

点熱源法による緩衝材の熱物性値測定法の開発

(動力炉・核燃料開発事業団 研究委託内容報告書)

技術資料		
開示区分	レポートNo.	受領日
Σ	J1600 97-004	9.5.15.
<p>この資料は技術管理室保存資料です                      閲覧には技術資料閲覧票が必要です                      動力炉・核燃料開発事業団 技術協力部技術管理室</p>		

1997年3月

この資料は、動燃事業団の開発業務を進めるため、特に限られた関係者だけに開示するものです。ついては、輻射、転載、引用等を行わないよう、また第3者への開示または内容漏洩がないように管理して下さい。また、今回の開示目的以外の殊には使用しないようのい特に注意して下さい。

本資料についての問合せは下記に願います。注)

〒319-11 茨城県那珂郡東海村大字村松4-33

動力炉・核燃料開発事業団

東海事業所 技術開発推進部 技術管理室

限 定 資 料

PNC ZJ1600 97-004

1997年3月

## 点熱源法による緩衝材の熱物性値測定法の開発

熊 田 俊 明\*

### 要 旨

本研究の目的は、高レベル放射性核廃棄物の地層処分に緩衝材として利用されるベントナイトの熱物性値を測定する簡便な方法の開発である。従来、この種の物質の熱伝導率の測定には線熱源法が利用されてきたが、試料が大きくなることや、温度変化を測定する熱電対で一定の起電力を得るため高い温度上昇が必要であり、かつ測定に長い時間を要する。このため含有水分の再分配などの難点があった。本研究では、線熱源をサーミスタ粒子の電気抵抗の温度変化を利用し、これを熱源と温度センサーとして用いて、発熱と同時に温度を測定して、試料の熱物性値を決定する。測定装置は、点熱源として球状の微小サーミスタ、電源として電池および電圧測定系から構成される。一方、解析ではセンサーを中央に挿入した試料部の熱伝導モデルを作成し、熱伝導の線形微分方程式を差分化してこれを数値解析した。試料の寸法はアクリル製容器（内容積、20mmφ×20mm）によって決まる。サーミスタ粒子は試料中央部に埋め、これに約0.1Wの発熱を与えて温度上昇測定した。熱物性値の決定は、数値計算による温度変化が測定値に合うように、計算に用いる熱伝導率を求める方法により行った。この測定法では、数秒の測定時間で数度の温度上昇により熱伝導率を決定できる。また、センサーの温度上昇が小さいことにより、サーミスタの電気抵抗の温度係数の変化や水分の再分配の影響を避けることができる。線熱源法と比較した利点は、試料にセンサーを挿入した状態で、水分含有率を変えることができることである。

---

\*本報告書は、熊田俊明が動力炉・核燃料開発事業団の委託により実施した研究内容の結果である。

契約番号：PNC ZJ1600 97-004

事業団担当部課室および担当者：環境技術開発部 地層処分開発室

谷 口 航

COMERTIAL PROPRIETARY

PNC ZJ1600 97-004

MARCH. 1997

Development of a Point Source Method Measuring Thermal Properties  
of Buffer Materials

Toshiaki Kumada\*

Abstract

The report deals with a point source method measuring thermal properties of bentonite, which is used as buffer materials in the repository of high level radioactive wastes. The measuring equipment consists of a small spherical bead of thermister as a point heat source and a temperature sensor, a power supply system and a system measuring voltage and current. A linear differencial equation of heat conduction is numerically solved with the finite different method for themodel of heat conduction a test section. The dimension of a cylindrical sample is  $20 \text{ mm}\phi \times 20\text{mm}$ , which is fixed with the cylindrical vessel made of acrylic resin. A thermister bead with lead wires is barried in the central portion of the sample. The power of about 0.1 W is supplied to the thermister bead and the transient of resulting temperature of the bead is measured and compared with the numerical results of the temperature histry. Thermal properties are determined so as to fit the temperature histry of numerical calculation with measured ones. This method can determine thermal properties based on the temperature history of few seconds and within few degrees of temperature rise of the heat source. The small temperature rise of the thermister bead needs to avoid the change of the dependence of electric resistivity on temperature and the redistribution of moisture content in the bentnite sample. The advantage of the point source method as compared with the line source method is to change easily the moisture content and the pressure in the sample.

---

Work performed by T.Kumada under contract with Power Reactor and Nuclear Fuel  
Development Corporation

PNC Liaison:

\* Division of Quantum Energy Engineering, Hokkaido University

## 目 次

1. はじめに	1
2. 従来の測定法（線熱源法）	3
2.1 熱伝導率の求め方	3
2.2 実験方法	4
2.3 熱伝導率の結果と評価	5
2.4 線熱源法と点熱源法の比較	
3. 点熱源法	8
3.1 定常測定法	8
3.1.1 測定原理	8
3.1.2 較正法	9
3.1.3 測定時間	10
3.2 非定常測定法	10
3.2.1 熱伝導式の解	10
3.2.2 熱物性値の求め方	11
4. 熱伝導モデルと数値解析	12
4.1 熱伝導モデル	12
4.2 基礎式の差分化	12
4.2.1 円柱座標（軸対称）	12
4.2.2 白金線の軸対称（ $r$ 、 $z$ ）系の離散化	13
4.3 数値計算フローチャート	18
4.4 熱伝導率の決定法	19
4.5 点熱源構造の影響	20
4.5.1 ガラス被膜の影響	20
4.5.2 白金線の影響	21
4.5.3 熱源寸法の影響	22
5. 測定法	24

5.1 測定回路	24
5.2 実験方法	25
5.3 実験結果	26
6. 実験値と計算値の比較	29
7. まとめ	31
8. 記号	32
9. 文献	33
10. 図、表一覧	34

## 1.はじめに

高レベルガラス固化体を地層処分する際に緩衝材として用いるベントナイトの熱物性値を知ることは、埋設された固化体の温度を知り、ガラスが変質温度以下に保持される条件を判断する上で重要である。ベントナイトは、地中において時間とともに水分含有率や周囲から受ける荷重が変化するので、これらのパラメータを変えて熱物性値を測定する必要がある。現在、ベントナイトの熱伝導率は、熱伝導モデルに基づかない方法で求めた整理式により計算されているが、この方法では整理に用いたデータの測定範囲以外の領域への適用は難しい。前報告<sup>(1)</sup>では、この点を改めるためベントナイトの熱伝導モデルを考案し、水分含有率や充填密度をパラメータとする相関式を提案した。しかし、現在のところベントナイトの熱伝導率の測定データは少なく、整理式を十分検証するのは、さらに種々条件について測定結果を得る必要があり、このため簡便な測定法の開発が望まれている。

従来、ベントナイトの熱伝導率は主として線熱源法<sup>(2)、(3)</sup>により充填密度や水分含有率を変えて測定されてきた。従来のベントナイトの熱物性値の測定法は線熱源であるため、試料が大きくなり、しかも測定のためには予め試料を作成して、それに長い孔を設けて測定用線状プローブを挿入する必要がある。このためプローブを挿入した状態で水分含有率を変えると試料内に発生する内圧によってセンサーが破損したり、試料の水分含有率を変えるのに1年以上も要するなどの欠点があった。また、発熱体と温度センサーを装着するためプローブの直径が4~10mmと太くなり、プローブと試料間の熱的接触抵抗などの影響を小さくするため、測定時間を長くする必要がある。このため、従来の測定法では測定値のバラツキが大きく、測定値に基づく高い精度の推算式を求めることができなかつた。また、水分含有率を変化させるのに1年程度の期間を要するため、水分含有率や充填率を変えた測定値を得るには多数の試料容器を必要とした。このような線熱源法の難点を解消し、短時間に簡便にベントナイトの熱物性値を測定する目的で、サーミスタを用いる点熱源法を考案した。

本測定法では、点熱源を予めベントナイト試料に埋め込み、水分含有率や充填率を一定範囲で変えて熱物性値を測定する方法を確立することを目標としている。点熱源はサーミスタの微小粒子(外径0.8mm~1.5mm)であるが、完全な球状熱源ではなく、かつ白金のリード線がついているため、試料中に完全な球体発熱源がある場合の解析解を利用できない。そこで、温度上昇が起きる範囲の熱源を含む試料の一定範囲の熱伝導モデルを構成し、これを差分法により数値解析した。熱伝導率の決定には、数値

計算による温度上昇が実測の温度上昇に合うように、数値計算コード内の熱物性値を決定することにより行った。また、サーミスタの実効的な外径や熱容量の決定が難しいため、水や氷のように熱物性値が良く知られている物質を試料として、数値計算値と水や氷の測定による温度の時間変化がよく合うように、サーミスタの実効的な外径や熱容量を未定係数を決定した。



## 2. 従来の測定法（線熱源法）<sup>(4)</sup>

### 2. 1 熱伝導率の求め方

緩衝材（ベントナイト）のように熱伝導率 $\lambda$ の小さい場合の熱伝導率を決定する際、広く利用されている方法は、試料中に定常熱流を与える方法である。この方法は、水分が含まれない場合には精度が良い方法となるが、水分があると試料中の定常温度勾配によって、試料中の水分の温度分布による再分配を引き起こす可能性がある。この問題の解決策として、水の再分配が起こらない程度の短い時間で測定をする非定常法が考えられる。非定常法として最も一般的なのが、プローブ法と呼ばれる線熱源を利用する方法で、緩衝材の熱伝導率の測定はこの方法により行われるのが通例である。

この方法では、直径に対して十分長い長さを持つ針状のプローブを試料の中心部に挿入し、一定の出力を与えてプローブを加熱する。温度はプローブの中心部に設置されている熱電対によって測定され、コンピュータによって記録される。プローブの長さが直径に対して十分長ければ、軸方向の熱輸送は無視でき、試料中心部の温度場は半径方向の1次元軸対称系で表すことができる。プローブを線熱源と近似できる場合には、式（2-1）によってプローブの温度上昇が計算できる。

$$T = \frac{-q}{4\pi\lambda_x} E_i\left(-\frac{r^2}{4a_x t}\right) \quad (2-1)$$

ここで、

$$E_i(-X) = \int_0^{\infty} \frac{1}{Z} e^{-Z^2} dZ \quad (2-2)$$

である。また、試料の熱伝導率 $\lambda_x$ と熱拡散率 $a_x$ は次式の関係である。

$$a_x = \frac{\lambda_x}{\rho_x C_{p,x}} \quad (2-3)$$

ここで、 $\rho_x$ ：試料の密度、 $C_{p,x}$ ：比熱である。式（2-1）は熱源の半径が小さく、十分長い時間がたったとき式（2-4）で近似することができる。

$$T = \frac{q}{4\pi\lambda_x} \ln(a_x t / r^2) \quad (2-4)$$

いま、時刻  $t_1$  と  $t_2$  における温度をそれぞれ  $T_1$ 、 $T_2$  とするとき、温度の差をとれば次式を得る。

$$T_2 - T_1 = \frac{q}{4\pi\lambda_x} \ln\left(\frac{t_2}{t_1}\right) \quad (2-5)$$

実際のプローブは有限の長さや半径、比熱をもつ円筒状の熱源であるために理想的な線熱源とは言えない。また試料に孔を設け、それにプローブを挿入するため、試料とプローブの間には熱抵抗がある。式(2-5)によれば、プローブの長さや半径の比が2.5倍を越え、温度波が試料の外側の境界に届かない条件で熱抵抗を無視できる程度に測定時間を決定することになる。

## 2. 2 実験方法

まず、試料(直径8cm、長さ25cm程度)の中心にドリルで穴をあけ、プローブを挿入する。この時、プローブと試料の熱的接触を良くするため穴の直径をプローブと同じ直径にし、プローブと試料の間の接触熱抵抗を最小限にするためプローブには挿入する前にシリコングリスを塗布する。プローブの発熱は約1Wで、温度測定に一定の温度上昇が必要であり、試料中の温度上昇や温度勾配が大きいと、試料が乾燥したり水分の再分配が起きるのを防ぐよう決めた出力である。このようにして、図2-1のように試料(ベントナイト)の中心に、プローブをさし込み、ステップ状の発熱をする。温度は、プローブ内の中心部に挿入された熱電対によって測定され、時間の関数として記録される。

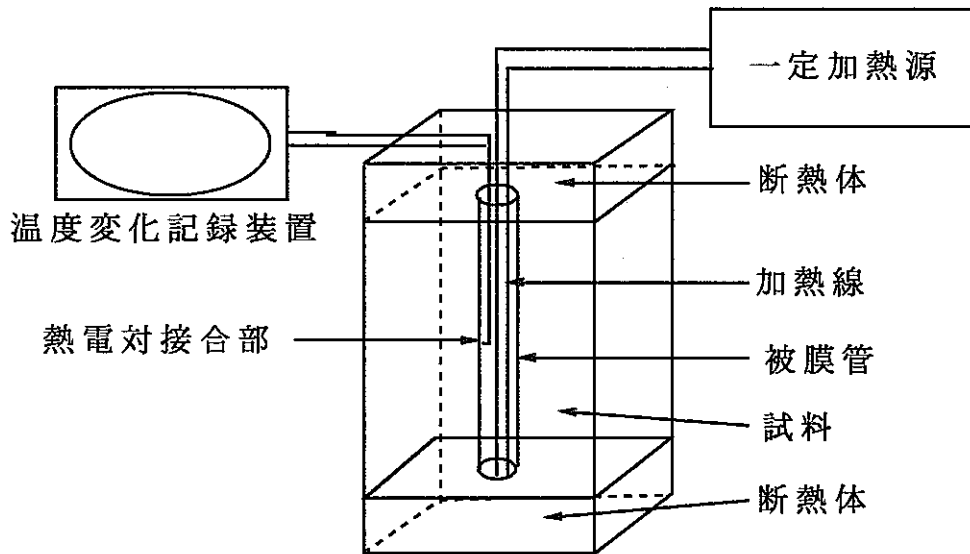


図 2 - 1 線熱源を用いた測定装置

### 2. 3 熱伝導率の結果と評価

熱伝導率  $\lambda_x$  は、式 (2 - 5) を変形した式 (2 - 6) により求める。

$$\lambda_x = \frac{q}{4\pi (T_2 - T_1)} \ln \frac{t_2}{t_1} \quad (2 - 6)$$

ここで、 $\Delta T = T_2 - T_1$  は時間  $t_1 \sim t_2$  の間におけるプローブの温度上昇である。

熱伝導率  $\lambda_x$  を評価するための適切な時間間隔は、片対数グラフで温度を時間の関数でプロットすることにより決定できる。式 (2 - 6) から、この関係は片対数グラフ上で直線になる。しかし、試料の境界による影響、プローブと試料の間の接触熱抵抗の影響などにより、熱伝導率は計算に用いる測定時刻によって大きく異なる。図 2 - 2 に示すように 50 ~ 400 秒の間ではほぼ一定となる。測定開始直後はプローブの直径の影響があり、測定終了間際には試料を無限媒質とみなせなくなるため直線からはずれる。この測定では、ポイド比が  $e = 1.5$ 、水飽和度  $S_r = 98\%$  の IBECO Na-ベントナイトの試料が用いら

れている。プローブの発熱量は、1 W、プローブの長さは8 cmである。このグラフから熱伝導率 $\lambda$ を求めると次のようになる。

$$\lambda = 1.08 \text{ W/m}\cdot\text{K}$$

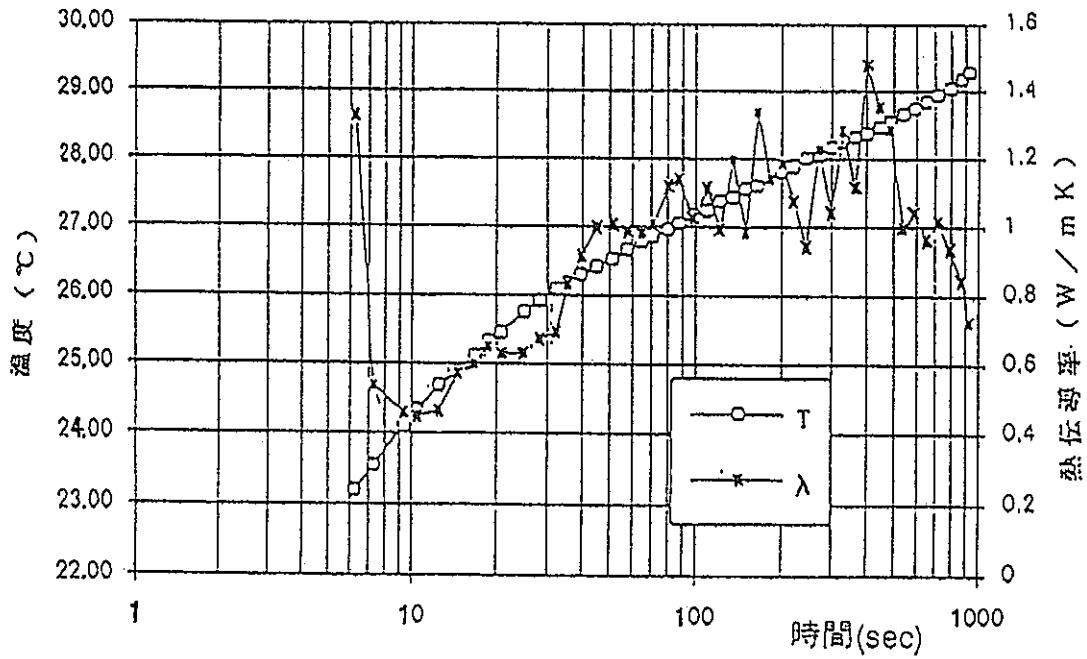


図 2 - 2 温度測定結果と熱伝導率の計算値

## 2. 4 線熱源法と点熱源法との比較

線熱源法の最大の利点は、サーミスタに加熱のための白金導線や銅リード線などがついている点熱源に比べて、無限試料中の無限線熱源の条件を実現できることであるが、欠点は以下の通りである。

1. 試料が大きいいためベントナイトの湿分量を変化させるのに長時間（試料寸法によって1年程度）を要する。
2. 試料に穴を設けて、その中にプローブを挿入する必要があり、そのためプローブとベントナイトとの接触熱抵抗を生じ、誤差の原因となる。
3. プローブが熱源や熱電対のために太くなり、線熱源として近似するためには測定に時間が長くなる。
4. 熱電対が拾うノイズを考えると $\sim 10^{\circ}\text{C}$ の温度上昇に相当する起電力が必要であり、かつ測定に長時間を要するために水分移動を生じる。

これらの欠点を克服するための方法として、試料にサーミスタを埋め込んだ状態で荷重や水分含有率を変えることのできる点熱源法を考案した。

### 3. 点熱源法

#### 3.1 定常測定法

「まえがき」で述べたように、実際の測定法での熱伝導率の決定では、温度場の熱伝導モデルについて数値計算を行い、測定値との比較により行う。ここでは、図 3-1に示すように、球状発熱体が無限の試料中にある場合の解に基づいて、測定原理の検討を行う。

##### 3.1.1 測定原理

点熱源法はサーミスタの利用により行われ、最近では医学分野で生体の熱物性値の決定などに利用されている。測定法の基本的な原理は、無限媒質中に球状熱源を挿入して、媒質または球体そのものの温度を測定することにより熱物性値を決定する。球体で発熱して、その電気抵抗の温度係数により温度を測定する方法が、温度の測定位置の誤差が少なく簡便であるため広く利用されている。この場合の点熱源の温度は、十分長い時間が経てば、次式で表される。

$$T = q\{a^2 - r^2 + 2a^2(\lambda_s/\lambda_x)\}/6\lambda_s \quad (0 < r < a) \quad (3-1)$$

$$T = qa^3/3\lambda_x \quad (r > a) \quad (3-2)$$

サーミスタの体積平均温度を  $T$  とすれば、 $T$  は次式で与えられる。

$$T = \{q/6\lambda_s \cdot (4\pi/3) \cdot a^3\} \int_0^a T_4 r^2 dr \quad (3-3)$$

$$= (q/2\lambda_s) \{(2/15)a^2 + (2/3)a^2(\lambda_s/\lambda_x)\} \quad (3-4)$$

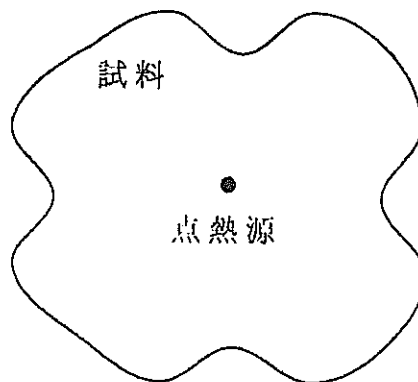


図 3-1 無限媒質中の点熱源

ここで、サーミスタの総発熱量 $Q=q(4\pi/3)a^3$ とすれば、

$$T=Q/\{4\pi a\lambda_x(1+\lambda_x/5\lambda_s)\} \quad (3-5)$$

したがって、サーミスタの熱伝導率と半径が分かれば、平衡温度を測定することによって試料の熱伝導率を決定できる。 $\lambda_x/5\lambda_s \ll 1$ であれば

$$T=Q/(4\pi a\lambda_x) \quad (3-6)$$

となる。したがって、発熱率とサーミスタの半径を決定することができれば、温度上昇を測定することにより、熱伝導率を決定できる。しかし、この場合は測定時間が約20秒以上と長くなり、温度上昇域は試料周辺にまで達する。実際にはサーミスタの熱伝導率は有限であり、式(3-5)の第2項を無視すると、10から20%の誤差となる。また、サーミスタとリード線の接続の仕方はサーミスタにリード線を差し込んだ構造であり、サーミスタ内の発熱分布は均一ではない。し

たがって、この意味でも式(3-6)で与えた関係を使うことはできない。式(3-6)はあくまでも測定原理を考えるためのものである。

### 3.1.2 較正法

サーミスタの熱伝導率は文献により知ることができるが、本測定法の場合のサーミスタ粒子は球形でないばかりか、サーミスタ粒子の中に細い白金線が挿入されている。このため無限媒質の中にある球形のサーミスタとして、実効熱伝導率を計算することはできない。また、粒子の形状が球形よりはラグビーボールのような形をしていることから、球とした場合の実効的な半径を決定しなければならない。このため、熱伝導率の正確に知られている水と氷について、式(3-5)温度上昇の測定を行い、これによってサーミスタの実効熱伝導率と実効半径を決定する。式(3-5)において、水と氷を用いた測定により温度上昇をそれぞれ $T_w$ 、 $T_i$ とすれば、次式を得る。

$$T_w=Q/4\pi a(1/5\lambda_s+1/\lambda_w) \quad (3-7)$$

$$T_i=(Q/4\pi a)(1/5\lambda_s+1/\lambda_i) \quad (3-8)$$

式(3-7)と(3-8)を連立して $a$ と $\lambda_s$ について解けばそれぞれ次式を得る。

$$\lambda_s=(T_w-T_i)/5\{T_i/\lambda_w-T_w/\lambda_i\} \quad (3-9)$$

$$a=(Q/4T_w)(1/5\lambda_s+1/\lambda_w) \quad (3-10)$$

### 3.1.3 測定時間

点熱源を無限媒質中にあるとするには、温度上昇への周囲の影響が表れない時間範囲での測定を考えなければならない。このとき点熱源から試料周辺までの距離のほぼ2倍を考えればよい。温度波が界面で反射してサーミスタの位置まで到達する時間は次式で与えられる。

$$a_s \tau / (2L_s)^2 \leq 0.03 \quad (3-11)$$

ここで、定数0.03はフーリエ数の値で、この値以下では温度波が距離  $L_s$  に到達しない。したがって、ベントナイトの温度伝導率を  $0.002$  から  $0.006 \text{ cm}^2/\text{s}$ 、 $L_s=1 \text{ cm}$  とすれば、測定時間  $\tau$  は次式で与えられる範囲内であればよい。

$$\tau = 20 \sim 60 \text{ sec.} \quad (3-12)$$

サーミスタの電気抵抗の温度係数は大きく、 $1 \sim 3 \text{ }^\circ\text{C}$ の温度上昇で、正確に温度を測定できるから、サーミスタの発熱率をこの温度上昇の範囲に制限して測定すれば、他の誤差要因がなければこの方法で熱伝導率を測定できることになる。

## 3.2 非定常測定法

### 3.2.1 熱伝導式の解

サーミスタの熱伝導率が十分大きいとして、初期温度を0とする無限媒質中のサーミスタの温度は、文献(4)に次式のように与えられている。

$$T = (Q/4\pi a \lambda) \left\{ 1 - (2a^2 k^2 / \pi) \int_0^\infty e^{-a x u^2 t / a^2} du / \{(a u^2 - k a)^2 + (a k u)^2\} \right\} \quad (3-13)$$

ここで、 $k = 4\pi a^3 \rho_x c_x / M_s c_s$  である。ここで、式(3-13)で時間  $t$  が小さいときの温度は次式で近似できる。

$$T = (Q/M_s c_s) t \quad (3-14)$$

すなわち、周囲に熱が伝わらない極初期の温度は、サーミスタの昇温にのみ使われる。実際には、サーミスタの熱伝導率は有限であり、試料と大きな差がないことや絶縁塗料やガラスを塗布しているから、式(3-14)の初期の温度を使うと誤差が大きくなる。これらの誤差を小さくするには、十分時間が経ってからの温度により熱伝導率を求めればよい。時間  $t$  が十分大きいときには、式(3-13)は次式のように近似できる。

$$T = (Q/4\pi a \lambda) \left\{ 1 - a / (\pi k t)^{1/2} - a^3 (2-k) / \{2k\pi^{1/2} (k t)^{3/2}\} + \dots \right\}$$



(3-15)

サーミスタの半径  $a$  が十分小さく式 (3-15) の右辺第3項  $w$  を無視できる時間が経過すれば、式 (3-15) は、さらに次のように近似できる。

$$T = (Q/4\pi a \lambda) \{ 1 - a/(\pi k t)^{1/2} \} \quad (3-16)$$

### 3.2.2 熱物性値の求め方

(a) 異なる時刻における温度を用いる方法

式 (3-16) において、異なる時刻  $t_1$ 、 $t_2$  における温度を  $T_1$ 、 $T_2$  とすれば、次式をえる。

$$T_1 = (Q/4\pi a \lambda) \{ 1 - a/(\pi k t_1)^{1/2} \} \quad (3-17)$$

$$T_2 = (Q/4\pi a \lambda) \{ 1 - a/(\pi k t_2)^{1/2} \} \quad (3-18)$$

式 (3-17) と (3-18) を連立すれば、 $k (= 4\pi a_0 \rho_x c_x / M_{FCP})$  は次式のように求まる。

$$k = \{ a^2 / (T_1 - T_2)^2 \} \{ (T_1/t_2)^{1/2} - (T_2/t_1)^{1/2} \} \quad (3-19)$$

したがって、式 (3-16) に式 (3-19) を代入すれば、任意の時刻の温度を用いて熱伝導率を決定できる。ただし、このときサーミスタの正確な実効的な直径が必要であり、これは熱物性値既知の物質について温度上昇を測定し決定する必要がある。式 (3-16) には、熱源半径が2カ所に入っており、この場合の半径をより正確に決定するには二つの物質について計算する必要がある。

(b) 代数的に求める方法

式 (3-16) より

$$T = (Q/4\pi a \lambda_B) \{ 1 - a/(\pi a_B t)^{1/2} \} \quad (3-20)$$

ここで、 $a_B = \lambda_B / \rho_B c_B$ 。  $\rho_B$ 、 $c_B$  は既知であるので、式 (3-20) は次式となる。

$$T = (Q/4\pi a \lambda) \{ 1 - (\rho_B c_B / \pi \lambda_B t)^{1/2} \} \quad (3-21)$$

ここで、 $A = 4\pi a \lambda / Q$ 、 $B = a(\rho c / \pi t)^{1/2}$  と置くと式 (3-21) は次式となる。

$$A^2 \lambda_B^3 - 2A \lambda_B^2 - B^2 = 0 \quad (3-22)$$

この式を  $\lambda_B$  について解いて実数解を求めれば次式となる。

$$\lambda_B = 2/3A + 2^{1/3}/3 [-2A^3 + 27A^4 B^2 + \{ -4A^6 + (-2A^3 + 27A^4 B^2)^2 \}^{1/2}]^{1/3} + [-2A^3 + 27A^4 B^2 + \{ -4A^6 + (-4A^6 + (-2A^3 + 27A^4 B^2)^2 \}^{1/2}]^{1/3} \quad (3-23)$$

したがって、 $A$ 、 $B$  が既知であれば、試料の熱伝導率  $\lambda_B$  を決定できる。

#### 4. 熱伝導モデルの数値計算

##### 4. 1 熱伝導モデル

実際のサーミスタ挿入状態を図4-1に示す。サーミスタは直径約1mmの球状のピートに直径50 $\mu$ m、長さ2mm程度の白金線のリードがついている。

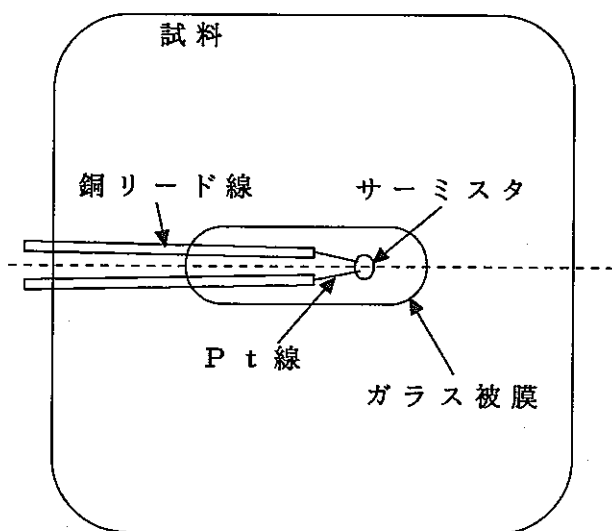


図4-1 点熱源の実際の体系

この部分をガラスで固定し強度を高めている。点熱源法としては、ピートのサーミスタ以外の物質が熱源周辺に存在することは、誤差を生じる原因となり好ましくない。図4-1に示すサーミスタを破線で上下対称として、数値計算における熱伝導モデルを図4-2のようにする。図4-2に示す各部の寸法をサ

ーミスタ部の各部の測定値より決定し、さらに、図4-2では、円柱座標系としている。このように、熱伝導モデルとして、軸対称とすることによる実際の体系との違いも誤差要因となるが、これによる誤差は十分小さい。

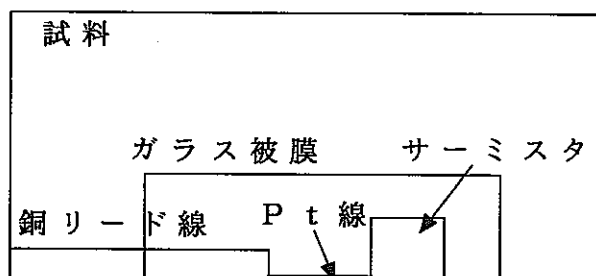


図4-2 点熱源の熱伝導モデル

## 4. 2 基礎式の差分化とメッシュ

### 4.2.1 円柱座標（軸対称）系の離散化

図4-3に軸対称（ $r$ 、 $z$ ）系のメッシュを示す。半径方向と軸方向の図に破線で示す領域について熱収支を考える。

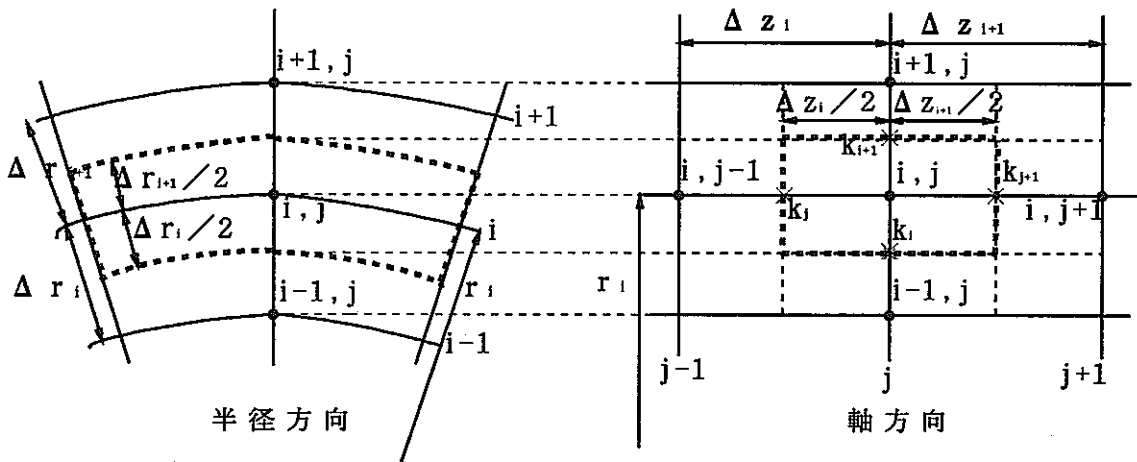


図4-3 対称軸（ $r$ 、 $z$ ）系の離散化

$r$  方向の熱流は、

$$2\pi \left( r_i - \frac{\Delta r_i}{2} \right) \frac{1}{2} (\Delta z_j + \Delta z_{j+1}) k_i \frac{T_{i-1} - T_i}{\Delta r_i} - 2\pi \left( r_i + \frac{\Delta r_i}{2} \right) \frac{1}{2} (\Delta z_j + \Delta z_{j+1}) k_{i+1} \frac{T_i - T_{i+1}}{\Delta r_{i+1}} \quad (4-1)$$

で表され、 $z$  方向の熱流は、

$$2\pi r_i \left( \frac{\Delta r_i}{2} + \frac{\Delta r_{i+1}}{2} \right) k_j \frac{T_{j-1} - T_j}{\Delta z_j} - 2\pi r_i \left( \frac{\Delta r_i}{2} + \frac{\Delta r_{i+1}}{2} \right) k_{j+1} \frac{T_j - T_{j+1}}{\Delta z_{j+1}} \quad (4-2)$$

となる。また、発熱量は単位体積当たり  $Q$  とすれば、

$$2\pi r_i \left( \frac{\Delta r_i}{2} + \frac{\Delta r_{i+1}}{2} \right) \frac{1}{2} (\Delta z_j + \Delta z_{j+1}) Q_{ij} \quad (4-3)$$

と表される。一方、単位時間当たりの温度変化による熱量は、

$$2\pi r_i \left( \frac{\Delta r_i}{2} + \frac{\Delta r_{i+1}}{2} \right) \frac{1}{2} (\Delta z_j + \Delta z_{j+1}) (\rho C_p)_{i,j} \left( \frac{\partial T}{\partial t} \right)_{i,j} \quad (4-4)$$

であるから、式(4-1)～(4-4)を用いて、次式のような熱収支の方程式が得られる。

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} (\Delta z_j + \Delta z_{j+1}) \left[ \frac{k_i}{\Delta r_i} \left( r_i - \frac{\Delta r_i}{2} \right) (T_{i-1,j} - T_{i,j}) - \frac{k_{i+1}}{\Delta r_{i+1}} \left[ r_i + \frac{\Delta r_i}{2} \right] (T_{i,j} - T_{i+1,j}) \right] \\ & + \frac{r_i}{2} (\Delta r_i + \Delta r_{i+1}) \left\{ \frac{k_j}{\Delta z_j} (T_{i,j-1} - T_{i,j}) - \frac{k_{j+1}}{\Delta z_{j+1}} (T_{i,j} - T_{i,j+1}) \right\} \\ & + \frac{r_i}{4} (\Delta r_i + \Delta r_{i+1}) (\Delta z_j + \Delta z_{j+1}) Q_{i,j} \\ & = \frac{r_i}{4} (\Delta r_i + \Delta r_{i+1}) (\Delta z_j + \Delta z_{j+1}) (\rho C_p)_{i,j} \left( \frac{\partial T}{\partial t} \right)_{i,j} \end{aligned} \quad (4-5)$$

ここで、 $a_{wi}$ 、 $a_{ei}$ 、 $a_{sj}$ 、 $a_{nj}$ を

$$\begin{aligned} a_{wi} &= \frac{2}{r_i (\Delta r_i + \Delta r_{i+1})} \frac{k_i}{(\rho C_p)_{i,j}} \frac{1}{\Delta r_i} \left( r_i - \frac{\Delta r_i}{2} \right) \\ a_{ei} &= \frac{2}{r_i (\Delta r_i + \Delta r_{i+1})} \frac{k_{i+1}}{(\rho C)_{i,j}} \frac{1}{\Delta r_{i+1}} \left( r_i + \frac{\Delta r_i}{2} \right) \\ a_{sj} &= \frac{2}{(\Delta z_j + \Delta z_{j+1})} \frac{k_j}{(\rho C_p)_{i,j}} \frac{1}{\Delta z_j} \\ a_{nj} &= \frac{2}{(\Delta z_j + \Delta z_{j+1})} \frac{k_{j+1}}{(\rho C_p)_{i,j}} \frac{1}{\Delta z_{j+1}} \end{aligned} \quad (4-6)$$

のように定義すると、1つのメッシュに対する熱収支の基礎熱方程式が得られる。

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial T}{\partial t} \right)_{i,j} &= a_{wi} T_{i-1,j} + a_{ei} T_{i+1,j} + a_{sj} T_{i,j-1} + a_{nj} T_{i,j+1} - (a_{wi} + a_{ei} + a_{sj} + a_{nj}) T_{i,j} \\ &+ \frac{Q_{i,j}}{(\rho C_p)_{i,j}} \end{aligned} \quad (4-7)$$

時間微分項は漸近差分で次式のように差分化する。

$$\left( \frac{\partial T}{\partial t} \right)_{i,j} = \frac{T_{i,j}^{p+1} - T_{i,j}^p}{\Delta t} \quad (4-8)$$

$$(a_{wi} + a_{ei} + a_{sj} + a_{nj}) = b_{i,j}$$

ここで、 $p$ を時刻  $t$  の値とすると  $p+1$  は時刻  $t + \Delta t$  の値である。よって、式(4-7)は次式のようになる。

$$T_{i,j}^{p1} - T_{i,j}^0 = \Delta t (a_{w,i} T_{i-1,j}^0 + a_e T_{i,j}^0 + a_s T_{i,j-1}^0 + a_n T_{i,j+1}^0) - b_{i,j} \Delta t T_{i,j}^0 + \frac{Q_{i,j}}{(\rho C_p)_{i,j}} \Delta t \quad (4-9)$$

ここで、式(4-9)の右辺の値としてp時刻の値を用いる。

$$T_{i,j}^{p1} = \Delta t (a_{w,i} T_{i-1,j}^p + a_e T_{i,j}^p + a_s T_{i,j-1}^p + a_n T_{i,j+1}^p) + (1 - b_{i,j} \Delta t) T_{i,j}^p + \frac{Q_{i,j}}{(\rho C_p)_{i,j}} \Delta t \quad (4-10)$$

よって、右辺が全て既知の値であるため、式(4-10)により、 $T_{i,j}^{p1}$ を求めることができる。ただし、数値計算の安定のためには、すべての*i, j*に対して、 $1 \geq b_{i,j} \Delta t$ が要求される。

$$a_{w,i} + a_e + a_s + a_n \leq 1 \quad (4-11)$$

ここで、 $\Delta r_i = \Delta r_{i+1} = \Delta r$ 、 $\Delta z_j = \Delta z_{j+1} = \Delta z$ とすると、式(4-11)は近似的に以下のようなになる。

$$\frac{a \Delta t}{(\Delta r)^2} + \frac{a \Delta t}{(\Delta z)^2} \leq \frac{1}{2}$$

したがって、計算の条件は、

$$\Delta t \leq \frac{1}{2a \left( \frac{1}{\Delta r^2} + \frac{1}{\Delta z^2} \right)} \quad (4-12)$$

となる。よって、数値計算値が安定するには非常に小さな時間刻みを必要とする。

(2) 白金導線の軸対称 (r, z) 系の離散化

白金線についてのモデル図を図4-4に示す。

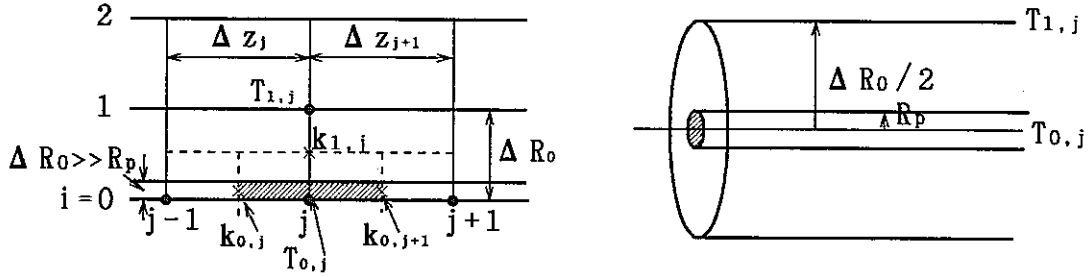


図4-4 白金線の離散化

白金線については、中心に半径  $R_p$ 、半径方向一様温度の細線を仮定した。

まず、 $r = R_p$ における熱流は、

$$q(r=R_p) = k \frac{T_{1,j} - T_{0,j}}{R_p \ln \left( \frac{\Delta R_o}{2 R_p} \right)} \quad (4-13)$$

となるので、白金細線の熱収支は次式のようなになる。

$$\begin{aligned} & (\rho C)_{0j} \pi R_p^2 \frac{(\Delta z_j + \Delta z_{j+1})}{2} \frac{\partial T_{0j}}{\partial t} \\ & = \pi R_p^2 \left[ k_{0j} \frac{T_{0j-1} - T_{0j}}{\Delta z_j} - k_{0j+1} \frac{T_{0j} - T_{0j+1}}{\Delta z_{j+1}} \right] \\ & - k_{1j} \frac{(T_{0j} - T_{1j})}{R_p \ln \left( \frac{\Delta R_o}{2 R_p} \right)} 2 \pi R_p \frac{(\Delta z_j + \Delta z_{j+1})}{2} \\ & + \pi R_p^2 \frac{(\Delta z_j + \Delta z_{j+1})}{2} Q_{0j} \end{aligned} \quad (4-14)$$

白金線の離散化も前節と同じように、時間微分項を漸近差分で次式のようにする。

$$\left( \frac{\partial T}{\partial t} \right)_{0j} = \frac{T_{0j}^{n+1} - T_{0j}^n}{\Delta t} \quad (4-15)$$

ここで、 $n$ を時刻  $t$ の値とすると  $n+1$ は時刻  $t+1$ の値とする。したがって、白金における温度は以下のようなになる。

$$T_{ij}^{n+1} = (a_{\alpha} T_{ij-1}^n + a_{\alpha n} T_{ij+1}^n + a_{\alpha e} T_{Lj}^n) + (1 - b_0 \Delta t) T_{ij}^n \quad (4-16)$$

ここで、

$$\frac{2}{\Delta z_j (\Delta z_j + \Delta z_{j+1})} \frac{k_{oj}}{(\rho C)_{oj}} \Delta t = a_{\alpha}$$

$$\frac{2}{\Delta z_{j+1} (\Delta z_j + \Delta z_{j+1})} \frac{k_{oj+1}}{(\rho C)_{oj}} \Delta t = a_{\alpha n}$$

$$\frac{2}{R_p} \frac{1}{\ln \left( \frac{\Delta R_o}{2 R_p} \right)} \frac{k_{Lj}}{(\rho C)_{oj}} \Delta t = a_{\alpha e}$$

$$(a_{\alpha} + a_{\alpha n} + a_{\alpha e}) \Delta t = b_0$$

$$(4-17)$$

#### 4.2.3 メッシュ

熱伝導モデルのメッシュを図4-5のように決定した。

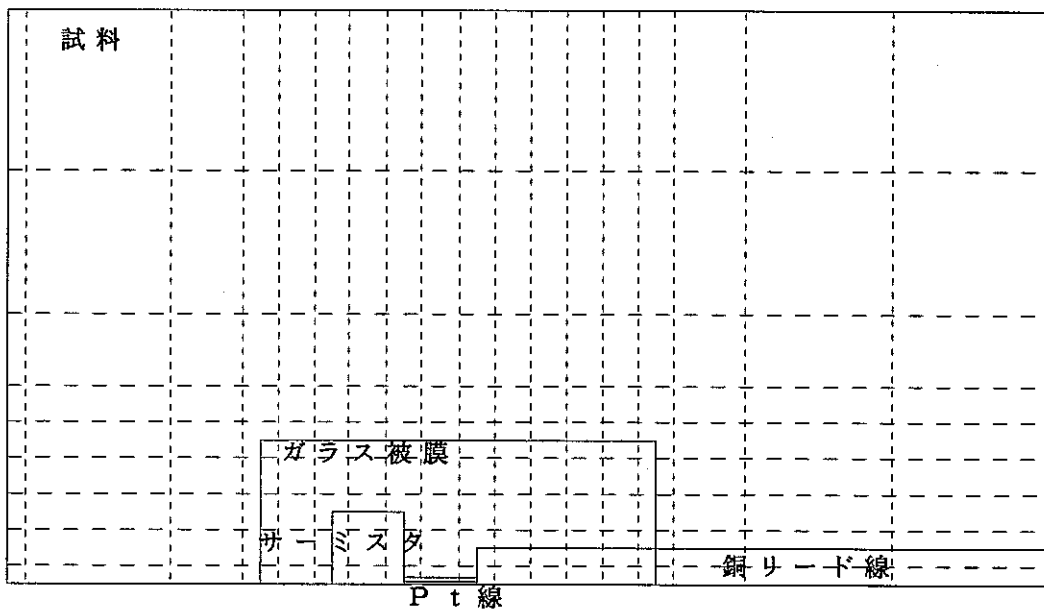


図4-5 熱伝導モデルのメッシュ

#### 4. 3 数値計算プログラムのフローチャート

数値計算のフローチャートを以下に示す。

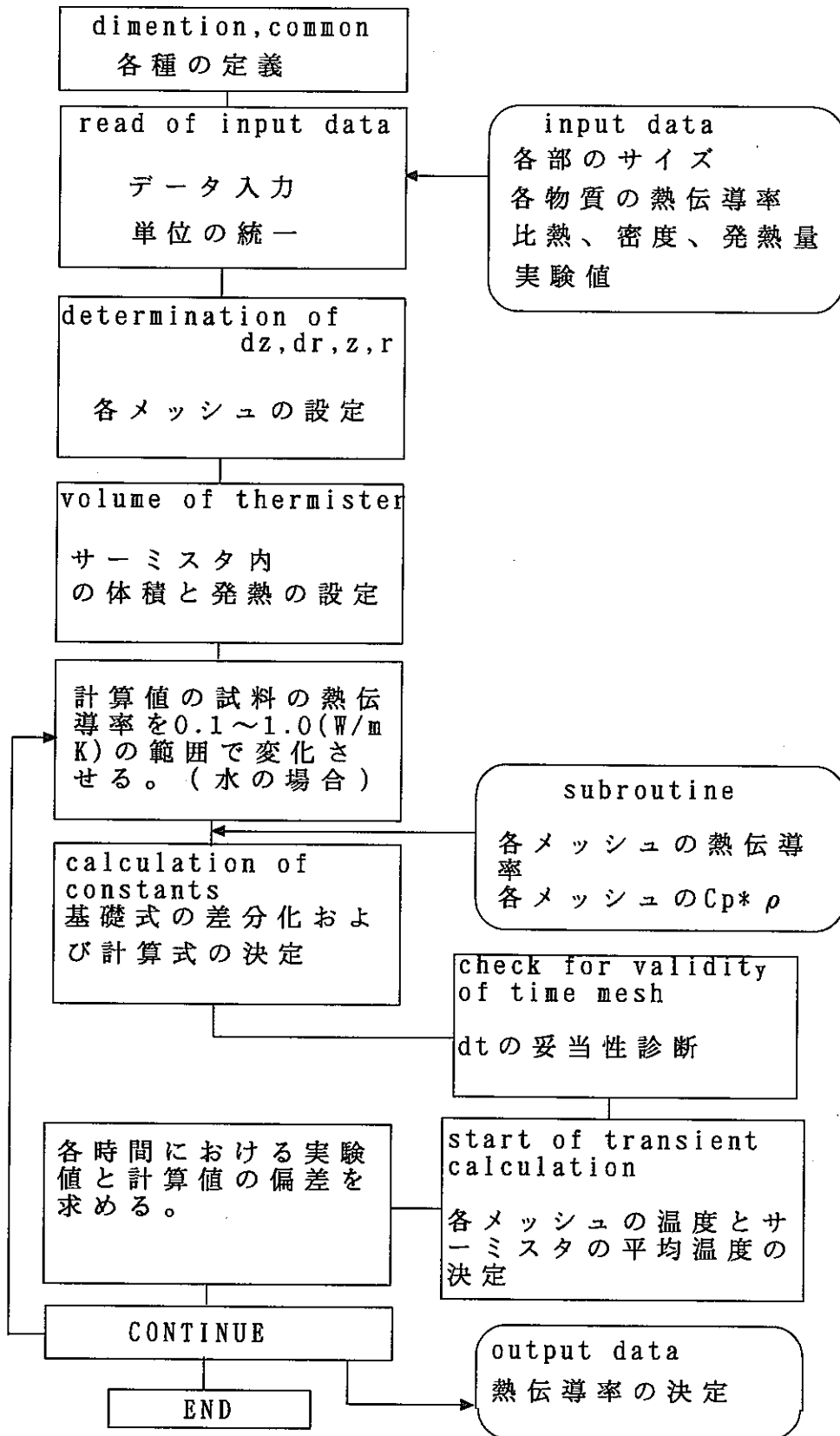


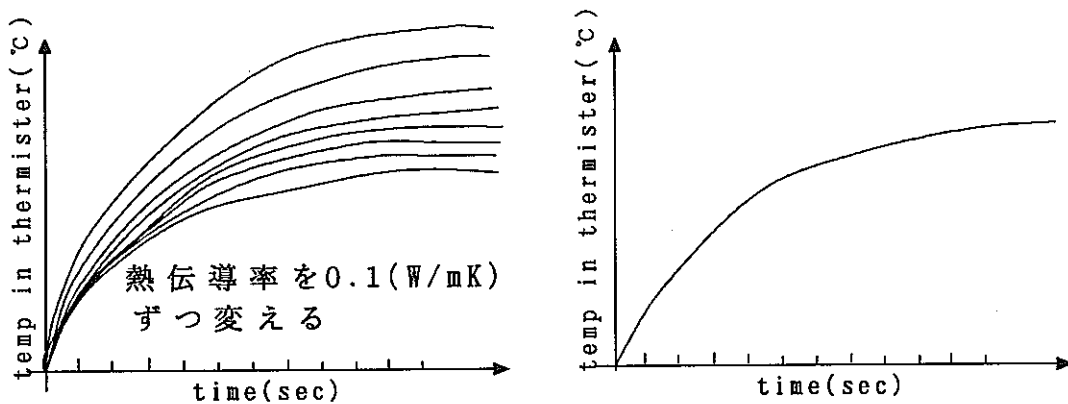
図4-6 数値計算のフローチャート



#### 4. 4 熱伝導率の決定法

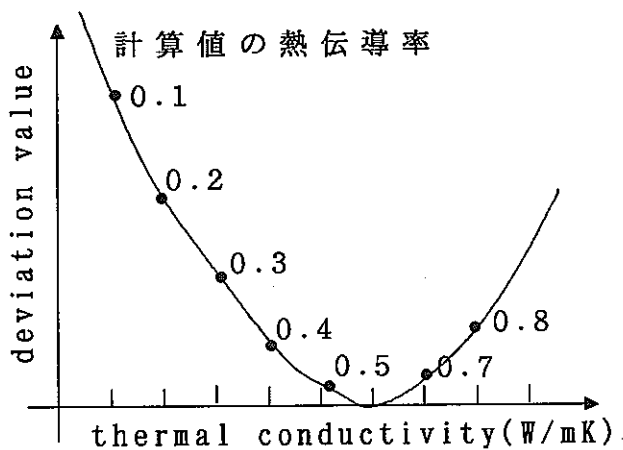
4. 3で示したように、ベントナイトの熱伝導率は、実験におけるサーミスタの温度上昇と、計算値においてのサーミスタの温度上昇とを比較して決定する。

具体的には、図4-7にあるように、まずある範囲の熱伝導率について試料中のサーミスタの温度上昇を計算し、それと各時間の実験値との偏差が0になる熱伝導率をその試料の熱伝導率とする。



( a ) 数値計算による計算値

( b ) 実験値



( c ) 熱伝導率の決定

図4-7 熱伝導率の決定

ここで、deviation valueとは、 $\Sigma$  [ (各時間における計算値 - 各時間における実験値) の絶対値 ] である。

よって、この上図 (水の場合) において、deviation value すなわち偏差が0である約 0.6 (w/mK) がこの試料の熱伝導率と決定される。

#### 4. 5 点熱源構造の影響

プローブにはサーミスタのほかにサーミスタを加熱させるための白金導線、サーミスタや白金導線を保護するためのガラス被膜、銅リード線が含まれる。そこでこれらの寸法がサーミスタの温度上昇に対してどの程度影響があるかを数学モデルの数値計算によって求めた。

発熱量はすべて1Wとした。

##### 4. 5. 1 ガラス被膜の影響

図4-8にサーミスタの温度上昇に対するガラス被膜の厚さの影響を示した。ここでガラス被膜を円筒状のものとして近似したときの直径を0.90mm, 1.30mm, 1.90mm, 2.3mm, 2.9mmとして計算した。実際の実験に使用したプローブのガラス被膜の直径は2.3mmであった。また、ガラスの熱伝導率を $1.2\text{ W/m}\cdot\text{K}$ 、比熱を $960\text{ J/kg}\cdot\text{K}$ 、密度を $2800\text{ kg/m}^3$ とした。

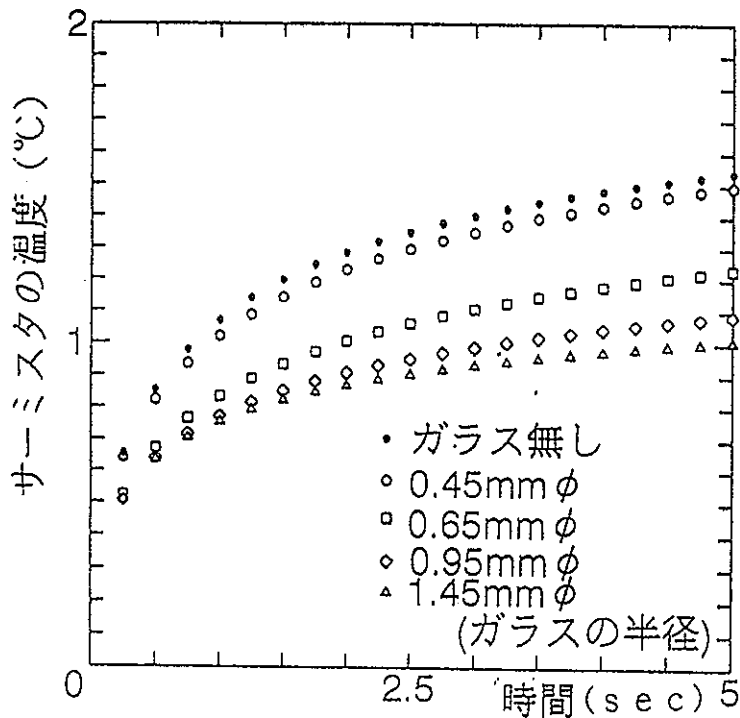


図4-8 ガラス被膜の厚さの影響

図4-8に示されているようにガラス被膜が厚くなればなるほどサーミスタの温度上昇率が下がっているのが分かる。このことは、ガラスの熱伝導率が水の熱伝導率よりも大きいため、ガラス被膜の体積が大きいサーミスタが冷えて温度が上がらないためである。よって、サーミスタの温度上昇に対するガラス被膜の影響は非常に大きく、ガラス被膜の使用を止めるか、極力厚さを薄くする必要がある。

#### 4. 5. 2 白金線の影響

##### (1) 白金導線の太さの影響

図4-9にサーミスタの温度上昇に対する白金導線の太さの影響を示した。

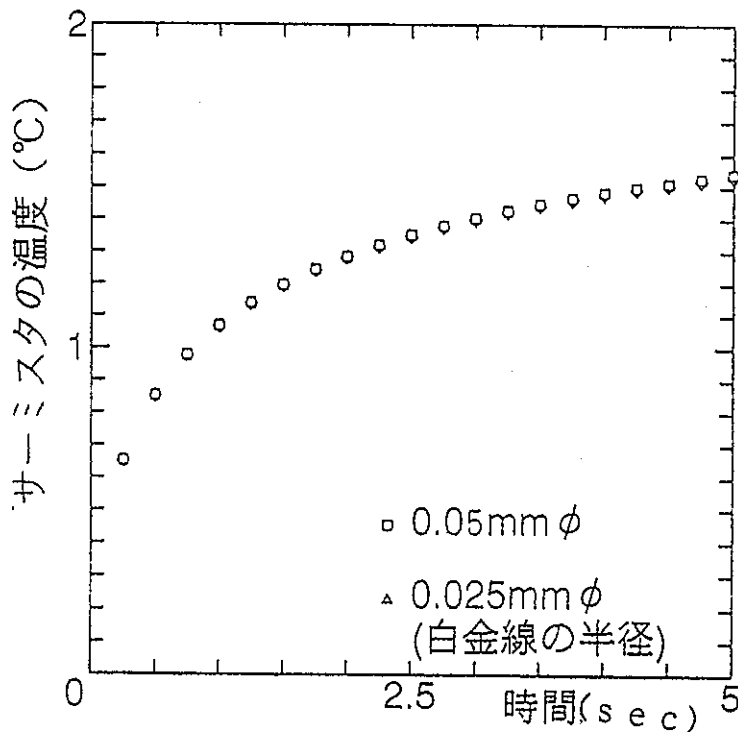


図4-9 白金線の太さの影響

白金導線の長さを2mmとし、半径を0.025mmφ、0.05mmφとして計算し、また、白金導線の熱伝導率を71W/m·K、比熱を130J/kg·K、密度を21000kg/m<sup>3</sup>とした。図4-9が示すように白金線の太さ(半径)がサーミスタの温度上昇に影響がないことが分かった。

## (2) 白金導線の長さの影響

図4-10にサーミスタの温度上昇に対する白金導線の長さの影響を示した。白金導線の半径0.01mmφ、長さを1mm、2mm、4mm、8mmとして計算させた。実際の実験に使用した白金銅線の長さは2mmであった。

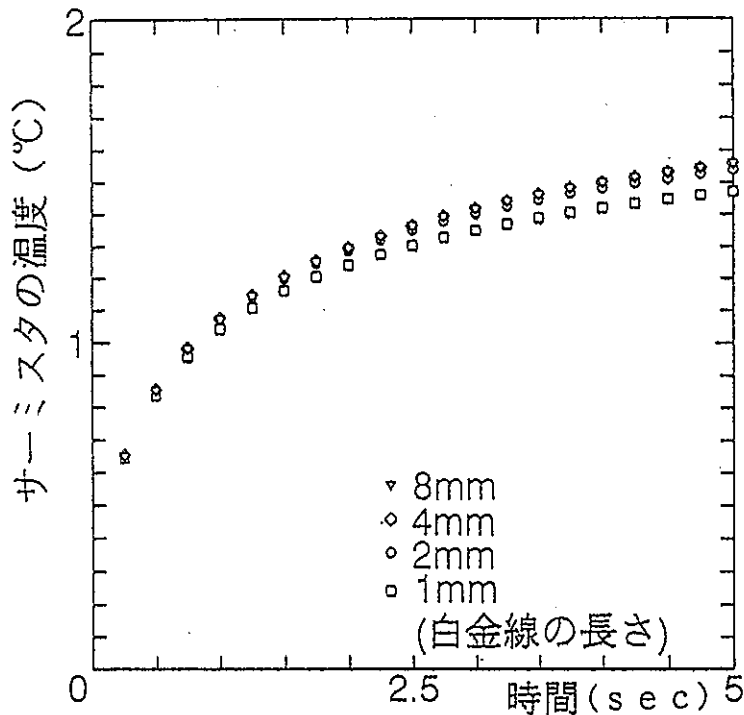


図4-10 白金線の長さの影響

図4-10に示されているように白金導線の長さが1mmのときはサーミスタの温度上昇に対して影響が大きい、2mm以上であれば影響は小さいことが分かる。よって、白金導線が2mmであれば十分である。

### 4. 5. 3 熱源寸法の影響

図4-11にサーミスタの温度上昇に対してのサーミスタの大きさの影響を示す。数学モデルではサーミスタを円筒状のものに近似し半径を変えて計算させた。それから、球状とした時の半径を出し比較した。

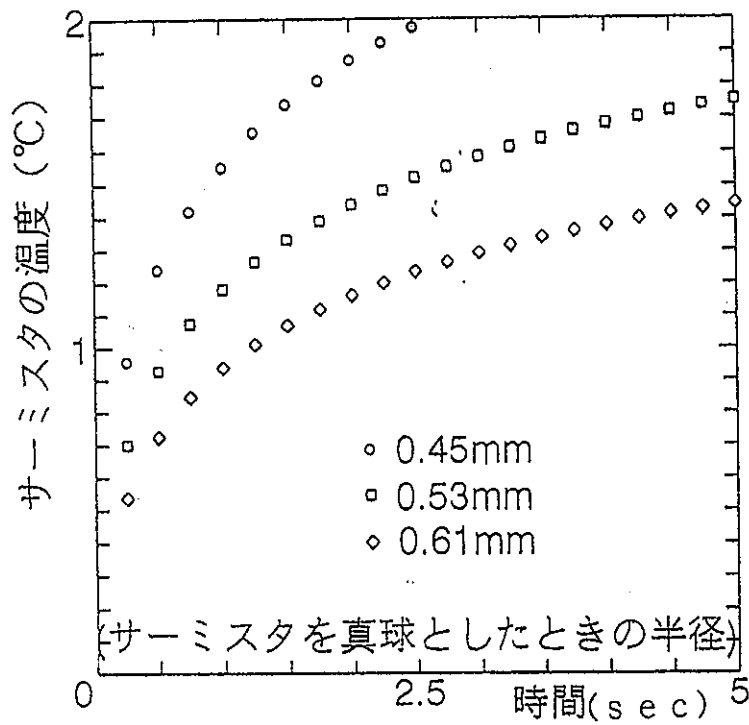


図 4 - 1 1 熱源寸法の影響

図 4 - 1 1 に示されているようにサーミスタの大きさは温度上昇に対してかなり大きな影響があることが分かる。したがって、実際に測定を行うときはサーミスタの体積や形を厳密に測定する必要があることが決定できた。

## 5 測定法

### 5. 1 測定回路

本測定法では、熱伝導モデルを数値解析してサーミスタの温度上昇を求めるので、サーミスタの発熱変化に制限はない。しかしサーミスタの発熱率は単調な変化の方が熱物性値を精度良く決定できる。そこで、測定回路はサーミスタの発熱率がステップ状に近い条件で測定するため次の回路を作成した。

図5-1に測定回路を示す。

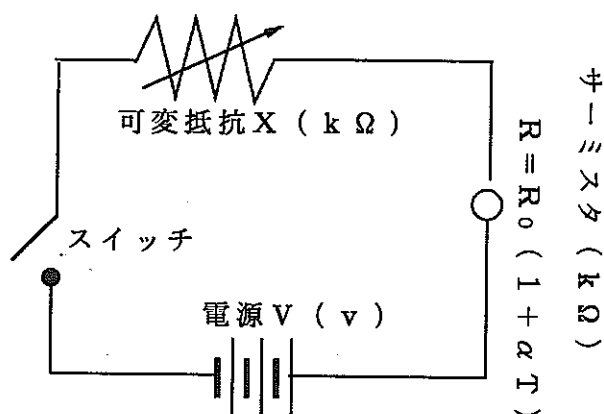


図5-1 測定回路

サーミスタの発熱率を一定  $W$  とし、サーミスタ端子間の電圧を  $V_s$ 、抵抗を  $R$  とするとサーミスタの発熱率は、

$$W = \frac{V_s^2}{R} = C \quad (5-1)$$

となり、電源電圧を  $V$ 、固定抵抗を  $X$  とすると  $V_s = \frac{VR_0(1+\alpha T)}{R_0(1+\alpha T)+X}$ 、 $R = R_0(1+\alpha T)$  となる。それぞれを代入すると

$$W = \frac{V^2 \left[ \frac{R_0(1+\alpha T)}{R_0(1+\alpha T)+X} \right]^2}{R_0(1+\alpha T)} = C \quad (5-2)$$

となる。よって固定抵抗  $X$  (kΩ) は次式となる。

$$X = V \sqrt{\frac{R_0}{C}} \sqrt{1+\alpha T} - R_0(1+\alpha T) \quad (5-3)$$

$\alpha T$  の値は微小なので、 $(1+\alpha T)^{1/2}$  を、1の周りにテーラー展開すると

$$\sqrt{1+\alpha T} = 1 + \frac{1}{2}\alpha T + \dots \quad (5-4)$$

となるので、第3項以降は小さいので無視をすると、

$$X = \left( \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R_0}{C}} V - R_0 \right) \alpha T + \sqrt{\frac{R_0}{C}} V - R_0 \quad (5-5)$$

となる。ここで、発熱量一定の条件では、 $\alpha T$ の項を無視するには第1項の( )の中を0とすればよい。よって、サーミスタの発熱量は、

$$W = \frac{V^2}{4R_0} = C(\text{CONST}) \quad (5-6)$$

となり、この時の固定抵抗は、

$$X = \sqrt{\frac{R_0}{\frac{V^2}{4R_0}}} V - R_0 = R_0 \quad (5-7)$$

となる。

したがって、 $X = R_0$  (kΩ) (サーミスタの初期抵抗) のとき、 $\alpha T$ が十分小さければ、 $\alpha T$ の値に無関係にサーミスタの発熱量 $W$ は $V$ によって決まり、一定となる。

## 5. 2 実験方法

図5-2に実験体系を示す。サーミスタの端子間の電圧と抵抗 $X$ の測定により

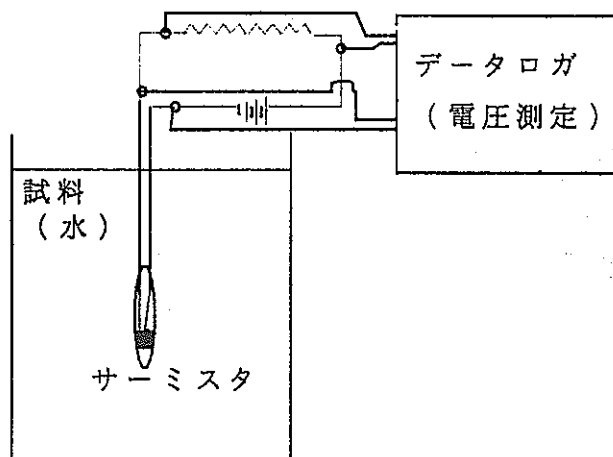


図5-2 実験体系

サーミスタへの電流とサーミスタの抵抗を決定する。水による測定では、水にゼラチンを少量添加し凝固させた後サーミスタを挿入した。次にサーミスタの電気抵抗を測定し可変抵抗をサーミスタの抵抗と同じ値にした。データロガのチャンネル1にサーミスタの電圧、チャンネル2の可変抵抗の電圧を記録し、電源スイッチとデータロガの読み込みを同期させ、スイッチが入ると同時にロガーにより電圧を記録した。図5-3にサーミスタの電圧変化を示す。

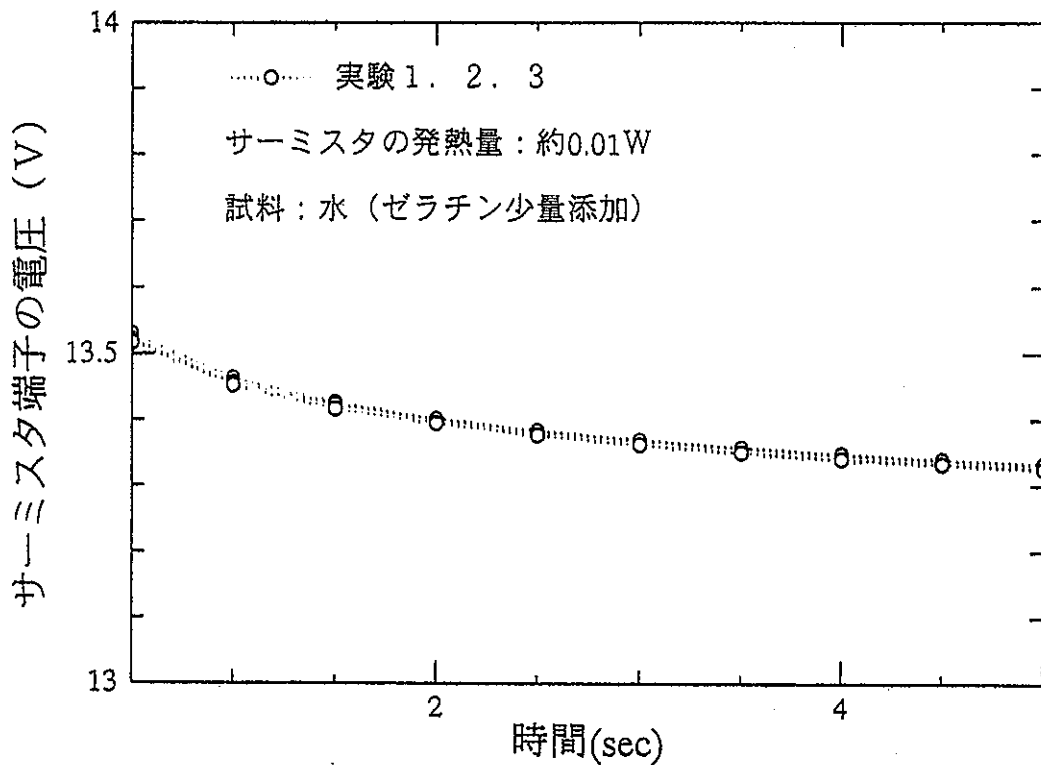


図 5 - 3 サーミスタ端子の電圧変化

5. 3 実験結果

実験による回路の電流とサーミスタ端子の電圧よりサーミスタの発熱率と抵抗値を計算し、図 5 - 4, 5 に示す。

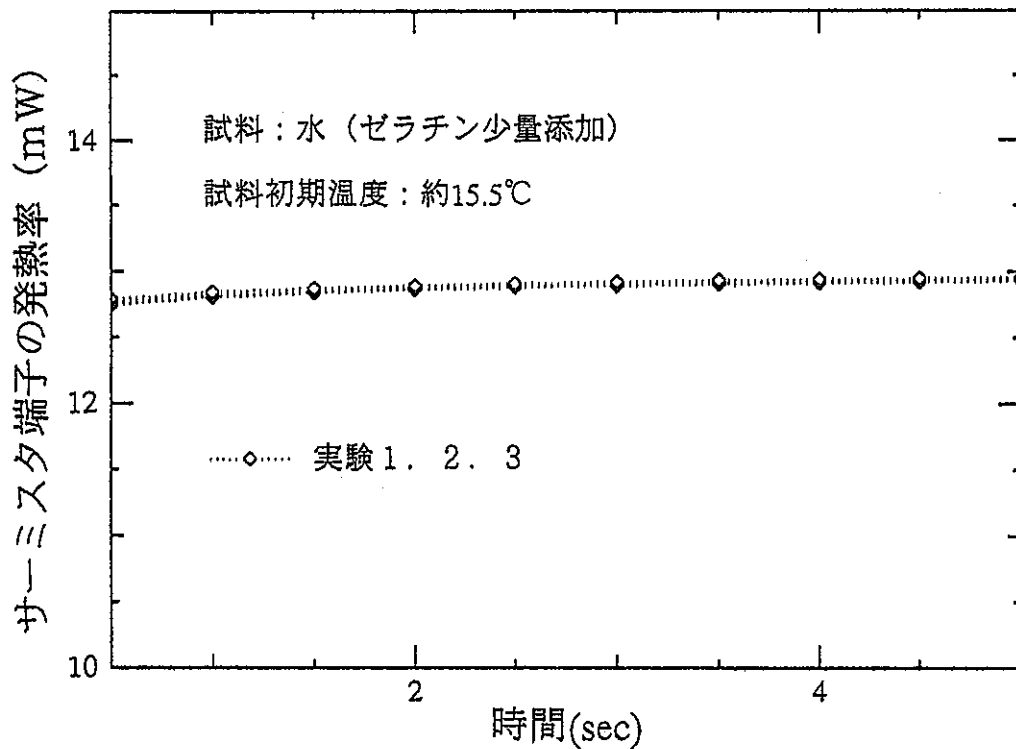


図 5 - 4 サーミスタの発熱率変化



図5-4に示すようにサーミスタの発熱量は最初の0~2秒の間で一定ではない。この理由はスイッチを入れた直後の電池の立ち上がり時間によると思われるが、計算は発熱量を一定間隔で読み込んでいるので誤差にはならない。

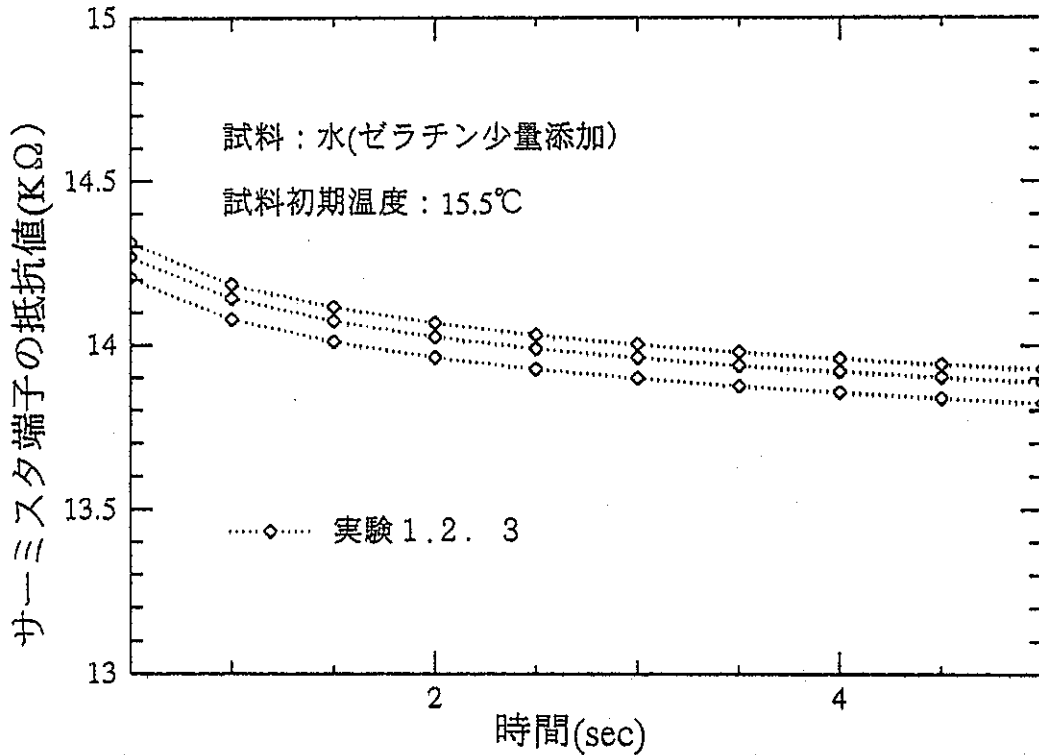


図5-5 サーマスタの電気抵抗変化

図5-6にサーミスタの抵抗-温度校正曲線を示す。

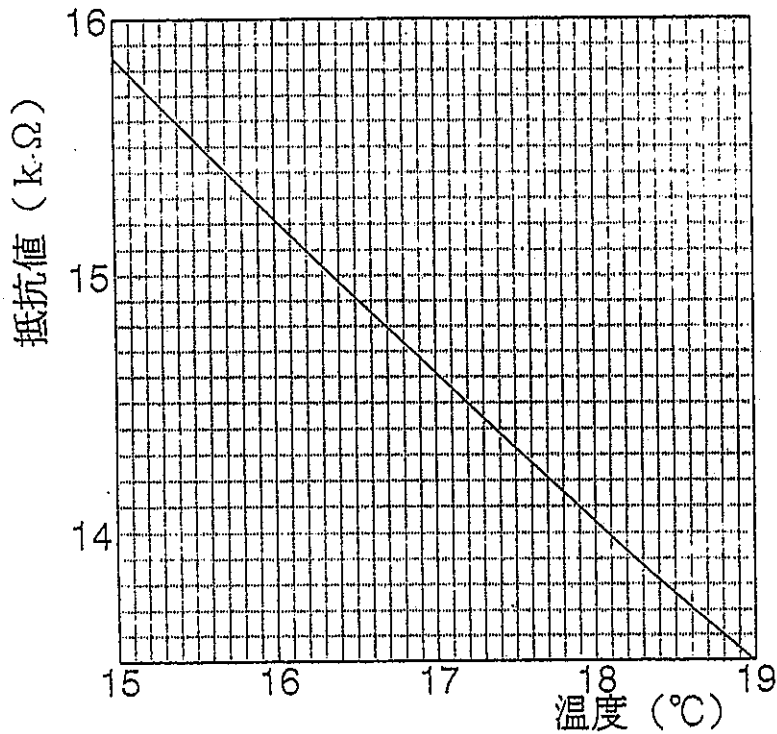


図5-6 サーマスタの抵抗-温度校正曲線

この校正曲線に基づいてのサーミスタの温度上昇の時間変化の計算値を図5-7に示す。ここで、3回の実験の測定値のずれは、水(ゼラチン)の初期温度の違いによるものである。

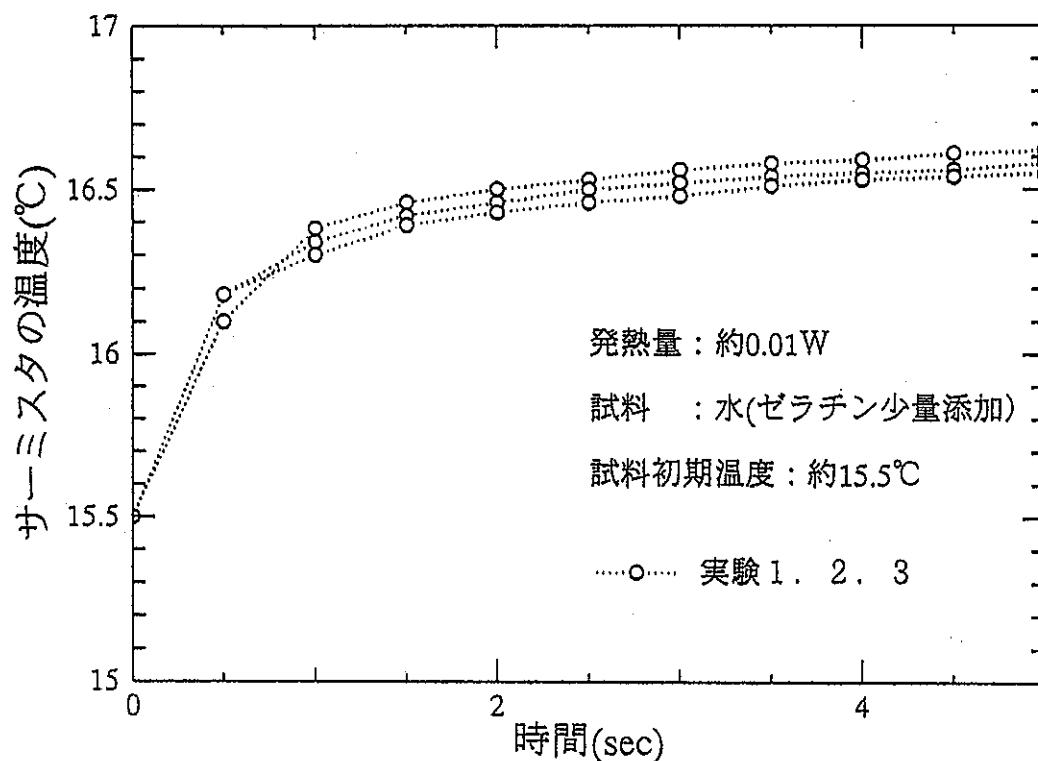


図5-7 サーミスタの温度上昇変化

## 6. 実験値と計算値との比較

5. 測定法では水を試料とした実験からサーミスタの温度変化を測定した。また、プローブの寸法を測り、熱伝導モデルにより数値解析を行い、測定値と比較した。

図6-1に数学モデルのプログラムを用いてプローブのメッシュの各寸法を代入して計算した値と実験からの測定値とを示す。ここで、測定値の初期温度を基準値0とした。

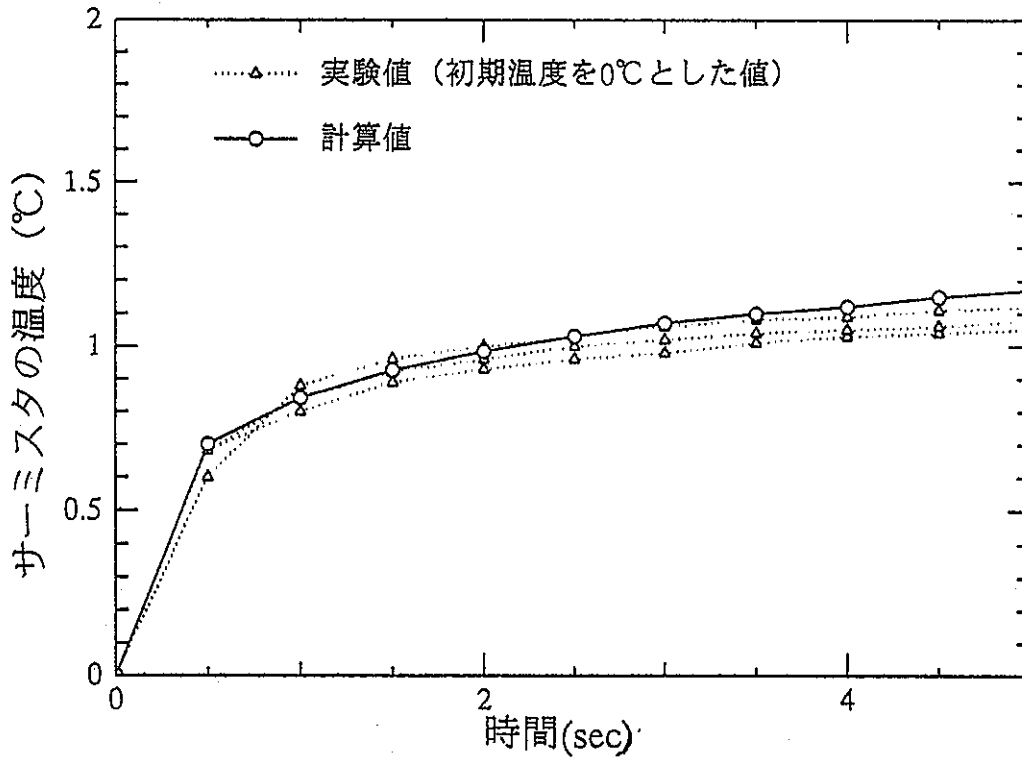


図6-1 計算値と実験値の比較

表6-1にプローブの各寸法と各熱物性値、密度、比熱を示す。プローブの各形状は全て円筒状のものとして近似している。

表 6 - 1 プローブ各部寸法と物性値

	サーミスタ	銅線	白金線	ガラス被膜	試料 (水)
長さ (mm)	1.0		2.0	6.0	
半径 (mm $\phi$ )	0.45	0.15	0.01	1.15	
熱伝導率 (W/mk)	20.0	398	71	1.2	0.61
密度 (kg/m <sup>3</sup> )	5000	8800	21000	2800	1000
比熱 (J/kgK)	250	380	130	960	4200

発熱量は 0.013 W / s とした。

図 6 - 1 が示すとおり、実験値と計算値をほぼ一致した。若干のずれは、プローブの各寸法、とくにサーミスタの寸法を厳密に測定する必要があることを示す。今回は使用したサーミスタがガラス被膜の中に埋まっており各部の厳密な測定は困難であった。それにも関わらず一定の精度で測定値と計算値は一致し、水、サーミスタ、白金導線、ガラス被膜などの熱物性値や密度および比熱を厳密に知ればさらによく一致する見通しが立った。

## 7. まとめ

実験値と数学モデルの計算値が示すとおり、本来は完全に一致すべきものが若干の誤差を生じた。グラフから推測すると、4秒から5秒付近で実験値のほうが計算値に比べて下がっていることが分かる。このことは、第4章で述べた各プローブの寸法の影響に加え、各物性値を厳密に知ることが必要である。今後の課題として、3つ挙げられる。1つは、第4章で述べたようにガラス被膜やサーミスタなどの寸法が測定に対して大きな影響を与えることから、プローブをなるべく理想原理に近い、つまり点熱源が無限媒質中にぽつんとある状態に近づけることである。具体的にはサーミスタに長い白金線だけがついている様なプローブの開発をすることである。2つめとしては、現段階では1つめに挙げた理想原理のような装置は入手できないので、プローブの各寸法を現密の測ることである。3つめは、より実践的な数学モデルの開発である。

今回、様々な課題が残されたが本研究の測定装置は微小な誤差範囲で測定ができるものだと考えられる。

## 記 号

- a : サーミスタ半径  
a<sub>x</sub> : 温度伝導率  
C<sub>p</sub> : 比熱  
L : 試料半径  
M<sub>a</sub> : サーミスターの質量  
q : 単位長さ当たりの発熱率  
Q : 球体の発熱率  
R : 白金線半径  
r : 半径方向座標  
T : 温度  
t : 時間  
z : 軸方向座標

### ギリシャ文字

- $\kappa = 4\pi a^3 \rho_x / M_a c_x$   
λ : 熱伝導率  
ρ : 密度  
τ : フーリエ数に用いる時間

### 添字

- x : 試料に関する値  
s : サーミスタに関する値  
w : 水に関する値  
i : 氷に関する値

文 献

- 1.熊田俊明、緩衝材・岩石の熱物値の推算法に関する研究、動力炉・核燃料開発事業団報告書、PNC-ZJ1600,96-002.
- 2.J.W.Valvano,J.T.Allen and H.F.Bowman,The Simultaneous Measurement of Thermal Conductivity,Thermal Diffusivity,and Perfusion in Small Volumes of Tissue,Transactions of the ASME,vol.106,192-197(1984).
- 3.T.A.Balasubramaniam and H.F.Bowman,Thermal Conductivity and Thermal Diffusivity of Biomaterials:A Simultaneous Measurement Technique,Transactions of the ASME,vol.99,148-154(1977).
- 4.Lennart Borgesson,Anders Fredrikson and Lars-Erik Johannesson,Heat Conductivity of Buffer Materials,SKB Technical Report 94-29(1994).

図、表一覧

- 図2-1 線熱源を用いた測定装置
  - 図2-2 温度測定結果と熱伝導率の計算値
  - 図3-1 無限媒質中の点熱源
  - 図4-1 点熱源の実際の体系
  - 図4-2 点熱源の熱伝導モデル
  - 図4-3 対称軸( $r, z$ )系の離散化
  - 図4-4 白金線の離散化
  - 図4-5 熱伝導モデルのメッシュ
  - 図4-6 数値計算フローチャート
  - 図4-7 熱伝導率の決定
    - (a)数値計算の熱伝導率
    - (b)実験値
    - (c)熱伝導率の決定
  - 図4-8 測定精度へのガラス被膜の影響
  - 図4-9 測定精度への白金線太さの影響
  - 図4-10 測定精度への白金線の長さの影響
  - 図4-11 測定精度へのサーミスタ粒子寸法の影響
  - 図5-1 測定回路
  - 図5-2 実験体系
  - 図5-3 サーミスタ端子の電圧変化
  - 図5-4 サーミスタの発熱率変化
  - 図5-5 サーミスタの電気抵抗の変化
  - 図6-1 計算値と実験値の比較
- 表6-1 プローブ各部の寸法と物性値