

本資料は 年 月 日付けで登録区分、
変更する。

01.10-4

[技術情報室]

オンライン 臨界安全監視システムの 基礎研究(Ⅲ)

(動力炉・核燃料開発事業団 委託研究成果報告書)

1994年3月

摂南大学 工学部 電気工学科

山田 澄

本資料の全部または一部を複写・複製・転載する場合は、下記にお問い合わせください。

〒319-1184 茨城県那珂郡東海村大字村松4番地49
核燃料サイクル開発機構
技術展開部 技術協力課

Inquiries about copyright and reproduction should be addressed to:
Technical Cooperation Section,
Technology Management Division,
Japan Nuclear Cycle Development Institute
4-49 Muramatsu, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki, 319-1184
Japan

© 核燃料サイクル開発機構 (Japan Nuclear Cycle Development Institute)

この資料は、動燃事業団社内における検討を目的とする社内資料です。
ついては、複製、転載、引用等を行わないよう、また、第三者への開示又は
内容漏洩がないよう管理して下さい。また、今回の開示目的以外のこと
には使用しないよう注意して下さい。

本資料についての問い合わせは下記に願います。

〒319-11 茨城県那珂郡東海村大字松村4-33
動力炉・核燃料開発事業団
東海事業所
技術開発推進部・技術管理課



オンライン臨界安全監視システムの 基礎研究 (III)

山田 澄*

要 旨

安価で即応性の良い臨界安全監視システムの開発が望まれている。本研究は未臨界体系で観測される中性子信号揺らぎを用いてオンラインで未臨界度を推定しようとする試みであり、そのための基礎的研究を平成3年度より行ってきたが、未臨界度の変化を迅速に検出できるアルゴリズムの検討が最も重要となる。我々は非定常状態に対するパラメータ推定法として、従来の逐次型ARMAモデル同定アルゴリズムの中でパラメータ修正係数の大きさを決定する予測誤差の相関行列を強制的に操作するP行列活性化法を提案してきた。本年度はこの手法に的を絞り、計算機シミュレーションと近畿大学原子炉からの実データを用いてアルゴリズムの検討を行い、以下の結果を得た。

変動する未臨界度を追跡するアルゴリズムとして我々が提案してきたP行列活性化(P-matrix Activation: PMA)法が有効である。未臨界度が浅い方向に変化する場合は尤度関数を評価関数とするRML法にP行列活性化を組み合わせたアルゴリズムが、また、深い方向に変化する場合は最小2乗関数を評価関数とするELS法が優れており、未臨界度の変化を総合的に追跡するためにはELS法にP行列活性化を組み合わせたアルゴリズムが優れているといえる。未臨界体系のモデルとしてARMA(1, 1)モデルを用いた場合、推定値の統計的変動が少ないが、速やかに変動を検出する能力にやや欠ける。また、ARMA(2, 2)モデルは比較的未臨界度の変動の検出能力はあるが、ARMA(1, 1)モデルに比べ推定値のばらつきが大きく、また、時系列データの変化が急激な場合には、一時的に誤った未臨界度を推定する場合がある。

また、サンプリング周波数を高くすることは未臨界度の変化に対する推定値の追従性能を向上させ、未臨界度が深い方へ変化するとき推定値が追従しきれない Under Estimation 現象を抑制する効果がある。

※ 本報告書は、山田澄が動力炉・核燃料開発事業団の委託により実施した研究の成果である。

契約番号.....: 050D0120
事業団担当部課室: 東海事業所、安全管理部・安全技術課 野尻一郎

* 摂南大学 工学部 電気工学科



OFFICIAL USE ONLY
PNC EJ1632 94-001
MARCH, 1994

Basic Study on On-line Criticality Surveillance System (III)

Sumasu Yamada*

Abstract

An inexpensive on-line criticality surveillance system of quick response is desired. Under such circumstance, this research is an attempt to apply the recursive ARMA model identification algorithms to the time series of signal fluctuation of a neutron detector in a subcritical reactor for estimating the subcriticality. We have already studied for two years the basic algorithms for stationary time series. Hence, we focus our attention, this year, on the algorithms best for estimating the subcriticality varying in time.

This report is the result of the analysis with computer simulations and the analysis of the real data obtained from UTR KINKI.

For estimating changing subcriticality, the most effective algorithm is the one with the P-matrix activated by multiplying by a constant slightly greater than one at every hundreds' data. In the case of increasing subcriticality, the best algorithm is the ELS method with P-matrix activation. In the case of decreasing subcriticality, the best algorithm is the RML method with P-matrix activation. However, the ELS method with P-matrix activation will be the best for all situations.

When the subcritical system is identified by the ARMA(1,1) model, the estimated subcriticality has rather small statistical fluctuation. However, the ability to respond to the change in the subcriticality is not satisfactory. On the contrary, the ARMA(2,2) model identification shows fairly quick response to the transient with rather large statistical fluctuation in the estimates of subcriticality, and occasionally provides incorrect information.

High frequency sampling seems to be effective to enhance the ability of the algorithm to follow the changing subcriticality as well as to mitigate the phenomenon of under estimation of subcriticality in the case of increasing subcriticality.

Work performed by Sumasu Yamada under contract with Power Reactor and Nuclear Fuel Development Corporation.
PNC Liaison: Safety Technology Development Section Health and Safety Division, Tokai Work, Ichiro Nojiri.

* Department of Electrical Engineering, Faculty of Engineering, Setsunan University

目次

1	緒言	1
2	ARMA同定アルゴリズム	3
2.1	RPE (Recursive Prediction Error)法	3
2.2	PLR (PseudoLinear Regression)法	10
2.3	ELS (Extended Least Squares)法	10
2.4	RPE法におけるProjection Algorithm	10
2.5	PMA (P-matrix Activation)法 & PMDA (P-matrix Diagonal Activation)法	12
3	シミュレーション時系列データによる予備解析	15
3.1	計算機シミュレーションによる時系列データの生成法	15
3.2	アルゴリズムの評価方法	17
3.3	ランプ状に緩やかに変化する未臨界度の推定	17
3.3.1	シミュレーション時系列データの作成法	17
3.3.2	シミュレーション時系列データの解析結果	18
3.3.3	ARMA (1, 1) モデル同定	19
3.3.4	未臨界度が深くなる場合の未臨界度変化の追跡	19
3.4	ランプ状に速く変化する未臨界度の推定	20
3.4.1	シミュレーション時系列データの作成法	20
3.4.2	シミュレーション時系列データの解析結果	20
3.4.3	ARMA (1, 1) モデル同定	21
3.5	三角波状に変化する未臨界度の推定	21
3.5.1	シミュレーション時系列データの作成法	22
3.5.2	シミュレーション時系列データの解析結果	23

3.5.3	ARMA (1 , 1) モデル同定	-----	23
3 . 6	小 結 論	-----	24
4	非定常状態における未臨界度推定	-----	26
4 . 1	アナログハイパスフィルタと基本時系列データの作成	-----	26
4 . 2	時系列データのサンプリング周波数と 推定値の未臨界度の変化に対する追従性能	----	28
4.2.1	解析の概要	-----	29
4.2.2	サンプリング周波数と未臨界度の変化に対する 推定値の追従に関する定性的知見	----	30
4.2.3	未臨界度の変化に対する推定値の追従性の評価と 高周波サンプリングの有効性	----	30
4 . 3	未臨界度の変化に対する推定値の高速追従のための 同定アルゴリズムの検討	----	33
4.3.1	解析の概要	-----	34
4.3.2	各アルゴリズムにおける未臨界度推定 に対する定性的知見	----	36
4.3.3	未臨界度の変化に対する推定値の追従性能の 評価と最適アルゴリズム	----	37
4 . 4	小 結	-----	40
5	結論と今後の課題	-----	41
参考文献	-----		46
Appendix	-----		47
図	-----		51

表・図目次

Table 2.1	Notations used in the RPE method. -----	6
Table 3.1	Physical constants for computer simulation -----	16
Table 3.2	Physical parameters for computer simulation -----	16
Table 3.3	Evaluated Algorithms -----	18
Table 3.4	Location of Algorithms in Figure 3.1 -----	18
Table 4.1	Reference table for the fundamental time series -----	27
Table 4.2	Identification algorithms used for analysis -----	34
Table 4.3	Evaluation of the subcriticality tracing capability -----	38
Fig. 3.1	Patern of a slowly changing subcriticality -----	51
Fig. 3.2.a	Performance indeces of the estimation algorithms for slowly decreasing subcriticality -----	52
Fig. 3.2.b	Performance indeces of the estimation algorithms for slowly increasing subcriticality -----	53
Fig. 3.3.a	Sucriticality estimated with ARMA(1,1) model the slowly changing subcriticality -----	54
Fig. 3.3.b	Sucriticality estimated with ARMA(2,2) model the slowly changing subcriticality -----	55
Fig. 3.3.c	Sucriticality estimated with ARMA(3,3) model the slowly changing subcriticality -----	56
Fig. 3.4	Patern of a rapidly changing subcriticality -----	57

Fig. 3.5.a	Performance indeces of the estimation algorithms for rapidly decreasing subcriticality	58
Fig. 3.5.b	Performance indeces of the estimation algorithms for rapidly increasing subcriticality	59
Fig. 3.6.a	Sucriticality estimated with ARMA(1,1) model the rapidly changing subcriticality	60
Fig. 3.6.b	Sucriticality estimated with ARMA(2,2) model the rapidly changing subcriticality	61
Fig. 3.6.c	Sucriticality estimated with ARMA(3,3) model the rapidly changing subcriticality	62
Fig. 3.7	A triangular wave patern of changing subcriticality	63
Fig. 3.8	Performance indeces of the estimation algorithms for the triangular wave patern of changing subcriticality ---	64
Fig. 3.9.a	Sucriticality estimated with ARMA(1,1) model for the triangular wave patern of changing subcriticality ----	65
Fig. 3.9.b	Sucriticality estimated with ARMA(2,2) model for the triangular wave patern of changing subcriticality ----	66
Fig. 3.9.c	Sucriticality estimated with ARMA(3,3) model for the triangular wave patern of changing subcriticality ----	67
Fig. 4.1.a	Comparison of subcriticality estimations for "ID004 Series DATA" sampled at three kinds of frequency. [Reference subcriticality = from 2.19 \$ to 1.25 \$.]	68
Fig. 4.1.b	Comparison of subcriticality estimations for "ID011 Series DATA" sampled at three kinds of frequency. [Reference subcriticality = from 0.583 \$ to 0.289 \$.]	69

Fig. 4.1.c	Comparison of subcriticality estimations for "ID011 Series DATA" sampled at three kinds of frequency. [Reference subcriticality = from 0.289 \$ to 0.583 \$.]	70
Fig. 4.2	Expected Patterns of estimation.	71
Fig. 4.3	Evaluation of subcriticality tracing ability by using the statistical index of deviation.	72
Fig. 4.4.a	Subcriticality estimation for "ID004 Series DATA" by ELS only [Reference subcriticality = from 2.19\$ to 1.25\$.]	73
Fig. 4.4.b	Subcriticality estimation for "ID004 Series DATA" by ELS & PMA(400*1.001) [Reference subcriticality = from 2.19\$ to 1.25\$.]	74
Fig. 4.4.c	Subcriticality estimation for "ID004 Series DATA" by ELS & PMA(400*1.01) [Reference subcriticality = from 2.19\$ to 1.25\$.]	75
Fig. 4.4.d	Subcriticality estimation for "ID004 Series DATA" by ELS & PMDA(400*1.00002) [Reference subcriticality = from 2.19\$ to 1.25\$.]	76
Fig. 4.4.e	Subcriticality estimation for "ID004 Series DATA" by RPE(Projection:ON) & PMA(400*1.001) [Reference subcriticality = from 2.19\$ to 1.25\$.]	77
Fig. 4.4.f	Subcriticality estimation for "ID004 Series DATA" by RPE(Projection:OFF) & PMA(400*1.001) [Reference subcriticality = from 2.19\$ to 1.25\$.]	78
Fig. 4.5.a	Subcriticality estimation for "ID011 Series DATA" by ELS only [Reference subcriticality = from 0.583\$ to 0.289\$.]	79
Fig. 4.5.b	Subcriticality estimation for "ID011 Series DATA" by ELS & PMA(400*1.001) [Reference subcriticality = from 0.583\$ to 0.289\$.]	80

Fig. 4.5.c	Subcriticality estimation for "ID011 Series DATA" by ELS & PMA(400*1.01) [Reference subcriticality = from 0.583\$ to 0.289\$.]	----- 81
Fig. 4.5.d	Subcriticality estimation for "ID011 Series DATA" by ELS & PMDA(400*1.00002) [Reference subcriticality = from 0.583\$ to 0.289\$.]	----- 82
Fig. 4.5.e	Subcriticality estimation for "ID011 Series DATA" by RPE(Projection:ON) & PMA(400*1.001) [Reference subcriticality = from 0.583\$ to 0.289\$.]	----- 83
Fig. 4.5.f	Subcriticality estimation for "ID011 Series DATA" by RPE(Projection:OFF) & PMA(400*1.001) [Reference subcriticality = from 0.583\$ to 0.289\$.]	----- 84
Fig. 4.6.a	Subcriticality estimation for "ID011 Series DATA" by ELS only [Reference subcriticality = from 0.289\$ to 0.583\$.]	----- 85
Fig. 4.6.b	Subcriticality estimation for "ID011 Series DATA" by ELS & PMA(400*1.001) [Reference subcriticality = from 0.289\$ to 0.583\$.]	----- 86
Fig. 4.6.c	Subcriticality estimation for "ID011 Series DATA" by ELS & PMA(400*1.01) [Reference subcriticality = from 0.289\$ to 0.583\$.]	----- 87
Fig. 4.6.d	Subcriticality estimation for "ID011 Series DATA" by ELS & PMDA(400*1.00002) [Reference subcriticality = from 0.289\$ to 0.583\$.]	----- 88
Fig. 4.6.e	Subcriticality estimation for "ID011 Series DATA" by RPE(Projection:ON) & PMA(400*1.001) [Reference subcriticality = from 0.289\$ to 0.583\$.]	----- 89
Fig. 4.6.f	Subcriticality estimation for "ID011 Series DATA" by RPE(Projection:OFF) & PMA(400*1.001) [Reference subcriticality = from 0.289\$ to 0.583\$.]	----- 90

Fig. 4.7 Evaluation of subcriticality tracing ability
by using the statistical index of deviation. ----- 91

1 緒言

再処理工場等においては安価で即応性の良い臨界安全監視システムの開発が望まれている。本研究は未臨界体系で観測される中性子信号揺らぎを用いてオンラインで未臨界度を推定しようとする試みであり、そのための基礎的研究を平成3年度より行ってきた。昨年度は、時系列データ中に含まれる低周波成分が未臨界度推定に及ぼす影響を考察するため、時系列データから余分な低周波成分を除去するハイパスフィルタと未臨界度推定精度の関係、及び、時系列データのサンプリング周波数が推定値に及ぼす効果について検討した。過去2年間の研究で体系が定常状態にある場合の未臨界度推定について最適なアルゴリズムと、信号前処理についての検討を行ってきた。しかし、臨界安全監視システムでは未臨界度の変動を的確に検知し速やかに警報や制御信号を出さなければならない。そのためには、未臨界度の変化によって生じるシステムのパラメータ変動を迅速に検出できるアルゴリズムの検討が最も重要となる。即ち、非定常な時系列データに対する本手法の適用性の問題を検討しておかなければならない。これまで検討してきたアルゴリズムは本質的にパラメータ変動に対する追跡能力は持っているが、本来定常状態にあるシステムのパラメータ推定を行うための手法であるため、変動するパラメータを追跡するためには新たな工夫が必要である。また、パラメータ変動に対する追跡能力はアルゴリズムの中の色々な因子が関連しており、膨大なパラメータサーベイを行わなければならない。

既に、我々は非定常状態に対するパラメータ推定法として、パラメータ修正係数の大きさを決定する予測誤差の相関行列を強制的に操作するP行列活性化法を提案しており、本研究ではこの手法に的を絞り、計算機シミュレーションと近畿大学原子炉からの実データを用いてアルゴリズムの検討を行った。

本論文の構成は以下の通りである。

第2章では、昨年度の報告書と重複するところがあるが、本報告で用いるア

ルゴリズムを説明する上で必要となるため敢えてオンラインパラメータ同定アルゴリズムの基本をのべ、次に本年度の研究における中心的アルゴリズムであるP列活性化法について述べる。ここでは、併せてP行列の物理的解釈に付いても詳しく解説する。

第3章では、実際の原子炉からのデータを解析するための予備的研究として、先ず計算機シミュレーションにより、非定常状態における最適未臨界度推定アルゴリズムについて解析する。

第4章では、非定常状態における近畿大学原子炉実験の時系列データに対して、高周波サンプリングが非定常状態の推定に有効であることを提示し、未臨界度の変化に対応できる最適なARMA同定アルゴリズムの選択とその評価について検討する。

第5章では、本研究で得た成果のまとめと今後の課題について述べる。

2 オンラインARMAパラメータ 同定アルゴリズム

この章では、本研究で用いるオンラインARMAパラメータ同定アルゴリズムについて述べる。既に昨年度の報告書で基本アルゴリズムとその変形について報告しているが、本年度の研究で用いているアルゴリズムは基本的には昨年度報告したアルゴリズムが基になっており、また、本報告を一貫性のある報告書とするためにも、昨年度と重複するが、定常時系列に対するオンラインARMAモデル同定手法：Recursive Prediction Error Method (RPE法)、PseudoLinear Regression Method (PLR法)、Extended Least Squares Method (ELS法)、及びそれらのアルゴリズムの安定性を保証するための Projection Algorithm 等を簡単に述べ、その後で非定常時系列データにおけるパラメータ推定の追従速度を速めるアルゴリズムとして開発されたPMA (P-Matrix Activation) 法及びPMDA (P-Matrix Diagonal Activation) 法について説明する。

2.1 Recursive Prediction Error (RPE) 法^[2]

1入力・1出力システムの入力を $u(t)$ 、出力を $y(t)$ 、外乱を $e(t)$ としたとき、このARMAX(p, q, r)モデルは

$$y(t) + \sum_{i=1}^p a_i y(t-i) = \sum_{k=1}^r b_k u(t-k) + e(t) + \sum_{j=1}^q c_j e(t-j) \quad (2.1)$$

で記述することができる。

$u(t)$ と $y(t)$ が観測可能で、 $e(t)$ が観測不可能な場合、自己回帰 (AR) 部パラメータ： a_i 、外部入力 (exogenous) 部パラメータ： b_i 、移動平均 (MA) 部のパラメータ： c_i を逐次的に求める手法として Recursive Prediction Error (RPE) 法が良く知られている。揺らぎを発生させる駆動力としての入力 $u(t)$ が観測不可能な場合、このアルゴリズムは式(2.1)の $u(t)$ を零とすることにより得られるARMA(p, q)過程のモデルパラメータ推定アルゴリズムとして用いることができる。

時間推移オペレータ z^{-1} を用いると、式(2.1)は次のように書ける。

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})u(t) + C(z^{-1})e(t) \quad (2.2)$$

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + \dots + a_pz^{-p}$$

$$B(z^{-1}) = 1 + b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + \dots + b_rz^{-r}$$

$$C(z^{-1}) = 1 + c_1z^{-1} + c_2z^{-2} + \dots + c_qz^{-q}$$

ここで、 $e(t)$ が観測できるとして、

観測データベクトル：

$$\phi^T(t) = [-y(t-1), -y(t-2), \dots, -y(t-p), \\ u(t-1), u(t-2), \dots, u(t-r), \\ e(t-1), e(t-2), \dots, e(t-q)] \quad (2.3)$$

及び、これから推定しようとするパラメータベクトル：

$$\theta^T = [a_1, a_2, \dots, a_p, b_1, b_2, \dots, b_r, c_1, c_2, \dots, c_q] \quad (2.4)$$

を定義すると、予測誤差 $v(t)$ は式(2.1)より、

$$v(t) = y(t) - \theta^T \phi(t) \quad (2.5)$$

なる関係がある。

そこで予測誤差 $v(t)$ の2乗の平均値

$$V_N(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N [y(t) - \theta^T \phi(t)]^2 \quad (2.6)$$

を最小にするようなパラメータ θ を逐次的に求めるのが逐次型 ARMAX モデルパラメータ同定アルゴリズムである。

このことは $V_N(\theta)$ が最小、すなわち予測誤差 $v(t)$ の分散を最小とするパラメータを推定することになる。したがって、最適パラメータは

$$\frac{\partial V_N(\theta)}{\partial \theta} = 0 \quad (2.7)$$

となるように θ を選ばばよい。この様な θ を $\hat{\theta}(N)$ とおくと、

$$\hat{\theta}(N) = \left[\sum_{t=1}^N \phi(t) \phi^T(t) \right]^{-1} \cdot \sum_{t=1}^N \phi(t) y(t) \quad (2.8)$$

で与えられることになる。

これを逐次計算方式に書き換えるため、式(2.8)において $N \rightarrow t$ に書き換え $\phi(t)$ の $(p+r+q) \times (p+r+q)$ 共分散行列 $R(t)$ を

$$R(t) = \sum_{k=1}^t \phi(k) \phi^T(k) \quad (2.9)$$

と定義し、その逆行列の平均値を、

$$P = \overline{R^{-1}}(t) = \frac{1}{t} R^{-1}(t) \quad (2.10)$$

と表すと、この行列は推定パラメータの誤差の共分散行列を現していることになることが、Kalman Filter の理論から説明できる。

ここで、確率時系列データの平均相関行列 $\overline{R}(t)$ は使用するデータ数が増加するに連れて一定の値に収束する。従ってその逆行列である P マトリックスも収束に向かう。P マトリックスは推定パラメータ $\hat{\theta}$ の修正量を調整する係数であり、P マトリックスの収束は推定パラメータの収束を意味する。一般に、P マトリックスの各要素は使用するデータ数に逆比例して急速に小さな値となり、新規の情報に対するパラメータ修正感度が鈍くなる。従って、パラメータの更新と言う観点からは、P マトリックスが収束している状態（即ち長い間定常状態が持続した後）でシステムのパラメータ変動が発生すると、パラメータ修正量が非常に小さく、結果的にパラメータ変化の追跡に大幅な遅れを生じる可能性が生じることになる。

さて、これまでは説明を簡単にするため $e(t)$ は観測できるものと仮定してきたが、実際には観測出来ないランダム変数であるから、 $e(t)$ を推定しながらパラメータ推定を行っていかなければならない。そのため、 $e(t)$ の推定値として式誤差（残差とも呼ぶ） $v(t)$ を

$$v(t) = y(t) - \hat{\theta}^T(t)\phi(t) \quad (2.11)$$

と定義し、(2.3)式の $\phi(t)$ は $e(t)$ を $v(t)$ に置き換えたものを用いる。

すると、以下に示すような逐次計算アルゴリズムを得る。アルゴリズムを記述るにあたり、先ず逐次パラメータ推定アルゴリズムで用いられる各シンボルを Table 2.1 に示す。

Recursive Prediction Error Method (RPE法) のアルゴリズム

観測される時系列データ $y(t)$ 、 $u(t)$ を新たに取得する毎に以下の [STEP] に従って各種の計算と推定パラメータの更新を行う。

[STEP 1] $y(t)$ の推定値 $\hat{y}(t)$ の計算。

$$\hat{y}(t) = \hat{\theta}^T(t-1)\phi(t) \quad (2.12)$$

Table 2.1 Notations used in the RPE method.

Symbol	Description	Formation
$\hat{\theta}(t)$	Estimated parameter of $\theta(t)$	$(p+r+q)$ Row-vector
$L(t)$	Gain vector	$(p+r+q)$ Row-vector
$P(t)$	P-Matrix	$(p+r+q) \times (p+r+q)$ Matrix
$\phi(t)$	Time series vector	$(p+r+q)$ Row-vector
$\psi(t)$	Revised time series vector	$(p+r+q)$ Row-vector
e_p	Prediction Error	A variable
$\lambda(t)$	Forgetting Factor	A variable
K_t	Contraction Factor	A variable
$\tilde{y}(t)$	Revised value of $y(t)$	A variable
$\tilde{u}(t)$	Revised value of $u(t)$	A variable
$\tilde{v}(t)$	Revised value of $v(t)$	A variable

[STEP 2] Prediction Error の計算。

$$e_p = y(t) - \hat{y}(t) \quad (2.13)$$

[STEP 3] $\hat{\theta}(t)$ の更新。

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + L(t-1) \cdot e_p \quad (2.14)$$

[STEP 4] 式誤差(残差) $v(t)$ の計算。

$$v(t) = y(t) - \hat{\theta}^T(t)\phi(t) \quad (2.15)$$

[STEP 5] 式誤差の非白色性による推定値の偏りを補正。

$1/\hat{C}(z^{-1})$ による式誤差の白色化

$$\tilde{y}(t) = y(t) + \sum_{i=1}^p (K_i \cdot \hat{c}_i(t) \cdot (-\tilde{y}(t-i))) \quad (2.16)$$

$$\tilde{u}(t) = u(t) - \sum_{i=1}^r (K_i \cdot \hat{c}_i(t) \cdot \tilde{u}(t-i)) \quad (2.17)$$

$$\tilde{v}(t) = v(t) - \sum_{i=1}^q (K_i \cdot \hat{c}_i(t) \cdot \tilde{v}(t-i)) \quad (2.18)$$

[STEP 6] $\phi(t)$ 及び $\psi(t)$ の更新。

$$\phi^T(t+1) = [-y(t), -y(t-1), \dots, -y(t-p+1), \\ u(t), u(t-1), \dots, u(t-r+1), \\ v(t), v(t-1), \dots, v(t-q+1)] \quad (2.19)$$

$$\psi^T(t+1) = [-\tilde{y}(t), -\tilde{y}(t-1), \dots, -\tilde{y}(t-p+1), \\ \tilde{u}(t), \tilde{u}(t-1), \dots, \tilde{u}(t-r+1), \\ \tilde{v}(t), \tilde{v}(t-1), \dots, \tilde{v}(t-q+1)] \quad (2.20)$$

以降 $\psi(t)$ はこの更新されたものを使用する。

[STEP 7] マトリックス $P(t)$ の更新。

$$P(t) = \frac{P(t-1)}{\lambda(t)} - \frac{P(t-1)\psi(t)\psi^T(t)P(t-1)}{\lambda(t) + \psi^T(t)P(t-1)\psi(t)} \cdot \frac{1}{\lambda(t)} \quad (2.21)$$

[STEP 8] ゲインベクトル $L(t)$ の更新。

$$L(t) = P(t)\psi(t) \quad (2.22)$$

[STEP 9] 周辺処理を行い [STEP 1] へもどる。

上記のアルゴリズムを実際の計算機プログラムとして実現するに当たり、アルゴリズム上、以下に示すような二つの補助パラメータを導入している。

① 忘却係数 (Forgetting Factor)

忘却係数 λ は [STEP 7] における P マトリックス更新時に作用するパラメータで、これは P マトリックス更新時に一段階前の値が更新時の値に与える影響の度合いを調整するための係数である。P の値はその定義から分かるように、使用するデータ量の増加に逆比例して減少する性質を持ち、(2.14) 式のパラメータ修正ゲイン $L(t)$ は式 (2.22) のように $P(t)$ に比例している。したがって、(2.21) 式から分かるように、 $0 < \lambda < 1$ の時は $\lambda = 1$ の時に比べて等価的に P マトリックスの値の減少が少なく、推定するパラメータの修正量を $\lambda = 1$ の場合より大きくするよう作用する。定常状態にある時系列データ ($\theta = \text{一定}$) を同定するときは、同定初期段階においては P マトリックス自身が収束していないため、 λ を 1 より小さい値にしておくことによって ARMA パラメータの変化量を大きくし、パラメータの収束を速める。そして P マトリックスが小さな値に収束した後は、 $\lambda = 1$ として P マトリックスの安定化、ひいては ARMA パラメータの安定化を図ることが望ましい。

しかし、非定常な時系列データのパラメータ推定を行うような場合、実状に応じて λ の値を設定する必要がある。本研究で用いた計算プログラム内では λ の初期値として λ_0 、更新のためのファクターとして μ_λ を与え $\lambda(t)$ は式

$$\lambda(t) = (\lambda_0 - 1)\mu_\lambda^{t-1} + 1 \quad (2.23)$$

のように定義している。

② 縮約係数 (Reflection Coefficient)

縮約係数 K_t は [STEP 5] における式誤差の白色化の段階で、白色化の度合いを調整するための係数である。RPE 法において推定値に偏りを生じる原因の一つに [STEP 4] で計算される式誤差の非白色性の影響によるものがある。そこで、不偏一致推定量を得るために式誤差 $v(t)$ を仮想的な白色雑音を入力とする MA モデルで表し、その MA モデル伝達関数の逆数を白色化フィルタとして用い式誤差を白色化する。このとき時系列データ全体もこのフィルタで補正する過程が [STEP 5] である。(この原理については 昨年度の報告書 Appendix-A を参照されたい)。しかし、使用データ量が少ないときやシステムが過渡的状态にある時は、使用する白色化フィルタの伝達関数 $\hat{C}(z^{-1})$ の精度が悪く、この白色化フィルタを用いると還ってパラメータ推定に悪影響

を及ぼし、パラメータの収束を損なう場合がある。従って、推定パラメータが大きく変動するような同定初期段階などでは白色化を行わないようにするなどの処置が必要となってくる。その処置法の一つとして、白色化補正を行う段階で縮約係数 K_t を導入して、パラメータ同定の進み具合に応じて白色化の度合いを制御する。本研究で用いた計算プログラム内では K_t の初期値を $K_0=0$ とし、読み込みデータ数に依存して K_t を更新するための補助パラメータとして $\mu_K(0 \leq \mu_K \leq 1)$ を用いて、

$$K_t = 1 - \mu_K^t \quad (2.24)$$

のように定義している。

なお、 $K_t = 1$ のとき完全な白色化を行い $K_t = 0$ のとき白色化をしない。また $K_t = 1$ のときパラメータ推定のための誤差評価関数は近似的に尤度関数となり、 $K_t = 0$ のとき誤差評価関数は最小2乗関数となる。

PRE法において、 $K_t = 0$ とするとPLR法、 $K_t = 0$ 、 $\lambda(n) = 1$ とするとELS法、 $K_t = 1$ 、 $\lambda(n) = 1$ とするとRML法と同じアルゴリズムになる。

ベクトル及びマトリックスの初期設定。

上記逐次パラメータ同定アルゴリズムを実際に使用する際、先ず手続きループに入る前に各ベクトル及びマトリックスの初期設定を設定しておかなければならない。特に、パラメータベクトル $\hat{\theta}(0)$ に関しては、先験的な知識によりその近似値が既知である場合には、その値を初期値として設定することによりパラメータ収束を速め、より正確なパラメータ同定を行うことが可能である。しかし、本研究では一般的にそのような値が分からないものとして、以下のよう初期値設定を行っている。

$$\hat{\theta}^T(0) = [0, 0, \dots, 0, 0, \dots, 0, 0]$$

$$L^T(0) = [0, 0, \dots, 0, 0, \dots, 0, 0]$$

$$P(0) = \alpha \times I \quad (\alpha \text{ は任意の正数、} I \text{ は単位行列})$$

Pマトリックスの初期設定において、推定パラメータの偏りを少なくするためには α として十分に大きな値を設定することが望ましいとされているが、時系列によっては必ずしもそうではない場合もある。本研究では、通常 $\alpha = 1000$ を用いているが、非常に小さい値で最適となる場合もあることも念頭に置

くべきであろう。

なお、本研究で用いている計算プログラムでは、計算時間の短縮とメモリ容量の節約を実現するため、基本的にはPマトリックスの計算にはUDL分解法と呼ばれるアルゴリズムを用いており、実際の計算プログラムでは[STEP 7]及び[STEP 8]での計算方法が、式(2.21)、(2.22)とは異なっているが、得られる結果は理論的に全く同じである。

2.2 PseudoLinear Regression (PLR) 法^[4]

PseudoLinear Regression (PLR) 法はRPE法のアルゴリズムにおいて縮約係数 K_i が常に零、すなわち、 $\psi(t) = \phi(t)$ としたものである。このアルゴリズムでは、式誤差の非白色性が強い場合、パラメータ推定値の真値への収束はRPE法に比べて悪くなり、しかも推定値に偏りを生じることがある。しかし、ベクトル $\phi(t)$ は推定されるMA部 $\hat{C}(z^{-1})$ によって修正されないため、 $\hat{C}(z^{-1})$ の精度及び安定性に依存せず、MA部が必ずしも安定な伝達関数とならないような非定常状態の時系列データに対しても有効な逐次オンラインパラメータ同定アルゴリズムとなっている。

2.3 Extended Least Squares (ELS) 法^[2]

Extended Least Squares (ELS) 法はRPE法のアルゴリズムにおいて縮約係数 K_i が常に零であると同時に、忘却係数 λ も常に1としたものである。従ってPLR法の特殊なケースであると言える。従って、RPE法の中では最もシンプルな逐次オンラインパラメータ同定アルゴリズムである。この方法は他の方法に比べて最も計算量が少なくすむ反面、パラメータの収束速度は推定の対象となるシステムの特性に強く依存するなどの欠点を持つ。

2.4 RPE法における Projection Algorithm (RML法)

RPE法において、 $K_i = 1$ 、 $\lambda(n) = 1$ とするとRML法と呼ばれるアルゴリズムになる。RPE法のアルゴリズムにおいて、[STEP 5]は不偏一致推定量を得るという意味で重要な過程であるが、白色化フィルタを形成するMA部 $\hat{C}(z^{-1})$ が不安定フィルタ(z -平面上で単位円外に零点を持つ)となっている可能性がある。そこで、縮約係数 K_i が常に零となるPLR法やELS法

を除いて、式誤差 $v(t)$ の白色化を行う場合、白色化フィルタを形成する MA 部伝達関数 $\hat{C}(z^{-1})$ が安定、すなわち、

$$\hat{C}(z^{-1}) = 0 \quad (2.25)$$

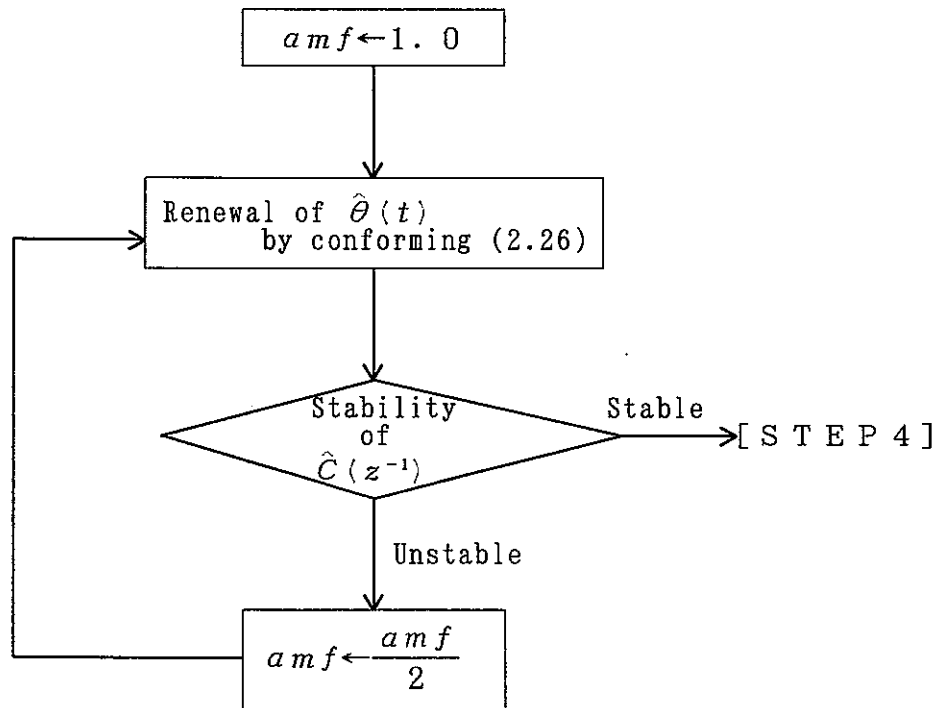
の全ての根が単位円の内部に投影(Projection)されることを保証する機能がアルゴリズムの中で必要となる。

本研究で用いている計算プログラムでは [STEP 3] を以下のように拡張することによってこれを実現している。

[STEP 3']

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + L(t-1) \cdot e_p \cdot amf \quad (2.26)$$

ここで amf は調整係数(AjustMent Factor)で、以下に示すフローチャートに従ってその大きさが変更される。



本研究で用いている計算プログラムでは、 $\hat{C}(z^{-1})$ の安定性判別に Suhur-Cohn^[5] の判定条件を用いている。

なお、Projection Algorithm は、式誤差の白色化を行わない P L R 法や E L S 法にも適用できるが、推定値の真値への漸近が極度に遅れる場合があることが本研究の過程で確認されている。

2. 5 P M A (P-Matrix Activation)法^[1] & P M D A (P-Matrix Diagonal Activation)法

システムのパラメータが変動する非定常時系列データに対し、R P E 法のパラメータ追従性能の改良に由来から取り組んできているが、その一つの方法として我々は R P E アルゴリズムにおける P マトリックスの活性化法 (P M A 法) を提案してきた。ここでは、P マトリックスの活性化の方法として、従来型の P M A 法と、P 行列の対角要素のみを活性化する P M D A 法について述べる。

まず、P マトリックスの意味について説明する。尚、ここで用いる記号は Table 2.1 に示されているもの、及び、2. 1 節の R P E 法のアルゴリズムの説明で用いたものと同じである。

定常時系列のパラメータ推定の原理は、

$$y(t) = \theta^T \phi(t) + v(t) \quad (2.18)$$

が成立するという仮定の下で、最適なパラメータ θ は残差 $v(t)$ の分散を最小にするものである。そこで、評価関数として

$$V_N(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N [y(t) - \theta^T \phi(t)]^2 \quad (2.19)$$

を定義し、 $V_N(\theta)$ が最小、すなわち、

$$\frac{\partial V_N(\theta)}{\partial \theta} = 0 \quad (2.20)$$

となるように θ を選ばばよい。

この様な θ を $\hat{\theta}(N)$ とおくと、

$$\hat{\theta}(N) = \left[\sum_{t=1}^N \phi(t) \phi^T(t) \right]^{-1} \cdot \sum_{t=1}^N \phi(t) y(t) \quad (2.21)$$

で表される。

ここで、式(2.21)を

$$\hat{\theta}(t) = \left[\sum_{k=1}^t \phi(k) \phi^T(k) \right]^{-1} \cdot \sum_{k=1}^t \phi(k) y(k) \quad (2.22)$$

と書き、新たに $(p+r+q) \times (p+r+q)$ マトリックスである $R(t)$ を

$$R(t) = \sum_{k=1}^t \phi(k) \phi^T(k) \quad (2.23)$$

と定義すると、 P マトリックスは、

$$P = \overline{R^{-1}}(t) = \frac{1}{t} R^{-1}(t) \quad (2.24)$$

である。

P マトリックスは前述の RPE 法のアルゴリズムの [STEP 7] に従って計算されるものであるが、その物理的な意味は上述したものである。 P マトリックスは確率時系列データの相関行列 $\overline{R}(t)$ の逆行列であるから、推定が進むにつれてある一定値に収束し、 P マトリックスも収束に向かう。従ってマトリックス内の各要素も非常に小さな値になる。式(2.5)、(2.12)、(2.13)から分かるように、 P マトリックスは推定パラメータ $\hat{\theta}$ の修正量をコントロールするゲインファクターであり、 P マトリックスの収束は推定パラメータの収束を意味する。統計的に、 P マトリックスが収束すると新規の情報に対しては感度が鈍くなる。従って、ある程度のデータを読み込んで P マトリックスが既に収束した状態にある場合、パラメータの変動が生じて、そのパラメータの変化には直ちに追従出来ず、未臨界度の追跡に大幅な遅れを生じることになる。

そこで、 P マトリックスの収束を強制的に抑制する方法が P 行列活性化法である。 PMA 法は、基本的には RPE 法によりパラメータ推定を行いながら、一定間隔で P マトリックスの全要素に 1 より僅かに大きな定数を掛けることにより、パラメータ変更感度を強制的に活性化する手法である。

$PMDA$ 法は PMA 法の特種なタイプで、 PMA 法が P マトリックスの全要素に定数を掛けるのに対して、 $PMDA$ 法では P マトリックスの主対角要素に対してのみ一定間隔で定数を掛けるものである。この方法を用いることによって同一活性化量でより高い感度を得られる。 RPE 法ではメモリの節約と高速計算を実現するため、 P マトリックスの UDL 分解表現を用いた計算を行っており、 P 行列の特定の要素だけに定数を掛けることが出来ない。一方、 $PMDA$ 法では対角要素のみに定数を掛けることが出来る反面、 PMA 法のようなに行

列計算を行わないため、PMA法に比べて計算機メモリ及び計算時間を多く必要とする。このことは、最近の計算機の性能が向上した現在では問題とはならないであろう。

Pマトリックスの活性化は、RPE法の計算過程[STEP 9]での周辺処理の一環として以下の手続きに従って行う。

ここで、 N_{act} 、 A_{ct} はそれぞれ活性化間隔と活性化量を表し、 $A_{ct} > 1$ である。

PMA法：

$$P(t) = \begin{cases} P(t) \times A_{ct} & (t = kN_{act}, k: \text{整数}) \\ P(t) & (t \neq kN_{act}) \end{cases}$$

PMDA法：

$$\text{diag}[P(t)] = \begin{cases} \text{diag}[P(t)] \times A_{ct} & (t = kN_{act}, k: \text{整数}) \\ \text{diag}[P(t)] & (t \neq kN_{act}) \end{cases}$$

P行列活性化法を採用し、逐次計算におけるパラメータ修正量を大きくすることにより、システムの過渡状態におけるパラメータ推定の追従性能は高まる。しかし、本来Pマトリックスは式(2.19)における評価関数を最小にするという条件で更新されているものであり、外部からその条件を強制的に乱すことになるのため、定常状態における推定パラメータの変動が大きくなるという欠点を生じることになる。従って、P行列活性化法を導入する場合は、「適正なパラメータ追従速度の向上」と「定常時におけるパラメータ変動の許容量」を総合的に考慮した上で、活性化量及び活性化間隔を設定する必要がある。

このような考え方に近い方法として、P行列が0に収束するのを防ぐため、P行列に予め定めたルールに従う時間依存の定数を加える方法も提案されているが、加える値の算定方法が明らかではないので、これも試行錯誤的na方法である。

3 シミュレーション時系列データ による予備解析

第2章で述べたオンライン逐次計算型ARMAモデル同定アルゴリズムは、未臨界度の変動する非定常時系列データに対しても本質的に適用出来るはずである。しかし、アルゴリズムの中には各種のパラメータが含まれており、それらのパラメータの設定の仕方により、変動する未臨界度追跡能力は大きく変わる。そこで、この章では、どのようなアルゴリズムが連続的に変化する未臨界度の推定に最適であるかを、シミュレーションデータの解析により検討する。

第1節では、解析に用いる時系列データ作成のためのパラメータ及び原子炉モデル、時間的に変動する未臨界度に対応した原子炉モデルの近似法とシミュレーションデータの生成法について述べる。第2節では、未臨界度がランプ状に緩やかに変化する場合のシミュレーションデータに対する最適アルゴリズムの解析について、第3節では、未臨界度がランプ状に速やかに変化する場合のシミュレーションデータに対する最適アルゴリズムの解析について、また、第4節では、未臨界度が三角波状に緩やかに変化するシミュレーションデータに対する最適アルゴリズムの解析について解析し、非定常未臨界度推定に適したアルゴリズムの検討を行う。

3.1 計算機シミュレーションによる時系列データの生成法

未臨界原子炉が、遅発中性子一群・一点炉近似動特性方程式に従い、中性子密度と遅発中性子先行核密度の揺らぎに対する駆動力、及び検出器に混入する雑音がガウス白色過程であると仮定すると、中性子検出器出力信号揺らぎの時系列は

$$y(n) + \sum_{i=1}^2 a_i y(n-i) = \nu(n) + \sum_{j=1}^2 c_j \nu(n-j) \quad (3.1)$$

で表わされるARMA(2, 2)モデルで表現できる⁽¹²⁾。そこで、Table 3.

1, Table 3.2 に示す物理定数を用いて、Appendix に示す計算手順に従って色々な未臨界度に対するARMA(2, 2)モデルパラメータを導出しておき、それらをいわゆる Shaping Filter として用いることにより白色雑音から非定常状態の時系列データを作成する。シミュレーション時系列データの作成、及び、そのモデル同定システムを Figure 2.1 に示す。なお、このシステムでは、未臨界原子炉を模擬するARMA(2, 2)モデルの入力となる正規乱数が計算機内自身で作成され、(3.1)式に従って計算された模擬中性子検出信号揺らぎは、実際のA/D変換器から得られるデータを模擬するため12ビットに量子化されたデータとして出力される。

シミュレーションに用いたモデルでは、中性子寿命を近畿大学原子炉の1/10とし、混入する観測雑音はないものと仮定している。また、未臨界度は\$20から\$1の範囲で変化させ、サンプリング周波数は20kHzとしている。サンプリング周波数は、燃料再処理系の中性子検出器信号揺らぎスペクトルの高周波側折れ点周波数を考慮してたものである。

TABLE 3.1 Physical Constants for computer simulation

observation noise variance	0.0001
$\gamma \beta$	0.0064
decay constant λ	0.07 sec ⁻¹
source intensity S	1.0 sec ⁻¹

TABLE 3.2 Physical Parameters for computer simulation

Physical Parameters	
life time [sec]	1.35 × 10 ⁻⁵
subcriticality	-\$20.....-\$5
sampling frequency	20kHz
observation noise	N0

3. 2 アルゴリズムの評価方法

非定常で統計的な揺らぎを含むパラメータ推定の能力を評価することは非常に難しいが、その目安として、ここでは下記に示す評価関数(3.2)を用いる。

n は評価を行う点の数である。これは、シミュレーションデータの適当なデータ間隔毎に抽出された推定未臨界度と真の未臨界度との差を自乗して加え合わせ、その合計の逆数を評価しており、この値が大きい程未臨界度推定精度が高いことになる。

$$\text{評価値} = \frac{1}{n} \cdot \frac{n}{\sum_{i=1}^n} \frac{\text{同定未臨界度} - \text{理論未臨界度}}{10\$} \quad (3.2)$$

Figure 3.2 に評価の基準参照値を示す。\$表示のあるエラー棒の高さは、評価に用いられた全ての未臨界度推定値が、理論未臨界度に対して表示の大きさのエラーを持った場合の評価値の大きさを示している。

3.3 ランプ状に緩やかに変化する未臨界度の推定

3.3.1 シミュレーション時系列データの作成法

ここでは、3.1節のシミュレーションモデルを用いて Figure 3.1 に示すように、未臨界度がランプ状に緩やかに変化する場合の時系列を模擬する。このシミュレーションでは、未臨界度はサンプリング時点0～45000のデータに対しては\$10から\$1までリニアに減少、サンプリング時点45000～95000のデータに対しては\$1に固定、サンプリング時点95000～14万のデータに対しては\$1から\$10までリニアに増加、その後19万データまでは\$10に固定されている。

なお、シミュレーション時系列データ作成に際して、未臨界度の変化に伴う原子炉モデルパラメータの変化を模擬する方法としては、予め\$1毎に未臨界度の変化に対応して理論的ARMAモデルパラメータを計算して置き、シミュレーションデータ作成時にはそれらのパラメータを線形内挿して時間的に変化するパラメータを近似する方法を

用いた。このシミュレーションではサンプリング周波数として20 kHzを仮定しており、時間的には2.25秒で未臨界度が\$10から\$1に変化する場合をシミュレートしていることになる。

TABLE 3.3 Evaluated Algorithms

Code Number	活性化使用		初期値設定	アルゴリズム
	活性化量	間隔		
E.11	1.01	100	ARMAモデル同定 アルゴリズムの初期 値設定有り。	ELS +PMA
E.12	1.001	100		
E.21	1.01	1000		
E.22	1.001	1000		
E.00	1.0	----		ELS
F.11	1.01	100		RML +PMA
F.12	1.001	100		
F.21	1.01	1000		
F.22	1.001	1000		
F.00	1.0	----		

TABLE 3.4 Location of Algorithms in Figure 3.1

E.11	E.12	E.21	E.22	E.00
F.11	F.12	F.21	F.22	F.00

3.3.2 シミュレーション時系列データの解析結果

シミュレーションデータのARMAモデル同定に用いたアルゴリズムをTable 3.3に示す。各アルゴリズムの中で必要となる初期値は、\$10の定常状態にある時の5万データ(2.5秒間)をARMAモデル同定して得られた各種パラメータを用いた。これにより、すでに\$10の定常状態を推定している状態から未臨界度の変化を追跡し始める状態をシミュレートしていることになる。

シミュレーションでは、乱数系列が異なる5種類の19万データの時系列に対して解析を行った。各シミュレーションで、時系列データ5000置きに28個の未臨界度推定値をサンプリングし、1つのアルゴリズムに対して合計140個の未臨界度推定結果を得た。性能評価は未臨界度が減少する前半と未臨界度が増加する後半の二つに分けて行い、それぞれ70個のサンプルを用いて評価値を計算した。従って、この場合式(3.1)におけるnは70である。

Figure 3.2.a,b には、Table 3.3 に示す各アルゴリズムでARMA(1, 1), ARMA(2, 2), ARMA(3, 3)モデルによる未臨界度推定を行った場合の未臨界度推定能力が示されている。

なお、グラフの中でのアルゴリズムの配置は Table 3.4 の通りである。

Figure 3.2.a は、0から95000データまでの未臨界度が次第に浅くなる場合の未臨界度推定能力を示し、Figure 3.2.b は、95000データから19万データで未臨界度が深くなる場合の未臨界度推定能力を評価したものである。

Figure 3.2.a,b において、即ち、未臨界度が次第に浅くなる場合も、未臨界度が次第に深くなる場合に対しても、評価値が最も高いアルゴリズムは100データ置きに活性化量(倍率)を1.01とした場合のPMA法を用いた場合である。

未臨界度が次第に浅くなる場合の推定では、ARMA(1, 1), ARMA(2, 2), ARMA(3, 3)モデルに対し、何れのモデルもややRML+PMA法がELS+PMA法に勝っているが、未臨界度が深くなる場合の追跡では、ARMA(3, 3)モデルにたいしてはELS+PMA法の評価が高い。

未臨界度が浅くなる方向に変化している場合で、未臨界度の追跡が最もよい場合の未臨界度の推定の様子を Figure 3.3.a,b,c に示す。

3.3.3 ARMA(1, 1)モデル同定

このシミュレーションデータに対し、ARMA(1, 1)モデルによる未臨界度推定を行った結果では、推定未臨界度が浅い方向に変化しはじめるのは、実際の未臨界度の変化がはじまってからおよそ1万データを必要としている。

これに対し、ARMA(2, 2), (3, 3)モデルを用いた場合も、およそ1万データではじめて未臨界度に変化が現れており、変化の検出感度のモデル依存性はあまり無いようである。1万データの遅れは20kHzサンプリングで0.5秒に相当し、その時点では実際の未臨界度は既に\$8程度にまで達していることになる。

未臨界度の変化の追従性に関しては、ARMA(2, 2), 及び(3, 3)モデルによる未臨界度推定では、実際の原子炉の未臨界度が1\$に到達した45000データの時点で推定値もほぼ\$1に達しており、はじめの遅れを取り戻し最終的にはほとんど未臨界度推定の変化に追いついていると言える。ただ、5万データ辺りでは\$1より浅い推定値を示している場合もある。このような統計的揺らぎなARMAモデルによる推定法の特徴であり、未臨界度が浅い方向を示す場合があっても、これは臨界安全監視システムとしては安全側にあり、必ずしも欠点とはならないであろう。

それに対し、ARMA(1, 1)モデルによる未臨界度推定では、1万データ遅れの55000データで\$1に達した後も比較的時計的揺らぎの少ない推定を行っている。これらの結果から、感度は高いが統計的揺らぎの大きいアルゴリズムを選ぶか、あるいはより安定した推定値を与えるアルゴリズムを選ぶかは、臨界安全システムの基本的思想により決められるべきであろう。

3.3.4 未臨界度が深くなる場合の未臨界度変化の追跡

未臨界度が深くなる場合は、未臨界度が浅くなる時ほど高速には未臨界度の変化追跡できないようである。

ARMA(1, 1), (2, 2), (3, 3)モデル全て、体系が\$10の未臨界度定常状態に落ち着いてから、\$10を推定するのに3万データを必要としている。またモデル次数が上がるほど推定値のばらつきが大きくなっている。

未臨界度が深くなる場合は、なぜ未臨界度が浅くなる時ほど高速には未臨界度の変化を追跡できないのか明らかではなく、未臨界度モニタリングシステムとして使用するためには詳しい検討が必要となる。

3.4 ランプ状に速く変化する未臨界度の推定

3.4.1 シミュレーション時系列データの作成法

3.1節と同じシミュレーションモデルを用いて、Figure 3.4のように未臨界度を0～9000データでランプ状に\$10から\$1まで変化させ、9000から59000まで\$1で定常に保ち、59000～68000データ間ではランプ状に\$1から\$10に変化させて、その後118000データまで\$10の定常を保ったシミュレーション時系列作成し、これをARMAモデル同定した。サンプリングはやはり20KHzを仮定しているため、未臨界度は0.45秒間で\$10から\$1に変化した場合をシミュレートしていることになる。

3.4.2 シミュレーション時系列データの解析結果

同定に用いたアルゴリズムはTable 3.3に示されている。アルゴリズムの初期値は前節と同様、未臨界度\$10の定常状態の5万データを同定してあられたパラメータを設定した。Figure 3.5.a,bに各アルゴリズムの未臨界度推定能力を示す。Figure 3.5.aは0から59000までのデータに対する未臨界度推定能力の評価値で、未臨界度が深い状態から浅い状態に変化した場合の未臨界度推定能力を示している。また、Figure 3.5.bは、未臨界度が深い方向に変化する59000データから118000までのデータに対する未臨界度推定の推定能力を示している。

シミュレーションは乱数系列が異なる5種類の118000データの時系列に対して行い、結果を評価する時点として時系列1000データ毎に118個の未臨界度推定値をサンプリングし、各同定アルゴリズムに対して合計590個の未臨界度推定結果を得た。評価値は前半と後半の半分づつに分け、それぞれ295個の同定結果を用いて評価値を計算したので $n=295$ である。

Figure 3.5.a,bのアルゴリズムの配置はTable 3.4に示通りであり、Figure 3.2は比較のための参照値を示している。

未臨界度が浅い方向に変化する場合Figure 3.5.aから分かるように、推定が最もよいアルゴリズムはRML+PMA法で、活性化間隔は100データ、活性化量は1.01であり、この場合の未臨界度の推定の様子がFigure 3.6.a,b,cに示されている。

3.4.3 ARMA(1, 1)モデル同定

ARMA (1, 1) モデルによる推定では、9000データ目で\$1に到達する時系列に対し、2万データ遅れの3万データ目で\$1の推定を完了している。

ARMA (2, 2), (3, 3) モデルでは、9000データで\$1に達し未臨界度推定の時間遅れはほとんどない。また1万データ目では\$1より浅い推定値を出している。しかし、推定の途中で1時的に\$10より深い未臨界度を推定している場合がある。これはARMAパラメーターが急激なモデルの変化について行けず、1時的に不良なモデルパラメーターになったためであり、今後、このような場合に関して更に詳細な検討が必要であろう。

また、「未臨界度が\$10からの浅い方向に変化している」という未臨界度変化の検出に数000データの遅れがあり、この時点では未臨界度は既に\$8になっている。ARMA (2, 2), (3, 3) モデル同定では、この遅れが6000データとなり、時間的には0.3秒の遅れで、この時未臨界度は\$4となっている。0.45秒で\$10から\$1に変化する体系で0.3秒後には未臨界度の変化を検出しており、このデータを見る限りでは警報等を出すための臨界安全システムなどに本手法は有効であるものと言える。

しかし、未臨界度が浅い状態から深い状態に変化する場合は、その逆の場合のときほど高速には未臨界度の変化を追跡できない。体系が\$10の定常状態に落ちついてから、\$10を推定するのにARMA (1, 1) モデル同定では4万データ、ARMA (2, 2) モデル同定では3万データを必要としている。また、ARMA (3, 3) モデル同定では正常な未臨界度の推定ができていない。このことからARMA (3, 3) モデル同定ではパラメーターの急激な変動があった場合、その後の同定が不良になる場合があり、注意しなければならない。しかし、ARMA (1, 1) モデル同定、(2, 2) モデル同定では未臨界度が\$1から\$10に変化していることを連続して追跡していることから、低次数のARMAモデル同定を用いれば本手法がオンライン未臨界度モニタリングシステムとして使用可能であることを示している。

3. 5 三角波状に変化する未臨界度の推定

3.5.1 シミュレーション時系列データの作成法

前節と同様のシミュレーションモデルを用いて、Figure 3.7 に示すように、未臨界度を 0 から 45000 データで \$10 から \$1 までリニアに減少させ、45000 から 9 万まで逆に \$1 から \$10 に戻し、9 万から 135000 で再び \$10 から \$1 に減少し、135000 から 18 万で \$1 から \$10 に戻した後、18 万から 23 万データまで \$10 を保ったシミュレーション時系列を作成し、これを ARMA モデル同定した。未臨界度の変化の速さは 3.1 節の緩やかに変化する場合と同じである。

3.5.2 シミュレーション時系列データの解析結果

同定に用いたアルゴリズムは Table 3.3 に示された通りである。アルゴリズムの中で必要となる初期値として、やはり未臨界度 \$10 の定常状態で得られる 5 万データ (2 秒間) を用いて ARMA 同定した時の各種パラメーターを初期値として設定した。従って、すでに \$10 の定常状態を推定している状態から未臨界度の変化の追跡を開始し始める状態をシミュレートしていることになる。

シミュレーションは乱数系列が異なる 5 種類の 23 万データの時系列に対して行い、結果は時系列 5000 データ毎に 46 個サンプリングし、1 つの同定アルゴリズムに対して 230 個の未臨界度の推定結果を得た。従って、この場合(3.1)の n は 230 である。Figure 3.8 に示したアルゴリズムの配置は Table 3.4 に示されている。評価の参照値は Figure 3.2 である。

Figure 3.8 から分かるように、最も良いアルゴリズムは ELS + PMA 法である。この場合の未臨界度の推定の様子を Figure 3.9.a,b,c に示す。ARMA (1, 1) モデル同定による推定では、未臨界度が浅い方向に変化する場合、5000 データ遅れで、また、深い方向に変化する場合には 15000 データ遅れで未臨界度変化を追跡している。ARMA (2, 2), (3, 3) モデルでは (1, 1) モデルでの同定に比べて推定未臨界度の統計的ばらつきが増加するが、浅い方向に未臨界度が増加する場合には追跡時間遅れは殆ど無く、深い方向への変化では 15000 データ遅れ、時間にしておよそ 0.75 秒遅れで未臨界度を追跡している。

このように未臨界度が激しく変動する場合でも、オンライン ARMA モデル

同定法を用いることにより、連続して未臨界度を推定することができる。また ARMA (2, 2), (3, 3) モデルの場合には、特に浅い方向に未臨界度が増加する場合に有効である。

3.6 小結論

変動する未臨界度を追跡するアルゴリズムとして P-行列活性化 (P-matrix Activation: PMA) 法が有効であることがわかった。このシミュレーションからは、未臨界度が浅い方向に変化する場合は尤度関数を評価関数とする RML 法が、深い方向に変化する場合は最小 2 乗関数を評価関数とする ELS 法が優れており、未臨界度の変化を総合的に追跡するためには ELS 法が優れているといえる。

同定次数の問題については、ARMA (1, 1) モデルを用いた場合、推定値の統計的変動が少ないが、このことは逆に速やかに変動を検出する能力に欠けることになる。

一方、ARMA (2, 2) モデルによる推定では比較的未臨界度の変動の検出能力があり、また、定常状態の未臨界度の推定では、未臨界度を浅い方向に過大評価することはなく、正常な未臨界度推定能力を持つ。しかし、ARMA (1, 1) モデル同定に比べ推定値のばらつきが大きく、また、データの変化が急激な場合には、一時的に誤った未臨界度を推定する場合がある。

ARMA (3, 3) モデル同定では、ARMA (2, 2) モデル同定と同じ程度の未臨界度変化追跡能力を持つが、推定値のばらつきが ARMA (2, 2) よりさらに大きくなり、また、浅い未臨界度から深い未臨界度に急激に変化する場合には未臨界度推定が出来なくなることがある。

以上の結果を総合すると、特に浅い方向への未臨界度変化を高速に検出する必要がある臨界安全監視システムに対しては、アルゴリズムとしては ARMA (2, 2) モデル同定を、活性化間隔 100 データ、活性化量 1.01 で活性化した RML 法を用いるのがよいことになる。

しかし、未臨界度が深くなったり浅くなったりダイナミックに変化する体系では上記の活性化を用いた ELS の ARMA (2, 2) モデル同定がよい。

また、推定値のばらつきが小さく安定した未臨界度推定を行いたい場合には上記の活性化法を用いたARMA(1, 1)モデル同定がよい。この場合、5000から1万データの追跡遅れが発生する事に留意する必要がある。この程度の追跡遅れを認めるならARMA(1, 1)モデル同定に対し、活性化間隔100データ、活性化量1.01で活性化したELS法を用いれば計算量も少なく、従って最近のパーソナル計算機を用いて、安定した未臨界度の推定ができるものと期待される。

4 非定常状態における未臨界度推定

第3章では、シミュレーションデータを用いてどのようなアルゴリズムが変動する未臨界度の推定に適しているかを検討したが、既に昨年度の報告書でも述べたように、計算機シミュレーションの結果をそのまま実際のデータに応用しても、必ずしも良い結果を得るとは限らない。そこで、この章では、近畿大学原子炉で取得した非定常未臨界状態における時系列データに対して主にARM A(2,2)モデル同定を適用した場合の未臨界度について検討する。

ここでは、特にアナログ信号のサンプリング周波数の選択と未臨界度変化に対する推定値の追従速度について検討すると共に、追従性能を向上させるための同定アルゴリズムについての検討を行っている。

なお、原子炉の未臨界度の変動は、中性子源を挿入した状態で未臨界定常状態にある原子炉の制御棒を一定速度で出し入れする事により作り出された。

第1節には、解析に用いる時系列データの取得方法と、マスター時系列データからサンプリング周波数の異なる基本時系列データを生成する方法について説明する。第2節には、未臨界度の変化に対する推定値の追従の遅れの問題を考察し、その改善方法の一つとして高周波サンプリングによる時系列データの取得を提案し、実際の未臨界度推定により、その方法が有効であることを説明する。第3節には、未臨界度の変化に対する追従性能を向上させるための最適なアルゴリズムの選択の問題について検討する。また評価式を定義してそれぞれのアルゴリズムで推定された未臨界度の推定値を評価し、現段階で考えられる最適アルゴリズムについて述べる。第4節には、以上の結論についてまとめる。

4.1 アナログハイパスフィルタと基本時系列データの作成

近畿大学原子炉を用いた実験では、制御棒の駆動による反応度の変化によって非定常状態を実現している。取得した時系列データのパターンは次に説明す

るようなものである。

一定時間、定常状態を維持した後、制御棒を引き抜くか、または挿入することにより準線形的な未臨界度の変化を与え、制御棒の駆動完了後、再び定常状態を維持するというパターンである。ここで準線形的な変化と言うのは、制御棒の単位時間あたりの駆動量は一定（引き抜き速度は固定されている）であるが、原子炉の体系に与える反応度は制御棒の部位によって異なるからである。

制御棒の引き抜き挿入により原子炉出力は大きく変動するため、時系列データを取得する中性子検出器平均出力は大きく変わる。従って、A/D変換器の飽和を防ぐためには、信号に含まれる低周波成分を十分除去しなければならない。そのために、電流電圧変換のアンプの出力信号に対しハイパスフィルタを用いている。本来ならば、予め十分検討を行って適正なカットオフ周波数を有するハイパスフィルタを用いるべきところであるが、本実験ではその知見が得られていなかったことと、アナログRCアクティブフィルタは、構成パーツによる時定数でその特性が決定されてしまい、カットオフ周波数をデジタルフィルタのように自由に変更しにくいという制約がある。そこで、実験ではカットオフ周波数が0.1 Hzの6次バターース特性を有するフィルタを用いることにより低周波成分を除去した。

Table 4.1 Reference table for the fundamental time series.

Reference subcriticality [\$]	Sampling frequency [Hz]	Name of the fundamental time series	Driving control rod
2.19 → 1.25	888.888...	ID004.888	safety rod #1* in→out 197(sec)
	444.444...	ID004.444	
	222.222...	ID004.222	
0.583 → 0.289	888.888...	ID011.888	shim rod 30%out→60%out 66(sec)
	444.444...	ID011.444	
	222.222...	ID011.222	
0.289 → 0.583	888.888...	ID012.888	shim rod 60%out→30%out 66(sec)
	444.444...	ID012.444	
	222.222...	ID012.222	

*: "safety rod #1 in→out" implies that the control rod moved from fully inserted condition to fully pulled out condition.

昨年の報告で述べた様に、D A Tデータデコーダから直接デジタルデータとして取得されたサンプリング周波数 $888.888 \dots \text{Hz}$ (Sampling Time = 0.001125 sec)のマスター時系列データは、エリアシング除去のための適当なデジタルフィルタを用いて分周され、

$444.444 \dots \text{Hz}$ (Sampling Time = 0.002250 sec)

$222.222 \dots \text{Hz}$ (Sampling Time = 0.004500 sec)

でサンプリングされたと等価な時系列データに変換された。

以後、マスター時系列データ及びマスター時系列データからサンプリング周波数が変換された時系列データを、基本時系列データと呼ぶ。

Table 4.1 に、本章において未臨界度推定を行う基本時系列データの特性及び説明のための便宜上の名前を示す。

4. 2 時系列データのサンプリング周波数と 変化する未臨界度に対する追従性能

昨年度の報告で、定常状態における時系列データに対するサンプリング周波数と推定時間の関係について報告したが、その中で未臨界度が変化する非定常なシステムにおいては、一定の推定精度と追従速度を維持する上で高周波サンプリングの必要性を示唆するような結果を得た。また、計算機シミュレーション結果で明らかのように、実際の未臨界度の変化に対して未臨界度の推定に遅れを生じること、そして特に未臨界度が浅い方から深い方向に変化する場合には大幅な時間遅れが生じる結果を得た。

これらの状況を考慮して、本節では、未臨界度が変化する場合、R P E法によるA R M Aモデル同定を用いた未臨界度推定の遅れを解決する一つの方法として、時系列データ取得時の高周波サンプリングの有効性について検討する。

以下に、未臨界度の変化に対する推定値の追従性能を高周波サンプリングによって高めることが期待される理論的な裏付けを述べる。

第2章で説明したように、R P E法によるオンライン同定において、システムパラメータの更新に関わるゲインファクターとしての役割を担っているのがPマトリックスである。Pマトリックスは、時系列データの自己相関、相互相関を要素とする行列の逆行列であり、統計的には一旦収束してしまうと新規の

情報に対する感度が非常に鈍くなる。このことは定常状態での時系列データに対しては安定した推定を保証する一方で、非定常状態での時系列データに対しては新規の情報が即座に反映されにくく、未臨界度の変化の推定に大きな遅れを生じる原因になっている。

そこで、高周波サンプリングによって、単位時間当たり取り込む新規の情報（データ）を増加させ、より速やかにRPE法の同定ループに情報を送り込むことにより、できるだけ早く新規の情報をPマトリックスに反映させることが、推定の追従性能を高めることになるものと期待される。

4.2.1 解析の概要

Table 4.1 に示した各基本時系列データに対し、ELS法を用いてARMA(2,2)モデル同定を行うことにより未臨界度を推定した。非定常状態の時系列データをARMAモデル同定する場合には、RPE法の基本アルゴリズムに対し第2章第5節で説明したPMA法を共用する事によって未臨界度の変化に対する追従性能を向上させる。しかし、ここではサンプリング周波数と推定性能の関係を明らかにするために、PMA法は敢えて用いず、RPE法のアルゴリズムの中では最もシンプルなELS法を用いる。従って、追従性能は必ずしも良くなく、また、未臨界度の変化の終了後もそのトレンドの方向へ推定値が偏っていく Over Estimation や、未臨界度の変化に追従できないまま推定値が偏ってしまう Under Estimation の現象が生じるが、本節での目的である高周波サンプリングの有効性を確かめる上では問題とはならない。

未臨界度推定の結果は、各時系列データシリーズごとに、ID004シリーズを Fig.4.1.a に、ID011シリーズを Fig.4.1.b に ID012シリーズを Fig.4.1.c にそれぞれ示す。

また、ID011シリーズ及びID012シリーズに関しては、上記のグラフ上に原子炉の出力（カレントアンプのDCレベル）から換算された未臨界度を併せて載せて有る。これは、一点炉近似動特性方程式に従う未臨界原子炉では、CIC検出器のDC成分と未臨界度は反比例する事を利用したもので、あくまでも参考資料としての意味以上のものではない。このDC成分は、未臨界度推定に用いる時系列データを取得するためのCIC検出器からの信号を、カレントアンプで増幅し、ハイパスフィルタを通さずに、10Hzにカットオフ

周波数を有する4次のバターワース特性ローパスフィルタによって高周波雑音を減衰させ、未臨界度推定用の時系列データと同時にPCMレコーダに記録したものである。更に計算機上で、0.1 Hzにカットオフ周波数を有する4次のバターワース特性デジタルローパスフィルタで高周波成分を除去することによって揺らぎを除去してある。

4.2.2 サンプル周波数と未臨界度の変化追従性能に関する定性的知見

4.2.1項における計算結果より、次のような知見が得られる。

- ① Fig.4.1.a に関して、未臨界度の変化が生じる以前の定常状態で、サンプリング周波数が888.888…Hz、及び222.222…Hzの時系列データを用いた推定に関しては、推定値に大きな偏りの差がみられる。これは、低周波成分除去用のハイパスフィルタのカットオフ周波数が0.1 Hzとしたために、未臨界度が深いことに加えて、ハイパスフィルタのカットオフ周波数が適正カットオフ周波数から離れていることが原因であると考えられる。しかし、制御棒の引き抜きにともなう未臨界度の変化に対する追従性は、明らかにサンプリング周波数が高いほど速いことが観察される。
- ② Fig.4.1.c に関して、浅い未臨界度から深い未臨界度へ未臨界度の変化が生じる場合、Under Estimation 現象が全てのサンプリング周波数の時系列データに対して生じているが、その中でも、サンプリング周波数が高くなるにつれて Under Estimation 現象は軽微である。

これらの知見から、高周波サンプリングの有効性を明確に裏付けるために、次項では、評価式を定義をすることによって推定値を評価する。

4.2.3 未臨界度の変化に対する推定値の追従性の評価と 高周波サンプリングの有効性

前項では、未臨界度の変化に対する推定値の追従性能向上には、高周波サンプリングが有効であることを定性的な見地から述べた。

この項では、ID011シリーズ、及びID012シリーズでの推定結果に

対して新たに評価式を定義して、それぞれの時系列データにおける推定未臨界度を評価し、未臨界度の変化に対する推定値の追従性能の向上に高周波サンプリングが有効であることを裏付ける。

〔評価式の定義〕

評価のポイントは、推定された未臨界度がリファレンス未臨界度曲線の近傍にあるかどうかということが第1点、未臨界度の変化に対し、推定値がその変化に素早く追従しているかどうかということが第2点である。

そこで、評価を行う評価区間での基準未臨界度（実際は出力から換算される未臨界度）を m_i 、推定された未臨界度を x_i とする。

i 番目の、推定未臨界度標本と基準リファレンス未臨界度の偏差 D_i を、

$$D_i = x_i - m_i \quad (4.1)$$

で表す。

このとき標本の個数を n とすると、偏差の平均 D_m は、

$$D_m = \frac{\sum_{i=1}^n D_i}{n} \quad (4.2)$$

である。

この偏差の平均 D_m を第1の評価式とする。この評価式が指し示すことは、推定未臨界度がリファレンス未臨界度曲線に対してどのような関係にあるかということである。以下に、この評価式の具体的な意味について述べる。

偏差の平均が小さいときは、主に、次に示すような関係にある。また、その関係の例を Fig.4.2.a に示す。

- a - 1 推定未臨界度がリファレンス未臨界度曲線の近傍を巻き付くように推定している。
- a - 2 推定未臨界度がリファレンス未臨界度の内側をリファレンス未臨界度曲線の変化に比べてUnderに推定している。
- a - 3 推定未臨界度がリファレンス未臨界度の外側をリファレンス未臨界度曲線の変化に比べてOverに推定している。

偏差の平均が大きいときには、主に次ぎに示すような関係置にある。その関係の例を Fig.4.2.b に示す。

- b-1 推定未臨界度が全体的にリファレンス未臨界度曲線よりも深く推定している。
- b-2 推定未臨界度が全体的にリファレンス未臨界度曲線よりも浅く推定している。

偏差の平均値は、一般にその値が小さいほどリファレンス未臨界度曲線の近傍に推定未臨界度があるが、a-2、a-3のように一概にその様に言えない場合もある。また、偏差の平均値は未臨界度の変化に対しての追従性能については何も教えてくれない。偏差の平均値が大きくても、未臨界度の変化に対する追従が速いことも有り得るし、a-2のように偏差の平均値が小さくても未臨界度の変化を的確に捉えられない場合もある。

そこで、第2の評価式として、偏差のその平均値まわりの標準偏差 σ_D を採用する。 σ_D は、

$$\sigma_D = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (D_i - D_m)^2}{n}} \quad (4.3)$$

で定義する。

偏差の標準偏差 σ_D は、偏差の平均値とは異なり、無条件に小さいことが望ましい。また、b-1やb-2のようにリファレンス未臨界度曲線に対してバイアスが乗っている場合でも、未臨界度の変化に素早く追従している場合にはこの値は小さくなる。逆に、a-2の様に偏差の平均値が小さい場合でも、未臨界度の変化への追従が不十分な場合は、この値は大きくなる。

以上に説明した偏差の平均値 D_m と、偏差の標準偏差 σ_D という2つの評価値で、未臨界度の変化時の未臨界度推定の追従性能を評価する。最も好ましい場合は二つの評価値が共に零に近づくことである。互いの評価が分かれた場合には、追従性能を評価できる偏差の標準偏差を優先して評価する。

上記の評価方式に従って、ID011シリーズ及びID012シリーズの各サンプリング周波数での時系列データに対する未臨界度推定値を評価し、その結果を、Fig.4.3 に示す。

この結果、4.2.2 項での定性的知見と同じく、サンプリング周波数が高くなるにつれて、偏差の標準偏差は小さくなることが観察される。従ってこの評価からも、高周波サンプリングによって、未臨界度の変化に対する推定の追従性能が向上することが確かめられる。

4. 3 未臨界度の変化に対する推定値の高速追従のための同定アルゴリズムの検討

本章第2節では、高周波サンプリングによる時系列データの取得が、未臨界度の変化に対する推定値の追従性能の向上のために有効であることを論じた。しかし、本章第2節の解析結果から得られた Fig.4.1.a, Fig.4.1.b, Fig.4.1.c から分かるように、それだけでは不十分であることは明らかである。特に大きな問題点として、Fig.4.1.a に見られるように、制御棒の引き抜きによる原子炉への反応度の投入が終了した後も、その未臨界度の変化のトレンドの方向に推定未臨界度が更新され続ける Over Estimation 現象や、Fig.4.1.c に見られるように、未臨界度が浅い方から深い方へ変化するときには、推定未臨界度が変化に追従しきれず、真値に達し得ないまま収束してしまう Under Estimation 現象が挙げられる。

このような問題を解決するために、高周波サンプリングによる時系列データの取得と同時に、同定アルゴリズムの検討も必要がある。前述した本章第2節での未臨界度推定は、ARMAモデル同定アルゴリズムにELS法を用いているだけであるが、計算機シミュレーションにおいて、従来のRPE法にPマトリックス活性化法(PMA法)を導入することによって、未臨界度の変化に対する追従性が改善できることを報告した。しかし、PMA法を用いても依然、Over Estimation 現象や、Under Estimation 現象の問題は十分に解決されていないように思われる。

そこで、本報告では、我々が新たに開発したPMDA法(第2章第5節参照)を用いて、未臨界度の変化に対する推定値の高速追従を実現するための最適なアルゴリズムについての検討を行う。

なお、本節では便宜上、基本的に用いたアルゴリズムの他に、各ファクターの設定値が異なる場合も、独立した一つのアルゴリズムとみなす。

4.3.1 解析の概要

Table 4.1 に示した基本時系列データのうち、サンプリング周波数が 888.888... Hz であるものに対して、Table 4.2 に示すアルゴリズムを用いて ARMA(2, 2)モデル同定を行い未臨界度を推定した。

Table 4.2 Identification algorithms used for analysis.

Time series	Algorithm				Projection	PMA method	
		λ_0	μ_λ	μ_K		type	interval*Act
ID004.888	ELS	1.0	---	1.0	OFF	OFF	---*---
ID004.888	ELS	1.0	---	1.0	OFF	PMA	400*1.001
ID004.888	ELS	1.0	---	1.0	OFF	PMA	400*1.01
ID004.888	ELS	1.0	---	1.0	OFF	PMDA	400*1.00002
ID004.888	RPE	1.0	1.0	0.9999	ON	PMA	400*1.001
ID004.888	RPE	1.0	1.0	0.9999	OFF	PMA	400*1.001
ID011.888	ELS	1.0	---	1.0	OFF	OFF	---*---
ID011.888	ELS	1.0	---	1.0	OFF	PMA	400*1.001
ID011.888	ELS	1.0	---	1.0	OFF	PMA	400*1.01
ID011.888	ELS	1.0	---	1.0	OFF	PMDA	400*1.00002
ID011.888	RPE	1.0	1.0	0.9999	ON	PMA	400*1.001
ID011.888	RPE	1.0	1.0	0.9999	OFF	PMA	400*1.001
ID012.888	ELS	1.0	---	1.0	OFF	OFF	---*---
ID012.888	ELS	1.0	---	1.0	OFF	PMA	400*1.001
ID012.888	ELS	1.0	---	1.0	OFF	PMA	400*1.01
ID012.888	ELS	1.0	---	1.0	OFF	PMDA	400*1.00002
ID012.888	RPE	1.0	1.0	0.9999	ON	PMA	400*1.001
ID012.888	RPE	1.0	1.0	0.9999	OFF	PMA	400*1.001

- (1) "F. factor" means "Forgetting factor".
- (2) "C. factor" means "Contraction factor".
- (3) Refer to "Chapter 2" for λ_0 , μ_λ , μ_K and Act.
- (4) "---" means that the set is invalid for identification.

なお、同定アルゴリズムとしては、基本アルゴリズムに色々なパラメータの

組み合わせと、活性化法の使用の有無、活性化法使用時の活性化間隔、及び活性化量などをの組み合わせを考えると、無限のアルゴリズムが考えられるが、様々な組み合わせによるARMAモデル同定を行った結果として、ここでは代表的な組み合わせで、検討に最も適していると思われるものを抽出して、Table 4.2 に示している。

未臨界度推定の結果は、

ID004.888 : Fig.4.4.a ~ Fig.4.4.f

ID011.888 : Fig.4.5.a ~ Fig.4.5.f

ID012.888 : Fig.4.6.a ~ Fig.4.6.f

に示す。

また、ID011.888 及び ID012.888 に関しては、グラフ上に原子炉の出力(カレントアンブDCレベル)の変化から、一点炉近似動特性方程式従って未臨界度変化に変換したリファレンス未臨界度曲線を併せて示している。

4.3.2 各アルゴリズムにおける未臨界度推定に対する定性的知見

4.3.1 項における計算結果より、各アルゴリズムで推定された未臨界度の精度及び追従の速さについて、定性的な知見を述べる。

(a) ELS法

活性化法を用いていないこともあり、ID004.888 では Over Estimation 現象が、また ID012.888 では Under Estimation 現象が生じている。推定値は揺らぎが少なく安定しているが、ID011.888 を除いては、未臨界度の変化に対する追従は緩慢である。

(b) ELS法+PMA法(活性化間隔400データ×活性化量1.001)

ELS法の場合に比べて、ID004.888での Over Estimation 現象及び、ID012.888 での Under Estimation 現象が幾分改善されているが十分とは言えない。特に Under Estimation 現象はその影響をかなり残しており活性化量が不足しているといえる。

(c) ELS法+PMA法(活性化間隔400データ×活性化量1.01)

予備研究において、「PMA法において活性化量を1.01とした場合パラメータの変動量が大きくなり安定した推定は行えなかった。」

勿論、活性化法による効果は活性化量だけ決定することはできず、活性化間隔によっても変わるが、本研究の場合においても活性化量を1.01とした場合、ID004.888及びID011.888の時系列データの同定において推定未臨界度は安定性を欠き、絶えず大きく変動していることが観察される。しかしその一方で、ID012.888の時系列データすなわち、未臨界度が浅い方から深い方へと変化する場合は、活性化量をこの程度としなければ、Under Estimation現象を生じてしまい、十分な追従性能を得ることはできない。

(d) ELS法+PMDA法(活性化間隔400データ×

活性化量1.00002)

ID004.888の時系列データの推定におけるOver Estimationは完全に防止されている。ID011.888の推定に関しては活性化による推定値の不安定性が若干見られるが、(c)でのPMA法で活性化量1.01の場合ほどではない。また、ID012.888でのUnder Estimation現象も全く見られない。

(e) RPE法(Projection:ON) +

PMA法(活性化間隔400データ×活性化量1.001)

RPE法により残差の白色化が行われるため、基本アルゴリズムにELS法を用いているものよりもID004.888の時系列データでの推定値が深い方に偏る傾向は少ない。また、ID011.888ではリファレンス未臨界度曲線に直視的に最も良い推定を行っているといえる。しかし、ID012.888に対しては、PMA法の効果が全く得られないばかりかELS法のみでの推定時よりも、Under Estimation現象が強くと見られる。

(f) RPE法(Projection:OFF) +

PMA法(活性化間隔400データ×活性化量1.001)

このタイプは上記の(e)との対照比較を行うために採用したものであ

る。Projection Algorithm は推定パラメータのMA部が不安定な場合、パラメータの更新量を抑制する。従ってPMA法を用いても、PMAによってパラメータが不安定になった場合 Projection Algorithm によってパラメータの更新がスムーズになされずにPMA法の効果が十分に発揮されないことが考えられる。そこで上記の(e)のタイプで Projection Algorithm を用いないようにして同定を行ったが、結果的には多少の違いはあるものの、ほとんど(e)の場合と同一である。

これらの各アルゴリズムについての、総合的な評価とそれに対する考察は次項で詳しく述べる。

4.3.3 未臨界度の変化に対する推定値の追従性能の評価と最適アルゴリズム

4.3.2 項で得られた知見から、各アルゴリズムでの推定結果には定常部分の推定も含めると、その精度や未臨界度の変化に対する追従性能には一長一短があり、非定常状態の時系列データを取り扱う場合、どのようなアルゴリズムを用いて未臨界度推定を行えば良いか決定するのは難しいと言える。そこで、ここでは特に未臨界度の変化に対する追従性能だけにポイントを絞り、4.2.3 項で定義した評価式を用いることによって、ID011.888 及び ID012.888 の時系列データに対するそれぞれの推定結果を評価する。

その結果は、Fig.4.7 の様になる。

Fig.4.7 から未臨界度の変化のトレンドの方向によって、最適なアルゴリズム設定条件は大きく次のように二分される。

- ① ID011.888 のように未臨界度が深い方から浅い方へ変化する場合には、Pマトリックスに対して、高い活性化効果の活性化法は必要ではなく、むしろ高い活性化効果をもつ設定にすると、推定値が不安定になり推定値とリファレンス未臨界度曲線上での未臨界度の間における偏差の標準偏差が大きくなる。従って、活性化量が比較的大きい次の2つのアルゴリズム、

(c) ELS法+PMA法(400データ×1.01)、

(d) ELS法+PMDA法(400データ×1.00002)

の評価は他のものに比べて低い。

- ② ID012.888 のように未臨界度が浅い方から深い方へ変化する場合には、Pマトリックスに対し、かなり高い活性化効果を与えなければ Under Estimation 現象が生じ、評価は悪くなる。従って、ID011.888 の時とは逆に、上記(c)タイプ、(d)タイプの評価が高くなり、他のものが低くなる。

上記の結果は未臨界度が変化するような非定常状態の時系列データをARM Aモデル同定して未臨界度推定を行う場合、全ての状況に対して完全なアルゴリズムは望めないことを示唆している。従って、現状では完全ではなくても非定常な状態を、十分許容できる精度と追従性能で未臨界度推定を行うアルゴリズムを選択する必要がある。

そこで、ID011.888 及び、ID012.888 の各時系列データに対する未臨界度推定結果を先ほど示した評価式で評価した結果を Table 4.3 に示す。

Table 4.3 Evaluation of the subcriticality tracing capability

Algorithm	Average D_m	S.D. σ_D
(a) ELS only	-2.855×10^{-2}	3.1495×10^{-3}
(b) ELS & PMA(400*1.001)	-2.983×10^{-2}	3.4732×10^{-3}
(c) ELS & PMA(400*1.01)	-4.145×10^{-2}	8.7437×10^{-3}
(d) ELS & PMDA(400*1.00002)	-1.656×10^{-2}	2.3646×10^{-3}
(e) RPE(Proj.ON) & PMA(400*1.001)	-2.943×10^{-2}	4.6220×10^{-3}
(f) RPE(Proj.OFF) & PMA(400*1.001)	-3.703×10^{-2}	4.4231×10^{-3}

- (1) "S.D." means the standard deviation.
 (2) "Average D_m " and "S.D. σ_D " were calculated by averaging the values obtained for "ID011.888" and "ID012.888".
 (3) "Proj.ON" implies that the Projection Algorithm was used.

Table 4.3 から総合的に判断すると、偏差の平均値、及び偏差の標準偏差が最も小さいのは(d)の場合で、ELS法を基本アルゴリズムとしてPMDA法を共用するアルゴリズムである。Table 4.3 での評価は制御棒が駆動している区間においてのみの評価であり定常状態における推定精度などは考慮されてい

ないが、このアルゴリズムは Fig.4.4.d ~ Fig.4.4.f, Fig.4.5.d ~ Fig.4.5.f, Fig.4.6.d ~ Fig.4.6.f に示した未臨界度推定結果を見て分かるように、未臨界度推定値が定常部分で多少揺らぎが大きくなるものの、Over Estimation 現象及び Under Estimation 現象がほとんど生じないと好ましい結果を示しており、非定常状態に対して有効なアルゴリズムであると言える。

ここで、PMDA法について少し説明を加えておく。PMDA法は第2章第5節でも説明したように、ある一定データ数毎にPマトリックスの主対角要素を定数倍することによってPマトリックスを活性化する方法である。この作業には物理的・統計的な意味から決められるものではなく、活性化間隔及び活性化量は時系列データのサンプリング周波数に依存する程度で、経験的に決定されるものである。従って、活性化法の本質的な意味は、「リセット方式」に近いものがある。リセット方式は他の適応アルゴリズムでも採用されており、Qiu^[6]らは、LMS(Least Mean Square) 適応アルゴリズムにパラメータ変化の1次変動近似とリセット方式を用いることによって追従性の良い適応フィルタアルゴリズム(NEW LMS)を完成させている。

4.4 小結

この章では、未臨界度が増減する非定常状態における未臨界度推定を、これまでの大きな問題点であった Over Estimation 現象、Under Estimation 現象、そして未臨界度の変化に対する追従の遅れに重点をおいて、それらの問題点を解決するため検討を行った。検討項目は、時系列データ取得時のサンプリング周波数、及び同定アルゴリズムの2点である。この節では、この章で得られた結論の要点を以下にまとめる。

- ① 未臨界度の変化に対する推定値の追従性は同定アルゴリズムにおけるPマトリックスが支配しており、定常状態でPマトリックスが収束した場合、新たな未臨界度の変化には追従しにくい。従って、新規の情報を単位時間内に数多くARMA同定ループに投入することが追従性能を向上させるために必要である。そこで、その要請を満たすために

- 時系列データの高周波サンプリングが有効である。
- ② 時系列データのサンプリング周波数が高いほど Under Estimation 現象による影響は小さい。
 - ③ 未臨界度の変化に対する追従性を同定アルゴリズムの面から検討すると、あらゆる状況下において完全な同定アルゴリズムは存在しない。ある一つの状況下では最適なアルゴリズムも、他の状況下では必ずしも最適では有り得ない。従って、同定アルゴリズムの選択は、一つ一つの状況に対しては最適でなくても、マクロ的な視野から選択する必要がある。
 - ④ 本研究で取り上げた同定アルゴリズムで上記③に示した要請を最も良く満足していたのは、E L S 法 + P M D A 法(活性化間隔 4 0 0 データ、活性化量 1.0 0 0 0 2)であった。また、このアルゴリズムは Over Estimation 現象、Under Estimation 現象に対しても、その影響が現れず良い推定特性を示す。

5 結論と今後の課題

オンラインARMAモデル同定アルゴリズムを用いて非定常状態での未臨界度推定を行うための知見を得るため、計算機シミュレーションにより最適未臨界度推定アルゴリズムの検討を行うと共に、未臨界状態で運転中の近畿大学原子炉に挿入されたCIC中性子検出器からの出力揺らぎも併せて解析し以下の結論をえた。

昨年度までの研究により得られた結果をそのまま非定常状態に適用しただけでは、パラメータの変化を追跡する能力の点で十分ではない。これは、用いているアルゴリズムが本質的には非定常状態に対応できるはずであるが、実際には定常時系列に対して有効なアルゴリズムとなっているため、一定時間パラメータ推定を行った後ではパラメータ修正係数が非常に小さい値に収束してしまい、それまでの情報を基にした推定されたモデルが推定する予測値と実際の観測値との誤差が相当大きくなるとパラメータの修正に効果が現れない。従って、非定常状態が予め予測される場合には、推定パラメータの修正係数が常にある値以上となるようにして、システムの変化を素早くパラメータの修正に反映出来るようなアルゴリズムが要求される。即ち、非定常状態のパラメータ推定に適したアルゴリズムの開発が必要であることが分かった。

そこで、我々は非定常時系列に対応できるアルゴリズムとしてP-行列活性化法を提案し、この方法は未臨界度が変化する非定常状態でのパラメータ推定に有効であることを示した。しかし、P-行列活性化法を用いても未臨界度が浅い状態から深い状態に変化する場合、その逆の場合に比べてパラメータ追跡能力の改善が顕著ではなかった。

以下に、第3章と第4章で得た結論をまとめて述べる。

計算機シミュレーションによる解析結果

- ① 変動する未臨界度を追跡するアルゴリズムとしてP-行列活性化(P-matrix Activation: PMA)法が有効である。

- ② シミュレーションでは、未臨界度が浅い方向に変化する場合は尤度関数を評価関数とするRML法が、深い方向に変化する場合は最小2乗関数を評価関数とするELS法が優れており、未臨界度の変化を総合的に追跡するためにはELS法が優れているといえる。
- ③ 同定次数の問題については、ARMA(1, 1)モデルを用いた場合、推定値の統計的変動が少ないが、この場合、速やかに変動を検出する能力にやや欠ける。
- ④ ARMA(2, 2)モデルによる推定では比較的未臨界度の変動の検出能力がある。また、定常状態の未臨界度の推定では、未臨界度を浅い方向に過大評価することはなく、正常な未臨界度推定能力を持つ。しかし、ARMA(1, 1)モデル同定に比べ推定値のばらつきが大きく、また、時系列データの変化が急激な場合には、一時的に誤った未臨界度を推定する場合がある。
- ⑤ ARMA(3, 3)モデルによる未臨界度推定では、ARMA(2, 2)モデル同定と同じ程度の未臨界度変化追跡能力を持つが、推定値のばらつきがARMA(2, 2)モデルによる場合よりさらに大きくなり、また、浅い未臨界度から深い未臨界度に急激に変化する場合には未臨界度推定が出来なくなることはある。
- ⑥ 以上の結果を総合すると、特に浅い方向への未臨界度変化を高速に検出する必要がある臨界安全監視システムに対しては、パラメータ推定のモデルとしてはARMA(2, 2)モデルを用い、活性化間隔100データ、活性化量1.01としてP-行列で活性化法をELS法に用いることが最適である。
- ⑦ 推定値のばらつきが小さく安定した未臨界度推定を行いたい場合には上記のP-行列活性化法を用いたARMA(1, 1)モデル同定がよい。この場合、5000から1万データの追跡遅れが発生する事に留意する必要がある。この程度の追跡遅れを認めるならARMA(1, 1)モデル同定に対し、活性化間隔100データ、活性化量1.01で活性化したELS法を用いれば計算量も少なく、従って最近のパーソナル計算機を用いて、安定した未臨界度の推定ができるものと期待される。

近畿大学原子炉による実データ解析による結果

- ⑧ 未臨界度が変化する非定常状態において、未臨界度の変化に対する推定値の追従性能の向上には、高周波サンプリングが有効であることが確認された。
- ⑨ サンプリング周波数を高くすることは、未臨界度が浅い方から深い方へと変化するとき推定値が追従しきれずに浅い方に偏りを生じる Under Estimation 現象を抑制する効果があることが確認された。
- ⑩ 非定常状態の未臨界度推定には、未臨界度の変化の方向によって最適な ARMA モデル同定アルゴリズムが異なることが実データの場合にも生じることが確認された。未臨界度が深い方から浅い方へ変化に対して最適なアルゴリズムであっても、未臨界度が浅い方から深い方へ変化する場合には必ずしも最適ではない。同様のことがその逆の場合にも生じる。従って、あらゆる状況に対して最大公約数的に対処できるアルゴリズムを選択する必要があるという結論を得た。
- ⑪ 基本アルゴリズムとしては ELS 法を選択し、本研究で新たに用いた P-行列対角要素活性化法 (PMDA 法) を採用すれば、上記⑩での要請を満足でき、Over Estimation 現象、Under Estimation 現象を抑制することができた。

今後の検討課題

最期に、本研究の結論から導かれる今後の課題と展望について述べる。これまで、適応フィルタに関して、理論的研究(アルゴリズムも含む)とシミュレーションが中心であった。しかし、提案せられているアルゴリズムを実際のシステム同定の場に持ち込むと、シミュレーション時系列データを解析した場合には遭遇しない様な問題が発生する場合があります、また、その問題がアルゴリズムの根幹に関わる問題であることが有り得る。

1. 信号処理と実験データ

近年、信号処理の分野では、急速な勢いでアナログからデジタルへの世

交代が進められており、その周辺技術も充実してきている。本研究にとって信号処理上最も大きな問題はアナログ信号処理の部分である。その意味では、デジタル信号処理の技術の向上は歓迎すべき傾向であるといえる。特に、最近の動向で最も注目すべきことは、アナログ信号のデジタル化にエリアシング防止用のフィルタを用いずにオーバーサンプリングによって、かなり高い周波数領域にわたって信号を取り込み、その後デジタルフィルタによって必要な波形整形をするものである。デジタルフィルタはアナログフィルタに比べて、経年変化や温度変化による特性変化がなく、しかも精度の高い急峻なフィルタ特性を有するものが得られることから、この方法を用いることによりナイキスト周波数近傍で歪の少ない時系列データを得ることが期待できる。

これらの状況を考慮して、今後、信号処理技術の高度化に対応し、より実プラントに近い未臨界システム、すなわち、高未臨界体系での実験研究を重ねる必要があると思われる。

2. アルゴリズム

アルゴリズムに関しては、本研究では主にARMA(2, 2)モデルを中心に研究を進めてきたが、依然としてシステム同定に用いるモデル次数の選択はかなり重要な問題として残っている。

ARMA(1, 1)モデルによる未臨界度推定では、比較的揺らぎの少ない未臨界度推定が行えることが分かったが、今回用いたアルゴリズムとの組み合わせでは必ずしも総合的に見て最も優れた未臨界度推定法と言うことが出来ない点、信号処理も含めて今後も更に検討を続けるべきテーマの一つである。また、今回解析に用いなかったアルゴリズムの組み合わせ等まだまだ多くの問題が残されている。

3. 未臨界度が深くなる場合の未臨界度変化の追跡

未臨界度が深くなる場合は、未臨界度が浅くなる時ほど高速には未臨界度の変化追跡できないのはなぜかについては今回は全く触れていない。今後、逐次計算型ARMAモデル同定アルゴリズムを未臨界度モニタリングシステムとして使用するためには、なにがこのような問題を引き起こす原因かを詳しく検討する必要がある。

4. パラメータの収束速度

Pマトリックスの初期設定において、一般的には推定パラメータの偏りを少なくするためには α として十分に大きな値を設定することが望ましいとされているが、我々の研究では、時系列によっては必ずしもそうではない場合もある。また、解析を始める最初のデータによって、パラメータの収束速度に著しい差を生じることも我々の研究で明らかになっており、何時でもどの様なデータから解析を始めてもパラメータ収束速度が変わらないようなアルゴリズムの研究も今後の課題であろう。

参考文献

- [1] 森田昌裕, 「適応フィルターによる臨界安全監視手法の開発」, 大阪大学修士論文, 1991

- [2] Lennart Ljung and Torsten Soderstrom, Theory and Practice of Recursive Identification, Massachusetts Institute of Technology, 1983

- [3] 谷萩隆嗣, 「デジタル信号処理の理論3 推定・適応信号処理」, PP.74, コロナ社(1986)

- [4] V.Solo, Time series recursions and stochastic approximation., Ph.D dissertation, The Australian National University, Canberra, Australia, 1978

- [5] 木村英紀, 「デジタル信号処理と制御」, 昭晃堂, 1982

- [6] Zhong Qi Qiu et al., An adaptive LMS Algorithm with a Quick Tracking Property for Time Varying Parameter Estimation., 電子情報通信学会論文誌 A, vol. J72-A, No.7, PP.1038-1044, JUL(1989)

Appendix

未臨界原子炉のARMAモデルパラメータ計算式

定常状態にある未臨界原子炉の物理現象が、遅発中性子1群・一点炉近似動特性方程式に従う場合、中性子密度の平均値からの揺らぎ δN 、遅発中性子先行核密度の平均値からの揺らぎ δC は次のMarkov-Langevin方程式を満足する。

$$\frac{d\delta N}{dt} = \frac{k(1-\beta)-1}{l} \delta N + \lambda \delta C + r_1(t) \quad (\text{A.1.a})$$

$$\frac{d\delta C}{dt} = \frac{k\gamma\beta}{l} \delta N - \lambda \delta C + r_2(t) \quad (\text{A.1.b})$$

ここで、

$$r(t) = [r_1(t) r_2(t)]^T \quad (\text{A.2})$$

は、平均値0の白色不規則力で、その分散は、

$$\langle r(t) r(\tau)^T \rangle = D \delta(t-\tau) \quad (\text{A.3})$$

で与えられる。ここで、 $\langle \cdot \rangle$ は期待値を表す。また、 D は拡散定数行列であり、拡張Shcottky公式

$$D = Q + FE + EF^T \quad (\text{A.4})$$

によって与えられる。ただし、

$$F = \begin{bmatrix} \frac{k(1-\beta)-1}{l} & \lambda \\ \frac{k\gamma\beta}{l} & -\lambda \end{bmatrix} \quad (\text{A.5})$$

$$E = \text{diag} \left[\frac{Sl}{1-k}, \frac{Sl\beta}{(1-k)\lambda} \right] \quad (\text{A.6})$$

$$Q = \frac{k(1-\beta)}{l} \begin{bmatrix} \langle \nu_0(\nu_0-1) \rangle & \langle \nu_0\nu_1 \rangle \\ \langle \nu_0\nu_1 \rangle & \langle \nu_1(\nu_1-1) \rangle \end{bmatrix} \quad (\text{A.7})$$

であり、ここで用いる、 k 、 β 、 λ 、 l 、 γ は、慣用のものである。 ν は、 ^{235}U の核分裂により生じる中性子数であり、 $\nu_0 = \nu(1-\beta)$ 、 $\nu_1 = \nu\beta$ であり、 S は外部中性子源の強さを表す。

ここで、 $x(t) = [\delta N \delta C]^T$ とし、観測雑音を $s(t)$ とすると、式(A.1)は、

$$\frac{d}{dt} s(t) = F x(t) + r(t) \quad (\text{A.8.a})$$

$$y(t) = H x(t) + s(t) \quad (\text{A.8.b})$$

と書ける。なお、 $H = [1 \quad 0]$ である。

式(A.8)をサンプリング時間 Δt で離散時間化すると、

$$x(n+1) = \Phi x(n) + f(n+1) \quad (\text{A.9.a})$$

$$y(n) = H x(n) + v(n) \quad (\text{A.9.b})$$

と書ける。ここで、

$$x(n) = x(n\Delta t) \quad (\text{A.10})$$

$$y(n) = y(n\Delta t) \quad (\text{A.11})$$

$$\Phi = \exp(F\Delta t) \quad (\text{A.12})$$

$$f(n) = \int_{(n-1)\Delta t}^{n\Delta t} \exp[F \cdot (n\Delta t - \tau)] r(\tau) d\tau \quad (\text{A.13})$$

$$v(n) = \int_{(n-1)\Delta t}^{n\Delta t} \exp[F \cdot (n\Delta t - \tau)] s(\tau) d\tau \quad (\text{A.14})$$

$$E[f(m) \cdot f(n)^T] = V \delta_{mn} \quad (\text{A.15})$$

$$E[v(m) \cdot v(n)^T] = R \delta_{mn} \quad (\text{A.16})$$

$$V = \int_0^{\Delta t} \exp[F\tau] \cdot D \cdot \exp[F^T\tau] d\tau \quad (\text{A.17})$$

$$R = \int_0^{\Delta t} \exp[F\tau] \cdot d \cdot \exp[F^T\tau] d\tau \quad (\text{A.18})$$

である。 δ_{mn} は、クロネツカのデルタである。

次に、 Φ の固有値を、 η_+, η_- とすると、Sylvesterの固有値展開公式を用いて、

$$\begin{aligned} \Phi = \exp(F\Delta t) &= \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} \end{bmatrix} \\ &= \frac{\exp(\eta_+\Delta t)}{\eta_+ - \eta_-} \begin{bmatrix} -\alpha - \eta_- & \lambda \\ k\beta/l & -\lambda - \eta_- \end{bmatrix} \\ &\quad - \frac{\exp(\eta_-\Delta t)}{\eta_+ - \eta_-} \begin{bmatrix} -\alpha - \eta_+ & \lambda \\ k\beta/l & -\lambda - \eta_+ \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

と書ける。ただし、 $\alpha = [1 - k(1 - \beta)]/l$ である。同様にして、 V は、

$$V = \frac{\exp(2\eta_+\Delta t) - 1}{2\eta_+(\eta_+ - \eta_-)^2} (F - \eta_- I) D (F^T - \eta_- I)$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{\exp(\eta_++\eta_-)\Delta t-1}{(\eta_++\eta_-)(\eta_+-\eta_-)^2}(F-\eta_-I)D(F^T-\eta_+I) \\
& -\frac{\exp(\eta_++\eta_-)\Delta t-1}{(\eta_++\eta_-)(\eta_+-\eta_-)^2}(F-\eta_+I)D(F^T-\eta_-I) \\
& +\frac{\exp(2\eta_-\Delta t)-1}{2\eta_-(\eta_+-\eta_-)^2}(F-\eta_+I)D(F^T-\eta_+I)
\end{aligned} \tag{A.20}$$

で与えられる。

式(A.9.a), (A.9.b)に適当な物理定数と白色時系列

$$f(n) = [f_1(n) \quad f_2(n)],$$

$v(n)$ を用意する事により、未臨界原子炉のシミュレーションデータを作成する事ができる。

この様にして、物理モデルはMarkov-Langevin方程式(A.9.a), (A.9.b)で記述できたが、直接観測できるのは $\{y(n)\}$ だけであって、 $f(n)$ 、 $v(n)$ は、直接観測できないため、このままではモデルパラメータ Φ を求める事はできない。

そこで、

$\{y(k); k = \dots, n-3, n-2, n-1, n\}$ が与えられたときの $x(n)$ の最適推定値を、 $x(n|n)$ から確率システムの物理モデルを再構築する必要がある。この操作は、過去から現在まで蓄積された時系列データ $\{y(n)\}$ の張るデータ空間へ現在のデータ $y(n)$ を影像する事で、

$x(n|m)$: m 時点迄の観測データから得られる n 時点での状態変数ベクトル $x(n)$ の最適推定値

$y(n|n-1)$: $n-1$ 時点までの観測データから得られる n 時点での観測値 $y(n)$ の最適推定値

とし、イノベーション $v(n)$ を、

$$v(n) = y(n) - y(n|n-1) \tag{A.21}$$

と定義すると、物理モデルは等価的に、

$$x(n+1|n+1) = \Phi x(n|n) + K v(n+1) \tag{A.22.a}$$

$$y(n) = H x(n|n) + (I - HK) v(n) \tag{A.22.b}$$

と表現できる。これがイノベーションモデルである。 K はカルマンゲインと呼ばれる定数ベクトル $[k_1 \quad k_2]^T$ で、 2×2 行列 P に関するリカッチ(Riccatti)型方程式

$$P = \Phi \{P - KHP\} \Phi^T + V \tag{A.23}$$

の一意解

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{12} & P_{22} \end{bmatrix} \quad (\text{A.24})$$

によって、

$$K = PH^T\Gamma^{-1} \quad (\text{A.25})$$

で与えられる。Γは、イノベーションの分散で、

$$\Gamma = HP^TH + R \quad (\text{A.26})$$

で与えられる。

最後に、式(A.22.a)、(A.22.b)より $x(n+1 | n+1)$ を消去し、 $\nu(n)$ から $y(n)$ への伝達関数を求めると、遅発中性子1群・一点炉近似動特性方程式で記述できる原子炉のARMA(2,2)モデル、

$$G(z^{-1}) = \frac{1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} \quad (\text{A.27})$$

を得る。このとき、ARMAモデルパラメータは、

$$a_1 = -(\Phi_{11} + \Phi_{22}) \quad (\text{A.28.a})$$

$$a_2 = \Phi_{11}\Phi_{22} - \Phi_{12}\Phi_{21} \quad (\text{A.28.b})$$

$$b_1 = \{P_{12}\Phi_{12} - P_{11}\Phi_{22} - R(\Phi_{11} + \Phi_{22})\} / (P_{11} + R) \quad (\text{A.28.c})$$

$$b_2 = (\Phi_{11}\Phi_{22} - \Phi_{12}\Phi_{21})R / (P_{11} + R) \quad (\text{A.28.d})$$

で与えられ、これらは全て一点炉近似動特性方程式の物理定数とサンプリング周波数などのみから算出される。

従って、原子炉から観測される時系列をARMA(2,2)過程、

$$y(n) = -a_1 y(n-1) - a_2 y(n-2) + e(n) + b_1 e(n-1) + b_2 e(n-2) \quad (\text{A.29})$$

として、モデル化すればこのモデルのパラメータから原子炉の物理定数を逆算できる事になる。

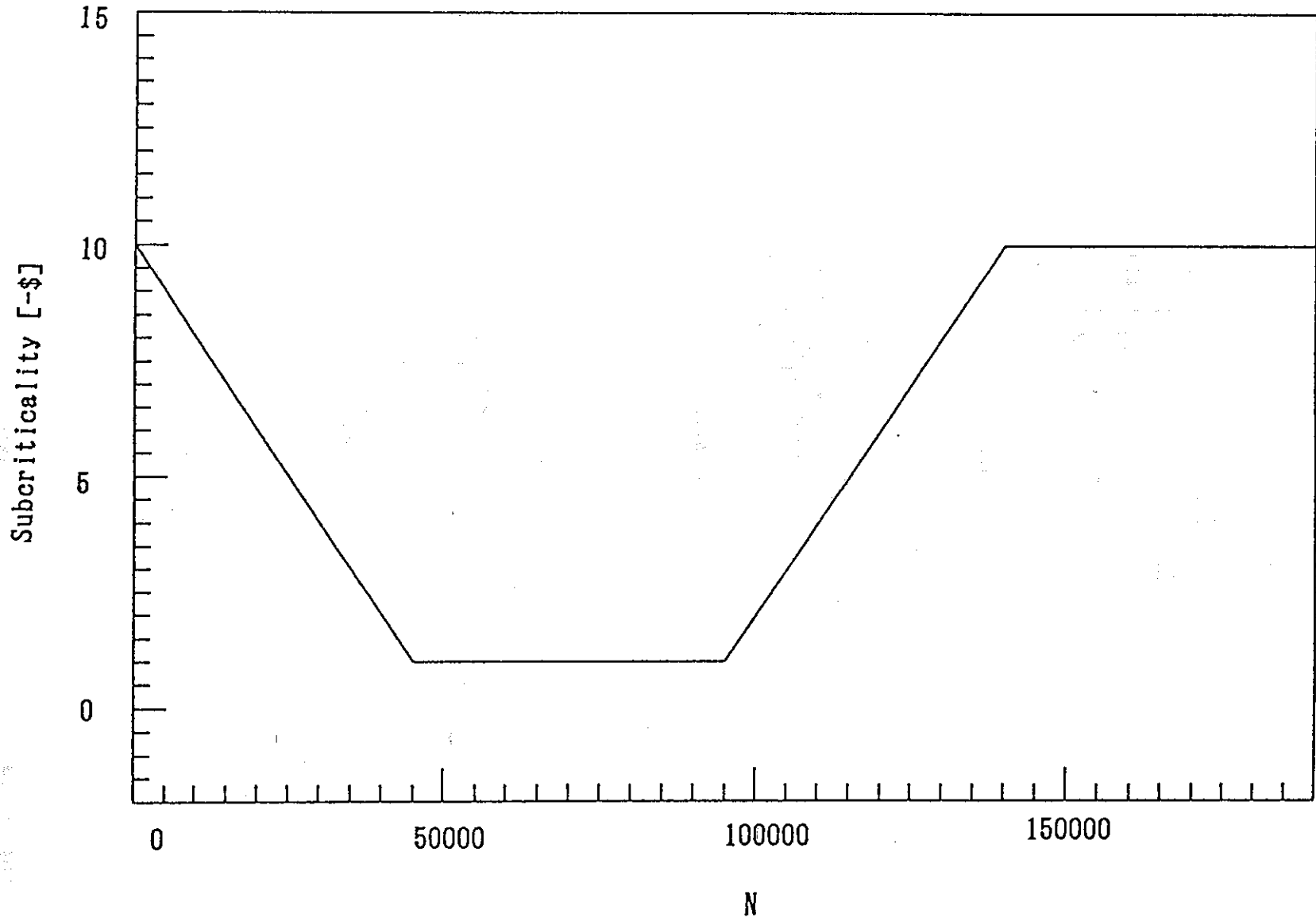


Fig. 3.1 Pattern of a slowly changing subcriticality

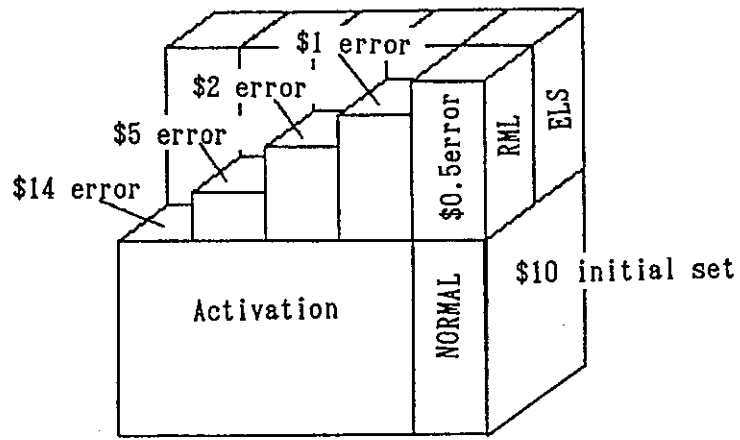
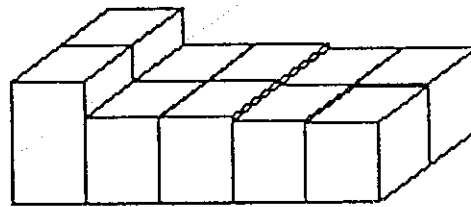
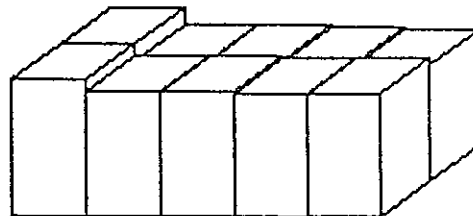


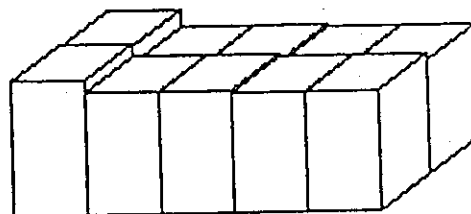
Figure 3.2. Reference.



ARMA(1,1)

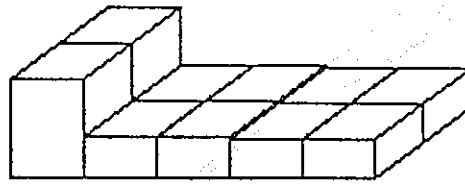


ARMA(2,2)

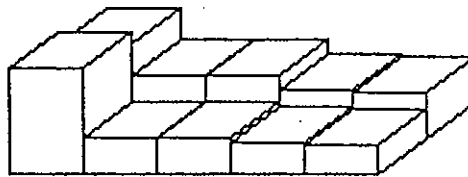


ARMA(3,3)

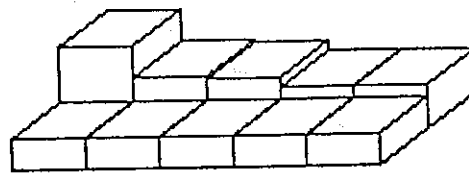
Fig. 3.2.a
Performance indexes of the estimation algorithms
for slowly decreasing subcriticality



ARMA(1,1)



ARMA(2,2)



ARMA(3,3)

Fig. 3.2.b

**Performance indices of the estimation algorithms
for slowly increasing subcriticality**

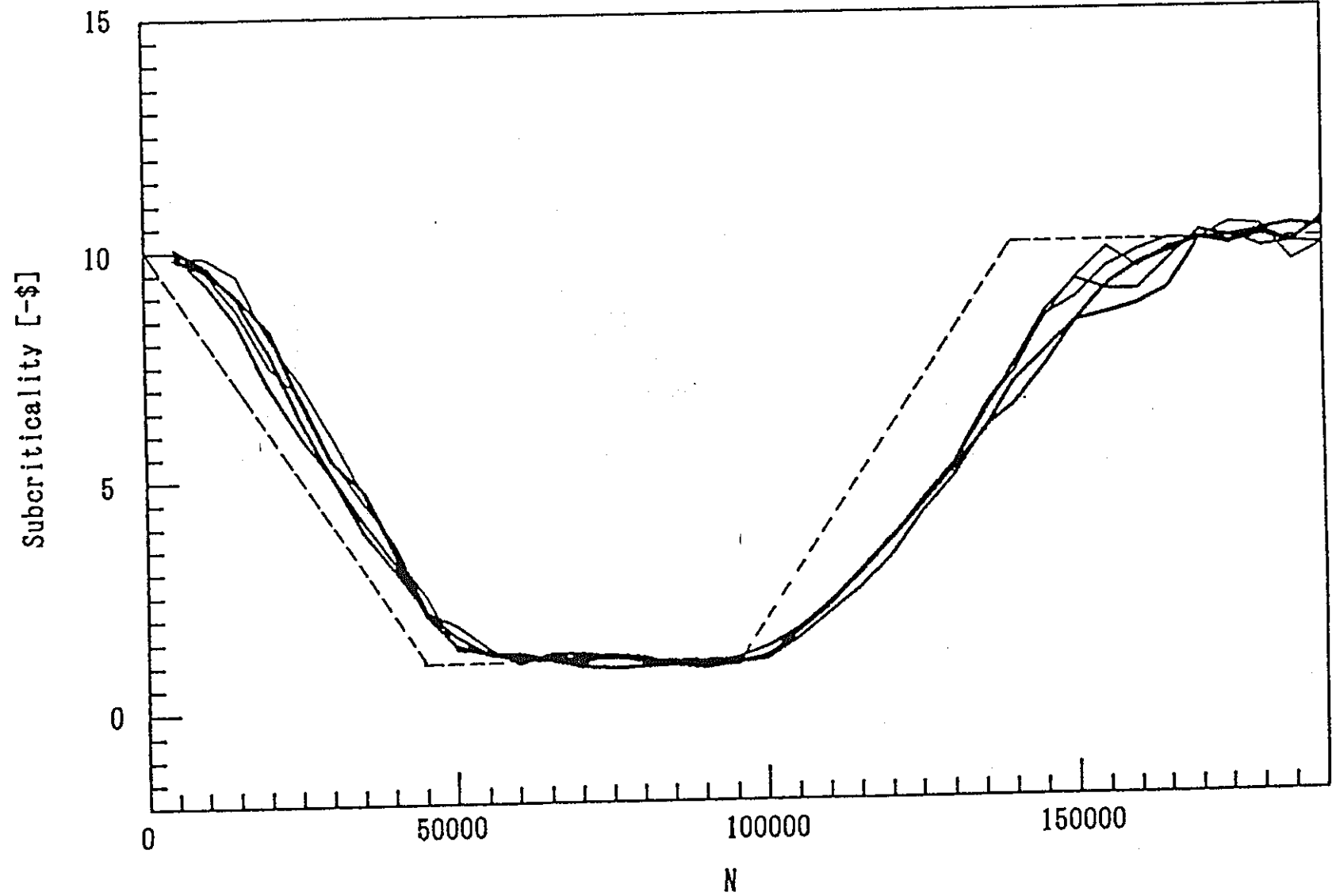


Fig. 3.3.a Subcriticality estimated with ARMA(1,1) model
the slowly changing subcriticality

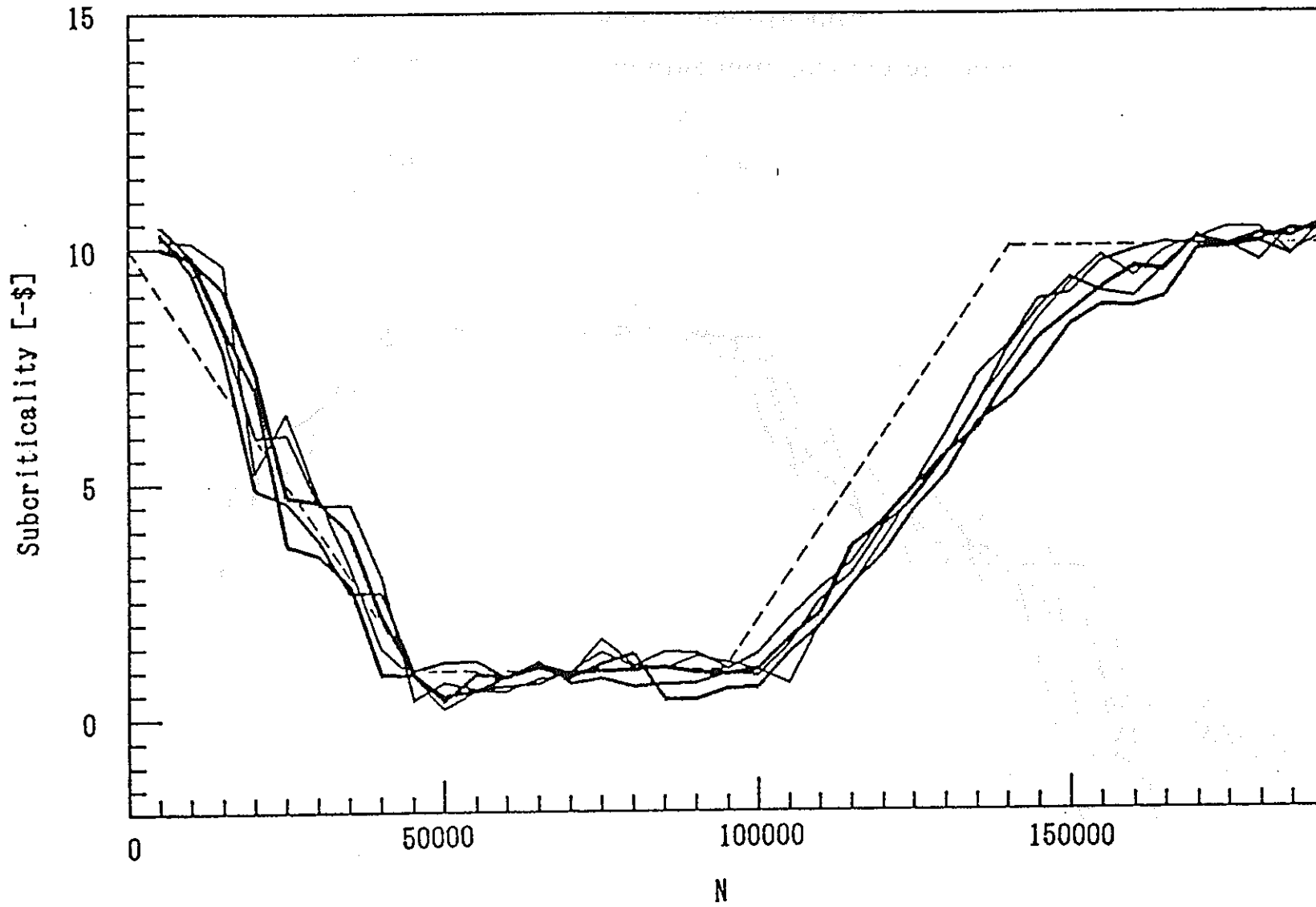


Fig. 3.3.b Subcriticality estimated with ARMA(2,2) model
the slowly changing subcriticality

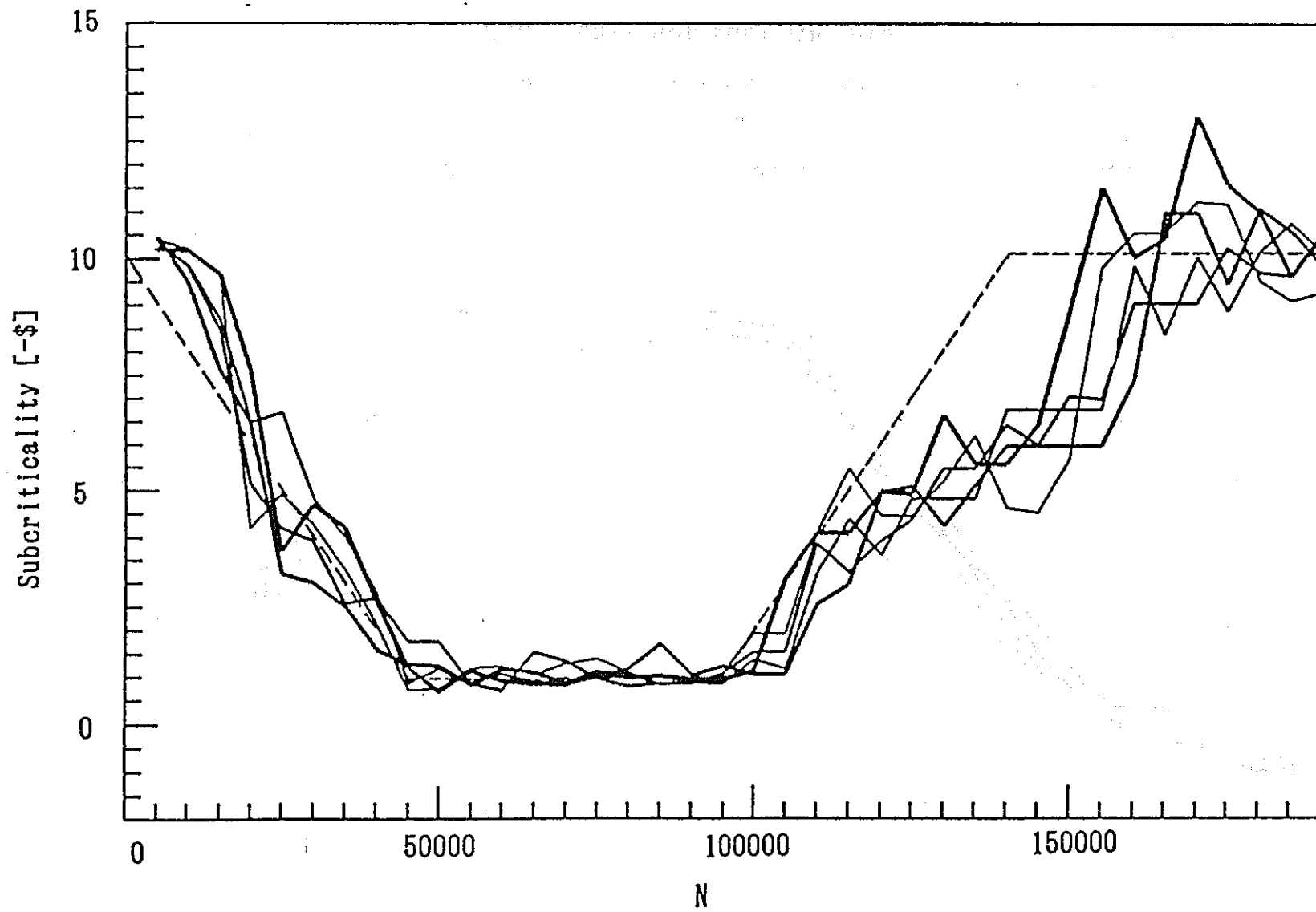


Fig. 3.3.c Subcriticality estimated with ARMA(3,3) model
the slowly changing subcriticality

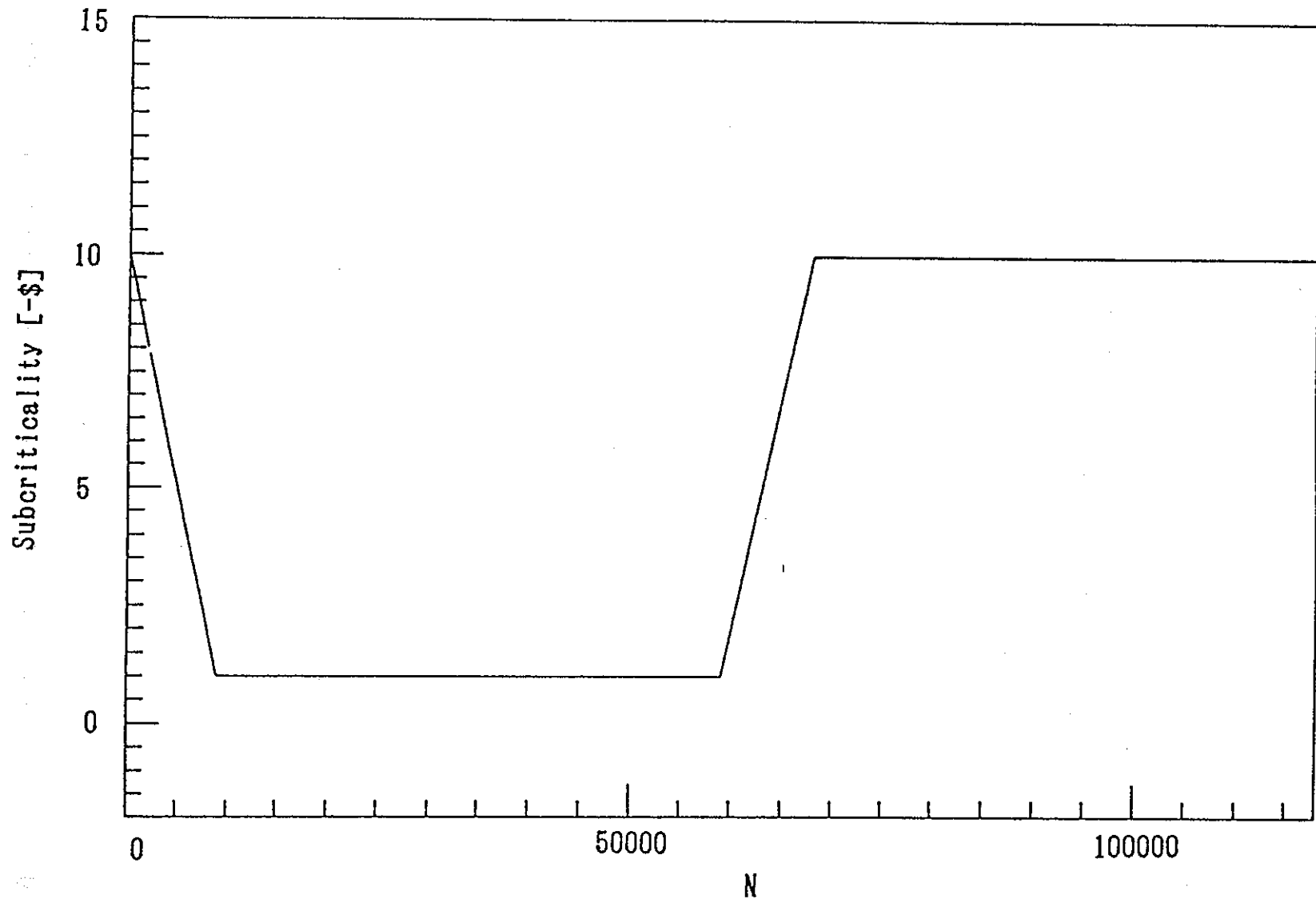
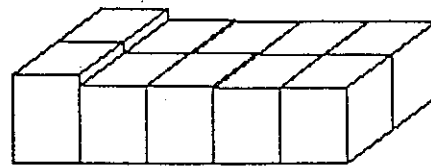
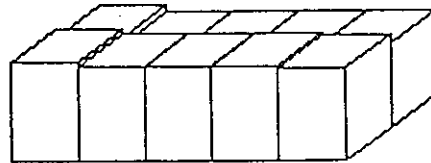


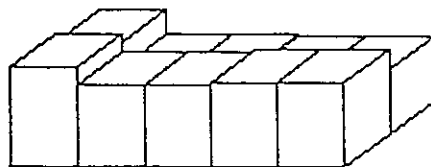
Fig. 3.4 Pattern of a rapidly changing subcriticality



ARMA(1,1)



ARMA(2,2)



ARMA(3,3)

Fig. 3.5.a Performance indexes of the estimation algorithms for rapidly decreasing subcriticality

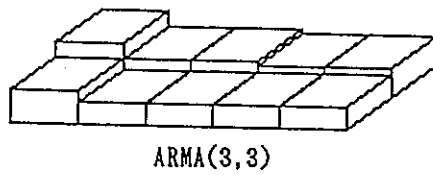
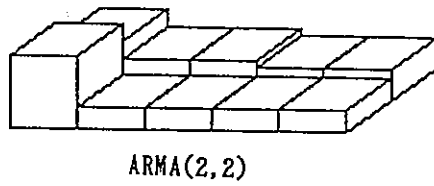
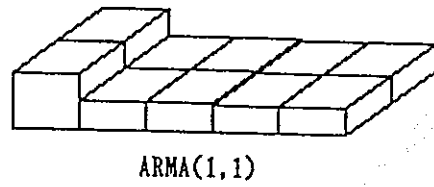


Fig. 3.5.b Performance indices of the estimation algorithms for rapidly increasing subcriticality

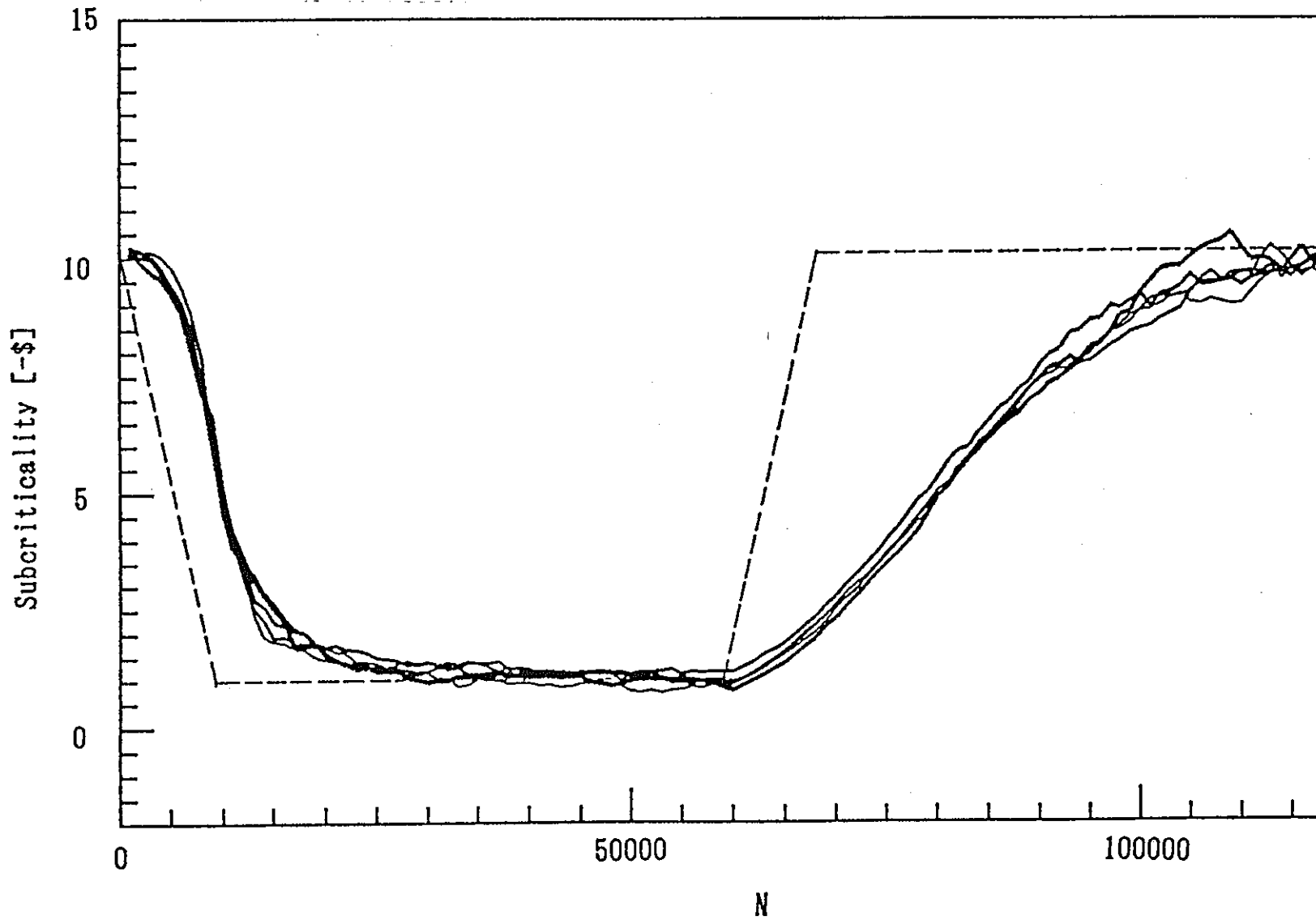


Fig. 3.6.a Subcriticality estimated with ARMA(1,1) model
the rapidly changing subcriticality

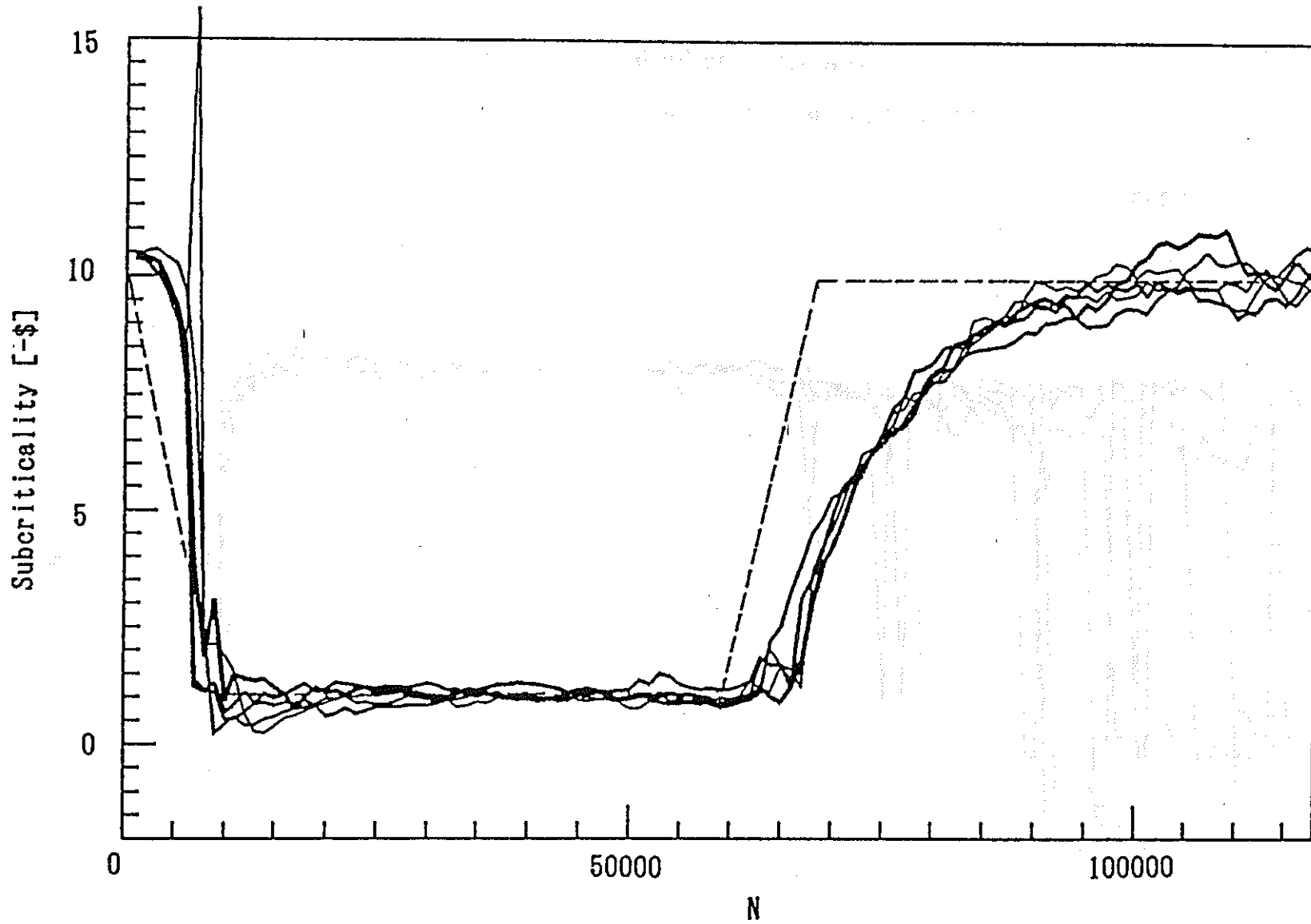


Fig. 3.6.b Subcriticality estimated with ARMA(2,2) model
the rapidly changing subcriticality

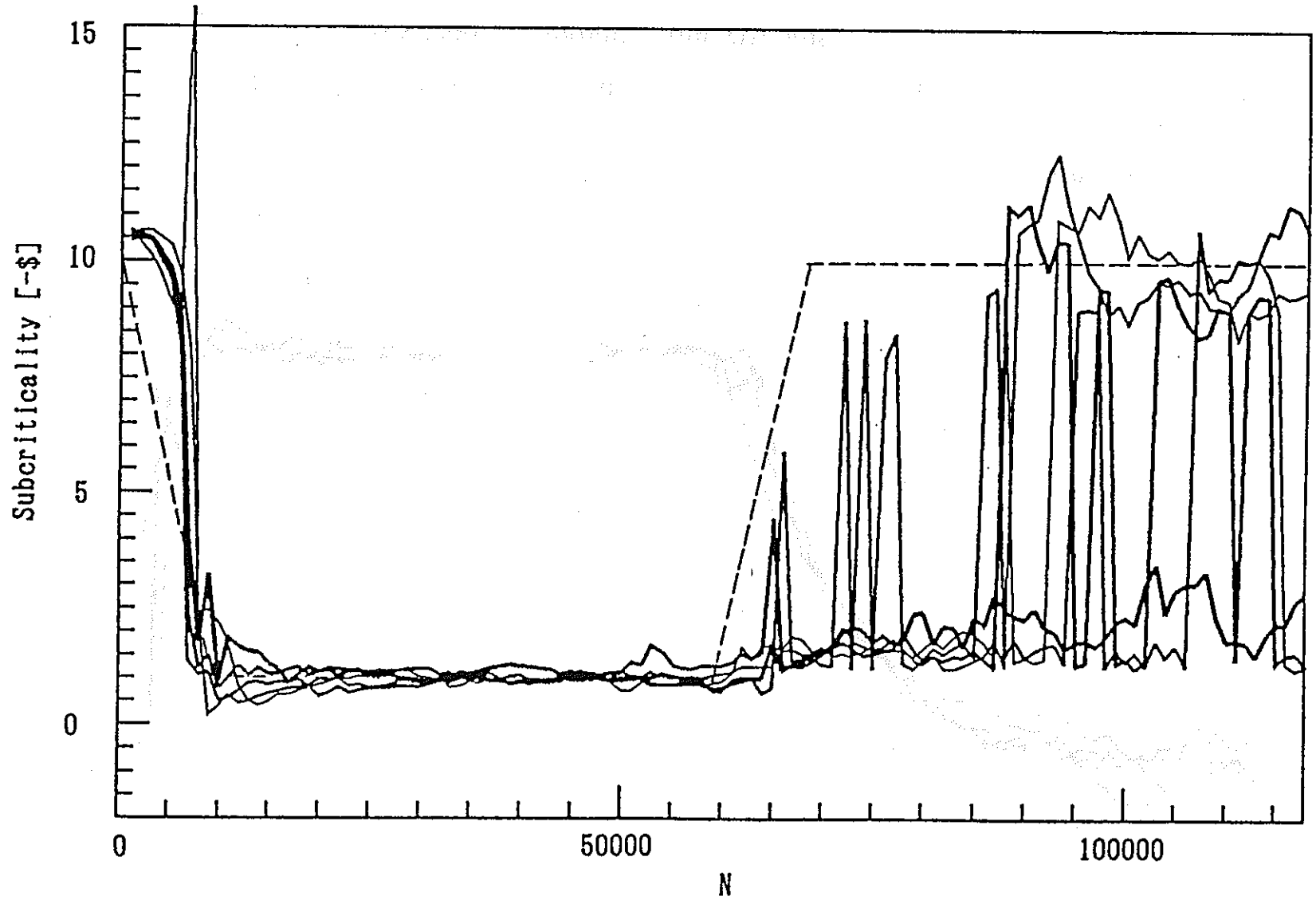


Fig. 3.6.c Subcriticality estimated with ARMA(3,3) model
the rapidly changing subcriticality

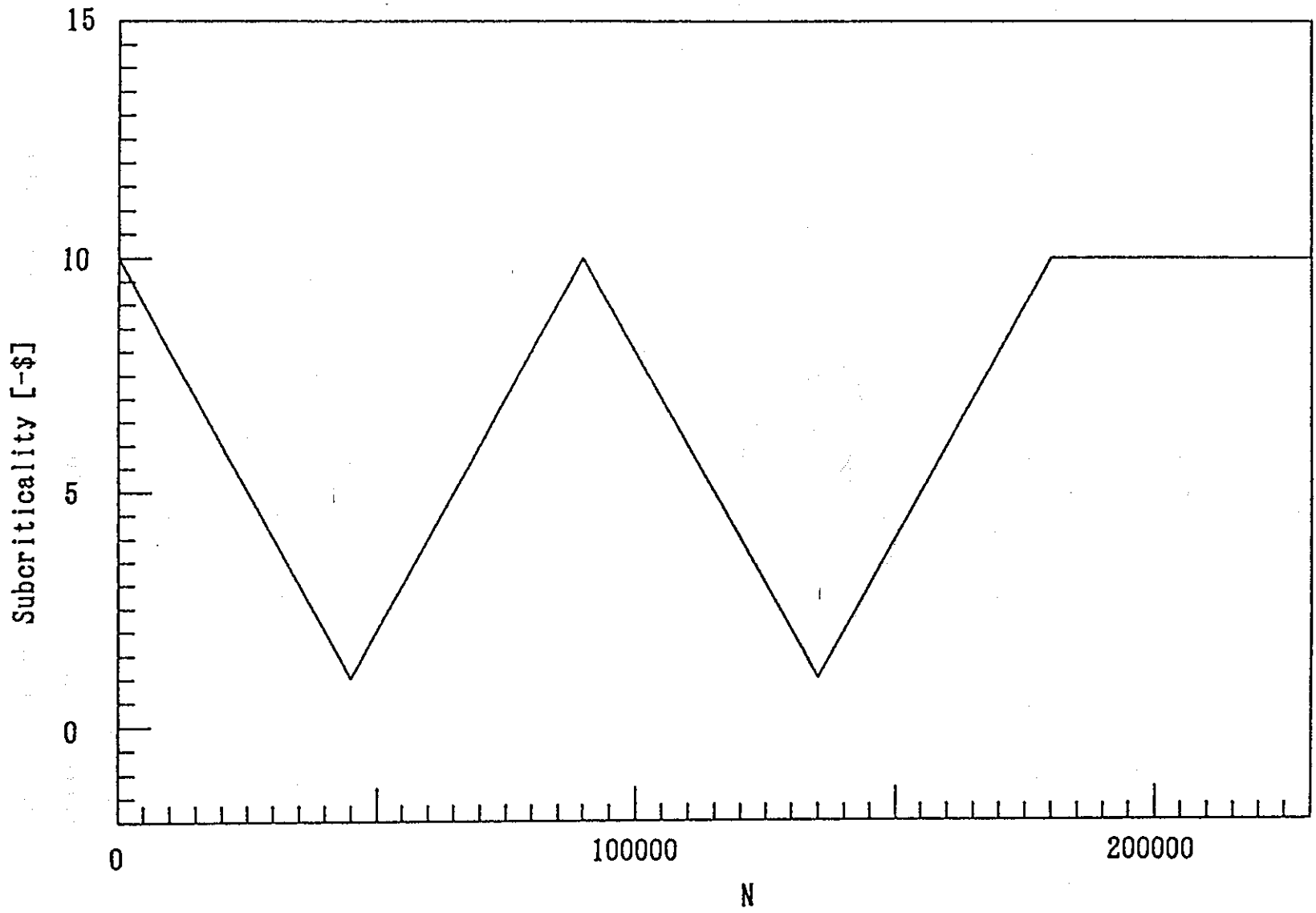
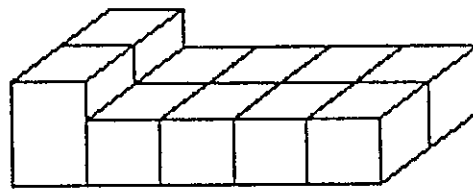
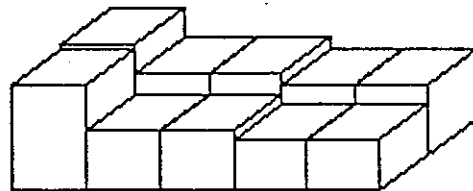


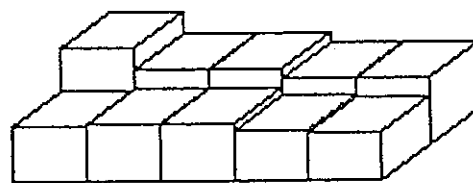
Fig. 3.7 A triangular wave pattern of changing subcriticality



ARMA(1,1)



ARMA(2,2)



ARMA(3,3)

Fig. 3.8
Performance indices of the estimation algorithms for
the triangular wave pattern of changing subcriticality

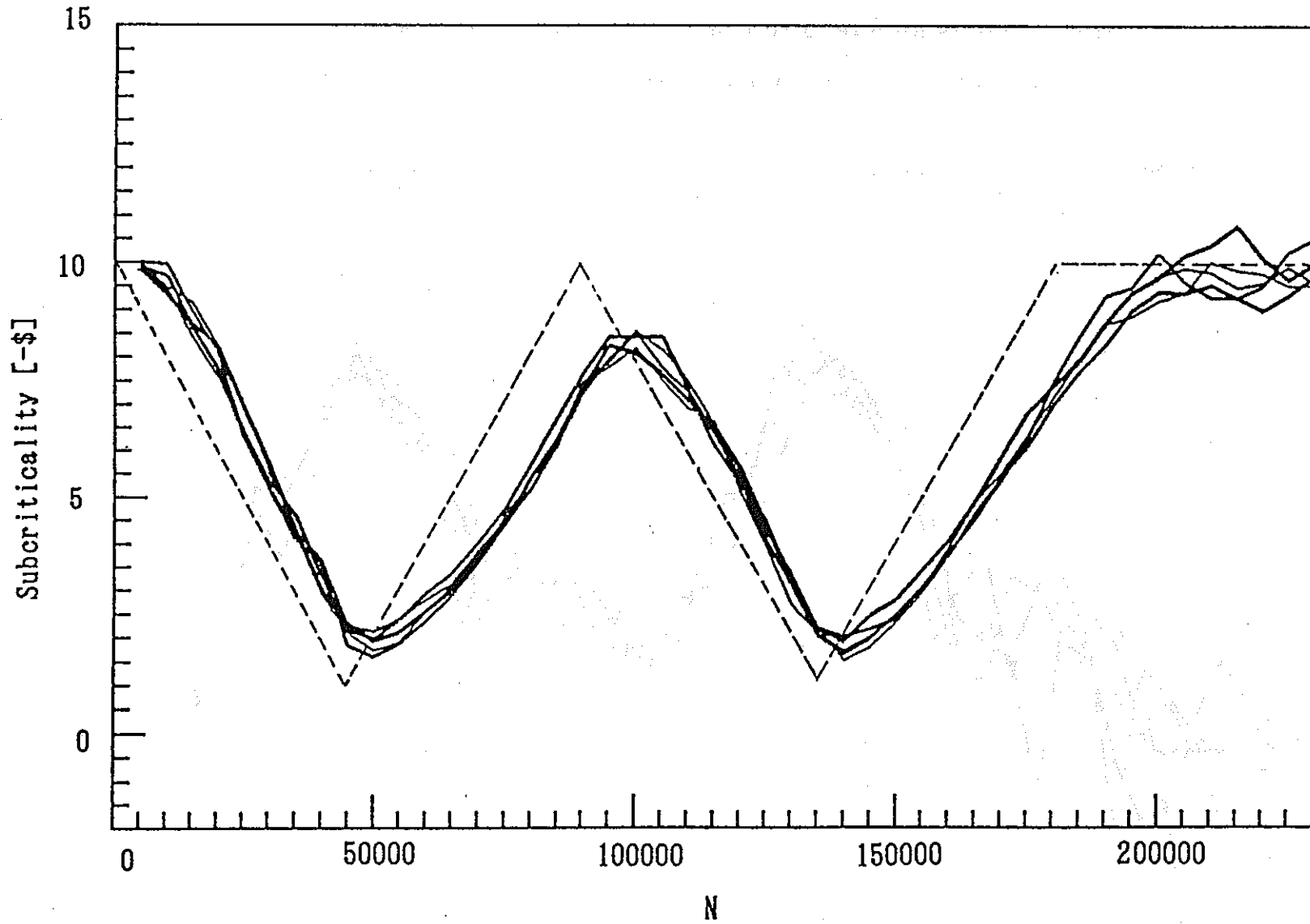


Fig. 3.9.a Subcriticality estimated with ARMA(1,1) model for the triangular wave pattern of changing subcriticality

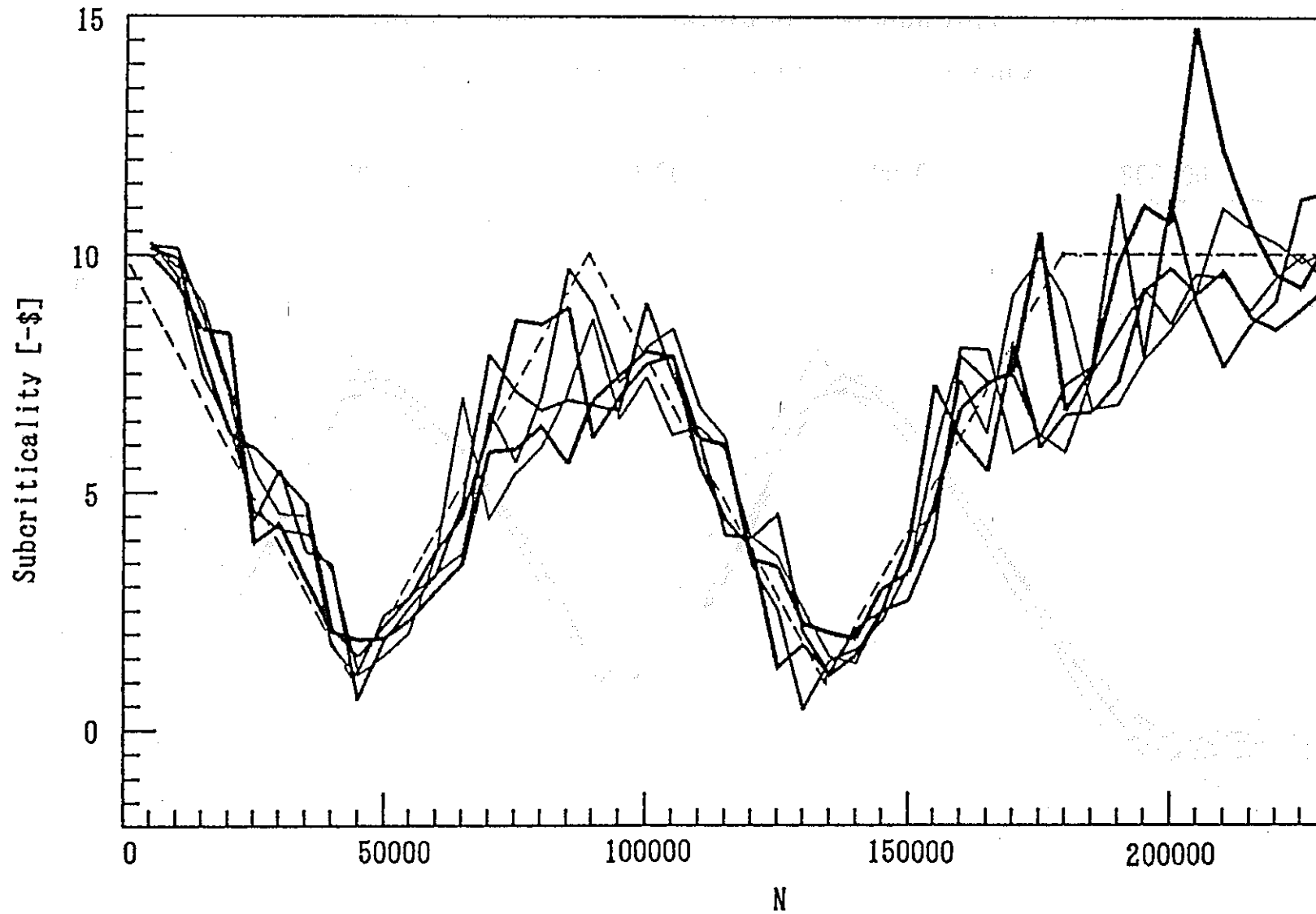


Fig. 3.9.b Subcriticality estimated with ARMA(2,2) model for the triangular wave pattern of changing subcriticality

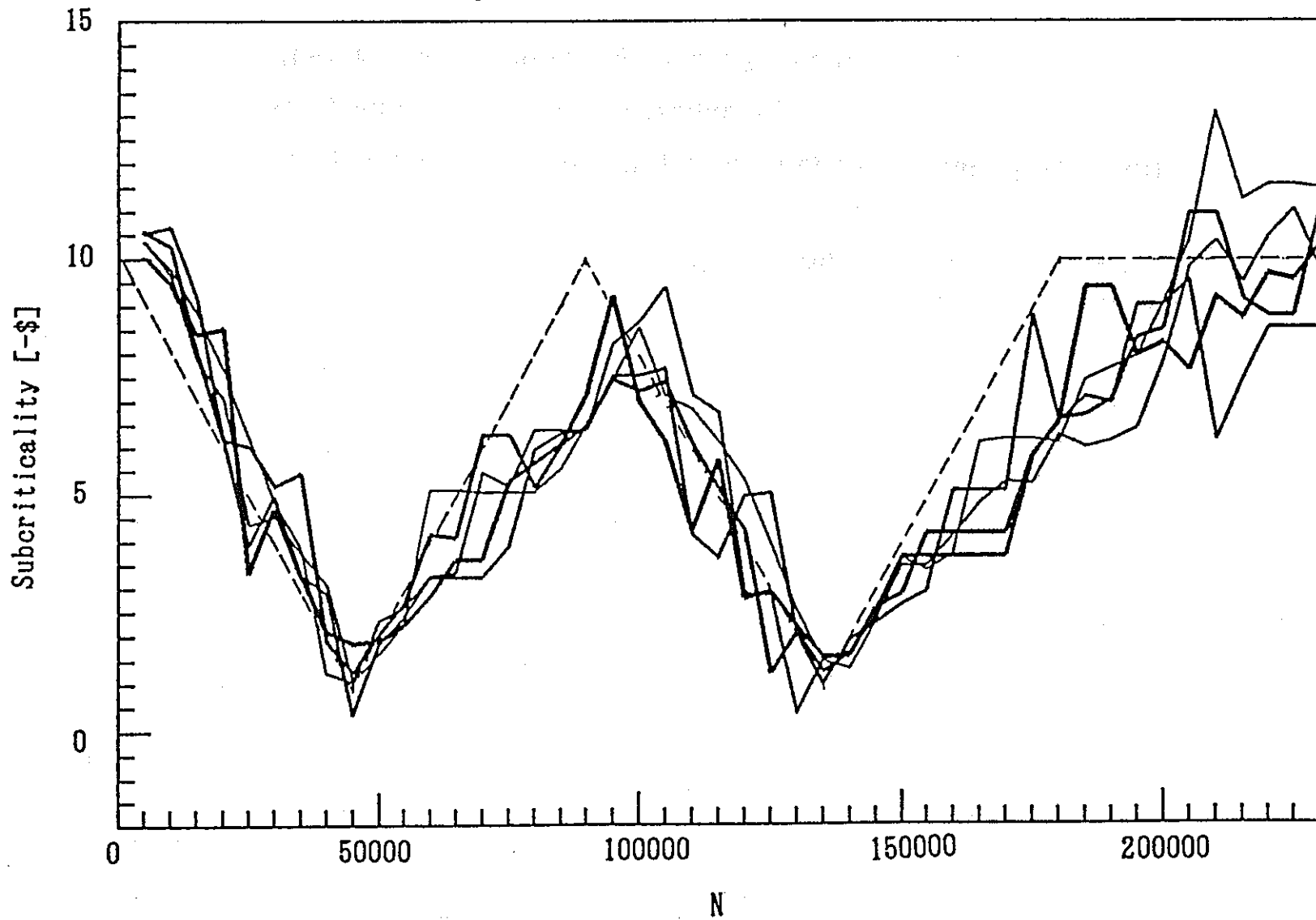


Fig. 3.9.b Subcriticality estimated with ARMA(3,3) model for the triangular wave pattern of changing subcriticality

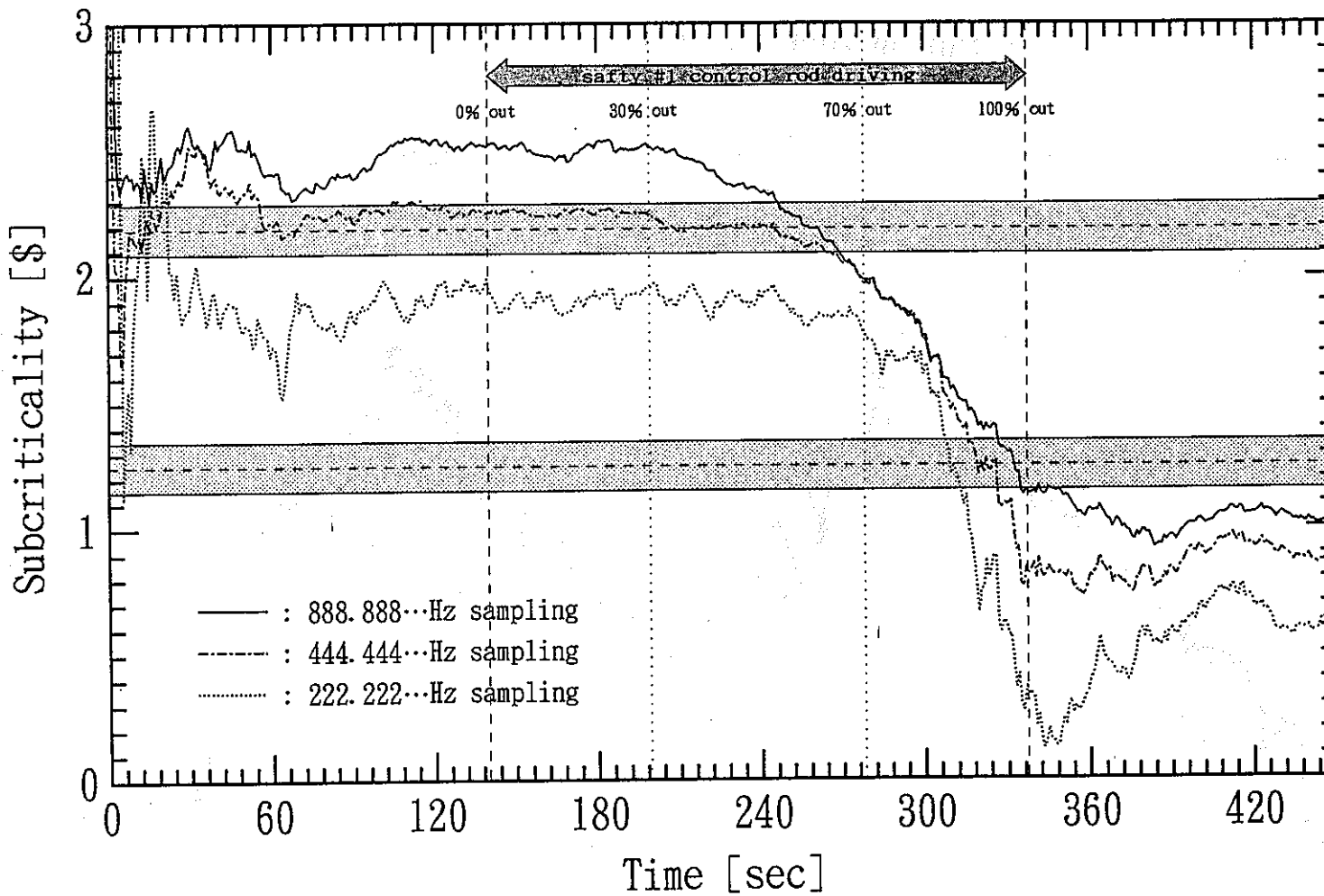


Fig. 4.1.a Comparison of subcriticality estimations for "ID004 Series DATA" sampled at three kinds of frequency.
[Reference subcriticality = from 2.19 \$ to 1.25 \$.]

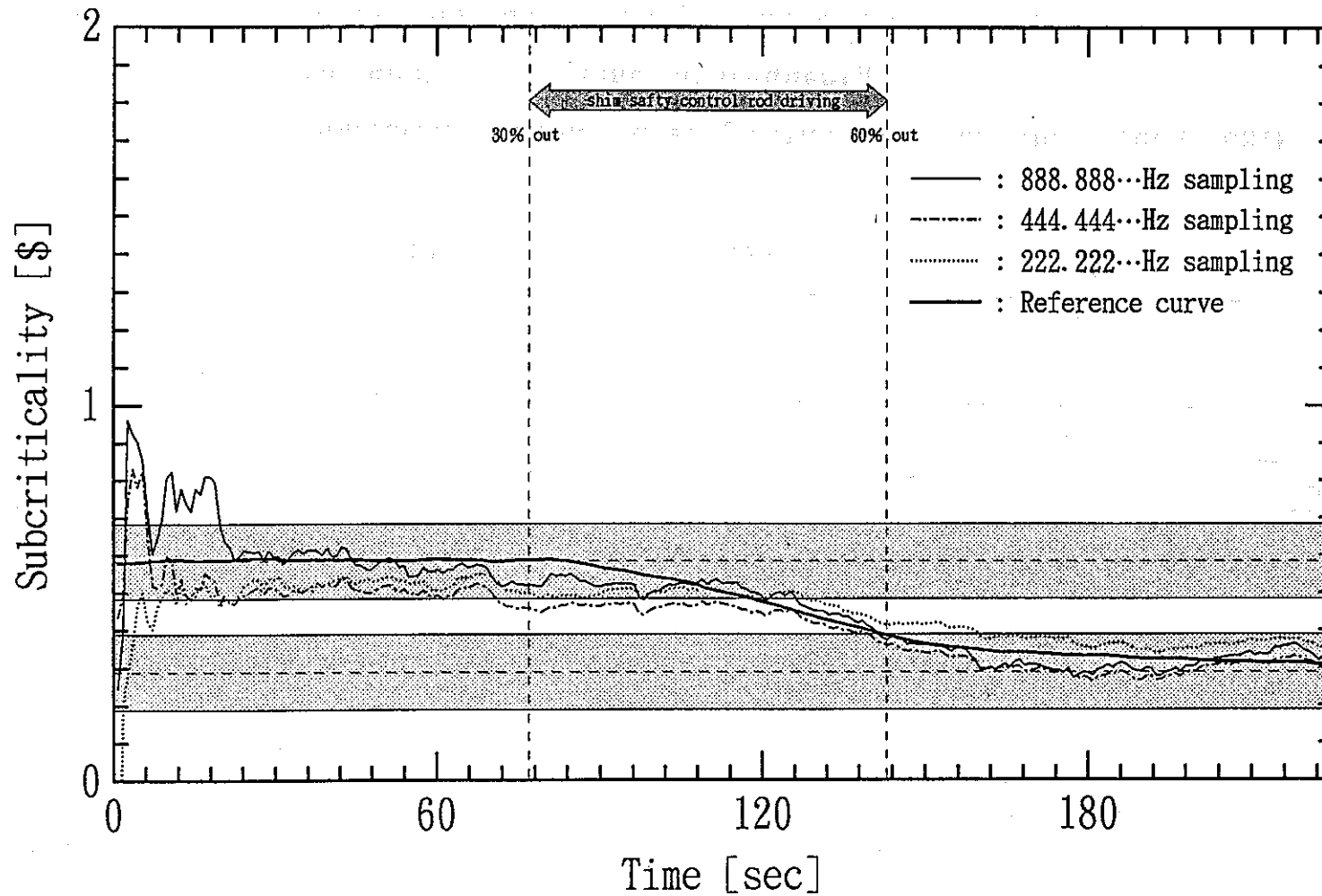


Fig. 4.1.b Comparison of subcriticality estimations for "ID011 Series DATA" sampled at three kinds of frequency.

[Reference subcriticality = from 0.583 \$ to 0.289 \$.]

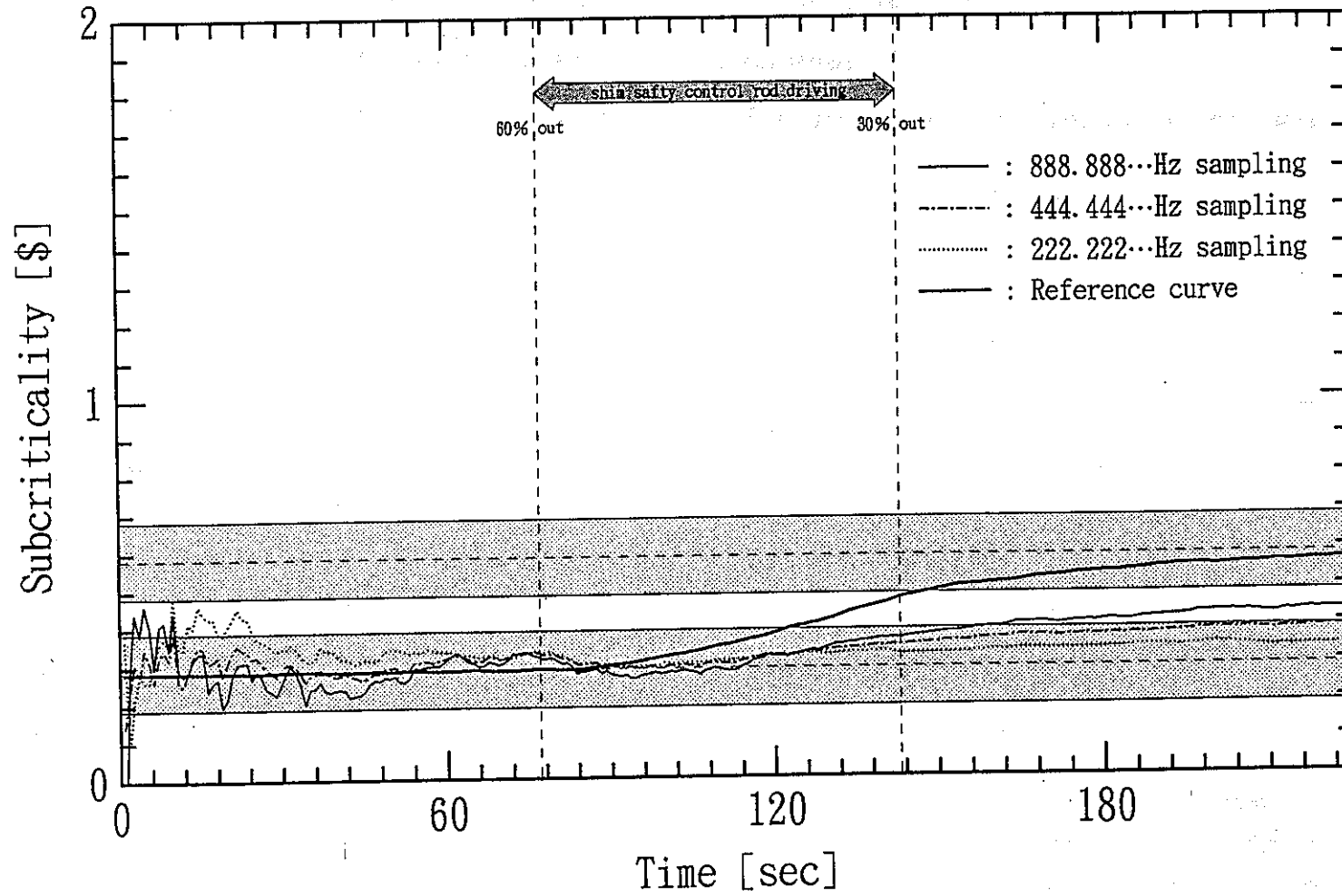
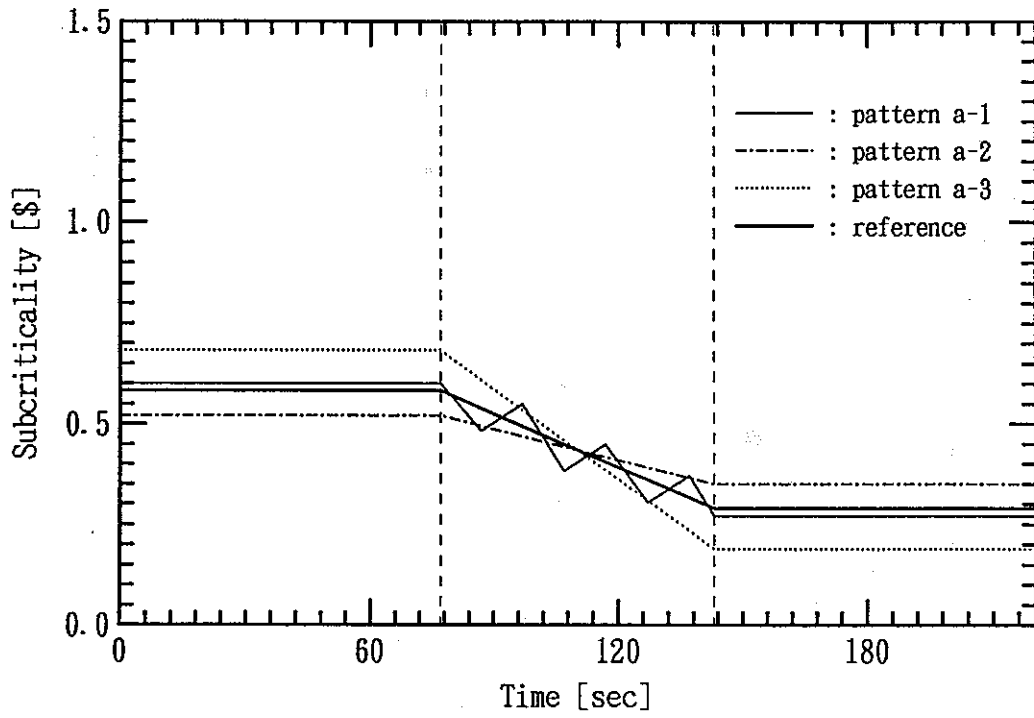
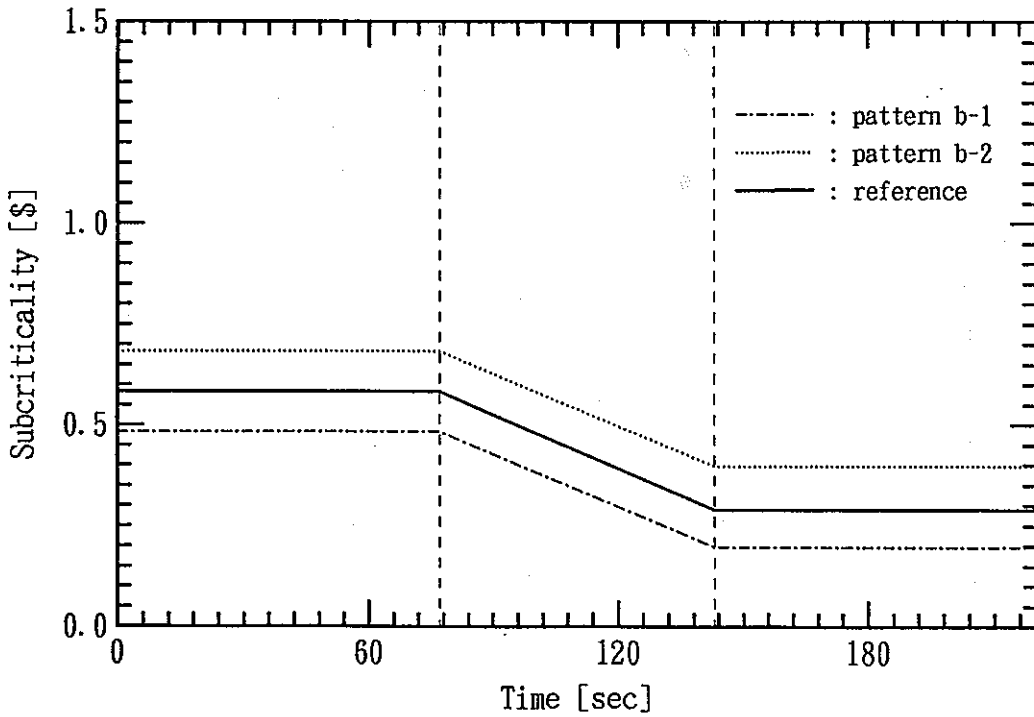


Fig. 4.1.c Comparison of subcriticality estimations for "ID011 Series DATA" sampled at three kinds of frequency.
[Reference subcriticality = from 0.289 \$ to 0.583 \$.]

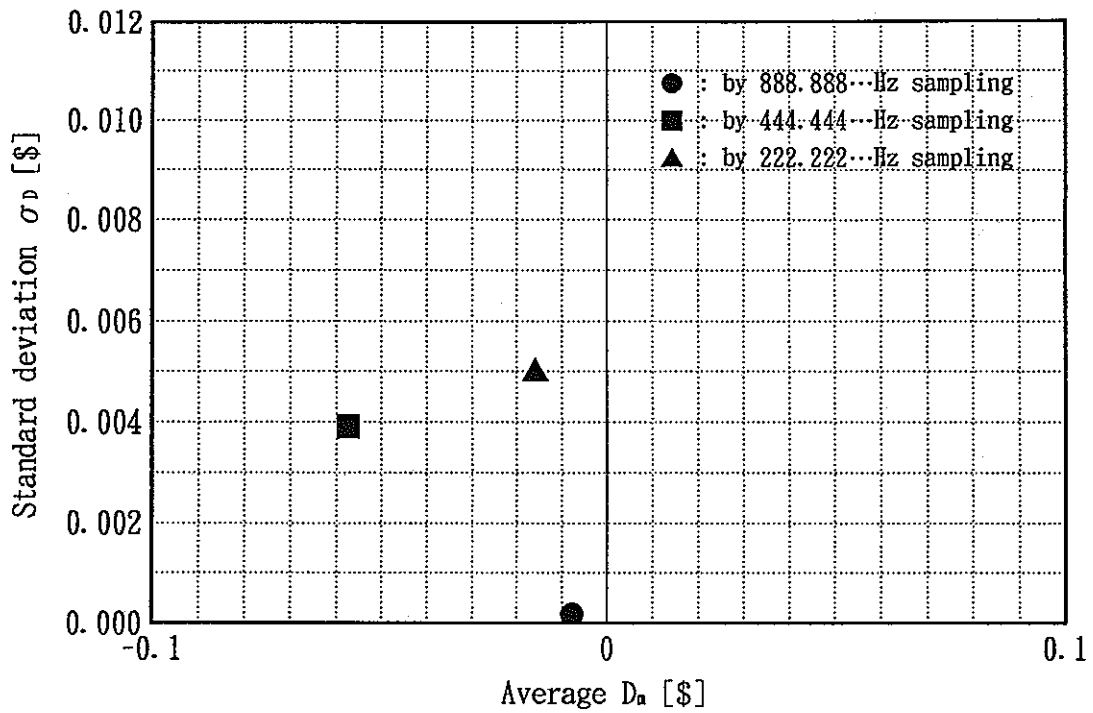


(a) In the case of small average deviation.

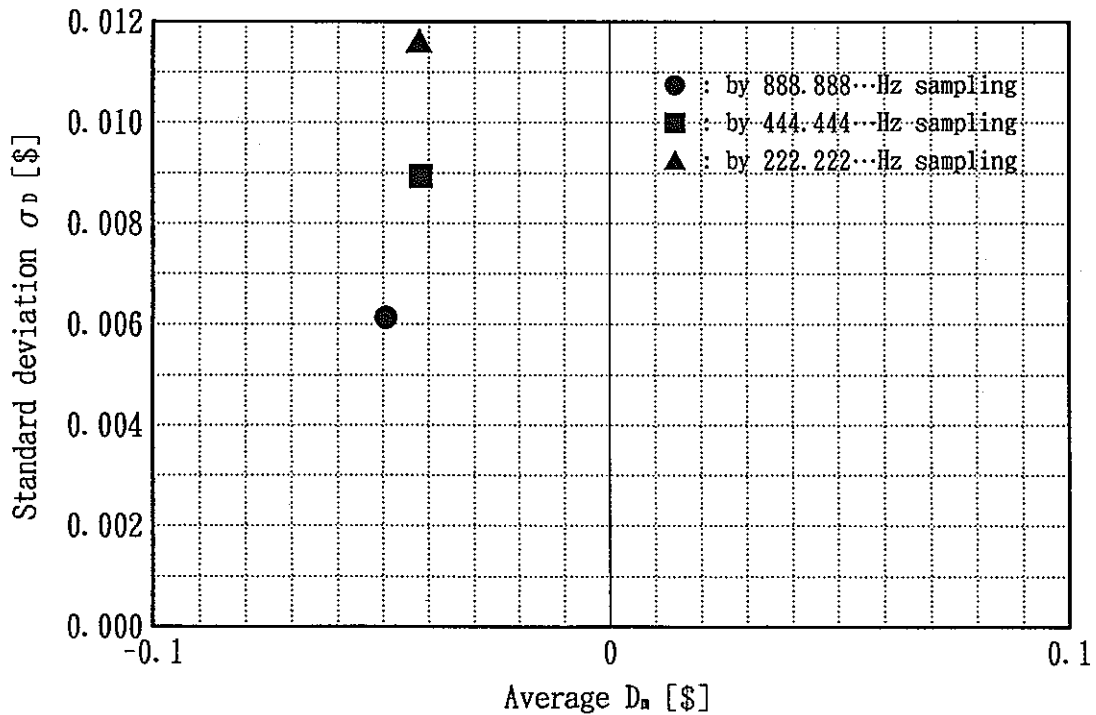


(b) In the case of large average deviation.

Fig. 4.2 Expected Patterns of estimation.

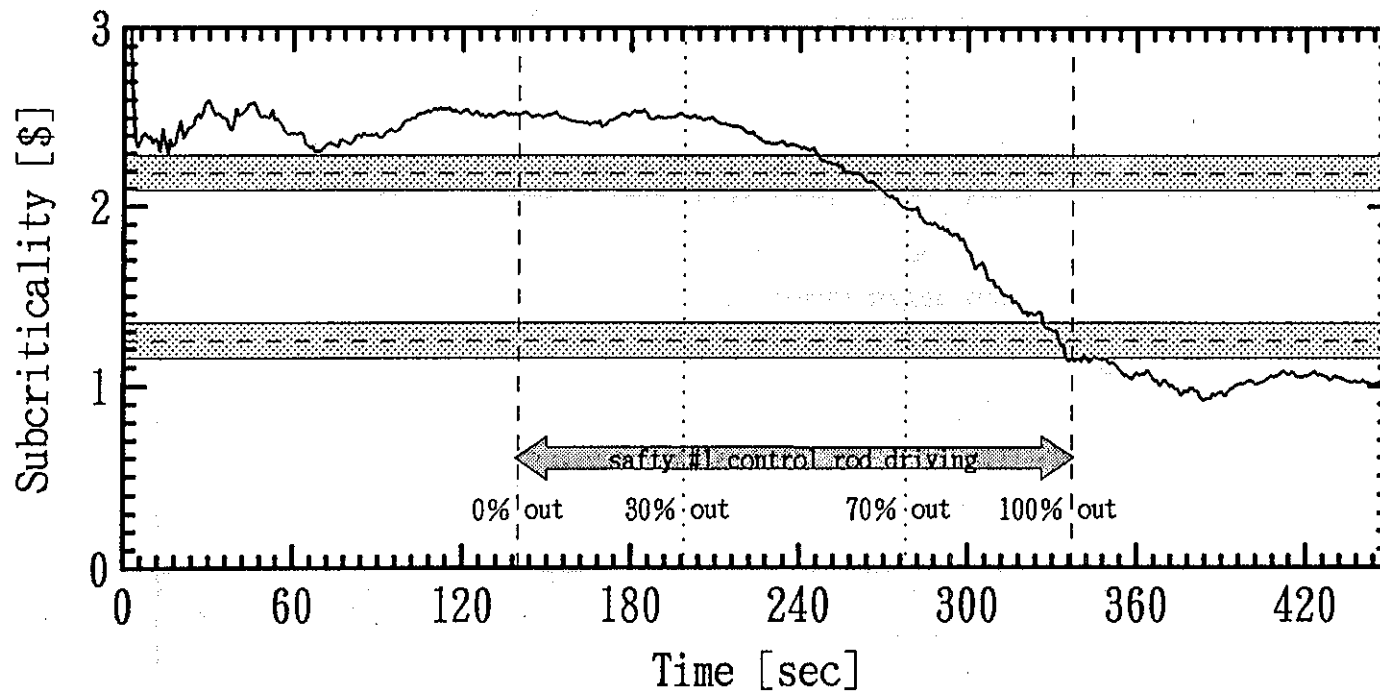


(a) "ID011 Series DATA" [0.583 \$ \rightarrow 0.289 \$].



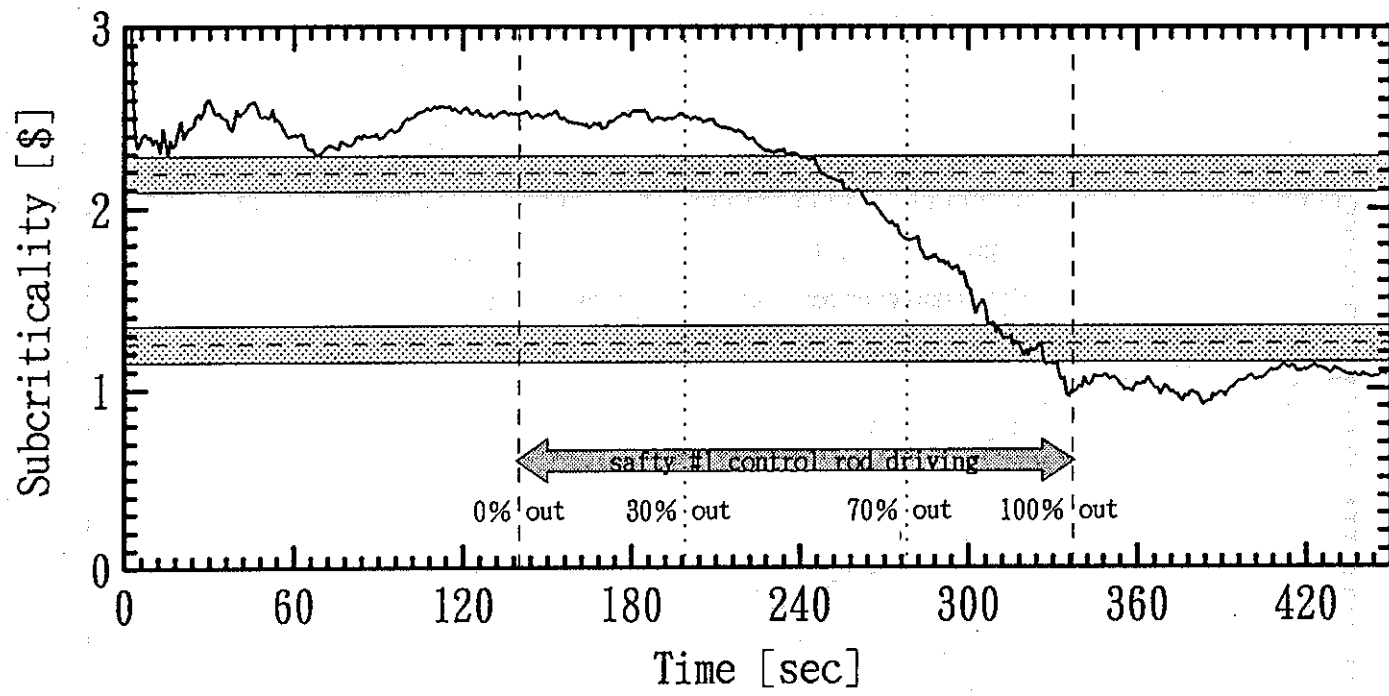
(b) "ID012 Series DATA" [0.289 \$ \rightarrow 0.583 \$].

Fig. 4.3 Evaluation of subcriticality tracing ability by using the statistical index of deviation.



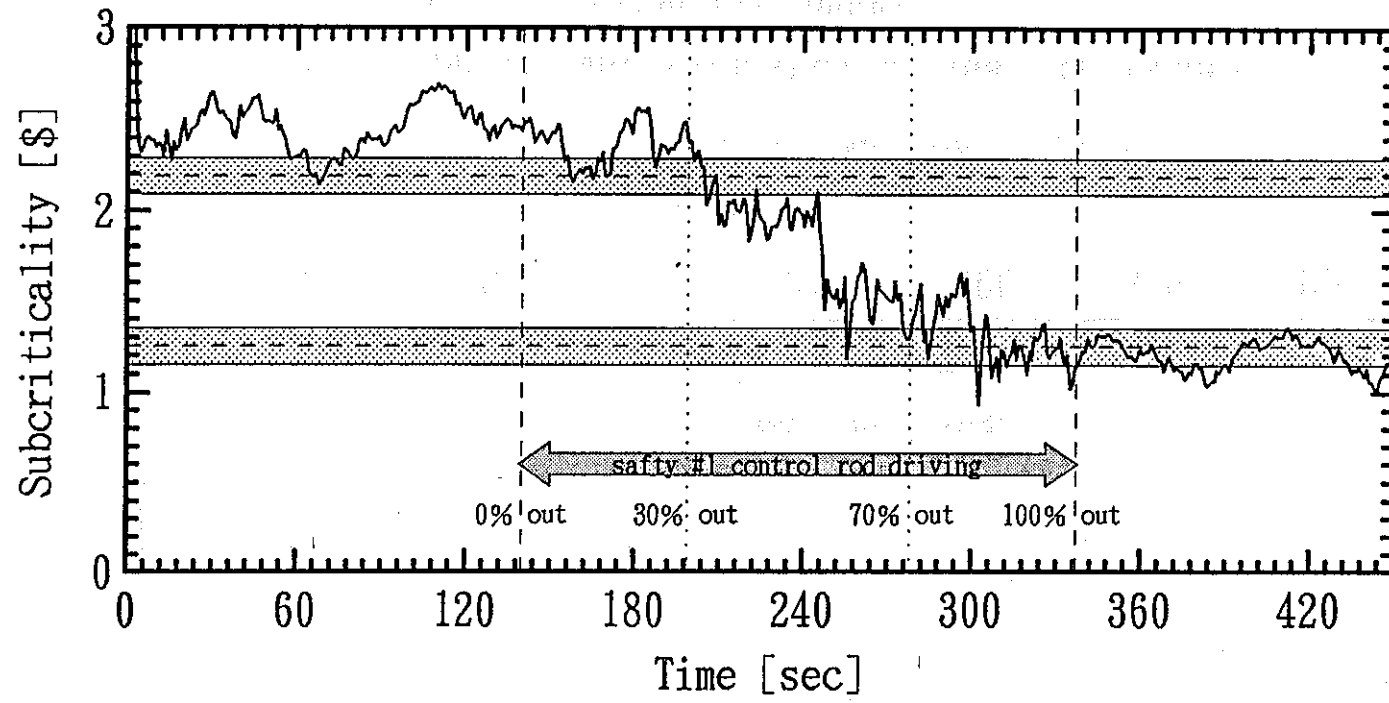
(a) Algorithm = ELS only.

Fig. 4.4.a Subcriticality estimation for "ID004 Series DATA" by ELS only



(b) Algorithm = ELS & PMA(400*1.001).

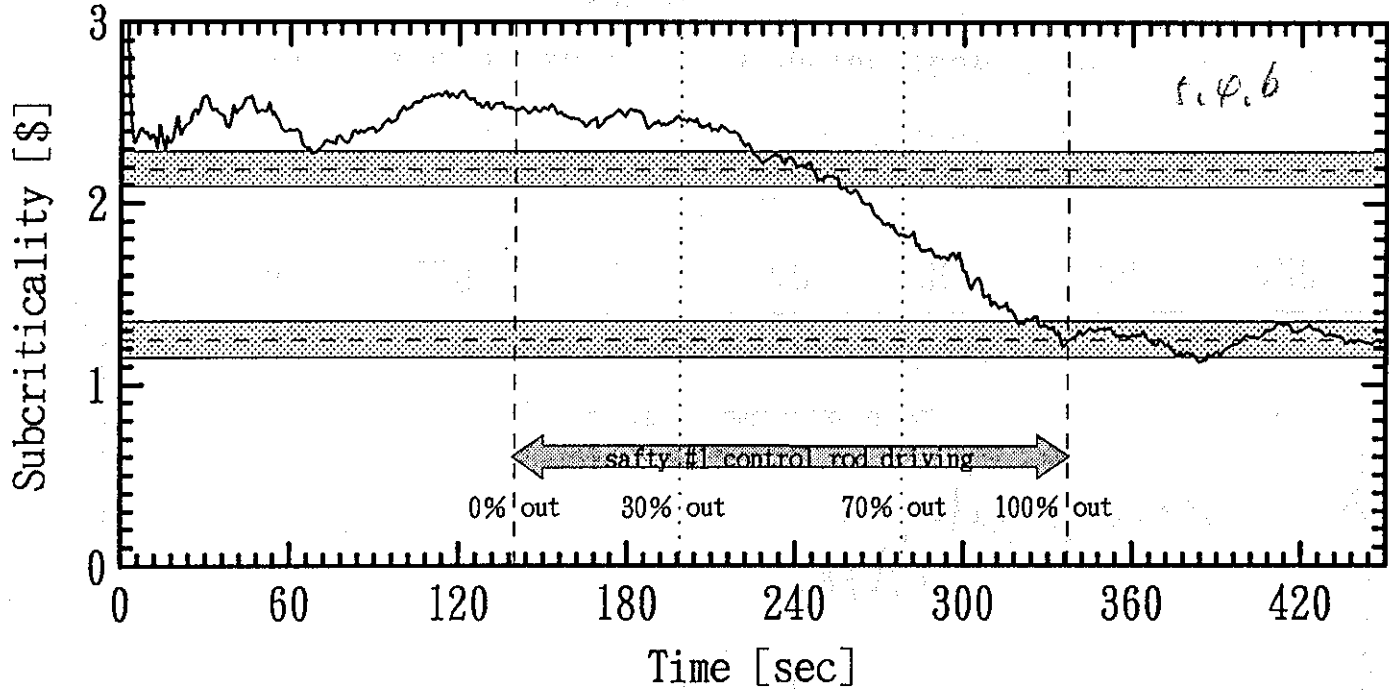
**Fig. 4.4.b Subcriticality estimation for "ID004 Series DATA"
by ELS & PMA(400*1.001)
[Reference subcriticality = from 2.19\$ to 1.25\$.]**



(c) Algorithm = ELS & PMA(400*1.01).

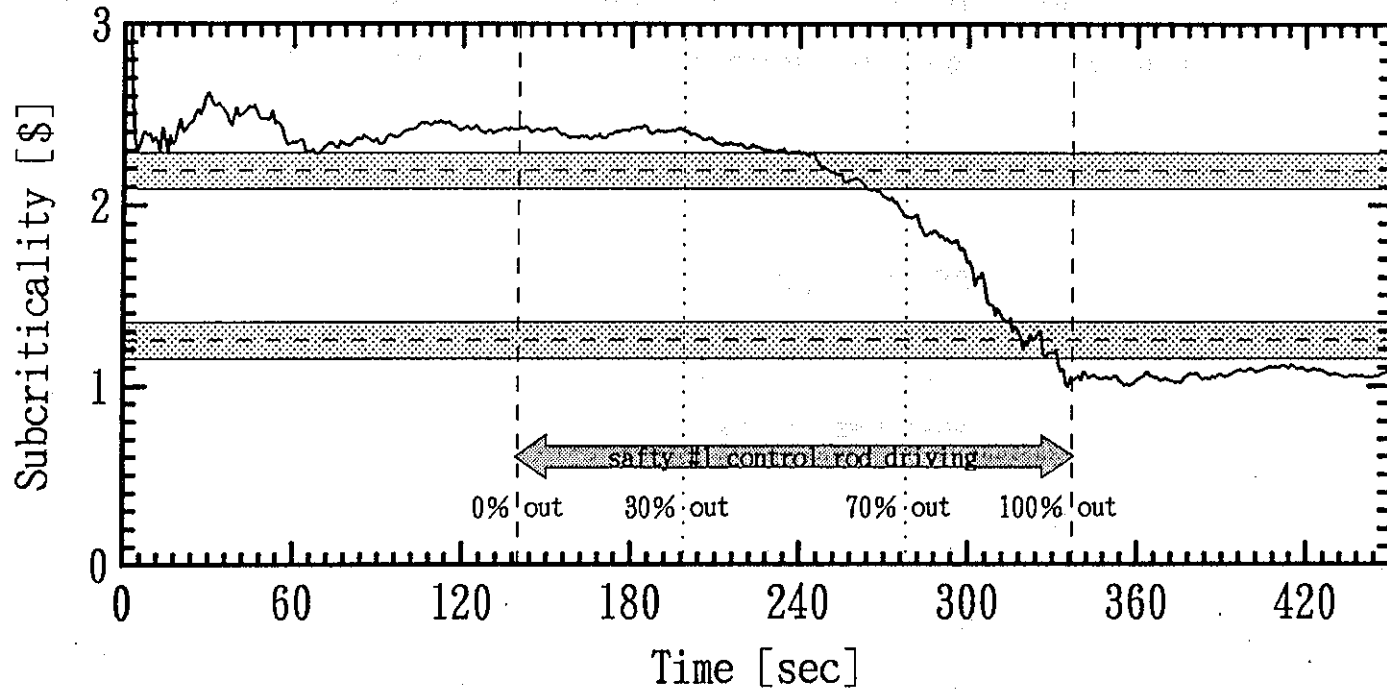
**Fig. 4.4.c Subcriticality estimation for "ID004 Series DATA"
by ELS & PMA(400*1.01)**

[Reference subcriticality = from 2.19\$ to 1.25\$.]



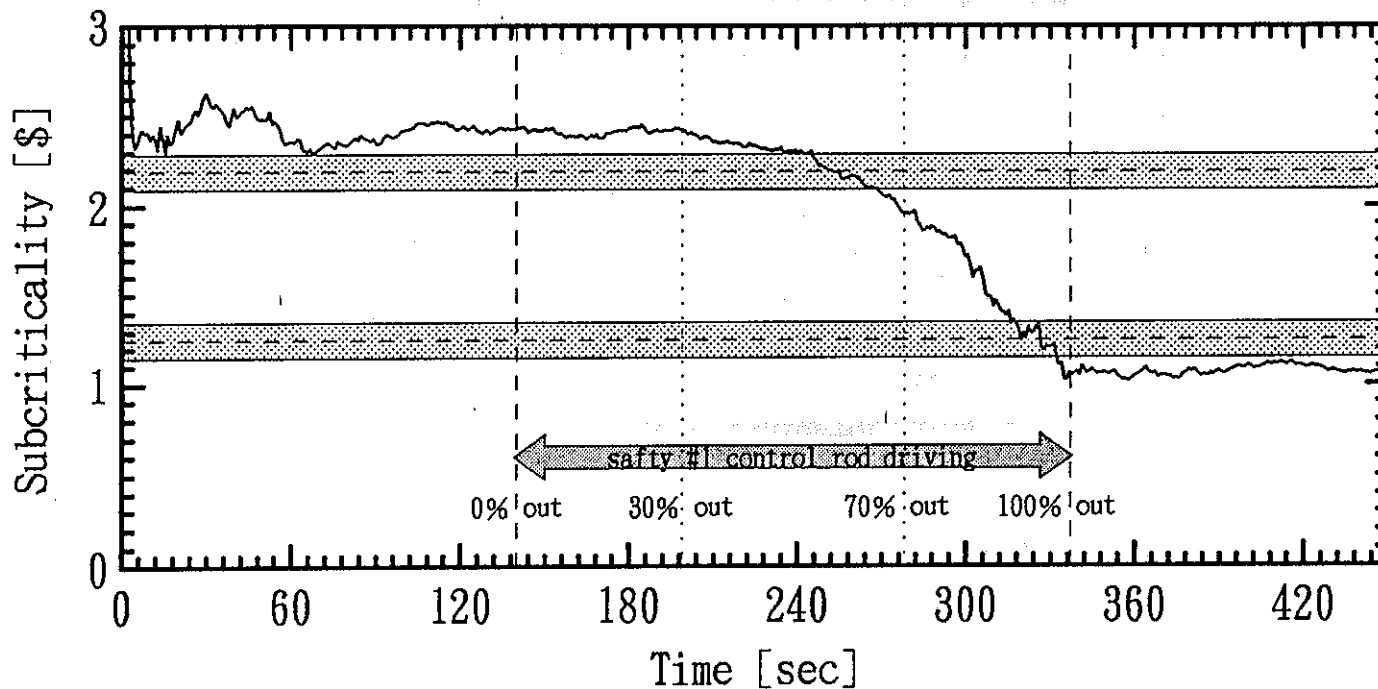
(d) Algorithm = ELS & PMDA(400*1.00002).

Fig. 4.4.d Subcriticality estimation for "ID004 Series DATA" by ELS & PMDA(400*1.00002) [Reference subcriticality = from 2.19\$ to 1.25\$.]



(e) Algorithm = RPE(Projection:ON) & PMA(400*1.001).

Fig. 4.4.e Subcriticality estimation for "ID004 Series DATA"
by RPE(Projection:ON) & PMA(400*1.001)
[Reference subcriticality = from 2.19\$ to 1.25\$.]

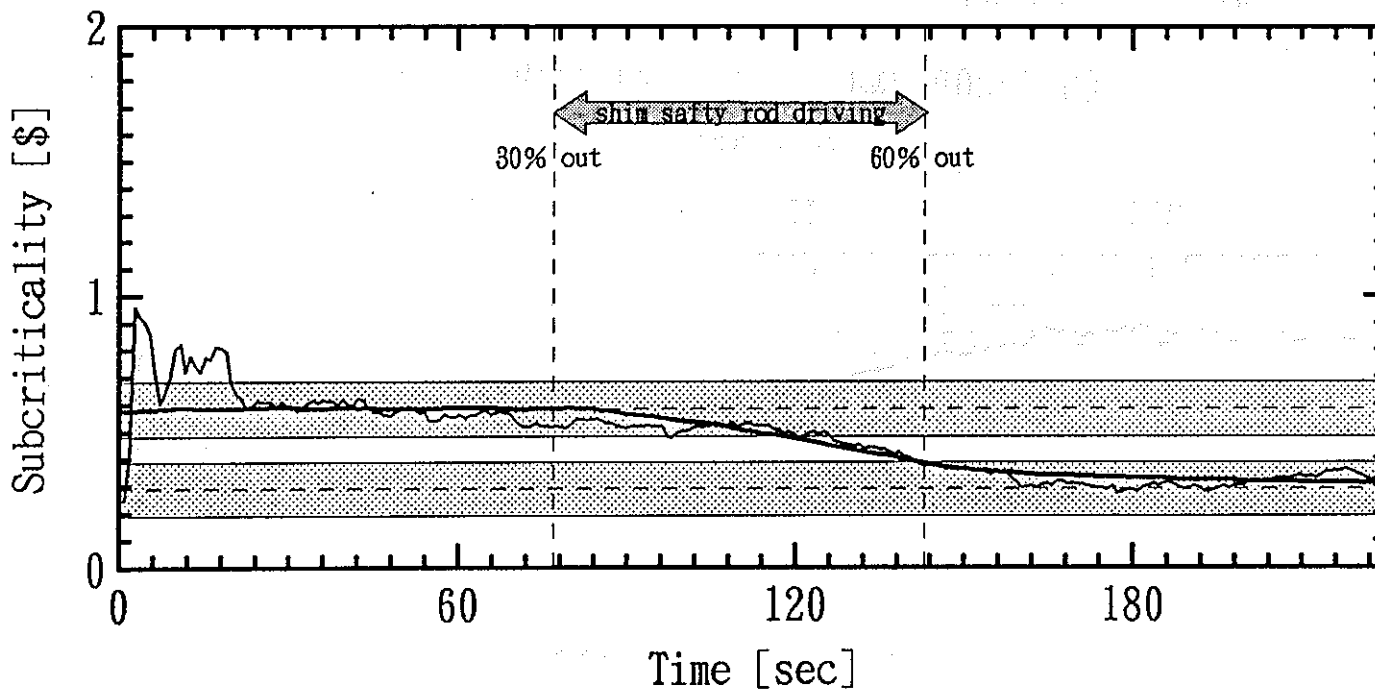


(f) Algorithm = RPE(Projection:OFF) & PMA(400*1.001).

Fig. 4.4.f Subcriticality estimation for "ID004 Series DATA"

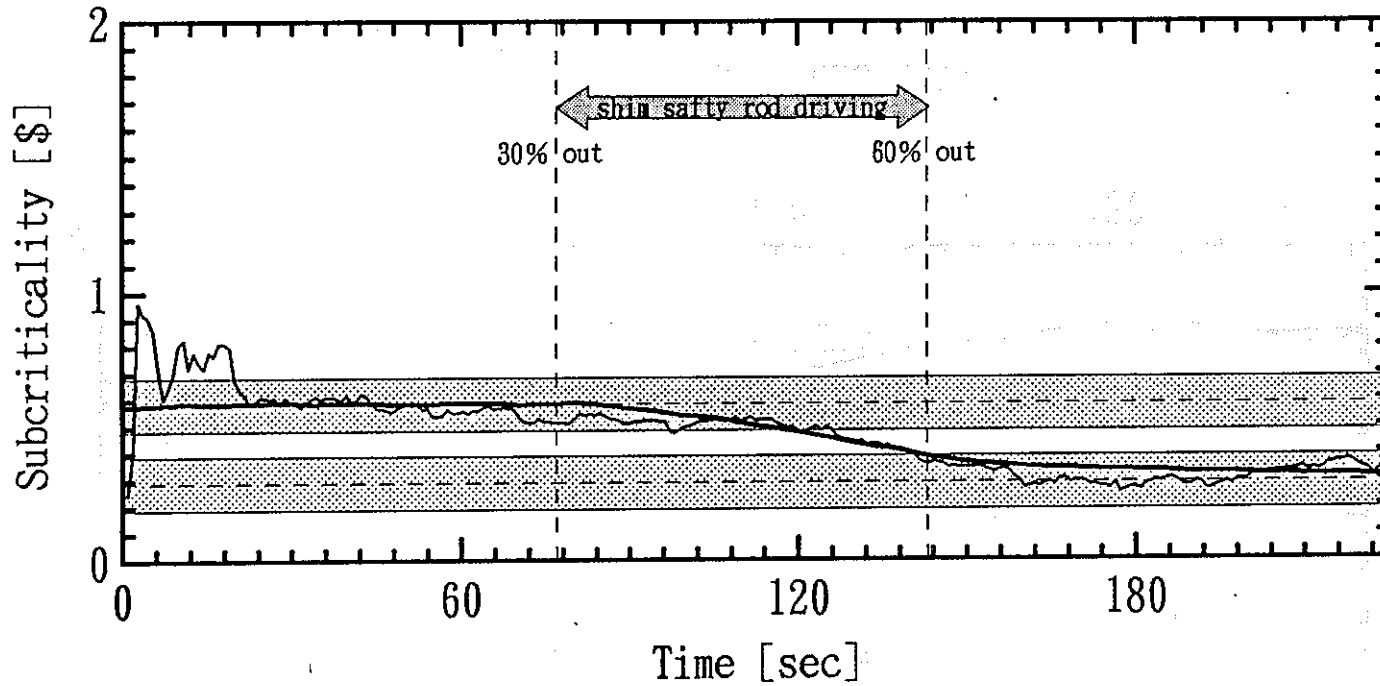
by RPE(Projection:OFF) & PMA(400*1.001)

[Reference subcriticality = from 2.19\$ to 1.25\$.]



(a) Algorithm = ELS only.

Fig. 4.5.a Subcriticality estimation for "ID011 Series DATA" by ELS only
[Reference subcriticality = from 0.583\$ to 0.289\$.]

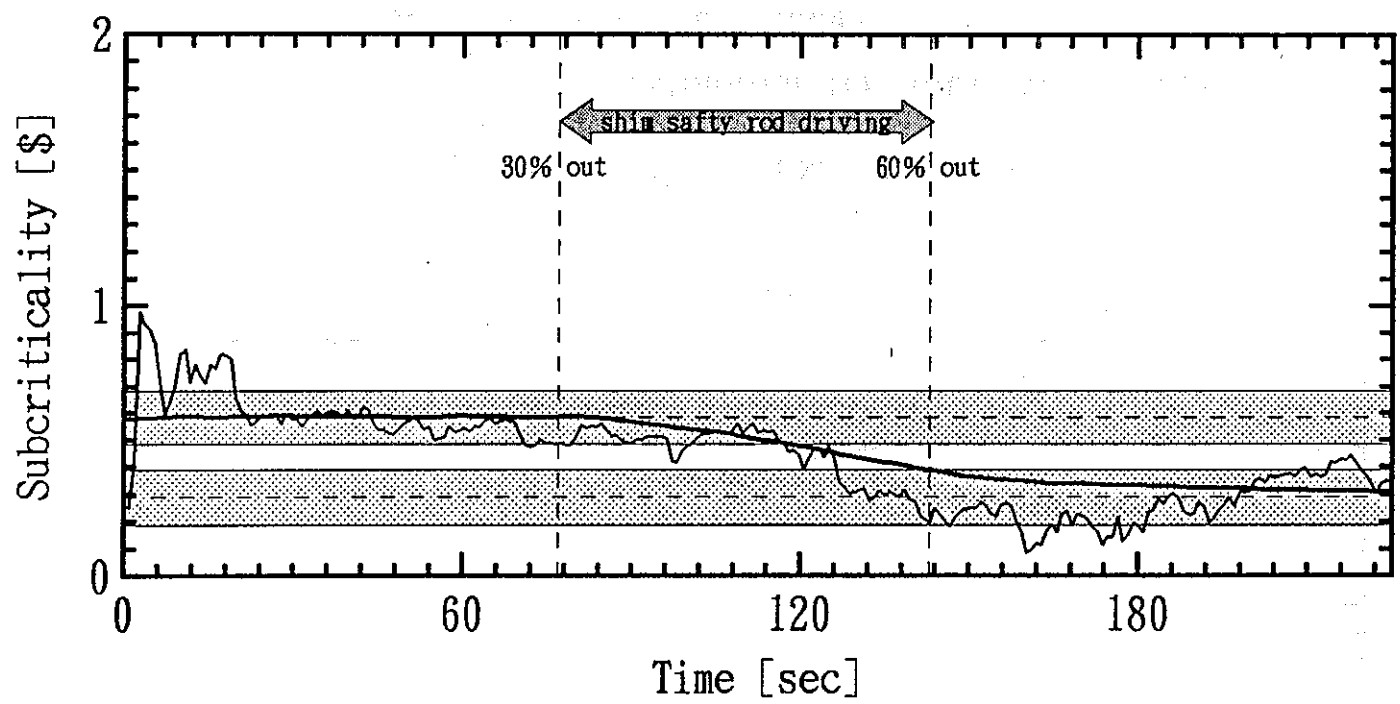


(b) Algorithm = ELS & PMA(400*1.001).

Fig. 4.5.b Subcriticality estimation for "ID011 Series DATA"

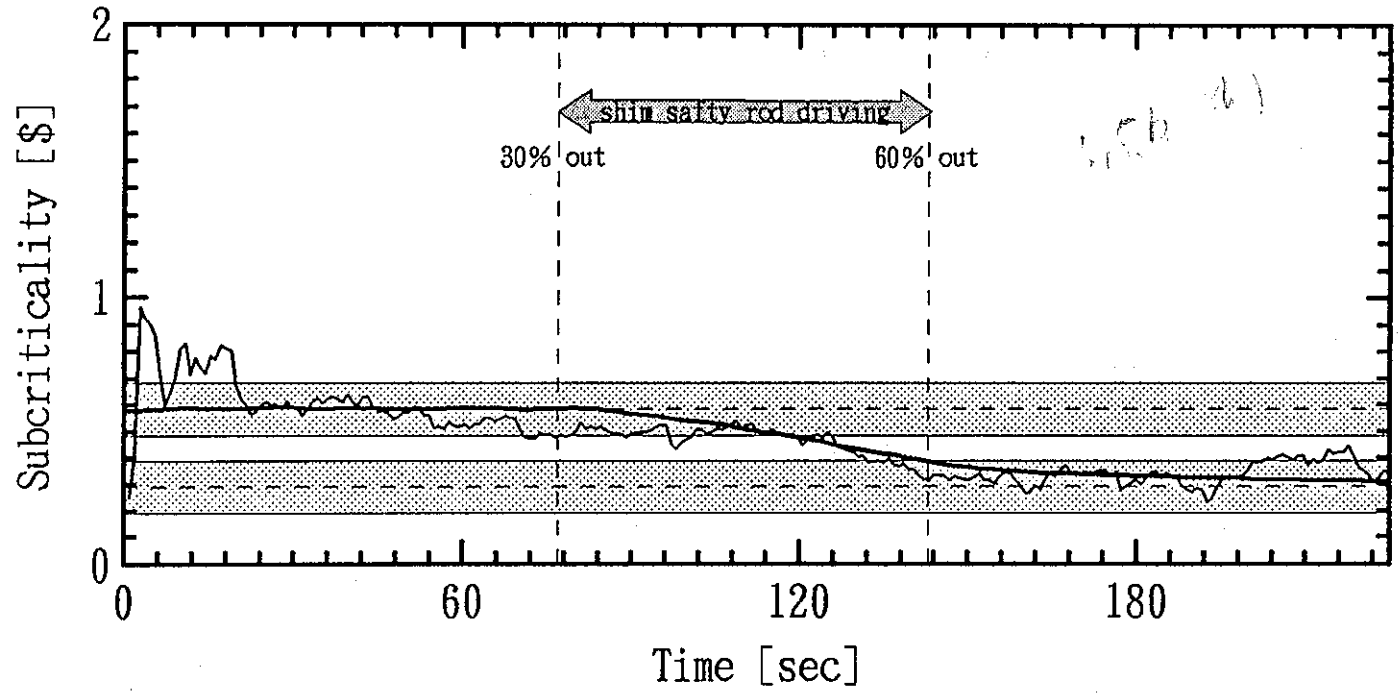
by ELS & PMA(400*1.001)

[Reference subcriticality = from 0.583\$ to 0.289\$.]



(c) Algorithm = ELS & PMA(400*1.01).

**Fig. 4.5.c Subcriticality estimation for "ID011 Series DATA"
by ELS & PMA(400*1.01)
[Reference subcriticality = from 0.583\$ to 0.289\$.]**

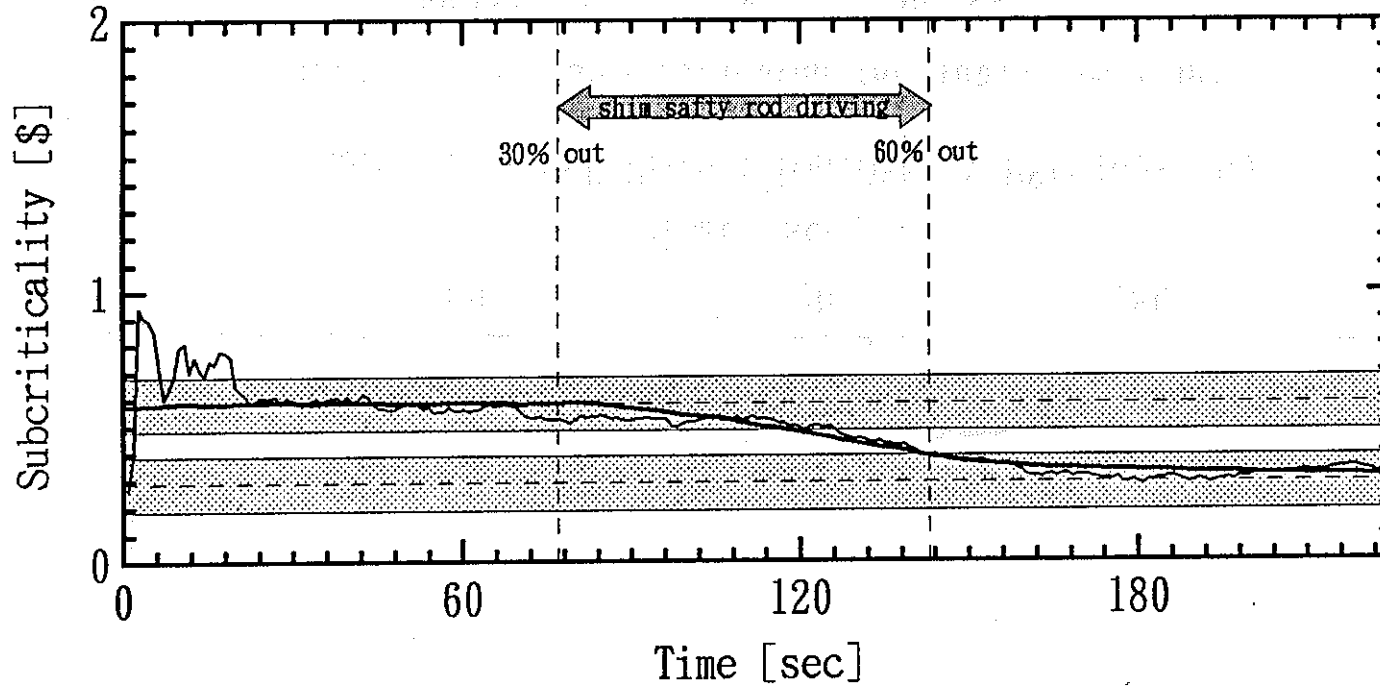


(d) Algorithm = ELS & PMDA(400*1.00002).

Fig. 4.5.d Subcriticality estimation for "ID011 Series DATA"

by ELS & PMDA(400*1.00002)

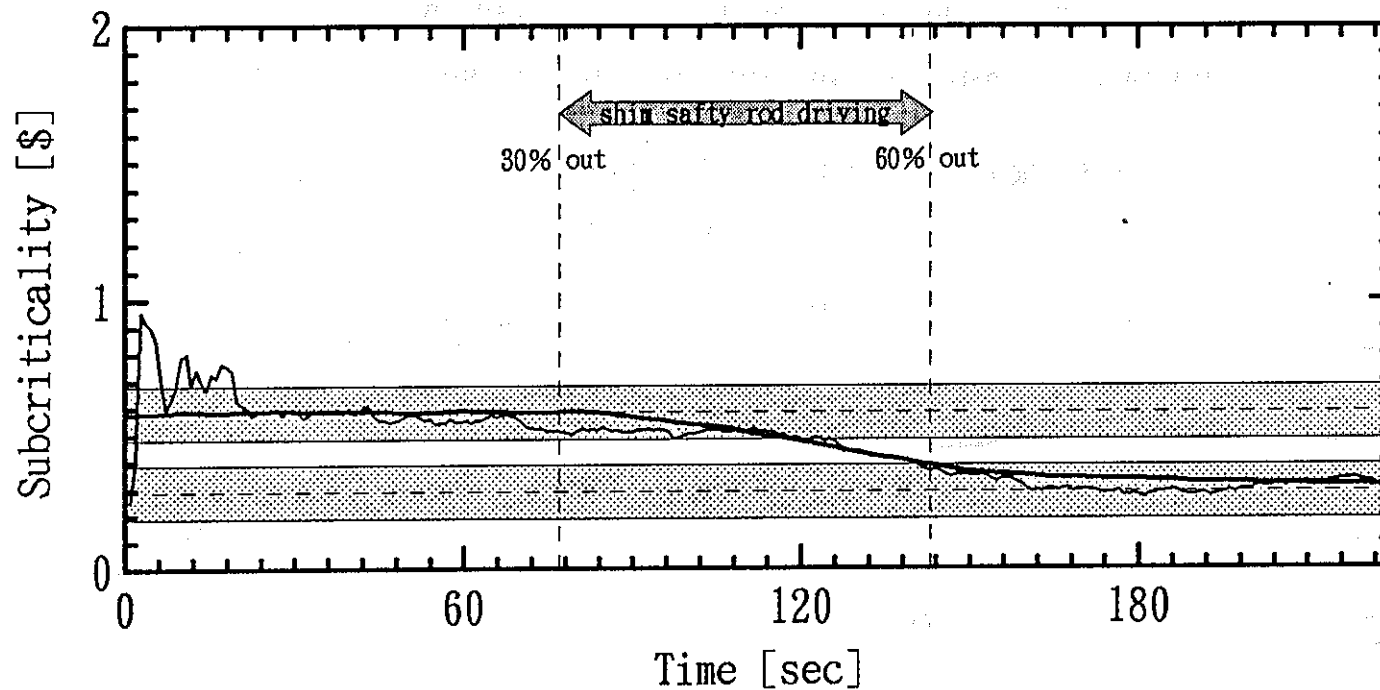
[Reference subcriticality = from 0.583\$ to 0.289\$.]



(e) Algorithm = RPE(Projection:ON) & PMA(400*1.001).

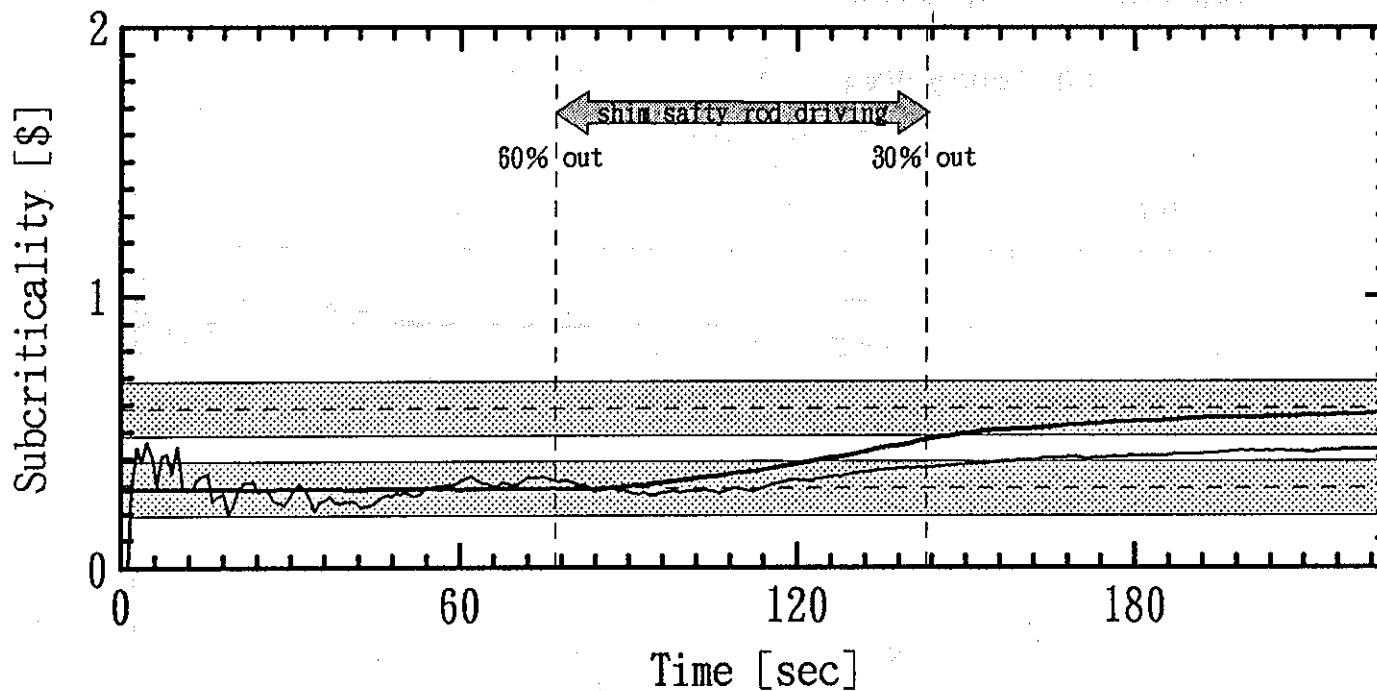
Fig. 4.5.e Subcriticality estimation for "ID011 Series DATA"
by RPE(Projection:ON) & PMA(400*1.001)

[Reference subcriticality = from 0.583\$ to 0.289\$.]



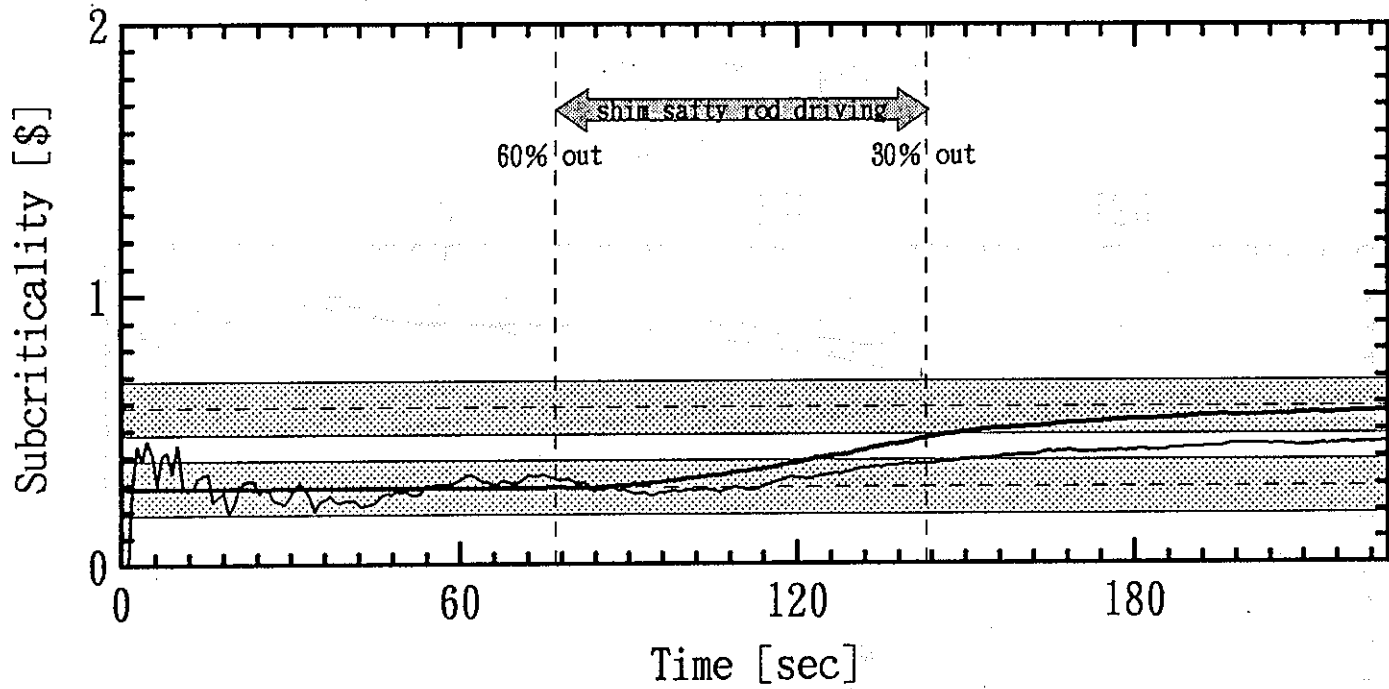
(f) Algorithm = RPE(Projection:OFF) & PMA(400*1.001).

**Fig. 4.5.f Subcriticality estimation for "ID011 Series DATA"
by RPE(Projection:OFF) & PMA(400*1.001)
[Reference subcriticality = from 0.583\$ to 0.289\$.]**



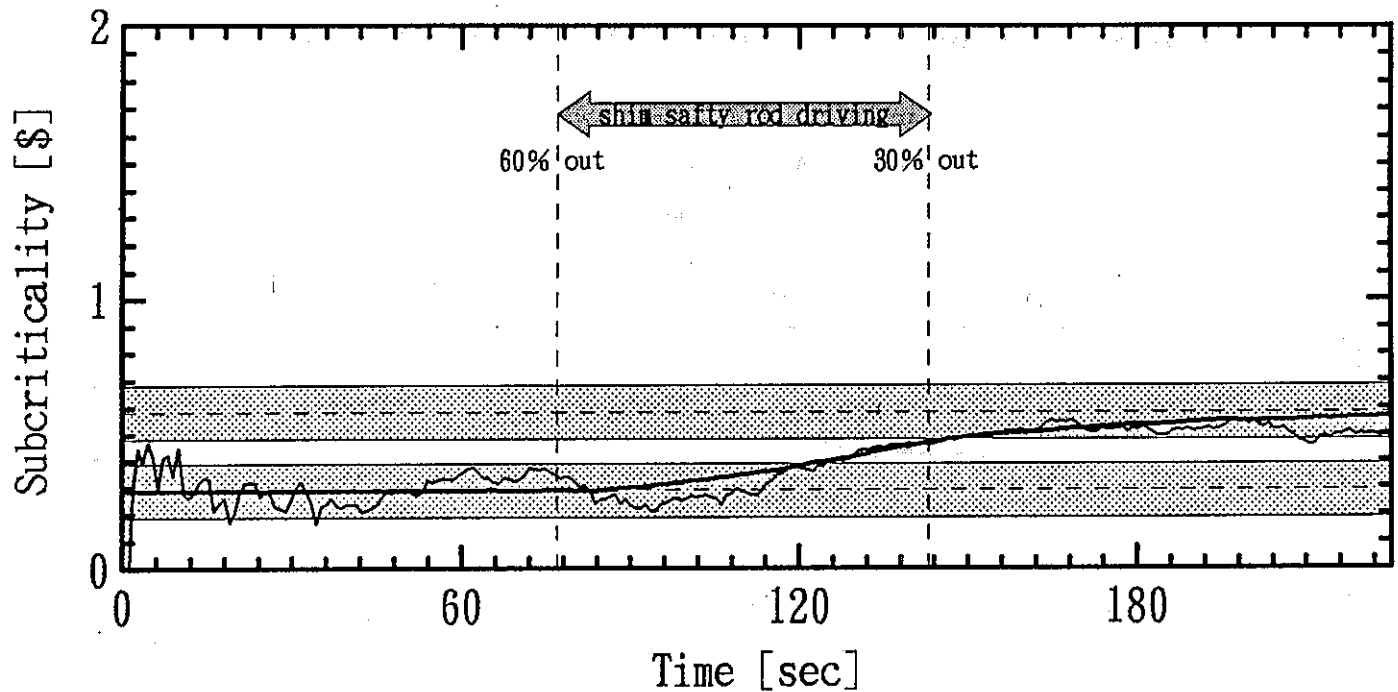
(a) Algorithm = ELS only.

Fig. 4.6.a Subcriticality estimation for "ID011 Series DATA" by ELS only
[Reference subcriticality = from 0.289\$ to 0.583\$.]



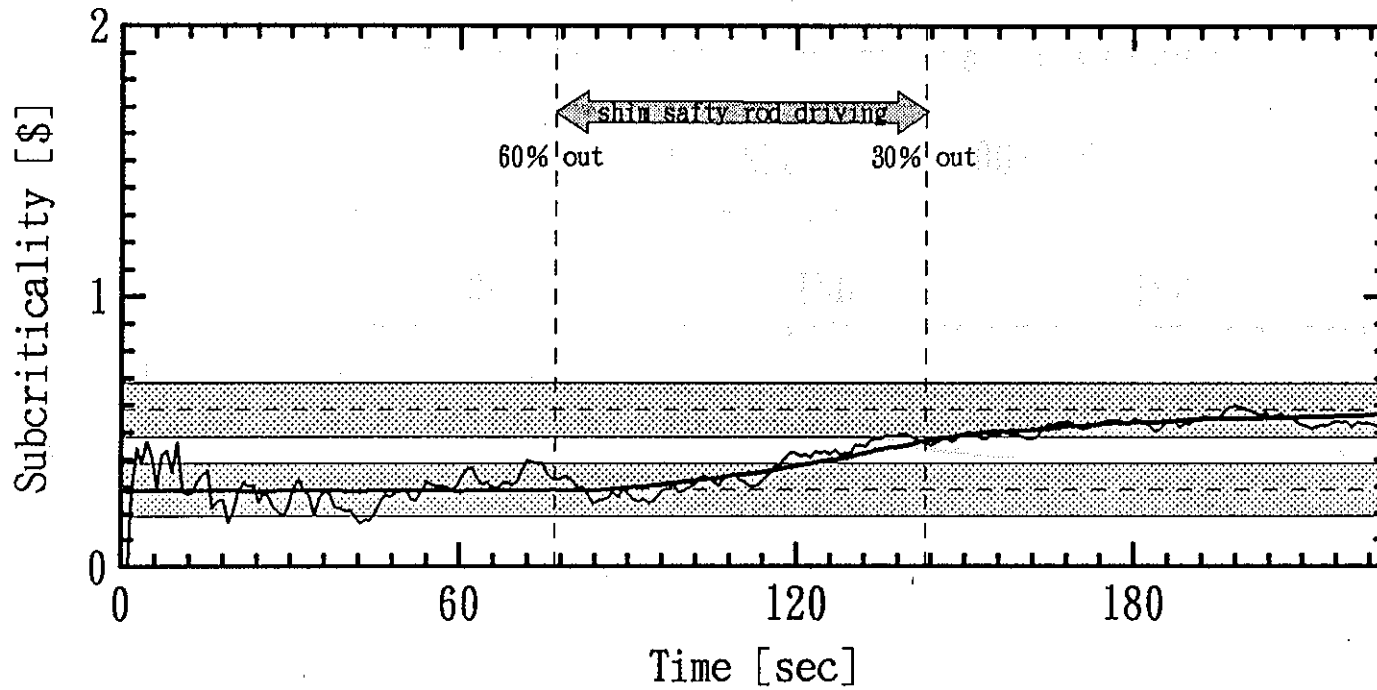
(b) Algorithm = ELS & PMA(400*1.001).

**Fig. 4.6.b Subcriticality estimation for "ID011 Series DATA"
by ELS & PMA(400*1.001)
[Reference subcriticality = from 0.289\$ to 0.583\$.]**



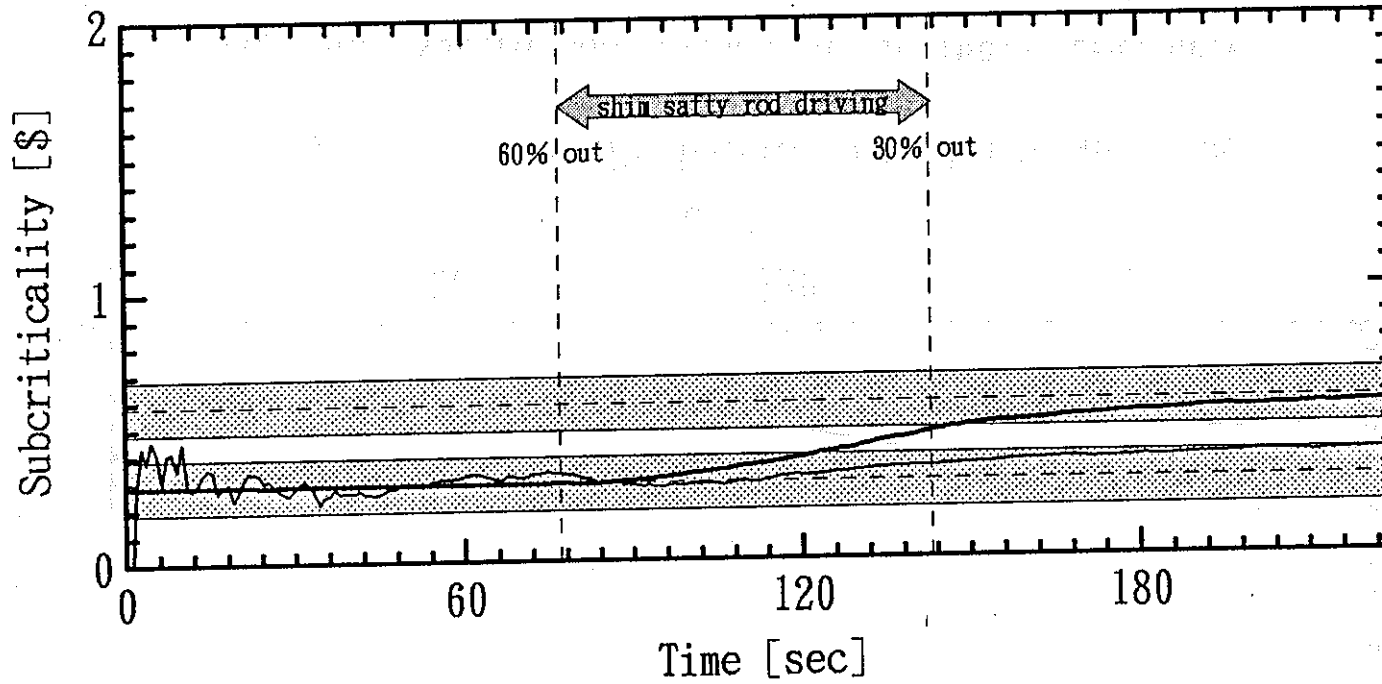
(c) Algorithm = ELS & PMA(400*1.01).

**Fig. 4.6.c Subcriticality estimation for "ID011 Series DATA"
by ELS & PMA(400*1.01)
[Reference subcriticality = from 0.289\$ to 0.583\$.]**



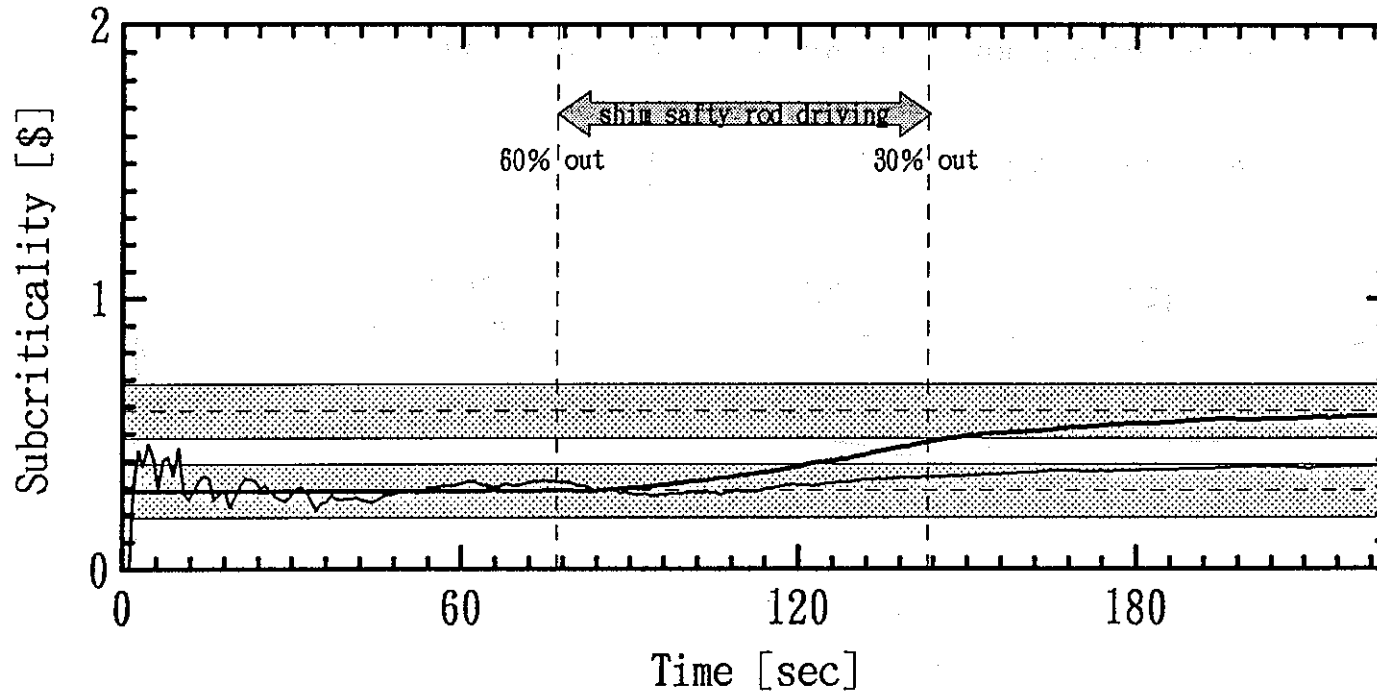
(d) Algorithm = ELS & PMDA(400*1.00002).

Fig. 4.6.d Subcriticality estimation for "ID011 Series DATA"
by ELS & PMDA(400*1.00002)
[Reference subcriticality = from 0.289\$ to 0.583\$.]



(e) Algorithm = RPE(Projection:ON) & PMA(400*1.001).

**Fig. 4.6.e Subcriticality estimation for "ID011 Series DATA"
by RPE(Projection:ON) & PMA(400*1.001)
[Reference subcriticality = from 0.289\$ to 0.583\$.]**

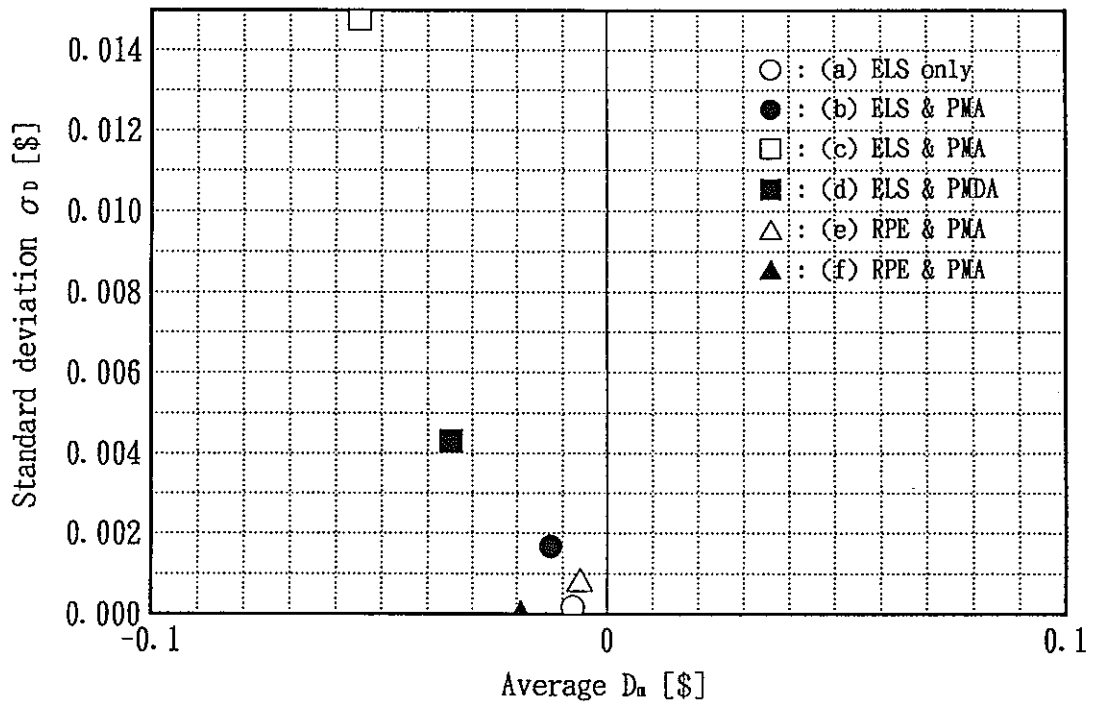


(f) Algorithm = RPE(Projection:OFF) & PMA(400*1.001).

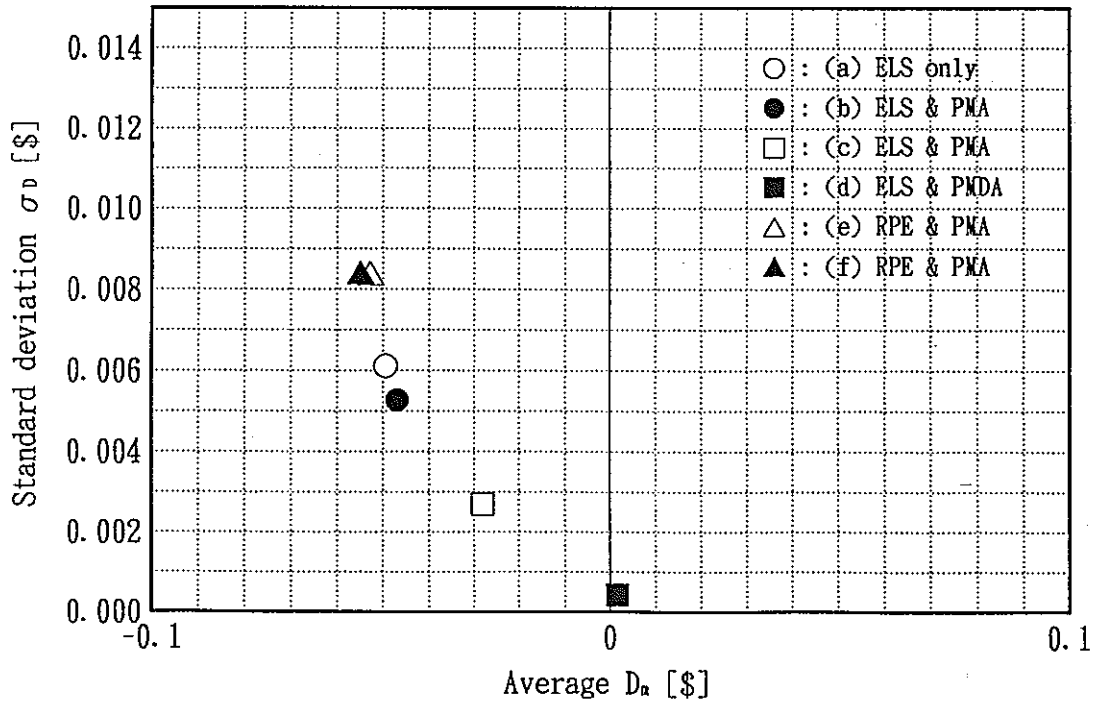
Fig. 4.6.f Subcriticality estimation for "ID011 Series DATA"

by RPE(Projection:OFF) & PMA(400*1.001)

[Reference subcriticality = from 0.289\$ to 0.583\$.]



(a) "ID011 Series DATA" [0.583 \$ \rightarrow 0.289 \$].



(b) "ID012 Series DATA" [0.289 \$ \rightarrow 0.583 \$].

Fig. 4.7 Evaluation of subcriticality tracing ability by using the statistical index of deviation.