解かれる。解析コードの開発にあたっては様々な数値解析／離散化手法が使用される。したがって、これらの解析コードは、基本的なモデルの考え方、モデル設定の前提条件、数値解法等によって特有の性質を有する。したがって、これらの性質を十分に把握したうえで解析コードを用いることは、解析結果もしくは評価の信頼性の観点から重要なことである。

本研究は、ニアフィールド水理／核種移行解析を行うためのモデル／コードのパラメータ空間における適用範囲と数値解等の安定性についての評価体系を確立することを目的に実施するものである。平成6年度は、ニアフィールド核種移行解析モデル／コードのうち比較的単純にコード化されている緩衝材中での核種移行解析コード「RELEASE」と「MESHNOTE」を選び、ベンチマーク・テストの結果をもとに、コードの使用にあたってのパラメータの最適な設定(高精度な結果を短い計算時間で得られるような設定)のための指針を作成し、2つのコードで異なった定式化を採用している場合の優劣を評価した。また、ベンチマーク・テストによって得られたパラメータの最適設定指針は実解析においても妥当であることを示した。しかしながら、これらのベンチマーク・テストにおいては一つのパラメータだけを変化させ、他のパラメータは固定かつ単数崩壊系列の場合について実施された。

本年度研究においては平成6年度に引き続いて、ニアフィールド核種移行解析プログラム「RELEASE」と「MESHNOTE」のベンチマーク・テストをさらに複雑なケースについて実施する。また同様の手法によって三次元飽和／不飽和浸透流解析プログラム「TAGSAC」を対象として、内容調査、性能解析を行うことにより、その適用範囲と安定性についての

検討を実施し、評価体系の確立に向けての知見を得る。具体的には、モデルの前提条件および解析コードの機能と限界を調査することにより評価項目を抽出し、それぞれの項目を評価するために適当なベンチマーク・テストを実施する。さらに、ベンチマーク・テストの結果をもとに、コードの使用にあたっての精度／計算時間を考慮したパラメータの最適な設定のための指針を作成する。

「RELEASE」と「MESHNOTE」で離散化手法として用いられている有限差分法および「TAGSAC」で用いられている有限要素法は、近似解法であるため格子あるいは時間分割を細かくすればそれだけ精度が高い数値解が得られる。しかしながら、分割を細かくすることにより非常に多くの計算量（記憶容量、計算時間）が必要となるため、できるだけ少ない計算量で許容範囲内の精度を得ることが求められる。本研究では、効率的に高精度な解を得ることができる空間分割と時間分割の最適な組み合わせを決定する指針を作成することとする。

2. 「TAGSAC」コード概要

2. では「TAGSAC」コードが有する主な機能の概要、コードで用いられている支配方程式、および無次元化手法について述べる。

2.1 コードの機能

以下に、「TAGSAC」コードが有する主な機能の概要について述べる。

1. 三次元飽和／不飽和浸透流 (支配方程式は後述する) を有限要素法によって解くプログラムであり、空間の離散化には 8 節点アイソパラメトリック要素を使用している。
2. 取り扱う境界条件は下記の通りである：
 - 第一種境界条件
 - 第二種境界条件
 - ・ 固定流量境界条件
 - ・ 不透水境界条件
 - ・ 自由浸出境界条件
3. 非定常計算における時間積分法は前進オイラー、後退オイラー、中央差分の 3 つから選択可能である。しかしながら「TAGSAC」では、前進オイラー法を使用すると十分にタイムステップを細かくしても数値解が収束しない場合があるため、本研究ではそのような場合でも計算が可能な後退オイラー法を使用する。
4. 複数の物性領域からなる不均質モデルを取り扱うことができる。

2.2 支配方程式

「TAGSAC」で用いられる不飽和浸透流方程式および飽和／不飽和浸透流方程式について簡単に述べる。見かけの流速ベクトルを q 、体積含水率を θ とすると、土壌中の水分の連続方程式は水の圧縮性および土壌の構造の変化を無視した場合には以下のように表される：

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\text{div}(q) \quad (2.1)$$

また、飽和地下水に関する Darcy 則を、透水係数が体積含水率の関数であると仮定して不飽和浸透流にまで一般化した Buckingham の土壌中水分の運動に関する方程式は：

$$q = -K(\theta)\text{grad}(\phi) \quad (2.2)$$

で表される。ただし、全水頭 ϕ は、圧力水頭 ψ と位置水頭（鉛直上向きを正とした高さ） z との和である：

$$\phi = \psi + z \quad (2.3)$$

また $K(\theta)$ は不飽和透水係数である。 $K(\theta)$ は一般的にはテンソルであり異方性をもつと考えるべきではあるがその異方性に関しては信頼性の高い測定を実施することが困難であるため、等方性を仮定することとする。(2.1)、(2.2) より Richards の不飽和浸透流方程式 (2.4) が得られる：

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}(K(\psi)\frac{\partial \psi}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(K(\psi)\frac{\partial \psi}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z}(K(\psi)\frac{\partial \psi}{\partial z}) + \frac{\partial K(\psi)}{\partial z} \quad (2.4)$$

比水分容量 $C(\theta)$ および不飽和水分拡散係数 $D(\theta)$ を：

$$C(\theta) = \frac{d\theta}{d\psi} \quad (2.5)$$

$$D(\theta) = K(\theta)\frac{d\psi}{d\theta} \quad (2.6)$$

とすると、(2.4)、(2.6) により θ に関する不飽和浸透流方程式は：

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}(D(\theta)\frac{\partial \theta}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(D(\theta)\frac{\partial \theta}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z}(D(\theta)\frac{\partial \theta}{\partial z}) + \frac{dK(\theta)}{d\theta}\frac{\partial \theta}{\partial z} \quad (2.7)$$

また (2.4)、(2.5) により ψ に関する不飽和浸透流方程式は：

$$C(\psi)\frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}(K(\psi)\frac{\partial \psi}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(K(\psi)\frac{\partial \psi}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z}(K(\psi)\frac{\partial \psi}{\partial z}) + \frac{\partial K(\psi)}{\partial z} \quad (2.8)$$

となる。飽和状態においては水分拡散係数が無限大となるため、(2.7) は適用できない。一方、(2.8) は飽和領域についても適応が可能であるが、浸潤線近傍のように θ のごくわずかな変化に対して圧力水頭が大きく変化する場合（乾燥状態にある土壌の場合など）には計算不安定性や収束性の低下などの問題を生じることがあるので注意が必要である（文献¹⁾）。一方、飽和／不飽和浸透流方程式は：

$$(C(\psi) + \alpha S_s) \frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (K(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (K(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (K(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial z}) + \frac{\partial K(\psi)}{\partial z} \quad (2.9)$$

・ S_s : 比貯留係数

・ α : 不飽和領域=0、飽和領域=1

によって表される。

2.3 無次元化

「TAGSAC」を用いるにあたって、様々な空間および時間スケールの問題を対象とする場合があるため、本研究では得られた指針を無次元化する。支配方程式および従属変数の無次元化について以下に述べる。文献¹⁾によると、飽和／不飽和浸透流で記述される現象は：

- 長さの次元をもつパラメータ：サクシオン ψ_0
- 速度の次元をもつパラメータ：飽和透水係数 K_0

により無次元化される。(2.9) を無次元化した飽和／不飽和浸透流方程式を (2.10) に示す：

$$(C(\psi)^* + \alpha S_s) \frac{\partial \psi^*}{\partial t^*} = \frac{\partial}{\partial x^*} (K(\psi)^* \frac{\partial \psi^*}{\partial x^*}) + \frac{\partial}{\partial y^*} (K(\psi)^* \frac{\partial \psi^*}{\partial y^*}) + \frac{\partial}{\partial z^*} (K(\psi)^* \frac{\partial \psi^*}{\partial z^*}) + \frac{\partial K(\psi)^*}{\partial z^*} \quad (2.10)$$

ただし：

$$x^* = \frac{x}{\psi_0}, y^* = \frac{y}{\psi_0}, z^* = \frac{z}{\psi_0} \quad (2.11)$$

$$t^* = \frac{K_0 t}{\psi_0} \quad (2.12)$$

$$\psi^* = \frac{\psi}{\psi_0} \quad (2.13)$$

$$C^* = \psi_0 C = \frac{\partial \theta}{\partial \psi^*} \quad (2.14)$$

$$K^* = \frac{K}{K_0} \quad (2.15)$$

である。

3. 「TAGSAC」評価手法

3.1 解析方針

「TAGSAC」で離散化手法として用いられている有限要素法は近似解法であるため、格子あるいは時間分割を細かくすればそれだけ精度が高い数値解が得られる。しかしながら、三次元モデルにおける計算では非常に多くの計算量(記憶容量、計算時間)を必要とするため、できるだけ少ない計算量で許容範囲内の精度を得ることが必要となる。本研究では、効率的に高精度な解を得ることができる空間分割と時間分割の最適な組み合わせを決定する指針を作成する。

「RELEASE」と「MESHNOTE」の場合には対象が一次元軸対称領域であるため、実問題そのものについてベンチマーク・テストを実施することが可能であった。しかしながら「TAGSAC」の場合には三次元を対象としておりまた物性の非線形性も顕著であることから、実問題そのものに対してベンチマーク・テストを実施することは困難である。したがって本研究では以下の3種類の問題：

- 広域水理問題
- 掘削問題
- 処分坑道周辺の不飽和領域問題

を対象としてとりあげ、これらの問題を簡略化したベンチマーク・テストを実施する。なおこれらの問題については、6.において後述する。

本研究の実施手順を以下に示す：

1. まず一次元モデルを用いた予備解析により、「TAGSAC」の基本的な解析性能に関する調査や数値解の安定性に関する検討を行う。また理論解との比較により、数値解の精度に関して考察する。

2. 3 種類のベンチマーク問題が有する特徴を抽出し、その各々に応じて簡略化したベンチマーク・モデルを設定する。
3. ベンチマーク・テストから得られた知見により、各問題に応じた最適分割の指針を作成する。
4. 作成した指針を各実問題に適用し、その妥当性を検証する。

3.2 最適分割の評価基準

既存の解析解や理論解、実験解との比較により、数値解の精度を評価することは可能である。しかしながら、本研究で対象とする三次元の飽和／不飽和浸透流のように非線形な問題に関しては問題の複雑性のため解析解および理論解は存在しておらず、直接精度を判断することは困難である。そこで本研究では、解の安定性と一様性に関して検討することにより数値解を評価する。本研究で用いた評価基準について述べる。

(1) 解の安定性

本研究では時間積分に後退オイラー法を用いた場合について検討した。しかしながら数値解の特性上、一般に安定であるとされている後退オイラー法を用いた場合でも、従属変数の空間勾配が急激に変化している領域では物理的に妥当ではない数値解の空間的振動を生じる場合があった(4.2にて後述)。無次元化された従属変数の空間的な振幅を W として：

$$W_{max} \leq \varepsilon_s = 10^{-3} \quad (3.1)$$

の条件を満たす場合に、数値解は安定であるとした。

(2) 解の一様性

ある空間(ないしは時間)分割幅 N_1 において得られた解を F_1 、その分割幅に対して半分の大きさの分割幅 $N_2 = \frac{N_1}{2}$ において得られた解を F_2 として：

$$\text{Max} |\overline{F_2(i)} - \overline{F_1(i)}| \leq \varepsilon_c = 10^{-3} \quad (3.2)$$

ただし $\overline{F_1}$ 、 $\overline{F_2}$ は無次元化した値とする

の条件を満たす場合に、空間 (ないしは時間) 分割幅 N_1 を一様なレベルと考える。なお非定常問題を扱う場合には、空間分割幅を $\frac{1}{2}$ 倍とした場合にもかつ時間分割幅を $\frac{1}{2}$ 倍にした場合にも、一様性の条件を満たす分割幅を一様な分割レベルとした。

一方、一次元の単純な不飽和浸透流に関しては理論解が存在する場合があります、数値解の精度を判断することが可能である。一次元予備解析 (4. にて後述) において求めた最適分割による数値解の精度を理論解 (5. にて後述) と比較し、本研究で用いた最適分割の評価基準を検討する。

4. 「TAGSAC」一次元予備解析

一次元の不飽和浸透流モデルを用いて予備解析を実施する。4. では解の安定性に関する検討と最適分割に対するパラメータの感度について検討を行う。

4.1 予備解析モデル

用いた予備解析モデルの基本ケースについて以下に述べる。解析対象および境界条件を図 4.1-1 に示す。また初期条件および土壌特性を以下に示す。

解析対象の大きさや初期条件および境界条件は Philip(1969) の理論解 (文献¹⁾、文献²⁾、5. にて後述) と同じ設定とした。また土壌の不飽和特性は、本研究で対象とするベンチマーク問題 (6. にて後述) と同じ条件を用いた。

- 解析対象：地表以深 25.0(m) の均質土壌
- 初期条件：一様な圧力水頭値 (飽和度) $\psi_n = -650.0(m) / \theta = 0.25$
- 境界条件：
 - ・ $\psi_s = -20.0(m) / \theta = 0.60$ ($z = 0.0(m)$)
 - ・ $\psi_n = -650.0(m) / \theta = 0.25$ ($z = -25.0(m)$)
- 土壌特性：
 - ・ 飽和透水係数 : $10^{-5}(cm/sec)$
 - ・ サクシヨン : $10^3(m)$ (ただしサクシヨンは $\theta = 0.0$ 時の圧力水頭の絶対値)
 - ・ 間隙率 : 0.5
 - ・ 比貯留係数 : 10^{-5}

なお用いた不飽和特性曲線を図 4.1-2 に示す。

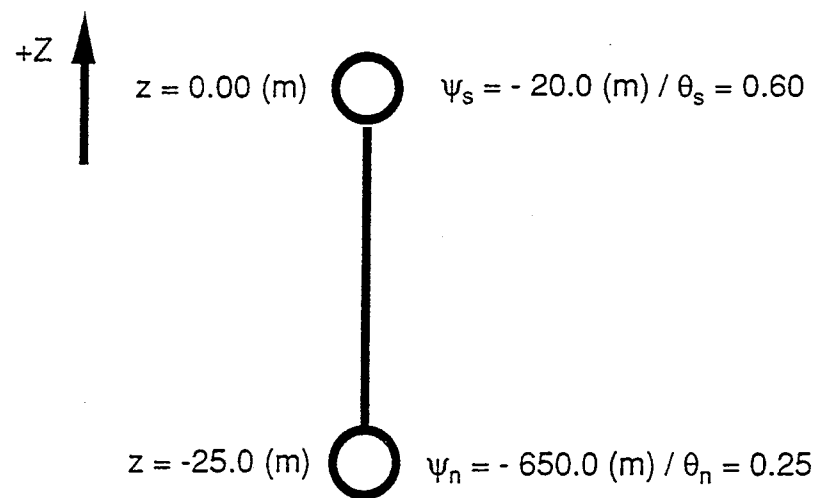
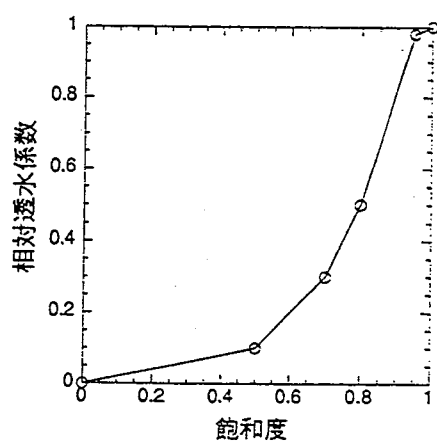
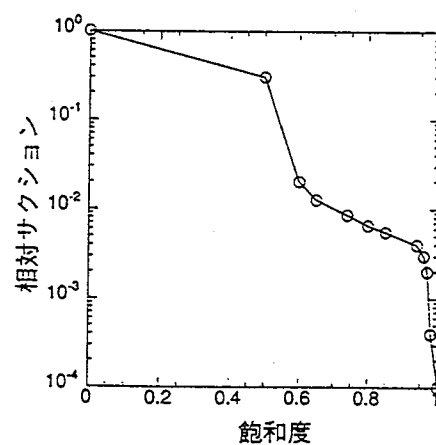


図4.1-1 一次元予備解析モデルおよび境界条件



飽和度と相対透水係数の関係



飽和度と相対サクションの関係

図4.1-2 予備解析モデルで用いた不飽和特性曲線

4.2 解の安定性

数値計算の特性上、従属変数の空間勾配が急激に変化している領域では、物理的に妥当ではない数値解の空間的振動を生じる場合がある。特に水分が浸潤していく前線つまり自由表面では従属変数の勾配が急激に変化するため、解が最も不安定となりやすいと考えられる。4. では自由表面およびその近傍での解の安定性に着目して検討を行った。解析の結果、計算のごく初期に自由表面およびその近傍で解の空間的振動を生じ、時間経過とともに減衰する傾向が確認された。解の振動が減衰するまでの時間を T_0 とし、 T_0 と鉛直分割幅 Δz およびタイムステップ幅 Δt との関係について以下に述べる。

1. 図 4.2-1 に例として示すように $\Delta z = 1.56(m)$ (鉛直 16 分割) とした場合には、 Δt を細かくしても ($\Delta t = 10^4, 10^3, 10^2(sec)$) 振動を抑制することはできない。
2. 図 4.2-1 で示したように $\Delta z = 1.56(m)$ (鉛直 16 分割) とした場合には $2 \times 10^4 \sim 6 \times 10^4(sec)$ 後において振動を生じるが、 $\Delta z = 0.78(m)$ (鉛直 32 分割) とした場合には同時刻においては振動は生じず (図 4.2-2) $5.0 \times 10^3 \sim 1.5 \times 10^3(sec)$ 後に振動を生じるのみである (図 4.2-3)。このように、振動は Δz を小さくしても基本的には抑制できないが、 Δz を小さくすることによって T_0 を小さくすることが可能である。
3. $\Delta z = 1.56(m)$ (鉛直 16 分割) として、 $\Delta t = 10^1 \sim 10^5(sec)$ と変化させた場合の自由表面位置の経時変化を図 4.2-4 に示す。 Δt を小さくしても $T_0 \doteq 6.0 \times 10^4(sec)$ であり、 T_0 への影響はない。一方 $\Delta t \geq 6.0 \times 10^4(sec)$ (図では $\Delta t = 10^5(sec)$) とした場合には空間的振動を生じない。すなわち Δt を小さくしても T_0 への影響はなく、またある Δz に対して $\Delta t \geq T_0$ とした場合には空間的振動を生じないのにもかかわらず逆に $\Delta t \leq T_0$ とすることによって振動を生じる場合があることがわかる。

以上の予備的な解析の結果、以下の知見が得られる。

1. 数値計算の特性上、従属変数の空間勾配が急激に変化している領域では物理的に妥当ではない数値解の空間的振動を生じる場合がある。自由表面およびその近傍での解の空間的振動は計算のごく初期にあらわれるものであり、時間経過とともに減衰する。
2. この振動は Δz や Δt を小さくしても基本的には抑制できない。振動が減衰するまでの時間を T_0 とすると、 T_0 と Δz および Δt は以下のように関係づけられる：

- T_0 と Δz の関係

- ・ Δz を小さくすることにより T_0 を小さくすることが可能である (図 4.2-5)。

- T_0 と Δt の関係

- ・ Δt を小さくしても T_0 には影響は生じない。ある Δz に対して $\Delta t \geq T_0$ とした場合には空間的振動を生じず、逆に $\Delta t \leq T_0$ とすることによって振動を生じる場合がある (図 4.2-6)。

3. したがって着目するタイムスケールに応じて最適な時間および空間分割の組み合わせを選択する必要がある。すなわち安定な数値解を得るためには、着目するタイムスケールが小さい場合にはあらかじめ格子データとして空間分割幅を小さく設定することが必要条件となる。
4. 初期条件の設定によってもこの空間的振動は変化する。予備解析モデルの基本ケースから初期条件のみを変化させた場合について検討を行った結果を示す。ここでは図 4.2-7 に示すように、基本ケースに比べより定常状態に近い初期条件を与えた場合を考慮した。 Δz^* と T_0^* の関係を図 4.2-8 に示す。定常に近い状態を初期条件とした場合には T_0^* が短くなることが確認される。

- 2×10^4 (sec)後
- 4×10^4 (sec)後
- △ 6×10^4 (sec)後

$\Delta z = 1.56$ (m) (鉛直16分割)

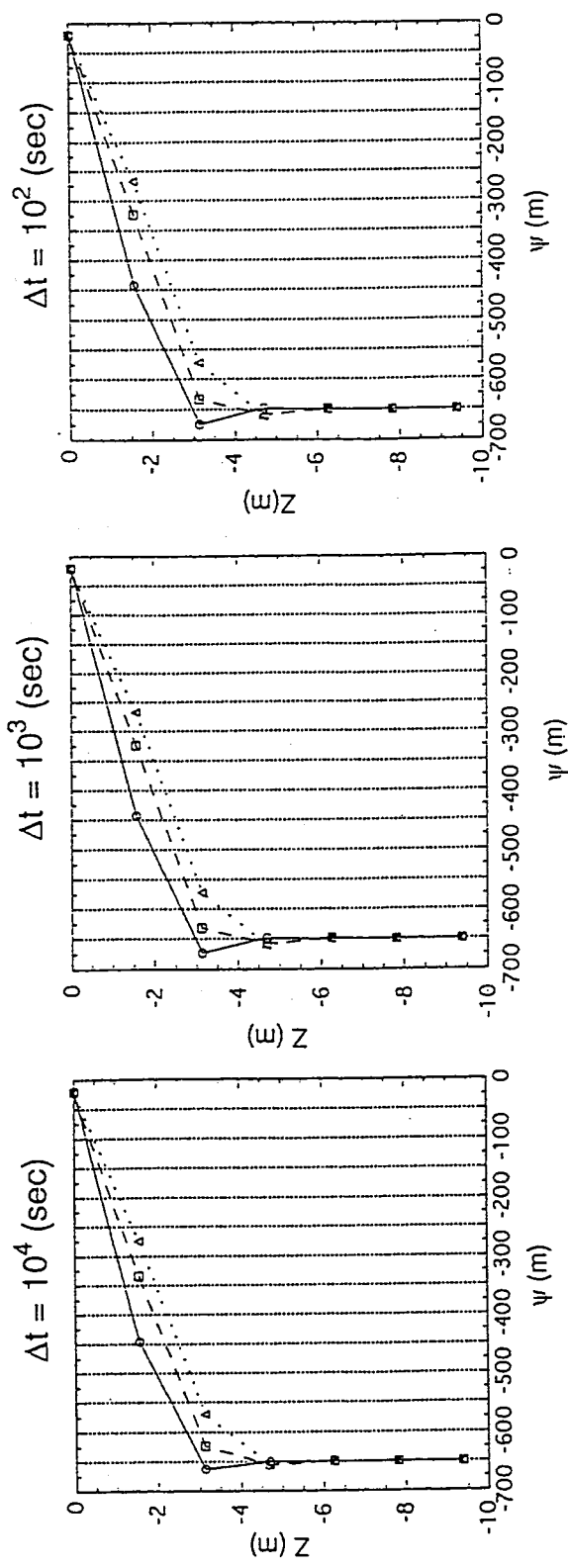


図4.2-1 一次元予備解析モデル解析結果：圧力水頭分布の経時変化

- 2×10^4 (sec)後
- 4×10^4 (sec)後
- △ 6×10^4 (sec)後

$\Delta z = 0.78$ (m) (鉛直32分割)

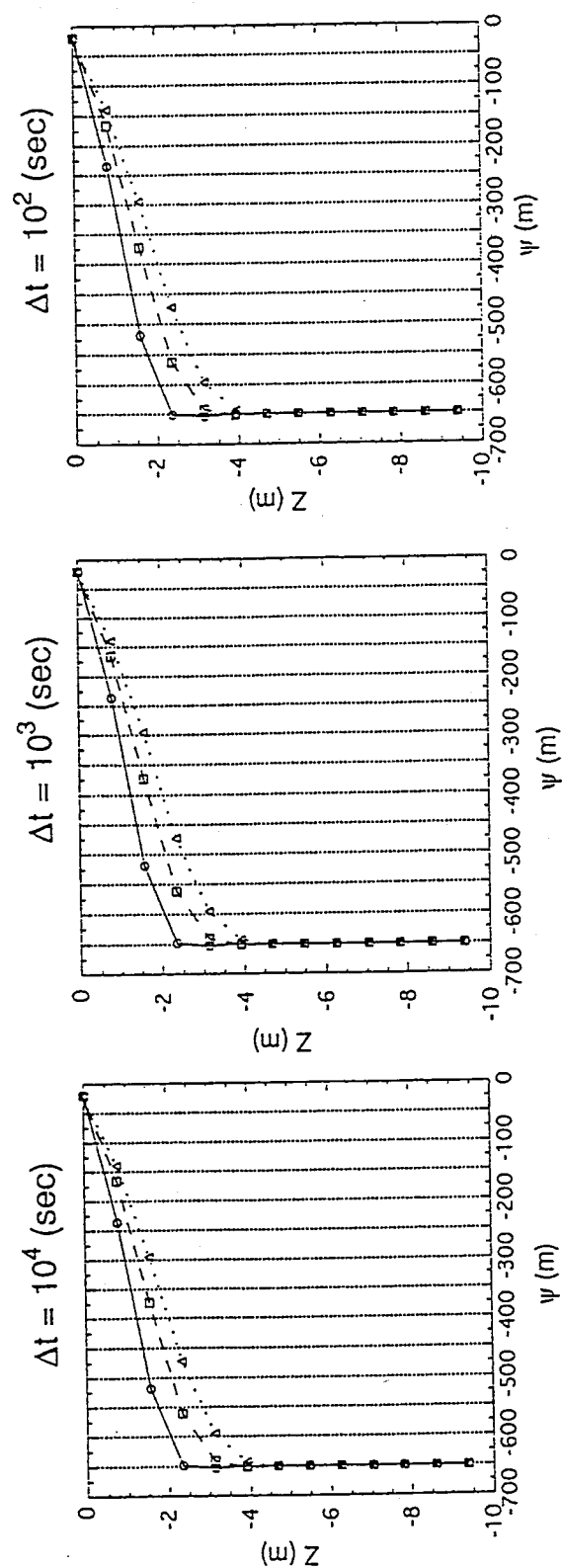


図4.2-2 一次元予備解析モデル解析結果：圧力水頭分布の経時変化

$\Delta z = 0.78 \text{ (m)}$ (鉛直32分割)

- $5.0 \times 10^3 \text{ (sec)}$ 後
- $1.0 \times 10^4 \text{ (sec)}$ 後
- △ $1.5 \times 10^4 \text{ (sec)}$ 後

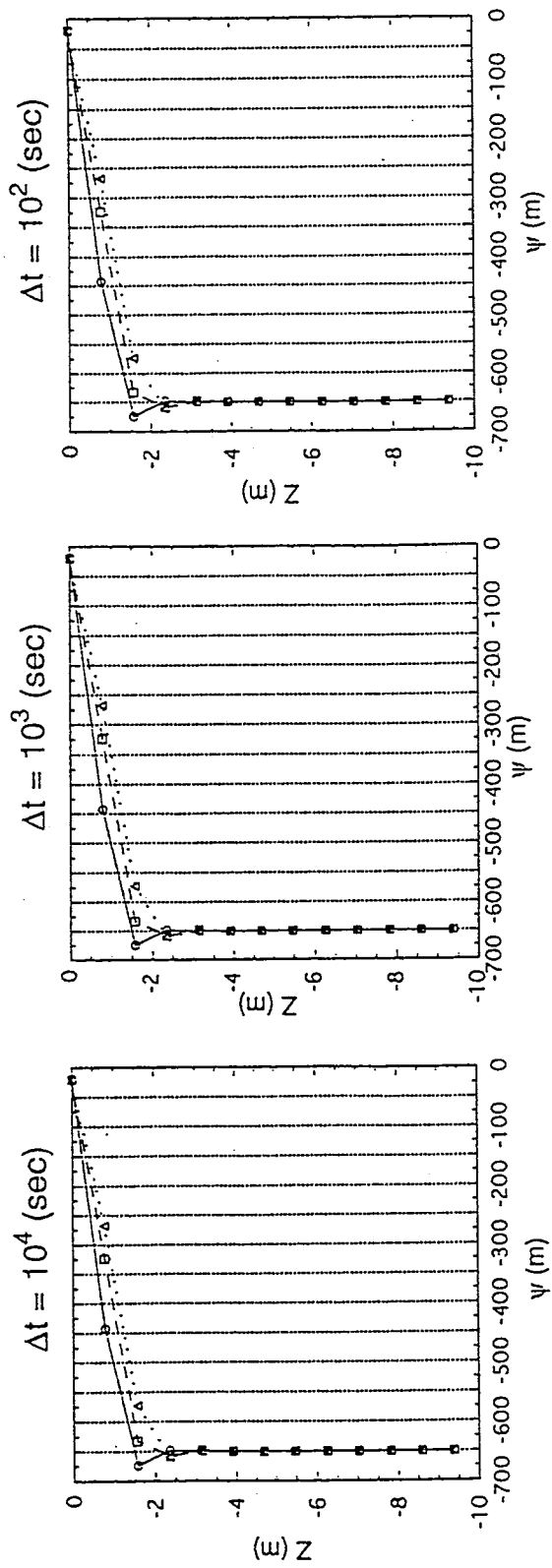


図4.2-3 一次元予備解析モデル解析結果：圧力水頭分布の経時変化

- ◇ $\Delta t = 10^5$ (sec)
- × $\Delta t = 10^4$ (sec)
- $\Delta t = 10^3$ (sec)
- △ $\Delta t = 10^2$ (sec)
- $\Delta t = 10^1$ (sec)

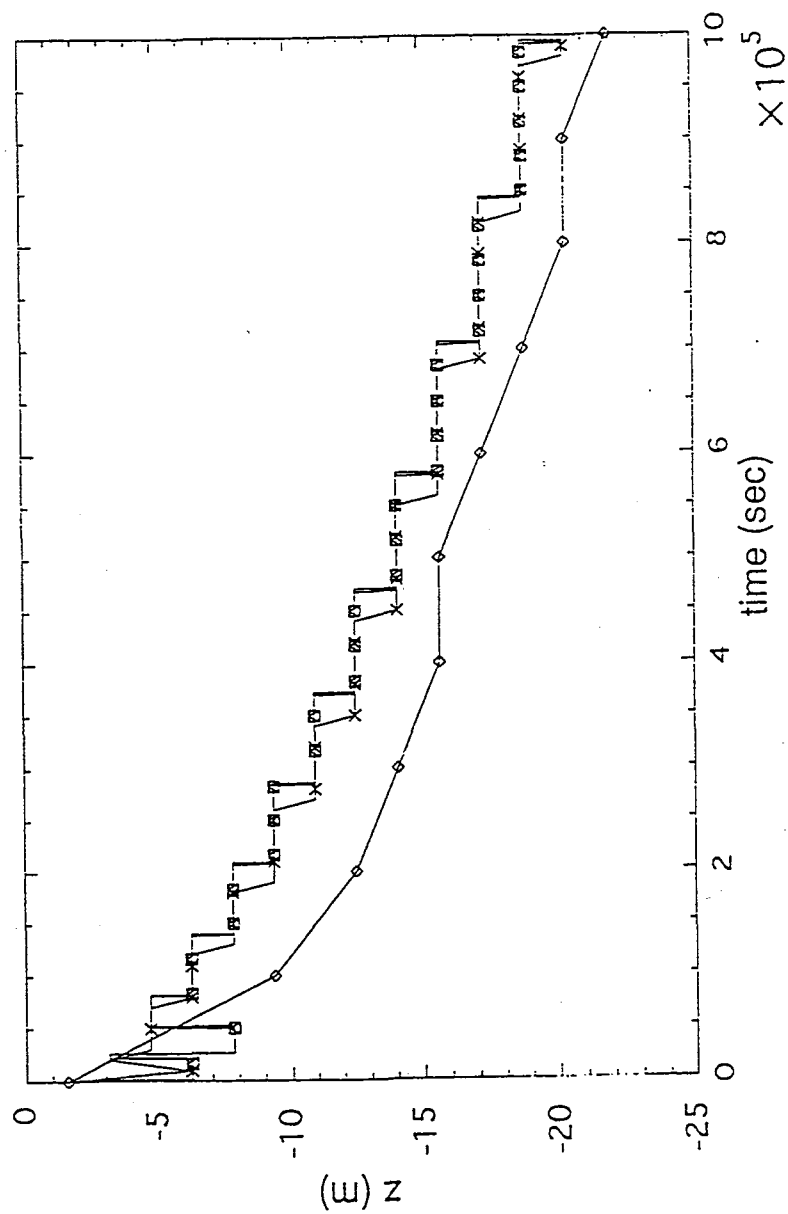


図4.2-4 一次元予備解析モデル解析結果：自由表面位置の経時変化

($\Delta z = 1.56$ (m), 鉛直16分割)

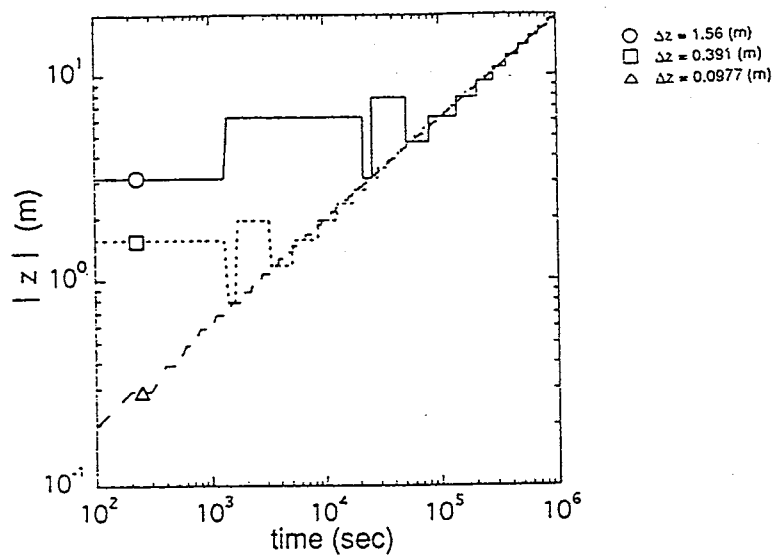


図4.2-5 一次元予備解析モデル解析結果：自由表面位置の経時変化

T_0 の Δz 依存性の検討 ($\Delta t = 10^2$ (sec))

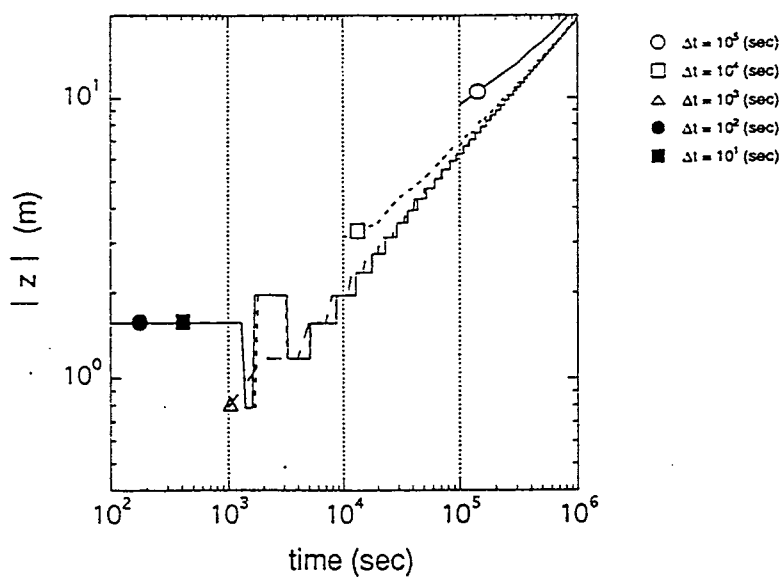


図4.2-6 一次元予備解析モデル解析結果：自由表面位置の経時変化

T_0 の Δt 依存性の検討 ($\Delta z = 0.391$ (m), 鉛直64分割)

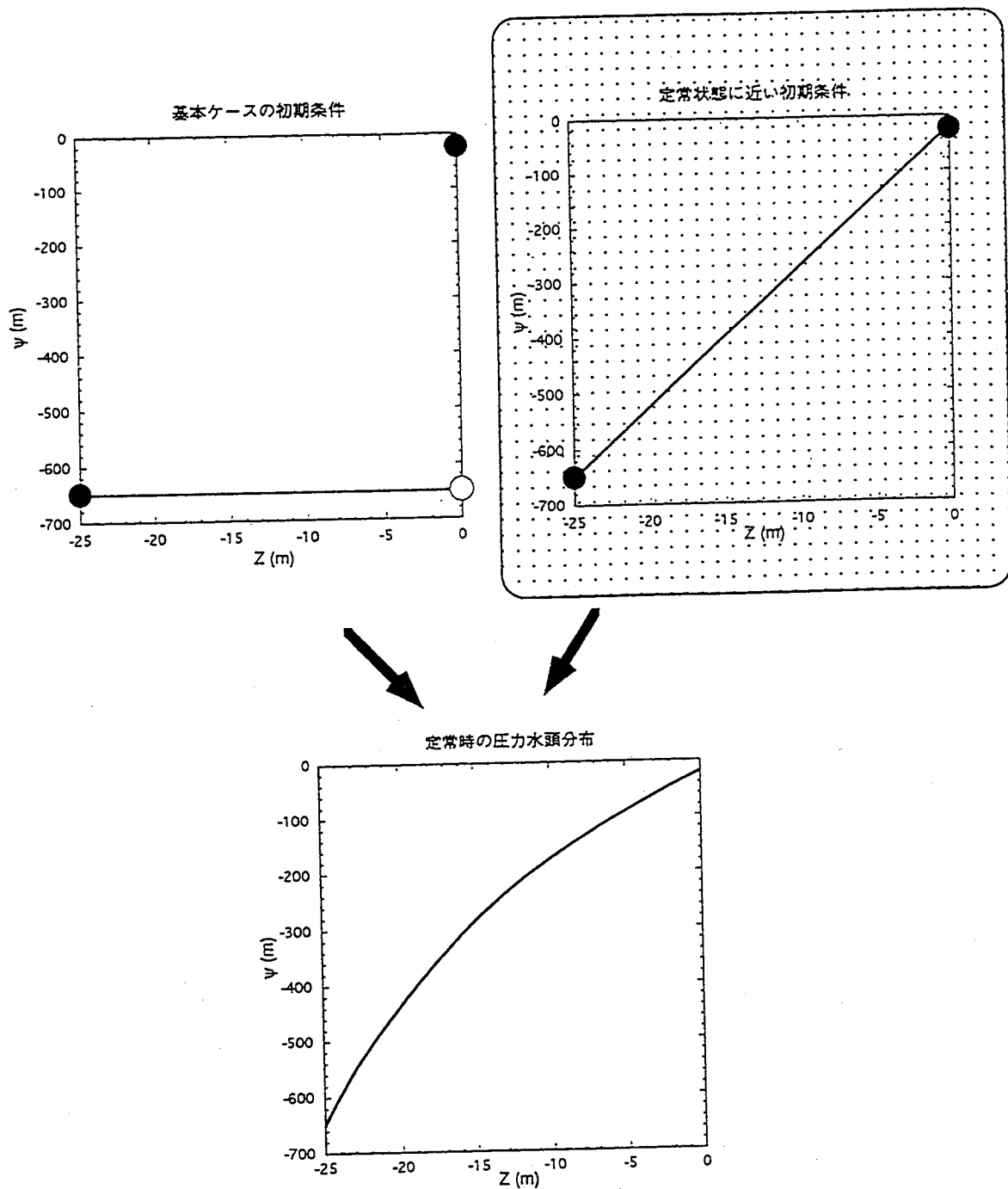


図4.2-7 一次元予備解析モデル解析結果：初期条件の設定

定常状態に近い初期条件をあたえた場合

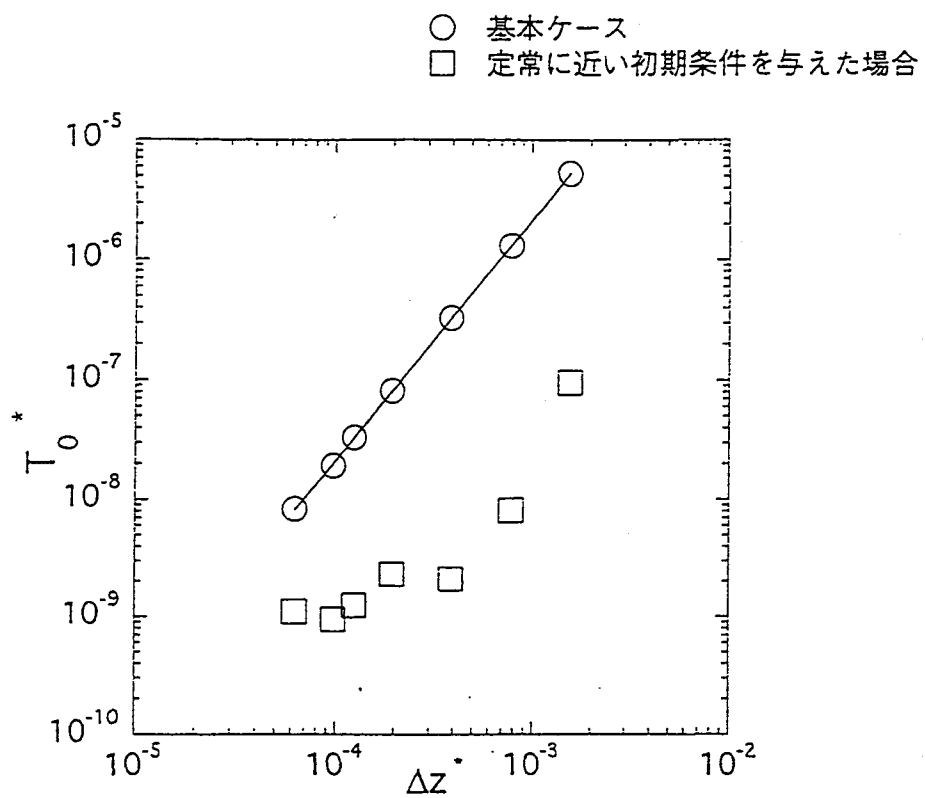


図4.2-8 一次元予備解析モデル解析結果：初期条件による T_0 の比較

4.3 最適分割に対するパラメータの感度

4.1 で示した予備解析モデルの基本ケースにおいて注目するタイムスケールを変化させた場合、また基本ケースからパラメータ：

- ・鉛直方向平均動水勾配
- ・不飽和特性
- ・解析対象領域の大きさ (定常問題)

を変化させた場合に関して最適分割を決定し、最適分割に対するパラメータの感度を評価する。

解の精度の評価にあたっては 3.2 で述べた基準を用いた。なお最適分割の決定にあたっては、変数を基本ケースで用いたサクション ($\psi_0 = 10^3(m)$) および飽和透水係数 ($K_0 = 10^{-5}(cm/sec)$) により無次元化する。

4.3.1 注目するタイムスケールを変化させた場合

4.2 において示したように着目するタイムスケールによって、安定な解を得るための最適分割の組み合わせは異なる。ここでは基本ケースにおいて注目するタイムスケール T^* を変化させた場合について、解の安定性および一様性の条件を満たす最適分割 ($\Delta z_{opt}^*, \Delta t_{opt}^*$) の組み合わせを検討した。 T^* に関しては、ほぼ定常状態に達する $T^* = 10^{-3}$ とそれに対して 10^{-4} 倍と十分に短い $T^* = 10^{-7}$ との間、つまり $T^* = 10^{-7} \sim 10^{-3}$ の範囲を考慮した。 T^* と最適分割の関係を図 4.3-1 に示す。 T^* が小さい場合には、 Δz_{opt}^* と Δt_{opt}^* はともに小さくなる。

4.3.2 鉛直方向平均動水勾配を変化させた場合

基本ケースでは境界水頭値差 $\Delta\psi^* = \psi_s^* - \psi_n^* = 0.63$ であり、これは鉛直方向平均動水勾配 $iz =$ 約 25 に相当する。ここでは基本ケースから $\Delta\psi^*$ を変化させ、 iz が変化した場合について最適分割 ($\Delta z_{opt}^*, \Delta t_{opt}^*$) の組み合わせを検討した。なお ψ_n^* は一定値とし、 ψ_s^* を変化した。また注目するタイムスケールに関しては $T^* = 10^{-5}$ とした。

iz および $\Delta\psi^*$ に関しては、基本ケースに対して 0.125 ~ 1.0 倍の範囲 ($iz = 3.1 \sim 25$ 、 $\Delta\psi^* = 0.079 \sim 0.63$) を考慮した。 $\Delta\psi^*$ と最適分割の関係を図 4.3-2 に示す。 $\Delta\psi^*$ が大きい場合つまり iz が大きい場合には、 Δz_{opt}^* と Δt_{opt}^* はともに小さくなる。

4.3.3 土壌特性を変化させた場合

不飽和特性 (飽和度と相対透水係数の関係および飽和度と相対サクションの関係) の影響を評価するため、基本ケース同様 $\psi_s^* - \psi_n^* = 0.1$ (一定) として ψ_s^* および ψ_n^* を変化させた場合について検討した。4.1 で述べたように基本ケースでは $\psi_n^* = -0.65 / \theta = 0.25$ である。 ψ_n^* に関しては $\psi_n^* = -0.65 \sim -0.15$ の範囲を考慮した。これは $\theta = 0.25 \sim$ 約 0.51 の範囲に相当する。 ψ_n^* と最適分割の関係を図 4.3-3 に示す。 ψ_n^* が小さい場合つまり飽和度が低い場合には、 Δz_{opt}^* と Δt_{opt}^* はともに小さくなる。

4.3.4 解析対象領域の大きさを変化させた場合

本研究では広域水理問題 (6. にて後述) のように対象の空間スケールが著しく大きい解析を取り扱う場合があるため、ここでは解析対象領域の大きさ L^* を変化させた場合の定常解析について検討した。なお本研究でとりあげる広域水理問題 (6. にて後述) は定常解析である。 L^* に関しては、基本ケース ($L^* = 2.5 \times 10^{-2}$) に対して $10^{-1} \sim 10^1$ 倍の範囲 ($L^* = 2.5 \times 10^{-3} \sim 2.5 \times 10^{-1}$) を考慮した。 L^* と最適空間分割幅 Δz_{opt}^* の関係を図 4.3-4 に示す。 L^* が大きくなると、それに比例して Δz_{opt}^* は大きくなる。すなわち最適分割では、要素あたりに許容される水頭値の偏差の最大値は一定であると考えられる。

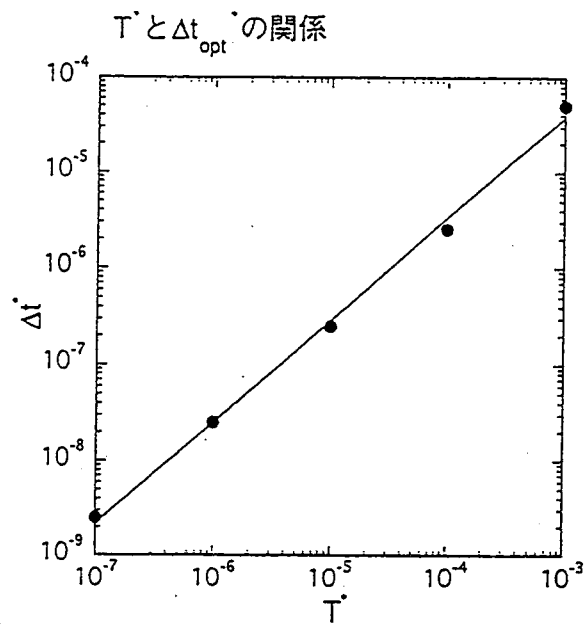
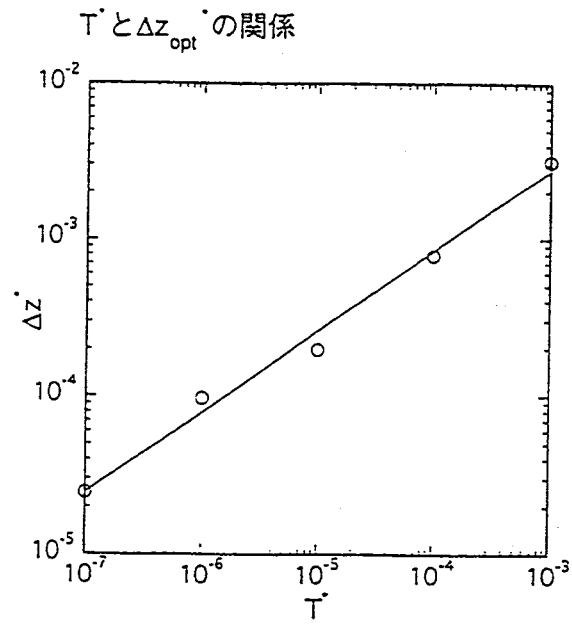


図4.3-1 一次元予備解析モデル解析結果 パラメータの感度評価
 : T と最適分割 ($\Delta z_{opt}, \Delta t_{opt}$) の関係

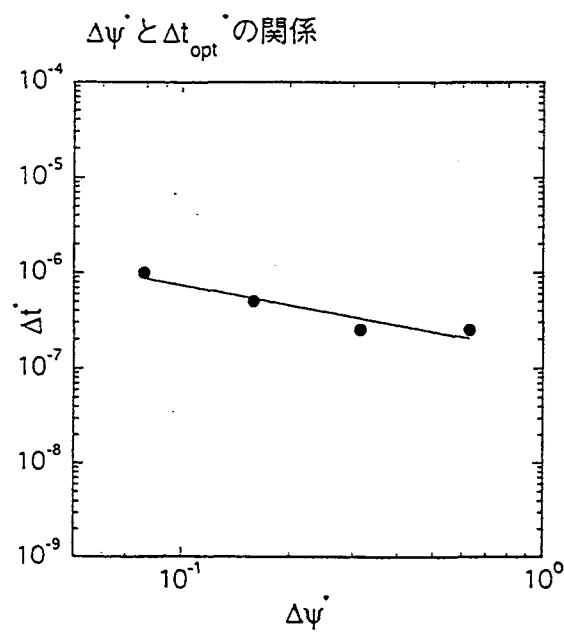
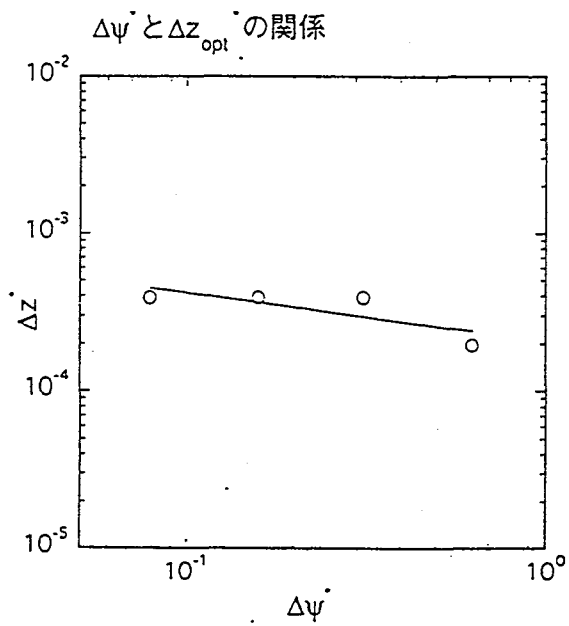


図4.3-2 一次元予備解析モデル解析結果 パラメータの感度評価
 : $\Delta\psi$ と最適分割 (Δz_{opt} , Δt_{opt}) の関係

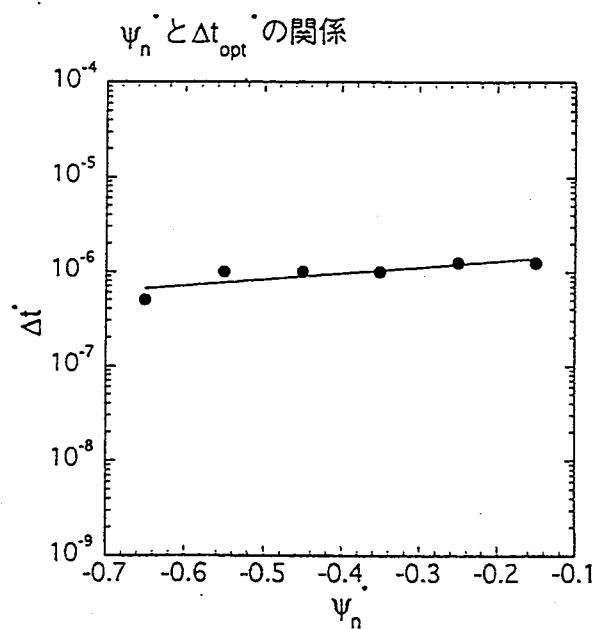
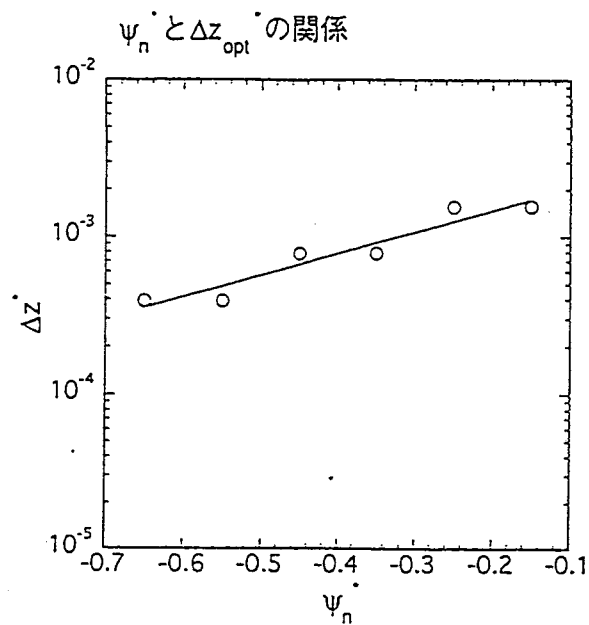


図4.3-3 一次元予備解析モデル解析結果 パラメータの感度評価

： ψ_n と最適分割 (Δz_{opt} , Δt_{opt}) の関係

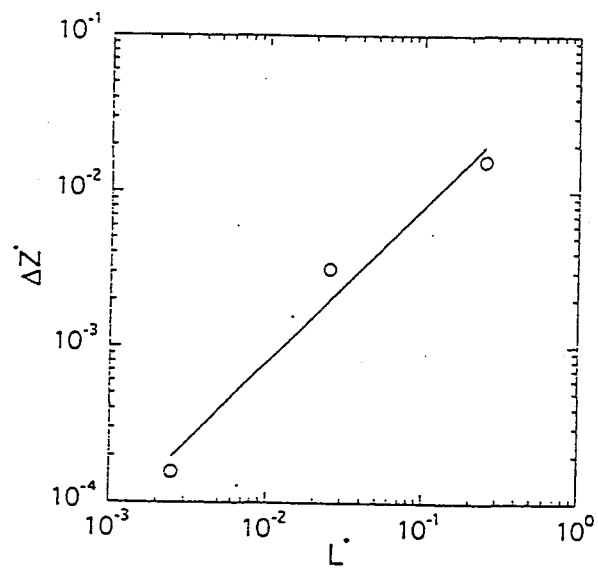


図4.3-4 一次元予備解析モデル解析結果 パラメータの感度評価
 : L と最適分割 Δz_{opt} の関係

4.4 まとめ

予備解析では数値解の安定性、そして最適分割に対するパラメータの感度について検討した。得られた知見を以下に示す。

(1) 解の安定性

着目するタイムスケールに応じて最適な時間および空間分割を行う必要がある。すなわち着目するタイムスケールが小さい場合には、安定な数値解を得るためにあらかじめ空間分割幅を細かくした格子データを作成することが必要である。また初期条件の設定によって定常状態に達するまでの所要時間が異なるため、初期条件も解の安定性に影響があるといえる。

(2) パラメータの感度

以下の場合には最適分割 (Δz_{opt}^* , Δt_{opt}^*) の組み合わせは、より厳しい (分割幅が細かい) 条件となることがわかった。

- 着目するタイムスケールが短い場合
- 鉛直方向平均動水勾配 (あるいは境界水頭値差 $\Delta\psi^*$) が大きい場合
- 飽和度が低い場合

また最適分割では、要素あたりに許容される水頭値の偏差の最大値は一定であることがわかった。

5. 「TAGSAC」関連の理論解

本研究で対象とする三次元のベンチマーク問題に関しては問題の複雑性のため解析解および理論解は存在しておらず、直接精度を判断することは困難である。そのような場合には解の安定性および一様性に関する検討を行なうことにより、数値解の精度を評価する。一方、予備解析で用いた一次元鉛直の不飽和浸透流モデルに関しては Philip(1969)(文献¹⁾、文献²⁾)により理論解が求められており、安定性および一様性の評価から得た最適分割による数値解の精度を判断することが可能である。

5. では 4. の一次元予備解析において得た最適分割による数値解を理論解と比較し、3.2 で示した最適分割の評価基準に関して検討する。

5.1 Philip の理論解

Philip による理論解の特徴を以下に示す：

- 級数解として求められる
- 水分量 θ を従属変数とする形式で求められる
- 半無限の均質土壌、初期条件として一様な水分量を仮定している

その導出法の概要について以下に示す。一次元鉛直の不飽和浸透流の支配方程式、理論解で用いられているモデルの境界条件および初期条件は (5.1) ~ (5.4) である。

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} \right] - \frac{dK}{d\theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} \quad (5.1)$$

$$\theta(0, t) = \theta_s \quad (5.2)$$

$$\theta(\infty, t) = \theta_n \quad (5.3)$$

$$\theta(z, 0) = \theta_n \quad (5.4)$$

ここでは、支配方程式の記述通りに任意点 z の任意時刻 t での水分量 $\theta(z, t)$ を求めるのではなく、浸潤フロントの進行に対応した $z(\theta, t)$ の形で理論解を求める手法をとる。まず支配方程式 (5.1) を変形して：

$$-\frac{\partial z}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \theta} \left[D \frac{\partial \theta}{\partial z} \right] - \frac{dK}{d\theta} \quad (5.5)$$

とし、最終的な解を以下に示すような級数形と仮定する：

$$z(\theta, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \phi_k(\theta) t^{\frac{1}{2}k} \quad (5.6)$$

(5.5) を θ 空間上で積分すると：

$$-\int_{\theta_n}^{\theta} \frac{\partial z}{\partial t} d\theta = D \frac{\partial \theta}{\partial z} - \left(D \frac{\partial \theta}{\partial z} \right)_{\theta_n} - (K - K_{\theta_n}) \quad (5.7)$$

となり (5.7) を (5.6) に代入すると、 $\phi_k(\theta) (1 \leq k \leq 4)$ は (5.8) ~ (5.11) の方程式を満たす：

$$\int_{\theta_n}^{\theta} \phi_1(\theta) d\theta = \frac{-2D}{\phi_1'(\theta)} \quad (5.8)$$

$$\int_{\theta_n}^{\theta} \phi_2(\theta) d\theta = \frac{D\phi_2'(\theta)}{(\phi_1'(\theta))^2} + (K - K_n) \quad (5.9)$$

$$\int_{\theta_n}^{\theta} \phi_3(\theta) d\theta = \frac{2D}{3} \left\{ \frac{\phi_3'(\theta)}{(\phi_1'(\theta))^2} - \frac{(\phi_2'(\theta))^2}{(\phi_1'(\theta))^3} \right\} \quad (5.10)$$

$$\int_{\theta_n}^{\theta} \phi_4(\theta) d\theta = \frac{D}{2} \left[\frac{\phi_4'(\theta)}{(\phi_1'(\theta))^2} - \frac{(\phi_2'(\theta))^2}{(\phi_1'(\theta))^3} \left\{ \frac{2\phi_3'(\theta)}{\phi_2'(\theta)} - \frac{\phi_2'(\theta)}{\phi_1'(\theta)} \right\} \right] \quad (5.11)$$

上に示した $\phi_n(\theta)$ に関する方程式を

$$\phi_n(\theta)|_{\theta=\theta_s} = 0 (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (5.12)$$

の条件下で反復的に解く。得られた各 $\phi_n(\theta)$ を (5.6) に代入し、 $z(\theta, t)$ の形式で理論解を得ることができる。

5.2 理論解と数値解の比較および検討

一次元予備解析において安定性および一様性の評価から得た最適分割による数値解を Philip による理論解と比較し、3.2 で示した最適分割の評価基準に関する検討を行なう。比較例を図 5.2-1 および図 5.2-2 に示す。これらの図はそれぞれ予備解析の基本ケースにおいて $T^* = 10^{-4}$ 、 10^{-5} とした解析ケースに相当する。数値解および理論解はそれぞれ：

- 数値解： $\psi(z, t)$
- 理論解： $z(\psi, t)$ (導出されるのは $z(\theta, t)$)

の形式であるため理論解を $\psi(z, t)$ の形式へ変換し、RMS 値 (2 乗和平均値) により水頭値分布の差異を評価した (ただし F_c および F_a はそれぞれ数値解および理論解を無次元化した値、 N は解を比較する項数とする)：

$$RMS = \frac{\sqrt{\sum^N |F_c - F_a|^2}}{N} \quad (5.13)$$

4.2 の一次元予備解析において求めた最適分割による数値解を理論解と比較したところ、 RMS 値は約 $1.0 \times 10^{-4} \sim 3.0 \times 10^{-4}$ の範囲に収まっていた (ただし、この値は両者の解の形式の違いによる補間誤差を含んでいる)。すなわち 3.2 で示した評価基準から得た最適分割 (Δz_{opt} , Δt_{opt}) による数値解は、許容範囲内の精度を有することが確認される。

6. におけるベンチマーク・テストでは、3.2 で示した解の安定性および一様性に関する検討を行なうことにより数値解の精度を評価する。

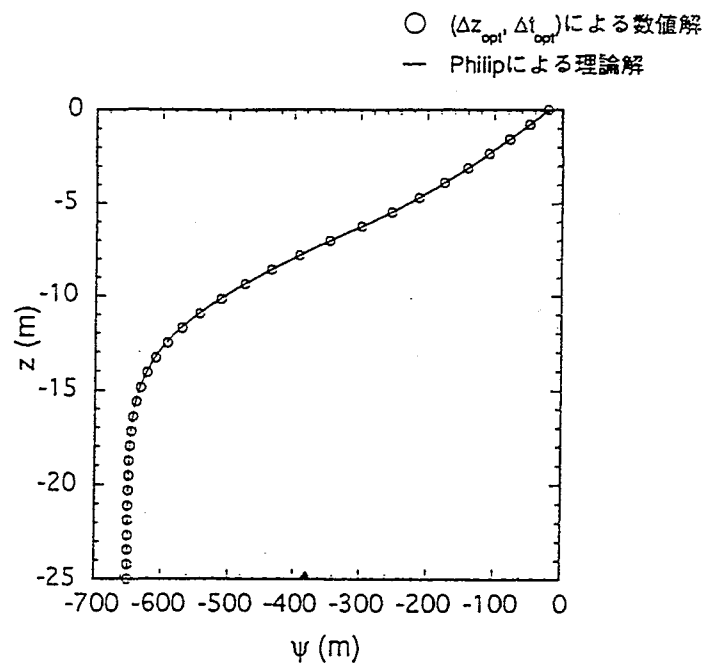


図5.2-1 数値解と理論解との比較： 10^6 (sec)後の圧力水頭分布

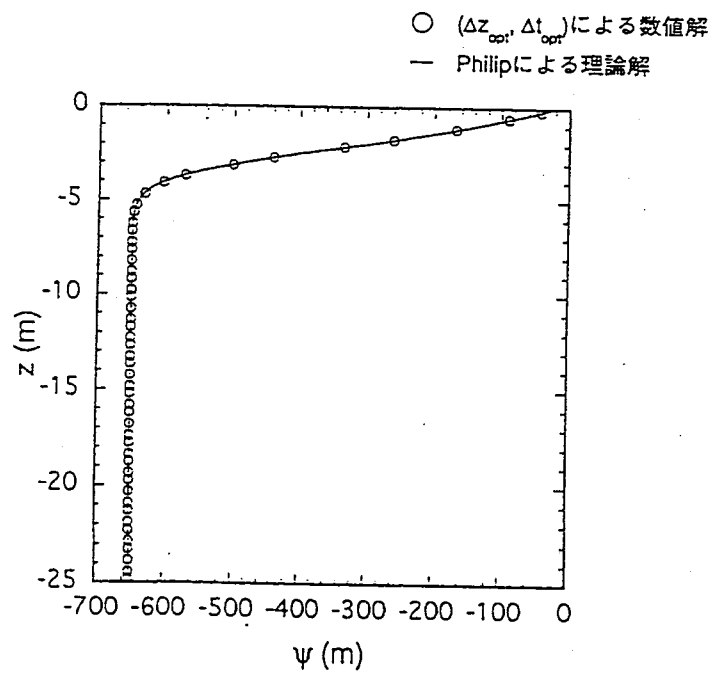


図5.2-2 数値解と理論解との比較： 10^5 (sec)後の圧力水頭分布

6. 「TAGSAC」ベンチマーク・テスト

6.1 評価項目

6. では、実際に「TAGSAC」を使用して解析が実施されている例として以下の3種類の問題を取りあげる：

- 広域水理問題
- 掘削問題
- 処分坑道周辺の不飽和領域問題

ベンチマーク・テストは以下の手順で実施する。

1. 3種類の問題に特徴的な評価項目を抽出し、その各問題に応じて簡略化したベンチマーク・モデルを設定する。
2. ベンチマーク・テスト実施結果から得られた知見により、各問題に応じた指針を作成する。
3. 得られた指針を各実問題に適用し、その妥当性を検証する。

6.2 広域水理問題

6.2.1 問題の概要

広域的な地下水流動の定常解析について検討を実施した。文献³⁾では「TAGSAC」を用いて東濃地域を対象とした広域水理解析(以下、東濃解析例とする)を実施している。6.2ではこの解析例を対象としたベンチマーク・テストを作成し、様々な条件下での解の精度および安定性について検討することにより最適な空間分割を決定する。文献³⁾において用いられている東濃地域の $8(km) \times 7(km) \times$ 深さ $3(km)$ の領域の水理地質構造モデルを図 6.2-1 に、境界条件を図 6.2-2 に示す。境界条件は：

上部境界 (地表)	： 第二種境界条件
側方境界	： 定水位境界条件ないしは不透水境界条件
下部境界	： 不透水境界条件

と設定されている。

6.2.2 ベンチマーク用解析モデルおよび基本ケース解析結果

6.2.2 ではベンチマーク用解析モデル (基本ケース)、基本ケース解析結果の概要、ベンチマーク方針などについて述べる。

(1) 基本ケースの概要

東濃解析例の特徴を考慮し、ベンチマーク用解析モデルを設定した。図 6.2-3 に対象および条件を示す。

東濃解析例では東側および西側境界は不透水条件としていることを考慮し、 y 軸方向に一樣な準二次元モデルを設定した。また不規則な標高差を簡略化し、均一な標高を仮定した。東濃解析例では深度が大きくなるほど透水性が低い岩盤が存在している場合が一般的であるため地表下 $0.5(km)$ 以深を不透水領域とみなし、 $0.5(km) \times$ 深さ $0.5(km)$ の領域を考慮した：

- 解析対象： $0.5(km) \times$ 深さ $0.5(km)$ の準二次元領域 (均質物性を仮定する)
- 境界条件：
 - ・ 上部境界：第二種境界条件 (流束値 q)
 - ・ 側方境界：定水位境界条件 (水頭値 ϕ_1 および ϕ_2)
 - ・ 下部境界：不透水境界条件

また以下のようにパラメータを設定したモデルを基本ケースとした：

1. 飽和透水係数

東濃解析例で用いられている飽和透水係数 $K (= 5.4 \times 10^{-8} \sim 1.0 \times 10^{-4} (cm/sec))$ の平均オーダー $K_0 = 10^{-6} (cm/sec)$ を、基本ケースでは均質な物性値として用いた。

2. 水平方向平均動水勾配

東濃解析例では南側および北側境界において定水位境界条件があたえられており、標高差により南北方向に平均動水勾配約 $\frac{150(m)}{8000(m)} \doteq 0.02$ が生じている。ベンチマーク・テストでは均一な標高を仮定したモデルを用いており、基本ケースでは側方境界間の定水位境界値差 $\Delta\phi$ により東濃解析例と同じ水平方向平均動水勾配を設定した ($\Delta\phi = |\phi_1 - \phi_2| = 500(m) \times 0.02 = 10(m)$)。

3. 不飽和特性

東濃解析例では、南側および北側境界において $\phi = h - 10(m)$ (h : 標高) の定水位境界条件をあたえている。基本ケースでは $\phi_1 = -20.0(m)$ 、 $\phi_2 = -10.0(m)$ と設定した ($\Delta\phi = |\phi_1 - \phi_2| = 10(m)$)。なお鉛直座標は上部境界 (地表) 面を基準 $z = 0(m)$ とする。

4. 上部境界における流束

東濃解析例と同様に基本ケースでは、上部境界における一様な流束 $q_0 = 0.57(mm/day) = 6.60 \times 10^{-9}(m/sec)$ をあたえた。

(2) 基本ケース解析結果の概要

ベンチマーク・テストに先立ち、基本ケースの解析条件により予備解析を実施した。図 6.2-4 に示すような水平および鉛直方向に領域を一様に 64 分割 ($\Delta x = \Delta z = 7.81(m)$) したメッシュを使用して解析した結果 (全水頭分布, ダルシー流速ベクトル) を図 6.2-5、図 6.2-6 に示す。鉛直面 $x = 250(m)$ における全水頭 ϕ の分布および鉛直方向動水勾配の絶対値 $\left| \frac{\partial \phi}{\partial z} \right|$ の分布を図 6.2-7 に示す。 $\left| \frac{\partial \phi}{\partial z} \right|$ は上部境界面近傍で最大 $\left| \frac{\partial \phi}{\partial z} \right| = \left| \frac{q}{K \cdot r(\theta)} \right| = \frac{6.6 \times 10^{-9}}{10^{-6} \times 10^{-2}} = 0.66$ (ただし $r(\theta)$ は相対透水係数、上部境界面では飽和すなわち $r(\theta) = 1.0$) であり、深度が増すにつれて減少する。

また、水平面 $x = 250(m)$ における全水頭 ϕ の分布および水平方向動水勾配の絶対値 $\left| \frac{\partial \phi}{\partial x} \right|$ の分布を図 6.2-8 に示す。 ϕ は約 $x = 270(m)$ において極大となる。基本ケースで設定した水平方向平均動水勾配 ix は 0.02 であるが、水平方向動水勾配 $\frac{\partial \phi}{\partial x}$ は約 $x > 270(m)$ では負の値となるため $\left| \frac{\partial \phi}{\partial x} \right|$ の平均値は 0.12 となる。これは上部境界における流束の影響によるものである。

以上に示したように、 $\frac{\partial \phi}{\partial x}$ および $\frac{\partial \phi}{\partial z}$ は上部境界における q と ix の関係により決定される。したがって 6.2 では、 q と ix を様々な条件下で変化させた場合について検討する。なお以下においては、動水勾配絶対値 $\left| \frac{\partial \phi}{\partial x} \right|$ あるいは $\left| \frac{\partial \phi}{\partial z} \right|$ を「動水勾配」、境界間における水頭値差から求められる動水勾配の平均値 ix あるいは iz を「平均動水勾配」と記す。

(3) ベンチマーク方針

6.2 では以下に示す方針で検討する。なお最適分割の決定にあたっては、変数を基本ケースで用いたサクシオン ($\psi_0 = 10^3(m)$) および飽和透水係数 ($K_0 = 10^{-6}(cm/sec)$) により無次元化する。

1. 均質物性領域を対象としたモデル

均質物性領域における最適な分割法を検討した。4. では最適分割において要素あたりに許容される水頭値の偏差の最大値は一定であった。6.2 においても同様であると予想され、したがって動水勾配が大きい領域では他の領域よりも要素分割を細かくする必要があると考えられる。図 6.2-9 に示す 3 種類の格子 (均等格子、鉛直方向不均等格子、水平方向不均等格子) を用いて、より少ない要素数で効率よく高精度な解を得る最適な空間分割を決定した。

2. 不均質物性領域を対象としたモデル

東濃解析例では不均質物性領域を対象としているため (図 6.2-1)、ベンチマーク・テストでは物性が異なる領域の境界面付近における空間分割法について検討する必要がある。境界面においては水頭値 ϕ (飽和度 θ) および流束 ($= K \cdot r(\theta) \frac{\partial \phi}{\partial x}$) は連続であるため、飽和透水係数 K が互いに大きく異なる場合には動水勾配 $\frac{\partial \phi}{\partial x}$ も大きく異なり、したがって動水勾配に応じた空間分割を行う必要があると考えられる。

3. 要素形状の影響

不均等分割を行う場合あるいは不規則な形状の対象をゆがみのある要素を用いて分割する場合には、均等な要素あるいは直方体要素 (立方体要素) を用いた場合と比較して数値解の精度が低下することが考えられる。6.2 では以下の3つの項目について要素形状の影響を評価した (図 6.2-11)。

- ・ 隣接要素間格子幅比
- ・ 要素のゆがみ
- ・ 要素のアスペクト比

(4) パラメータ

基本ケースからパラメータを以下に示す範囲で変化させた場合について、パラメータの感度を評価する。なお各パラメータはそれぞれ独立に変化させ、それ以外のパラメータは基本ケースと同じ値とする。

1. 飽和透水係数

東濃解析例では透水性が異なる7つの領域 (飽和透水係数 $K = 5.4 \times 10^{-8} \sim 1.0 \times 10^{-4} (cm/sec)$) が用いられている。ベンチマーク・テストでは基本ケース ($K = 10^{-6} (cm/sec)$) の $10^{-2} \sim 10^2$ 倍の範囲 ($K^* = 10^{-2} \sim 10^2$) を考慮する。

2. 水平方向平均動水勾配

水平方向平均動水勾配 ix は、基本ケースの $0.1 \sim 50.0$ 倍 ($ix = 0.002 \sim 1.0$) の範囲を考慮する。これは基本ケースにおける側方境界間の水頭値差 $\Delta \phi = |\phi_1 - \phi_2| = 10(m)$ に対して $\Delta \phi = 1.0 \sim 500(m)$ の範囲に相当する。

3. 不飽和特性

不飽和特性 (飽和度と相対透水係数の関係および飽和度と相対サクションの関係) の影響を評価するため、 $\Delta\phi$ を一定として ϕ_1 および ϕ_2 を変化させた場合について検討する。 ϕ_1 に関しては基本ケースの $\phi_1 = -20(m)$ に対して $\phi_1 = -820 \sim -20(m)$ の範囲を考慮する。これは上部境界面では飽和度 $\theta = 0.13 \sim 0.60$ に相当する。

4. 上部領域における流束

文献³⁾によると、未固結層から岩盤への年間浸透量は約 $14 \sim 250(mm/year) \doteq 4.44 \times 10^{-10} \sim 7.93 \times 10^{-9}(m/sec)$ の範囲であるとのことである。ベンチマーク・テストでは、基本ケース ($q_0 = 6.60 \times 10^{-9}(m/sec)$) の $10^{-1} \sim 10^1$ 倍 ($q = 6.60 \times 10^{-10} \sim 6.60 \times 10^{-8}(m/sec)$) の範囲を考慮する。

6.2.3 ベンチマーク・テスト (1) (均質物性領域における最適な空間分割法)

4. では最適分割において要素あたりに許容される水頭値の偏差の最大値は一定であった。一方、6.2.2 で示したように基本ケースでは座標位置により動水勾配が著しく異なるため、動水勾配が大きい領域では他の領域よりも要素分割を細かくした不均等格子を用いることにより、均等格子分割に比べ効率的に高精度な数値解を得ることが可能であると考えられる。ここでは3種類の空間分割法(均等格子、鉛直方向不均等格子、水平方向不均等格子)について検討する(図6.2-9)。

6.2 においては定常解析であるため解の一様性を検討することにより精度を評価する。一様性の評価基準は(3.2)では $\epsilon_c = 10^{-3}$ であるが、 $\epsilon_c = 10^{-2}$ とした場合についても併記する。

(1) 均等格子

パラメータを変化させた場合について最適な均等格子分割を決定した。またパラメータに関しては、6.2.2 で述べた範囲を考慮する。

(A) 飽和透水係数を変化させた場合

基本ケースから飽和透水係数 K^* を変化させた場合について検討した。解析の結果得られた K^* と最適分割 $(\Delta x_{opt}^*, \Delta z_{opt}^*)$ の関係を図6.2-12 に示す：

・ $\epsilon_c = 10^{-3}$ とした場合：

$$(\Delta x_{opt}^*, \Delta z_{opt}^*) = (1.7 \times 10^{-2} \times K^{*0.27}, 5.4 \times 10^{-3} \times K^{*0.37})$$

・ $\epsilon_c = 10^{-2}$ とした場合：

$$(\Delta x_{opt}^*, \Delta z_{opt}^*) = (1.5 \times 10^{-1} \times K^{*0.26}, 5.5 \times 10^{-2} \times K^{*0.35})$$

上部境界における流束 $q^* = K^* \cdot r(\theta) \cdot \frac{\partial \phi^*}{\partial z^*}$ ($r(\theta)$: 相対透水係数) が一定であるため K^* を小さくすると鉛直方向動水勾配 $\frac{\partial \phi^*}{\partial z^*}$ は大きくなり、最適な水平分割幅 Δx_{opt}^* および鉛直分割幅 Δz_{opt}^* が小さくなることわかる。

(B) 水平方向平均動水勾配を変化させた場合

基本ケースから、 $\Delta\phi^* = |\phi_1^* - \phi_2^*|$ を変化させた (ϕ_2^* を一定として ϕ_1^* を変化させた) 場合について検討した。解析の結果得られた $\Delta\phi^*$ と最適分割 ($\Delta x_{opt}^*, \Delta z_{opt}^*$) の関係を図 6.2-13 に示す：

・ $\varepsilon_c = 10^{-3}$ とした場合：

$$(\Delta x_{opt}^*, \Delta z_{opt}^*) = (5.9 \times 10^{-3} \times \Delta\phi^{*-0.23}, 9.0 \times 10^{-4} \times \Delta\phi^{*-0.38})$$

・ $\varepsilon_c = 10^{-2}$ とした場合：

$$(\Delta x_{opt}^*, \Delta z_{opt}^*) = (3.9 \times 10^{-2} \times \Delta\phi^{*-0.25}, 9.0 \times 10^{-3} \times \Delta\phi^{*-0.39})$$

$\Delta\phi^*$ を大きくすると水平方向動水勾配 $\frac{\partial\phi^*}{\partial x^*}$ は大きくなり、最適な水平分割幅 Δx_{opt}^* および鉛直分割幅 Δz_{opt}^* が小さくなることが確認される。

(C) 不飽和特性を変化させた場合

基本ケースから $\Delta\phi^*$ を一定として ϕ_2^* および ϕ_1^* を変化させた場合について検討した。解析の結果得られた ϕ_1^* と最適分割 ($\Delta x_{opt}^*, \Delta z_{opt}^*$) の関係を図 6.2-14 に示す。上部境界における流束 $q^* = K^* \cdot r(\theta) \cdot \frac{\partial\phi^*}{\partial z^*}$ ($r(\theta)$ ：相対透水性係数) が一定であるため、 ϕ_1^* を小さくすると θ および $r(\theta)$ は小さくなり最適な水平分割幅 Δx_{opt}^* および鉛直分割幅 Δz_{opt}^* が小さくなることが確認される。また図 6.2-5 および不飽和特性曲線 (図 4.1-2) により、 $r(\theta)$ と最適分割 ($\Delta x_{opt}^*, \Delta z_{opt}^*$) の関係を求めた結果を図 6.2-15 に示す：

・ $\varepsilon_c = 10^{-3}$ とした場合：

$$(\Delta x_{opt}^*, \Delta z_{opt}^*) = (5.9 \times 10^{-3} \times r(\theta)^{-0.23}, 9.0 \times 10^{-4} \times r(\theta)^{-0.38})$$

・ $\varepsilon_c = 10^{-2}$ とした場合：

$$(\Delta x_{opt}^*, \Delta z_{opt}^*) = (3.9 \times 10^{-2} \times r(\theta)^{-0.25}, 9.0 \times 10^{-3} \times r(\theta)^{-0.39})$$

基本ケースにおける $\phi_1^* = -2.0 \times 10^{-2}$ は $\theta = 0.6$ に相当し、 $r(\theta) = 0.2$ である。また考慮したパラメータ ϕ_1^* の最小値 $\phi_1^* = -8.2 \times 10^{-1}$ は $\theta = 0.13$ に相当し、 $r(\theta) = 0.026$ である。

(D) 上部境界における流束を変化させた場合

基本ケースから上部境界における流束 q^* を変化させた場合について検討した。

解析の結果得られた q^* と最適分割 $(\Delta x_{opt}^*, \Delta z_{opt}^*)$ の関係を図 6.2-16 に示す：

・ $\varepsilon_c = 10^{-3}$ とした場合：

$$(\Delta x_{opt}^*, \Delta z_{opt}^*) = (5.9 \times 10^{-3} \times q^{*-0.23}, 9.0 \times 10^{-4} \times q^{*-0.38})$$

・ $\varepsilon_c = 10^{-2}$ とした場合：

$$(\Delta x_{opt}^*, \Delta z_{opt}^*) = (3.9 \times 10^{-2} \times q^{*-0.25}, 9.0 \times 10^{-3} \times q^{*-0.39})$$

q^* を大きくすることにより鉛直方向動水勾配 $\frac{\partial \phi^*}{\partial z}$ は大きくなり、最適な水平分割幅 Δx_{opt}^* および鉛直分割幅 Δz_{opt}^* が小さくなることが確認される。

(2) 鉛直方向不均等格子

鉛直方向に不均等な格子を用いた場合の最適分割を検討する。水平面 $z^* = z_0^*$ により解析対象を上部領域と下部領域とに分割し、水平方向は均等格子、鉛直方向は動水勾配 (鉛直方向) が大きい上部領域では格子幅を細かくし下部領域では格子幅を粗くする。上部および下部領域の鉛直方向の分割幅をそれぞれ $\Delta z_f^*, \Delta z_c^*$ 、水平方向の格子分割幅を Δx^* とする (図 6.2-9)：

鉛直方向の格子分割幅

上部領域 : Δz_f^*

下部領域 : Δz_c^*

水平方向の格子分割幅 : Δx^*

上部領域の鉛直方向の厚さ : $|z_0^*|$

Δx^* および Δz_f^* は、(1) で得られた最適な均等格子分割の組み合わせ $(\Delta x_{opt}^*, \Delta z_{opt}^*)$ を基準としてそれぞれ：

$$\Delta x^* = \Delta x_{opt}^*$$

$$\Delta z_f^* = 0.8 \times \Delta z_{opt}^*$$

とする。以上により上部領域の鉛直方向の厚さ $|z_0^*|$ に対しての最適な格子分割幅 Δz_c^* が決定される。さらに $(\Delta z_c^*, |z_0^*|)$ の組み合わせの中で全体 (鉛直方向) の要素数が最小となるものを最適な空間分割とする。ここでは飽和透水係数 $K_0 = 10^{-6} (cm/sec)$ の均質な媒体を仮定した基本ケースから境界条件に関するパラメータを変化させた場合について、最適な鉛直分割 $(\Delta z_f^*, \Delta z_c^*, |z_0^*|)$ を決定する。

(A) 水平方向平均動水勾配を変化させた場合

基本ケースから、 $\Delta\phi^* = |\phi_1^* - \phi_2^*|$ を変化させる (ϕ_2^* を一定として ϕ_1^* を変化させる)。解析の結果得られる $\Delta\phi^*$ と最適な鉛直分割 ($\Delta z_f^*, \Delta z_c^*, |z_0^*|$) の関係を図 6.2-17 に示す。 $\Delta\phi^*$ を大きくすると最適な格子幅 Δz_c^* および Δz_f^* は小さくなり、格子幅を細かくするべき領域 $|z_0^*|$ も小さくなることがわかる。地表面からの距離によって格子分割幅を変化させる場合には許容される隣接格子幅比は約 4.0 ~ 5.6 である。

(B) 不飽和特性を変化させた場合

基本ケースから、 $\Delta\phi^*$ を一定として ϕ_1^* および ϕ_2^* を変化させる。解析の結果得られる相対透水性係数 $r(\theta)$ と最適な鉛直分割 ($\Delta z_f^*, \Delta z_c^*, |z_0^*|$) の関係を図 6.2-18 に示す。 $r(\theta)$ を小さくすると (ϕ_1^* を小さくすると)、最適な格子幅 Δz_c^* および Δz_f^* は小さくなり、格子幅を細かくするべき領域 $|z_0^*|$ も小さくなることがわかる。この場合には許容される隣接格子幅比は約 3.8 ~ 4.8 である。

(C) 上部境界における流束を変化させた場合

基本ケースから、上部領域における流束 q^* を変化させる。解析の結果得られる q^* と最適な鉛直分割 ($\Delta z_f^*, \Delta z_c^*, |z_0^*|$) の関係を図 6.2-19 に示す。 q^* を大きくすると最適な格子幅 Δz_c^* および Δz_f^* は小さくなり、格子幅を細かくするべき領域 $|z_0^*|$ も小さくなることがわかる。この場合には許容される隣接格子幅比は約 3.0 ~ 6.4 である。

以上において、飽和透水性係数 $K_0 = 10^{-6}(\text{cm/sec})$ の均質媒体を仮定した基本ケースから境界条件に関するパラメータを変化させた場合について、最適な鉛直分割 ($\Delta z_f^*, \Delta z_c^*, |z_0^*|$) を決定した。鉛直方向に不均等な格子を用いた場合の最適分割における要素数と均等格子を用いた場合の最適分割における要素数との関係を図 6.2-20 に示す。鉛直方向に不均等な格子を用いた場合は、均等格子を用いた場合と比較して：

$$\varepsilon_c = 10^{-3} \text{とした場合} \quad : \text{約 } 0.5$$

$$\varepsilon_c = 10^{-2} \text{とした場合} \quad : \text{約 } 0.7$$

倍の要素数である。均等格子に比べ、より少ない要素数を用いて効率的に高精度な数値解を得ることが可能である。

(3) 水平方向不均等格子

水平方向に不均等な格子を用いた場合の最適分割を検討する。鉛直面 $x^* = x_0^*$ および $x^* = x_1^*$ により解析対象を 3 つの領域 (側方境界を含む 2 つの領域と中央領域) に分割し、鉛直方向は均等格子、水平方向は動水勾配 (水平方向) が大きい側方領域では格子幅を細かくし中央領域では格子幅を粗くする。なお 2 つの側方領域は同じ大きさであるとし ($|x_0| = |500 - x_1|$ 、 $|x_0^*| = |0.5 - x_1^*|$)、格子分割幅に関しても同じとする。側方および中央領域の水平方向の分割幅をそれぞれ Δx_f^* 、 Δx_c^* 、鉛直方向の格子分割幅を Δz^* とする (図 6.2-9) :

水平方向の格子分割幅

側方 2 領域 : Δx_f^*

中央領域 : Δx_c^*

鉛直方向の格子分割幅 : Δz^*

側方領域の水平方向の厚さ : $|x_0^*| = |0.5 - x_1^*|$

Δz^* および Δx_f^* は、(1) で得られた最適な均等格子分割の組み合わせ (Δx_{opt}^* , Δz_{opt}^*) を基準としてそれぞれ :

$$\Delta z^* = \Delta z_{opt}^*$$

$$\Delta x_f^* = 0.8 \times \Delta x_{opt}^*$$

とする。以上により側方領域の水平方向の厚さ $|x_0^*|$ に対しての最適な格子分割幅 Δx_c^* が決定される。さらに (Δx_c^* , $|x_0^*|$) の組み合わせの中で全体 (水平方向) の要素数が最小となるものを最適な空間分割とする。ここでは、飽和透水係数 $K_0 = 10^{-6}(\text{cm/sec})$ の均質な媒体を仮定した基本ケースから境界条件に関するパラメータを変化させた場合について、最適な水平分割 (Δx_f^* , Δx_c^* , $|x_0^*|$) を決定する。

(A) 水平方向平均動水勾配を変化させた場合

基本ケースから、 $\Delta \phi^* = |\phi_1^* - \phi_2^*|$ を変化させる (ϕ_2^* を一定として ϕ_1^* を変化させる)。解析の結果得られる $\Delta \phi^*$ と最適な水平分割 (Δx_f^* , Δx_c^* , $|x_0^*|$) の関係を図 6.2-21 に示す。 $\Delta \phi^*$ を大きくすると最適な格子幅 Δx_c^* および Δx_f^* は小さくなり、格子幅を細かくするべき領域 $|x_0^*|$ は大きくなることわかる。側方境界からの距離によって格子分割幅を変化させる場合には許容される隣接格子幅比は約 1.7 ~ 2.5 である。

(B) 不飽和特性を変化させた場合

基本ケースから、 $\Delta\phi^*$ を一定として ϕ_1^* および ϕ_2^* を変化させる。解析の結果得られる相対透水係数 $r(\theta)$ と最適な水平分割 $(\Delta x_f^*, \Delta x_c^*, |x_0^*|)$ の関係を図 6.2-22 に示す。 $r(\theta)$ を小さくすると(ϕ_1^* を小さくすると)、最適な格子幅 Δx_c^* および Δx_f^* は小さくなり、格子幅を細かくするべき領域 $|x_0^*|$ は大きくなるのがわかる。この場合には許容される隣接格子幅比は約 1.7 ~ 2.4 である。

(C) 上部境界における流束を変化させた場合

基本ケースから、上部領域における流束 q^* を変化させる。解析の結果得られる q^* と最適な水平分割 $(\Delta x_f^*, \Delta x_c^*, |x_0^*|)$ の関係を図 6.2-23 に示す。 q^* を大きくすると最適な格子幅 Δx_c^* および Δx_f^* は小さくなり、格子幅を細かくするべき領域 $|x_0^*|$ も小さくなるのがわかる。この場合には許容される隣接格子幅比は約 1.5 ~ 2.4 である。

以上において、飽和透水係数 $K_0 = 10^{-6}(\text{cm/sec})$ の均質媒体を仮定した基本ケースから境界条件に関するパラメータを変化させた場合について、最適な水平分割 $(\Delta x_f^*, \Delta x_c^*, |x_0^*|)$ を決定した。水平方向に不均等な格子を用いた場合の最適分割における要素数と均等格子を用いた場合の最適分割における要素数との関係を図 6.2-24 に示す。水平方向に不均等な格子を用いた場合は、均等格子を用いた場合と比較して：

$$\begin{aligned}\varepsilon_c = 10^{-3} \text{とした場合} & : \text{約 } 0.94 \\ \varepsilon_c = 10^{-2} \text{とした場合} & : \text{約 } 1.0\end{aligned}$$

倍の要素数であり、均等格子と比較して要素数には顕著な差がない。これは対象全域における解の精度を評価したためであると考えられる。なお、水平方向に不均等な格子に関しては、ある特定座標位置における解のみを評価した場合についても検討する(6.2.5 において後述)。

6.2.4 ベンチマーク・テスト (2) (不均質物性領域における最適な空間分割法)

東濃地域の解析モデルでは、飽和透水係数が異なる領域が複数存在しており不均質となっている。したがって 6.2.2 で述べたように、領域の境界面付近における空間分割について検討する必要があると考えられる。6.2.4 では鉛直方向ないしは水平方向に飽和透水係数が異なる 2 領域が層をなしている場合の空間分割法を検討する。図 6.2-1 に示した東濃解析モデルを参考とし、飽和透水係数は $10^{-8} \sim 10^{-4}(\text{cm/sec})$ の範囲を考慮する。

解の精度の評価にあたっては 3.2 において示した基準を用いる ($\epsilon_2 = 10^{-3}$)。また 6.2.4 では無次元化を実施せずに、領域における飽和透水係数と得られた最適分割幅の関係をとりあつかう。

(1) 鉛直方向不均質

2 領域がともに水平方向 $500(\text{m}) \times$ 深さ $250(\text{m})$ の大きさである準二次元モデルを用い、鉛直方向に飽和透水係数が異なる 2 領域が層をなしている場合の空間分割法について検討した。なお、飽和透水係数以外の土壌特性および境界条件は基本ケースと同じ設定とし、また物性が同じ領域内では均等格子を用いた。2 つのケース：

- 下部領域に比べ上部領域の方が透水性が高い場合

上部領域： $K = 10^{-4}(\text{cm/sec})$ 、下部領域： $K = 10^{-8}(\text{cm/sec})$

- 下部領域に比べ上部領域の方が透水性が低い場合

上部領域： $K = 10^{-8}(\text{cm/sec})$ 、下部領域： $K = 10^{-4}(\text{cm/sec})$

について解析を行なった結果 (鉛直面 $x = 250(\text{m})$ における全水頭分布および鉛直方向動水勾配) をそれぞれ図 6.2-25 および図 6.2-26 に示す。なお、これらの解析では図 6.2-4 に示したような水平および鉛直方向に解析対象を 64 分割したメッシュ ($\Delta x = \Delta z = 7.81(\text{m})$) を使用した。2 つの図を比較すると、上部領域における鉛直方向動水勾配は約 10^4 オーダー異なることが確認される。しかしながら下部領域における鉛直方向動水勾配には顕著な差異は認められない。すなわち上部領域にあたえられる流束とその飽和透水係数の関係が、領域全体の全水頭分布および鉛直方向動水勾配に対して支配的であると考えられる。

上部領域の飽和透水係数を $K_U = 10^{-4}(\text{cm/sec})$ とし、下部領域の飽和透水係数を $K_L = 10^{-8} \sim 10^{-4}(\text{cm/sec})$ の範囲で変化させた場合の最適分割幅を図 6.2-27 に示す。また同様に、上部領域の飽和透水係数を $K_U = 10^{-8}(\text{cm/sec})$ とし、下部領域の飽和透水係数を $K_L = 10^{-8} \sim 10^{-4}(\text{cm/sec})$ の範囲で変化させた場合の最適分割幅を図 6.2-28 に示す。

1. $K_U = 10^{-4}, 10^{-8}(\text{cm/sec})$ の比較 (K_L : 一定)

下部領域の飽和透水係数 K_L を一定として、上部領域の飽和透水係数 $K_U = 10^{-4}(\text{cm/sec})$ とした場合と $K_U = 10^{-8}(\text{cm/sec})$ とした場合を比較する。 $K_U = 10^{-8}(\text{cm/sec})$ とした場合と比較すると $K_U = 10^{-4}(\text{cm/sec})$ とした場合の上部領域における最適な格子分割幅 Δx_{opt} は約 10.7 ~ 12.5 倍、 Δz_{opt} は約 31.3 ~ 40.0 倍である。

2. $K_L = 10^{-4}, 10^{-8}(\text{cm/sec})$ の比較 (K_U : 一定)

上部領域の飽和透水係数 K_U を一定として、下部領域の飽和透水係数 $K_L = 10^{-4}(\text{cm/sec})$ とした場合と $K_L = 10^{-8}(\text{cm/sec})$ とした場合とを比較する。 $K_L = 10^{-8}(\text{cm/sec})$ とした場合と比較すると、 $K_L = 10^{-4}(\text{cm/sec})$ とした場合の下部領域における最適な格子分割幅 Δz_{opt} は約 1.7 ~ 2.1 倍である。

以上の結果により上部領域に比べ下部領域ではその飽和透水係数の影響が少なく、また流束が与えられる上部境界付近では特にその飽和透水係数に応じた格子分割を実施する必要があることがわかった。

(2) 水平方向不均質

2 領域がともに水平方向 250(m) × 深さ 500(m) の大きさである準二次元モデルを用い、水平方向に飽和透水係数が異なる 2 領域が層をなしている場合の空間分割法について検討する。なお、飽和透水係数以外の土壌特性および境界条件は基本ケースと同じ設定とし、また物性が同じ領域内では均等格子を用いた。

側方定水位境界値 $\phi_1 = -20(\text{m})$ があたえられる領域を領域 1、他方の側方定水位境界値 $\phi_2 = -10(\text{m})$ があたえられる領域を領域 2 とし、2 つのケース：

- 領域 1 の方が領域 2 に比べ透水性が高い場合

領域1: $K = 10^{-4}(\text{cm/sec})$ 、領域2: $K = 10^{-8}(\text{cm/sec})$

- 領域1の方が領域2に比べ透水性が低い場合

領域1: $K = 10^{-8}(\text{cm/sec})$ 、領域2: $K = 10^{-4}(\text{cm/sec})$

について解析を行なった結果 (鉛直面 $x = 125, 375(\text{m})$) における全水頭分布および鉛直方向動水勾配) をそれぞれ図 6.2-29 および図 6.2-30 に示す。なお、これらの解析では図 6.2-4 に示したような水平および鉛直方向に解析対象を 64 分割したメッシュ ($\Delta x = \Delta z = 7.81(\text{m})$) を使用した。2 つの図を比較すると、上部境界近傍における鉛直方向動水勾配は約 10^4 オーダー異なることが確認される。すなわち、鉛直方向の格子分割幅は 2 つの領域のうち飽和透水係数が小さい領域の影響が支配的であると考えられる。

領域1の飽和透水係数を $K_1 = 10^{-4}(\text{cm/sec})$ とし、領域2の飽和透水係数を $K_2 = 10^{-8} \sim 10^{-4}(\text{cm/sec})$ の範囲で変化させた場合の最適分割幅を図 6.2-31 に示す。また、同様に領域1の飽和透水係数を $K_1 = 10^{-8}(\text{cm/sec})$ とし、領域2の飽和透水係数を $K_2 = 10^{-8} \sim 10^{-4}(\text{cm/sec})$ の範囲で変化させた場合の最適分割幅を図 6.2-32 に示す。2 図の比較により：

1. 鉛直方向の格子分割幅：

2 領域のうち飽和透水係数が小さい領域の影響が支配的である

2. 水平方向の格子分割幅：

領域の飽和透水係数が小さい場合には、それに応じて格子幅を細かくする必要がある

ことがわかった。鉛直方向の格子分割幅は 2 つの領域のうち飽和透水係数が小さい領域の影響が支配的であると考えられる。鉛直方向の格子分割幅に関しては 2 領域のうち飽和透水係数が小さい領域の影響が支配的であり、水平方向の格子分割幅に関しては領域の飽和透水係数が小さい場合にはそれに応じて格子幅を細かくする必要があることがわかった。

6.2.5 ベンチマーク・テスト (3) (要素形状の影響)

使用する要素の形状の影響について評価を行う。具体的な評価項目を示す (図 6.2-11) :

- 隣接要素間の格子幅比の影響
- 要素のゆがみの影響
- 要素のアスペクト比の影響

これらの場合には立方体ないしは直方体要素による解析に対して精度が低下することが考えられる。ここでは 6.2.2 で示した基本ケースおよび基本ケースから最適分割に関してパラメータをより厳しい (分割幅が細かい) 条件側へ変化させた場合 :

- $ix = 1.0 (\Delta\phi^* = 5.0 \times 10^{-1})$: 基本ケースでは $ix = 0.02, \Delta\phi^* = 1.0 \times 10^{-2}$
- $\phi_1^* = -8.2 \times 10^{-1} (\theta = 0.13)$: 基本ケースでは $\phi_1^* = -2.0 \times 10^{-2} (\theta = 0.60)$
- $q^* = 6.60 \times 10^0$: 基本ケースでは $q^* = 6.60 \times 10^{-1}$

について検討を実施する。なお各パラメータはそれぞれ独立に変化させることとし、それ以外のパラメータは基本ケースと同じ値とする。解の精度の評価は 6.2.3 において決定した最適な均等格子による解との比較により行う :

$$\text{Max} |\overline{F(i)} - \overline{F_0(i)}| \leq \varepsilon_e = 10^{-3}$$

ただし、 $\overline{F_0(i)}$ は最適な均等格子による解、 $\overline{F(i)}$ は精度を評価するべき解とする。

(1) 隣接要素間格子幅比の影響

6.2.3 において述べたように、水平方向に不均等な格子に関して、ある特定座標位置における解のみを評価した場合について検討する。ここでは鉛直中央面 ($x = 250(m)$) 上における解のみの精度を評価する場合の不均等格子分割について検討する。鉛直方向は均等格子、水平方向は中央面を含む要素の格子分割幅を最小幅 Δx_{min}^* とし、そこから離れるにしたがい等比数列的に格子幅を大きくする。 n 番目の要素の水平方向格子分割幅 Δx_n^* を :

$$\Delta x_n^* = r^{n-1} \times \Delta x_{min}^* (r > 1)$$

とし、中央面に対して対称とする。また最小格子分割幅を Δx_{min}^* 、隣接要素間格子幅比 (以下、ストレッチ比とする) を r とする (図 6.2-11 参照)。 Δz^* および Δx_{min}^* は、

6.2.3 において決定した最適な均等格子分割の組み合わせ ($\Delta x_{opt}^*, \Delta z_{opt}^*$) を基準としてそれぞれ：

$$\Delta z^* = \Delta z_{opt}^*$$

$$\Delta x_{min}^* = 0.8 \times \Delta x_{opt}^*$$

とする。基本ケースおよびパラメータを変化させた場合について解析を行った結果、得られたストレッチ比 r と誤差の最大値の関係を図 6.2-33 に示す。 r を大きくすると誤差の最大値が大きくなることがわかる。許容されるストレッチ比 r は $\varepsilon_e = 10^{-3}$ とした場合には約 1.4 ~ 1.6、 $\varepsilon_e = 10^{-2}$ とした場合には約 2.2 ~ 2.8 であった。

(2) 要素のゆがみの影響

2通りの方法によってゆがませた要素を用いて解析を行い、その影響について検討する。水平面 (xy 面) 上の要素を全体的にゆがませる場合と鉛直面 (xz 面) 上の要素を全体的にゆがませる場合について検討した。平面上で要素を全体的にゆがませた例を図 6.2-34 に示す。6.2.3 において決定した最適な均等格子をゆがませ、数値解の精度を評価する。基本ケースおよびパラメータを変化させた場合について解析を行った結果、得られた要素の頂角 (鋭角) と誤差の最大値の関係を図 6.2-35 に示す。水平面上の要素をゆがませた場合に比べ、鉛直面上の要素をゆがませた場合の影響の方が大きいことが確認される。またパラメータを変化させると誤差の絶対値は変化するが、頂角が約 50 度以下では誤差が急激に増加する傾向を有することがわかる。許容される要素の頂角 (鋭角) を以下に示す：

・ $\varepsilon_e = 10^{-3}$ とした場合：

水平面 (xy 平面) : 約 42 ~ 48 度

鉛直面 (xz 平面) : 約 48 ~ 60 度

・ $\varepsilon_e = 10^{-2}$ とした場合：

水平面 (xy 平面) : 約 25 ~ 32 度

鉛直面 (xz 平面) : 約 40 ~ 43 度

(3) 要素のアスペクト比の影響

xz 面における格子分割は 6.2.3 において決定した最適な均等格子とし、奥行き方向 (y 軸) を様々な条件下 (Δy^* および y 軸方向の層数) で変化させた格子を用いて解析を行い、要素のアスペクト比の影響に関して検討した。基本ケースおよびパラメータを変化させた場合について解析を行った結果、 y 軸方向に生じる誤差の最大値は約 1.4×10^{-8} であった。最適分割幅は、例えば基本ケースにおいては $10^{-3} \sim 10^{-1}$ (無次元化した値) であり、少なくともアスペクト比が約 $10^{-5} \sim 10^5$ の範囲では有意な誤差は生じないことがわかった。

6.2.6 まとめ

(1) ベンチマーク・テスト

ベンチマーク・テストにより以下の知見が得られた。

1. 水平あるいは鉛直方向の動水勾配が大きい領域では、空間分割幅を細かくする必要がある。
2. 鉛直方向に不均等格子を用いた場合には、効率的に高精度な数値解を得るための空間分割が可能である。また特に対象の中央部における解を評価する場合および対象の物性が水平方向に不均質な場合には、水平方向に不均等格子を用いることにより、均等格子に比べ少ない要素数で効率的に高精度な数値解を得ることが可能である。
3. 要素の頂角が直角から離れている場合には、頂角(鋭角)を約40～50度以下とすると誤差が急激に増加することがわかった。また動水勾配が存在しない方向(y軸方向)の要素のアスペクト比に関しては、 $10^{-5} \sim 10^5$ の範囲では有意な誤差は生じないことがわかった。なお、最適分割におけるアスペクト比(> 1)の最大値は 10^2 程度である。
4. 一様性の評価基準を $\varepsilon_c = 10^{-3}$ とした場合の最適分割幅($\Delta x_{opt}^*, \Delta z_{opt}^*$)は約 $10^{-3} \sim 10^{-1}$ の範囲であり、これを東濃解析例において用いられている対象の大きさに適用すると $10^6 \sim 10^7$ オーダー程度の要素および節点となる。 $\varepsilon_c = 10^{-2}$ とすることにより最適分割の組み合わせ($\Delta x_{opt}^*, \Delta z_{opt}^*$)は約10倍となるため、 $10^3 \sim 10^4$ オーダー程度の要素および節点により空間分割を行うことが可能である。

(2) スケールアップに関する検討

東濃地域の解析例では $8(km) \times 7(km) \times$ 深さ $3(km)$ の領域を対象としている。一方、本ベンチマーク・テストでは $0.5(km) \times$ 深さ $0.5(km)$ の領域を対象として検討を行ってきた。ここでは対象をスケールアップし、 $8(km) \times$ 深さ $3(km)$ の準二次元モデルを用いた場合について最適分割を決定した。水平方向平均動水勾配を基本ケースと同じ値($= 0.02$)とした。

水平方向平均動水勾配を基本ケースと同じ値 ($= 0.02$) とした場合の解析結果 (鉛直面 $x = 4000(m)$ および地表面 $z = 0(m)$) における全水頭分布、鉛直および水平方向動水勾配) をそれぞれ図 6.2-36 および図 6.2-37 に示す。鉛直方向動水勾配は上部境界面 (地表面、 $z = 0$) 近傍で最大 $\frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{q}{K \cdot r(\theta)} = \frac{6.6 \times 10^{-9}}{10^{-6} \times 10^{-2}} = 0.66$ である。また水平方向動水勾配は側方境界 ($x = 0(m), 8000(m)$) において極大値約 2.1 となっている。一方対象の大きさを $0.5(km) \times$ 深さ $0.5(km)$ とした、6.2.2 で示した基本ケースの解析結果 (水平面 $z = 0(m)$) における全水頭分布および鉛直方向動水勾配) を図 6.2-38 に示す。基本ケース解析結果では水平方向動水勾配は側方境界 ($x = 0(m), 500(m)$) において極大値約 2.0 となっている。以上に示したように、対象のスケールアップにかかわらず鉛直および水平方向動水勾配の最大値はほぼ一定である。

基本ケースと同じ動水勾配 ($= 0.02$) を設定した解析、および基本ケースからパラメータをより厳しい (分割幅が細かい) 条件側へ設定した解析を実施し、最適分割を決定した：

- 基本ケースと同じ動水勾配
- $ix = 0.08 (\Delta \phi^* = 6.4 \times 10^{-1})$
- $\phi_1^* = -8.2 \times 10^{-1} (\theta = 0.13)$
- $q^* = 6.60 \times 10^0$

なお各パラメータはそれぞれ独立に変化させそれ以外のパラメータは基本ケースと同じ値とし、最適な均等格子分割を決定した。なお解の精度の評価は 3.2 で示した式 (3.2) において一様性の評価基準を $\epsilon_c = 10^{-2}$ とした。

対象をスケールアップした場合の $(\Delta x_{opt}^*, \Delta z_{opt}^*)$ は、ベンチマーク・テストにおける各解析結果の $(\Delta x_{opt}^*, \Delta z_{opt}^*)$ と比較すると約 0.88 ~ 1.25 倍でありほぼ一致している。すなわち最適な格子分割幅は対象のスケールには関係なく、動水勾配すなわち対象の飽和透水係数と上部境界における流束の関係によって決定される。

(3) 東濃モデル評価

上部境界にあたえられる流束とその飽和透水係数の関係が最適な空間分割幅に対して最も支配的である。東濃地域の解析例では地表面付近では鉛直方向の格子幅 Δz を細かくしている。しかしながら、図 6.2-1 に示した水理地質構造モデルにおいて地表面が：

・ユニット1 : 高透水性の未固結堆積物

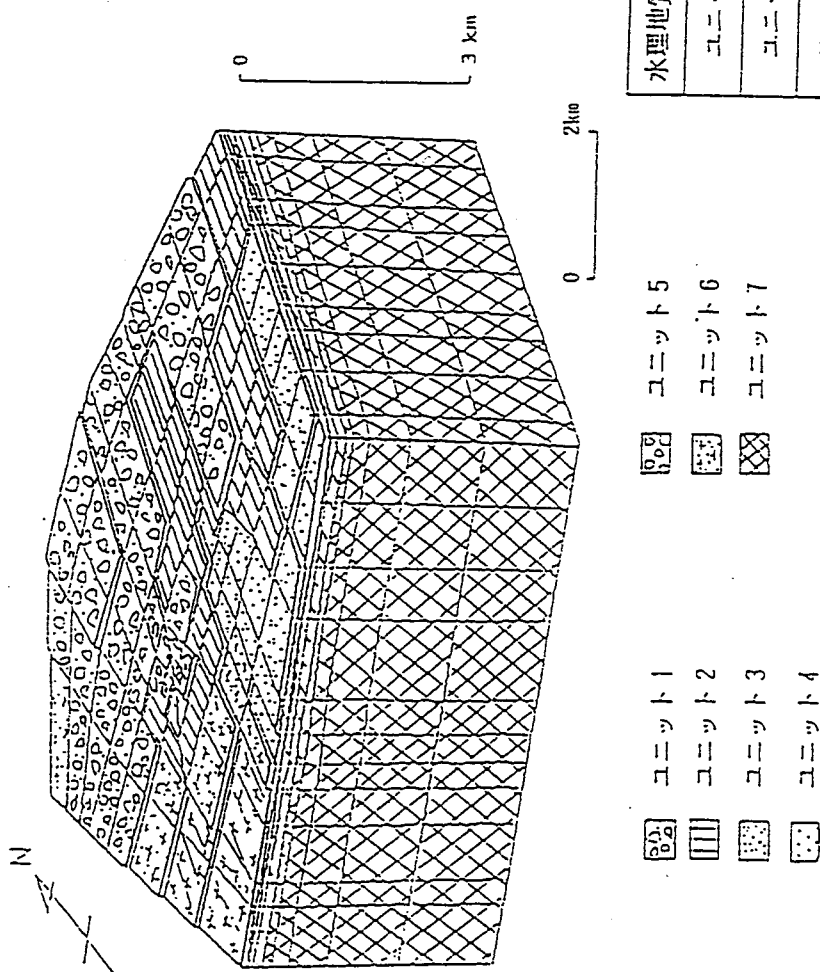
の場合に対して：

・ユニット3 : 難透水性の砂岩 (凝灰質, 細～中粒)

の場合にはその飽和透水係数が 5.4×10^{-4} 倍となっているが、地表面近傍の格子幅は同じ値 ($\Delta z = 50(m)$) としている。本ベンチマーク・テストの結果から、地表面の飽和透水係数に応じた格子分割を実施する必要があると考えられる。

水理地質構造モデル (図 6.2-1) の水平面 (xy 面) 上への投影図および鉛直面 (yz 面) 上への投影図を図 6.2-39 および図 6.2-40 に示す。頂角 (鋭角) が約 40 ～ 50 度以下である要素を用いる場合には、有意な誤差を生じている可能性があると考えられる。

また 6.2.3 で示したように鉛直方向に不均等な格子分割において許容される鉛直方向の隣接要素間格子幅比の最も厳しい条件は約 3.0 であるのに対して、東濃地域の解析例では 2.5 が最大であるため有意な誤差を生じる原因とはなっていないと考えられる。



水理地質ユニット	透水係数 (cm/s)	岩 相
ユニット 1	1.0×10^{-4}	未固結堆積物
ユニット 2	1.9×10^{-4}	砂岩 (中～粗粒)
ユニット 3	5.4×10^{-4}	砂岩 (凝灰質, 細～中粒)
ユニット 4	2.1×10^{-4}	礫岩 (細～中粒)
ユニット 5	6.6×10^{-4}	礫岩 (中～粗粒)
ユニット 6	2.4×10^{-4}	風化花崗岩
ユニット 7	6.3×10^{-4}	花崗岩

図6.2-1 東濃地域の水理地質構造モデル

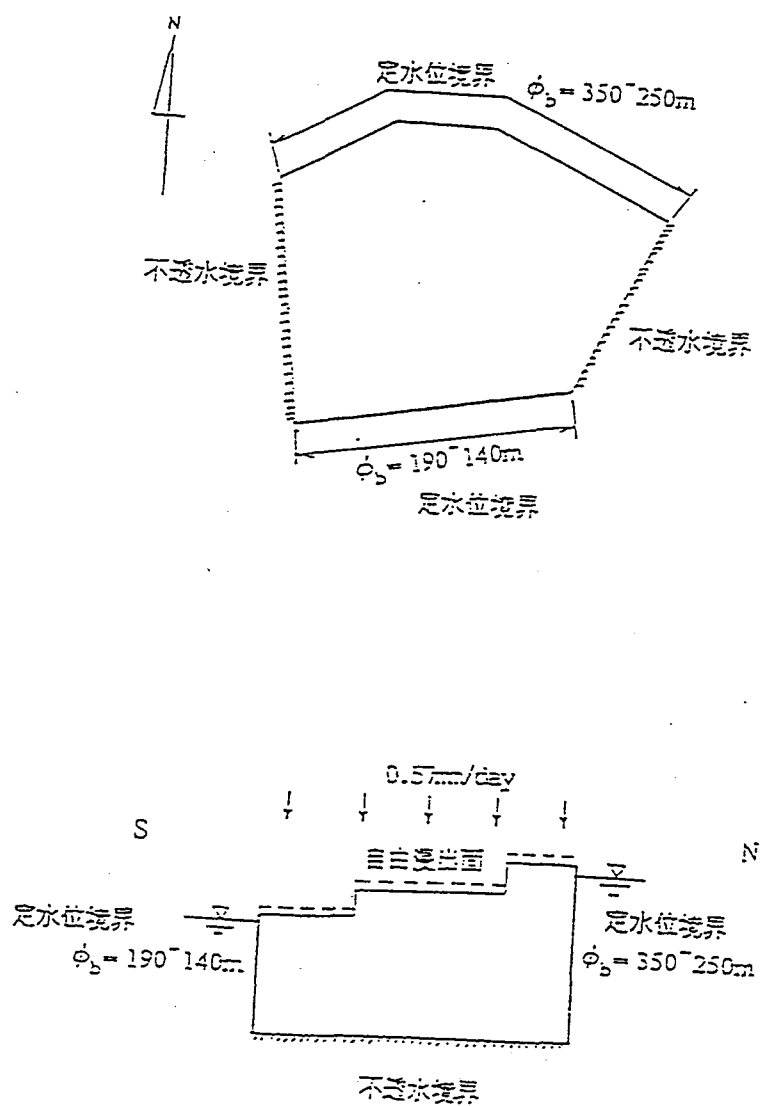


图6.2-2 広域水理問題境界条件

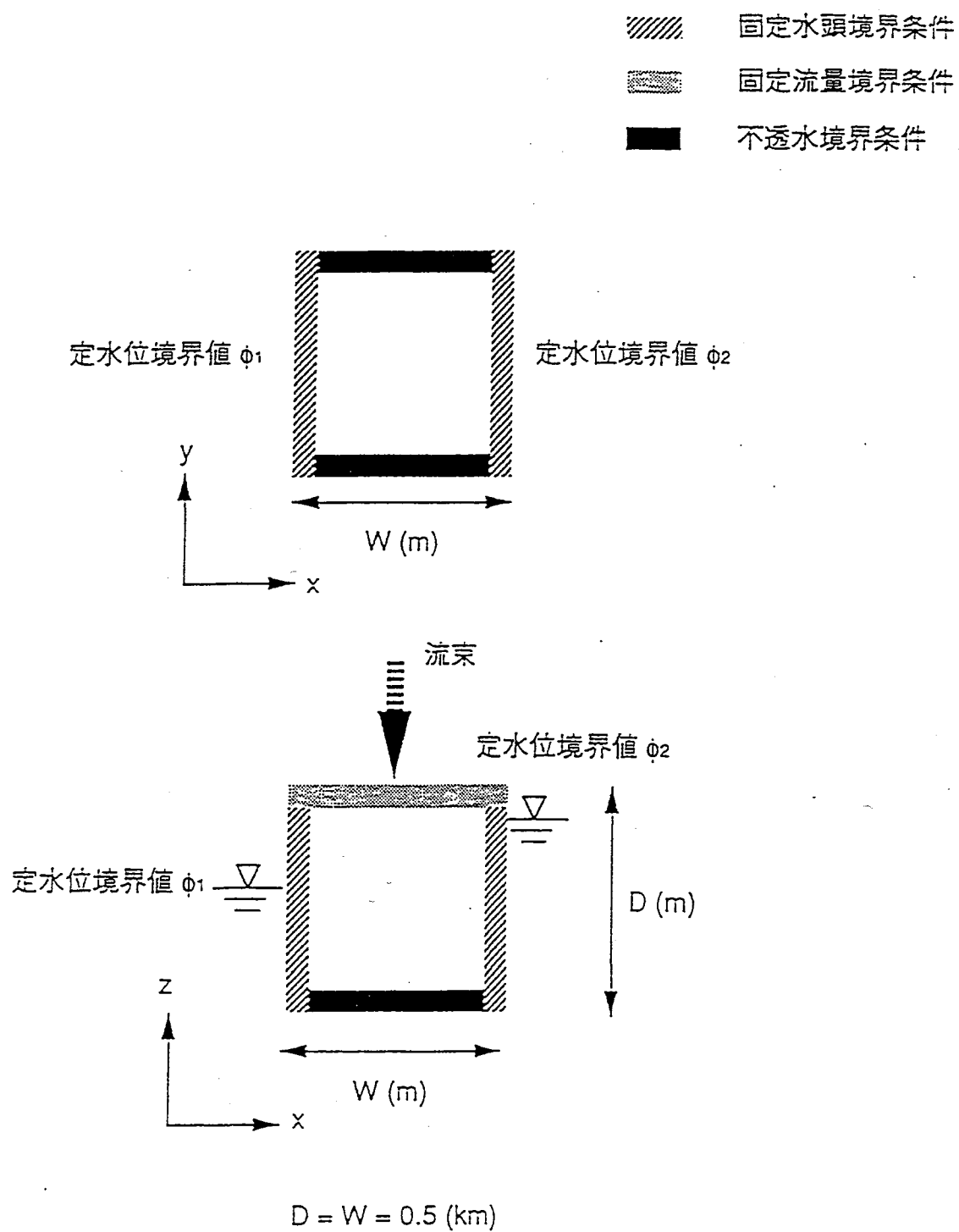


図6.2-3 ベンチマーク・テスト用解析モデルおよび境界条件

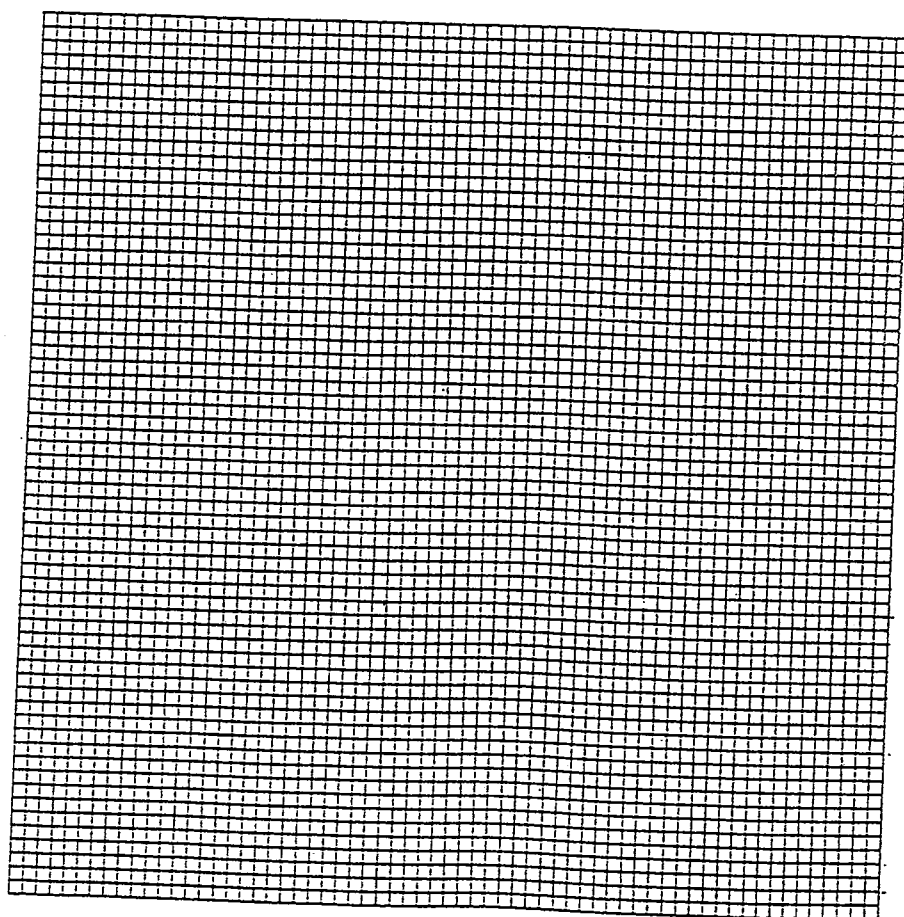


图6.2-4 均等格子 ($\Delta x = \Delta z = 7.81(\text{m})$) 要素分割图

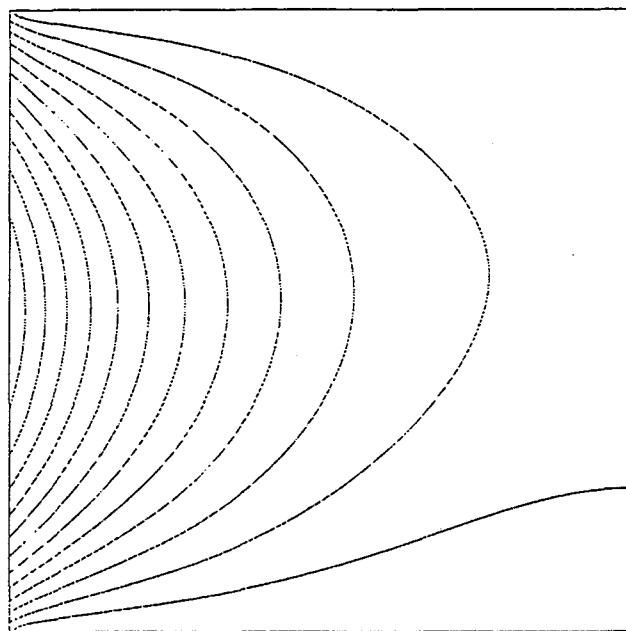


図6.2-5 基本ケース解析結果：全水頭分布図

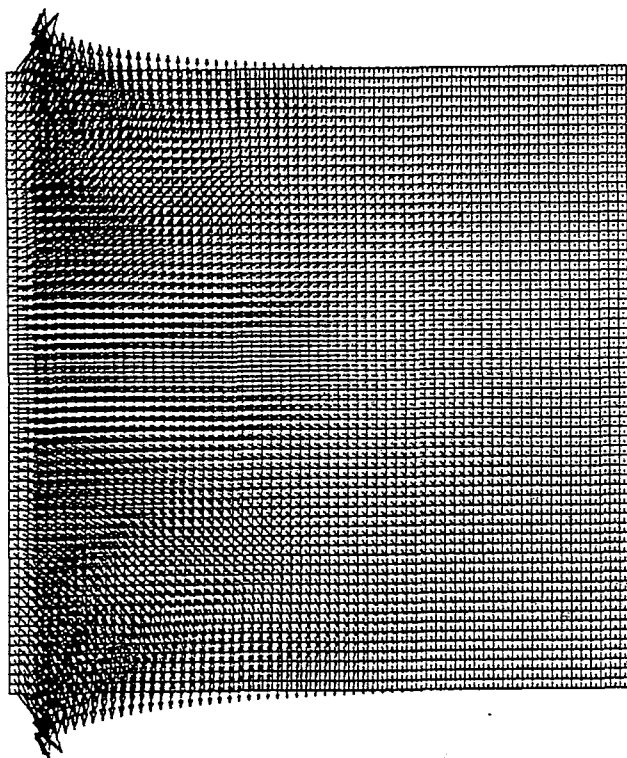


図6.2-6 基本ケース解析結果：ダルシー流束ベクトル図

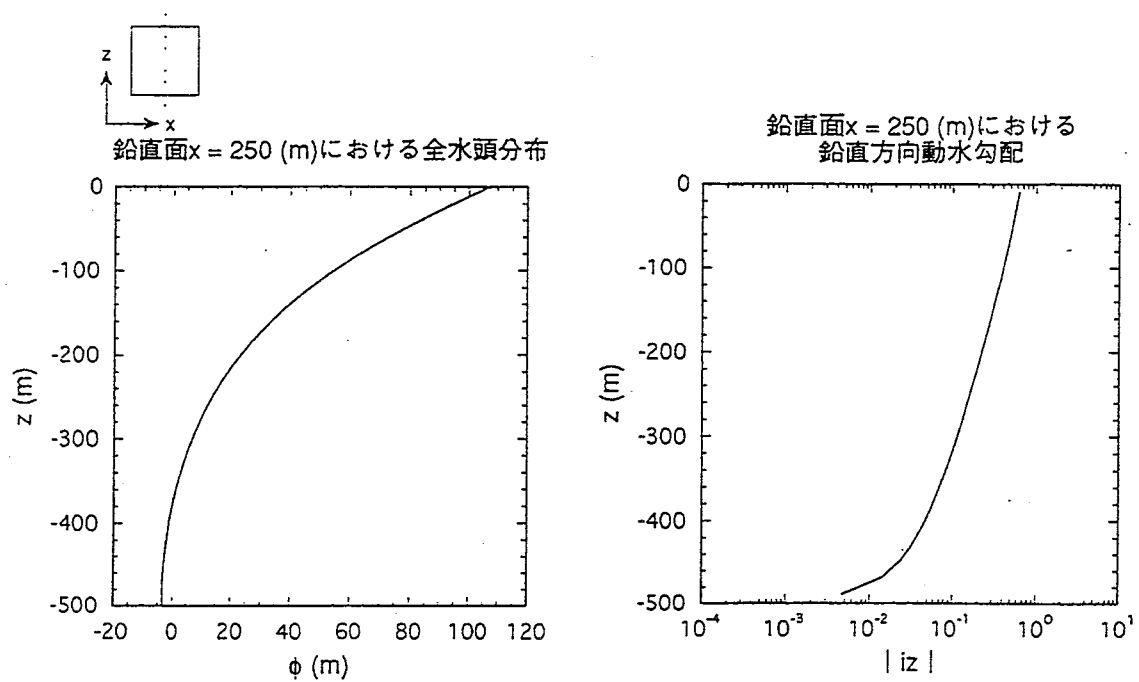


図6.2-7 基本ケース解析結果 (1)

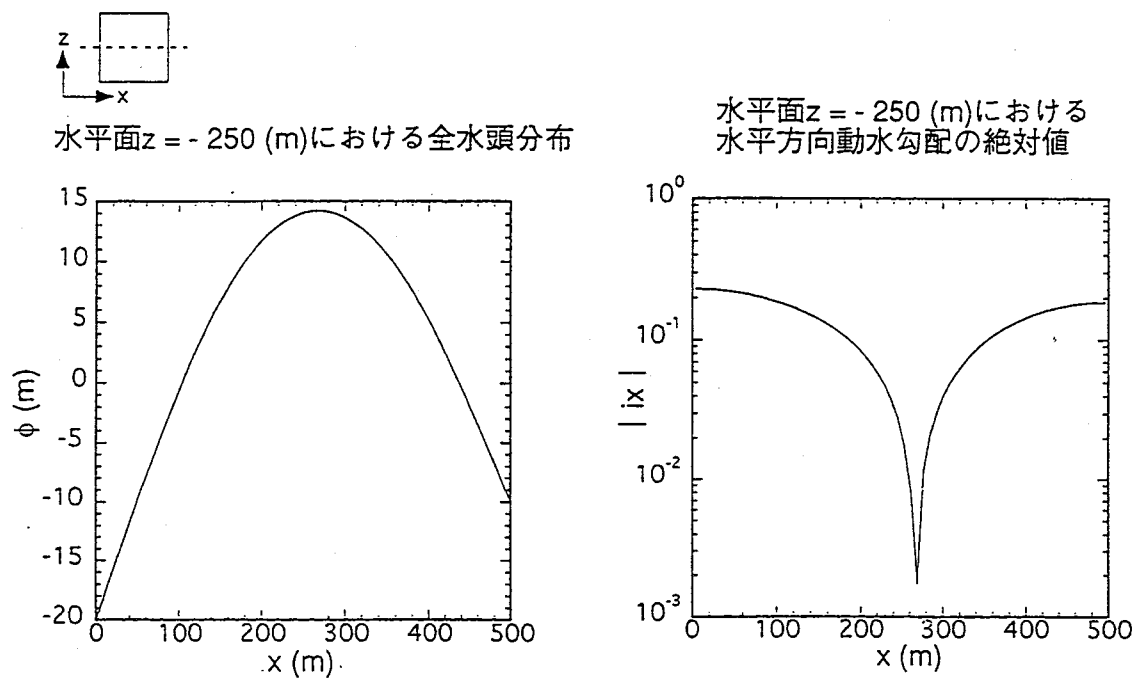


図6.2-8 基本ケース解析結果 (2)

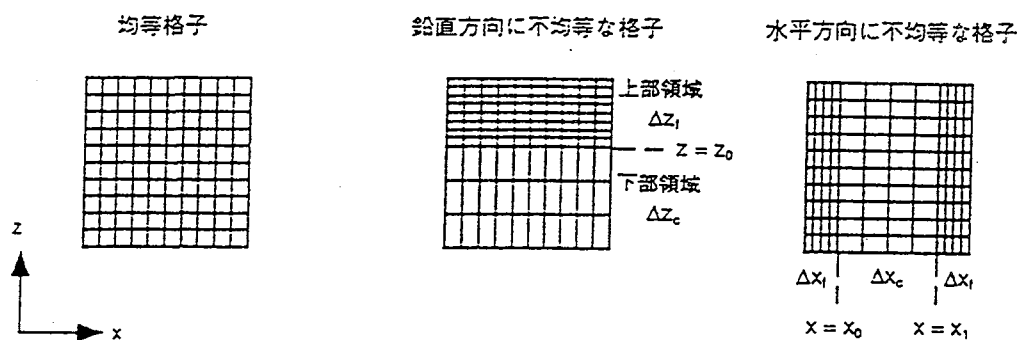


図6.2-9 空間分割法 (均質物性領域)

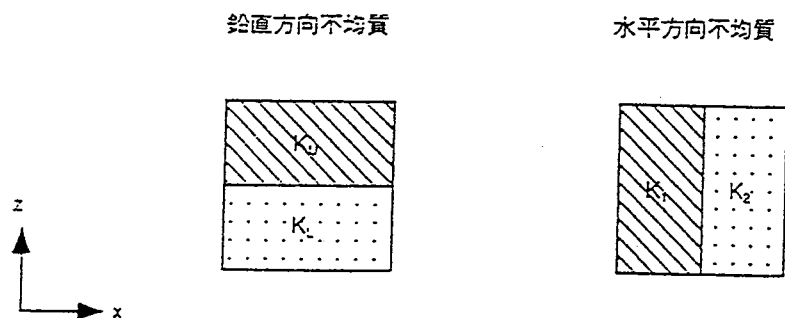


図6.2-10 空間分割法 (不均質物性領域)

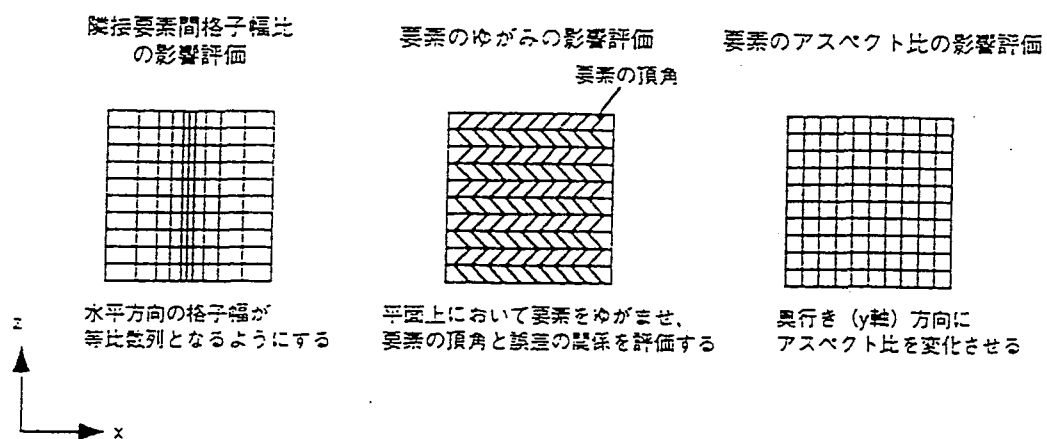


図6.2-11 要素形状の影響評価

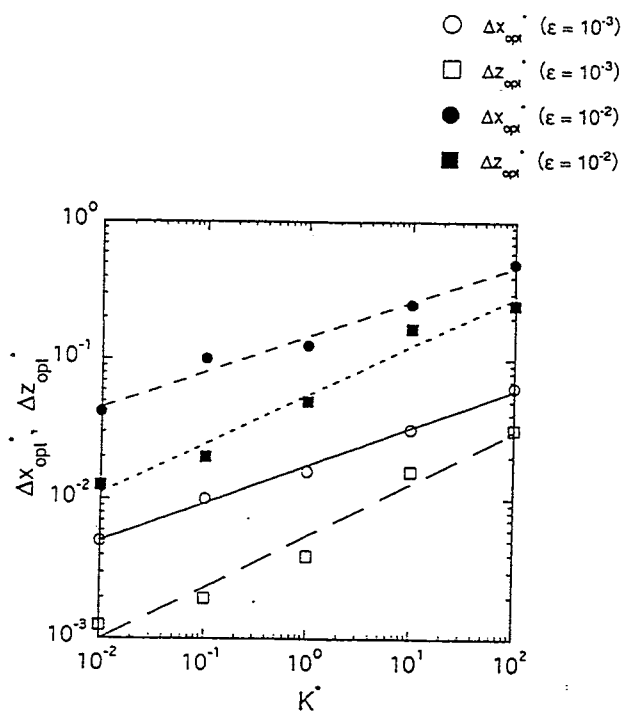


図6.2-12 最適分割の検討：Kを変化させた場合
(基本ケースでは $K=10^{-6}$ (cm/sec))

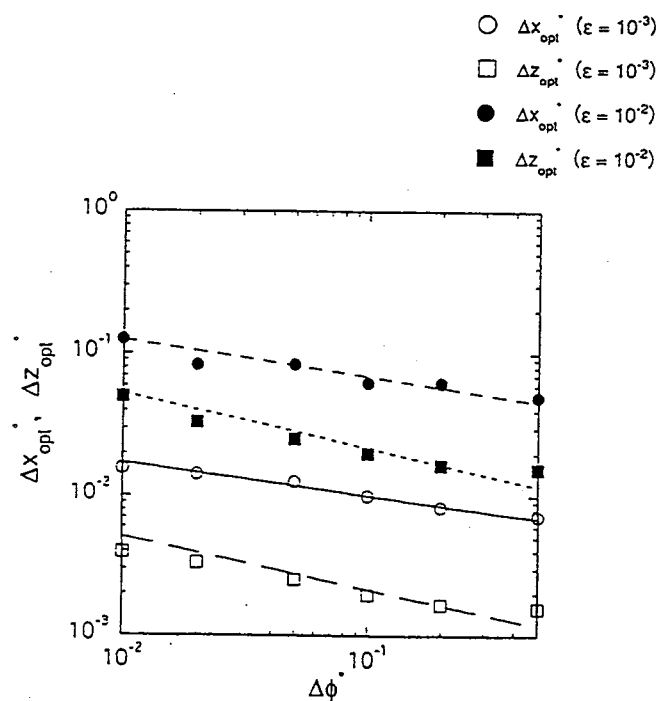


図6.2-13 最適分割の検討：水平方向平均動水勾配を変化させた場合
(基本ケースでは $\Delta\phi=10$ (m))

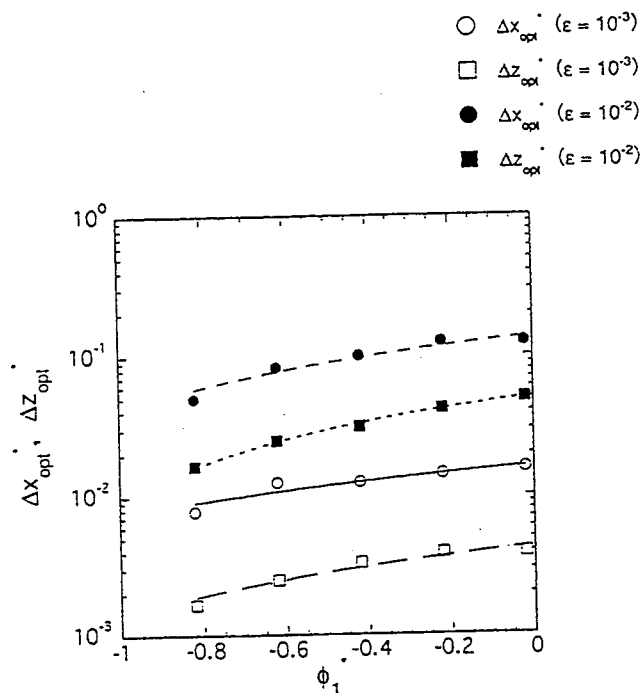


図6.2-14 最適分割の検討：不飽和特性を変化させた場合 (1)
(基本ケースでは $\phi_1 = -20$ (m))

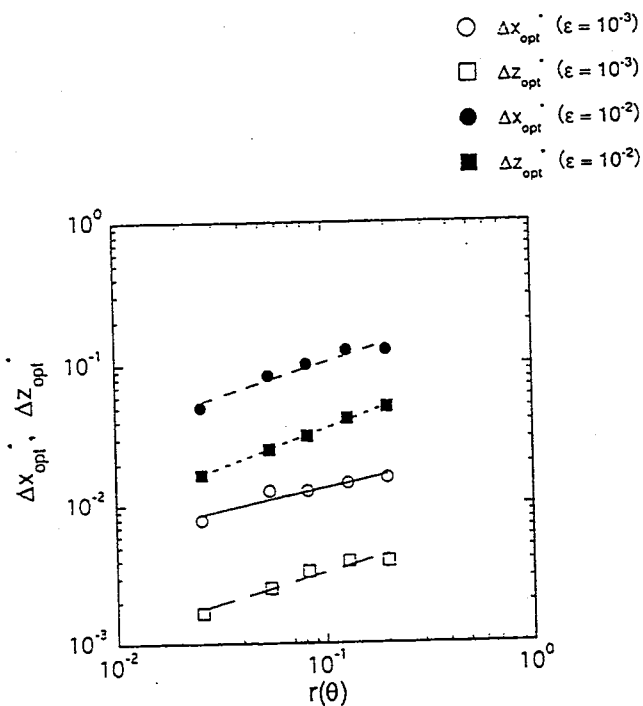


図6.2-15 最適分割の検討：不飽和特性を変化させた場合 (2)
(基本ケースでは $\theta = 0.2$)

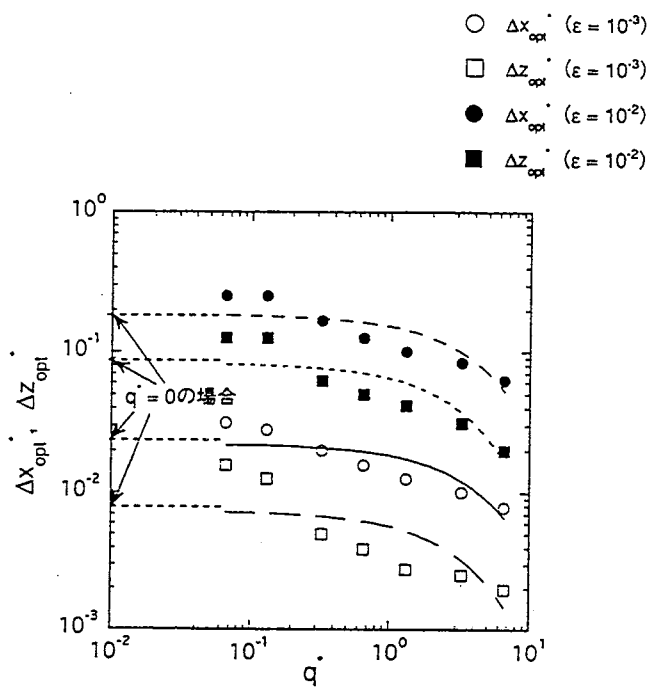
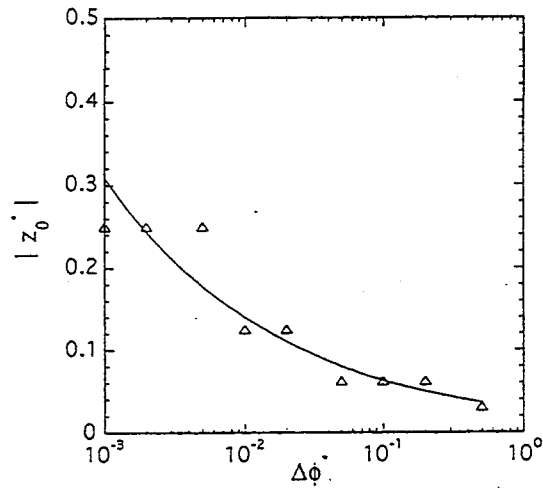


図6.2-16 最適分割の検討：地表面流束を変化させた場合
(基本ケースでは $q = 6.6 \times 10^{-9}$ (m/sec))

$\Delta\phi$ と要素数を最小とする $|z_0^*|$ の関係



$\Delta\phi$ と $(\Delta z_l^*, \Delta z_c^*)$ の関係

- Δz_l^* ($\epsilon = 10^{-3}$)
- Δz_c^* ($\epsilon = 10^{-3}$)
- Δz_l^* ($\epsilon = 10^{-2}$)
- Δz_c^* ($\epsilon = 10^{-2}$)

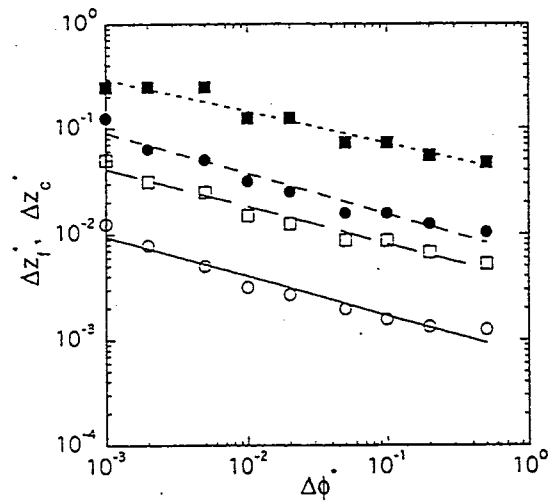
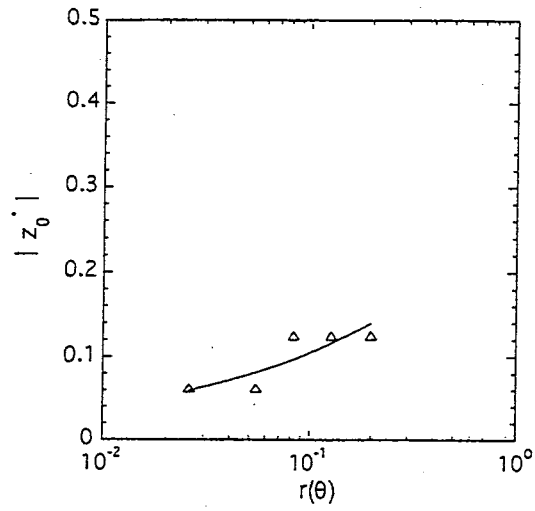


図6.2-17 鉛直方向不均等格子ベンチマーク
: $\Delta\phi$ と最適分割幅の関係

$r(\theta)$ と要素数を最小とする $|z_0^*|$ の関係



$r(\theta)$ と $(\Delta z_l^*, \Delta z_c^*)$ の関係

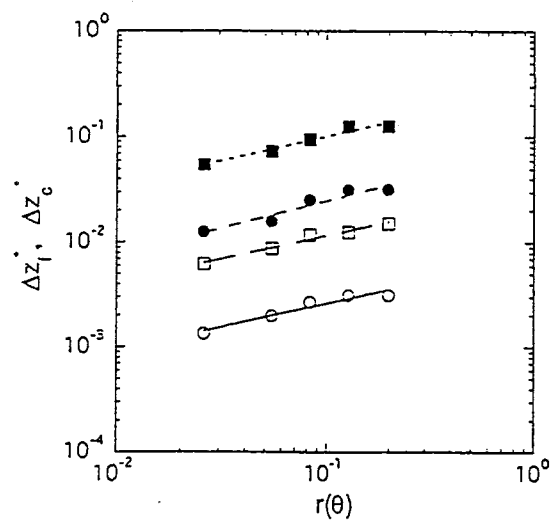
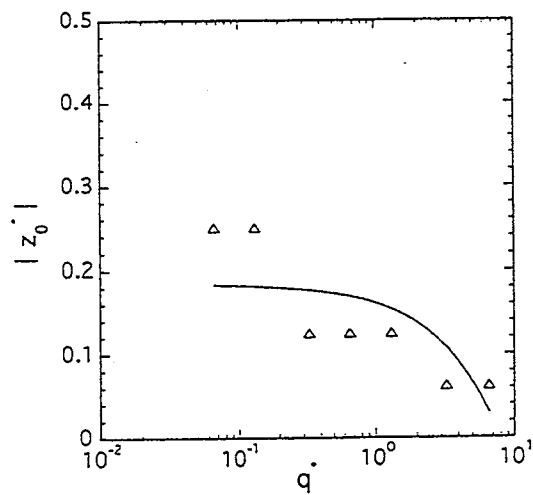


図6.2-18 鉛直方向不均等格子ベンチマーク
：不飽和特性と最適分割幅の関係

q^* と要素数を最小とする $|z_0^*|$ の関係



- Δz_1^* ($\epsilon = 10^{-3}$)
- Δz_c^* ($\epsilon = 10^{-3}$)
- Δz_1^* ($\epsilon = 10^{-2}$)
- Δz_c^* ($\epsilon = 10^{-2}$)

q^* と $(\Delta z_1^*, \Delta z_c^*)$ の関係

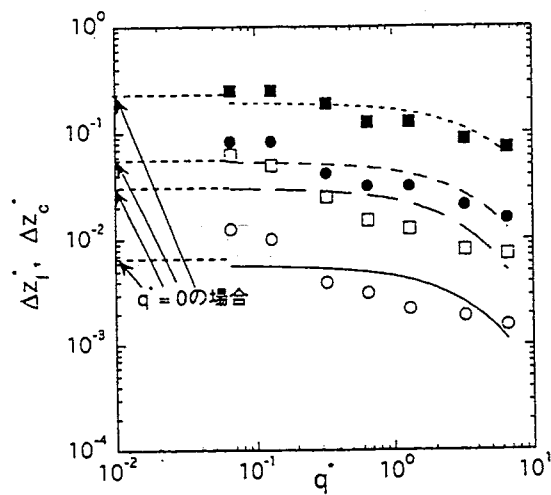


図6.2-19 鉛直方向不均等格子ベンチマーク
：地表面流束と最適分割幅の関係

- 均等分割 ($\epsilon = 10^{-3}$)
 □ 鉛直/不均等分割 ($\epsilon = 10^{-3}$)
 ● 均等分割 ($\epsilon = 10^{-2}$)
 ■ 鉛直/不均等分割 ($\epsilon = 10^{-2}$)

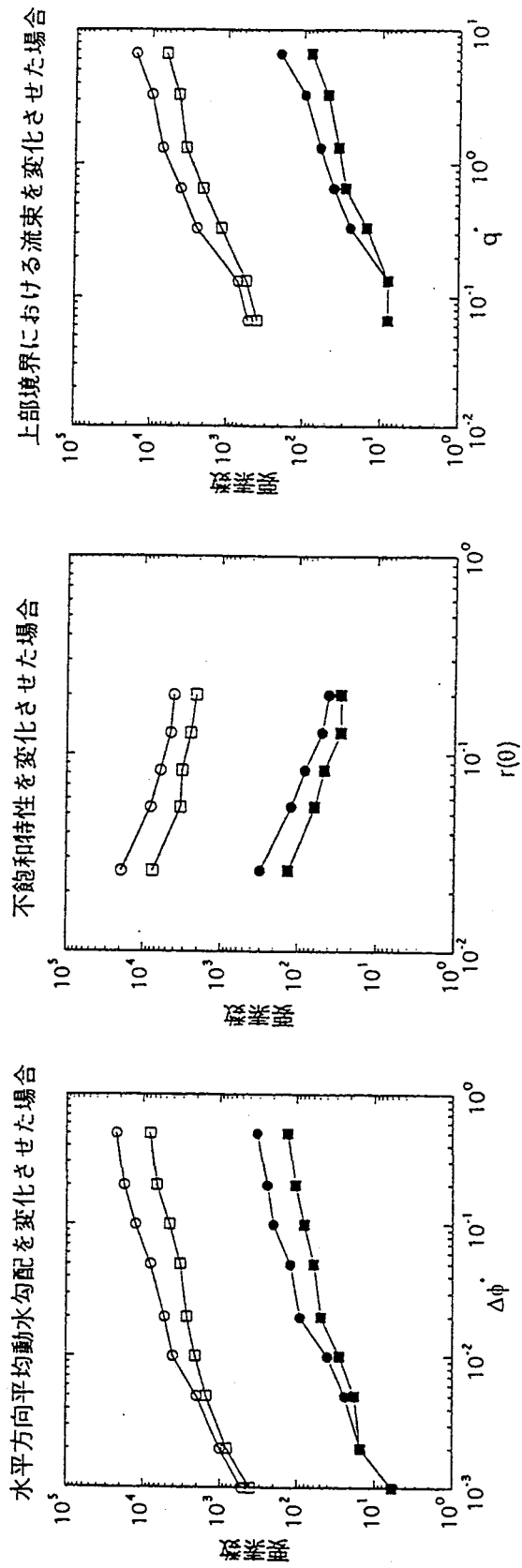
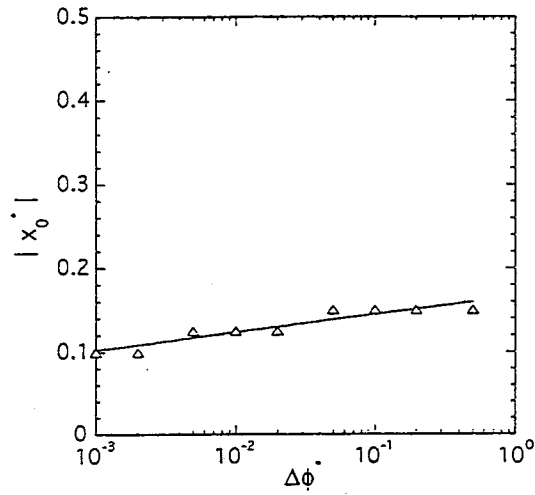


図6.2-20 鉛直方向不均等格子ベンチマーク
 : 最適分割における要素数とパラメータの関係

$\Delta\phi$ と要素数を最小とする $|x_0|$ の関係



$\Delta\phi$ と $(\Delta x_i, \Delta x_e)$ の関係

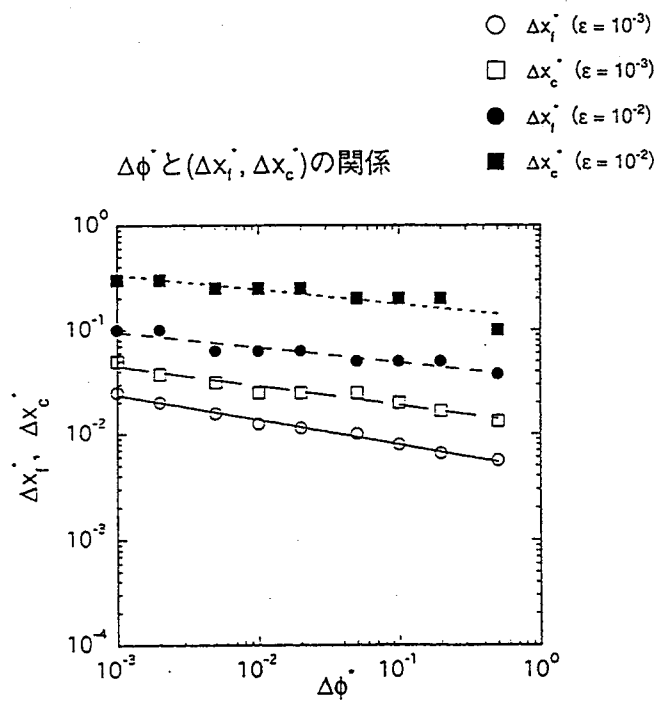


図6.2-21 水平方向不均等格子ベンチマーク
: $\Delta\phi$ と最適分割幅の関係

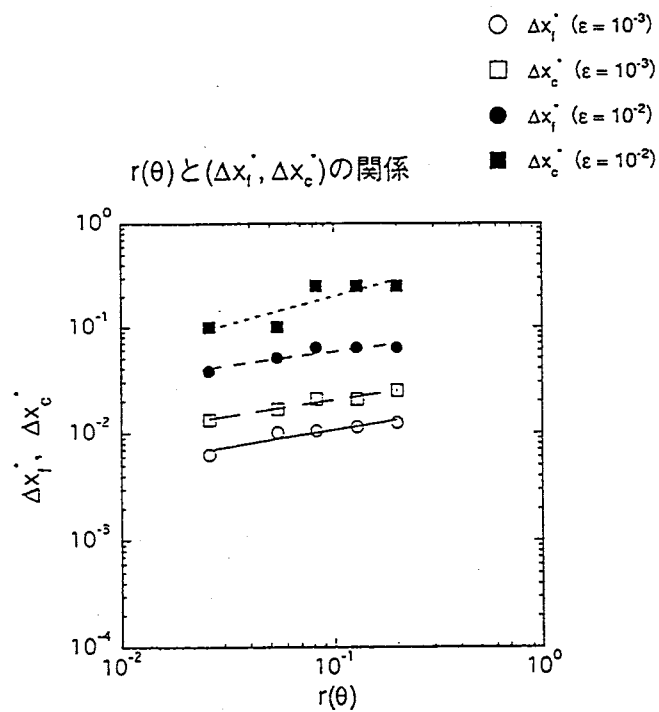
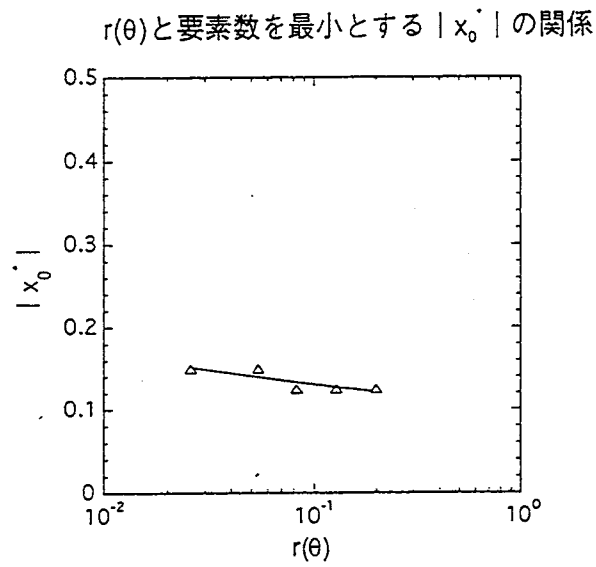
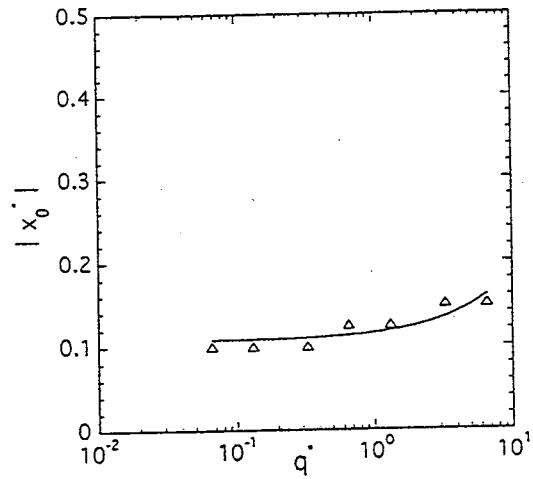


図6.2-22 水平方向不均等格子ベンチマーク
：不飽和特性と最適分割幅の関係

q^* と要素数を最小とする $|x_0^*|$ の関係



- Δx_l^* ($\varepsilon = 10^{-3}$)
- Δx_c^* ($\varepsilon = 10^{-3}$)
- Δx_l^* ($\varepsilon = 10^{-2}$)
- Δx_c^* ($\varepsilon = 10^{-2}$)

q^* と $(\Delta x_l^*, \Delta x_c^*)$ の関係

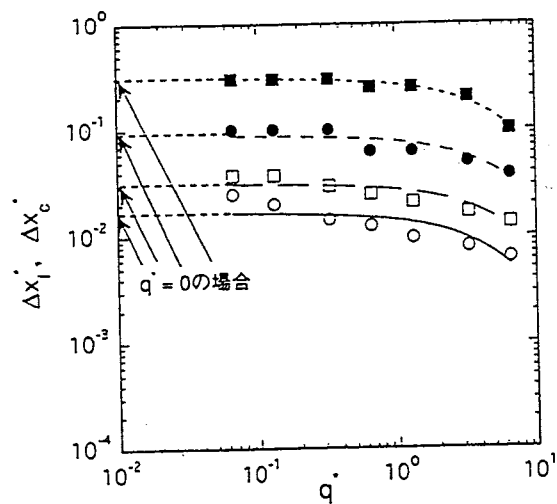


図6.2-23 水平方向不均等格子ベンチマーク
：地表面流束と最適分割幅の関係

- 均等分割 ($\epsilon = 10^{-3}$)
- 鉛直/不均等分割 ($\epsilon = 10^{-3}$)
- 均等分割 ($\epsilon = 10^{-2}$)
- 鉛直/不均等分割 ($\epsilon = 10^{-2}$)

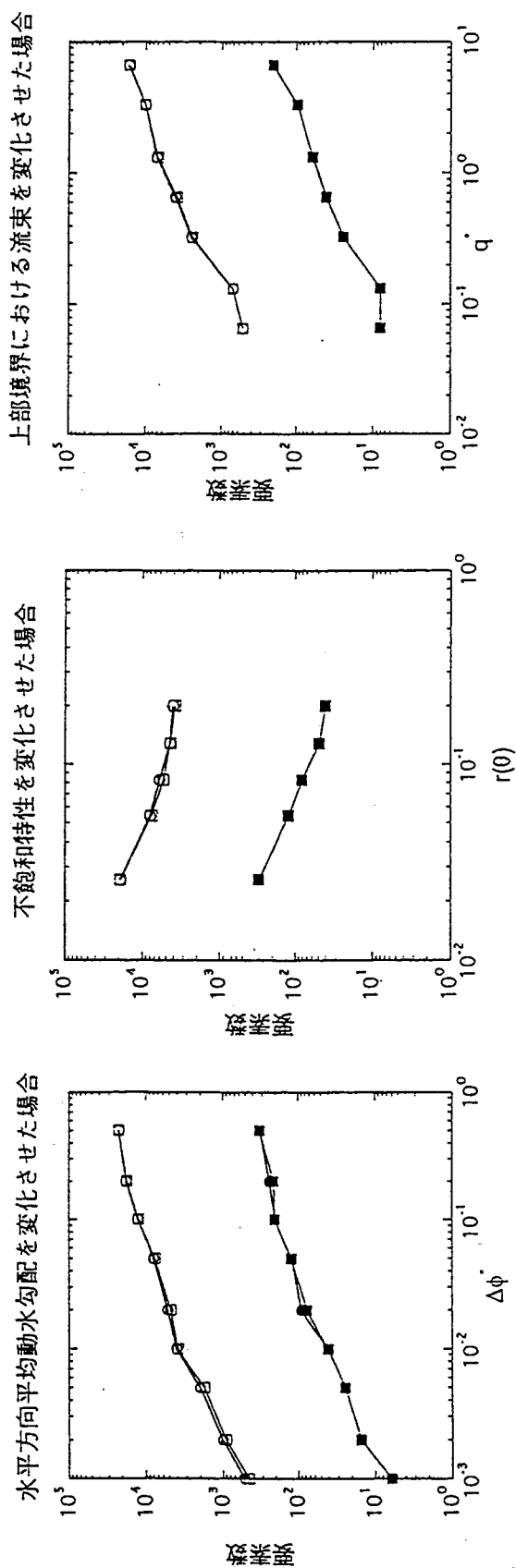


図6.2-24 水平方向不均等格子ベンチマーク
：最適分割における要素数とパラメータの関係

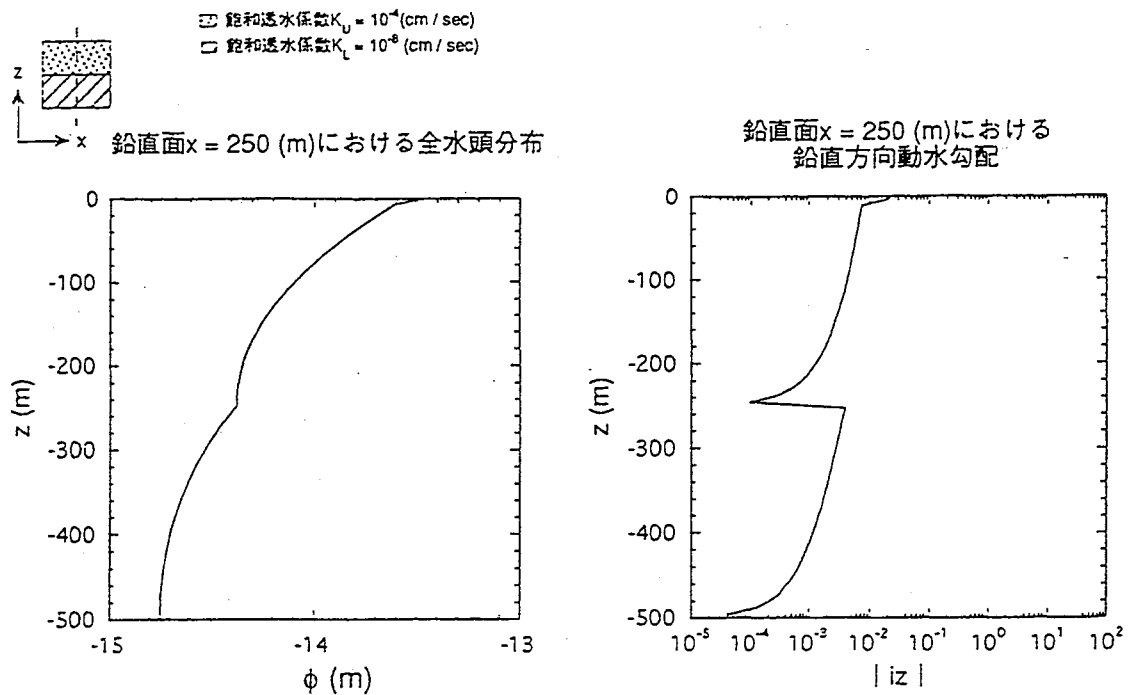


図6.2-25 鉛直方向不均質ベンチマーク解析結果 (1)

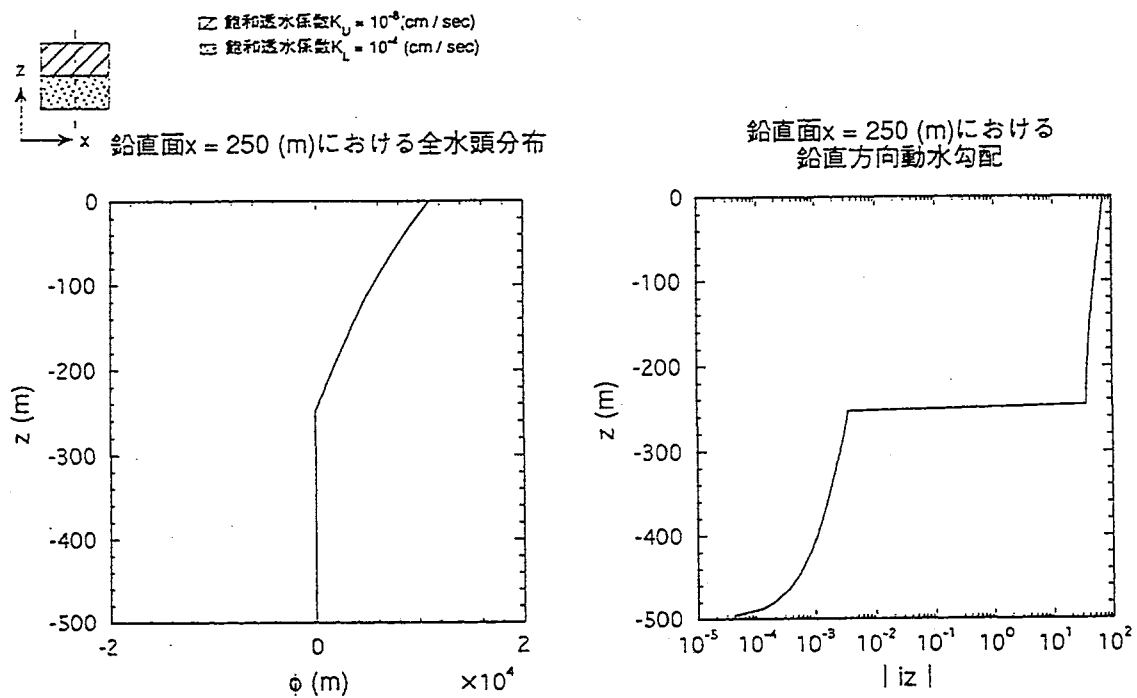


図6.2-26 鉛直方向不均質ベンチマーク解析結果 (2)

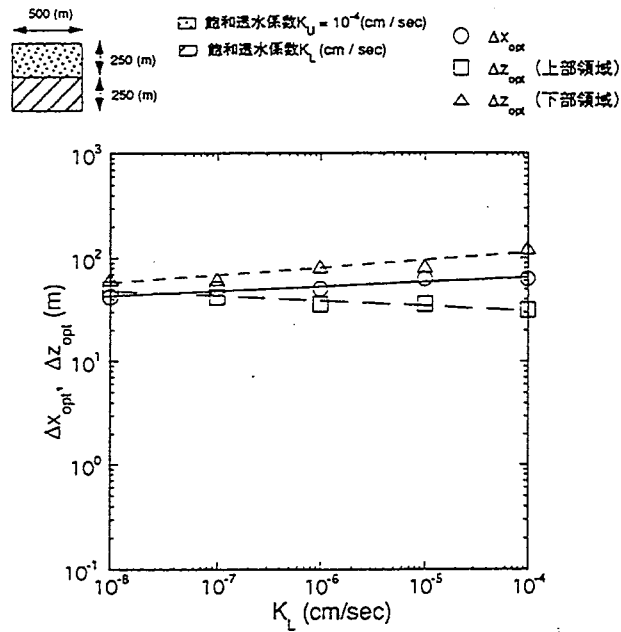


図6.2-27 鉛直方向不均質ベンチマーク： $K_U = 10^{-4}$ (cm/sec)
 $K_L = 10^{-8} \sim 10^{-4}$ (cm/sec)

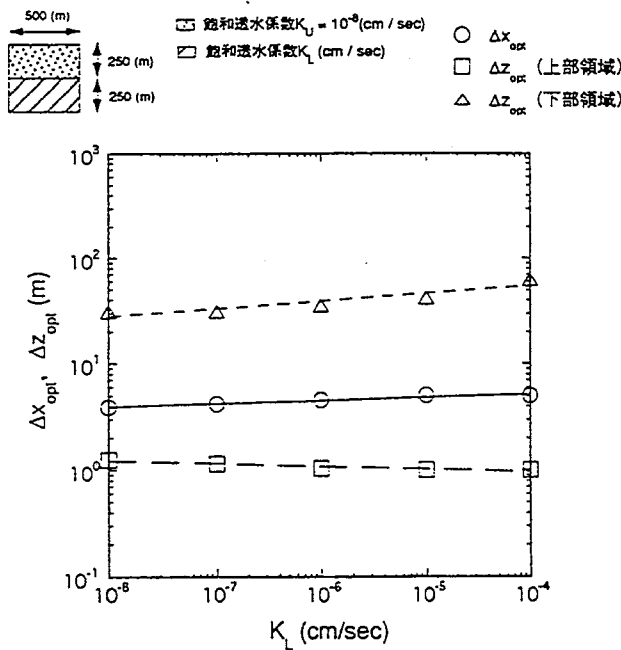


図6.2-28 鉛直方向不均質ベンチマーク： $K_U = 10^{-8}$ (cm/sec)
 $K_L = 10^{-8} \sim 10^{-4}$ (cm/sec)

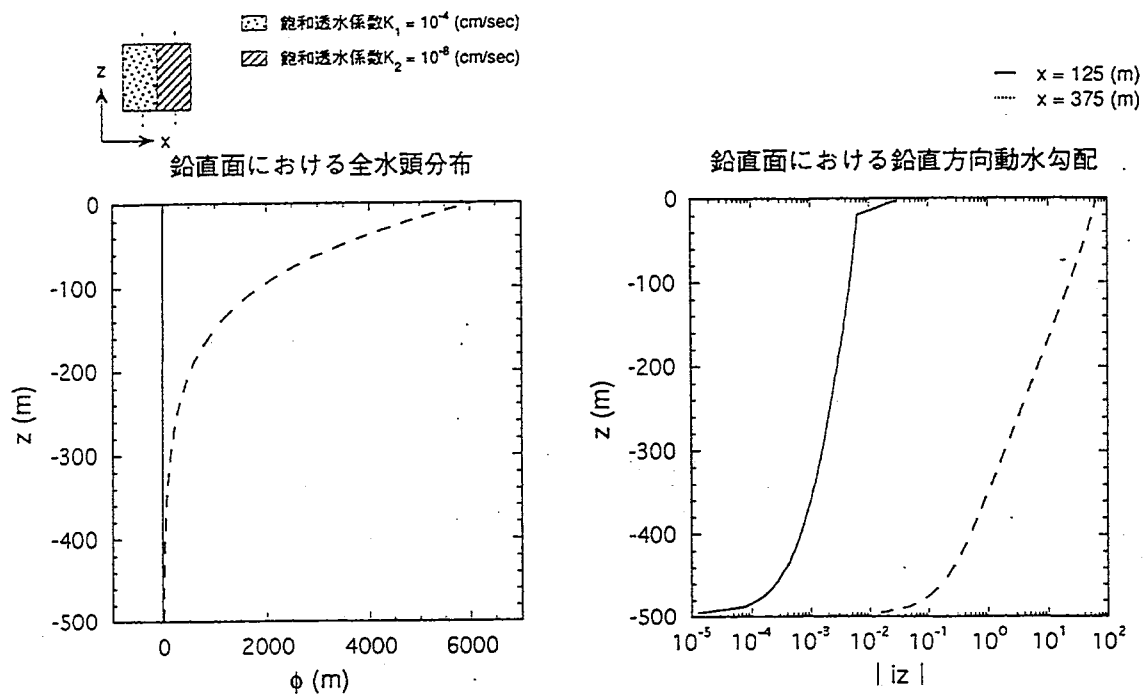


図6.2-29 水平方向不均質ベンチマーク解析結果 (1)

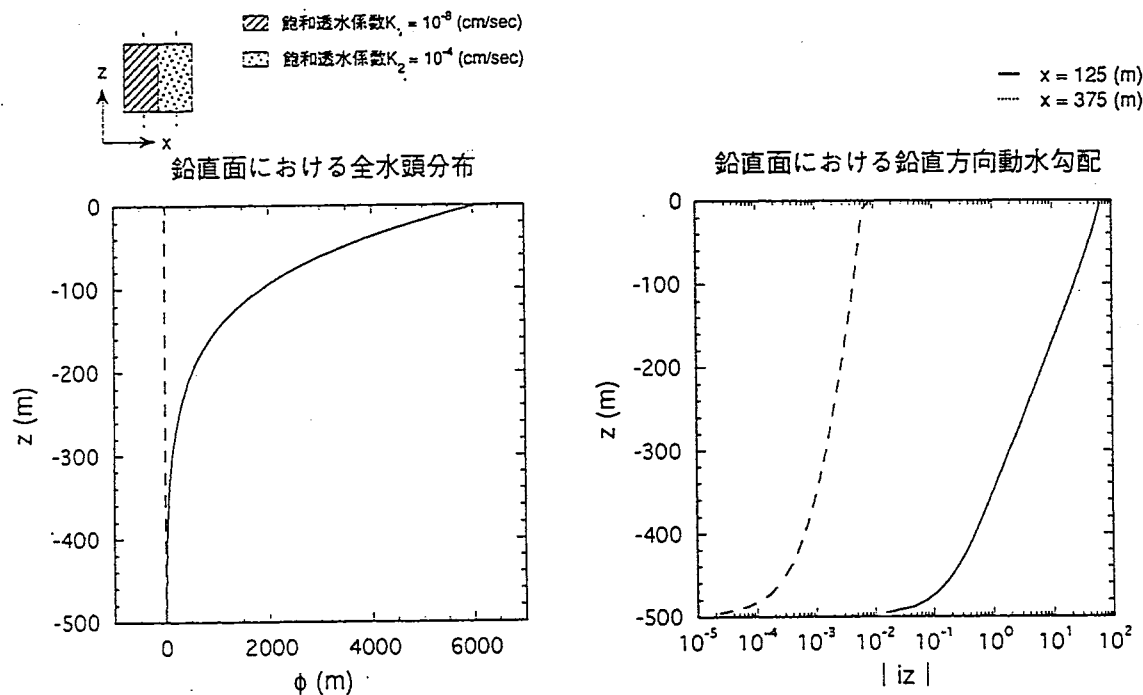


図6.2-30 水平方向不均質ベンチマーク解析結果 (2)

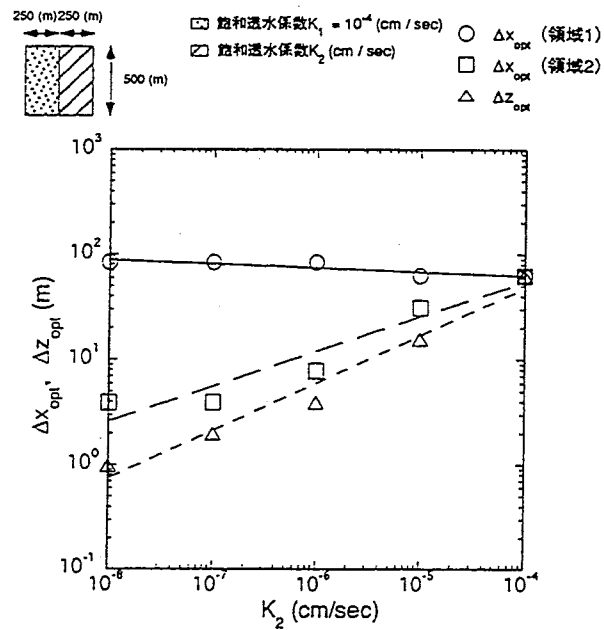


図6.2-31 水平方向不均質ベンチマーク： $K_1 = 10^{-4}$ (cm/sec)
 $K_2 = 10^{-8} \sim 10^{-4}$ (cm/sec)

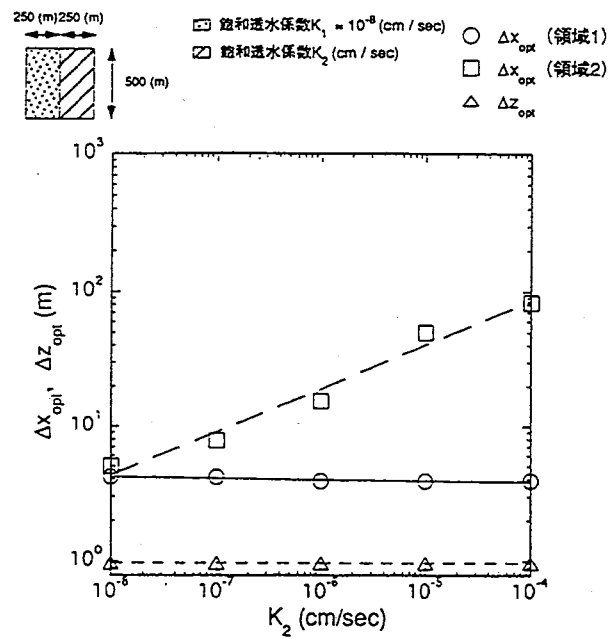


図6.2-32 水平方向不均質ベンチマーク： $K_1 = 10^{-8}$ (cm/sec)
 $K_2 = 10^{-8} \sim 10^{-4}$ (cm/sec)

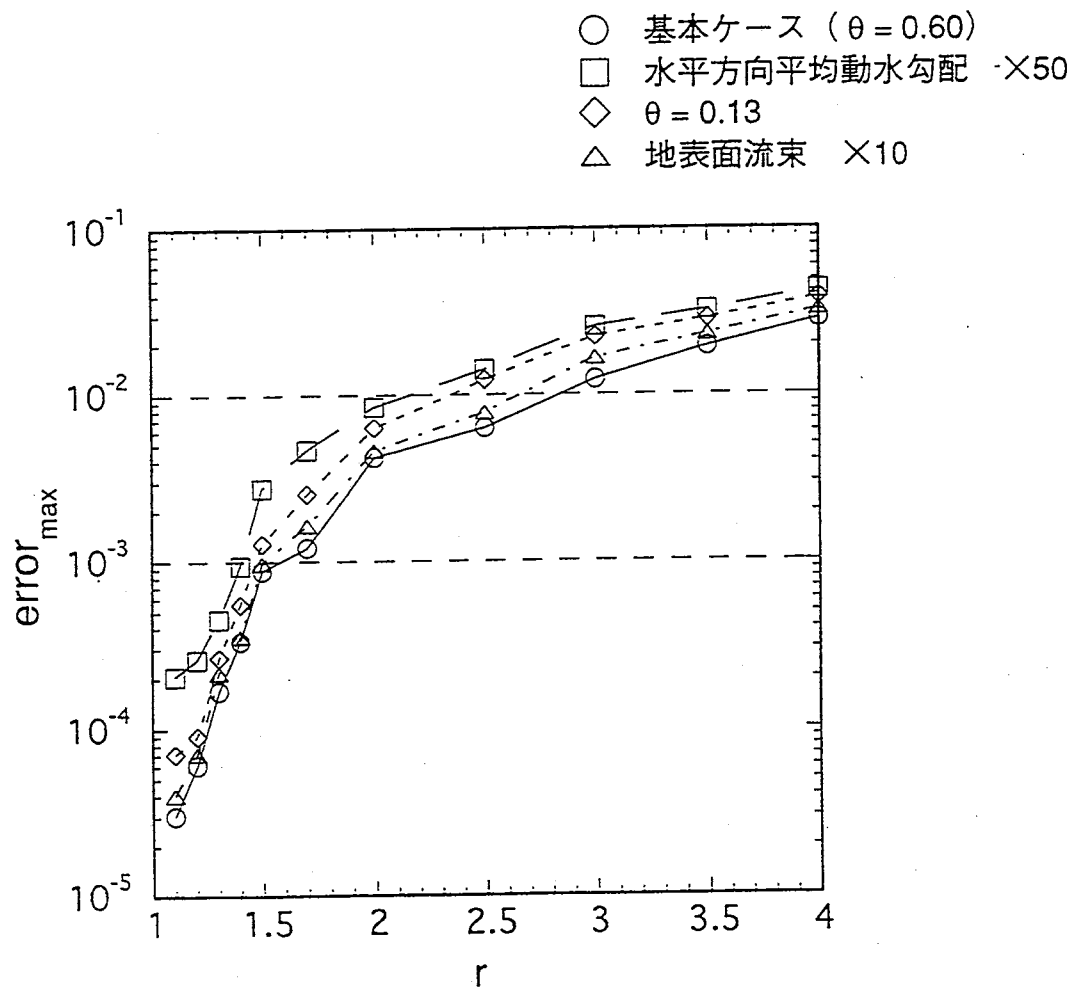


図6.2-33 隣接要素間格子幅比の影響
 : ストレッチ比と誤差の最大値の関係

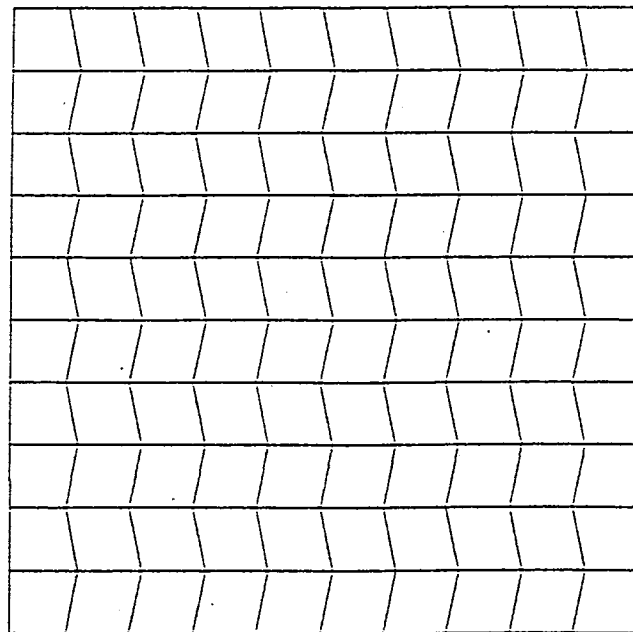
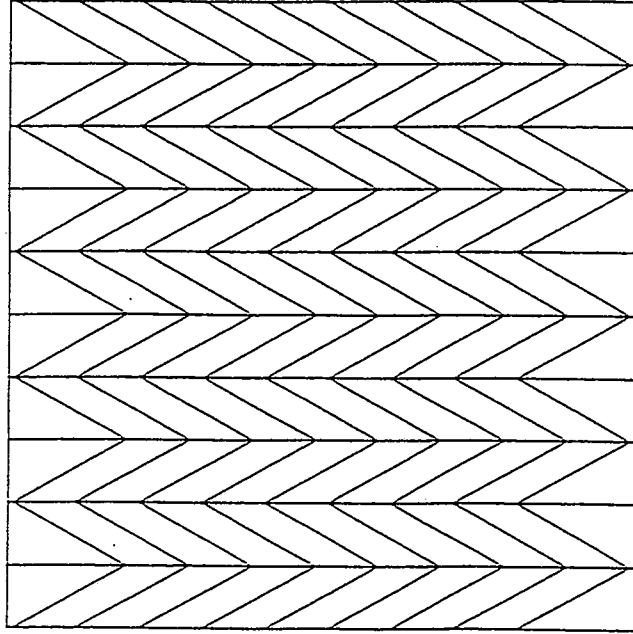


図6.2-34 ゆがんだ要素分割図（例）

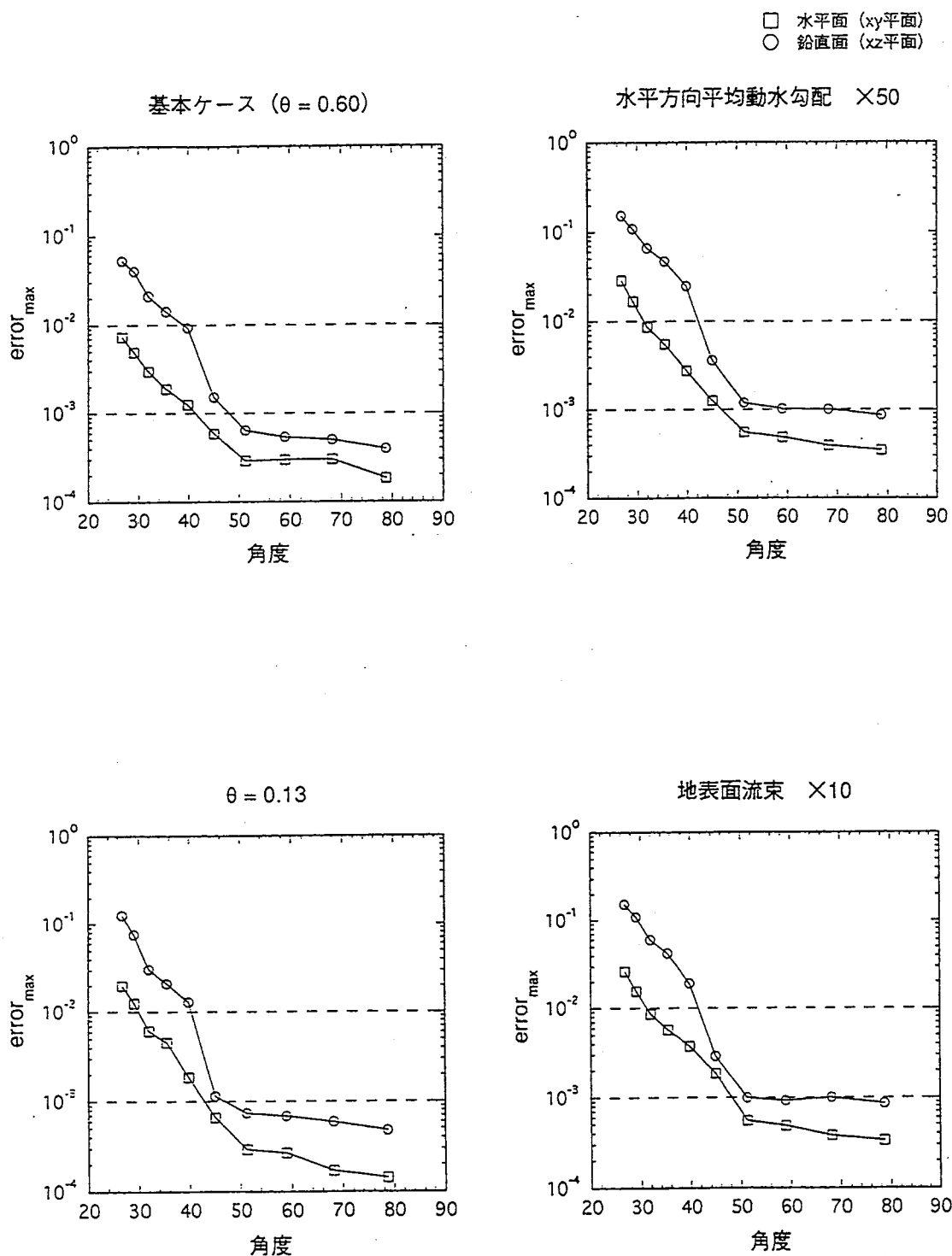


図6.2-35 要素のゆがみの影響
：要素の頂角（鋭角）と誤差の最大値の関係

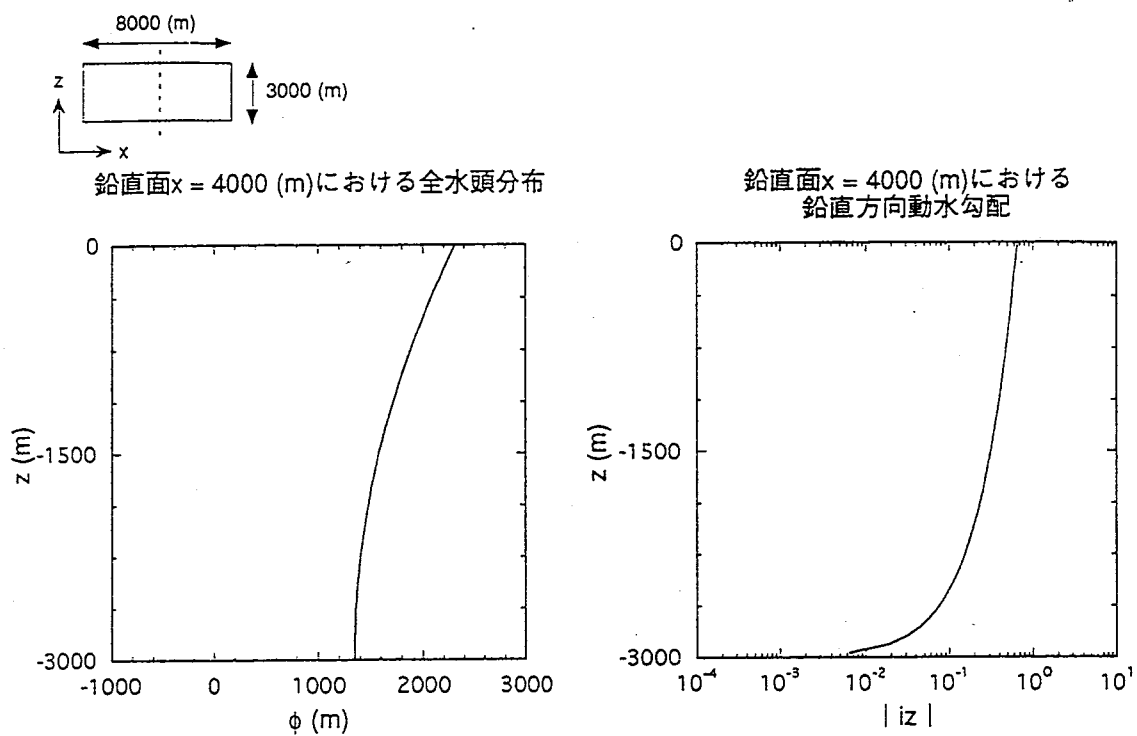


図6.2-36 対象をスケールアップした場合の解析結果 (1)

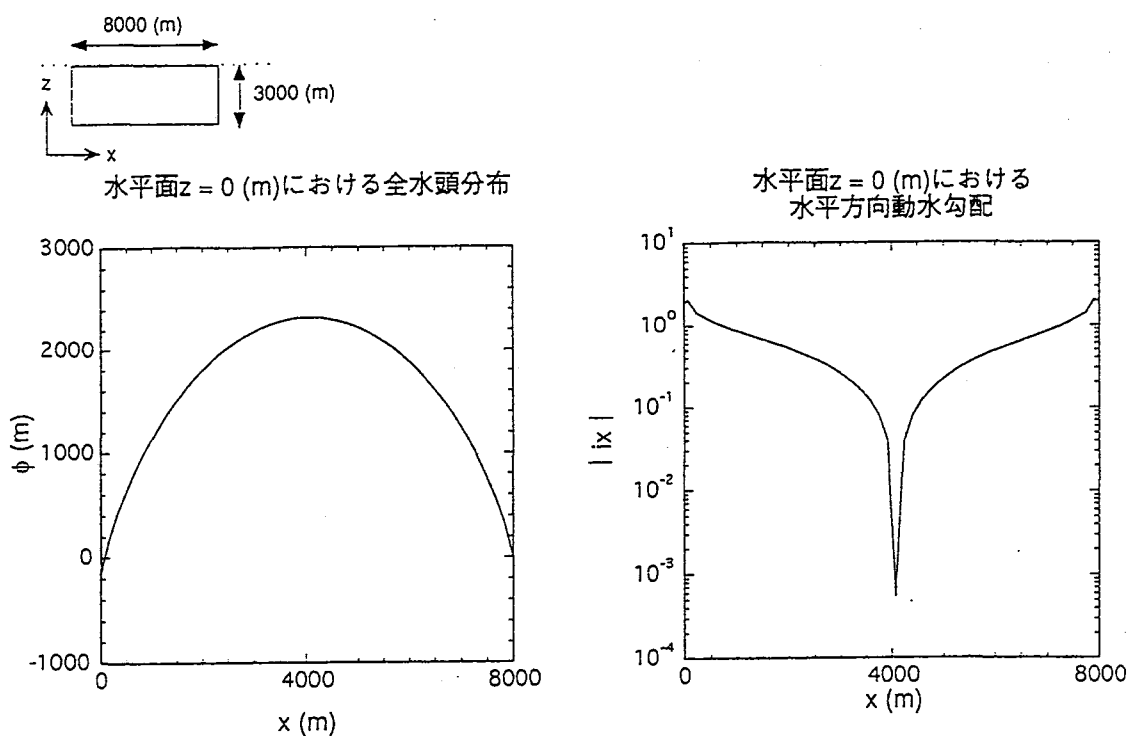


図6.2-37 対象をスケールアップした場合の解析結果 (2)

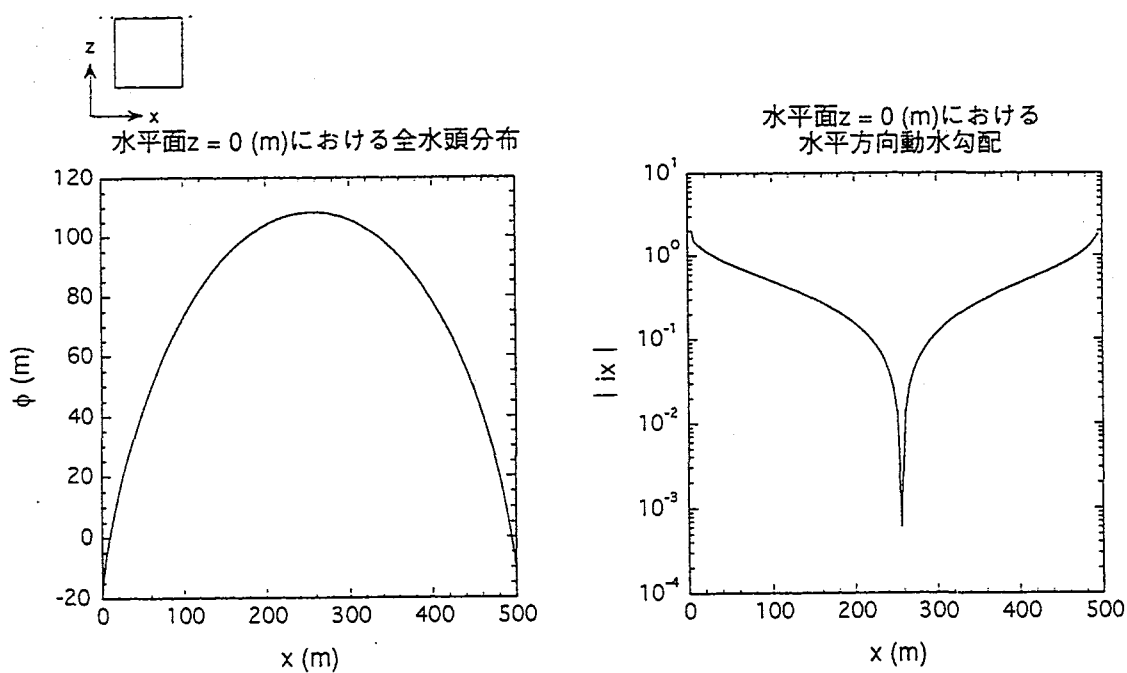


図6.2-38 基本ケース解析結果 (3)

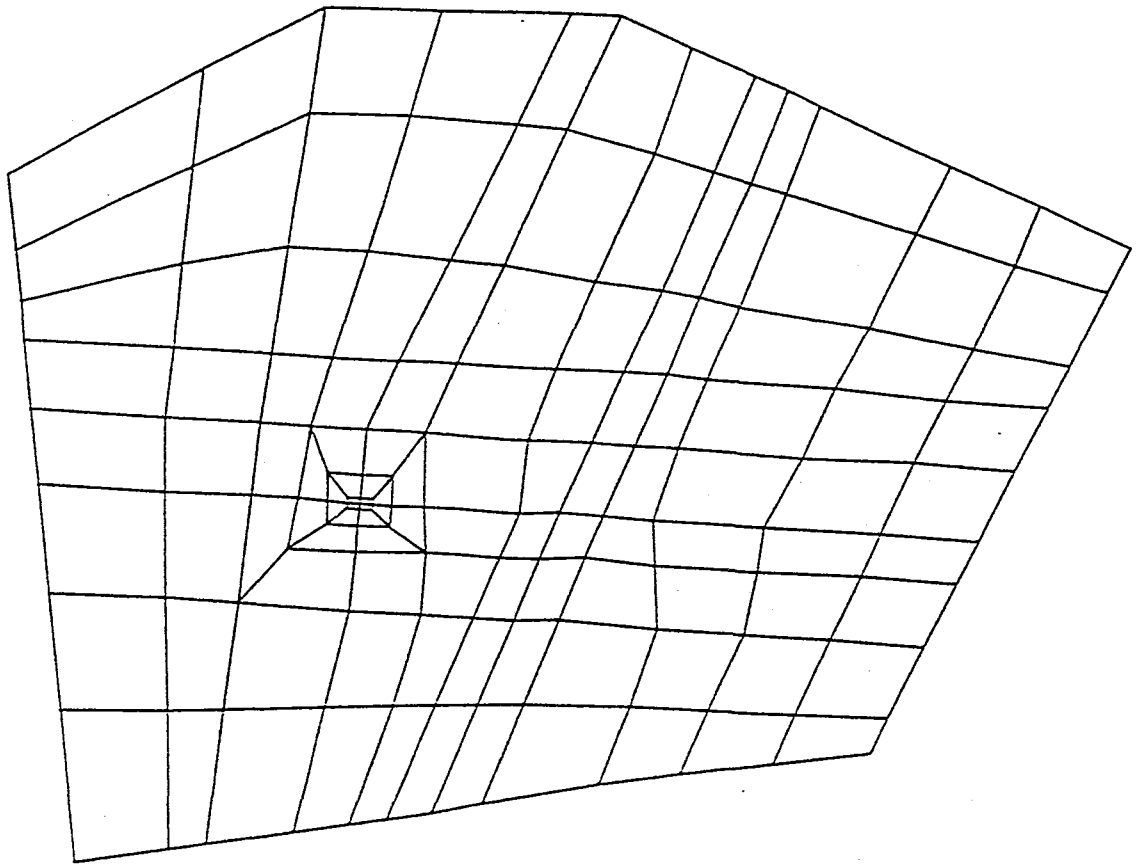


図6.2-39 東濃解析モデル：水平断面

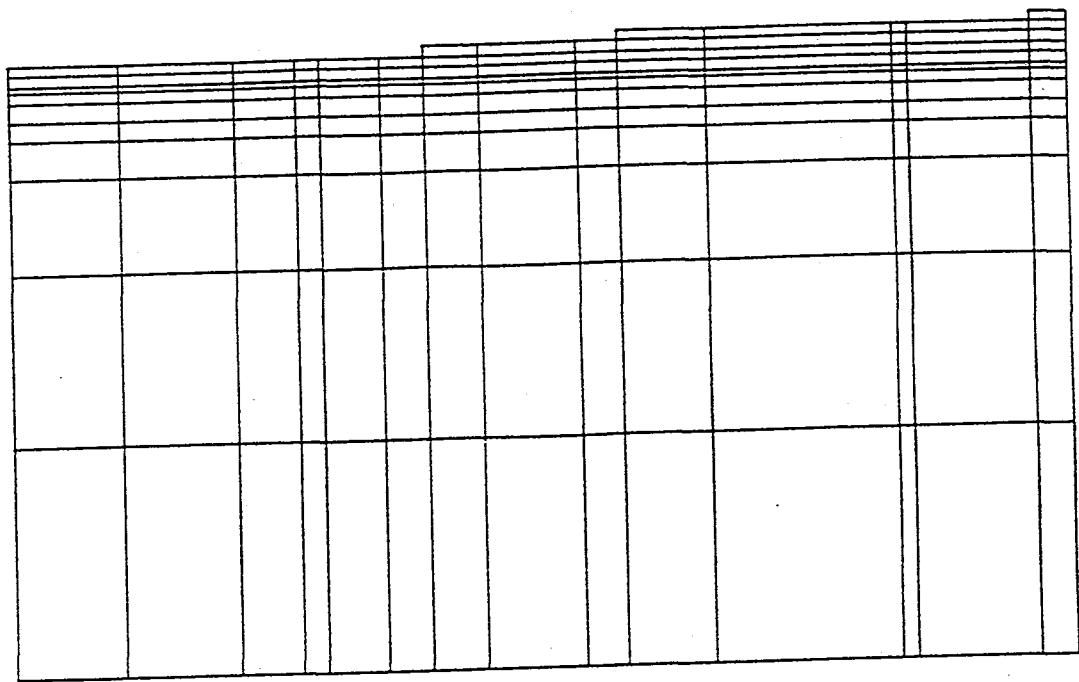


図6.2-40 東濃解析モデル：鉛直断面

6.3 掘削問題

6.3.1 問題の概要

立坑掘削時の地下水流動の非定常解析について検討する。TAGSAC マニュアルに添付されている例題 (以下「マニュアル例題」とする) を対象としたベンチマーク・テストを作成し、様々な条件下における解の精度および安定性を検討することにより最適分割の組み合わせを決定する。

マニュアル例題で使用されている解析モデルおよび境界条件を図 6.3-1 に示す。解析対象は掘削部周辺の $50(m) \times$ 深さ $50(m)$ の均質物性領域 (飽和透水係数 $K = 10^{-4}(cm/sec)$) であり、 y 軸方向に一樣な準二次元モデルを用いている。境界条件は：

掘削部以外の境界

上部境界 (地表)	: 自由浸出境界条件
側方境界	: 定水位境界条件
下部境界	: 不透水境界条件

掘削部境界

側方境界	: 自由浸出境界条件, 不透水境界条件
下部境界	: 固定水頭境界条件

と設定されている。また側方境界における定水位条件により設定される水平方向平均動水勾配は $ix = 0.2$ である。また、掘削開始以前の定常状態を初期条件としている。

掘削過程は図 6.3-2 に示すように、 $2.5(m/day)$ の速度で 4 日間掘削し、2 日間休止後、再び $2.5(m/day)$ の速度で 4 日間掘削を行う条件となっている。

マニュアル例題で用いられている要素分割を図 6.3-3 に、また時間分割を図 6.3-4 に示す。解析結果として得られた掘削開始 2 日後および 30 日後の全水頭分布を図 6.3-5 に示す。掘削部周辺では動水勾配が大きくなっており、6.2 において示したように効率よく高精度な解を得るためには他の領域に比べて格子分割幅を細かくする必要があると考えられる。

6.3.2 ベンチマーク用解析モデル

6.3.2 ではベンチマーク用解析モデルおよびベンチマーク方針について述べる。

(1) ベンチマーク用解析モデル

マニュアル例題では掘削部の左側と右側の領域では境界条件が異なっており (図 6.3-1) それぞれの領域では最適分割の組み合わせが異なることが予想されるため、ベンチマーク・テストでは掘削部に対して左右に 2 分割したモデルを用いて各々に対して最適分割を決定する。掘削部側方境界が自由浸出条件となっている左側領域をモデル A、不透水条件となっている右側領域をモデル B とする。ベンチマーク用解析モデルおよび条件を図 6.3-6 に示す。なお鉛直座標は下部境界面を基準 $z = 0(m)$ とし、地表面を $z = 50(m)$ とする。

1. 解析対象

解析対象は y 軸方向に一樣な準二次元モデルとする。対象の大きさはモデル A が $33 \times$ 深さ $50(m)$ 、モデル B が $17 \times$ 深さ $50(m)$ である。なお対象は均質物性領域であるとする。

2. 境界条件

境界条件を表 6.3-1 に示す。掘削部境界値 ($\phi_{A2}(t), \phi_{A3}(t), \phi_{B2}(t), \phi_{B3}(t)$) にはマニュアル例題解析結果を用いる。

3. 初期条件

初期条件には掘削開始以前の定常状態を用いる。

ベンチマーク・テストではマニュアル例題と同様に深度 $10(m)$ まで掘削後、掘削を休止し再び深度 $20(m)$ まで掘削した場合について考慮する (図 6.3-2)。以下のようにマニュアル例題と同じパラメータ設定としたモデルを基本ケースとする：

- ・ 飽和透水係数 : $K = 10^{-4}(cm/sec)$
- ・ 水平方向平均動水勾配 : $ix = 0.2(\phi_{A1} = 50(m), \phi_{B1} = 40(m))$
- ・ 掘削速度 : $V_e = 2.5(m/day)$
- ・ 掘削休止期間 : $T_s = 2(day)$

(2) ベンチマーク方針

6.3 では以下に示す方針で検討を実施する。

(A) マニュアル例題の評価

基本ケースに対して解の安定性および一様性の条件 (後述) を満たす最適分割を決定し、マニュアル例題の空間および時間分割を評価する。以下に示す掘削問題に特徴的な項目に着目して検討する。

(a) 空間分割

掘削部領域では他の領域に比べて格子分割幅を細かくする必要があると考えられる。図 6.3-7 に示す 3 種類の格子 (均等格子、水平方向不均等格子、鉛直方向不均等格子) を用いた場合について、より少ない要素数で効率よく高精度な解を得る最適な格子分割を決定する。なおタイムステップはマニュアル例題と同じ設定とする。

(b) 時間分割

図 6.3-4 に示したように、マニュアル例題では基本的には時間経過とともに段階的にタイムステップ幅を大きくしているが ($\Delta t_{max} = 1.7 \times 10^5(sec)$)、自由表面を含む要素が移動する場合 (掘削開始直後、2 日後、6 日後、8 日後) にはタイムステップを小さく設定している ($\Delta t = 6.0 \times 10^2(sec)$)。

ベンチマーク・テストではまず最適な均等タイムステップを決定し、さらに自由表面を含む要素が移動する場合の時間分割法について検討する。空間分割には、最適な均等格子を用いる。

(B) パラメータの感度評価

基本ケースからパラメータを変化させた場合について、最適分割を決定しパラメータの感度を評価する。パラメータはそれぞれ独立に変化させ、それ以外のパラメータは基本ケースと同じ値とする。考慮するパラメータおよび範囲を以下に示す：

1. 飽和透水係数

基本ケースでは飽和透水係数 $K = 10^{-4}(cm/sec)$ であるのに対し、 $10^{-4} \sim 1.0$ 倍 ($K = 10^{-8} \sim 10^{-4}(cm/sec)$) の範囲を考慮する。

2. 水平方向平均動水勾配

基本ケースでは側方境界 (掘削部以外の境界) 間の水頭値差は $\Delta\psi = 10(m)$ 、つまり水平方向平均動水勾配は $ix = 0.2$ である。 ix に関しては、基本ケースの $10^{-1} \sim 10^1$ 倍 ($ix = 0.02 \sim 2.0$) の範囲を考慮する。

3. 掘削速度

基本ケースでは $2.5(m/day)$ の速度で 4 日間掘削し、2 日間休止後、再び $2.5(m/day)$ の速度で 4 日間掘削を実施する設定である (図 6.3-2)。掘削速度 V_e に関しては、基本ケースの $10^{-1} \sim 10^1$ 倍 ($0.25 \sim 25.0(m/day)$) の速度で深度 $10(m)$ まで掘削を実施した場合について考慮する (図 6.3-8)。

4. 掘削休止期間

基本ケースでは掘削休止期間は 2 日間である。基本ケースと同じ速度 ($= 2.5(m/day)$) で同じ深度 ($= 10(m)$) まで掘削し、基本ケースに対して $10^{-1} \sim 10^1$ 倍 ($0.2 \sim 20.0$ 日) の間掘削を休止した後、再び基本ケースと同じ速度 ($= 2.5(m/day)$) で同じ深度 ($= 20(m)$) まで掘削する場合について考慮する (図 6.3-9)。

解の精度の評価にあたっては、安定性かつ一様性の条件を満たす空間および時間分割の組み合わせを最適分割とする。解の安定性の評価には (3.1) を用いる ($\epsilon_s = 10^{-3}$)。6.3 では 1 日毎の解を評価するため、 $T_0 \leq 1(day) = 86400(sec)$ である場合には解は安定であるとする。また解の一様性の評価基準には (3.2) を用いる ($\epsilon_c = 10^{-3}$)。

なおパラメータの感度を評価する際には、変数を基本ケースで用いたサクション ($\psi_0 = 10^3(m)$) および飽和透水係数 ($K_0 = 10^{-4}(cm/sec)$) により無次元化する。掘削速度 V_e と掘削休止期間 T_s に関しては、それぞれ基本ケースで用いた値 ($V_e = 2.5(m/day)$ 、 $T_s = 2(day)$) により正規化を行う。

6.3.3 ベンチマーク・テスト (1)(マニュアル例題の評価)

6.3.3 では基本ケースに対してまず解の安定性を検討し、さらに解の一様性を評価する。解の一様性を検討する際には、6.3.2 で述べた掘削問題に特徴的な項目について評価する。

(1) 解の安定性の評価

解析の結果 4. と同様に、計算のごく初期において解の空間的振動を生じ時間経過とともに減衰する傾向が確認された。以下にその概要について述べる。

1. 振動は Δt を小さくしても抑制できない：

ベンチマーク用解析モデル A(掘削部境界が自由浸出条件側) に対して図 6.3-10 に示すような要素分割 (70 要素) を用いて解析を行った。地表面 ($z = 50(m)$) 上における解 (全水頭 ϕ) の x に関する微分係数 $\frac{d\phi}{dx}$ の符号の分布を図 6.3-11 に示す ($\frac{d\phi}{dx}$ の符号分布は、 $\Delta t = 10^0, 10^1, 10^2(sec)$ とした場合にはすべて同じであった)。時刻 1000(sec) および 1500(sec) では、隣接した x (節点) における $\frac{d\phi}{dx}$ が正負を異にする傾向を示しており、解が空間的振動を生じていることが確認される。

2. 振動は Δx を小さくしても抑制できないが、 Δx を小さくすることによって解の振動が減衰するまでの時間 T_0 を小さくすることが可能である：

図 6.3-10 に示した $\Delta x = \Delta z = 5.0(m)$ の格子 (ただし掘削部領域では $\Delta x = 3.0(m)$) を用いた場合には、時刻 1000(sec) および 1500(sec) において振動を生じ時刻 2000(sec) 以降では振動を生じなかった。

一方図 6.3-12 に示す $\Delta x = \Delta z = 2.5(m)$ の格子 (280 要素、ただし掘削部領域では $\Delta x = 1.5(m)$) を用いた場合には、時刻 500(sec) において振動を生じ時刻 1000(sec) 以降では振動を生じない。図 6.3-13 に地表面上における解の x に関する微分係数 $\frac{d\phi}{dx}$ の符号分布を示す ($\frac{d\phi}{dx}$ の符号分布は、 $\Delta t = 10^0, 10^1, 10^2(sec)$ とした場合にはすべて同じであった)。時刻 500(sec) においては解の空間的振動を生じており、時刻 1000(sec) 以降では振動を生じないことがわかる。

3. Δt を小さくしても T_0 への影響はない。ある Δx に対して $\Delta t > T_0$ とした場合には空間的振動を生じず、逆に $\Delta t < T_0$ とすることによって振動を生じる場合があ

る：

$\Delta x = 5.0(m)$ 、 $2.5(m)$ とした場合には、 $\Delta t = 10^0 \sim 10^2(sec)$ の範囲で Δt を小さくしても、それぞれ $T_0 \doteq 1.7 \times 10^3(sec)$ 、 $7.0 \times 10^2(sec)$ であり T_0 への影響はなかった。一方 $\Delta t > T_0$ とすると、どちらの場合にも空間的振動を生じない。

水平方向と鉛直方向の格子幅が等しい直交格子 ($\Delta x = \Delta z$) を用いて解の安定性について検討した。格子幅と解の振動が減衰するまでに要する時間 $T_0(sec)$ の関係を図 6.3-14 に示す (ただし掘削部領域における格子幅は、それ以外の領域と同じないしはそれ以下の格子幅とした)。解の安定性の評価基準により、格子幅が $10(m)$ 以下の場合には数値解は安定であると考えられる。

(2) 解の一意性の評価および最適分割の決定

一意性の条件を満たす空間および時間分割を決定し、さらに最適分割を決定する。

(A) 空間分割に関する検討

前述したように、掘削部領域では他の領域に比べて格子分割幅を細かくする必要があると考えられる。モデル A およびモデル B に対して、図 6.3-7 に示す 3 種類の格子 (均等格子、水平方向不均等格子、鉛直方向不均等格子) を用いて、少ない要素数で効率よく高精度な解を得られる最適な空間分割を決定した。

(a) 均等格子

最適な格子分割幅の組み合わせ ($\Delta x_{opt}, \Delta z_{opt}$) はモデル A では $(1.5(m), 2.5(m))$ 、モデル B では $(3.0(m), 2.5(m))$ であった。モデル B に比べてモデル A の方が最適分割の条件が厳しい (分割幅が細かい) ことがわかった。

(b) 水平方向不均等格子

水平方向に不均等な格子を用いた場合の最適分割を検討する。鉛直面により解析対象を 2 領域に分割し、動水勾配が大きい掘削部周辺領域では細かい格子幅 Δx_f 、他方の領域では粗い格子幅 Δx_c を用いて要素分割を行う。なお鉛直方向は均等格子とする (図 6.3-7) :

水平方向の格子分割幅

掘削部周辺領域 : Δx_f

他方の領域 : Δx_c

鉛直方向の格子分割幅

: Δz

掘削部周辺領域の水平方向の厚さ

: $|x_0|$

Δz および Δx_f は、(a) で得られた最適な均等格子の組み合わせ ($\Delta x_{opt}, \Delta z_{opt}$) を基準としてそれぞれ :

$$\Delta z = \Delta z_{opt}$$

$$\Delta x_f = 0.8 \times \Delta x_{opt}$$

とする。以上により $|x_0|$ に対して一意性の条件を満たす Δx_c が決定される。さらに解の安定性の条件を満たし、かつ $(\Delta x_c, |x_0|)$ の組み合わせの中で

全体 (水平方向) の要素数が最小となるものを最適な空間分割とする。モデル A およびモデル B における $|x_0|$ と Δx_c の関係、 $|x_0|$ と水平方向格子数の関係をそれぞれ図 6.3-15 および図 6.3-16 に示す。最適な空間分割の組み合わせ $(\Delta x_c, |x_0|)$ はモデル A では $(4.0(m), 9.0(m))$ 、モデル B では $(4.7(m), 3.0(m))$ であった。

(c) 鉛直方向不均等格子

鉛直方向に不均等な格子を用いた場合の最適分割を検討する。水平面により解析対象を2領域に分割し、動水勾配が大きい上部領域(掘削部周辺領域)では細かい格子幅 Δz_f 、下部領域では粗い格子幅 Δz_c を用いて要素分割を行う。なお水平方向は均等格子とする(図6.3-7)：

鉛直方向の格子分割幅

上部領域 : Δz_f

下部領域 : Δz_c

水平方向の格子分割幅

: Δx

掘削部周辺領域の鉛直方向の厚さ

: $|z_0|$

Δx および Δz_f は、(a) で得られた最適な均等格子の組み合わせ ($\Delta x_{opt}, \Delta z_{opt}$) を基準としてそれぞれ：

$$\Delta x = \Delta x_{opt}$$

$$\Delta z_f = 0.8 \times \Delta z_{opt}$$

とする。以上により $|z_0|$ に対して一様性の条件を満たす Δz_c が決定される。さらに解の安定性の条件を満たし、かつ $(\Delta z_c, |z_0|)$ の組み合わせの中で全体(鉛直方向)の要素数が最小となるものを最適な空間分割とする。モデル A およびモデル B における $|z_0|$ と Δz_c の関係、 $|z_0|$ と鉛直方向格子数の関係をそれぞれ図6.3-17 および図6.3-18 に示す。最適な空間分割の組み合わせ $(\Delta z_c, |z_0|)$ はモデル A、モデル B ともに $(6.5(m), 24.0(m))$ であった。

(B) 時間分割に関する検討

(A) において得られた最適な均等格子を用いて、最適な時間分割を決定する。解の振動および解の振動が減衰するまでの所要時間 T_0 はタイムステップ Δt に依存しないため、一様な時間分割を最適な時間分割であるとする。また掘削問題に特徴的な自由表面を含む要素が移動する場合の時間分割法に関しても検討する。

(a) 均等なタイムステップによる検討

モデル A および B に対して最適な均等 Δt_{opt} を決定する。モデル B ($\Delta t_{opt} = 10^3(sec)$) に比べモデル A ($\Delta t_{opt} = 5 \times 10^2(sec)$) の方がより厳しい条件であり、より厳しい条件側として $\Delta t_{opt} = 5 \times 10^2(sec)$ とする。

(b) 自由表面を含む要素が移動する場合の時間分割法の検討

前述のように、マニュアル例題では基本的には時間経過とともに段階的にタイムステップ幅 Δt を大きくしているが ($\Delta t_{max} = 1.7 \times 10^5(sec)$)、自由表面を含む要素が移動する場合には Δt を小さく設定している ($\Delta t = 6.0 \times 10^2(sec)$)。ここではまずマニュアル例題で用いられている自由表面を含む要素が移動する場合の時間分割法を評価し、さらに時間経過とともに Δt を等比数列的に大きくする場合に許容される公比(ストレッチ幅)を検討する。

1. マニュアル例題で用いられている時間分割法の評価

モデル A に対して自由表面を含む要素が移動する場合の時間分割法を検討する。均等な $\Delta t_{opt} = 5 \times 10^2(sec)$ を用いた場合の解析結果を基準として、タイムステップ幅を等比数列的に増加させた2種類の時間分割:

• 図 6.3-19 (116 ステップ):

$$\Delta t_n = r^n \times \Delta t_0, r = 1.10, \Delta t_0 = 5 \times 10^2(sec) \quad (\Delta t_{max} = 6.5 \times 10^3(sec))$$

$$\text{自由表面を含む要素が移動する場合には } \Delta t_{j+n} = r^n \times \Delta t_j \quad (\Delta t_j = \Delta t_0)$$

- 図 6.3-20 (207 ステップ) :

$$\Delta t_n = r^n \times \Delta t_0, r = 1.01, \Delta t_0 = 5 \times 10^2(sec) \quad (\Delta t_{max} = 3.9 \times 10^3(sec))$$

を用いた解析結果をそれぞれ比較する。なお空間分割に関しては得られた最適な均等格子を用い、解の評価にあたっては $4(day) = 345600(sec)$ 後の結果を使用した。均等な $\Delta t_{opt} = 5 \times 10^2(sec)$ を用いて得られた解と比較した結果、図 6.3-19 に示した時間分割法を用いた方が、図 6.3-20 に示した時間分割法を用いた場合に比べストレッチ幅 (公比) r および Δt_{max} が大きいにもかかわらず解の精度が高かった。すなわち、マニュアル例題で用いられている自由表面を含む要素が移動する場合の時間分割法は妥当であると考えられる。以下においては、自由表面を含む要素が移動する場合にはタイムステップを $\Delta t_0 = \Delta t_{opt}$ と小さく設定する。

2. 許容されるストレッチ幅に関する検討

モデル A に対して、 Δt を等比数列的に増加させる場合について許容されるストレッチ幅 r を求める。 $\Delta t_{opt} = 5 \times 10^2(sec)$ を基準として：

$$\Delta t_n = r^n \times \Delta t_0, \Delta t_0 = \Delta t_{opt}$$

とする。自由表面を含む要素が移動する場合には Δt を小さく設定する ($\Delta t = \Delta t_{opt}$)。最適な均等 Δt を用いた場合の解と比べ誤差の最大値を評価したところ許容される r の最大値は約 1.4 である。

6.3.4 ベンチマーク・テスト (2)(パラメータの感度評価)

基本ケースからパラメータ：

- ・ 飽和透水係数
- ・ 水平方向動水勾配
- ・ 掘削速度
- ・ 掘削休止期間

を変化させた場合について最適な空間および時間分割を決定し、パラメータの感度を評価する。なお各パラメータは 6.3.2 に示した範囲でそれぞれ独立に変化させ、それ以外のパラメータは基本ケースと同じ値とする。また、6.3.3 ではモデル B(掘削部側方境界が不透水条件側) に比べモデル A(掘削部側方境界が自由浸出条件側) の方が最適な空間および時間分割幅に関する条件が厳しいことがわかった。6.3.4 ではモデル A を用いてベンチマーク・テストを行い、より厳しい条件を決定する。以下に実施手順を示す：

1. 水平方向と鉛直方向の格子幅が等しい直交格子 ($\Delta x = \Delta z$) を用いて、格子幅 Δx^* ($= \Delta x = \Delta z$) と解の振動が減衰するまでの所要時間 T_0^* の関係を決定する。
2. 解の一様性を満たす ($\Delta x_{con}^*, \Delta z_{con}^*, \Delta t_{con}^*$) を決定する。
3. 安定性と一様性の条件について評価する。

(1) 飽和透水係数を変化させた場合

格子分割幅 Δx^* と数値解の振動が減衰するまでの所要時間 T_0^* を図 6.3-21 に示す：

$$K^* = 1.0 \text{ の場合} : T_0^* = 2.0 \times 10^{-3} \cdot \Delta x^{*1.3}$$

$$K^* = 10^{-2} \text{ の場合} : T_0^* = 1.9 \times 10^{-1} \cdot \Delta x^{*1.3}$$

$$K^* = 10^{-4} \text{ の場合} : T_0^* = 1.7 \times 10^1 \cdot \Delta x^{*1.3}$$

飽和透水係数が低い ($K^* = 10^{-4}$) 場合には、解の安定性の条件 $T_0^* \leq 8.64 \times 10^{-4}$ を満たすために格子幅を細かくする ($\Delta x^* \leq \text{約 } 8.0 \times 10^{-5}$) ことが必要である。また K^* と一様性の条件を満たす $(\Delta x_{con}^*, \Delta z_{con}^*)$ の関係を図 6.3-22 に、 K^* と Δt_{con}^* の関係を図 6.3-23 に示す：

$$(\Delta x_{con}^*, \Delta z_{con}^*, \Delta t_{con}^*) = (1.5 \times 10^{-3} \times K^{*0.17}, 2.4 \times 10^{-3} \times K^{*0.14}, 4.9 \times 10^{-7} \times K^{*0.19})$$

一様性の条件を満たす $(\Delta x_{con}^*, \Delta z_{con}^*)$ は $K^* = 1.0, 10^{-2}$ の場合には安定性の条件を満たすが、 $K^* = 10^{-4}$ の場合には安定性の条件を満たさない。

(2) 水平方向平均動水勾配を変化させた場合

格子分割幅 Δx^* と数値解の振動が減衰するまでの所要時間 T_0^* を図 6.3-24 に示す：

$$ix = 0.02 \text{ の場合} : T_0^* = 2.6 \times 10^{-4} \cdot \Delta x^{*1.1}$$

$$ix = 0.2 \text{ の場合} : T_0^* = 2.0 \times 10^{-3} \cdot \Delta x^{*1.3}$$

$$ix = 2.0 \text{ の場合} : T_0^* = 4.0 \times 10^{-2} \cdot \Delta x^{*1.3}$$

ix を大きくすると T_0^* は大きくなるが、 $ix = 0.02 \sim 2.0$ の範囲で変化させる場合には $\Delta x^* \leq 10^{-2}$ とすることにより解の安定性の条件 $T_0^* \leq 8.64 \times 10^{-4}$ を満たす。また ix と一様性の条件を満たす $(\Delta x_{con}^*, \Delta z_{con}^*)$ の関係を図 6.3-25 に、 ix と Δt_{con}^* の関係を図 6.3-26 に示す：

$$(\Delta x_{con}^*, \Delta z_{con}^*, \Delta t_{con}^*) = (7.7 \times 10^{-4} \times ix^{-0.31}, 1.5 \times 10^{-3} \times ix^{-0.18}, 2.3 \times 10^{-7} \times ix^{-0.47})$$

$ix = 0.02 \sim 2.0$ の範囲で変化させる場合には安定性よりも一様性の条件の方が厳しい。

(3) 掘削速度を変化させた場合

格子分割幅 Δx^* と数値解の振動が減衰するまでの所要時間 T_0^* を図 6.3-27 に示す：

$$V_e^* = 0.1 \text{ の場合} : T_0^* = 3.3 \times 10^{-5} \cdot \Delta x^{*1.1}$$

$$V_e^* = 1.0 \text{ の場合} : T_0^* = 2.0 \times 10^{-3} \cdot \Delta x^{*1.3}$$

$$V_e^* = 10.0 \text{ の場合} : T_0^* = 4.7 \times 10^{-3} \cdot \Delta x^{*1.0}$$

V_e^* を大きくすると T_0^* は大きくなるが、 $V_e^* = 0.1 \sim 10.0$ の範囲で変化させる場合には $\Delta x^* \leq 10^{-2}$ とすることにより解の安定性の条件 $T_0^* \leq 8.64 \times 10^{-4}$ を満たす。また V_e^* と一様性の条件を満たす $(\Delta x_{con}^*, \Delta z_{con}^*)$ の関係を図 6.3-28 に、 V_e^* と Δt_{con}^* の関係を図 6.3-29 に示す：

$$(\Delta x_{con}^*, \Delta z_{con}^*, \Delta t_{con}^*) = (1.6 \times 10^{-3} \times V_e^{*-0.15}, 2.3 \times 10^{-3} \times V_e^{*-0.36}, 5.7 \times 10^{-7} \times V_e^{*-0.60})$$

$V_e^* = 10^{-1} \sim 10^1$ の範囲で変化させる場合には安定性よりも一様性の条件の方が厳しい。

(4) 掘削休止期間を変化させた場合

本ベンチマークでは掘削休止期間 T_s^* を変化させても、解の安定性の条件 (Δx^* と T_0^* の関係) は基本ケースと同じである。 T_s^* と一様性の条件を満たす $(\Delta x_{con}^*, \Delta z_{con}^*)$ の関係を図 6.3-30 に、 T_s^* と Δt_{con}^* の関係を図 6.3-31 に示す：

$$(\Delta x_{con}^*, \Delta z_{con}^*, \Delta t_{con}^*) = (7.1 \times 10^{-4} \times T_s^{*0.12}, 9.6 \times 10^{-4} \times T_s^{*0.11}, 1.2 \times 10^{-7} \times T_s^{*0.22})$$

$T_s^* = 0.1 \sim 10.0$ の範囲では安定性よりも一様性の条件の方が厳しい。

6.3.5 まとめ

(1) ベンチマーク・テスト

1. 掘削周辺領域では他の領域と比較して空間分割幅を $\frac{1}{3} \sim \frac{1}{2}$ 程度に細かくする必要がある。また最適な空間分割では許容される隣接要素間格子幅比は鉛直方向では約 3.3、水平方向では約 3.6 である。水平方向および鉛直方向に不均等格子を用いることにより、均等格子に比べそれぞれ約 0.7 倍、0.8 倍の要素数で効率的に高精度な数値解を得ることが可能である。
2. 時間経過とともにタイムステップを等比数列的に増加させ、効率的に高精度な数値解を得ることが可能である。許容されるストレッチ幅 (公比) r は約 1.4 であり、また自由表面がある要素から別の要素へと移動する時刻においてはタイムステップを Δt_{opt} と小さく設定する必要がある。なおこの場合には初期タイムステップ値を用いた場合に比べ約 $\frac{1}{5 \times 10^3}$ 倍のステップ数である。
3. 本研究においてパラメータを変化させた場合について最適分割を決定した範囲では、対象の飽和透水係数が低い ($K = 10^{-8}(\text{cm/sec})$) 場合を除き、安定性よりも一様性の条件の方が厳しくなっている。

(2) マニュアル例題の評価

6.3.3 において得られた最適な空間分割 (304 要素) を図 6.3-32 に、また最適な時間分割 ($30(\text{day}) = 2.592 \times 10^6(\text{sec})$ まで 128 ステップ) を図 6.3-33 に示す。

最適な空間分割 (304 要素) ではマニュアル例題 (143 要素) に対して約 3.5 倍の要素数を要することとなる。これは一様性の条件が厳しかったためであり ($\epsilon_c = 10^{-3}$)、ここではマニュアル例題と同程度の要素数からなる最適な空間分割を求める。マニュアル例題で用いられている要素数を $C_0 = 143$ 、最適分割格子で用いられている要素数を $C_1 = 304$ として：

$$\Delta x'_{opt} \doteq \Delta x_{opt} \times \sqrt{\frac{C_0}{C_1}}$$
$$\Delta z'_{opt} \doteq \Delta z_{opt} \times \sqrt{\frac{C_0}{C_1}}$$

求められた $(\Delta x'_{opt}, \Delta z'_{opt})$ の組み合わせを新たに最適分割とする。新たに得られた最適な空間分割 (144 要素) を図 6.3-34 に示す ($\epsilon_c = 3 \times 10^{-3}$ 程度に相当する)。

ベンチマーク・テストの結果、掘削領域からの距離によって格子分割幅を変化させる場合には許容される隣接要素間格子幅比は鉛直方向に関しては約 3.3、水平方向に関しては約 3.6 である。マニュアル例題で用いられている隣接要素間格子幅比の最大値は鉛直方向および水平方向ともに 2.0 であり、許容範囲内に収まっている。

-  定水頭境界
-  自由浸出境界
-  不透水境界

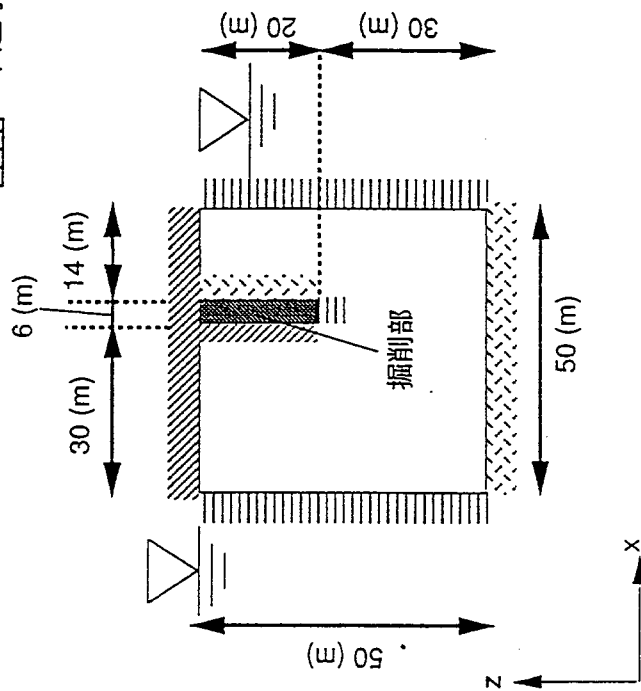


图6.3-1 掘削解析例：对象、境界条件

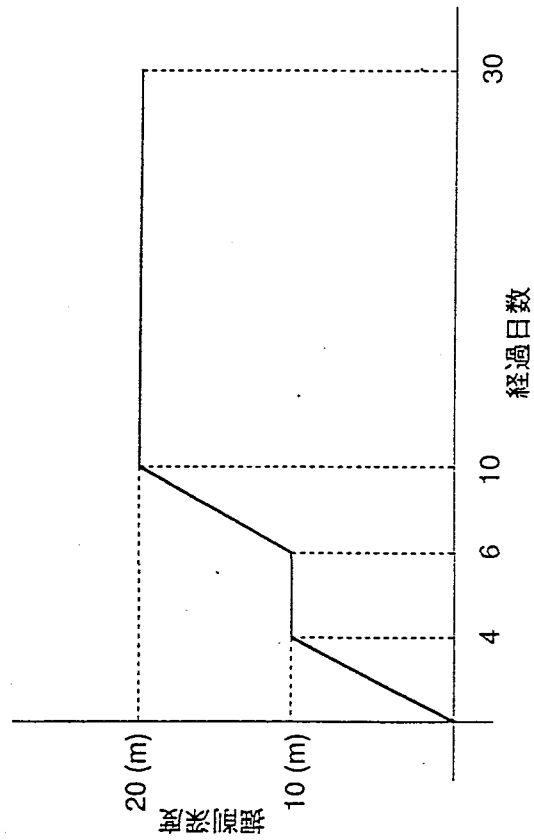
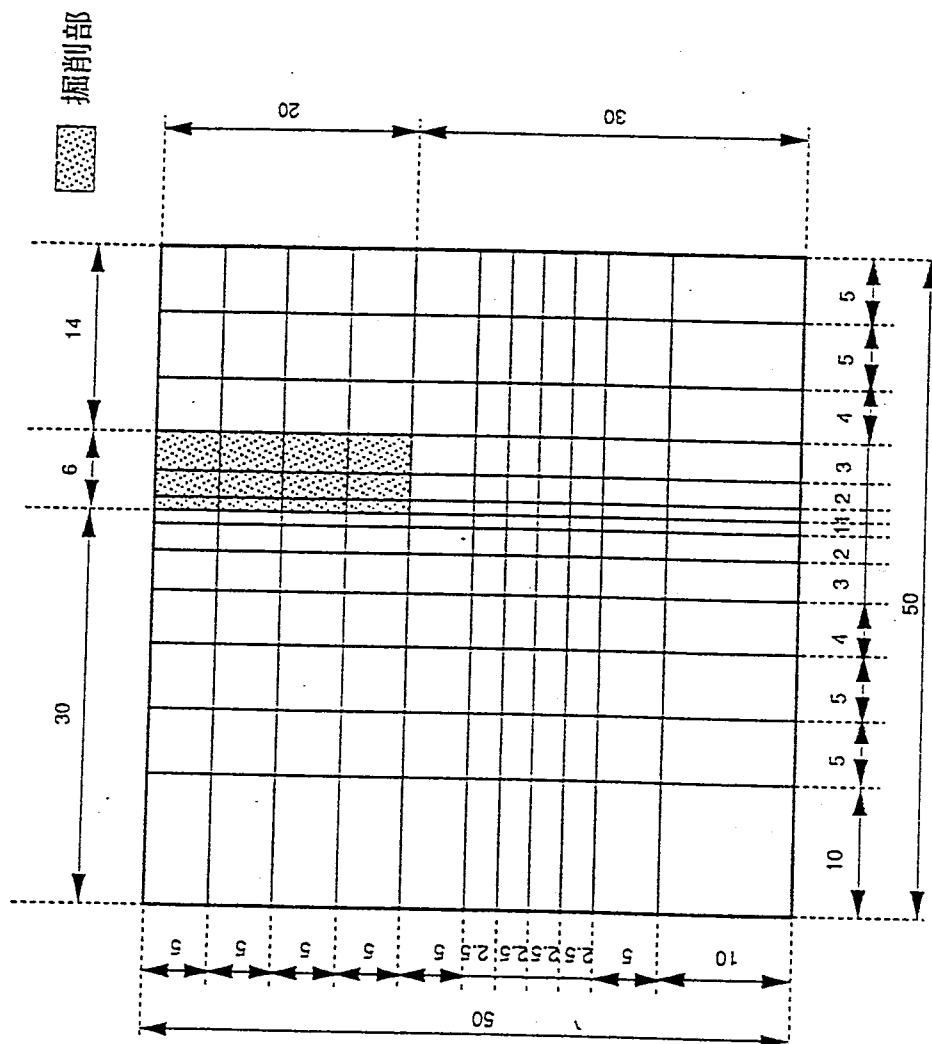


图6.3-2 掘削解析例：掘削過程



162	163	164	165
148	149	150	151
134	135	136	137
120	121	122	123
106	107	108	109

掘削部拡大図
: 掘削問題解析例/節点番号

図6.3-3 掘削解析例：要素分割図

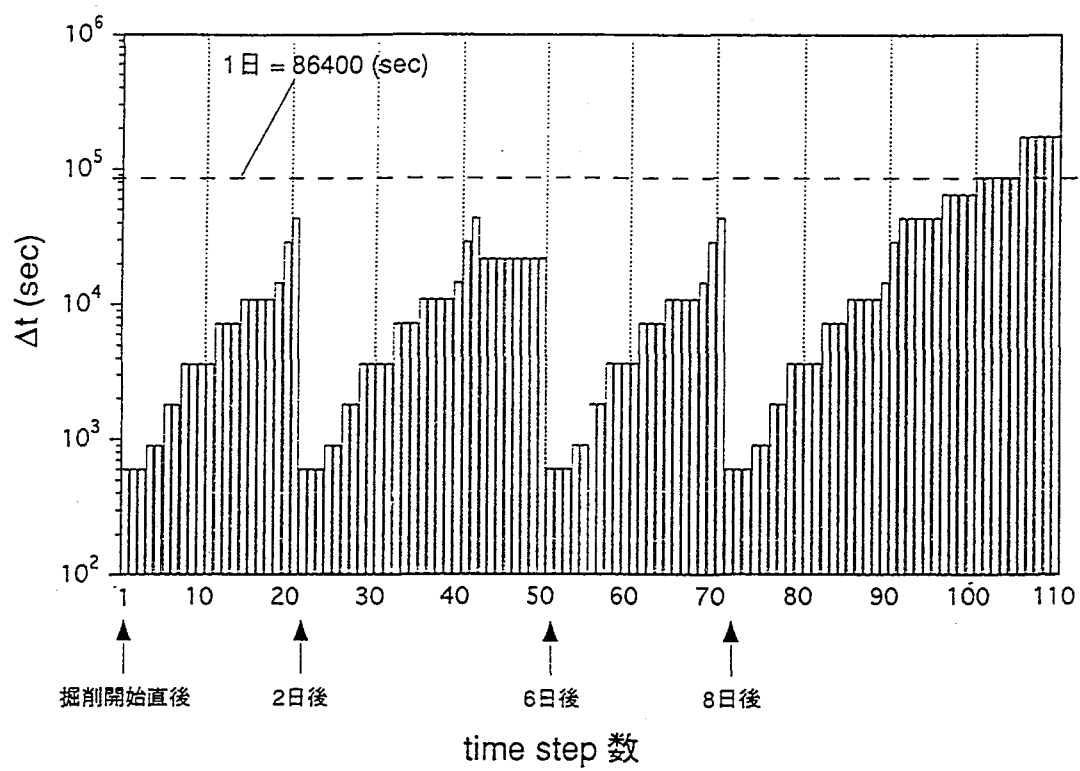
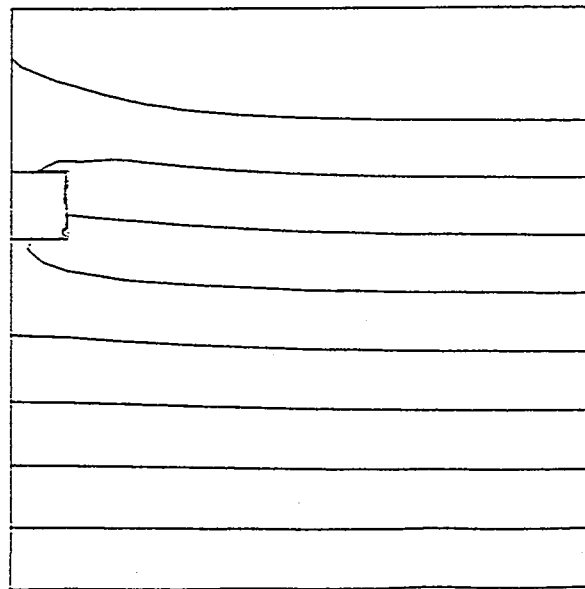


図6.3-4 掘削解析例：時間分割例

2日後



30日後

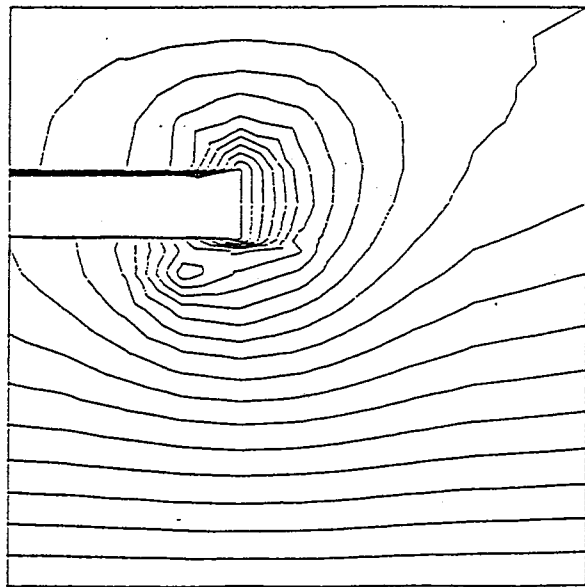
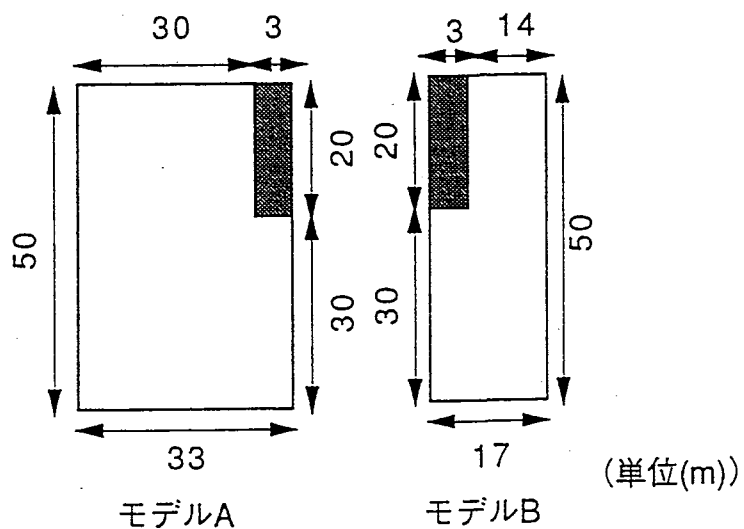


圖6.3-5 掘削解析例 解析結果：全水頭分布

対象：



境界条件：

- 定水頭境界
- 自由浸出境界
- 不透水境界

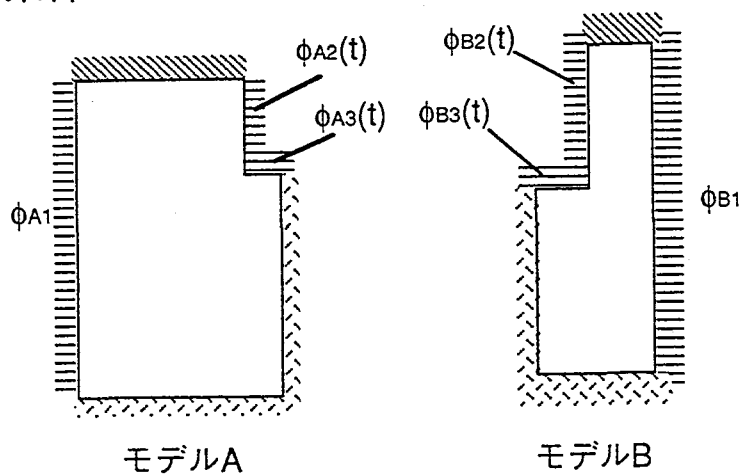
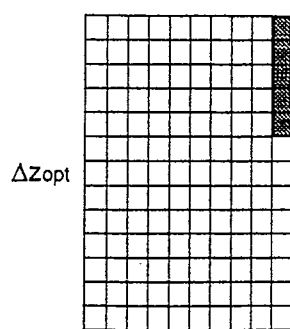
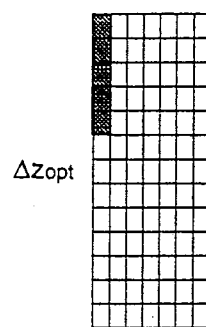


図6.3-6 ベンチマーク用解析モデルおよび条件

均等格子

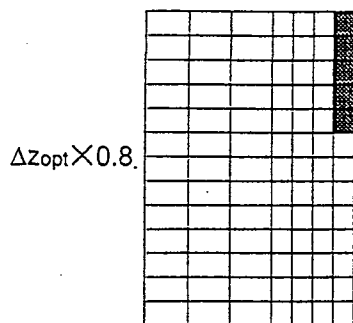


モデルA

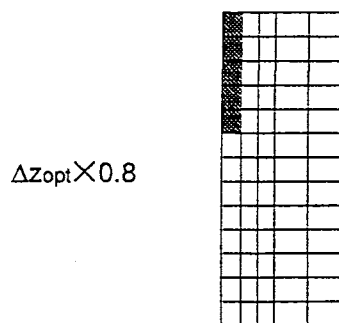


モデルB

水平方向不均等格子
(鉛直方向均等)

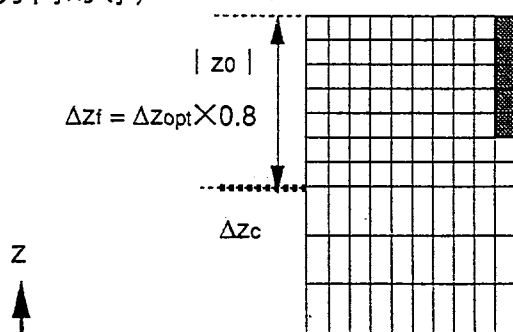


モデルA

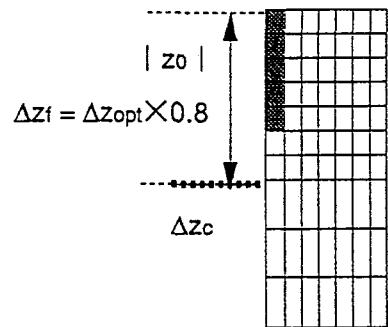


モデルB

鉛直方向不均等格子
(水平方向均等)



モデルA



モデルB

図6.3-7 ベンチマーク用解析モデル：空間分割例

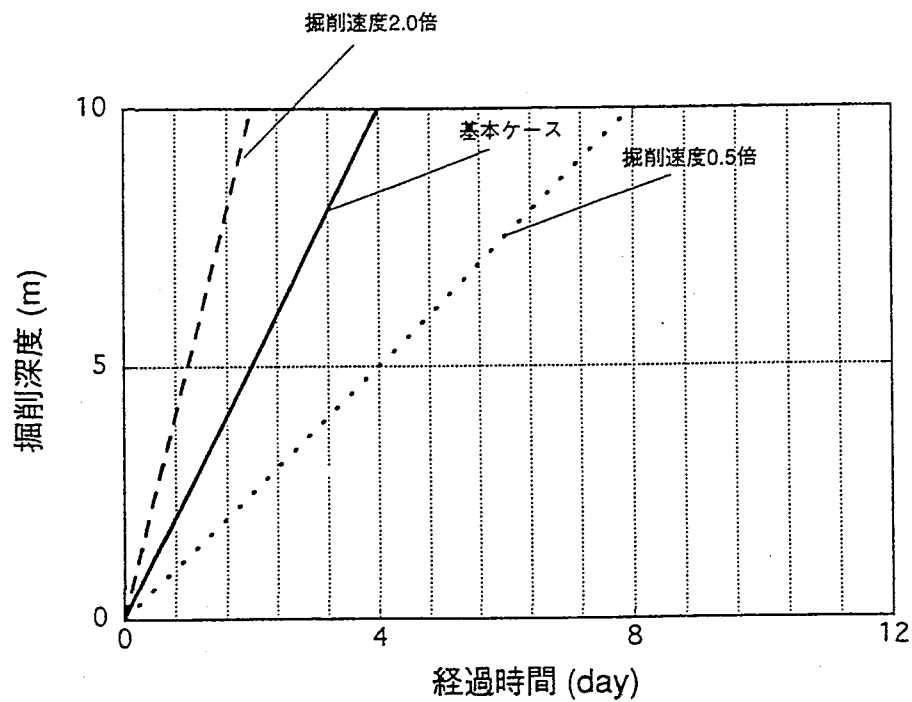


図6.3-8 基本ケースから掘削速度を変化させた例

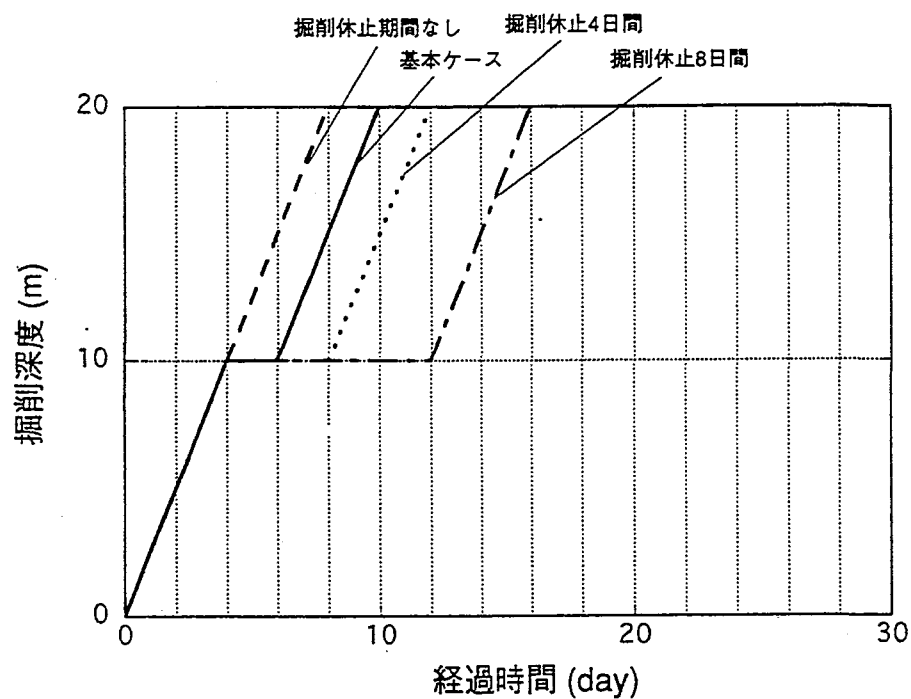
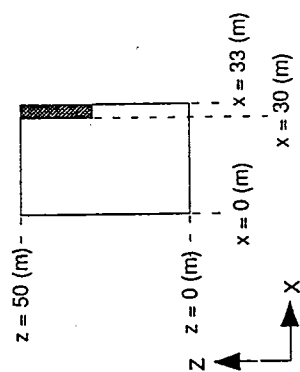


図6.3-9 基本ケースから掘削休止期間を変化させた例



○ 1000 (sec)後
 □ 1500 (sec)後
 ◇ 2000 (sec)後

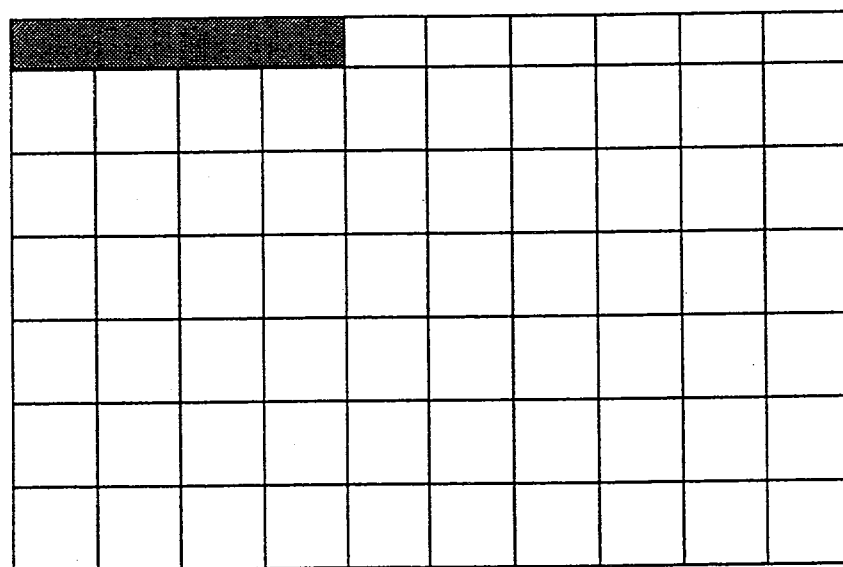
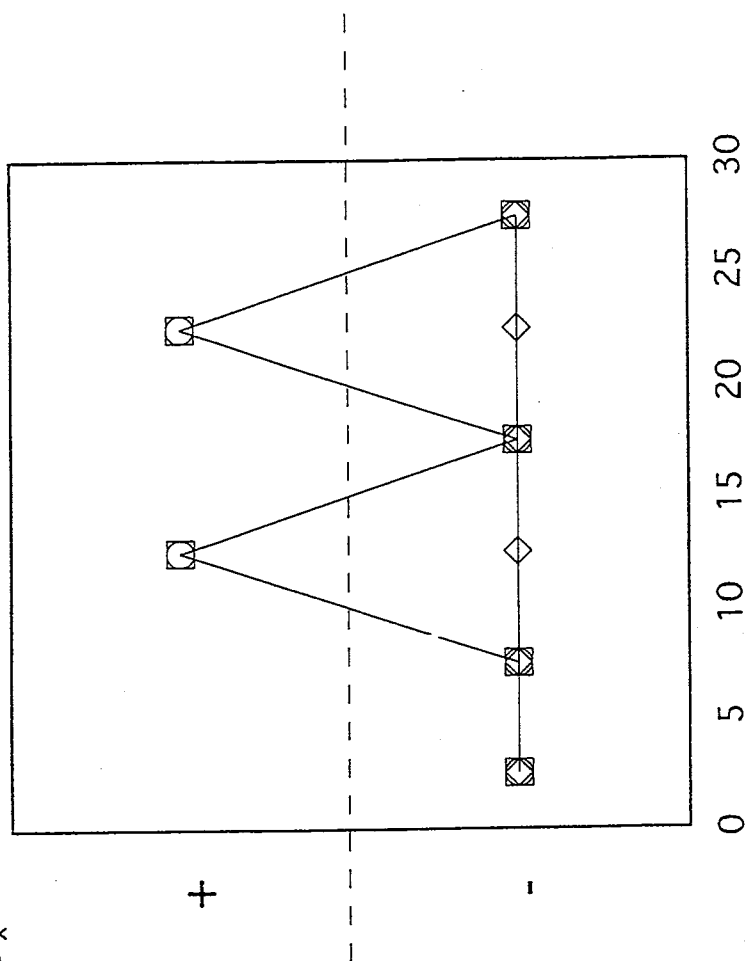


図6.3-10 モデルA 要素分割図 (70要素)



x (m)

図6.3-11 解の安定性評価：モデルA
 地表面 ($z = 50$ (m)) 上における全水頭 ϕ のxに関する微分係数 $\frac{d\phi}{dx}$ の符号分布

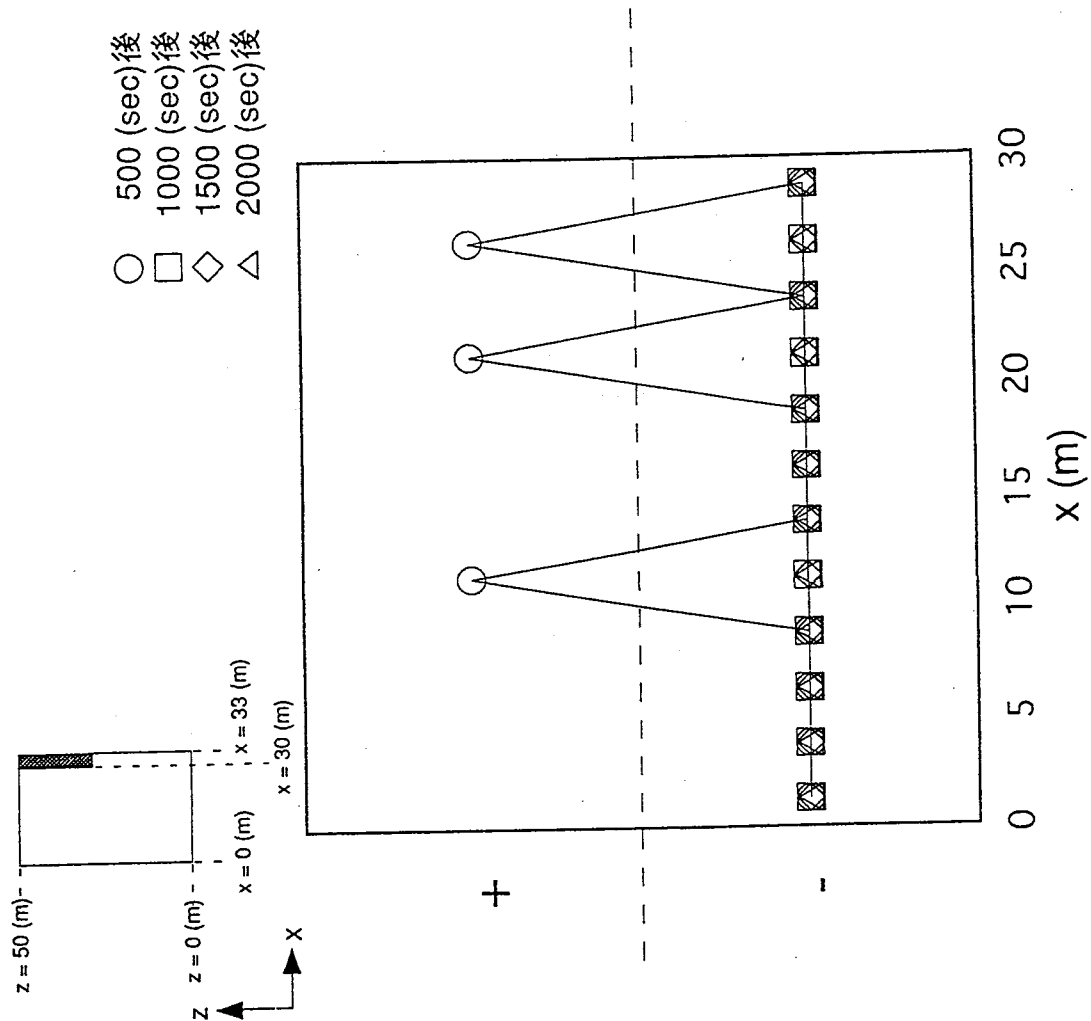


図6.3-13 解の安定性評価：モデルA

地表面 ($z = 50$ (m)) 上における全水頭 ϕ の x に関する微分係数 $\frac{d\phi}{dx}$ の符号分布

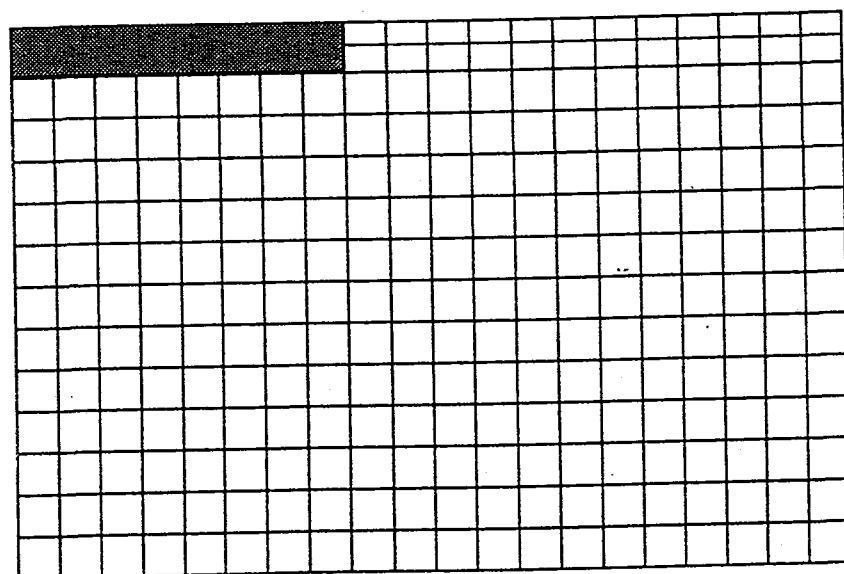


図6.3-12 モデルA 要素分割図 (280要素)

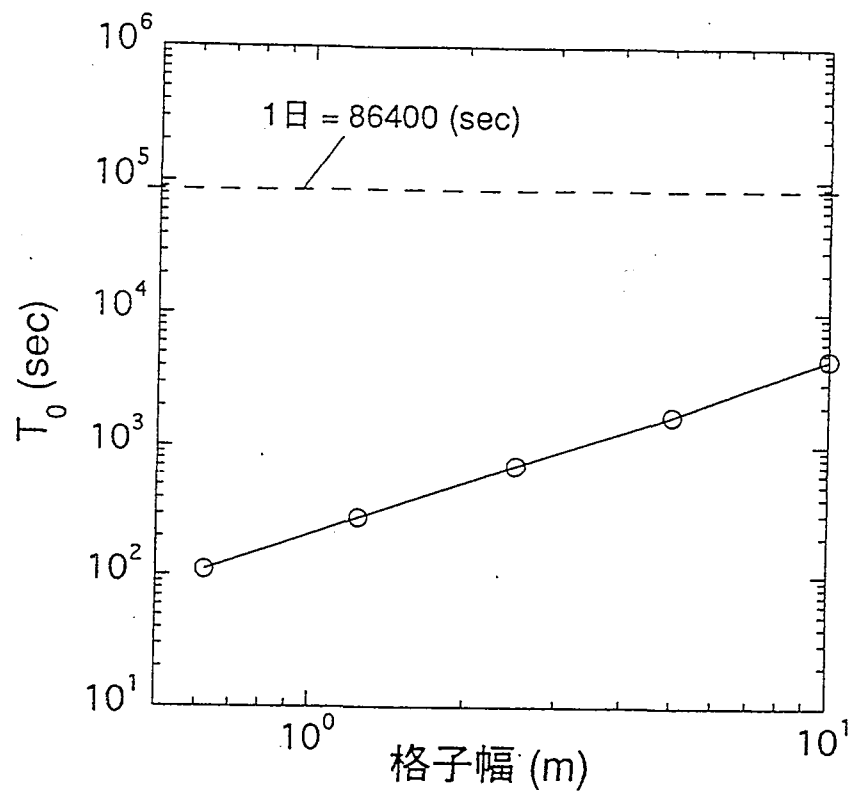


図6.3-14 解の安定性評価：モデルA

均等格子を用いた場合、格子幅と T_0 の関係

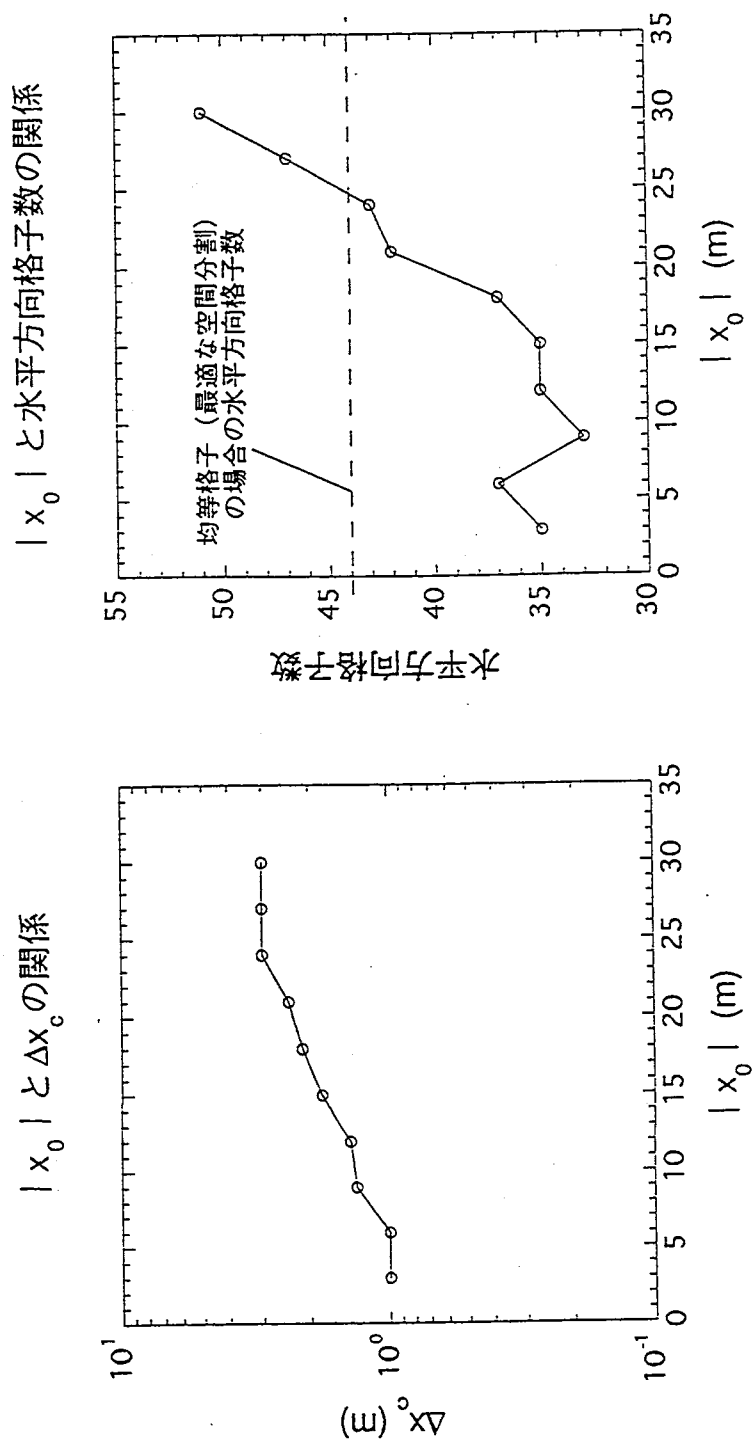


図6.3-15 最適な空間分割の検討：モデルA（水平方向不均等格子）

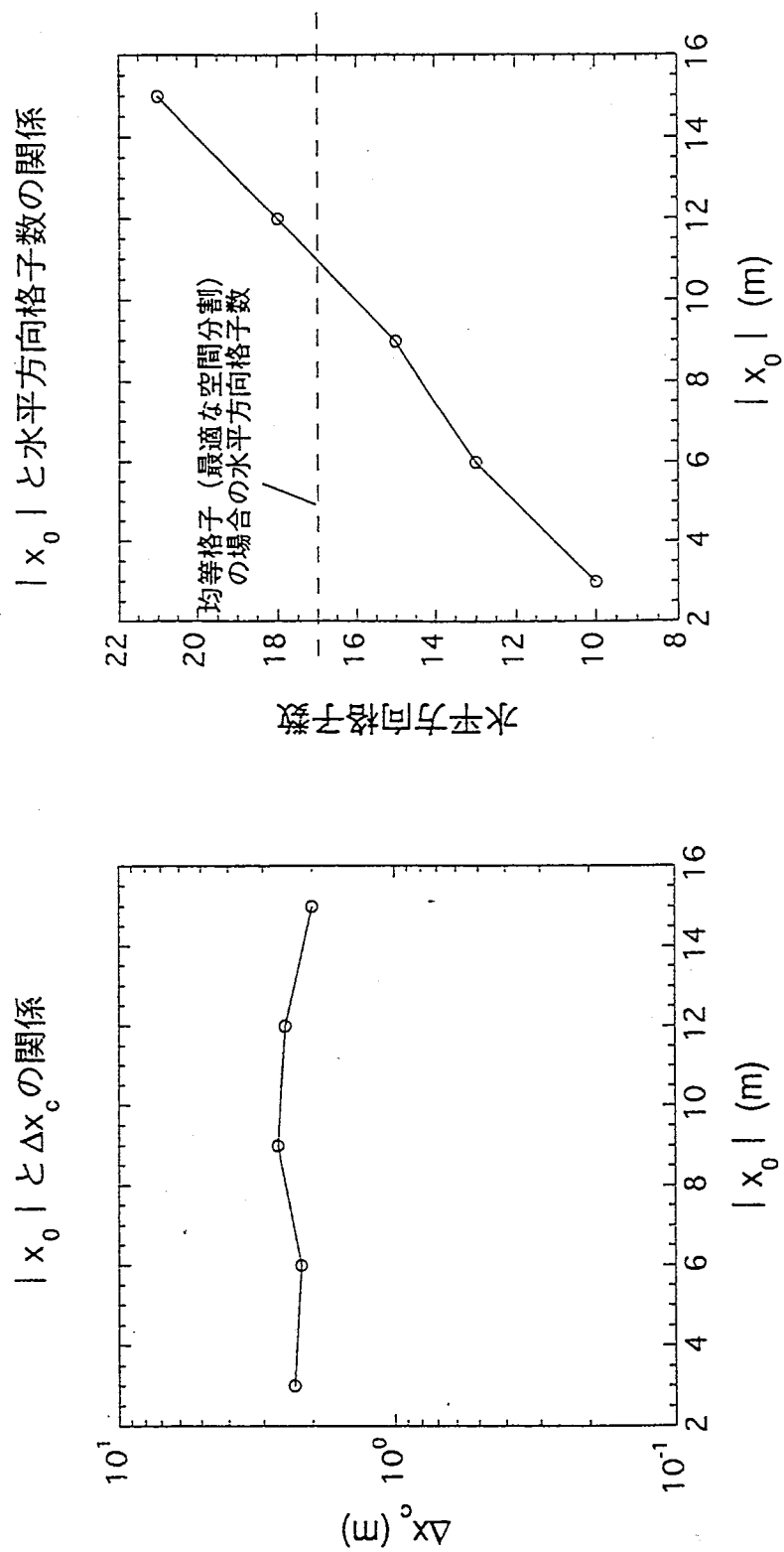


図6.3-16 最適な空間分割の検討：モデルB（水平方向不均等格子）

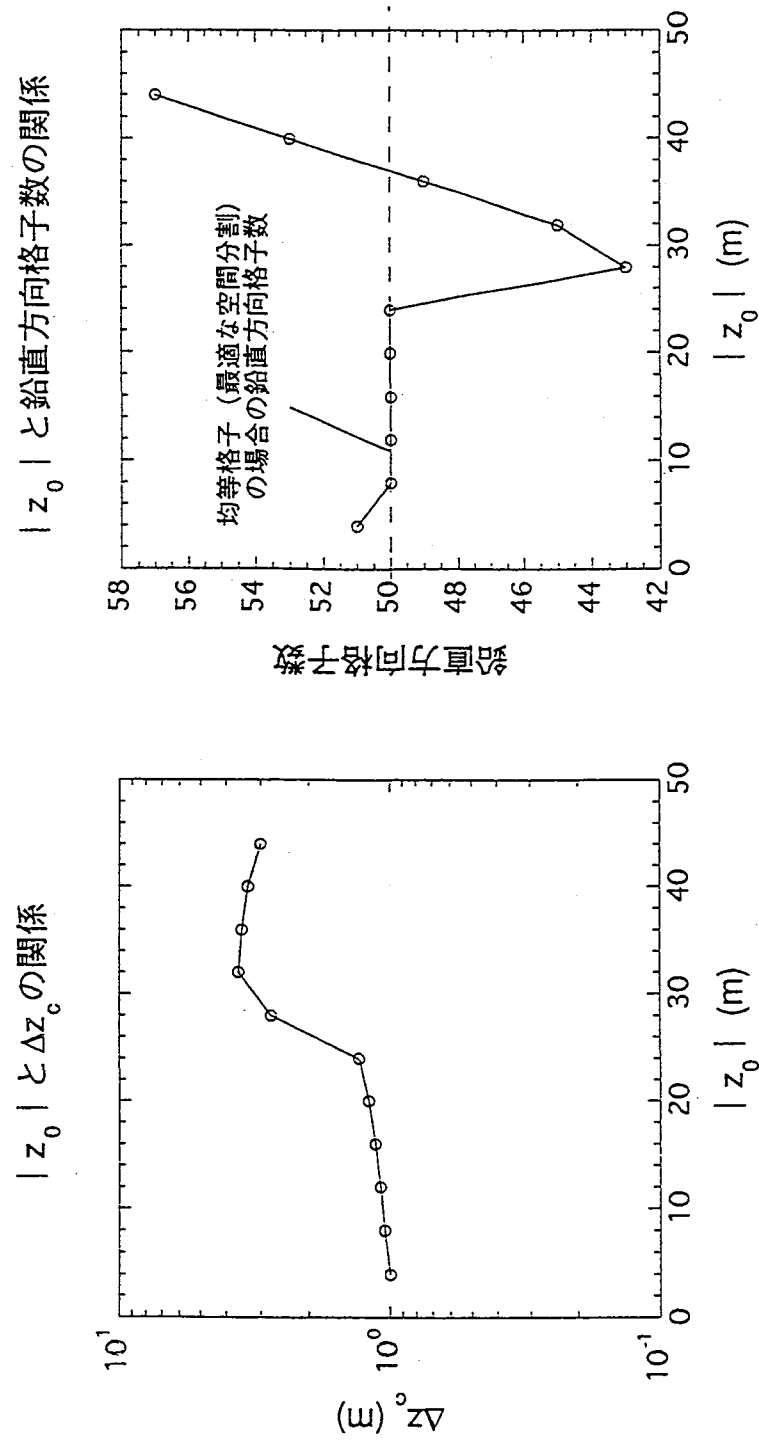


図6.3-17 最適な空間分割の検討：モデルA（鉛直方向不均等格子）

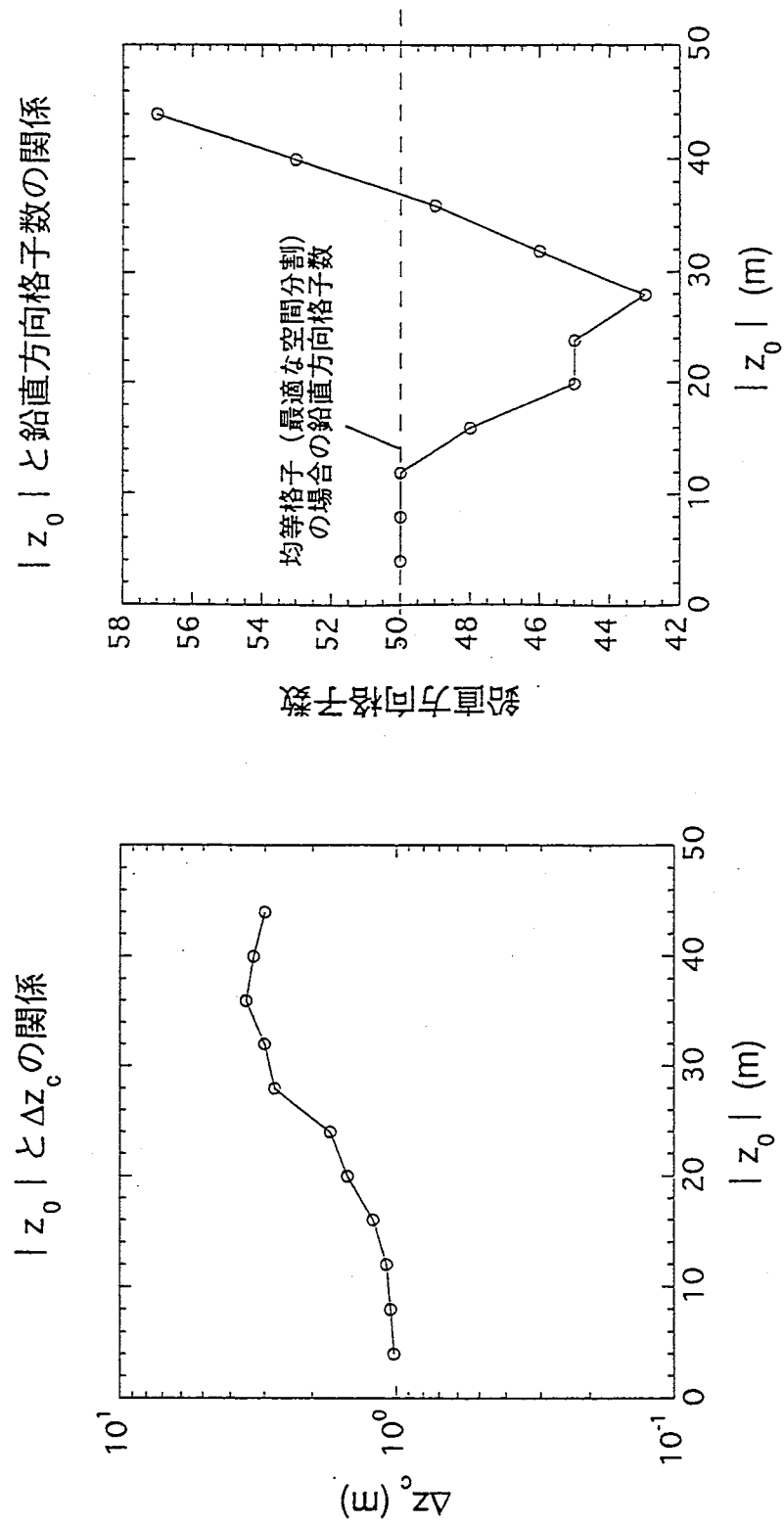


図6.3-18 最適な空間分割の検討：モデルB（鉛直方向不均等格子）

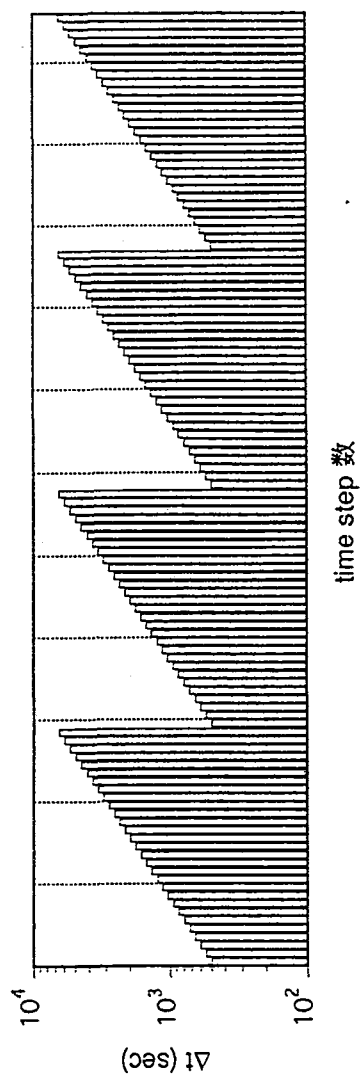


図6.3-19 最適な時間分割の検討：時間分割例 (1)

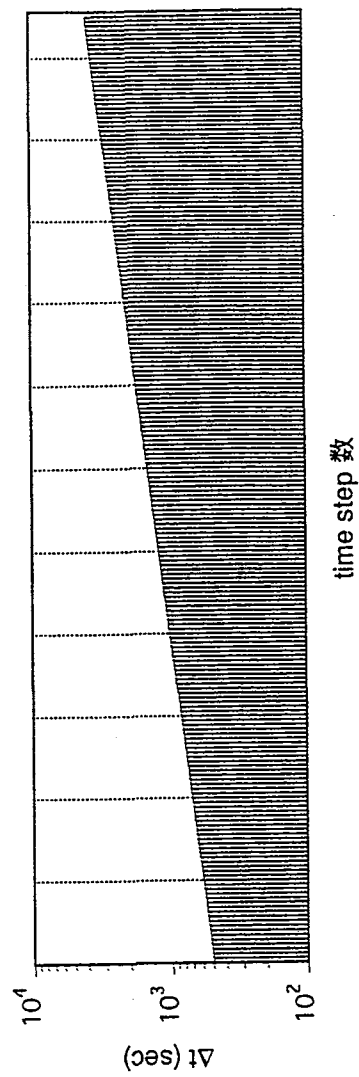


図6.3-20 最適な時間分割の検討：時間分割例 (2)

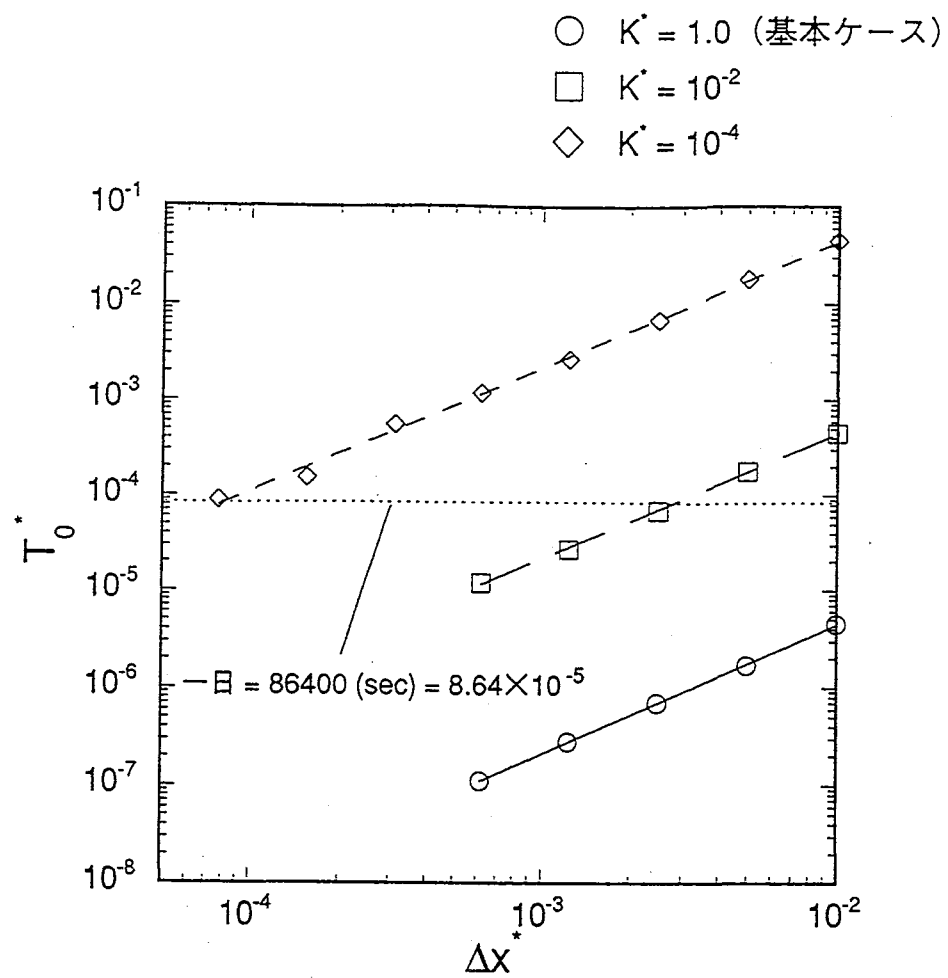


図6.3-21 解の安定性の検討： K^* を変化させた場合

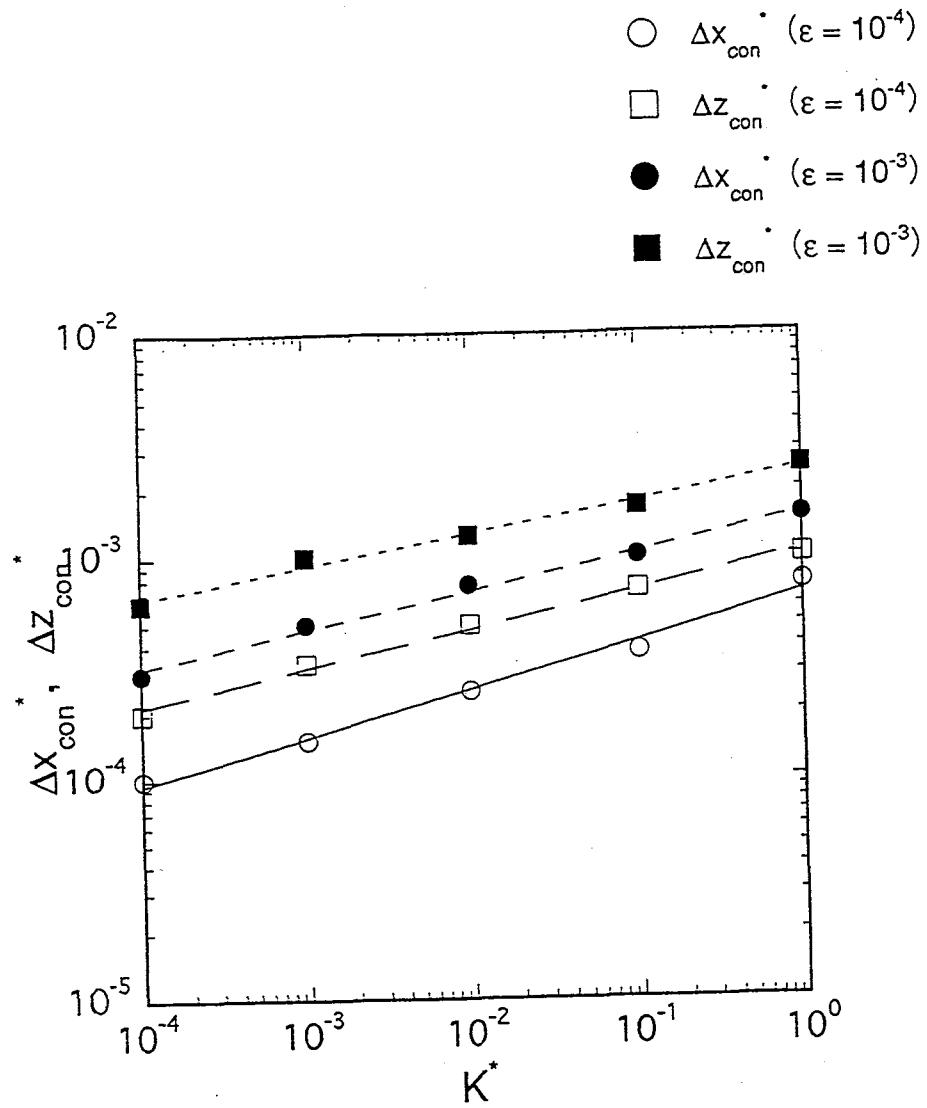


図6.3-22 解の一様性の検討： K^* を変化させた場合

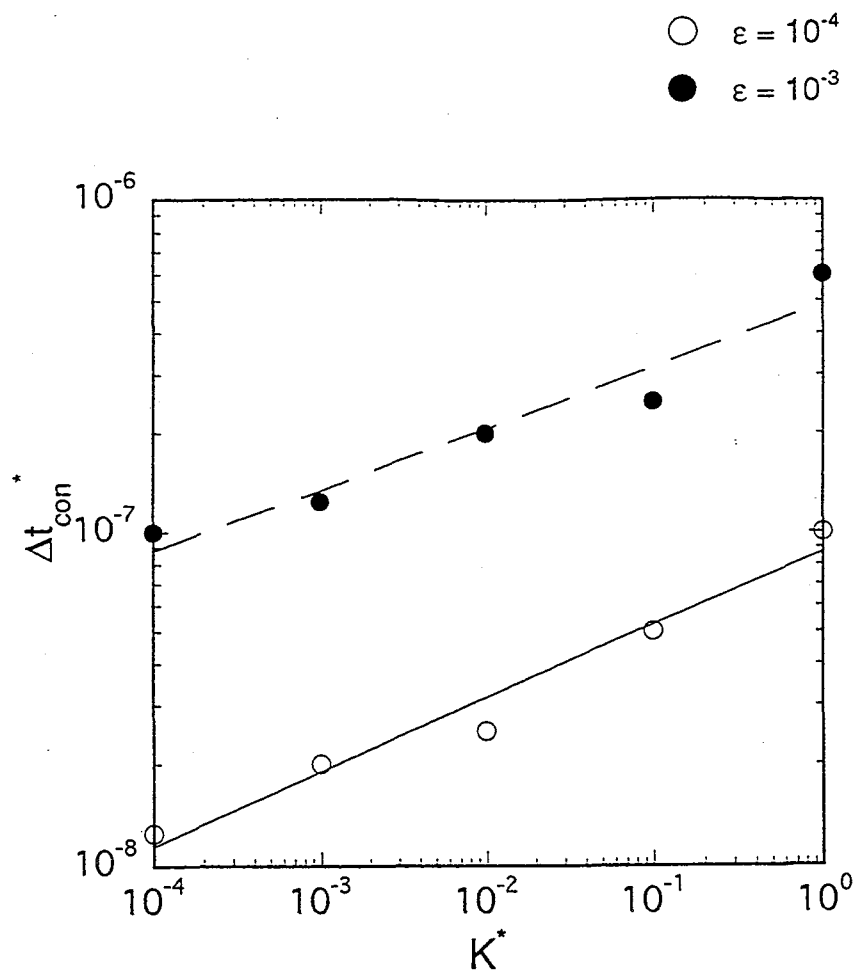


図6.3-23 解の一様性の検討： K^* を変化させた場合

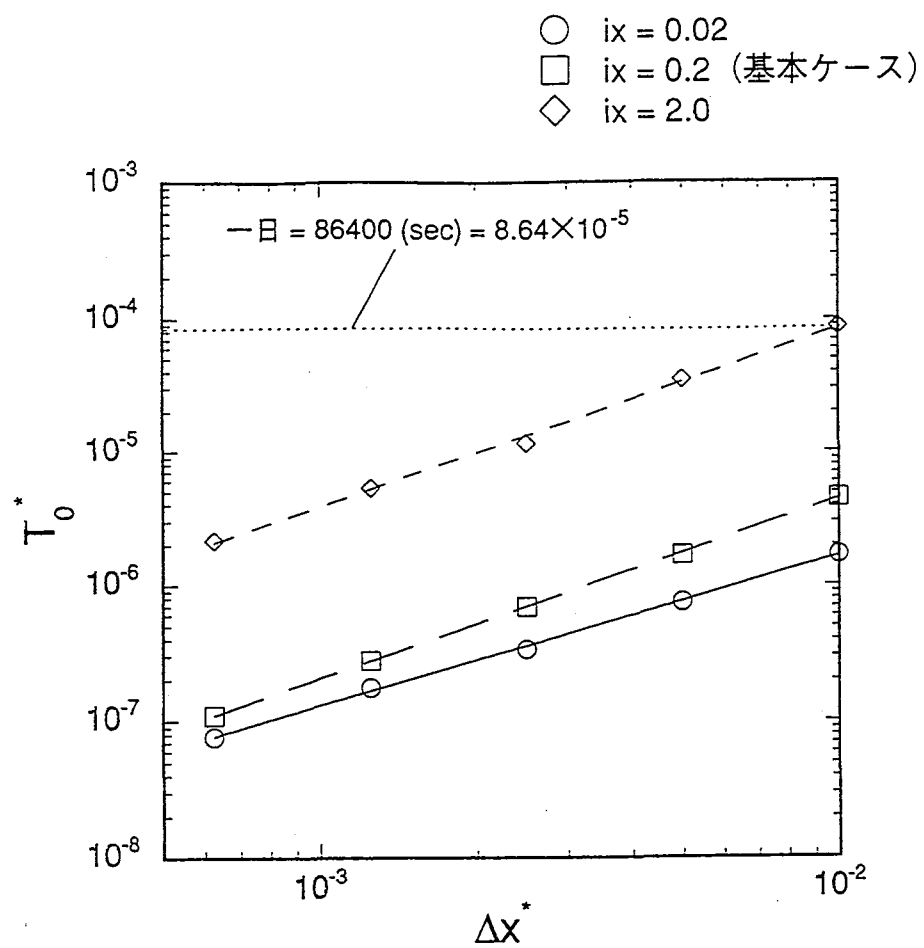


図6.3-24 解の安定性の検討： ix を変化させた場合

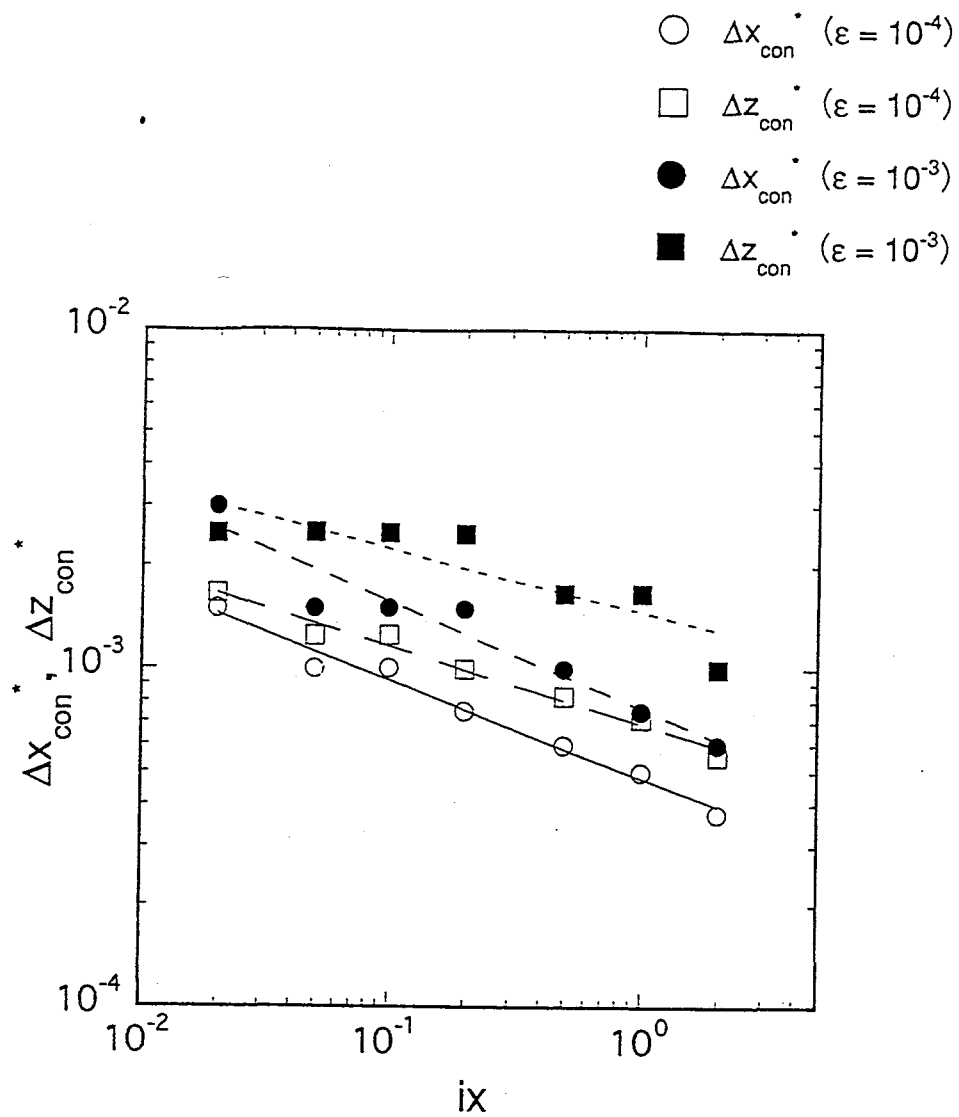


図6.3-25 解の一様性の検討：ixを変化させた場合

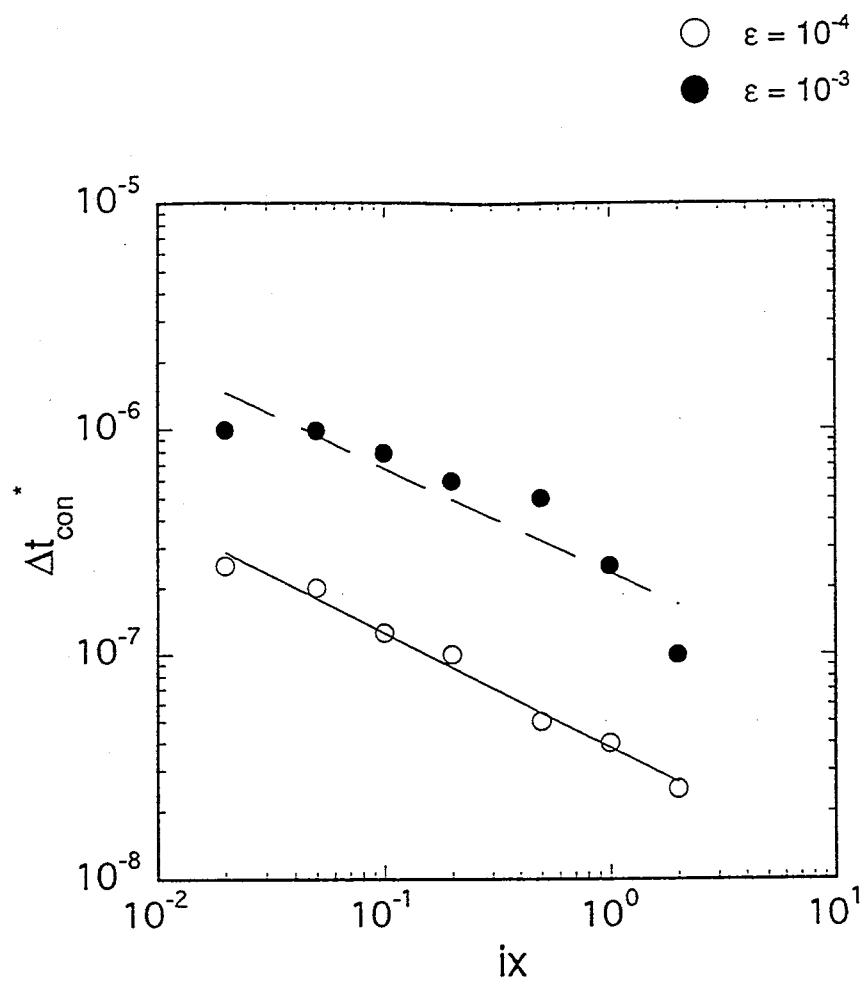


図6.3-26 解の一様性の検討： ix を変化させた場合

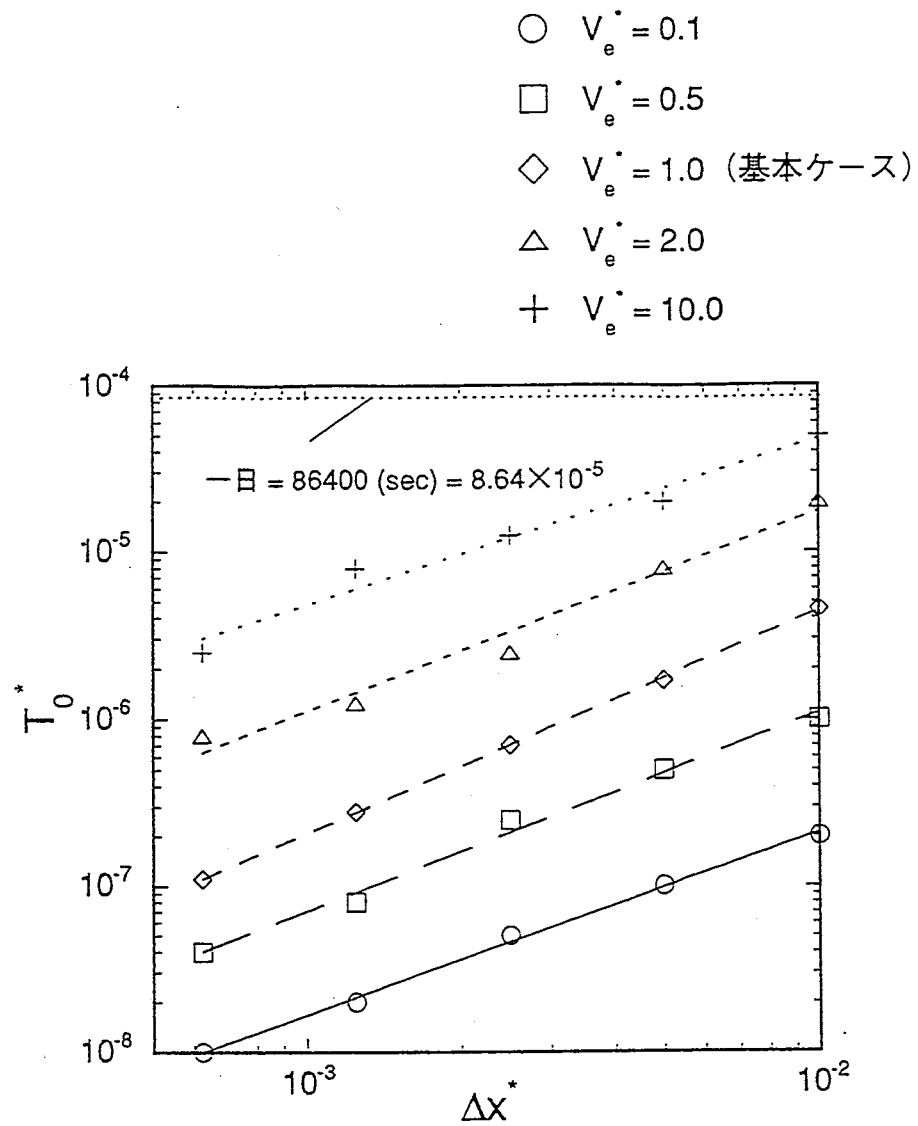


図6.3-27 解の安定性の検討：掘削速度 V_e^* を変化させた場合

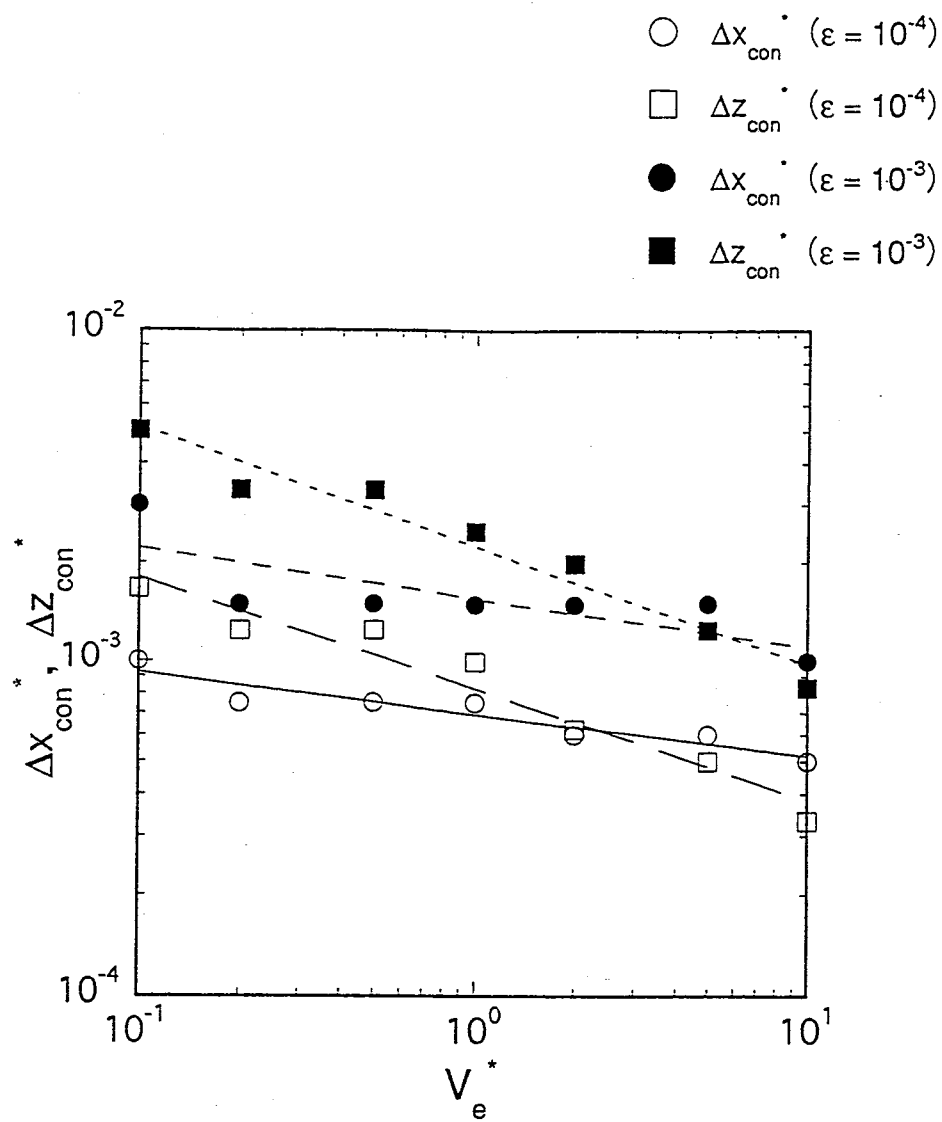


図6.3-28 解の一様性の検討：掘削速度 V_e^* を変化させた場合

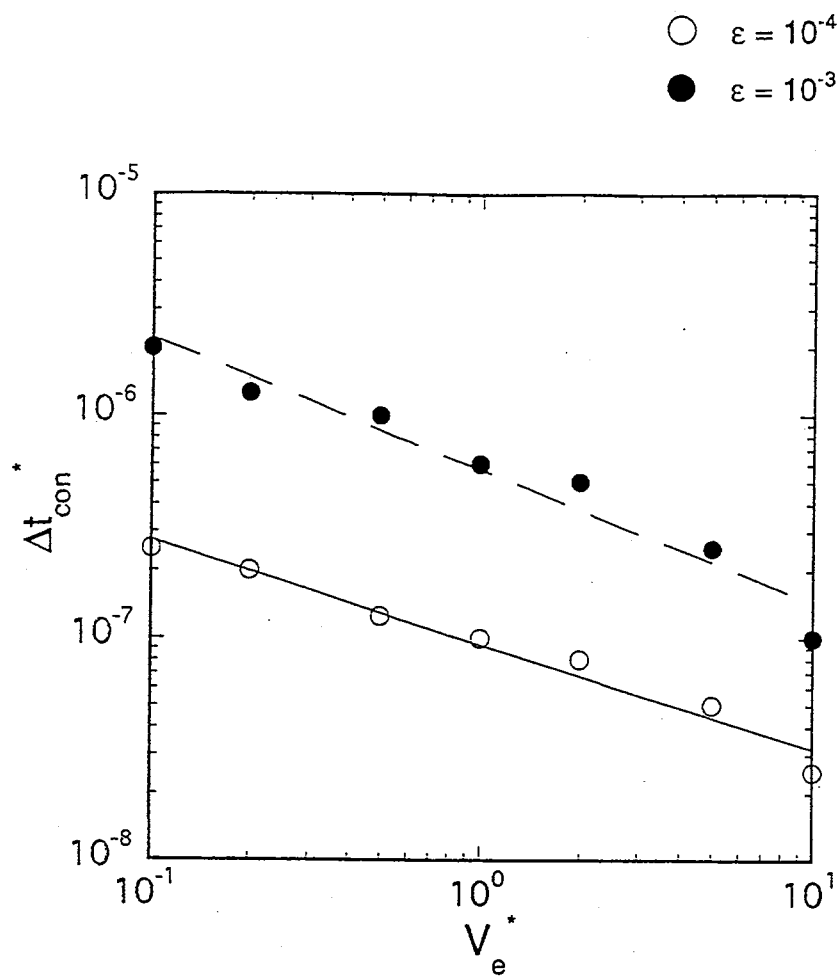


図6.3-29 解の一様性の検討：掘削速度 V_e^* を変化させた場合

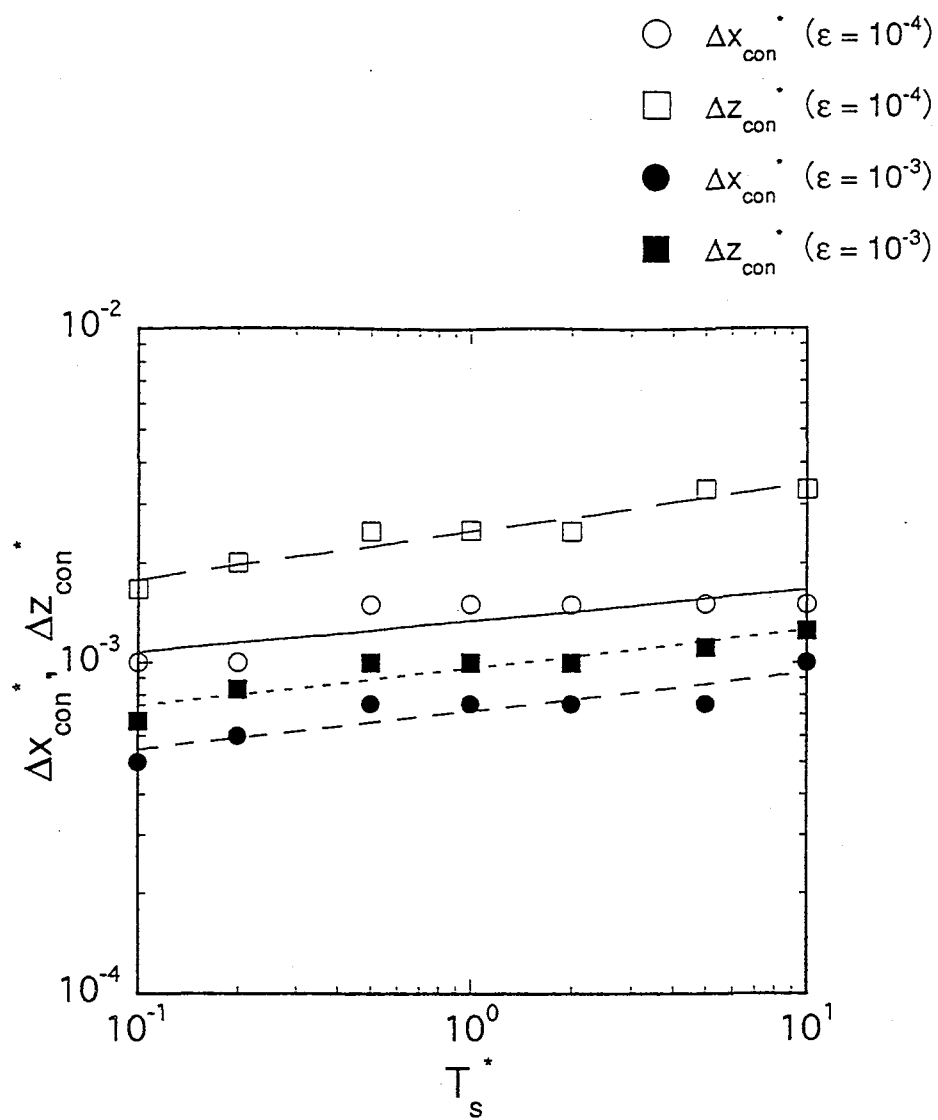


図6.3-30 解の一様性の検討：掘削休止期間 T_s^* を変化させた場合

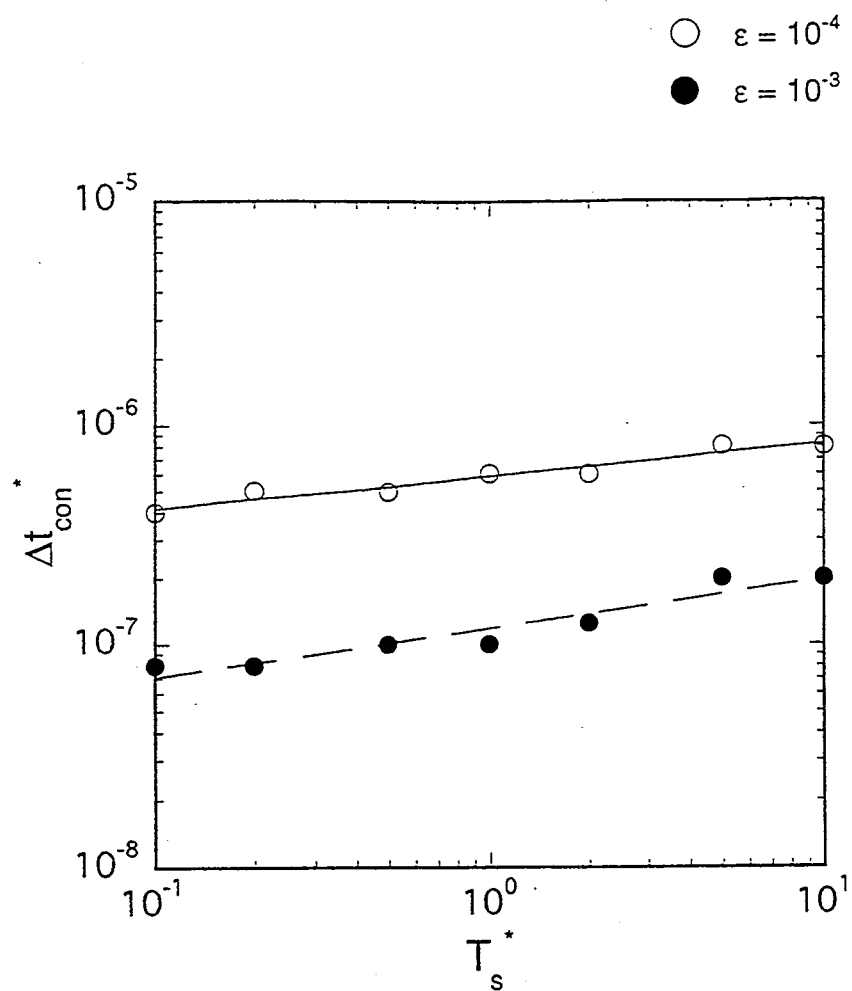


図6.3-31 解の一様性の検討：掘削休止期間 T_s^* を変化させた場合

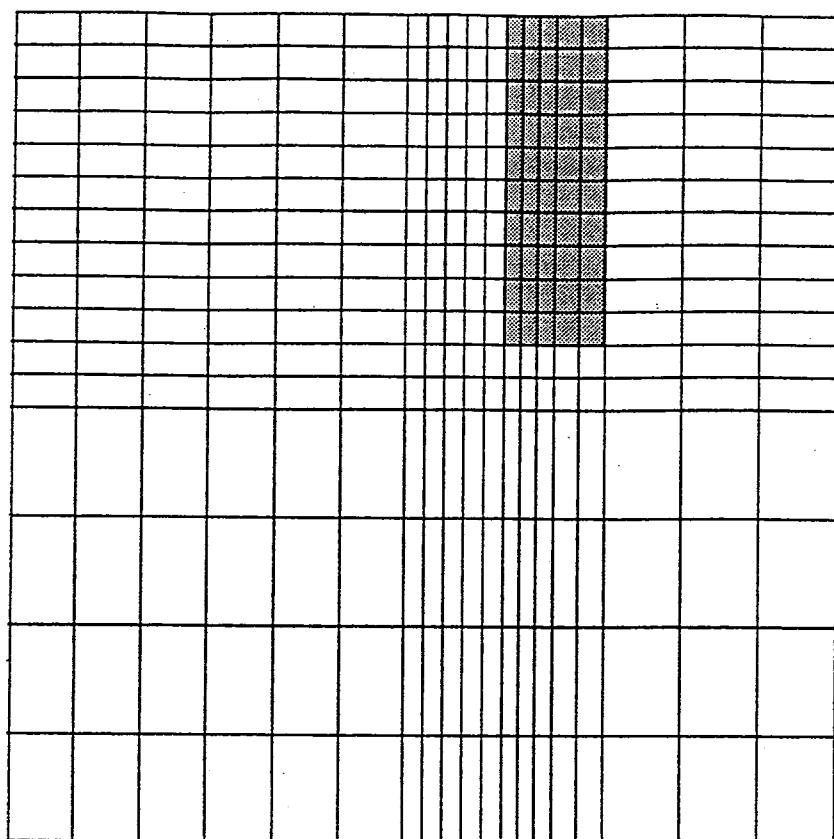


図6.3-32 最適な空間分割 (1) (304要素)

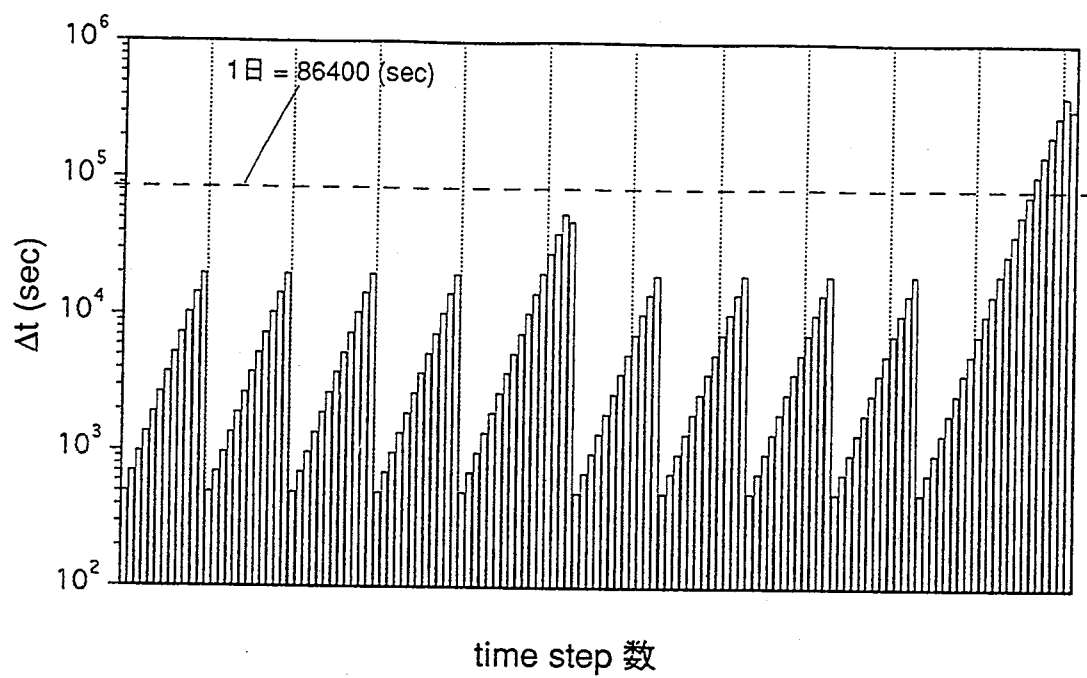


図6.3-33 最適な時間分割

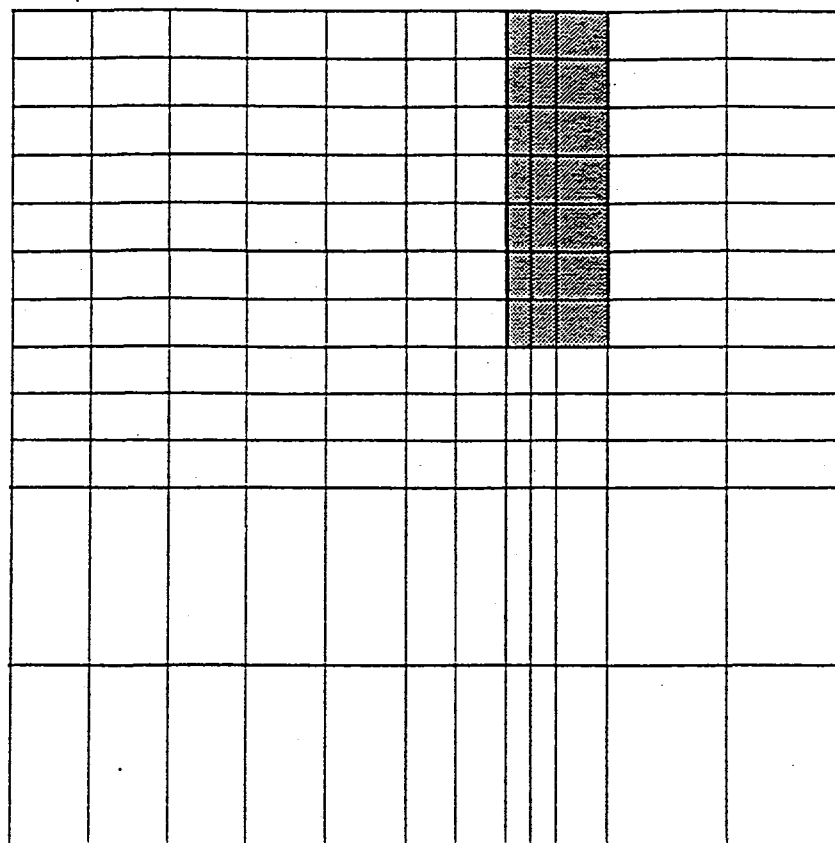


図6.3-34 最適な空間分割 (2) (144要素)

6.4 処分坑道周辺の不飽和領域問題

6.4.1 問題の概要

処分坑道周辺の非定常地下水流動解析について検討する。図 6.4-1 に示すような処分坑道周辺領域を対象とした解析モデル(以下「基本解析モデル」とする)に関するベンチマーク・テストを作成し、様々な条件下における解の精度および安定性を検討することにより最適な空間および時間分割の組み合わせを決定する。

解析対象は $15(m) \times$ 深さ $23(m)$ の準二次元領域であり、母岩 (飽和透水係数 $K = 10^{-5}(cm/sec)$) およびゆるみ領域 ($K = 10^{-4}(cm/sec)$) からなる。また側方境界により設定される水平方向平均動水勾配は $ix = 0.05$ である。初期条件には処分坑道掘削開始以前の定常状態を使用する。

図 6.4-2 に示す要素分割 (288 要素) を用いて解析した結果、タイムステップ $\Delta t (= 10^1 \sim 10^3(sec))$ には依存せず、計算のごく初期において自由表面形状の空間的振動を生じ時間経過とともに減衰する傾向が確認された。以下にその概要について示す。

1. $\Delta t = 10^3$ とした場合の自由表面位置 z の x (水平) 方向の微分係数 $\frac{dz}{dx}$ の符号分布を図 6.4-3 に示す。 $10^3(sec)$ および $10^4(sec)$ 後では、隣接する x 間で $\frac{dz}{dx}$ が正負を異にする傾向となり、自由表面形状が空間的振動を生じていることがわかる。また $10^5(sec)$ 後では振動は減衰しており、さらに定常状態では振動を生じていないことがわかる。
2. $\Delta t = 10^1 \sim 10^3(sec)$ とした場合について、 $10^3(sec)$ 後および $10^4(sec)$ 後の $\frac{dz}{dx}$ の符号分布をそれぞれ図 6.4-4 および図 6.4-5 に示す。 $\Delta t = 10^1 \sim 10^3(sec)$ の範囲では Δt を細かくしても自由表面形状の空間的振動を抑制できないことがわかる。
4. および 6.3 において解の空間的振動は Δx のみに依存していたが、6.4 では境界付近におけるメッシュ形状の影響についても検討する必要があると考えられる。

6.4.2 ベンチマーク用解析モデルおよび条件

(1) ベンチマーク用解析モデル

格子幅の影響および境界付近におけるメッシュ形状の影響をそれぞれ独立に評価するため、基本解析モデルを簡略化したベンチマーク用解析モデルを設定した。ベンチマーク用解析モデルおよび条件を図 6.4-6 に示す。解析対象は均質物性であると仮定し、またトンネル断面形状は矩形とした。

(A) 解析対象

y 軸方向に一樣な準二次元モデルを仮定し、対象の大きさは $15(m) \times$ 深さ $23(m)$ とした。なお鉛直方向座標は下部境界面を基準 $z = 0(m)$ とし、上部境界面では $z = 23(m)$ とした。

(B) 境界条件

- ・ 上部境界：不透水条件
- ・ 側方境界：定水位条件 ($\phi_1 = 16.0(m)$ 、 $\phi_2 = 15.25(m)$ 、
水平方向平均動水勾配 $ix = 0.05$)
- ・ 下部境界：不透水条件
- ・ 坑道内壁：固定水頭条件 ($\psi = 0.0(m)$)

(C) 初期条件

掘削開始以前の定常状態を初期条件とした。

また以下のように基本解析モデルと同じパラメータ設定としたモデルを基本ケースとした：

- ・ 飽和透水係数 : $K = 10^{-5}(cm/sec)$
- ・ 水平方向平均動水勾配 : $ix = 0.05(\phi_1 = 16.0(m)$ 、 $\phi_2 = 15.25(m))$

(2) ベンチマーク方針

6.4 では基本解析モデルに対して最適な空間および時間分割の組み合わせを検討する。ベンチマーク・テストでは、まず基本ケースにおける最適分割を決定し、さらに最適分割に対するパラメータの感度を評価する。

(A) 基本ケースにおける最適分割の決定

基本ケースに対して解の安定性および一様性 (後述) を検討し、最適分割を決定する。

(a) 解の安定性の評価

以下の各要因が解の安定性に及ぼす影響を評価する。

- 格子幅

格子幅が異なる様々な直交格子を用いた解析を実施する。

- メッシュ形状

図 6.4-7 に示すように、直方体要素とゆがみのある要素 (平行六面体要素) を様々な要素数比で組み合わせたメッシュを用いて解析を実施し、各解析結果を比較する。処分坑道周辺領域を直方体要素、その他の領域 (側方境界周辺領域) をゆがんだ要素で分割し、総要素数がほぼ同数という条件下で比較を行った。

またゆがみのある要素のみを用いて解析を行い、用いた要素数と解の安定性の関係を検討する。

(b) 解の一様性の評価

一様性の条件を満たす空間および時間分割を決定する (後述)。

(B) パラメータの感度評価

基本ケースからパラメータ：

- ・ 飽和透水係数
- ・ 水平方向平均動水勾配

を変化させた場合について最適分割を決定し、パラメータの感度を評価する。各パラメータはそれぞれ独立に変化させ、それ以外のパラメータは基本ケースと同じ値とする。空間分割には均等格子、時間分割には均等なタイムステップを

用いる。また基本ケースで用いた飽和透水係数 ($K_0 = 10^{-5}(\text{cm/sec})$) およびサクション ($\psi_0 = 10^3(\text{m})$) により得られた指針を無次元化する。

(3) 解の精度の評価

6.4 では自由表面の鉛直座標値 z の精度を評価する。解の安定性の評価には (3.1) を用いる ($\varepsilon_s = 10^{-3}$)。また解の一様性の評価には (3.2) を用いる。一様性の評価基準は (3.2) では $\varepsilon_c = 10^{-3}$ であるが、 $\varepsilon_c = 10^{-4}$ とした場合についても考慮する。

6.4.3 ベンチマーク・テスト (1)(基本ケースの評価)

基本ケースに対して解の安定性および一様性を検討し、最適分割を決定する。

(1) 解の安定性

解の安定性に対する格子幅およびメッシュ形状の影響を評価する。

(A) メッシュ形状の影響評価

図 6.4-2 に示した要素分割 (288 要素) では側方境界付近において要素にゆがみが生じている。これは、解析対象の境界が円筒座標系 (処分坑道内壁境界) と直交座標系 (側方および上下部境界) から構成されているためである。6.2 で示したように頂角が 45° 以下ないしは 135° 以上である要素を用いる場合には、直方体要素を用いる場合に比べて解の精度が低下していた。ここでは解の安定性に対するメッシュ形状 (要素のゆがみ) の影響を評価した。

(a) 直方体要素およびゆがみのある要素を用いた場合の検討

直方体要素とゆがみのある要素を、ほぼ同要素数で様々な比率により組み合わせた場合について各解析結果を比較した。解析に用いた要素分割を図 6.4-8 に示す：

- ・ メッシュ B1 (280 要素) : 直方体要素 (80) + ゆがみのある要素 (200)
- ・ メッシュ B2 (268 要素) : 直方体要素 (124) + ゆがみのある要素 (144)
- ・ メッシュ B3 (288 要素) : 直方体要素 (176) + ゆがみのある要素 (112)
- ・ 直交格子 (285 要素) : 直方体要素 (285)

$\Delta t = 10^2(sec)$ として、これらの要素分割を用いた解析を行った。 $10^3(sec)$ 後の $\frac{dz}{dx}$ の符号分布を図 6.4-9 に示す。メッシュ B1, B2, B3 と直交格子の比率が高くなるほど空間的振動が少なくなっている。 $\frac{dz}{dx}$ の符号が変化する回数を以下に示す：

- ・ メッシュB1 (280 要素) : 33
- ・ メッシュB2 (268 要素) : 28
- ・ メッシュB3 (288 要素) : 20
- ・ 直交格子 (285 要素) : 10

ゆがみのある要素の比率が低くなるほど解は安定であり、メッシュ形状は自由表面形状の空間的振動に影響していると考えられる。

(b) ゆがみのある要素のみを用いた場合の検討

ゆがみのある要素のみを用いて要素数を変化させた解析を実施し、解の安定性を検討した。解析に用いた要素分割図を図 6.4-10 に示す：

- ・ ゆがみのある要素 (288 要素)
- ・ ゆがみのある要素 (1152 要素)

$\Delta t = 10^2(sec)$ として、これらの要素分割を用いた解析を行った。 $10^3(sec)$ 後の $\frac{dz}{dx}$ の符号分布を図 6.4-11 に示す。 $\frac{dz}{dx}$ の符号が変化する回数を以下に示す：

- ・ ゆがみのある要素 (288 要素) : 51
- ・ ゆがみのある要素 (1152 要素) : 18
- ・ 直交格子 (285 要素) : 10

直交格子とほぼ同要素数であるゆがみのある要素を用いた場合には自由表面形状の空間的振動が顕著であることがわかった。またゆがみのある要素のみを用いて直交格子と同じ程度の安定性を得るためには、4 倍以上の要素数が必要であり多くの計算量 (計算時間および記憶容量) を費やすことになる。

(B) 格子幅の影響評価

水平方向と鉛直方向の格子幅が等しい直交格子 ($\Delta x = \Delta z$) を用いて解析を実施し、解の安定性を評価した。 $\Delta t = 10^2(sec)$ 、 $\Delta x = \Delta z = 0.25(m) \sim 1.0(m)$ とした場合について解析を行った。 $10^3(sec)$ 後の $\frac{dz}{dx}$ の符号分布を図 6.4-12 に示す。 $\frac{dz}{dx}$ の符号が変化する回数を以下に示す：

- ・ $\Delta x = \Delta z = 1.0(m)$ (336 要素) : 10
- ・ $\Delta x = \Delta z = 0.5(m)$ (1344 要素) : 6
- ・ $\Delta x = \Delta z = 0.25(m)$ (5376 要素) : 2

格子幅を細かくした場合には空間的振動は小さくなることがわかった。

(2) 解の一様性

解の一様性の条件を満たす空間および時間分割を決定した。基本ケースに対して、水平方向と鉛直方向の格子幅が等しい直交格子 ($\Delta x = \Delta z$) および均等なタイムステップを用いた場合を考慮した。一様性の条件を満たす空間および時間分割 ($\Delta x_{con}, \Delta t_{con}$) を以下に示す：

- $\varepsilon_c = 10^{-3}$ とした場合： $(\Delta x_{con}, \Delta t_{con}) = (1.0(m), 10^3(sec))$
- $\varepsilon_c = 10^{-4}$ とした場合： $(\Delta x_{con}, \Delta t_{con}) = (0.5(m), 10^2(sec))$

6.4.4 ベンチマーク・テスト (2)(パラメータの感度評価)

基本ケースからパラメータとして飽和透水係数および水平方向平均動水勾配を変化させた場合について一様性の条件を満たす空間および時間分割を決定し、パラメータの感度を評価する。ここでは空間分割には均等格子を、時間分割には均等なタイムステップを用いた。

(1) 飽和透水係数を変化させた場合

基本ケースでは飽和透水係数 $K = 10^{-5}(\text{cm/sec})$ である。 K^* に関しては、基本ケースの $10^{-3} \sim 10^1$ 倍 ($K = 10^{-8} \sim 10^{-4}(\text{cm/sec})$, $K^* = 10^{-3} \sim 10^1$) の範囲を考慮し、 K^* と一様性の条件を満たす $(\Delta x_{con}^*, \Delta t_{con}^*)$ の関係を決定した。 K^* と一様性の条件を満たす Δx_{con}^* の関係を図 6.3-13 に、 K^* と Δt_{con}^* の関係を図 6.3-14 に示す。 K^* と $(\Delta x_{con}^*, \Delta t_{con}^*)$ の関係を以下に示す：

- $\varepsilon_c = 10^{-4}$ とした場合：

$$(\Delta x_{con}^*, \Delta t_{con}^*) = (6.2 \times 10^{-4} \cdot K^{*0.21}, 7.6 \times 10^{-9} \cdot K^{*0.18})$$

- $\varepsilon_c = 10^{-3}$ とした場合：

$$(\Delta x_{con}^*, \Delta t_{con}^*) = (1.1 \times 10^{-3} \cdot K^{*0.13}, 2.7 \times 10^{-8} \cdot K^{*0.15})$$

K^* を小さくすると解の一様性の条件はより厳しくなる。

(2) 水平方向平均動水勾配を変化させた場合

基本ケースでは側方境界間の水頭値差 $\Delta\phi = 0.75(\text{m})$ 、つまり水平方向平均動水勾配 $ix = 0.05$ である。 ix に関しては、基本ケースの $0.1 \sim 5.0$ 倍 ($ix = 0.005 \sim 0.25$) の範囲を考慮し、 ix と $(\Delta x_{con}^*, \Delta t_{con}^*)$ の関係を決定した。 ix と一様性の条件を満たす Δx_{con}^* の関係を図 6.3-15 に、 ix と Δt_{con}^* の関係を図 6.3-16 に示す。 ix と $(\Delta x_{con}^*, \Delta t_{con}^*)$ の関係を以下に示す：

- $\varepsilon_c = 10^{-4}$ とした場合：

$$(\Delta x_{con}^*, \Delta t_{con}^*) = (1.9 \times 10^{-4} \cdot ix^{-0.28}, 7.8 \times 10^{-9} \cdot ix^{-0.10})$$

- $\varepsilon_c = 10^{-3}$ とした場合：

$$(\Delta x_{con}^*, \Delta t_{con}^*) = (3.8 \times 10^{-4} \cdot ix^{-0.30}, 2.0 \times 10^{-8} \cdot ix^{-0.055})$$

ix を大きくすると解の一意性の条件はより厳しくなる。

6.4.5 まとめ

(1) ベンチマーク・テスト

ベンチマーク・テストの結果以下に示すような知見が得られた。

1. 数値解 (自由表面位置) の空間的振動は、空間分割に影響しておりタイムステップには依らない。
2. 格子分割幅および要素のゆがみが解の安定性に与える影響は顕著であり、可能な限り直交性が高く、細かいメッシュを作成する必要がある。
3. 飽和透水係数が小さく $K^* = 10^{-3}$ ($K = 10^{-8}(\text{cm/sec})$) の場合には $K^* = 10^1$ ($K = 10^{-4}(\text{cm/sec})$) とした場合と比較して、空間分割幅を $\frac{1}{8} \sim \frac{1}{3}$ 、タイムステップ幅を $\frac{1}{5} \sim \frac{1}{4}$ 程度に細かくする必要がある。また水平方向平均動水勾配が大きく $ix = 0.25$ の場合には $ix = 0.005$ とした場合と比較して、空間分割幅を $\frac{1}{8} \sim \frac{1}{3}$ 、タイムステップ幅を $\frac{1}{3} \sim \frac{1}{2}$ 程度に細かくする必要がある。

(2) 基本解析モデルを用いた評価

6.4.1 において示した基本解析モデルを用いて、ベンチマーク・テストで得られた知見を検証した。文献⁴⁾などによると、楕円型の微分方程式：

$$\Delta\phi = f$$

の解を反復的に求めることにより、なめらかで直交性が高い格子を得ることができる。ここでは楕円型微分方程式の解を利用した格子生成を行い、得られた格子を用いて解析を実施した。なお解析にあたっては、 $\epsilon_c = 10^{-4}$ とした場合の一様性の条件を満たす均等タイムステップ $\Delta t = 10^2(\text{sec})$ を用いた。楕円型微分方程式の解を利用した格子生成によるメッシュを図 6.4-17 に示す：

- ・ メッシュ E1 (672 要素)
- ・ メッシュ E2 (1372 要素)

図 6.2-18 に示すゆがみのある要素 1(672 要素) およびメッシュ E1 を用いた場合について解析結果を比較した。 $10^3(\text{sec})$ 後および $10^4(\text{sec})$ 後の $\frac{dz}{dx}$ の符号分布を図 6.2-19

および図 6.2-20 に示す。メッシュ E1 を用いた場合には解の空間的振動がより少ないことがわかる。

また同様に、図 6.2-21 に示すゆがみのある要素 2(1344 要素) およびメッシュ E2 を用いた場合について解析結果を比較した。 $10^3(sec)$ 後および $10^4(sec)$ 後の $\frac{dz}{dx}$ の符号分布を図 6.2-22 および図 6.2-23 に示す。メッシュ E2 を用いた場合に関しても解の空間的振動をほとんど生じていないことがわかる。

なおメッシュ E1 で用いられている格子幅は約 $0.54 \sim 0.82(m)$ で $\varepsilon_c =$ 約 10^{-3} に相当し、メッシュ E2 で用いられている格子幅は約 $0.38 \sim 0.55(m)$ であり $\varepsilon_c =$ 約 10^{-4} に相当すると考えられる。格子のゆがみが解の安定性に与える影響は大きく、また可能な限り直交性が高いメッシュを作成する必要があることが示された。

- | | | | | |
|---|-------|--------------------------------|--|---|
|  | 母岩 | $(K = 10^{-5}(\text{cm/sec}))$ |  | 定水位境界 ($\phi_1 = 16.0 \text{ (m)}, \phi_2 = 15.25 \text{ (m)}$) |
|  | ゆるみ領域 | $(K = 10^{-4}(\text{cm/sec}))$ |  | 固定水頭境界 ($\psi = 0.0 \text{ (m)}$) |
| | | |  | 不透水境界 |

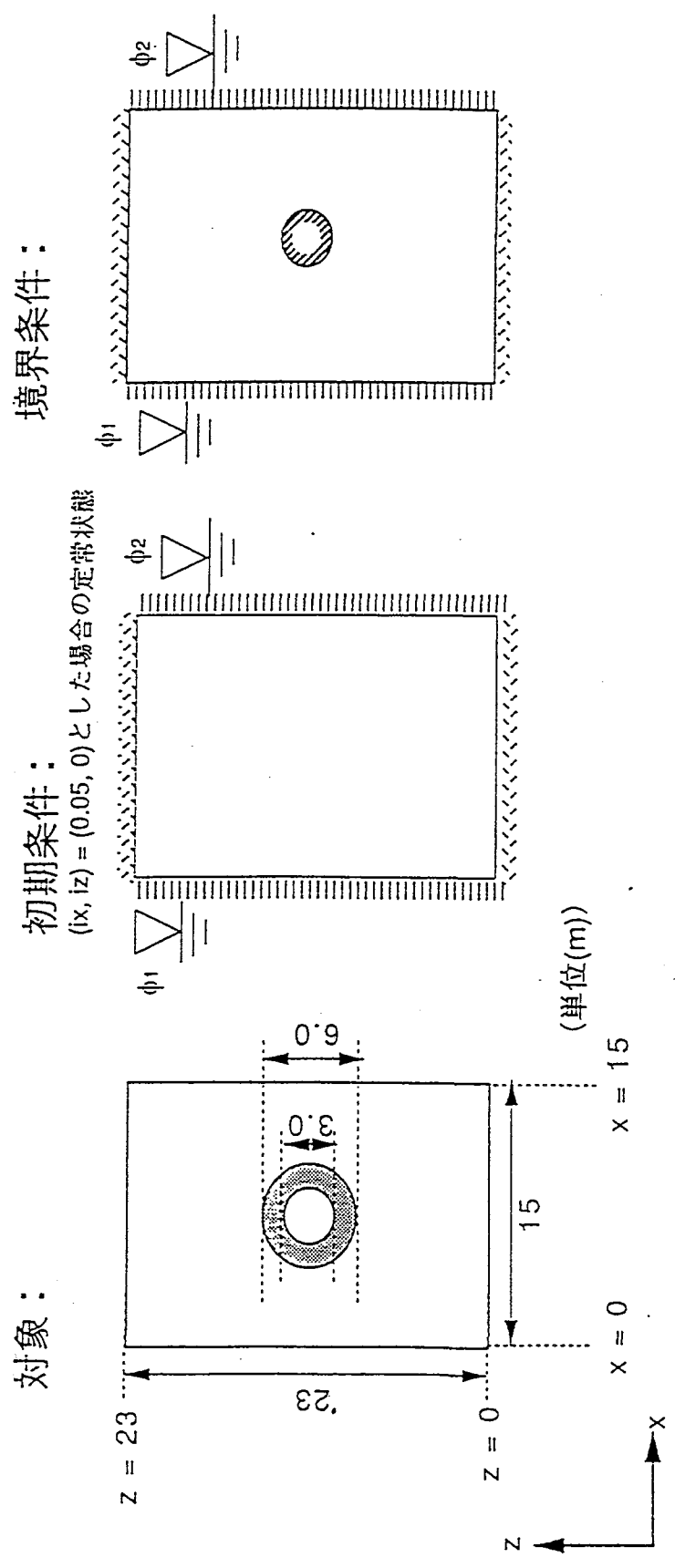


図6.4-1 基本解析モデル：対象，初期条件，境界条件

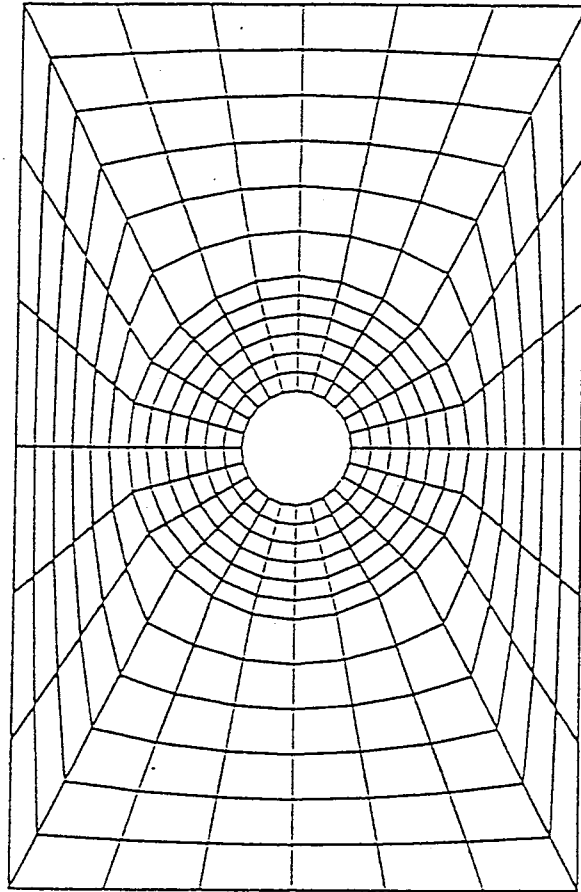


図6.4-2 基本解析モデル要素分割図 (288要素)

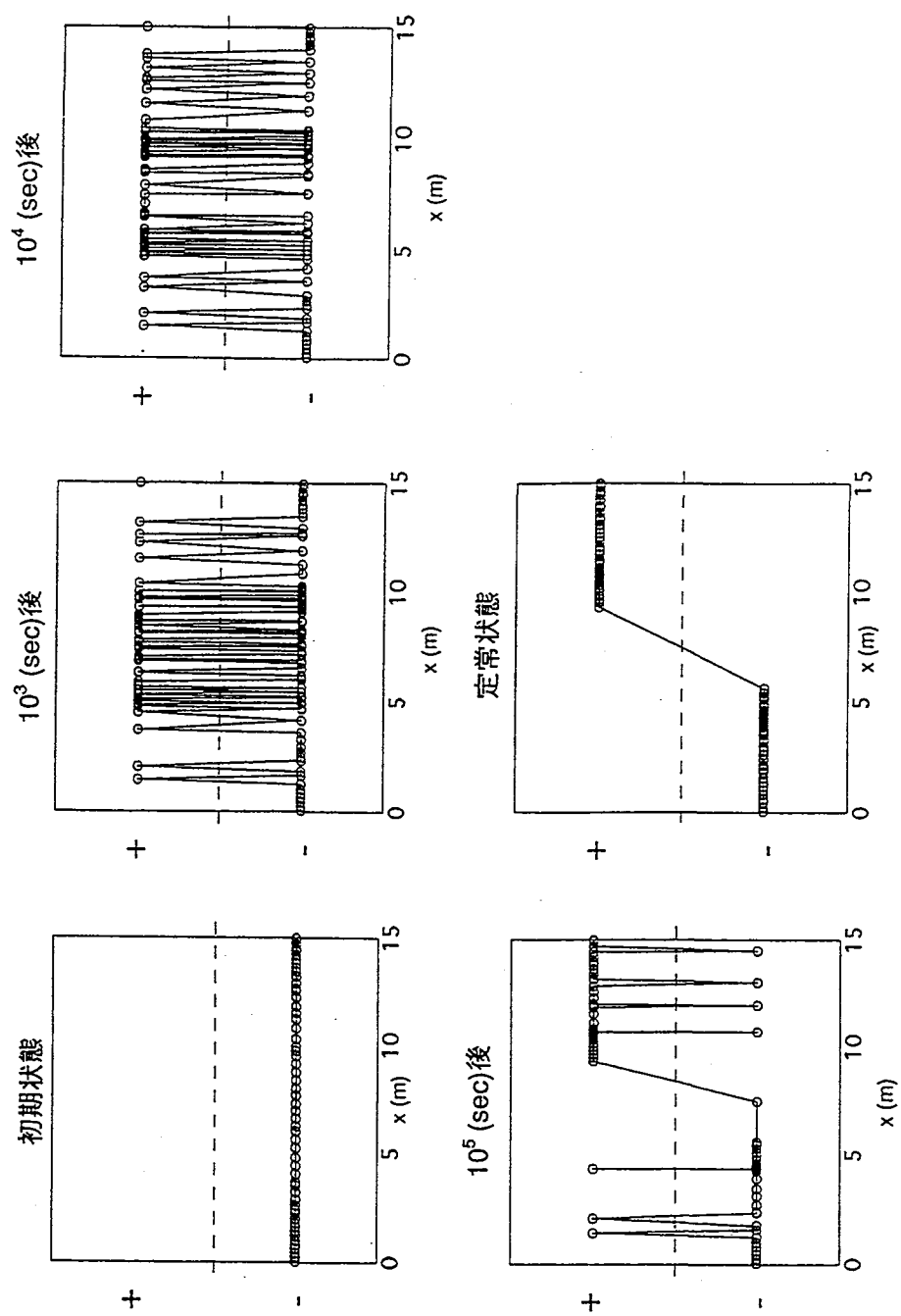


図6.4-3 基本解析モデル：解析結果 (1)

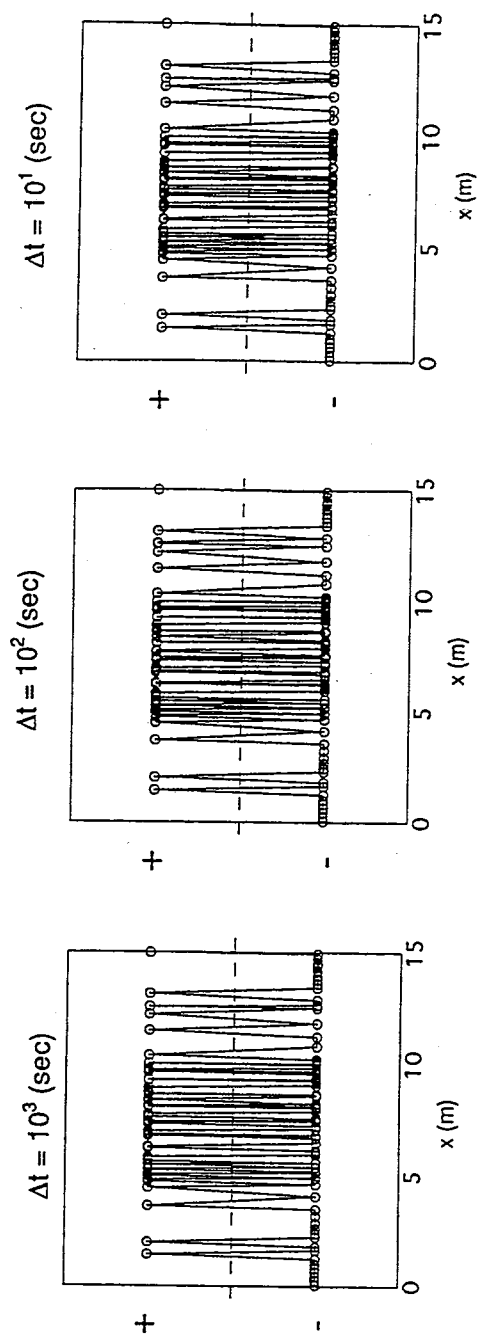


図6.4-4 基本解析モデル：解析結果 (2)

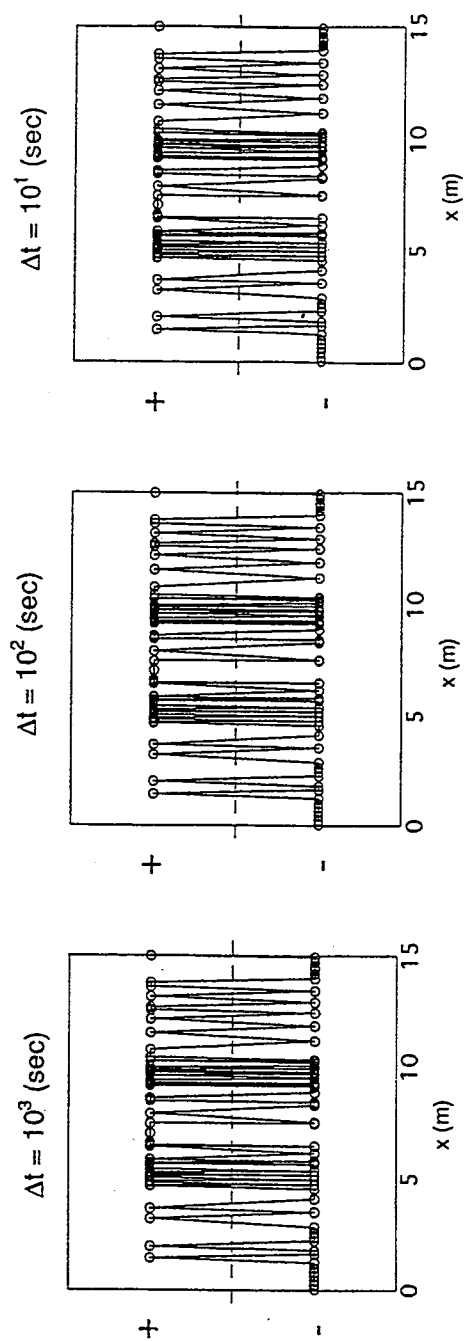


図6.4-5 基本解析モデル：解析結果 (3)

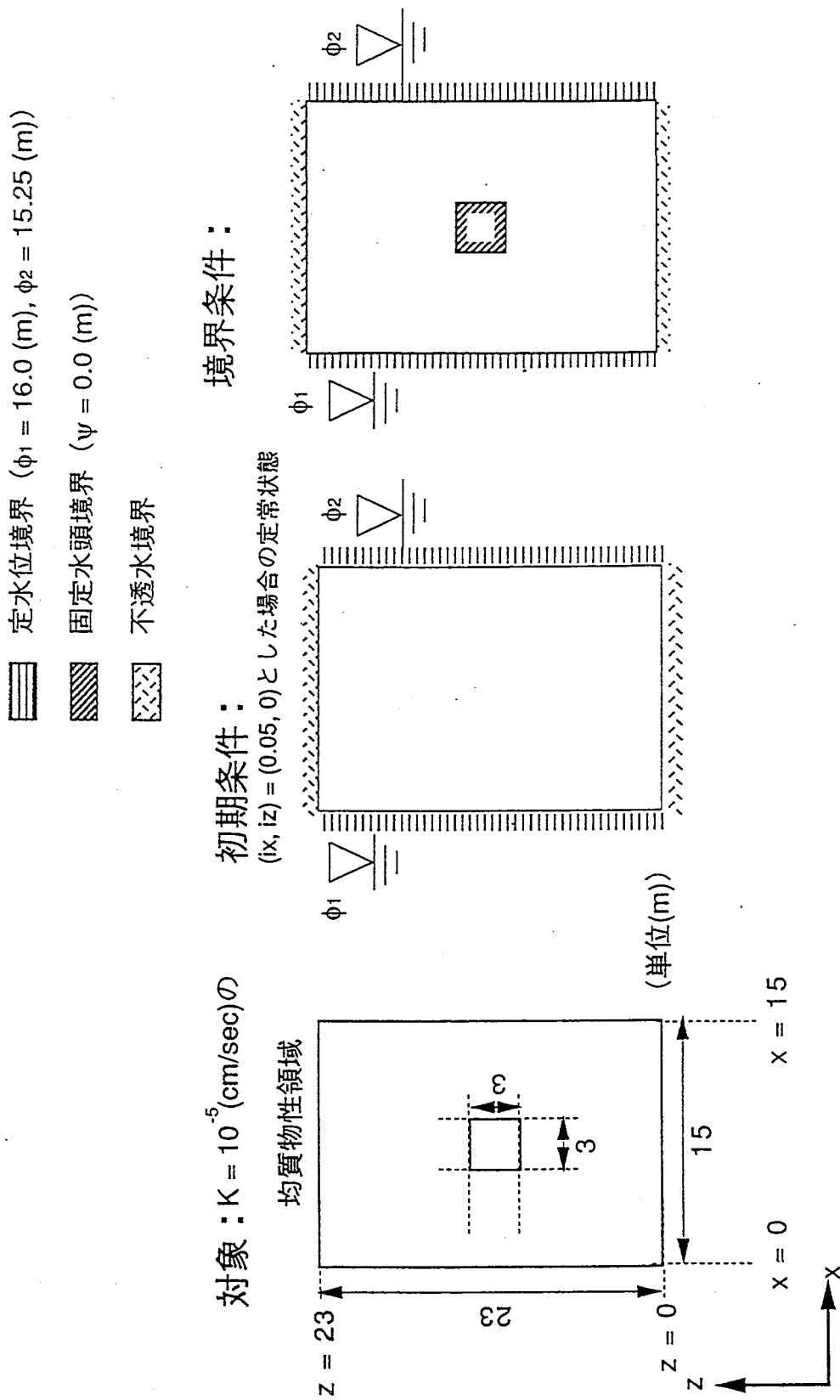


図6.4-6 ベンチマーク用解析モデル (基本ケース) : 対象, 初期条件, 境界条件

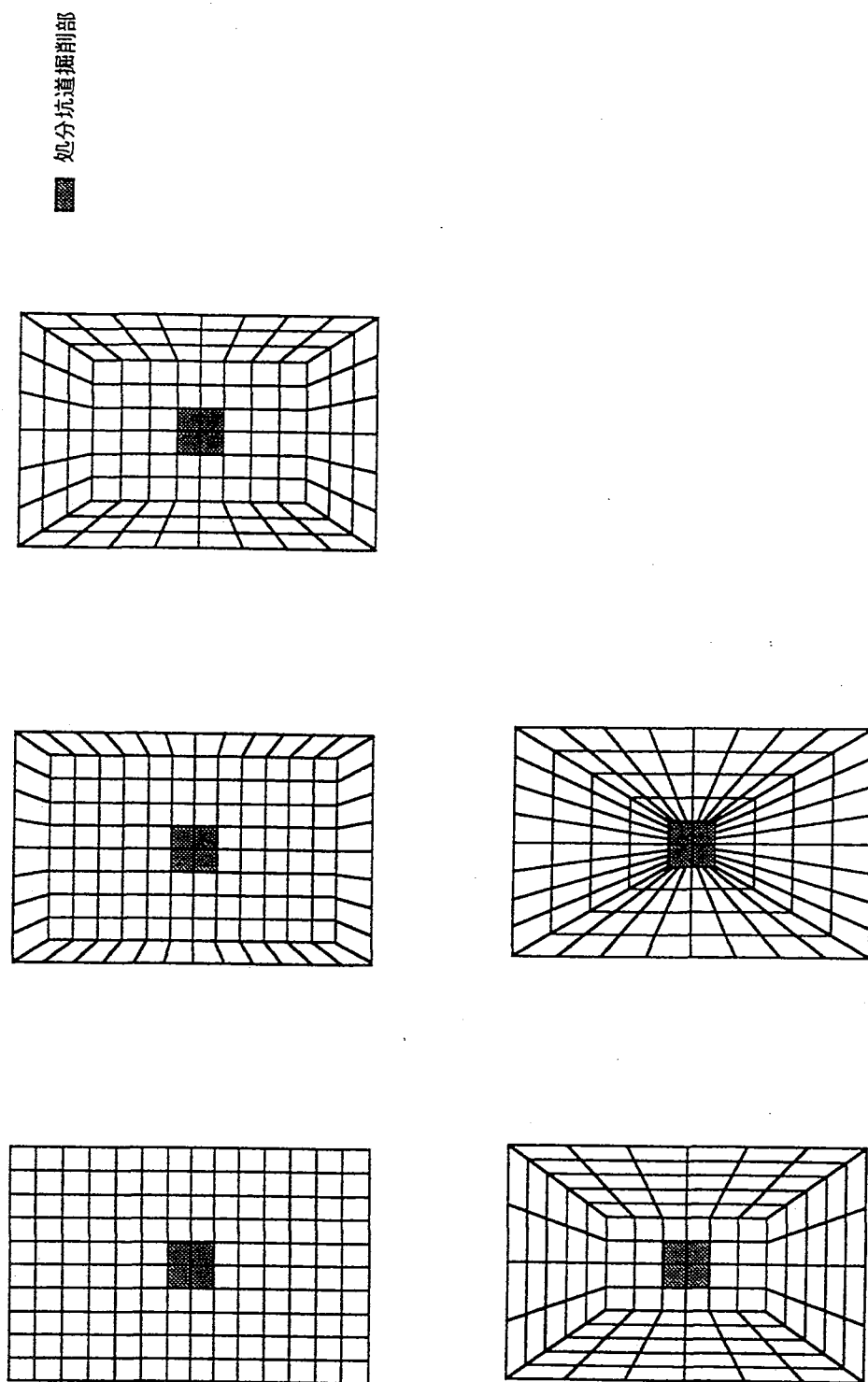
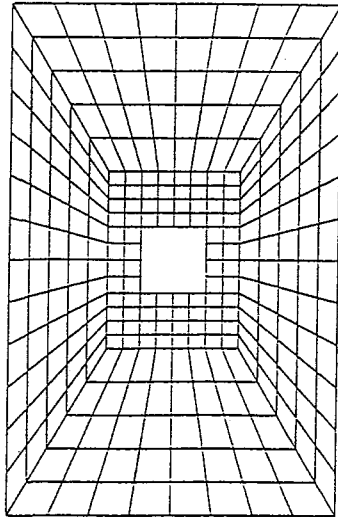
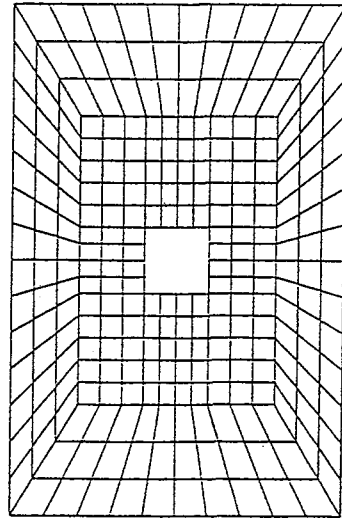


図6.4-7 解の安定性に対するメッシュ形状の影響評価：要素分割例

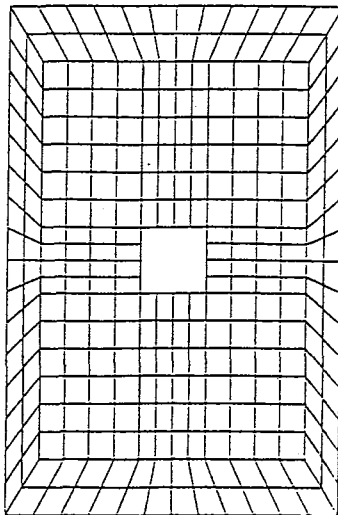
メッシュB1



メッシュB2



メッシュB3



直交格子

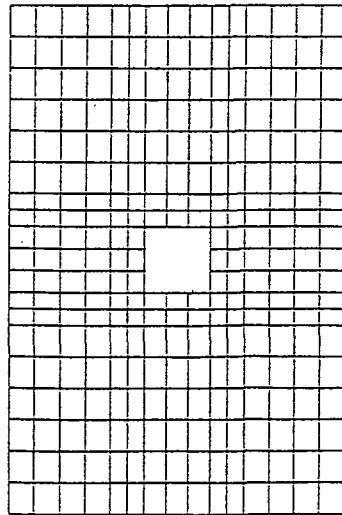
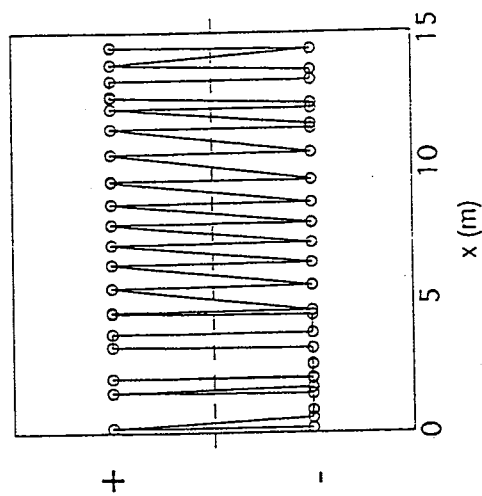


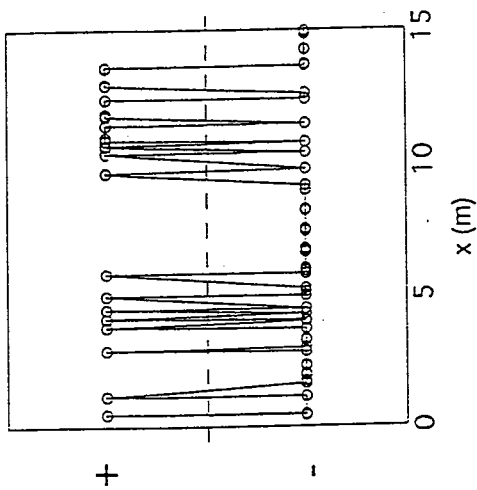
図6.4-8 ベンチマーク問題の検証：自由表面形状の空間的振動

10^3 (sec)後の自由表面位置 z の x に関する微分係数 $\frac{dz}{dx}$ の符号分布

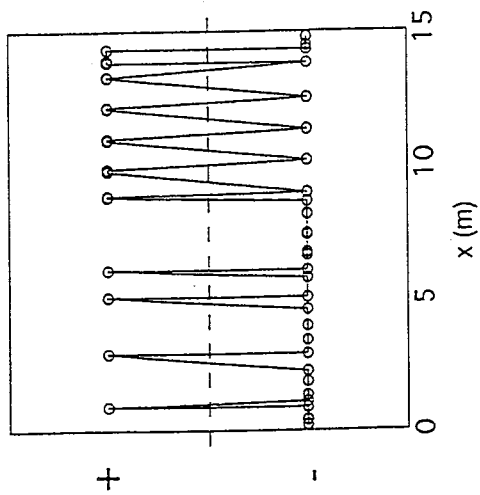
メッシュB1



メッシュB2



メッシュB3



直交格子

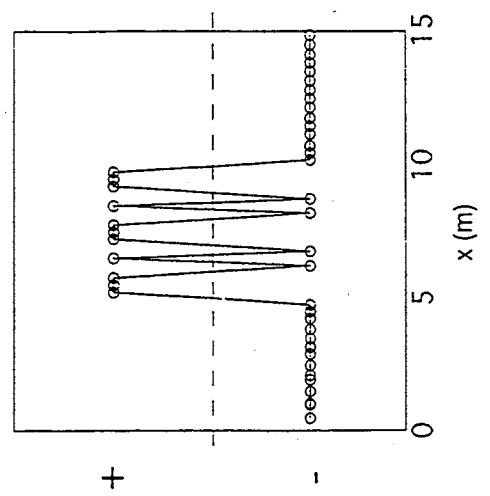
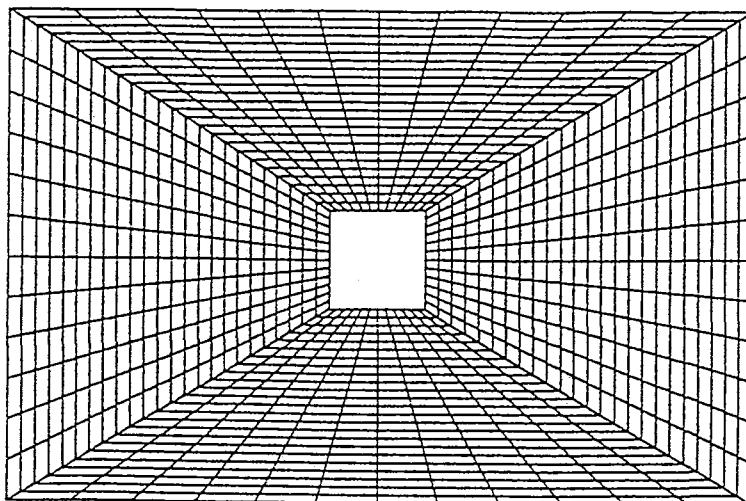


図6.4-9 ベンチマーク問題の検証：自由表面形状の空間的振動
10⁴ (sec)後の自由表面位置zのxに関する微分係数 $\frac{dz}{dx}$ の符号分布

1152要素



288要素

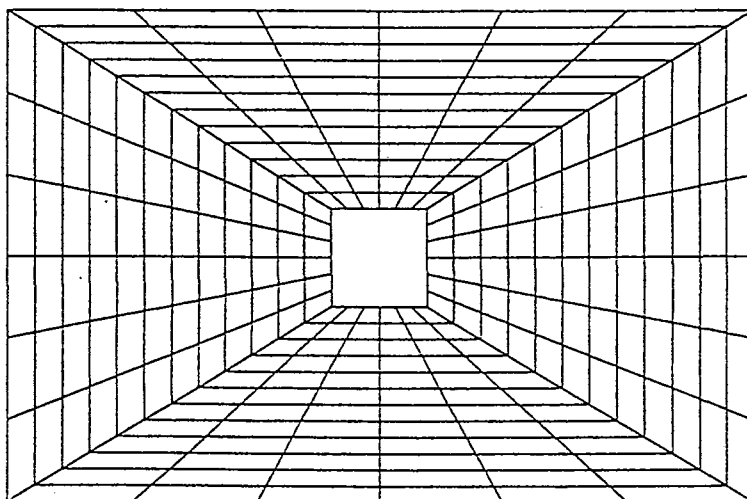


図6.4-10 メッシュ形状の影響評価：ゆがみのある要素 要素分割図

ゆがんだ格子 (288要素)

ゆがんだ格子 (1152要素)

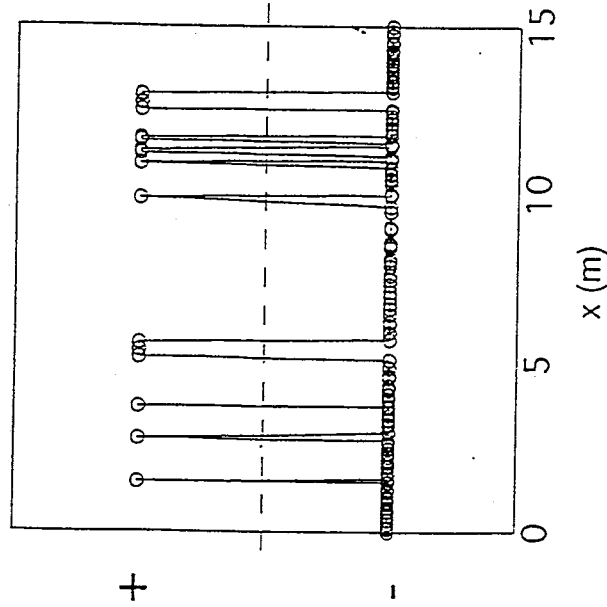
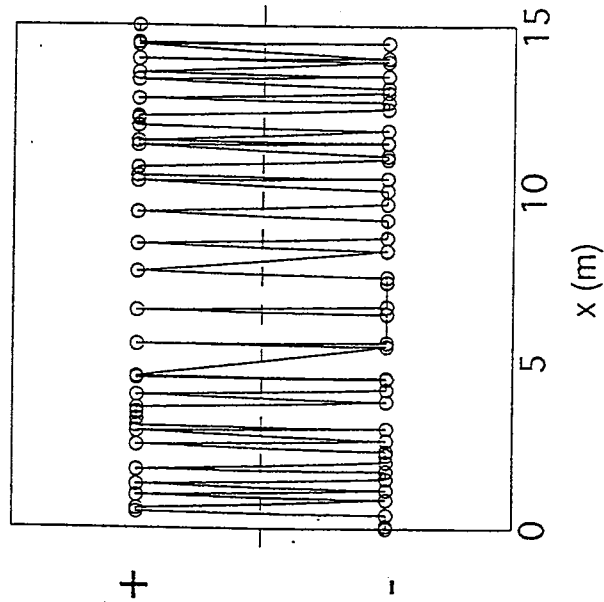


図6.4-11 メッシュ形状の影響評価：自由表面形状の空間的振動
 10^3 (sec)後の自由表面位置 z の x に関する微分係数 $\frac{dz}{dx}$ の符号分布

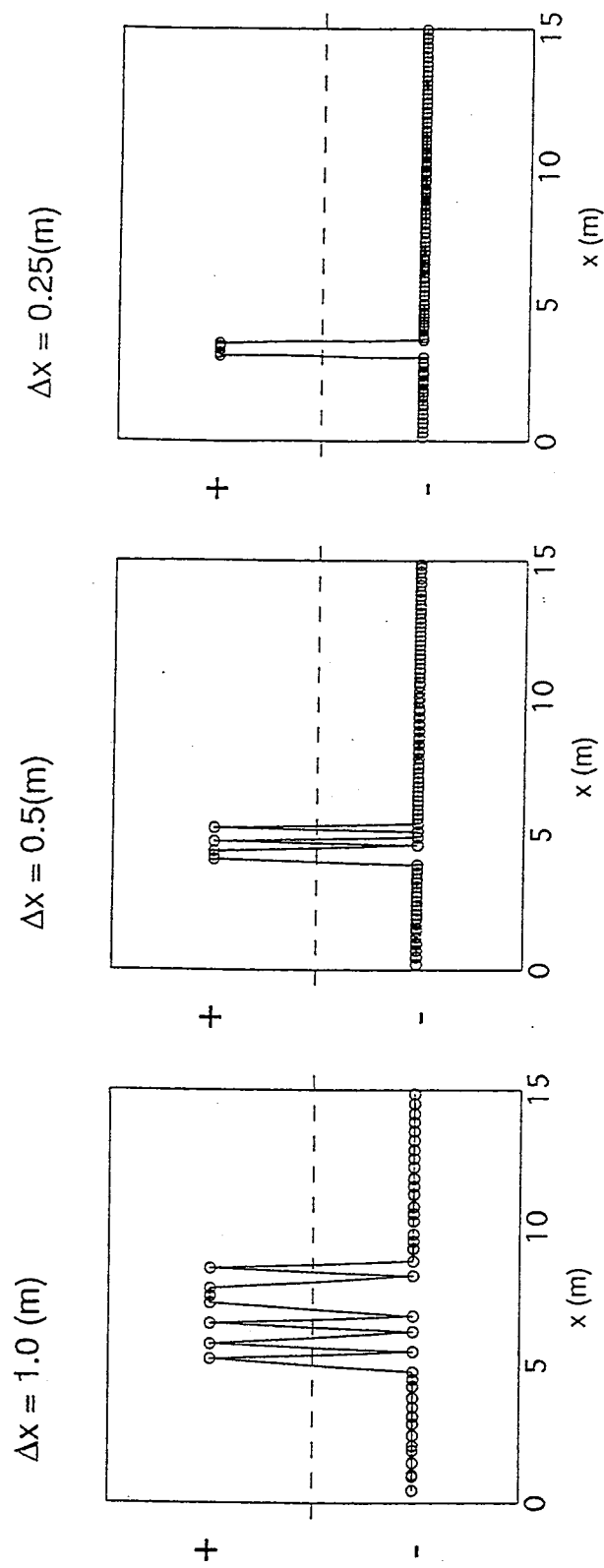


図6.4-12 格子幅の影響評価：自由表面形状の空間的振動
 10^3 (sec)後の自由表面位置 z の x に関する微分係数 $\frac{dz}{dx}$ の符号分布

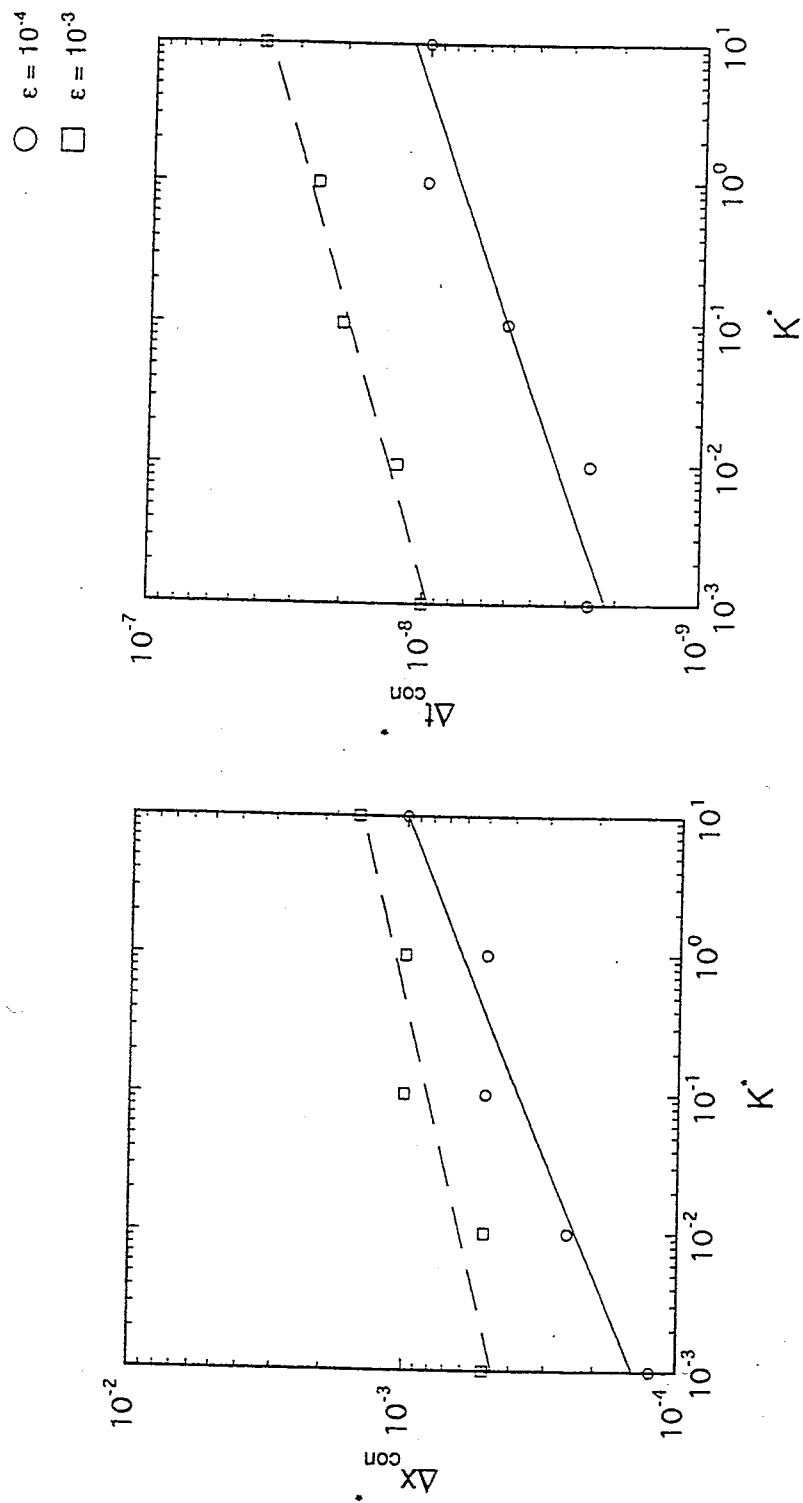


図6.4-13 一様性の検討: K を変化させた場合の空間分割幅

図6.4-14 一様性の検討: K を変化させた場合の時間分割幅

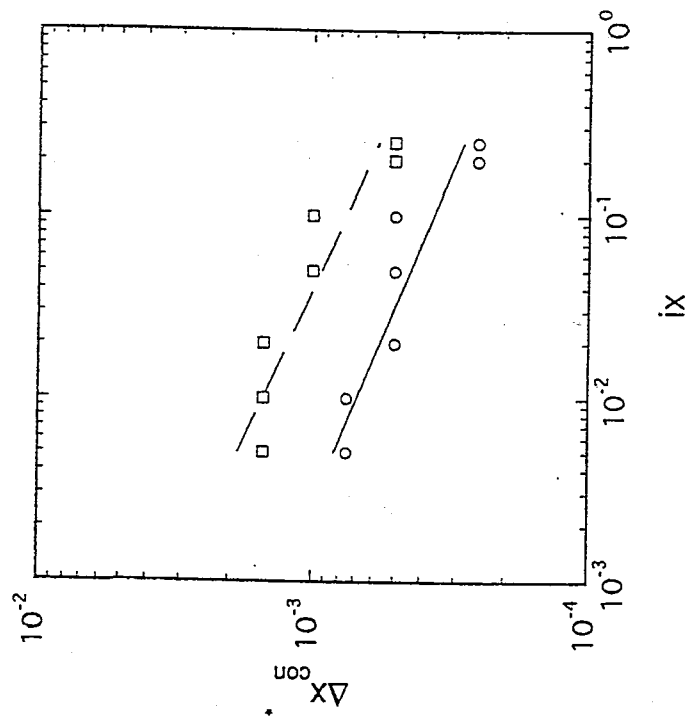


図6.4-15 一様性の検討：ixを変化させた場合の空間分割幅

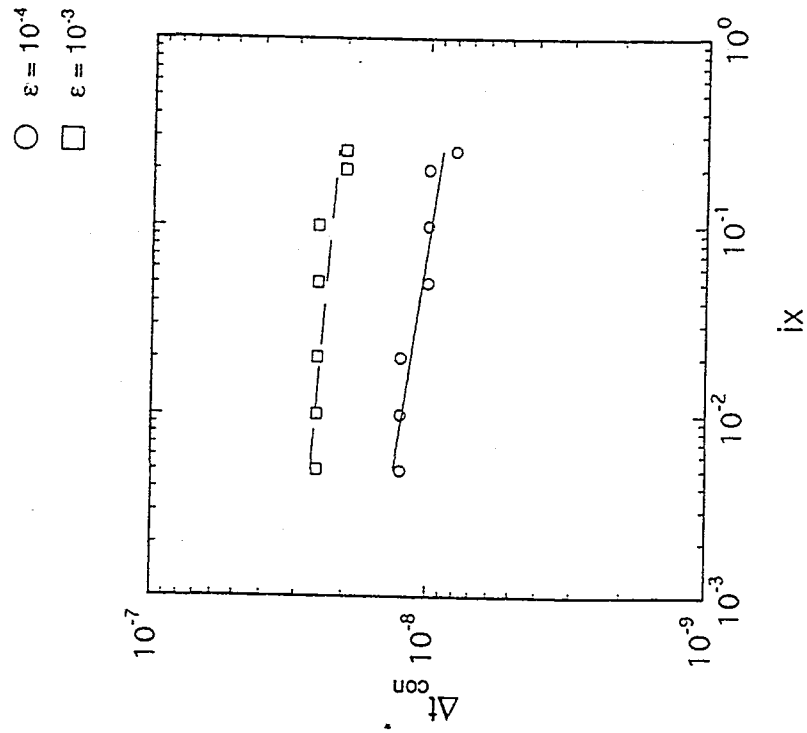
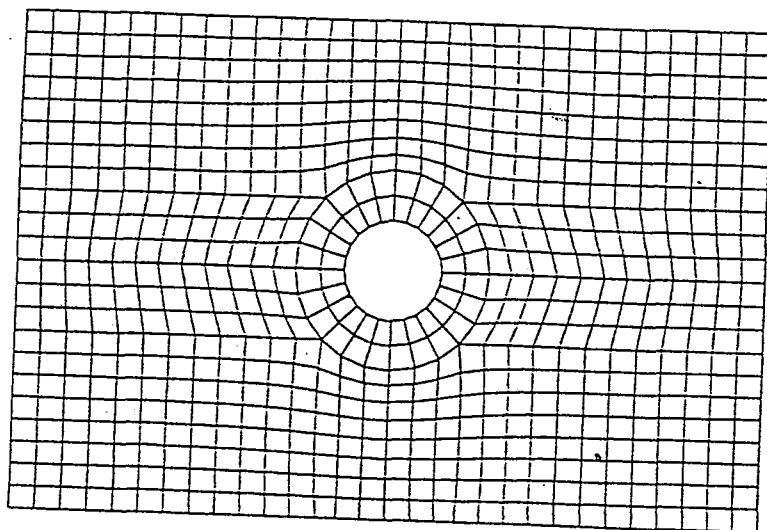


図6.4-16 一様性の検討：ixを変化させた場合の時間分割幅

メッシュE1



メッシュE2

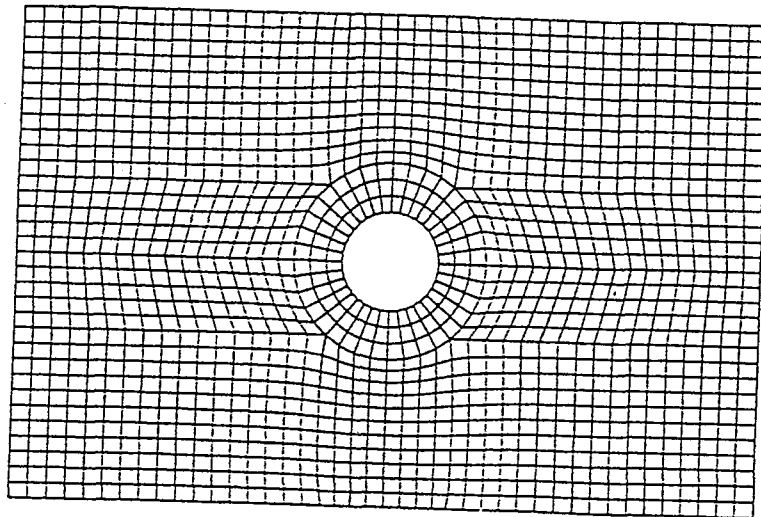


図6.4-17 ベンチマーク問題の検証：楕円型微分方程式による格子要素分割図

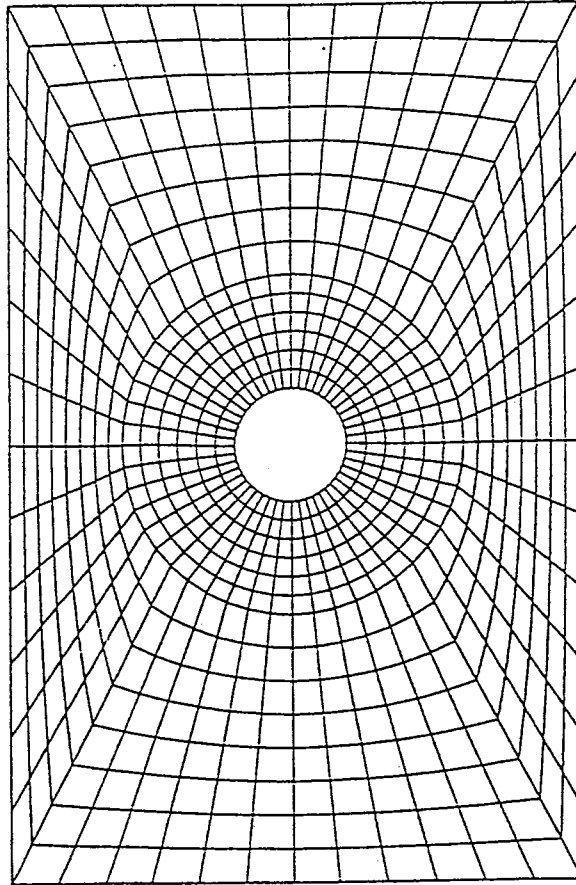


図6.4-18 ベンチマーク問題の検証：ゆがんだ格子（672要素）

メッシュE1

ゆがんだ格子1 (672要素)

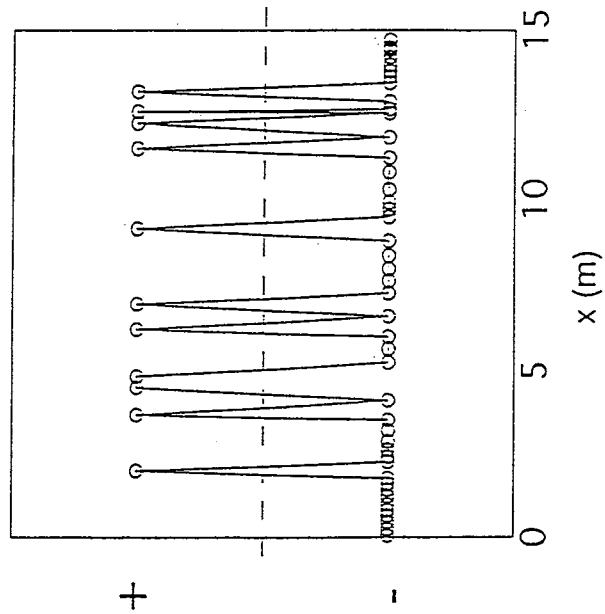
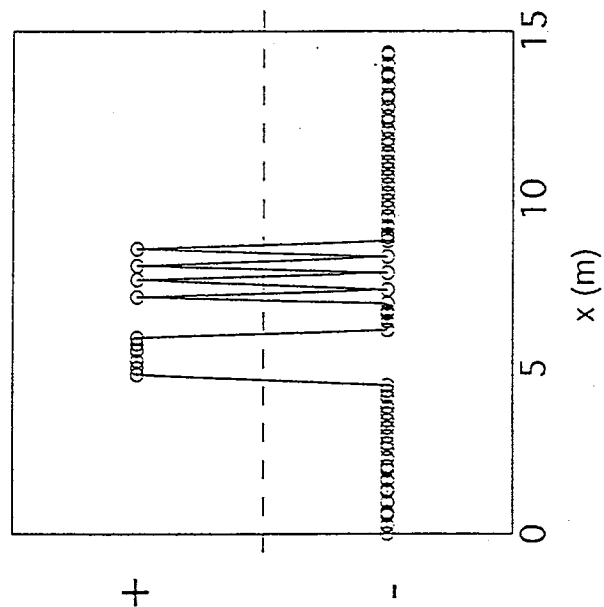
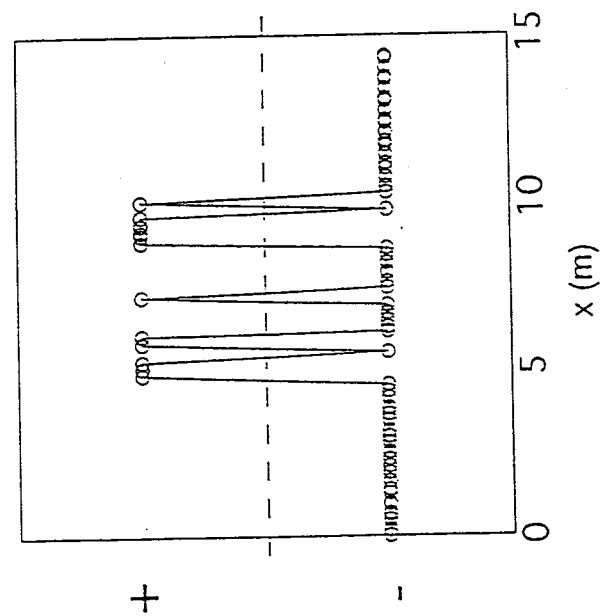


図6.4-19 ベンチマーク問題の検証：自由表面形状の空間的振動
 10^3 (sec)後の自由表面位置 z の x に関する微分係数 $\frac{dz}{dx}$ の符号分布

メッシュE1



ゆがんだ格子1 (672要素)

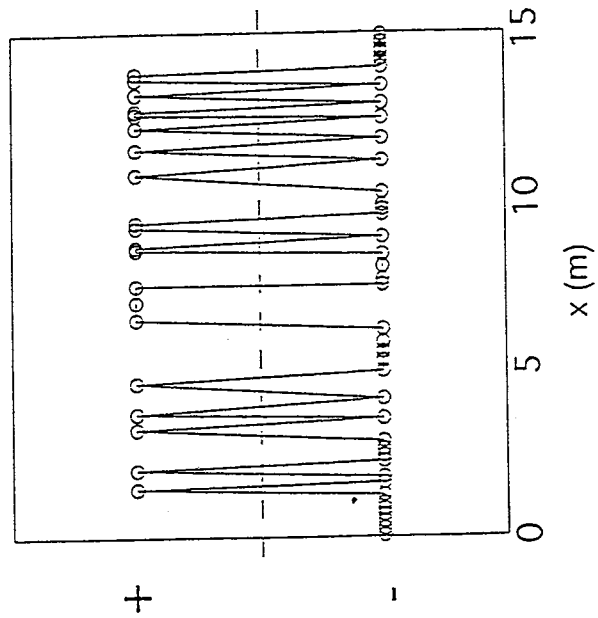


図6.4-20 ベンチマーク問題の検証：自由表面形状の空間的振動
 10^4 (sec)後の自由表面位置 z の x に関する微分係数 $\frac{dz}{dx}$ の符号分布

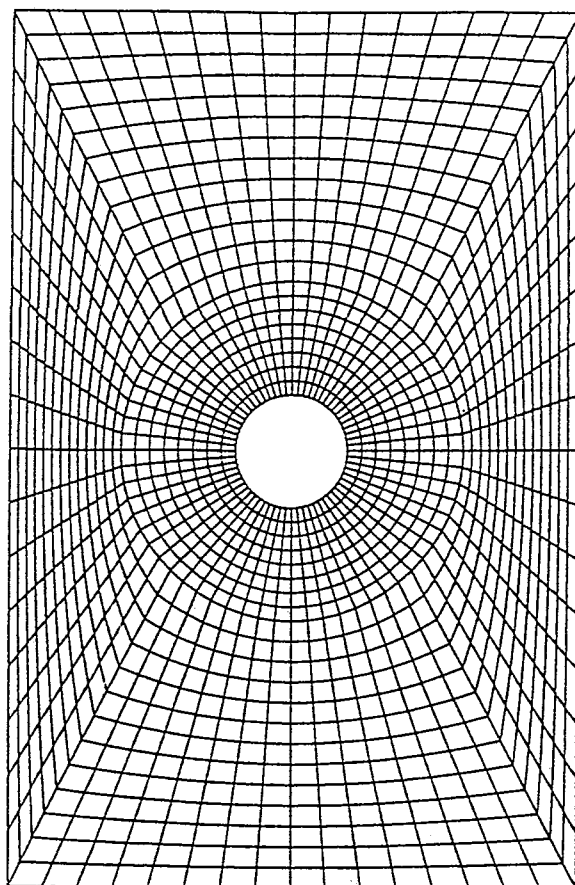


図6.4-21 ベンチマーク問題の検証：ゆがんだ格子（1344要素）

メッシュE2

ゆがんだ格子2 (1344要素)

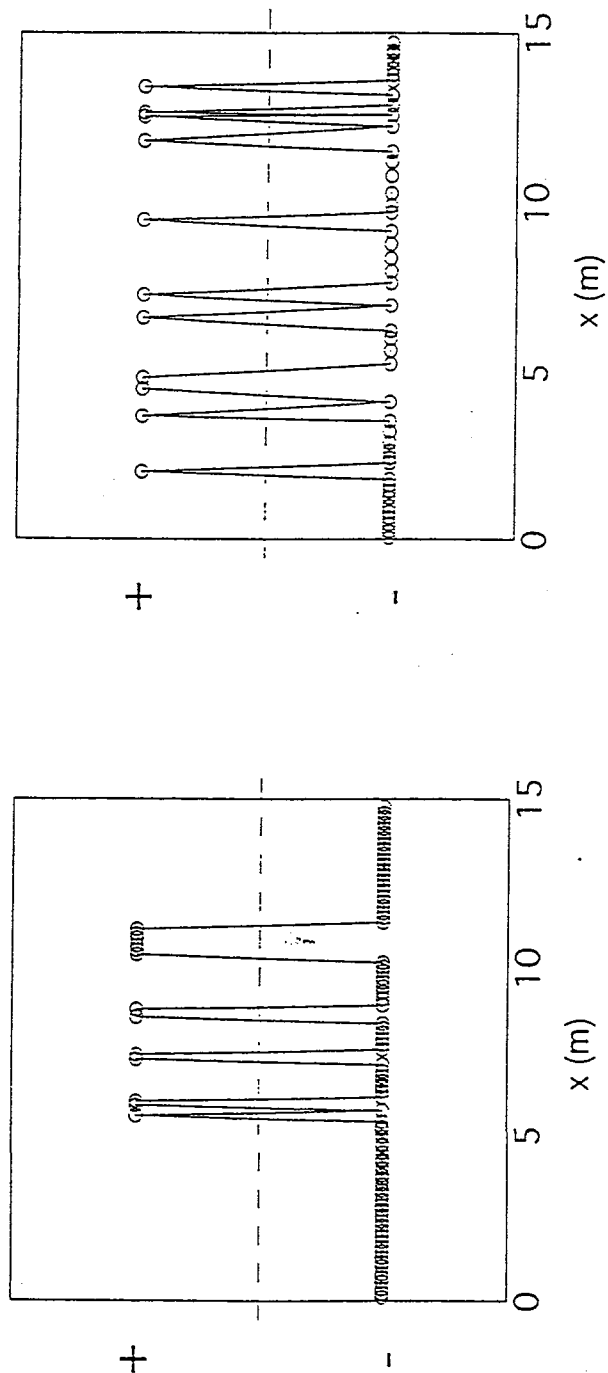


図6.4-22 ベンチマーク問題の検証：自由表面形状の空間的振動
 10^3 (sec)後の自由表面位置 z の x に関する微分係数 $\frac{dz}{dx}$ の符号分布

メッシュE2

ゆがんだ格子2 (1344要素)

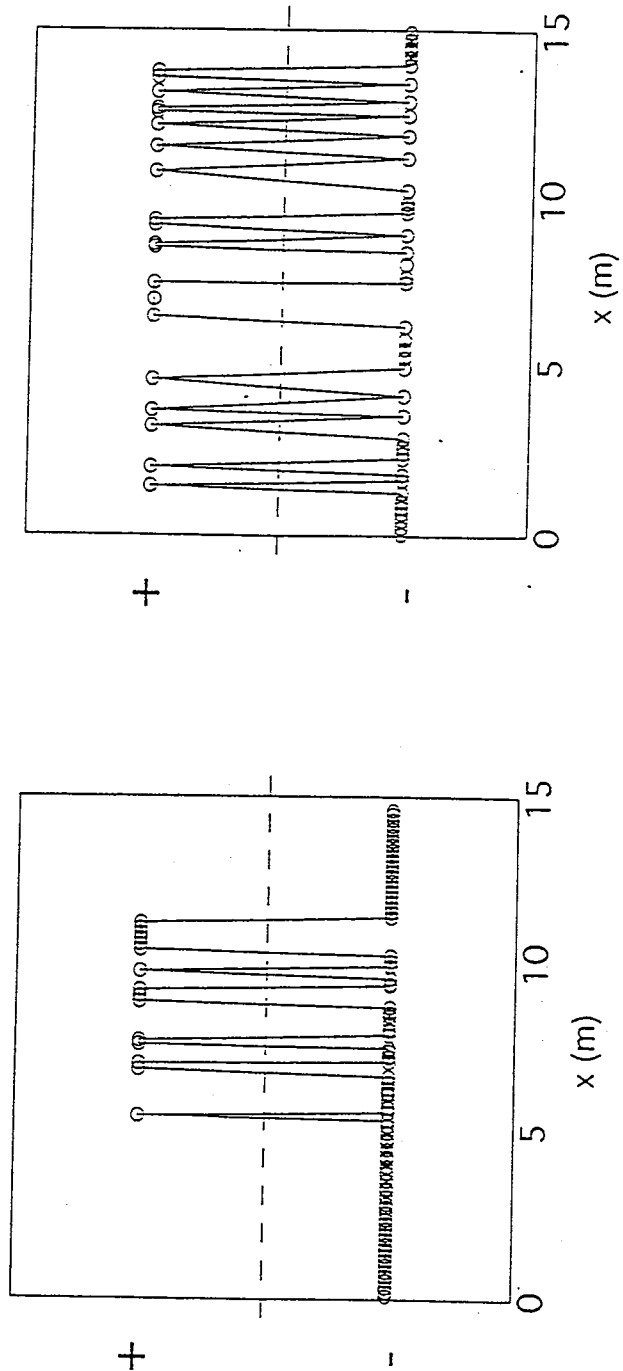


図6.4-23 ベンチマーク問題の検証：自由表面形状の空間的振動
 10^4 (sec)後の自由表面位置 z の x に関する微分係数 $\frac{dz}{dx}$ の符号分布

7. 「TAGSAC」まとめと今後の課題

本研究では効率的に高精度な解を得ることができる空間分割と時間分割の最適な組み合わせを決定する指針を作成した。「RELEASE」と「MESHNOTE」の場合には対象が一次元の軸対象領域であるため実問題そのものについてベンチマーク・テストを実施することが可能であった。しかしながら「TAGSAC」の場合には三次元を対象としておりまた物性の非線形性も顕著であることから、実問題そのものに対してベンチマーク・テストを実施することは困難である。したがって本研究では3種類の問題：

- 広域水理問題
- 掘削問題
- 処分坑道周辺の不飽和領域問題

を対象としてとりあげ、これらの問題を簡略化したベンチマーク・テストを実施した。

「TAGSAC」で対象とする三次元の飽和／不飽和浸透流のように非線形な問題に関しては問題の複雑性のため解析解および理論解は存在しておらず直接精度を評価することが困難である。本研究では解の安定性かつ一様性の条件を満たす空間および時間分割を最適分割とした。なお理論解が存在する一次元の不飽和浸透流に関して本研究で用いた安定性および一様性の評価基準を検証し、その妥当性を確認した。

なお「TAGSAC」では非定常計算における時間積分法は前進オイラー、後退オイラー、中央差分の3つから選択可能であるが、前進オイラー法を使用すると十分にタイムステップを細かくしても数値解が収束しない場合があった。本研究ではそのような場合でも計算が可能な後退オイラー法を用いて検討した。

ベンチマーク・テストによって得られた知見を以下に示す。

1. 最適な空間分割では要素あたりに許容される従属変数の偏差の最大値は一定であることがわかった。したがって動水勾配が大きい領域ではその他の領域に比べて空間分割幅を細かくすることにより、均等格子を用いた場合に比べより少ない要素／節点数で効率的に高精度な数値解を得ることができた。
2. 非定常解析時には基本的に、時間経過とともに段階的にタイムステップを大きくすることにより、効率的に高精度な数値解を得ることができた。本研究で対象としたベンチマーク問題では従属変数の変化量は計算開始直後で最も大きくまた時間経過とともに減少しており、最適な空間分割と同様に最適な時間分割においても1ステップあたりに許容される従属変数の変化量の最大値は一定であると考えられる。
3. 非定常解析時には、計算のごく初期に従属変数の空間勾配が急激に変化している領域において物理的に妥当ではない数値解の振動を生じ、時間経過とともに減衰する場合があった。この振動はタイムステップには基本的に依存せず、

- 空間分割幅
- メッシュのゆがみ

の影響を受けていることがわかった。安定な数値解を得るためには、直交性が高いメッシュを作成する必要があることがわかった。

平成7年度研究によって得られた知見により、以下に示すようなコードの改良が必要であると考えられる。

1. 自動時間増分機能

現在の「TAGSAC」ではタイムステップはあらかじめ利用者がデータとして入力することになっているが、最適な時間分割は状況に応じて変化するため解析の進行にしたがい自動的に決定される機能を追加することが望ましい。具体的には、1ステップあたりの従属変数の変化量を設定しておき、ベンチマーク・テストで得られた指針にもとづいて自動的に時間分割を決定する方法が考えられる。

2. 格子生成機能

直交性が高いメッシュを作成するために、「TAGSAC」とは独立したプリ・プロセッ

サにおいて楕円型微分方程式などを利用した格子生成を行うことが望ましい。また格子幅に関しては、従属変数の勾配が大きな領域において格子を細分化する適応格子法(文献⁵⁾)を「TAGSAC」に組み込み要素分割の自動最適化を行うことが考えられる。

8. 「Release/Meshnote」平成6年度研究概要 およ び 本年度研究目的

平成6年度「ニアフィールド核種移行解析における数値解の安定性に関する研究」では、ニアフィールド核種移行解析コード”Release.mult.rev1”*(以後 Release と略す) およ
び”Meshnote” に関して、単数崩壊系列の場合に解の精度/安定性に関するベンチマーク
テストを実施した。この研究では Release、Meshnote 両コードについて、解の精度/安定
性を保ちうるタイムステップ/分割幅の限界を導いているが、これらは

- 分割幅 (分割数)
- 拡散係数
- 分配係数
- 溶解度
- 半減期

など解析条件を決定するパラメータ中の1つを変化させたベンチマーク結果から求められ
たものであり、より実問題に近いような、複数パラメータを同時に変化させた場合、複数
崩壊系列の場合などについての考察は加えられていない。

そこで本平成7年度研究では、昨年度研究の成果を実問題に適用可能かを判断するため
に、Release コードについて

- 解析条件を決定するパラメータを複数同時に変化させた場合
- 複数崩壊系列を考慮した場合

についてのベンチマークテストを実施する。

また Meshnote コードが独自に有している機能についても考察を加える。具体的には、

*複数崩壊系列に対し、溶解度分割を考慮した改良版 Release

- 非線形吸着に関する解の精度／安定性
- 境界条件決定に必要な Reservoir(内側)、Mixing Cell(外側) の体積、地下水量 (Q_{mix}) が解析結果に及ぼす影響
- 自動タイムステップ決定機能の妥当性

について評価を行なうこととする。

8.1 平成6年度研究概要

8.1.1 目的／ベンチマーク手順

平成6年度「ニアフィールド核種移行解析における数値解の安定性に関する研究」では、ニアフィールド核種移行解析コード”Release”および”Meshnote”に関し、

種々のパラメータ組合せに対する、最適なタイムステップ (Δt) / 分割幅 (Δr) の組合せを決定すること

を目的にベンチマークが実施された。手順は、以下の通りである。

1. パラメータの種類・値の範囲を決定
2. 各パラメータを代表的な1組に固定した際のタイムステップ／分割幅に対する感度解析
3. 2. から、あるパラメータのみを変化させて、感度解析を実施
4. 以上の結果を式にまとめる
5. 上記式の妥当性の評価

8.1.2 パラメータの種類と値の範囲

平成6年度ベンチマークで用いられた各パラメータは下記の通り (動力炉・核燃料開発事業団平成3年度レポートに基づく)。

(1) 変化させたパラメータ

拡散係数値 (m^2/s)	3.00×10^{-11}	9.51×10^{-11}	3.00×10^{-10}	9.51×10^{-10}	3.00×10^{-9}
溶解度 (mol/m^3)	3.50×10^{-8}	3.50×10^{-7}	3.50×10^{-6}	3.50×10^{-5}	3.50×10^{-4}
半減期 (yr)	2.15×10^3	2.15×10^4	2.15×10^5	2.15×10^6	2.15×10^7
分配係数 (m^3/kg)	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	10^0	10^1

(2) 共通なパラメータ

核種浸出開始時刻	0 年
固化体中心から緩衝材内側までの距離	0.52m
固化体中心から緩衝材外側までの距離	1.50m
緩衝材高さ	1.95m
緩衝材密度 (乾燥密度)	$1,800 kg/m^3$

8.2 評価方法

評価方法としては、

1. 一定分割幅における、許容される最大タイムステップ (Release)
2. 許容される最大分割幅 (Release, Meshnote)

を見極めることを目標に、解の精度の低下量 (ずれ) および解の振動幅に許容限界を設け、この条件を満たすタイムステップ／分割幅を導出した。

8.3 ベンチマーク

実際のベンチマークは、前述したパラメータを組み合わせた解析ケースに対し各々許容限界を求める形で実施された。全てのパラメータを独立に変化させると、その組合せ数が膨大な量に及ぶため、あるパラメータのみを変化させ、そのパラメータとタイムステップ／分割幅との間の相関関係を調べた。

最後に、本ベンチマークによって得られた指針が、複数パラメータを同時に変化させた場合にも成立するか否かの検証が行なわれた。

8.4 ベンチマーク結果のまとめ

以上の方針に基づき実施されたベンチマークの結果は、以下の2点にまとめられ、図8.4-1内で色付きで示された領域がその許容範囲となる。

- ある分割幅に対するタイムステップの上限は、
 - (分割幅)²に比例
 - (拡散係数) に反比例
 - (遅延係数) に比例

$$\Delta t = \kappa \frac{R}{D} (\Delta r)^2 \quad (8.1)$$

- 分割幅の上限は、パラメータに依存しない。

$$\Delta r = (const) \quad (8.2)$$

実際の使用においては、計算時間の大小がパラメータ選定の際の要因の一つに挙がるため、この領域の右上の点が解の精度／安定性を保ちつつ、計算時間を最小にする限界となる。

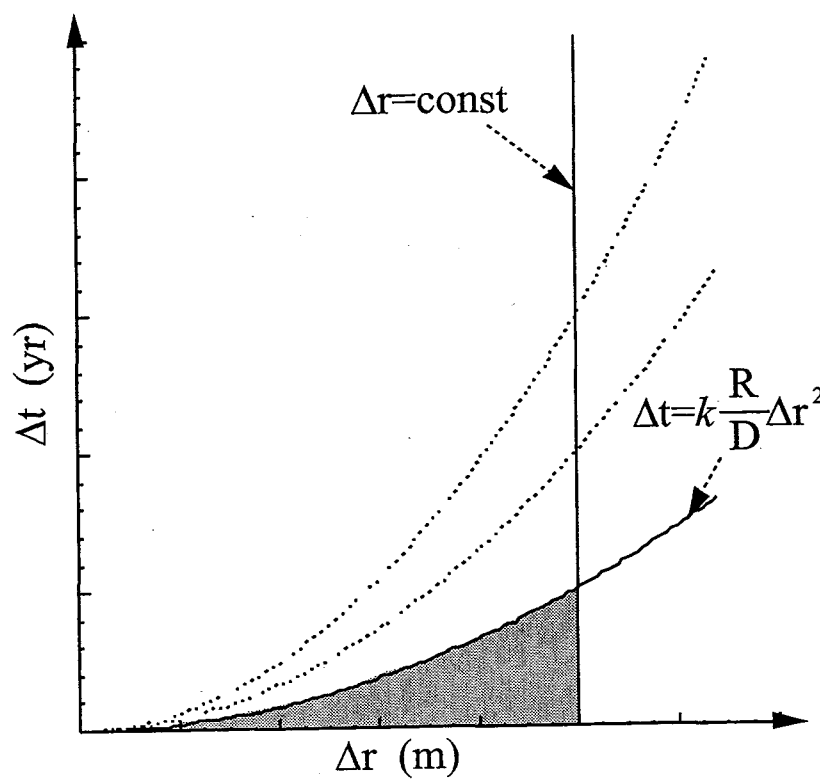


図 8.4-1 : 平成 6 年度研究のまとめ

8.5 本年度研究の目的／範囲

以上に見られるように昨年度研究では、"Release", "Meshnote" 両コードにおいて解の精度／安定性を保ち得る限界を導出した。しかし昨年度研究は、パラメータを独立に変化させた場合、かつ単崩壊系列に関するベンチマークが主であり、実問題のような複雑な条件下での解析において、この指針が有効であるかは疑問の残るところである。

そこで本平成7年度研究では、昨年度研究に引続き Release コードについて

- 解析条件を決定するパラメータを複数同時に変化させた場合
- 複数崩壊系列を考慮した場合

のベンチマークテストを実施し、昨年度指針の適用範囲に検討を加える。

また Meshnote コードが独自に有している機能についても、

- 境界条件決定に必要な Reservoir(内側)、Mixing Cell(外側) の体積が解析結果に及ぼす影響
- 非線形吸着に関する解の精度／安定性

の2点について評価を行なうこととする。

9. 「Release/Meshnote」複数パラメータを変化させた場合／複数崩壊系列 を考慮した場合のベンチマーク

9.1 解析対象

まず、昨年度選定されたパラメータを複数同時に変化させた場合、および複数崩壊系列を考慮した場合のベンチマークを実施した。

具体的には、昨年度研究の結果を踏まえ、下記の2点を中心にベンチマークを実施した。

1. Release : 一定分割幅において、許容される最大タイムステップ
2. Release : 許容される最大分割幅

Meshnote コードについては、

- 自動タイムステップ決定である
- 許容される最大分割幅について、Release ほど明確な限界が見い出せなかった
- 拡散係数を核種ごとに設定できない

などの点を考慮し体系的なベンチマークテストは実施せず、

- Release で見られるような解の振動が見られるか
- 平成6年度に示した”許容される最大分割幅”
(100分割時の解に対する誤差: 0.5%以内 $\Rightarrow$ 5~7分割: 0.1%以内 $\Rightarrow$ 10~20分割)
がより複雑なケースでも満たされるか

の2点について検討を加えるのみとした。

この際、解析精度の許容限界を判定するために下記の条件を用いた。

- 1 に関しては、緩衝材外側への核種放出量と緩衝材中の核種濃度分布に注目し、それぞれ解析結果値の誤差がタイムステップを十分細かくした解析結果から 0.1%以内、解析結果の振動幅が 0.1%以内の 2 条件のうち厳しい方を許容限界とした。
- 2 に関しては緩衝材外側への核種放出量に注目し、ある分割幅における解析結果が分割幅を十分小さくした場合の解析結果から 0.5%ないし、0.1%の誤差に収まる分割幅を許容限界とした。

9.2 複数パラメータを変化させた場合：Release タイムステップの上限

9.2.1 解析ケース

- 核種 $x \Rightarrow$ 核種 $y \Rightarrow$ 核種 z

で表される崩壊系列についてのベンチマークを行なう。各核種のパラメータ値としては、平成6年度研究で用いた値から3つの代表値を選定し、それらを適当に組み合わせたものを用いた。

各代表値は下記の通りである。

- 拡散係数

	小	中	大
拡散係数値 (m^2/s)	3.00×10^{-11}	3.00×10^{-10}	3.00×10^{-9}
拡散係数値 (m^2/yr)	9.46×10^{-4}	9.46×10^{-3}	9.46×10^{-2}

- 溶解度

	小	中	大
溶解度 (mol/m^3)	3.50×10^{-8}	3.50×10^{-6}	3.50×10^{-4}

- 半減期

	小	中	大
半減期 (yr)	2.15×10^3	2.15×10^5	2.15×10^7

- 分配係数

	小	中	大
分配係数 (m^3/kg)	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}
遅延係数	4.65	37.55	365.5

この”大”、”中”、”小”3代表値を組み合わせて、次ページ以降に示す16ケースの崩壊系列を仮想的に作成し、ベンチマークを実施した。

また参考に、平成6年度解析結果から予想されるタイムステップの上限、および各核種の緩衝材外部への流出量の時間履歴を示す。

様々な挙動を示す例についてベンチマークを実施していることが確認できる。

なお、その他解析条件を決定するパラメータ中、各解析で共通なものは以下の通りである。

核種浸出開始時刻	0 年
固化体中心から緩衝材内側までの距離	0.52m
固化体中心から緩衝材外側までの距離	1.50m
緩衝材高さ	1.95m
緩衝材密度 (乾燥密度)	$1,800\text{kg/m}^3$
空隙率	0.33

また、分割数は A-1~8 が 30 分割 (分割幅:0.0327m)、B-1~8 が 50 分割 (分割幅:0.0196m) である。

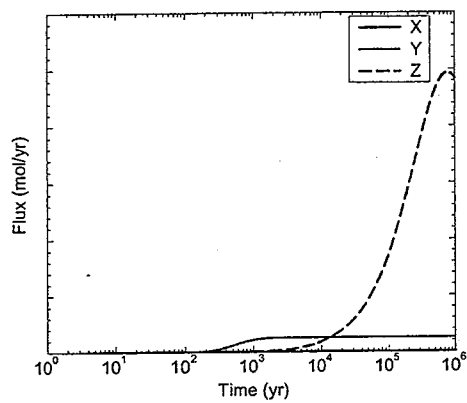
表 9.2-1 : 解析ケース一覧 (1) / 複数パラメータを同時に変化させた場合

ケース名			パラメータ	核種 x	核種 y	核種 z
A-1	分割数	30	拡散係数	小	中	大
	分割幅 (m)	0.0327	溶解度	小	中	大
			半減期	小	中	大
			分配係数	小	中	大
昨年度結果から予想されるタイムステップ上限				5.4	4.4	4.3
A-2	分割数	30	拡散係数	大	中	小
	分割幅 (m)	0.0327	溶解度	大	中	小
			半減期	大	中	小
			分配係数	大	中	小
昨年度結果から予想されるタイムステップ上限				4.3	4.4	5.4
A-3	分割数	30	拡散係数	小	中	大
	分割幅 (m)	0.0327	溶解度	中	小	小
			半減期	中	中	小
			分配係数	小	中	大
昨年度結果から予想されるタイムステップ上限				5.4	4.4	4.3
A-4	分割数	30	拡散係数	中	大	小
	分割幅 (m)	0.0327	溶解度	大	中	小
			半減期	中	小	大
			分配係数	中	大	小
昨年度結果から予想されるタイムステップ上限				4.4	4.3	5.4
A-5	分割数	30	拡散係数	小	中	大
	分割幅 (m)	0.0327	溶解度	小	中	大
			半減期	中	大	小
			分配係数	中	大	小
昨年度結果から予想されるタイムステップ上限				44	43	0.054
A-6	分割数	30	拡散係数	大	小	中
	分割幅 (m)	0.0327	溶解度	小	中	大
			半減期	小	中	大
			分配係数	大	小	小
昨年度結果から予想されるタイムステップ上限				4.3	5.4	0.54
A-7	分割数	30	拡散係数	中	小	大
	分割幅 (m)	0.0327	溶解度	大	中	小
			半減期	大	中	小
			分配係数	小	小	大
昨年度結果から予想されるタイムステップ上限				0.54	5.4	4.3
A-8	分割数	30	拡散係数	小	中	大
	分割幅 (m)	0.0327	溶解度	中	大	小
			半減期	小	中	大
			分配係数	小	大	中
昨年度結果から予想されるタイムステップ上限				5.4	43	0.44

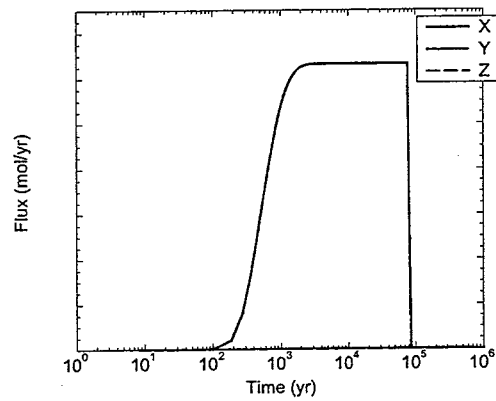
表 9.2-2 : 解析ケース一覧 (2) / 複数パラメータを同時に変化させた場合

ケース名			パラメータ	核種 x	核種 y	核種 z
B-1	分割数 分割幅 (m)	50 0.0196	拡散係数	小	中	大
			溶解度	小	中	大
			半減期	小	中	大
			分配係数	小	中	大
	昨年度結果から予想されるタイムステップ上限			1.9	1.6	1.5
B-2	分割数 分割幅 (m)	50 0.0196	拡散係数	大	中	小
			溶解度	大	中	小
			半減期	大	中	小
			分配係数	大	中	小
	昨年度結果から予想されるタイムステップ上限			1.5	1.6	1.9
B-3	分割数 分割幅 (m)	50 0.0196	拡散係数	小	中	大
			溶解度	中	小	小
			半減期	中	中	小
			分配係数	小	中	大
	昨年度結果から予想されるタイムステップ上限			1.9	1.6	1.5
B-4	分割数 分割幅 (m)	50 0.0196	拡散係数	中	大	小
			溶解度	大	中	小
			半減期	中	小	大
			分配係数	中	大	小
	昨年度結果から予想されるタイムステップ上限			1.6	1.5	1.9
B-5	分割数 分割幅 (m)	50 0.0196	拡散係数	小	中	大
			溶解度	小	中	大
			半減期	中	大	小
			分配係数	中	大	小
	昨年度結果から予想されるタイムステップ上限			16	15	0.019
B-6	分割数 分割幅 (m)	50 0.0196	拡散係数	大	小	中
			溶解度	小	中	大
			半減期	小	中	大
			分配係数	大	小	小
	昨年度結果から予想されるタイムステップ上限			1.5	1.9	0.19
B-7	分割数 分割幅 (m)	50 0.0196	拡散係数	中	小	大
			溶解度	大	中	小
			半減期	大	中	小
			分配係数	小	小	大
	昨年度結果から予想されるタイムステップ上限			0.19	1.9	1.5
B-8	分割数 分割幅 (m)	50 0.0196	拡散係数	小	中	大
			溶解度	中	大	小
			半減期	小	中	大
			分配係数	小	大	中
	昨年度結果から予想されるタイムステップ上限			1.9	15	0.16

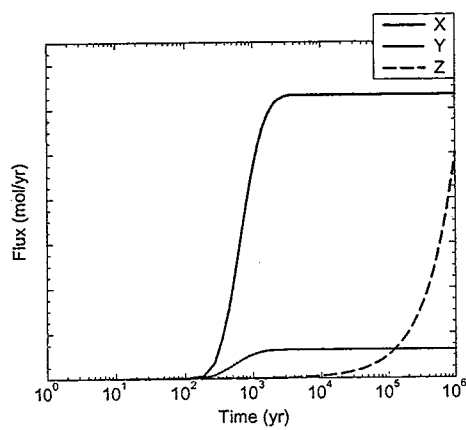
A/B-1 case result



A/B-2 case result



A/B-3 case result



A/B-4 case result

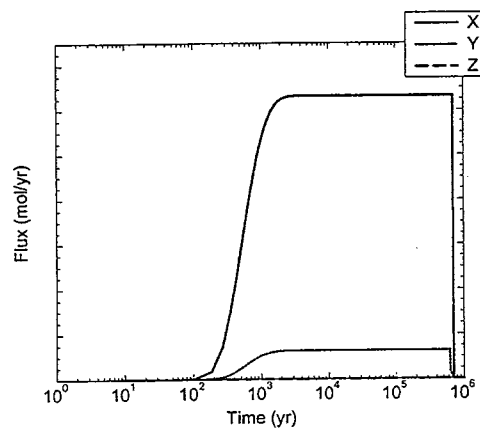


図 9.2-1 : 解析ケース一覧 (1) / 複数パラメータを同時に変化させた場合

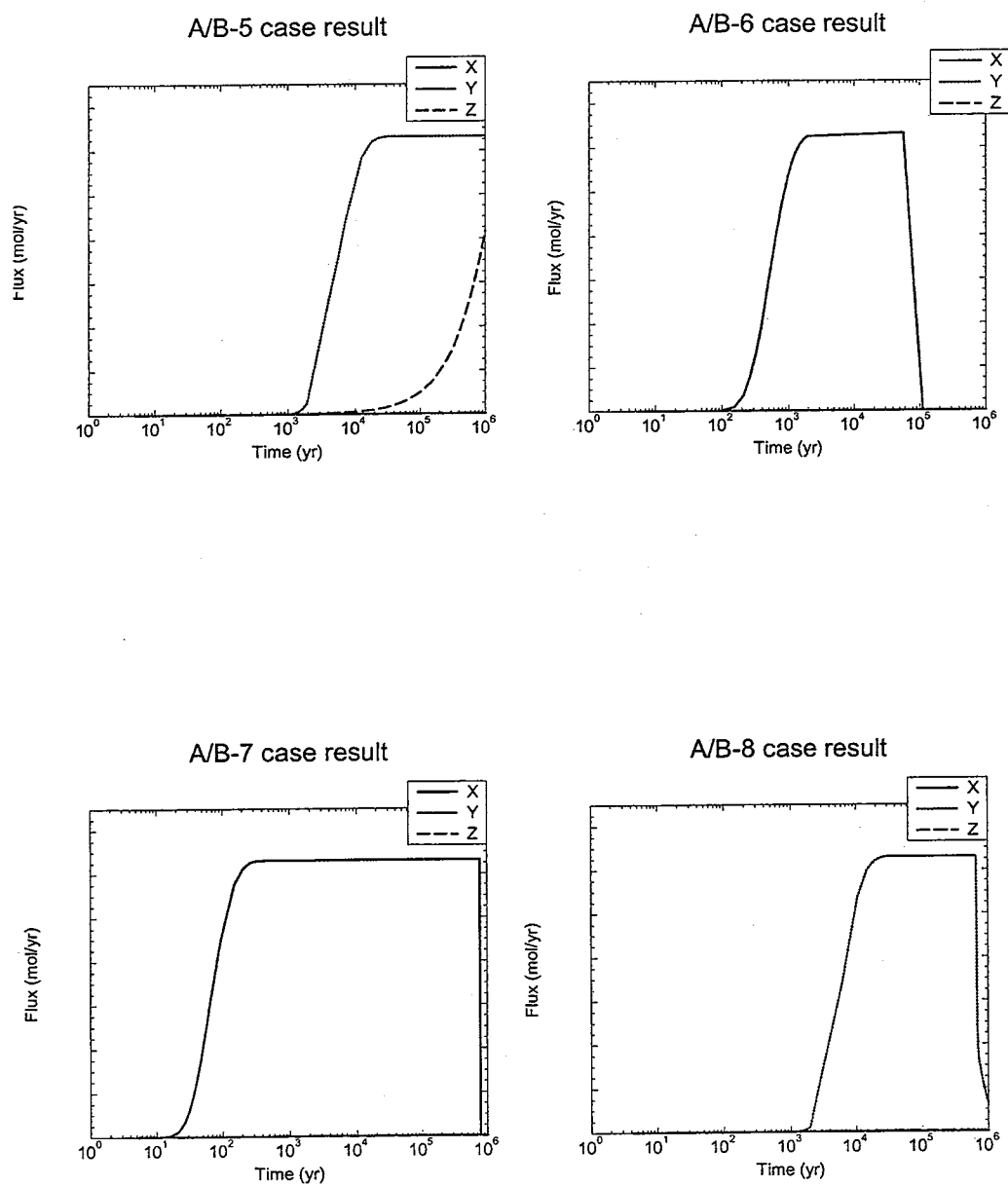


図 9.2-2 : 解析ケース一覧 (2) / 複数パラメータを同時に変化させた場合

9.2.2 解析結果

以上の16ケースに対するベンチマークの結果を示す。各核種が単独に崩壊する場合を想定し、昨年度結果から予想されるタイムステップの上限も示す。なお、表中イタリック体で示された数字は、3核種中最も短いタイムステップを表す。また、昨年度結果からのタイムステップ予測には、下記の式が用いられた。

$$\Delta t = \kappa \frac{R}{D} (\Delta r)^2 \quad (9.1)$$

$$R = 1 + \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} Kd \cdot \rho \quad (9.2)$$

(ここで ΔT :タイムステップ (yr)、 R :遅延係数、 Δr :分割幅、 D :拡散係数 (m^2/yr)
 ε :空隙率、 Kd :分配係数 (m^3/kg)、 ρ :緩衝材密度 (kg/m^3) k :定数 (1.00) である。)

- 昨年度結果から予想されるタイムステップ上限 (ケース A)

	A-1	A-2	A-3	A-4	A-5	A-6	A-7	A-8
核種 X	5.4	<i>4.3</i>	5.4	4.4	44	4.3	<i>0.54</i>	5.4
核種 Y	4.4	4.4	4.4	<i>4.3</i>	43	5.4	5.4	43
核種 Z	<i>4.3</i>	5.4	<i>4.3</i>	5.4	<i>0.054</i>	<i>0.54</i>	4.3	<i>0.44</i>

- ベンチマーク結果

↓

4.3	4.4	4.4	4.3	0.055	0.54	0.54	0.45
-----	-----	-----	-----	-------	------	------	------

- 昨年度結果から予想されるタイムステップ上限 (ケース B)

	B-1	B-2	B-3	B-4	B-5	B-6	B-7	B-8
核種 X	1.9	<i>1.5</i>	1.9	1.6	16	1.5	<i>0.19</i>	1.9
核種 Y	1.6	1.6	1.6	<i>1.5</i>	15	1.9	1.9	15
核種 Z	<i>1.5</i>	1.9	<i>1.5</i>	1.9	<i>0.019</i>	<i>0.19</i>	1.5	<i>0.16</i>

- ベンチマーク結果

↓

1.5	1.5	1.5	1.6	0.020	0.19	0.19	0.17
-----	-----	-----	-----	-------	------	------	------

上記表から明らかなように、ある分割数に対するタイムステップの上限は、複数核種が存在することによる相互影響はなく、各核種が単独で崩壊するとして算出されたタイムステップの中で、一番小さいもの(一番条件の厳しい核種)に依存することが確認される。

9.3 複数崩壊系列を考慮した場合：Release タイムステップの上限

一連のベンチマークの最終段階として複数崩壊系列を考慮した場合について考察を加える。このベンチマークケースの際に注目すべき点は溶解度分割が生じることである。溶解度分割とは、“複数の同位体を持つ核種に沈澱現象が生じる時、その同位体ごとの核種溶液濃度は元素の溶解度を同位体存在比で分割した濃度とする”ことである。

これによりある核種があるセル内で沈澱を生じるか否かは、全崩壊系列中に含まれるこの核種の同位体量の総和により決定されることになり、崩壊系列同士の相互作用が考えられる。

9.3.1 解析ケース

解析ケースとしては実現象に近いものとして、“ニアフィールド核種移行解析コード「RELEASE」の改良”内に示されている検証計算例を改変したものを用いた。具体的ケースを下記に示す。(1)(2)では、単数崩壊系列としてベンチマークを行ない、(3)では(1)(2)の組合せによる複数崩壊系列を模擬し、同位体存在比を変化させベンチマークを実施した。最後に(4)として4系列からなる崩壊系列についてのベンチマークを実施し、タイムステップ決定式の妥当性を評価した。

- (1) 系列 1: Am-243 $\Rightarrow$ Pu-239 $\Rightarrow$ U-235 $\Rightarrow$ Pa-231
ベンチマークに用いた各パラメータ値は下記の通り。なお分割幅は(0.0327m : 30 分割)。

核種	拡散係数 (m^2/yr)	溶解度 (mol/m^3)	半減期 (yr)	分配係数 (m^3/kg)	同位体 存在比	インベントリ 内量 (mol)
Am-243	3.15×10^{-4}	1.10×10^{-3}	7.95×10^3	2.70×10^{-1}	1.0	8.71×10^3
Pu-239	3.15×10^{-4}	1.00×10^{-9}	2.44×10^4	4.40×10^{-1}	1.0	6.62×10^1
U-235	3.15×10^{-4}	7.22×10^{-7}	7.10×10^8	9.00×10^{-4}	1.0	1.94×10^1
Pa-231	3.15×10^{-4}	1.27×10^{-6}	3.24×10^4	1.00×10^{-3}	1.0	8.45×10^2

(2) 系列 1: Pu-242 $\Rightarrow$ U-238 $\Rightarrow$ U-234 $\Rightarrow$ Th-230 $\Rightarrow$ Ra-226

ベンチマークに用いた各パラメータ値は下記の通り。なお分割幅は (0.0327m : 30 分割)。

核種	拡散係数 (m^2/yr)	溶解度 (mol/m^3)	半減期 (yr)	分配係数 (m^3/kg)	同位体 存在比	インベントリ 内量 (mol)
Pu-242	3.15×10^{-4}	1.00×10^{-9}	3.79×10^5	4.40×10^{-1}	1.0	3.66×10^0
U-238	3.15×10^{-4}	7.22×10^{-7}	4.51×10^9	9.00×10^{-4}	9.86×10^{-1}	1.94×10^1
U-234	3.15×10^{-4}	7.22×10^{-7}	2.47×10^5	9.00×10^{-4}	1.66×10^{-4}	1.94×10^1
Th-230	3.15×10^{-4}	2.40×10^{-7}	8.00×10^4	2.00×10^{-3}	1.0	6.88×10^{-5}
Ra-226	3.15×10^{-4}	1.32×10^{-2}	1.60×10^3	1.00×10^0	1.0	1.70×10^{-8}

(3) 系列 1: Am-243 $\Rightarrow$ Pu-239 $\Rightarrow$ U-235 $\Rightarrow$ Pa-231

系列 2: Pu-242 $\Rightarrow$ U-238 $\Rightarrow$ U-234 $\Rightarrow$ Th-230 $\Rightarrow$ Ra-226

ベンチマークに用いた各パラメータ値は下記の通り。なお分割幅は (0.0327m : 30 分割)。

系列 1

核種	拡散係数 (m^2/yr)	溶解度 (mol/m^3)	半減期 (yr)	分配係数 (m^3/kg)	同位体 存在比	インベントリ 内量 (mol)
Am-243	3.15×10^{-4}	1.10×10^{-3}	7.95×10^3	2.70×10^{-1}	1.0	8.71×10^3
Pu-239	3.15×10^{-4}	1.00×10^{-9}	2.44×10^4	4.40×10^{-1}	0.9	6.62×10^1
U-235	3.15×10^{-4}	7.22×10^{-7}	7.10×10^8	9.00×10^{-4}	後述	1.94×10^1
Pa-231	3.15×10^{-4}	1.27×10^{-6}	3.24×10^4	1.00×10^{-3}	1.0	8.45×10^2

系列 2

核種	拡散係数 (m^2/yr)	溶解度 (mol/m^3)	半減期 (yr)	分配係数 (m^3/kg)	同位体 存在比	インベントリ 内量 (mol)
Pu-242	3.15×10^{-4}	1.00×10^{-9}	3.79×10^5	4.40×10^{-1}	0.1	3.66×10^0
U-238	3.15×10^{-4}	7.22×10^{-7}	4.51×10^9	9.00×10^{-4}	後述	1.94×10^1
U-234	3.15×10^{-4}	7.22×10^{-7}	2.47×10^5	9.00×10^{-4}	後述	3.26×10^{-1}
Th-230	3.15×10^{-4}	2.40×10^{-7}	8.00×10^4	2.00×10^{-3}	1.0	6.88×10^{-5}
Ra-226	3.15×10^{-4}	1.32×10^{-2}	1.60×10^3	1.00×10^0	1.0	1.70×10^{-8}

ただし、同位体存在比は以下の 3 ケースを用いベンチマークを実施した。

同位体存在比

ケース名	U-235	U-238	U-234
3-1	0.80	0.10	0.10
3-2	0.33	0.33	0.33
3-3	0.10	0.40	0.40

(4) 系列 1: Am-243 $\Rightarrow$ Pu-239 $\Rightarrow$ U-235 $\Rightarrow$ Pa-231

系列 2: Pu-242 $\Rightarrow$ U-238 $\Rightarrow$ U-234 $\Rightarrow$ Th-230 $\Rightarrow$ Ra-226

系列 3: Am-241 $\Rightarrow$ Np-237 $\Rightarrow$ U-233 $\Rightarrow$ Th-229

系列 4: Pu-240 $\Rightarrow$ U-236 $\Rightarrow$ Th-232

ベンチマークに用いた各パラメータ値は下記の通り。なお分割幅は (0.0327m : 30 分割)。

系列 1

核種	拡散係数 (m^2/yr)	溶解度 (mol/m^3)	半減期 (yr)	分配係数 (m^3/kg)	同位体 存在比	インベントリ 内量 (mol)
Am-243	3.15×10^{-4}	1.10×10^{-3}	7.95×10^3	2.70×10^{-1}	6.11×10^{-1}	8.71×10^3
Pu-239	3.15×10^{-4}	1.00×10^{-9}	2.44×10^4	4.40×10^{-1}	6.30×10^{-1}	6.62×10^1
U-235	3.15×10^{-4}	7.22×10^{-7}	7.10×10^8	9.00×10^{-4}	9.85×10^{-3}	1.94×10^1
Pa-231	3.15×10^{-4}	1.27×10^{-6}	3.24×10^4	1.00×10^{-3}	1.0	8.45×10^2

系列 2

核種	拡散係数 (m^2/yr)	溶解度 (mol/m^3)	半減期 (yr)	分配係数 (m^3/kg)	同位体 存在比	インベントリ 内量 (mol)
Pu-242	3.15×10^{-4}	1.00×10^{-9}	3.79×10^5	4.40×10^{-1}	3.50×10^{-2}	3.66×10^0
U-238	3.15×10^{-4}	7.22×10^{-7}	4.51×10^9	9.00×10^{-4}	9.86×10^{-1}	1.94×10^1
U-234	3.15×10^{-4}	7.22×10^{-7}	2.47×10^5	9.00×10^{-4}	1.66×10^{-4}	3.26×10^{-1}
Th-230	3.15×10^{-4}	2.40×10^{-7}	8.00×10^4	2.00×10^{-3}	6.88×10^{-2}	6.88×10^{-5}
Ra-226	3.15×10^{-4}	1.32×10^{-2}	1.60×10^3	1.00×10^0	1.0	1.70×10^{-8}

系列 3

核種	拡散係数 (m^2/yr)	溶解度 (mol/m^3)	半減期 (yr)	分配係数 (m^3/kg)	同位体 存在比	インベントリ 内量 (mol)
Am-241	3.15×10^{-4}	1.10×10^{-3}	4.32×10^2	2.70×10^{-1}	3.89×10^{-1}	5.74×10^3
Np-237	3.15×10^{-4}	2.07×10^{-9}	2.14×10^6	2.00×10^{-3}	1.0	6.20×10^2
U-233	3.15×10^{-4}	7.22×10^{-7}	1.62×10^5	9.00×10^{-4}	3.08×10^{-6}	6.06×10^{-3}
Th-229	3.15×10^{-4}	2.40×10^{-7}	7.34×10^3	2.00×10^{-3}	8.25×10^{-4}	8.24×10^{-7}

系列 4

核種	拡散係数 (m^2/yr)	溶解度 (mol/m^3)	半減期 (yr)	分配係数 (m^3/kg)	同位体 存在比	インベントリ 内量 (mol)
Pu-240	3.15×10^{-4}	1.00×10^{-9}	6.58×10^3	4.40×10^{-1}	3.35×10^{-1}	3.52×10^1
U-236	3.15×10^{-4}	7.22×10^{-7}	2.39×10^7	9.00×10^{-4}	4.47×10^{-3}	8.79×10^0
Th-232	3.15×10^{-4}	2.40×10^{-7}	1.40×10^{10}	2.00×10^{-3}	9.30×10^{-1}	9.294×10^{-4}

9.3.2 解析結果

(1) 系列 1: Am-243 $\Rightarrow$ Pu-239 $\Rightarrow$ U-235 $\Rightarrow$ Pa-231

まず、タイムステップが16年時の計算結果を図9.3-3に示す。

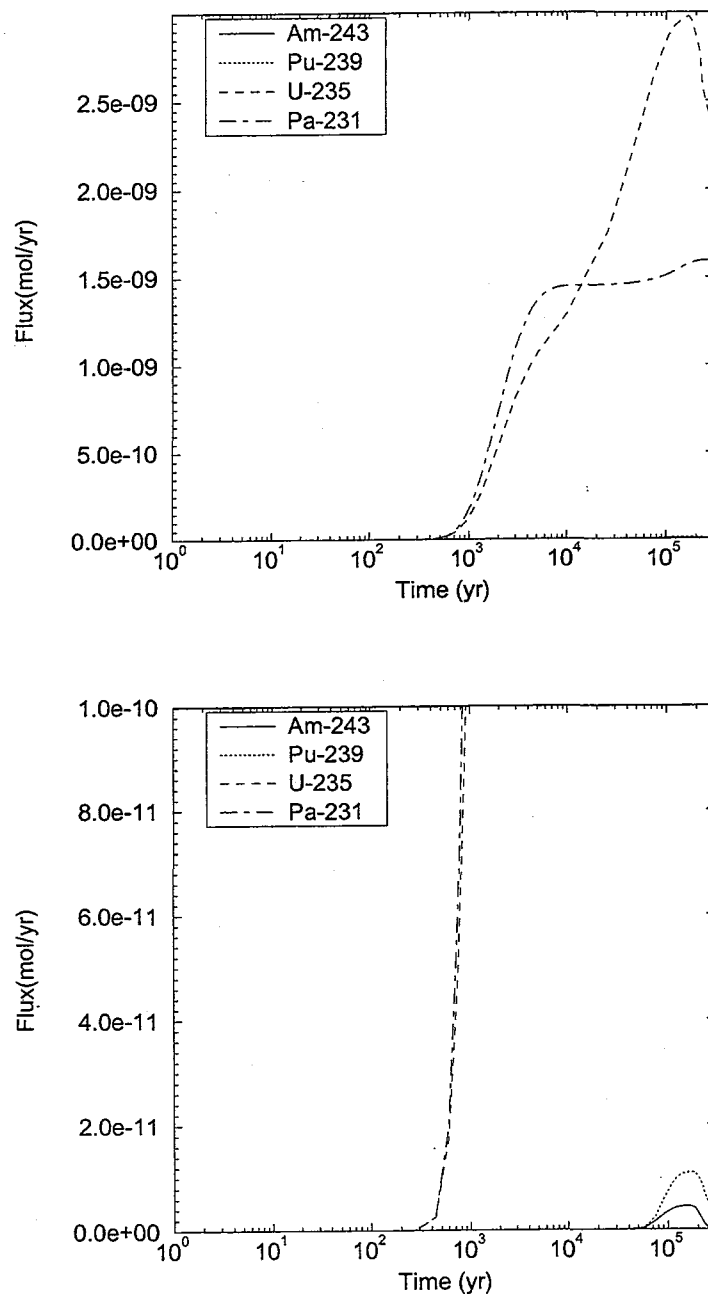


図 9.3-3 : Release による解析結果:緩衝体外部における放出率の時間履歴
系列 1:Am-243 $\Rightarrow$ Pu-239 $\Rightarrow$ U-235 $\Rightarrow$ Pa-231

続いて昨年度結果をもとに、各核種が単独で崩壊したとして想定されるタイムステップ上限、およびベンチマーク結果を以下に示す。なお、昨年度結果からの予想には、今までと同様に式 11.1, 11.2 が用いられた。

- 昨年度結果から予想されるタイムステップ上限

Am:3500 年、Pu:5700 年、U:15 年、Pa:16 年

↓

- ベンチマーク結果

16 年

9.2 節の「複数パラメータを変化させた場合」の結果から、昨年度結果からの予想で一番タイムステップの短い U の 15 年がこの崩壊系列全体のタイムステップ上限と予想される。それに対し、ベンチマーク結果も 16 年と 15 年に近く、改めて 9.2 節の結論を再確認させる結果となっている。

(2) 系列 1: $\text{Pu-242} \Rightarrow \text{U-238} \Rightarrow \text{U-234} \Rightarrow \text{Th-230} \Rightarrow \text{Ra-226}$

まず、タイムステップが16年時の計算結果を図9.3-4に示す。

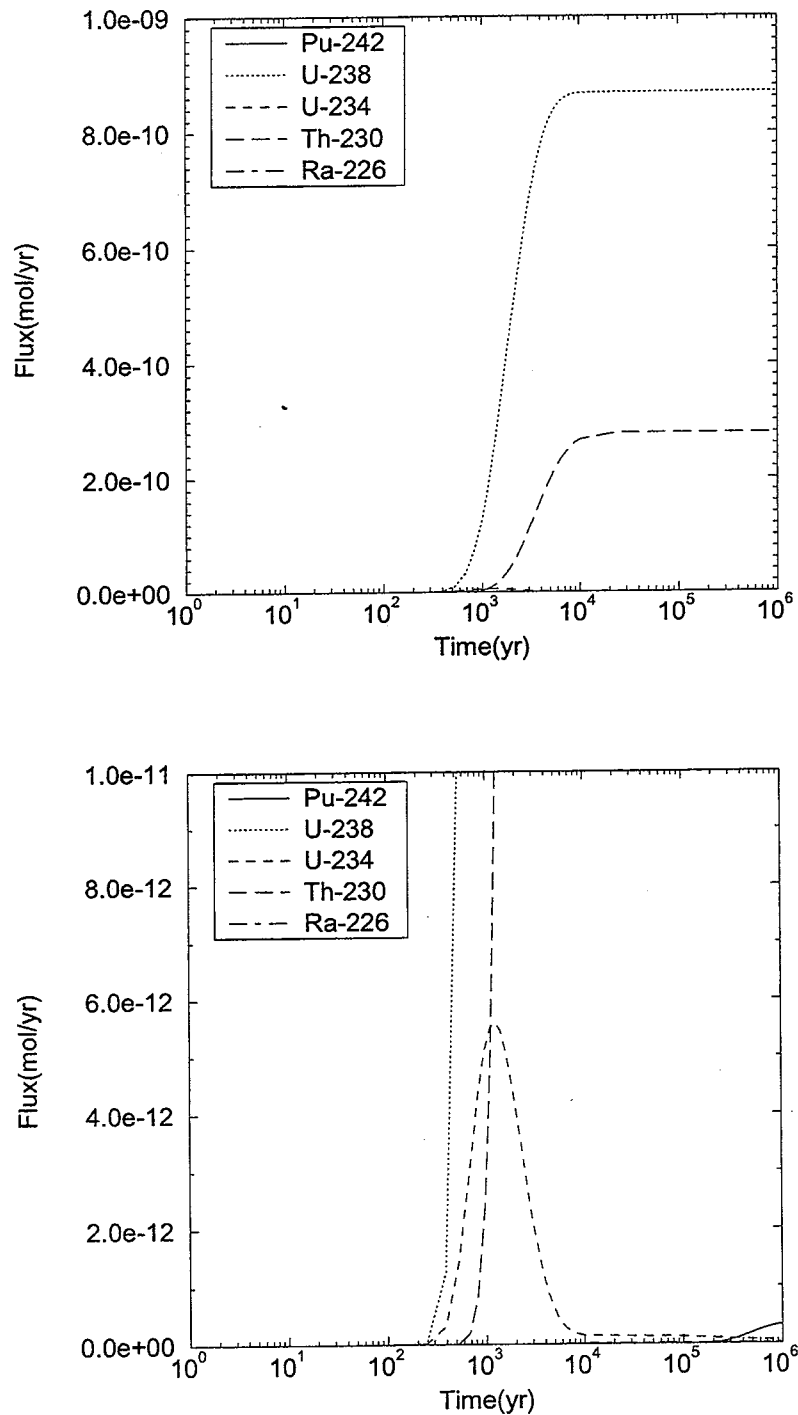


図 9.3-4 : Release による解析結果:緩衝体外部における放出率の時間履歴

(2) 系列 1: $\text{Pu-242} \Rightarrow \text{U-238} \Rightarrow \text{U-234} \Rightarrow \text{Th-230} \Rightarrow \text{Ra-226}$

続いて昨年度結果をもとに、各核種が単独で崩壊したとして想定されるタイムステップ上限、およびベンチマーク結果を以下に示す。なお、昨年度結果からの予想には、今までと同様に式 11.1, 11.2 が用いられた。

- 昨年度結果から予想されるタイムステップ上限

Pu:5700 年、U:15 年、Th:29 年、Ra:13000 年

↓

- ベンチマーク結果

15 年

系列 1 と同様に 9.2 節の「複数パラメータを変化させた場合」の結果から、昨年度結果からの予想で一番タイムステップの短い U の 15 年がこの崩壊系列全体のタイムステップ上限と予想される。それに対し、ベンチマーク結果も 15 年なり、改めて 9.2 節の結論を再確認させる結果となっている。

また、参考にタイムステップが 16 年時の解析結果を図 9.3-5 に示す。タイムステップ 15 年時と比較して、明らかに振動が発生し、結果が大きく異なることが確認できる。

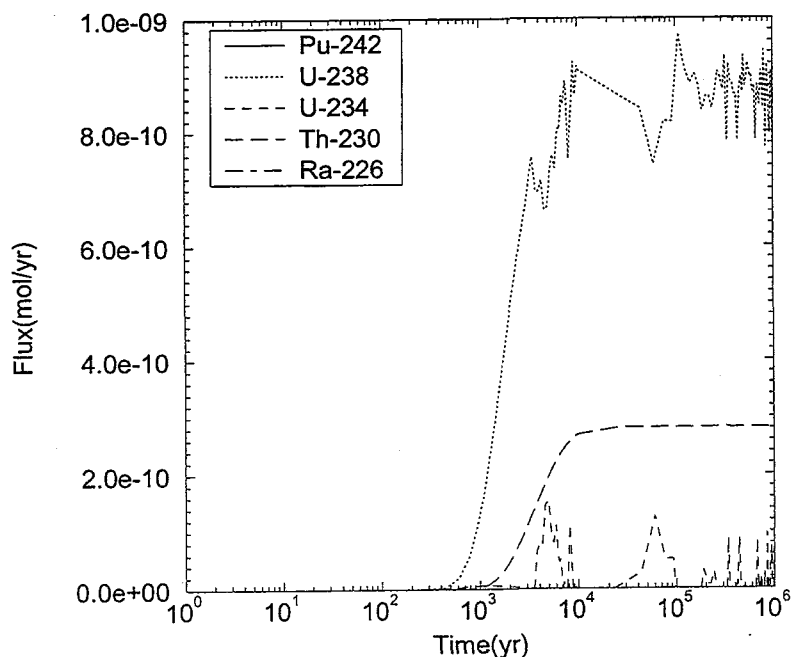


図 9.3-5 : Release による解析結果:緩衝体外部における放出率の時間履歴

(2) 系列 1: Pu-242 $\Rightarrow$ U-238 $\Rightarrow$ U-234 $\Rightarrow$ Th-230 $\Rightarrow$ Ra-226 : $\Delta t=16$ 年

(3) 系列 1:Am-243 $\Rightarrow$ Pu-239 $\Rightarrow$ U-235 $\Rightarrow$ Pa-231

系列 2:Pu-242 $\Rightarrow$ U-238 $\Rightarrow$ U-234 $\Rightarrow$ Th-230 $\Rightarrow$ Ra-226

次に、二本の崩壊系列が同時に起こる場合の解析結果である。Pu と U が両崩壊系列に存在し、溶解度分割が行なわれる。ここでは、Pu の同位体存在比は固定とし、U の同位体存在比を下記の 3 通り変化させ、影響を調べた。

同位体存在比

ケース名	U-235	U-238	U-234
3-1	0.80	0.10	0.10
3-2	0.33	0.33	0.33
3-3	0.10	0.40	0.40

まず、タイムステップが 15 年時の計算結果を図 9.3-6,9.3-7に示す。

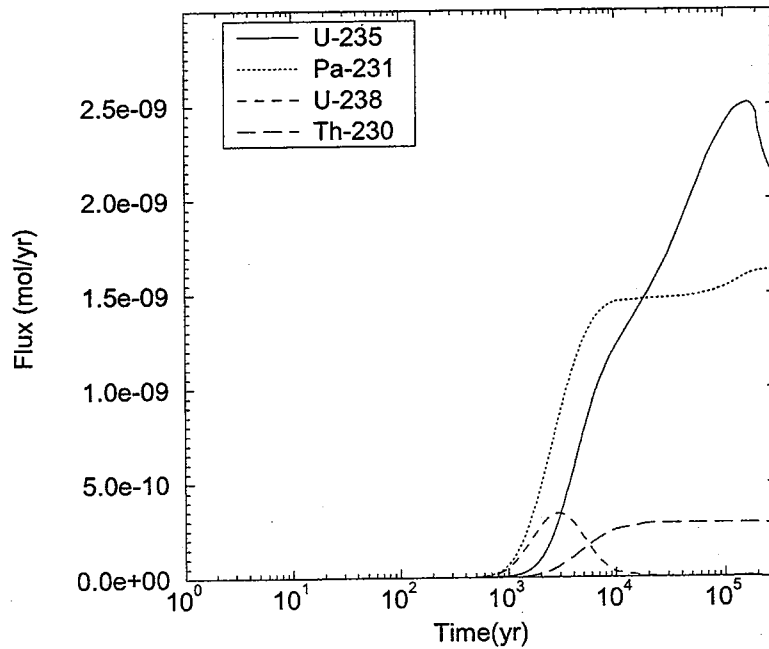


図 9.3-6 : (3-1) Release による解析結果:緩衝体外部における放出率の時間履歴
(1)

系列 1:Am-243 $\Rightarrow$ Pu-239 $\Rightarrow$ U-235 $\Rightarrow$ Pa-231

系列 2:Pu-242 $\Rightarrow$ U-238 $\Rightarrow$ U-234 $\Rightarrow$ Th-230 $\Rightarrow$ Ra-226 : $\Delta t = 15$ 年

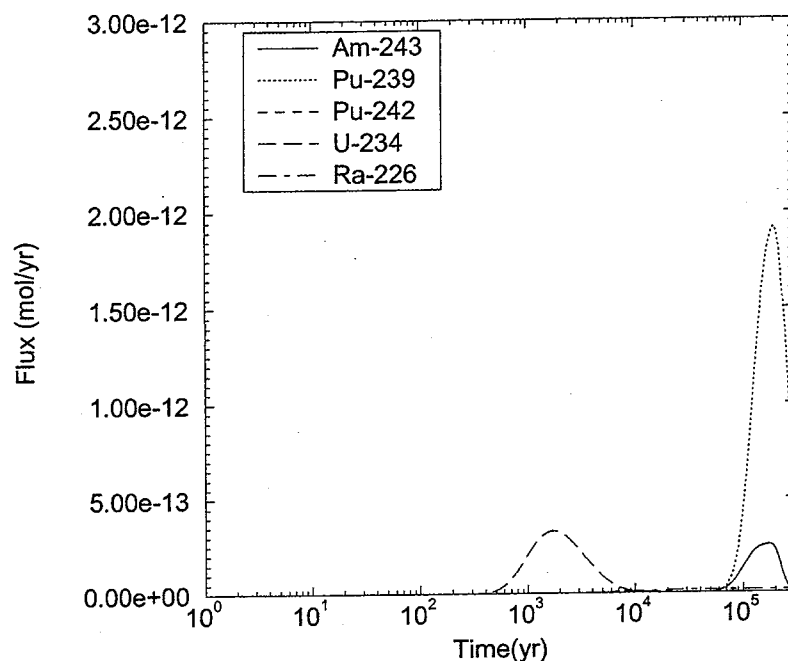


図 9.3-7 : (3-1) Release による解析結果:緩衝体外部における放出率の時間履歴

(1)

系列 1: Am-243 $\Rightarrow$ Pu-239 $\Rightarrow$ U-235 $\Rightarrow$ Pa-231

系列 2: Pu-242 $\Rightarrow$ U-238 $\Rightarrow$ U-234 $\Rightarrow$ Th-230 $\Rightarrow$ Ra-226 : $\Delta t = 15$ 年

続いて昨年度結果をもとに、各核種が単独で崩壊したとして想定されるタイムステップ上限、およびベンチマーク結果を以下に示す。なお、昨年度結果からの予想には、今までと同様に式 11.1, 11.2 が用いられた。

- 昨年度結果から予想されるタイムステップ上限

Am: 3500 年、Pu: 5700 年、U: 15 年、Pa: 16 年、Th: 29 年、Ra: 13000 年

↓

- ベンチマーク結果

(3-1) 16 年、(3-2) 16 年、(3-3) 16 年

以上明らかなように、同位体存在比を変化させてもタイムステップの上限に影響は見られない。この結果から、崩壊系列が複数存在することによる相互影響は認められないことが確認できる。

(4) 系列 1:Am-243 $\Rightarrow$ Pu-239 $\Rightarrow$ U-235 $\Rightarrow$ Pa-231

系列 2:Pu-242 $\Rightarrow$ U-238 $\Rightarrow$ U-234 $\Rightarrow$ Th-230 $\Rightarrow$ Ra-226

系列 3:Am-241 $\Rightarrow$ Np-237 $\Rightarrow$ U-233 $\Rightarrow$ Th-229

系列 4:Pu-240 $\Rightarrow$ U-236 $\Rightarrow$ Th-232

複数崩壊系列を考慮したベンチマークの最後として、上に挙げた 4 系列が同時に存在する場合を解析した。このケースでは、核種同士が影響し合うことにより、今までの解析例のような、定常状態に近い状況が存在しないため、振動の有無の判定を行なうことが困難である。このため本ケースは、昨年度結果から予想されるタイムステップ上限での計算結果、タイムステップを十分細かくした計算結果、タイムステップを大きくとった場合の計算結果とをグラフ上で視認により確認することで、その妥当性を検討することにした。

昨年度結果から予想されるタイムステップ上限は、各々以下の通りである。

Am:3500 年、Pu:5700 年、U:15 年、Pa:16 年

Th:29 年、Ra:13000 年、Np:80 年

これらより、本ケースのタイムステップ上限は 15 年と予想される。

本ケースの解析結果を以下に示す。タイムステップは順に、1 年、15 年、20 年である。

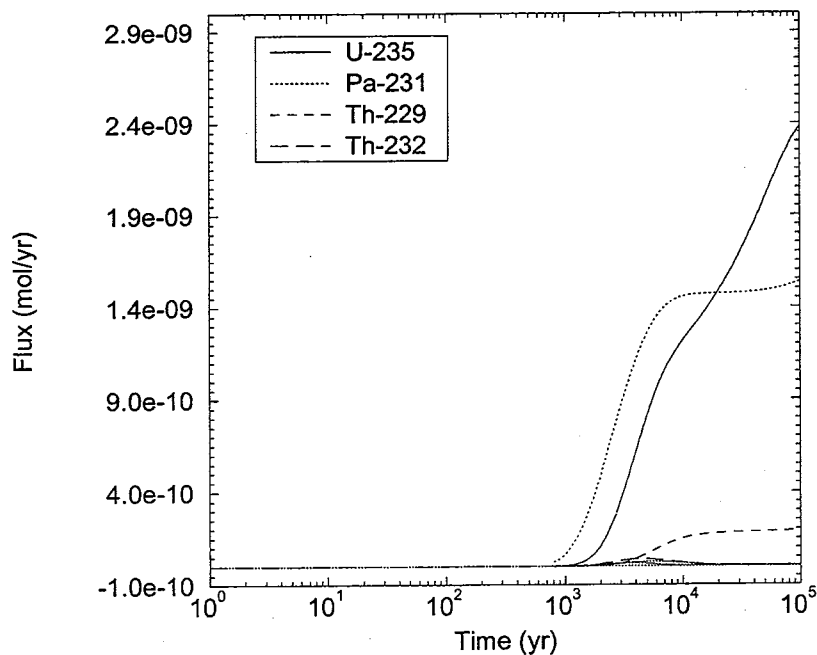


図 9.3-8 : Release による解析結果:緩衝体外部における放出率の時間履歴
 $\Delta t = 1$ 年

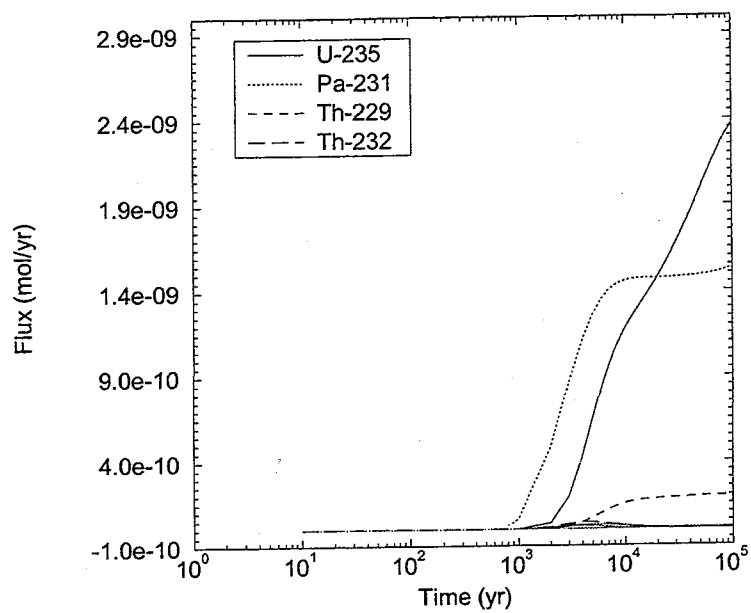


図 9.3-9 : Release による解析結果:緩衝体外部における放出率の時間履歴
 $\Delta t = 15$ 年

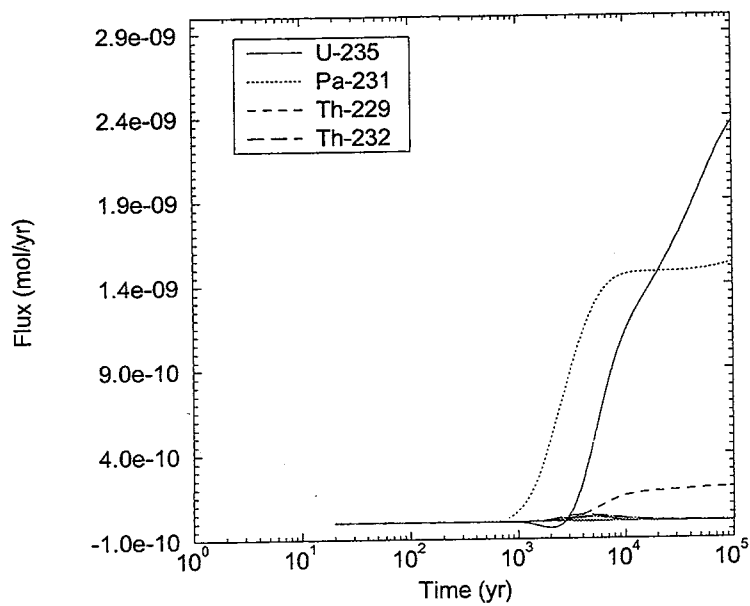


図 9.3-10 : Release による解析結果:緩衝体外部における放出率の時間履歴
 $\Delta t = 20$ 年

以上のグラフを比較すると、どれもほぼ同じような履歴を示していることが確認できる。しかし、タイムステップが20年のグラフ(図9.3-10)におけるU-235の履歴を詳しく見ると、 $T = 10^3 \sim 3 \times 10^6$ 年付近でFluxの値がマイナスになっており、計算精度が低下しているのが確認できる。この現象は、タイムステップが15年時(図9.3-8)には見られず、タイムステップ15年は妥当であると思われる。

9.4 Release タイムステップの上限について解析結果のまとめ

9.2 および9.3 節で Release : タイムステップ上限についてのベンチマークを

- 複数パラメータを同時に変化させた場合
- 複数崩壊系列を考慮した場合

について実施した。

それらの結果は、

- 複数核種が存在することによる相互影響はない
- 溶解度分割による相互影響はない

ことを示すものであり、崩壊系列全体のタイムステップの上限は、

- 各核種が単独で存在するとしてタイムステップを決定

したものの中で、

- タイムステップが最小のものを採用

すれば、安全であることが確かめられた。

これは、崩壊系列全体のタイムステップの上限が、一番解析条件の厳しい核種に依存しており、溶解度分割などの影響は受けないことを示しているものである。

9.5 複数パラメータを変化させた場合／複数崩壊系列を考慮した場合： Release/Meshnote 分割幅の上限

本節では、解析精度を保ち得る分割幅の上限について、

- 複数パラメータを変化させた場合
- 複数崩壊系列を考慮した場合

の両者について、Release/Meshnote 両コードのベンチマークを行なった。
昨年度研究結果より、

Release	100 分割時から ($\Delta r = 0.0098m$)	誤差 0.1%以内	15 分割以上 ($\Delta r = 0.065m$)
		誤差 0.5%以内	7 分割以上 ($\Delta r = 0.140$)
Meshnote	100 分割時から ($\Delta r = 0.0098m$)	誤差 0.1%以内	20 分割以上 ($\Delta r = 0.049m$)
		誤差 0.5%以内	7 分割以上 ($\Delta r = 0.140$)

に設定する必要がある、これらは解析条件によらず一定であることが示された。

本年度解析ではこの結果を踏まえて、9.2,9.3 節で行なった解析の数例について、

- Release 100 分割時の値と 15 分割、7 分割時の値とを比較
- Meshnote 100 分割時の値と 20 分割、7 分割時の値とを比較

し、誤差の大きさがそれぞれ 0.1%, 0.5 % を満たしているかを検証する。

9.5.1 解析ケース

解析ケースとしては、

- 複数パラメータを同時に変化させた場合 (9.2 節) A/B-1 A/B-2 A/B-5 A/B-6
- 複数崩壊系列を考慮する場合 (9.3 節) (4)

を選定した。また 10^4 年後の Flux 値で比較を行ない、100 分割時の値からの隔たりが最大な核種の誤差量を、「そのケースにおける誤差」と定義した。

9.5.2 解析結果

以下に、解析結果を示す。

		A/B-1	A/B-2	A/B-5	A/B-6	複数崩壊系列 (4)
Release	15 分割	0.08%	0.09%	0.07%	0.08%	0.09%
	7 分割	0.45%	0.46%	0.45%	0.44%	0.48%
Meshnote	20 分割	0.07%	0.03%	0.04%	0.03%	0.06%
	7 分割	0.44%	0.46%	0.45%	0.39%	0.44%

表から明らかなように、Release:15 分割時の値／ Meshnote:20 分割時の値は、100 分割時の値から誤差 0.1%以内に、また、Release:7 分割時の値／ Meshnote:7 分割時の値は 100 分割時の値から誤差 0.5%以内に収まっている。

このことは、昨年度のベンチマーク結果が、複数パラメータを同時に変化させた場合や、複数崩壊系列を考慮した場合にもあてはまることを示している。

10. 「Release/Meshnote」 Meshnote 特有の機能に関するベンチマーク

本章では、Meshnote 特有の機能に関するベンチマークを行なう。Meshnote には Release にはない機能として、

- 非線形吸着の取り扱い
- (両端境界条件決定のための) Reservoir, Mixing Cell の存在
- 自動タイムステップ決定機能

などがある。昨年度研究および従来はこれらの機能に関し、値の設定方法などの吟味を行なわずに使用してきた。

そこで、本年度研究においては、これらの値の設定方法、機能の確認／検証に重点を置きベンチマークを実施する。具体的には、

非線形吸着項 吸着係数を決定するパラメータに関する感度解析。

Reservoir, Mixing Cell 両者の物理的意味合いについての調査。値に対しての感度解析。

自動タイムステップ決定機能 半減期が極端に短いケースを解析することによる自動タイムステップ決定の妥当性の確認

を実施する。

10.1 非線形吸着項に関する感度解析

Meshnote コードは、(溶液濃度)、(沈澱濃度)、(吸着濃度) を足し合わせた (全濃度) (単位体積の媒体中に存在する当該核種の総量) を未知変数とし、支配方程式を立て、必要に応じて、上記 3 濃度を算出することにより、核種の崩壊/生成/移行/沈澱/吸着を模擬している。

吸着量 (S_i) は溶液濃度 (C_i) に対して、下記の Langmuir 型非線形吸着モデルで与えられる。

$$S_i \equiv \frac{\alpha_i C_i}{1 + \beta_i C_i} \quad (10.1)$$

(ここで添字 (i) は核種を表し、 α_i, β_i はそれぞれ、核種ごとに決定される吸着定数である。)

これは式より明らかなように、溶液濃度が増加するにつれ、沈澱濃度は、 $\frac{\alpha_i}{\beta_i}$ に近づく。また、 β_i を 0 に設定することで、 $S_i = \alpha_i C_i$ となり Release と同様の線形吸着を模擬することも可能である。

10.1.1 核種の単独崩壊ケース

まず、ある核種が単独で崩壊する場合の解析を実施した。

$$S \equiv \frac{\alpha C}{1 + \beta C}$$

における β の値を変化させてベンチマークを実施し、 β の値と解の精度との相関を調べた。各パラメータは以下の通りである。

拡散係数	$9.46 \times 10^{-3} m^2/yr$
溶解度	$3.50 \times 10^{-8} mol/yr$
半減期	$2.15 \times 10^5 yr$
空隙率	$\varepsilon = 0.33$
初期核種量	$10.71 mol$
吸着係数	$\alpha = 18.0$
吸着係数	$\beta = 0.0, 10^3, 10^6, 10^9$

これらのケースに対し、それぞれ 100 分割、20 分割、7 分割での $10^4, 10^6$ 年後の放出率を比較し、100 分割からの誤差がどの程度に収まるかを調べた。

まず、解析結果例を図 10.1-1 に示す。

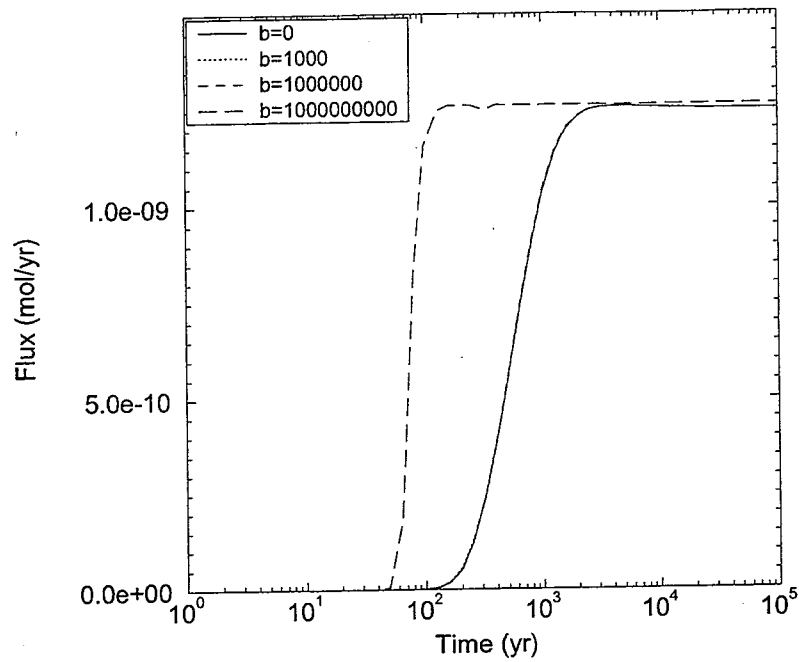


図 10.1-1 : Meshnote による解析結果:緩衝体外部における放出率の時間履歴
 $\beta = 0.0, 10^3, 10^6, 10^9$, 100 分割

β が 10^9 と大きいケースは、式 10-1 からわかるように吸着量が少なくなり、緩衝体外部への流出量が多くなるものと思われる。

次に、各ケースでの 10^4 年後の放出量、100 分割時からの誤差を表 10.1-1に示す。

表 10.1-1 : Meshnote による解析結果:緩衝体外部における放出率 (10^4 年後)
 100,20,7 分割

		$\beta = 0.0$	$\beta = 10^3$	$\beta = 10^6$	$\beta = 10^9$
100 分割	放出量 (mol/yr)	1.255×10^{-9}	1.255×10^{-9}	1.255×10^{-9}	1.263×10^{-9}
20 分割	放出量 (mol/yr)	1.256×10^{-9}	1.256×10^{-9}	1.256×10^{-9}	1.264×10^{-9}
	100 分割時からの誤差	0.08%	0.08%	0.08%	0.08%
7 分割	放出量 (mol/yr)	1.259×10^{-9}	1.259×10^{-9}	1.259×10^{-9}	1.266×10^{-9}
	100 分割時からの誤差	0.32%	0.32%	0.32%	0.24%

以上の結果から確認できるように、20 分割時の結果は 100 分割時からの誤差が 0.1%以内、また 7 分割時の結果は 100 分割時からの誤差が 0.5%以内に収まっている。非線形吸着を考慮することにより、解の精度に影響は見られない。

10.1.2 複数崩壊系列を考慮したより複雑なケース

複数崩壊系列を考慮したより複雑なケースについてベンチマークを行なう。崩壊系列および各パラメータは、下記の通り。核種 Y-1, Y-2 の吸着係数を変化させてベンチマークを実施した。

- 崩壊系列

系列 1 : X-1 $\Rightarrow$ Y-1 $\Rightarrow$ Z-1

系列 2 : A-1 $\Rightarrow$ Y-2

- 各パラメータ

	核種 X-1	核種 Y-1	核種 Z-1	核種 A-1	核種 Y-2
拡散係数 (m^2/yr)	9.46×10^{-3}	9.46×10^{-3}	9.46×10^{-3}	9.46×10^{-3}	9.46×10^{-3}
溶解度 (mol/yr)	3.50×10^{-8}	3.50×10^{-4}	3.50×10^{-6}	3.50×10^{-6}	3.50×10^{-4}
半減期 (yr)	2.15×10^5	3.50×10^3	4.00×10^7	2.15×10^3	3.50×10^6
空隙率	$\varepsilon = 0.33$				
初期核種量 (mol)	10.71	0.1	0.1	10.71	0.1
吸着係数 α	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0
吸着係数 β	0.0	0.0, 10^2 , 10^4	0.0	0.0	0.0, 10^2 , 10^4

これらのケースに対し、それぞれ 100 分割、20 分割、7 分割での 10^4 年後の放出率を比較し、100 分割からの誤差がどの程度に収まるかを調べた。

まず、解析結果例を図 10.1-2 に示す。

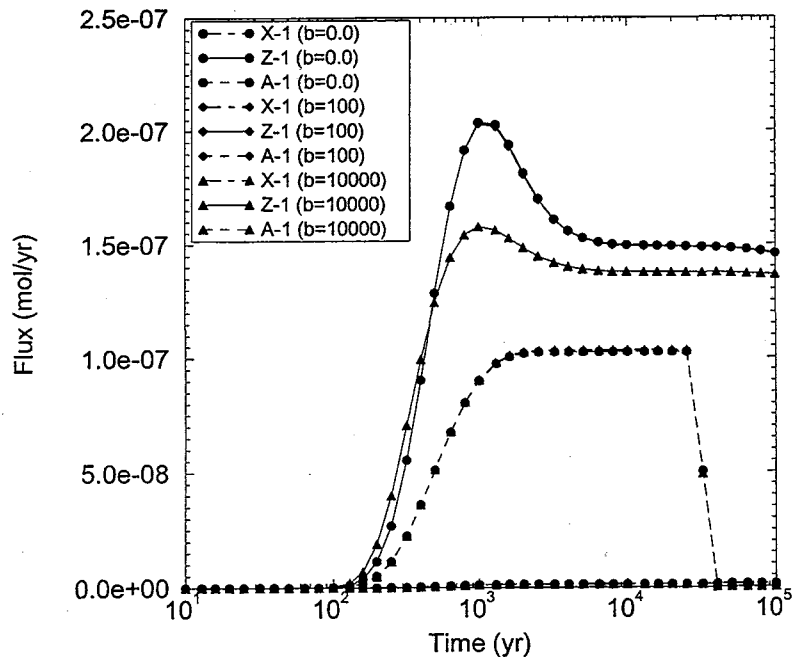


図 10.1-2 : Meshnote による解析結果:緩衝体外部における放出率の時間履歴
 $\beta = 0.0, 10^2, 10^4$ 100 分割

次に各ケースにおいて、核種ごとに 10^4 年後時の100分割からの誤差を調べた。その結果の中で誤差が最大なものを10.1-2に示す。

表 10.1-2 : Meshnote による解析結果
吸着係数 (β) / 分割数による放出率 (10^4 年後) の違い (誤差最大なもの)

		$\beta = 0.0$	$\beta = 10^2$	$\beta = 10^4$
20 分割	100 分割時からの誤差	0.07%	0.08%	0.08%
7 分割	100 分割時からの誤差	0.46%	0.46%	0.49%

以上の結果から確認できるように、20 分割時の結果は100 分割時からの誤差が0.1%以内、また7 分割時の結果は100 分割時からの誤差が0.5%以内に収まっている。複数崩壊系列が存在する場合でも、非線形吸着を考慮することにより解の精度に影響は見られない。

10.1.3 解析結果のまとめ

以上2 ケースの結果からもわかるように、非線形吸着項の係数を変化させることにより、緩衝体外部への放出率の履歴は変化するが、解の精度には影響を与えないものと思われる。従って非線形吸着項を考慮した場合でも、昨年度ベンチマーク結果から得られた、

- 100 分割時と比較し、誤差 0.1%以内に収めるためには、20 分割以上
- 100 分割時と比較し、誤差 0.5%以内に収めるためには、7 分割以上

が必要なことが確認された。

10.2 境界条件について

本節では、境界条件を与える Reservoir, Mixing Cell(地下水流量) について考察を加える。

10.2.1 Meshnote コードでの境界条件／離散化

まず簡単に Meshnote コードのアルゴリズムおよび、境界条件の与え方を説明する。

(1) 計算モデル

Meshnote は有限差分法を用いており、セル分割は下記の通り等分割により行なう。(図 10.2-3参照)

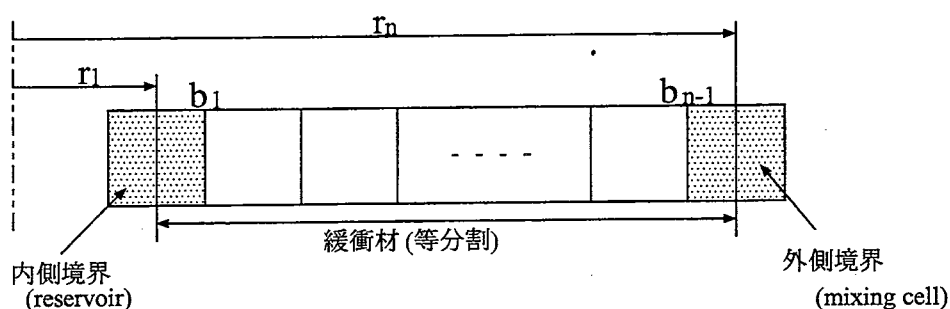


図 10.2-3 : Meshnote の計算モデル

ここで、注意すべき点は、Reservoir, Mixing Cell の体積 (パラメータにより与えられる) は、空間分割法に何ら影響を与えず、緩衝材を何分割するかによってのみすべての緩衝材中セルのサイズは決まってしまうことである。(図中 b_1, b_{n-1} の位置も Reservoir, Mixing Cell の体積の影響は受けない)

(2) 離散化の方法

各濃度はセル中心で定義され、以下の式に従い離散化される。

$$V_n \frac{A_n^{t+\Delta t} - A_n^t}{\Delta t} = \varepsilon S_L J_{n-1}^{t+\Delta t} - \varepsilon S_R J_n^{t+\Delta t} \quad (10.2)$$

$$J_n^{t+\Delta t} = -D \frac{C_{n+1}^{t+\Delta t} - C_n^{t+\Delta t}}{\Delta r} \quad (10.3)$$

$$C_n^{t+\Delta t} = \gamma_n^t A_n^{t+\Delta t} \quad (10.4)$$

$$S_L = 2\pi \Delta r \left(r_n - \frac{\Delta r}{2} \right) \quad (10.5)$$

$$S_R = 2\pi \Delta r \left(r_n + \frac{\Delta r}{2} \right) \quad (10.6)$$

ここで、 A_n : n 番目のセルにおける全濃度

C_n : n 番目のセルにおける溶液濃度

V_n : n 番目のセル体積

S_L : n 番目のセルの内側側面積

S_R : n 番目のセルの外側側面積

γ : C_n と A_n との関係式

ε : 空隙率

J_n : n 番目のセルと $n+1$ 番目のセルとの間での浸出率

これらの式に基づき、総濃度 A に関する連立一次方程式が作成され、これを解くことにより $t + \Delta t$ の各濃度が得られる。

(3) 内側境界条件

内側境界である Reservoir では、隣 (外側) のセルへの浸出のみを考慮する。

$$V_1 \frac{A_1^{t+\Delta t} - A_1^t}{\Delta t} = -\varepsilon S_R J_1^{t+\Delta t} \quad (10.7)$$

但し、 V_1 には Reservoir の体積を用いる。

(4) 外側境界条件

外側境界である Mixing Cell では、隣 (内側) のセルからの浸出と、外部 (地下水) への浸出を考慮する。外部への浸出量は、地下水流量 Q_{mix} (パラメータで与える) と Mixing Cell における核種の溶液濃度 C_n とを乗じた形で与えられる。

$$V_n \frac{A_n^{t+\Delta t} - A_n^t}{\Delta t} = \varepsilon S_L J_{n-1}^{t+\Delta t} - Q_{mix} C_n^{t+\Delta t} \quad (10.8)$$

但し、 V_n には Mixing Cell の体積を用いる。

10.2.2 Meshnote コード内での Reservoir, Mixing Cell, Qmix の役割

前節で示したように、Reservoir, Mixing Cell の体積、および地下水量 Q_{mix} は、境界条件を設定する目的でのみ存在し、セルの分割などには影響を与えない。

図 10.2-4 に示すのは、全濃度 A に関する連立一次方程式を LU 分解法で解く際に用いる係数を決定するルーチン (matvec.f) であり、この中で用いている TLEFT(n), TRIGHT(n) はルーチン derive.f で与えられる (図 10.2-5)。(TLEFT(n), TRIGHT(n) は、 n 番目のセルと、 $n-1$ 番目、 $n+1$ 番目のセルとの境界を定義する量で、式 10-2 中 $S_L/V_n, S_R/V_n$ に拡散係数などの定数を乗じたものである。)

また、Reservoir の体積は VOL、Mixing Cell の体積は VMIX、地下水流量は FMIX で与えられ、これらの値はコード中他の場所では、一切使用されていない。

従って、Reservoir, Mixing Cell の体積および地下水量 Q_{mix} の値を変化させても、境界条件が変わるだけで、解の精度、安定性に影響を与えることはないと思われる。

```

SUBROUTINE MATVEC(INUC, IND, H, VL, VD, VU, RHS)
C
  INCLUDE 'PARCOM.FOR'
C
  DIMENSION VL(*),VD(*),VU(*),RHS(*)
C
  IEL=IELNUM(INUC)
C
  DO 100 J=1,NR
C
    RHS(J)=A(J,INUC,IND)
C
    IF (J.GT.1) THEN
      VL(J)= -H*TLEFT(J)*GAMMA(J-1,IEL)
      VD(J)=  H*TLEFT(J)*GAMMA(J,IEL) + 1.0
    ELSE
      VL(J)=0.0
      VD(J)=1.0
    ENDIF
C
    IF (J.LT.NR) THEN
      VU(J)= -H*TRIGHT(J)*GAMMA(J+1,IEL)
    ELSE
      VU(J)=0.0
    ENDIF
    VD(J)=  H*TRIGHT(J)*GAMMA(J,IEL) + VD(J)
C
  100 CONTINUE
C
  RETURN
  END
```

図 10.2-4 : matvec.f

```

SUBROUTINE DERIVE
C
  INCLUDE 'PARCOM.FOR'
  PARAMETER(ONE=1.0D0)
C
C SET UP LEFT AND RIGHT FIXED FACTORS FOR VECTORS
C
  DRHALF=DR/2.0
  FACTOR=PHI*D/DR
  DO 10 I=1,NR
    RI=RO+(I-1)*DR
    DVOL=2.0*PI*RI*DR*RLEN
    SLEFT=2.0*PI*(RI-DRHALF)*RLEN
    IF (I.EQ.1) THEN
      TLEFT(I)= SLEFT*FACTOR/VOL
    ELSEIF (I.EQ.NR) THEN
      TLEFT(I)= SLEFT*FACTOR/VMIX
    ELSE
      TLEFT(I)=SLEFT*FACTOR/DVOL
    ENDIF
    SRIGHT= 2.0*PI*(RI+DRHALF)*RLEN
    IF (I.EQ.1) THEN
      TRIGHT(I)=SRIGHT*FACTOR/VOL
    ELSE
      TRIGHT(I)=SRIGHT*FACTOR/DVOL
    ENDIF
  10 CONTINUE
  TRIGHT(NR)=FMIX/VMIX
C
C CALCULATE MAXIMUM CAPACITIES UP TO THE SOLUBILITY LIMITS
C
  DO 30 I=1,NEL
    CAPAC(I)=PHI*SOLLIM(I)+(ONE-PHI)*SALPHA(I)*SOLLIM(I)/
    > (ONE+SBETA(I)*SOLLIM(I))
    CAPMIX(I)=PMIX*SOLLIM(I)+(ONE-PMIX)*XALPHA(I)*SOLLIM(I)/
    > (ONE+XBETA(I)*SOLLIM(I))
    TCELL(I)=0.0
    MXCELL(I)=0
  30 CONTINUE

  RETURN
  END

```

⊗ 10.2-5 : derive.f

10.2.3 Reservoir の体積に関する感度解析

本節では、Reservoir の体積を変化させることによって、解析結果にどのような影響が見られるか／解の精度に影響が見られるかに注目してベンチマークを実施した。

ベンチマークとしては、核種が単独で崩壊するケースを Reservoir の体積をパラメータに実施した。各パラメータの値は以下の通りであり、

拡散係数	$9.46 \times 10^{-3} \text{m}^2/\text{yr}$
溶解度	$3.50 \times 10^{-4} \text{mol}/\text{m}^3$
半減期	$2.15 \times 10^5 \text{yr}$
空隙率	$\varepsilon = 1.00$
初期核種量	10.71mol
Reservoir 体積	$10^{-6}, 10^{-4}, 10^{-2}, 10^0 \text{m}^3$

それぞれのケースごとに、100 分割, 20 分割, 7 分割の解析を行ない、20 分割時, 7 分割時の解析結果が 100 分割時のものと比較して、どの程度の誤差に収まっているかを調べた。なお誤差評価は、 $10^4, 10^6$ 年時の緩衝材外部への放出率にて行なった。表 10.2-3 に結果を示す。

表 10.2-3 : Meshnote による解析結果: 緩衝体外部における放出率
($10^4, 10^6$ 年後) 100, 20, 7 分割

		Reservoir の体積 (m^3)			
		1.0×10^{-6}	1.0×10^{-4}	1.0×10^{-2}	1.0×10^0
10^4 年時の放出率 (mol/yr)	100 分割	3.809×10^{-5}	3.809×10^{-5}	3.809×10^{-5}	3.809×10^{-5}
	20 分割	3.810×10^{-5}	3.810×10^{-5}	3.810×10^{-5}	3.810×10^{-5}
	誤差	0.03%	0.03%	0.03%	0.03%
	7 分割	3.822×10^{-5}	3.822×10^{-5}	3.822×10^{-5}	3.822×10^{-5}
10^6 年時の放出率 (mol/yr)	誤差	0.34%	0.34%	0.34%	0.34%
	100 分割	3.798×10^{-5}	3.798×10^{-5}	3.798×10^{-5}	3.798×10^{-5}
	20 分割	3.799×10^{-5}	3.799×10^{-5}	3.799×10^{-5}	3.799×10^{-5}
	誤差	0.03%	0.03%	0.03%	0.03%
	7 分割	3.811×10^{-5}	3.811×10^{-5}	3.811×10^{-5}	3.811×10^{-5}
	誤差	0.33%	0.33%	0.33%	0.33%

表より明らかなように、Reservoir の体積を変化させることにより、解の精度への影響は全く見られない。というよりはむしろ、Reservoir の体積を変化させても、放出率への影響が全く見られていない。この事実は、Reservoir の体積がセル分割のモデルなどに影響を与えていないことを裏付けるものである。

内側境界についても、核種が十分にインベントリ (=Reservoir) 内に存在する間は、インベントリ内は過飽和な状態にあり、Reservoir 濃度が溶解度によって規定されるため、体積に影響は受けない。

初期核種量が極めて少ない場合

前ページで述べたように、核種が十分にインベントリ内にある場合には、Reservoir 濃度は溶解度によって規定される。しかし、初期核種量が極めて少ない場合には、解析中に Reservoir 内に沈澱がなくなり、それ以降は隣接セルとの Flux のやりとりにより濃度が規定される。

このようなケースの場合には、Reservoir に可溶な核種量は

$$(\text{Reservoir 体積}) \times (\text{溶解度})$$

で決定されるため、体積が大きいほど、早く未飽和な状態になるはずである。

以下に、解析途中で核種が枯渇する場合の解析結果を示す。なお各パラメータは、核種量以外は前ケースと同様のものを用いた。

拡散係数	$9.46 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{yr}$
溶解度	$3.50 \times 10^{-4} \text{ mol}/\text{m}^3$
半減期	$2.15 \times 10^5 \text{ yr}$
空隙率	$\varepsilon = 1.00$
初期核種量	0.001 mol
Reservoir 体積	$10^{-6}, 10^{-4}, 10^{-2}, 10^0 \text{ m}^3$

緩衝体外部への核種放出率の時間履歴を図 10.2-6 に示す。

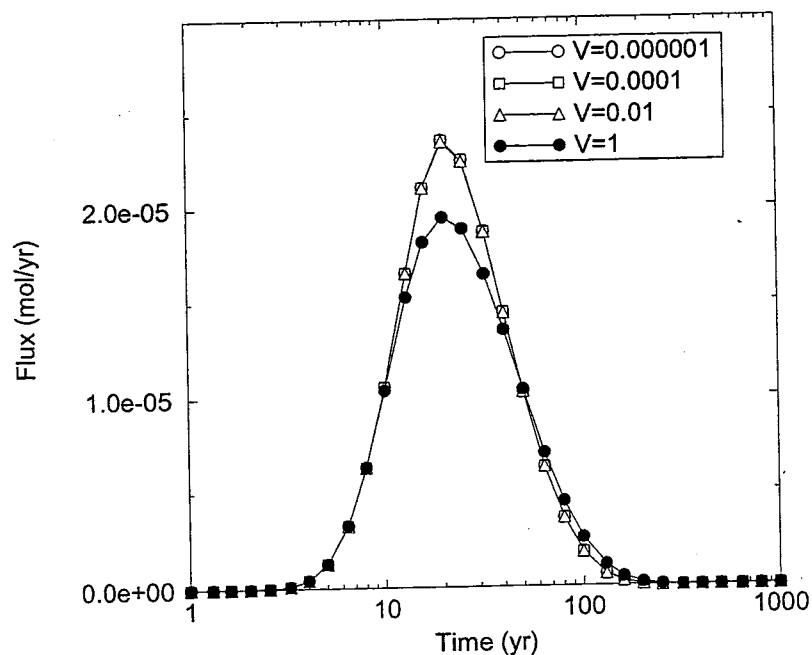


図 10.2-6 : Meshnote 解析結果:緩衝体外部への放出率の時間変化
Reservoir 体積を変化させた場合

グラフより、Reservoir 体積が 1 m^3 と大きいケースのみ、放出率のピークが低くなっているのが確認できる。これは、reservoir 体積が大きいために早くインベントリでの核種の枯

渴が起こっているためである。このように Reservoir の体積は、境界条件の決定すなわちインベントリの模擬に使用されている。

10.2.4 Mixing Cell の体積／地下水量 Q_{mix} に関する感度解析

本節では、外側境界条件を規定する Mixing Cell の体積、地下水量 Q_{mix} に関する感度解析を行なう。

Mixing Cell の体積に関する感度解析

核種が単独で崩壊するケースを Mixing Cell の体積をパラメータに実施した。各パラメータの値は以下の通りであり、

拡散係数	$9.46 \times 10^{-3} m^2/yr$
溶解度	$3.50 \times 10^{-4} mol/m^3$
半減期	$2.15 \times 10^5 yr$
空隙率	$\epsilon = 1.00$
初期核種量	10.71mol
Mixing Cell 体積	$5.0 \times 10^{-3}, 5.0 \times 10^{-2}, 5.0 \times 10^{-1}, 5.0, 5.0 \times 10^1 m^3$

それぞれのケースごとに、100 分割, 20 分割, 7 分割の解析を行ない、20 分割時, 7 分割時の解析結果が 100 分割時のものと比較して、どの程度の誤差に収まっているかを調べた。なお誤差評価は、 10^4 年時の緩衝材外部への放出率にて行なった。表 10.2-4 に結果を示す。

表 10.2-4 : Meshnote による解析結果: 緩衝体外部における放出率
(10^4 年後) 100, 20, 7 分割

	Mixing Cell の体積 (m^3)				
	5.0×10^{-3}	5.0×10^{-2}	5.0×10^{-1}	5.0×10^0	5.0×10^1
100 分割	3.809×10^{-5}	3.809×10^{-5}	3.809×10^{-5}	3.809×10^{-5}	3.809×10^{-5}
20 分割	3.810×10^{-5}	3.810×10^{-5}	3.810×10^{-5}	3.810×10^{-5}	3.810×10^{-5}
誤差	0.03%	0.03%	0.03%	0.03%	0.03%
7 分割	3.822×10^{-5}	3.822×10^{-5}	3.822×10^{-5}	3.822×10^{-5}	3.822×10^{-5}
誤差	0.34%	0.34%	0.34%	0.34%	0.34%

表から明らかなように、Mixing Cell の体積による解の精度の変化は認められない。これは、前節 Reservoir の体積に関する感度解析と同様に、Mixing Cell の体積は、実際のセル分割には反映されていないためと思われる。

Qmix 量に関する感度解析

核種が単独で崩壊するケースを Qmix の値をパラメータに実施した。各パラメータの値は以下の通りである。

拡散係数	$9.46 \times 10^{-3} m^2/yr$
溶解度	$3.50 \times 10^{-4} mol/m^3$
半減期	$2.15 \times 10^5 yr$
空隙率	$\varepsilon = 1.00$
初期核種量	10.71mol
Qmix	$10^4, 10^3, 10^2, 10^1, 1.0, 10^{-1} m^3$

これらの解析ケースでは、Qmix の値によって緩衝体外部への放出量に違いが生じることが予想されるため、十分大きな (Qmix= $10^4 m^3$) 場合と比較し、各ケースの放出量がどの程度のずれに収まるかについて検討した。なお誤差評価は、 10^4 年時の緩衝材外部への放出率にて行なった。表 10.2-5、図 10.2-7に結果を示す。

表 10.2-5 : Meshnote の解析結果: 10^4 年後の緩衝体外部への放出率
Qmix の大きさとの関係

Qmix(m^3)	10^4	10^3	10^2	10^1	10^0	10^{-1}
放出率 ($10^{-5} mol/yr$)	3.800	3.800	3.796	3.759	3.426	1.816
Qmix= 10^4 からのずれ	—	0.00%	0.11%	1.08%	9.84%	52.2%

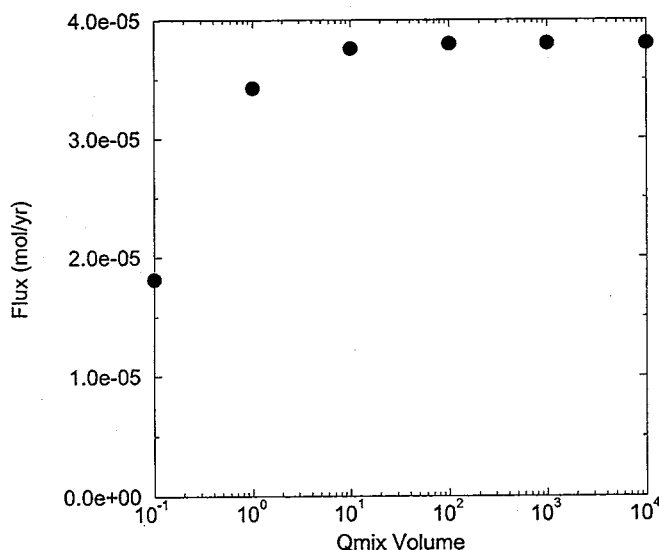


図 10.2-7 : Meshnote の解析結果: 10^4 年後の緩衝体外部への放出率
Qmix の大きさとの関係

表、グラフより、 Q_{mix} を小さくすると外部への放出率が小さくなることが確認できる。
これは、緩衝体外部への放出率が

$$(MixingCell \text{ における濃度}) \times (Q_{mix})$$

により与えられるため、 Q_{mix} が小さいケースでは Mixing Cell に流入してきた核種量を外部へ完全には放出できなくなるために起こる現象であると思われる。

ここで例として $Q_{mix} = 1.0$ 時の各値を用いて Mixing Cell への流出入を概算し、両者が釣り合うための Q_{mix} を求める。

$$\begin{aligned} \cdot \text{流入 } F_{in}(mol/yr) &= \varepsilon S_L \left(D \frac{C_{mix-1} - C_{mix}}{\Delta r} \right) \\ &= 1.00 \times 18 \times (9.46 \times 10^{-3}) \times (8.7 \times 10^{-6}) / 0.033 \\ &= 4.5 \times 10^{-5} \\ \cdot \text{流出 } F_{out}(mol/yr) &= Q_{mix} \times C_{mix} \\ &= Q_{mix} \times (1.1 \times 10^{-4}) \end{aligned}$$

これら、両者が釣り合う条件から

$$Q_{mix} = (4.5 \times 10^{-5}) / (1.1 \times 10^{-4}) = 0.41(m^3/yr)$$

と求まる。

図 10.2-7 を見ても、 Q_{mix} が 1.0 ~ 0.1 付近を境に急激に放出率が低下しており、この現象は Mixing Cell に流入してきた核種量を外部へ完全には放出できなくなるために起こるものであることが説明付けられる。

10.2.5 Reservoir/Mixing Cell に関するベンチマークのまとめ

以上、両側境界条件を決定する

- Reservoir 体積
- Mixing Cell 体積
- Q_{mix} 流量

に関するベンチマークを、コード内部の検討を加えながら行なってきた。

その結果、これら全ては解の精度に影響を与えることはなく、境界条件を設定するためのみに存在する変数であることが示された。従ってその値は、利用者が目的に応じて設定することが望ましいと思われる。

例えば、実現象を模擬するには、

- Reservoir の体積 をキャニスターの体積 に設定する

ことが適当であろう。これにより、キャニスター内に過飽和の核種が徐々に浸出し、枯渇する現象が正しく模擬されるものと思われる。

また、Reservoir の体積を小さく設定することで、内側境界を Dirichlet 型の濃度規定境界 (溶解度に等しい) に疑似的に設定できる。

10.3 自動時間増分機能について

本節では、Meshnote が独自に有している時間増分機能について考察を加える。ベンチマークとしては、崩壊系列中に極端に半減期が短い核種を疑似的に挿入し、タイムステップがそれに応じて短くなるかを中心に調べる。

Meshnote コードにおけるタイムステップ設定の概要は、以下の通りである。

1. Δt のタイムステップと、 $\Delta t/2$ のタイムステップを2度繰り返した計算をそれぞれ行ない、 $t + \Delta t$ での濃度値を二通りの方法で求める。
2. 二通りの濃度結果 ($C^1(r, t + \Delta t)$, $C^2(r, t + \Delta t)$) を全てのセル、全ての核種で比較し、その最大誤差

$$Error_{max} = \max \frac{|C^1(r, t + \Delta t) - C^2(r, t + \Delta t)|}{|C^1(r, t + \Delta t) + C^2(r, t + \Delta t)| + \varepsilon} \quad (10.9)$$

を算出する。

3. ここで、誤差許容値を Tol とすると、

- (a) 誤差が許容値を越える時 ($Error_{max} > Tol$)

タイムステップを決定し直し、再計算する。再計算する時のタイムステップは次式で与えられる。

$$(\text{再計算のための } \Delta t) = \Delta t \times 0.9 \sqrt{\frac{Tol}{Error_{max}}} \quad (10.10)$$

- (b) 誤差が許容範囲の時 ($Error_{max} < Tol$)

現タイムステップは Δt のまま用い、次のタイムステップを以下の式で求める。

$$(\text{次タイムステップの } \Delta t) = \Delta t \times 0.9 \sqrt{\frac{Error_{max}}{Tol}} \quad (10.11)$$

従って、濃度勾配が急な領域ではタイムステップは細くなり、緩やかな領域では大きくなる。

以下では、この機能確認のため、半減期の短い核種を含まない例と含んだ例で解析を行ない、タイムステップの変化を調べた。なお、このベンチマークのために Meshnote コードの改良を実施し、各タイムステップを出力するように変更を加えた。

10.3.1 半減期が短い核種を含まない場合

まず、半減期が短い核種を含まない場合について、タイムステップの変化を調べた。ベンチマークに使用した崩壊系列、各パラメータは以下の通り。なお、分割数は30(分割幅=0.0327m)とした。

- 崩壊系列
系列 : $X \Rightarrow Y$
- 各パラメータ

	核種 X	核種 Y
拡散係数 (m^2/yr)	9.46×10^{-3}	9.46×10^{-3}
溶解度 (mol/yr)	3.50×10^{-4}	3.50×10^{-4}
半減期 (yr)	2.15×10^6	2.15×10^8
空隙率	$\varepsilon = 0.33$	
初期核種量 (mol)	10.00	0.0
吸着係数 α	180.	18.0
吸着係数 β	0.0	0.0

まず、緩衝体外部への放出率の履歴を図 10.3-8に示す。

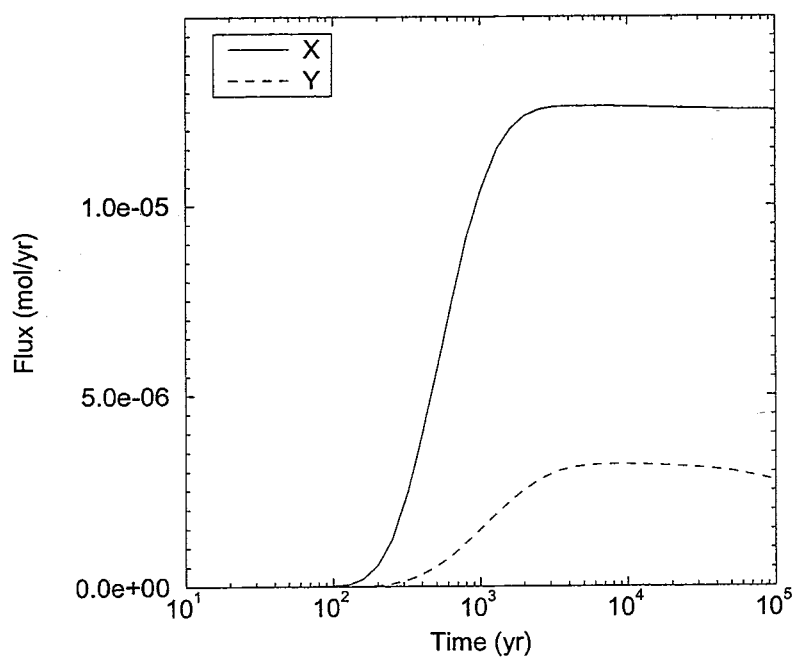


図 10.3-8 : Meshnote による解析結果:緩衝体外部における放出率の時間履歴

続いてタイムステップの推移を図 10.3-9に示す。

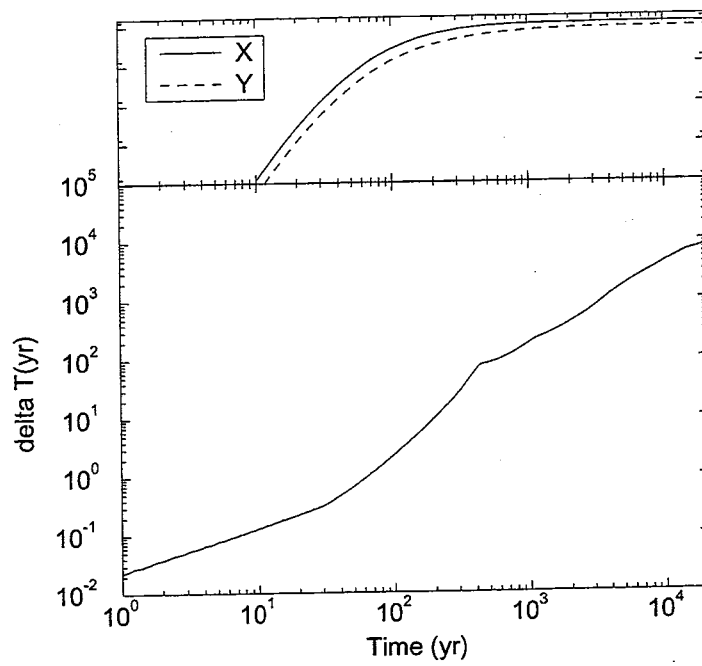


図 10.3-9 : Meshnote による解析結果:タイムステップの時間履歴
(Log-Log scale)

グラフより、徐々にタイムステップが増加し、定常状態に近付くに連れて大きくなって
いるのが確認できる。

10.3.2 半減期が短い核種を含む場合

続いて、前節の崩壊系列内に半減期が短い核種が含まれる場合についてベンチマークを行ない、タイムステップの変化を調べた。ベンチマークに使用した崩壊系列、各パラメータは以下の通り。なお、分割数は30(分割幅=0.0327m)とした。

- 崩壊系列

系列：X $\Rightarrow$ Z $\Rightarrow$ Y

- 各パラメータ

	核種 X	核種 Z	核種 Y
拡散係数 (m^2/yr)	9.46×10^{-3}	9.46×10^{-3}	9.46×10^{-3}
溶解度 (mol/yr)	3.50×10^{-4}	3.50×10^{-4}	3.50×10^{-4}
半減期 (yr)	2.15×10^6	(後述)	2.15×10^8
空隙率	$\varepsilon = 0.33$		
初期核種量 (mol)	10.00	0.0	0.0
吸着係数 α	18.0	18.0	18.0
吸着係数 β	0.0	0.0	0.0

前節の崩壊系列の中間に、崩壊系列の短い核種 Z を仮想的に挿入した形となっている。核種 Z の半減期は以下の通り 3 通り設定し、核種 Z の半減期とタイムステップの相関関係に注目しベンチマークを行なった。

	ケース 1	ケース 2	ケース 3
核種 Z の半減期 (yr)	2.15×10^1	2.15×10^2	2.15×10^3

図 10.3-10～10.3-12に 3 ケースそれぞれのタイムステップ推移および緩衝体外部への放出率の推移を示す。

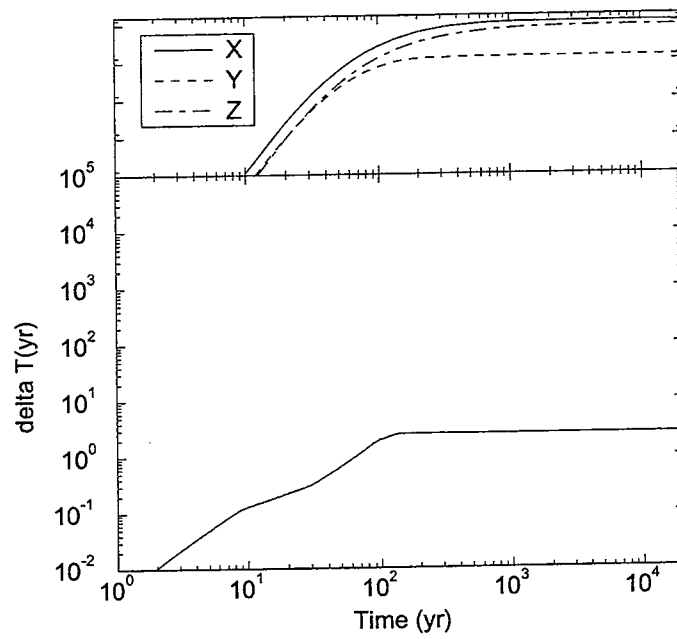


図 10.3-10 : ケース 1 : Meshnote による解析結果:タイムステップの時間履歴 (Log-Log scale)

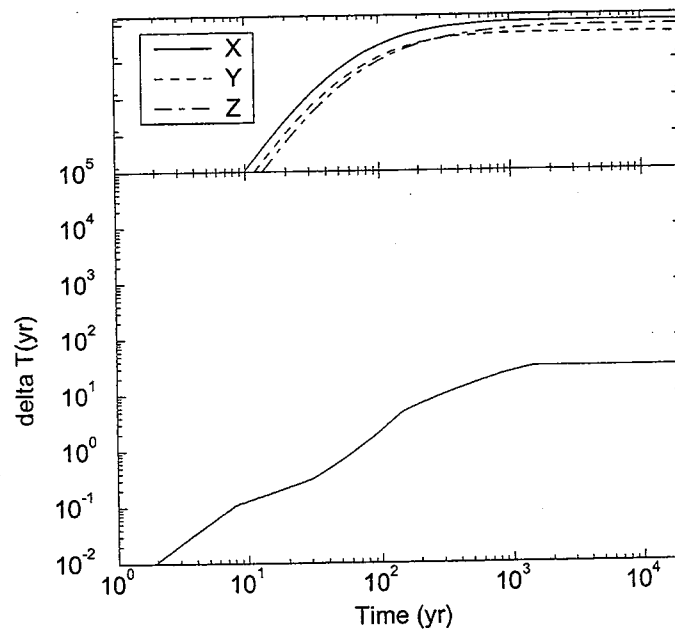


図 10.3-11 : ケース 2 : Meshnote による解析結果:タイムステップの時間履歴 (Log-Log scale)

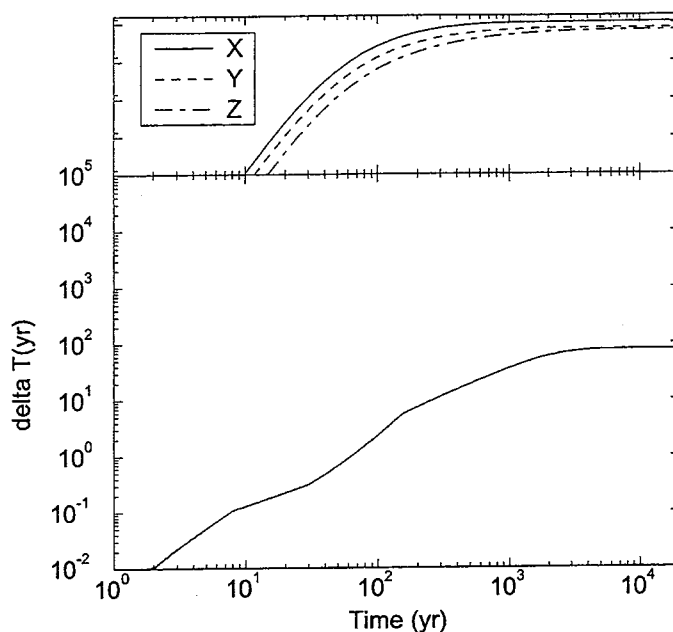


図 10.3-12 : ケース 3 : Meshnote による解析結果:タイムステップの時間履歴
(Log-Log scale)

グラフより、時間の経過と共に徐々にタイムステップが大きくなっているのが確認できる。また、どのケースでも中間に挟まれた核種 Z を解析し損ねることなく、正しく模擬できている。

また、以下の表 10.3-6 にも示すように、各解析ケースにおけるタイムステップの最大値は、崩壊系列中で一番短い半減期を持つ核種に合わせて自動的に設定されていることが確認できる。

表 10.3-6 : 各解析ケース中のタイムステップ最大値 および 半減期の最小値

	(10.3.1 節)	ケース 1	ケース 2	ケース 3
最小半減期 (yr)	(2.15×10^6)	2.15×10^1	2.15×10^2	2.15×10^3
最大タイムステップ (yr)	(3294)	2.47	30.0	77.7

10.3.3 解析結果のまとめ

このように Meshnote の自動時間増分機能は、半減期の極端に短い核種を含んだ解析でも正確に動作することが確認された。

これは、崩壊系列中に短い半減期の核種が存在し、たとえ初期状態では存在しないような場合でも、始めの数ステップ後には極微量ではあるが生成されることによるためであろう。グラフ上では親核種の濃度が立ち上がった後時間を経てから、娘核種の濃度が立ち上がっているように見える。しかし、各タイムステップに注目すれば、その間に親核種の崩壊→娘核種の生成は必ず起こっているはずであり、その次のタイムステップ間には娘核種の崩壊→娘の娘核種の生成が微量であれ起こっている。

Meshnote の時間決定方法では、全セル／全核種の濃度を監視しているため、少なくとも始めの数ステップ以降は、崩壊系列全体の全核種の濃度変化を監視していることになる。また、初期のタイムステップは非常に短く設定されているため、以上のような理由により、半減期が極端に短い核種が崩壊系列中に含まれていても、その存在を読み飛ばすようなことはないと思われ、ベンチマーク結果もこれを裏付けるものとなっている。

11. 「Release/Meshnote」本年度研究のまとめ

本年度研究では、昨年度に引続きニアフィールド核種移行解析コード Release と Meshnote について、より複雑なケースでのベンチマークを行ない、昨年度得られた指針が複雑なケースでも成立するものかについて考察を加えた。その結果、

Release:時間分割 各核種が単独で崩壊すると仮定し、昨年度結果

$$\Delta t = \kappa \frac{R}{D} (\Delta r)^2 \quad (11.1)$$

$$R = 1 + \frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon} Kd \cdot \rho \quad (11.2)$$

(ここで ΔT :タイムステップ (yr)、 R :遅延係数、 Δr :分割幅、 D :拡散係数 (m^2/yr)
 ε :空隙率、 Kd :分配係数 (m^3/kg)、 ρ :緩衝材密度 (kg/m^3) k :定数 (1.00) である。) に従って、各々のタイムステップ上限を決定後、崩壊系列中で最も小さいものに設定すれば良い。

Release/Meshnote:空間分割 昨年度結果

Release	100 分割時から ($\Delta r = 0.0098m$)	誤差 0.1%以内	15 分割以上 ($\Delta r = 0.065m$)
		誤差 0.5%以内	7 分割以上 ($\Delta r = 0.140$)
Meshtnote	100 分割時から ($\Delta r = 0.0098m$)	誤差 0.1%以内	20 分割以上 ($\Delta r = 0.049m$)
		誤差 0.5%以内	7 分割以上 ($\Delta r = 0.140$)

と同様に設定すればよい

ことが示された。

これは以下のような理由によるものであろう。時間/空間的に安定か否かを決定する条件は、あるセル内での濃度勾配によって決定される。この勾配が解析全体で最も急になるのは、解析開始直後の最内側のセルで起こると思われる。たとえ、解析中に溶解度分割が起ころうが、崩壊/生成が起ころうとも、解析開始直後の最内側セルでの濃度勾配と比較するとはるかに小さい。

従って、解析全体の条件はここで決定されることになり、これを与えるのが昨年度のベンチマーク結果である。このため、より複雑なケースでも結果に影響はないものと思われる。

一方、Meshnote 特有の機能に関しても

- 非線形吸着に関する解の精度／安定性
- 境界条件決定に必要な Reservoir(内側)、Mixing Cell(外側) の体積、地下水量 (Q_{mix}) が解析結果に及ぼす影響
- 自動タイムステップ決定機能の妥当性

に関する検討が行なわれた。

非線形吸着に関する解の精度／安定性については、吸着係数を変化させても解の精度に影響がないことが確かめられた。

Reservoir, Mixing Cell の体積、地下水量 (Q_{mix}) は、境界条件の設定のみに影響を及ぼし、解の精度自体を低下させるものではないことも示された。

また、半減期が短い核種の存在下では、それに応じ短いタイムステップが設定されることも確認された。

これらは、Meshnote の時間決定方法が、全セル／全核種の濃度を監視していることによるものと思われる。たとえ初期状態では存在しない核種でも、始めの数ステップ後には極微量ではあるが生成されることによるため、始めの数ステップ以降は、崩壊系列全体の全核種の濃度変化を監視していることになる。これにより、全セル／全核種を通じて一番条件の厳しいタイムステップが設定される。

参考文献

- [1] 洪水の数値予報 (その第一歩), 日野・太田・砂田・渡辺共著, 森北出版, 1990.
- [2] Peter S.Huyakorn, George F.Pinder,
"COMPUTATIONAL METHODS IN SUBSURFACE FLOW", Academic Press,
1983.
- [3] 我が国を対象とした地下水流動解析 その1 中部日本を対象とした地下水流動解析,
柳澤・今井・古屋・若松・梅田, PNC TN 7410 92-019, 1992.
- [4] Klaus A.Hoffmann, Steve T.Chiang,
"COMPUTATIONAL FLUID DYNAMICS FOR ENGINEERS VOLUME 1", 1993
- [5] V.Parthasarathy, Y.Kallinderis and K.Nalajima,
"A Navier-Stokes Method with Adaptive Hybrid Prismatic /Tetrahedral Grids",
AIAA-95-0670, 1995
- [6] C.A.J.Fletcher."Computational Techniques for Fluid Dynamics Volume II
", Springer-Verlag, 1988.
- [7] C.A.J.Fletcher."Computational Galerkin Methods", Springer-Verlag, 1984.
- [8] Dale A.Anderson, John C. Tannehill, Richard H. Pletcher."Computational Fluid
Mechanics and Heat Transfer", Hemisphere, 1984.
- [9] Suhas V. Patankar. "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere, 1980.
- [10] 矢川元基, "流れと熱伝導の有限要素法入門", 培風館, 1983.