

本資料は 年 月 日付けで登録区分、
変更する。

0 1.11.30

[技術情報室]

高速炉燃料ピンのペレットと被覆管の

機械的相互作用に関する研究 (I)

(受託研究)

1976年4月

株式会社 日立製作所

この資料は動燃事業団の開発業務を進めるため、特に限られた関係者だけに配布するも

下
が終

本資料の全部または一部を複写・複製・転載する場合は、下記にお問い合わせください。

〒319-1184 茨城県那珂郡東海村大字村松4番地49
核燃料サイクル開発機構
技術展開部 技術協力課

Inquiries about copyright and reproduction should be addressed to:
Technical Cooperation Section,
Technology Management Division,
Japan Nuclear Cycle Development Institute
4-49 Muramatsu, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki, 319-1184
Japan

© 核燃料サイクル開発機構 (Japan Nuclear Cycle Development Institute)



高速炉燃料ピンのペレットと被覆管の
機械的相互作用に関する研究 (I)*

石 田 政 義** 坂 上 正 治** 井 上 孝 太 郎**

要 旨

高速炉燃料ピンのペレットと被覆管の機械的相互作用(PCMI)を記述する計算モデルの開発を行なった。このモデルは高速炉の定常運転時におけるPCMIの記述を目的としている。

既存の燃料照射挙動計算コードのPCMIモデルを調査し、比較した。

燃料ペレット・被覆系の応力・歪み場の記述に、軸対称・平面歪み近似を採用している点は、高速炉燃料ピンの種々のPCMIモデルに共通している。しかし、最近の照射実験データには被覆管の塑性変形と炉の出力サイクルに強い相関性を示唆するものもみられる。出力変動時に強いPCMIが起る場合を想定すると、ペレット・クラックによる被覆管への応力集中の可能性もある。

* 本報告書は、株式会社日立製作所が動力炉・核燃料開発事業団の委託により実施した研究の成果である。

** 日立製作所原子力研究所所属

このような背景から、ここで開発した PCMI モデルにつきの特徴をもたせた。

- (i) 定常照射中の PCMI の記述には軸対称・平面歪み近似を採用した円柱モデルを用いる。
- (ii) 出力変動時に強い PCMI が予期される場合には、非軸対称・平面歪み、または平面応力近似による PCMI モデル ($R-\theta$) モデルにより、(i) の記述を補足する機能をもたせる。

これらのモデルを計算機コード化するための準備も行なった。さらに、モデルの実験データとのフィッティングに必要と考えられる、炉内・炉外実験について提案した。

COMMERCIAL

J202 76-01



April 20, 1976

Study of Fast Reactor Fuel Pellet/Cladding Mechanical Interaction (I)*

Masayoshi Ishida**

Masaharu Sakagami**

Kotaro Inoue**

Abstract

A mathematical model of fast reactor fuel pellet/cladding mechanical interaction(PCMI) has been developed. This PCMI model is intended for the prediction of mechanical behavior of a fuel pin under steady state irradiation.

For the purpose of the model development, a comparison of PCMI models employed in the existing fast reactor fuel behavior codes was given through literature survey. The employment of plane-strain approximation with axisymmetry for the stress-strain field is common approach in these PCMI models. However some recent data of irradiation experiments suggest the correlation between cladding plastic deformation and reactor power cycle. If strong PCMI is expected during reactor power change in a power cycle, stress concentration in cladding will be expected due to the PCMI with cracked fuel.

* Work performed under contracts between Power Reactor and Nuclear Fuel Development Corp. and Hitachi Ltd.

** Atomic Energy Research Laboratory, Hitachi Ltd.

After the consideration above, the following features are included in the present PCMI model:

- (i) For the prediction of PCMI during steady state irradiation, the model employs axisymmetric, plane-strain approximation.
- (ii) If strong PCMI is expected during reactor power change, non-axisymmetric, plane-strain or plane-stress model in $(R-\theta)$ coordinate will be used for the evaluation of stress concentration effects, which is not predicted by the axisymmetric model above.

In this study also a preliminary structure of calculation flow block is prepared for the PCMI model to be realized as a computer code. Also some in-reactor and out-of-reactor experiments have been proposed for fitting and testing the PCMI model.

目 次

1. 緒 言	1
2. 既存照射コードの PCMI モデルの比較	2
3. PCMI モデルの定式化	11
3.1 最近の照射実験データから	12
3.2 PCMI モデルの全体構成	18
3.2.1 平面歪み・平面応力近似の採用	20
3.2.2 燃料・被覆の変形成分	22
3.2.3 軸方向への機械的挙動モデル	26
3.3 燃料ペレットのクラッキング	30
3.3.1 クラック・モデルの必要性	34
3.3.2 ペレットの初期クラック	36
3.3.3 クラックの消滅と新しいクラックの発生	44
3.3.4 クラック空隙の取扱い	45
3.4 軸対称・平面歪みモデル	52
3.4.1 ノード分割	52
3.4.2 応力・歪み関係式	55
3.4.3 クラックによる応力場への制限条件	62
3.4.4 半径方向境界条件及び、半径方向合成ノードの 軸方向挙動	65
3.5 平面応力・平面歪み ($R - \theta$) モデル	69
3.5.1 弾塑性解析	70

3. 5. 2	熱膨脹およびクリープの取扱い	74
3. 5. 3	摩擦モデルによる接触問題の解析	76
4.	PCMIモデルの計算コード・ブロック	81
4. 1	軸対称・平面歪み(R-Z)モデルの計算フロー	82
4. 2	平面応力・平面歪み(R- θ)モデルの計算フロー	82
5.	PCMIモデル・フィッティングのための炉内・外実験の提案	91
5. 1	炉内実験	92
5. 2	炉外実験	93
6.	結 言	96
7.	参 考 文 献	97
8.	付 録	100
A.	クラック・ペレットに対する実効弾性定数	100
B.	軸対称・平面歪み場方程式の解法	105

List of Figures

- Fig. 3.1 Proportion of Cladding Mean Diameter Increase and Length Increase Measured over the Fuel Section of UO_2 - PuO_2 Pins.
- Fig. 3.2 Fuel Column Length Increase as a Function of Burnup.
- Fig. 3.3 Fuel Restructuring at Different Axial Positions.
- Fig. 3.4 Swelling Characteristics of Type 316 SS
- Fig. 3.5 Influence of Temperature on Bend Strength of Typical UO_2 -20wt% PuO_2 Specimens.
- Fig. 3.6 Some Mechanical Properties of Oxide and Mixed-Oxide Solid Pellets.
- Fig. 3.7 Schematic Description of Pellet Cracking on the Three Principal Planes.
- Fig. 3.8 Axial and Radial Multi-Fuel-Ring Nodalization
- Fig. 3.9 Schematic Description of Crack Pattern Development in Fuel
- Fig. 3.10 Model for Cracked Pellet Configuration at the Beginning of Fuel Pin Life
- Fig. 3.11 A Radial and Axial Nodalization of Model Fuel Pin
- Fig. 3.12 A Radial Nodalization of Model Fuel Pin
- Fig. 3.13 Unit Annular Element for Stress-Strain Field Calculation
- Fig. 3.14 Radial Structure of Fuel Pin at a Certain Low Burnup
- Fig. 3.15 Various States of Cracked Fuel
- Fig. 3.16 Axial Equilibrium with Friction Forces
- Fig. 3.17 Configuration of Fuel Pellet Pieces in Cladding
- Fig. 4.1 Calculation Flow of Axisymmetric Plane-Strain Model
- Fig. 4.2 Ramp Power Change and Its Approximation by Step Change
- Fig. 4.3 Calculation Flow of Non-axisymmetric (R- θ) model
- Fig. B.1 Hollow cylinder with axial and radial loadings.

List of Tables

- Table 2.1 A comparison of fuel/cladding mechanical analysis aspects of some fuel rod performance codes
- Table 3.1 Irradiation period characteristics of LMFBR fuel pins
- Table 3.2 Fuel deformation components
- Table 3.3 Cladding deformation components
- Table 3.4 Main features of the present PCMI model
- Table 3.5 Conditions to the stress field to approximate the stress field in cracked fuel
- Table 3.6 States and continuity conditions on contact surfaces between fuel pellet pieces (Case I)
- Table 3.7 States and continuity conditions on contact surfaces between fuel pellet and cladding inner surface (Case II)
- Table 5.1 Proposal of in-reactor and out-of-reactor experiments for testing PCMI models
- Table B.1 List of stress-strain field equations for numerical solution

1. 緒言

本研究は、液体金属冷却高速炉(LMFBR)の運転中の定常状態における燃料ピンの燃料ペレットと被覆管の機械的相互作用(PCMI; Pellet Cladding Mechanical Interaction)を記述するモデルの開発を目的としている。ここで開発するPCMIモデルは、高速炉燃料ピンの炉内照射挙動を解析する燃料挙動コード内の燃料ペレット及び被覆の機械的な挙動を記述する部分に対応している。

熱工学的にきびしい環境下で、高燃焼度(~ 10 at. % burnup)の達成を目標とする高速炉燃料ピンには、その炉内滞在期間を通じて高い信頼性が要求される。この要求にこたえる性能を有する燃料設計のために、今日、数少ない、実験炉クラス的高速炉を用いて、長期間を要する燃料照射実験が実施され、貴重な実験情報が得られている。これらの情報を基に、燃料ピンの照射挙動を計算によって模擬・予測するための計算機モデルも、国外・国内の諸機関で開発されてきた。

このような背景から、本研究では、まず、海外の諸機関がこれまでに開発している照射挙動計算コードのPCMIモデルを文献によって調査し比較を行った。この調査結果から、ここで開発するPCMIモデルとして下記の方針を定めた。

- (i) 燃料ペレット/被覆系の応力・歪み場を軸対称・平面歪み近似により記述することを基本方針とする。

これは既存の高速炉燃料PCMIモデルが共通して採用している近似法であるが、その使用経験から妥当な近似であり、また計算時間の短縮の観点からも有利であることによる。

しかし、最近の照射実験で経験されている、炉出力変動時と相関の強い被

覆管の変形は、クラックしたペレットによる被覆管への応力集中を示唆する一面もある。この観点から、炉出力変動時の強い PCMI を予想して、

- (ii) 非軸対称・平面歪み、または平面応力近似による PCMI モデル ((R - θ) モデル) により、(i) の記述を補足する機能をもたせる。

これらの基本方針により、PCMI モデルの数式化を試みた。また、この PCMI モデルの計算コード化への準備も行なった。

さらに、モデルの、実験データとのフィッティングに必要と考えられる炉内・炉外実験について提案した。

2. 既存照射コードの PCMI モデルの比較

今日、LMFBR の混合酸化物燃料を主対象とした照射挙動解析コードは、諸外国の幾つかの機関で開発されており、公開の文献を通して、これらに関する情報を知ることができる。しかし、この種の解析コードでは、照射データに基づく多くの半経験的法則 (Material property corrections) が主要な部分をなしており、したがって、各機関が持っている貴重な情報を含んでいるため、公開の文献に発表されている情報は、内容上、限定され、またかなりの時間遅れをもっている。また、各コード間の定量的な比較をベンチマーク問題を通して実施した例はないようである。したがって、公開の文献を通して各コード間の詳細な比較をすることは、實際上、困難である。

本章では、現在までに開発されている総合的な LMFBR 燃料照射挙動解析コードの代表的なものについて、燃料 / 被覆系の機械的相互作用の記述法に着目して、各コードのもつ手法上の特徴、汎用性など、定性的な面について比較する。

Table 2.1 は、LIFE-II (ANL)¹⁾、CYGRO-F (WARD)²⁾、BEHAVE-2 (GE)³⁾、SATURN-1 (GfK)^{4,5)} および IAMBUS (INTERATOM)⁶⁾

の各コードが採用している主要なモデルを示したものである。ただし、前述したように、これらのコードに関する情報は時間遅れがあり、現時点(1976年)では各コードともさらに内容を充実させていると考えられる。これらのコード間で、アプローチの方法が異なるのは、

1. 燃料照射試験あるいは材料特性試験から得られる最新のデータの解析結果を、どの程度、燃料挙動モデルに反映しているか。
2. 実験データによって明らかにされた、燃料挙動を決定する現象のメカニズムをどう解釈し、それをモデル化するのに最も有効な手法として何を選んでいるか。

という点にある。以下、PCMI の記述法に関連した項目について、各コードを比較し、要点を記する。

(1) 応力・歪み場の記述

燃料ペレットおよび被覆管に対して、軸方向を分割した各区間に(一般化された)平面歪み近似を採用している点は、各コードに共通している。この近似は、被覆管に対しては妥当であるが、燃料ペレットでは、応力・歪み分布が、平面歪み近似と平面応力近似の間にあることが知られており、7,8) 正確には、平面歪み近似は適用できない。しかし、燃料ペレットの応力・歪み解析を正確に取り扱うことは、ピン全長を対象にした燃料照射挙動コードでは実用範囲を越えていると考えられる。なお IAMBUS では、一般化された平面歪み近似のほか、平面応力近似も燃料ペレットに適用できる。後者の近似は、軸方向荷重のないペレットの領域へ適用することを意図している(文献6によると、ペレット端面またはクラック面で閉じていない領域

Table 2.1 A comparison of fuel/cladding mechanical analysis aspects of some fuel rod performance computer codes ⁽¹⁾

Code Name (Organization)	LIFE-II ¹⁾ (ANL)	CYGRO-P ²⁾ (WARD)	BEHAVE-2 ³⁾ (GE)	SATURN-1 ^{4),5)} (GfK)	LAMBUS-1 ⁶⁾ (INTERATOM)
Approximation for stress-strain field:(2)	Plane-strain	Plane-strain	Plane-strain	Plane-strain	Plane-strain & Plane-stress
Mathematical method for the field eqs.:	Iteration	FEM (Finite Element Method)	FEM	Iteration	Finite difference
Gap iteration:	No	No	No	Yes	Yes
Number of fuel zones:	3	Multi-ring (>3)	2 or 3	2 or 3	Multi-ring
Fuel cracking:	Modified elastic moduli (E & ν)(3)	Modified elastic modulus (E only)	Zero stress condition	Zero stress condition	Zero stress condition
Mechanical analysis of cladding					
Primary creep:	No	Yes	Yes	Yes	Yes
Secondary creep:	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes
Plastic flow:	No	Yes	No	Yes	Yes
Thermal expansion & swelling:	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes
Mechanical analysis of fuel					
Large creep deformation:	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes
Plastic/Brittle-fuel-zone concept:	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes
Pressure dependent hot-pressing & gas swelling:	Yes	Yes	No	No	No
Mechanical interaction of fuel/cladding:	Friction	Friction	Friction	Stick	Friction

- Notes: (1) All are primarily intended for LMFBR fuel pin analysis
(2) With axisymmetric field approximation
(3) E: Young's modulus, ν : Poisson ratio

がこれに相当する)。

(2) 応力・歪場の数学的解法

応力・歪み場の解法としては、有限差分法、有限要素法、繰り返し法のほか、Shell theory, Polynomial method が適用された例^{9,10)}があるが、後の2方法は、燃料ペレット長を対象とした局所的な応力・歪み解析(特に被覆管に対して)に用いられ、燃料ピン全長を対象とする場合、前の3方法が通常、使用されている。

有限要素法を採用している CYGRO-F, BEHAVE-2 では、応力・歪み場を座標の解析関数で近似しているだけで(BEHAVE-2 では、3自由度を有する回転円筒リング要素を使用)、有限要素法特有の複雑な境界条件を用いてはいない。有限要素法および有限差分法を用いたときの計算時間はそれ程大差はない。¹⁰⁾むしろ、それぞれの方法で導出される線形方程式系(行列方程式)の解法いかんで、計算時間は大きく変わってくる。

LIFE-II, SATURN-1 で採用している繰り返し法は、歪み増分(LIFE-II)あるいは永久歪み(SATURN-1)の初期値を仮定し、平衡方程式、歪み・変位方程式、応力・歪み方程式から得られる解析関数を用いて、歪み及び応力を求め、全歪みあるいは永久歪みの計算結果と、最初に仮定した値とを比較し、許容誤差内で一致しなければ再計算するというものである。この方法では、上述の線形方程式系を解く必要はないが、初期値の推定方法は、任意の Material property correlation に対して一般性をもつ必要があり、また収れんに到る反復回数に大きな影響をおよぼす。

(3) Gap Iteration

燃料ペレット・被覆管ギャップにおける熱伝達は、ギャップ巾に敏感であり、また接触圧にも影響される。一方、ギャップ巾、接触圧は、燃料ピン内

の温度分布の影響をうける。したがって、温度計算に際して、ギャップ巾および接触圧の計算に何らかの繰り返し計算を適用する必要があるが、Table 2.1 に示したコードでは、SATURN-1 , IAMBUS がこの Gap iteration を採っている。

(4) 燃料ペレットの半径方向領域分け

応力・歪み解析における燃料ペレットの半径方向領域は、普通、等温線あるいは、ある Pore fraction によって、2ないし3に区分している。たとえば、LIFE-II では、柱状晶領域、等軸晶領域、および未結晶領域の3つに区分し、各領域ごとに応力、歪み、変位の平均を計算する。また、BEHAVE-2 では、硬い Structural zone と塑性の顕著な Inviscid zone の2領域に分け（内側の Inviscid zone をさらに、Porosity の移動を許す最内層領域と移動を許さない領域に分割するが）、内側の Inviscid zone の応力場は偏差成分のない、静水圧場で近似している。

SATURN-1 では、ペレットを3領域（外側から Cracked zone , Bridging zone , Central zone ）に区分し、さらにペレット内部に中心空孔を仮定する。これは、軸対称応力状態を表わす平衡方程式が、中心（ $r=0$ ）で特異点をもつため、内部境界条件を $r=a (>0)$ で定めることによるものである。（中心空孔を含まない場合への拡張として、軽水炉燃料ピンを対象とした SATURN-L¹¹⁾ がある）。いずれのコードにおいても、最外層のみクラックが入りうる硬い領域としている。

一方、CYGRO-F , IAMBUS では、多層の円環にペレットを分割し、応力・歪みを解析している。クラックの発生は、各ゾーンごとに独立に取り扱っている。BEHAVE-2 では Structural zone にこれらと同様の解析法が適用されている。

(5) クラックの発生

混合酸化物セラミック燃料の引張り強さは、 10^3 kg/cm^2 程度であり、炉のスタートアップ時の温度勾配による熱応力によって、ペレットには容易にクラックが入る。PCMIは、このクラックの存在に大きな影響をうける。したがって、(R)あるいは(R-Z)座標で記述しているいずれのコードも、クラック形状をあらわに表現できないにしろ、クラックを考慮した何らかの等価モデルを採用している。クラックが発生する条件として、燃料温度がある温度以下であること(温度条件の代わりに、(4)で述べたペレット最外層の硬い領域のみクラックが生ずるとしても等価である)のほかに、

- 主応力(3方向)のいずれかが破壊強度を越えたとき、その方向に垂直な面にクラックが生ずる (LIFE-II, CYGRO-F)
- (r, θ) 平面あるいは (r, z) 平面に直交する方向の引張り応力が正のとき、その応力方向に垂直な面にクラックが生ずる (BEHAVE-2)
- 考えている時間幅において、温度上昇速度がある値以上であるとき、クラックが生ずる (SATURN-1)

といった条件を課している。IAMBUSでは、ペレットの引張り強さは非常に小さいとして、出力上昇時には、ペレットの半径および軸方向に多数のクラックが生ずると仮定している。

ペレットにクラックが入ると、SATURN-1では、ペレット内の応力は零と仮定し(したがって、クリープの影響を無視する)、またBEHAVE-2、IAMBUSでは、クラック平面に直交する応力を零としている。一方、CYGRO-Fでは、上記のクラック発生条件を満たした場合、クラックのないときの弾性応力・歪み

方程式

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_r \\ \epsilon_\theta \\ \epsilon_z \end{Bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu \\ -\nu & 1 & -\nu \\ -\nu & -\nu & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \\ \sigma_z \end{Bmatrix} \quad (2.1)$$

を次式で置き換える。

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_r \\ \epsilon_\theta \\ \epsilon_z \end{Bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} C_r & -\nu & -\nu \\ -\nu & C_\theta & -\nu \\ -\nu & -\nu & C_z \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \\ \sigma_z \end{Bmatrix} \quad (2.2)$$

ここで、 E : Young 率

ν : Poisson 比

C_r C_θ C_z : (θ, z) 面, (r, z) 面, (r, θ) 面にクラックが入ったとき $C_i \geq 1$ ($i=r, \theta, z$) とし、クラックが生じないとき $C_i = 1$ とする。

また、LIFE-II では、クラックが一個生じた場合、式(2.1)を次式で置き換え、この置き換えを、任意の方向にクラックが発生するごとに繰り返す。

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_r \\ \epsilon_\theta \\ \epsilon_z \end{Bmatrix} = \frac{1}{E^n} \begin{bmatrix} 1 & -\nu^n & -\nu^n \\ -\nu^n & 1 & -\nu^n \\ -\nu^n & -\nu^n & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \\ \sigma_z \end{Bmatrix} \quad (2.3)$$

ここで、

$$\nu^n = \frac{\nu}{2+\nu}, \quad E^n = \frac{2}{3} \frac{2-\nu}{2+\nu} \frac{E}{1-\nu} \quad (2.4)$$

クラックの入った燃料ペレット片の被覆管とのギャップに関連して、

IAMBUS, SATURN-1 など多くコードは、初期のクラック片の半径方向移動を考えていない。一方、BEHAVE-2 では、クラック発生後、ペレット片は被覆管内面まで半径方向に移動し、ギャップはないものとしている。ペレ

ット中心温度が上昇し、F.P. ガスがペレットの塑性領域を内部から加圧すると、ペレット片は半径方向に移動するであろうが、初期クラック後のギャップ中には不確定な要素が多い。

(6) 被覆管の変形成分

Table 2.1 ではクリープを初期クリープ (Primary creep) と定常クリープ (Secondary creep) に分けたが、これらはクリープ変形に際して、Strain-hardening (コードによっては Time-hardening の考え方を採っているものもある) を考慮するか否かできる。ペレットと被覆管の強い相互作用が予期される場合には、各出力サイクルの初期に起るクリープ速度の大きな初期クリープを定常クリープと区別する必要があるだろう。CYGRO-F, SATURN-1, IAMBUS では初期クリープが取り扱える。モデルの数式化に際して、初期クリープ効果を形式的に導入するのは容易であるが、多数の出力サイクルを経験した被覆管 (あるいはペレット) に適用する場合、初期クリープ則の選択に困難な点が残る。

Plastic flow と記した成分は、降伏条件が満たされた場合に起こる (クリープ変形に比べて) 瞬間的な変形を指している。被覆管の塑性変形が炉の出力サイクルと強く関連しているとするれば、初期クリープおよび Plastic flow 成分の考慮は重要になってくるだろう。

(7) 燃料の変形成分

第3章で述べるように、被覆管の塑性変形は、燃料ペレットの塑性挙動に強く依存する。LMFBR ペレットは軽水炉燃料に比べて低密度に設計されているほかに、ペレット・被覆管の間のホット・ギャップも大きい。ペレットに与えられたこれらの空間がいかに関与されるかは、ペレットの塑性挙動に強く依存する。したがって、圧力依存性を考慮した Hot-

pressing (Densification) と、F.P.gas swelling モデルは重要な役割を演じる。これらのモデルは、LIFE-II および CYGRO-F では用意されている。

燃料ペレットと被覆管の相互作用の軸方向成分は、いずれのコードも摩擦モデルで記述している。SATURN-1 が滑らないモデルになっているのは、燃料ペレットと被覆管の間の相対的な軸方向変位を記述していない(即ち、軸方向の一区间だけに着目したモデルとなっている)ことによる。

Table 2.1 では LIFE(ANL), BEHAVE(GE) の最近の状況については示さなかった。これらのコードの最新の情報に関する文献が、この時点では入手困難なためによる。我々が非公式に入手した情報によると、両コードとも VERSION-3 の段階にあり、下記の状況にあるようだ。

LIFE-III:

軸対称・平面歪み近似の採用は LIFE-II と変らない。しかし、計算時間の短縮のために LIFE-II でとっていた、粗い半径方向ノード分割(3つの燃料領域と被覆の計4ノード)による応力・歪み場計算法を改め、任意数の多層円環分割により応力・歪み場を計算している。この変更は、燃料ペレットの弾・塑性挙動が半径方向温度分布と密接に関連していることをより精確に記述するためになされた、と思われる。また、Restructuring 後の燃料半径方向組成が LIFE-II の単純な3層モデル(柱状晶、等軸晶および未結晶領域)では粗すぎることも以前から指摘されており、この観点からも多層円環モデルが必要となる。

燃料のクラック・モデルも改良されているようだ。上述の多層円環・モデルと後述する Brittle-to-ductile transition temperature, T_c の歪み速度依存性を結合した、半径方向クラックの記述が、文献1で公開されている

LIFE-II クラックモデルの自然な改良となることは予想できる。LIFE-II では、クラックした燃料に対して修正された弾性定数、 E 、 ν を定義している。この点がLIFE-III ではLIFE-II と同じか否かについての情報を我々はもっていない。

BEHAVE-3:

非公式情報によると、BEHAVE-2 から、このVERSIONへの改良点はおもに、過渡的な温度変化時の燃料挙動の記述も考慮するようしたことであるようだ。そのために、過渡温度計算モジュールの導入や、BEHAVE-2 で予定されていたGas bottleモデル（中心空孔とガス・ブレナムの通気性を断つモデル）が使えるようになっているらしい。

以上、本章で記述した各モデルの比較結果を参考に、ここで開発すべきPCMIモデルを構成するが、これについては3章（特に、3.2節）でまとめらる。

3. PCMIモデルの定式化

燃料ペレットと被覆管の機械的相互作用（PCMI）は種々の燃料設計パラメータに依存する。照射期間中におけるPCMIの度合に強く影響する因子の中で下記の4つが代表的なものといえる（但し、SUS被覆管混合酸化物燃料）

(a) 燃料ピン製作パラメータ

- ペレット密度
- ペレット直径
- ペレット／被覆管ギャップ巾

- 被覆管肉厚
 - O / M 比
- (b) 燃料ピン線出力
- 燃燃料ピンの炉心内における位置（半径方向及び軸方向位置）に依存する。
- (c) 被覆管温度
- (a) ペレット燃焼度・被覆管の中性子照射量

LMFBR 燃料として可能な最大限の燃焼性能 (Performance) を要求する際に、上記のパラメータが、異なる燃料設計者間でほぼ共通した値に落ちつくのは不思議でない¹²⁾。また、照射実験において、照射特性の、これらのパラメータ依存性を調べる際に、諸外国とも類似したパラメータに重点を置いている。このような燃料設計の類似性は、各国が実施している照射実験の結果に共通した特徴をもたらし、これらの結果を基礎に照射挙動解析モデルを開発する際の重要なデータを提供している。

PCMIモデルの数式化に先立って、そのモデル化に際して重要な示唆を与える幾つかの照射実験結果を文献から引用してみる。

3.1 最近の照射実験データから

ここでは、原型炉または大型炉クラスの LMFBR での使用を想定した混合酸化物燃料 ((U, Pu) O₂) に着目する。

照射期間中の被覆管の全塑性変形を、その直径 D の変化量 δD で評価できる。通常、 $\% \frac{\delta D}{D}$ (Diametral strain) の値が塑性変形のメジャーとなる。一本のピンの $\frac{\delta D}{D}$ の炉心部軸方向平均を $\overline{\delta D}/D$ とし、これとピンの炉心部長さ L の全塑性変形割合 $\frac{\delta L}{L}$ の相関を示す実験データを Fig. 3.1 に示した。

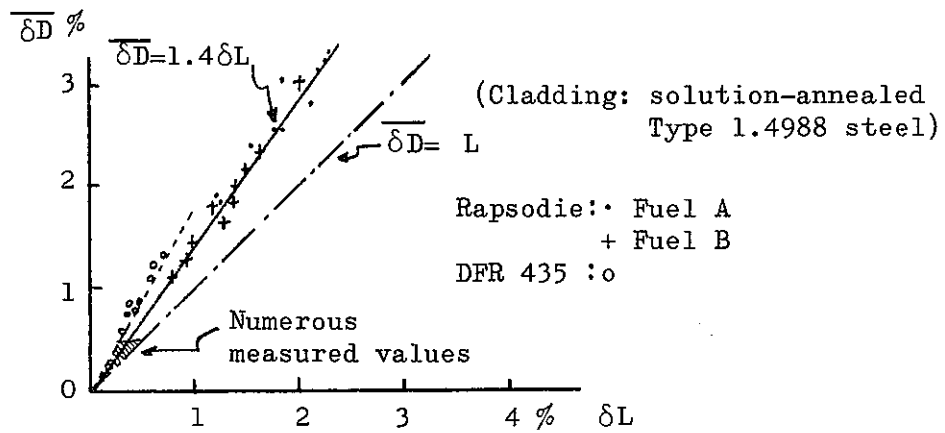


Fig. 3.1 Proportion of cladding mean diameter increase and length increase measured over the fuel section of UO_2 - PuO_2 pins. Maximum burnup is about 10 at.% U+Pu. (From Ref. 13)

これらは、Rapsodie 及び DFR における照射データによるものである。燃焼度は 10 at.% までの種々のものが含まれている。このデータが示す要点はつぎのようである。¹³⁾

- (1) 半径方向歪み $\overline{\delta D}/D$ は軸方向への伸び $\delta L/L$ よりも常に大きい。
- (2) 両歪みの差は燃焼度の増加にともなって増大している。

この傾向は Rapsodie-Fortissimo のドライバー燃料ピンにも見られている。¹⁴⁾

被覆管の軸方向伸びをもたらす主要なメカニズムは被覆管自身の照射によるスウェリングである、と考えられる。被覆管のスウェリングが、通常いわれるように等方的に起る（特に、Fig. 3.1 のデータは Solution annealed SS cladding を用いたピンによるものであり、スウェリングの非等方性は小さい）とすれば、応力に依存しないスウェリング（Stress free swelling）による軸方向及び半径方向への歪みは等しい割合で生じる。従って、Fig. 3.1 に現われている $\overline{\delta D}/D$ と $\delta L/L$ の差は半径方向への塑性歪みを加速する何らかのメカニズムの存在を示している。そのメカニズムとして、つぎのものが挙げられる。

- (a) 中性子照射クリープ（Irradiation-enhanced creep）
- (b) Void-enhanced creep
- (c) PCMI による塑性変形

その他に、Stress enhanced swelling も考えられる。これらのうち、どれが主要な原因であるか、また、他に何らかの原因があるか否かについては、この文献 13 では結論を出していない。

PCMI の燃焼度依存性に関しては、ペレット/被覆ギャップ挙動に関する実験データは注目に値する。

- (3) 新燃料では炉のスタート・アップ後，間もなくギャップは閉じる，
と考えられる。

この実験事実は，PCMIを通してよりも，ギャップ熱伝達の照射にともなう変化に関する実験データが根拠となっている。照射データによると，比較的低い燃焼度（ $\sim 2 \text{ at.}\%$ ）でギャップは完全に閉じる，と考えられる。一方更に燃焼が進むと（ $6\sim 8 \text{ at.}\%$ Burnup）逆に，ギャップが開き始めることを示す実験データも得られている。^{15), 16)}

上の記述のうち，ギャップ巾の減少に関するものは，HEDLによるGap closure correlationの形にまとめられ¹⁷⁾。ピン温度計算に利用されている。燃焼初期におけるギャップ挙動はスタートアップ時のペレットの半径方向クラック（Radial cracking）に始まる。クラック発生により半径方向への移動の自由度を得たペレット片は中心部の自由な熱膨脹により被覆側へ押しやられる。出力上昇達成後，ペレットは急速に結晶成長（Restructuring）を開始し，数日間の定常出力運転で，それぞれの線出力に対応した半径方向組織構造に落ちつく。この後，スウェリング，クリープ，FPガス放出及び高密度化（Hot pressing）などの現象が進行する。燃焼初期におけるGap closureの速さは線出力の高い所ほど速いことが観測されている。

しかし，燃焼初期のGap closureが，即PCMIとはならない。被覆管の塑性変形 δ^D/D をもたらず強さのPCMIが定常照射中に起るためには，さらにペレットの照射スウェリングを待たなければならない。Gap closure後，高燃焼度における被覆材のスウェリングの急速な増大（照射量 Φt の指数関数特性）によるGap openingに至るまでに，PCMIが予期されることを示す実験観察に，燃料ペレット・スタックの伸びに関するものがある。B.F. Rubin et al.¹⁶⁾によるEBR-IIでの照射ピンの観察では， $\sim 8 \text{ at.}\%$ burnup

を境にペレット・スタックの急速な伸びがみられている。これは、Gap openingにより自由になったペレットのスウェリング (Unrestrained swelling) によるものであろう、と考えられている。¹⁶⁾ この模様を示した Rubin et al. による結果の一つを Fig. 3.2 に引用した。彼等によると、被覆材のスウェリングを除く径方向塑性変形量 $\delta D/D$ は高々 0.5% で、これらの大半は比較的低温燃焼度時期に生じている、と記述されている。

EBR-II 照射ピンに関する、上述の Rubin et al. によるものと同様の観察が Rapsodie での照射経験からも得られている。F. Anselin et al. がその模様を記述した個所をそのまま引用してみる。

"Up to a critical irradiation level of about 6 to 7 at.% burnup, the elongation of both pins and fuel column is very low, but about the same; beyond that critical value (when cladding diametral distension becomes noticeable over a significant portion of the fuel column), fuel column and pins elongate axially to each other with a rate larger for the fuel than the cladding.

Every thing happens as if under the critical burnup, the fuel column was stuck to the cladding, and beyond that threshold, the fuel column was no longer stuck and could elongate freely."

-- excerpt from 1st European Nuclear Conf.,
Francois Anselin et al.,
Trans. ANS Vol. 20, p.323, (Apr., 1975)

Fuel swelling は、F.C.M.I に
依存する。

上述した，PCMI の燃焼度依存性は，PCMI の一原因であるペレット／被覆材間の異なるスウェリング・レート（Differential swelling）に関連している。これらを考慮すると，Fig. 3.1の $\frac{\overline{\delta D}}{D}$ と $\frac{\delta L}{L}$ の差をもたらす原因が低燃焼度時期と高燃焼度時期で異なることが予想できる。推測に止どまるが，低燃焼度時期ではPCMIによる荷重のもとでのクリープが，また高燃焼度におけるGap opening後はFPガス圧荷重のもとでのクリープが被覆の $\frac{\overline{\delta D}}{D}$ と $\frac{\delta L}{L}$ の差をもたらす原因となり得る。この場合，クリープは，いずれも中性子照射クリープが主要なモードであろう。

本節の終りに，次の点に注意しておく。一般に，強いPCMIが長期間にわたって持続する可能性は小さいと考えられる。この予測は定常照射期間中のペレット内部がかなり軟かい（Plastic and creepy）という事実に基づいている。実際，LMFBR 酸化物燃料の軟かいという特性は，軽水炉燃料の硬い特性と対比される（軽水炉燃料ペレットはLMFBRペレットよりも厚く硬い外層部をもっている）。ペレットの軟かさは被覆材の塑性変化を抑制するメリットをもっている。しかしこの軟かさの度合は炉のスタート・アップ時

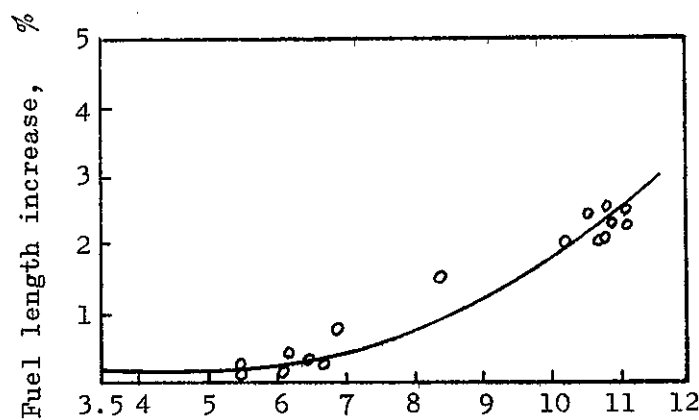


Fig. 3.2 Fuel column length increase as a function of burnup. (From Ref. 16)

には最小であろう。もし炉の出力サイクルのスタート・アップ時に PCMI が起るとすれば、それは短期的な塑性変形 (Instantaneous plastic flow and primary creep) をもたらしことが予想される。スウェリング以外の被覆材塑性変形量を炉の出力サイクル (出力変化) と関連づけようとする試みは多い。¹⁸⁾

3.2 PCMI モデルの全体構成

燃料ピンの照射変形を追う際に、これを炉の出力サイクルと関連づけてみることは極く自然であり、また不可欠だろう。一本の新燃料ピンが燃焼を開始し、その役目を終るまでに示す機械的な挙動 (Mechanical behavior) を出力サイクルと対比させて、Table 3.1 にまとめてみた。ペレットおよび被覆がそれぞれ独立に、または相互作用のもとで示す挙動で、これまでに知られているものから、この表を作成した。

Table 3.1 の各現象のうち、ペレット／被覆系の変形に関するものの数式モデルによる記述は、古典的な弾・塑性体理論の方程式による。さらに、これらの方程式には、燃焼にともなうピン系の塑性変形 (スウェリング、クリープなど)、および弾性特性の変化に関する実験データ (Material property correlations) が入り込み、本質的な役割を演じる。ここで開発する PCMI モデルは、照射挙動解析コード内でペレット／被覆系の機械的挙動を記述する一つのモジュールである。以下では、この PCMI モデルで採用する基本的な仮定とモデルの全般的な構成について記述する。モデルの詳細は 3.3 節以降に記述した。

Table 3.1 IRRADIATION PERIOD CHARACTERISTICS OF LMFBR FUEL PINS

IRRADIATION PERIODS (Length of Interval)*	PELLET	CLADDING	PELLET/CLADDING
START-UP (Several Hours)	<ul style="list-style-type: none"> Differential thermal expansion Extensive cracking (radial & axial) 	<ul style="list-style-type: none"> Differential thermal expansion 	<ul style="list-style-type: none"> Differential thermal expansion (between the two) PCMI depends upon residual hot gap
↓			
STEADY STATE IRRAD. (More than 100 hrs)	<ul style="list-style-type: none"> Fuel restructuring Swelling (initially free, restrained afterwards) Creep (irrad. & thermal) Densification (hot pressing) FP gas release 	<ul style="list-style-type: none"> Creep (irrad. & thermal) Swelling (with FP gas pressure loading) 	<ul style="list-style-type: none"> Pellet/Cladding differential swelling (Deformation depends upon which is more creepsy, pellet or cladding)
↓			
POWER CHANGE FROM STEADY STATE IRRAD. (~1 hr)	<ul style="list-style-type: none"> Differential thermal expansion (with FP gas bubble expansion effect) Rapid EP gas release 	<ul style="list-style-type: none"> Differential thermal expansion Potential instantaneous plastic flow due to short-term PCMI 	<ul style="list-style-type: none"> Differential thermal expansion ↓ Short-term PCMI ←
↓			
Shutdown (A few hours)	<ul style="list-style-type: none"> Differential shrinkage Cracking from inside to outer surface Potential FP gas bubble precipitation under tensile pressure 	<ul style="list-style-type: none"> Differential thermal shrinkage 	<ul style="list-style-type: none"> Differential thermal shrinkage
↓			
ANOTHER START-UP (Several hours)	<ul style="list-style-type: none"> Differential thermal expansion (with FP gas bubble expansion effect) Potential new cracking 	<ul style="list-style-type: none"> Differential thermal expansion 	<ul style="list-style-type: none"> Differential thermal expansion ↓ Potential strong loading due to fuel crack ratcheting & crack blocking (short-term)

Note: * Supposing irradiation experiments

3.2.1 平面歪み・平面応力近似の採用

2章に記したように、LMFBR用混合酸化物燃料を対象とした照射挙動解析モデルでは、応力・歪み場の記述に(一般化された)平面歪み

(Generalized plane strain)近似を採用するのが通常である。薄い被覆管の変形を平面歪み近似で記述することは妥当であろう。一方、ペレットの変形が三次元的であることは明白であるが、ここでのPCMIモデルではペレット(および被覆)に対しても平面歪み近似を採用する。さらに、軸対称近似も併用する。ペレットの本質に三次元的な変形をこれらの近似で記述することには明白な限界が予期されるが、下記の理由からこの近似を採用する。

ペレットの熱応力・弾性変形数値計算によると、^{7),8)}ペレットのアスペクト比(高さ/直径: h/D)に対して、平面歪み及び平面応力近似は、予期されたように、下記の場合に厳密解に近い。

$$h/D \geq 1 : \text{平面歪み近似}$$

$$h/D \ll 1 : \text{平面応力近似}$$

前者の場合には、ペレット端面から $D/2$ 深さの範囲では平面歪み近似は厳密解と大きく異なる応力・歪み場を与える。LMFBRペレットは h/D が1~2程度に設計されるのが通常であるが、このアスペクト比は上記の平面近似条件の一番悪い範囲に対応する。但し、ペレットがスタート・アップ時に、半径方向及び軸方向へ容易にクラックする事を考えると、製作時のアスペクト比がどの程度明確な意味をもつかは疑問である。 h/D を小さな値(~1)に設計するのは、熱応力によるペレットのRidging(砂時計型の変形)を小さくしようとする意図による。仮に、ペレット変形を軸対称近似で記述するとしても、Ridgingを記述するには燃料ピンを軸方向へ、ペレット単位以下の長さ(軸方向クラック間隔ごと)に分割して考えなければならな

い。このような記述は、ここでの PCMI モデルが取扱い範囲外にあるものと考えられる。

平面近似採用の妥当性の検討は照射データ解析を通してなされるものと考えられる。この様な数式モデルの単純化や、局所的な Ridging の無視を正当化する何らかの根拠があるとなれば、それは 3.1 節でふれたように LMFBR 混合酸化物燃料 ($(U, Pu)O_2$) はその材質及び照射環境下では軽水炉燃料 (UO_2) に比べて塑性度合が大きい、という事であろう。また、これまでの LMFBR 照射データは、これらの近似がかなり妥当であることを示している。

このような背景から、PCMI モデルの主体を、

(1) 軸対称・平面歪み近似モデル

におく。従って、このモデルでは燃料カラムの軸方向分割は数式モデル上の分割であり、ペレット長さや軸方向クラック間隔とは何ら関係のない事を断っておく。

しかし、出力サイクルのスタート・アップ時や出力変化時には強い PCMI の可能性が予期される。この場合、半径方向クラックをもつペレットと被覆管の、応力集中をともなう非軸対称相互作用を考慮する必要性が生じる。そのため、(1)の軸対称モデルを補うモデルとして、

(2) 平面歪み、または平面応力近似のもとでの

(R, θ) 座標による非軸対称モデル

を併用する。但し、ここではこの ($R-\theta$) モデルを(1)の軸対称モデルと数学的に結合することを意図しない。現段階では、軸対称モデルによる解析結果、強い PCMI の起ることがわかった軸方向位置について、応力集中を評価する手段として作成する。

なお、これら(1)、(2)の数式モデル化は、燃料及び被覆を同心多層円環に分

割して行なう。(1),(2)いずれの場合においても、ピン内の半径方向温度分布は軸対称性をもつものとし、照射コード内の他の計算モジュールにより与えられるものと考える。また、ペレット内の半径方向ノード分割は、ペレットの結晶成長にともなって作り直す。

3.2.2 燃料・被覆の変形成分

燃料ピン系の弾・塑性方程式に含めるべき変形成分を Table 3.2, 3.3 に示した。各変形成分の記述に際して基礎となる法則を脚注に記した。これらについて要点をまとめる。数式モデル内での詳細は 3.3 節以降の各節に記述する。

(1) 弾性・短期的塑性変形

この記述に必要な物性値は温度、照射量、ペレットの Porosity などに依存するが、入手可能な最善のデータを随時導入することは容易である。ここでの短期的塑性変形は、通常の塑性流れ (Plastic flow) を指す。但し、燃料 (ペレット) については塑性変形は、延性が顕著となる温度、 T_c (Brittle-to-ductile transition temperature) を境に、

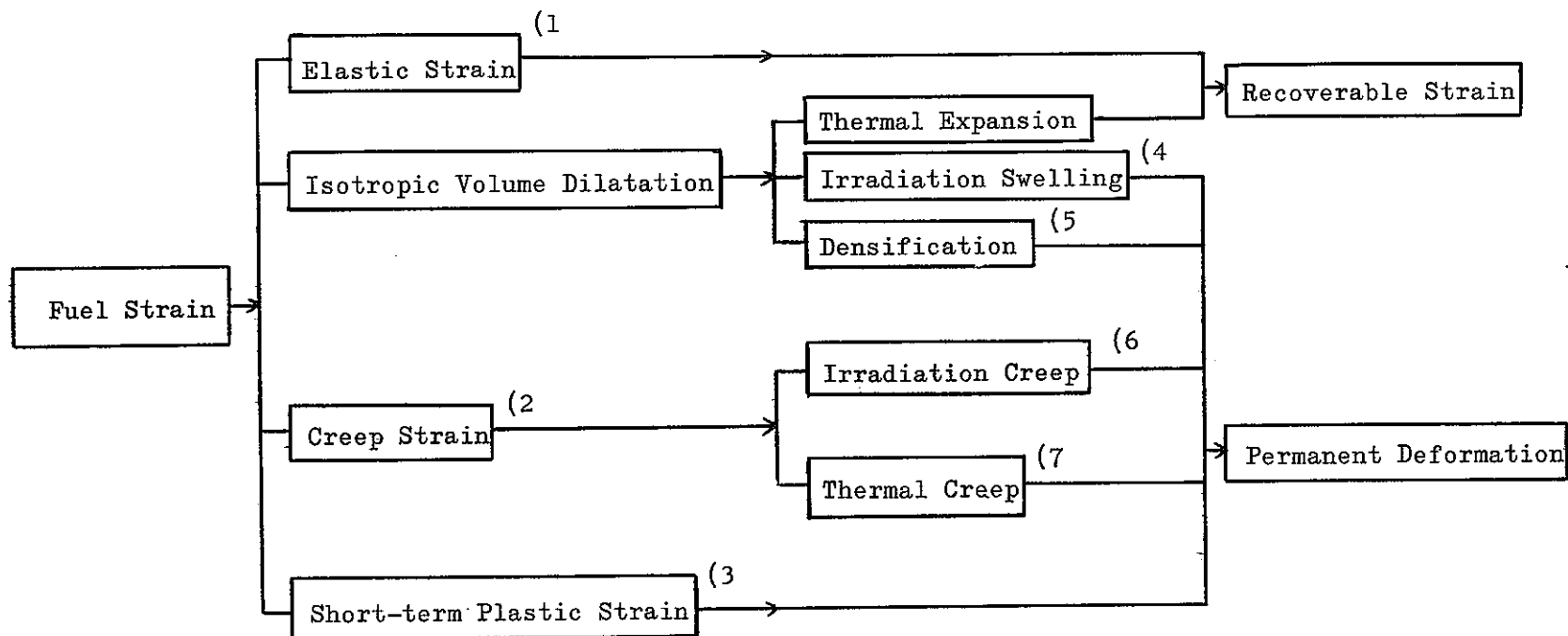
$$T_{\text{fuel}} < T_c : \text{クラック発生}$$

$$T_{\text{fuel}} > T_c : \text{塑性流れ}$$

の 2 つの変形モードに分類する。

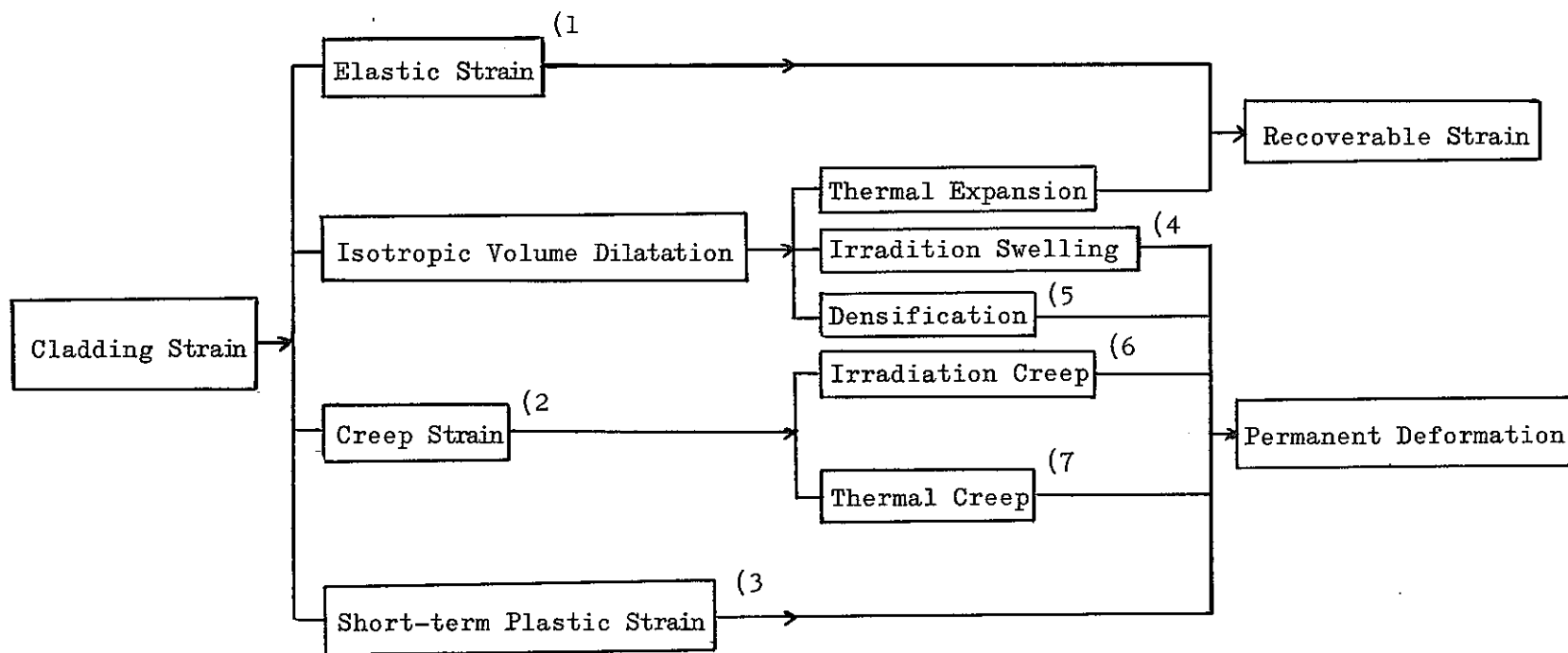
短期的塑性流れの変形モードを考慮する理由は、スタート・アップ時の強い PCMI の可能性を想定したことによる。この場合、被覆材の塑性流れの記述では降伏条件 (Yield condition) の照射量依存性の考慮が望まれる。上述したように、このような物性値の諸特性の記述は照射データの集積にともなって詳細化しうる。

Table 3.2 Fuel Deformation Components



- Note:
1. Hooke's Law
 2. Plastic Flow Model (Prandtl-Reuss Rule)
 3. Plastic Flow Model for Soft Core Fuel, and Simplified Cracking Model for Hard Structural Fuel
 4. Empirical Equation for Solid-EP Swelling, and Pressure Dependent Equation for Gas-EP Swelling
 5. Pressure Dependent Densification Equation
 6. Empirical Equation
 7. Empirical Equation

Table 3.3 Cladding Deformation Components



- Note:
1. Hooke's Law
 2. Plastic Flow Model (Prandtl-Reuss Rule)
 3. Plastic Flow Model with Strain, and Irradiation-hardening
 4. Empirical Rate Equation
 5. Empirical Rate Equation
 6. Empirical Rate Equation with Strain-hardening
 7. Empirical Rate Equation with Strain-hardening

(2) クリープ変形

燃料と被覆では、物理的に異なるメカニズムで起るクリープ変形であるが、大別して次の二つに分けられる。

- 中性子照射クリープ
- 熱クリープ

さらに、一定荷重のもとでのクリープ現象を時間的に追った場合に、次の二つの Creep phase があることも知られている。

- 初期クリープ (Primary or transient creep)
- 定常クリープ (Secondary or steady state creep)

クリープ破損に至る直前の、第3フェイズのクリープ・モードも知られているが、ここでは考える必要はないだろう。

これらのクリープ変形は、炉内・外クリープ実験より得られる半経験的なクリープ法則により評価されるが、通常は定常クリープのみが考慮される。それは、初期クリープに関する実験データの不足にも原因しているが、同時にこれを記述する、Strain-hardening や Time-hardening の考え方を単なる一回の定常照射にではなく、多数の出力サイクルをもつ照射過程に適用する際の困難さにも由来している。PCMI モデルの数式化に際して、初期クリープ則を形式的に導入することは容易であるが、それが出力サイクルを経験する燃料・被覆にとって物理的にどの程度妥当な意味をもつかをみるには、照射データとの比較による十分な検討を要するだろう。

なお、Table 3.2,3.3 ではクリープ変形はすべて永久変形に入れたが、厳密には正しくない。例えば、 UO_2 の圧縮応力場での初期クリープ変形は荷重の除去によって時間とともに回復することが知られている。¹⁹⁾ ここでは、この様な効果は考慮しない。また、クリープ変形は体積保存条件を満たす変形

として扱い、通常用いられる Prandtl-Reuss flow rule によって各座標成分を計算する。

(3) スウェリングと高密度化現象

これらの現象も燃料と被覆では異なるメカニズムで起る。3.1 節に記したように、照射にともなう燃料/被覆系の正味の（高密度化効果を含む）スウェリングの差（Differential swelling）は、両者の熱膨張の差（Differential thermal expansion）とともに PCMI に直接影響する量である。ここで特に注意したいのは、燃料スウェリングのうち、FP ガス気泡の形成によるスウェリングの応力場依存性である。PCMI の燃焼度依存性を正しく評価するには、FP ガス・スウェリング・モデルが必要であることを強調したい。但し、ここでは、何らかのモデルが与えられたものとして数式化する。

なお、Table 3.2,3.3 に挙げた種々の変形成分の実験則や関連物性値の候補として、例えば文献 20 が参考になる。

3.2.3 軸方向への機械的挙動モデル

3.1 節に引用した照射データにあるように、燃料及び被覆の軸方向への変形データは解析モデルの妥当性検証の手段となり得る。半径方向 PCMI の状態は着目する軸方向位置によって異なる。Fig.3.3 に設計コードで計算した燃料結晶構造（Fuel restructuring）の軸方向依存性の一例を示した（原型炉〈もんじゅ〉の燃料ピンについての一計算例である）。このような軸方向への非均一性と同時に、燃焼にともなう塑性変形挙動の軸方向非均一性が PCMI の軸方向依存性をもたらす。Fig.3.4 に EBR-II 照射ピンの被覆材スウェリングによる被覆管直径変化の一例を引用した。²¹⁾ これらから、前述

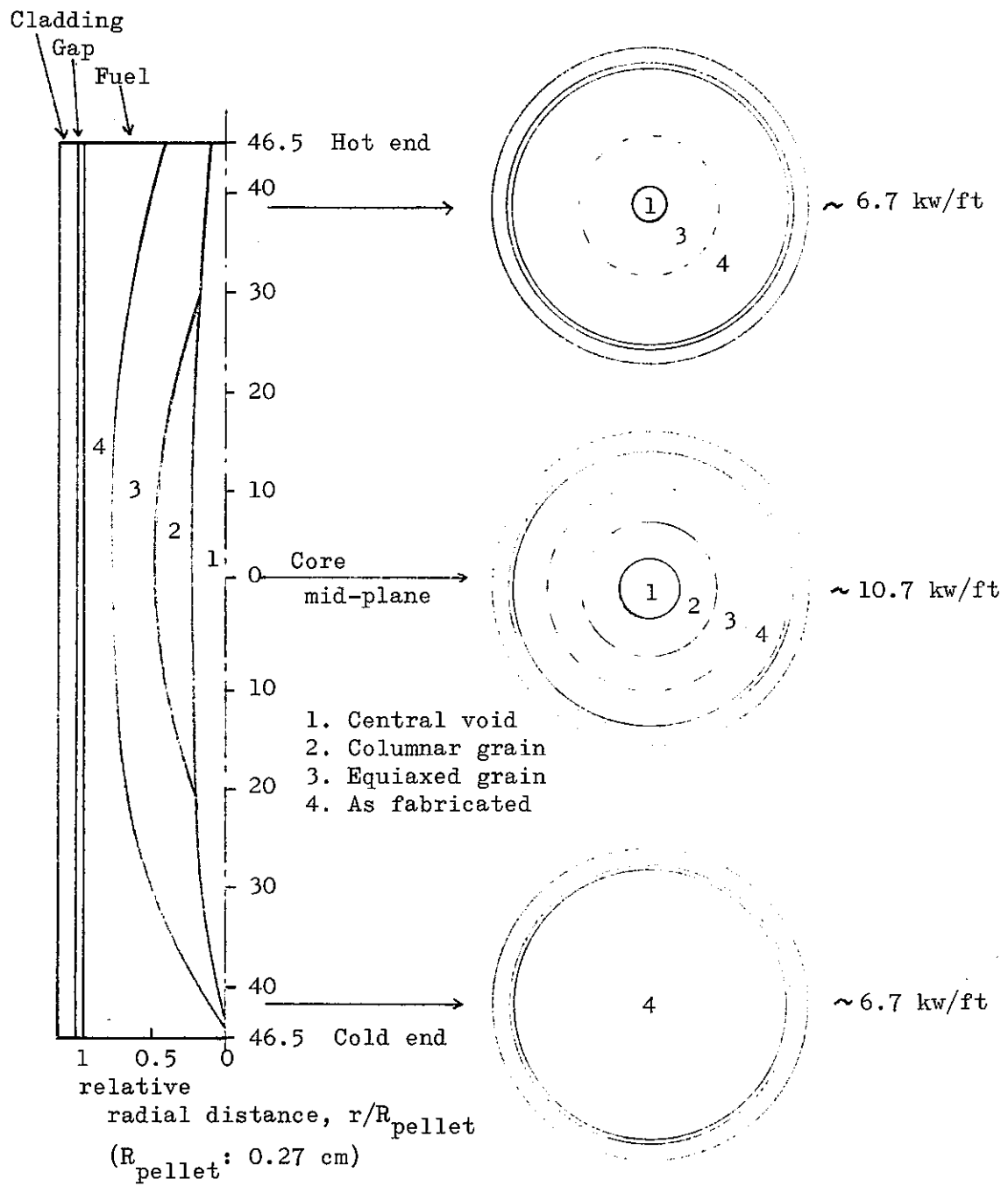
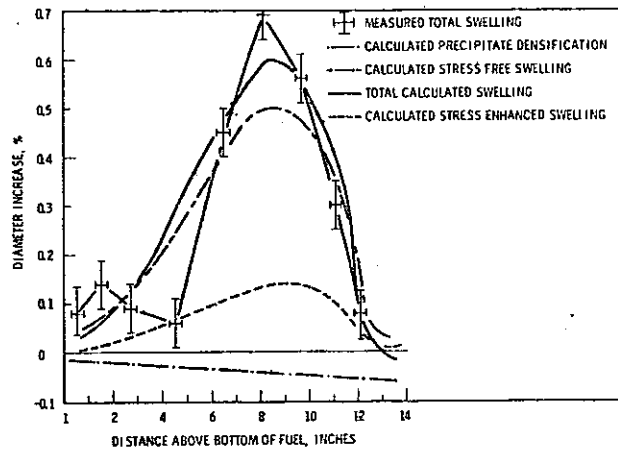


Fig. 3.3 Fuel restructurings at different axial positions
(calculated by a design code on a Monju fuel pin).



Comparison of measured and calculated swelling in PNL-11 fuel pin.

Note: Cladding type - 20% CW 316 SS
 Midwall temp. - 760°F (bottom)
 1015°F (top)
 Fluence ($E > 0.1$ MeV) - 1.1×10^{23} n/cm²
 Irradiated in EBR-II

Fig. 3.4 Swelling Characteristics of Type 316 SS
 (From Ref. 21)

Table 3.4 Main features of the present PCMI model

<u>Stress-strain field</u>	<u>Fuel cracking</u>	<u>Deformation components</u>	<u>Axial PCMI</u>
<p>(R-Z) model:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Axisymmetric, plane strain approximation with axial and radial multi-ring nodalization. • Will be the main body of the PCMI model. <p>(R-θ) model:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Non-axisymmetric, plane-strain or plane-stress approximation with finite element formulation. • Will be used primarily for the evaluation of stress concentration due to strong PCMI with cracked fuel at a certain axial point. 	<ul style="list-style-type: none"> • Crack generation condition: $\sigma_i > \sigma_F \& T_{fuel} < T_c$ • Crack healing condition: $\sigma_i < 0 \& T_{fuel} \geq T_c$ <p>or</p> <ul style="list-style-type: none"> • No cracks in grain-growth completed region. • To determine the number of cracks: Use modified elastic moduli, $E \& \nu$, or use (R-θ) model for radial cracks. • For steady state calculation, use zero stress condition in cracked fuel region. 	<p>Both for fuel and cladding: Thermal expansion, creep, swelling and short-term plastic flow.</p>	<p>Friction model with a constant friction coefficient.</p>

Notes: σ_i : Principal stress
 σ_F : Fracture stress of fuel
 T_{fuel} : Local temperature of fuel
 T_c : Brittle-to-ductile transition temperature

した高燃焼度における gap opening の時期が軸方向の各位置で異なることが予想できる。

このような軸方向非均一性から予想できる PCMI の一例として、軸方向の異なる 2 つのノードでの半径方向 PCMI と、この 2 ノードにはさまれた燃料カラムの軸方向への膨張による、被覆管への軸方向荷重の発生がある。一般には、燃料／被覆系の種々の半径方向接触圧のもとで軸方向各ノード間の機械的相互作用が起る。ここでは、これを摩擦モデルで数式化するが、その場合、発生する接線応力（摩擦力）による接線歪みは無視する。得られる摩擦力を軸方向垂直荷重とみなして、燃料・被覆の軸方向ノード間の力学的平衡を考えるものとする。

2 章に記した既存 PCMI モデルの比較結果及び本節の PCMI モデル全体構成に基づいて、ここで開発する PCMI モデルの要点を Table 3.4 にまとめた。Table 2.1 であげた各モデルと比較すると、非軸対称 ($R-\theta$) モデルの併用を除けば、特に新しいモデルの導入はなく、Table 3.4 の各項目は既存 PCMI モデルのいずれかに含まれている、といえる。Table 3.4 で燃料のクラック・モデルに関する項は、次節のクラック・モデルの記述に先行したが、具体的に示しておいた。

3.3 燃料ペレットのクラッキング

炉のスタート・アップ時において、セラミック燃料が容易にクラックすることは良く知られた実験事実である。簡単な熱応力計算によると、LMFBR 混合酸化物 ($(U, Pu)O_2$) ペレットではペレット中心・表面温度差が高々 $70\sim 80^\circ\text{C}$ で、ペレット表面の周応力 σ_θ はペレットの破壊応力 σ_F (Fracture stress) に達することが判る。

混合酸化物ペレットの破壊応力を調べた J. T. A. Roberts et al. による実験データの一例を Fig. 3.5 に引用した。²²⁾ 彼等の実験によると、ペレットは、その温度（試料の一樣温度）に応じてセラミック特有の、もろい特性（Brittle）及び延性（Ductility）を示す。この両特性が入れ替る温度、 T_c は Brittle-to-ductile transition temperature と呼ばれている。Roberts et al. の実験によると、 T_c はペレットの歪み速度と Porosity に依存し、 $UO_2 - 20\% / 0\% PuO_2$ 混合酸化物に対して次の実験式が得られている。

$$T_c (^{\circ}C) = \frac{52 \times 10^4 (1 - 0.9023P)}{2734 - \ln \dot{\epsilon}_e (\text{hr}^{-1})}, \quad (0.034 < P < 0.12) \quad (3.1)$$

P : pellet porosity fraction

$\dot{\epsilon}_e$: elastic strain rate

この温度よりも高い温度領域ではペレットはかなり（2～5%）の延性を示す。同じ実験で得られた破壊強度 σ_F は次式で与えられる。

$$\sigma_F (\text{kg/cm}^2) = 531 + 0.565 T (^{\circ}C)$$

T : ペレット温度

Fig. 3.5 で、温度 T_c よりも高温領域に示されている、弾性限界を表わすデータ点を結ぶ点線は降伏応力（Yield stress）の温度依存性を示していると考えられるが、これに対応する実験式はこの文献 22 では与えていない。参考のために、 UO_2 ペレットの降伏応力 σ_y を他の文献から引用する。²³⁾

$$\sigma_y (\text{kg/cm}^2) = 1.08 \times 10^4 \times 10^{-T/1225}$$

T : ペレット温度 ($^{\circ}C$)

式 (3.1)、及び σ_F 、 σ_y を Fig. 3.6 にグラフにしてまとめた。但し、 T_c の計算では Porosity, P に 0.12（従って、製作時のペレット密度が 88% T.D. に対応する）を用いた。また、 T_c 及び σ_y の点線で示した部分は実験デー

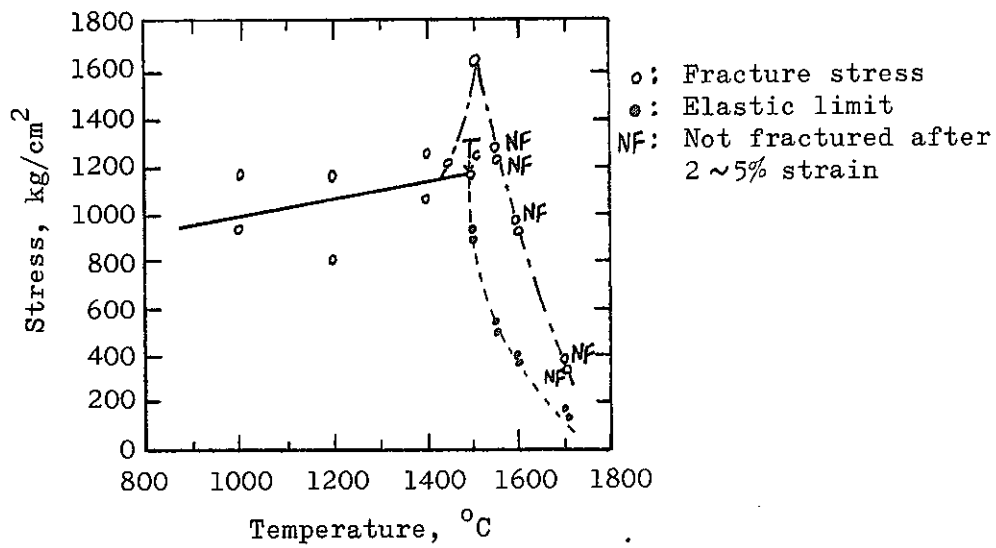


Fig. 3.5 Influence of Temperature on Bend Strength of Typical UO_2 -20 wt% PuO_2 Specimens.
 (From Ref. 22, ANL-7945)

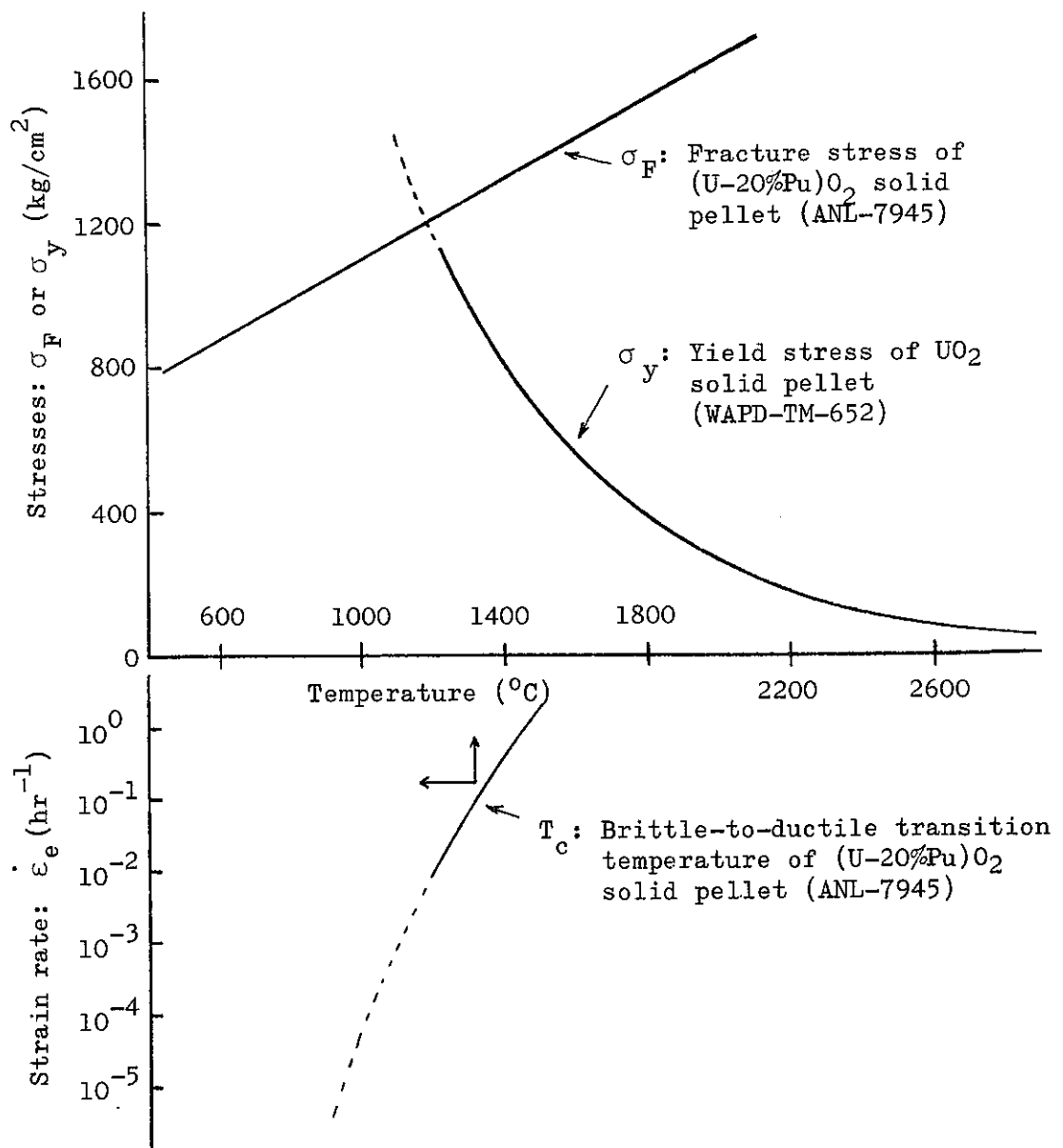


Fig. 3.6 Some mechanical properties of oxide and mixed-oxide solid pellets

タを外挿した範囲である（但し、この範囲は、もとの文献では明確に表現していないが、実験パラメータの範囲から推測した）。この結果を参考にして燃料ペレットのクラック・モデルを考える。

3.3.1 クラック・モデルの必要性

クラックの発生はペレット内の応力・歪み場に瞬間的な変化を与える。しかし、この歪み場の変化量は非常に小さい。例として、半径方向クラックの発生にともなう歪み場の変化量を推定してみる。クラック発生の直前に、周応力 σ_θ はペレットの破壊応力 σ_F に等しい値をもつ。クラック発生直後、 σ_θ はゼロとなる。他の主応力が近似的に不変であるとすれば、クラック発生により歪み場の弾性成分の変化量は、Hookeの法則から次式で与えられる。

$$\Delta \varepsilon_\theta^E = -\frac{\sigma_F}{E} \quad (3.2)$$

$$\Delta \varepsilon_r^E = +\nu \frac{\sigma_F}{E} \quad (3.3)$$

$$\Delta \varepsilon_z^E = +\nu \frac{\sigma_F}{E} \quad (3.4)$$

$\Delta \varepsilon_i^E$: 弾性歪みの主軸成分変化量

E : ペレットの Young 率

ν : Poisson 比

これら、3つの量の和は弾性平均歪み (Elastic mean strain) の変化量となり、クラック発生によりもたらされる体積の変化割合に等しい。

$$\begin{aligned} 3 \Delta \varepsilon^E &= \Delta \left(\varepsilon_\theta^E + \varepsilon_r^E + \varepsilon_z^E \right) \\ &= -\frac{(1-2\nu)}{E} \sigma_F \end{aligned}$$

$$= -\frac{1}{3K} \sigma_F \quad (3.5)$$

$\Delta \varepsilon^E$: 弾性平均歪みの変化量

K: ペレットの体積弾性率

式(3.5)を数値評価すると、

$$3 \Delta \varepsilon^E \cong -2.5 \times 10^{-4} \quad (= -0.025\% \Delta v/v)$$

$$\text{但し } E \cong 1.93 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$$

$$\nu \cong 0.3$$

$$\sigma_F \cong 1200 \text{ kg/cm}^2 \quad (\text{Fig. 3.6})$$

この体積変化割合を、ペレットの自由な熱膨脹による体積変化割合と比較すると、

$$3 \alpha \cdot \Delta T \cong 4.7 \times 10^{-2} \quad (= 4.7\% \Delta v/v)$$

$$\text{但し } \alpha \cong 1.5 \times 10^{-5} / ^\circ\text{C}$$

$$\Delta T \cong 1000 ^\circ\text{C}$$

これらの体積変化割合の比較から、クラック発生の効果の一つはつぎのように表わせる。

- (1) クラックの発生はペレットのほとんど自由な熱膨脹を許容する(熱収縮についても同様である)。

また、主応力は σ_F を越える正值を持ち得ない。さらに、Fig. 3.6に示した降伏応力 σ_y の存在を考慮すると、ペレット内の相当応力 (equivalent stress) は高々 σ_y または σ_F までの値しかとれない。クラック発生(及び σ_y) の第二の効果はつぎのようにかける。

- (2) ペレット内の相当応力 σ_{eq} は σ_F または σ_y 程度の上限をもつ。

$$\left(\sigma_{eq} = 1/\sqrt{2} \left\{ (\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_r)^2 \right\}^{1/2} \right)$$

有限な強度をもつ固体では、 σ_{eq} の上限の存在は自明であるが、この事実を考慮しなければ、PCMI の記述結果は物理的に正しくない筈となる。

周知のように、 σ_{eq} は、ペレットの塑性流れ条件及びクリープ速度を決定する (von Mises yield condition) 。

さらに、つぎの効果があげられる。

- (3) ペレット外表面に開いたクラックは、被覆との間に PCMI が生じた場合に応力集中をもたらす。

これら、(1)、(2)及び(3)の効果はクラック・モデルの必要性を表わしている。

3.3.2 ペレットの初期クラック

未照射ペレットの出力上昇時におけるクラック現象は、ペレット温度の比較的低い状態で起る。従って、ペレット表面から内部へ向って発生するクラックが、ペレット自身の塑性(延性)によって、その進行を阻止される可能性は小さい。このような、クラック発生 of 動的 (Dynamic) な特性は容易に予期されるし、また破壊力学によるクラック発生挙動の記述からも理解できる。²⁴⁾

クラック発生を確定論で議論することが、ほとんど不可能であることは明白だろう。しかし、ここで開発する PCMI モデルでは、確定したクラック・パターンが必要である。このパターンの設定は、非軸対称モデル (以下では、(R - θ) モデルと呼ぶ) による PCMI 解析に際して特に必要である。

照射後ペレットの観察から、ペレット内のクラック・パターンとして、円柱座標における軸対称平面歪み場の 3 つの主軸面にそのものが主要なパターンであるといえる。即ち、

- (a) (R - Z) 面にそう半径方向クラック、
- (b) (R - θ) 面にそう 軸方向クラック、

(c) ($\theta - Z$)面にそり円周方向クラック,

これらのクラックを Fig 3.7 に図式的に示した。スタート・アップ時のクラックとしては、これらのうち(a)及び(b)が主要なパターンとなる。

これらのクラックを確定論的に記述することを前提とする。軸対称モデル(以下では、($R - Z$)モデルと呼ぶ)及び($R - \theta$)モデルによってクラック発生を記述するが、その場合、クラック発生条件は、主軸方向の応力が、引張り応力で、かつペレットの破壊応力を越えた場合とする。さらに、式(3.1)で与えた温度、 T_c よりも低いペレット温度条件を加える。これらの条件はつぎのように表わせる。

$$(\mathbf{R} - \mathbf{Z}) \text{クラック} : \sigma_{\theta} \cong \sigma_F \quad (3.6)$$

$$\text{主応力条件} : (\mathbf{R} - \theta) \text{クラック} : \sigma_z \cong \sigma_F \quad (3.7)$$

$$(\theta - \mathbf{Z}) \text{クラック} : \sigma_r \cong \sigma_F \quad (3.8)$$

$$\text{ペレット温度条件} : T_{\text{pellet}} < T_c \quad (3.9)$$

$\sigma_r, \sigma_{\theta}, \sigma_z$: 円柱座標系での主応力

σ_F : ペレットの破壊応力

T_{pellet} : ペレット温度

T_c : Brittle-to-ductile transition temperature

これらの条件を、ペレットを Fig. 3.8 のようにノード分割した有限長の円環層ごと判定することは可能である。しかし、未照射ペレットのスタート・アップ時のクラッキングが顕著に動的であることを考慮すると、($R - Z$)及び($R - \theta$)クラックはペレットの最外層リングで発生条件が満された場合には、同一面にそって全てのリングに及ぶものと仮定できる(応力・歪場の平面近似では、 σ_{θ} 及び σ_z はペレット外表面で最大の引張りとなる)。

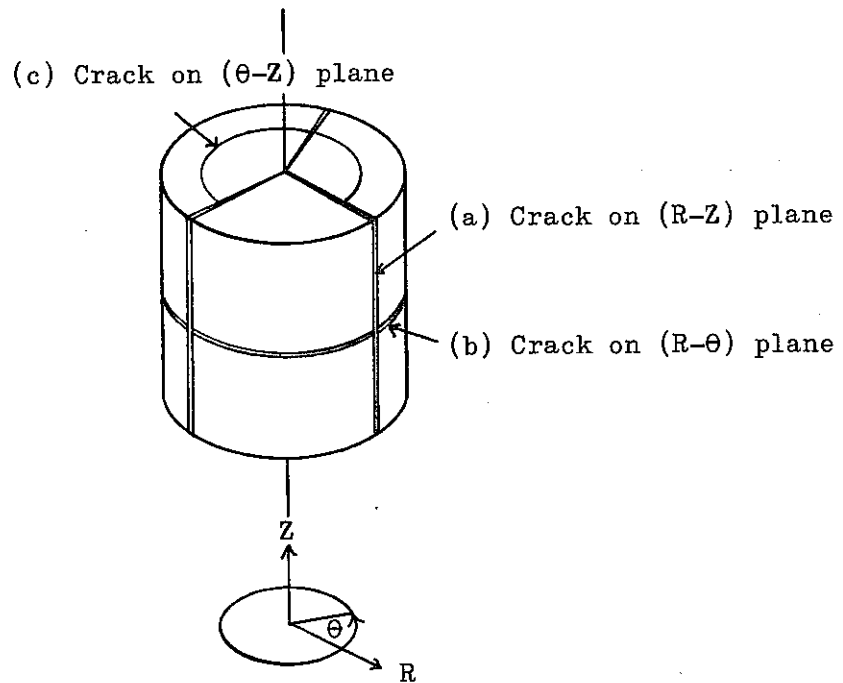


Fig. 3.7 Schematic description of pellet cracking on the three principal planes

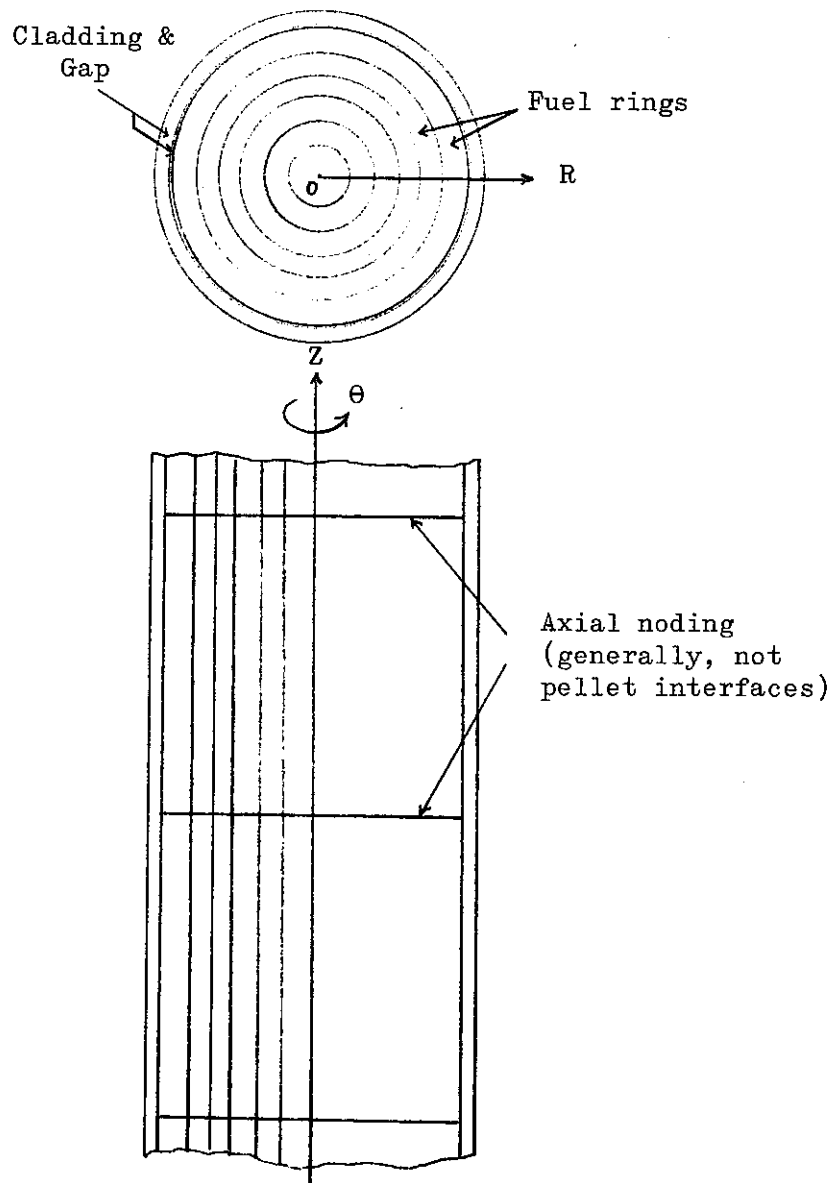


Fig. 3.8 Axial and radial multi-fuel-ring nodalization

(R - Z) モデルによるクラックの記述では，クラック形状をあらわには表現できない。また，仮に，一個の (R - Z) クラックが発生したとして，それ以降の (R - Z) クラックの個数の増大を記述するには，クラックの入った非連続境界をもつペレットに対して何らかの等価連続モデルが必要となる。この場合，通常採用される方法はペレットの弾性定数をクラックの個数に応じて変えることである。¹⁾ 一方，(R - Z) モデルのみを用いる場合には，クラックのパターンを決定することは，必ずしも必要でなく，この場合は，クラック面に垂直な主応力が引張り応力にならないような条件 ($\sigma_i \leq 0$) が用いられる。ここでは，これら二つの考え方による定式化を準備し，オプションとして残す。前者の，等価弾性定数の方法は，LIFE-II¹⁾ の考え方と同様であるが，ここでは，LIFE-IIで導入された等価弾性定数とは異なる，次式によるものを用いる (導出は付録 - A に示した)。

$$(\lambda)^{\text{new}} = (4/3) \lambda^{\text{old}} \quad (3.10)$$

$$(\mu)^{\text{new}} = (2/3) \mu^{\text{old}} \quad (3.11)$$

λ, μ : Lamé の定数

添字の new は，クラック (3 種類のいずれかのクラック) が，前の状態 (old) から一個増大した状態に対応する。

式 (3.10)，(3.11) によると，ペレットの真の弾性定数 λ, μ に対して，クラックが全体で N 個ある場合の等価弾性定数 $\lambda_{\text{eq}}, \mu_{\text{eq}}$ は次式で与えられる。

$$\lambda_{\text{eq}} = (4/3)^N \cdot \lambda \quad (3.12)$$

$$\mu_{\text{eq}} = (2/3)^N \cdot \mu \quad (3.13)$$

N : クラックの個数

式 (3.12)，(3.13) から，ここで定義した等価弾性定数はクラック数の増

大にもなって、漸近的に、

$$\lambda_{eq} \rightarrow \infty$$

$$\mu_{eq} \rightarrow 0$$

となる。これらを、Young 率 E 及び Poisson 比 ν で表わすと、

$$E_{eq} \rightarrow 0$$

$$\nu_{eq} \rightarrow 1/2$$

となる。なお、LIFE-II¹⁾では、 N の増大にもなって、 E_{eq} 及び ν_{eq} はつぎのようになる。

$$E_{eq} \rightarrow 0$$

$$\nu_{eq} \rightarrow 0$$

ν_{eq} の漸近挙動の両者の違いは、前者ではクラック数の増加にもなって、等価ペレットは非圧縮性に近づき、後者では非圧縮性から遠ざかる点にある。

($R-Z$)及び($R-\theta$)クラック・パターンの確定論的な取扱いは、($R-\theta$)モデルによる方が、確定論の範囲では、($R-Z$)モデルによるよりも厳密といえる。この場合は等価弾性定数の導入がいらぬ。3.5節に記した、($R-\theta$)モデルは、クラック・パターンの発展過程も記述できるような定式化となっている。

以上のクラック・パターンの確定論的な記述に必要な、もう一つの仮定は、クラックが、軸または面对称性を保存しつつ発生することである。Fig. 3.9に、この仮定のもとでのクラック・パターンの発展過程を($R-Z$)及び($\theta-Z$)クラックについて、図式的に示した(($R-\theta$)モデルの場合に対応する)。なお、($R-\theta$)クラックの記述は($R-Z$)モデルによって記述することになるが、ここでは平面歪み近似を用いるため、このクラック発生を判定する主軸応力 σ_z は Z 軸方向のノード巾には依存しない。ノード

不明

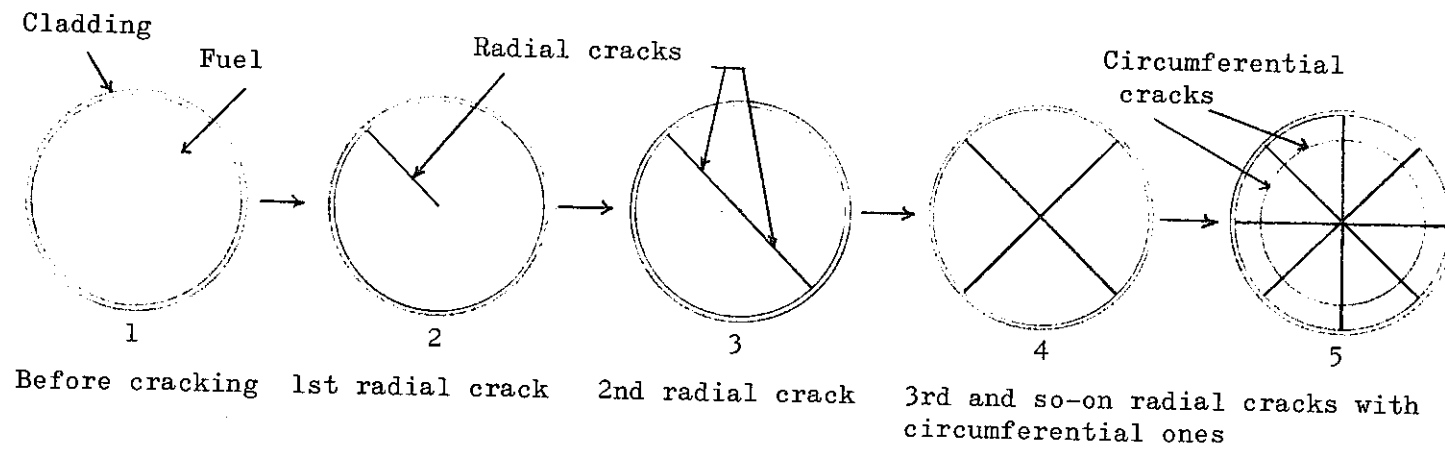


Fig. 3.9 Schematic description of crack pattern development in fuel

巾がペレットの長さを越えてとられる場合（それが通常の場合だが）には，このノードは既に一つ以上の（ $R - \theta$ ）クラックをもつことになるが，ここではそれを無視する。平面歪み近似を採用した際に既に，ペレットの有限長さの効果を無視したことを意味している（有限長さの効果に関しては，文献7，8が参考になる）。

3.3.3 クラックの消滅と新しいクラックの発生

定常照射時のペレットでは、結晶成長や圧縮応力の発生により、初期に生じたクラックの消滅 (Crack healing) が進行する。本節の初めに記したように、混合酸化物ペレットは温度 T_c (式 (3.1)) よりも高い領域では顕著な延性を示す。 T_c は弾性歪み速度 $\dot{\epsilon}_e$ に依存するが、定常照射状態では $\dot{\epsilon}_e$ は非常に小さいから、 T_c はスタート・アップ時に比べて、かなり低温領域にあると考えられる。弾性歪み速度 $\dot{\epsilon}_e$ のおおよその目安として、温度の変化による熱膨脹状態の変化をとれば、 $\dot{\epsilon}_e \sim \alpha \dot{T}$ となる。 α は線熱膨脹係数、 \dot{T} は温度変化速度とする。典型的な照射実験の出力上昇パターンでは、 $\dot{P} \sim 3 \text{ kW/ft.hr}$ として、 $\dot{\epsilon}_e \sim 5 \times 10^{-3} / \text{hr}$ となり、対応する T_c は Fig 3.6 から約 1100°C となる。一方、定常状態では $\alpha \dot{T} \sim 0$ となり、この場合は、 T_c に下限値を設定する必要があるが出てくる。もし $\dot{\epsilon}_e$ をペレット外層部のクリープ速度と同程度とすれば $\dot{\epsilon}_e \sim 10^{-5} \sim 10^{-4} / \text{hr}$ となる。この場合、Fig 3.6 の T_c 曲線を用いると、 $T_c \sim 900 \sim 1000^\circ\text{C}$ となる。

クラックの消滅条件を、前に定義した各燃料リング・ノードに対して次のように定める。

$$(1) \quad T_{\text{fuel}} \geq T_c \text{ 及び } \sigma_i < 0$$

クラック消滅条件： または、

$$(2) \quad \text{等軸晶半径よりも内側領域のクラックは消滅する。}$$

定常照射状態からの出力変化にともなう、新しいクラック発生の記述は、各燃料リングに対して前項 (3.3.2) で定めた条件、式 (3.6) ~ (3.9) を用いる。これは、炉のシャット・ダウンに際しても同様とする。新燃料ペレットのスタート・アップ時における取扱いと異なる点は、新燃料ではペレ

ット最外層部でのクラック発生により、それがペレット中心まで伝播すると仮定したものに対し、他の場合には各燃料リングごとに、クラック発生の条件を判定することである。

3.3.4 クラック空隙の取扱い

クラック間に生じる空隙は、ペレット外表面部では PCMI が起った場合の応力集中の度合に関連し、ペレット内部では結晶成長の速度など、物質の移動に関連してくる。燃料ビンの照射挙動を追う場合、その出発時におけるクラック片の、被覆管内における半径方向配置を決定しなければならない。特に、(R-Z)モデルではクラック片をあらわには表現できないため、この配置に関して何らかのモデル化が必要となる。この配置は、半径方向クラックのクラック空隙の分布を指定すれば決まる。

新燃料ペレットのスタート・アップ後、半径方向クラックの個数が定まったものとする。この状態のペレットをクラック前の均一温度分布状態まで仮想的にもどしたとすると、各クラック面は密に接触し、クラック間の空隙はないだろう(但し、クラック片の半径方向への自由な移動があった場合には、それをもどして)。しかし、出力状態ではクラック間には二つの原因による空隙が生じる。

(1) 非均一温度分布(近似的には、ペレット中心に頂点をもつ上に凸な二次関数分布)のために生じる、クラック片境界のゆがんだ凸変形による空隙。

(2) クラック片の半径方向への移動による空隙。

前者の変形に関して、クラック片間の相互作用の問題は J. H. Gitts が論じた²⁵⁾。この問題は、原理的には (R- θ) モデルで取扱える。しかし (R-Z) モ

デルではこの記述はできない。後者の、クラック片の移動 (Crack wedge relocation) に関しては、これを確定論的に記述することは不可能と思われる。

(2)による空隙の増大は、燃料のペレット/被覆間ギャップの設計値に依存する。(1)による空隙は、仮に、スタート・アップ後ホット・ギャップが残らない (PCMIが起った) としても生じる。それは、3.3.1項に記したように、クラックしたペレットはほとんど自由に熱膨脹するためである (参考までに、SUS被覆材の降伏応力 σ_y は、 $\sim 2400 \text{ kg/cm}^2$ であり、ペレットの破壊応力 σ_F と同じオーダーの大きさであり、ペレットの熱膨脹に対してほとんど拘束力とならない。)

通常のLMFBR燃料設計では、ホット・ギャップは残る。従って、ここでは、ホット・ギャップが残る場合を想定して、クラック間の空隙の半径方向分布をモデル化する。このモデルはPCMIの(R-Z)モデルで使用する。次の仮定(モデル)を使う。

- (a) クラック片の半径方向移動は、ペレットの自由な熱膨脹と被覆の熱膨脹差から得られる、被覆管内のポイド空間を、全てホット・ギャップ空間と仮定した場合に得られるギャップ巾の範囲で可能とする。
- (b) クラック片の半径方向移動量は上記の範囲内でパラメータとする (計算コード上は、コード自身が計算する上記の範囲に対して、ホット・ギャップとして残す割合をユーザーが指定する)。
- (c) (b)によって決まるホット・ギャップの空間体積を差引いた、残りのポイド空間をクラック間隙の全体積と、クラック片の半径方向移動によって生じる、ペレット中心部の空隙 (結晶成長開始前の空孔となる) 体積に分ける。この場合に生じる中心空孔の直径は、

クラック片の半径方向移動量から，幾何学的に決める。

- (d) クラック間隙の全体積を，移動後のペレットの位置する半径領域に，均一に（体積平均の意味で）配分する。

以上のモデルに従って数式化する（Fig.3.10 参照）。なお，一般性をもたせるために，製作時に中心孔を有するペレット（Annular pellet）を想定する。

- (1) 被覆管内の全ボイド体積： V_{void}^t （Fig.3.10(a), (b) 参照）

$$V_{\text{void}}^t = \frac{\pi}{4} (ID_{\text{clad}}^{\text{hot}})^2 - V_{\text{pellet}}^{\text{hot}} \quad (3.14)$$

$$V_{\text{pellet}}^{\text{hot}} = \int_{ID_{\text{pellet}}^{\text{cold}}/2}^{OD_{\text{pellet}}^{\text{cold}}/2} 2\pi r \cdot dr \left(1 + \int_{T_0}^{T(r)} \alpha(T) \cdot dT\right)^2 \quad (3.15)$$

$$V_{\text{cent}}^{\text{hot}} = \frac{\pi}{4} (ID_{\text{pellet}}^{\text{cold}})^2 \left(1 + \int_{T_0}^{T_1} \alpha(T) dT\right)^2 \quad (3.16)$$

ID_{clad} : 被覆管内径

ID_{pellet} : ペレット内径（製作時の中心空孔径。 $ID_{\text{pellet}} = 0$ の場合も含む）

OD_{pellet} : ペレット外径

α : ペレット線熱膨脹係数

T_0 : コールド時のペレット温度

$T(r)$: ホット時のペレット半径方向温度分布

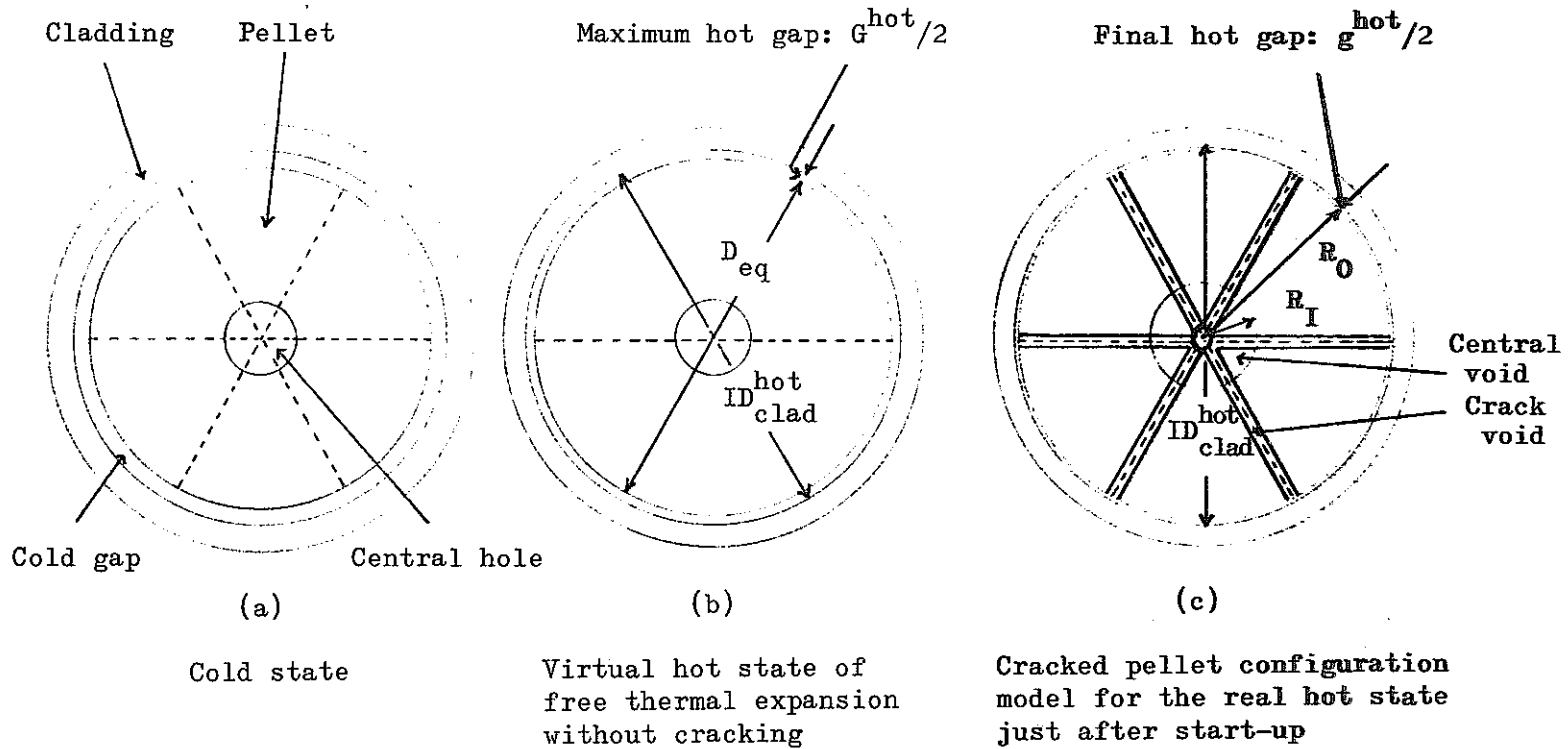


Fig. 3.10 Model for cracked pellet configuration at the beginning of fuel pin life

T_1 : ホット時のペレット中心空孔温度

添字, hot 及び cold は, ホット時及びコールド時を示す。

式 (3.15), (3.16) で定義した, 熱膨脹状態のペレット及び中心空孔の体積 (但し, 後者の体積は式 (3.16) のように, ペレット中心空孔境界の, 温度 T_1 までの自由な熱膨脹による孔径の増大から算出する) の和に等しい体積をもつ等価直径 D_{eq} を次式で定義する。

$$D_{eq} = \frac{4}{\pi} \left\{ V_{\text{pellet}}^{\text{hot}} + V_{\text{cent}}^{\text{hot}} \right\}^{1/2} \quad (317)$$

仮定(a) で定義した最大の直径ギャップ巾 G^{hot} を次式で与える。

$$G^{\text{hot}} = ID_{\text{clad}}^{\text{hot}} - D_{eq} \quad (318)$$

式 (314) ~ (318) に現われた幾何定数を Fig. 310 に示した。なお, 図では中心空孔のない場合も重ね合せて示してある。

(2) ホットギャップ体積: $V_{\text{void}}^{\text{gap}}$

仮定(b), (c) で定義した3つのポイド体積の和は式 (314) で与えた, 全ポイド体積に等しい。

$$V_{\text{void}}^{\text{t}} = V_{\text{void}}^{\text{gap}} + V_{\text{void}}^{\text{crack}} + V_{\text{void}}^{\text{cent}} \quad (319)$$

式 (319) の右辺の各ポイド体積は, それぞれ, ホット時のギャップ, クラック間隙及び中心空孔に配分するポイド体積である。

式(318) の最大ギャップ巾, G^{hot} に対して, その $100 \times f\%$ をホット・ギャップ, g^{hot} として残す。

$$g^{\text{hot}} = f \times G^{\text{hot}} \quad (320)$$

ギャップ体積， $V_{\text{void}}^{\text{gap}}$ は次式で与えられる。

$$V_{\text{void}}^{\text{gap}} = \frac{\pi}{4} \left\{ (ID_{\text{clad}}^{\text{hot}})^2 - (ID_{\text{clad}}^{\text{hot}} - f \cdot G^{\text{hot}})^2 \right\} \quad (321)$$

(3) 中心空孔体積： $V_{\text{void}}^{\text{cent}}$

ホット・ギャップ巾， g^{hot} を決める際にクラック片を被覆側へ移動させた (Fig. 3.10 で(b)→(c)の移行)。従って，Fig 3.10 の(c)では，ペレットの内部及び外部境界は，もはや円周境界とは異なる。しかし，通常の燃料設計では，ギャップ巾， G^{hot} はペレットの内・外径に比べて十分に小さいことから，これらの境界を円周境界で近似する。中心孔径 (Fig. 3.10 の(c))， $D_{\text{cent}}^{\text{hot}}$ を次式で与える。

$$D_{\text{cent}}^{\text{hot}} = ID_{\text{pellet}}^{\text{cold}} \left(1 + \int_{T_0}^{T_1} \alpha(T) dT \right) + (1-f) \cdot G^{\text{hot}} \quad (322)$$

従って， $D_{\text{cent}}^{\text{hot}}$ に対応する中心空孔の体積， $V_{\text{void}}^{\text{cent}}$ として次式を得る。

$$V_{\text{void}}^{\text{cent}} = \frac{\pi}{4} (D_{\text{cent}}^{\text{hot}})^2 \quad (323)$$

(4) クラックボイド体積： $V_{\text{void}}^{\text{crack}}$

クラック間隙の全体積， $V_{\text{void}}^{\text{crack}}$ は，式 (3.19) の全ボイド体積保存条件から逆算できる。最終的な，ペレットの外部円周境界直径は，ホット時の被覆内径からギャップの巾， g^{hot} (式 (3.20)) を差引いた値に等しい。Fig. 3.10 の(c)で，最終的に配置した，ペレットの存在する半径領域をまとめると，次式のようになる。

$$\text{ペレット内部境界半径： } R_I = (D_{\text{cent}}^{\text{hot}}) / 2 \quad (\text{式(3.22)}) \quad (3.24)$$

$$\text{ペレット外部境界半径： } R_o = (ID_{\text{clad}}^{\text{hot}} - g^{\text{hot}}) / 2 \quad (3.25)$$

(5) クラック・ポイド体積の半径方向配分

仮定(d)によって、(4)で得たクラック・ポイド体積 $V_{\text{void}}^{\text{crack}}$ を、ペレットの存在する半径領域 ($R_I \sim R_0$) に均一に配分する。この領域内の微小区間 ($r \sim r+dr$) に配分されるポイド体積、 $dV_{\text{void}}^{\text{crack}}$ は次式で与えられる。

$$dV_{\text{void}}^{\text{crack}} = \frac{V_{\text{void}}^{\text{crack}}}{\pi (R_0^2 - R_I^2)} \times 2\pi r \cdot dr \quad (3.26)$$

式(3.26)の両辺を区間巾 dr で割って得られる量 $\frac{dV_{\text{void}}^{\text{crack}}}{dr}$ は半径 r の円周上で半径方向クラックが占める開口長さの総和となる。従って、この配分方法ではクラック開口長は半径 r に比例する(但し、Fig. 3.10, (c)の図では一様なクラック間隙となって示されている点で表示がモデルと対応していない)。

本項でモデル化した初期のクラック間隙は照射にともなって変化してゆく。これは前述した、クラックの消滅条件による。結晶成長にともなうクラックの消滅は結晶成長モデルと関連する。この関連は、クラック間隙の半径方向分布を、製作時ペレットのもつ Porosity に加算する考え方をとれば、簡単に処理できる。

3.4 軸対称・平面歪みモデル

前節の後半で燃料ピンの照射開始時における、クラックしたペレットの半径方向配置を定めた。この燃料ピンの照射にともなう、機械的挙動を軸対称・平面歪みモデル((R-Z) モデルと呼ぶ) で数式化する。

3.4.1 ノード分割

燃料及び被覆を、半径方向へ同心円環層状に、軸方向へは板状にノード分割する。燃焼の或る時期に対応するノード分割例を、ピンの縦断面を用いて、Fig 3.11に示した。図では、軸方向領域として、底部に基準面 ($z=0$) をもうけ、炉心領域を模擬する軸方向ノードと、その上部にガスプレナムを配置した。ブランケット領域に対応するノードを示さなかったが、モデルの定式化上は一般性を失わない。このモデルで使う、各種の圧力境界も図中に示したが、これらはずぎのとおりである。

P_{cent} : 中心孔内のガス圧。ペレット/被覆間ギャップにも同じ圧力を仮定する。

P_{plenum} : ガスプレナム内圧。一般には、中心孔ガス圧とは異なり得るが、 $P_{plenum} = P_{cent}$ を仮定する。

P_{ex} : 燃料の軸方向最上部ノードに加えられる、プレナム内圧以外の拘束圧力(拘束力を均一に分布させて得られる等価圧力)。

この拘束力を支持する他の一点(被覆管上)にも、同じ大きさの力を考慮する。

$P_{coolant}$: 被覆管外面への冷却材圧力

Fig. 3.11 の A-A 断面の一部を Fig. 3.12 に示した。

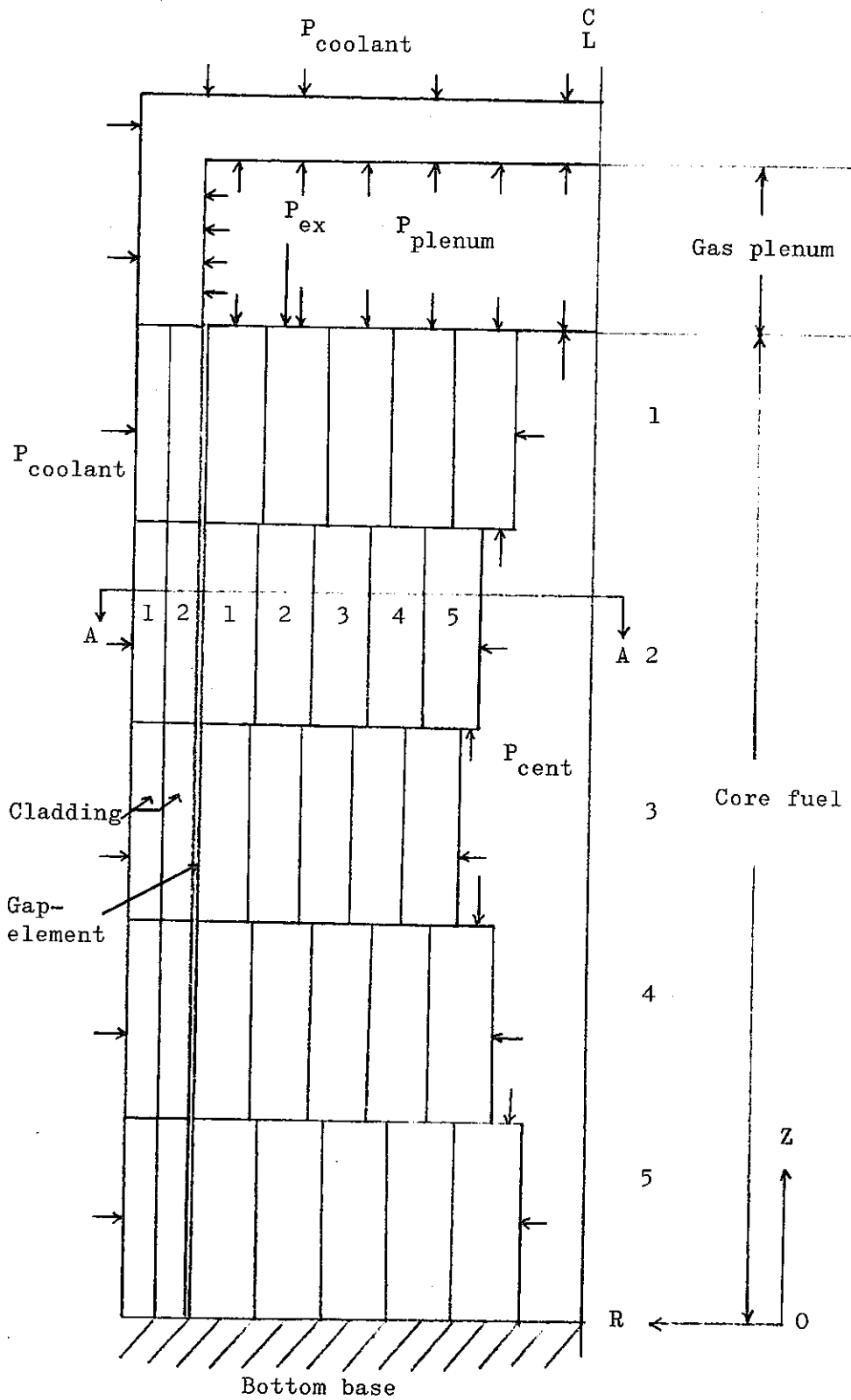


Fig. 3.11 A radial and axial nodalization of model fuel pin

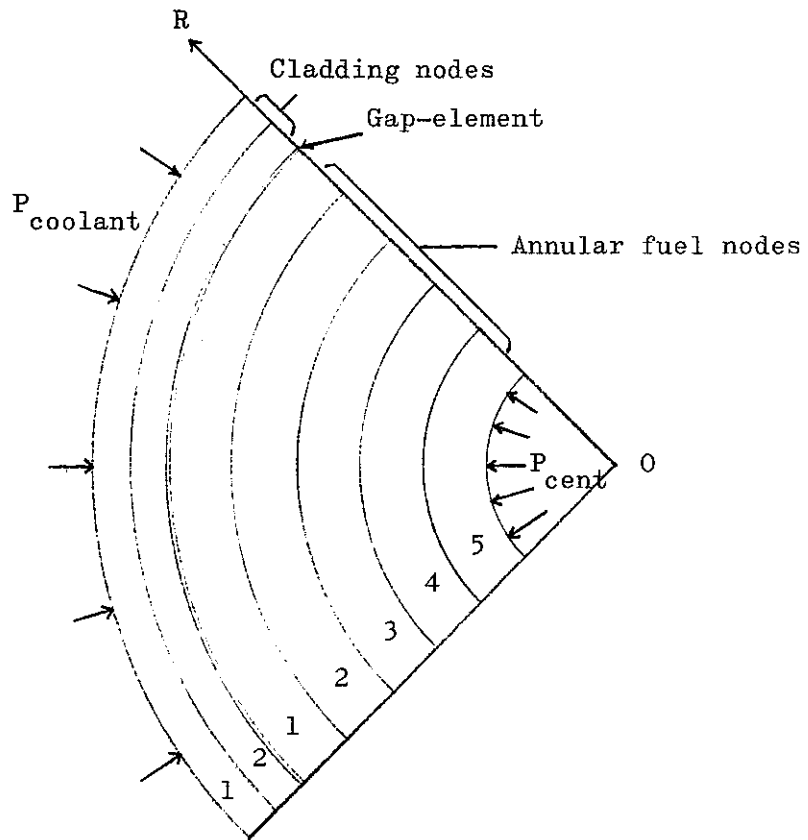


Fig. 3.12 A radial nodalization of model fuel pin
 (shown only a part of circular cross section,
 corresponding to A-A cut in Fig. 3.11)

3.4.2 応力・歪み関係式

Fig. 3.11, 3.12 でノード分割した円環の一つ（燃料または被覆）をとり出し， Fig. 3.13 に示した。この円環について，軸対称・平面歪みの仮定のもとで応力・歪み関係式を記述する。他に必要な，基本的な仮定はつぎのものである。

1. 体系は常に力学的平衡状態にある。
2. 物質は弾・塑性変形に対して等方的であり，また各ノード内で一様な温度・密度を有する。
3. 軸方向への物質の輸送（弾・塑性変形以外のもの）はないものとする。従って，燃料中心部の溶融は考慮しない。

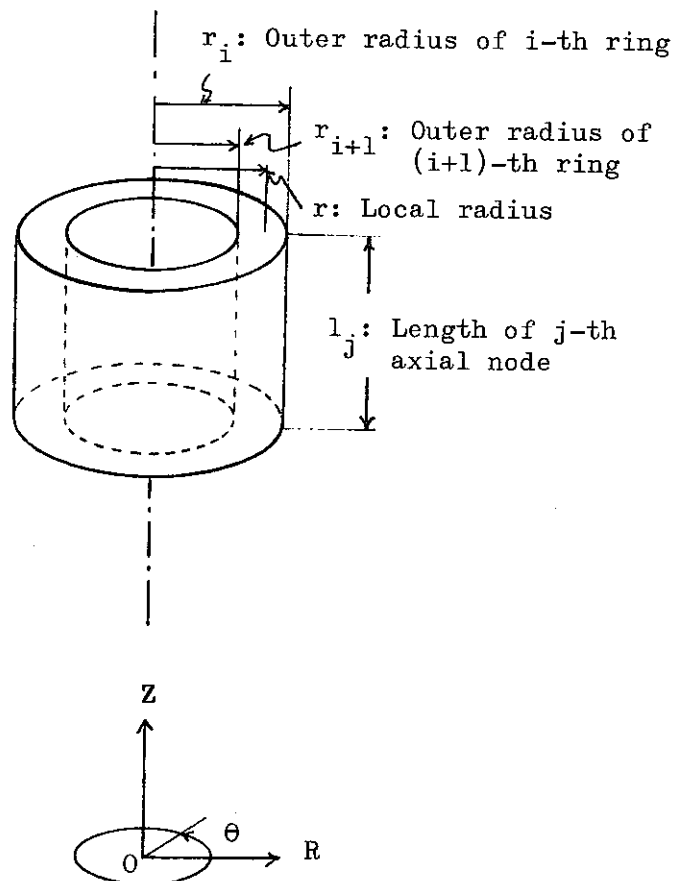


Fig. 3.13 Unit annular element for stress-strain field calculation

(1) 歪み成分

円柱座標系 (r, θ, z) における歪みの各座標成分を以下のように分ける。

3.2 節に示した Table 3.2, 3.3 (23, 24 頁) の歪み成分に従う。永久歪み成分については、時間に関して歪み増分法の考え方をとる。

時刻 t から Δt の時間が経過した時点で、全歪みの座標成分はつぎのようにかける。

$$\epsilon_i = \epsilon_i^E + (\alpha T) + (\epsilon_i^p + \Delta\epsilon_i^p) + (\epsilon_i^c + \Delta\epsilon_i^c) + (\epsilon_i^s + \Delta\epsilon_i^s),$$
$$i = r, \theta, z \quad (3.27)$$

ϵ_i^E : 弾性歪み

ϵ_i^g : 時刻 t までの永久歪み成分 g の積算量

$\Delta\epsilon_i^g$: 時間 Δt 内の永久歪み成分 g の増分

(αT) : 熱膨脹による歪み

添字, p : 塑性歪み

c : クリープ歪み

s : スウエリング

式 (3.27) では、スウエリング成分に高密度化 (Densification) の成分も実効的に含まれているものと考ええる。熱膨脹成分は室温 T_0 を基準に定義する。

$$(\alpha T) = \int_{T_0}^T \alpha(T') dT' \quad (3.28)$$

時間 Δt 内のクリープ歪み及びスウエリング歪みは、各々の歪み速度の Δt 内の平均値と Δt の積で与える。塑性歪み $\Delta\epsilon_i^p$ は後述する。

$$\Delta\epsilon_i^c = \dot{\epsilon}_i^c \cdot \Delta t, \quad i = r, \theta, z \quad (3.29)$$

$$\Delta\epsilon_i^s = \dot{\epsilon}_i^s \cdot \Delta t, \quad i = r, \theta, z \quad (3.30)$$

$\dot{\epsilon}_i^c, \dot{\epsilon}_i^s$: クリープ及びスウエリング歪み速度

(2) 応力と，歪み及び歪み速度の関係（塑性歪み ε_i^p 以外）

1. 弾性歪み（Hooke's Law）

$$\varepsilon_i^E = \frac{1}{E} \{ \sigma_i - \nu(\sigma_j + \sigma_k) \} \quad (3.31)$$

E : Young 率

ν : Poisson 比

σ_j : 応力場の j-主軸成分

添字， i， j， k は 座標添字， (r， θ ， z) の順換をとる

2. クリープ歪み

式 (3.29) の，クリープ速度の各座標成分は，多軸応力場におけるクリープ速度に対する von Mises タイプの塑性流れモデルで与える。

$$\dot{\varepsilon}_i^c = \frac{\dot{\varepsilon}_{eq}^c}{\sigma_{eq}} \left\{ \sigma_i - \frac{1}{2} (\sigma_j + \sigma_k) \right\} \quad (3.32)$$

相当応力 σ_{eq} 及び相当クリープ歪み速度 $\dot{\varepsilon}_{eq}^c$ は次式で定義される。

$$\sigma_{eq} = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ (\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_r)^2 \}^{1/2} \quad (3.33)$$

$$\dot{\varepsilon}_{eq}^c = \frac{\sqrt{2}}{3} \{ (\dot{\varepsilon}_r^c - \dot{\varepsilon}_\theta^c)^2 + (\dot{\varepsilon}_\theta^c - \dot{\varepsilon}_z^c)^2 + (\dot{\varepsilon}_z^c - \dot{\varepsilon}_r^c)^2 \}^{1/2} \quad (3.34)$$

さらに，式 (3.34) の左辺の相当クリープ歪み速度 $\dot{\varepsilon}_{eq}^c$ には，実験で得られるクリープ則が適用される。

$$\dot{\varepsilon}_{eq}^c = f(\sigma_{eq}, \varepsilon_{eq}^c, T, \phi, t) \quad (3.35)$$

式 (3.35) のクリープの則を与える関数 f の引数には， σ_{eq} の他に，積算した相当クリープ歪み ε_{eq}^c ，温度 T ，中性子束 ϕ 及び時刻 t も含めて，一般的に表現した。これらの変数依存性は，Table 3.2, 3.3 に示した， κ

リーブ変形のメカニズムによって異なるし、何よりも第一に、採用する半経験的クリーブ則によって決まってくるだろう。(なお、 $\epsilon_{\theta q}^c$ は式(3.34)の右辺の $\dot{\epsilon}_i^c$ を ϵ_i^c に置換えたもので定義される)。

3. スウェリング

中性子照射にともなう燃料及び被覆のスウェリングは、通常等方的な変形と考えられる。従って、式(3.30)で用いたスウェリング歪み速度の座標成分 $\dot{\epsilon}_i^s$ は、単位時間あたりの、スウェリングによる体積変化割合 $\frac{\Delta V}{V}$ から計算される。即ち、微少な体積変化割合に対して、

$$\dot{\epsilon}_i^s \cdot \Delta t = \frac{1}{3} \cdot \frac{\Delta V}{V}, \quad i = r, \theta, z \quad (3.36)$$

式(3.36)の右辺の $\frac{\Delta V}{V}$ には理論モデルまたは半経験則が用いられる。燃料及び被覆のスウェリング変形は、通常、応力に依存しない成分と、依存する成分に分けて評価される。3.1, 3.2節に記したように、特に、FPガス気泡の生成によるスウェリングの応力場(静水圧成分)依存性の考慮はPCMIの燃焼度依存の観点から重要である。

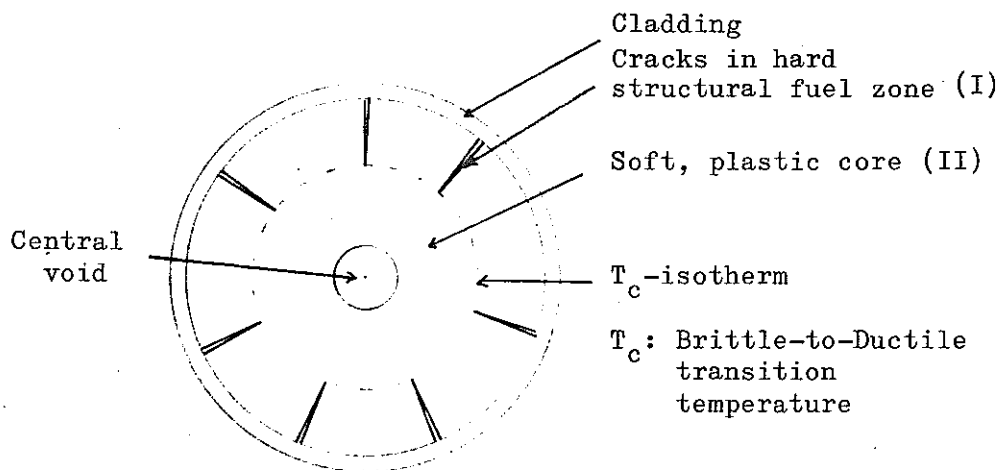


Fig. 3.14 Radial structure of fuel pin at a certain low burnup

(3) 塑性歪み速度と応力の関係式

燃料及び被覆に対して、短期的な塑性流れによる歪み成分の記述を試みる理由については前述した(3.2, 3.3節)。即ち、出力サイクルと被覆材の(スウェリングを除く)塑性歪み量が相関をもつとすれば、各サイクルの出力変動時に強いPCMIが予期される。この時、塑性流れの生じる可能性のある領域は2つある。燃料及び被覆である。

低燃焼度時期で、Gap closureの状態にある燃料ピンを想定し、その半径方向構造をFig 3.14に示してみた。燃料領域は、クラックの残っている比較的硬い外層部(I)と、延性の顕著な軟かい内部領域(II)とに分けてみれる。被覆と外層部(II)との間に強いPCMIが起ったとする。それが、出力上昇中に起ったとすれば、PCMIは燃料側のアクティブな(能動的な)挙動による、と考えられる。この過程で塑性流れを予期した場合に、この塑性歪みが被覆側に生じるか、それとも、被覆からの反作用により燃料側に生じるかは、被覆と燃料内部領域(II)の相対的な強度に依存する。この塑性歪みを時間に依存する型の塑性流れモデルで記述してみる。

式(3.27)で塑性歪み ϵ_i^P は、通常、非圧縮性の条件を満たすものとして定式化される。

$$\epsilon_r^P + \epsilon_\theta^P + \epsilon_z^P = 0 \quad (3.37)$$

一方、塑性歪みの等方成分(体積変化をもたらす部分、平均歪み)は弾性的である、とする考え方もある。これら、両者のアプローチは、物理量として観測される全歪みに対して同一の結果を与えるので、ここでは式(3.37)を仮定する。この場合、塑性歪みの偏差成分(Deviatoric plastic strain) e_i^P は塑性歪み自身に一致する。

$$e_i^P = \epsilon_i^P - \frac{1}{3}(\epsilon_r^P + \epsilon_\theta^P + \epsilon_z^P) \quad (3.38)$$

$$= \epsilon_r^P - \frac{1}{3}(\epsilon_r^P + \epsilon_\theta^P + \epsilon_z^P)$$

⇒ physical meaning 702.

$$= \epsilon_i^p, \quad i = r, \theta, z \quad (3.39)$$

完全塑性体の仮定と von Mises の降伏条件を用いる。降伏条件は次式で定義される f を用いて表わされる。

$$f = \frac{1}{2} (s_r^2 + s_\theta^2 + s_z^2) - k^2(T, \phi t) \quad (3.40)$$

$k(T, \phi t)$ は単純ずり応力 (Simple shear) に対する降伏応力であり、温度と中性子照射量 (特に被覆に対して) 依存性を想定した。

s_i ($i = r, \theta, z$) は応力場 σ_i ($i = r, \theta, z$) の偏差成分である。

$$s_i = \frac{\sigma_i}{3} - \sigma, \quad i = r, \theta, z \quad (3.41)$$

$$\sigma = \frac{1}{3} (\sigma_r + \sigma_\theta + \sigma_z) \quad (3.42)$$

式 (3.42) は平均応力 σ の定義式である。式 (3.40) の f を用いて、塑性歪み速度 $\dot{\epsilon}_i^p$ は次式で与えられる。

$$\dot{\epsilon}_i^p = 0 \quad \text{if } f < 0 \quad \text{or} \quad \text{if } f = 0, \dot{f} < 0 \quad (3.43)$$

$$\dot{\epsilon}_i^p = \mu s_i \quad \text{if } f = 0, \dot{f} = 0, \mu = \frac{\sum_i s_i \dot{\epsilon}_i^p}{2k^2(T, \phi t)} \geq 0 \quad (3.44)$$

$$\text{但し, } \dot{f} = \sum_i s_i \dot{s}_i - 2k \cdot \dot{k} \quad (3.45)$$

式 (3.43)~(3.45) で、各変数の時間微分をドットをつけて表わした。なおずりに対する降伏応力 k の時間微分は、温度 T の時間変化にのみ着目すればよいだろう。

$$\dot{k} = \frac{dk}{dT} \cdot \dot{T} \quad (3.46)$$

以上の方程式が塑性流れを記述する基礎方程式となる。式 (3.27) に現われた、時間 Δt 内の塑性歪みの増分 $\Delta \epsilon_i^p$ は、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \Delta \epsilon_i^p &= \Delta t \cdot \dot{\epsilon}_i^p \\ &= \Delta t \cdot \dot{\epsilon}_i^p, \quad i = r, \theta, z \end{aligned} \quad (3.47)$$

(4) 力学的平衡条件

Fig. 3.13 の円環内の応力場の r , θ 成分は, 軸対称性の仮定によりつぎの方程式を満たす。

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (3.48)$$

また, 重力の作用を無視すれば, σ_z も r 座標のみの関数となる。

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0 \quad (3.49)$$

(5) 変位と全歪みの関係式

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r}, \quad \varepsilon_\theta = \frac{u}{r}, \quad \varepsilon_z = \text{const} \quad (3.50)$$

u : 半径方向変位

以上, (1)~(5)で, 一つの円環内の応力・歪み場の基礎方程式を記した。この他に, 半径方向及び軸方向での境界条件が必要である。また, 円環にクラックがある場合の応力場に対する制限条件が必要である。次項以下で, これらについて記述する。

3.4.3 クラックによる応力場への制限条件

クラックの発生・消滅条件については3.2節に記述したFig. 3.15に、出力サイクルの3つの状態に対応する、燃料内の半径方向クラックの模様をモデル化し、これらの状態をもたらす原因となった周応力 σ_{θ} の状態とともに示した。

図で(a)は初期スタート・アップ直後の状態に対応する。この場合に、各々のクラック片の半径方向配置については前述した(3.3.4項)。

(b)は、ある程度燃焼の進んだ状態に対応する。中心から、ある範囲にわたって、クラックは消滅している。(b)は、さらに燃料/被覆間のギャップも閉じ、PCMIの起っている状態を表わしている。

(c)は定常照射状態から、炉停止状態へ移行した場合、または、さらに燃料ピンを炉心から取り出し、炉外冷却の状態にある場合をモデル化している。この場合、熱収縮の半径方向非均一性のために、中心部から外へ向って新しいクラックが生じる。

軸対称モデルではこれらで代表されるクラック状態を、あらわには記述できない。これらの状態は、クラックの発生・消滅の状況に応じて、応力場に対する制限条件を与えることによりモデル化できる。この条件を以下でまとめる。なお、2章のモデル比較で引用したIAMBUS-1モデルは、平面歪みの他に、平面応力近似の場合も含めて、同様の考え方により応力場への制限条件を設定している。⁶⁾ ここでは、平面歪みの場合についてのみ考える。

Table 3.5に応力場に対する制限条件のタイプと、それに対応する燃料円環ノードの状態を示した。第一の条件は、半径及び周方向への自由な膨脹が可能な状態に対応し、Fig. 3.15では(a)の状態がこの条件で近似できる。第二のタイプの条件は、半径及び周方向で拘束のある状態に対応している。

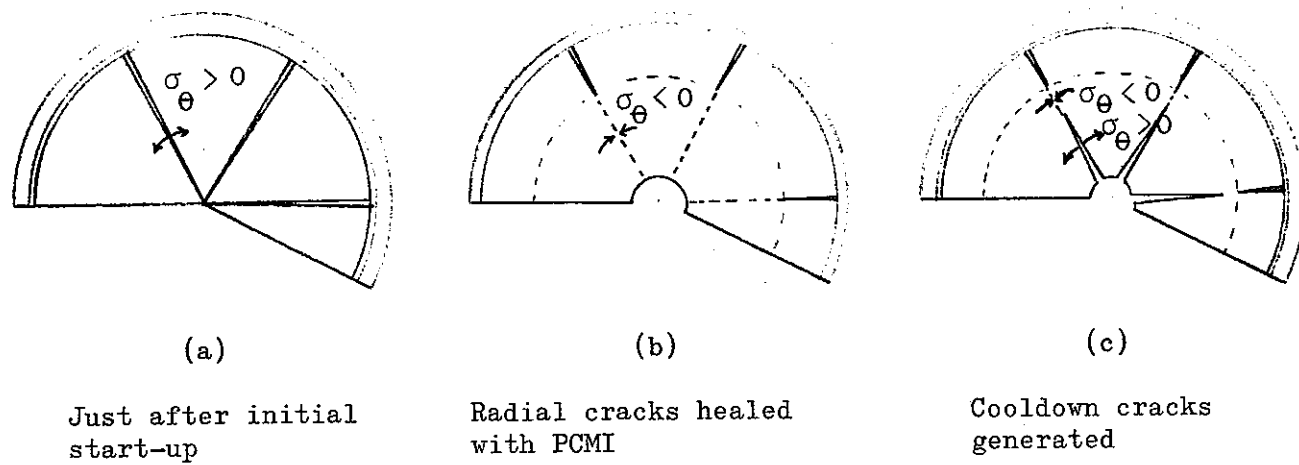


Fig. 3.15 Various states of cracked fuel

Table 3.5 Conditions to the stress field to approximate the stress field in cracked fuel

<u>No. of stress field type</u>	<u>Stress field conditions*</u>	<u>Situation of the fuel ring</u>
1	$\sigma_r = 0, \sigma_\theta = 0$	Radially and circumferentially free expansion
2	$\sigma_r \neq 0, \sigma_\theta \neq 0$	Radially and circumferentially restrained
3	$\sigma_r \neq 0, \sigma_\theta = 0$	Radially restrained and circumferentially free expansion

Note: * With generalized plane strain condition

Fig. 3.15では、(b)の半径方向クラックの消滅した内部領域がこの条件に対応する状態にある。(c)のクラックの存在しない領域にもこの条件が対応する。第三のタイプの条件は、半径方向クラックの存在する領域で、かつ半径方向で拘束を受けている領域の応力場を近似する。Fig. 3.15では、(b)の外層部がこれに対応する。

3.4.4 半径方向境界条件及び、半径方向合成ノードの軸方向挙動

(1) 半径方向境界条件

Fig. 3.13の円環の応力・歪み場の半径方向境界条件は、隣接する円環との境界で、半径方向応力 σ_r 及び半径方向変位 u が連続である、ことである。即ち、 $\sigma_r^i(r)$ 及び $u^i(r)$ を i 番目の円環についての解とすると、境界条件はつぎのようにかける。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r^i(r_{i+1}) &= \sigma_r^{i+1}(r_{i+1}) \\ \sigma_r^i(r_i) &= \sigma_r^{i-1}(r_i) \end{aligned} \right\} \quad (3.51)$$

$$\left. \begin{aligned} u^i(r_{i+1}) &= u^{i+1}(r_{i+1}) \\ u^i(r_i) &= u^{i+1}(r_i) \end{aligned} \right\} \quad (3.52)$$

但し、隣接境界の半径座標はFig. 3.13のように定義する。

また、燃料の最内層の内面境界条件は中心空孔のガス圧、被覆の最外層の外表面境界条件は冷却材圧力となる。

燃料と被覆間の境界条件は、ギャップの有無によって異なる。ギャップの開いている場合には、プレナム・ガス圧を境界圧力とする。ギャップの閉じている場合には、式(3.51)、(3.52)による。PCMIの起っている後者の場

合には、燃料／被覆間に摩擦力による軸方向への相互作用を考慮する。摩擦相互作用については次項でふれる。

(2) 半径方向ノードの合成と軸方向挙動

同一軸方向ノードに含まれる燃料及び被覆を、各々一体とみなして、軸方向の力学的平衡を近似的に取扱う。

Fig. 3.11の半径方向ノード分割を消して得た、軸方向ノード分割をFig. 3.16に示した。燃料及び被覆の各ノード間の相互作用力をつぎのように定義する。

F_j : j 番目の燃料ノードが、その直ぐ下のノード ($j+1$ 番目) を下方へ押す力

F_{ex} : 1 番目の燃料ノードが、ガスプレナム内の拘束機構から受ける下向き力

R_j : j 番目の燃料ノードが被覆管から受ける下向きの摩擦力

この様な definition は、 $F_1 - F_2$ といふ、 R を定数とする

これらの力は、定義通り下向きに作用している場合に正值をもつものとする。燃料／被覆間の接触圧 $P_{fc, j}$ (j 番目のノードでの値) とともに、これらの力を Fig. 3.16 に示した。

これらの力を用いると、各燃料ノードの軸方向での力学的平衡条件はつぎのように表わせる。

$$\begin{aligned}
 F_{ex} - F_1 &= -R_1 && \text{(最上端ノード)} \\
 F_1 - F_2 &= -R_2 \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 F_{j-1} - F_j &= -R_j \\
 &\vdots \\
 F_{N-1} - F_N &= -R_N && \text{(最下端ノード)}
 \end{aligned}
 \tag{3.53}$$

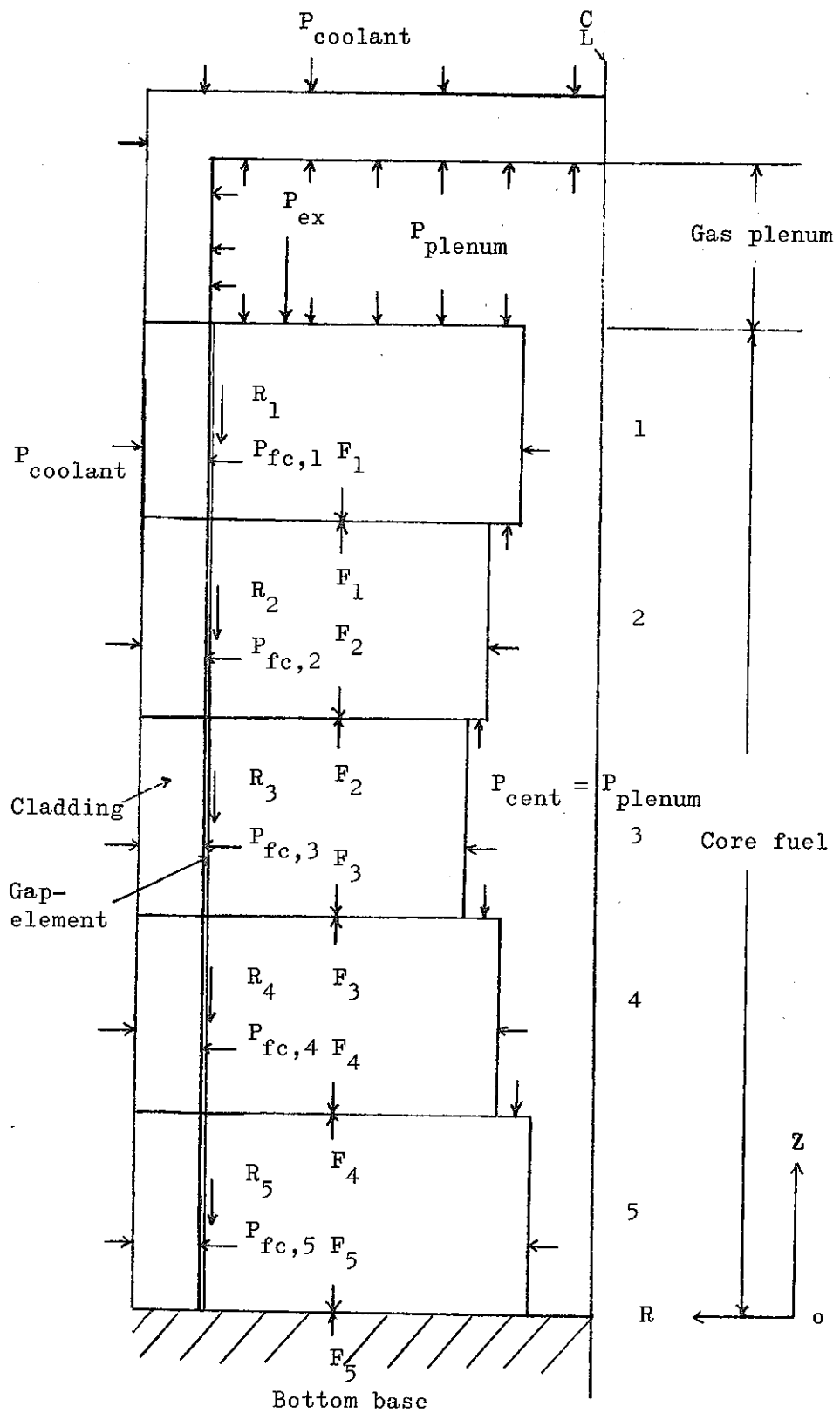


Fig. 3.16 Axial equilibrium with friction forces

$$R_j = 0 \quad \text{if } P_{fc,j} = 0 \quad \left. \vphantom{R_j} \right\} (3.54)$$

$$|R_j| \leq 2\pi \{r_{f,1} + u^1(r_{f,1})\} l_j \cdot \mu P_{fc,j} \quad \text{if } P_{fc,j} \neq 0$$

l_j : j 番目のノード長さ

μ : 燃料 / 被覆間摩擦係数 (一定値を仮定する)

$\{r_{f,1} + u^1(r_{f,1})\}$: j 番目のノードで, 燃料 / 被覆接触時の燃料の半径 (変形前の半径と, 外表面の変位量の和)

式 (3.53), (3.54) を解くために, つぎの仮定をもうける。

1. 燃料 / 被覆間に摩擦力が生じている場合, この摩擦力が式 (3.54) で与えられる最大値までの範囲では, この軸方向ノードの燃料と被覆は等しい軸方向歪みを示す。
2. 摩擦力が式 (3.54) で与えられる最大値を越えようとする場合には, 燃料と被覆間にはスリップが生じ, このノードの燃料と被覆は異なる軸方向歪みを示す。両者の歪みの量は摩擦力をその最大値に設定した場合の値となる。

なお, j 番目のノードが被覆から正值の摩擦力 R_j をうけている場合, この摩擦力を F_{j-1} に加えて得られる $|F_{j-1} + R_j|$ は, このノードが (j+1) 番目のノードからうける力 $|F_j|$ とバランスする。この力をノード j の上・下端面に加えられた軸方向力とみなして, 平面歪み方程式を解く際の軸方向境界条件とする (もし, 摩擦力 R_j が負値の場合は, F_j に加えて得られる $|F_j - R_j|$ を境界条件に用いる。

以上, 本節の前項までに記した方程式の数値解法に必要な計算式の導出は付録 - B に示した。

3.5 平面応力・平面歪み ($R-\theta$) モデル

クラックの入った燃料ペレットと被覆管との間の機械的相互作用で発生する応力集中を評価する場合、クラックの形状、あるいは燃料ペレット表面と被覆管内面の曲率の違いなどの複雑な幾何形状を正確に取り扱う必要がある。このため平面応力・平面歪み ($R-\theta$) モデルにおいては、三角形平板 1 次要素 (要素内で応力・歪が一定) を用いた有限要素法を適用し、クラックを介した燃料ペレット片間、あるいは被覆管と燃料ペレット間における接触状態 (口開き、一体接触、相対すべり) の適否を繰り返し法によって判定し、燃料ピン内の応力・歪みを解析する。

また、変形成分として、弾性歪みのほか、瞬間的な塑性歪み、熱膨脹およびクリープ歪みを考える。塑性・粘弾性 (クリープ) の非線形挙動は、増分理論 (Incremental theory) の手法により、変形過程を出力上昇にあわせて何段階かに分割し、各段階で区分的線形の関係を用いて評価する。その際、弾性状態にある要素の塑性状態への移行 (降伏) の判定に加えて、塑性状態が持続するかどうかを判定し、特にクリープによる応力緩和現象を考慮する。

以下、弾塑性解析、熱膨脹・クリープの取り扱いおよび接触問題の解析方法について詳述する。ただし、有限要素法の基礎的な説明は省略する。

3.5.1 弾塑性解析

応力が降伏状態に達し、塑性変形がはじまると、弾性状態におけるように応力と歪みの線形関係は成立せず、応力増分と歪増分を結ぶ構成方程式が必要になる。本解析モデルでは、Y. Yamada²⁶⁾によって導かれた次の構成方程式を用いる。

$$\{d\sigma\} = [D] \cdot \{d\varepsilon\} \quad (3.55)$$

ここで、 $[D]$ は応力・歪みマトリックスで、弾性あるいは塑性状態に対応して、弾性応力・歪みマトリックス $[D^e]$ あるいは塑性応力・歪みマトリックス $[D^p]$ となる。応力増分ベクトル $\{d\sigma\}$ および歪み増分ベクトル $\{d\varepsilon\}$ は、平面問題（平面応力あるいは平面歪み）において次の様に直交座標系 (x, y, z) の3成分で表示する。

$$\{d\sigma\} = \begin{bmatrix} d\sigma_x \\ d\sigma_y \\ d\tau_{xy} \end{bmatrix}, \quad \{d\varepsilon\} = \begin{bmatrix} d\varepsilon_x \\ d\varepsilon_y \\ d\gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (3.56)$$

他の成分については、 $d\sigma_x, d\sigma_y, d\varepsilon_x, d\varepsilon_y$ を既知として、次の圧縮性の条件式

$$d\varepsilon_x + d\varepsilon_y + d\varepsilon_z = \frac{1-2\nu}{E} \cdot (d\sigma_x + d\sigma_y + d\sigma_z) \quad (3.57)$$

ν : Poisson 比, E : Young 率

を用いて計算する。即ち、平面応力の場合、 $d\sigma_z = 0$ とにおいて $d\varepsilon_x$ を、また平面歪みの場合には $d\varepsilon_z = 0$ とにおいて $d\sigma_z$ を求める。せん断歪み増分 $d\gamma_{yz}, d\gamma_{zx}$ はいずれの場合も零である。なお、応力増分および歪み増分は、(有限)要素の座標を極座標 (R, θ) から (X, Y) 座標に変換することにより、上述のごとく (X, Y) 座標系で解析する。以下、平面応力の場合について定式化する。

式(3.55)にあらわれる応力・歪みマトリックス $[D]$ は、平面応力場では次のように表わすことができる。

弾性状態：

$$[D^e] = E \begin{bmatrix} \frac{1}{1-\nu^2} & \frac{\nu}{1-\nu^2} & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu^2} & \frac{1}{1-\nu^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2(1+\nu)} \end{bmatrix} \quad (3.58)$$

塑性状態：

$$[D^p] = [D^e] - [D'] \quad (3.59)$$

$$[D'] = \frac{1}{S} \begin{bmatrix} S_1^2 & S_1 S_2 & S_1 S_6 \\ S_1 S_2 & S_1^2 & S_2 S_6 \\ S_1 S_2 & S_2 S_6 & S_6^2 \end{bmatrix} \quad (3.60)$$

ただし、

$$S_1 = \frac{E}{1-\nu^2} (\sigma_x' + \nu \sigma_y'), \quad S_2 = \frac{E}{1-\nu^2} (\nu \sigma_x' + \sigma_y'), \quad S_6 = \frac{E}{1+\nu} \tau_{xy}' \quad (3.61)$$

$$S = \frac{4}{9} \bar{\sigma}^2 H' + S_1 \sigma_x' + S_2 \sigma_y' + 2S_6 \tau_{xy}' \quad (3.62)$$

ここで、 σ_x' 、 σ_y' 、 τ_{xy}' は偏差応力、また $\bar{\sigma}$ は相当応力であり、それぞれ次のように表わすことができる（本節では、便宜上、偏差応力・相当応力に対して前節とは異なる記号を用いる）。

$$\sigma_x' = \frac{2\sigma_x - \sigma_y}{3}, \quad \sigma_y' = \frac{2\sigma_y - \sigma_x}{3}, \quad \tau_{xy}' = \tau_{xy} \quad (3.63)$$

$$\bar{\sigma} = (\sigma_x^2 - \sigma_x \sigma_y + \sigma_y^2 + 3\tau_{xy}^2)^{1/2} \quad (3.64)$$

また、 H' は単軸引張りの歪み硬化率である。

式(3.55)を使用する場合、要素が弾性状態にあるか、あるいは塑性状態にあるかを判定する必要があるが、本解析モデルでは von Mises の降伏条件を適

用する。すなわち，平面応力状態 $(\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy})$ に対して式 (3.64) で与えられる相当応力 $\bar{\sigma}$ がある一定の応力 Y に達し，

$$\bar{\sigma} = Y \quad (3.65)$$

が満足されると降伏が始まるものとする。ただし， Y は引張りまたは圧縮の単軸試験で得られる降伏応力を表わし，前節で用いた，ずりの降伏応力 k の $\sqrt{3}$ 倍に対応する。一方，塑性状態にある要素に除荷が生じると塑性状態は持続せず弾性状態へ移る。そこで，塑性状態にある要素に対して相当塑性歪み増分 $d\bar{\sigma}/H'$ を求め，それが負になれば弾性状態に戻るものとして，弾性法則を適用する。相当塑性歪み増分 $d\bar{\sigma}/H'$ は次のように，歪み増分 $\{d\epsilon\}$ ，偏差応力，相当応力，および歪み硬化率 H' により表示することができる。

$$\frac{d\bar{\sigma}}{H'} = \frac{S_1 d\epsilon_x + S_2 d\epsilon_y + S_6 d\tau_{xy}}{\frac{2}{3} - \frac{S}{\bar{\sigma}}} \quad (3.66)$$

S の正值性を利用すれば，除荷の検定は上式の分子の正負によって行なうことができる。

次に式 (3.55) の構成方程式に基づいて導かれる，平面応力場での三角形要素 g の剛性方程式を示す。

$$\{dF_g\} = [K_g] \{d\delta_g\} \quad (3.67)$$

ここで， $\{dF_g\}$ ， $\{d\delta_g\}$ ， $[K_g]$ は，それぞれ三角形要素 g に関する，等価節点力増分ベクトル，節点変位増分ベクトルおよび剛性マトリックスである。さらに剛性マトリックスは次のように表示できる。

$$[K_g] = \bar{t}_\Delta [B_g^*]^T [D] [B_g^*] \quad (3.68)$$

ここで， \bar{t} は三角要素の平均厚さ， Δ は三角形要素の面積である。 Δ および行列 $[B_g^*]$ は，三角形要素の節点 i ， j ， k の座標を用いて次のように表わされる。

$$\Delta = \frac{1}{2} \det \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{vmatrix} \quad (3.69)$$

$$[B^*] = \frac{1}{2\Delta} \begin{bmatrix} y_j - y_k & 0 & y_k - y_i & 0 & y_i - y_j & 0 \\ 0 & x_k - x_j & 0 & x_i - x_k & 0 & x_j - x_i \\ x_k - x_j & y_j - y_k & x_i - x_k & y_k - y_i & x_j - x_i & y_i - y_j \end{bmatrix} \quad (3.70)$$

ただし、 i, j, k の順は反時計まわりに定めるものとする。

式(3.67)により求められる各要素の剛性マトリックスを組合わせて、全体の剛性マトリックスを作成し、既知の拘束条件 $\{dF\}$ を考慮しながら、未知節点変位増分 $\{d\delta\}$ を求める方法は、通常用いられている有限要素法と同様であり、説明は省略する。

各要素の節点変位増分 $\{d\delta_g\}$ が得られると、要素内の歪み増分は $\{d\epsilon_g\}$ および応力増分 $\{d\sigma_g\}$ は、次式により計算することができる。

$$\{d\epsilon_g\} = [B^*]\{d\delta_g\} \quad (3.71)$$

$$\{d\sigma_g\} = [D][B^*]\{d\delta_g\} = [D]\{d\epsilon_g\} \quad (3.72)$$

なお、本解析モデルは、三角形1次要素を使用しているため、要素内で応力・歪みが一定と仮定している。したがって、燃料ビン内のPCMIを解析する場合、燃料ペレットに入ったクラックと被覆管との境界領域に応力集中が発生するため、この領域ではできるだけ要素を細かく分割する必要がある。

3.5.2 熱膨脹およびクリープの取扱い

上述の弾塑性解析において、さらに熱膨脹および粘弾性（クリープ）が共存する場合について考える。

温度変化 $d\theta$ による熱膨脹歪み増分 $\{d\epsilon^\theta\}$ は、 α を線熱膨脹係数として次のように表わすことができる。

$$\{d\epsilon^\theta\} = \begin{bmatrix} d\epsilon_x^\theta \\ d\epsilon_y^\theta \\ dr_{xy}^\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha d\theta \\ \alpha d\theta \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.73)$$

一方、時間 dt でのクリープによる歪み増分 $\{d\epsilon^c\}$ は、Prandtl - Reuss 則を仮定すれば、次のように表わすことができる。

$$\{d\epsilon^c\} = \begin{bmatrix} d\epsilon_x^c \\ d\epsilon_y^c \\ dr_{xy}^c \end{bmatrix} = \frac{dt \cdot \dot{\epsilon}_c}{\bar{\sigma}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{2} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \quad (3.74)$$

ここで、 $\bar{\sigma}$ は式 (3.64) で表わされる相当応力であり、また $\dot{\epsilon}_c$ はクリープ速度を表わし、次の相当応力 $\bar{\sigma}$ による関係式

$$\dot{\epsilon}_c = f(\bar{\sigma}) \quad (3.75)$$

を適用する。

全歪み増分 $\{d\epsilon\}$ は、弾性歪み増分 $\{d\epsilon^e\}$ および塑性歪み増分 $\{d\epsilon^p\}$ に、式 (3.73) および (3.74) で得られる熱膨脹およびクリープによる歪み増分 $\{d\epsilon^\theta\}$ 、 $\{d\epsilon^c\}$ が付加された形となる。

$$\{d\epsilon\} = \{d\epsilon^e\} + \{d\epsilon^p\} + \{d\epsilon^\theta\} + \{d\epsilon^c\} \quad (3.76)$$

この場合、式 (3.55) に対応する構成方程式は次のようになる。

$$\{d\sigma\} = [D] \{d\epsilon\} - \{d\sigma_a\} \quad (3.77)$$

$$\{d\sigma_a\} = 3K\{d\epsilon^\theta\} + [D] \{d\epsilon^c\} \quad (3.78)$$

ここで、 K は体積弾性率である。

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)} \quad (3.79)$$

式(3.77)の右辺第2項は、熱膨脹およびクリープによる見かけの応力と解することができる。このとき、三角形要素 g の剛性方程式は以下のように書ける。

$$\{dF_g\} = [K_g] \{d\delta_g\} - \{dF_g^a\} \quad (3.80)$$

ここで、 $\{dF_g^a\}$ は三角形要素 g に関する見かけの外力増分ベクトルで、次のように表わされる。

$$\{dF_g^a\} = \bar{t} \Delta [B^*]^T \{d\sigma_a\} \quad (3.81)$$

したがって、熱膨脹および粘弾性(クリープ)が共存する場合には、熱膨脹歪み増分 $\{d\epsilon^{\theta}\}$ およびクリープ歪み増分 $\{d\epsilon^c\}$ を用いて見かけ外力増分 $\{dF_g^a\}$ を求め、これを既知の拘束条件 $\{dF\}$ に合成し、未知節点変位増分 $\{d\delta\}$ を求めればよい。

各要素の節点変位増分 $\{d\delta_g\}$ が得られると、要素内の歪み増分 $\{d\epsilon_g\}$ は式(3.71)により、また応力増分 $\{d\sigma_g\}$ は式(3.72)を修正した次式により計算することができる。

$$\{d\sigma_g\} = [D][B^*] \{d\delta_g\} - \{d\sigma_a\} \quad (3.82)$$

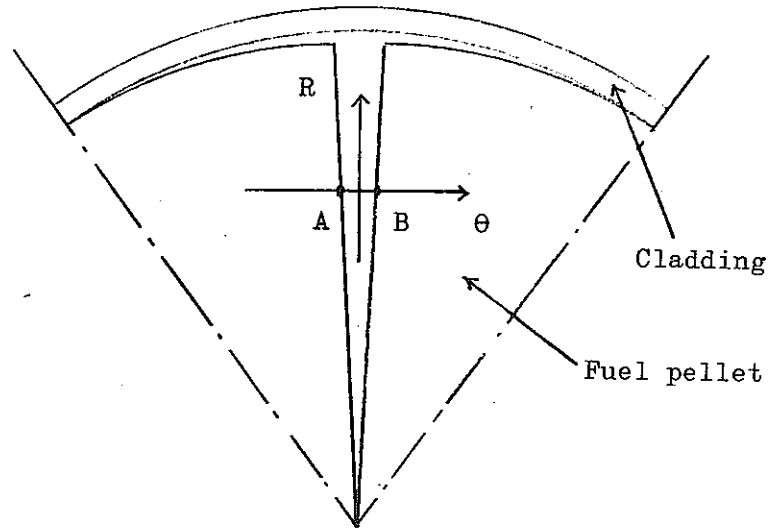
3. 5. 3 摩擦モデルによる接触問題の解析

接触境界面に働く力（境界力）および接触面の変位を定めるには，境界面における力および変位に関する連続条件を導入する必要があるが，接触境界はこれらの境界力および接触面変位の組合わせによって，選択的性質（即ち，口開き，一体接触，相対すべり）をもち，連続条件を設定するためには，真の接触面性質，接触領域を明らかにする必要がある。そこで，まず接触面性質と接触領域を仮定して連続条件を定め，解析後得られる境界力と境界面変位によって，仮定した接触面性質および接触領域の適否を判定し，これらを修正しつつ解析を繰り返すという方法を用いる。

(R- θ) 解析モデル上，問題となる接触領域は，Fig. 3.17 (a) に示したクラックを介した燃料ペレット片間，(Case I) および Fig. 3.17 (b) に示した燃料ペレット表面と被覆管内面間 (Case II) の部分である。これらの領域に対して，接触面性質を判定する条件および接触面での力および変位の連続条件を Table 3.6 および 3.7 に示す。燃料ペレット片の間の接触 (Case I) では，クラックに関して燃料ペレット片は対称と仮定し，相対すべりを考慮していない。

接触面性質を判定した結果決定される接触面での力および変位の連続条件は，有限要素法を用いる場合，節点力増分と変位増分を関係づけた剛性方程式，式 (3.67) あるいは (3.80) を修正することによって考慮することができる。ただし，Table 3.6, 3.7 で示した連続条件は，境界面にたてた法線および接線方向を座標軸にとっているため，(X, Y) 座標系へ変換する必要がある。連続条件の剛性方程式への導入方法については，文献 27 に詳しく示されており，ここでは説明を略す。

(a) Contact between fuel pellet pieces (Case I)



(b) Contact between fuel pellet and cladding (Case II)

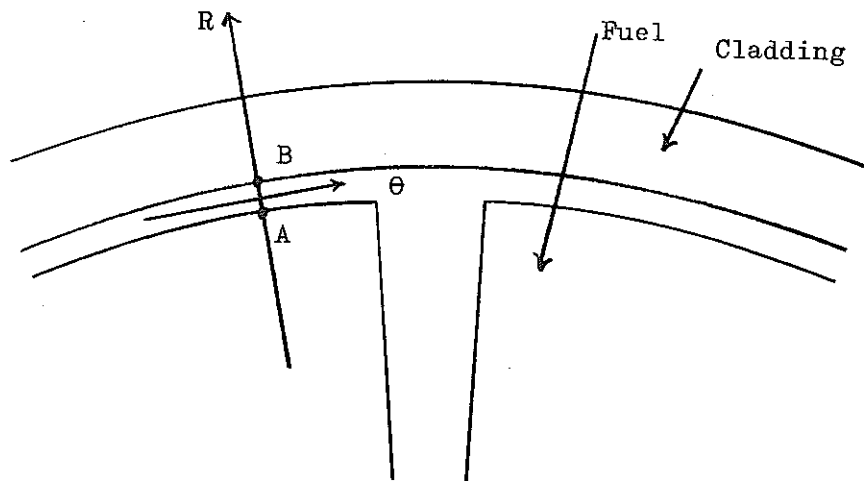


Fig. 3.17 Contact states between fuel pellet pieces, and between fuel pellet and cladding

Table 3.6 States and Continuity conditions on contact surfaces between fuel pellet pieces (Case I)

States of contact surfaces	Conditions for the contact surface states	Continuity conditions on surface forces and displacements
open (no contact)	$-u_A^o + u_B^o > 0$	$dp_A - dp_B = 0$ $dq_A - dq_B = 0$ $p_A^o + dp_A = 0$ $q_A^o + dq_A = 0$
stick	$-u_A^o + u_B^o \leq 0$	$dp_A - dp_B = 0$ $dq_A - dq_B = 0$ $du_A - du_B = 0$ $dv_A - dv_B = 0$

Note: For the definition of the notations, see the notes following Table 3.7.

Table 3.7 States and continuity conditions on contact surfaces between fuel pellet surface and cladding inner surface (Case II)

States of contact surfaces	Conditions for the contact surface states	Continuity conditions on surface forces and displacements
open (no contact)	$p_A^o > 0$	$dp_A - dp_B = 0$ $dq_A - dq_B = 0$ $p_A^o + dp_A = 0$ $q_A^o + dq_A = 0$
stick	$p_A^o < 0$ $ q_A^o \leq \mu p_A^o $	$dp_A - dp_B = 0$ $dq_A - dq_B = 0$ $du_A - du_B = 0$ $dv_A - dv_B = 0$
slip	$p_A^o < 0$ $ q_A^o > \mu p_A^o $	$dp_A - dp_B = 0$ $dq_A - dq_B = 0$ $du_A - du_B = 0$ $ q_A^o + dq_A = \mu p_A^o + dp_A $

Notes: The symbol 'o' denotes the initial value in the incremental analysis, which is integrated from the initial incremental stage to the previous stage

The variables are defined as follows,

- p_A, dp_A : Total and incremental nodal forces of contact point A in azimuthal direction (Case I) or radial direction (Case II),
- q_A, dq_A : Total and incremental nodal forces of contact point A in radial direction (Case I) or azimuthal direction (Case II),
- u_A, du_A : Total and incremental nodal displacements of contact point A in azimuthal direction (Case I) or radial direction (Case II),
- v_A, dv_A : Total and incremental nodal displacements of contact point A in radial direction (Case I) or azimuthal direction (Case II),
- μ : Friction coefficient.

4. PCMI モデルの計算コード・ブロック

前章で、燃料／被覆系の応力・歪み場を記述するための数式モデルを定式化した。一本の燃料ピンの全長にわたる解析を目的とする軸対称モデル（ $(R-Z)$ モデル）及び、燃料／被覆系の周方向の局所的非均一相互作用を評価するための非軸対称モデル（ $(R-\theta)$ モデル）は、いずれも照射挙動コート内の一つのモジュールとして構成する。この場合、ここで構成したPCMIモデルは照射コート内の他のモジュールと種々のデータ交換をもつことになる。その主要なものはつぎのものである。

- (a) 燃料／被覆系の温度分布データ
- (b) 中心空孔及びブレナムのガス圧
- (c) Porosity の拡散挙動と燃料の結晶成長

これらのうち、温度データは燃料／被覆間ギャップ巾または接触圧の大きさを通してPCMIモデルと密接に関係している。この関係は、特に出力変動時にはギャップ・コンダクタンスの評価に際して重要であり、温度計算モデルとPCMIモデル間のフィード・バックを考慮した計算ロジックを必要とする。中心空孔及びブレナムのガス圧は中心空孔及び燃料／被覆間ギャップでの境界圧力条件を設定する際に必要となる。(c)のPorosityの拡散挙動は、燃料内のPorosity分布や中心空孔径の変化を通してPCMIモデルと関係してくる。前章に記したクラック・ボイド体積分布は、これをPorosityとみなす場合、その拡散挙動と関連してくる。

また、ここで構成したPCMIモデルでは燃料及び被覆のスウェリング及びクリープ則は何らかのモデルにより与えられるものとした。

以上の条件のもとで、 $(R-Z)$ モデル及び $(R-\theta)$ モデルのそれぞれ

について，それらの数値計算に必要な計算フローを示す。

4.1 軸対称・平面歪み (R-Z) モデルの計算フロー

このモデルの数値計算法については付録Bに記述した。応力・歪み場の解法には歪み増分法を採用する。Fig 4.1に，付録Bに記した解法に従って計算フローを示した。このフローでは，燃料/被覆間のギャップ状態（ギャップ巾または接触圧）と温度計算モデルとのフィード・バックを考慮しない形で示したが，出力変動時にはギャップ巾または接触圧の計算後，温度分布を評価し直すロジックを導入すれば良いだろう。なお，Fig 4.1では軸方向の平衡を最上端ノードから順に計算する方法をとっており，軸方向力の収束のための繰り返し計算を考えていない。計算時間が長くなることを許せば，軸方向の繰り返しも容易である。

4.2 平面応力・平面歪み (R- θ) モデルの計算フロー

3.5で述べた (R- θ) 解析モデルに基づく計算フローを Fig 4.3に示す。炉のスタートアップ時の出力上昇履歴は，Fig 4.2に示すように，時間に関してステップ状に変化する出力で近似し，各出力状態ごとに増分計算を繰り返す。各出力状態においては，まず熱膨脹を考慮した際の応力・歪み増分を計算する。

計算フローには，3.5で定式化した計算式を付記しているので，内容は容易に理解できると考えられるが，番号を付したブロックについて，さらに補足説明する。

(1) 入力データの読み込みと印刷

入力データとして，要素を構成している節点座標 (R- θ 座標系)，

この頁はPDF化されていません。
内容の閲覧が必要な場合は、技術資料管理
担当箇所では原本冊子を参照して下さい。

点番号および拘束条件のほか，材料定数（縦弾性係数 E ，ポアソン比 ν ，降伏応力 Y ，ひずみ硬化率 H' ）の温度依存を読み込む。さらに，出力上昇履歴として Fig 4.2 に示すように，時間ステップ ΔT （Macro time step）と線出力ステップ ΔP を入力する。

(2) Node Generation

節点相互の結びつきを示す配置表を作成し，また要素剛性マトリックスから全体剛性マトリックスへの転送先を示す表を作成する。

(3) 温度分布

軸対称・平面歪モデルで使用したものと同一の分布を入力する。したがって，同一円周上の節点（あるいは要素）は等温であると仮定する。

(4) 接触面性質の判定

接触面の性質（口開き，一体接触，相対すべり）は，3.5 で述べたように，仮定した接触面性質，接触領域に対して，解析後得られる境界力と境界変位により，その適否を判定し，これらを改良しつつ繰り返し計算する。計算フローでは，この繰り返し計算を熱膨脹を考慮した応力・歪み増分計算の中で行い，クリープを考慮した計算部分では接触面性質の判定を省略し，Macro time step ΔT の期間では接触面性質は変化しないと仮定している。ただし，計算時間上の制約がなければ，Micro time step Δt ごとに接触面性質を判定するものとする。

(5) 全体剛性マトリックスの組み立てあるいは修正

全体剛性マトリックスを全部作り直すのは，Macro time step ΔT ごと，すなわち線出力が変わった時点とする。それ以外の荷重増分ステージでは，弾性状態から塑性状態へ，あるいは塑性状態から除荷に移った直後の要素についてのみ剛性マトリックスを修正する。

各荷重増分ステージでは、変形により節点座標が変化するため、弾性状態を維持している要素の剛性マトリックスは、式(3.58)および(3.68)～(3.70)から明らかのように各荷重増分ステージで変化する。また、塑性状態を維持している要素では、式(3.59)で与えられる塑性応力・歪みマトリックス $[D^P]$ が各荷重増分ステージでの応力状態に依存するため、各ステージごとに剛性マトリックスが変化する。したがって、厳密には、すべての荷重増分ステージで弾性状態あるいは塑性状態を維持している要素についても剛性マトリックスを計算し直す必要があるが、荷重増分が十分小さければ、上述のように弾塑性状態の変化した要素のみを修正する近似法を採っても大きな誤差を生じることはないと考えられる。

(6) 要素の降伏および除荷の判定

各要素について、最初に与えた荷重増分 $\{dF\}$ の何倍の増分を与えれば、その要素が降伏するかを評価する。すなわち、荷重増分 $r\{dF\}$ を与えたとき、考えている要素がちょうど降伏するような r を以下の式により計算する。

$$r = \frac{B + [B^2 + 4A(Y^2 - \bar{\sigma}^2)]^{\frac{1}{2}}}{2A}$$

ここで、 Y は降伏応力、 $\bar{\sigma}$ は式(3.64)で与えられる相当応力、また、 A および B は、荷重増分 $\{dF\}$ が付加されたときに得られる応力増分 $\{d\sigma\}$ を用いて次のように表わされる。

$$A = (d\sigma_x)^2 - (d\sigma_x)(d\sigma_y) + (d\sigma_y)^2 + 3(d\tau_{xy})^2$$

$$B = A - 2\sigma(d\bar{\sigma}) - (d\bar{\sigma})^2$$

すべての弾性要素について上式の r を求め、得られる r の最小値を r_{min}

とする。荷重増分 $r_{\min}\{dF\}$ を与えたとき、 r_{\min} をもつ要素が最初に降伏する。計算フローでは、荷重増分 $\{dF\}$ を与えた結果得られる増分解のすべてを一率に r_{\min} 倍して、その荷重増分ステージにおける解とし、荷重増分を $(1 - r_{\min})\{dF\}$ としてブロック(4)に戻り、 r_{\min} をもつ要素の剛性マトリックスを弾性状態から塑性状態に相当するものに修正し、再計算する。

除荷の場合は、3.5で述べたように、式(3.66)の分子の正負により判定する。特にクリープによる応力・歪み増分の計算においては、クリープによる応力緩和現象が生ずるため、塑性状態にあった要素が除荷により弾性状態へ戻ることが考えられる。

(7) Creep Iteration

クリープによる応力・歪み増分の計算は、Macro time step ΔT を分割した Micro time step Δt ごとに行うが、全体剛性マトリックスは、除荷によって塑性から弾性状態に戻った要素についてのみ修正する。

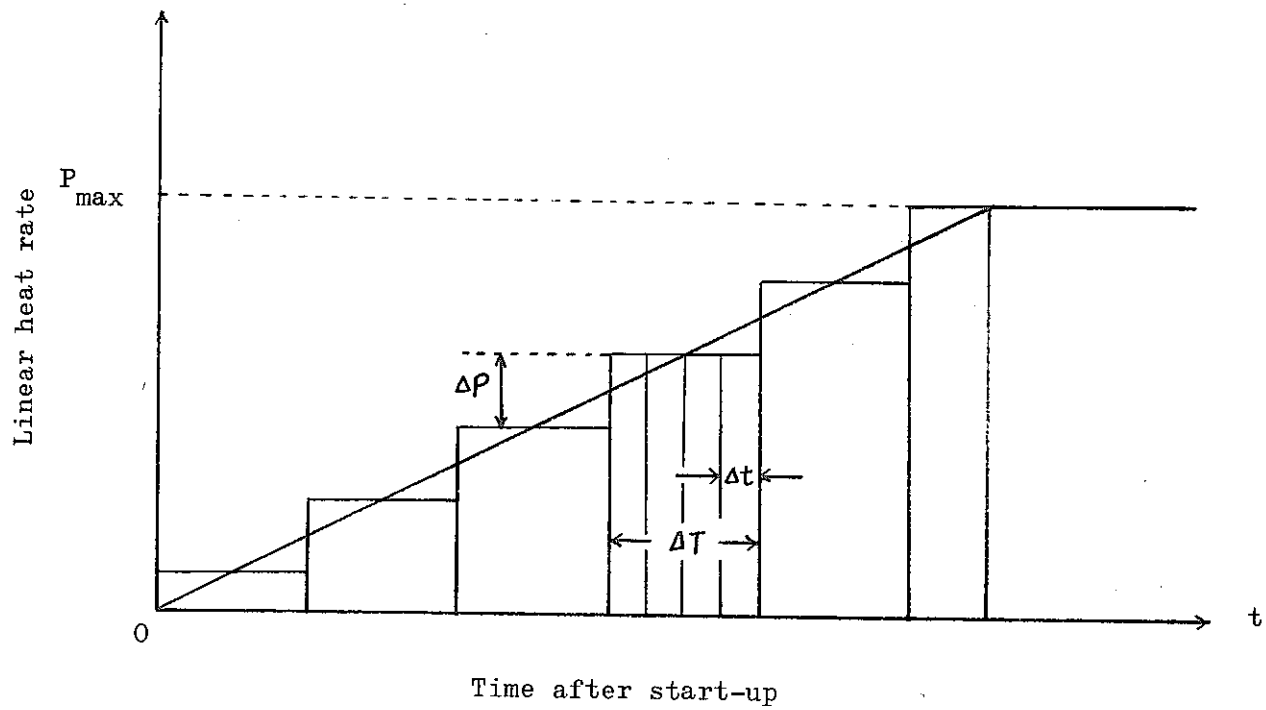


Fig. 4.2 Ramp power change and its approximation by step change

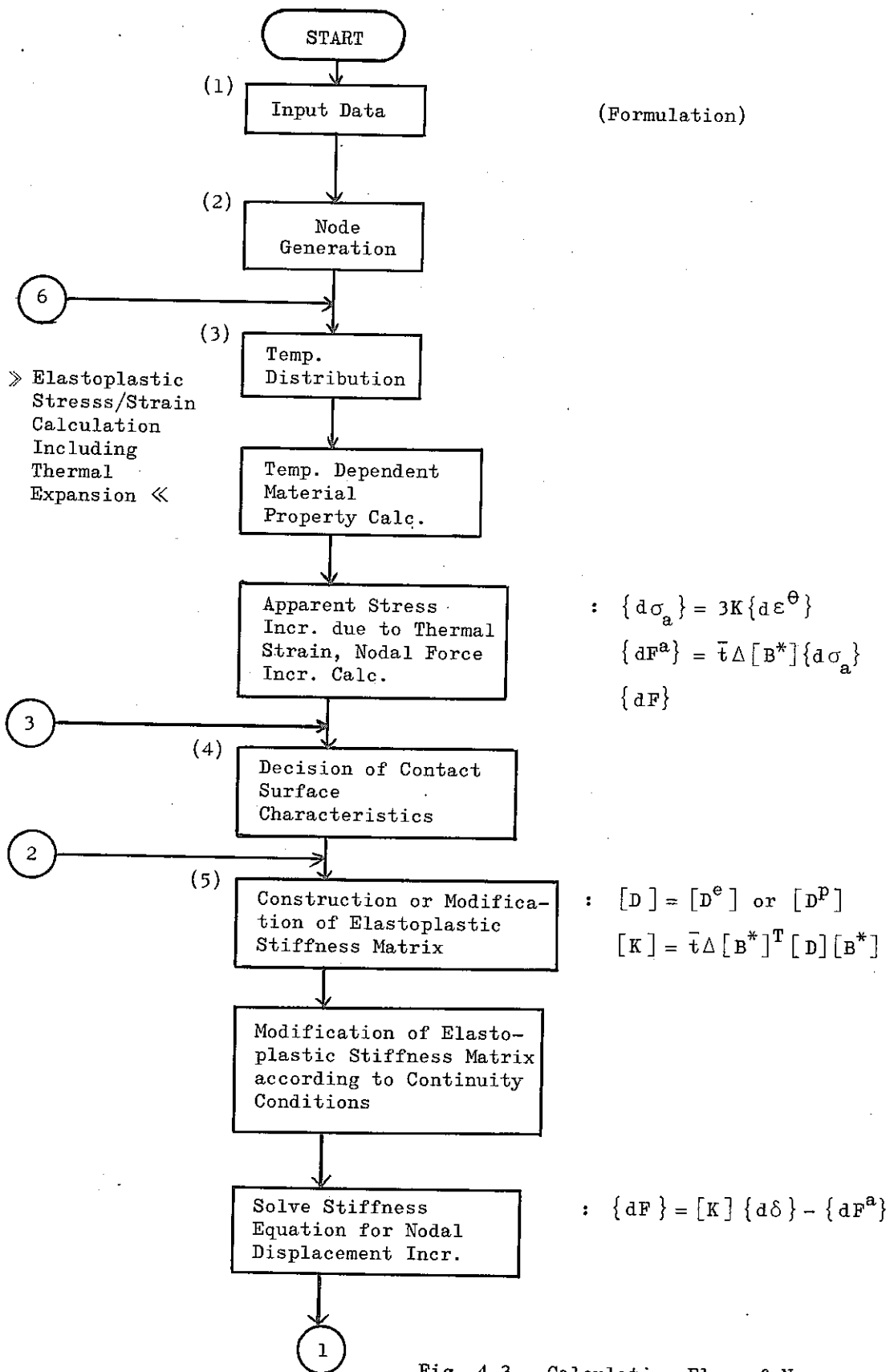
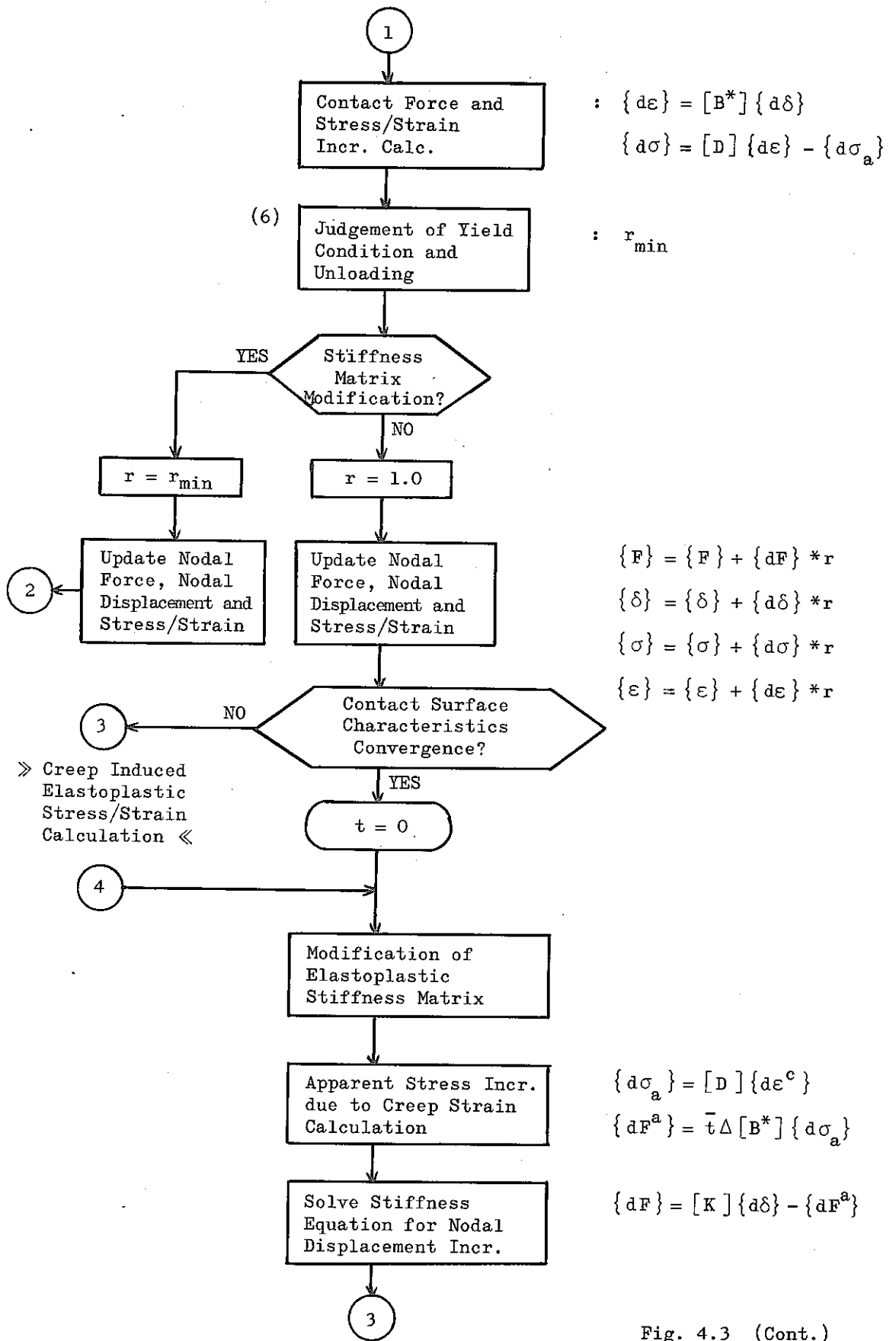
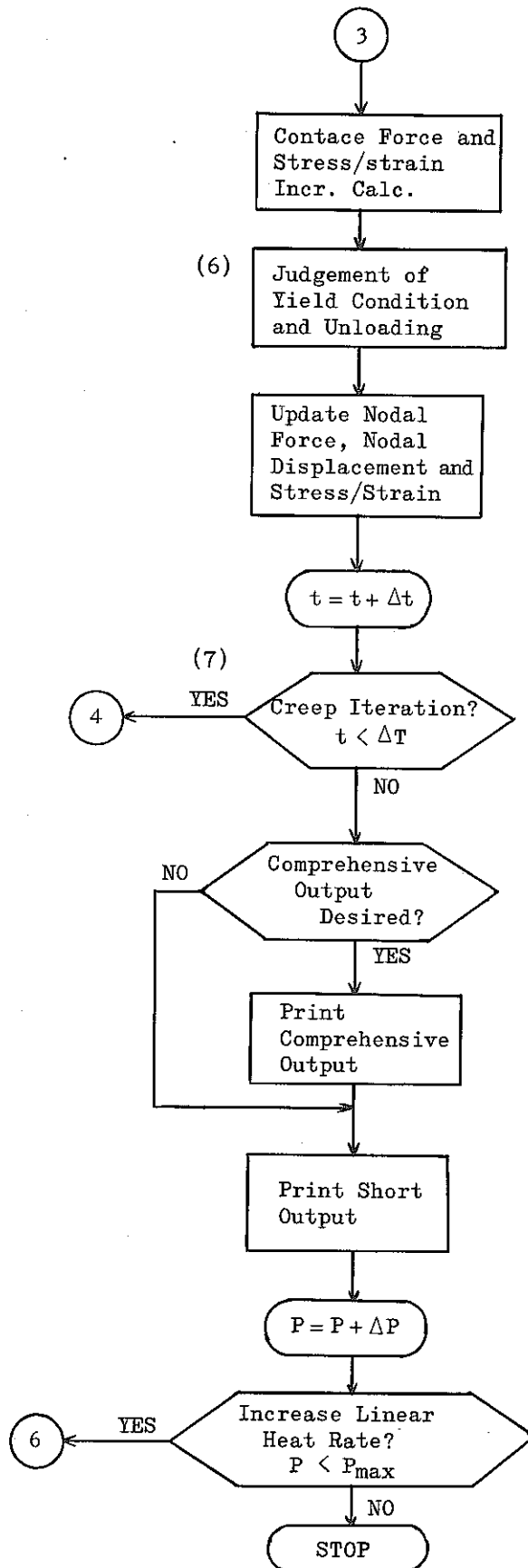


Fig. 4.3 Calculation Flow of Non-axisymmetric (R-θ) model





$$\{d\varepsilon\} = [B^*] \{d\delta\}$$

$$\{d\sigma\} = [D] \{d\varepsilon\} - \{d\sigma_a\}$$

$$\{F\} = \{F\} + \{dF\}$$

$$\{\delta\} = \{\delta\} + \{d\delta\}$$

$$\{\sigma\} = \{\sigma\} + \{d\sigma\}$$

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon\} + \{d\varepsilon\}$$

Δt : micro time step

ΔT : macro time step

ΔP : step of linear heat rate change

Fig. 4.3 (Cont.)

5. PCMI モデル・フィッティングのための炉内・外実験の提案

高速炉用燃料の PCMI が重要になるのは、燃焼度がある程度進んだ時点 (≥ 2 at. %) においてである。第 3 章においてすでに述べたように、燃料ペレットのクラックは、最初のスタート・アップ時の出力上昇中に発生するが、この時点で PCMI が開始するわけではない。燃焼の進行とともに、被覆管のスウェリングをしのぐ燃料ペレットのスウェリングがペレット・被覆間のギャップ巾を減少させ、一方、出力サイクルのくり返しによる燃料ペレットの再配置がペレット径を増加させ、ホット・ギャップが閉じた時点で PCMI が開始する。PCMI による燃料ペレット、被覆管の挙動を調べるには、次の物理量を評価する必要がある。

- (1) 燃料ペレット内の温度分布。
- (2) 燃料ペレットおよび被覆管のスウェリング。
- (3) 燃料ペレットの再配置による外径変化。
- (4) 燃料ペレットの金相および幾何学形状。
- (5) 燃料ペレットおよび被覆管の歪み。

これらの物理量を評価するには、燃料の炉内照射実験および照射後試験が不可欠である。しかしながら、炉内実験、照射後試験は実施に当って長期間を必要とするので、炉外で PCMI を模擬する実験を行うのが便利である。炉外実験では上にあげた項目のうち(1)、(3)、(4)、(5)に関する測定が可能である。ただし、炉外実験で使用される燃料ピンは未照射であり、ペレットおよび被覆管の物理的性質が炉内実験のものと異なること、炉内における燃料ピン内温度分布が炉外では必ずしも再現されないことなど、実験条件に差が存在することに注意すべきである。

以下に PCMI モデルをフィッティングするための炉内実験、照射後試験お

よび炉外実験について述べる。ただし、実験方法は原子炉の炉内計装、測定装置等に依存するので、ここではふれないことにし、実施可能と考えられる実験項目およびその概要を述べるにとどめる。

5.1 炉内実験

(1) 燃料ペレットおよび被覆管の温度測定

燃料ペレットの熱膨脹を評価するには、ペレット内の温度分布を精度よく求めることが重要である。

燃料ペレットの中心軸部および側表面に熱電対を取り付け、種々の燃焼度および線出力密度におけるペレット中心温度、表面温度を測定する。

(2) 被覆管の周方向歪みおよび軸方向歪みの測定

種々の燃焼度をもつ燃料ピンの、出力上昇時およびその後の定常出力状態時の被覆管周方向歪みおよび軸方向歪みを測定する。この結果から、PCMIが開始する線出力密度と燃焼度の関係、PCMIによる被覆管歪み、ペレットのクリープ速度を評価することができる。種々の出力上昇速度、種々の線出力密度（定常出力状態時の）に対して測定を行う。

(3) 照射後試験

(a) 燃料ペレットの金相試験

燃料ペレットの柱状晶、等軸晶の各結晶成長領域、未結晶領域を照射後試験により明らかにする必要がある。この結果は、同時に、燃料ペレット内の温度分布の推定に利用される。

(b) 燃料ペレットの形状観察

($R-\theta$)モデルでは燃料ペレットに生じるクラック・パターンを何らかの方法で知る必要がある。ペレットのクラック・パターンは照射時

の線出力密度に依存するので、種々の線出力密度に対するクラック・パターンを観察することが重要である。(R-Z)モデルでは、クラック部の体積を考慮に入れ実効的なペレット外径を決定することが必要である。

また、種々の燃焼度をもつ燃料ピンのペレット外径、中心空孔径、ペレット内のクラックおよび Porosity 分布を測定し、解析モデルに含まれるパラメータの決定に利用する。

(c) 被覆管外径測定

被覆管の外径を測定し、この値から被覆管のスウェリング量を引き去って、PCMIにより被覆管に生じた永久歪みを求める。この量はモデル解析により計算した被覆管永久歪みと比較される。

5.2 炉外実験

炉外実験で人為的にPCMIを発生させるには、燃料ピンのペレット・被覆管のギャップ幅を通常のものより小さくすればよい。炉外で高温を得るために燃料ペレットの中心軸部にヒーターを取り付ける。このヒーターで燃料ペレットを加熱し、燃料ピン表面を冷却することにより燃料ピン内の温度勾配を作り、PCMIを発生させる。

(1) 被覆管の周方向歪みおよび軸方向歪みの測定

燃料ペレットの中心温度を変化させ、被覆管の周方向歪みおよび軸方向歪みを測定する。これにより、PCMIによる歪みおよび燃料のクリープ速度を評価する。

また、加熱・冷却サイクルをくり返した後の、PCMIが開始するときの燃料ペレット中心温度を測定する。これにより、加熱・冷却サイクルのくり返しによる燃料ペレットの再配置の進行の様子を評価する。

(2) 燃料ペレット外径測定

可視光線を透過する被覆管を使用した燃料ビンに対し加熱・冷却サイクルをくり返し、燃料ペレットの外径を測定する。この実験により、直接燃料ペレットの割れおよび再配置の進行過程を見ることができただけでなく、加熱・冷却サイクルのくり返し回数と燃料ペレットの外径の関係を明らかにすることが可能である。燃料ペレット外径を測定するにはX線の使用も考えられる。

以上の実験項目を Table 5.1 にまとめた。同表には、測定に当たって変化させるパラメータ、および PCMI モデルと対比（比較）する項目を同時に挙げておいた。

Table 5.1 Proposal of In-Reactor and Out-of-Reactor Experiments for Testing PCMI Models

	測定・観測項目	変化させる パラメータ	モデルと対比する項目
炉 内 実 験	被覆管周方向歪み	出力上昇速度 線出力密度 燃焼度	PCMIによる被覆管周方向歪み 燃料クリープ速度
	被覆管軸方向歪み	出力上昇速度 線出力密度 燃焼度	PCMIによる被覆管軸方向歪み 燃料クリープ速度
照 射 後 試 験	燃料ペレット形状	照射時の線出 力密度 燃焼度	燃料ペレットのクラック・パター ン，空孔分布 燃料ペレット外径および中心空 孔径
	被覆管歪み	照射時の線出 力密度	PCMIによる被覆管永久歪み
炉 外 実 験	被覆管周方向歪み	中心温度	PCMIによる被覆管周方向歪み 燃料クリープ速度
	被覆管軸方向歪み	中心温度	PCMIによる被覆管軸方向歪み 燃料クリープ速度
	燃料ペレット外径	中心温度 加熱・冷却サ イクル数	燃料ペレットのクラック・再配 置による外径変化

6. 結 言

高速炉燃料ピンのペレットと被覆管の機械的相互作用（PCMI）を記述するモデルを開発した。モデルの特徴はつぎのとおりである。

(1) ペレット／被覆系の応力・歪み場の記述は、

- 軸対称・平面歪み近似による円柱モデル
及び
- 非軸対称・平面歪み，または平面応力近似による
($R - \theta$)モデル（有限要素法）

の二つのモデルによる。 $(R - \theta)$ モデルは、炉の出力変動時に予期される強いPCMIの記述を意図しており、前者の円柱モデルを補足する。

(2) 強いPCMI発生時に予期される、短期的な塑性変形モードを考慮するため、（クリープ歪みの他に）塑性歪みも含めた。

これらのモデルを計算コード化するための準備も行った。さらにPCMIモデルの実験データとのフィッティングに必要と考えられる炉内・炉外実験を提案した。

7. 参 考 文 献

- 1) V. Z. Jankus, R. W. Weeks: LIFE - II — A Computer Analysis of Fast - Reactor Fuel - Element Behavior as a Function of Reactor Operating History, Nuclear Engineering and Design, Vol. 18, pp.83-96, 1972
- 2) B. L. Harbourne, M. S. Beck, J. P. Foster, A. Biancheria : The Development of CYGRO-F for Fuel Rod Behavior Analysis, Nuclear Technology, Vol. 16, pp.156-170, 1972
- 3) S. Oldberg, Jr. : BEHAVE-2: Oxide Fuel Performance Code in Two Spatial Dimensions and Time, GEAP-13788, 89P., 1972
- 4) H. Kämpf, H. Elbel, F. Depisch: Das Rechenprogramm SATURN 1a für Brennstäbe, KFK-1575, 57P., 1972
- 5) M. Guyette: CRASH — A Computer Program for the Evaluation of the Creep and Plastic Behavior of Fuel-Pin Sheaths, Nuclear Application and Technology, Vol. 9, pp.60-69, 1970
- 6) J. Wordsworth: IAMBUS-1 — A Digital Computer Code for the Design, In-Pile Performance Prediction and Post-Irradiation Analysis of Arbitrary Fuel Rods, Nuclear Engineering and Design, Vol. 31, pp.309-336, 1974
- 7) R. A. Valentin, J. J. Carey: Thermal Stresses and Displacements in Finite, Heat-Generating Circular Cylinders, Nuclear Engineering and Design, Vol. 12, pp.277-290, 1970
- 8) J. R. Matthews: Thermal Stress in a Finite Heat Generating Cylinder, Nuclear Engineering and Design, Vol. 12, pp.291-296, 1970
- 9) N. Kjaer-Pedersen: Mathematical Description of WAFER-1, A Three-Dimensional Code for LWR Fuel Performance Analysis, Nuclear Engineering and Design, Vol. 35, pp.387-398, 1975

- 10) B. S. Johansen, N. Kjaer-Pedersen: A Comparison of Finite Element Versus Semi-Analysis Methods in Fuel Modeling, Enlarged Halden Programme Group Meeting, 7P, 1974
- 11) F. Depisch, D. Göbel, K. Guse, H. Elbel: Die Spannungsmäßige Behandlung Von Gerissenem Brennstoff Bei Mechanischer Wechselwirkung Durch Leistungsrampen Mit Der Hülle Von LWR-Brennstäben, 2nd Int. Conf. on Structural Mechanics in Reactor Technology, C3/2, 1973
- 12) K. Kummerer: General Characteristics of Fast Reactor Fuel Pins, Trans. ANS, Vol. 20 pp.301-302, 1975
- 13) W. Dienst, K. Ehrlich: Material Problems in Oxide Fuel Pins for Fast Breeder Reactors, Trans. ANS, Vol. 20, pp.238-239, 1975
- 14) Francois Anselin et al.: Irradiation Behavior of the Mixed-Oxide Driver Fuel Elements of Rapsodie-Fortissimo, Trans. ANS. Vol. 20, pp.238, 1975
- 15) J. D. B. Lambert et al.: Performance of Mixed-Oxide Fuel Elements ANL Experience, Proc. Fast Reactor Fuel-Element Technology, pp.517, New Orleans, 1971
- 16) B. F. Rubin et al.: Fuel-Cladding Mechanical Interaction in LMFBR Fuel Rods, Nucl. Technol., Vol. 16, pp.89, 1972
- 17) D. S. Dutt et al.: Modeling of the Post-Irradiation Fuel-Cladding Gap in Mixed-Oxide Fuels, HEDL-TME 74-19, 1974
- 18) D. Brucklacher, W. Dienst: Experimental Results on the Mechanical Interaction between Oxide Fuel and Cladding, IAEA-SM-173/31, 1974
- 19) B. Burton: Prediction of Creep Behaviour from Diffusion Data in UO_2 Nuclear Fuel, IAEA-SM-190/70, pp.415-434, 1974
- 20) R. F. Hilbert et al.: Evaluation of Material Property Correlations Used in LIFE-II, GEAP-13967, 30P., 1973

- 21) R. J. Jackson et al.: Correlation of Creep and Swelling with Fuel Pin Performance, Trans. ANS, Vol. 22, pp.184, 1975
- 22) J. T. A. Roberts, B. J. Wrona: Deformation and Fracture of UO_2 -20wt% PuO_2 , ANL-7945, 1972
- 23) WAPD-TM-652
- 24) G. G. Trantina, J. T. A. Roberts: Fracture Mechanics of Ceramics, Plenum Press, pp.780-789
- 25) J. H. Gittus: Theoretical Analysis of Some Forces, Stresses and Strains Produced in Nuclear Fuel Element Cladding by the Expansion of Fuel and Cladding Materials, TRG Report 1547(S), UKAEA, 1967
- 26) 山田嘉昭 ; 塑性・粘性, 初版, 培風館, 東京, 240P. 1973
- 27) 葛 紀夫, 山地成一: 接触問題の有限要素解析法に関する研究, 日本機械学会誌, 第76巻 第651号. PP.40~50, 1973
- 28) H. G. Landau, J. H. Weiner and E. E. Zwicky, Jr.: Thermal Stress in a Viscoelastic-Plastic Plate with Temperature Dependent Yield Stress, Journal of Applied Mechanics, Vol. 27, pp.297, 1960
- 29) H. G. Landau and E. E. Zwicky, Jr.: Transient and Residual Thermal Stresses in an Elastic-Plastic Cylinder, Journal of Applied Mechanics, Vol. 27, pp.481, 1960
- 30) F. E. Bard, Jr.: PECT-I, A FORTRAN IV Computer Program to Determine the Plastic-Elastic Creep and Thermal Deformations in Thick-Walled Cylinders, BNWL-1171, UC-80, 41p., 1969
- 31) A. Watanabe: The DEFORM-II: Mathematical Analysis of Elastic, Viscous, and Plastic Deformations of a Reactor Fuel Pin, ANL-8041, 33p., 1973
- 32) Yu. N. Rabotnov: Creep Problems in Structural Members, pp.59 - 109, North-Holland Publishing Comp., 1969

8. 付 録

A. クラック ペレットに対する実効弾性定数

ペレット内の応力・歪み場を軸対称近似で扱う場合、ペレットに半径方向クラックが生じた状態は厳密には記述できない。3.3節で、円柱モデル（(R-Z)モデル）によるペレットの初期クラックを模擬する方法として、クラックしたペレットに対して等価弾性定数の導入を提案した。この考え方は、LIFE-IIの初期の段階¹⁾（1972年）で用いられている。クラック条件を規定する温度 T_c (Brittle-to-ductile temperature) とペレットの破壊強度 σ_F を測定した実験の文献 22 (ANL-7945, June 1972) でも、LIFE-II の、このようなクラック・モデルに関する記述がある。このモデルは、クラックが一個生じたペレットを、後述する条件のもとで等価な等方的連続体とみなす際に、このペレットに等価（または、修正された）弾性定を次式により与えている。

$$\nu^{\text{new}} = \frac{\nu}{2+\nu} \quad (\text{A-1})$$

$$E^{\text{new}} = \frac{2}{3} \frac{2-\nu}{2+\nu} \frac{E}{1-\nu} \quad (\text{A-2})$$

ν : Poisson 比

E : Young 率

添字 new を等価弾性定数につけた

式 (A-1), (A-2) は $\nu \ll 1$ (実際には $\nu \sim 0.3$ だが) の場合にはつぎのようにかける。

$$\nu^{\text{new}} \cong \frac{1}{2} \nu \quad (\text{A-3})$$

$$E^{\text{new}} \cong \frac{2}{3} E \quad (\text{A-4})$$

式 (A-3), (A-4) の手順をクラック数の増大にともなって適用すると, 全体で N 個のクラックをもつペレットに対して, この方法は次式の等価弾性定数を与える。

$$\nu^c = \nu \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^N \quad (\text{A-5})$$

$$E^c = E \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^N \quad (\text{A-6})$$

従って, N の増大とともに, 等価な Poisson 比及び Young 率はいずれも漸近的にゼロに近づく。この結果を, 仮に物理的に解釈すると (物理的解釈を適用することが正しいか否かは疑問である。何故ならば, ここでの等価弾性定数の定義は多分に数字的だからである), クラック発生による Young 率の減少は理解できるが, Poisson 比がゼロに漸近するのは理解できない。

3.3 節で導入した, 等価弾性定数 (Lame の定数: λ, μ) は以下のように得た。

等方体に対する一般的な Hooke の方程式は次式のようにかける。

$$\sigma_{ij} = 3\lambda \epsilon \delta_{ij} + 2\mu \epsilon_{ij}, \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (\text{A-7})$$

σ_{ij} : 応力テンソル

ϵ_{ij} : 歪みテンソル

δ_{ij} : Kronecker delta

$$\varepsilon : \text{平均歪み}, \quad \varepsilon = \frac{1}{3}(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33})$$

λ, μ : Laméの定数

Laméの定数 λ, μ は, E, ν を用いれば次式のようにかける

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (\text{A-8})$$

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (\text{A-9})$$

軸対称・平面歪み近似の仮定から, 円柱座標系での Hooke の方程式は, 応力及び歪みテンソルの主軸成分だけの関係式となる(等方体の仮定も~~も~~含む)。めて)。

$$\sigma_j = 3\lambda\varepsilon + 2\mu\varepsilon_j, \quad (j = r, \theta, z) \quad (\text{A-10})$$

σ_j, ε_j : 応力・歪みの主軸成分

簡単のために, ペレットの Z 軸に垂直な面にクラックが一個生じた場合を考える。このペレットの応力・歪み関係は式(A-10)と, クラックの条件から, つぎのようにかける。

$$\sigma_j = 3\lambda\varepsilon + 2\mu\varepsilon_j, \quad (j = r, \theta) \quad (\text{A-11})$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z &= 3\lambda\varepsilon + 2\mu\varepsilon_z \\ &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{A-12})$$

Z 軸に垂直な面にクラックの生じたペレット(式(A-11), (A-12))を, あたかもクラックの生じていない等方体とみなし, その応力・歪み関係式を Hooke の法則(A-10)で表わしてみる。

$$\sigma'_j = 3\lambda'\varepsilon + 2\mu'\varepsilon_j, \quad (j = r, \theta, z) \quad (\text{A-13})$$

式(A-13)で, ダッシュを添えた量はクラックの生じていない等価なペレツ

トに関する量である。λ' 及び μ' が求めるべき等価弾性定数となる。式(A-11), (A-12), と式(A-13)で等しい歪み, ε_j に対して (LIFE-II の考え方に従って),

$$D = \overline{(\sigma_r' - \sigma_r)^2} + \overline{(\sigma_\theta' - \sigma_\theta)^2} + \overline{(\sigma_z' - \sigma_z)^2} \quad (A-14)$$

を最小とする λ', μ' を等価弾性定数として採用する (但し, LIFE-II では, D を最少とする E', ν' を等価弾性定数としている。式(A-8), (A-9) からわかるように, 両者は同じ結果を与えない)。式(A-14)で, 右辺の量につけた一は, 種々の歪み, ε_j に対する平均操作を表わす。この平均に際して, ε_j は正負の値を同じ確率でとり得るものと仮定する。

式(A-14)の D を最小にすることは, 物理的には, 両系における主応力の差 (式(A-14)の意味で) を最小にすることに対応している。

式(A-14)へ式(A-11), (A-12), (A-13) を代入し, 歪み, ε_j に関する平均操作で下記の条件式を用いる。

$$\overline{\varepsilon_i \cdot \varepsilon_j} = 0 \quad (i \neq j) \quad (A-15)$$

$$\overline{\varepsilon_r^2} = \overline{\varepsilon_\theta^2} = \overline{\varepsilon_z^2} \quad (A-16)$$

その結果, 式(A-14)の D は次式のようにかける。

$$D = \left\{ 2(\lambda' - \lambda)^2 + \lambda'^2 + \frac{8}{3}(\lambda' - \lambda)(\mu' - \mu) + \frac{4}{3}\lambda'\mu' + \frac{8}{3}(\mu' - \mu)^2 + \frac{4}{3}\mu'^2 \right\} 9\overline{\varepsilon^2} \quad (A-17)$$

式(A-17)の D (λ', μ') の極値条件から,

$$\frac{\partial D}{\partial \lambda'} = 0$$

$$\left. \begin{aligned} D &= D(A, B) \\ A &= A(x, y) \\ B &= B(x, y) \end{aligned} \right\} (A-18)$$

$$\frac{\partial D}{\partial X} = \frac{\partial D}{\partial A} \cdot \frac{\partial A}{\partial X}$$

$$\frac{\partial D}{\partial \mu'} = 0 \quad (\text{A-19})$$

式 (A-17) を用いて, (A-18), (A-19) を解くと, λ' , μ' として次式を得る。

$$\lambda' = \frac{4}{3} \lambda \quad (\text{A-20})$$

$$\mu' = \frac{2}{3} \mu \quad (\text{A-21})$$

式 (A-20), (A-21) を 3.3 節 (式 (3.10), (3.11)) で用いた。

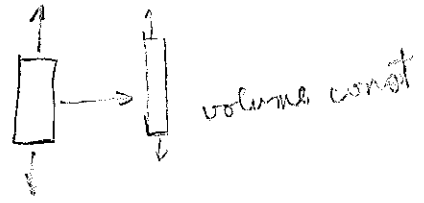
上で得た, (λ', μ') と (λ, μ) の関係を, 式 (A-8), (A-9) により, Poisson 比, Young 率の関係式に直すと, つぎのようになる。

$$\nu' = \frac{2\nu}{1+2\nu} \quad (\text{A-22})$$

$$E' = \frac{2}{3} \cdot \frac{E}{1+\nu} \left\{ \frac{1+4\nu}{1+2\nu} \right\} \quad (\text{A-23})$$

実在する弾性体は常に $1/2$ 以下の Poisson 比をもつ。これを考慮すると, クラック数の増大にともなって, 式 (A-22) によって Poisson 比が変化する場合, ν' は漸近的に $1/2$ に近づく (もし, 初期の ν が $1/2$ 以上であるとする と, $\nu' \rightarrow 1.0$ となる。しかし, $\nu > 1/2$ は負の体積弾性率を意味し, 物理的には考えられない)。 ν' が有限な値にとどまることを考慮すると, 式 (A-23) より E' はクラック数の増大にともなって $E' \rightarrow 0$ となることがわかる (式 (A-23) の右辺の因子, $2/3$ による)。

前述したように ν' , E' の物理的な解釈には限界があるが, ここで得た ν' , E' (または, 対応する λ' , μ') は, つぎのように解釈できると思われる。即



ち、クラック数の増大にともない、

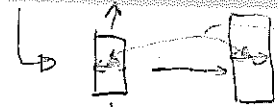
$\nu' \rightarrow 1/2$: 等価な等方体は非圧縮性に近づく。

$\mu' \rightarrow 0$ (or $E' \rightarrow 0$) : 等価な等方体は、Shearing Stressに対して非常に弱くなる。

この結果を、LIFE-IIによる ν' 、 E' (式(A-1)、(A-2))と比較すると、式(A-1)、(A-2)の定義では、クラック数の増大にともない、

$E' \rightarrow 0$ (or $\mu' \rightarrow 0$) : 等価な等方体は、Shearing Stressに対して非常に弱くなる。

$\nu' \rightarrow 0$: 等価な等方体は、非常に小さな体積弾性率をもつようになる。



$\nu' \rightarrow 0$ に対する上の記述は、体積弾性率、 K' が次式で与えられることと、 E' 、 $\nu' \rightarrow 0$ の結果による。

$$K' = \frac{E'}{3(1-2\nu')} \quad (A-24)$$

B. 軸対称・平面歪み場方程式の解法

3.4節に記した軸対称平面歪み場の基礎方程式のセットでは、被覆及び燃料の塑性変形の記述に、塑性歪み速度(Plastic strain rate)と偏差応力に比例関係を仮定する、塑性流れモデル(Plastic flow theory)を適用した。その結果、方程式のセットは、燃料ピンの過渡変形挙動モデルで用いられるもの(但し、軸対称・平面歪み近似を採用したモデル)と同一の形式となっている。

以下では応力・歪み場方程式の数値解法に便利な形の方程式群を導出するが、それらの導出に際してH.G. Landan and E.E. Zwicky, Jr^{28),29)}, E.E. Bard,

どちらが正しいか判断できない。

Jr による PECT-1³⁰⁾ 及び A. Watanabe による DEFORM-II³¹⁾ などの方法を参考にしている。

B.1 応力・歪み場の，平均及び偏差成分による記述

クリープ変形及び塑性流れの記述では，これらの変形が応力場の偏差成分にのみ起因する，と仮定した。また，これらの変形に際して体積が保存されることも仮定した。従って，応力・歪み場をその平均成分 (Mean stress and strain) と偏差成分 (Deviatoric stress and strain) で記述するのが便利である。

(1) 歪み場

式 (3.27) で与えた全歪み ϵ_i ($i = r, \theta, z$) の平均・偏差成分は次式で定義される。

$$\text{平均歪み: } \epsilon = \frac{1}{3} (\epsilon_r + \epsilon_\theta + \epsilon_z) \quad (\text{B-1})$$

$$\text{偏差成分: } e_i = \epsilon_i - \epsilon, \quad (i = r, \theta, z) \quad (\text{B-2})$$

同様の表現が，式 (3.27) の右辺の，歪みに寄与するメカニズムごとの成分に対しても定義できる。即ち，成分 g に対して，

$$\text{平均歪み: } \epsilon^g = \frac{1}{3} (\epsilon_r^g + \epsilon_\theta^g + \epsilon_z^g) \quad (\text{B-3})$$

$$\text{偏差成分: } e_i^g = \epsilon_i^g - \epsilon^g, \quad (i = r, \theta, z) \quad (\text{B-4})$$

但し，成分を表わす添字 g にはつぎのものを用いる。

g : E : 弾性変形

P : 塑性変形

C : クリープ変形

S : スウェリング変形

TH: 熱膨脹

塑性変形及びクリープ変形に対する体積保存の条件は (微小変位の仮定に

もとづき) 次式で与えられる。

$$\epsilon^P = 0 \quad (B-5)$$

$$\epsilon^C = 0 \quad (B-6)$$

また、スウェリング及び熱膨脹による変形を等方的と仮定したが、その条件は次式で表わされる。

$$e_i^S = 0, \quad (i=r, \theta, z) \quad (B-7)$$

$$e_i^{TH} = 0, \quad (i=r, \theta, z) \quad (B-8)$$

式(B-7), (B-8) はつぎのようにもかける。

$$\begin{aligned} \epsilon_i^S &= \epsilon^S \\ &= \frac{1}{3} (\Delta v / v)^S \end{aligned} \quad (B-9)$$

$$\begin{aligned} \epsilon_i^{TH} &= \epsilon^{TH} \\ &= \frac{1}{3} [3 \alpha T] \end{aligned} \quad (B-10)$$

従って、全歪み, ϵ , e_i は、これらの成分 g を用いてつぎのように表わせる。

$$\epsilon = \epsilon^E + \epsilon^S + \epsilon^{TH} \quad (B-11)$$

$$e_i = e_i^E + e_i^P + e_i^C, \quad (i=r, \theta, z) \quad (B-12)$$

また、式(B-2) より、

$$e_i = \{ \epsilon^E + \epsilon^S + \epsilon^{TH} \} + \{ e_i^E + e_i^P + e_i^C \}, \quad (i=r, \theta, z) \quad (B-13)$$

(2) 応力場

応力場の主軸成分, $\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z$ に対して, 平均・偏差成分は次式で定義される。

$$\text{平均応力: } \sigma = \frac{1}{3}(\sigma_r + \sigma_\theta + \sigma_z) \quad (\text{B-14})$$

$$\text{偏差成分: } s_i = \sigma_i - \sigma, \quad (i=r, \theta, z) \quad (\text{B-15})$$

後に, これらの平均・偏差成分変数から, さらに計算上便利な変数へ変換するが, ここで 応力・歪み関係式を平均・偏差成分で表わしておく。

弾性変形 (Hooke's Law, 式 (3.31)):

$$\epsilon E = \frac{\sigma}{3K} \quad (\text{B-16})$$

$$\epsilon_i E = \frac{1}{2G} s_i \quad (i=r, \theta, z) \quad (\text{B-17})$$

K : elastic bulk modulus

G : elastic shear modulus

弾性定数, K, G は Young 率, E 及び Poisson 比, ν を用いると次式で表わせる。

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)} \quad (\text{B-18})$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (\text{B-19})$$

クリープ変形 (式 (3.32)):

$$\dot{\epsilon}_i^c = \frac{3}{2} \frac{\dot{\epsilon}_{eq}^c}{\sigma_{eq}} s_i, \quad (i=r, \theta, z) \quad (\text{B-20})$$

$\dot{\epsilon}_{eq}^c$ 及び σ_{eq} は式 (3.34), (3.33) で定義されるが,

$$\dot{\epsilon}_i^c - \dot{\epsilon}_j^c \equiv \dot{\epsilon}_i^c - \dot{\epsilon}_j^c \quad (i, j=r, \theta, z)$$

$$\sigma_i - \sigma_j \equiv s_i - s_j$$

を考慮すると、偏差成分による表式は自明である。なお、上の恒等式から、式(3.33)、(3.34)の形で定義される相当応力や相当歪み速度 (Equivalent stress, rate of strain) が純粋に偏差応力・歪み成分にのみ依存する (Shear stress, Shear strainの大きさのメジャーである) ことがわかる。

塑性変形 (式(3.43)~(3.46)):

$$\dot{e}_i^P = 0 \quad \text{if } f=0 \quad \text{or } f=0, \dot{f} < 0 \quad (\text{B-21})$$

$$\dot{e}_i^P = \mu s_i \quad \text{if } f=0, \dot{f}=0, \mu = \frac{\sum_i s_i \dot{e}_i^P}{2k^2(T, \phi t)} \geq 0$$

$$(\text{B-22})$$

$$(i = r, \theta, z)$$

$$f = \frac{1}{2}(s_r^2 + s_\theta^2 + s_z^2) - k^2(T, \phi t) \quad (\text{B-23})$$

$$\dot{f} = \sum_i s_i \dot{s}_i - 2k\dot{k} \quad (\text{B-24})$$

式(B-23)の f に対する条件で表わした von Mises の降伏条件は、Landau et al.²⁹⁾ に従ってつぎのように等価な形に表わすと便利である。即ち、便宜的に新しい Stress rate \dot{s}_i^E を定義する。

$$\dot{s}_i^E = 2G(\dot{e}_i - \dot{e}_i^c), \quad (i=r, \theta, z) \quad (\text{B-25})$$

\dot{s}_i^E は、塑性流れの進行していない領域 (降伏条件が満たされていない領域) では実際の Stress rate に一致する。しかし、塑性流れの進行している領域では実際の Stress rate とは異なる。式(B-22)で、 μ を定義する式の分子は \dot{s}_i^E を用いるとつぎのようにかける。

$$\sum_i s_i \dot{e}_i^P = \sum_i s_i (\dot{e}_i - \dot{e}_i^c - \dot{e}_i^E)$$

$$e_i = e_i^E + e_i^c + e_i^P \quad \therefore \dot{e}_i^P = \dot{e}_i - \dot{e}_i^c - \dot{e}_i^E$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{e}_i^E = \frac{\dot{s}_i}{2G} \\ \dot{e}_i - \dot{e}_i^c = \frac{\dot{s}_i^E}{2G} \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_i s_i \left(\frac{\dot{s}_i^E}{2G} - \frac{\dot{s}_i}{2G} \right) \\
&= \frac{1}{2G} \sum_i (s_i \dot{s}_i^E - s_i \dot{s}_i) \quad (B-26)
\end{aligned}$$

式 (B-26) は式 (B-13), (B-17) を用いて得られる。このとき, G (Elastic shear modulus) の時間微分 (温度の時間微分, \dot{T} を通しての変化) は無視した。降伏条件が満たされる場合 (式 (B-22)) は,

$$\dot{f} = 0 \rightarrow \sum_i s_i \dot{s}_i = 2k \cdot \dot{k}$$

となるから, 式 (B-26) より μ は次式で与えられる。

$$\mu = \frac{1}{4Gk^2} \sum_i \{ s_i \dot{s}_i^E - 2k \cdot \dot{k} \} \quad (B-27)$$

従って, 降伏条件はつぎのようにかける。

$$\left. \begin{aligned}
f &= 0 \\
\mu &= \frac{1}{4Gk^2} \sum_i \{ s_i \dot{s}_i^E - 2k \cdot \dot{k} \} \geq 0
\end{aligned} \right\} (B-28)$$

一方, $f = 0$ の条件を満たすが, $\dot{f} < 0$ (unloading) の場合には塑性流れは起らない (式 (B-21))。この場合,

$$\dot{f} < 0 \rightarrow \sum_i s_i \dot{s}_i < 2k \cdot \dot{k}$$

が塑性流れの起らないための条件となるが, 塑性流れの起らない場合は $\dot{s}_i = s_i^E$ であることを考慮すると, この条件式はつぎのようにかける。

$$\dot{f} < 0 \rightarrow \sum_i s_i \dot{s}_i^E < 2k \cdot \dot{k}$$

塑性流れの起らない, もう一つの場合 ($f < 0$) はそのまま扱えばよい。

以上の条件をまとめると塑性変形に対する方程式はつぎのようにかける。

$$\dot{\epsilon}_i^p = \{ 1 - g(r, t) \} \mu s_i, \quad i = r, \theta, z \quad (B-29)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} g(r, t) = 1 \text{ if } f < 0 \text{ or if } f = 0, \dot{J}_2^E - 2k \cdot \dot{k} < 0 \\ g(r, t) = 0 \text{ if } f = 0, \dot{J}_2^E - 2k \cdot \dot{k} \geq 0 \end{array} \right. \quad (\text{B-30})$$

$$\dot{J}_2^E = \sum_i s_i \dot{s}_i^E \quad (\text{B-31})$$

$$\mu = \frac{1}{4Gk^2} \{ \dot{J}_2^E - 2k \cdot \dot{k} \} \quad (\text{B-32})$$

上記の \dot{s}_i^E (式(B-25))の導入による降伏条件の等価変換は、完全塑性挙動を仮定した塑性流れモデルでは荷重の変化により弾性変形挙動から塑性変形挙動に移る際に(または、その逆の移行の際に)Stress rate \dot{s}_i の不連続性が起るが、この不連続性による数値計算上の困難をさけるためになされている。 \dot{s}_i^E を定義する歪み速度(Strain rate)には不連続性は生じない(これらの不連続性の議論については、例えば文献32が参考になる)。

(3) 変数変換

数値計算の便宜上、前項で定義した応力・歪み場の平均・偏差成分から、さらに新しい変数を次式で定義する。

$$e = e_r - e_\theta (= \epsilon_r - \epsilon_\theta) \quad (\text{B-34})$$

$$s = s_r - s_\theta (= \sigma_r - \sigma_\theta) \quad (\text{B-35})$$

歪み場の変数には、 e の他に、平均歪み ϵ (式(B-1))と ϵ_z を用いる。

ϵ_z は平面歪みの条件を表わす上で便利なため選ばれる。また、応力場の変数には、 s の他に、平均応力 σ (式(B-14))と s_z を用いる。

応力・歪み場の主軸成分と、ここで採用する基本変数、 $(e, \epsilon_z, \epsilon)$ 、 (s, s_z, σ) との変換関係は、後者の変数の定義式から、マトリクス形式ではつぎのようにかける。

$$\begin{bmatrix} \epsilon_r \\ \epsilon_\theta \\ \epsilon_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e \\ \epsilon_z \\ \epsilon \end{bmatrix} \quad (\text{B-36})$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \\ \sigma_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s \\ s_z \\ \sigma \end{bmatrix} \quad (\text{B-37})$$

$$\sigma_r = \sigma + \frac{\sigma}{r} \cdot 5.5 - 0.5 \cdot s_z$$

ここで、次の事を確認しておく。我々は6個の未知量を求めようとしている。これらは、

- 未知量： {
- 全歪みの3主軸成分 ($\epsilon_r, \epsilon_\theta, \epsilon_z$) または (e, ϵ_z, ϵ)
 - 応力場の3主軸成分 ($\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z$) または (s, s_z, σ)

である。一方、これらの応力・歪み場を決定する6個の独立な方程式は、3章3.4節に記したものである。即ち、これらは、

- 方程式： {
- 3個の応力・歪み（または歪み速度）関係式
 - 1個の半径方向力学的平衡条件式
 - 歪み・変位関係式から得られる1個の歪み・歪み関係式
 - 一般化された平面歪み条件式

であり、これに半径方向及び軸方向での表面力境界条件が加わって唯一解が求められる。

B.2 基本方程式の導出

前節で導入した基本変数 ($e, \epsilon_z, \epsilon, s, s_z, \sigma$) についての方程式を導出する。燃料及び被覆の一つの軸方向ノートを取り出すと、それは、Fig. B.1 のようにモデル化できる (この図では半径方向分割を示していない)。半径方向及び軸方向の表面力境界条件はつきのようにかける。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r (R_I) &= -P_I \\ \sigma_r (R_O) &= -P_O \end{aligned} \right\} \quad (\text{B-38})$$

$$\int_{R_I}^{R_O} \sigma_z (r) 2\pi r dr = -F_z^* \quad (\text{B-39})$$

R_I : 内半径

R_O : 外半径

圧力 P_I, P_O は、ガス圧である場合と PCMI による接触圧の場合が考えられる。軸方向の圧縮力 F_z^* は、3.4 節 (3.4.4 項) で定義したように、もし燃料/被覆間に摩擦力が生じている場合には、それもくり込んだものとする。

B.2.1 歪みと変位

半径方向変位, u 及び軸方向変位 w は、全歪み, ϵ_i ($i = r, \theta, z$) と次式の関係にある。

$$\epsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r}, \quad \epsilon_\theta = \frac{u}{r} \quad (\text{B-40})$$

$$\epsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} \quad (\text{B-41})$$

着目している軸方向ノート (Fig. B.1) 区間で、全ての物理量の軸方向均一性を仮定する (従って、以下の数式では軸方向ノート番号を示す記号を省略する)。平面歪みの仮定より、 ϵ_z は半径 r には依存せず、時間 t のみの

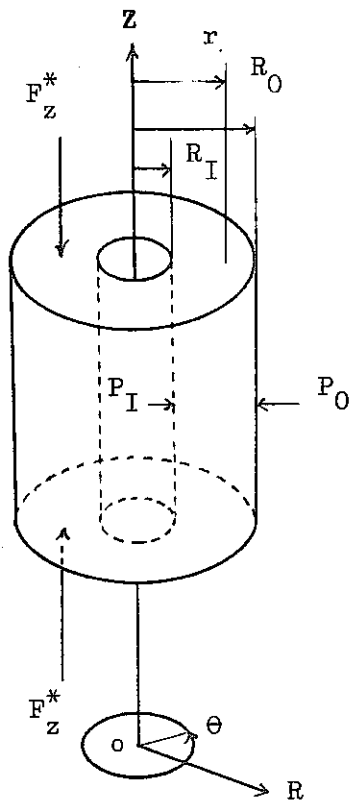


Fig. B.1 Hollow cylinder with axial and radial loadings

関数となる。

$$\epsilon_z = \epsilon_z(t) \quad (B-42)$$

平均歪み ϵ は、式 (B-40), (B-42) より、

$$\begin{aligned} 3\epsilon &= \epsilon_r + \epsilon_\theta + \epsilon_z \\ &= \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + \epsilon_z(t) \\ &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru) + \epsilon_z(t) \end{aligned} \quad (B-43)$$

式 (B-43) を u について解けば次式を得る。

$$u(r, t) \equiv u(r) = \left(\frac{R_I}{r}\right) u(R_I) - \frac{1}{2} r \left\{ 1 - \left(\frac{R_I}{r}\right)^2 \right\} \epsilon_z(t) + \frac{3}{r} \int_{R_I}^r \epsilon \cdot r dr \quad (B-44)$$

また、式 (B-40) から、

$$\begin{aligned} e(r, t) \equiv e(r) &= \epsilon_r - \epsilon_\theta \quad (B-34) \text{ より} \\ e &= e_r - e_\theta = (\epsilon_r - \epsilon) - (\epsilon_\theta - \epsilon) = \epsilon_r - \epsilon_\theta \\ &= \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r} \end{aligned}$$

従って、式 (B-44) を用いると、

$$\epsilon_r - \epsilon_\theta = e(r) = -\frac{2}{r} \left(\frac{R_I}{r}\right) u(R_I) - \left(\frac{R_I}{r}\right)^2 \epsilon_z(t) + 3\epsilon - \frac{6}{r^2} \int_{R_I}^r \epsilon \cdot r dr \quad (B-45)$$

式 (B-44), (B-45) に現われる平均歪み ϵ は、歪み成分 g を用いると次式で与えられる。

$$\epsilon(r, t) \equiv \epsilon(r) = \epsilon^E + \epsilon^S + \epsilon^{TH}$$

$$\text{即ち,} \quad \epsilon(r) = \frac{\sigma}{3K} + \epsilon^S + [\alpha T] \quad (B-46)$$

式 (B-46) で、温度 $T(r, t)$ は与えられた関数と考える。スウェリング歪み $\epsilon^S(r, t)$ は、スウェリング速度 $\dot{\epsilon}^S$ を時間について積分すれば得られる。 $\dot{\epsilon}^S$ は温度、燃焼度・照射量、その他に依存するが、その関数型は与えられるものと仮定する。また、スウェリングに等方性を仮定したが、これは、 $\dot{\epsilon}^S$ が応力場依存性をもつとすれば、それは平均応力 σ の関数となることを意味する。

B. 2. 2 Stress rate : $\dot{s}_r, \dot{s}_z, \dot{\sigma}$

前節にまとめた、応力・歪み及び歪み速度の関係式から、応力 s_r, s_z の時間微分の方程式を導く。

式 (B-17) を時間で微分して、

$$\dot{s}_i = 2G \dot{\epsilon}_i^E$$

$$\text{従って、} \dot{s} \equiv \dot{s}_r - \dot{s}_\theta$$

$$= 2G (\dot{\epsilon}_r^E - \dot{\epsilon}_\theta^E)$$

$$= 2G \{ \dot{\epsilon}_r - (\dot{\epsilon}_r^P + \dot{\epsilon}_r^C) - \dot{\epsilon}_\theta + (\dot{\epsilon}_\theta^P + \dot{\epsilon}_\theta^C) \}$$

$$= 2G \{ \dot{\epsilon} - (\dot{\epsilon}_r^P - \dot{\epsilon}_\theta^P) - (\dot{\epsilon}_r^C - \dot{\epsilon}_\theta^C) \}$$

式 (B-20), (B-29) を用いると、

$$\dot{s} = 2G \left\{ \dot{\epsilon} - (1-g)\mu (s_r - s_\theta) - \frac{3}{2} \frac{\dot{\epsilon}_{eq}^C}{\sigma_{eq}} (s_r - s_\theta) \right\}$$

$$= 2G \left[\dot{\epsilon} - \left\{ (1-g)\mu + \frac{3}{2} \frac{\dot{\epsilon}_{eq}^C}{\sigma_{eq}} \right\} s \right]$$

$$\text{即ち、} \dot{s}(r, t) \equiv \dot{s} = 2G (\dot{\epsilon} - A s)$$

$$A = (1-g)\mu + \frac{3}{2} \frac{\dot{\epsilon}_{eq}^C}{\sigma_{eq}}$$

(B-47)

同様に、 \dot{s}_z についても、

$$\dot{s}_z = 2G \dot{\epsilon}_z^E$$

$$\begin{aligned}
&= 2G (\dot{e}_z - \dot{e}_z^p - \dot{e}_z^c) \\
&= 2G \left[(\dot{e}_z(t) - \dot{\epsilon}) - \left\{ (1-g)\mu + \frac{3}{2} \frac{\dot{\epsilon}^c \dot{e}_q}{\sigma_{eq}} \right\} s_z \right]
\end{aligned}$$

即ち, $\dot{s}_z(r, t) \equiv \dot{s}_z = 2G(\dot{e}_z(t) - \dot{\epsilon} - \lambda s_z)$ (B-48) OK

つぎに平均応力 σ の時間微分 $\dot{\sigma}$ に関する方程式を導出する。式 (B-48) の右辺に含まれる平均歪み速度 $\dot{\epsilon}$ は, 式 (B-46) を通して $\dot{\sigma}$ に依存している。 σ は, σ_r , s 及び s_z を用いるとつぎのようにかける。

$$\begin{aligned}
\dot{\sigma} &\equiv \frac{1}{3} (\dot{\sigma}_r + \dot{\sigma}_\theta + \dot{\sigma}_z) = \dot{\sigma}_r - \frac{1}{2}(s - s_z) \\
&= \frac{1}{2} (2\dot{\sigma}_r - \dot{s} + \dot{s}_z) \quad \text{(B-49) OK}
\end{aligned}$$

一方, 半径方向の力学的平衡式 (式 (3.48)) を用いると, σ_r は次式で与えられる。

$$\begin{aligned}
\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r}{r} &= 0 \quad \Rightarrow \quad \sigma_r = \frac{S}{r} \\
\sigma_r - \sigma_r(R_I) &= - \int_{R_I}^r \frac{S}{r} dr \\
\sigma_r(r, t) &= \int_{R_I}^r \frac{S}{r} dr + \sigma_r(R_I, t) \quad \text{(B-50) OK}
\end{aligned}$$

式 (B-49), (B-50) 及び \dot{s} , \dot{s}_z に対する式 (B-47),

$$\begin{aligned}
\text{(B-48) を用いると} \quad \dot{\sigma}_r(t) &= \int_{R_I}^r \frac{S}{r} dr + \dot{\sigma}_r(R_I) \\
&= \frac{1}{2} \dot{\sigma}_r - \frac{1}{2} (\dot{s} - \dot{s}_z) \\
\dot{\sigma}(r, t) &= \int_{R_I}^r \frac{S}{r} dr + \dot{\sigma}_r(R_I, t) - \frac{1}{2} (\dot{s} - \dot{s}_z) \quad \text{OK} \\
&= \dot{\sigma}_r(R_I, t) + 2G \int_{R_I}^r \frac{1}{r} (\dot{\epsilon} - \lambda s) dr - \\
&G \{ \dot{\epsilon} + \dot{\epsilon} - \dot{e}_z(t) + \lambda (s_z - s) \} \quad \text{(B-52) } \checkmark
\end{aligned}$$

式 (B-52) の右辺に含まれる $\dot{\epsilon}$, $\dot{\epsilon}$ は, 式 (B-45), (B-46) を用いるとつぎのようにかける。

$$\dot{\epsilon}(r, t) = - \left(\frac{R_I}{r} \right)^2 \dot{\epsilon}_z(t) + 3\dot{\epsilon} - \frac{2}{r} \left(\frac{R_I}{r} \right) \dot{u}(R_I, t) - \frac{6}{r^2} \int_{R_I}^r \dot{\epsilon}_r \cdot r dr \quad (\text{B-53})$$

$$\dot{\epsilon}(r, t) = \frac{\dot{\sigma}}{3K} + \dot{\epsilon}^s + \alpha \dot{T} \quad (\text{B-54})$$

さらに、式(B-52)の右辺の $\dot{\epsilon}$ を含む積分項につきの関係式を用いる。

$$\begin{aligned} \int_r^{R_I} \frac{\dot{\epsilon}}{r'} dr' &\equiv \int_r^{R_I} \frac{\dot{\epsilon}_r - \dot{\epsilon}_\theta}{r'} dr' \quad \checkmark \\ &= \int_r^{R_I} \frac{1}{r'} \left\{ \left(\frac{\partial \dot{u}}{\partial r'} \right) - \frac{\dot{u}}{r'} \right\} dr' \quad \checkmark \\ &= \int_r^{R_I} \frac{\partial}{\partial r'} \left(\frac{\dot{u}}{r'} \right) dr' \quad \checkmark \\ &= \left\{ \frac{\dot{u}(R_I, t)}{R_I} - \frac{\dot{u}(r, t)}{r} \right\} \quad (\text{B-55}) \quad \text{OK} \end{aligned}$$

これらの3式((B-53), (B-54), (B-55))を式(B-52)へ代入し、得られる方程式を $\dot{\sigma}$ について解けば、 $\dot{\sigma}$ に対するつぎの表式を得る。

$$\dot{\sigma}(r, t) = \frac{1+\nu}{3(1-\nu)} \dot{\sigma}_r(R_I, t) + \frac{E}{6(1-\nu)} \left\{ \frac{2}{R_I} \dot{u}(R_I, t) + 2\dot{\epsilon}_z(t) - 4(\dot{\epsilon}^s + \alpha \dot{T}) + A(s - s_z) - 2 \int_r^{R_I} \frac{1}{r'} A s dr' \right\}$$

(B-56) OK

式(B-56)の $\dot{\sigma}_r(R_I, t)$ は内面境界圧力(式(B-38))の時間微分で表わせることに注意する。

B.2.3 軸方向歪み速度： $\dot{\epsilon}_z(t)$

$\dot{\epsilon}_z$ に関する式(B-48)を $\dot{\epsilon}_z(t)$ について解けば、

$$2G \cdot \dot{s}_z(t) = \dot{s}_z + 2G(\dot{s} + A s_z)$$

この式の両辺を半径方向区間 $[R_I, R_o]$ で積分すると、

$$\dot{s}_z(t) \cdot \int_{R_I}^{R_o} 2G \cdot 2\pi r dr = \int_{R_I}^{R_o} \dot{s}_z \cdot 2\pi r dr + \int_{R_I}^{R_o} 2G(\dot{s} + A s_z) \cdot 2\pi r dr$$

(B-57)

式(B-57)の右辺第一項は軸方向境界条件式(B-39)と関連づけることができる。そのため、つぎの関係式を利用する。

$$\begin{aligned} I &\equiv \pi \int_{R_I}^{R_o} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \sigma_r) dr \\ &= \int_{R_I}^{R_o} \left\{ \sigma_r + \frac{r}{2} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} \right\} 2\pi r dr \\ &= \int_{R_I}^{R_o} \left\{ \sigma_r - \frac{r}{2} \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} \right\} 2\pi r dr \\ &= \int_{R_I}^{R_o} \left\{ \sigma_r - \frac{s}{2} \right\} 2\pi r dr \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} = -\frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r}$$

一方、積分 I は定義式通り、

$$I = \pi \{ R_o^2 \sigma_r(R_o, t) - R_I^2 \sigma_r(R_I, t) \}$$

従って、つぎの関係式を得る。

$$\int_{R_I}^{R_o} \left\{ \sigma_r - \frac{s}{2} \right\} 2\pi r dr = \pi \{ R_o^2 \sigma_r(R_o, t) - R_I^2 \sigma_r(R_I, t) \}$$

さて、式(B-39)を用いると、

$$\begin{aligned} -F_z^*(t) &= \int_{R_I}^{R_o} \sigma_z \cdot 2\pi r dr \\ &= \int_{R_I}^{R_o} \left\{ \sigma_r - \frac{1}{2}s + \frac{3}{2}s_z \right\} 2\pi r dr \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_z &= \sigma_r - \frac{1}{2}s + \frac{3}{2}s_z \quad (\text{B-58}) \\ s &= s_r - s_\theta \\ &= \sigma_r - \sigma_\theta \\ s_z &= \sigma_z - \sigma \end{aligned}$$

$$\int_{R_I}^{R_o} s_z \cdot 2\pi r dr = -\frac{2}{3} F_z^*(t) - \frac{2}{3} \int_{R_I}^{R_o} \left(\sigma_r - \frac{s}{2} \right) 2\pi r dr$$

$$\begin{aligned} &= \sigma_r - \frac{1}{2}s + \frac{3}{2}s_z \\ &= \sigma_r - \frac{1}{2}(\sigma_r - \sigma_\theta) + \frac{3}{2}(\sigma_z - \sigma) \\ &= \frac{1}{2}\sigma_r + \frac{1}{2}\sigma_\theta + \frac{1}{2}\sigma_z + \frac{1}{2}\sigma \end{aligned}$$

即ち,

$$\int_{R_I}^{R_0} s_z \cdot 2\pi r dr = -\frac{2}{3} \dot{F}_z^*(t) - \frac{2}{3} \int_{R_I}^{R_0} \left\{ \sigma_r - \frac{1}{2} s \right\} 2\pi r dr$$

$$= -\frac{2}{3} \dot{F}_z^*(t) - \frac{2}{3} \pi \{ R_0^2 \dot{\sigma}_r(R_0, t) - R_I^2 \dot{\sigma}_r(R_I, t) \}$$

(B-59)

式(B-59)を時間で微分して得られる結果を式(B-57)の右辺第一項に用いると、 $\dot{\epsilon}_z(t)$ に対して次式を得る。

$$\dot{\epsilon}_z(t) = \frac{1}{\int_{R_I}^{R_0} 2G \cdot r dr} \left[-\frac{\dot{F}_z^*(t)}{3\pi} - \frac{1}{3} \{ R_0^2 \dot{\sigma}_r(R_0, t) - R_I^2 \dot{\sigma}_r(R_I, t) \} \right]$$

$$+ \int_{R_I}^{R_0} 2G(\dot{\epsilon} + A s_z) r dr$$

Handwritten note: $\int a r dr = a$
 $\int b r dr \neq$
 (B-60)

式(B-60)で、 $\dot{\sigma}_r(R_0, t)$ 及び $\dot{\sigma}_r(R_I, t)$ は式(B-38)で与えた境界圧力の時間変化で表わせる。

以上までで得た、 \dot{s} , \dot{s}_z , $\dot{\sigma}$ 及び $\dot{\epsilon}_z(t)$ に対する方程式、(B-47), (B-48), (B-56) 及び (B-60) が数値解法上の基礎となるが、 \dot{s} 及び $\dot{\sigma}$ の方程式には内面境界 ($r = R_I$) の変位の時間微分 $\dot{u}(R_I, t)$ が陽にあらわれている。従って、 $\dot{u}(R_I, t)$ に関する方程式がさらに必要となる。 $\dot{\sigma}$ に関する式(B-56)を $\dot{u}(R_I, t)$ について解くと次式を得る。

$$\frac{E}{6(1-\nu)} \frac{2}{R_I} \dot{u}(R_I, t) = \dot{\sigma} - \frac{1+\nu}{3(1-\nu)} \dot{\sigma}_r(R_I, t)$$

$$- \frac{E}{6(1-\nu)} \{ 2 \dot{\epsilon}_z(t) - 4(\dot{\epsilon}^s + \alpha \dot{T})$$

$$+ A(s - s_z) - 2 \int_{R_I}^{R_0} \frac{1}{r} A s dr \}$$

OK

この方程式を半径区間 $[R_I, R_o]$ に渡って積分する。

$$\begin{aligned} \frac{2}{R_I} \dot{u}(R_I, t) \int_{R_I}^{R_o} \frac{E}{6(1-\nu)} 2\pi r \cdot dr &= \int_{R_I}^{R_o} \sigma_r 2\pi r dr - \dot{\sigma}_r(R_I, t) \times \\ &\int_{R_I}^{R_o} \frac{1+\nu}{3(1-\nu)} 2\pi r dr - \int_{R_I}^{R_o} \frac{E}{6(1-\nu)} \{ 2\dot{\epsilon}_z(t) - 4(\dot{\epsilon}_s + \alpha \dot{T}) \\ &+ A(s-s_z) - 2 \int_r^{R_I} \frac{1}{r'} A s dr' \} 2\pi r' dr' \end{aligned} \quad (B-61) \quad \text{OK}$$

つぎに、式 (B-61) の右辺第一項目の積分は以下のように計算できる。

式 (B-49) から、

$$\sigma = \left\{ \sigma_r - \frac{1}{2} s \right\} + \frac{1}{2} s_z \quad \text{OK}$$

この両辺を $[R_I, R_o]$ で積分し、式 (B-58), (B-59) を用いると、

$$\begin{aligned} \int_{R_I}^{R_o} \dot{\sigma} \cdot 2\pi r dr &= \int_{R_I}^{R_o} \left\{ \sigma_r - \frac{1}{2} s \right\} 2\pi r dr + \frac{1}{2} \int_{R_I}^{R_o} s_z 2\pi r dr \\ &= \frac{2}{3} \pi \left\{ R_o^2 \dot{\sigma}_r(R_o, t) - R_I^2 \dot{\sigma}_r(R_I, t) \right\} - \frac{1}{3} \dot{F}_z^*(t) \end{aligned} \quad (B-62) \quad \text{OK}$$

この方程式の両辺を時間で微分したものを式 (B-61) の右辺第一項目の積分へ代入すると、 $\dot{u}(R_I, t)$ について次式を得る。

$$\begin{aligned} \dot{u}(R_I, t) &= \frac{R_I}{2} \left[\left\{ R_o^2 \dot{\sigma}_r(R_o, t) - R_I^2 \dot{\sigma}_r(R_I, t) - \frac{\dot{F}_z^*}{2\pi} \right\} /_3 - \dot{\sigma}_r(R_I, t) \times \right. \\ &\left. \int_{R_I}^{R_o} \frac{1+\nu}{3(1-\nu)} r dr - \int_{R_I}^{R_o} \frac{E}{6(1-\nu)} \{ 2\dot{\epsilon}_z(t) - 4(\dot{\epsilon}_s + \alpha \dot{T}) + \right. \\ &\left. A(s-s_z) - 2 \int_r^{R_I} \frac{1}{r'} A s dr' \} r dr \right] / \int_{R_I}^{R_o} \frac{E}{6(1-\nu)} r dr \end{aligned} \quad (B-63) \quad \text{OK}$$

本節のここまでに導出した基礎方程式群を、便利のために、Table B.1 にまとめた。表示を簡単にするために、式中に現われた積分演算その他を脚注

Table B.1 List of stress-strain field equations for numerical solution

- (1) Mean strain: $\epsilon \equiv \epsilon(r, t) = \epsilon^0 + [\alpha T] + \epsilon^s$ (B-46)
- (2) Radial displacement: $u \equiv u(r, t) = \left(\frac{R_I}{r}\right)u(R_I) - \frac{1}{2}r \left\{ 1 - \left(\frac{R_I}{r}\right)^2 \right\} \epsilon_z(t) + \frac{3}{r} \hat{I} \cdot \epsilon$ (B-44)
- (3) Strain parameter: $e \equiv e(r, t) = -\frac{2}{r} \left(\frac{R_I}{r}\right)u(R_I) - \left(\frac{R_I}{r}\right)^2 \dot{\epsilon}_z(t) + 3\epsilon - \frac{6}{r^2} \hat{I} \cdot \epsilon$ (B-45)
- (4) Visco-plastic parameter: $\Lambda \equiv \Lambda(r, t) = \left\{ (1-g(r, t))\mu + \frac{3}{2} \frac{\dot{\epsilon}_{eq}}{\sigma_{eq}} \right\}$ (B-47)
- (5) Mean stress: $\sigma \equiv \sigma(r, t) = \frac{1}{2} \left\{ -2\hat{J} \cdot S - S + S_z \right\} + \sigma_r(R_I)$ (B-52)
- (6) Axial strain: $\epsilon_z \equiv \epsilon_z(t) = \epsilon + \frac{S_z}{2G} + \int_0^t \Lambda S_z dt$
 $\equiv \epsilon + \frac{S_z}{2G} + \theta_z, \quad (\theta_z \equiv \int_0^t \Lambda S_z dt)$ (B-56)
- (7) Rate of stress parameter: $\dot{S} \equiv \dot{S}(r, t) = 2G \{ \dot{\epsilon} - \Lambda S \}$ (B-47)
- (8) Axial component of deviatoric stress rate: $\dot{S}_z \equiv \dot{S}_z(r, t) = 2G \{ \dot{\epsilon}_z(t) - \dot{\epsilon} - \Lambda S_z \}$ (B-48)
- (9) Rate of mean stress: $\dot{\sigma} \equiv \dot{\sigma}(r, t) = \beta \dot{\sigma}_r(R_I) + G\beta \left\{ 2 \frac{\dot{u}(R_I)}{R_I} + 2\dot{\epsilon}_z(t) - 4(\dot{\epsilon}^s + \alpha \dot{T}) + \Lambda(S - S_z) + 2\hat{J} \cdot \Lambda S \right\}$ (B-56)
- (10) Axial strain rate: $\dot{\epsilon}_z \equiv \dot{\epsilon}_z(t) = [2\hat{L} \cdot G]^{-1} \left\{ -\frac{1}{3\pi} (\dot{F}_z^* + \dot{F}_r^*) + 2\hat{L} \cdot G(\dot{\epsilon}) + \Lambda S_z \right\}$ (B-60)
- (11) Radial displacement rate of inner boundary: $\dot{u}(R_I) = \frac{R_I}{2} [\hat{L} \cdot G\beta]^{-1} \left[-\frac{1}{6\pi} (\dot{F}_z^* - 2\dot{F}_r^*) - \dot{\sigma}_r(R_I) \cdot \hat{L} \cdot \beta \right. \\ \left. - \hat{L} \cdot G\beta \left\{ 2\dot{\epsilon}_z - 4(\dot{\epsilon}^s + \alpha \dot{T}) + \Lambda(S - S_z) + 2\hat{J} \cdot \Lambda S \right\} \right]$ (B-63)

Definition of parameters and operators:

$$C \equiv (3K)^{-1}$$

$$\beta \equiv [1 + 4G \cdot \frac{1}{3K}]^{-1} = [1 + 4GC]^{-1} = \frac{1 + \nu}{3(1 - \nu)}$$

$$G\beta = \frac{E}{6(1 - \nu)}$$

$$\hat{I} \cdot X(r) \equiv \int_{R_I}^r X(r) \cdot r dr, \quad \hat{J} \cdot X(r) \equiv \int_{R_I}^r \frac{X(r) \cdot dr}{r}$$

$$\hat{L} \cdot X(r) \equiv \int_{R_I}^{R_0} X(r) \cdot r dr, \quad \hat{M} \cdot X(r) \equiv \int_{R_I}^{R_0} \frac{X(r) \cdot dr}{r}$$

$$F_r^* \equiv \pi \{ R_0^2 \sigma_r(R_0) - R_I^2 \sigma_r(R_I) \}$$

$\hat{J} \cdot X(r)$

で定義した記号で表わした。これらの方程式は、燃料ピンの一つの軸方向ノードに着目して、その半径方向における応力・歪み場を記述するものであり、このノードの上・下にあるノードとの力学的相互作用は式中に現われた軸方向荷重 $F_z^*(t)$ に全て含めている。

3.4節に記した軸方向平衡に関する摩擦モデル(式(3.53), (3.54))から、j番目の軸方向ノードがその直ぐ下のノードを押す力 F_{zj} は各ノードで生じている摩擦力 R_j を用いると、次式で表わされる。

$$F_{zj} = F_{ex} + \sum_{j'=1}^j R_{j'} \quad (B-64)$$

ガス・プレナム内のガス圧と、中心空孔内圧を等しいと仮定したので、これらの圧力による軸方向荷重を無視する近似をとった。但し、ガス・プレナムを形成する被覆管ノードには、プレナム内圧 (P_p) と冷却材圧 ($P_{coolant}$) の差(及び圧力支持面積の違い)による軸方向力を考慮しなければならない。

式(B-64)を用いると、j番目のノードに対する軸方向圧力 F_z^* は次式で与えられる。

$$(F_z^*)_j = \left. \begin{array}{l} F_{zj-1} + |R_j| \quad \text{if } R_j > 0 \\ F_{zj-1} - |R_j| \quad \text{if } R_j < 0 \end{array} \right\} \quad (B-65)$$

但し、摩擦力 R_j は、3.4節(Fig. 3.16)の定義により、下向きの場合に正值とする。

上のように決定される軸方向力 F_z^* が与えられたものとして、Table B.1の方程式群を考える。この表の式(1)~(6)を用いると、式(7)~(11)は、 s , s_z , σ , $\epsilon_z(t)$ 及び $u(R_I)$ の5個の未知変数を決定するための5個の方程式となる。これらの未知変数の解が得られると、全ての応力・歪み場の未知量は決定できる。これらの方程式を数値計算によって解く場合、これを時間変

数 t に関する微分方程式と見て、Runge-Kutta 法 (その他) で解く方法と、歪み増分法の考え方に従って、繰返し (Iteration) によって解く方法が考えられる。前述した PECT-1³⁰⁾ は前者の方法で解いている。

(但し、方程式のセットは必ずしも同一ではない)。

ここでは時間に関して増分法の考え方で解く手順のみを記す。時間軸を有限巾で切り、この時間増分巾に対応する応力・歪み場の変化量を考える。

t^k を k 番目の時間ステップの最終時刻とし、このステップの時間巾を Δt (可変) とする。時刻 t^{k-1} における応力・歪み場が既知であるものと仮定し、その後の Δt 時間内の場の変化量を未知量と考える。一般に、場の量を $f(r, t)$ とするとき、 Δt に対応する増分 Δf を次式で表わす。

$$\Delta f(r) = f(r, t^k) - f(r, t^{k-1}) \quad (\text{B-66})$$

この定義に従って、 k 番目の時間ステップにおける場の増分を求める。Table B.1 の式 (10) から、軸方向歪み ϵ_z の増分は次式のようにかける。

$$\begin{aligned} \Delta \epsilon_z &\equiv \epsilon_z(t^k) - \epsilon_z(t^{k-1}) \\ &= [2\hat{L}G]^{-1} \left\{ -\frac{1}{3\pi} (\Delta F_z^* + \Delta F_r^*) + 2\hat{L}G(\Delta \epsilon + \Delta \theta_z) \right\} \end{aligned} \quad (\text{B-67})$$

但し、 $\epsilon_z(r, t)$ の Δt 区間に渡る時間積分に際して、物性値 (ここでは G) の時間変化はゆるやかであるとして、 Δt 区間内の何らかの平均値で置換える。この近似は既に Table B.1 の時間微分に関する方程式の導出に際して用いていることは前述した。式 (B-67) から始めて、Table B.1 の方程式を基に未知変数の増分を求める際に、物性値の空間依存性 (但し、燃料と被覆は区別するとして) を無視すると、計算式は非常に簡単化できる。被

覆材に対しては妥当と考えられるこの仮定は、燃料に対しては良い近似とはいえない。そのため、この空間依存性を考慮した形で定式化する。

式 (B-67) の右辺の、平均歪み増分 $\Delta \epsilon$ を、境界条件に現われる量 $(F_z^*, F_r^*, \sigma_r(R_I))$ 及びクリープ・塑性歪み、スウェリング及び熱膨脹歪みの増分を用いて表わすと、 $\Delta \epsilon_z$ は最終的には次式のようにかける。

$$\begin{aligned} \Delta \epsilon_z = & - \left\{ \frac{2}{2\hat{L} \cdot G} + \frac{1}{2\hat{L} \cdot G \beta} \right\} \frac{\Delta F_z^*}{12\pi} - \left\{ \frac{3}{2\hat{L} \cdot G} - \frac{1}{2\hat{L} \cdot G \beta} \right\} \frac{\Delta F_r^*}{6\pi} \\ & + \left\{ \frac{\hat{L} \cdot 1}{2\hat{L} \cdot G} - \frac{\hat{L} \cdot \beta}{2\hat{L} \cdot G \beta} \right\} \frac{\Delta \sigma_r(R_I)}{2} \\ & + \frac{1}{[4\hat{L} \cdot G]} \hat{L} \cdot G (\Delta \theta + 2\hat{J} \cdot \Delta \theta + 3\Delta \theta_z) \\ & - \frac{1}{[4\hat{L} \cdot G \beta]} \hat{L} \cdot G \beta \{ (\Delta \theta + 2\hat{J} \cdot \Delta \theta - \Delta \theta_z) - 4(\Delta \epsilon^s + \alpha \Delta T) \} \end{aligned} \quad (B-68)$$

式 (B-67)、(B-68) ではクリープ・塑性歪み (Visco-plastic strain) を表わす変数 θ 、 θ_z の増分を用いた。

$$\theta = \int_0^t \Delta s dt \quad (B-69)$$

$$\theta_z = \int_0^t \Delta s_z dt \quad (B-70)$$

式 (B-68) は、もし物性値 (G , β) の空間依存性を無視すれば、次式のように簡単化できる。

$$\Delta \epsilon_z = \frac{-(1+GC)\Delta F_z^* - (1-2GC)\Delta F_r^*}{3AG} + \frac{2\pi \hat{L}}{A} \cdot \{ \Delta \theta_z + (\Delta \epsilon^s + \alpha \Delta T) \} \quad (B-71)$$

但し、 $A = \pi (R_o^2 - R_I^2)$: 円環の断面積である。

物性値の空間依存性を無視した式 (B-71) は、半径方向温度勾配の小

さな被覆ノードに対しては良い近似といえるだろう。なお、もし物性値に温度依存性（これを通して空間依存性が出る）を考えなければ、式(B-71)の全ての増分変数 ($\Delta \epsilon_z$, ΔF_z^* , ΔFr^* , $\Delta \theta_z$, $\Delta \epsilon^s$, ΔT) を変数そのもの (ϵ_z , F_z^* , ……) でおきかえた式が成立する。しかし、炉の出力サイクルを追う場合は、後者の近似は採用できないだろう。

式(B-70)より軸方向歪み増分 $\Delta \epsilon_z$ が得られれば、これを用いて、式(11) (Table B.1)から順に、 $\Delta u(R_I)$, $\Delta \sigma(r)$, $\Delta \epsilon(r)$ が決定できる。これらの計算に際して、Visco-plastic strainの増分, $\Delta \theta$, $\Delta \theta_z$ およびスウェリング歪み増分, $\Delta \epsilon^s$ の評価に必要な応力場が既知であると仮定した。この計算法では、着目している時間ステップの初期の応力場を Iteration の初期値に用いられる。

さらに、 $\Delta \epsilon$ を求め、 Δs , Δs_z が計算できる。このように、第一回目の Iteration により、時刻 t^k における応力場の第一回目の Iteration 結果を得る。この応力場を第二回目の Iteration に用いて、同様の計算を繰り返す。Iterationの収束判定は、応力場及び歪み場両者について確かめられる。

なお、計算式中に現われる半径方向及び軸方向力 ΔFr^* , ΔF_z^* は、燃料/被覆間に接触圧, P_{fc} が生じている場合には上述の Iteration で計算し直す。この場合、接触圧 P_{fc} の決定は、燃料の外表面と被覆の内表面位置の一致条件で与えられる。

$$R_o^f + u^k (R_o^f) = R_I^c + u^k (R_I^c) \quad (B-72)$$

R_o^f : 燃料の外半径座標

R_I^c : 被覆の内半径座標

u^k : 時刻 t^k における半径方向変位

また、着目している軸方向ノードの燃料／被覆間摩擦力 R_j^k は、3.4節に記した摩擦モデルによって、燃料及び被覆の軸方向歪み ϵ_z^f , ϵ_z^c を等しくするように決定する (Stick)。但し、このように決定される (R_j^k) が最大静止摩擦力より大きくなる場合には、 $|R_j^k|$ をこの最大値にセットする。この場合は ϵ_z^f と ϵ_z^c は異なり得る (Slip)。