

T\$J240 85-01
FINAS : DA-84001

配 布 限 定

分 置

本資料は2001年12月27日付けで
登録区分変更する。 [技術展開部技術協力課]

高速炉非弾性構造解析システム

“FINAS” 改良報告書 (IV)

昭和60年3月



CRC センチュリリサーチ センタ 株式会社

T\$J240 85-01
FINAS : DA-84001

本資料は2001年12月27日付で
登録区分変更する。 [技術展開部技術協力課]

配 布 限 定

高速炉非弾性構造解析システム

“^{ファイナス}
FINAS” 改良報告書 (IV)

昭和60年3月

CRC センチュリリサーチセントラル株式会社

本資料は、核燃料サイクル開発機構の開発業務を進めるために作成されたものです。したがって、その利用は限られた範囲としており、その取扱には十分な注意を払ってください。この資料の全部または一部を複写・複製・転載あるいは引用する場合、特別の許可を必要としますので、下記にお問い合わせください。

〒319-1184 茨城県那珂郡東海村大字村松4番地49
核燃料サイクル開発機構
技術展開部 技術協力課

Inquiries about copyright and reproduction should be addressed to:
Technical Cooperation Section,
Technology Management Division,
Japan Nuclear Cycle Development Institute
4-49 Muramatsu, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki, 319-1184
Japan

© 核燃料サイクル開発機構 (Japan Nuclear Cycle Development Institute)

登録区分
13.12.27
変更表示

配 布 限 定

TBJ 240 85-01

FINAS : DA-84001

1985年3月30日

高速炉非弾性構造解析システム "FINAS" 改良報告書(IV)*

千葉 隆久, ** 上野 瞳郎 **
 久保 文男, ** 小林 洋子 **
 本田 明成, **

要 目

本報告書は、高速増殖炉開発に伴なう構造解析上のさまざまな問題を解決する有効な数値解析手段として昭和51年度より5カ年間で開発された高速炉非弾性構造解析システム FINAS *** の改良・整備の成果について報告するものである。改良・整備は昭和56年度より始められており、ここで報告する内容は昭和59年度に得られた成果である。

FINAS は開発期間を終えて、汎用構造解析システムとして基本的な機能を備えることができたが、より広範囲の問題に対して答えることのできる有効なシステムとして改良と整備を実施している。本年度は主としてモジュールコントロールシステム、大変形解析、荷重増分自動決定機能、変位/温度境界条件変更機能について改良・整備を行なった。

本報告書第I編には改良・整備の詳細結果が述べられている。第II編は解析理論と数値解法についてまとめたもので、第III編はプログラム検証および応用例についてまとめたものである。

* 本報告書は、センチュリリサーチ センタ株式会社が動力炉・核燃料開発事業団の委託により実施した研究の成果である。

** センチュリリサーチ センタ株式会社

*** FINAS (FBR Inelastic Structural Analysis System)



NOT FOR PUBLICATION

T\$J 240 85-01

FINAS : DA-84001

March 30, 1985

MAINTENANCE AND IMPROVEMENT OF FBR INELASTIC STRUCTURAL ANALYSIS SYSTEM "FINAS" (IV)*

Takahisa Chiba ** Mutsuro Ueno **
Fumio Kubo ** Yoko Kobayashi **
Akinari Honda **

Abstract

A general purpose finite element nonlinear structural analysis system FINAS *** has been developed since 1976 for structural design of fast breeder reactor (FBR) components. Maintenance and improvement for this system were continued to 1981. The objective of this report is to describe the results of maintenance and improvement which were carried out during August 1984 to March 1985.

FINAS is equipped with basic capabilities of a general purpose program as the results of the initial five years development. However enhancement and improvement of this system are under way to cover more widely class problems. In this year, module control system, large deformation analysis, automated incremental-iterative solution method and boundary change option for displacement/temperature boundary condition are mainly improved and developed in consideration of computational efficiency.

The first part of this report is the result of maintenances and improvements obtained in this year. In second part, the theory of structural analysis and numerical method employed in FINAS are described. Finally, numerical examples intended for verification and demonstration of applicability to practical problems are illustrated.

* This performed by CRC under contract with Power Reactor and Nuclear Fuel Develop. Cor.

** Century Research Center Corporation (CRC)

*** FINAS (Fast Breeder Reactor Inelastic Structural Analysis System.)

目 次

要 旨	1
Abstract	iii
序 文	1

第 I 編 FINAS 改良・整備

序	3
1. システム全般	4
2. 静的応力解析	16
3. 热伝導解析	40
4. 動的解析	41
5. 有限要素	45
6. 入出力	61
7. 前処理 / 後処理機能	62
8. プログラム検証	75
9. プログラムの設置・更新	80

第 II 編 FINAS における解析の理論と方法

序	87
1. 有限要素解析の理論	88
1.1 はじめに	88
1.2 微小変形解析	89
1.3 非弾性解析	94
1.4 大変形解析	158
1.5 座屈荷重解析	168
1.6 破壊力学解析	170
1.7 動的解析	176
1.8 热伝導解析	190
1.9 荷重増分自動決定機能	198
2. 数値解法	204
2.1 はじめに	204
2.2 連立一次方程式の解法	205
2.3 固有値問題の解法とアルゴリズム	210

第 III 編 FINAS の検証と応用

序	215	
1. 検証と応用	216	
VP-116	FNSPIPE を用いた配管系応用解析問題	235
VP-117	新規材料データライブラリの弾塑性特性に対して、参照温度を指定した弾塑性問題 — SUS 304 —	239
VP-118	新規材料データライブラリを利用した時間硬化クリープ問題 — SUS 304 —, — SUS 316 —, — SUS 321 —, — $2\frac{1}{4}$ Cr - 1 Mo —	242
VP-119	新規材料データライブラリの単調応力 - ひずみ関係式を用いた弾塑性問題 — SUS 304 —, — SUS 316 —, — SUS 321 —, — $2\frac{1}{4}$ Cr - 1 Mo —	249
VP-120	新規材料データライブラリの単調応力 - ひずみ関係式によるサイクリック弾塑性問題	260
VP-121	α リセット法を用いた 2 直線近似移動硬化問題	265
VP-122	荷重増分自動決定機能を利用してしたトラスの弾性大変形解析問題	269
VP-123	球形シェルの弾性大変形解析問題	272
VP-124	浅いアーチの弾性大変形解析問題	275
VP-125	柱状構造物の弾塑性大変形解析問題	278
VP-126	変位境界条件変更問題(1)	281
VP-127	変位境界条件変更問題(2)	283
VP-128	変位境界条件変更問題(3)	286
結語	289	

図 表 目 次

第 I 編

図 1-1	要素剛性マトリックス計算ルーチンの例	8
図 1-2	DP-14 の FINAS EXECUTION SUMMARY の比較	10
図 1-3	DP-25 の FINAS EXECUTION SUMMARY の比較	10
図 1-4	DP 014 の改良前と改良後の全体剛性マトリックスパターン	12
図 1-5	DP 025 の改良前と改良後の全体剛性マトリックスパターン	13
図 2-1	単軸応力場における 2 直線移動硬化モデルの応力・ひずみ履歴	29
図 2-2	α リセット法を用いた 2 直線近似移動硬化問題	30
図 2-3	応力 - ひずみ履歴 ($\sigma_x - \varepsilon_x^{ep}$)	31
図 2-4	Jaumann 応力率を用いた移動 Lagrange 形大変形解析の流れ	33
図 2-5	浅い球形薄肉シェルの弾性大変形問題	34
図 2-6	シェル頂部の変位と負荷荷重との関係	34
図 2-7	浅いアーチの弾性大変形問題	35
図 2-8	アーチ頂部の変位と負荷荷重との関係	35
図 2-9	片持梁の弾塑性大変形問題	36
図 2-10	梁端部の変位と負荷荷重との関係	36
図 2-11	荷重増分自動決定機能を利用した弾性大変形問題	38
図 2-12	Y 方向変位 u_Y と Y 方向反力 R_Y との関係	38
図 3-1	熱伝導解析のために拡張された要素	40
図 4-1	接触ペア節点と局所座標系	41
図 4-2	接触ペア節点	42
図 4-3	ポンプ軸受部の二本の梁によるモデル	43
図 4-4	加速度入力波 (200 gal)	44
図 4-5	軸受け部の反力 (200 gal)	45
図 5-1	応力解析のための要素	51
図 5-2	熱伝導解析のための要素	54
図 7-1	直管付きエルボ	63
図 7-2	有限要素モデル	63
図 7-3	FNSPIPE の入力モデル	63
図 7-4	FNSPIPE データ	64
図 7-5	FNSPIPE より作成された FINAS データ	65
図 7-6	FINAS データと FNSPIPE で作成されたデータの連結	66
図 7-7	パッチ形式	66
図 7-8	インターラクティブ形式	67
図 7-9	静的応力解析のための FNSLOAD データ	67

図 7-10	非軸対称荷重解析のための FNSLOAD データ	67
図 7-11	パッチ形式	68
図 7-12	インターラクティブ形式	68
図 7-13	構造モデル	69
図 7-14	荷重状態	69
図 7-15	FNSHARM 入力データ	70
図 7-16	節点変位の周方向分布	71
図 7-17	応力の周方向分布	71
図 7-18	変形図	72
図 7-19	応力コンター図	72
図 7-20	XYプロット図	72
図 7-21	パッチ形式	73
図 7-22	インターラクティブ形式	74
図 9-1	構造の形状	84
図 9-2	有限要素モデル	84
図 9-3	断面における要素分割	84
図 9-4	ANALYSIS INFORMATION (VECTORIZED V8.0 / E01B)	85
図 9-5	ANALYSIS INFORMATION (NONVECTORIZED V8.0 / E01B)	86
表 1-1	各問題の概要	9
表 1-2	改良前と改良後の比較	9
表 1-3	弾性問題における計算時間の比較	14
表 1-4	弾塑性問題における計算時間の比較	14
表 1-5	大変形問題における計算時間の比較	15
表 2-1	SUS 304 鋼の単調応力 - ひずみ関係式	17
表 2-2	SUS 316 鋼の単調応力 - ひずみ関係式	18
表 2-3	SUS 321 鋼伝熱管の単調応力 - ひずみ関係式	19
表 2-4	$2\frac{1}{4}$ Cr - 1 Mo 鋼 (NT 材) 板の単調応力 - ひずみ関係式	20
表 2-5	$2\frac{1}{4}$ Cr - 1 Mo 鋼 (NT 材) 伝熱管の単調応力 - ひずみ関係式	21
表 2-6	SUS 304 鋼のクリープひずみ式	22
表 2-7	SUS 316 鋼のクリープひずみ式	23
表 2-8	SUS 321 伝熱管のクリープひずみ式	24
表 2-9	$2\frac{1}{4}$ Cr - 1 Mo 鋼 (NT 材) 板のクリープひずみ式	25
表 2-10	$2\frac{1}{4}$ Cr - 1 Mo 鋼 (NT 材) 伝熱管のクリープひずみ式	26
表 2-11	SUS 304 鋼の降伏応力, 加工硬化係数	27
表 2-12	FINAS の解と理論解	30
表 2-13	大変形解析機能のための追加要素	39
表 5-1	応力解析のための要素	46
表 5-2	熱伝導解析のための要素	52

表 5-3	要素の解析機能	55
表 7-1	FNSPIPE の入力モデル	64
表 8-1	59 年度に解析した CP	76
表 8-2	59 年度に解析した VP	78
表 9-1	大洗工学センターにおける FINAS 更新履歴	80
表 9-2	FINAS 設置状況	81
表 9-3	主な要望事項に対する処理内容と処理バージョン	82
表 9-4	DP-025 FINAS EXECUTION TIME	85

第 II 編

図 1.2-1	連続体と有限要素モデル	89
図 1.3-1	単調応力場での降伏曲面の挙動	102
図 1.3-2	多軸応力場における α リセット法	103
図 1.3-3	時間硬化説とひずみ硬化説	106
図 1.3-4	補助法則を用いたクリープ応用	107
図 1.3-5	応力反転に対応するクリープ応答	107
図 1.3-6	クリープひずみが両方の原点に近づく場合	110
図 1.3-7	回復可能なクリープ硬化範囲とクリープ硬化変数の変化	111
図 1.3-8	多軸応力状態でのクリープ硬化面	113
図 1.3-9	降伏時	147
図 1.3-10	除荷時	148
図 1.3-11	比率 γ の計算	149
図 1.3-12	遷移領域の処理	154
図 1.4-1	固定した座標系での物体の運動	158
図 1.6-1	き裂の基本変形モード	170
図 1.6-2	J 積分	172
図 1.6-3	FINAS における J 積分	173
図 1.6-4	破壊力学解析の流れ	174
図 1.7-1	動的解析手法の分類	176
図 1.7-2	接触物体	184
図 1.7-3	接触面の形状	185
図 1.7-4	接触状態の形状	185
図 1.7-5	接触ペア節点の形状	185
図 1.7-6	接触面の有限要素モデル	188
図 1.7-7	接触ペア節点での局所座標系	188
図 1.8-1	熱伝導解析のアルゴリズム	195
図 1.8-2	時間増分自動決定のアルゴリズム	196

図 2.3-1	サブスペース法の計算アルゴリズム	213
表 1.3-1	SUS 304 鋼のヤング係数, ポアソン比, 線膨張係数	125
表 1.3-2	SUS 304 鋼の降伏応力, 加工硬化係数	126
表 1.3-3	SUS 304 鋼の単調応力 - ひずみ関係式	128
表 1.3-4	SUS 304 鋼のクリープひずみ式	129
表 1.3-5	SUS 316 鋼のヤング係数, ポアソン比, 線膨張係数	130
表 1.3-6	SUS 316 鋼の降伏応力, 加工硬化係数	131
表 1.3-7	SUS 316 鋼の単調応力 - ひずみ関係式	132
表 1.3-8	SUS 316 鋼のクリープひずみ式	133
表 1.3-9	SUS 321 鋼伝熱管のヤング係数, ポアソン比, 線膨張係数	134
表 1.3-10	SUS 321 鋼伝熱管の降伏応力, 加工硬化係数	135
表 1.3-11	SUS 321 鋼伝熱管の単調応力 - ひずみ関係式	136
表 1.3-12	SUS 321 鋼伝熱管のクリープひずみ式	137
表 1.3-13	$2\frac{1}{4}$ Cr-1Mo 鋼(NT材)板のヤング係数, ポアソン比, 線膨張係数	138
表 1.3-14	$2\frac{1}{4}$ Cr-1Mo 鋼(NT材)板の降伏応力, 加工硬化係数	139
表 1.3-15	$2\frac{1}{4}$ Cr-1Mo 鋼(NT材)板の単調応力 - ひずみ関係式	140
表 1.3-16	$2\frac{1}{4}$ Cr-1Mo 鋼(NT材)板のクリープひずみ式	141
表 1.3-17	$2\frac{1}{4}$ Cr-1Mo 鋼(NT材)伝熱管のヤング係数, ポアソン比, 線膨張係数	142
表 1.3-18	$2\frac{1}{4}$ Cr-1Mo 鋼(NT材)伝熱管の降伏応力, 加工硬化係数	143
表 1.3-19	$2\frac{1}{4}$ Cr-1Mo 鋼(NT材)伝熱管の単調応力 - ひずみ関係式	144
表 1.3-20	$2\frac{1}{4}$ Cr-1Mo 鋼(NT材)伝熱管のクリープひずみ式	145
表 1.7-1	接触 - 衝撃アルゴリズム	189
表 2.3-1	固有値問題の解法比較	210

第 III 編

図 1.116-1	構造モデル	235
図 1.116-2	有限要素モデル	236
図 1.116-3	FNSPIPE データ	237
図 1.116-4	作成された FINAS データ	237
図 1.116-5	変形図	238
図 1.117-1	構造モデル	239
図 1.117-2	有限要素モデル	240
図 1.117-3	荷重履歴	241
図 1.118-1	構造モデル	242
図 1.118-2	有限要素モデル	242
図 1.119-1	構造モデル	249
図 1.119-2	有限要素モデル	249

図 1.119-3	SUS 304 の FINAS 解と理論解との比較	255
図 1.119-4	SUS 316 の FINAS 解と理論解との比較	257
図 1.119-5'	SUS 321 の FINAS 解と理論解との比較	258
図 1.119-6	$2\frac{1}{4}$ Cr - 1 Mo の FINAS 解と理論解との比較	259
図 1.120-1	構造モデル	260
図 1.120-2	有限要素モデル	260
図 1.120-3	荷重履歴	261
図 1.120-4	応力 - ひずみの履歴（軸方向成分）	264
図 1.121-1	構造モデル	265
図 1.121-2	有限要素モデル	265
図 1.121-3	荷重履歴	266
図 1.121-4	応力 - ひずみ履歴 ($\sigma_x - \epsilon_x^{ep}$)	268
図 1.122-1	構造モデル	269
図 1.122-2	有限要素モデル	269
図 1.122-3	Y 方向変位と Y 方向反力との関係	271
図 1.123-1	構造の形状	272
図 1.123-2	有限要素モデル	272
図 1.123-3	解析結果の比較	274
図 1.124-1	構造モデルの寸法	275
図 1.124-2	有限要素モデル	275
図 1.124-3	解析結果	276
図 1.125-1	構造モデル	278
図 1.125-2	有限要素モデル	278
図 1.125-3	解析結果	279
図 1.126-1	構造モデル	281
図 1.126-2	有限要素モデル	281
図 1.127-1	構造モデル	283
図 1.127-2	有限要素モデル	283
図 1.128-1	構造モデル	286
図 1.128-2	有限要素モデル	286
表 1-1	静的解析 VP の一覧表	216
表 1-2	熱伝導解析 VP の一覧表	229
表 1-3	動的解析 VP の一覧表	232
表 1.116-1	FINAS の解と理論解	236
表 1.117-1	材料データライブラリでの弾塑性特性データ	240
表 1.117-2	FINAS の解と理論解	241
表 1.118-1	各ケースにおける弾性係数およびクリープ式	243
表 1.118-2	SUS 304 鋼のクリープひずみ式	244

表 1.118-3	SUS 316 鋼のクリープひずみ式	245
表 1.118-4	SUS 321 鋼伝熱管のクリープひずみ式	246
表 1.118-5	$2\frac{1}{4}$ Cr - 1 Mo 鋼 (NT材) 板のクリープひずみ式	247
表 1.118-6	応力と弾性ひずみ	248
表 1.118-7	10000 時間後のクリープひずみ	248
表 1.119-1	各ケースで使用される材料定数	250
表 1.119-2	SUS 304 鋼単調応力 - ひずみ関係式	251
表 1.119-3	SUS 316 鋼単調応力 - ひずみ関係式	252
表 1.119-4	SUS 321 鋼伝熱管単調応力 - ひずみ関係式	253
表 1.119-5	$2\frac{1}{4}$ Cr - 1 Mo 鋼伝熱管単調応力 - ひずみ関係式	254
表 1.119-6	各ケースの荷重 P_x	250
表 1.119-7	各ケースの解析結果と理論解の比較	250
表 1.120-1	SUS 304 鋼単調応力 - ひずみ関係式	262
表 1.120-2	FINAS の解と理論解との比較	263
表 1.121-2	FINAS の解と理論解との比較	267
表 1.126-1	FINAS の解と理論解の比較	282
表 1.127-1	FINAS の解と理論解	284
表 1.128-1	FINAS の解と理論解	287

序文

有限要素法による高速炉非弾性構造解析システム FINAS (FBR Inelastic Structural Analysis System) は、動力炉、核燃料開発事業団において国家プロジェクトとして開発が進められている高速増殖炉における構造上の種々の問題を解決するための有効な手段となるように昭和51年から5ヶ年をかけて開発が行なわれ、引き続き改良・整備が行なわれている汎用構造解析システムである。

一般に原子力プラントは高い安全性が要求されており、機器の破損を防止し、かつ安定的な運転を続けるために、構造設計上の要求はきびしいものとなっている。高速増殖炉の場合には、材料の塑性やクリープなどの非弾性挙動を考慮に入れなければならないような高温領域で運転が行なわれるために、その要求はさらにきびしいものとなっており、構造解析上の手法も非線形解析など高度のものが必要とされる。高速増殖炉において遭遇する広範囲の構造物の解析を対象としているけれども、FINAS は、5ヶ年間の開発ではこの点を考慮して非弾性解析機能の充実に力を注いできた。¹⁾ この間の開発経緯および成果は FINAS 開発報告書として、各年度毎に動燃事業団に報告してきた。^{2),3),4),5),6)}

FINAS の高速増殖炉開発のための実計算への適用は昭和53年10月より CRC 社の CDC 6600/CYBER 74, 73 によって始まった。昭和55年4月には動燃事業団大洗工学センターの FACOM M-190へのインストレーションが行なわれて、動燃事業団内部の技術者、研究者の直接の使用により広く行なわれるようになってきている。

FINAS は、56年6月までの5ヶ年間の開発期間を終えて、当初予定されていた項目の開発をほぼ完了し、汎用構造解析プログラムとして基本的な機能を備えることができた。しかしながら、今後、広く高速増殖炉の設計解析ならびに構造設計法の開発研究等に適用していくには、改良、整備を実施して、より有効なプログラムとしていかなければならないと考えられる。実際、動燃事業団内での利用が始まって以来、利用者から多くの機能追加、改良の要望等が多数 FINAS に対して寄せられてきた。

56年7月から始まった FINAS 改良・整備作業^{7),8),9)} は以上のような観点から、数ヵ年の計画で実施されるものである。主な改良・整備の項目は、実際的な解析作業において不十分な機能の拡張・整備、計算効率等の性能面の充実、解析手法の改良、前処理および後処理機能の充実、検証問題による信頼性の向上などが考えられている。また、FBR 関連製造メーカー等での FINAS の利用に関連して、プログラムの機種非依存性および保守性の向上に努める必要がある。そして、利用者の利用の便を図るため、関連文書の充実も欠くことのできない事項である。

本報告書59年8月から60年3月までの FINAS 改良・整備作業の成果について述べたものである。第Ⅰ編では各作業項目について、改良・整備が必要となった背景と共にその成果を述べる。第Ⅱ編は FINAS で採用している理論、解析手法を静的・動的解析および熱伝導解析、数値解法について示したもので、FINAS の各解析機能の理論面における現状を明らかにするように記述されている。また、第Ⅲ編は本年度行なわれた検証問題および解析例の結果をまとめたものである。

なお、本報告書とは別に、FINAS システムの一連の説明書として、理論説明書、使用説明書、要素ライブラリ説明書、プログラム説明書、解析例題書が用意されており、FINAS システムの詳細が記されている。

〔参考文献〕

- 1) "高速炉非弾性構造解析システム FINAS 開発計画書", SN 241 78-29, 昭和53年
- 2) "高速炉非弾性構造解析システム FINAS 開発報告書(I)", ZJ 240 77-01, 昭和52年

- 3) "高速炉非弾性構造解析システム FINAS 開発報告書(II)", SJ 240 78-01, 昭和53年
- 4) "高速炉非弾性構造解析システム FINAS 開発報告書(III)", SJ 240 79-01, 昭和54年
- 5) "高速炉非弾性構造解析システム FINAS 開発報告書(IV)", SJ 240 80-01, 昭和55年
- 6) "高速炉非弾性構造解析システム FINAS 開発報告書(V)", SJ 240 81-01, 昭和56年
- 7) "高速炉非弾性構造解析システム FINAS 改良報告書(I)", SJ 240 82-01, 昭和57年
- 8) "高速炉非弾性構造解析システム FINAS 改良報告書(II)", SJ 240 83-03, 昭和58年
- 9) "高速炉非弾性構造解析システム FINAS 改良報告書(III)", SJ 940 84-01, 昭和59年

第 I 編 FINAS改良・整備

序

本編は、昭和 59 年度に行なわれた FINAS 改良・整備作業の成果について、改良を必要とした背景、具体的な改良・整備の内容を述べたものである。本年度は、主にモジュールコントロールシステム、大変形解析、荷重増分自動決定機能、変位 / 温度境界条件変更機能について改良・整備を行なった。また、大洗工学センターにおける FINAS 利用についての問題点および利用に際して生じた要望についても、それらが生じた時点で内容の吟味が行なわれ、改良・整備の計画との調整の上、必要度の高いものについては当初の改良・整備に優先して対処が行なわれた。

以下に、各項目について、改良・整備の成果をまとめる。

I. システム全般

本年度は、プログラムシステム全体にわたり計算時間の短縮と入力データ転送量の節約を目的とする見直しが行なわれ、特に静的応力解析機能に対し、データブロックの再設計および機能モジュール群の再設計／再構成が行なわれた。以下に再設計／再構成が行なわれることになった背景、静的応力解析機能等に対する改良およびその成果について述べる。

1.1 改良のための背景

(1) 入力データ転送速度とCPU演算速度とのギャップ

ここ数年間のハードウェアの進歩には著しいものがあり、CPUの演算速度は飛躍的に向上した。例えば、FINASの開発が始まった51年当時に高速と言われていたCDC 6600の平均命令実行時間は $u\text{-sec}$ のオーダー(10^{-6} 秒)であったが、FACOM VP-100等の現存のスーパーコンピュータでは $n\text{-sec}$ のオーダー(10^{-9} 秒)になっている。しかし、ディスクとのデータ入出力に要する時間は相変わらず $m\text{-sec}$ のオーダー(10^{-3} 秒)のままである。したがって、高速化したCPUの利点を生かし、全体の処理時間を短縮するためには、プログラム全体での入出力データ転送量を減らすことが不可避である。58年度までのFINAS改良作業においても入出力効率化の作業は行なわれた。入出力ルーチンのアセンブラー言語化(57年度)、メモリー レジデントファイル機能の追加(58年度)、一部モジュールのマクロ化(要素関連モジュール56年度、線形直接積分モジュール57年度)等はその一部であり、それぞれの改良の成果を得ている。しかし、より一層の効率化を図るために、これらI/Oルーチンや一部機能モジュール内の局所的な改良ではなく、システム全体にわたり機能モジュールの構成と各機能モジュール間で受け渡しするデータブロックの内容を再構成、再設計する必要があった。

(2) 変位境界条件変更機能の整備

従来のFINASでは、変位境界条件は時間(ステップ)的に変化しないことを前提にしており、解析モデルの自由度系を示すテーブル類や連立一次方程式ソルバーモジュールは一種類の境界条件データだけを想定して構成されていた。本年度の改良項目である変位境界条件変更機能を組み込む場合には、解析モデルの自由度体系はステップ毎に変化することになり、テーブル類とソルバーもそれに対応できるよう再設計、再構成する必要があった。

(3) 非弾性および非線形問題に対する解析の改良

FINAS では、プログラムの拡張、変更および開発作業を円滑に進めるためにプログラムを機能的にモジュール化し、さらに1つのモジュールの修正が他のモジュールにできるだけ影響を与えないようなモジュールの独立性の概念を導入してプログラム設計が行なわれている。このモジュール設計ではモジュール間の論理的・物理的な結びつきができるだけ少なくして、その中であるまとまった解析段階を処理するようにモジュール設計がなされている。また、有限要素法解析という立場から、一連の計算の流れを独立した形でモジュールに分割しプログラム化している。のために解析機能の追加あるいは拡張によりモジュールの数が増加し、各モジュールの実行手順の複雑化および解析全体の流れの不明瞭化がおきている。

非弾性あるいは非線形問題のような解析ステップの多い場合の解析モジュールの実行の流れを見ると、これら独立した解析モジュールが解析ステップごとにオーバレイロードされ、また解析モジュール間で必要となるデータが外部記憶装置を用いて受け渡されているためにプログラムのロードあるいはデータブロックの転送に要するI/O時間がかかり、FINAS 全体の計算時間の効率低下の原因となっている。

本年度は現在の静的応力解析機能に対して荷重増分自動決定機能、大変形解析における Updated Lagrangian アプローチ、変位境界条件変更機能を組み込むにあたり、要素関連モジュールの再編成、収束判定モジュール等の再編成、データブロックの見直し、要素ルーチンの改良等を実施した。

1.2 改良内容

(1) 全体剛性レベルでの大次元マトリックスの導入

従来の FINAS では、全体剛性マトリックスの組み立てをしないで、マトリックスソルバーの内部で直接的に要素剛性マトリックスをフロンタルマトリックスに重ね合わせながら三角分解を行なっていた。また、境界条件処理とファスニングに必要な処理はソルバーの前段階にある機能モジュールで要素剛性マトリックス単位に行なわれていた。この方式の利点としては、要素剛性マトリックスがアセンブルとデコンポジションに適した順に並んでいる限り、ソルバー自体の効率が良い点と比較的小さな作業メモリーしか必要としない点である。この利点を生かすように従来の FINAS は要素の順番をユーザーが入力した要素番号順ではなく、ソルバーの都合の良い順に並び替えて処理していた。

しかしその反面、ソルバーの前段階でファスニングと境界条件処理のために要素剛性マトリックスのファイルに対して1パスの READ / WRITE があり、入出力転送量が多くなることと変位境界条件変更機能の導入が難しい、という問題点があった。後者の問題点についてもう少し説明すると、従来の FINAS ではソルバーの都合のよい順に要素剛性マトリックスを作成するために、要素に関する情報ファイル（要素コネクションデータ、要素の節点座標データ、要素内部の応力、ひずみデータ等）は、すべてシーケンシャルに、ソルバーの処理順に並べられて記録されていた。変位境界条件を変更しようとする場合には、構造モデル全体の自由度番号は付け直され、アセンブルとデコンポジションに最適な要素の順番も変わってくる。同時に、要素に関する情報ファイルもすべて新しい順番に並べ替える必要があり、並び替えの対象が広範囲になる。また、並び替えだけのために余分な入出力を行うことも望ましくはない。

このような理由から、今回の改良作業では従来からの要素剛性マトリックス単位の処理をやめ、全体剛性マトリックスレベルの大次元マトリックスが導入された。

さらに、大次元マトリックスのノンゼロ項だけをまとめて記録し、不要なゼロ項は記録しないようなマトリックスパッキング手法をI/Oルーチンに追加した。

今回のようにすれば、要素関連情報ファイル上の順序は変位境界条件の変更に関係なく、入力された要素番号の順である。各要素剛性マトリックスは計算された後、すぐに全体剛性マトリックスに組み込まれ、その全体剛性マトリックスに対してファスニングや境界条件処理が行なわれる。全体剛性マトリックスは要素剛性マトリックスを重ね合わせたものであり、そのファイルとしての量は要素剛性マトリックスのものと比較した場合には、重なり合った分だけ少なくなっている。したがって、要素剛性マトリックス単位にファスニングと境界条件を処理することに比べて入出力転送量を減らすことができる。

同じ様に荷重ベクトルや変位ベクトルを含むファイルも従来の要素単位に展開された形式から、全体剛性マトリックスと同次元の列ベクトルのまま取り扱う形式に変更された。例えば、ある節点に結合している要素が4個ある場合には、変位データは要素単位に展開して記録されるために、同一節点のデータが重複して4ヶ所に存在することになる。しかし列ベクトル形式ではこのような重複は生じないために、ファイルの容量と入出力転送量を減らすことができる。

(2) 静的応力解析機能の改良

a) 要素関連モジュールの再編成

要素関連モジュール、すなわち要素剛性マトリックス計算モジュール、初期ひずみ、機械荷重等による要素等価節点荷重ベクトル計算モジュール、要素の応力・ひずみ内部状態計算モジュール等に関してデータブロックの整理および再編成が行なわれ、新しいマクロモジュール“EMSALL”，“EMSUPD”が作成された。

- EMSALL : 要素剛性マトリックス、要素等価節点荷重ベクトルの計算。クリープ時間増分および荷重増分の自動決定機能のための初期化。
- EMSUPD : 要素の応力・ひずみ増分の計算、要素の内部状態の決定およびそれに応じた応力・ひずみの再計算、荷重増分の自動決定。大変形解析機能の Updated Lagrangian 定式の処理。

b) ソルバー関連モジュールの改良

ソルバー関連モジュールが再編成され、変位、荷重等のデータブロックの取り扱いが要素単位ベクトルから全体系のベクトルに改められた。変位境界条件等の処理が全体剛性マトリックスをアセンブルした後に行なわれるよう変更された。新しいモジュールとして“BK”，“TRIA”，“SOLV”が作成された。

- BK : 要素剛性マトリックスをアセンブルし、境界条件処理済みの区分化された全体剛性マトリックスの作成。
- TRIA : 全体剛性マトリックスの三角分解
- SOLV : 変位ベクトルおよび反力ベクトルの計算

c) 収束判定モジュール等の再編成

クリープ時間増分の自動決定モジュールおよび荷重増分自動決定機能あるいは大変形解析機能におけるくり返し計算の収束判定モジュール等が再編成され、新しくモジュール“NXSTEP”が作成された。

- NXSTEP : クリープ時間増分の自動決定、荷重増分自動決定あるいは大変形解析のための収束判定

d) データブロックの見直し

要素関連モジュール、ソルバー関連モジュールおよび収束判定モジュール等の再編成により、それらモジュールに関係しているデータブロックが見直され、その内容およびその使用方法が改良された。要素の特性をストアしているデータブロック“ECHA”的内容に新たに応力・ひずみ評価のキー、プリント出力するための内部点情報データが追加された。要素定数をストアしているデータブロック“ECON”から rotated basis 関連データを取り除き、要素の結合データを追加した新しいデータブロック“EST”が作成された。要素の内部変数および応力・ひずみをストアしているデータブロック“EIV”, “DIV”的内容およびフォーマットが変更された。ソルバーモジュールのためのデータブロックが要素単位から全体系のものに変更された。また、各データブロックのコアへの読み込み、外部記憶装置への書き出しのための専用サブルーチンが組み込まれ、データブロックの処理が容易になった。

e) 要素関係ルーチンの改良とグローバルコモンの追加

要素関連モジュールの再編成およびデータブロックの見直しにより、要素関係のデータを常時コアにストアするためのグローバルコモンが新たに作成された。また、そのグローバルコモンの使用により要素関連サブルーチン(要素剛性マトリックスの計算、要素等価節点荷重ベクトルの計算、要素内部点温度の計算、要素の全ひずみの計算、初期ひずみ等による要素等価節点力ベクトルの計算、要素内部力ベクトルの計算、要素質量マトリックスの計算)の calling sequence が整理され、図1-1に要素剛性マトリックスの計算サブルーチンの例を示す。

f) 静的応力解析の全体的なコントロールシステムの改良

前で述べた要素関連モジュールの再編成、ソルバー関連モジュールの改良、収束判定モジュールの再編成およびデータブロックの見直し等により、静的応力解析のための機能モジュールをコントロールしていたシステムが改良された。

```

SUBROUTINE KHEXXX(IECHA,KYOPT,KTEMP,IEXN,NUMIP,KLARG,GP,XD,NRD,
+                 INFRD, RD, TMP, DTMP, INFSS, SS, MAT, DISP, LSK, KSTF)
C.. PURPOSE
C..   K-ROUTINE FOR THE HEX20 ELEMENT AND THE HEX8 ELEMENT
C.. INPUT
C..   IECHA - ELEMENT CHARACTERISTIC TABLE
C..   KYOPT - UPPER KEY TABLE
C..   KTEMP - TEMPERATURE FIELD SWITCH
C..   IEXN - ELEMENT NUMBER
C..   NUMIP - NUMBER OF INTERNAL POINTS
C..   KLARG - GEOMETRICAL NONLINEARITY SWITCH
C..   GD - GEOMETRICAL DATA
C..   XD - NODAL COORDINATES
C..   NRD - NUMBER OF ROTATED NODES(R.N.)
C..   INFRD - R.N. POSITION TABLE
C..   RD - ROTATION MATRIX DATA
C..   TMP - TEMPERATURE AT INTERNAL POINTS
C..   DTMP - INCREMENTAL TEMPERATURE DATA
C..   INFSS - POINTER TABLE FOR (SS)
C..   SS - STRESSES AND STRAINS AT INTERNAL POINTS
C..   MAT - MATERIAL DATA
C..   DISP - DISPLACEMENT DATA
C..   KSTF - KEY OF NONLINEAR STIFFNESS
C.. OUTPUT
C..   LSK - DATALENGTH OF (ESK)
C..   ESK - ELEMENT STIFFNESS MATRIX :UPPER TRIANGLE PART
C..          STORED IN ORDER OF ROW-WISE
C.. PROGRAMMED BY F.KUBO APR.13/84
C.. IMPLICIT REAL*B (A-H,O-Z)
C.. INTEGER IECHA(1), KYOPT(1), INFRD(1), INFSS(1), MAT(1),
C.. REAL GD(1) , XDI(1) , RD(1) , TMP(1) , DTMP(1) ,
C.. + SS(1)
C.. DIMENSION DISP(1) : ESK(1)
C.. + GABS(3) : GWGT(3) : ABX(3) : AJ(9) : BL(360)
C.. + TEMP(2) : DD(21) : SIG(6,27)
C.. /WKOCOM/
C.. + GABS : GWGT : ABX : AJ : BL
C.. COMMON /WKXCOM/
C.. + DETJ
C.. + TEMP : DD : SIG
C.. DATA LDD : NS : NSFD /
C.. + DATA 21 : 6 : 3
C.. DATA ZERO : 0.000 /

```

(a) 改良前

```

SUBROUTINE KHEXXX(KLARG,MAT,DISP, LSK , ESK )
C.. PURPOSE
C..   K-ROUTINE FOR THE HEX20 ELEMENT AND THE HEX8 ELEMENT
C.. INPUT
C..   KLARG - GEOMETRICAL NONLINEARITY SWITCH
C..   MAT - MATERIAL DATA
C..   DISP - DISPLACEMENT DATA
C.. OUTPUT
C..   LSK - DATALENGTH OF (ESK)
C..   ESK - ELEMENT STIFFNESS MATRIX :UPPER TRIANGLE PART
C..          STORED IN ORDER OF ROW-WISE
C.. PROGRAMMED BY F.KUBO APR.13/84
C.. IMPLICIT REAL*B (A-H,O-Z)
C.. INTEGER MAT(1)
C.. DIMENSION DISP(1) : ESK(1) : DD(21)
C.. + GABS(3) : GWGT(3) : ABX(3) : AJ(9) : BL(360)
C.. REAL GDAT, XN
C.. COMMON /ESTCOM/ XN
C.. + IECOD , IECD , IDMAT , KFIELD , NUMIP :
C.. + ICD , LEG , LEX , LEC , NCMP :
C.. + KDMY1 , KDMY2 :
C.. + GDAT(32) , XN(96) : IECT(32)
C.. COMMON /ECHACM/
C.. + IECDX , NECOD(2) , KFLD , KEYA , KEYB :
C.. + NOD , NODF , NODG , NODT , NIP :
C.. + NIPI , NEDDF , NECOR , NEGEO , NETRN :
C.. + NELOD , KYRSAT , KYUPLG , KYSTAT , KYHEAT :
C.. + KYDYMC , NOIPX , IPX(5) : KYOPT(20)
C.. COMMON /EIVCOM/ IVDMY(5) : JVKEPC , JVIP , JVINF(17)
C.. - EVTEBS , EVSIG(6) : EVEE(6) : EVEPS(6) : JVNCYC
C.. 1 .EVTEBS , EVSIG(6) : EVEE(6) : EVEPS(6) : JVINF(17)
C.. 2 .EVTEBS , EVSIG(6) : EVEE(6) : EVEPS(6) : JVNCYC
C.. 3 .EVTEPB , EVEP(6) , JVM10 , JVNCYC
C.. 4 .EVTEMP , EVEY(6) , JVEOL , JVINF(17)
C.. 5 .EVEC(5) : EVEC(6)
C.. 6 .EVFLX , EVES(6)
C.. 7 .EVEI(6)
C.. 8 .IVORG , IVORGS , EVEOL , EVEOP(6) , EVEON(6)
C.. 9 .DVEWPW , DVEOP(6) , DVEON(6)
C.. A .EVPHO , EVALPH(6)
C.. B .IVIST1 , IVIST2 , EVGAP
C.. COMMON /DIVCOM/ JVDMY(5) : JVKEPC , JVIP , JVINF(17)
C.. - DVTEBS , DVTSIG(6) : DVTEE(6) : DVTEPS(6) : JVNCYC
C.. 1 .DVTEBS , DVTSIG(6) : DVTEE(6) : DVTEPS(6) : JVNCYC
C.. 2 .DVTEPB , DVTEP(6) , JVEOL , JVNCYC
C.. 3 .DVTEMP , DVTEM(6) , JVEOL , JVNCYC
C.. 4 .DVEC(5) : DVEC(6)
C.. 5 .DVFLX , DVES(6)
C.. 6 .DVEI(6)
C.. 7 .JVORG , JVORGS , DVEOL , DVEOP(6) , DVEON(6)
C.. 8 .DVEWPW , DVEOP(6) , DVEON(6)
C.. A .DVRHO , DVALPH(6)
C.. B .JVIST1 , JVIST2 , DVGAP
C.. COMMON /WKOCOM/
C.. + GABS , GWGT , ABX , AJ , BL
C.. COMMON /WKXCOM/
C.. + DATA LDD /
C.. + DATA 21 /
C.. DATA ZERO : 0.000 /

```

(b) 改良後

図1-1 要素剛性マトリックス計算ルーチンの例

1.3 改良による効果

(1) ソルバー関連の改良による成果

a) ソルバー効率化による効果

ここで、ソルバーとは要素剛性マトリックスと荷重増分ベクトルが与えられた時点から出発して変位増分ベクトルを得るまでのプロセスを言う。すなわち、全体剛性マトリックスのアセンブル、変位境界条件の処理、三角分解と前進消去、後退代入そしてファスニング従属自由度の変位のリカバリーまでを含むものとする。

ソルバーの効率は問題の規模が大型化するほど重要になってくる。すなわち、要素剛性マトリックスの計算および節点変位から要素のひずみと応力を計算するのに要する時間は、要素数に比例して増加する。しかし、ソルバーにおける時間は総自由度数と平均アクティブカラム数の2乗の積に比例して増加する。この様な観点からソルバーの性能比較を行なうために、実際的な問題 DP (Demonstration Problem) から比較的大規模な問題として DP 014 および中規模問題として DP 025 を用いて、改良前と改良後における計算時間と I/O 回数の計測を行なった。

なお、ここで示される計算時間等は FACOM (OSIV/F4, ED40, V12, L02) によるものである。

表 1-1 には各問題の概要、表 1-2 には各問題に対する改良前および改良後の総 CPU 時間、ソルバーで消費した CPU 時間および総 I/O 回数を示す。また図 1-2、図 1-3 には FINAS EXECUTION SUMMARY を示す。

表 1-1 各問題の概要

問題 No.	タイトル	要素タイプ	要素数	節点数	自由度数	解析タイプ
DP 014	三次元き裂解析	HEX20	380	2048	5815	弾性
DP 025	パイプ結合部の弾性解析	HEX20	125	1013	2839	弾性

表 1-2 改良前と改良後の比較

問題 No.	項目	改良前 (a)	改良後 (b)	比率 (b)/(a)
DP 014	総 CPU 時間 (sec)	5021.8	3566.1	0.71
	ソルバー CPU 時間 (sec)	3938.2	2933.8	0.75
	総 I/O 回数	51273	29074	0.57
DP 025	総 CPU 時間 (sec)	414.8	333.8	0.81
	ソルバー CPU 時間 (sec)	205.8	140.5	0.68
	総 I/O 回数	5869	5415	0.92

表 1-2 から中規模問題では全体として約 20 %、大規模問題では全体として約 30 % の CPU 時間の効率化が行なわれたことがわかる。

DP-14
A THREE DIMENSIONAL SOLID WITH A ELLIPTICAL CRACK

FINAS EXECUTION SUMMARY

ANALYSIS MODEL INFORMATION

ANALYSIS TYPE	STATIC E
NUMBER OF LOAD STEPS	
NUMBER OF ELEMENTS	380
NUMBER OF NODES	2048
NUMBER OF UNKNOWN FREEDOMS	5815
MAXIMUM NUMBER OF ACTIVE COLUMNS	456
AVERAGE NUMBER OF ACTIVE COLUMNS	67.4

EXECUTION TIME LOG (CPU TIMES IN SECONDS)

ELEMENT MATRICES FORMATION	442.5	(0.81 %)
LOAD VECTOR FORMATION	2.1	(0.04 %)
MATRIX ASSEMBLY AND DECOMPOSITION	3928.2	(78.42 %)
STRESS DATA RECOVERY AND UPDATING LOAD VECTOR FOR NONLINEARITIES	105.0	(2.11 %)
ACTIVE COLUMN OPTIMIZATION	500.0	(10.13 %)
OTHERS (DATA INPUT, PRINT OUT, ETC.)	24.5	(0.49 %)
TOTAL EXECUTION TIME	5021.0	SECONDS

STORAGE DEVICE INFORMATION

DISK SPACE UTILIZED FOR WORK	2560 TRACKS
AMOUNT OF NEW RESTART TAPE FILE	0 TRACKS ('SAVE' OPTION INACTIVE)

入出力 (EXCP) カウント : 5127315

DP-14
A THREE DIMENSIONAL SOLID WITH A ELLIPTICAL CRACK

FINAS EXECUTION SUMMARY

ANALYSIS MODEL INFORMATION

ANALYSIS TYPE	STATIC E
NUMBER OF LOAD STEPS	1
NUMBER OF ELEMENTS	380
NUMBER OF NODES	2048
NUMBER OF UNKNOWN FREEDOMS	5815
MAXIMUM NUMBER OF ACTIVE COLUMNS	580
AVERAGE NUMBER OF ACTIVE COLUMNS	429.1

EXECUTION TIME LOG (CPU TIMES IN SECONDS)

ELEMENT MATRICES FORMATION	433.9	(12.17 %)
LOAD VECTOR FORMATION	0.1	(0.00 %)
MATRIX ASSEMBLY AND DECOMPOSITION	2993.0	(83.95 %)
STRESS DATA RECOVERY	105.1	(2.95 %)
ACTIVE COLUMN OPTIMIZATION	10.3	(0.29 %)
OTHERS (DATA INPUT, PRINT OUT, ETC.)	23.0	(0.64 %)
TOTAL EXECUTION TIME	3566.1	SECONDS

STORAGE DEVICE INFORMATION

DISK SPACE UTILIZED FOR WORK	2044 TRACKS
AMOUNT OF NEW RESTART TAPE FILE	0 TRACKS ('SAVE' OPTION INACTIVE)

入出力 (EXCP) カウント : 29074

(a) 改良前

(b) 改良後

図 1-2 DP-14 の FINAS EXECUTION SUMMARY の比較

DP-25
PIPE JUNCTION PROBLEM

FINAS EXECUTION SUMMARY

ANALYSIS MODEL INFORMATION

ANALYSIS TYPE	STATIC E
NUMBER OF LOAD STEPS	1
NUMBER OF ELEMENTS	125
NUMBER OF NODES	1013
NUMBER OF UNKNOWN FREEDOMS	2859
MAXIMUM NUMBER OF ACTIVE COLUMNS	234
AVERAGE NUMBER OF ACTIVE COLUMNS	148.2

EXECUTION TIME LOG (CPU TIMES IN SECONDS)

ELEMENT MATRICES FORMATION	148.9	(35.50 %)
LOAD VECTOR FORMATION	2.4	(0.59 %)
MATRIX ASSEMBLY AND DECOMPOSITION	205.6	(49.42 %)
STRESS DATA RECOVERY	37.7	(9.09 %)
ACTIVE COLUMN OPTIMIZATION	6.5	(1.56 %)
OTHERS (DATA INPUT, PRINT OUT, ETC.)	13.4	(3.24 %)
TOTAL EXECUTION TIME	414.6	SECONDS

STORAGE DEVICE INFORMATION

DISK SPACE UTILIZED FOR WORK	398 TRACKS
AMOUNT OF NEW RESTART TAPE FILE	0 TRACKS ('SAVE' OPTION INACTIVE)

入出力 (EXCP) カウント : 5869 回

DP-25
PIPE JUNCTION PROBLEM

FINAS EXECUTION SUMMARY

ANALYSIS MODEL INFORMATION

ANALYSIS TYPE	STATIC E
NUMBER OF LOAD STEPS	1
NUMBER OF ELEMENTS	125
NUMBER OF NODES	1013
NUMBER OF UNKNOWN FREEDOMS	2859
MAXIMUM NUMBER OF ACTIVE COLUMNS	184
AVERAGE NUMBER OF ACTIVE COLUMNS	125.9

EXECUTION TIME LOG (CPU TIMES IN SECONDS)

ELEMENT MATRICES FORMATION	143.5	(42.99 %)
LOAD VECTOR FORMATION	0.1	(0.02 %)
MATRIX ASSEMBLY AND DECOMPOSITION	140.5	(42.09 %)
STRESS DATA RECOVERY	34.6	(10.36 %)
ACTIVE COLUMN OPTIMIZATION	2.6	(0.78 %)
OTHERS (DATA INPUT, PRINT OUT, ETC.)	12.5	(3.76 %)
TOTAL EXECUTION TIME	333.8	SECONDS

STORAGE DEVICE INFORMATION

DISK SPACE UTILIZED FOR WORK	622 TRACKS
AMOUNT OF NEW RESTART TAPE FILE	0 TRACKS ('SAVE' OPTION INACTIVE)

入出力 (EXCP) カウント : 5475 回

(a) 改良前

(b) 改良後

図 1-3 DP-25 の FINAS EXECUTION SUMMARY の比較

b) リナンバー機能の改良による効果

FINAS バージョン 9.0 で用いられているリナンバーのためのアルゴリズムは、隣接リストを利用するものに改良され、また、今回の改良作業ではプログラムの見直しがなされ、再コーディングが行なわれてデータの内部的な表現方法が全面的に変更された。更に、リナンバーのための開始節点の決定がグラフ理論を用いて自動的に行なわれるよう改められた。このような改良により少ない処理時間でほぼ最適なリナンバリングを行なうことが可能となった。

リナンバリングに要していた処理時間の効果については図 1-2, 図 1-3 の FINAS EXECUTION SUMMARY の ACTIVE COLUMN OPTIMIZATION の項目に示されている。リナンバリングそのものの性能は DP014 および DP025 のモデルに対して計測を行なった。図 1-4, 図 1-5 に DP014, DP025 の全体剛性マトリックスのパターンをリナンバー前とリナンバー後について示す。図中で PROFILE SIZE はあるのは、マトリックスの分解過程で発生するノンゼロ項を含んで最終的に分解された後のノンゼロ項の個数を表わすものである。この数値が小さいものほど、最適なリナンバーが行なわれたことを示す。

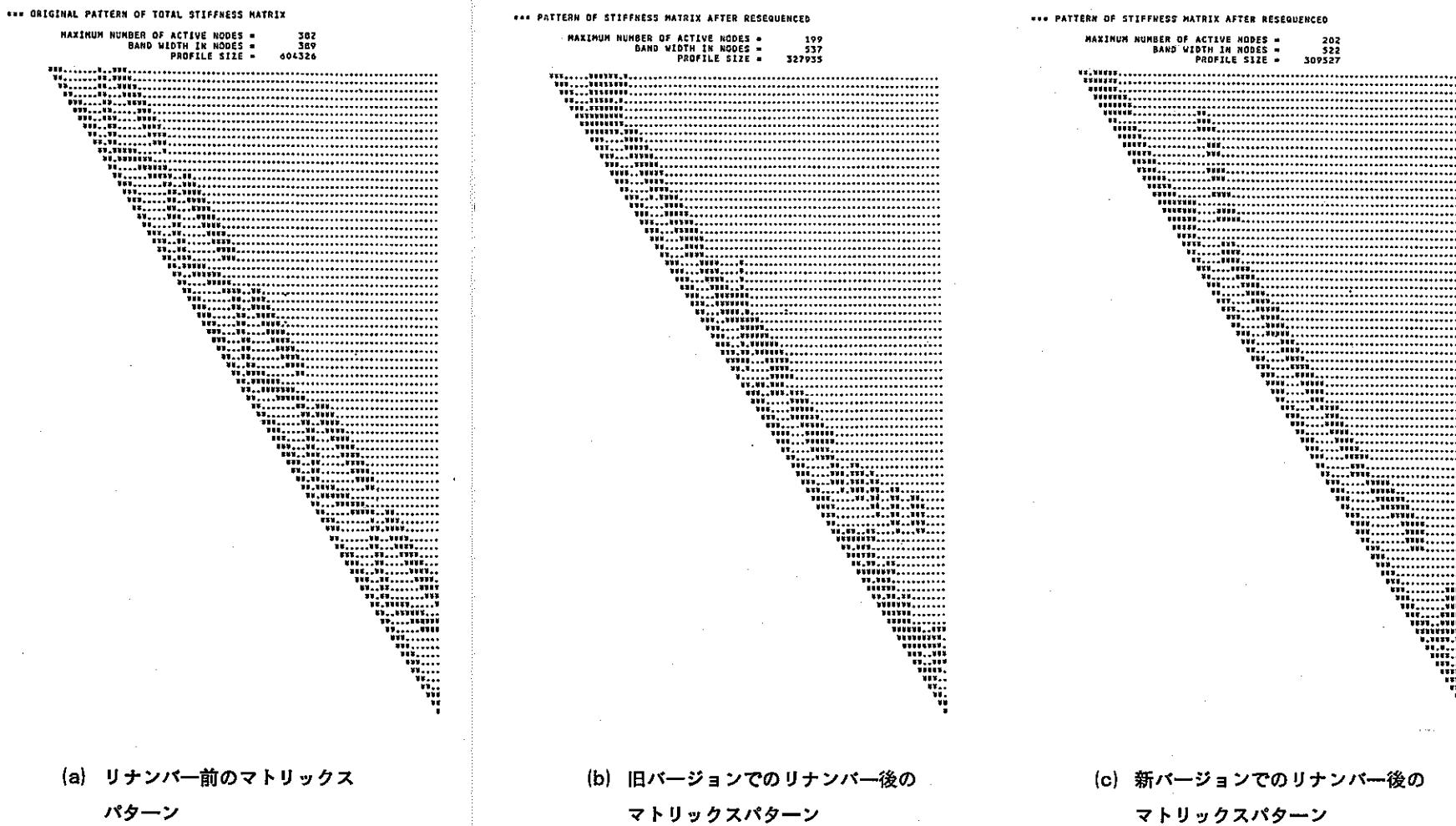
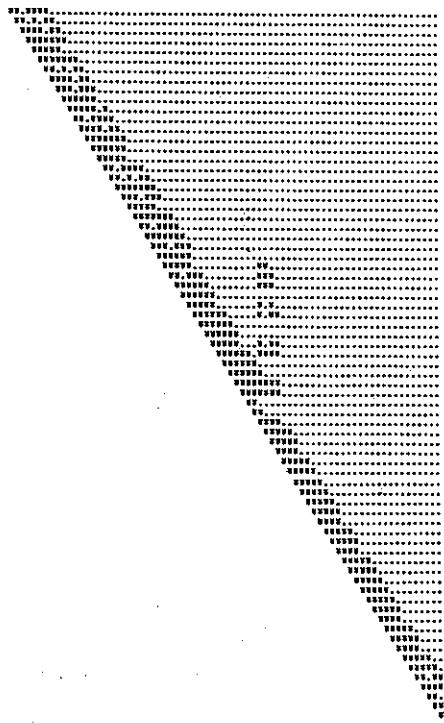


図 1-4 DP 014 の改良前と改良後の全体剛性マトリックスパターン

*** ORIGINAL PATTERN OF TOTAL STIFFNESS MATRIX.

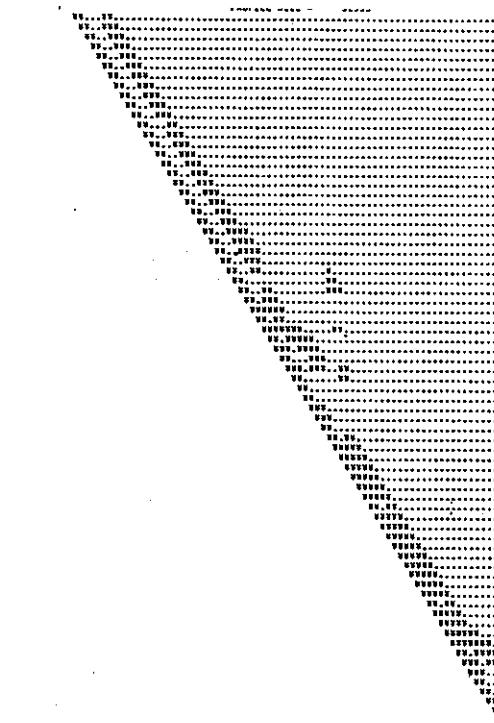
MAXIMUM NUMBER OF ACTIVE NODES = 100
BAND WIDTH IN NODES = 237
PROFILE SIZE = 61873



(a) リナンバー前のマトリックス
パターン

*** PATTERN OF STIFFNESS MATRIX AFTER RESEQUENCED

MAXIMUM NUMBER OF ACTIVE NODES = 82
BAND WIDTH IN NODES = 239
PROFILE SIZE = 52553



(b) 旧バージョンでのリナンバー後の
マトリックスパターン

*** PATTERN OF STIFFNESS MATRIX AFTER RESEQUENCED

MAXIMUM NUMBER OF ACTIVE NODES = 65
BAND WIDTH IN NODES = 191
PROFILE SIZE = 44401



(c) 新バージョンでのリナンバー後の
マトリックスパターン

図1-5 DP 025 の改良前と改良後の全体剛性マトリックスパターン

(2) 静的応力解析の改良による成果

FINASにおける改良の効果を確認するために、静的応力問題を解析して計算時間の測定を行なった。解析に用いた問題としては、FINASの検証問題、VP(Verification Problem)、実際的な問題DP(Demonstration Problem)、計算効率のチェック問題SP(Standard Problem)である。ここで示される計算時間はFACOM M190(OS/VS2MVS)によるものである。

a) 弾性問題

表1-3に、弾性問題に関して改良前と改良後の計算時間の比較を示す。

表1-3 弾性問題における計算時間の比較

No.	タイトル	要素タイプ	節点数	自由度数	解析タイプ	計算時間(CPU)		計算時間比 (2)/(1)
		要素数			ステップ数	改良前(1)	改良後(2)	
SP001-1	小規模モデル	QMEM4	66	115	E	6.30	4.69	0.74
		50			1			
SP001-2	中規模モデル	QMEM4	231	430	E	9.70	8.37	0.83
		200			1			
SP001-3	大規模モデル	QMEM4	861	1660	E	28.56	26.71	0.94
		800			1			
DP025	パイプ結合部 の弾性解析	HEX20	1013	2839	E	187.05	162.73	0.87
		125			1			

要素関連モジュールの再編成、データブロックの見直し、ソルバーの改良等により小規模モデルでは26%，中規模モデルでは17%および大規模モデルでは約10%の向上が得られた。

b) 弾塑性問題

表1-4に弾塑性問題に関して改良前と改良後の計算時間の比較を示す。

表1-4 弾塑性問題における計算時間の比較

No.	タイトル	要素タイプ	節点数	自由度数	解析タイプ	計算時間(CPU)		計算時間比 (2)/(1)
		要素数			ステップ数	改良前(1)	改良後(2)	
SP002-1	小規模モデル	QMEM4	66	115	EP	34.5	29.97	0.87
		50			11			
SP002-2	中規模モデル	QMEM4	231	430	EP	87.5	78.56	0.90
		200			11			
SP003-3	大規模モデル	QMEM4	861	1661	EP	334.1	299.89	0.90
		800			11			

弾塑性問題に関しては、小規模モデル、中規模モデル、大規模モデルに対して要素関連モジュールの再編成およびデータブロックの見直し等により約10%の計算時間の向上が得られた。

c) 大変形問題

表1-5に大変形問題に関して改良前と改良後の計算時間の比較を示す。

表1-5 大変形問題における計算時間の比較

No.	タイトル	要素タイプ	節点数	自由度数	解析タイプ	計算時間(CPU)		計算時間比 (2)/(1)
		要素数			ステップ数	改良前(1)	改良後(2)	
VP-52	トラスの弾性 大変形問題	ROD2	3	2	E	18.9	6.6	0.35
		2			10			
DP-26	球形シェルの弾 性大変形解析	CONIC2	21	58	E	25.1	22.1	0.88
		20			10			

大変形問題に関して、収束計算の方法の変更（修正 Newton Raphson 法から Newton Raphson 法）により、VPでは約60%強、DPでは約10%強の計算時間の向上が得られた。

2. 静的応力解析

(1) 非弾性解析機能の改良

a) 材料データライブラリの改訂

FINAS 材料データライブラリにはオーステナイトステンレス鋼 SUS 304, オーステナイトステンレス鋼 SUS 316, オーステナイトステンレス鋼 SUS 321 伝熱管, $2\frac{1}{4}$ Cr-1 Mo 鋼 (NT材) 板および $2\frac{1}{4}$ Cr-1 Mo 鋼 (NT材) 伝熱管の材料特性が登録されており、使用者が若干のパラメータを入力データで与えることにより、それらの材料の弾塑性特性およびクリープ特性を利用できるようになっている。

今回の改良・整備作業により、各種材料の単調応力・ひずみ関係式が表 2-1 から表 2-5, クリープひずみ式が表 2-6 から表 2-10 に示されるものに改訂された。また、オーステナイトステンレス鋼 SUS 304 については、降伏応力・加工硬化係数のテーブルが表 2-11 に示されるように定常加工硬化係数が追加され改訂された。

b) 移動硬化係数の取り扱いの変更

FINAS では材料特性の塑性挙動を定義するためのデータとして塑性硬化則パラメータおよびその硬化則に対応した材料定数（降伏応力、加工硬化係数等）を与える必要がある。例えば使用者が移動硬化モデルを定義する場合には、FINAS の使用説明書に従えば移動硬化則のパラメータ、降伏応力および移動硬化係数を入力しなければならない。ところが使用者は塑性挙動を表わすデータとして降伏応力、加工硬化係数のみを有しているため、移動硬化係数の取り扱いが使用者にとってわかりにくくものになっていた。

今回の改良・整備作業により移動硬化係数の入力は廃止され、使用者が与えた加工硬化係数は、塑性硬化則に対応してプログラム内部で自動的に移動硬化係数に変換され処理されるようになった。

表 2-1 SUS 304 鋼の単調応力・ひずみ関係式

(1) $\sigma \leq \sigma_P$ のとき

$$\epsilon_e = \frac{\sigma}{E}$$

$$\epsilon_p = 0$$

(2) $\sigma > \sigma_P$ のとき

$$\epsilon_e = \frac{\sigma}{E}$$

$$\epsilon_p = \left(\frac{\sigma - \sigma_P}{K} \right)^{\frac{1}{m}}$$

<使用単位>

$$\epsilon_e \text{ (mm/mm)}, \quad \epsilon_p \text{ (mm/mm)}, \quad \sigma \text{ (kg/mm}^2\text{)}$$

<適用限界>

$$\text{最大ひずみ } (\epsilon_e + \epsilon_p)_{\max} \leq 0.03 \text{ (mm/mm)}$$

パラメータ	温度 (°C)	$315 \leq T \leq 650$
E (kg/mm ²)		$315 \leq T < 400 \quad E = 2.040 \times 10^4 - 8.000 T$ $400 \leq T \leq 650 \quad E = 2.126 \times 10^4 - 10.125 T$
σ_P (kg/mm ²)		$\sigma_Y - K (0.002)^m$
σ_Y (kg/mm ²)		$(25.5655 - 5.58937 \times 10^{-2} T + 1.04384 \times 10^{-4} T^2 - 7.42535 \times 10^{-8} T^3) / \alpha_Y$
K (kg/mm ²)		$44.3068 - 1.78933 \times 10^{-2} T$
m		$0.279395 + 7.749 \times 10^{-6} T$
α_Y		MATERIAL データ B ₁₁ カードで指定した値。 B ₁₁ カードの α_Y が無記入の場合は 1.0

表2-2 SUS 316 鋼の単調応力・ひずみ関係式

(1) $\sigma \leq \sigma_P$ のとき

$$\varepsilon_e = \frac{\sigma}{E}$$

$$\varepsilon_p = 0$$

(2) $\sigma > \sigma_P$ のとき

$$\varepsilon_e = \frac{\sigma}{E}$$

$$\varepsilon_p = \left(\frac{\sigma - \sigma_P}{K} \right)^{\frac{1}{m}}$$

<使用単位>

$$\varepsilon_e \text{ (mm/mm)}, \quad \varepsilon_p \text{ (mm/mm)}, \quad \sigma \text{ (kg/mm}^2\text{)}$$

<適用限界>

$$\text{最大ひずみ } (\varepsilon_e + \varepsilon_p)_{\max} \leq 0.03 \text{ (mm/mm)}$$

温度 (°C) パラメータ	$315 \leq T \leq 650$
$E \text{ (kg/mm}^2\text{)}$	$315 \leq T < 400 \quad E = 2.040 \times 10^4 - 8.000T$ $400 \leq T \leq 650 \quad E = 2.126 \times 10^4 - 10.125T$
$\sigma_P \text{ (kg/mm}^2\text{)}$	$\sigma_Y - K (0.002)^m$
$\sigma_Y \text{ (kg/mm}^2\text{)}$	$(26.8073 - 5.04547 \times 10^{-2}T + 8.03901 \times 10^{-5}T^2 - 5.11282 \times 10^{-8}T^3) / \alpha_Y$
$K \text{ (kg/mm}^2\text{)}$	$40.0909 - 9.69990 \times 10^{-3}T$
m	$0.326245 + 6.13276 \times 10^{-5}T$
α_Y	MATERIAL データ B ₁₁ カードで指定した値。 B ₁₁ カードの α_Y が無記入の場合は 1.0

表 2-3 SUS 321 鋼伝熱管の単調応力・ひずみ関係式

(1) $\sigma \leq \sigma_P$ のとき

$$\varepsilon_e = \frac{\sigma}{E}$$

$$\varepsilon_p = 0$$

(2) $\sigma > \sigma_P$ のとき

$$\varepsilon_e = \frac{\sigma}{E}$$

$$\varepsilon_p = \left(\frac{\sigma - \sigma_P}{K} \right)^{\frac{1}{m}}$$

<使用単位>

$$\varepsilon_e \text{ (mm/mm)}, \quad \varepsilon_p \text{ (mm/mm)}, \quad \sigma \text{ (kg/mm}^2\text{)}$$

<適用限界>

$$\text{最大ひずみ } (\varepsilon_e + \varepsilon_p)_{\max} \leq 0.03 \text{ (mm/mm)}$$

パラメータ	温度 (°C)	$315 \leq T \leq 650$
E (kg/mm ²)		$315 \leq T < 400 \quad E = 2.040 \times 10^4 - 8.000T$ $400 \leq T \leq 650 \quad E = 2.126 \times 10^4 - 10.125T$
σ_P (kg/mm ²)		$\sigma_Y - K (0.002)^m$
σ_Y (kg/mm ²)		$(24.4905 - 3.80298 \times 10^{-2}T + 6.15139 \times 10^{-5}T^2 - 4.06897 \times 10^{-8}T^3) / \alpha_Y$
K (kg/mm ²)		$59.517 - 2.6872 \times 10^{-2}T$
m		0.3
α_Y		MATERIAL データ B ₁₁ カードで指定した値。B ₁₁ カードの α_Y が無記入の場合は 1.0

表 2-4 $2\frac{1}{4}$ Cr-1Mo 鋼(NT材)板の単調応力・ひずみ関係式

(1) $\sigma \leq \sigma_P$ のとき

$$\epsilon_e = \frac{\sigma}{E}$$

$$\epsilon_p = 0$$

(2) $\sigma > \sigma_P$ のとき

$$\epsilon_e = \frac{\sigma}{E}$$

$$\epsilon_p = \left(\frac{\sigma - \sigma_P}{K} \right)^{\frac{1}{m}}$$

<使用単位>

$$\epsilon_e \text{ (mm/mm)}, \quad \epsilon_p \text{ (mm/mm)}, \quad \sigma \text{ (kg/mm}^2)$$

<適用限界>

$$\text{最大ひずみ } (\epsilon_e + \epsilon_p)_{\max} \leq 0.03 \text{ (mm/mm)}$$

パラメータ	温度 (°C)	$300 \leq T \leq 550$
E (kg/mm ²)		$300 \leq T \leq 375 \quad E = 2.267 \times 10^4 - 10.8000T$ $375 < T < 450 \quad E = 2.010 \times 10^4 - 4.000T$ $450 \leq T \leq 550 \quad E = 0.2164011 \times 10^5 - 0.7060216 \times 10^1 T$ $+ 0.3684193 \times 10^{-2} T^2 - 0.1014639 \times 10^{-4} T^3$
σ_P (kg/mm ²)		$\sigma_Y - K (0.002)^m$
σ_Y (kg/mm ²)		$(42.9566 - 4.59888 \times 10^{-2} T + 1.47316 \times 10^{-4} T^2$ $- 1.93388 \times 10^{-7} T^3) / \alpha_Y$
K (kg/mm ²)		$83.0 - 8.75 \times 10^{-2} T$
m		$0.417 - 5.125 \times 10^{-4} T$
α_Y		MATERIAL データ B ₁₁ カードで指定した値。B ₁₁ カードの α_Y が無記入の場合は 1.0

表 2-5 $2\frac{1}{4}$ Cr-1Mo鋼(NT材)伝熱管の単調応力・ひずみ関係式

(1) $\sigma \leq \sigma_P$ のとき

$$\epsilon_e = \frac{\sigma}{E}$$

$$\epsilon_p = 0$$

(2) $\sigma > \sigma_P$ のとき

$$\epsilon_e = \frac{\sigma}{E}$$

$$\epsilon_p = \left(\frac{\sigma - \sigma_P}{K} \right)^{\frac{1}{m}}$$

<使用単位>

$$\epsilon_e \text{ (mm/mm)}, \quad \epsilon_p \text{ (mm/mm)}, \quad \sigma \text{ (kg/mm}^2\text{)}$$

<適用限界>

$$\text{最大ひずみ } (\epsilon_e + \epsilon_p)_{\max} \leq 0.03 \text{ (mm/mm)}$$

パラメータ	温度 (°C)	$300 \leq T \leq 550$
E (kg/mm ²)		$300 \leq T \leq 375 \quad E = 2.267 \times 10^4 - 10.8000T$ $375 < T < 450 \quad E = 2.010 \times 10^4 - 4.000T$ $450 \leq T \leq 550 \quad E = 0.2164011 \times 10^5 - 0.7060216 \times 10^1 T$ $+ 0.3684193 \times 10^{-2} T^2 - 0.1014639 \times 10^{-4} T^3$
σ_P (kg/mm ²)		$\sigma_Y - K (0.002)^m$
σ_Y (kg/mm ²)		$(35.1902 - 3.29051 \times 10^{-2} T + 6.01783 \times 10^{-5} T^2$ $- 6.32459 \times 10^{-8} T^3) / \alpha_Y$
K (kg/mm ²)		$83.0 - 8.75 \times 10^{-2} T$
m		$0.417 - 5.125 \times 10^{-4} T$
α_Y		MATERIAL データ B ₁₁ カードで指定した値。 B ₁₁ カードの α_Y が無記入の場合は 1.0

表 2-6 SUS 304 鋼のクリープひずみ式

$$\dot{\epsilon}^c = c_1 \{ 1 - \exp(-r_1 t) \} + c_2 \{ 1 - \exp(-r_2 t) \} + \dot{\epsilon}_m t$$

ここで、

$$r_1 = 103.37 t_R^{-0.72607}, \quad r_2 = 17.255 t_R^{-0.86775}$$

$$c_1 = 1.2692 \dot{\epsilon}_m^{0.74491} / r_1, \quad c_2 = 0.48449 \dot{\epsilon}_m^{0.81155} / r_2$$

$$\dot{\epsilon}_m = F t_R^{-1.1335}$$

$$\log_{10}(\alpha_R t_R) = \begin{cases} B_0 + B_1 \log_{10} \sigma + B_2 (\log_{10} \sigma)^2 & (0.1 \leq \sigma \leq 38.0 \text{ のとき}) \\ \{B_0 - B_2 (\log_{10} 0.1)^2\} + (B_1 + 2B_2 \log_{10} 0.1) \log_{10} \sigma & (0.01 \leq \sigma < 0.1 \text{ のとき}) \end{cases}$$

ただし、 $0 \leq \sigma < 0.01$ に対しては、 $r_1 = r_2 = c_1 = c_2 = \dot{\epsilon}_m = 0$

〈使用単位〉 $\dot{\epsilon}^c$ (mm/mm), σ (kg/mm²), t (hr), T (°C)

パラメータ	温 度
	$425 \leq T \leq 650$
F	$62.416 \exp \left\{ -\frac{40812}{8.31(T+273.15)} \right\}$
B_0	$-17.54301 + 26248.54 / (T+273.15)$
B_1	$-6104.579 / (T+273.15)$
B_2	$-425.0012 / (T+273.15)$
α_R	MATERIAL データ B_{12} カードで指定した値。 B_{12} カードの α_R が無記入の場合は 1.0

表 2-7 SUS 316 鋼のクリープひずみ式

$$\dot{\varepsilon}^c = c_1 \{ 1 - \exp(-r_1 t) \} + c_2 \{ 1 - \exp(-r_2 t) \} + \dot{\varepsilon}_m t$$

ここで、

$$r_1 = 103.37 t_R^{-0.72607}, \quad r_2 = 17.255 t_R^{-0.86775}$$

$$c_1 = 1.2692 \dot{\varepsilon}_m^{0.74491} / r_1, \quad c_2 = 0.48449 \dot{\varepsilon}_m^{0.81155} / r_2$$

$$\dot{\varepsilon}_m = F t_R^{-1.1126}$$

$$\log_{10}(\alpha_R t_R) = \begin{cases} B_0 + B_1 \log_{10} \sigma + B_2 (\log_{10} \sigma)^2 & (0.7 \leq \sigma \leq 38.0 \text{ のとき}) \\ \{B_0 - B_2 (\log_{10} 0.7)^2\} + (B_1 + 2B_2 \log_{10} 0.7) \log_{10} \sigma & (0.01 \leq \sigma < 0.7 \text{ のとき}) \end{cases}$$

ただし、 $0 \leq \sigma < 0.01$ に対しては、 $r_1 = r_2 = c_1 = c_2 = \dot{\varepsilon}_m = 0$

〈使用単位〉 $\dot{\varepsilon}^c$ (mm/mm), σ (kg/mm²), t (hr), T (°C)

温 度 パラメータ	$425 \leq T \leq 650$
F	$59119.0 \exp \left\{ -\frac{93475.0}{8.31(T+273.15)} \right\}$
B_0	$-17.37762 + 22983.2 / (T+273.15)$
B_1	$-798.521 / (T+273.15)$
B_2	$-2163.93 / (T+273.15)$
α_R	MATERIAL データ B_{12} カードで指定した値。 B_{12} カードの α_R が無記入の場合は 1.0

表 2-8 SUS 321 伝熱管のクリープひずみ式

$$\varepsilon^c = c_1 \{ 1 - \exp(-r_1 t) \} + c_2 \{ 1 - \exp(-r_2 t) \} + \dot{\varepsilon}_m t$$

ここで、

$$r_1 = 103.37 t_R^{-0.72607}, \quad r_2 = 17.255 t_R^{-0.86775}$$

$$c_1 = 1.2692 \dot{\varepsilon}_m^{0.74491} / r_1, \quad c_2 = 0.48449 \dot{\varepsilon}_m^{0.81155} / r_2$$

$$\dot{\varepsilon}_m = F t_R^{-1.1104}$$

$$\log_{10}(\alpha_R t_R) = \begin{cases} B_0 + B_1 \log_{10} \sigma + B_2 (\log_{10} \sigma)^2 & (2.2 \leq \sigma \leq 46.0 \text{ のとき}) \\ \{B_0 - B_2 (\log_{10} 2.2)^2\} + (B_1 + 2 B_2 \log_{10} 2.2) \log_{10} \sigma & (0.1 \leq \sigma < 2.2 \text{ のとき}) \end{cases}$$

ただし、 $0 \leq \sigma < 0.01$ に対しては、 $r_1 = r_2 = c_1 = c_2 = \dot{\varepsilon}_m = 0$

〈使用単位〉 ε^c (mm/mm), σ (kg/mm²), t (hr), T (°C)

パラメータ	温 度	$425 \leq T \leq 650$
F		$0.044758 \exp \left\{ -\frac{4439.8}{8.31(T+273.15)} \right\}$
B_0		$-16.46258 + 20089.0 / (T+273.15)$
B_1		$1953.03 / (T+273.15)$
B_2		$-2954.61 / (T+273.15)$
α_R	MATERIAL データ B_{12} カードで指定した値。 B_{12} カードの α_R が無記入の場合は 1.0	

表2-9 $2\frac{1}{4}$ Cr-1Mo鋼(NT材)板のクリープひずみ式

$$\dot{\varepsilon}^c = c_1 \{ 1 - \exp(-r_1 t) \} + c_2 \{ 1 - \exp(-r_2 t) \} + \dot{\varepsilon}_m t$$

ここで、

$$r_1 = 45.2986 t_R^{-0.56858}, \quad r_2 = 14.3245 t_R^{-0.82278}$$

$$c_1 = 0.30546 \dot{\varepsilon}_m^{0.59235} / r_1, \quad c_2 = 0.26505 \dot{\varepsilon}_m^{0.81657} / r_2$$

$$\dot{\varepsilon}_m = F t_R^{-1.09319}$$

$$\log_{10}(\alpha_R t_R) = \begin{cases} B_0 + B_1 \log_{10} \sigma + B_2 (\log_{10} \sigma)^2 & (1.4 \leq \sigma \leq 35.0 \text{ のとき}) \\ \{B_0 - B_2 (\log_{10} 1.4)^2\} + (B_1 + 2B_2 \log_{10} 1.4) \log_{10} \sigma & (0.01 \leq \sigma < 1.4 \text{ のとき}) \end{cases}$$

ただし、 $0 \leq \sigma < 0.01$ に対しては、 $r_1 = r_2 = c_1 = c_2 = \dot{\varepsilon}_m = 0$

〈使用単位〉 $\dot{\varepsilon}^c$ (mm/mm), σ (kg/mm²), t (hr), T (°C)

温 度 パラメータ	$375 \leq T \leq 550$
F	$13.5699 \exp \left\{ -\frac{33435.0}{8.31(T+273.15)} \right\}$
B_0	$-15.956105 + 18600.626/(T+273.15)$
B_1	$659.76676/(T+273.15)$
B_2	$-2655.7865/(T+273.15)$
α_R	MATERIAL データ B_{12} カードで指定した値。 B_{12} カードの α_R が無記入の場合は 1.0

表2-10 $2\frac{1}{4}$ Cr-1Mo鋼(NT材)伝熱管のクリープひずみ式

$$\dot{\varepsilon}^c = c_1 \{ 1 - \exp(-r_1 t) \} + c_2 \{ 1 - \exp(-r_2 t) \} + \dot{\varepsilon}_m t$$

ここで、

$$r_1 = 45.2986 t_R^{-0.56858}, \quad r_2 = 14.3245 t_R^{-0.82278}$$

$$c_1 = 0.30546 \dot{\varepsilon}_m^{0.59235} / r_1, \quad c_2 = 0.26505 \dot{\varepsilon}_m^{0.81657} / r_2$$

$$\dot{\varepsilon}_m = F t_R^{-1.09319}$$

$$\log_{10}(\alpha_R t_R) = \begin{cases} B_0 + B_1 \log_{10} \sigma + B_2 (\log_{10} \sigma)^2 & (1.4 \leq \sigma \leq 35.0 \text{ のとき}) \\ \{B_0 - B_2 (\log_{10} 1.4)^2\} + (B_1 + 2B_2 \log_{10} 1.4) \log_{10} \sigma & (0.01 \leq \sigma < 1.4 \text{ のとき}) \end{cases}$$

ただし、 $0 \leq \sigma < 0.01$ に対しては、 $r_1 = r_2 = c_1 = c_2 = \dot{\varepsilon}_m = 0$

〈使用単位〉 $\dot{\varepsilon}^c$ (mm/mm), σ (kg/mm²), t (hr), T (°C)

パラメータ	温度
	$375 \leq T \leq 550$
F	$13.5699 \exp \left\{ -\frac{33435.0}{8.31(T+273.15)} \right\}$
B_0	$-15.956105 + 18600.626 / (T+273.15)$
B_1	$659.76676 / (T+273.15)$
B_2	$-2655.7865 / (T+273.15)$
α_R	MATERIAL データ B_{12} カードで指定した値。 B_{12} カードの α_R が無記入の場合は 1.0

表 2-11 SUS 304 鋼の降伏応力, 加工硬化係数

材 料 特 性	最大想定ひずみ (%)	温 度 (°C)						
		350	400	450	500	550	600	650
降 伏 応 力 (kg/mm ²)	0.2	12.43	12.10	11.84	11.61	11.33	10.97	10.46
	0.3	12.92	12.57	12.30	12.04	11.75	11.36	10.83
	0.4	13.29	12.92	12.63	12.36	12.05	11.65	11.11
	0.5	13.58	13.20	12.90	12.62	12.30	11.89	11.34
	0.6	13.83	13.44	13.13	12.84	12.51	12.09	11.53
	0.7	14.04	13.65	13.33	13.03	12.69	12.27	11.70
	0.8	14.24	13.84	13.51	13.20	12.86	12.43	11.85
	0.9	14.42	14.01	13.67	13.36	13.01	12.57	11.99
	1.0	14.58	14.16	13.82	13.50	13.15	12.70	12.11
	1.1	14.73	14.31	13.96	13.64	13.28	12.83	12.23
	1.2	14.87	14.44	14.09	13.76	13.40	12.94	12.34
	1.3	15.00	14.57	14.22	13.88	13.51	13.05	12.45
	1.4	15.13	14.69	14.33	13.99	13.62	13.15	12.54
	1.5	15.25	14.81	14.44	14.10	13.72	13.25	12.64
	1.6	15.36	14.92	14.55	14.20	13.82	13.35	12.73
	1.7	15.47	15.02	14.65	14.30	13.91	13.43	12.81
	1.8	15.57	15.12	14.74	14.39	14.00	13.52	12.90
	1.9	15.67	15.22	14.84	14.48	14.09	13.60	12.97
	2.0	15.77	15.31	14.93	14.56	14.17	13.68	13.05
	2.1	15.86	15.40	15.01	14.65	14.25	13.76	13.12
	2.2	15.95	15.48	15.09	14.73	14.33	13.83	13.20
	2.3	16.04	15.57	15.18	14.80	14.40	13.90	13.27
	2.4	16.12	15.65	15.25	14.88	14.47	13.97	13.33
	2.5	16.20	15.73	15.33	14.95	14.54	14.04	13.40
	3.0	16.57	16.09	15.68	15.29	14.87	14.35	13.70
	3.5	16.91	16.41	15.99	15.59	15.16	14.63	13.97
	4.0	17.21	16.70	16.27	15.86	15.42	14.89	14.21
	4.5	17.48	16.96	16.53	16.11	15.66	15.12	14.43
	5.0	17.74	17.21	16.76	16.34	15.88	15.33	14.64
定常降伏応力 (kg/mm ²)	0.2	13.65	13.65	13.65	13.48	13.06	12.55	
	0.3	16.95	16.95	16.95	16.45	15.61	14.80	
	0.4	20.01	20.01	20.01	19.26	18.01	16.85	
	0.5	22.75	22.75	22.75	21.76	20.13	18.59	
	0.6	25.24	25.24	25.24	24.01	22.01	20.10	
	0.7	27.50	27.50	27.50	26.05	23.69	21.44	
	0.8	29.58	29.58	29.58	27.92	25.23	22.63	
	0.9	31.50	31.50	31.50	29.64	26.63	23.71	
	1.0	33.30	33.30	33.30	31.24	27.93	24.70	
	1.1	34.98	34.98	34.98	32.74	29.14	25.60	
	1.2	36.57	36.57	36.57	34.14	30.27	26.45	
	1.3	38.06	38.06	38.06	35.47	31.33	27.23	
	1.4	39.49	39.49	39.49	36.73	32.33	27.97	
	1.5	40.84	40.84	40.84	37.93	33.28	28.66	
	1.6	42.14	42.14	42.14	39.07	34.19	29.32	
	1.7	43.38	43.38	43.38	40.16	35.05	29.94	
	1.8	44.56	44.56	44.56	41.20	35.87	30.53	
	1.9	45.71	45.71	45.71	42.21	36.66	31.09	
	2.0	46.81	46.81	46.81	43.17	37.42	31.63	
	2.1	47.88	47.88	47.88	44.11	38.15	32.05	
	2.2	48.90	48.90	48.90	45.01	38.85	32.46	
	2.3	49.90	49.90	49.90	45.88	39.53	32.86	
	2.4	50.87	50.87	50.87	46.72	40.19	33.25	
	2.5	51.80	51.80	51.80	47.54	40.83	33.62	
	3.0	56.13	56.13	56.13	51.30	43.74	35.35	
	3.5	59.97	59.97	59.97	54.63	46.21	36.90	
	4.0	63.44	63.44	63.44	57.63	48.37	38.30	
	4.5	66.61	66.61	66.61	60.36	50.38	39.59	
	5.0	69.54	69.54	69.54	62.88	52.24	40.78	

材 料 特 性	最大想定ひずみ (%)	温 度 (°C)						
		350	400	450	500	550	600	650
加工硬化係数 (kg/mm ²)	0.2	2043.3	1962.2	1887.7	1816.1	1744.0	1668.0	1585.3
	0.3	1352.7	1302.0	1254.2	1207.7	1161.3	1113.8	1064.0
	0.4	1042.8	1005.3	969.3	934.3	899.4	864.0	827.6
	0.5	862.3	832.2	803.1	774.7	746.5	718.0	688.9
	0.6	742.4	717.1	692.6	668.5	644.6	620.6	596.2
	0.7	656.2	634.3	613.0	592.0	571.2	550.3	529.2
	0.8	590.3	571.4	552.5	533.9	515.4	496.9	478.2
	0.9	539.2	521.8	504.8	488.0	471.3	454.6	437.8
	1.0	497.3	481.5	466.0	450.7	435.5	420.3	404.9
	1.1	462.6	448.0	433.8	419.7	405.7	391.7	377.6
	1.2	433.2	419.7	406.5	393.4	380.4	367.4	354.4
	1.3	407.9	395.4	383.0	370.8	358.7	346.6	334.4
	1.4	386.0	374.2	362.7	351.2	339.8	328.4	317.0
	1.5	366.7	355.6	344.7	333.9	323.2	312.5	301.7
	1.6	349.6	339.1	328.8	318.6	308.5	298.3	288.1
	1.7	334.3	324.4	314.6	304.9	295.3	285.6	275.9
	1.8	320.5	311.1	301.8	292.6	283.4	274.2	265.0
	1.9	308.1	299.1	290.2	281.4	272.6	263.8	255.0
	2.0	296.7	288.2	279.7	271.2	262.8	254.4	245.9
	2.1	286.4	278.1	270.0	261.9	253.8	245.7	237.6
	2.2	276.8	268.9	261.1	253.3	245.5	237.8	230.0
	2.3	268.0	260.4	252.9	245.4	237.9	230.4	222.9
	2.4	259.9	252.6	245.3	238.0	230.8	223.6	216.4
	2.5	252.3	245.2	238.2	231.2	224.2	217.3	210.3
	3.0	221.2	215.2	209.2	203.2	197.2	191.2	185.2
	3.5	198.1	192.8	187.5	182.2	177.0	171.7	166.4
	4.0	180.0	175.3	170.6	165.9	161.2	156.5	151.8
	4.5	165.6	161.3	157.0	152.8	148.5	144.2	139.9
	5.0	155.6	149.7	145.8	141.9	138.0	134.1	130.2
定常 加工硬化係数 (kg/mm ²)	0.2	10216.3	10216.3	10216.3	8950.0	7260.4	6364.3	
	0.3	5134.4	5134.4	5134.4	4384.6	3442.5	2828.1	
	0.4	3211.4	3211.4	3211.4	2689.5	2060.1	1618.9	
	0.5	2240.8	2240.8	2240.8	1844.0	1381.2	1045.7	
	0.6	1670.9	1670.9	1670.9	1352.3	991.3	725.0	
	0.7	1303.5	1303.5	1303.5	1037.8	744.6	526.4	
	0.8	1051.0	1051.0	1051.0	823.3	577.9	394.7	
	0.9	869.1	869.1	869.1	669.8	459.8	303.0	
	1.0	733.2	733.2	733.2	556.0	372.9	236.7	
	1.1	628.9	628.9	628.9	469.2	307.3	187.3	
	1.2	546.9	546.9	546.9	401.4	256.5	149.6	
	1.3	481.3	481.3	481.3	347.5	216.5	120.4	
	1.4	427.9	427.9	427.9	304.0	184.4	97.3	
	1.5	383.9	383.9	383.9	268.3	158.3	78.8	
	1.6	347.1	347.1	347.1	238.7	136.9	63.9	
	1.7	316.2	316.2	316.2	213.9	119.2	51.7	
	1.8	289.8	289.8	289.8	193.0	104.4	41.7	
	1.9	267.2	267.2	267.2	175.2	91.9	33.3	
	2.0	247.7	247.7	247.7	160.0	81.2	26.4	
	2.1	230.7	230.7	230.7	146.8	72.2	25.1	
	2.2	215.9	215.9	215.9	135.4	64.4	24.3	
	2.3	202.9	202.9	202.9	125.4	57.7	23.6	
	2.4	191.3	191.3	191.3	116.7	51.9	22.9	
	2.5	181.1	181.1	181.1	109.0	46.8	22.2	
	3.0	144.0	144.0	144.0	81.8	29.7	19.6	
	3.5	121.5	121.5	121.5	66.0	23.5	17.6	
	4.0	106.9	106.9	106.9	56.4	21.6	16.0	
	4.5	97.1	97.1	97.1	50.4	20.1	14.8	
	5.0	90.1	90.1	90.1	46.4	18.8	13.8	

c) 塑性硬化則オプションの組み込み

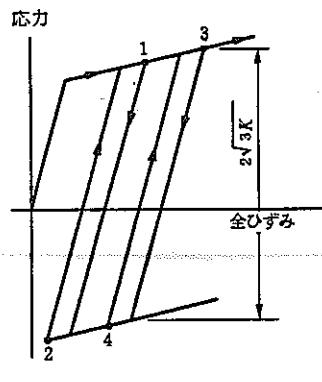
弾塑性解析における2直線移動硬化モデルの負荷曲面の移動は全移動量に関して制限がないため、繰返し荷重の場合、とくに比較的繰返し数の多い解析が行なわれる場合には、しばしば異常な予測結果が得られることがある。この問題は例えば図2-1(a)のように、ひずみを増加させながらあるひずみ範囲を繰返す簡単な単軸のケースにおいて現われる。2直線移動硬化モデルは結果として平均応力の連続的上昇を予測するが、一方既存のデータはあまり顕著な平均応力の増加を示さず飽和の傾向を示す。

このような問題点を解決するために、 α リセット法というオプションがORNLによって提案されている。¹⁾ 図2-1(b)は、単軸の同じ問題に対する α リセット法を示したものである。図2-1(a)では、点1から除荷が起きると弾性応力範囲は通常 $2\sqrt{3K}$ に採られ、繰返しサイクルでは図に示すように異常な挙動が生じる。一方、 α リセット法は、本質的には負荷反転時に移動量の値を設定し直すもので、図2-1(b)の点1からの除荷後の降伏は $\sqrt{3K^a}$ の応力レベルで生じさせるものである。

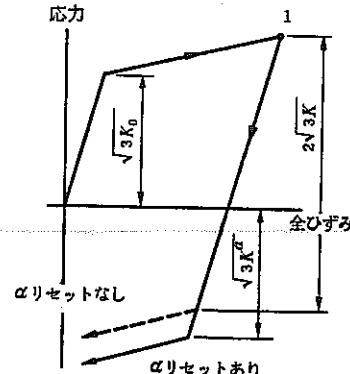
以上のような2直線移動硬化モデルに対する α リセット法が塑性硬化則のオプションの1つとして組み込まれた。

[参考文献]

- 1) J. M. Corum, "Future Needs for Inelastic Analysis in Design of High Temperature Nuclear Plant Components", Computers & Structures, Vol.13, 231-240, 1981.



(a) α リセット法を考慮しない



(b) α リセット法を考慮する

図2-1 単軸応力場における2直線移動硬化モデルの応力・ひずみ履歴

(計算例)

α リセット法を用いた2直線近似移動硬化問題の解析結果を以下に示す。

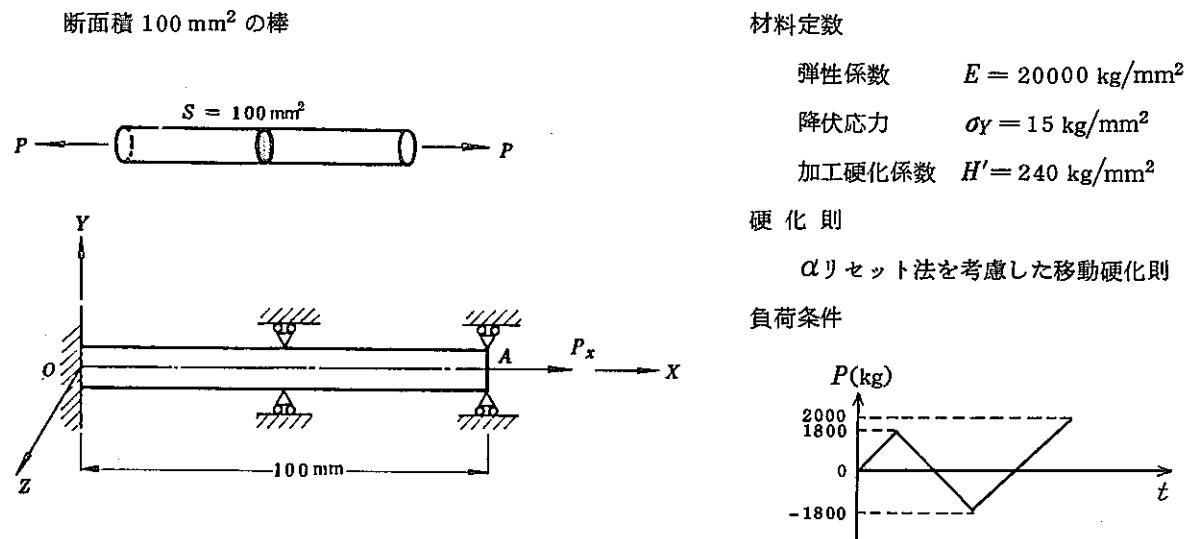


表 2-12 FINAS の解と理論解

荷重 P [kg]	成 分	FINAS の解	理 論 解
1800	σ	1.8000 E+01	18.0 kg/mm ²
	ϵ^{ep}	1.3400 E-02	1.34×10^{-2}
	ϵ^e	9.0000 E-04	9.0×10^{-4}
	ϵ^p	1.2500 E-02	1.25×10^{-2}
	a^*	2.0000 E-00	2.0 kg/mm ²
-1800	σ	-1.8000 E+01	-18.0 kg/mm ²
	ϵ^{ep}	-8.9996 E-04	-9.0×10^{-4}
	ϵ^e	-9.0000 E-04	-9.0×10^{-4}
	ϵ^p	4.4703 E-08	0.0
	a^*	-2.0000 E+00	-2.0 kg/mm ²
2000	σ	2.0000 E+01	20.0 kg/mm ²
	ϵ^{ep}	2.1833 E-02	2.18333×10^{-2}
	ϵ^e	1.0000 E-03	1.0×10^{-3}
	ϵ^p	2.0833 E-02	2.08333×10^{-2}
	a^*	3.3333 E+00	3.33328 kg/mm ²

* a : 降伏面の移動量

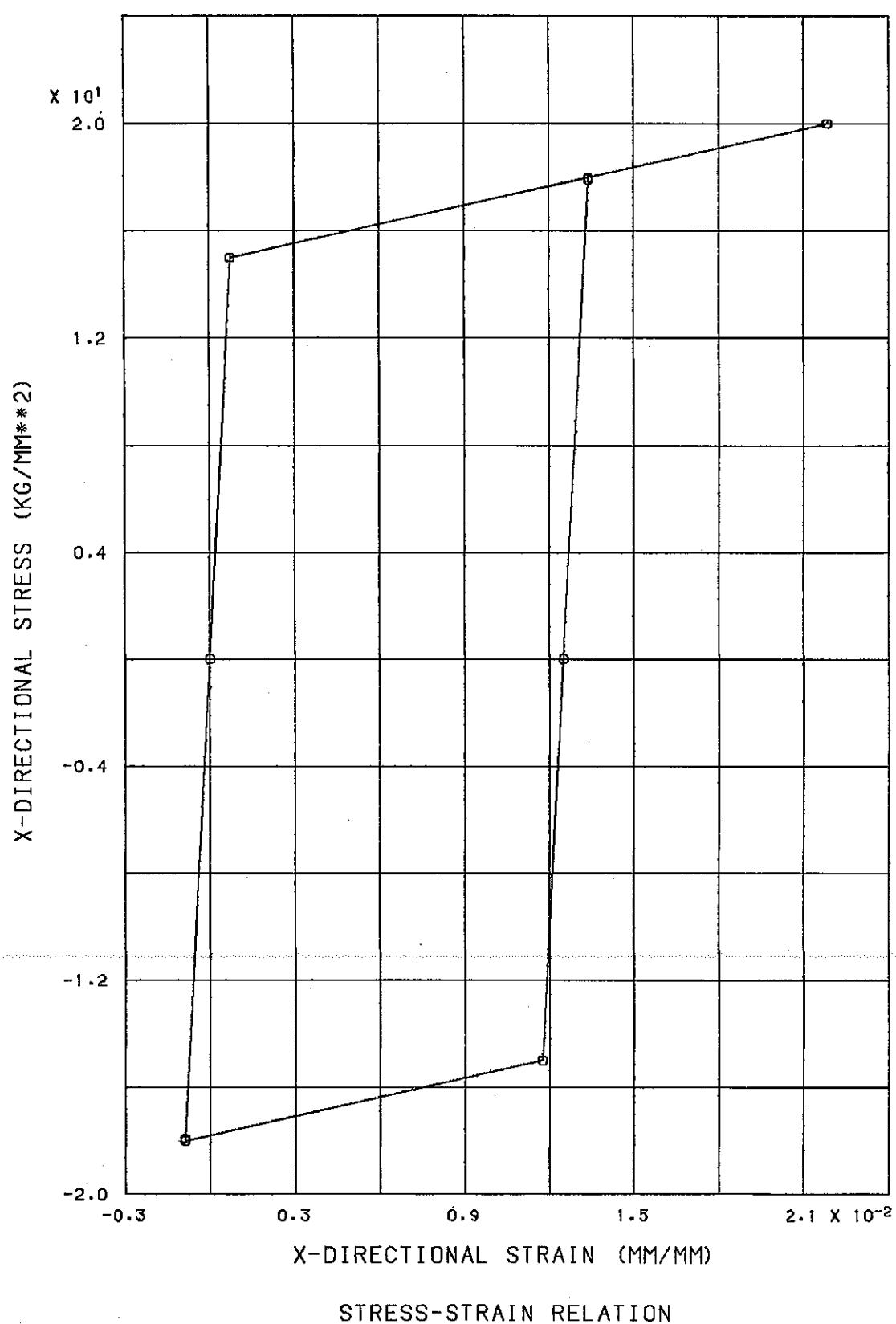


図 2-3 応力・ひずみ履歴 ($\sigma_x - \epsilon_x^{ep}$)

(2) 大変形解析機能の改良

a) 更新 Lagrange 形定式の組み込み

FINAS の大変形解析としては従来、物体の初期形状を参照する Lagrange 型式の定式 (total Lagrangian formulation) が導入されていた。弾性問題では、どのように大変形しても除荷により初期状態に戻るので、この方法は便利である。しかし、弾塑性解析では除荷により元の形に戻らないので、Lagrange 形式を用いる利点はあまりない。むしろ、変形後の真応力などで定式化されている塑性力学との整合をはかるために、変形後の形状を基準とした更新 Lagrange 型定式 (updated Lagrangian formulation) が適している。

今回の改良作業では、大変形、大回転、大ひずみを伴う弾塑性解析定式として、Jaumann の応力率を用いた更新 Lagrange 型定式を導入した。ここで用いた Jaumann の応力率は Euler の応力（真応力、Cauchy の応力と呼ばれることがある）についての共回転速度であり、物体の剛体回転による真応力の変化を正しく評価するものである。この定式では、更新 Lagrange 型定式での増分形仮想仕事式と Jaumann の応力率を用いて、Euler の応力により材料の挙動を表わす。本定式を適用する要素は連続体（軸対称、立体等）に対するものであり、他の要素については従来の Lagrange 型定式が適用される。

b) 収束スキームの改良

FINAS の大変形解析の収束スキームとしては、収束計算中は剛性を一定とする修正 Newton-Raphson 法と Crisfield の加速法を用いていた。修正 Newton-Raphson 法は剛性マトリックスの分解を収束計算の中で 1 回行なえばより利点があるが、収束が悪いとか発散傾向をみる場合が多い。今回の改良作業では収束計算法として、Newton-Raphson 法に改めるとともに、荷重増分自動的決定機能を導入した。

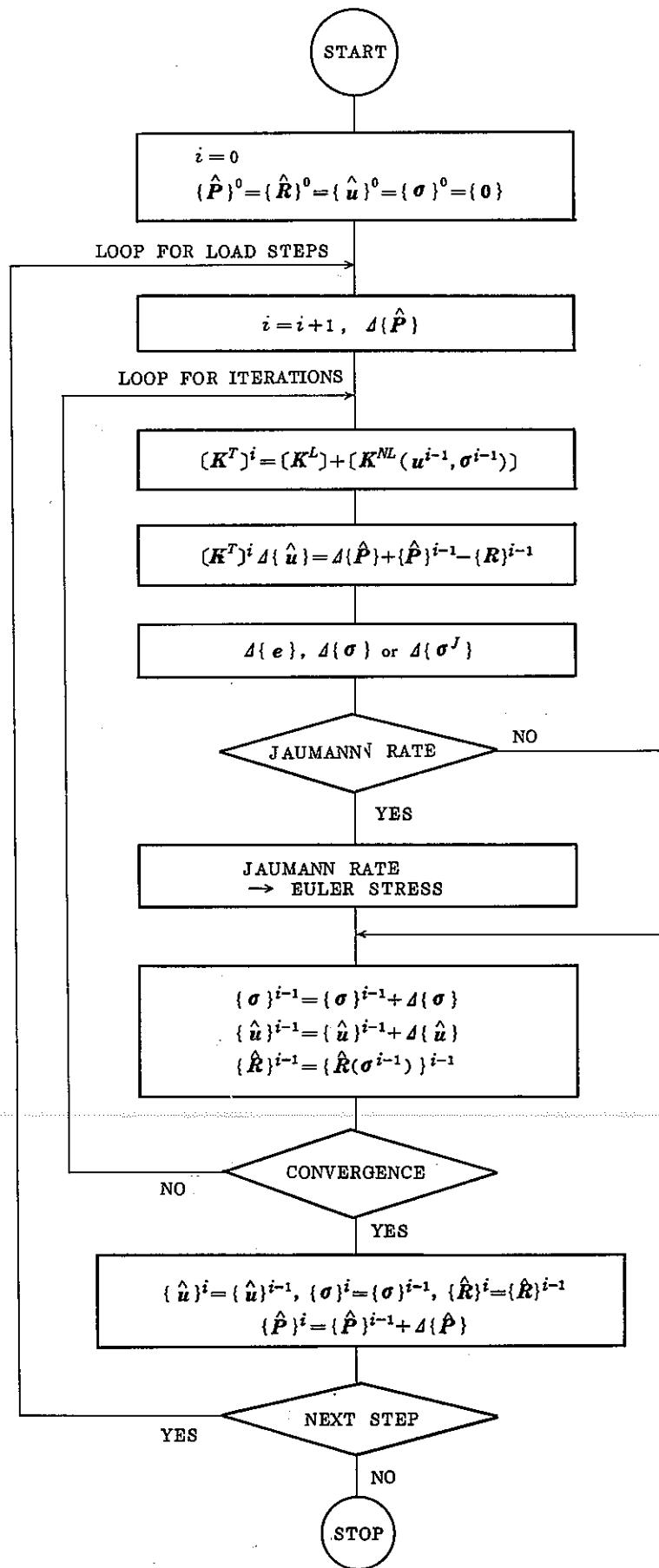


図 2-4 Jaumann 応力率を用いた更新 Lagrange 型大変形解析の流れ

(計算例1)

浅い球形薄肉シェルの大変形問題において通常の Lagrange 型定式 (T. L.) および更新 Lagrange 型定式 (U. L.) を用いて解析を行なった結果を示す。

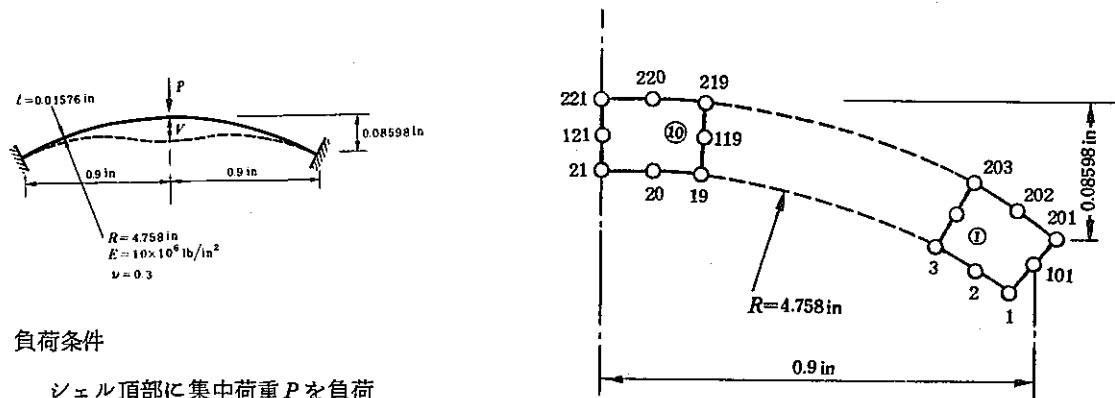


図 2-5 浅い球形薄肉シェルの弾性大変形問題

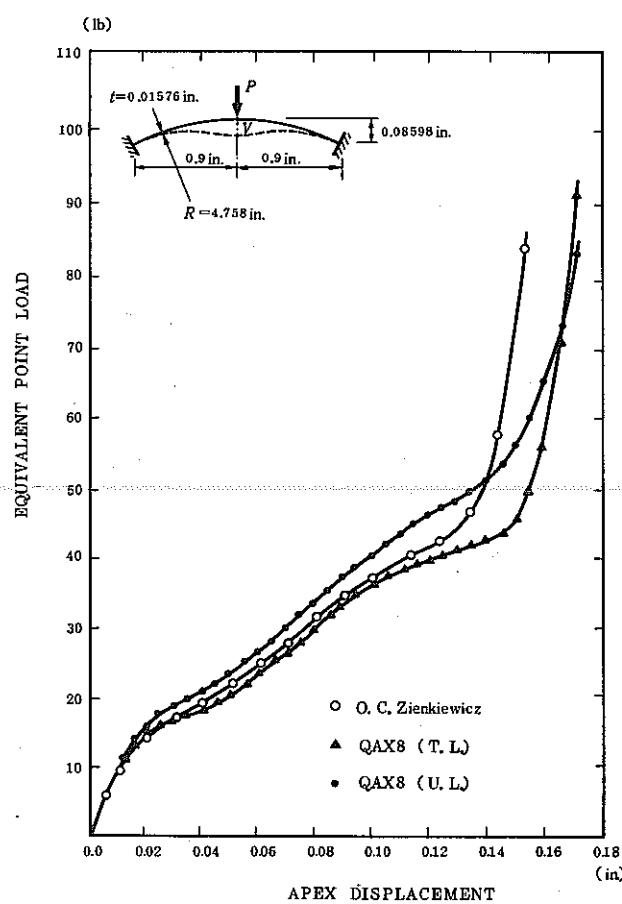


図 2-6 シェル頂部の変位と負荷荷重との関係

[参考文献]

- 1) O. C. Zienkiewicz, "The Finite Element Method in Engineering Science", McGraw-Hill, 1971.

(計算例 2)

浅いアーチの大変形問題において通常の Lagrange 型定式 (T. L.) と更新 Lagrange 型定式 (U. L.) を用いて解析を行なった結果を示す。

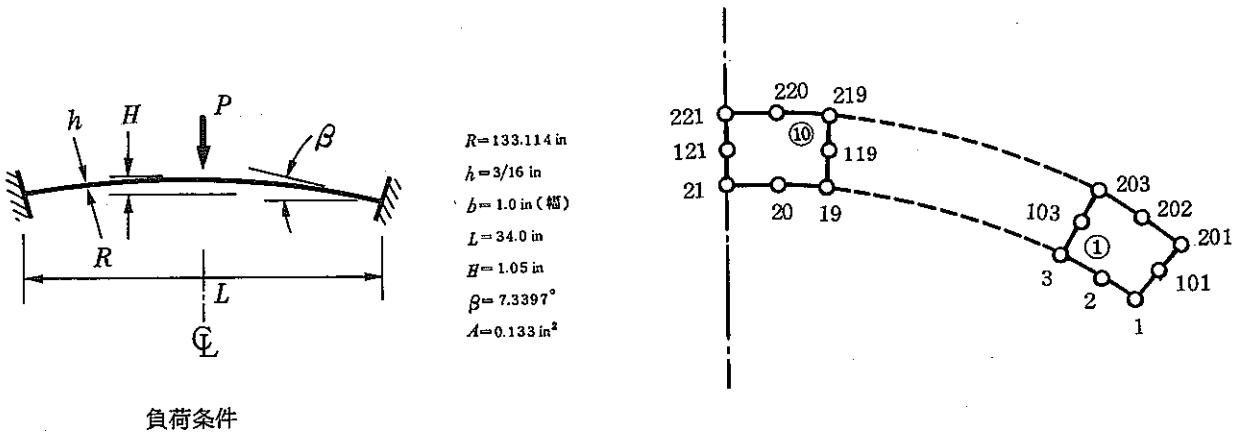


図 2-7 浅いアーチの弾性大変形問題

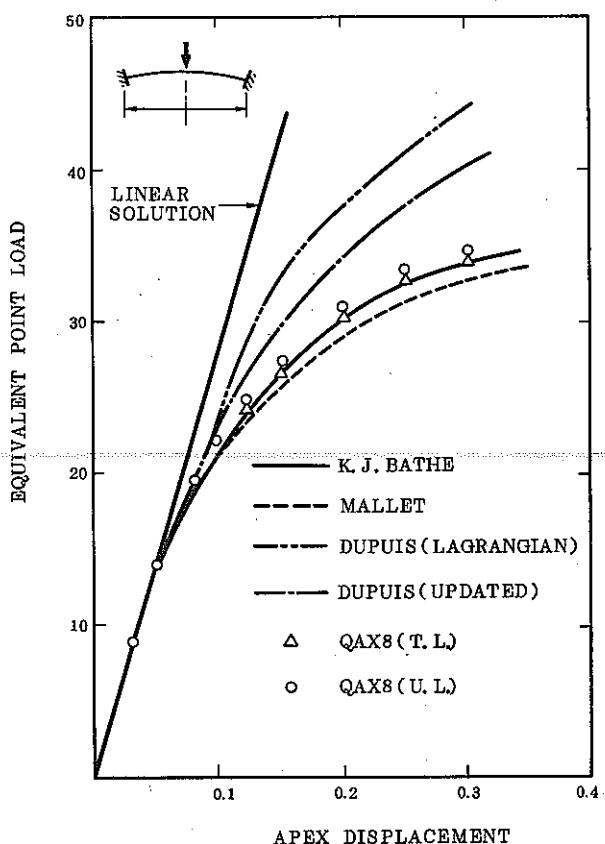


図 2-8 アーチ頂部の変位と負荷荷重との関係

[参考文献]

- 1) K. J. Bathe, S. Bolourchi, "Large displacement analysis of three-dimension beam structure", Int. J. num. meth. engin., Vol.14, 961-986 (1979).

(計算例 3)

片持梁の弾塑性大変形問題において通常の Lagrange 型定式 (T.L.) と更新 Lagrange 型定式 (U.L.) を用いて解析した結果を以下に示す。

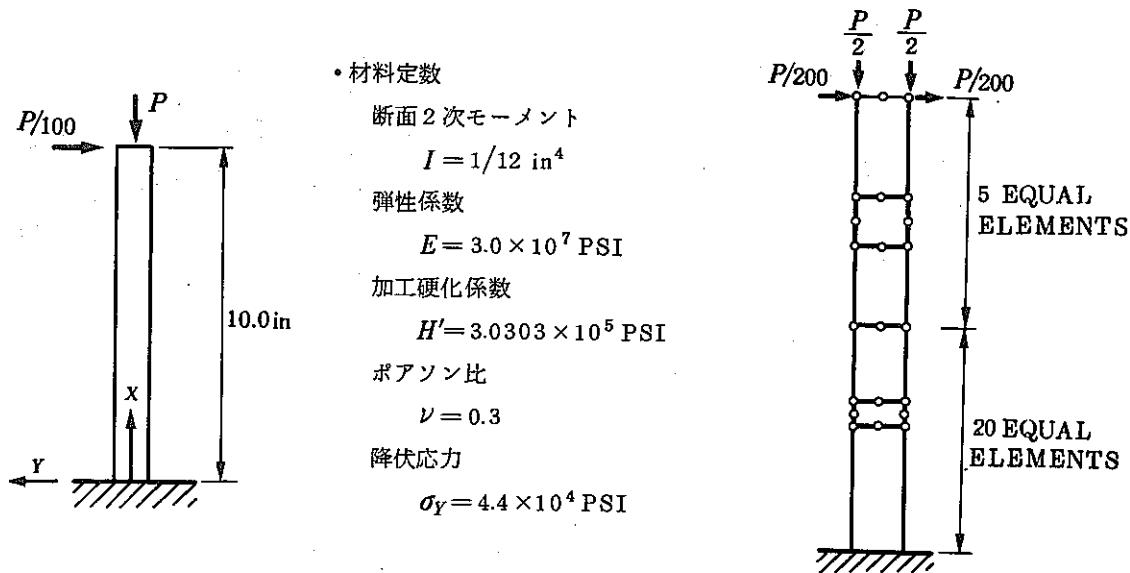


図 2-9 片持梁の弾塑性大変形問題

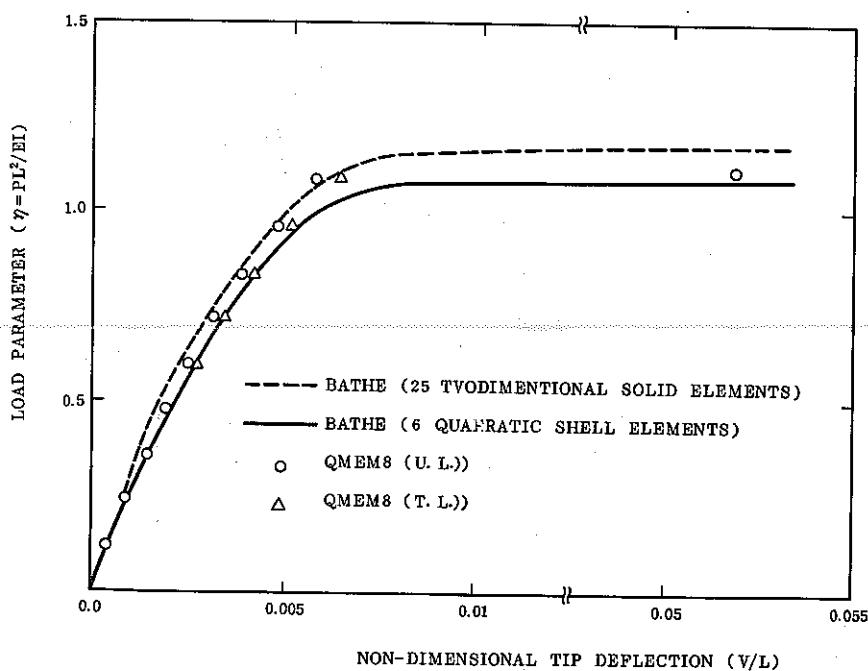


図 2-10 梁端部の変位と負荷荷重の関係

[参考文献]

- 1) K. J. Bathe, S. Bolourchi, "A Geometrical and Material Nonlinear Plate and Shell Element", Computers & Structures, Vol. 11, 1980.

(3) 荷重増分自動決定機能の組み込み

FINAS では接線剛性を用いた増分法で解析が行なわれており、材料非線形あるいは幾何学的非線形解析においては、あらかじめ利用者が妥当と思われる 1 ステップあたりの荷重あるいは変位の増分量を定義しなければならない。FINAS は利用者の与えた増分量に従って解析を行ない、材料非線形問題では接線剛性近似による誤差を次のステップにおいて、残差修正ベクトルとして補正を行なう。一方、幾何学的非線形問題では利用者の与えた増分ステップ内で釣合いのための収束計算を Newton-Raphson 法により行なっているが、いずれの場合にも各ステップの增量分は利用者の定義した増分量に規定される。

非線形問題において、あらかじめ適切な増分量を選択するためには解析しようとする問題に関する十分な知識と洞察が必要となる。より広範囲なプログラム利用を考えた場合には、増分量をプログラム内部で自動的に決定することが有効である。昨年度の非弾性解析における荷重自動化に関する検討および調査に基づいて静的応力解析での荷重増分自動決定機能が組み込まれた。

飛び移り現象などの幾何学的非線形解決では、荷重 - 変位曲線は連続であるが極大値および極小値を持ち、たわみがこれら極値に達すると不安定現象が起き、飛び移り等が生じる。このような極値に到達した後の不安定現象を解析する場合には、荷重による制御ではなく、変位による制御を行なった方が都合の良い場合がある。しかしそり一般的な非線形挙動を対象とする場合には変位だけによる制御では不十分であり、荷重 - 変位共に考慮した制御が必要となる。このような観点から、FINAS では弧長増分法 (arc-length method) を用いた荷重増分量の自動決定アルゴリズムを採用した。

(計算例)

簡単なトラス構造物の大変形問題に対して荷重増分自動決定機能を用いた場合の解析結果を以下に示す。

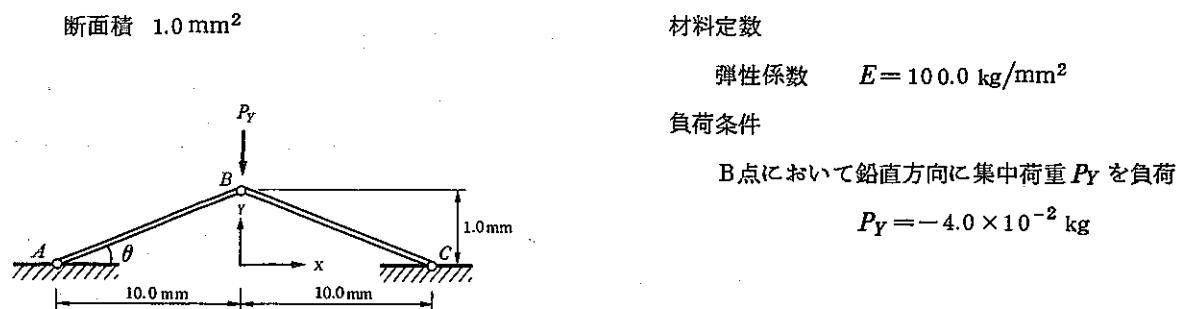


図 2-11 荷重増分自動決定機能を利用した弾性大変形問題

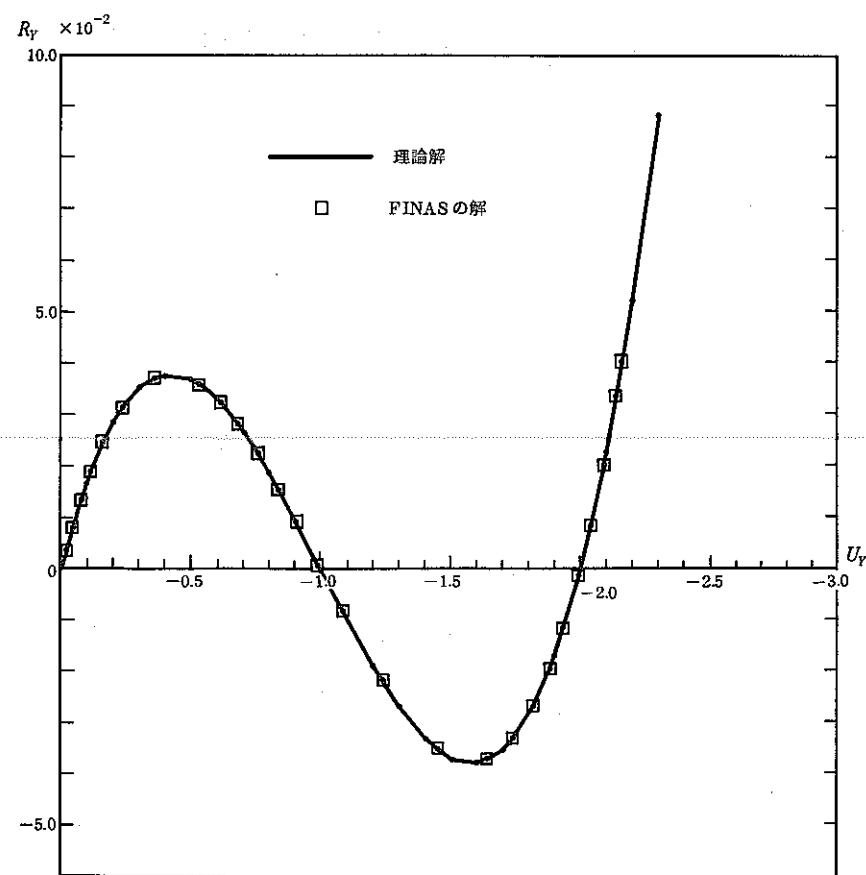


図 2-12 Y 方向変位 u_Y と Y 方向反力 R_Y との関係

(4) 要素の改良および拡張

a) 新しい要素の追加

3 次元六面体要素として、従来までの 20 節点六面体要素に加えて 8 節点六面体要素が追加された。

b) 大変形解析機能のための追加

本年度の改良作業により大変形解析機能をもつ要素が 6 個追加された。また、大変形解析の解法としては、現在までの通常の Lagrange 型定式 (T. L.) に加えて、新しく更新 Lagrange 型定式 (U. L.) が組み込まれた (表 2-13 参照)。

表 2-13 大変形解析機能のための追加要素

要素名	大変形解析	
	T. L.	U. L.
4 節点四辺形軸対称要素	QAX4	○
8 節点四辺形軸対称要素	QAX8	○
4 節点四辺形平面応力要素	QM4M4	○
8 節点四辺形平面応力要素	QM4M8	○
8 節点四辺形平面ひずみ要素	QPLAN8	○
9 節点四辺形一般化平面ひずみ要素	QPLAN9	○
8 節点六面体要素	HEX8	○
20 節点六面体要素	HEX20	○

○：既に解析可能な機能

◎：本年度の解析機能の追加

c) 座屈荷重解析機能のための追加

本年度の改良作業により、4 節点四辺形平面応力要素 QMEM4, 8 節点四辺形平面応力要素 QMEM8, 8 節点平面ひずみ要素 QPLAN8, 9 節点一般化平面ひずみ要素 QPLAN9, 8 節点六面体要素 HEX8 および 20 節点六面体要素 HEX20 に座屈荷重解析機能が追加された。

3. 热伝導解析

(1) 温度境界条件変更機能の整備

今回の改良作業では、热伝導解析において、解析途中での規定温度条件、FASTENING 条件の変更を可能とした。これにともない、入力データにおける HISTORY カードでは規定温度識別番号を複数個指定できるようになった。

(2) 要素の拡張

今回の改良作業により、热伝導解析において、热伝導 8 節点六面体要素 HHEX8、热伝達 4 節点四辺形面要素 FQFAC4、热伝達リンク 8 節点六面体要素 CSLINK8 の 3 要素が追加された。

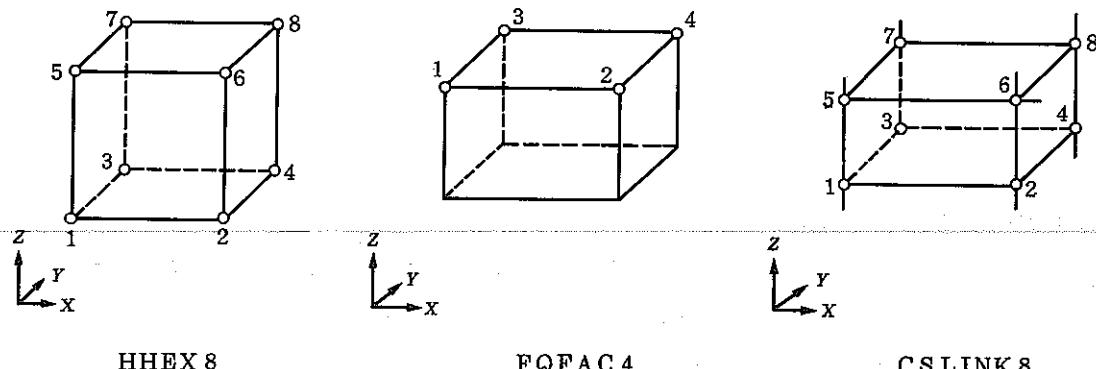


図 3-1 热伝導解析のために拡張された要素

4. 動的解析

(1) 接触 - 衝撃解析機能

接触 (contact) と衝撃 (impact) の定義としては、静的解析では接触、動的解析では衝撃とするのが一般的である。接触問題は、境界値問題または連続体力学による相互作用問題として議論されている。接触解析の基本原理は物体が相互に入りこまないことである。以下において FINAS に組みこんだ接触 - 衝撃解析のアルゴリズムの概要を述べる。

線形解析では線点間の接触を仮定できるので、図 4-1 のように接触ペア節点を仮定することで接触面に垂直方向とすべり方向によりなる局所系を定義できる。よって、ペア節点に関する変位、速度、加速度は局所系へ変換して、評価修正する必要がある。

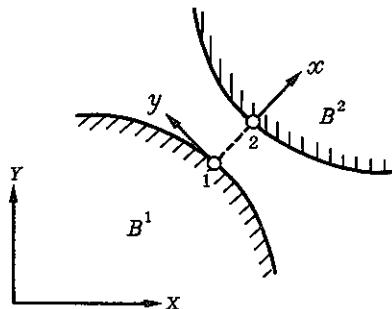


図 4-1 接触ペア節点と局所座標系

時刻 $t+Δt$ における全体系の運動方程式は Newmark の β 法 (平均加速度) を用いると次のように表わすことができる。

$$[\mathbf{M}_D] \{\hat{\ddot{u}}\}_{t+Δt} = \{\hat{\dot{P}}\}_{t+Δt} - \{\hat{P}_C\}_t - \{\hat{P}_K\}_t \quad (4-1)$$

$$[\mathbf{M}_D] = [\mathbf{M}] + \frac{1}{2}Δt[\mathbf{C}] + \frac{1}{4}Δt^2[\mathbf{K}] \quad (4-2)$$

$$\{\hat{P}_C\} = [\mathbf{C}] \left(\{\hat{\dot{u}}\}_t + \frac{1}{2}Δt \{\hat{\ddot{u}}\}_t \right) \quad (4-3)$$

$$\{\hat{P}_K\} = [\mathbf{K}] \left(\{\hat{\dot{u}}\}_t + Δt \{\hat{\dot{u}}\}_t + \frac{1}{4}Δt^2 \{\hat{\ddot{u}}\}_t \right) \quad (4-4)$$

ここで、 $[\mathbf{M}_D]$ は実効質量マトリックス、 $\{\hat{\dot{P}}\}_{t+Δt}$ は時刻 $t+Δt$ の外荷重ベクトル、 $\{\hat{P}_C\}$ と $\{\hat{P}_K\}$ は時刻 t の減衰と剛性による実効荷重ベクトル、 $\{\hat{\dot{u}}\}_t$ 、 $\{\hat{\dot{u}}\}_t$ 、 $\{\hat{\ddot{u}}\}_t$ は時刻 t における節点の変位、速度、加速度のベクトルである。よって時刻 $t+Δt$ の変位と速度は次のように求められる。

$$\{\hat{\dot{u}}\}_{t+Δt} = \{\hat{\dot{u}}\}_t + Δt \{\hat{\dot{u}}\}_t + \frac{1}{4}Δt^2 \{\hat{\ddot{u}}\}_t + \frac{1}{4}Δt^2 \{\hat{\ddot{u}}\}_{t+Δt} \quad (4-5)$$

$$\{\hat{\ddot{u}}\}_{t+Δt} = \{\hat{\ddot{u}}\}_t + \frac{1}{2}Δt \{\hat{\dot{u}}\}_t + \frac{1}{2}Δt \{\hat{\dot{u}}\}_{t+Δt} \quad (4-6)$$

j 番目の接触ペア節点の局所系での i 変位成分を $t+At u_i^1$ と $t+At u_i^2$ とすれば、このペア節点が接触したときのオーバーラップ量 δ は次のようになる。

$$\delta = t+At u_x^1 - t+At u_x^2 - \delta \quad (4-7)$$

ここで δ はペア節点でのギャップ量である。解析では、このオーバーラップ量を解消するように変位を修正する（すべりも同様）ことになる。

修正した変位より、速度と加速度を再計算する。衝撃条件を考慮する場合には、再度、速度と加速度を修正する。ペア節点での節点力を求ることで相互作用力が得られるので、すべり評価と離反判定のために使用できる。

(2) 解析アルゴリズム

FINAS の動的直接積分機能 (Newmark の β 法又は Wilson の θ 法) に、動的接触機能を組み込んだ。解析の概略を述べると、まず接触ペア接点を仮定し、ペア節点について接触後の変位のオーバーラップ量を適合状態に修正し、この変位により加速度と速度を修正し、衝撃条件により加速度と速度を再度修正することになる。

図 4-2 のような簡単なモデルで本アルゴリズムを説明する。

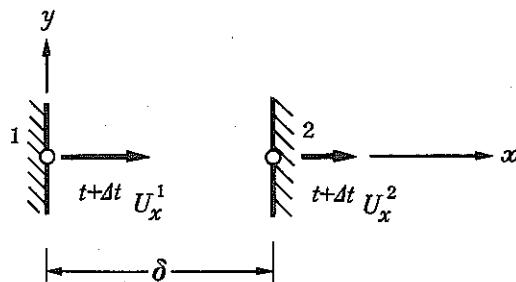


図 4-2 接触ペア節点

ギャップ状態を次のように判定する。

$$(未接触) \quad t+At u_x^1 - t+At u_x^2 - \delta \leq 0 \quad (4-8)$$

$$(接 触) \quad t+At u_x^1 - t+At u_x^2 - \delta > 0 \quad (4-9)$$

ここで δ はギャップ間隔である。ペア節点が接触状態であるとき適合を得るために移動量を考慮して変位を次のように修正する。

$$t+At \tilde{u}_x^1 = t+At u_x^1 - \frac{t+At u_x^1 - t+At u_x^2 - \delta}{|t+At u_x^1| + |t+At u_x^2|} |t+At u_x^1| \quad (4-10)$$

$$t+At \tilde{u}_x^2 = t+At u_x^2 - \frac{t+At u_x^1 - t+At u_x^2 - \delta}{|t+At u_x^1| + |t+At u_x^2|} |t+At u_x^2| \quad (4-11)$$

よって適合修正後の変位を $t+At u_x^1 = t+At \tilde{u}_x^1$, $t+At u_x^2 = t+At \tilde{u}_x^2$ と仮定し, Newmark の β 法により加速度と速度を再計算する。

$$t+At \tilde{\ddot{u}}_x^i = \frac{4}{At^2} (t+At u_x^i - t u_x^i) - \frac{4}{At} t \dot{u}_x^i - t \dot{u}_x^i \quad (4-12)$$

$$t+At \tilde{\dot{u}}_x^i = t \dot{u}_x^i + \frac{At}{2} (t \ddot{u}_x^i + t+At \tilde{\ddot{u}}_x^i) \quad (4-13)$$

次に Hughes ら¹⁾が提案した衝撃条件により速度と加速度を再計算する。

$$t+At \dot{u}_x^1 = t+At \dot{u}_x^2 = \frac{M_1 t+At \tilde{\dot{u}}_x^1 + M_2 t+At \tilde{\dot{u}}_x^2}{M_1 + M_2} \quad (4-14)$$

$$t+At \ddot{u}_x^1 = t+At \ddot{u}_x^2 = \frac{M_1 t+At \tilde{\ddot{u}}_x^1 + M_2 t+At \tilde{\ddot{u}}_x^2}{M_1 + M_2} \quad (4-15)$$

ここで M_1 と M_2 は集中質量形式で評価したペア節点の質量を表わしている。

(参考文献)

- 1) T. J. R. Hughes, R. L. Taylor, J. L. Sackman, A. Curnier and W. Kanoknukulchai, "A Finite Element Method for A Class of Contact-Impact Problems", C. Meth. App. Mech. Engin., Vol. 8, 249-276 (1976).

(計算例)

ポンプ軸受け部を2本の梁でモデル化し、動的接触応答解析を行なった。軸受け部の反力応答結果を他のプログラムと比較した。

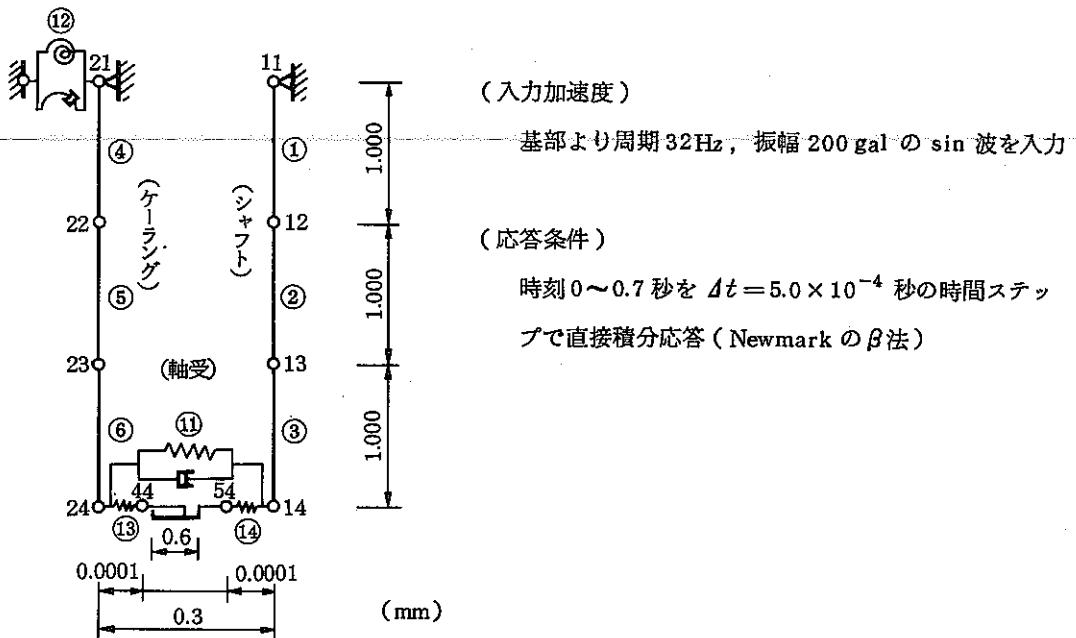


図 4-3 ポンプ軸受け部の2本の梁によるモデル

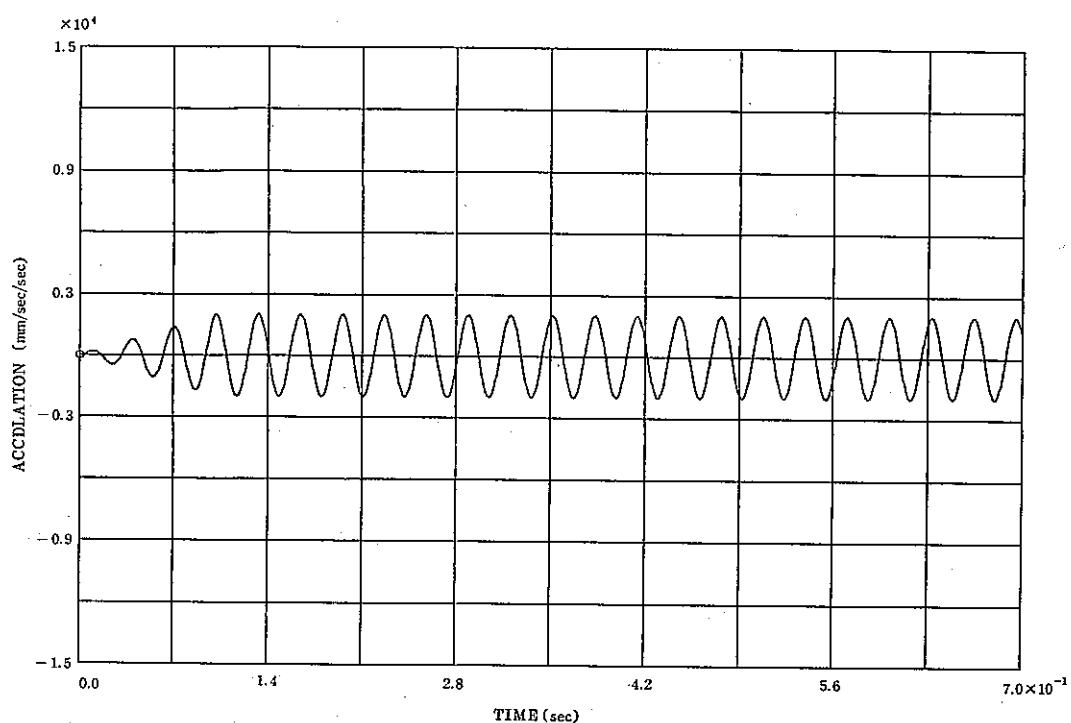


図 4-4 加速度入力波 (200 gal)

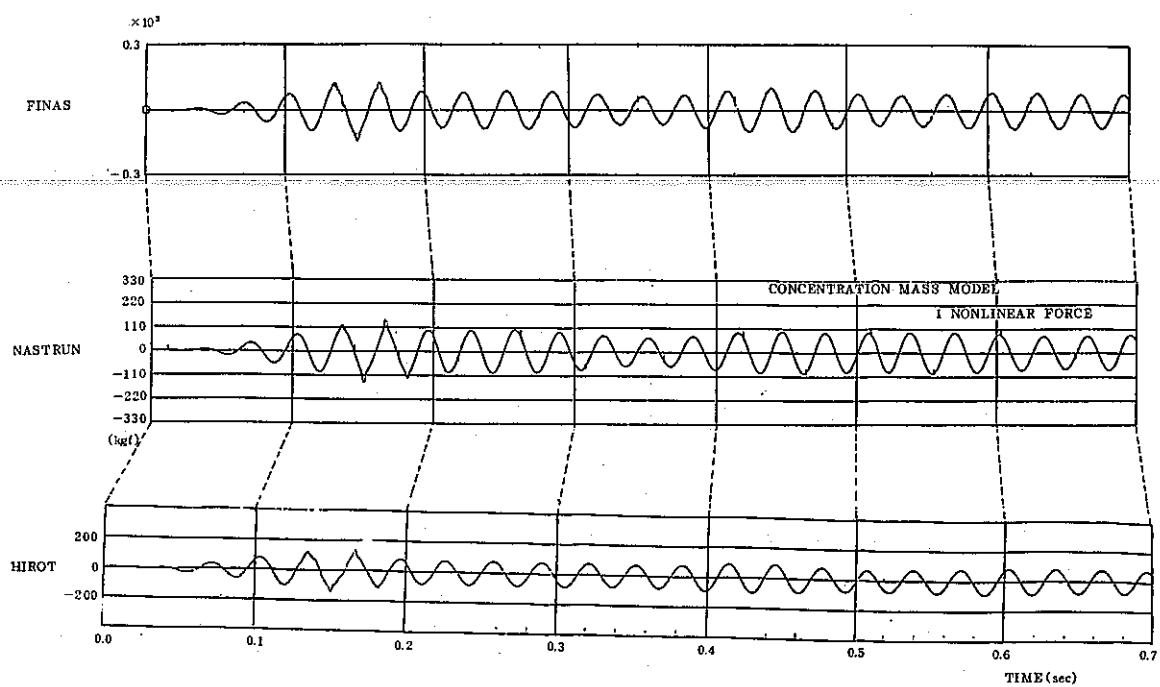


図 4-5 軸受け部の反力 (200 gal)

5. 有限要素

FINAS の要素ライブラリには応力解析のための要素と熱伝導解析のための要素が登録されており、構造に応じた要素が選択できるようになっている。今回の改良および整備作業では、応力解析のための要素として 8 節点六面体要素 HEX8 を組み込み、熱伝導解析のための要素として熱伝導 8 節点六面体要素 HHEX8、熱伝達 4 節点四辺形面要素 FQFAC4、熱伝達リンク 8 節点六面体要素 CSLINK8 を組み込んだ。

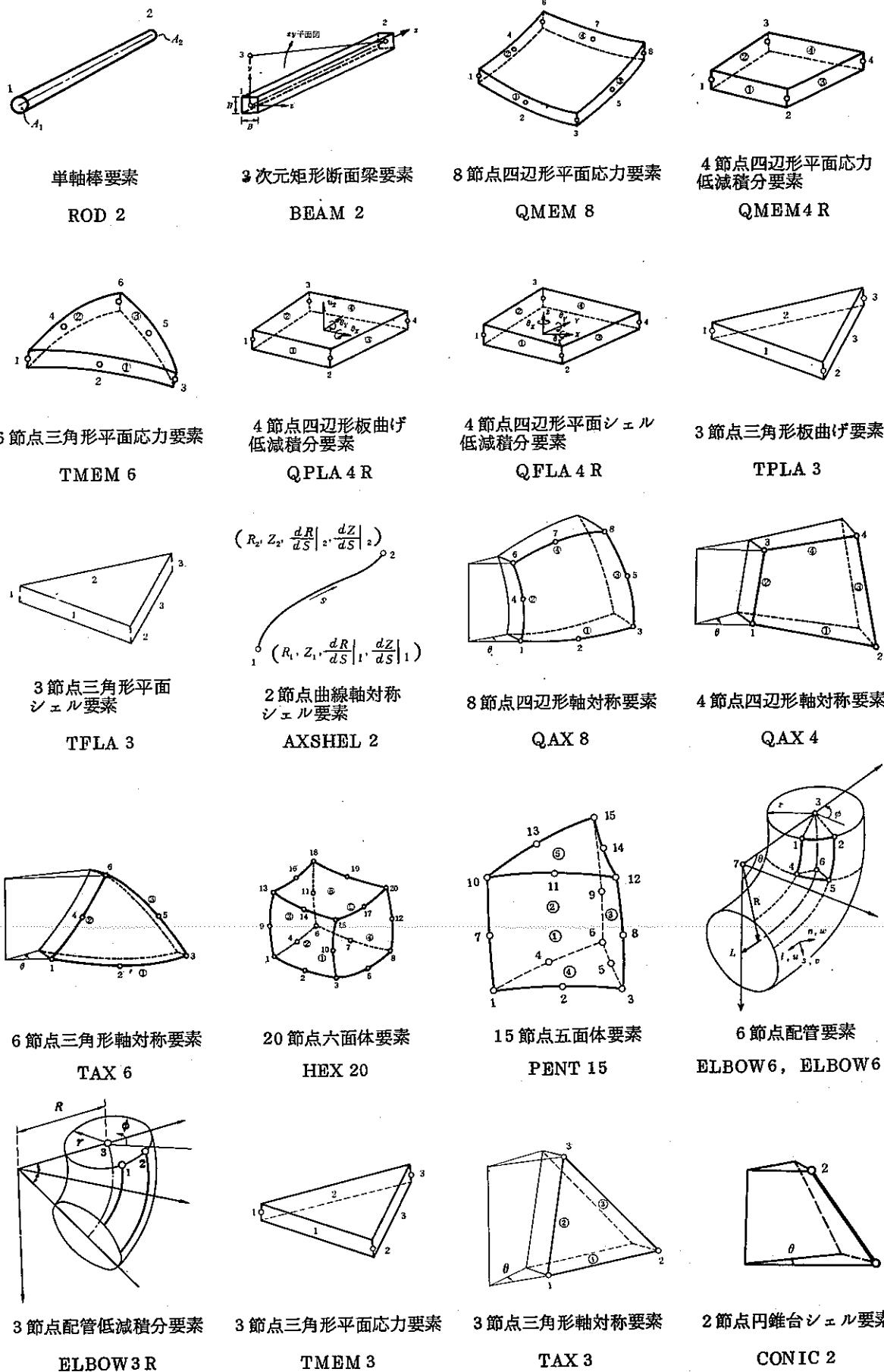
表 5-1、図 5-1 は応力解析のための要素、表 5-2、図 5-2 は熱伝導解析のための要素をまとめたものである。表中の次元は要素を構成する節点の自由度を表わし、1D、2D、3D は 1 次元、2 次元、3 次元の意味である。また、節点自由度 u_i は基準座標系の i 方向変位、 θ_i は i 軸まわりの回転角を表わしている。解析タイプはその要素が行なうことができる解析の種類を表わし、E は弾性、P は塑性、C はクリープ、T は熱応力の意味である。表 5-3 は各要素の解析機能を示したもので、○印は解析可能であることを示す。

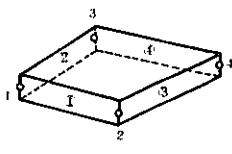
表 5-1 応力解析のための要素

分類	要素名称	略称	次元	節点自由度	応力場	解析タイプ	コード
軸対称	8節点四辺形軸対称要素	QAX8	2D	u_R, u_Z	軸対称応力場	EPCT	1
棒	3次元棒要素	ROD2	3D	u_X, u_Y, u_Z	単軸応力場	EPCT	2
梁	3次元矩形断面梁要素	BEAM2	3D	$u_X, u_Y, u_Z, \theta_X, \theta_Y, \theta_Z$	梁応力場	EPCT	3
軸対称	6節点三角形軸対称要素	TAX6	2D	u_R, u_Z	軸対称応力場	EPCT	4
平面	8節点四辺形平面応力要素	QMEM8	3D	u_X, u_Y, u_Z	平面応力場	EPCT	5
平面	6節点三角形平面応力要素	TMEM6	3D	u_X, u_Y, u_Z	平面応力場	EPCT	6
立体	20節点六面体要素	HEX20	3D	u_X, u_Y, u_Z	3次元応力場	EPCT	7
板	4節点四辺形板曲げ低減積分要素	QPLA4R	2D	u_Z, θ_X, θ_Y	シェル応力場(5成分)	EPCT	9
シェル	4節点四辺形平板シェル低減積分要素	QFLA4R	3D	$u_X, u_Y, u_Z, \theta_X, \theta_Y, \theta_Z$	シェル応力場(5成分)	EPCT	11
配管	6節点配管要素	ELBOW6	3D		シェル応力場(3成分)	EPC	18
軸対称	4節点四辺形軸対称要素	QAX4	2D	u_R, u_Z	軸対称応力場	EPCT	19
平面	4節点四辺形平面応力低減積分要素	QMEM4R	2D	u_X, u_Y	平面応力場	EPCT	21
板	3節点三角形板曲げ要素	TPLA3	2D	u_Z, θ_X, θ_Y	平面応力場	EPCT	8
シェル	3節点三角形平板シェル要素	TFLA3	3D	$u_X, u_Y, u_Z, \theta_X, \theta_Y, \theta_Z$	平面応力場	EPCT	10
シェル	2節点曲線軸対称シェル要素	AXSHEL2	2D	u_R, u_Z $\partial u_R / \partial S, \partial u_Z / \partial S$	軸対称シェル応力場	EPCT	13
立体	15節点五面体要素	PENT15	3D	u_X, u_Y, u_Z	3次元応力場	EPCT	16
配管	6節点配管低減積分要素	ELBOW6R	3D	u_1, \dots, u_{13} v, w, θ_1, θ_3	シェル応力場(5成分)	EPCT	18

分類	要素名称	略称	次元	節点自由度	応力場	解析タイプ	コード
配管	3節点配管低減積分要素	ELBOW3R	3D	$4u, 4\theta, 4\psi$ v, w, θ_l	シェル応力場 (3成分)	EPCT	12
配管	2節点配管要素	PIPE2	3D	$u_X, u_Y, u_Z, \theta_X, \theta_Y, \theta_Z$	梁応力場	ET	14
平面	3節点三角形平面応力要素	TMEM3	2D	u_X, u_Y	平面応力場	EPCT	20
軸対称	3節点三角形軸対称要素	TAX3	2D	u_R, u_Z	軸対称応力場	EPCT	22
シェル	2節点円錐台シェル要素	CONIC2	2D	u_R, u_Z, θ	軸対称シェル応力場	EPCT	23
平面	4節点四辺形平面応力要素	QMEM4	2D	u_X, u_Y	平面応力場	EPCT	28
軸対称	4節点四辺形軸対称低減積分要素	QAX4 R	2D	u_R, u_Z	軸対称応力場	EPCT	27
梁	3次元弾性梁要素	SBEAM2	3D	$u_X, u_Y, u_Z, \theta_X, \theta_Y, \theta_Z$	梁応力場	ET	15
平面	8節点四辺形平面ひずみ要素	QPLAN8	2D	u_X, u_Y, u_Z	平面ひずみ応力場	EPCT	24
平面	9節点四辺形一般化平面ひずみ要素	QPLAN9	2D	節点1～8 u_X, u_Y 節点9 $\theta_X, \theta_Y, \theta_Z$	平面ひずみ応力場	EPCT	25
結合	3次元バネ・減衰要素	LCOMB2	3D	$u_X, u_Y, u_Z, \theta_X, \theta_Y, \theta_Z$	—	E	26
接触	2次元接触要素	CONT2	2D	u_X, u_Y	—	E	29
軸対称	8節点四辺形軸対称調和荷重要素	QNAX8	2D	u_R, u_Z, u_θ	3次元応力場	ET	31
軸対称	6節点三角形軸対称調和荷重要素	TNAX6	2D	u_R, u_Z, u_θ	3次元応力場	ET	32
シェル	2節点円錐台軸対称調和荷重要素	NCONC2	2D	$u_R, u_Z, u_\theta, \beta$	シェル応力場 (3成分)	ET	33
軸対称	4節点四辺形軸対称調和荷重要素	QNAX4	2D	u_R, u_Z, u_θ	3次元応力場	ET	34
軸対称	3節点三角形軸対称調和荷重要素	TNAX3	2D	u_R, u_Z, u_θ	3次元応力場	ET	35
シェル	4節点四辺形平板シェル要素	QFLA4	3D	$u_X, u_Y, u_Z, \theta_X, \theta_Y, \theta_Z$	シェル応力場 (3成分)	EPCT	41

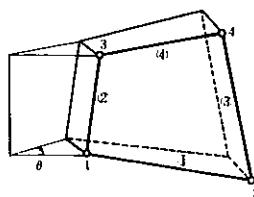
分類	要素名称	略称	次元	節点自由度	応力場	解析タイプ	コード
立体	8節点六面体要素	HEX8	3D	u_X, u_Y, u_Z	3次元応力場	EPCT	30





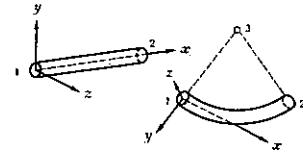
4 節点四辺形平面応力要素

QMEM 4



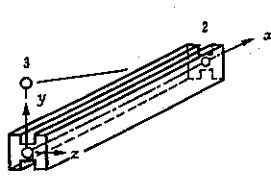
4 節点四辺形軸対称低減積分要素

QAX 4 R



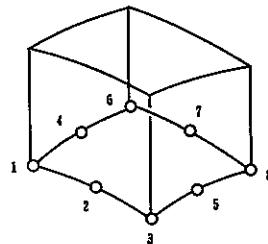
2 節点配管要素

PIPE 2



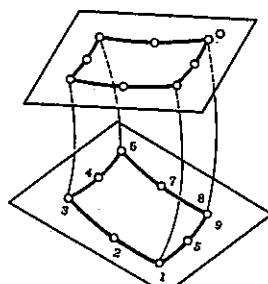
3 次元弾性梁要素

SBEAM 2



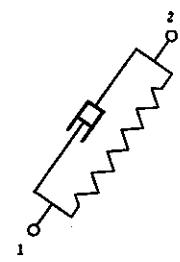
8 節点平面ひずみ要素

QPLAN 8



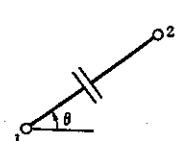
9 節点一般化平面ひずみ要素

QPLAN 9



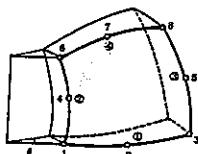
3 次元バネ・減衰要素

LCOMB 2



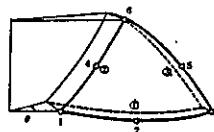
2 次元接触要素

CONT 2



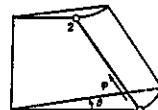
8 節点四辺形軸対称
調和荷重要素

QNAX 8



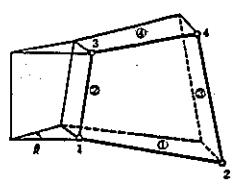
6 節点三角形軸対称
調和荷重要素

TNAX 6



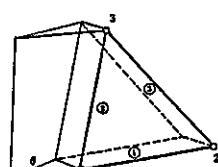
2 節点円錐台軸対称
調和荷重要素

NCONC 2



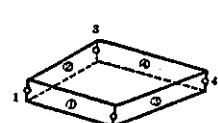
4 節点四辺形軸対称調和荷重要素

QNAX 4



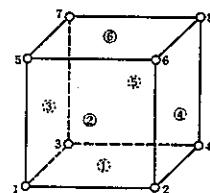
3 節点三角形軸対称調和荷重要素

TNAX 3



4 節点四辺形平板シェル要素

QFLA 4



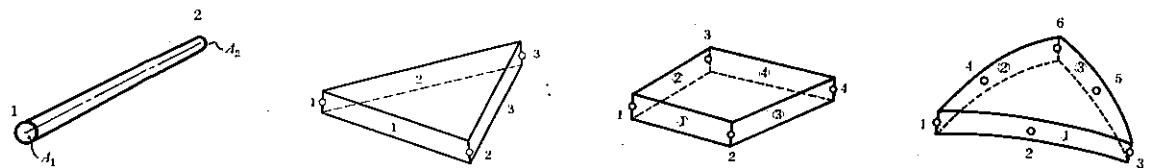
8 節点六面体要素

HEX 8

図 5-1 応力解析のための要素

表 5-2 热伝導解析のための要素

分類	要素名称	略称	次元
热 传 导	棒 热伝導棒要素	HROD2	3D
	热伝導3節点三角形平面要素	HTMEM3	2D
	热伝導6節点三角形平面要素	HTMEM6	3D
	热伝導4節点四辺形平面要素	HQMEM4	2D
	热伝導8節点四辺形平面要素	HQMEM8	3D
	轴 对 称 热伝導3節点三角形轴対称要素	HTAX3	2D
	热伝導6節点三角形轴対称要素	HTAX6	2D
	热伝導4節点四辺形轴対称要素	HTAX4	2D
	热伝導8節点四辺形轴対称要素	HTAX8	2D
	立体 热伝導15節点五面体要素	HPENT15	3D
	热伝導20節点六面体要素	HHEX20	3D
	热伝導8節点六面体要素	HHEX8	3D
	边 热伝達2節点辺要素	FLIN2	2D
	热伝達3節点辺要素	FCLIN3	3D
热 传 达	轴 对 称 热伝達2節点轴対称要素	FLAX2	2D
	热伝達3節点轴対称要素	FCAX3	2D
	面 热伝達6節点三角形面要素	FTFAC6	3D
	热伝達8節点四辺形面要素	FQFAC8	3D
	热伝達4節点四辺形面要素	FQFAC4	3D
	棒 热伝達リンク棒要素	CRLINK2	3D
热 传 达 连 接	平 板 热伝達リンク4節点四辺形平面要素	CMLINK4	2D
	热伝達リンク6節点四辺形平面要素	CMLINK6	3D
	轴 对 称 热伝達リンク4節点四辺形轴対称要素	CALINK4	2D
	热伝達リンク6節点四辺形轴対称要素	CALINK6	2D
	立体 热伝達リンク8節点六面体要素	CSLINK8	3D
	热伝達リンク12節点五面体要素	CSLINK12	3D
	热伝達リンク16節点六面体要素	CSLINK16	3D
輻射 リンク	棒 輻射リンク2節点要素	RLINK2	3D



熱伝導棒要素

HROD 2

熱伝導 3 節点三角形平面要素

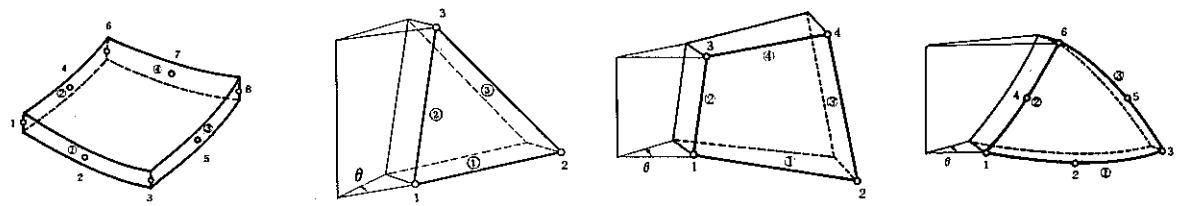
HTMEM 3

熱伝導 4 節点四辺形平面要素

HQMEM 4

熱伝導 6 節点三角形平面要素

HTMEM 6



熱伝導 8 節点四辺形平面要素

HQMEM 8

熱伝導 3 節点三角形軸対称要素

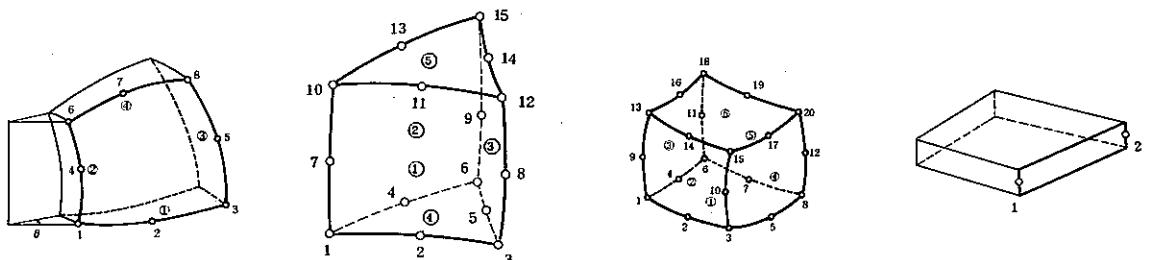
HTAX 3

熱伝導 4 節点四辺形
軸対称要素

HQAX 4

熱伝導 6 節点三角形軸対称要素

HTAX 6



熱伝導 8 節点四辺形軸対称要素

HQAX 8

熱伝導 15 節点五面体要素

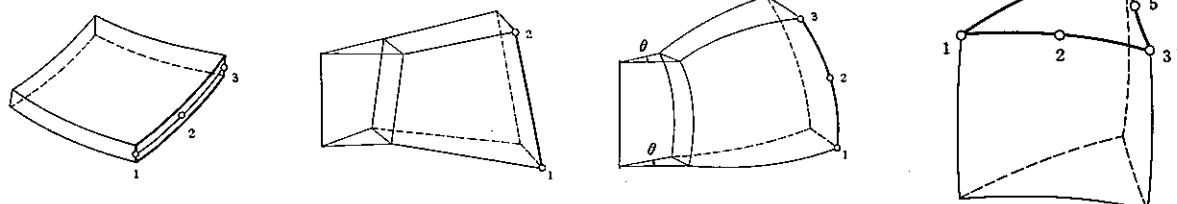
HPENT 15

熱伝導 20 節点六面体要素

HHEX 20

熱伝達 2 節点辺要素

FLIN 2



熱伝達 3 節点辺要素

FCLIN 3

熱伝達 2 節点軸対称要素

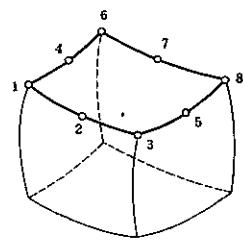
FLAX 2

熱伝達 3 節点軸対称要素

FCAX 3

熱伝達 6 節点三角形面要素

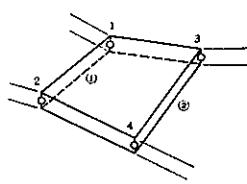
FT FAC 6



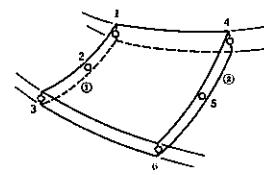
熱伝達 8 節点四辺形面要素
FQFAC 8



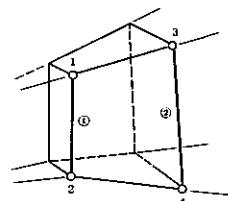
熱伝達リンク棒要素
CRLINK 2



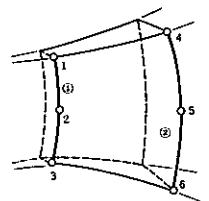
熱伝達リンク 4 節点
四辺形平面要素
CMLINK 4



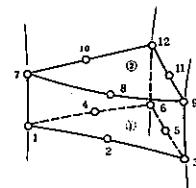
熱伝達リンク 6 節点
四辺形平面要素
CMLINK 6



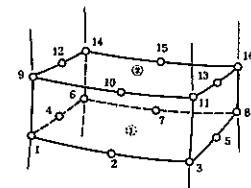
熱伝達リンク 4 節点
四辺形軸対称要素
CALINK 4



熱伝達リンク 6 節点
四辺形軸対称要素
CALINK 6



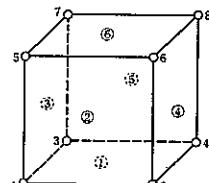
熱伝達リンク 12 節点
五面体要素
CSLINK 12



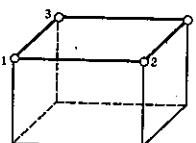
熱伝達リンク 16 節点
六面体要素
CSLINK 16



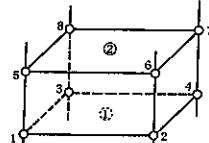
輻射リンク 2 節点要素
RLINK 2



熱伝導8節点六面体要素
HHEX 8



熱伝達 4 節点
四辺形面要素
FQFAC 4



熱伝達リンク 8 節点
六面体要素
CSLINK 8

図 5-2 热伝導解析のための要素

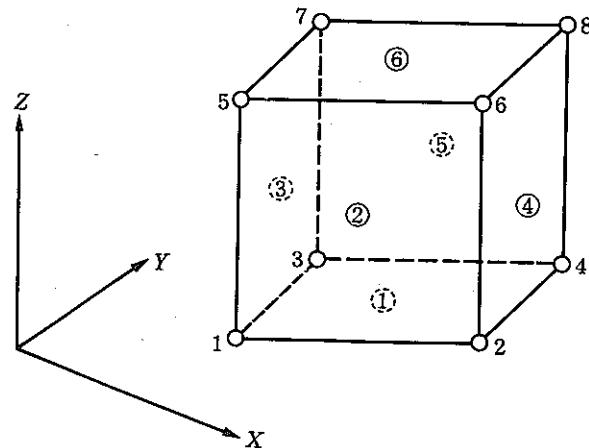
表 5-3 要素の解析機能

○ 解析可能

		兼 弹 性 解 析	兼 弹 塑 性 解 析	兼 弹 塑 性 フリ ー プ 解 析	塑 性 フリ ー プ 解 析	塑 性 ピ リ ー プ の 連 成	U.L. 積 何 学 的 非 線 形 解 析	座 屈 荷 重 解 析	破 壊 力 学 解 析	動 的 モ ー ド 解 析	動 的 直 接 部 分 解 析	定 常 温 度 解 析	非 定 常 温 度 解 析
棒 梁	ROD 2	○	○	○	○	○	○			○	○		
	SBEAM 2	○								○	○		
	BEAM 2	○	○	○	○		○			○	○		
	HROD 2										○	○	
平 板	TMEM 3	○	○	○	○								
	QMEM 4	○	○	○	○		○	○	○				
	QMEM 4 R	○	○	○	○								
	TMEM 6	○	○	○	○					○	○		
	QMEM 8	○	○	○	○		○	○	○	○	○		
	HTMEM 3										○	○	
	HQM EM 4										○	○	
	HTMEM 6										○	○	
	HQM EM 8										○	○	
平ひず 面み	QPLAN 8	○	○	○	○		○	○	○	○			
	QPLAN 9	○	○	○	○		○	○	○				
板曲げ ・シエル	CONIC 2	○	○	○	○		○		○	○	○		
	AXSHEL 2	○	○	○	○								
	TPLA 3	○	○	○	○								
	QPLA4 R	○	○	○	○								
	TFLA 3	○	○	○	○					○	○		
	QFLA4 R	○	○	○	○		○		○	○	○		
	QFLA 4	○	○	○									
	NCONC 2	○											
軸 対称	TAX 3	○	○	○	○								
	QAX 4	○	○	○	○	○	○	○	○				
	QAX4 R	○	○	○	○	○							
	TAX 6	○	○	○	○					○	○		
	QAX8	○	○	○	○	○	○	○		○	○		
	QNAX 8	○											
	TNAX 8	○											
	QNAX 4	○											
	TNAX 3	○											

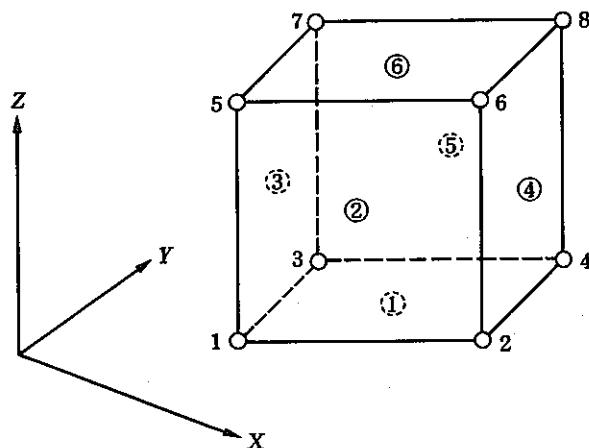
		静弾性解析	常弾塑性解析	常弾塑性クリープ解析	クリッピング解析	塑性クリープの達成	T-L.幾何学的非線形解析	U-L.幾何学的非線形解析	座屈荷重解析	破壊力学解析	動的モード解析	動的直達積分解析	定常温度解析	非定常温度解析
軸 対 称	HTAX 3											○	○	
	HQAX 4											○	○	
	HTAX 6											○	○	
	HQAX 8											○	○	
立 体	PENT 15	○	○	○	○					○	○			
	HEX 8	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○			
	HEX 20	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○			
	HPENT 15											○	○	
	HHEX 8											○	○	
	HHEX 20											○	○	
配 管	ELBOW6	○	○	○	○									
	ELBOW6R	○	○	○	○		○	○						
	ELBOW3R	○	○	○	○		○	○						
	PIPE 2	○								○	○			
熱 伝 達	FLIN 2											○	○	
	FCLIN 3											○	○	
	FLAX 2											○	○	
	FCAX 3											○	○	
	FTFAC 6											○	○	
	FQFAC 4											○	○	
	FQFAC 8											○	○	
熱 伝 達 リ ン ク	CRLINK 2											○	○	
	CMLINK4											○	○	
	CMLINK6											○	○	
	CALINK 4											○	○	
	CALINK 6											○	○	
	CSLINK 8											○	○	
	CSLINK12											○	○	
	CSLINK16											○	○	
結合	LCOMB 2	○								○	○			
接触	CONT 2	○				○								

(1) 8 節点六面体要素 HEX 8



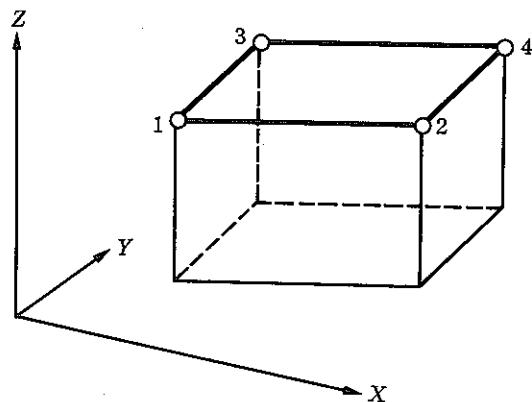
形 状	3 次元六面体要素
節 点 数	8
節 点 座 標	各節点で X, Y, Z 座標
節 点 自由 度	自由度番号 $1 = u_X, 2 = u_Y, 3 = u_Z$
変 位 関 数	Lagrange の 3 次元一次式
積 分 点	9 点 ($2 \times 2 \times 2$ 点および 図心)
応 力 成 分	$\sigma_X, \sigma_Y, \sigma_Z, \tau_{XY}, \tau_{YZ}, \tau_{ZX}$
ひずみ成分	$\epsilon_X, \epsilon_Y, \epsilon_Z, \gamma_{XY}, \gamma_{YZ}, \gamma_{ZX}$

(2) 热伝導8節点六面体要素 HHEX8



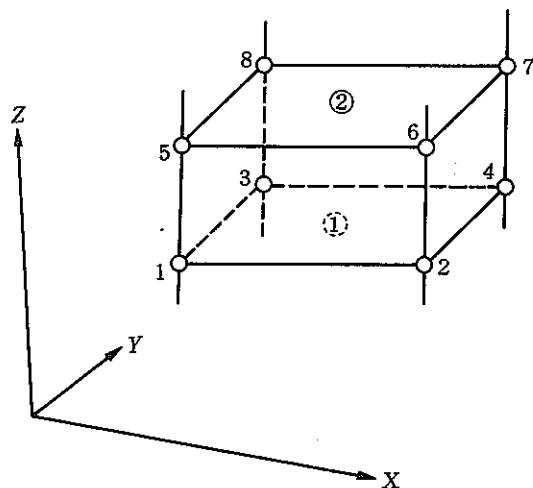
形 状	3次元六面体中実要素
節 点 数	8
節 点 座 標	各節点で X, Y, Z 座標
節 点 自 由 度	各節点で T
補 間 関 数	Lagrange の 3 次元一次式
積 分 点	9点 ($2 \times 2 \times 2$ 点および図心)

(3) 热伝達4節点四辺形面要素 FQFAC 4



形 状	4 節点四辺形面要素
節 点 数	4
節 点 座 標	各節点で X, Y, Z 座標
節 点 自由 度	各節点で T
補 間 関 数	Lagrange の 2 次元一次式
積 分 点	5 点 (2×2 点および図心)

(4) 热伝達リンク 8節点六面体要素 CSLINK 8



形 状	3次元六面体要素
節 点 数	8
節 点 座 標	各節点の X, Y, Z 座標
節 点 自由 度	各節点で T
補 間 関 数	Lagrange の 2 次元一次式
積 分 点	5 (2×2 点および 図心)
熱 流 量	热伝達による熱流量 Q
要 素 特 性	要素の面①, ②が热伝達面となる。

6. 入出力

(1) データ入力方法の整備

前年度に引き続き、FINAS の各解析機能についてデータ入力形式および様式の見直しが行なわれ、以下に示す項目について、データ入力の変更および新たなデータの追加が行なわれた。

a) 解析をコントロールするデータへの新たなデータの追加

静的応力解析において荷重増分自動決定機能を使用する場合の解析条件等を定義するためのデータとして、
AUTO LOAD カードが組み込まれた。

b) 静的応力解析における入力データの改良

移動硬化係数の取り扱いの変更およびアリセット法を考慮した移動硬化則の追加に伴う MATERIAL データの
改良、変位境界条件変更機能の追加による BOUNDARY データ、FASTENING データの改良、荷重増分自動決
定機能の使用のための HISTORY データの改良が行なわれた。

(2) プリント出力の整備

各解析機能ごとに変位、応力 / ひずみ等の最大値テーブルのプリント出力機能が改良・整備された。

7. 前処理／後処理機能

(1) 前処理機能

a) 配管解析データ作成プログラム FNSPIPE

配管解析データ作成プログラム FNSPIPE は、 ELBOW6 R 要素を用いて 2 次元配管系の静的応力解析を行う場合に、節点座標及び要素の結合データ、要素の幾何データ、端部断面の変位境界条件のためのデータを作成するプログラムである。

FNSPIPE で作成するデータは次のとおりである。

COORDINATE SYSTEM データ	(局所座標系の定義)
NODE データ	(節点座標の定義)
ELEMENT TYPE データ	(要素タイプの定義)
CONNECTION データ	(要素結合の定義)
GEOMETRY データ	(幾何データの定義)
BOUNDARY データ	(変位境界条件の定義)
FASTENING データ	(節点自由度線形結合条件の定義)

FNSPIPE は、配管系の直管および曲管を仮想要素にモデル化してデータを与え、要素ごとに入力された配管断面の外径、板厚にしたがって、ELBOW6 R 要素を用いた 3 次元モデルの幾何データを作成するものである。また、配管系端部において完全固定あるいは剛構造物が結合している条件のためのデータも作成することができる。

FNSPIPE で作成された FINAS の入力データは、FORTRAN 論理ユニット番号 21 のファイルを経由して FINAS の入力データの一部として入力される。

・使用例

図 7-1 は一端を固定し、他端に剛体を取り付けて面内曲げモーメントを負荷した直管付きエルボを示している。この配管系を ELBOW6 R 要素でモデル化し、FINAS により応力解析を行なう場合の例を示す。解析では構造および負荷の対称性を考慮して半断面についてモデル化し、周方向 27 分割、管軸方向 9 分割の計 243 の ELBOW-6 R 要素で解析を行なう。

図 7-2 は有限要素モデルを示したものである。

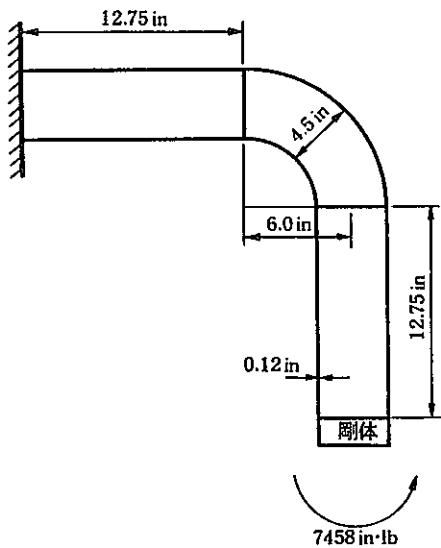


図 7-1 直管付きエルボ

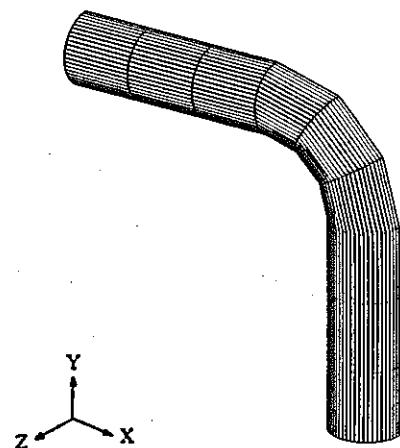


図 7-2 有限要素モデル

材料はオーステナイトステンレス鋼 SUS 304 で、以下の材料定数を用いる。

ヤング係数 $21.7 \times 10^3 \text{ ksi}$

ポアソン比 0.309

図 7-3 は以上の解析モデルを FNSPIPE のデータ作成用にモデル化したものである。また表 7-1 は FNSPIPE データ作成のための諸条件を示したものである。図 7-4 は図 7-3、表 7-1 をもとに作成された FNSPIPE データである。

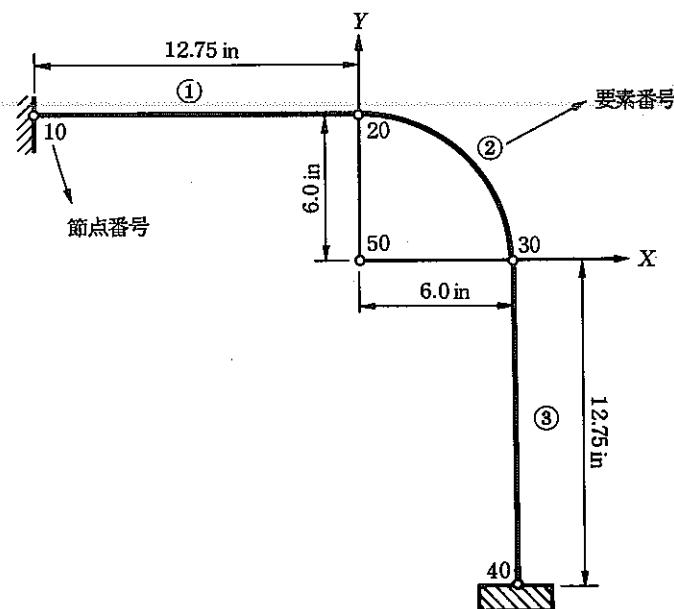


図 7-3 FNSPIPE の入力モデル

表 7-1 FNSPIPE の入力データ

項目	条件 値	
モ デ ル	$\frac{1}{2}$	
要素分割数	周 方 向	27
	長 手 方 向	3 (直 管) 3 (曲 管)
外 径 (in)	4.5	
断面中央半径 (in)	2.19	
板 厚 (in)	0.12	
曲管曲げ半径 (in)	6.0	

```

FNSPIPE
MODEL      HALF      27
NUMBER     SHIFT     100
GEOMETRY   1         4.5   0.12
MATERIAL   1
TABLE      1         10
TABLE      2         40
POINT      10        -12.75, 6.0 , 0.0
POINT      20        0.0 , 6.0 , 0.0
POINT      30        6.0 , 0.0 , 0.0
POINT      40        6.0 , -12.75, 0.0
POINT      50        0.0 , 0.0 , 0.0
MEMBER    1          10 , 20           DIV 3
MEMBER    2          20 , 30 , 50       DIV 3
MEMBER    3          30 , 40           DIV 3
BOUNDARY  1          FIX 1 RIGID 2
TOFINAS
PRINT
ENDPIPE

```

図 7-4 FNSPIPE データ

図 7-5 は FNSPIPE を実行して作成された FINAS のデータを示す。

COORDINATE SYSTEM							
1	1	0.0	0.0	0.0	6.00	0.0	0.0
202	2	1	0.0	216.00	0.0	6.00	0.0
501	2	1	0.0	216.00	0.0	-12.75	6.00
502	2	1	-12.75	6.00	0.0	-12.75	2.19
503	2	1	-12.75	8.19	0.0	-8.50	6.00
504	2	1	-8.50	6.00	0.0	-4.25	6.00
505	2	1	-8.50	8.19	0.0	-4.25	2.19
506	2	1	-4.25	6.00	0.0	0.0	6.00
507	2	1	-4.25	8.19	0.0	0.0	2.19
508	2	1	0.0	6.00	0.0	6.00	-4.25
509	2	1	0.0	8.19	0.0	6.00	-8.50
510	2	1	6.00	6.00	0.0	6.00	-12.75
510	2	1	8.19	8.19	0.0	8.19	2.19
NODE							
101	501	2.19000	-90.00000	0.0	27	1	128
128	501	2.19000	90.00000	0.0			
199	501	0.0	0.0	0.0			
201	502	2.19000	-90.00000	0.0	27	1	228
228	502	2.19000	90.00000	0.0			
299	502	0.0	0.0	0.0			
301	503	2.19000	-90.00000	0.0	27	1	328
328	503	2.19000	90.00000	0.0			
399	503	0.0	0.0	0.0			
401	504	2.19000	-90.00000	0.0	27	1	428
428	504	2.19000	90.00000	0.0			
499	504	0.0	0.0	0.0			
501	505	2.19000	-90.00000	0.0	27	1	528
528	505	2.19000	90.00000	0.0			
599	505	0.0	0.0	0.0			
601	506	2.19000	-90.00000	0.0	27	1	628
628	506	2.19000	90.00000	0.0			
699	506	0.0	0.0	0.0			
701	507	2.19000	-90.00000	0.0	27	1	728
728	507	2.19000	90.00000	0.0			
799	507	0.0	0.0	0.0			
801	508	2.19000	-90.00000	0.0	27	1	828
828	508	2.19000	90.00000	0.0			
899	508	0.0	0.0	0.0			
901	509	2.19000	-90.00000	0.0	27	1	928
928	509	2.19000	90.00000	0.0			
999	509	0.0	0.0	0.0			
1001	510	2.19000	-90.00000	0.0	27	1	1028
1028	510	2.19000	90.00000	0.0			
1099	510	0.0	0.0	0.0			
1101	202	0.0	0.0	0.0			
ELEMENT TYPE							
1	ELBOW6R						
GEOMETRY							
1	0.12000						
F3	1001	2-0.5495073					
F3	1023	2	1				
F3	1001	2-0.8354889					
F3	1024	1	1				
F3	1001	2-0.4487982					
F3	1024	2	1				
F3	1001	2-0.8936331					
F3	1025	1	1				
F3	1001	2-0.3420195					
F3	1025	2	1				
F3	1001	2-0.9396929					
F3	1026	1	1				
F3	1001	2-0.2306155					
F3	1026	2	1				
F3	1001	2-0.9730449					
F3	1027	1	1				
F3	1001	2-0.1160929					
F3	1027	2	1				
F3	1001	2-0.9932383					
F3	1028	2	1				
F3	1001	2-1.0000000					

図7-5 FNSPIPEより作成されたFINASデータ

FNSPIPE を実行して作成されたデータを FINAS データに連結した例を図 7-6 に示す。

```
FINAS
STATIC      E
TITLE        TEST PROBREM FOR 'FNSPIPE'
SUBTITLE    USING ELBOW6R MODEL
MODEL
=ON
=READ 21
FORCE
1
1099          -1.7027397
MATERIAL
1
E           21.7E3
NU          0.309
HISTORY
INTERVAL    1
BOUN        1       1.0
FAS         1       1.0
FORC        1       1.0
END MODEL
END FINAS
```

図 7-6 FINAS データと FNSPIPE で作成されたデータの連結

・使用方法

配管解析データ作成プログラム FNSPIPE の使用方法は、利用者があらかじめジョブコントロールカード および入力データを用意しておき実行するバッチ形式と、TSO 端末において READY 状態から EXEC コマンドによりコマンドプロシージャを呼び出し、FNSLOAD の入力データをタイプインするインターラクティブ形式の 2 つの方法がある。

図 7-7、図 7-8 はそれぞれの使用方法を示す。

```
//      (ジョブ カード)
//JOBPROC DD DSN= dsn1, DISP= SHR
//          EXEC FNSPIPE , DSN= dsn2, S= s
//SYSIN   DD *  
/*  
//
```

FNSPIPE の入力データ

- 注) dsn₁ : 私用プロシージャライブラリのデータセット名。
dsn₂ : 作成した FINAS データをセイブするデータセット名。
s : 使用スペース量 (トラック単位)。無記入の場合は 10 トラック。

図 7-7 バッチ形式

```

READY
EXEC FNSPIPE
PLEASE ENTER      FINAS DATA SET => DSN S(SPACE)
=> dsn1 S(s)
PLEASE ENTER      FNSPIPE INPUT DATA SET => DSN
=> dsn2
<< UNDER EXECUTION >>
.
.
.
<< END >>
READY

```

注) dsn₁ : 作成した FINAS データをセイブするデータセット名。
 s : 使用スペース量(トラック単位)。無記入の場合は 10 トラック。
 dsn₂ : FNSPIPE データが格納されているデータセット名。

図 7-8 インターラクティブ形式

b) 荷重履歴作成プログラム FNSLOAD の改良

荷重履歴作成プログラム FNSLOAD は、静的応力解析の境界条件と軸対称構造物に非軸対称の荷重が作用する線形応力解析のためのデータを作成するプログラムである。本年度はより多くの利用を目的として、以下の改良が行なわれた。

・入力データ

入力データの基本的な構成の変更にともない、入力データラベルの追加および整備が行なわれた。

図 7-9 および図 7-10 はそれぞれ、静的応力解析のための FNSLOAD の入力データの基本構成、非軸対称荷重解析のための FNSLOAD の入力データの基本構成を示す。

FNSLOAD
BOUNDARY
NODE
FASTENING
FORCE
NODE
ELEMENT
TEMPERATURE
REF TEMP
NODE
ELEMENT
HISTORY
INTERVAL
TOFINAS
PRINT
ENDLOAD

図 7-9 静的応力解析のための FNSLOAD
データ

FNSLOAD
TABLE
MODE
FOURIER
BONUDARY
NODE
FORCE
NODE
ELEMENT
NONAXCASE
HARMONIC
TOFINAS
PRINT
ENDLOAD

図 7-10 非軸対称荷重解析のための FNSLOAD
データ

・使用方法

使用方法は、利用者があらかじめジョブコントロールカードおよび入力データを用意しておき実行するパッチ形式、TSO 端末において READY 状態から EXEC コマンドによりコマンドプロシージャを呼び出し FNSLOAD の入力データをタイプインするインターラクティブ形式の 2 方法がある。

図 7-11、図 7-12 にそれぞれの使用方法を示す。

```
//      (ジョブ カード)
//JOBPROC DD      DSN= dsn1,  DISP= SHR
//          EXEC    FNSLOAD ,  DSN= dsn2 ,  S= s1 ,
//                      PDSN= dsn3 ,  PS= s2 ,
//SYSIN   DD      *

```

FNSLOAD の入力データ

```
/*
//
```

注) dsn₁ : 私用プロシージャライブラリのデータセット名。
dsn₂ : 作成される FINAS データをセイプするデータセット名。
s₁ : 使用スペース量(トラック単位)。無記入の場合は 10 トラック。
dsn₃ : XY プロット用出力ファイルのデータセット名。
s₂ : 使用スペース量(トラック単位)。無記入の場合は 10 トラック。

図 7-11 パッチ形式

```
READY
EXEC FNSLOAD
PLEASE ENTER FINAS DATA SET => DSN S(SPACE)
=> dsn1 S(s1)
CREATE PLOTTING DATA SET => YES OR NO
=>
PREASE ENTER PLOTTING DATA SET => DSN PS(SPACE)
=> dsn2 PS(s2)
PLEASE ENTER FNSLOAD INPUT DATA SET => DSN
=> dsn3
<< UNDER EXECUTION >>
:
} FNSLOAD 入力データおよび実行した結果の出入
GRAPHIC OPTION => YES OR NO
=>
:
} FNSTEK のオプションコマンドの入力
<< END >>
REDY
```

注) dsn₁ : 作成した FINAS データをセイプするデータセット名。
s₁ : 使用スペース量(トラック単位)。無記入の場合は 10 トラック。
dsn₂ : XY プロット用出力ファイルのデータセット名。
s₂ : 使用スペース量(トラック単位)。無記入の場合は 10 トラック。
dsn₃ : FNSLOAD 入力データの入っているデータセット名。

図 7-12 インターラクティブ形式

(2) 後処理機能

a) 非軸対称荷重解析後処理プログラム FNSHARM

FNSHARM は FINAS の非軸対称荷重解析の後処理を行なうプログラムである。FNSHARM は軸対称構造物に非軸対称の負荷が作用する線形応力解析の各調和成分ごとの解の線形結合を行ない、プリント出力およびプロット出力を行なう。

プリント出力およびプロット出力される内容としては次のものがある。

○プリント出力

- ・周方向の任意の角度における節点変位
- ・周方向の任意の角度における要素応力、ひずみ
- ・任意の節点における変位の周方向分布
- ・任意の要素、積分点における応力、ひずみの周方向分布

○プロット出力

- ・周方向の任意の角度における変形図
- ・周方向の任意の角度における応力、ひずみのコンター図
- ・任意の節点における円形断面変形図
- ・任意の要素、積分点における応力、ひずみの周方向分布図(XY プロット図)

なお、FNSHARM は FINAS の実行時に出力されたポストファイルを用いて後処理を行なう。

・使用例

軸対称の構造物に非軸対称荷重が作用する問題を解析し、そのポストファイルを用いて FNSHARM により後処理を行ない、周方向の荷重分布を示したものである。図 7-13 は構造モデル、図 7-14 は周方向の荷重分布を示したものである。

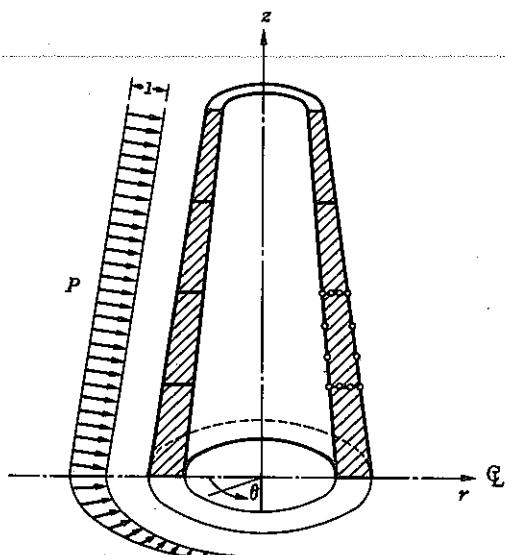


図 7-13 構造モデル

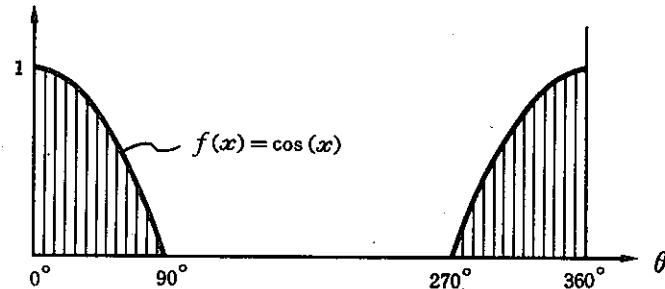


図 7-14 荷重状態

FNSHARM の入力データ例が図 7-15 に示されている。この例では最初の HARM データ、 CALC データにより周方向角度 0° においてすべての調和関数項を考慮したタイプ-1 の線形結合計算の指示が行なわれている。

PRINT データでは節点変位、要素の全積分点での応力、ひずみのプリント出力、PLOT データでは変形図、要素の全積分点での半径方向、軸方向成分の応力コンタ図出力を指示している。

次の HARM データでは TYPE データによりタイプ-2 の選択を行ない、節点番号 11, 611 の変位および要素番号 1, 3, 13, 15 の応力・ひずみの周方向分布計算の指示が行なわれている。PRINT データでは節点番号 11, 611 での変位、要素番号 1 の積分点 1 と要素番号 3 の積分点 3 での応力・ひずみの周方向分布のプリント出力を指示している。また、PLOT データでは節点番号 11, 161 での円形断面変形図、要素番号 1 の積分点 1 と要素番号 3 の積分点 3 での半径方向応力成分および軸方向応力成分の周方向分布図の出力を指示している。

プリント出力およびプロット出力の例として図 7-16 に節点変位、図 7-17 に応力の周方向分布のプリント出力、図 7-18 に変形図、図 7-19 に応力コンター図、図 7-20 に XY プロット図が示されている。

```
FNSHARM
HARM
CALC
PRINT
TITLE, ' VP-114 PT TEST PROBLEM FOR - FNSHARM - '
DISP
STRS
STRN
PLOT
DEFO
CONT, STRS1, STRS2
CONT, EPS1, EPS2
HARM
TYPE, 2
NSET, 17, 57
ESET, 1, 8
CALC
PRINT
NODE, 17, 57
DISP
ELEM, 1, 1, 8, 6
STRS
STRN
PLOT
NODE
NODE, 17
CDPL
ELEM, 1, 1, 8, 6
XYPL, STRS1, STRS2, STRS3
XYPL, STRS2
XYPL, EPS2
END HARM
```

図 7-15 FNSHARM 入力データ

NODE - 17 DISPLACEMENT						
NO.	THETA (DEGREE)	R	Z	THETA		
1	0.0	-4.896E-04	4.417E-05	0.0		
2	10.00	-4.807E-04	4.373E-05	8.641E-05		
3	20.00	-4.542E-04	4.239E-05	1.695E-04		
4	30.00	-4.115E-04	4.013E-05	2.460E-04		
5	40.00	-3.547E-04	3.693E-05	3.131E-04		
6	50.00	-2.865E-04	3.275E-05	3.685E-04		
7	60.00	-2.101E-04	2.759E-05	4.104E-04		
8	70.00	-1.290E-04	2.147E-05	4.378E-04		
9	80.00	-4.652E-05	1.444E-05	4.503E-04		
10	90.00	3.420E-05	6.651E-06	4.483E-04		
11	100.00	1.105E-04	-1.690E-06	4.327E-04		
12	110.00	1.802E-04	-1.030E-05	4.048E-04		
13	120.00	2.419E-04	-1.805E-05	3.662E-04		
14	130.00	2.946E-04	-2.695E-05	3.184E-04		
15	140.00	3.378E-04	-3.422E-05	2.633E-04		
16	150.00	3.714E-04	-4.031E-05	2.024E-04		
17	160.00	3.953E-04	-4.489E-05	1.372E-04		
18	170.00	4.096E-04	-4.775E-05	6.929E-05		
19	180.00	4.144E-04	-4.871E-05	0.0		
20	190.00	4.098E-04	-4.775E-05	-6.929E-05		
21	200.00	3.053E-04	-4.490E-05	-1.372E-04		
22	210.00	3.714E-04	-4.031E-05	-2.024E-04		
23	220.00	3.378E-04	-3.422E-05	-2.633E-04		
24	230.00	2.946E-04	-2.695E-05	-3.184E-04		
25	240.00	2.419E-04	-1.885E-05	-3.662E-04		
26	250.00	1.802E-04	-1.030E-05	-4.048E-04		
27	260.00	1.105E-04	-1.690E-06	-4.327E-04		
28	270.00	3.420E-05	6.651E-06	-4.483E-04		
29	280.00	-4.652E-05	1.444E-05	-4.503E-04		
30	290.00	-1.290E-04	2.147E-05	-4.378E-04		
31	300.00	-2.101E-04	2.759E-05	-4.104E-04		
32	310.00	-7.865E-04	3.275E-05	-3.685E-04		
33	320.00	-3.547E-04	3.693E-05	-3.131E-04		
34	330.00	-4.115E-04	4.013E-05	-2.460E-04		
35	340.00	-4.542E-04	4.239E-05	-1.695E-04		
36	350.00	-4.807E-04	4.373E-05	-8.641E-05		
37	360.00	-4.896E-04	4.417E-05	3.507E-12		

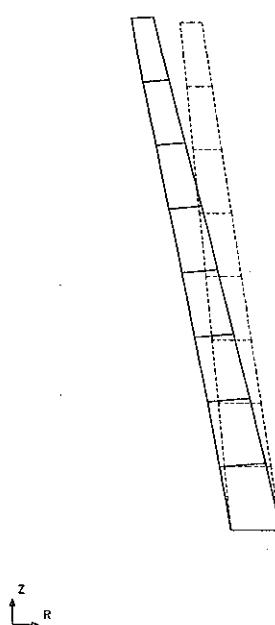
図 7-16 節点変位の周方向分布

ELEM-	8	STRESS							
IP-	6	NO.	THETA (DEGREE)	R	Z	THETA	RZ	Z-THETA	THETA-R
1	0.0	-6.649E-01	-1.159E+00	-4.699E+00	2.975E-02	0.0	0.0		
2	10.00	-6.675E-01	-1.129E+00	-4.556E+00	2.759E-02	4.845E-02	7.544E-02		
3	20.00	-6.718E-01	-1.036E+00	-4.133E+00	2.126E-02	1.001E-01	1.466E-01		
4	30.00	-6.690E-01	-8.838E-01	-3.455E+00	1.124E-02	1.569E-01	2.071E-01		
5	40.00	-6.469E-01	-6.770E-01	-2.570E+00	-1.601E-03	2.189E-01	2.477E-01		
6	50.00	-6.052E-01	-4.312E-01	-1.554E+00	-1.588E-02	2.840E-01	2.583E-01		
7	60.00	-5.383E-01	-1.718E-01	-5.133E-01	-2.980E-02	3.484E-01	2.308E-01		
8	70.00	-4.555E-01	6.872E-02	4.308E-01	-4.136E-02	4.078E-01	1.636E-01		
9	80.00	-3.680E-01	2.571E-01	1.163E+00	-4.871E-02	4.582E-01	6.315E-02		
10	90.00	-2.865E-01	3.681E-01	1.597E+00	-5.053E-02	4.961E-01	-5.549E-02		
11	100.00	-2.163E-01	3.910E-01	1.698E+00	-4.637E-02	5.189E-01	-1.724E-01		
12	110.00	-1.567E-01	3.326E-01	1.484E+00	-3.677E-02	5.265E-01	-2.679E-01		
13	120.00	-1.015E-01	2.137E-01	1.026E+00	-2.308E-02	5.108E-01	-3.270E-01		
14	130.00	-4.362E-02	6.436E-02	4.255E-01	-7.240E-03	4.760E-01	-3.433E-01		
15	140.00	2.035E-02	-8.640E-02	-2.107E-01	8.695E-03	4.188E-01	-3.190E-01		
16	150.00	8.761E-02	-2.161E-01	-7.886E-01	2.288E-02	3.391E-01	-2.629E-01		
17	160.00	1.491E-01	-3.119E-01	-1.240E+00	3.389E-02	2.392E-01	-1.846E-01		
18	170.00	1.928E-01	-3.692E-01	-1.524E+00	4.083E-02	1.238E-01	-9.471E-02		
19	180.00	2.087E-01	-3.882E-01	-1.520E+00	4.319E-02	0.0	0.0		
20	190.00	1.928E-01	-3.692E-01	-1.524E+00	4.083E-02	-1.238E-01	9.471E-02		
21	200.00	1.491E-01	-3.119E-01	-1.240E+00	3.389E-02	-2.392E-01	1.846E-01		
22	210.00	8.761E-02	-2.161E-01	-7.886E-01	2.288E-02	-3.391E-01	2.629E-01		
23	220.00	2.035E-02	-8.640E-02	-2.107E-01	8.695E-03	-4.188E-01	3.190E-01		
24	230.00	-4.362E-02	6.436E-02	4.255E-01	-7.240E-03	-4.760E-01	3.433E-01		
25	240.00	-1.015E-01	2.137E-01	1.026E+00	-2.308E-02	-5.108E-01	-3.270E-01		
26	250.00	-1.567E-01	3.324E-01	1.484E+00	-3.677E-02	-5.245E-01	2.679E-01		
27	260.00	-2.163E-01	3.910E-01	1.698E+00	-4.637E-02	-5.189E-01	1.724E-01		
28	270.00	-2.865E-01	3.681E-01	1.597E+00	-5.053E-02	-4.961E-01	-5.549E-02		
29	280.00	-3.680E-01	2.571E-01	1.163E+00	-4.871E-02	-4.582E-01	-6.315E-02		
30	290.00	-4.555E-01	6.872E-02	4.308E-01	-4.136E-02	-4.078E-01	-1.636E-01		
31	300.00	-5.383E-01	-1.718E-01	-5.133E-01	-2.980E-02	-3.484E-01	-2.308E-01		
32	310.00	-6.052E-01	-4.312E-01	-1.554E+00	-1.588E-02	-2.840E-01	-2.583E-01		
33	320.00	-6.489E-01	-6.770E-01	-2.570E+00	-1.601E-03	-2.189E-01	-2.477E-01		
34	330.00	-6.690E-01	-8.838E-01	-3.455E+00	1.124E-02	-1.569E-01	-2.071E-01		
35	340.00	-6.718E-01	-1.036E+00	-4.133E+00	2.126E-02	-1.001E-01	-1.466E-01		
36	350.00	-6.675E-01	-1.129E+00	-4.556E+00	2.759E-02	-4.845E-02	-7.544E-02		
37	360.00	-6.649E-01	-1.159E+00	-4.699E+00	2.975E-02	1.156E-07	5.162E-07		

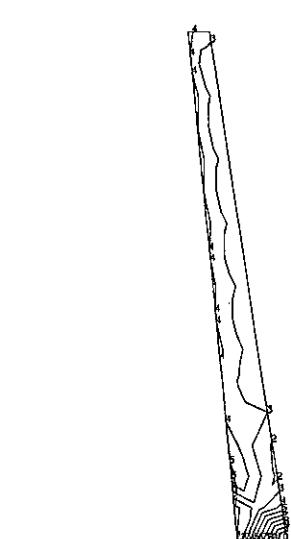
図 7-17 応力の周方向分布

FINAS

FINAS



GEM. SCALE 1.00+0
DIST. SCALE 1.00+0
DEFORMED SHAPE (THETA = 0.0)
VP-114PT TEST PROBLEM FOR - FNSHARM -



GEM. SCALE 1.00+0
R-STRESS COMPONENT (THETA = 0.0)
VP-114PT TEST PROBLEM FOR - FNSHARM -

図 7-18 変形図

図 7-19 応力コンター図

FINAS

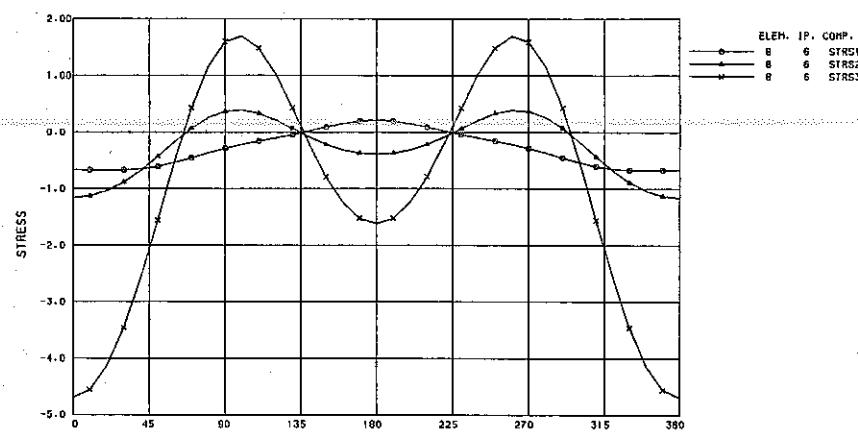


図 7-20 XY プロット図

・使用方法

非軸対称荷重解析の後処理プログラム FNSHARM の使用方法は、利用者があらかじめジョブコントロールカードおよび入力データを用意しておき実行するバッチ形式、 TSO 端末において READY 状態から EXEC コマンドによりコマンドプロシージャを呼び出し FNSHARM の入力データをタイプインするインターラクティブ形式の 2 方法がある。

図 7-21, 図 7-22 はそれぞれの使用方法を示す。

```
// JOB CARD
// JOBPROC DD DSN= dsn1, DISP= SHR
//           EXEC FNSHARM, PSTDN= dsn2, PLTDN= dsn3, PLTSP= sp
// SYSIN    DD *

```

FNSHARM の入力データ

```
/*
//
```

注) dsn₁ : 私用プロシージャライブラリのデータセット名。
 dsn₂ : FINAS から出力されたポストファイルのデータセット名。
 dsn₃ : プロット出力ファイルのデータセット名。
 sp : 使用スペース量(トラック単位)。無記入の場合には 10 トラック。

図 7-21 バッチ形式

```
READY
EXEC FNSHARM
PLEASE ENTER FINAS POST DATA SET => DSN
=> dsn1
CREATE PLOTTING DATA SET => YES OR NO
=> par1
PLEASE ENTER PLOTTING DATA SET => DSN S(SPACE)
=> dsn2 S(sp)
PLEASE ENTER FNSHARM INPUT DATA => DSN
=> dsn3
<< UNDER EXECUTION >>
      .
      .
      .
      } FNSHARM 入力データおよび
      .          実行した結果の出力
      .
GRAPHIC OPTION => YES OR NO
=> par2
      .
      .
      .
      } FNSTEK のオプションコマンド
      .          の入力
      .
<< END >>
READY
```

注) dsn_1 : FINAS から出力されたポストファイルのデータセット名。

par_1 : YES あるいは NO。

YES プロット出力ファイルをセイブすることを指示。

NO プロット出力ファイルをセイブしないことを指示。

dsn_2 : プロット出力ファイルのデータセット名。

sp : 使用スペース量(トラック単位)。無記入の場合には 10 トラック。

dsn_3 : FNSHARM の入力データファイルのデータセット名。

par_2 : YES あるいは NO。

YES TEKTRONIX 図形出力のための FNSTEK プログラムが呼び出され、オプションコマンド入力待ちの状態。

NO 実行終了。READY 状態。

図 7-22 インターラクティブ形式

8. プログラム検証

FINAS では、プログラム開発当初から系統的に検証が進められており、検証目的に応じてその問題は 4 つに分類されている。これらの問題は、CP (Check Problem), EP (Element Problem), VP (Verification Problem) および DP (Demonstration Problem) と称され、それぞれ次の目的を持っている。

CP …… プログラム作成者が各自のモジュール作成の過程でそのチェックのために設定する問題。あるいは既にユーザーに供されているプログラムにエラーが発見された時にプログラム修正が正しく行なわれたかどうかを確認する問題。

EP …… 新たに開発した要素が仕様書どおりに作成されていることを確認し、その要素の特性を調査する問題。

VP …… FINAS の持つ各種機能が正しく作動するか、スキームが与える解が数学的に正解であり、かつ物理的に妥当であるかの検証を行なう問題。

DP …… FINAS の解析能力の総合評価と実際的な問題への応用を目的とし、ベンチマーク問題として既に解析が行なわれているもの、あるいは高速増殖炉の設計にあたり実際に出合う問題。

59 年度に解析した検証問題は CP 11 題、EP 20 題、VP 13 題であり、表 8-1 と表 8-2 に解析した CP と VP をそれぞれ示す。VP の内容と結果については第Ⅲ編を参照されたい。

表 8-1 59年度に解析した CP

No.	タ イ ド ル	目 的
CP-102	FASTENING データの書式1の場合のチェック	FASTENING データの書式1において左辺の節点番号増分を0と定義した場合の入力データ機能が正しく作動しているかのチェックを行なう。
CP-103	移動硬化係数の取り扱い変更に伴う検証(1)	VP 21-1~3 を利用して、移動硬化係数の取り扱い変更がうまく行なわれているかどうかのチェックを行なう。
CP-104	移動硬化係数の取り扱い変更に伴う検証(2)	VP 22-1~4 を利用して、移動硬化係数の取り扱い変更がうまく行なわれているかどうかのチェックを行なう。
CP-105	移動硬化係数の取り扱い変更に伴う検証(3)	VP 27-1~2 を利用して、移動硬化係数の取り扱い変更がうまく行なわれているかどうかのチェックを行なう。
CP-106	移動硬化係数の取り扱い変更に伴う検証(4)	VP 032 を利用して、移動硬化係数の取り扱い変更がうまく行なわれているかどうかのチェックを行なう。
CP-107	移動硬化係数の取り扱い変更に伴う検証(5)	VP 050 を利用して、移動硬化係数の取り扱い変更がうまく行なわれているかどうかのチェックを行なう。
CP-108	移動硬化係数の取り扱い変更に伴う検証(6)	VP 054 を利用して、移動硬化係数の取り扱い変更がうまく行なわれているかどうかのチェックを行なう。
CP-109	移動硬化係数の取り扱い変更に伴う検証(7)	VP 061 を利用して、移動硬化係数の取り扱い変更がうまく行なわれているかどうかのチェックを行なう。
CP-110	移動硬化係数の取り扱い変更に伴う検証(8)	VP 085 を利用して、移動硬化係数の取り扱い変更がうまく行なわれているかどうかのチェックを行なう。

No.	タ イ ド ル	目 的
CP-111	移動硬化係数の取り扱い変更に伴う検証(9)	V P 091 を利用して、 移動硬化係数の取り扱い変更がうまく行なわれているかどうかのチェックを行なう。
CP-112	L COMB 要素を用いた変形図応力コンター図のチェック	L COMB 2 要素を使用した解析モデルにおいて変形図および応力コンター図が正しく出力されるかのチェックを行なう。

表 8-2 59年度に解析した VP

No.	タ イ ド ル	目 的
VP-116	配管系応力解析問題	直管付きエルボの弾性解析を行ない FNSPIPE により正しくデータが作成されたかの検証を行なう。
VP-117	新規材料データライブラリの弾塑性特性に対して参照温度を指定した弾塑性問題	材料の参照温度と二直線近似での最大想定ひずみレベルを与えて弾塑性解析を行ない、それに対応する材料が正しく使用されているかを調べる。
VP-118	新規材料データライブラリを利用した時間硬化クリープ問題	新規材料データライブラリのオーステナイトステンレス鋼 SUS 304, SUS 316, SUS 321 および $2\frac{1}{4}$ Cr-1Mo (NT材) のクリープ式を使用し、時間硬化則による弾性クリープ解析を行ない、FINAS の解と理論解との比較を行なう。
VP-119	新規材料データライブラリの単調応力 - ひずみ関係式を用いた弾塑性問題	新規材料データライブラリのオーステナイトステンレス鋼 SUS 304, SUS 316, SUS 321 および $2\frac{1}{4}$ Cr-1Mo (NT材) の単調応力 - ひずみ関係式を用いた弾塑性問題を解析し、関数型弾塑性解析機能の検証を行なう。
VP-120	新規材料データライブラリの単調応力 - ひずみ関係式によるサイクリック弾塑性問題	単軸引張り、圧縮問題において新規材料データライブラリ SUS 304、単調応力 - ひずみ関係式を用いたサイクリック弾塑性解析機能の検証を行なう。
VP-121	α リセット法を用いた2直線近似移動硬化問題	2直線近似移動硬化モデルに対して α リセット法を用いたサイクリックな単軸引張り弾塑性解析を行ない、FINAS の解と理論解との比較を行なう。
VP-122	荷重増分自動決定機能を利用したトラスの弾性大変形解析	簡単なトラス構造における大変形問題に関して、荷重増分自動決定機能を適用した FINAS の解と理論解との比較を行なう。
VP-123	球形シェルの弾性大変形解析	浅い球形薄肉シェルの頂部に変位荷重が作用する弾性大変形解析問題を解析し、Zienkiewicz 等の解析結果との比較を行なう。
VP-124	浅いアーチの弾性大変形解析(荷重制御)	固定端アーチに集中荷重が作用している構造の弾性大変形解析を行ない、Bathe 等の解析結果との比較を行なう。

No.	タ イ ド ル	目 的
VP-125	柱状構造物の弾塑性大変形解析	簡単な柱状構造を用いて弾塑性大変形解析を行ない、 FINAS の解と Bathe の解との比較を行なう。
VP-126	変位境界条件変更問題(1)	規定変位境界条件が変更される弾性問題において、 FINAS の解と理論解との比較を行なう。
VP-127	変位境界条件変更問題(2)	変位線形結合条件が変更される弾性問題において、 FINAS の解と理論解との比較を行なう。
VP-128	変位境界条件変更問題(3)	規定変位境界条件が変更され荷重が負荷される弾性問題において、 FINAS の解と理論解との比較を行なう。

9. プログラムの設置・更新

(1) 大洗工学センター

FINAS の動燃事業団大洗工学センターへの最初の設置は 55 年 4 月に行なわれ、以後更新が続けられている。プログラムの更新は年 2 回が原則であるが、エラーの発生、プログラムの改良など緊急を要する事態が生じた場合には、その都度対処を行なってプログラムの更新を実施し、大洗工学センターにおいて最新のバージョンが利用できるよう計っている。

59 年度におけるプログラムの更新は、表 9-1 に示されるように 2 回行なわれている。なお、FINAS は大洗工学センターの FACOM M 200 および VP-100 の両機種に設置されている。

表 9-1 大洗工学センターにおける FINAS 更新履歴

更 新 日	バージョン
昭和 59 年 9 月 6 日	V 8.0 / ED01
昭和 60 年 1 月 21 日	V 8.0 / ED01A

(2) FBR メーカおよび公的機関

FINAS は FBR の設計・製造の過程で発生する諸問題を解析する目的で開発されている汎用構造解析プログラムであり、より多くの人に使用してもらい、より多くの解析に貢献できることを目指している。また、解析プログラムは数多くの問題に直面し、解析経験を積み重ねることにより、その性能と信頼性を高めていくのが常である。このような見地から、57年度は FBR メーカへの FINAS の設置の要請が動燃事業団から CRC へ出され、三菱重工業・神戸造船所および日立製作所・日立工場に貸与された実績がある。本年度は日本原子力研究所・多目的高温ガス実験炉設計室に対して V 7.1 / ED01 G のインストールが行なわれた。

表 9-2 FINAS 設置状況

設置場所	設置日	機種
日本原子力研究所 多目的高温ガス実験炉設計室	昭和 58 年 10 月 26 日	FACOM M 380

(3) エラー対策

FINAS では開発当初から系統的にプログラムの検証を実施し、エラーの発生を未然に防ぐ努力を続けている。しかしながら、FINAS のような汎用プログラムではプログラムのすべてに渡って検証を行なうことは不可能であり、実際の解析中にエラーの発見されることがままあり、また、エラーではないが、このように直して欲しいという要望も解析作業を通じて起きてくる。この種の問題に対処するため、エラー対策要望書を作成し、各種エラー対策要望事項の処理を行なっている。エラーが発見された場合には、この書類に基づいて対策が講じられ、プログラムが修正される。そしてエラー修正が正しくなされていることを確認するため、CP (Check Problem : 8章参照) の作成と解析が行なわれ、エラーの回復が認められた時点でマスター・テープが更新され、同時に大洗工学センターのプログラム更新も行なわれる。この一連の作業は緊急メインテナンスと呼ばれ、定期的な年 2 回のプログラム更新の他に実施される。

なお、昭和 59 年度にエラー対策要望書に沿って処理された作業は 17 件であり、大洗工学センターに対して行なわれた緊急メインテナンスは 1 回である。

主な要望事項に対する処理の内容と、処理を行なったバージョンを表 9-3 に示す。

表 9-3 主な要望事項に対する処理内容と処理バージョン

No.	主な要望事項の処理内容	処理バージョン
81-65	FASTENING チェンジ機能の追加。	V 9.0 / ED01
83-10	静的解析の応力・ひずみの最大値テーブルを要素タイプごとに出力。主応力、トレスカの応力強さの最大値テーブルの出力。	V 9.0 / ED01
83-15	平面要素に大変形機能の組み込み。	V 9.0 / ED01
83-42	使用説明書において CONIC2 と AXSHEL2 の板厚方向積分点数の修正。(UM-8.0)	(UM-8.0)
83-43	使用説明書における PESET1 データのフォーマット修正。	(UM-8.0)
83-47	QPLAN9 の入力図に対する修正。	V 8.0 / ED01
84-2	QPLAN9 の主応力ベクトル図に対する修正。	V 8.0 / ED01
84-5	ユーザサブルーチン XS WELL で参照するスウェーリング時間単位を HISTORY データで与えた時間単位に改定。	V 8.0 / ED01
84-7	AUTO CREEP, AUTO HEAT を使用した場合の最終解析ステップの出力機能の追加。	V 9.0 / ED01
84-15	弾塑性クリープひずみ出力において全ひずみを熱ひずみが考慮されないものに変更。	V 9.0 / ED01
84-10	1 つの節点の異なった自由度にローカル系を定義した場合のエラーチェック。	V 9.0 / ED01
84-12	** ILOOP で HISTORY データを作成する場合の SYSTEM ERROR の処理。	V 9.0 / ED01
84-13	PIPE2 要素の熱負荷に対する処理。	V 8.0 / ED01
84-14	QPLAN9 の積分点数・出力応力・ひずみ成分の修正。	V 8.0 / ED01
84-16	AUTO CREEP の改良。	V 8.0 / ED01A
84-20	FASTENING データのデフォルト値に対する修正。	V 8.0 / ED01A
84-22	LCOMB2 要素を使用している場合の応力コンター図の出力機能の修正。	V 8.0 / ED01A

(4) FINAS ニュース

FINAS 改良・整備計画にしたがい、新たな要素や機能の追加、あるいは既存の機能の改良が進められている。そして FINAS を多くの人々に使用してもらうためには、プログラムの現状を利用者に把握してもらうことが大切である。そこで、追加・改良された機能を利用者に提供することができるようになった場合には、FINAS ニュースによりその旨を FINAS の利用者に連絡している。

FINAS ニュースには要素や機能に関するニュースの他、ジョブコントロールカード、FINAS 使用上の注意、使用説明書の改訂など FINAS を使用する上で必要となる情報が掲載されている。

昭和59年度における FINAS ニュースの発行回数は下記の2回である。

84-01号	昭和59年7月16日	カタログド・プロシージャの私用 プロシージャ・ライブラリへの移行
84-02号	昭和59年8月27日	FINAS V8.0 のリリース

(5) FACOM VP-100 への対応

FINAS を大洗工学センターに設置されている FACOM VP-100 へコンバージョンする前段階として、CRC が用意した資料をもとに、ファコム・ハイタック㈱が、適用性に関してプログラムの分析、負荷分布、ベクトル化率、チューニング方針、ベクトル化・チューニング化性能について調査を行なった。この調査結果を参考にして、FINAS V8.0 / 01 B 版のコンバージョンを行ない、テスト解析を実施した。

a) VP-100 用ロードモジュールの作成

VP-100 へのコンバージョンに際して、FINAS のアセンブラー部分を除く全 Fortran プログラムをベクトル化オプションの許でコンパイルを行なった。なお、入力プリフェース部分と出力フェーズ部分はベクトル化の対象から外した。この理由として、非定常熱伝導解析において、入力処理において時間ステップのジェネレーション機能がベクトル化のために誤った結果となること、出力機能では OFPMX4 ルーチンにおいてベクトル化コンパイラーが正常に作動しないためである。また、入出力処理では、スカラー処理が通常であるので、ベクトル化の効果もあまり期待できない。

ロードモジュール作成手順としては、ベクトル化オプションでのコンパイルによりオブジェクトモジュールを作成し、ベクトル化オブジェクトで FINAS ライブラリーを更新し、このライブラリーにより VP-100 用ロードモジュールを作成した。VP-100 用ロードモジュールのプログラム長は 893 Kb 程度であるので、実行時のリージョンサイズとしては 2000 Kb (2 Mb) が必要である。従来のロードモジュールの実行リージョンは 1 Mb であるので注意が必要である。

b) 解析例

• OP-025 パイプ結合部の弾性解析

径の異なる2本のパイプからなる分岐管が内圧を受ける場合の弾性解析を行なう。作用する荷重は内圧とパイプ端部の蓋条件の軸方向引張り力である。構造は図9-1～9-3に示すとおりであり、構造と荷重の対称性を考慮して4分の1モデルで解析を行なう。

材料定数

$$\text{弾性係数} \quad E = 3.0 \times 10^7 \text{ psi}$$

$$\text{ポアソン比} \quad \nu = 0.3$$

構造モデル

有限要素 20 節点六面体 HEX 20 125 要素

節点数 1013 節点 2839 未知自由度

最大アクティブカラム 234 148 平均

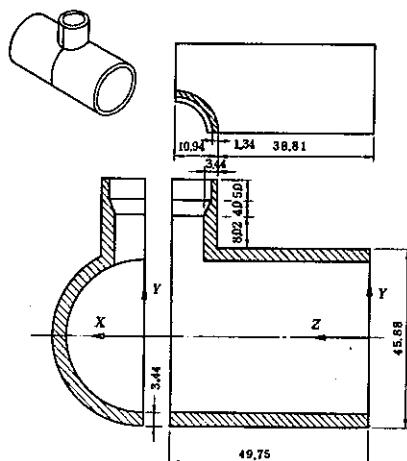


図9-1 構造の形状

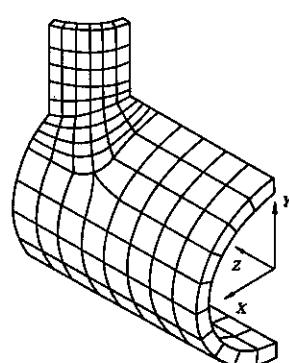


図9-2 有限要素モデル

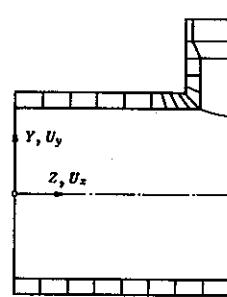


図9-3 断面における要素分割

表9-4は各ロードモジュールの計算時間を比較したものであり、図9-4、図9-5はFINASより出力される解析のサマリーである。各ロードモジュールでの計算結果は一致した。なおVP用ロードモジュールでは従来のものと比較して約2.3倍の速度が得られた。

表9-4 DP-025 FINAS EXECUTION TIME

	COMPUTER	REGION	CPU (SEC.)	RATIO
V 8.0 / E01B	FACOM M190	1024 kb	194.73	3.91
V 8.0 / E01B (NONVECTORIZED)	FACOM VP-100	2048 kb	49.88	1.00
V 8.0 / E01B (VECTORIZED)	FACOM VP-100	2048 kb	21.28	0.43

FINAS EXECUTION SUMMARY

ANALYSIS MODEL INFORMATION

ANALYSIS TYPE	STATIC	E
NUMBER OF LOAD STEPS	1	(FROM 1 TO 1)
NUMBER OF ELEMENTS	125	(125*HEX20)
NUMBER OF NODES	1013	
NUMBER OF UNKNOWN FREEDOMS	2839	
MAXIMUM NUMBER OF ACTIVE COLUMNS . . .	234	
AVERAGE NUMBER OF ACTIVE COLUMNS . . .	148.2	

EXECUTION TIME LOG (CPU TIMES IN SECONDS)

ELEMENT MATRICES FORMATION	5.6	(26.66 %)
LOAD VECTOR FORMATION	0.5	(2.48 %)
MATRIX ASSEMBLY AND DECOMPOSITION . . .	5.4	(25.60 %)
STRESS DATA RECOVERY	4.5	(21.09 %)
ACTIVE COLUMN OPTIMIZATION	1.4	(6.55 %)
OTHERS (DATA INPUT, PRINT OUT, ETC.). . .	3.7	(17.62 %)
TOTAL EXECUTION TIME	21.1	SECONDS

STORAGE DEVICE INFORMATION

DISK SPACE UTILIZED FOR WORK	806	TRACKS
AMOUNT OF NEW RESTART TAPE FILE	0	TRACKS
('SAVE' OPTION INACTIVE)		

図9-4 ANALYSIS INFORMATION (VECTORIZED V8.0/E01B)

F I N A S E X E C U T I O N S U M M A R Y

ANALYSIS MODEL INFORMATION

ANALYSIS TYPE	STATIC E	
NUMBER OF LOAD STEPS	1	(FROM 1 TO 1)
NUMBER OF ELEMENTS	125	(125*HEX20)
NUMBER OF NODES	1013	
NUMBER OF UNKNOWN FREEDOMS	2839	
MAXIMUM NUMBER OF ACTIVE COLUMNS	234	
AVERAGE NUMBER OF ACTIVE COLUMNS	148.2	

EXECUTION TIME LOG (CPU TIMES IN SECONDS)

ELEMENT MATRICES FORMATION	18.4	(37.02 %)
LOAD VECTOR FORMATION	0.5	(0.97 %)
MATRIX ASSEMBLY AND DECOMPOSITION	20.7	(41.55 %)
STRESS DATA RECOVERY	5.1	(10.24 %)
ACTIVE COLUMN OPTIMIZATION	1.4	(2.88 %)
OTHERS (DATA INPUT, PRINT OUT, ETC.)	3.7	(7.34 %)
TOTAL EXECUTION TIME	49.7 SECONDS	

STORAGE DEVICE INFORMATION

DISK SPACE UTILIZED FOR WORK	806 TRACKS
AMOUNT OF NEW RESTART TAPE FILE	0 TRACKS
('SAVE' OPTION INACTIVE)	

図9-5 ANALYSIS INFORMATION (NONVECTORIZED V8.0/E01B)

第II編 FINASにおける解析の理論と方法

序

本編では、FINAS システムの背景となる力学的理論、数値解法について説明する。第 1 章では有限要素法に基づく静的応力解析、動的応力解析および熱伝導解析の理論とアルゴリズムについて論ずる。第 2 章は数値解法に関する部分であり、現在、プログラムに組み込まれている連立一次方程式の解法および固有値問題の解法について述べる。

I. 有限要素解析の理論

1.1 はじめに

FINAS システムは、高速炉開発において生じる構造問題を解決するために、有限要素法の理論に基づき開発された汎用プログラムであり、本章ではその理論について説明する。1.2 節は基礎理論である微小変形解析の理論を要約したものであり、1.3 節では非弾性解析の構成方程式、システムに準備されている材料データライブラリおよび非弾性解析のアルゴリズムを説明する。幾何学的非線形解析については1.4 節で大変形解析、1.5 節で座屈荷重解析について理論とアルゴリズムを説明する。1.6 節は破壊力学解析であり、1.7 節が動的解析、1.8 節が熱伝導解析である。

1.6 節～1.8 節についても他の節と同様に理論と解法のアルゴリズムについて記述する。

1.2 微小変形解析

ここでは FINAS システムの基本となっている有限要素法理論について説明する。1.2.1 節では連続体構造物と対応する有限要素モデルの考え方について説明し、1.2.2 節では基礎方程式、1.2.3 節では全体方程式を導く。本章で説明する事項は基礎的なものであり、変位法による有限要素解析の手引きとして準備されたものである。

1.2.1 連続体と離散化有限要素モデル

FINAS では解析すべき構造について、有限要素 (finite element) の集まりからなる近似的離散化モデルを考え（図 1.2-1 参照），このモデルについて数値解析を行なう。それぞれの有限要素は、それを構成する節点 (node) において結合している。なお、ここでは有限要素の結合によって組み立てられる近似モデルを全体モデルと呼ぶ。

全体モデルを構成するすべての節点の座標 $\{\hat{x}\}$ とし、 m 番目の有限要素を構成するすべての節点の座標を $\{\hat{x}\}_m$ とすると、次の関係が成立する。

$$\{\hat{x}\}_m = [A]_m \{\hat{x}\} \quad (1.2-1)$$

式 (1.2-1) は全体モデルから 1 つの要素の形状を認識するための関係であり、 $[A]$ は要素 m の節点結合状態を表わすマトリックスと解釈できる。この関係は変位についても同様であり、全体モデルの節点変位を $\{\hat{U}\}$ とし、有限要素を構成する節点の変位 $\{\hat{u}\}_m$ とすると次の関係式が成立する。

$$\{\hat{u}\}_m = [A]_m \{\hat{U}\} \quad (1.2-2)$$

式 (1.2-2) は全体モデルの変位から個々の要素の変位を認識するための関係である。

離散化した全体モデルの平衡を表わす仮想仕事の原理は、次のように内部仕事と外部仕事で表わすことができる。

$$\delta U = \delta W \quad (1.2-3)$$

δU は内部仮想ひずみエネルギー、 δW は外力による仮想仕事である。

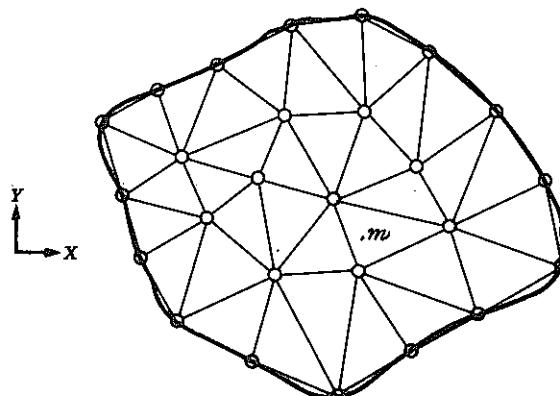


図 1.2-1 連続体と有限要素モデル

$$\delta U = \int_V \delta \{ \varepsilon \}^T \{ \sigma \} dv \quad (1.2-4)$$

$$\delta W = \int_V \delta \{ u \}^T \{ P^B \} dv + \int_S \delta \{ u \}^T \{ P^S \} ds \quad (1.2-5)$$

ここで、 $\{ \varepsilon \}$ と $\{ \sigma \}$ は応力とひずみを表わし、 δ は変分を示している。 $\{ u \}$ は物体点の変位、 $\{ P^B \}$ と $\{ P^S \}$ は物体力と表面力を表わす。V と S は離散化した全体モデルの体積と表面積を表わす。

式(1.2-4)と式(1.2-5)は全体モデルについての積分を意味するが、個々の要素の寄与を総和することにより、次式のように表わせるものとする。

$$\delta U = \sum_m \delta U_m \quad (1.2-6)$$

$$\delta W = \sum_m \delta W_m \quad (1.2-7)$$

ここで、添字 m は m 番目の要素の意味である。

$$\delta U_m = \int_{V_m} \delta \{ \varepsilon \}_m^T \{ \sigma \}_m dv \quad (1.2-8)$$

$$\delta W_m = \int_{V_m} \delta \{ u \}_m^T \{ P^B \}_m dv + \int_{S_m} \delta \{ u \}_m^T \{ P^S \}_m ds \quad (1.2-9)$$

式(1.2-8)と式(1.2-9)において V_m は要素 m の体積を表わし、 S_m は要素 m が表面 S の一部を構成する場合の表面を意味している。

1.2.2 有限要素に関する定式

1.2.1節では、連続体を離散化した有限要素モデルと仮想仕事式について考察した。ここでは1つの要素について着目し、その力学的関係について考える。

要素 m の状態が $\{ u \}_m^0$, $\{ \sigma \}_m^0$, $\{ \varepsilon \}_m^0$ から $\{ u \}_m$, $\{ \sigma \}_m$, $\{ \varepsilon \}_m$ へ変化したときの増分形を考える。

$$\begin{aligned} \{ u \}_m &= \{ u \}_m^0 + \Delta \{ u \}_m \\ \{ \sigma \}_m &= \{ \sigma \}_m^0 + \Delta \{ \sigma \}_m \\ \{ \varepsilon \}_m &= \{ \varepsilon \}_m^0 + \Delta \{ \varepsilon \}_m \end{aligned} \quad (1.2-10)$$

ここで、 Δ は増分を表わしている。要素 m の内部点の変位増分 $\Delta \{ u \}_m$ は、要素を構成する節点の変位増分 $\Delta \{ \hat{u} \}_m$ より次のように計算される。

$$\Delta \{ u \} = [N]_m \Delta \{ \hat{u} \}_m \quad (1.2-11)$$

ここで、 $[N]_m$ は要素 m の変位関数(displacement function)と呼ばれる補間関数である。また、要素内の座標についても同様に節点の座標より補間する。

変位増分よりひずみ増分を求める微分関係は次のようにマトリックス形で表わせる。

$$\Delta \{ \varepsilon \}_m = [L]_m \Delta \{ u \}_m \quad (1.2-12)$$

式(1.2-12)に式(1.2-11)を代入することにより、要素内部のひずみが要素節点の変位と次のように関係づけられる。

$$\Delta \{ \varepsilon \}_m = [L]_m [N]_m \Delta \{ \hat{u} \}_m = [B]_m \Delta \{ \hat{u} \}_m \quad (1.2-13)$$

$[B]_m$ は微分演算子から成る変位ひずみ変換マトリックスである。また、応力とひずみの関係を表わす構成方程式は次のように表わすことができる。

$$\Delta \{ \sigma \}_m = [D]_m (\Delta \{ \varepsilon \}_m - \Delta \{ \varepsilon \}_m^I) \quad (1.2-14)$$

$\Delta \{ \sigma \}_m$ は応力増分、 $\Delta \{ \varepsilon \}_m^I$ は熱ひずみ等の初期ひずみ増分を表わしている。 $[D]_m$ は構成関係を表わす材料マトリックスである。

要素 m の仮想ひずみエネルギーは式(1.2-8)に与えられているので、式(1.2-8)に式(1.2-10)、式(1.2-13)、式(1.2-14)を代入すると、次のようになる。

$$\begin{aligned} \delta U_m &= \delta \{ \hat{u} \}_m^T \left(\int_{V_m} [B]_m^T \{ \sigma \}_m^0 dv + \int_{V_m} [B]_m^T \Delta \{ \sigma \}_m dv \right) \\ &= \delta \{ \hat{u} \}_m^T \left(\{ \hat{r} \}_m + \int_{V_m} [B]_m^T [D]_m (\Delta \{ \varepsilon \}_m - \Delta \{ \varepsilon \}_m^I) dv \right) \\ &= \delta \{ \hat{u} \}_m^T \left(\{ \hat{r} \}_m + \int_{V_m} [B]_m^T [D]_m [B]_m dv \Delta \{ \hat{u} \}_m - \int_{V_m} [B]_m^T [D]_m \Delta \{ \varepsilon \}_m^I dv \right) \\ &= \delta \{ \hat{u} \}_m^T ([K]_m \Delta \{ \hat{u} \}_m - \Delta \{ \hat{P} \}_m^I + \{ \hat{r} \}_m) \end{aligned} \quad (1.2-15)$$

ここで、

$$[K]_m = \int_{V_m} [B]_m^T [D]_m [B]_m dv \quad (1.2-16)$$

$$\Delta \{ \hat{P} \}_m^I = \int_{V_m} [B]_m^T [D]_m \Delta \{ \varepsilon \}_m^I dv \quad (1.2-17)$$

$$\{ \hat{r} \} = \int_{V_m} [B]_m^T \{ \sigma \}_m^0 dv \quad (1.2-18)$$

$[K]_m$ は要素 m の剛性マトリックス、 $\Delta \{ \hat{P} \}_m^I$ は初期ひずみと等価な節点力ベクトル、 $\{ \hat{r} \}_m$ は応力分布と等価な節点力ベクトルである。

次に、外力による仮想仕事について考える。外力についても次のように増分形で表わす。

$$\{ P^B \}_m = \{ P^B \}_m^0 + \Delta \{ P^B \}_m \quad (1.2-19)$$

$$\{ P^S \}_m = \{ P^S \}_m^0 + \Delta \{ P^S \}_m \quad (1.2-20)$$

式(1.2-9)は式(1.2-11)を考慮して次のように表わせる。

$$\begin{aligned} dW_m &= \delta\{\hat{u}\}_m^T \left(\int_{V_m} [N]_m^T (\{P^B\}_m^0 + A\{P^B\}_m) dv + \int_{S_m} [N]_m^T (\{P^S\}_m^0 + A\{P^S\}_m) ds \right) \\ &= \delta\{\hat{u}\}_m^T (\{\hat{P}^B\}_m^0 + A\{\hat{P}^B\}_m + \{\hat{P}^S\}_m^0 + A\{\hat{P}^S\}_m) \end{aligned} \quad (1.2-21)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \{\hat{P}^B\}_m^0 &= \int_{V_m} [N]_m^T \{P^B\}_m^0 dv \\ A\{\hat{P}^B\}_m &= \int_{V_m} [N]_m^T A\{P^B\}_m dv \\ \{\hat{P}^S\}_m^0 &= \int_{S_m} [N]_m^T \{P^S\}_m^0 ds \\ A\{\hat{P}^S\}_m &= \int_{S_m} [N]_m^T A\{P^S\}_m ds \end{aligned} \quad (1.2-22)$$

1.2.3 全体モデルの支配方程式

前節では1つの有限要素に着目し、仮想ひずみエネルギーと外力のなす仮想仕事を導いたが、ここでは各要素から組み立てられる全体モデルの支配方程式を導く。式(1.2-6)と式(1.2-7)より全体系の仮想仕事式は次のようになる。

$$\sum_m \delta U_m = \sum_m \delta W_m \quad (1.2-23)$$

式(1.2-23)に式(1.2-15)と式(1.2-21)を代入すると、次式が得られる。

$$\sum_m \delta\{\hat{u}\}_m [\bar{K}]_m A\{\hat{u}\}_m = \sum_m \delta\{\hat{u}\}_m^T (A\{\hat{P}^B\}_m + A\{\hat{P}^S\}_m + A\{\hat{P}\}_m^I + \{\hat{P}^B\}_m^0 + \{\hat{P}^S\}_m^0 - \{\hat{r}\}_m) \quad (1.2-24)$$

ここで式(1.2-24)に式(1.2-2)を代入して全体系での仮想式が得られる。

$$\begin{aligned} \delta\{\hat{U}\}^T (\sum_m [\bar{K}]_m^T [\bar{K}]_m [\bar{A}]_m) A(\hat{U}) \\ = \delta\{\hat{U}\}^T \sum_m [\bar{A}]_m^T (A\{\hat{P}^B\}_m + A\{\hat{P}^S\}_m + A\{\hat{P}\}_m^I + \{\hat{P}^B\}_m^0 + \{\hat{P}^S\}_m^0 - \{\hat{r}\}_m) \end{aligned} \quad (1.2-25)$$

$\delta\{\hat{U}\}$ は任意の仮想変位であるので、次の増分形支配方程式が得られる。

$$[\bar{K}] A(\hat{U}) = A(\hat{P}) + \{\hat{R}\} \quad (1.2-26)$$

ただし、

$$\begin{aligned}
 [K] &= \sum_m (\bar{A})_m^T [K]_m (\bar{A})_m \\
 A\{\hat{P}\} &= \sum_m (\bar{A})_m^T (A\{\hat{P}^B\}_m + A\{\hat{P}^S\}_m + A\{\hat{P}\}_m^I) \quad (1.2-27) \\
 \{\hat{R}\} &= \sum_m (\bar{A})_m^T (\{\hat{P}^B\}_m^0 + \{\hat{P}^S\}_m^0 - \{\hat{r}\}_m)
 \end{aligned}$$

〔参考文献〕

- 1) O. C. Zienkiewicz, "The Finite Element Method", McGraw-Hill, 1977.
- 2) O. C. Zienkiewicz and K. Morgan, "FINITE ELEMENTS AND APPROXIMATION", John Wiley & Sons, 1983.
- 3) G. Strang and G. J. Fix, "AN ANALYSIS OF THE FINITE ELEMENT METHOD", Prentice-Hall, 1973.

1.3 非弾性解析

原子炉コンポーネントの設計などにおいては、その環境としての温度の影響を無視できない場合が多い。このような構造物の解析は過去においては簡易解析法が中心であったが、有限要素法の発展と材料データの収集および設計コードの推移などにより、有限要素法を用いた詳細解析法も広く用いられるようになってきた。^{1), 2)} 現在までに、このような問題に対する有限要素法の理論も数多く発表されており、^{3) ~ 7)} さらに各種プログラムに用いられ、⁸⁾ 各種の問題が解析されている。一方、解析に用いられる材料データ収集のための実験も進み、それによって構成方程式も検討されている。^{7), 9)}

ここでは、現在までに確立されている理論について応用面から、1.3.1節で熱弾塑性領域における構成方程式について、1.3.2節でクリープ領域における構成方程式について整理し説明する。そして1.3.3節でFINASに内蔵されている材料データライブラリについて説明する。

1.3.1 热弾塑性解析における構成方程式

(1) 一般理論

a) ひずみの分解

全ひずみは、次式に示すような成分に分解できるものとする。

$$\Delta\{\epsilon\} = \Delta\{\epsilon^e\} + \Delta\{\epsilon^p\} + \sum_i \Delta\{\epsilon^i\} \quad (1.3-1)$$

ただし、 $i = T, C, S, I$ であり、添字 e は“弾性”， T は“温度”， p は“塑性”， C は“クリープ”， S は“スウェーリング”， I は“初期”を意味し、 Δ は増分を表わす。

ここで、個々の成分は、次式によって表わされるものとする。

$$\Delta\{\epsilon^p\} = \Delta\lambda^p \left\{ \frac{\partial \phi^p}{\partial \sigma} \right\} \quad (1.3-2)$$

$$\Delta\{\epsilon^T\} = \int_T^{T+\Delta T} \alpha dT \cdot \{e_3\} \quad (1.3-3)$$

$$\Delta\{\epsilon^C\} = \Delta\lambda^C \left\{ \frac{\partial \phi^C}{\partial \sigma} \right\} \quad (1.3-4)$$

$$\Delta\{\epsilon^S\} = \Delta\lambda^S \{e_3\} \quad (1.3-5)$$

ここで、 ϕ^p は塑性ポテンシャル、 ϕ^C はクリープポテンシャル、 α は熱膨張係数である。また、

$$\{e_3\}^T = [1, 1, 1, 0, 0, 0] \quad (1.3-6)$$

であり、右肩の T は転置を表わす。なお、クリープおよびスウェーリングについては、多くの構成方程式が提案されており、弾塑性挙動に比較して多様性があるので、ここでは次のように表わされるものとする。^{11), 12)}

$$\Delta \lambda^C = \Delta \bar{\epsilon}^C (\bar{\sigma}, \bar{\epsilon}^C, T, \Delta T, \dots) \quad (1.3-7)$$

$$\Delta \lambda^S = \Delta \bar{\epsilon}^S (\bar{\sigma}, \bar{\epsilon}^S, T, \Delta T, \dots)$$

b) 热弹性領域における構成方程式

热弹性領域では、次の Hooke の法則が成立するものとする。

$$\{\sigma\} = [E^e] \{\epsilon^e\} \quad (1.3-8)$$

ここで、 $[E^e]$ は材料の弾性挙動を表わす定数であり、温度 T の関数とする。

式(1.3-8)を増分形にすることにより、次式を得る。

$$\Delta \{\sigma\} = [E^e] \Delta \{\epsilon^e\} + \{\Psi_T^e\} \Delta T \quad (1.3-9)$$

ただし、

$$\{\Psi_T^e\} = \frac{\partial [E^e]}{\partial T} \{\epsilon^e\} = [\dot{E}^e] \{\epsilon^e\} \quad (1.3-10)$$

であり、 $\cdot\circ$ は温度に関する微分を表わす。ここで、弾塑性ひずみを次の形で定義する。

$$\Delta \{\epsilon^{ep}\} = \Delta \{\epsilon^e\} + \Delta \{\epsilon^p\} \quad (1.3-11)$$

式(1.3-11)を考慮して、式(1.3-9)を次のように書き換える。

$$\Delta \{\sigma\} = [E^e] (\Delta \{\epsilon^{ep}\} - \Delta \{\epsilon^p\}) + \{\Psi_T^e\} \Delta T \quad (1.3-12)$$

c) 热弹塑性領域における構成方程式

ここでは降伏関数を特別な形に限定せず、一般的な形のまま取り扱う。なお、降伏関数としては、次式を仮定する。

$$f^*(\sigma, \epsilon^p, T, \xi_k) = 0 \quad (1.3-13)$$

ただし、 ξ_k は降伏面に関する付加的パラメータであり、また、associated な流れ則は non-associated な流れ則の特別な場合とも考えられるので、ここでは non-associated な場合のまま式を展開し、終りに associated な流れ則の場合を示す。負荷状態では、

$$\Delta f^* = \left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \sigma} \right\}^T \Delta \{\sigma\} + \left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \epsilon^p} \right\}^T \Delta \{\epsilon^p\} + \frac{\partial f^*}{\partial T} \Delta T + \frac{\partial f^*}{\partial \xi_k} \Delta \xi_k = 0 \quad (1.3-14)$$

式(1.3-14)に式(1.3-12)を代入すると、次式が得られる。

$$\begin{aligned} & \left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \sigma} \right\}^T [E^e] \Delta \{ \varepsilon^{ep} \} - \left(\left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \sigma} \right\}^T [E^e] - \left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \varepsilon^p} \right\}^T \right) \Delta \{ \varepsilon^p \} \\ & + \left(\left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \sigma} \right\}^T \{ \Psi_T^e \} + \frac{\partial f^*}{\partial T} \right) \Delta T + \frac{\partial f^*}{\partial \xi_k} \Delta \xi_k = 0 \end{aligned} \quad (1.3-15)$$

流れ則式(1.3-2)を式(1.3-15)に代入し、 $\Delta \lambda^p$ について解くと、次のようになる。

$$\begin{aligned} \Delta \lambda^p = & \frac{\left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \sigma} \right\}^T [E^e] \Delta \{ \varepsilon^{ep} \}}{- \left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \varepsilon^p} \right\}^T \left\{ \frac{\partial \phi^p}{\partial \sigma} \right\} + \left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \sigma} \right\}^T [E^e] \left\{ \frac{\partial \phi^p}{\partial \sigma} \right\}} \\ & + \frac{\left(\left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \sigma} \right\}^T \{ \Psi_T^e \} + \frac{\partial f^*}{\partial T} \right) \Delta T + \frac{\partial f^*}{\partial \xi_k} \Delta \xi_k}{- \left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \varepsilon^p} \right\}^T \left\{ \frac{\partial \phi^p}{\partial \sigma} \right\} + \left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \sigma} \right\}^T [E^e] \left\{ \frac{\partial \phi^p}{\partial \sigma} \right\}} \end{aligned} \quad (1.3-16)$$

式(1.3-16), (1.3-2)を式(1.3-12)に代入して整理すると、次式が得られる。

$$\Delta \{ \sigma \} = [E^{ep}] \Delta \{ \varepsilon^{ep} \} + \{ \Psi_T^{ep} \} \Delta T + \{ g_k^p \} \Delta \xi_k \quad (1.3-17)$$

ここで、

$$\begin{aligned} [E^{ep}] &= [E^e] + [E^p] \\ \{ \Psi_T^{ep} \} &= \{ \Psi_T^e \} + \{ \Psi_T^p \} \end{aligned} \quad (1.3-18)$$

であり、 $\{ \Psi_T^{ep} \}$ は材料定数の温度依存性から導かれるものである。

式(1.3-18)の個々のマトリックスは、次のとおりである。

$$[E^p] = - \frac{[E^e] \left\{ \frac{\partial \phi^p}{\partial \sigma} \right\} \left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \sigma} \right\}^T [E^e]}{- \left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \varepsilon^p} \right\}^T \left\{ \frac{\partial \phi^p}{\partial \sigma} \right\} + \left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \sigma} \right\}^T [E^e] \left\{ \frac{\partial \phi^p}{\partial \sigma} \right\}} \quad (1.3-19)$$

$$\{ \Psi_T^p \} = - \frac{[E^e] \left\{ \frac{\partial \phi^p}{\partial \sigma} \right\} \left(\left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \sigma} \right\}^T \{ \Psi_T^e \} + \frac{\partial f^*}{\partial T} \right)}{- \left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \varepsilon^p} \right\}^T \left\{ \frac{\partial \phi^p}{\partial \sigma} \right\} + \left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \sigma} \right\}^T [E^e] \left\{ \frac{\partial \phi^p}{\partial \sigma} \right\}} \quad (1.3-20)$$

$$\{ g_k^p \} = - \frac{[E^e] \left\{ \frac{\partial \phi^p}{\partial \sigma} \right\} \frac{\partial f^*}{\partial \xi_k}}{- \left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \varepsilon^p} \right\}^T \left\{ \frac{\partial \phi^p}{\partial \sigma} \right\} + \left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \sigma} \right\}^T [E^e] \left\{ \frac{\partial \phi^p}{\partial \sigma} \right\}} \quad (1.3-21)$$

associated な流れ則の場合、 $\theta^p = f^*$ であり、たとえば、 $[E^p]$ は次のようになる。

$$[E^p] = - \frac{[E^e] \left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \sigma} \right\} \left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \sigma} \right\}^T [E^e]}{- \left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \epsilon^p} \right\}^T \left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \sigma} \right\} + \left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \sigma} \right\}^T [E^e] \left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \sigma} \right\}} \quad (1.3-22)$$

(2) 等方硬化理論

ここでは、塑性ポテンシャル、降伏条件とも von Mises の関数を用いた場合について、 $[E^e]$ および $\{\Psi_T^p\}$ を整理する。

等方硬化の場合、降伏関数は次のように表わせる。

$$f^* = \bar{\sigma}(\sigma) - \kappa(\epsilon^p, T) = 0 \quad (1.3-23)$$

したがって、

$$\begin{aligned} \left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \sigma} \right\} &= \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\} \\ \left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \epsilon^p} \right\} &= - \left\{ \frac{\partial \kappa}{\partial \epsilon^p} \right\} \\ \frac{\partial f^*}{\partial T} &= - \frac{\partial \kappa}{\partial T} \end{aligned} \quad (1.3-24)$$

と表わせるから、式(1.3-2)を考慮に入れると、

$$- \left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \epsilon^p} \right\}^T \left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \sigma} \right\} = \left\{ \frac{\partial \kappa}{\partial \epsilon^p} \right\}^T \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\} = \frac{1}{A\lambda^p} \left\{ \frac{\partial \kappa}{\partial \epsilon^p} \right\} A\{\epsilon^p\} = \frac{A\kappa}{A\lambda^p} \quad (1.3-25)$$

ここで、次式に定義する塑性仕事 ΔW^p を導入する。

$$\Delta W^p = \{\sigma\}^T A\{\epsilon^p\} = A\lambda^p \{\sigma\}^T \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\} = A\lambda^p \bar{\sigma} = \bar{\sigma} \Delta \epsilon^p \quad (1.3-26)$$

式(1.3-25)に式(1.3-26)で求まった $A\lambda^p = \Delta \epsilon^p$ の関数を代入する。

$$- \left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \epsilon^p} \right\}^T \left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \sigma} \right\} = \frac{\partial \kappa}{\partial \epsilon^p} = H' \quad (1.3-27)$$

したがって、次式が得られる。

$$[E^p] = - \frac{[E^e] \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\} \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\}^T [E^e]}{H' + \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\}^T [E^e] \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\}} \quad (1.3-28)$$

$$\{\Psi_T^p\} = - \frac{[\mathbf{E}^e] \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\} \left(\left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\}^T [\Psi_T^e] - \frac{\partial \kappa}{\partial T} \right)}{H + \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\}^T [\mathbf{E}^e] \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\}} \quad (1.3-29)$$

(3) 移動硬化理論

塑性ポテンシャル、降伏条件とも von Mises の関数を用いた場合について、 $[\mathbf{E}^p]$ および $\{\Psi_T^p\}$ を整理する。

移動硬化の場合、降伏関数は次のように表わせる。

$$f^* = \bar{\sigma}(\sigma, \alpha) - \kappa(T) = 0 \quad (1.3-30)$$

ここで、 α は降伏面の移動を表わし、塑性ひずみおよび温度の関数とする。したがって、この場合、

$$\begin{aligned} \left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \sigma} \right\} &= \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\} = - \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \alpha} \right\} \\ \left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \epsilon^p} \right\} &= \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \epsilon^p} \right\} \quad (1.3-31) \\ \frac{\partial f^*}{\partial T} &= \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial T} - \frac{\partial \kappa}{\partial T} \end{aligned}$$

ここで、

$$\begin{aligned} A\{\alpha\} &= [\mathbf{C}] A\{\epsilon^p\} \\ [\mathbf{C}] &= [\mathbf{C}]^T \quad (1.3-32) \end{aligned}$$

なるマトリックス $[\mathbf{C}]$ が定められるならば、

$$\left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \epsilon^p} \right\} = \left[\frac{\partial \alpha}{\partial \epsilon^p} \right] \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \alpha} \right\} = -[\mathbf{C}] \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\} \quad (1.3-33)$$

となるから、

$$- \left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \epsilon^p} \right\}^T \left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \sigma} \right\} = \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\} [\mathbf{C}] \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\} \quad (1.3-34)$$

である。したがって、次式が得られる。

$$[\mathbf{E}^p] = - \frac{[\mathbf{E}^e] \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\} \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\}^T [\mathbf{E}^e]}{\left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\}^T [\mathbf{C}] \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\} + \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\}^T [\mathbf{E}^e] \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\}} \quad (1.3-35)$$

$$\{\Psi_T^p\} = - \frac{[\mathbf{E}^e] \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\} \left(\left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\}^T \{\Psi_T^e\} + \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial T} - \frac{\partial \kappa}{\partial T} \right)}{\left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\}^T [\mathbf{C}] \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\} + \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\}^T [\mathbf{E}^e] \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\}} \quad (1.3-36)$$

Prager の移動硬化理論の場合,

$$A\{\alpha\} = C A\{\epsilon^p\} \quad (1.3-37)$$

となるから,

$$-\left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \epsilon^p} \right\}^T \left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \sigma} \right\} = C \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\}^T \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\} = \frac{3}{2} C \quad (1.3-38)$$

が得られるので、 $[\mathbf{E}^p]$ は次のようになる。

$$[\mathbf{E}^p] = - \frac{[\mathbf{E}^e] \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\} \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\}^T [\mathbf{E}^e]}{\frac{3}{2} C + \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\}^T [\mathbf{E}^e] \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\}} \quad (1.3-39)$$

一方、Ziegler の移動硬化理論の場合は、次のように表わせる。^{3), 5)}

$$A\{\alpha'\} = C A\{\epsilon^p\} \quad (1.3-40)$$

ここで、 $\{\alpha'\}$ は $\{\alpha\}$ の偏差成分を表わし、

$$\{\alpha'\} = \{\alpha\} - \frac{1}{3} \{e_3\} \{e_3\}^T \{\alpha\} = \left[\frac{\partial \alpha'}{\partial \alpha} \right] \{\alpha\} \quad (1.3-41)$$

また、 $\{\sigma'\}$ についても同様に、

$$\{\sigma'\} = \{\sigma\} - \frac{1}{3} \{e_3\} \{e_3\}^T \{\sigma\} = \left[\frac{\partial \sigma'}{\partial \sigma} \right] \{\sigma\} \quad (1.3-42)$$

である。したがって、式(1.3-41)、(1.3-42)より、次のようになる。

$$\left[\frac{\partial \alpha'}{\partial \alpha} \right] = \left[\frac{\partial \sigma'}{\partial \sigma} \right] = \left[\frac{\partial \sigma'}{\partial \sigma} \right] \left[\frac{\partial \sigma'}{\partial \sigma} \right] \quad (1.3-43)$$

Ziegler の移動硬化理論の場合を Prager の場合と比較するために、式(1.3-38)に対応する計算を行なうと、次のようになる。

$$-\left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \epsilon^p} \right\}^T \left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \sigma} \right\} = -\left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \epsilon^p} \right\}^T \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\}$$

$$\begin{aligned}
&= - \left(\left[\frac{\partial \alpha'}{\partial \varepsilon^p} \right] \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \alpha'} \right\} \right)^T \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\} \\
&= - C \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \alpha'} \right\}^T \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\} \\
&= - C \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \alpha'} \right\}^T \left[\frac{\partial \sigma'}{\partial \sigma} \right] \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma'} \right\} \\
&= - C \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \alpha'} \right\}^T \left[\frac{\partial \sigma'}{\partial \sigma} \right] \left[\frac{\partial \sigma'}{\partial \sigma} \right] \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma'} \right\} \\
&= - C \left(\left[\frac{\partial \alpha}{\partial \varepsilon} \right] \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \alpha'} \right\} \right)^T \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\} \\
&= - C \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \alpha} \right\}^T \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\} \\
&= C \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\}^T \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\} = \frac{3}{2} C
\end{aligned} \tag{1.3-44}$$

式(1.3-38), (1.3-44)を比較することにより, $[E^p]$ は Prager 説の場合も Ziegler 説の場合も同一であることがわかる。

(4) 組み合せ硬化理論

移動硬化^{3), 11)}と等方硬化を組み合わせた場合の降伏関数は, 次のようになる。

$$f^* = \bar{\sigma}(\sigma, \alpha) - \kappa(\varepsilon^p, T) = 0 \tag{1.3-45}$$

この場合, 移動硬化の場合と異なるのは,

$$\left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \varepsilon^p} \right\} = \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \varepsilon^p} \right\} - \left\{ \frac{\partial \kappa}{\partial \varepsilon^p} \right\} \tag{1.3-46}$$

となることである。したがって,

$$-\left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \varepsilon^p} \right\}^T \left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \sigma} \right\} = H' + \frac{3}{2} C \tag{1.3-47}$$

この関係を式(1.3-22)に代入することにより, 次式が求められる。

$$\begin{aligned}
[E^p] &= - \frac{[E^e] \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\} \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\}^T [E^e]}{H' + \frac{3}{2} C + \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\}^T [E^e] \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\}}
\end{aligned} \tag{1.3-48}$$

(5) ORNL 形式の硬化理論

ORNL 形式の硬化理論の場合、1回目の降伏時における $[E^p]$ は移動硬化理論の式 (1.3-43) で表わし、2回目以降の降伏判定においては降伏応力に σ_y^{10} を用い、移動硬化理論の C を C_{10} に置き換える。したがって、 $[E^p]$ は次のように表わされる。

1回目のとき、

$$[E^p] = -\frac{[E^e] \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\} \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\}^T [E^e]}{\frac{3}{2} C + \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\}^T [E^e] \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\}} \quad (1.3-49)$$

2回目以降、

$$[E^p] = -\frac{[E^e] \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\} \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\}^T [E^e]}{\frac{3}{2} C_{10} + \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\}^T [E^e] \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\}} \quad (1.3-50)$$

ここで、 σ_y^{10}, C_{10} は ORNL が推奨しているところの 10 サイクル後の降伏応力と移動硬化係数である。

(6) 繰返し組み合せ硬化理論

ここでは、降伏曲面の大きさが塑性仕事あるいは累積塑性ひずみに依存する繰返し組み合せ硬化理論について説明する。 $[E^p]$ および $\{\psi^p\}$ は移動硬化理論における式 (1.3-35), 式 (1.3-36) が適用され、降伏曲面の大きさ κ は次式で表わされる。

$$\kappa = (1-\omega) \kappa (W^p, T) + \omega \kappa (\tilde{\epsilon}^p, T) \quad (1.3-51)$$

ここで、 W^p は塑性仕事、 $\tilde{\epsilon}^p$ は累積相当塑性ひずみであり、それぞれ次式で表わされ、 ω は 0 か 1 のいずれかの値をとる。

$$W^p = \int dW^p = \int \{\sigma'\}^T d\{\epsilon^p\} \quad (1.3-52)$$

$$\tilde{\epsilon}^p = \int d\tilde{\epsilon}^p = \sqrt{\frac{2}{3} A\{\epsilon^p\}^T A\{\epsilon^p\}}$$

ただし、 $\{\sigma'\}$ は偏差応力である。したがって、繰返し組み合せ硬化理論では、負荷の各段階での連続的な降伏面の移動とともに、式 (1.3-51) から降伏面の膨張も考慮する。また、ORNL の推奨する方法では、塑性負荷の増分間では降伏面の大きさを変化させないで増分終了後にこれを変化させる近似手法を適用している。そのために式 (1.3-32) の代わりに次式を用いて $A\{\epsilon\}$ を求めている。

$$\Delta \{a\} = [C] \Delta \{\epsilon^p\} - \frac{4\kappa}{\kappa} \{S\} \quad (1.3-53)$$

ここで、 $\{S\}$ 、 4κ はそれぞれ次式で表わされるものである。

$$\begin{aligned} \{S\} &= \{\sigma'\} - \{a\} \\ 4\kappa &= (1-\omega) \left[\frac{\partial \kappa}{\partial \tilde{\epsilon}^p} \Delta \tilde{\epsilon}^p + \frac{\partial \kappa}{\partial T} \Delta T \right] + \omega \left[\frac{\partial \kappa}{\partial W^p} \Delta W^p + \frac{\partial \kappa}{\partial T} \Delta T \right] \end{aligned} \quad (1.3-54)$$

(7) α リセット法を考慮した移動硬化論

2直線移動硬化モデルにおける降伏曲面の移動は、本来、全移動量に関して制限がないために、繰返し荷重の多い解析では、しばしば異常な予測結果が得られることがある。ひずみを増加させながらあるひずみ範囲を繰返す簡単な単軸のケースに対しては、2直線移動硬化モデルは平均応力の連続的上昇を予測するが、これに対して既存のデータはあまり顕著な平均応力の増加を示さず飽和の傾向を示す。このような挙動を修正するための α リセット法について述べる。

α リセット法は負荷反転時に降伏曲面の移動 $\{a\}$ の値を設定し直すものである。単軸の場合には通常、点1から除荷が起きるとすぐ弾性応力範囲は $2\sqrt{3K}$ に採られ、繰り返しサイクルでは図 1.3-1 (a)の挙動となる。一方、 α リセット法を考慮すると負荷反転時に $\{a\}$ が設定し直され、図 1.3-1 (b)のように点1からの除荷後の降伏が $\sqrt{3K^\alpha}$ の応力レベルで生じる。以下に多軸応力場における α リセット法について説明する。

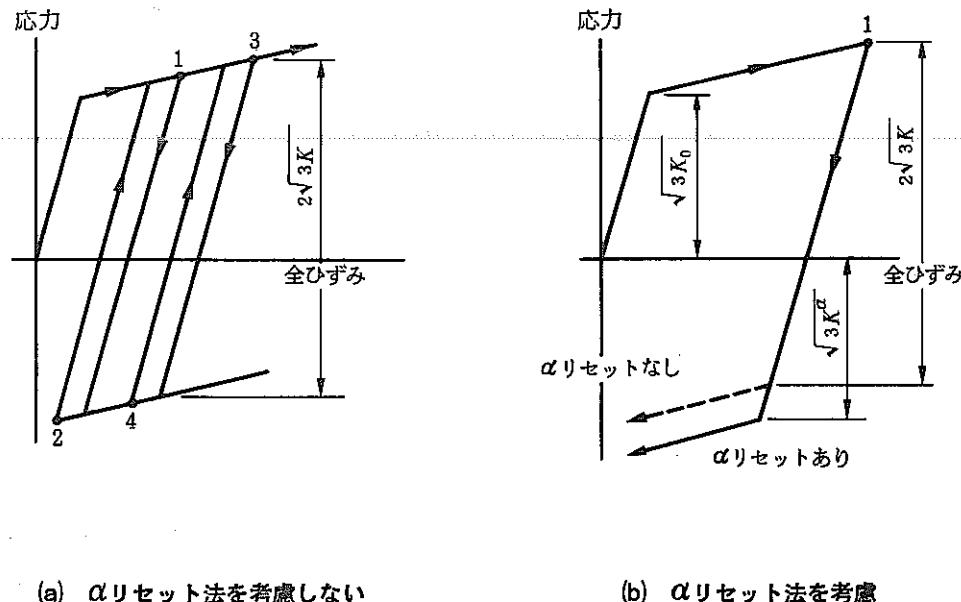


図 1.3-1 単軸応力場での降伏曲面の挙動

材料要素の現在の塑性状態が偏差π平面で図1.3-2(a)に示されるものとする。すなわち、現在の状態が κ^{α} および応力 $\{\sigma'\}$ で与えられるとする。次に、後続の負荷あるいは時間増分により新しい応力状態 $\{\sigma'\}$ になったとする(図1.3-2(b))。この新しい応力 $\{\sigma'\}$ が降伏曲面上にあるか曲面内にあるか調べ、 $\{\sigma'\}$ が降伏曲面上にある場合には $\{a\}$ をリセットするための処理は行なわない。 $\{\sigma'\}$ が降伏曲面内にある場合には除荷が生じたかを調べ $\{a\}$ の移動を行なう。 $\{a\}$ の移動の大きさを決めるために $\{\sigma'\}$ から $(\{\sigma'\} + \{a\})$ に直線を引き、図1.3-2(b)に示されるように現在の降伏曲面との交点 $\{\hat{\sigma}'\}$ を求め、次の量を計算する。

$$h = \frac{|\{\hat{\sigma}'\} - \{\sigma'\}|}{|(\{\sigma'\} + \{a\}) - \{\sigma'\}|} \quad (1.3-55)$$

式(1.3-55)のんは $\{\sigma'\}$ から $(\{\sigma'\} + \{a\})$ までの線分が降伏曲面と交点を持つ位置の距離的な割合である。ここでんは1より大きい場合あるいは小さい場合がある。次に $\{a\}$ は次式によりリセットされる。

$$\{a^{new}\} = \{a^{old}\} [1 - \min(1, h)] \quad (1.3-56)$$

前で述べた処理は応力 $\{\sigma\}$ が再び降伏曲面上にのるか、あるいは $\{a\} = \{0\}$ となるまで $\{a\}$ を応力の原点方向に移動させる。

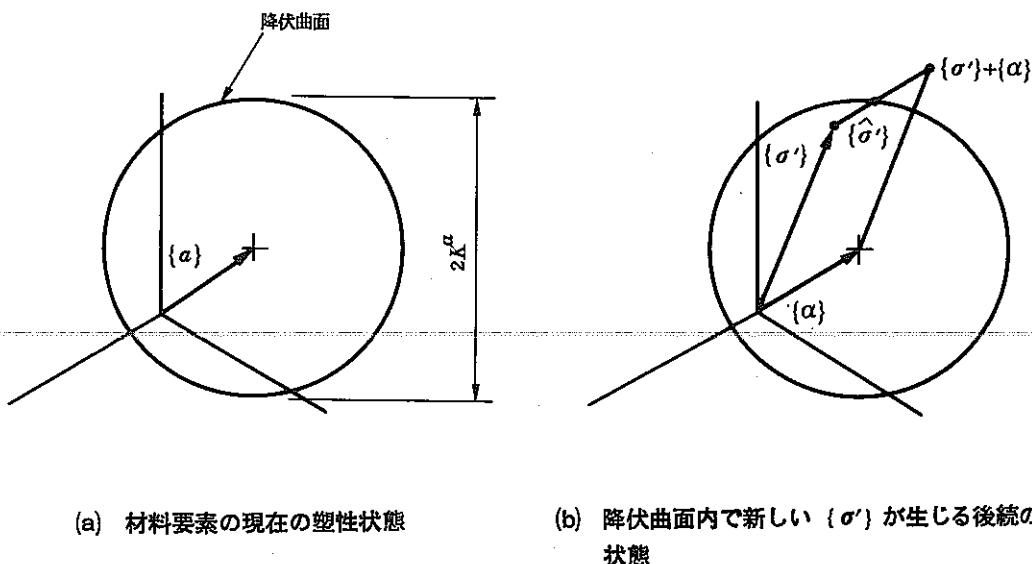


図1.3-2 多軸応力場における α リセット法

1.3.2 クリープ領域における構成方程式

(1) クリープ構成方程式の定式化

金属のクリープ挙動は、その理論的な取扱いを容易にするために、弾塑性挙動とは独立に定式化されるのが普通である。このことは負荷が複雑でない場合には、実際の挙動とそれほど矛盾することはない。これに対して最近では、塑性とクリープの挙動を区別しないで統一的に非弾性挙動を記述する理論(unified theory)がいろいろと提案され、その有効性が示されてきている。しかし現時点では、どのモデルが優れているのかの一般的判断を下すことは、裏付けデータが少ないだけに非常に難しいといえる。このような現状から、FINASのクリープ解析の定式化では、弾塑性挙動との連成を考慮しないで、通常の状態方程式(state equation)による方法を用いることにする。

a) クリープの流れ則

クリープ挙動の解析的表示にあたって、次の仮定をする。¹³⁾

- I) 材料の等方性
- II) クリープひずみについて非圧縮
- III) クリープひずみは静水圧応力に無関係
- IV) クリープひずみ速度は偏差応力に比例

このような条件のもとで、クリープ構成方程式は次のように表示される。

$$\dot{\epsilon}_{ij}^c = \lambda \sigma'_{ij} \quad (1.3-57)$$

ここで、 $\dot{\epsilon}_{ij}^c$ はクリープひずみ速度テンソル、 σ'_{ij} は偏差応力テンソルである。比例係数 λ は一般に偏差応力の不变量、クリープひずみの不变量、時間 t 、温度 T などのスカラー関数によって表わされるものである。相当応力 $\bar{\sigma}$ は σ'_{ij} の第2不变量に比例し、相当クリープひずみ $\bar{\epsilon}^c$ は $\dot{\epsilon}_{ij}^c$ の第2不变量に比例する。すなわち、

$$\begin{aligned} \bar{\sigma} &= \sqrt{\frac{3}{2} \sigma'_{ij} \sigma'_{ij}} \\ \bar{\epsilon}^c &= \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\epsilon}_{ij}^c \dot{\epsilon}_{ij}^c} \end{aligned} \quad (1.3-58)$$

こうして、 λ は $\bar{\sigma}$ 、 $\bar{\epsilon}^c$ 、 t および T によって表わすことができる。また、多軸に対する式が、単軸応力場に対しても適用されなければならないという条件から、次式が得られる。

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{3}{2} \frac{\dot{\epsilon}^c}{\bar{\sigma}} \sigma'_{ij} \quad (1.3-59)$$

ここで、 $\dot{\epsilon}^c$ は単軸定応力クリープ則を相当応力と相当クリープひずみで置き換えたものを微分して求められる。要するに状態方程式タイプの構成方程式は式(1.3-59)で表わされる。ただし、式中の $\dot{\epsilon}^c$ の決定には単軸クリープ則を必要とする。

b) 単軸クリープ則

単軸クリープ則は一般に、クリープひずみを単軸定応力、時間および温度の関数として数学的に表示した形で与えられる。1次クリープおよび2次クリープを考慮すると、

$$\dot{\epsilon}^c = f(t, \sigma, T) = \epsilon_t(t, \sigma, T) + \dot{\epsilon}_s(\sigma, T)t \quad (1.3-60)$$

ここで、 $\epsilon_t(t, \sigma, T)$ は1次クリープひずみ成分、 $\dot{\epsilon}_s(\sigma, T)t$ は2次クリープひずみ成分を示す。ただし、 $\dot{\epsilon}_s(\sigma, T)$ は定常クリープひずみ速度である。式(1.3-60)は一定温度における定応力クリープ試験を基礎として決定されるのが普通であるが、従来から多数の表示の形式が提案されている。

c) クリープ硬化則

単軸クリープ則よりクリープひずみ速度を定める場合に、何らかの硬化則が必要となる。過渡的な温度、応力状態に適用する硬化則として、次のような時間硬化説とひずみ硬化説の2つの代表的な定式がある。^{1), 13)}

●時間硬化説

この説はクリープひずみ速度が、対象とする時点の応力、温度およびクリープ開始からの時間(クリープ時間ともいう)に依存すると仮定するもので(図1.3-3参照)、次のような状態方程式で与えられる。

$$\dot{\epsilon}^c = f(t, \sigma, T) \quad (1.3-61)$$

●ひずみ硬化説

この説はクリープひずみ速度が、対象とする時点の応力、温度および累積クリープひずみに依存すると仮定し(図1.3-3参照)、次のような状態方程式で与えられる。

$$\dot{\epsilon}^c = f(\epsilon^c, \sigma, T) \quad (1.3-62)$$

ひずみ硬化説に基づくクリープひずみ速度の表示式(1.3-62)は、通常、式(1.3-60)と(1.3-61)から時間 t を消去して求められる。たとえば、 ϵ^c が次のような t のべき乗型で与えられるとすると、

$$\epsilon^c = f(\sigma, T) t^n \quad (1.3-63)$$

時間硬化説の式は、

$$\dot{\epsilon}^c = f(\sigma, T) n t^{n-1} \quad (1.3-64)$$

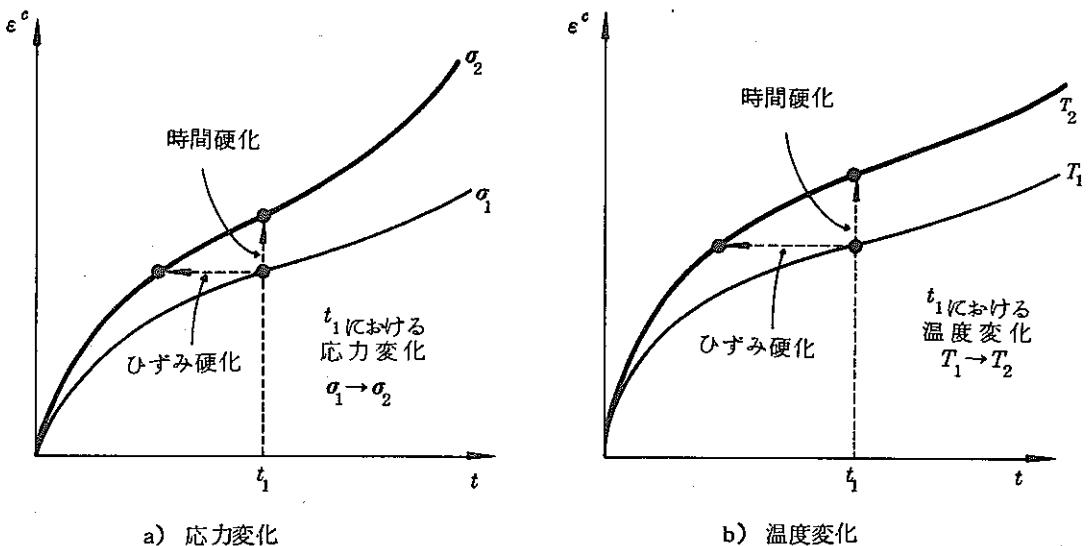


図 1.3-3 時間硬化説とひずみ硬化説

ひずみ硬化説の式は、式(1.3-63)と式(1.3-64)から t を消去して、

$$\dot{\epsilon}^c = n [f(\sigma, T)]^{\frac{1}{n}} (\epsilon^c)^{\frac{n-1}{n}} \quad (1.3-65)$$

となる。基本的なこの2つの硬化説の相違は、応力あるいは温度が変動する場合に生じるものであって、定温定応力のもとでは同一現象の異なった表現にすぎない。また、定常クリープだけを考える場合(式(1.3-63)～(1.3-65)において $n=1$)には、式(1.3-65)と式(1.3-64)は同等となり、変動する応力や温度のもとにおいても2つの硬化説による差は生じない。図1.3-3は応力と温度が変化した場合のそれについて、時間硬化とひずみ硬化の両説の相違を示したものである。実験事実はひずみ硬化説に比較的近いといわれているが、この説では解析的取扱い(時間 t を消去して $\dot{\epsilon}^c$ を求める操作)が複雑となることが多く、そのため、適用の簡単な時間硬化説がとられることがある。

d) 応力反転に対する硬化の補助法則

前述のひずみ硬化則は、応力の符号が反転するような荷重変動に対しては、不都合な結果が生じるために、ORNLでは補助法則(Auxiliary Rule)なるものを設けて、これを適用している。ここでその補助法則について述べる。

● 単軸応力場

応力反転に対する補助法則の考え方を説明するために、まず応力反転のある単軸の場合を考えてみる(図1.3-4参照)。ここで、クリープひずみ速度は次式で表わされるものとする。

$$\dot{\epsilon}^c = f(\epsilon^H, \sigma, T) \quad (1.3-66)$$

ここで、 ϵ^H は現時点のクリープひずみ硬化量であり、次のステップにより求められる。

- (I) 図1.3-5に示すように任意の時間において、クリープひずみの2つの基準原点 ϵ^+ , ϵ^- を考える。
- (II) 初めに、処女材料に対して、 $\epsilon^+ = \epsilon^- = 0$ と仮定する。
- (III) 引張応力、圧縮応力に対して式(1.3-66)のクリープひずみ速度を決定するために ϵ^H を次のよ

うにおく。

$$\epsilon^H = \epsilon - \epsilon^+ \quad (1.3-67)$$

$$\epsilon^H = \epsilon - \epsilon^- \quad (1.3-68)$$

ここで、 ϵ は現時点でのクリープひずみで、用いるひずみ硬化の方法により1次クリープひずみまたは全クリープひずみとなる。

(V) i 回目の応力反転が生じた時の ϵ を ϵ_i とおくと、 n 回目の応力反転後の原点は、次式で決定される。ただし、 $\epsilon_0 = 0$ である。

$$\epsilon^+ = \min_{i=0, \dots, n} \epsilon_i \quad (1.3-69)$$

$$\epsilon^- = \max_{i=0, \dots, n} \epsilon_i$$

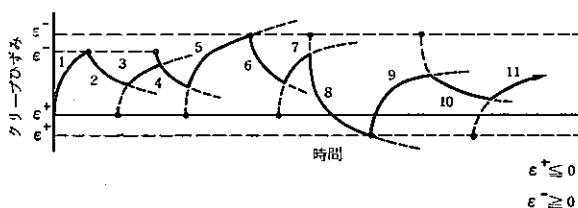


図 1.3-5 応力反転に対応するクリープ応答

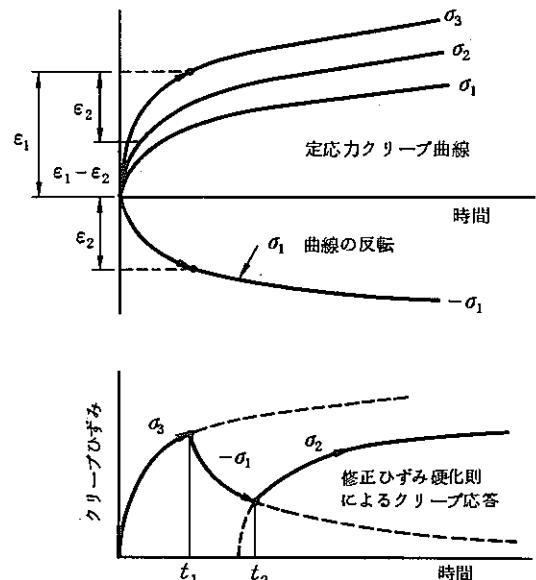
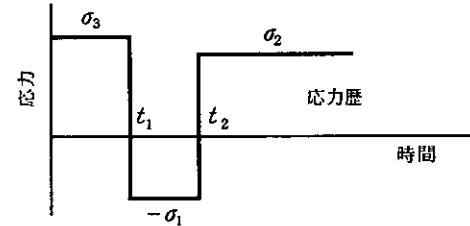


図 1.3-4 補助法則を用いたクリープ応答

●多軸応力場

多軸応力場に対して補助法則を考慮した構成方程式は、式(1.3-66)に対応して、次式で表わされる。

$$\dot{\epsilon}_{ij}^c = \frac{\dot{\epsilon}^c(\sigma, \epsilon^H, T)}{\sigma} \sigma'_{ij} \quad (1.3-70)$$

多軸応力に対するひずみ硬化量 $\dot{\epsilon}^H$ 等は、次のように決定される。

(I) 記号の定義

多軸応力場におけるひずみ硬化量は $\dot{\epsilon}^H$ で表わすものとし、次のとおりである。

$$\text{ひずみ硬化量 } \dot{\epsilon}^H = \begin{cases} \text{全クリープひずみによる硬化則のときは } \dot{\epsilon}_{ij}^c \text{ に基づく} \\ \text{1次クリープひずみによる硬化則のときは } \dot{\epsilon}_{ij}^t \text{ に基づく} \end{cases}$$

ここで、右肩の c は全クリープひずみ、 t は1次クリープひずみを表わす。また、現在のひずみを

ϵ_{ij}^I で表わす。

$$\text{現在のひずみ } \epsilon_{ij}^I = \begin{cases} \epsilon_{ij}^c & (\text{全クリープひずみによる硬化則のとき}) \\ \epsilon_{ij}^t & (1\text{次クリープひずみによる硬化則のとき}) \end{cases}$$

ひずみの原点は ϵ_{ij}^+ , ϵ_{ij}^- で表わし, これはクリープひずみ空間 (ϵ_{ij}^c または ϵ_{ij}^t) におけるひずみの原点である。

なお, ひずみ原点間の距離 $\hat{\epsilon}$ は, 2つのひずみ原点間の相当ひずみ距離であり, 次式で計算される。

$$\hat{\epsilon} = \left[\frac{2}{3} (\epsilon_{ij}^+ - \epsilon_{ij}^-) (\epsilon_{ij}^+ - \epsilon_{ij}^-) \right]^{1/2} \quad (1.3-71)$$

ひずみ原点からの距離 G^+ , G^- は, 現在のひずみ ϵ_{ij}^I と基準ひずみ原点間の相当ひずみの距離であり, 次式で求められる。

$$G^+ = G (\epsilon_{ij}^I - \epsilon_{ij}^+) = \left[\frac{2}{3} (\epsilon_{ij}^I - \epsilon_{ij}^+) (\epsilon_{ij}^I - \epsilon_{ij}^+) \right]^{1/2} \quad (1.3-72)$$

$$G^- = G (\epsilon_{ij}^I - \epsilon_{ij}^-) = \left[\frac{2}{3} (\epsilon_{ij}^I - \epsilon_{ij}^-) (\epsilon_{ij}^I - \epsilon_{ij}^-) \right]^{1/2} \quad (1.3-73)$$

(ii) 応力反転の定義

多軸応力状態では, 応力の反転は, 現在のひずみ原点 (ϵ_{ij}^+ または ϵ_{ij}^-) から測った相当クリープひずみが減少はじめた時に起こるものと考える。クリープひずみ速度やクリープひずみ増分は偏差応力と平行であるから, 応力反転の条件は偏差応力が現存の原点の方向へ向くことを意味する。

現在の原点が ϵ_{ij}^+ である場合, 応力の反転が生じるための条件は, 次のとおりである。

$$(\epsilon_{ij}^I - \epsilon_{ij}^+) \sigma_{ij}' < 0 \quad (1.3-74)$$

クリープ変形では体積変化が起らないので, $\epsilon_{kk}^I = 0$ であり, 式 (1.3-74) は, 次式のように書き直すことができる。

$$(\epsilon_{ij}^I - \epsilon_{ij}^+) \sigma_{ij} < 0 \quad (1.3-75)$$

同様に, 現在の原点が ϵ_{ij}^- である場合, 応力の反転が生じるための条件は, 次のとおりである。

$$(\epsilon_{ij}^I - \epsilon_{ij}^-) \sigma_{ij} < 0 \quad (1.3-76)$$

時間増分の始めに応力が反転している場合は, 原点を変えてからクリープひずみ増分の計算を行う。

(iii) 初期無応力状態

初期の無応力状態に対しては, 次のようにおく。

$$\epsilon_{ij}^+ = \epsilon_{ij}^- = \hat{\epsilon} = 0 \quad (1.3-77)$$

なお, 最初の応力反転が生じるまでの式 (1.3-70) のひずみ硬化量 $\bar{\epsilon}^H$ は, 次式で計算する。

$$\bar{\epsilon}^H = G(\epsilon_{ij}^I) \quad (1.3-78)$$

(IV) 応力反転の検証と $\bar{\epsilon}^H$ を決定する一般的手順

a. ひずみ原点が ϵ_{ij}^+ の場合

応力反転を式 (1.3-75) で評価し、次に正のひずみ原点からの距離 G^+ が ひずみ原点間の距離 $\hat{\epsilon}$ より大きいかを調べる。すなわち、

$$G(\epsilon_{ij}^I - \epsilon_{ij}^+) > \hat{\epsilon} \quad (1.3-79)$$

ならば、 ϵ_{ij}^+ は変化させず、 ϵ_{ij}^- を再定義する。

$$\epsilon_{ij}^- = \epsilon_{ij}^I, \quad \hat{\epsilon} = G(\epsilon_{ij}^I - \epsilon_{ij}^+) \quad (1.3-80)$$

逆に、式 (1.3-79) が満足されないならば、 ϵ_{ij}^+ 、 ϵ_{ij}^- および $\hat{\epsilon}$ はそのままである。ただし、応力反転に対応して、原点を ϵ_{ij}^+ から ϵ_{ij}^- へ変化させて、次式で $\bar{\epsilon}^H$ を求める。

$$\bar{\epsilon}^H = G(\epsilon_{ij}^I - \epsilon_{ij}^-) \quad (1.3-81)$$

b. ひずみ原点が ϵ_{ij}^- の場合

応力反転を式 (1.3-76) で評価し、次に負のひずみ原点からの距離 G^- が ひずみ原点間の距離 $\hat{\epsilon}$ より大きいかを調べる。すなわち、

$$G(\epsilon_{ij}^I - \epsilon_{ij}^-) > \hat{\epsilon} \quad (1.3-82)$$

ならば、 ϵ_{ij}^- は変化させず、 ϵ_{ij}^+ を再定義する。

$$\epsilon_{ij}^+ = \epsilon_{ij}^I, \quad \hat{\epsilon} = G(\epsilon_{ij}^I - \epsilon_{ij}^+) \quad (1.3-83)$$

逆に、式 (1.3-82) が満足されないならば、 ϵ_{ij}^+ 、 ϵ_{ij}^- および $\hat{\epsilon}$ はそのままである。ただし、応力反転に対応して原点を ϵ_{ij}^- から ϵ_{ij}^+ へ変化させて、次式で $\bar{\epsilon}^H$ を求める。

$$\bar{\epsilon}^H = G(\epsilon_{ij}^I - \epsilon_{ij}^+) \quad (1.3-84)$$

(V) クリープひずみが原点 ϵ_{ij}^+ と ϵ_{ij}^- に近づく場合

一般にクリープひずみは通常、現在のひずみ原点から離れる方向を向くが、図 1.3-6 に示すように、両方のひずみ原点に近づく場合が存在する。このような場合には、次式が成立する。

$$(\epsilon_{ij}^I - \epsilon_{ij}^-) \sigma_{ij} < 0 \text{かつ } (\epsilon_{ij}^I - \epsilon_{ij}^+) \sigma_{ij} < 0 \quad (1.3-85)$$

したがって、ここでは、現在のひずみを ϵ_{ij}^I から最も離れている原点の方を、その時点のひずみ原点とする。もし、

$$G(\epsilon_{ij}^I - \epsilon_{ij}^+) \geq G(\epsilon_{ij}^I - \epsilon_{ij}^-) \quad (1.3-86)$$

ならば、 ϵ_{ij}^+ をその時点のひずみ原点として、 $\bar{\epsilon}^H$ は式 (1.3-84) で求める。また、式 (1.3-86) が成立しないならば、 ϵ_{ij}^- をその時点のひずみ原点として $\bar{\epsilon}^H$ は式 (1.3-81) で求める。

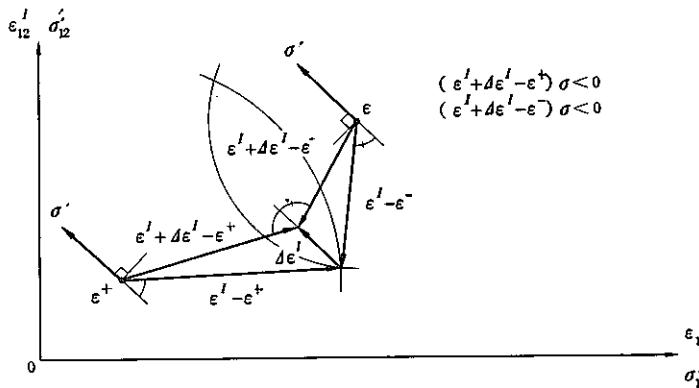


図 1.3-6 クリープひずみが両方の原点に近づく場合

e) 村上のクリープひずみ硬化理論¹⁸⁾

応力方向の反転があるクリープひずみ硬化理論に対し、ORNL が提案する補助法則に関して d) で述べたが、ORNL の理論は、単軸応力状態と同じく 2 個のひずみ原点を多軸応力状態に対しても仮定し、これを基準にしてクリープ硬化量と応力反転を定義しているために、多軸応力状態への拡張にはいくつかの問題がある。すなわち、ORNL の理論は、このような理由から解析的な形に表現することができず、数理的取り扱いが簡単でない。さらに、クリープ変形の進行に伴って上述のひずみ原点を設定するとき、過去のクリープ履歴あるいは応力変化のわずかな違いによって、新しく定められるひずみ原点の位置が不連続に変化し、この結果、一意的な解析結果を与えないことがある。

ここでは、ひずみ硬化理論を一般の多軸応力状態に対して拡張することにより、ORNL の理論のような困難さを持たない村上の提案するクリープひずみ硬化論について述べる。

● 単軸応力場

等方硬化を仮定したひずみ硬化理論は単軸クリープに対して次式らで表わされる。

$$\dot{\epsilon}^c = f(\epsilon^H, \sigma) \operatorname{sgn}[\sigma] \quad (1.3-87)$$

$$\dot{\epsilon}^H = |\dot{\epsilon}^c| \quad (1.3-88)$$

ここで、 $\dot{\epsilon}^c$ 、 σ はそれぞれクリープひずみと応力を示し、(·) は時間に関する微分を表わす。さらに、 $\operatorname{sgn}[\cdot]$ は [] 内の引数の符号を意味する。また式 (1.3-88) によって規定される硬化量 ϵ^H は応力が反転しても、クリープの進行とともに単調に増加し、材料の単調な硬化を表現している。そのため、応力符号の反転によって生じる過渡的な材料の軟化を考慮することができず、等方硬化を仮定したひずみ硬化理論では応力反転を伴うクリープを精度よく表現することはできない。

一般にクリープが進行すると、転位は可動性を失い材料は硬化する。不動化した転位は応力反転によって、可動性を回復する可逆的な部分と、それを回復せず不可逆的な転位構造を形成する部分からなる。このため応力の符号が反転すると、転位の可逆的な部分の再可動化により応力反転後に大きなクリープ速度が生じ材料が軟化する。そして再可動化した転位はそれまで不動化していた方向とは逆の方向へ運動する。したがって、応力反転後のあるひずみ範囲では、可逆的な転位の不可逆的な転位の移行は顕著でないと仮定できる。しかし、再可動化した転位は、応力反転後のクリープの進行とともに再び不動化し、このひずみ範囲を越え

ると不可逆的な転位構造の形成に寄与するようになる。

従って、上述のような可逆的な転位の再配列だけをもたらすひずみ範囲、すなわちクリープ硬化が回復可能なひずみ範囲を以下のように仮定する。

図1.3-7(a)のように、一定応力 σ_1 によってクリープひずみ ϵ^c が進行する場合、この回復可能なひずみ範囲は図1.3-7(b)の曲線OA、ODで囲まれた部分のように変化する。いま時間 t におけるこのひずみ範囲は次式で表わされる。

$$g = |\epsilon^c - \alpha| - \rho \leq 0 \quad (1.3-89)$$

ここで、 α はひずみ範囲の中心の座標で、 2ρ はその範囲の大きさを示す。

前述の仮定から、転位構造の不可逆的な変化が生じるのは、クリープひずみ ϵ^c が式(1.3-89)のひずみ範囲の境界上にあって、かつその外側に向って増加するときである。 $g=0$ で定義されるひずみ境界を回復可能なクリープ硬化の境界(あるいは簡単にクリープ硬化境界)と呼ぶ。

次に時間 t_1 で応力が σ_1 から $-\sigma_2$ へ反転するとする。式(1.3-89)のひずみ範囲では転位構造の不可逆な変化は生じないと仮定したから、時間 $t_1 \leq t \leq t_2$ では回復可能なクリープ硬化の境界は変化せず、したがってそれは、図1.3-7(b)の直線AB, DEで与えられる。ここで、 t_2 は応力反転後クリープひずみが反対側のクリープ境界Eに達したときの時間を示す。

時間 $t \geq t_2$ では、クリープひずみがクリープ硬化境界上にあって外側に向って動くから、クリープ硬化境界は図1.3-7(b)の曲線BC, EFのように変化する。このように、クリープ硬化が回復可能なひずみ範囲はクリープひずみがクリープ硬化境界上にあって外側に向って動くときだけ大きくなる。したがって ρ は次式で表わすことができる。

$$\dot{\rho} = \begin{cases} \lambda |\dot{\epsilon}^c| & g = 0 \text{かつ } \left(\frac{\partial g}{\partial \epsilon^c}\right) \dot{\epsilon}^c > 0 \\ 0 & g < 0 \text{あるいは } \left(\frac{\partial g}{\partial \epsilon^c}\right) \dot{\epsilon}^c < 0 \end{cases} \quad (1.3-90)$$

$$\dot{\rho} = \begin{cases} \lambda |\dot{\epsilon}^c| & g = 0 \text{かつ } \left(\frac{\partial g}{\partial \epsilon^c}\right) \dot{\epsilon}^c > 0 \\ 0 & g < 0 \text{あるいは } \left(\frac{\partial g}{\partial \epsilon^c}\right) \dot{\epsilon}^c < 0 \end{cases} \quad (1.3-91)$$

ここで、 λ は ρ の発達の割合を示す材料定数である。さらに $g=0$ かつ $(\partial g / \partial \epsilon^c) \dot{\epsilon}^c > 0$ のとき、 $d\rho = 0$ が成立しなければならない。この条件に式(1.3-90)を代入すると、 $\dot{\alpha}$ は次のように求められる。

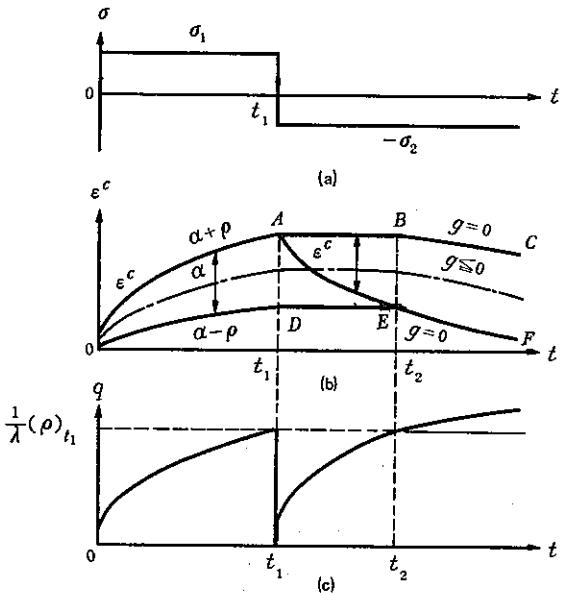


図1.3-7 回復可能なクリープ硬化範囲と
クリープ硬化変数の変化

$$\dot{\alpha} = \begin{cases} (1-\lambda) \dot{\varepsilon}^C & g=0 \text{かつ} \left(\frac{\partial g}{\partial \varepsilon^C} \right) \dot{\varepsilon}^C > 0 \\ 0 & g<0 \text{あるいは} \left(\frac{\partial g}{\partial \varepsilon^C} \right) \dot{\varepsilon}^C < 0 \end{cases} \quad (1.3-92)$$

次に硬化量 ε^H の変化について考える。図 1.3-7(a) の OA 上では応力反転が生じないから、通常のひずみ硬化理論が成り立つと仮定すれば、式 (1.3-88) と式 (1.3-90) から次式が得られる。

$$\varepsilon^H = |\varepsilon^C| = \left(\frac{1}{\lambda} \right) \rho \quad (0 \leq t \leq t_1) \quad (1.3-94)$$

時間 t_1 から $-\sigma_2$ へ反転する場合を考える。いま、応力反転により再可動化する転位密度が十分に大きく、したがって応力反転直後の $\dot{\varepsilon}^C$ は式 (1.3-87) において $\varepsilon^H=0$ としたときの $\dot{\varepsilon}^C$ で近似できると仮定する。このとき ε^H は図 1.3-7(c) に示すように時間 t_1 で瞬間に 0 に減少した後に、クリープの進行に伴って再び増加する。時間 $t_1 \leq t \leq t_2$ では不可逆な転位の再配列は生じないと仮定したから、図 1.3-7(c) のように $t=t_2$ での硬化状態は応力反転直前の硬化状態に等しくなる。このとき、回復可能なクリープ硬化範囲での ε^H のこのような増加が ε^C の変化に比例すると仮定すれば、 ε^H は次式で表わされる。

$$\begin{aligned} \varepsilon^H &= \left(\frac{1}{2\lambda} \right) [(\alpha + \rho) - \varepsilon^C] \\ &= \left(\frac{1}{2\lambda} \right) \rho - \left(\frac{1}{2\lambda} \right) (\varepsilon^C - \alpha) \quad (t_1 \leq t \leq t_2) \end{aligned} \quad (1.3-95)$$

最後に、時間 $t \geq t_2$ では ε^C がクリープ硬化境界上にあって外側に動くので、 ε^C が OA 上にあるときと同様に通常のひずみ硬化理論を仮定すると ε^H は次式のように表わすことができる。

$$\begin{aligned} \varepsilon^H &= |\varepsilon^C(t_1)| + |\varepsilon^C(t) - \varepsilon^C(t_2)| \\ &= \left(\frac{1}{\lambda} \right) \rho \quad (t_2 \leq t) \end{aligned} \quad (1.3-96)$$

式 (1.3-94), (1.3-95) および (1.3-96) は次のことを注意すれば、一つの式にまとめることができる。すなわち、時間 $0 \leq t \leq t_1$ および $t_2 \leq t$ では $g=0$ が成立すると同時に σ と $(\varepsilon^C - \alpha)$ は同符号である。一方、時間 $t_1 \leq t \leq t_2$ では ε^C がひずみ範囲 $g \leq 0$ の中心を通過するまでは σ と $(\varepsilon^C - \alpha)$ は異符号であり、それ以後において同符号となる。したがって、式 (1.3-94), (1.3-95), (1.3-96) は次式で統一的に表わすことができる。

$$\varepsilon^H = \left(\frac{1}{2\lambda} \right) \rho + \left(\frac{1}{2\lambda} \right) \operatorname{sgn} [\sigma(\varepsilon^C - \alpha)] |\varepsilon^C - \alpha| \quad (1.3-97)$$

以上から、単軸応力状態において、クリープ硬化が回復可能なひずみ範囲を仮定することにより、材料の過渡的な軟化を考慮できる村上のクリープひずみ硬化理論が次のように整理できる。

$$\dot{\varepsilon}^c = f(\varepsilon^H, \sigma) \operatorname{sgn}(\sigma) \quad (1.3-98)$$

$$\varepsilon^H = \left(\frac{1}{2\lambda} \right) \rho + \left(\frac{1}{2\lambda} \right) \operatorname{sgn}[\sigma(\varepsilon^c - \alpha)] |\varepsilon^c - \alpha| \quad (1.3-99)$$

$$\dot{\rho} = \begin{cases} \lambda |\dot{\varepsilon}^c| & g=0 \text{かつ } \left(\frac{\partial g}{\partial \varepsilon^c} \right) \dot{\varepsilon}^c > 0 \\ 0 & g < 0 \text{あるいは } \left(\frac{\partial g}{\partial \varepsilon^c} \right) \dot{\varepsilon}^c < 0 \end{cases} \quad (1.3-100)$$

$$\dot{\alpha} = \begin{cases} (1-\lambda) \dot{\varepsilon}^c & g=0 \text{かつ } \left(\frac{\partial g}{\partial \varepsilon^c} \right) \dot{\varepsilon}^c > 0 \\ 0 & g < 0 \text{あるいは } \left(\frac{\partial g}{\partial \varepsilon^c} \right) \dot{\varepsilon}^c < 0 \end{cases} \quad (1.3-101)$$

$$g = |\varepsilon^c - \alpha| - \rho \quad (1.3-102)$$

●多軸応力場

前述の村上のクリープひずみ硬化理

論を多軸状態へ拡張する。

初めに、式(1.3-89)で表わされる回復可能なひずみ範囲を図1.3-8の実線で示される中心 α_{ij} 、半径 ρ の球、すなわち式(1.3-103)で近似する。ただし、考える負荷履歴は、逆負荷あるいは比例負荷からの偏りが著しくないとする。

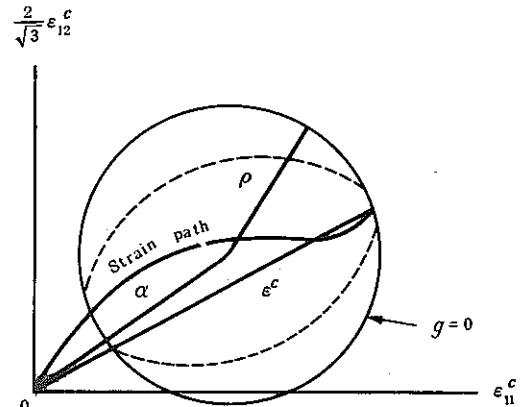


図1.3-8 多軸応力状態でのクリープ硬化面

$$g = \left[\frac{2}{3} (\varepsilon_{ij}^c - \alpha_{ij}) (\varepsilon_{ij}^c - \alpha_{ij}) \right]^{\frac{1}{2}} - \rho \leq 0 \quad (1.3-103)$$

ここで、 α_{ij} は2階の対称の偏差テンソルである。

式(1.3-103)で定義される回復可能なひずみ範囲が、膨張および移動するのは、クリープひずみ ε_{ij}^c が面 $g=0$ (この面をクリープ硬化面と呼ぶ) 上にあって、しかもクリープ速度 $\dot{\varepsilon}_{ij}^c$ が外向き法線成分を持つときだけである。

したがって、単軸状態での式(1.3-90), (1.3-91), (1.3-92), (1.3-93)で示される $\dot{\rho}$ と $\dot{\alpha}_{ij}$ は次のように書くことができる。

$$\dot{\rho} = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{3}} \dot{\varepsilon}_{ij}^c n_{ij} & g = 0 \text{かつ } \left(\frac{\partial g}{\partial \varepsilon_{ij}^c} \right) \varepsilon_{ij}^c > 0 \\ 0 & g < 0 \text{あるいは } \left(\frac{\partial g}{\partial \varepsilon_{ij}^c} \right) \varepsilon_{ij}^c \leq 0 \end{cases} \quad (1.3-104)$$

$$\dot{\alpha}_{ij} = \begin{cases} (1-\lambda) \dot{\varepsilon}_{kl}^c n_{kl} n_{ij} & g = 0 \text{かつ } \left(\frac{\partial g}{\partial \varepsilon_{ij}^c} \right) \dot{\varepsilon}_{ij}^c > 0 \\ 0 & g < 0 \text{あるいは } \left(\frac{\partial g}{\partial \varepsilon_{ij}^c} \right) \dot{\varepsilon}_{ij}^c \leq 0 \end{cases} \quad (1.3-106)$$

ここで、 n_{ij} は次式で定義される。

$$n_{ij} = \frac{(\varepsilon_{ij}^c - \alpha_{ij})}{[(\varepsilon_{kl}^c - \alpha_{kl})(\varepsilon_{kl}^c - \alpha_{kl})]^{\frac{1}{2}}} \quad (1.3-108)$$

$g=0$ のとき、 n_{ij} はクリープ硬化面に対する単位外向き法線を示す。

次に、硬化量 ε^H について考える。 q は单軸状態では転位の再可動化の効果により、応力反転とともに 0 に瞬間に減少した。多軸状態では主応力方向の変化とともに活動すべり面が変化するから、このような材料の軟化によっても q は減少する。村上のクリープひずみ硬化理論では、クリープ硬化の方向性をクリープひずみ ε_{ij}^c とクリープ硬化面の中心 α_{ij} との差 $(\varepsilon_{ij}^c - \alpha_{ij})$ によって表わしている。したがって、硬化量 ε^H におけるひずみ履歴依存項は、偏差応力テンソル S_{ij} の方向への $(\varepsilon_{ij}^c - \alpha_{ij})$ の射影、すなわち、 $(\varepsilon_{ij}^c - \alpha_{ij}) S_{ij} / \bar{\sigma}$ に依存すると仮定できる。このとき式(1.3-97)は多軸状態に対して次のように拡張される。

$$\varepsilon^H = \left(\frac{1}{2\lambda} \right) \rho + \left(\frac{1}{2\lambda} \right) (\varepsilon_{ij}^c - \alpha_{ij}) S_{ij} / \bar{\sigma} \quad (1.3-109)$$

ここで、 $\bar{\sigma}$ は次式で表わされる。

$$\bar{\sigma} = \left[\frac{3}{2} S_{ij} S_{ij} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1.3-110)$$

最後に式(1.3-87)は、クリープ速度テンソルと偏差応力テンソルの非共軸性を無視し、これらのテンソル間の共線性を仮定すれば、多軸状態に対して次式で表わすことができる。

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^c = \frac{3}{2} f(\varepsilon^H, \bar{\sigma}) S_{ij} / \bar{\sigma} \quad (1.3-111)$$

(2) FINAS におけるクリープ則

FINASにおいては、使用者はクリープ則の使用に際して、次の3つの選択が可能である。

- I) 内部に用意されている特定形式のクリープ則のパラメータの値を入力して使用する。
- II) 使用者が指定の形式に従ってサブプログラムを作成する。
- III) 特定材料について、内部に組み込まれている材料データライブラリを使用する。

以下では、内部に用意されている各クリープ則（上記のI）について説明を行なう。なお、材料データライブラリ（上記のIII）については本編1.3.5節を参照されたい。

a) 1次クリープ表示式

1次クリープ表示式としては、ベキ乗表示と指数表示が利用できる。これらはクリープひずみ増分の形で与えられているため、それについて時間硬化説による式とひずみ硬化による式が用意されている。すなわち、以下に示すとおりである。

●ベキ乗表示

$$\varepsilon_t = \beta(\sigma, T) t^{m(\sigma, T)} = A_1 \sigma^{A_2} \exp\left(-\frac{A_3}{T}\right) t^{A_4} \quad (1.3-112)$$

時間硬化説では、

$$\Delta \varepsilon_t = \beta(\sigma, T) (t + \Delta t)^{A_4} - t^{A_4} \quad (1.3-113)$$

ひずみ硬化説では、

$$\Delta \varepsilon_t = \beta(\sigma, T) (\bar{t} + \Delta t)^{A_4} - \varepsilon_t \quad (1.3-114)$$

ここで、 $\bar{t} = (\varepsilon_t / \beta)^{1/A_4}$ は仮想的な時間。

●指數表示

$$\varepsilon_t = \sum_{k=1}^n \varepsilon_{tk} = \sum_{k=1}^n A_2 \{ 1 - e^{-r_k(\sigma, T)t} \} \quad (1.3-115)$$

$$\text{ここで, } r_1(\sigma, T) = A_3 \{ \sinh(A_4 \sigma) \}^{A_5} \exp\left(-\frac{A_6}{T}\right)$$

時間硬化説では、

$$\Delta \varepsilon_t = \sum_{k=1}^n \Delta \varepsilon_{tk} = - \sum_{k=1}^n A_2 \{ e^{-r_k(t + \Delta t)} - e^{-r_k t} \} \quad (1.3-116)$$

ひずみ硬化説では、

$$\Delta \varepsilon_t = \sum_{k=1}^n \Delta \varepsilon_{tk} = \sum_{k=1}^n \left[A_2 \{ 1 - e^{-r_k(\bar{t}_k + \Delta t)} \} - \varepsilon_{tk} \right] \quad (1.3-117)$$

$$\text{ここで, } \bar{t}_k = \frac{1}{\gamma_k} \ln \left(1 - \varepsilon_{tk} / A_2 \right)$$

ここでのひずみ硬化は簡易的に \bar{t}_k を定めている。

b) 2次クリープ表示式

2次クリープひずみは、式(1.3-60)の右辺第2項で表わされるので、2次クリープひずみ増分は次式で与えられる。

$$\Delta \varepsilon_s = \dot{\varepsilon}_s(\sigma, T) \Delta t \quad (1.3-118)$$

$\dot{\varepsilon}_s$ の具体的な表示式には、次のものが含まれている。

$$\dot{\varepsilon}_s = A_{16} \exp \left(\frac{\sigma}{A_{17}} \right) \exp \left(-\frac{A_{18}}{T} \right) \quad (1.3-119)$$

$$\dot{\varepsilon}_s = A_{16} \sigma^{A_{17}} \exp \left(-\frac{A_{18}}{T} \right) \quad (1.3-120)$$

$$\dot{\varepsilon}_s = A_{16} \left\{ \sinh \left(\frac{A_{17}}{T} \exp \left(-\frac{A_{18}}{T} \right) \right) \right\}^{A_{19}} \exp \left(-\frac{A_{20}}{T} \right) \quad (1.3-121)$$

$$\dot{\varepsilon}_s = A_{16} \{ \sinh (A_{17} \sigma) \}^{A_{18}} \exp \left(-\frac{A_{19}}{T} \right) \quad (1.3-122)$$

$$\dot{\varepsilon}_s = A_{16} \exp (A_{17} T) \{ \sinh (A_{18} \sigma) \}^{A_{19}} \exp \left(-\frac{A_{20}}{T} \right) \quad (1.3-123)$$

1.3.3 塑性とクリープの連成

(1) 塑性クリープ連成モデルの構成方程式

非弾性構成方程式では通常、非時間依存の弾塑性挙動と時間依存のクリープ挙動に対して別個の取扱いがなされるが、ここでは部分的ではあるが、クリープの塑性に及ぼす影響を考慮に入れたモデルに関する構成方程式について述べる。熱弾性領域において、次の Hooke の法則が成立するものとする。

$$\{\sigma\} = [E^e] \{\epsilon^e\} \quad (1.3-124)$$

ここで、 $\{\sigma\}$ は応力、 $\{\epsilon^e\}$ は弾性ひずみであり、 $[E^e]$ は温度 T に依存する材料の弾性挙動を表わすマトリックスである。式(1.3-124)を増分形にすることにより次式を得る。

$$\Delta \{\sigma\} = [E^e] \Delta \{\epsilon^e\} + \{\Psi_T^e\} \Delta T \quad (1.3-125)$$

ただし、

$$\{\Psi_T^e\} = \frac{\partial [E^e]}{\partial T} \{e^e\} \quad (1.3-126)$$

また、弾塑性ひずみ増分 $\Delta\{e^{ep}\}$ を次の形で定義する。

$$\Delta\{e^{ep}\} = \Delta\{e^e\} + \Delta\{e^p\} \quad (1.3-127)$$

ただし、塑性ひずみ増分 $\Delta\{e^p\}$ は塑性ポテンシャルを ϕ^p とすると、次のように表わされるものとする。

$$\Delta\{e^p\} = \Delta\lambda^p \left\{ \frac{\partial \phi^p}{\partial \sigma} \right\} \quad (1.3-128)$$

式(1.3-127)を考慮して式(1.3-125)を次式のよう書き換える。

$$\Delta\{\sigma\} = [E^e] (\Delta\{e^{ep}\} - \Delta\{e^p\}) + \{\Psi_T^e\} \Delta T \quad (1.3-129)$$

いま、降伏関数を特別な形に限定せず、一般的な形のまま取り扱うものとし、降伏関数として、クリープひずみを考慮して次式を仮定する。

$$f^*(\sigma, e^p, e^c, T) = 0 \quad (1.3-130)$$

負荷状態では次式が成立する。

$$\Delta f = \left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \sigma} \right\}^T \Delta\{\sigma\} + \left\{ \frac{\partial f^*}{\partial e^p} \right\}^T \Delta\{e^p\} + \left\{ \frac{\partial f^*}{\partial e^c} \right\}^T \Delta\{e^c\} + \frac{\partial f^*}{\partial T} \Delta T \quad (1.3-131)$$

式(1.3-131)に式(1.3-129)を代入すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} & \left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \sigma} \right\}^T [E^e] \Delta\{e^{ep}\} - \left(\left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \sigma} \right\}^T [E^e] - \left\{ \frac{\partial f^*}{\partial e^p} \right\}^T \right) \Delta\{e^p\} \\ & + \left(\left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \sigma} \right\}^T \{\Psi_T^e\} + \frac{\partial f^*}{\partial T} \right)^T \Delta T + \left\{ \frac{\partial f^*}{\partial e^c} \right\}^T \Delta\{e^c\} = 0 \end{aligned} \quad (1.3-132)$$

ここで、流れ則の式(1.3-128)を式(1.3-132)に代入し、 $\Delta\lambda^p$ について解くと次のようになる。

$$\begin{aligned} \Delta\lambda^p &= \frac{\left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \sigma} \right\}^T [E^e] \Delta\{e^{ep}\}}{-\left\{ \frac{\partial f^*}{\partial e^p} \right\}^T \left\{ \frac{\partial \phi^p}{\partial \sigma} \right\} + \left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \sigma} \right\}^T [E^e] \left\{ \frac{\partial \phi^p}{\partial \sigma} \right\}} \\ & + \frac{\left\{ \frac{\partial f^*}{\partial e^c} \right\}^T \Delta\{e^c\} + \left(\left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \sigma} \right\}^T \{\Psi_T^e\} + \frac{\partial f^*}{\partial T} \right) \Delta T}{-\left\{ \frac{\partial f^*}{\partial e^p} \right\}^T \left\{ \frac{\partial \phi^p}{\partial \sigma} \right\} + \left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \sigma} \right\}^T [E^e] \left\{ \frac{\partial \phi^p}{\partial \sigma} \right\}} \end{aligned} \quad (1.3-133)$$

式(1.3-133), 式(1.3-128)を式(1.3-129)に代入し整理すると次式が得られる。

$$A\{\sigma\} = [E^{ep}] A\{\epsilon^{ep}\} + [E^c] A\{\epsilon^c\} + \{\Psi_T^{ep}\} A T \quad (1.3-134)$$

ここで,

$$[E^{ep}] = [E^e] + [E^p] \quad (1.3-135)$$

$$\{\Psi_T^{ep}\} = \{\Psi_T^e\} + \{\Psi_T^p\} \quad (1.3-136)$$

であり, $\{\Psi_T^{ep}\}$ は材料定数の温度依存性から導かれるものである。式(1.3-135), 式(1.3-136)の個々のマトリックスは以下のようなになる。

$$[E^p] = - \frac{[E^e] \left\{ \frac{\partial \phi^p}{\partial \sigma} \right\} \left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \sigma} \right\}^T [E^e]}{- \left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \epsilon^p} \right\}^T \left\{ \frac{\partial \phi^p}{\partial \sigma} \right\} + \left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \sigma} \right\}^T [E^e] \left\{ \frac{\partial \phi^p}{\partial \sigma} \right\}} \quad (1.3-137)$$

$$\{\Psi_T^p\} = - \frac{[E^e] \left\{ \frac{\partial \phi^p}{\partial \sigma} \right\} \left(\left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \sigma} \right\}^T \{\Psi_T^e\} + \frac{\partial f^*}{\partial T} \right)}{- \left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \epsilon^p} \right\}^T \left\{ \frac{\partial \phi^p}{\partial \sigma} \right\} + \left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \sigma} \right\}^T [E^e] \left\{ \frac{\partial \phi^p}{\partial \sigma} \right\}} \quad (1.3-138)$$

また, 式(1.3-134)に示されているクリープひずみを考慮した場合に生じるマトリックス $[E^c]$ は次式で表わされる。

$$[E^c] = - \frac{[E^e] \left\{ \frac{\partial \phi^p}{\partial \sigma} \right\} \left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \epsilon^c} \right\}^T}{- \left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \epsilon^p} \right\}^T \left\{ \frac{\partial \phi^p}{\partial \sigma} \right\} + \left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \sigma} \right\}^T [E^e] \left\{ \frac{\partial \phi^p}{\partial \sigma} \right\}} \quad (1.3-139)$$

associatedな流れ則の場合, $\phi^p = f^*$ であり, たとえば, $[E^p]$ は次のようなになる。

$$[E^p] = - \frac{[E^e] \left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \sigma} \right\} \left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \sigma} \right\}^T [E^e]}{- \left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \epsilon^p} \right\}^T \left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \sigma} \right\} + \left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \sigma} \right\}^T [E^e] \left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \sigma} \right\}} \quad (1.3-140)$$

(2) 塑性クリープ連成の移動硬化モデル¹⁴⁾

塑性ポテンシャル, 降伏条件ともMisesの関数を用いるとすると, 塑性クリープの連成を考慮した移動硬化モデルの降伏関数は次のように表わされる。

$$f^* = \bar{\sigma}(\sigma, a) - \kappa(T) = 0 \quad (1.3-141)$$

ここで, a は降伏面の移動を表わし, 塑性ひずみ, クリープひずみおよび温度の関数として, 次式で塑性とクリープ

の連成効果を評価するものとする。

$$A\{a\} = [C] A\{\epsilon^p\} + [H] A\{\epsilon^c\} \quad (1.3-142)$$

ただし, $[C] = [C]^T, [H] = [H]^T$

ここで, $[C]$ は移動硬化係数のマトリックスであり, $[H]$ はクリープ変形に応じて降伏面の移動を考慮する材料特性パラメータのマトリックスである。 $[H]$ は相当オーリンシフト応力 $\bar{\sigma}$ の値により次のように与えられる。

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2} \{a\}^T \{a\}} \leq A\kappa \text{ のとき, } [H] = [C] \quad (1.3-143)$$

$$\bar{\sigma} > A\kappa \text{ のとき, } [H] = [0]$$

ただし, A は温度, 履歴, 材料に依存するものである。式(1.3-141), 式(1.3-142)から次式が成立する。

$$\left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \sigma} \right\} = \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\} = - \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial a} \quad (1.3-144)$$

$$\left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \epsilon^p} \right\} = \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \epsilon^p} \right\} \quad (1.3-145)$$

$$\frac{\partial f^*}{\partial T} = \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial T} - \frac{\partial \kappa}{\partial T} \quad (1.3-146)$$

$$\left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \epsilon^p} \right\} = \left[\frac{\partial a}{\partial \epsilon^p} \right] \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial a} \right\} = -[C] \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\} \quad (1.3-147)$$

式(1.3-144)と式(1.3-145)より次式が得られる。

$$-\left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \epsilon^p} \right\}^T \left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \sigma} \right\} = \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\}^T [C] \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\} \quad (1.3-148)$$

したがって, $[E^p], \{\psi_T^p\}$ は次のように表わされる。

$$[E^p] = - \frac{[E^e] \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\} \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\}^T [E^e]}{\left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\}^T [C] \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\} + \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\}^T [E^e] \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\}} \quad (1.3-149)$$

$$\{\psi_T^p\} = - \frac{[E^e] \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\} \left(\left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\}^T \{\psi_T^e\} + \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial T} - \frac{\partial \kappa}{\partial T} \right)}{\left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\}^T [C] \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\} + \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\}^T [E^e] \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\}} \quad (1.3-150)$$

一方, 式(1.3-139)の右辺の分子における $\{\partial f^*/\partial \epsilon^c\}$ は式(1.3-144)を考慮すると次式で表わされる。

$$\left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \epsilon^c} \right\} = \left[\frac{\partial \alpha}{\partial \epsilon^c} \right] \left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \alpha} \right\} = \left[\frac{\partial \alpha}{\partial \epsilon^c} \right] \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \alpha} \right\} = -[\mathbf{H}] \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\} \quad (1.3-151)$$

式(1.3-149)から式(1.3-139)の右辺の分子は次のようになる。

$$[\mathbf{E}^e] \left\{ \frac{\partial \phi^p}{\partial \sigma} \right\} \left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \epsilon^c} \right\}^T = -[\mathbf{E}^e] \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\} \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\}^T [\mathbf{H}] = -\frac{3}{2} [\mathbf{E}^e] [\mathbf{H}] \quad (1.3-152)$$

したがって、 $[\mathbf{E}^c]$ は次式で表わされる。

$$[\mathbf{E}^c] = \frac{\frac{3}{2} [\mathbf{E}^e] [\mathbf{H}]}{\left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\}^T [\mathbf{C}] \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\} + \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\}^T [\mathbf{E}^e] \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\}} \quad (1.3-153)$$

(3) 塑性・クリープ連成の繰返し組み合せ硬化モデル¹⁵⁾

ここでは、塑性クリープの連成を考慮した場合の繰返し組み合せ硬化モデルについて説明する。Misesの降伏条件を使用する場合、初期降伏面および後続の降伏面は一般に次式で表わされる。

$$f^* = \bar{\sigma}(\sigma, \alpha) - \kappa = 0 \quad (1.3-154)$$

ここで、 α は降伏面の移動を表わし、クリープと塑性の連成を考慮して次式で与えられる。

$$A\{\alpha\} = [\mathbf{C}] A\{\epsilon^p\} + [\mathbf{H}] A\{\epsilon^c\} \quad (1.3-155)$$

ただし、 $[\mathbf{C}] = [\mathbf{C}]^T$, $[\mathbf{H}] = [\mathbf{H}]^T$

ここで、 $[\mathbf{C}]$ は移動硬化係数マトリックスであり、 $[\mathbf{H}]$ はクリープ変形に応じて降伏面の移動を考慮する材料特性パラメータのマトリックスである。 $[\mathbf{H}]$ は相当オリジンシフト応力 $\bar{\sigma}$ の値により次のように与えられる。

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2} \{ \alpha \}^T \{ \alpha \}} \leq A\kappa \quad \text{のとき,} \quad [\mathbf{H}] = [\mathbf{C}] \quad (1.3-156)$$

$\bar{\sigma} > A\kappa$ のとき, $[\mathbf{H}] = [\mathbf{0}]$

ただし、 A は温度、履歴、材料に依存するものである。また、 κ は塑性ひずみ ϵ^p 、温度 T に依存して次式で表わされる。

$$\kappa = \kappa(\epsilon^p, T) \quad (1.3-157)$$

繰返し組み合せ硬化モデルでは、降伏曲面の大きさを塑性仕事あるいは屈積塑性ひずみの関数とする二つの考え方があり、この両者を同時に取り扱うために次式を考える。

$$\kappa = (1-\omega) \kappa (W^p, T) + \omega \kappa (\tilde{\epsilon}^p, T) \quad (1.3-158)$$

ここで、 W^p は塑性仕事、 $\tilde{\epsilon}^p$ は累積相当塑性ひずみであり、それぞれ次式で表わされる。ただし、 ω は 0 か 1 のいずれかの値をとる。

$$W^p = \int dW^p = \int \{ \sigma' \}^T d\{ \epsilon^p \} \quad (1.3-159)$$

$$\tilde{\epsilon}^p = \int d\tilde{\epsilon}^p = \int \sqrt{\frac{2}{3}} d\{ \epsilon^p \}^T d\{ \epsilon^p \} \quad (1.3-160)$$

ただし、 $\{ \sigma' \}$ は偏差応力である。したがって、負荷の各段階での連続的な降伏面の移動と膨張を式 (1.3-159) 式 (1.3-158) に基づいて表わし、材料の硬化あるいは軟化特性を考慮することができる。一方、ORNL の推奨する方法では、塑性負荷の増分間では降伏面の大きさを変化させないで増分終了後にこれを変化させる近似手法を適用している。そのために式 (1.3-155) の代りに次式を用いている。

$$d\{ a \} = [C] d\{ \epsilon^p \} + [H] d\{ \epsilon^c \} - \frac{d\kappa}{\kappa} \{ S \} \quad (1.3-161)$$

ここで、 $\{ S \}$ 、 $d\kappa$ はそれぞれ次式で表わされるものである。

$$\{ S \} = \{ \sigma' \} - \{ a \} \quad (1.3-162)$$

$$d\kappa = (1-\omega) \left[\frac{\partial \kappa}{\partial \tilde{\epsilon}^p} d\tilde{\epsilon}^p + \frac{\partial \kappa}{\partial T} dT \right] + \omega \left[\frac{\partial \kappa}{\partial W^p} dW^p + \frac{\partial \kappa}{\partial T} dT \right] \quad (1.3-163)$$

1.3.4 スウェーリング

(1) 照射スウェーリングの基礎

スウェーリングは中性子照射を受ける材料が膨張する現象であり、高度に放射線を浴びる環境にある材料にとってはこれを考慮した設計が必要となることがある。通常、スウェーリングひずみは中性子束流、温度および時間の関数として次の一般式で表わされている。

$$\bar{\epsilon}^s = f(\phi, T, t) \quad (1.3-164)$$

ここで、 ϕ は中性子束流、 T は温度、 t は時間を意味する。しかし、最近 J.F. Bates 等¹⁵⁾ は応力依存性を考慮した式を提案している。これを一般式で表わすと次のとおりである。

$$\bar{\epsilon}^s = g(\phi, T, t, \sigma_H) \quad (\sigma_H: \text{静水圧応力}) \quad (1.3-165)$$

一方、等方性材料において、スウェーリングひずみ成分はクロネッカのデルタ δ_{ij} を用いて次式のように表わされる。

$$\epsilon_{ij}^s = \delta_{ij} \bar{\epsilon}^s \quad (1.3-166)$$

また、異方性を考慮すると式(1.3-166)は次式に書き換えることができる。

$$\varepsilon_{ij}^s = \delta_{ij} \bar{\varepsilon}_{(k)}^s \quad (k=1, 2, 3) \quad (1.3-167)$$

これに伴い、式(1.3-164)、式(1.3-165)はそれぞれ次のように書き換えることができる。

$$\bar{\varepsilon}_{(i)}^s = f^*(i, \phi, T, t) \quad (1.3-168)$$

$$\bar{\varepsilon}_{(i)}^s = g^*(i, \phi, T, t, \sigma_{ij}) \quad (1.3-169)$$

ただし、 i は座標軸、 σ_{ij} は応力成分を表わす。

(2) 有限要素法における定式

スウェーリングひずみベクトルの増分を $\Delta(\varepsilon^s)$ で表わすと、要素に対するスウェーリングひずみ荷重ベクトルの増分 $\Delta(\mathbf{P}_e^s)$ は次式で表わされる。

$$\Delta(\mathbf{P}_e^s) = \int_{\text{vol}} [\mathbf{B}]^T [\mathbf{D}] \Delta(\varepsilon^s) dV \quad (1.3-170)$$

ここで、 $[\mathbf{B}]$ はひずみ・変位マトリックス、 $[\mathbf{D}]$ は応力・ひずみマトリックスである。また、構造全体においてスウェーリングひずみ増分による荷重ベクトル増分 $\Delta(\mathbf{P}^s)$ は、 N を要素数とすると次式で示される。

$$\Delta(\mathbf{P}^s) = \sum_{e=1}^N \Delta(\mathbf{P}_e^s) \quad (1.3-171)$$

構造全体の変位と荷重の関係は次のように表わされる。

$$[\mathbf{K}] \Delta(\mathbf{U}) = \Delta(\mathbf{P}) + \Delta(\mathbf{P}^s) \quad (1.3-172)$$

ここで、 $[\mathbf{K}]$ は剛性マトリックス、 $\Delta(\mathbf{U})$ は変位ベクトル増分、 $\Delta(\mathbf{P})$ はスウェーリングひずみ以外の荷重ベクトル増分である。

(3) FINASにおけるスウェーリング

FINASではスウェーリング解析のために、次の2つの方法を用意している。

- I) FINASに組み込まれているスウェーリングひずみ式のパラメータの値を入力する。
- II) ユーザが指定の形式にしたがって、スウェーリングひずみ式をサブルーチンで作成する。

以下では内部に用意されている各スウェーリングひずみ式について説明を行なう。

a) 組込みのスウェーリングひずみ表示式

$$\bullet \quad \bar{\varepsilon}^s = c_1 (\phi t)^{c_2} (c_3 + c_4 T + c_5 T^2 + c_6 T^3) \quad (1.3-173)$$

ただし、 c_i ($i=1 \sim 6$) は入力データ、 ϕ は中性子束、 t は時間、 T は温度(絶対温度)である。

$$\bullet \quad \bar{\epsilon}^s = c_1 \left[\frac{e^A}{1+e^A} \right] \left[\frac{c_2}{1+e^B} + \frac{c_3}{1+e^C} \right] \left(\frac{\phi t}{10^{22}} \right)^N \quad (1.3-174)$$

$$N = \frac{2+3 e^D}{1+e^D} \quad (1.3-175)$$

$$A = c_4 (T - c_5) \quad (1.3-176)$$

$$B = c_6 (T - c_7) \quad (1.3-177)$$

$$C = c_8 (T - c_9) \quad (1.3-178)$$

$$D = c_{10} (T - c_{11}) \quad (1.3-179)$$

ただし、 c_i ($i = 1 \sim 11$) は入力データ、 ϕ は中性子束、 t は時間、 T は温度（絶対温度）である。

$$\bullet \quad \bar{\epsilon}^s = A \left(\frac{\phi t}{10^{22}} \right)^B e^C \quad (1.3-180)$$

$$A = c_1 + c_2 \ln \left(\frac{\phi t}{10^{22}} \right) \quad (1.3-181)$$

$$B = c_3 + \frac{c_4}{T} + c_5 \left(\frac{\phi t}{10^{22}} \right) \quad (1.3-182)$$

$$C = c_6 + \frac{c_7}{T} + \frac{c_8}{T^2} \quad (1.3-183)$$

ただし、 c_i ($i = 1 \sim 8$) は入力データ、 ϕ は中性子束、 t は時間、 T は温度（絶対温度）である。

$$\bullet \quad \bar{\epsilon}^s = A \left(\frac{\phi t}{10^{22}} \right)^B e^C \quad (1.3-184)$$

$$A = c_1 (T - c_2) \quad (1.3-185)$$

$$B = c_3 + \frac{c_5}{T - c_4} + \frac{c_7}{(T - c_6)^2} \quad (1.3-186)$$

$$C = c_8 + c_9 T + \frac{c_{10}}{T} \quad (1.3-187)$$

ただし、 c_i ($i = 1 \sim 10$) は入力データ、 ϕ は中性子束、 t は時間、 T は温度（絶対温度）である。

$$\bullet \quad \bar{\epsilon}^s = \dot{\epsilon}^s (1.0 + c_1 \sigma_H) \quad (1.3-188)$$

$$\dot{\epsilon}^s = c_2 e^A \left[\frac{\phi t}{c_3} + \frac{1}{B} \ln \left[\frac{e^{B(C-\phi t/c_8)}}{1+e^{BC}} \right] \right] \quad (1.3-189)$$

$$A = c_5 + c_6 (T + c_4) + c_7 (T + c_4)^2 + c_8 (T + c_4)^2 + c_9 (T + c_4)^4 \quad (1.3-190)$$

$$B = c_{10} + c_{11} (T + c_4) \quad (1.3-191)$$

$$C = \exp \{ c_{12} + c_{13} (T + c_4) + c_{14} (T + c_4)^2 + c_{15} (T + c_4)^3 + c_{16} (T + c_4)^4 \} \quad (1.3-192)$$

ただし、 c_i ($i = 1 \sim 16$) は入力データ、 ϕ は中性子束、 t は時間、 T は温度（絶対温度）である。

1.3.5 FINAS 材料データライブラリ

(1) オーステナイトステンレス鋼 SUS 304

材料データライブラリでのヤング係数およびポアソン比は EPICC データ集¹⁶⁾, 線膨張係数, 降伏応力, 加工硬化係数およびクリープ特性は動燃事業団による文献¹⁷⁾から引用され登録されている。

ヤング係数, ポアソン比, 線膨張係数については 20°C~650°C の範囲で表 1.3-1 の値が用いられ, 降伏応力, 加工硬化係数は二直線近似での最大想定ひずみレベルに応じて 350°C~650°C の範囲で表 1.3-2 の値が用いられる。各温度間は線形に補間し, この範囲外の温度では外挿を行なっている。さらに表 1.3-3 に示される単調応力-ひずみ関係式を使用することも可能である。また非弾性解析における塑性ポテンシャル, 降伏条件および塑性に関する硬化則としては使用者により材料データで定義されたものが適用される。なお, FINAS プログラムでは移動硬化係数は加工硬化係数を 2/3 倍したものとしている。

クリープひずみは 425°C~650°C の範囲において, 使用者により材料データで定義されたクリープポテンシャルおよび硬化則を用い表 1.3-4 の SUS 304 クリープひずみ式より計算する。なお, クリープひずみ式の応力適用範囲は 38.0 kg/mm² 以下である。

表 1.3-1 SUS 304 鋼のヤング係数, ポアソン比, 線膨張係数

温 度 (°C)	ヤング係数 (kg/mm ²)	ポアソン比	線膨張係数 (1/ °C)
20	1.98×10^4	0.266	15.15×10^{-6}
50	1.96×10^4	0.268	15.65×10^{-6}
100	1.94×10^4	0.272	16.48×10^{-6}
150	1.91×10^4	0.275	17.22×10^{-6}
200	1.88×10^4	0.279	17.85×10^{-6}
250	1.84×10^4	0.283	18.36×10^{-6}
300	1.80×10^4	0.287	18.79×10^{-6}
350	1.76×10^4	0.291	19.19×10^{-6}
400	1.72×10^4	0.295	19.57×10^{-6}
450	1.67×10^4	0.298	19.93×10^{-6}
500	1.62×10^4	0.302	20.28×10^{-6}
550	1.57×10^4	0.306	20.60×10^{-6}
600	1.52×10^4	0.310	20.87×10^{-6}
650	1.47×10^4	0.314	21.09×10^{-6}

表 1.3-2 SUS 304 鋼の降伏応力、加工硬化係数

材 料 特 性	最大想定ひずみ (%)	温 度 (℃)						
		350	400	450	500	550	600	650
降 伏 応 力 (kg/mm ²)	0.2	12.43	12.10	11.84	11.61	11.33	10.97	10.46
	0.3	12.92	12.57	12.30	12.04	11.75	11.36	10.83
	0.4	13.29	12.92	12.63	12.36	12.05	11.65	11.11
	0.5	13.58	13.20	12.90	12.62	12.30	11.89	11.34
	0.6	13.83	13.44	13.13	12.84	12.51	12.09	11.53
	0.7	14.04	13.65	13.33	13.03	12.69	12.27	11.70
	0.8	14.24	13.84	13.51	13.20	12.86	12.43	11.85
	0.9	14.42	14.01	13.67	13.36	13.01	12.57	11.99
	1.0	14.58	14.16	13.82	13.50	13.15	12.70	12.11
	1.1	14.73	14.31	13.96	13.64	13.28	12.83	12.23
	1.2	14.87	14.44	14.09	13.76	13.40	12.94	12.34
	1.3	15.00	14.57	14.22	13.88	13.51	13.05	12.45
	1.4	15.13	14.69	14.33	13.99	13.62	13.15	12.54
	1.5	15.25	14.81	14.44	14.10	13.72	13.25	12.64
	1.6	15.36	14.92	14.55	14.20	13.82	13.35	12.73
	1.7	15.47	15.02	14.65	14.30	13.91	13.43	12.81
	1.8	15.57	15.12	14.74	14.39	14.00	13.52	12.90
	1.9	15.67	15.22	14.84	14.48	14.09	13.60	12.97
	2.0	15.77	15.31	14.93	14.56	14.17	13.68	13.05
	2.1	15.86	15.40	15.01	14.65	14.25	13.76	13.12
	2.2	15.95	15.48	15.09	14.73	14.33	13.83	13.20
	2.3	16.04	15.57	15.18	14.80	14.40	13.90	13.27
	2.4	16.12	15.65	15.25	14.88	14.47	13.97	13.33
	2.5	16.20	15.73	15.33	14.95	14.54	14.04	13.40
	3.0	16.57	16.09	15.68	15.29	14.87	14.35	13.70
	3.5	16.91	16.41	15.99	15.59	15.16	14.63	13.97
	4.0	17.21	16.70	16.27	15.86	15.42	14.89	14.21
	4.5	17.48	16.96	16.53	16.11	15.66	15.12	14.43
	5.0	17.74	17.21	16.76	16.34	15.88	15.33	14.64
定常降伏応力 (kg/mm ²)	0.2	13.65	13.65	13.65	13.48	13.06	12.55	
	0.3	16.95	16.95	16.95	16.45	15.61	14.80	
	0.4	20.01	20.01	20.01	19.26	18.01	16.85	
	0.5	22.75	22.75	22.75	21.76	20.13	18.59	
	0.6	25.24	25.24	25.24	24.01	22.01	20.10	
	0.7	27.50	27.50	27.50	26.05	23.69	21.44	
	0.8	29.58	29.58	29.58	27.92	25.23	22.63	
	0.9	31.50	31.50	31.50	29.64	26.63	23.71	
	1.0	33.30	33.30	33.30	31.24	27.93	24.70	
	1.1	34.98	34.98	34.98	32.74	29.14	25.60	
	1.2	36.57	36.57	36.57	34.14	30.27	26.45	
	1.3	38.06	38.06	38.06	35.47	31.33	27.23	
	1.4	39.49	39.49	39.49	36.73	32.33	27.97	
	1.5	40.84	40.84	40.84	37.93	33.28	28.66	
	1.6	42.14	42.14	42.14	39.07	34.19	29.32	
	1.7	43.38	43.38	43.38	40.16	35.05	29.94	
	1.8	44.56	44.56	44.56	41.20	35.87	30.53	
	1.9	45.71	45.71	45.71	42.21	36.66	31.09	
	2.0	46.81	46.81	46.81	43.17	37.42	31.63	
	2.1	47.88	47.88	47.88	44.11	38.15	32.05	
	2.2	48.90	48.90	48.90	45.01	38.85	32.46	
	2.3	49.90	49.90	49.90	45.88	39.53	32.86	
	2.4	50.87	50.87	50.87	46.72	40.19	33.25	
	2.5	51.80	51.80	51.80	47.54	40.83	33.62	
	3.0	56.13	56.13	56.13	51.30	43.74	35.35	
	3.5	59.97	59.97	59.97	54.63	46.21	36.90	
	4.0	63.44	63.44	63.44	57.63	48.37	38.30	
	4.5	66.61	66.61	66.61	60.36	50.38	39.59	
	5.0	69.54	69.54	69.54	62.88	52.24	40.78	

材 料 特 性	最大想定ひずみ (%)	温 度 (°C)						
		350	400	450	500	550	600	650
加工硬化係数 (kg/mm ²)	0.2	2043.3	1962.2	1887.7	1816.1	1744.0	1668.0	1585.3
	0.3	1352.7	1302.0	1254.2	1207.7	1161.3	1113.8	1064.0
	0.4	1042.8	1005.3	969.3	934.3	899.4	864.0	827.6
	0.5	862.3	832.2	803.1	774.7	746.5	718.0	688.9
	0.6	742.4	717.1	692.6	668.5	644.6	620.6	596.2
	0.7	656.2	634.3	613.0	592.0	571.2	550.3	529.2
	0.8	590.3	571.4	552.5	533.9	515.4	496.9	478.2
	0.9	539.2	521.8	504.8	488.0	471.3	454.6	437.8
	1.0	497.3	481.5	466.0	450.7	435.5	420.3	404.9
	1.1	462.6	448.0	433.8	419.7	405.7	391.7	377.6
	1.2	433.2	419.7	406.5	393.4	380.4	367.4	354.4
	1.3	407.9	395.4	383.0	370.8	358.7	346.6	334.4
	1.4	386.0	374.2	362.7	351.2	339.8	328.4	317.0
	1.5	366.7	355.6	344.7	333.9	323.2	312.5	301.7
	1.6	349.6	339.1	328.8	318.6	308.5	298.3	288.1
	1.7	334.3	324.4	314.6	304.9	295.3	285.6	275.9
	1.8	320.5	311.1	301.8	292.6	283.4	274.2	265.0
	1.9	308.1	299.1	290.2	281.4	272.6	263.8	255.0
	2.0	296.7	288.2	279.7	271.2	262.8	254.4	245.9
	2.1	286.4	278.1	270.0	261.9	253.8	245.7	237.6
	2.2	276.8	268.9	261.1	253.3	245.5	237.8	230.0
	2.3	268.0	260.4	252.9	245.4	237.9	230.4	222.9
	2.4	259.9	252.6	245.3	238.0	230.8	223.6	216.4
	2.5	252.3	245.2	238.2	231.2	224.2	217.3	210.3
	3.0	221.2	215.2	209.2	203.2	197.2	191.2	185.2
	3.5	198.1	192.8	187.5	182.2	177.0	171.7	166.4
	4.0	180.0	175.3	170.6	165.9	161.2	156.5	151.8
	4.5	165.6	161.3	157.0	152.8	148.5	144.2	139.9
	5.0	153.6	149.7	145.8	141.9	138.0	134.1	130.2
定常 加工硬化係数 (kg/mm ²)	0.2	10216.3	10216.3	10216.3	8950.0	7260.4	6364.3	
	0.3	5134.4	5134.4	5134.4	4384.6	3442.5	2828.1	
	0.4	3211.4	3211.4	3211.4	2689.5	2060.1	1618.9	
	0.5	2240.8	2240.8	2240.8	1844.0	1381.2	1045.7	
	0.6	1670.9	1670.9	1670.9	1352.3	991.3	725.0	
	0.7	1303.5	1303.5	1303.5	1037.8	744.6	526.4	
	0.8	1051.0	1051.0	1051.0	823.3	577.9	394.7	
	0.9	869.1	869.1	869.1	669.8	459.8	303.0	
	1.0	733.2	733.2	733.2	556.0	372.9	236.7	
	1.1	628.9	628.9	628.9	469.2	307.3	187.3	
	1.2	546.9	546.9	546.9	401.4	256.5	149.6	
	1.3	481.3	481.3	481.3	347.5	216.5	120.4	
	1.4	427.9	427.9	427.9	304.0	184.4	97.3	
	1.5	383.9	383.9	383.9	268.3	158.3	78.8	
	1.6	347.1	347.1	347.1	238.7	136.9	63.9	
	1.7	316.2	316.2	316.2	213.9	119.2	51.7	
	1.8	289.8	289.8	289.8	193.0	104.4	41.7	
	1.9	267.2	267.2	267.2	175.2	91.9	33.3	
	2.0	247.7	247.7	247.7	160.0	81.2	26.4	
	2.1	230.7	230.7	230.7	146.8	72.2	25.1	
	2.2	215.9	215.9	215.9	135.4	64.4	24.3	
	2.3	202.9	202.9	202.9	125.4	57.7	23.6	
	2.4	191.3	191.3	191.3	116.7	51.9	22.9	
	2.5	181.1	181.1	181.1	109.0	46.8	22.2	
	3.0	144.0	144.0	144.0	81.8	29.7	19.6	
	3.5	121.5	121.5	121.5	66.0	23.5	17.6	
	4.0	106.9	106.9	106.9	56.4	21.6	16.0	
	4.5	97.1	97.1	97.1	50.4	20.1	14.8	
	5.0	90.1	90.1	90.1	46.4	18.8	13.8	

表 1.3-3 SUS 304 鋼の単調応力-ひずみ関係式

(1) $\sigma \leq \sigma_P$ のとき

$$\varepsilon_e = \frac{\sigma}{E}$$

$$\varepsilon_p = 0$$

(2) $\sigma > \sigma_P$ のとき

$$\varepsilon_e = \frac{\sigma}{E}$$

$$\varepsilon_p = \left(\frac{\sigma - \sigma_P}{K} \right)^{\frac{1}{m}}$$

<使用単位>

$$\varepsilon_e \text{ (mm/mm)}, \quad \varepsilon_p \text{ (mm/mm)}, \quad \sigma \text{ (kg/mm}^2\text{)}$$

<適用限界>

$$\text{最大ひずみ } (\varepsilon_e + \varepsilon_p)_{\max} \leq 0.03 \text{ (mm/mm)}$$

パラメータ \ 温度 (°C)	$315 \leq T \leq 650$
$E \text{ (kg/mm}^2\text{)}$	$315 \leq T < 400 \quad E = 2.040 \times 10^4 - 8.000 T$ $400 \leq T \leq 650 \quad E = 2.126 \times 10^4 - 10.125 T$
$\sigma_P \text{ (kg/mm}^2\text{)}$	$\sigma_Y - K (0.002)^m$
$\sigma_Y \text{ (kg/mm}^2\text{)}$	$(25.5655 - 5.58937 \times 10^{-2} T + 1.04384 \times 10^{-4} T^2 - 7.42535 \times 10^{-8} T^3) / \alpha_Y$
$K \text{ (kg/mm}^2\text{)}$	$44.3068 - 1.78933 \times 10^{-2} T$
m	$0.279395 + 7.749 \times 10^{-5} T$
α_Y	MATERIAL データ B ₁₁ カードで指定した値。 B ₁₁ カードの α_Y が無記入の場合は 1.0

表 1.3-4 SUS 304 鋼のクリープひずみ式

$$\dot{\varepsilon}^c = c_1 \{ 1 - \exp(-r_1 t) \} + c_2 \{ 1 - \exp(-r_2 t) \} + \dot{\varepsilon}_m t$$

ここで、

$$r_1 = 103.37 t_R^{-0.72607}, \quad r_2 = 17.255 t_R^{-0.86775}$$

$$c_1 = 1.2692 \dot{\varepsilon}_m^{0.74491} / r_1, \quad c_2 = 0.48449 \dot{\varepsilon}_m^{0.81155} / r_2$$

$$\dot{\varepsilon}_m = F t_R^{-1.1335}$$

$$\log_{10}(\alpha_R t_R) = \begin{cases} B_0 + B_1 \log_{10} \sigma + B_2 (\log_{10} \sigma)^2 & (0.1 \leq \sigma \leq 38.0 \text{ のとき}) \\ \{B_0 - B_2 (\log_{10} 0.1)^2\} + (B_1 + 2B_2 \log_{10} 0.1) \log_{10} \sigma & (0.01 \leq \sigma < 0.1 \text{ のとき}) \end{cases}$$

ただし、 $0 \leq \sigma < 0.01$ に対しては、 $r_1 = r_2 = c_1 = c_2 = \dot{\varepsilon}_m = 0$

〈使用単位〉 $\dot{\varepsilon}^c$ (mm/mm), σ (kg/mm²), t (hr), T (°C)

パラメータ	温 度
	$425 \leq T \leq 650$
F	$62.416 \exp \left\{ -\frac{40812}{8.31(T+273.15)} \right\}$
B_0	$-17.54301 + 26248.54/(T+273.15)$
B_1	$-6104.579/(T+273.15)$
B_2	$-425.0012/(T+273.15)$
α_R	MATERIAL データ B_{12} カードで指定した値。 B_{12} カードの α_R が無記入の場合は 1.0

(2) オーステナイトステンレス鋼 SUS 316

SUS 304 と同様の文献より引用され、弾塑性材料特性およびクリープ則がライブラリに登録されている。表 1.3-5 は SUS 316 の 20 ℃～650 ℃の温度におけるヤング係数、ポアソン比、線膨張係数を示し、表 1.3-6 は二直線近似での最大想定ひずみレベルに応じて 350 ℃～650 ℃の温度における降伏応力、加工硬化係数を示したものである。各温度間は線形に補間し、範囲外の温度について外挿を行なう。また、表 1.3-7 は単調応力-ひずみ関係式を示したものである。なお、塑性解析での塑性ボテンシャル、降伏条件および塑性に関する硬化則としては使用者により材料データで定義されたものが適用される。また、FINAS プログラムでは移動硬化係数は加工硬化係数を $\frac{2}{3}$ 倍したものとしている。

クリープひずみは 425 ℃～650 ℃の温度において、使用者により材料データで定義されたクリープボテンシャルおよび硬化則を用い、表 1.3-8 の SUS 316 クリープひずみ式より計算する。なお、クリープひずみ式の応力適用範囲は 38.0 kg/mm² 以下である。

表 1.3-5 SUS 316 鋼のヤング係数、ポアソン比、線膨張係数

温 度 (°C)	ヤング係数 (kg/mm ²)	ポアソン比	線膨張係数 (1 / °C)
20	1.98×10^4	0.266	15.15×10^{-6}
50	1.96×10^4	0.268	15.65×10^{-6}
100	1.94×10^4	0.272	16.48×10^{-6}
150	1.91×10^4	0.275	17.22×10^{-6}
200	1.88×10^4	0.279	17.85×10^{-6}
250	1.84×10^4	0.283	18.36×10^{-6}
300	1.80×10^4	0.287	18.79×10^{-6}
350	1.76×10^4	0.291	19.19×10^{-6}
400	1.72×10^4	0.295	19.57×10^{-6}
450	1.67×10^4	0.298	19.93×10^{-6}
500	1.62×10^4	0.302	20.28×10^{-6}
550	1.57×10^4	0.306	20.60×10^{-6}
600	1.52×10^4	0.310	20.87×10^{-6}
650	1.47×10^4	0.314	21.08×10^{-6}

表 1.3-6 SUS316鋼の降伏応力、加工硬化係数

材 料 特 性	最 大 想 定 ひずみレベル (%)	温 度 (°C)						
		350	400	450	500	550	600	650
降 伏 応 力 (kg/mm ²)	.20	14.12	13.61	13.19	12.82	12.47	12.10	11.67
	.30	14.52	14.00	13.56	13.18	12.82	12.44	12.00
	.40	14.82	14.28	13.84	13.45	13.08	12.69	12.24
	.50	15.05	14.51	14.06	13.66	13.29	12.89	12.43
	.60	15.25	14.71	14.25	13.85	13.47	13.06	12.60
	.70	15.43	14.88	14.42	14.01	13.62	13.22	12.75
	.80	15.59	15.03	14.57	14.16	13.77	13.36	12.89
	.90	15.74	15.17	14.71	14.29	13.90	13.48	13.01
	1.00	15.87	15.31	14.83	14.42	14.02	13.60	13.12
	1.10	16.00	15.43	14.95	14.53	14.13	13.71	13.23
	1.20	16.11	15.54	15.06	14.64	14.24	13.81	13.33
	1.30	16.22	15.65	15.17	14.74	14.33	13.91	13.42
	1.40	16.33	15.75	15.27	14.84	14.43	14.00	13.51
	1.50	16.43	15.85	15.36	14.93	14.52	14.09	13.60
定常降伏応力 (kg/mm ²)	.20		18.64	18.64	18.64	18.40		
	.30		22.27	22.27	22.27	21.50		
	.40		25.36	25.36	25.36	24.10		
	.50		28.06	28.06	28.06	26.34		
	.60		30.59	30.59	30.59	28.42		
	.70		32.79	32.79	32.79	30.21		
	.80		34.72	34.72	34.72	31.76		
	.90		36.56	36.56	36.56	33.22		
	1.00		38.23	38.23	38.23	34.53		
	1.10		39.83	39.83	39.83	35.79		
	1.20		41.17	41.17	41.17	36.83		
	1.30		42.46	42.46	42.46	37.81		
	1.40		43.70	43.70	43.70	38.75		
	1.50		44.83	44.83	44.83	39.61		
加工硬化係数 (kg/mm ²)	.20	1826.6	1767.2	1714.8	1667.0	1621.2	1575.3	1526.9
	.30	1188.6	1155.1	1124.2	1095.0	1066.8	1038.7	1009.9
	.40	915.1	891.2	868.7	847.2	826.3	805.6	784.5
	.50	758.2	739.5	721.6	704.4	687.6	670.9	654.0
	.60	654.8	639.2	624.3	609.8	595.7	581.6	567.4
	.70	580.7	567.3	554.4	541.8	529.5	517.3	505.1
	.80	524.5	512.7	501.3	490.2	479.3	468.5	457.6
	.90	480.2	469.6	459.4	449.4	439.6	429.8	420.1
	1.00	444.2	434.6	425.3	416.3	407.3	398.4	389.5
	1.10	414.3	405.5	397.0	388.7	380.4	372.2	364.0
	1.20	389.0	380.9	373.0	365.3	357.6	350.0	342.4
	1.30	367.2	359.7	352.4	345.1	338.0	330.9	323.8
	1.40	348.3	341.3	334.4	327.6	320.9	314.2	307.6
	1.50	331.6	325.0	318.5	312.2	305.8	299.6	293.3

表 1.3-7 SUS 316 鋼の単調応力-ひずみ関係式

(1) $\sigma \leq \sigma_P$ のとき

$$\varepsilon_e = \frac{\sigma}{E}$$

$$\varepsilon_p = 0$$

(2) $\sigma > \sigma_P$ のとき

$$\varepsilon_e = \frac{\sigma}{E}$$

$$\varepsilon_p = \left(\frac{\sigma - \sigma_P}{K} \right)^{\frac{1}{m}}$$

<使用単位>

$$\varepsilon_e \text{ (mm/mm)}, \quad \varepsilon_p \text{ (mm/mm)}, \quad \sigma \text{ (kg/mm}^2\text{)}$$

<適用限界>

$$\text{最大ひずみ } (\varepsilon_e + \varepsilon_p)_{\max} \leq 0.03 \text{ (mm/mm)}$$

パラメータ	温度 (°C)	$315 \leq T \leq 650$
E (kg/mm ²)		$315 \leq T < 400 \quad E = 2.040 \times 10^4 - 8.000T$ $400 \leq T \leq 650 \quad E = 2.126 \times 10^4 - 10.125T$
σ_P (kg/mm ²)		$\sigma_Y - K(0.002)^m$
σ_Y (kg/mm ²)		$(26.8073 - 5.04547 \times 10^{-2}T + 8.03901 \times 10^{-5}T^2 - 5.11282 \times 10^{-8}T^3) / \alpha_Y$
K (kg/mm ²)		$40.0909 - 9.69990 \times 10^{-3}T$
m		$0.326245 + 6.13276 \times 10^{-5}T$
α_Y		MATERIAL データ B ₁₁ カードで指定した値。 B ₁₁ カードの α_Y が無記入の場合は 1.0

表1.3-8 SUS 316 鋼のクリープひずみ式

$$\dot{\varepsilon}^c = c_1 \{ 1 - \exp(-r_1 t) \} + c_2 \{ 1 - \exp(-r_2 t) \} + \dot{\varepsilon}_m t$$

ここで、

$$r_1 = 103.37 t_R^{-0.72607}, \quad r_2 = 17.255 t_R^{-0.86775}$$

$$c_1 = 1.2692 \dot{\varepsilon}_m^{0.74491} / r_1, \quad c_2 = 0.48449 \dot{\varepsilon}_m^{0.81155} / r_2$$

$$\dot{\varepsilon}_m = F t_R^{-1.1126}$$

$$\log_{10}(\alpha_R t_R) = \begin{cases} B_0 + B_1 \log_{10} \sigma + B_2 (\log_{10} \sigma)^2 & (0.7 \leq \sigma \leq 38.0 \text{ のとき}) \\ \{B_0 - B_2 (\log_{10} 0.7)^2\} + (B_1 + 2B_2 \log_{10} 0.7) \log_{10} \sigma & (0.01 \leq \sigma < 0.7 \text{ のとき}) \end{cases}$$

ただし、 $0 \leq \sigma < 0.01$ に対しては、 $r_1 = r_2 = c_1 = c_2 = \dot{\varepsilon}_m = 0$

〈使用単位〉 $\dot{\varepsilon}^c$ (mm/mm), σ (kg/mm²), t (hr), T (°C)

パラメータ	温 度
	$425 \leq T \leq 650$
F	$59119.0 \exp \left\{ -\frac{93475.0}{8.31(T+273.15)} \right\}$
B_0	$-17.37762 + 22983.2 / (T+273.15)$
B_1	$-798.521 / (T+273.15)$
B_2	$-2163.93 / (T+273.15)$
α_R	MATERIAL データ B_{12} カードで指定した値。 B_{12} カードの α_R が無記入の場合は 1.0

(3) オーステナイトステンレス鋼 SUS 321 伝熱管

SUS 304 と同様の文献より引用され、弾塑性材料特性およびクリープ則がライブラリに登録されている。表 1.3-9 は SUS 321 の 20 ℃～650 ℃の温度におけるヤング係数、ボアソン比、線膨張係数を示し、表 1.3-10 は二直線近似での最大想定ひずみレベルに応じて 350 ℃～650 ℃の温度における降伏応力、加工硬化係数を示したものである。各温度間は線形に補間し、範囲外の温度について外挿を行なう。また、表 1.3-11 は単調応力 - ひずみ関係式を示したものである。なお、塑性解析での塑性ポテンシャル、降伏条件および塑性に関する硬化則としては使用者により材料データで定義されたものが適用される。また、FINAS プログラムでは移動硬化係数は加工硬化係数を 2 倍したものとしている。

クリープひずみは 425 ℃～650 ℃の温度において、使用者により材料データで定義されたクリープポテンシャルおよび硬化則を用い、表 1.3-12 の SUS 321 クリープひずみ式より計算する。なお、クリープひずみ式の応力適用範囲は 46.0 kg/mm² 以下である。

表 1.3-9 SUS 321 鋼伝熱管のヤング係数、ボアソン比、線膨張係数

温 度 (°C)	ヤング係数 (kg/mm ²)	ボアソン比	線膨張係数 (1/°C)
20	1.98×10^4	0.266	15.15×10^{-6}
50	1.96×10^4	0.268	15.65×10^{-6}
100	1.94×10^4	0.272	16.48×10^{-6}
150	1.91×10^4	0.275	17.22×10^{-6}
200	1.88×10^4	0.279	17.85×10^{-6}
250	1.84×10^4	0.283	18.36×10^{-6}
300	1.80×10^4	0.287	18.79×10^{-6}
350	1.76×10^4	0.291	19.19×10^{-6}
400	1.72×10^4	0.295	19.57×10^{-6}
450	1.67×10^4	0.298	19.93×10^{-6}
500	1.62×10^4	0.302	20.28×10^{-6}
550	1.57×10^4	0.306	20.60×10^{-6}
600	1.52×10^4	0.310	20.87×10^{-6}
650	1.47×10^4	0.314	21.09×10^{-6}

表 1.3-10 SUS321鋼伝熱管の降伏応力、加工硬化係数

材 料 特 性	最 大 想 定 ひずみレベル (%)	温 度 (°C)						
		350	400	450	500	550	600	650
降 伏 応 力 (kg/mm ²)	.20	12.39	12.06	11.79	11.55	11.31	11.04	10.72
	.30	13.13	12.77	12.48	12.22	11.97	11.68	11.34
	.40	13.65	13.28	12.98	12.71	12.44	12.14	11.79
	.50	14.07	13.69	13.38	13.09	12.81	12.50	12.14
	.60	14.42	14.03	13.71	13.42	13.13	12.81	12.44
	.70	14.72	14.33	14.00	13.70	13.40	13.08	12.69
	.80	15.00	14.59	14.25	13.95	13.64	13.31	12.92
	.90	15.24	14.83	14.49	14.17	13.86	13.53	13.13
	1.00	15.47	15.05	14.70	14.38	14.07	13.72	13.32
	1.10	15.68	15.26	14.90	14.57	14.25	13.90	13.49
	1.20	15.87	15.45	15.08	14.75	14.43	14.07	13.66
	1.30	16.05	15.62	15.26	14.92	14.59	14.23	13.81
	1.40	16.23	15.79	15.42	15.08	14.74	14.38	13.96
	1.50	16.39	15.95	15.57	15.23	14.89	14.52	14.09
定常降伏応力 (kg/mm ²)	.20			14.32	14.32	14.32	14.32	
	.30			17.26	17.26	17.26	17.26	
	.40			19.77	19.77	19.77	19.77	
	.50			21.93	21.93	21.93	21.93	
	.60			23.90	23.90	23.90	23.90	
	.70			25.71	25.71	25.71	25.71	
	.80			27.31	27.31	27.31	27.31	
	.90			28.76	28.76	28.76	28.76	
	1.00			30.08	30.08	30.08	30.08	
	1.10			31.27	31.27	31.27	31.27	
	1.20			32.41	32.41	32.41	32.41	
	1.30			33.43	33.43	33.43	33.43	
	1.40			34.40	34.40	34.40	34.40	
	1.50			35.34	35.34	35.34	35.34	
加工硬化係数 (kg/mm ²)	.20	3279.4	3193.3	3114.9	3040.7	2966.9	2889.8	2805.4
	.30	2048.9	1994.7	1943.1	1892.8	1842.7	1791.4	1737.7
	.40	1536.1	1495.3	1455.8	1417.1	1378.3	1339.1	1298.5
	.50	1248.9	1215.6	1183.2	1151.2	1119.2	1086.9	1053.9
	.60	1062.8	1034.5	1006.7	979.2	951.8	924.1	895.9
	.70	931.4	906.5	882.1	857.9	833.7	809.3	784.5
	.80	833.0	810.7	788.8	767.1	745.3	723.4	701.3
	.90	756.2	736.0	716.1	696.2	676.4	656.5	636.4
	1.00	694.4	675.9	657.5	639.3	621.0	602.7	584.2
	1.10	643.4	626.3	609.2	592.3	575.4	558.4	541.2
	1.20	600.6	584.6	568.7	552.8	537.0	521.1	505.1
	1.30	564.0	549.0	534.0	519.1	504.2	489.3	474.2
	1.40	532.4	518.1	504.0	489.9	475.9	461.8	447.6
	1.50	504.7	491.2	477.8	464.4	451.1	437.7	424.2

表 1.3-11 SUS 321 鋼伝熱管の単調応力 - ひずみ関係式

(1) $\sigma \leq \sigma_P$ のとき

$$\varepsilon_e = \frac{\sigma}{E}$$

$$\varepsilon_p = 0$$

(2) $\sigma > \sigma_P$ のとき

$$\varepsilon_e = \frac{\sigma}{E}$$

$$\varepsilon_p = \left(\frac{\sigma - \sigma_P}{K} \right)^{\frac{1}{m}}$$

<使用単位>

$$\varepsilon_e \text{ (mm/mm)}, \quad \varepsilon_p \text{ (mm/mm)}, \quad \sigma \text{ (kg/mm}^2\text{)}$$

<適用限界>

$$\text{最大ひずみ } (\varepsilon_e + \varepsilon_p)_{\max} \leq 0.03 \text{ (mm/mm)}$$

パラメータ	温度 (°C)	$315 \leq T \leq 650$
E (kg/mm ²)		$315 \leq T < 400 \quad E = 2.040 \times 10^4 - 8.000T$ $400 \leq T \leq 650 \quad E = 2.126 \times 10^4 - 10.125T$
σ_P (kg/mm ²)		$\sigma_Y - K (0.002)^m$
σ_Y (kg/mm ²)		$(24.4905 - 3.80298 \times 10^{-2}T + 6.15139 \times 10^{-5}T^2 - 4.06897 \times 10^{-8}T^3) / \alpha_Y$
K (kg/mm ²)		$59.517 - 2.6872 \times 10^{-2}T$
m		0.3
α_Y		MATERIAL データ B ₁₁ カードで指定した値。 B ₁₁ カードの α_Y が無記入の場合は 1.0

表1.3-12 SUS 321 伝熱管のクリープひずみ式

$$\epsilon^c = c_1 \{ 1 - \exp(-r_1 t) \} + c_2 \{ 1 - \exp(-r_2 t) \} + \dot{\epsilon}_m t$$

ここで、

$$r_1 = 103.37 t_R^{-0.72607}, \quad r_2 = 17.255 t_R^{-0.86775}$$

$$c_1 = 1.2692 \dot{\epsilon}_m^{0.74491} / r_1, \quad c_2 = 0.48449 \dot{\epsilon}_m^{0.81155} / r_2$$

$$\dot{\epsilon}_m = F t_R^{-1.1104}$$

$$\log_{10}(\alpha_R t_R) = \begin{cases} B_0 + B_1 \log_{10} \sigma + B_2 (\log_{10} \sigma)^2 & (2.2 \leq \sigma \leq 46.0 \text{ のとき}) \\ \{B_0 - B_2 (\log_{10} 2.2)^2\} + (B_1 + 2B_2 \log_{10} 2.2) \log_{10} \sigma & (0.1 \leq \sigma < 2.2 \text{ のとき}) \end{cases}$$

ただし、 $0 \leq \sigma < 0.01$ に対しては、 $r_1 = r_2 = c_1 = c_2 = \dot{\epsilon}_m = 0$

〈使用単位〉 ϵ^c (mm/mm), σ (kg/mm²), t (hr), T (°C)

温 度 パラメータ	$425 \leq T \leq 650$
F	$0.044758 \exp \left\{ -\frac{4439.8}{8.31(T+273.15)} \right\}$
B_0	$-16.46258 + 20089.0/(T+273.15)$
B_1	$1953.03/(T+273.15)$
B_2	$-2954.61/(T+273.15)$
α_R	MATERIAL データ B_{12} カードで指定した値。 B_{12} カードの α_R が無記入の場合は 1.0

(4) $2\frac{1}{4}$ Cr-1Mo鋼(NT材)板

SUS 304 と同様の文献より引用され、弾塑性材料特性およびクリープ則がライブラリに登録されている。表 1.3-13 は $2\frac{1}{4}$ Cr-1Mo 鋼(NT材)板の 20°C~600°C の温度におけるヤング係数、ポアソン比、線膨張係数を示し、表 1.3-14 は二直線近似での最大想定ひずみレベルに応じて 350°C~550°C の温度における降伏応力、加工硬化係数を示したものである。各温度間は線形に補間し、範囲外の温度について外挿を行なう。また、表 1.3-15 は単調応力-ひずみ関係式を示したものである。なお、塑性解析での塑性ポテンシャル、降伏条件および塑性に関する硬化則としては使用者により材料データで定義されたものが適用される。また、FINAS プログラムでは移動硬化係数は加工硬化係数を $\frac{2}{3}$ 倍したものとしている。

クリープひずみは 375°C~550°C の温度において、使用者により材料データで定義されたクリープポテンシャルおよび硬化則を用い、表 1.3-16 の $2\frac{1}{4}$ Cr-1Mo 鋼(NT材)板のクリープひずみ式より計算する。なお、クリープひずみ式の応力適用範囲は 35.0 kg/mm² 以下である。

表 1.3-13 $2\frac{1}{4}$ Cr-1Mo 鋼(NT材)板のヤング係数、ポアソン比、線膨張係数

温 度 (°C)	ヤング係数 (kg/mm ²)	ポアソン比	線膨張係数 (1/°C)
20	2.10×10^4	0.26	11.63×10^{-6}
50	2.09×10^4	0.28	12.05×10^{-6}
100	2.07×10^4	0.28	12.68×10^{-6}
150	2.04×10^4	0.29	13.24×10^{-6}
200	2.01×10^4	0.30	13.73×10^{-6}
250	1.98×10^4	0.30	14.14×10^{-6}
300	1.94×10^4	0.30	14.49×10^{-6}
350	1.89×10^4	0.30	14.75×10^{-6}
400	1.84×10^4	0.30	15.00×10^{-6}
450	1.77×10^4	0.30	15.20×10^{-6}
500	1.69×10^4	0.30	15.36×10^{-6}
550	1.58×10^4	0.29	15.49×10^{-6}
600	1.39×10^4	0.28	—

表 1.3-14 2½Cr-1Mo鋼(NT材)板の降伏応力、加工硬化係数

材 料 特 性	最 大 想 定 ひずみレベル (%)	温 度 (°C)				
		350	400	450	500	550
降 伏 応 力 (kg/mm ²)	.20	28.22	26.64	24.66	22.07	18.81
	.30	30.51	29.47	28.18	26.49	24.32
	.40	31.62	30.68	29.50	27.89	25.75
	.50	32.38	31.48	30.33	28.73	26.55
	.60	32.97	32.09	30.94	29.33	27.12
	.70	33.46	32.58	31.43	29.80	27.56
	.80	33.88	33.00	31.85	30.20	27.92
	.90	34.23	33.37	32.21	30.54	28.23
	1.00	34.57	33.69	32.52	30.84	28.50
	1.10	34.87	33.99	32.81	31.11	28.74
	1.20	35.14	34.26	33.07	31.35	28.95
	1.30	35.40	34.50	33.30	31.57	29.15
	1.40	35.63	34.73	33.52	31.77	29.33
	1.50	35.85	34.95	33.73	31.96	29.58
定 常 降 伏 応 力 (kg/mm ²)	.20			15.82	14.64	
	.30			18.19	16.68	
	.40			20.16	18.38	
	.50			21.89	19.85	
	.60			23.37	21.11	
	.70			24.78	22.31	
	.80			26.02	23.35	
	.90			27.07	24.24	
	1.00			28.01	25.02	
	1.10			28.76	25.63	
	1.20			29.52	26.26	
	1.30			30.06	26.69	
	1.40			30.56	27.09	
	1.50			31.03	27.47	
加 工 硬 化 係 数 (kg/mm ²)	.20	17787.9	24447.9	32767.5	42419.1	49881.4
	.30	4683.4	5040.4	5327.6	5423.2	5172.1
	.40	2761.9	2814.9	2814.5	2712.8	2473.0
	.50	1998.4	1986.4	1936.3	1821.7	1628.4
	.60	1585.0	1551.6	1489.5	1381.3	1220.2
	.70	1323.7	1282.3	1217.9	1118.3	979.8
	.80	1142.6	1098.2	1034.8	943.1	821.1
	.90	1009.1	963.9	902.5	817.7	708.3
	1.00	906.5	861.3	802.3	723.3	624.0
	1.10	824.8	780.2	723.5	649.6	558.4
	1.20	758.0	714.4	659.9	590.4	505.9
	1.30	702.4	659.8	607.5	541.7	462.9
	1.40	655.3	613.7	563.3	501.0	427.0
	1.50	614.8	574.2	525.7	466.3	396.5

表 1.3-15 $2\frac{1}{4}$ Cr-1Mo 鋼 (NT材) 板の単調応力-ひずみ関係式

(1) $\sigma \leq \sigma_P$ のとき

$$\varepsilon_e = \frac{\sigma}{E}$$

$$\varepsilon_p = 0$$

(2) $\sigma > \sigma_P$ のとき

$$\varepsilon_e = \frac{\sigma}{E}$$

$$\varepsilon_p = \left(\frac{\sigma - \sigma_P}{K} \right)^{\frac{1}{m}}$$

<使用単位>

$$\varepsilon_e \text{ (mm/mm)}, \quad \varepsilon_p \text{ (mm/mm)}, \quad \sigma \text{ (kg/mm}^2)$$

<適用限界>

$$\text{最大ひずみ } (\varepsilon_e + \varepsilon_p)_{\max} \leq 0.03 \text{ (mm/mm)}$$

パラメータ 温度 (°C)	$300 \leq T \leq 550$
$E \text{ (kg/mm}^2)$	$300 \leq T \leq 375 \quad E = 2.267 \times 10^4 - 10.8000 T$ $375 < T < 450 \quad E = 2.010 \times 10^4 - 4.000 T$ $450 \leq T \leq 550 \quad E = 0.2164011 \times 10^5 - 0.7060216 \times 10^1 T + 0.3684193 \times 10^{-2} T^2 - 0.1014639 \times 10^{-4} T^3$
$\sigma_P \text{ (kg/mm}^2)$	$\sigma_Y - K (0.002)^m$
$\sigma_Y \text{ (kg/mm}^2)$	$(42.9566 - 4.59888 \times 10^{-2} T + 1.47316 \times 10^{-4} T^2 - 1.93388 \times 10^{-7} T^3) / \alpha_Y$
$K \text{ (kg/mm}^2)$	$83.0 - 8.75 \times 10^{-2} T$
m	$0.417 - 5.125 \times 10^{-4} T$
α_Y	MATERIAL データ B ₁₁ カードで指定した値。B ₁₁ カードの α_Y が無記入の場合は 1.0

表 1.3-16 $2\frac{1}{4}$ Cr-1Mo鋼(NT材)板のクリープひずみ式

$$\dot{\epsilon}^c = c_1 \{ 1 - \exp(-r_1 t) \} + c_2 \{ 1 - \exp(-r_2 t) \} + \dot{\epsilon}_m t$$

ここで、

$$r_1 = 45.2986 t_R^{-0.56858}, \quad r_2 = 14.3245 t_R^{-0.82278}$$

$$c_1 = 0.30546 \dot{\epsilon}_m^{0.59235} / r_1, \quad c_2 = 0.26505 \dot{\epsilon}_m^{0.81657} / r_2$$

$$\dot{\epsilon}_m = F t_R^{-1.09319}$$

$$\log_{10}(\alpha_R t_R) = \begin{cases} B_0 + B_1 \log_{10} \sigma + B_2 (\log_{10} \sigma)^2 & (1.4 \leq \sigma \leq 35.0 \text{ のとき}) \\ \{B_0 - B_2 (\log_{10} 1.4)^2\} + (B_1 + 2B_2 \log_{10} 1.4) \log_{10} \sigma & (0.01 \leq \sigma < 1.4 \text{ のとき}) \end{cases}$$

ただし、 $0 \leq \sigma < 0.01$ に対しては、 $r_1 = r_2 = c_1 = c_2 = \dot{\epsilon}_m = 0$

〈使用単位〉 $\dot{\epsilon}^c$ (mm/mm), σ (kg/mm²), t (hr), T (°C)

温 度 パラメータ	$375 \leq T \leq 550$
F	$13.5699 \exp \left\{ -\frac{33435.0}{8.31(T+273.15)} \right\}$
B_0	$-15.956105 + 18600.626/(T+273.15)$
B_1	$659.76676/(T+273.15)$
B_2	$-2655.7865/(T+273.15)$
α_R	MATERIAL データ B_{12} カードで指定した値。 B_{12} カードの α_R が無記入の場合は 1.0

(5) $2\frac{1}{4}\text{Cr}-1\text{Mo}$ 鋼 (NT材) 伝熱管

SUS 304 と同様の文献より引用され、弾塑性材料特性およびクリープ則がライブラリに登録されている。表 1.3-17 は $2\frac{1}{4}\text{Cr}-1\text{Mo}$ 鋼 (NT材) 伝熱管の 20°C~600°C の温度におけるヤング係数、ポアソン比、線膨張係数を示し、表 1.3-18 は二直線近似での最大想定ひずみレベルに応じて 350°C~550°C の温度における降伏応力、加工硬化係数を示したものである。各温度間は線形に補間し、範囲外の温度について外挿を行なう。また、表 1.3-19 は単調応力 - ひずみ関係式を示したものである。なお、塑性解析での塑性ポテンシャル、降伏条件および塑性に関する硬化則としては使用者により材料データで定義されたものが適用される。また FINAS プログラムでは移動硬化係数は加工硬化係数を 2 倍したものとしている。

クリープひずみは 375°C~550°C の温度において、使用者により材料データで定義されたクリープポテンシャルおよび硬化則を用い、表 1.3-20 の $2\frac{1}{4}\text{Cr}-1\text{Mo}$ 鋼 (NT材) 伝熱管のクリープひずみ式より計算する。なお、クリープひずみ式の応力適用範囲は 35.0 kg/mm² 以下である。

表 1.3-17 $2\frac{1}{4}\text{Cr}-1\text{Mo}$ 鋼 (NT材) 伝熱管のヤング係数、ポアソン比、線膨張係数

温 度 (°C)	ヤング係数 (kg/mm ²)	ポアソン比	線膨張係数 (1/°C)
20	2.10×10^4	0.26	11.63×10^{-6}
50	2.09×10^4	0.28	12.05×10^{-6}
100	2.07×10^4	0.28	12.68×10^{-6}
150	2.04×10^4	0.29	13.24×10^{-6}
200	2.01×10^4	0.30	13.73×10^{-6}
250	1.98×10^4	0.30	14.14×10^{-6}
300	1.94×10^4	0.30	14.49×10^{-6}
350	1.89×10^4	0.30	14.75×10^{-6}
400	1.84×10^4	0.30	15.00×10^{-6}
450	1.77×10^4	0.30	15.20×10^{-6}
500	1.69×10^4	0.30	15.36×10^{-6}
550	1.58×10^4	0.29	15.49×10^{-6}
600	1.39×10^4	0.28	—

表 1.3-18 2 $\frac{1}{4}$ Cr-1Mo鋼(NT材)伝熱管の降伏応力、加工硬化係数

材 料 特 性	最 大 想 定 ひずみレベル (%)	温 度 (°C)				
		350	400	450	500	550
降 伏 応 力 (kg/mm ²)	.20	28.22	26.64	24.66	22.07	18.81
	.30	30.51	29.47	28.18	26.49	24.32
	.40	31.62	30.68	29.50	27.89	25.75
	.50	32.38	31.48	30.33	28.73	26.55
	.60	32.97	32.09	30.94	29.33	27.12
	.70	33.46	32.58	31.43	29.80	27.56
	.80	33.88	33.00	31.85	30.20	27.92
	.90	34.23	33.37	32.21	30.54	28.23
	1.00	34.57	33.69	32.52	30.84	28.50
	1.10	34.87	33.99	32.81	31.11	28.74
	1.20	35.14	34.26	33.07	31.35	28.95
	1.30	35.40	34.50	33.30	31.57	29.15
	1.40	35.63	34.73	33.52	31.77	29.33
	1.50	35.85	34.95	33.73	31.96	29.58
定常降伏応力 (kg/mm ²)	.20			15.82	14.64	
	.30			18.19	16.68	
	.40			20.16	18.38	
	.50			21.89	19.85	
	.60			23.37	21.11	
	.70			24.78	22.31	
	.80			26.02	23.35	
	.90			27.07	24.24	
	1.00			28.01	25.02	
	1.10			28.76	25.63	
	1.20			29.52	26.26	
	1.30			30.06	26.69	
	1.40			30.56	27.09	
	1.50			31.03	27.47	
加工硬化係数 (kg/mm ²)	.20	17787.9	24447.9	32767.5	42419.1	49881.4
	.30	4683.4	5040.4	5327.6	5423.2	5172.1
	.40	2761.9	2814.9	2814.5	2712.8	2473.0
	.50	1998.4	1986.4	1936.3	1821.7	1628.4
	.60	1585.0	1551.6	1489.5	1381.3	1220.2
	.70	1323.7	1282.3	1217.9	1118.3	979.8
	.80	1142.6	1098.2	1034.8	943.1	821.1
	.90	1009.1	963.9	902.5	817.7	708.3
	1.00	906.5	861.3	802.3	723.3	624.0
	1.10	824.8	780.2	723.5	649.6	558.4
	1.20	758.0	714.4	659.9	590.4	505.9
	1.30	702.4	659.8	607.5	541.7	462.9
	1.40	655.3	613.7	563.3	501.0	427.0
	1.50	614.8	574.2	525.7	466.3	396.5

表 1.3-19 $2\frac{1}{4}\text{Cr}-1\text{Mo}$ 鋼 (NT材) 伝熱管の単調応力-ひずみ関係式

(1) $\sigma \leq \sigma_P$ のとき

$$\varepsilon_e = \frac{\sigma}{E}$$

$$\varepsilon_p = 0$$

(2) $\sigma > \sigma_P$ のとき

$$\varepsilon_e = \frac{\sigma}{E}$$

$$\varepsilon_p = \left(\frac{\sigma - \sigma_P}{K} \right)^{\frac{1}{m}}$$

<使用単位>

$$\varepsilon_e \text{ (mm/mm)}, \quad \varepsilon_p \text{ (mm/mm)}, \quad \sigma \text{ (kg/mm}^2\text{)}$$

<適用限界>

$$\text{最大ひずみ } (\varepsilon_e + \varepsilon_p)_{\max} \leq 0.03 \text{ (mm/mm)}$$

パラメータ	温度 (°C)	$300 \leq T \leq 550$
E (kg/mm ²)		$300 \leq T \leq 375 \quad E = 2.267 \times 10^4 - 10.8000T$ $375 < T < 450 \quad E = 2.010 \times 10^4 - 4.000T$ $450 \leq T \leq 550 \quad E = 0.2164011 \times 10^5 - 0.7060216 \times 10^1T + 0.3684193 \times 10^{-2}T^2 - 0.1014639 \times 10^{-4}T^3$
σ_P (kg/mm ²)		$\sigma_Y - K(0.002)^m$
σ_Y (kg/mm ²)		$(35.1902 - 3.29051 \times 10^{-2}T + 6.01783 \times 10^{-5}T^2 - 6.32459 \times 10^{-8}T^3) / \alpha_Y$
K (kg/mm ²)		$83.0 - 8.75 \times 10^{-2}T$
m		$0.417 - 5.125 \times 10^{-4}T$
α_Y		MATERIAL データ B ₁₁ カードで指定した値。B ₁₁ カードの α_Y が無記入の場合は 1.0

表 1.3-20 $2\frac{1}{4}\text{Cr}-1\text{Mo}$ 鋼(NT材)伝熱管のクリープひずみ式

$$\varepsilon^c = c_1 \{ 1 - \exp(-r_1 t) \} + c_2 \{ 1 - \exp(-r_2 t) \} + \dot{\varepsilon}_m t$$

ここで、

$$r_1 = 45.2986 t_R^{-0.56858}, \quad r_2 = 14.3245 t_R^{-0.82278}$$

$$c_1 = 0.30546 \dot{\varepsilon}_m^{0.59235} / r_1, \quad c_2 = 0.26505 \dot{\varepsilon}_m^{0.81657} / r_2$$

$$\dot{\varepsilon}_m = F t_R^{-1.09319}$$

$$\log_{10}(\alpha_R t_R) = \begin{cases} B_0 + B_1 \log_{10} \sigma + B_2 (\log_{10} \sigma)^2 & (1.4 \leq \sigma \leq 35.0 \text{ のとき}) \\ \{B_0 - B_2 (\log_{10} 1.4)^2\} + (B_1 + 2B_2 \log_{10} 1.4) \log_{10} \sigma & (0.01 \leq \sigma < 1.4 \text{ のとき}) \end{cases}$$

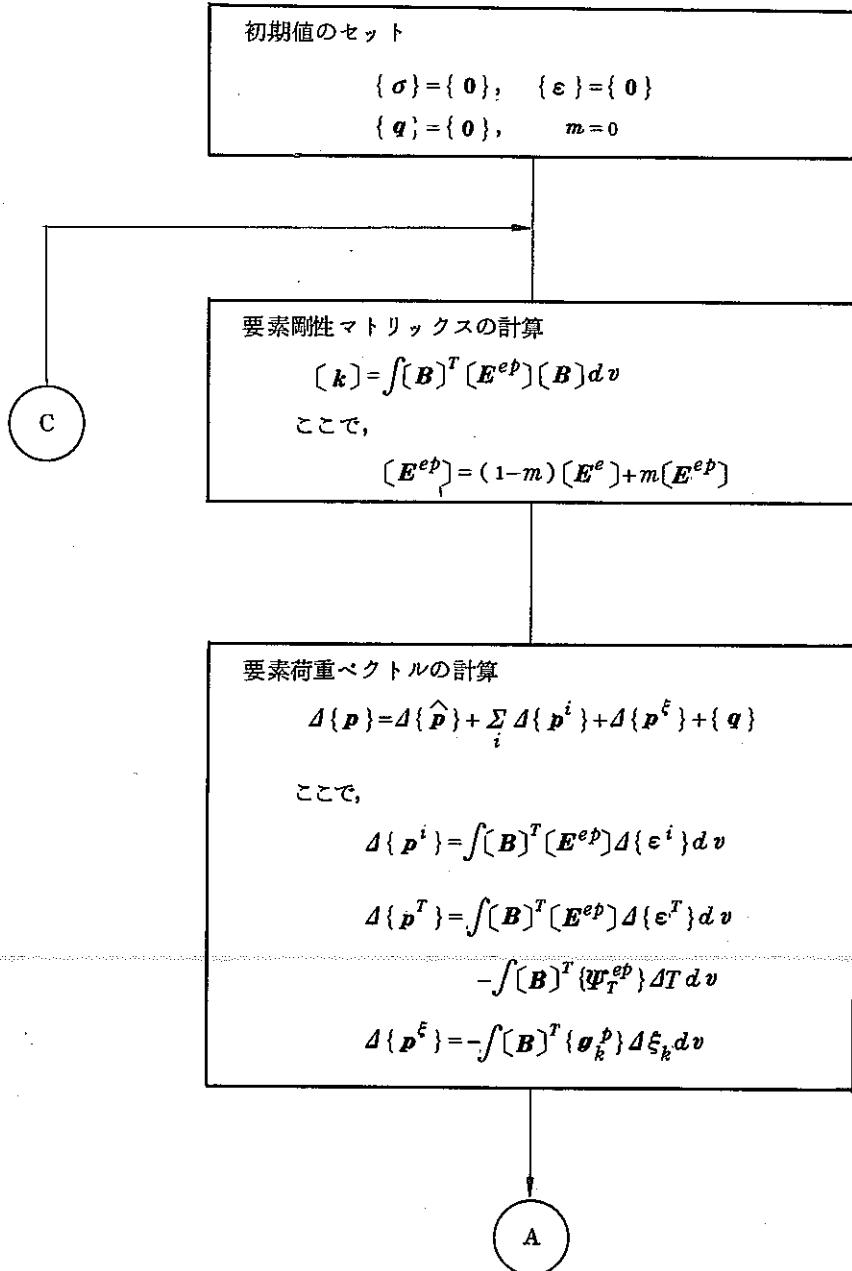
ただし、 $0 \leq \sigma < 0.01$ に対しては、 $r_1 = r_2 = c_1 = c_2 = \dot{\varepsilon}_m = 0$

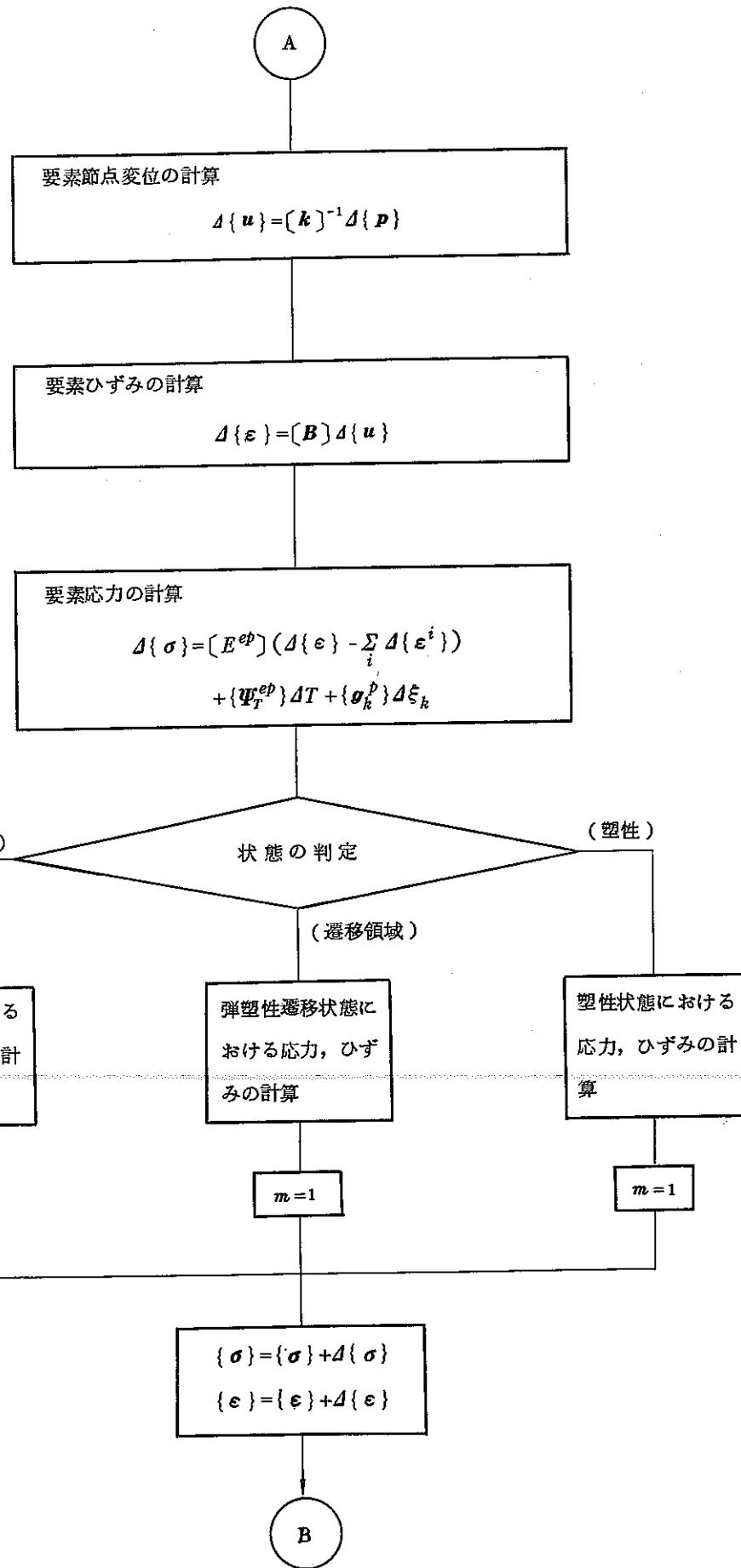
〈使用単位〉 ε^c (mm/mm), σ (kg/mm²), t (hr), T (°C)

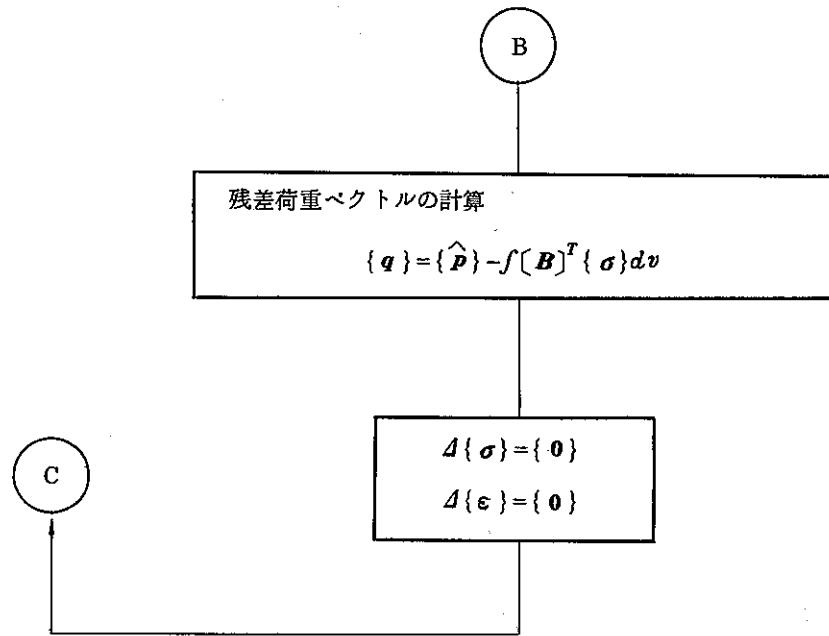
温 度 パラメータ	$375 \leq T \leq 550$
F	$13.5699 \exp \left\{ -\frac{33435.0}{8.31(T+273.15)} \right\}$
B_0	$-15.956105 + 18600.626 / (T+273.15)$
B_1	$659.76676 / (T+273.15)$
B_2	$-2655.7865 / (T+273.15)$
α_R	MATERIAL データ B_{12} カードで指定した値。 B_{12} カードの α_R が無記入の場合は 1.0

1.3.6 非弾性解析のアルゴリズム

(1) 解析の全体の流れ







(2) 遷移領域の取扱い

弾塑性解析において FINAS が行なっている遷移領域の取扱い、すなわち、降伏時、除荷時の取扱いについて説明する。

a) 降伏時の取扱い

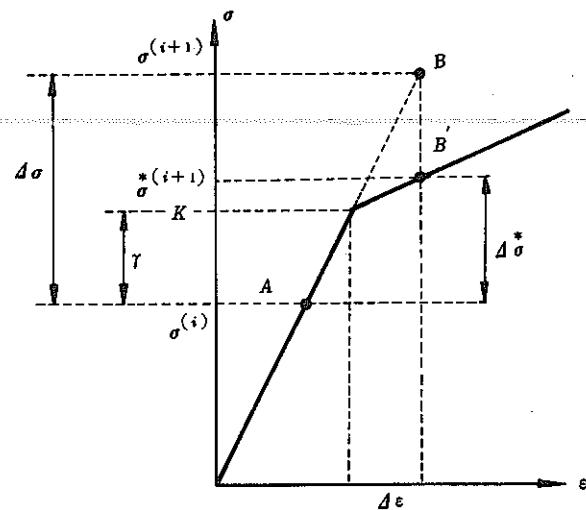


図1.3-9 降伏時

ステップ i (A) の応力 $\sigma^{(i)}$ が応力増分 $\Delta\sigma$ によって、 $\sigma^{(i+1)} (= \sigma^{(i)} + \Delta\sigma)$ になり、応力が降伏応力 κ を超えた場合には、弾性部分の比率 γ を計算する。そして B から B' に強制的に移し、 $B-B'$ に相当する応力を残差荷重としてとりあつかう。すなわち、 γ により全ひずみの増分 $\Delta\varepsilon$ を弾性ひずみ増分 $\Delta\tilde{\varepsilon}^e$ と弾塑性ひずみ増分 $\Delta\tilde{\varepsilon}^{ep}$ に分け、次の式で計算する。

$$\Delta\tilde{\varepsilon}^e = \gamma \Delta\varepsilon \quad (1.3-193)$$

$$\Delta\tilde{\varepsilon}^{ep} = (1 - \gamma) \Delta\varepsilon \quad (1.3-194)$$

式(1.3-193), (1.3-194)から応力増分を修正する。

$$\Delta\sigma^* = [E^e(T)] \Delta\tilde{\varepsilon}^e + [E^{ep}(T, \sigma, \varepsilon^p, \dots)] \Delta\tilde{\varepsilon}^{ep} \quad (1.3-195)$$

次に、式(1.3-195)の応力増分から弾性ひずみ増分 $\Delta\tilde{\varepsilon}^e$ 、塑性ひずみ増分 $\Delta\tilde{\varepsilon}^{ep}$ を再計算する。

$$\Delta\tilde{\varepsilon}^e = [E^e(T)]^{-1} \Delta\sigma^* \quad (1.3-196)$$

$$\Delta\tilde{\varepsilon}^{ep} = \Delta\varepsilon - \Delta\tilde{\varepsilon}^e \quad (1.3-197)$$

したがって、ステップ $i+1$ の応力 $\sigma^{(i+1)}$ は $\sigma^{*(i+1)}$ に強制的に修正される。

$$\Delta\sigma^{(i+1)} = \sigma^{(i)} + \Delta\sigma^* \quad (1.3-198)$$

b) 除荷時の取扱い

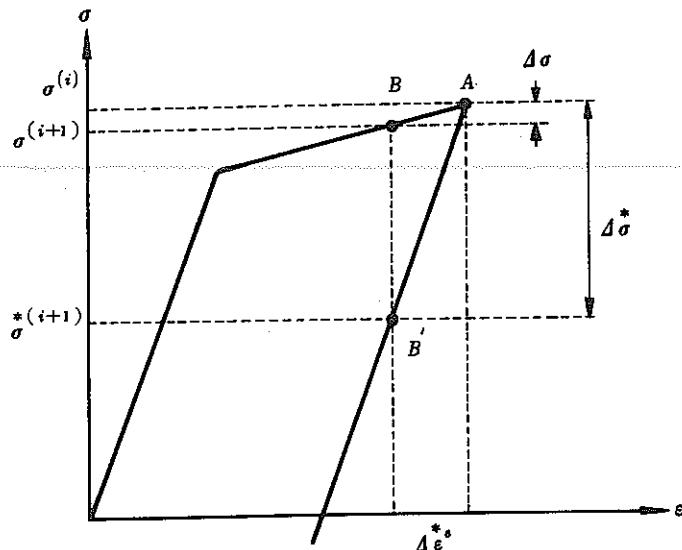


図1.3-10 除荷時

ステップ $i(A)$ において除荷が起きて応力が $\Delta\sigma$ 下ったときに、応力増分を修正して強制的に B から B' に移し、 $B-B'$ を残差荷重修正で取り扱う。すなわち、ステップ $i(A)$ からステップ $i+1(B)$ に移った時に計算された弾性ひずみ増分 $\Delta\varepsilon^e$ 、塑性ひずみ増分 $\Delta\varepsilon^p$ から次式のような弾性ひずみ増分を計算する。

$$\Delta\tilde{\varepsilon}^e = \Delta\varepsilon^e + \Delta\varepsilon^p \quad (1.3-199)$$

次に、式(1.3-199)を用いて応力増分を修正する。

$$\Delta\tilde{\sigma}^* = [E^e(T)]\Delta\tilde{\varepsilon}^e \quad (1.3-200)$$

そして弾性ひずみ増分、塑性ひずみ増分を再計算する。

$$\Delta\tilde{\varepsilon}^e = \Delta\tilde{\varepsilon}^e \quad (1.3-201)$$

$$\Delta\tilde{\varepsilon}^p = 0 \quad (1.3-202)$$

したがって、ステップ $i+1$ に応力 $\sigma^{(i+1)}$ は $\sigma^{*(i+1)}$ に強制的に修正される。

$$\sigma^{*(i+1)} = \sigma^{(i)} + \Delta\tilde{\sigma}^* \quad (1.3-203)$$

(3) 比率 γ の計算

ステップ i の応力状態を $\sigma_{ij}^{(i)}$ として応力増分 $\Delta\sigma_{ij}^{(i)}$ により降伏応力 κ を超えるときに、 $\sigma_{ij}^{(i)} + \gamma\Delta\sigma_{ij}$ までの相当応力が κ であるとすると、次式が成り立つ。

$$\frac{2}{3}\kappa^2 = (S_{ij}^{(i)} + \gamma\Delta S_{ij})(S_{ij}^{(i)} + \gamma\Delta S_{ij}) \quad (1.3-204)$$

ここで、 $S_{ij}^{(i)}$ はステップ i での偏差応力で ΔS_{ij} はその増分である。

$$S_{ij}^{(i)} = \sigma_{ij}^{(i)} - \frac{1}{3}\delta_{ij}\sigma_{mm}^{(i)} \quad (1.3-205)$$

ここで、 δ_{ij} はクロネッカのデルタである。

式(1.3-205)を式(1.3-204)に代入して整理すると、次

式が成り立つ。

$$\begin{aligned} & \gamma^2 \Delta S_{ij} \Delta S_{ij} + 2\gamma S_{ij}^{(i)} \Delta S_{ij} \\ & + \Delta S_{ij}^{(i)} S_{ij}^{(i)} - \frac{2}{3}\kappa^2 = 0 \end{aligned} \quad (1.3-206)$$

この式(1.3-206)から γ を計算する。なお、ここでの式の表示は総和規約を用いている。

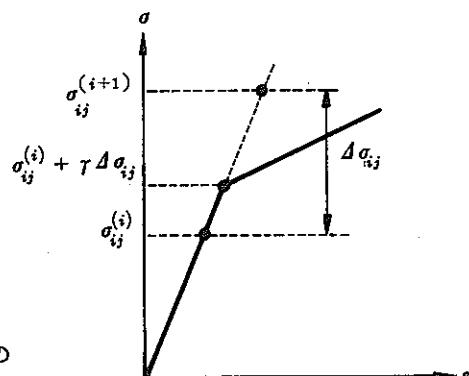
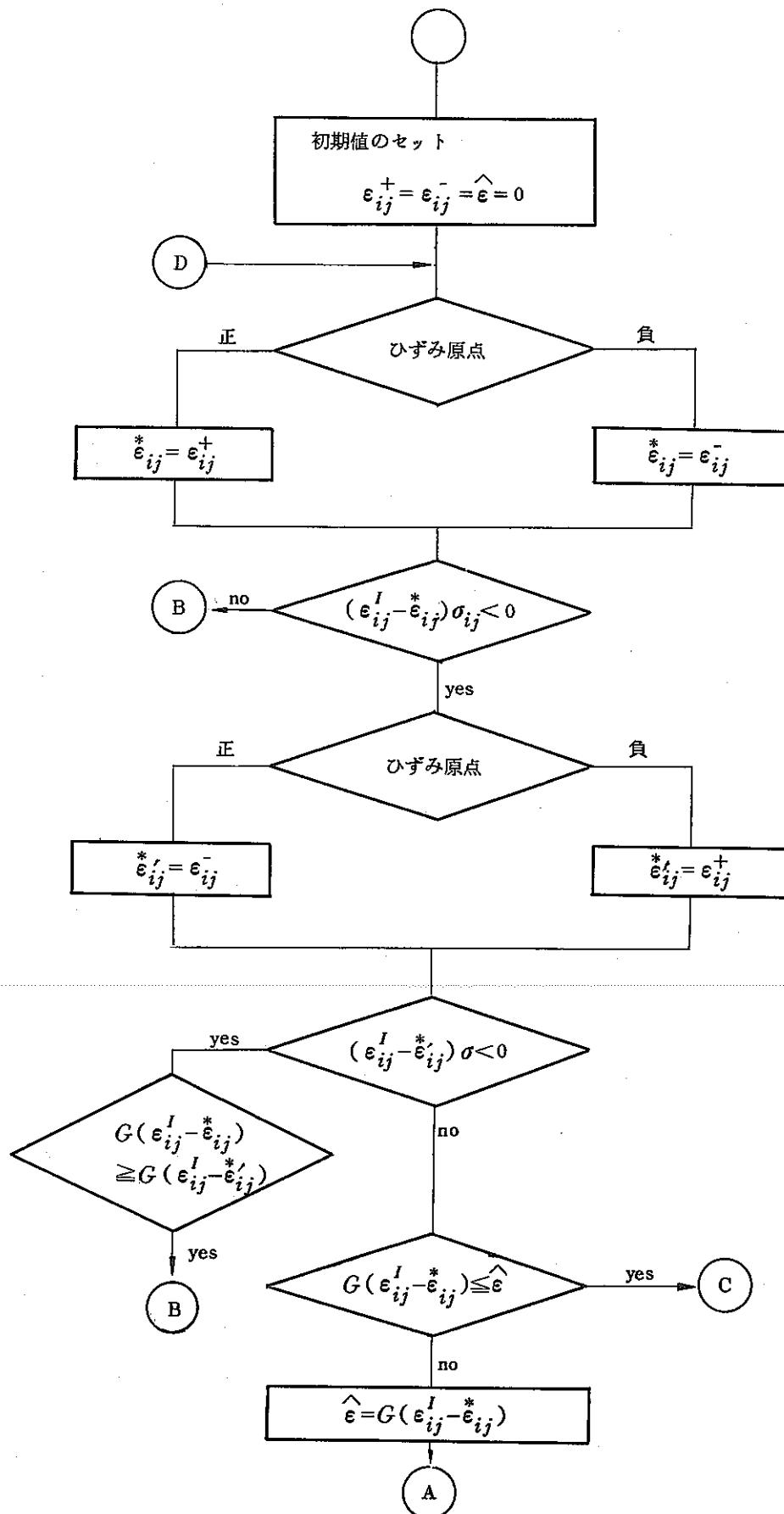
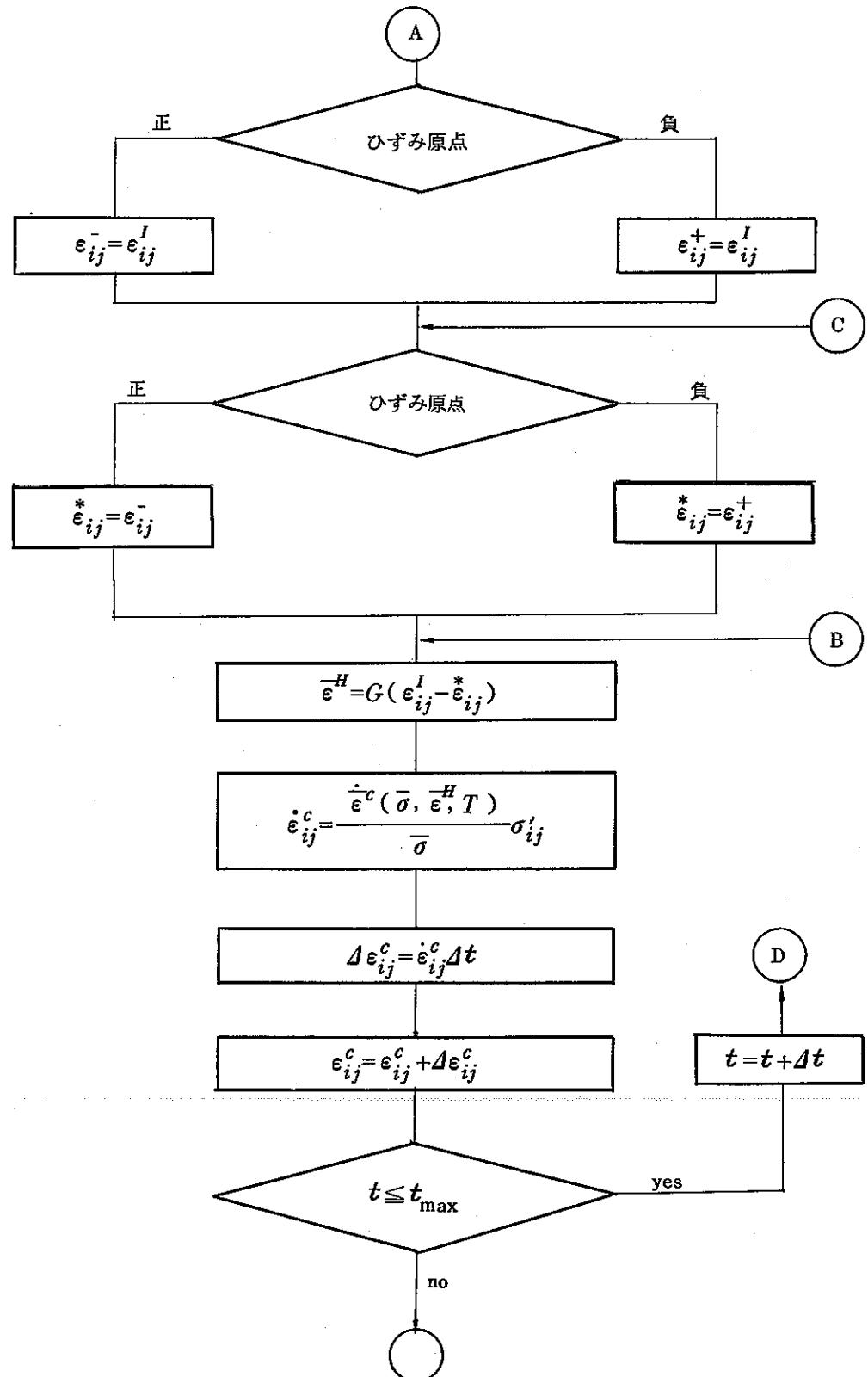


図 1.3-11 比率 γ の計算

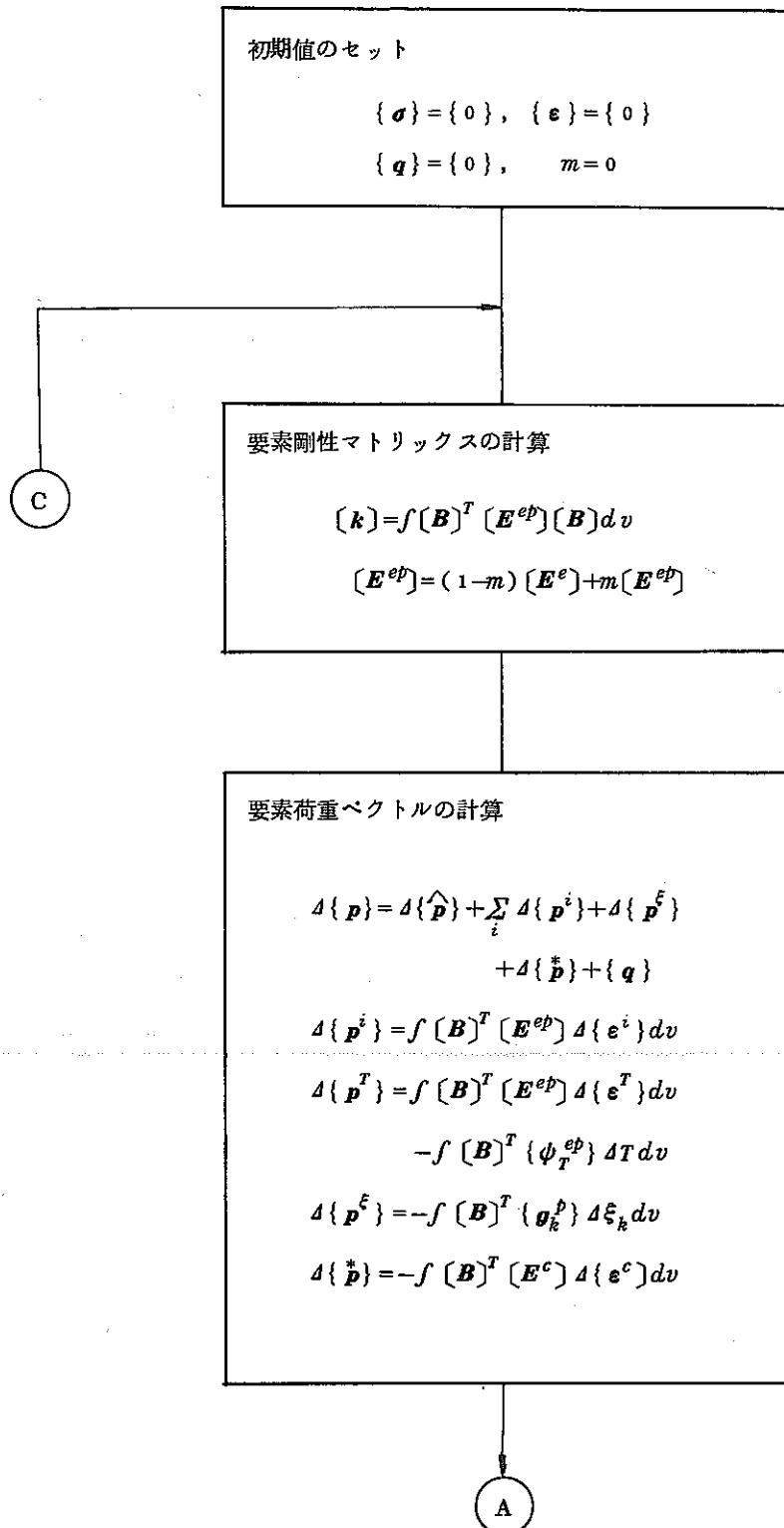
(3) 応力反転に対するORNLの補助法則の流れ

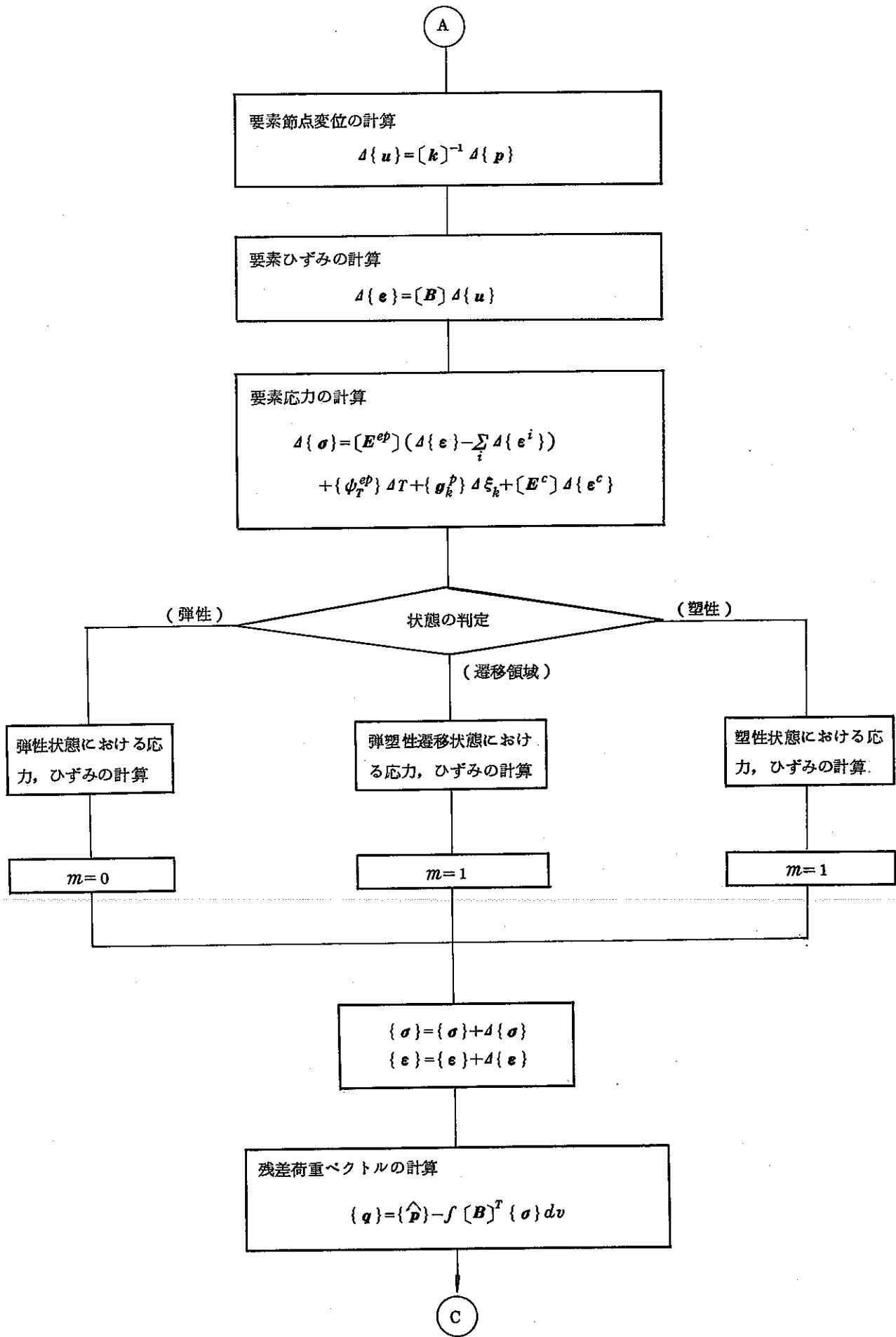




(4) 塑性とクリープの連成のアルゴリズム

a) 全体的な流れ





b) 遷移領域の取り扱い

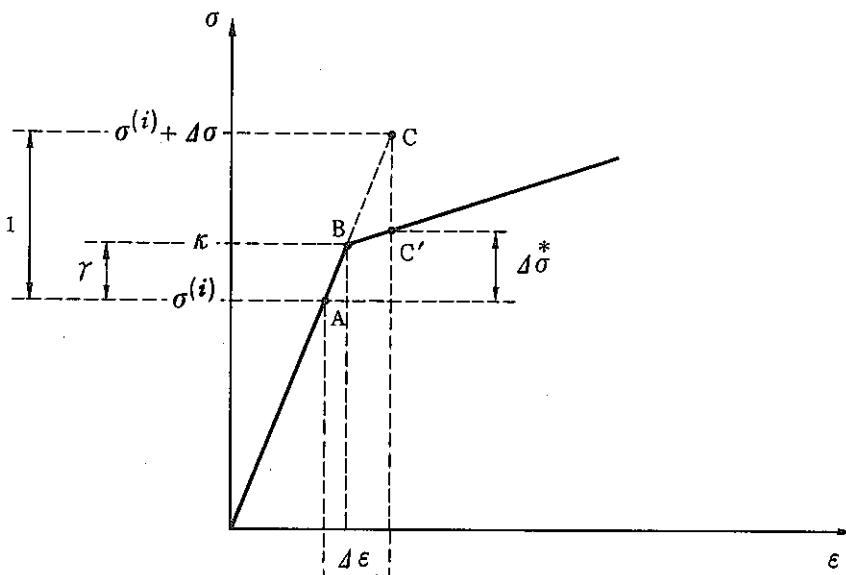


図 1.3-12 遷移領域の処理

塑性とクリープの連成モデルにおいては、弾性状態である場合でもクリープひずみによる降伏曲面の移動を考慮しなければならないし、ステップの応力 $\{\sigma\}^{(i)}$ が応力増分 $\Delta\{\sigma\}$ によって降伏曲面の大きさ κ を超えるときには遷移領域に対して次のような取り扱いをする。

はじめに次式を満足するような比率 γ を用意する。

$$\bar{\sigma}(\{\sigma\}^{(i)} + \gamma \Delta\{\sigma\}, \{\alpha\} + \gamma \Delta\{\alpha\}) = \kappa \quad (1.3-207)$$

ここで、 $\bar{\sigma}$ は降伏関数である。また、オリジンシフト応力増分 $\Delta\{\alpha\}$ は次式で与えられる。

$$\Delta\{\alpha\} = H \Delta\{e^e\} \quad (1.3-208)$$

ただし、 H はクリープ変形に応じて降伏曲面を移動させることにより、塑性状態におけるクリープの連成作用を近似的に考慮する材料特性のパラメータである。これは相当オリジンシフト応力 $\bar{\sigma}$ の値により次のように与えられる。

$$\begin{aligned} \bar{\sigma} &= \sqrt{\frac{3}{2}\{\alpha\}^T \{\alpha\}} \leq A\kappa \quad \text{のとき, } H = C \\ \bar{\sigma} &> A\kappa \quad \text{のとき, } H = 0 \end{aligned} \quad (1.3-209)$$

ここで、 C は移動硬化係数。 A は温度、履歴、材料に依存するものであり、入力データとして定義されるものである。

式 (1.3-207) を解いて γ を求め、図 1.3-12 の AB 部分における弾性ひずみ増分 $\Delta\{\dot{e}^e\}$ を次式で仮定する。

$$\Delta\{\dot{e}^e\} = [E^e]^{-1} \gamma \Delta\{\sigma\} \quad (1.3-210)$$

ここで、 $[E^e]$ は材料の弾性係数マトリックスである。

次に図1.3-12のBC部分における弾塑性ひずみ増分 $\Delta\{\epsilon^{ep}\}$ を次式で仮定する。ただし、 $\Delta\{\epsilon\}$ は全ひずみ増分である。

$$\Delta\{\epsilon^{ep}\} = \Delta\{\epsilon\} - \Delta\{\dot{\epsilon}^e\} - \Delta\{\epsilon^c\} \quad (1.3-211)$$

したがって、式(1.3-207)、式(1.3-208)より応力増分 $\Delta\{\dot{\sigma}\}$ が次のように計算される。図1.3-12において応力がCよりC'へ移ることになる。

$$\Delta\{\dot{\sigma}\} = [E^e] \Delta\{\dot{\epsilon}^e\} + [E^{ep}] \Delta\{\epsilon^{ep}\} + [E^c] \gamma \Delta\{\epsilon^c\} \quad (1.3-212)$$

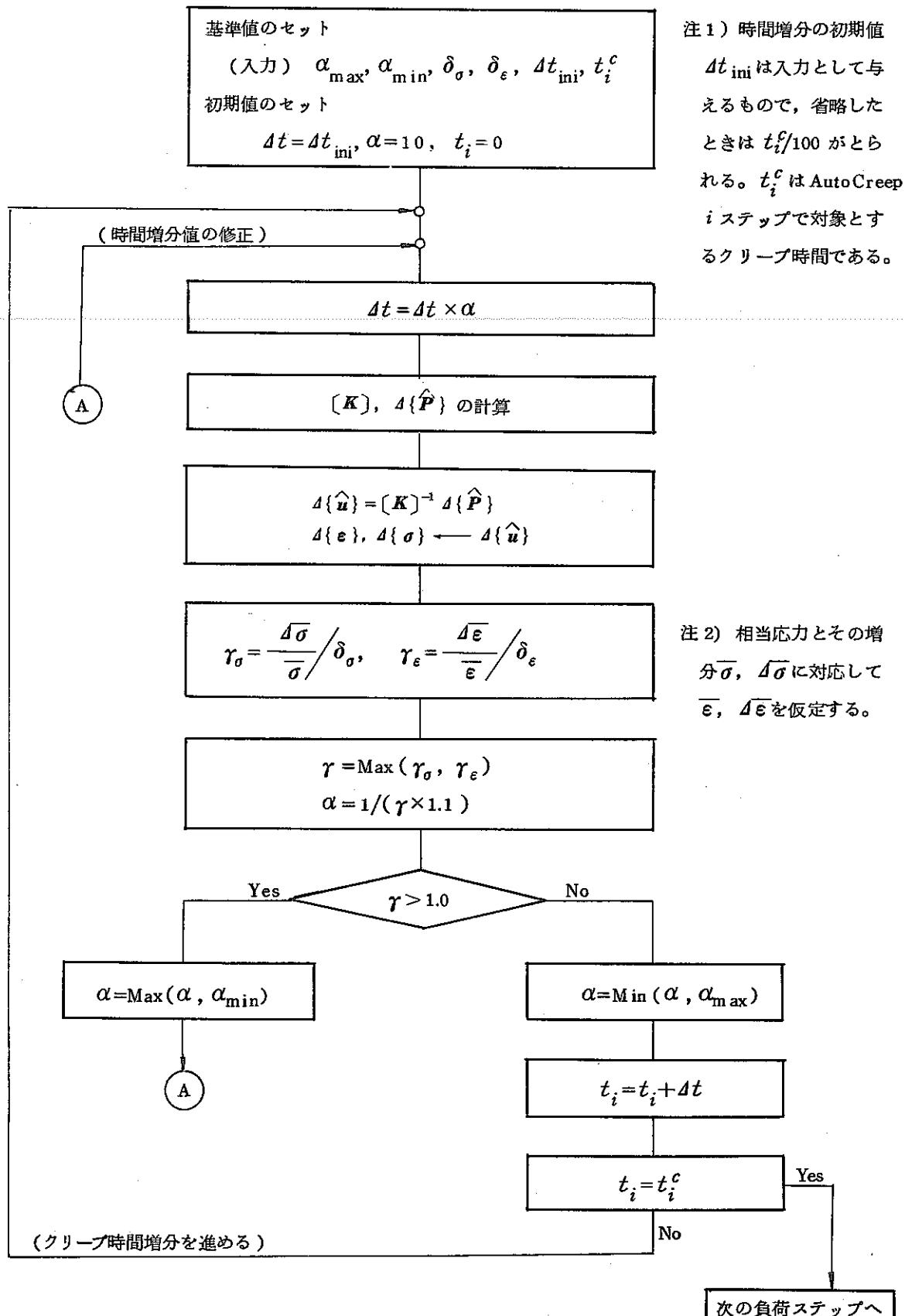
ここで、 $[E^{ep}]$ は材料の弾塑性係数マトリックスで、 $[E^c]$ はクリープと塑性の連成を考慮した場合の弾塑性クリープ係数マトリックスである。そして式(1.3-212)の $\Delta\{\dot{\sigma}\}$ により、新しい弾性ひずみ増分 $\Delta\{\epsilon^e\}$ 、塑性ひずみ増分 $\Delta\{\epsilon^p\}$ が次のように計算できる。

$$\Delta\{\epsilon^p\} = [E^e]^{-1} \Delta\{\dot{\sigma}\} \quad (1.3-213)$$

$$\Delta\{\epsilon^p\} = \Delta\{\epsilon\} - \Delta\{\epsilon^e\} - \Delta\{\epsilon^c\} \quad (1.3-214)$$

また、C-C'に相当する応力は不釣合い応力として残差荷重項で処理する。

(b) クリープ時間増分ジェネレート機能のアルゴリズム



[参考文献]

- 1) "非弾性構造解析プログラムの調査と試用(II)" 日本機械学会, 1975 (以下, EPICC 75 と略す)
- 2) 加納 "簡易非弾性解析法" EPICC 75
- 3) 山田・岩田 "弾塑性クリープ解析法の理論的基礎" EPICC 75
- 4) Balmer, H. A. and Dotschinis, J. st. "ASKA Part III-1 Material Nonlinearities, Lecture Notes", ISD, 1972
- 5) Zudans, Z. et al "Elastic-Plastic Creep Analysis of High Temperature Nuclear Reactor Components" Nucl. Eng. Des. Vol. 28, 1974
- 6) Inoue, T. and Tanaka, K. "An Elastic-Plastic Stress Analysis of Quenching When Considering a Transformation" Int. J. mech. Sci., 1975
- 7) Ueda, Y. and Yamakawa, T. "Thermal Nonlinear Behavior of Structure" Advances in Computational Methods in Structural Mechanics and Design. UAH Press, 1972
- 8) 武田 "弾塑性クリープ解析法と汎用プログラム" EPICC 75
- 9) 矢川 "弾塑性クリープ解析法の動向と問題点" EPICC 75
- 10) Pugh, C. E. et al "Currently Recommended Constitutive Equations for Inelastic Design Analysis of FFTF Components" ORNL-TM3602, 1972
(朝田・武田・岩田 "ORNLの解析手法とその妥当性について" EPICC 75)
- 11) MARC-CDC "Nonlinear Finite Element Analysis Program" UM, 1972
- 12) Desalbo, G. J. and Swanson, J. A. "ANSYS User's Manual" 1975
- 13) Odqvist, F. K. G. and Halt, J. "Kriechfestigkeit metallischer Werkstoffe, Springer", 1962; 村上訳 "クリープ強さの理論", 培風館, 昭和42年
- 14) "高速炉に適用する非弾性解析法についての提案", PNC 高速増殖炉開発本部, 1979.
- 15) Bates, J. F. and Gilbert, E. R. "Effect of Stress on Swelling in Reactor Fuel Cladding", vol. C, SMiRT, 1977.
- 16) "非弾性構造解析法の実用化に関する研究(II)", 日本機械学会, 1979.
- 17) "高速炉設計用応力-ひずみ関係式及びクリープ式", PNC高速増殖炉開発本部, 1980.
- 18) Murakami, S. and Ohno, N. "A Constitutive Equation of Creep for High Temperature Component Analysis : An Alternative Proposition to ORNL Constitutive Equation of Creep", Proc. of the 6th SMiRT Conference, Paris, L7/3, 1981.

1.4 大変形解析

1.4.1 連続体の増分形平衡方程式

ここでは大変形解析に関する基本的事項ならびに、大変形、大回転、大ひずみ等の幾何学的非線形性および材料非線形性を併せて考慮した、FINASにおける大変形定式を説明する。対象とする現象は本質的に非線形の問題であるが、増分形の仮想仕事の原理を用いることにより区間線形問題を解くことに帰着する。

(1) 連続体の変形と参照する形状

材料非線形性や幾何学的非線形性などを取り扱う問題では、増分形定式が用いられることが多い。物体の運動を記述するために、次の3つの形状を考える。

- (i) 初期形状 (initial configuration) C_0
- (ii) 現在の形状 (current configuration) C_t
- (iii) 未知形状 (unknown configuration) $C_{t+\Delta t}$

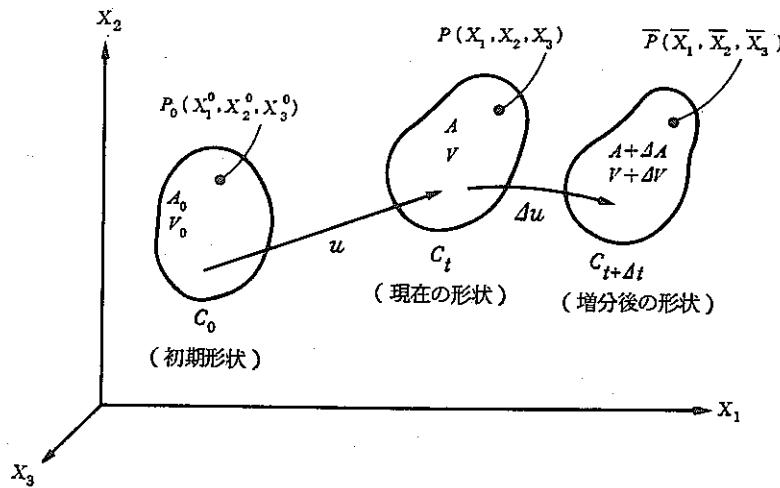


図1.4-1 固定した座標系での物体の運動

初期形状とは、変形前の物体形状であり、体積を V_0 、表面積を A_0 とする。現在の形状とは最新の既知形状であり、その体積を V 、表面積を A とする。増分後の形状とは、これから決定されるべき増分後の未知形状である。

初期形状での物体点 $P_0 (X_1^0, X_2^0, X_3^0)$ は、現在の形状では点 $P (X_1, X_2, X_3)$ に移動し、次のような関係が成り立つ。

$$x_i = x_i^0 + u_i \quad (1.4-1)$$

ここで、 u_i は物体点 P_0 の現在の位置 P までの変位成分を示す。増分後の形状では物体点 P_0 は点 $\bar{P} (\bar{X}_1, \bar{X}_2, \bar{X}_3)$

に移動し、次の関係式が成り立つ。

$$\begin{aligned}\overline{X}_i &= X_i + \Delta u_i \\ &= X_i^0 + u_i + \Delta u_i\end{aligned}\quad (1.4-2)$$

ここで、 Δu_i は現在の形状からの増分変位成分を表わす。

(2) 応力とひずみ

これまで特に断らないで用いてきた応力は真応力のことである。現在の物体上に仮想面 $d\sigma$ を考え、その面に立てた外向き法線ベクトルを n とし、その面に外力ベクトル dT が作用しているとすると、面の内側の真応力 σ_{ij} は次式で定義される。

$$dT_i = \sigma_{ji} n_j d\sigma \quad (1.4-3)$$

ここで、 σ_{ji} は j 面に働く、 i 方向の応力を示す。式(1.4-3)で表わされる応力は真応力または Euler の応力あるいは Cauchy の応力と呼ばれる対称テンソルである。

応力を変形前の形状を基準にして定義する方法は、工学的にしばしば用いられる。その代表なもののが、公称応力、見かけの応力、Lagrange の応力あるいは第一種 Piola-kirchhoff の応力と呼ばれるもので、次式で定義される。

$$dT_i = S_{ji} n_j d\sigma_0 \quad (1.4-4)$$

ここで、 S_{ji} は公称応力、 $d\sigma_0$ は変形前の微小面積である。公称応力は単軸引張り試験にかける作用荷重を変形前の断面積で除した応力に相当する。この応力は非対称テンソルである。

変形前の形状を基準とする別の応力の定義に第2種 Piola-kirchhoff の応力(以下、Kirchhoff の応力と呼ぶ)があり、次式で定義される。

$$dT_i = t_{jk} n_j \frac{\partial X_i}{\partial X_k^0} d\sigma_0 \quad (1.4-5)$$

ここで、 t_{jk} は Kirchhoff の応力であり、対称テンソルである。Kirchhoff の応力と真応力および公称応力の関係式は、次のように表わされる。

$$\sigma_{ij} = \frac{\rho}{\rho_0} \frac{\partial X_i}{\partial X_j^0} \frac{\partial X_j}{\partial X_l^0} t_{kl} \quad (1.4-6)$$

$$S_{ij} = t_{ik} \frac{\partial X_j}{\partial X_k^0} \quad (1.4-7)$$

ここで、 ρ/ρ_0 は変形前後の質量密度比であり、次式で表わすことができる。

$$\frac{\rho_0}{\rho} = \det \left[\frac{\partial X_i}{\partial X_j^0} \right] \quad (1.4-8)$$

ただし、 $\det \left[\frac{\partial X_i}{\partial X_j^0} \right]$ は変形勾配の行列式である。

以上で述べた公称応力および Kirchhoff の応力は、変形前の形状（初期形状）を基準にして定義したが、現在の形状を基準にして定義することも可能である。この場合、現在の応力としては、各種応力の定義における区別はないなり、 $\sigma_{ij} = t_{ij} = S_{ij}$ とおくことができる。しかし、現在の形状に隣接する増分後の未知形状での応力を論ずる場合には、前述の定義に類似した方法を用いる必要がある。

剛体回転を含む大変形大ひずみの解析では、材料特性の記述、すなわち構成方程式において、座標系の変化に関する客観性のある応力変化率がしばしば用いられる。代表的なものに Jaumann の共回転応力変化率があり、例えば真応力の増分量に関しては、次式で定義される。

$$\Delta\sigma_{ij}^J = \Delta\sigma_{ij} - \sigma_{ik}\Delta\omega_{kj} - \sigma_{jk}\Delta\omega_{ki} \quad (1.4-9)$$

ここで、 $\Delta\sigma_{ij}$ は真応力増分、 $\Delta\sigma_{ij}^J$ は真応力の Jaumann の応力増分、 $\Delta\omega_{ij}$ はスピントンソルであり、次式で定義される。

$$\Delta\omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \Delta u_i}{\partial X_j^0} - \frac{\partial \Delta u_j}{\partial X_i^0} \right) \quad (1.4-10)$$

次にひずみの定義について述べる。初期形状を基準とするひずみの定義としては、Green のひずみがあり、次式で表わされる。

$$\lambda_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial X_j^0} + \frac{\partial u_j}{\partial X_i^0} + \frac{\partial u_k}{\partial X_i^0} \frac{\partial u_k}{\partial X_j^0} \right) \quad (1.4-11)$$

Green のひずみは、初期形状を基準にした Kirchhoff の応力と対にして用いられる。

一方、変形途中の現在の形状を基準にする増分形の定式では、次の Euler のひずみ増分（真ひずみ増分といふこともある）が使われる。

$$\Delta\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \Delta u_i}{\partial X_j} + \frac{\partial \Delta u_j}{\partial X_i} \right) \quad (1.4-12)$$

これは形式的には微小ひずみの定義と同じであるが、刻々変化する形状を基準にして定義しているところに違いがある。式(1.4-12)を積分したひずみは、単軸引張りの場合の対数ひずみ（真ひずみ）となる。

増分的に刻々変化する形状を基準にして、次のような Green のひずみ増分が定義されることもある。

$$\begin{aligned} \Delta e_{ij} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \Delta u_i}{\partial X_j} + \frac{\partial \Delta u_j}{\partial X_i} + \frac{\partial \Delta u_k}{\partial X_i} \frac{\partial \Delta u_k}{\partial X_j} \right) \\ &= \Delta\epsilon_{ij} + \Delta n_{ij} \end{aligned} \quad (1.4-13)$$

ここで、

$$\Delta n_{ij} = \frac{1}{2} - \frac{\partial \Delta u_k}{\partial X_i} - \frac{\partial \Delta u_k}{\partial X_j} \quad (1.4-14)$$

式(1.4-13)は前述の Greenひずみ λ_{ij} の単なる増分ではない。

(3) 仮想仕事の原理

非線形解析での連続体の平衡方程式は、一般に増分解法によって解かれる。ここでは図1.4-1のように空間に固定した直交座標系での仮想仕事の原理を考える。この場合、定式化は初期形状から未知形状までの変形を物体点に着目して記述する Lagrange 流の表記が用いられるが、基本となる定式化に関しては、次の 2通りの方法が多く用いられる。

I) 初期形状を基準とする定式化

通常の Lagrange 型定式化であるが、物理量等はすべて一貫して初期形状を基準にして定義されるので total Lagrangian formulation と呼ばれることが多い。

II) 刻々の既知形状を基準とする定式化

変形途中の既知の形状ならびに応力状態を基準にして増分後の状態を求める増分定式である。増分ごとに形状の座標値を更新するので更新 Lagrange 型定式 (updated Lagrangian formulation) と呼ばれることが多い。また、この方法では物体点の座標を増分ごとに改めるので、Euler 型定式化 (ただし、増分間は Lagrange 流に記述するので正確には混合法)、あるいは移動座標による定式化 (moving coordinates approach) といった呼び方がされることもある。

FINASにおいては、上記の 2つの定式化による解析機能が備えられているが、普通 II) の定式化の方が適用性が広いと考えられている。

初期形状を基準とする Lagrange 流の定式化では、次の仮想仕事式を基本とする。

$$\int_{V_0} t_{ij}^0 \delta \Delta \lambda_{ij}^{0*} dv = \int_{V_0} q_i^0 \delta \Delta u_i dv + \int_{S_0} p_i^0 \delta \Delta u_i ds \quad (1.4-15)$$

ここで、 t_{ij}^0 は初期形状を基準として定義される Kirchhoff の応力、 p_i^0 は S_0 上に作用する表面力、 q_i^0 は初期単位体積あたりの物体力である。また、 $\Delta \lambda_{ij}^{0*}$ は初期形状を基準として Greenひずみの増分である。

$$\Delta \lambda_{ij}^{0*} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \Delta u_i}{\partial X_j} + \frac{\partial \Delta u_j}{\partial X_i} + \frac{\partial u_k}{\partial X_i} \frac{\partial \Delta u_k}{\partial X_j} + \frac{\partial u_k}{\partial X_j} \frac{\partial \Delta u_k}{\partial X_i} \right) \quad (1.4-16)$$

式(1.4-15)を増分法で解く場合には、以下のように増分形の表示に変換する必要がある。

$$\int_{V_0} (t_{ij}^0 + \Delta t_{ij}^0) \delta \Delta \lambda_{ij}^0 dv = \int_{V_0} (q_i^0 + \Delta q_i^0) \delta \Delta u_i dv + \int_{S_0} (p_i^0 + \Delta p_i^0) \delta \Delta u_i ds \quad (1.4-17)$$

ここで、

$$\Delta \lambda_{ij} = \Delta \lambda_{ij}^{0*} + \Delta \eta_{ij}^0 \quad (1.4-18)$$

$$\Delta \eta_{ij}^0 = \frac{1}{2} \frac{\partial \Delta u_k}{\partial X_i^0} \frac{\partial \Delta u_k}{\partial X_j^0} \quad (1.4-19)$$

式(1.4-17)を整理し、微小項を省略して、次の増分形仮想仕事式が得られる。

$$\int_{V_0} \Delta t_{ij}^0 \delta \Delta \lambda_{ij}^{0*} dv + \int_{V_0} t_{ij}^0 \delta \Delta \eta_{ij}^0 dv = \int_{V_0} \Delta q_i^0 \delta \Delta u_i dv + \int_{S_0} \Delta p_i^0 \delta \Delta u_i ds + \delta R^0 \quad (1.4-20)$$

ただし、

$$\delta R^0 = \int_{V_0} q_i^0 \delta \Delta u_i dv + \int_{S_0} p_i^0 \delta \Delta u_i ds - \int_{V_0} t_{ij}^0 \delta \Delta \lambda_{ij}^{0*} dv \quad (1.4-21)$$

式(1.4-20)において δR^0 は残差修正荷重による仮想仕事であり、増分前に平衡条件が満たされる場合には、

$\delta R^0 = 0$ となるものである。

次に更新 Lagrange 型定式による仮想仕事の原理について説明する。平衡状態にある連続体については、現在の既知形状に関して、次の仮想仕事式が成り立つ。

$$\int_V \sigma_{ij} \delta \Delta \epsilon_{ij} dv = \int_V q_i \delta \Delta u_i dv + \int_S p_i \delta \Delta u_i ds \quad (1.4-22)$$

ここで、 p_i は s 上に作用する表面力、 q_i は単位体積あたりの物体力である。現在の既知形状からの増分変形を求めるための仮想仕事の原理は、公称応力増分を用いて、次のように表わされる。

$$\int_V (\sigma_{ij} + \Delta s_{ij}) \delta \Delta \epsilon_{ij} dv = \int_V (q_i + \Delta q_i) \delta \Delta u_i dv + \int_S (p_i + \Delta p_i) \delta \Delta u_i ds \quad (1.4-23)$$

よって、次のような増分形での仮想仕事式が得られる。

$$\int_V \Delta s_{ij} \delta \epsilon_{ij} dv = \int_V \Delta q_i \delta \Delta u_i dv + \int_S \Delta p_i \delta \Delta u_i ds + \delta R \quad (1.4-24)$$

ただし、

$$\delta R = \int_V q_i \delta \Delta u_i dv + \int_S p_i \delta \Delta u_i ds - \int_V \sigma_{ij} \delta \Delta \epsilon_{ij} dv \quad (1.4-25)$$

材料の構成方程式は真応力増分 $\Delta \sigma_{ij}$ で表示するのが適当であり、次の変換により Δs_{ij} を $\Delta \sigma_{ij}$ で表示する。

$$\Delta s_{ij} = \Delta \sigma_{ij} - \sigma_{ik} \frac{\partial \Delta u_i}{\partial X_k} - \sigma_{ij} \frac{\Delta \rho}{\rho} \quad (1.4-26)$$

このようにして真応力で表わした増分形の仮想仕事の原理が得られる。

$$\int_V \left(\Delta \sigma_{ij} - \sigma_{ik} \frac{\partial \Delta u_j}{\partial X_k} - \sigma_{ij} \frac{\Delta \rho}{\rho} \right) \delta \Delta \epsilon_{ij} dv \\ = \int_V \Delta q_i \delta \Delta u_i dv + \int_S \Delta p_i \delta \Delta u_i ds \quad (1.4-27)$$

更新 Lagrange 型定式において、現在の形状を基準にした Kirchhoff の応力増分を用いた増分形の仮想仕事の原理を用いると、はりおよび板殻構造物の解析には都合がよい。ひずみが微小であるとすれば、真応力 σ_{ij} と Kirchhoff の応力 t_{ij} は等しいと近似できるので、 t_{ij} は物体に埋め込まれた座標系に関する真応力とみなすことができる。よって仮想仕事式は、次のようになる。

$$\int_V \Delta t_{ij} \delta \Delta \lambda_{ij} dv + \int_V t_{ij} \delta \Delta n_{ij} dv = \int_V \Delta q_i \delta \Delta u_i dv + \int_S \Delta p_i \delta \Delta u_i ds + dR \quad (1.4-28)$$

更新 Lagrange 型の解法では、刻々の真応力を評価しながら構造物の応答を求めるのであるが、式 (1.4-28) では増分間のみで定義する Kirchhoff の応力増分が用いられる。

1.4.2 Lagrange 型有限要素定式

大変形などの幾何学的非線形挙動の解析において、貫して物体の初期形状を基準にする Lagrange 型の有限要素定式化について述べる。この方法では物体の応力とひずみはそれぞれ Kirchhoff の応力と Green のひずみで表現される。平衡方程式をステップバイステップに解くために、次のような増分形の仮想仕事式が用いられる。

$$\int_{V_0} \Delta t_{ij}^0 \delta \Delta \lambda_{ij}^{0*} dv + \int_{V_0} t_{ij}^0 \delta \eta_{ij}^0 dv = \int_{V_0} \Delta q_i^0 \delta \Delta u_i dv + \int_{S_0} \Delta p_i^0 \delta \Delta u_i ds + \delta R^0 \quad (1.4-20)$$

ここで、

$$\delta R^0 = \int_{V_0} q_i^0 \delta \Delta u_i dv + \int_{S_0} p_i^0 \delta \Delta u_i ds - \int_{V_0} t_{ij}^0 \delta \Delta \lambda_{ij}^{0*} dv \quad (1.4-21)$$

$$\Delta \lambda_{ij}^{0*} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \Delta u_i}{\partial X_j^0} + \frac{\partial \Delta u_j}{\partial X_i^0} + \frac{\partial u_k}{\partial X_i^0} \frac{\partial \Delta u_k}{\partial X_j^0} + \frac{\partial u_k}{\partial X_j^0} \frac{\partial \Delta u_k}{\partial X_i^0} \right) \quad (1.4-16)$$

$$\Delta \eta_{ij}^0 = \frac{1}{2} \frac{\partial \Delta u_k}{\partial X_i^0} \frac{\partial \Delta u_k}{\partial X_j^0} \quad (1.4-19)$$

材料の構成方程式として、次のような Kirchhoff の応力増分と Green のひずみ増分の関係式を用いるとする。

$$\Delta t_{ij}^0 = D_{ijkl} \Delta \lambda_{kl}^{0*} + \Delta t_{1ij}^0 \quad (1.4-29)$$

ここで、 D_{ijkl} は応力ひずみ接線係数テンソル、 Δt_{1ij}^0 は熱膨張、クリープ等に起因する見かけの応力増分テンソルである。

構成方程式を式(1.4-20)に代入すると、次式が得られる。

$$\begin{aligned} & \int_{V_0} D_{ijkl} \Delta \lambda_{kl}^{0*} \delta \Delta \lambda_{ij}^{0*} dv + \int_{V_0} t_{ij}^0 \delta \Delta \eta_{ij}^0 dv \\ &= \int_{V_0} \Delta q_i \delta \Delta u_i dv + \int_{S_0} \Delta p_i \delta \Delta u_i ds - \int_{V_0} \Delta t_{1ij}^0 \delta \Delta \lambda_{ij}^{0*} dv + \delta R^0 \end{aligned} \quad (1.4-30)$$

上記の仮想仕事の原理を用いて、有限要素の平衡方程式を導くと、次式が得られる。

$$([\mathbf{K}^L] + [\mathbf{K}^U] + [\mathbf{K}^S]) \Delta \{\hat{\mathbf{u}}\} = \Delta \{\hat{\mathbf{P}}\} + \{\hat{\mathbf{R}}\} + \Delta \{\hat{\mathbf{P}}_I\} \quad (1.4-31)$$

ここで、 $[\mathbf{K}^L]$ は通常の微小変形剛性マトリックス、 $[\mathbf{K}^U]$ は初期変位剛性マトリックス、 $[\mathbf{K}^S]$ は初期応力剛性マトリックス、 $\Delta \{\hat{\mathbf{u}}\}$ は節点変位増分ベクトル、 $\Delta \{\hat{\mathbf{P}}\}$ は外荷重増分ベクトル、 $\{\hat{\mathbf{R}}\}$ は残差荷重ベクトル、 $\Delta \{\hat{\mathbf{P}}_I\}$ は熱膨張、クリープ等に起因する見かけの荷重増分ベクトルであり、それぞれは以下の式で与えられる。

$$[\mathbf{K}^L] = \int_{V_0} [\mathbf{B}^U]^T [\mathbf{D}^{EP}] [\mathbf{B}^{LD}] dv \quad (1.4-32)$$

$$\begin{aligned} [\mathbf{K}^U] &= \int_{V_0} [\mathbf{B}^U]^T [\mathbf{D}^{EP}] [\mathbf{B}^{LD}] dv + \int_{V_0} [\mathbf{B}^{LD}]^T [\mathbf{D}^{EP}] [\mathbf{B}^U] dv \\ &+ \int_{V_0} [\mathbf{B}^U]^T [\mathbf{D}^{EP}] [\mathbf{B}^U] dv \end{aligned} \quad (1.4-33)$$

$$[\mathbf{K}^S] = \int_{V_0} [\mathbf{B}^{D_0}]^T [\mathbf{S}] [\mathbf{B}^{D_0}] dv \quad (1.4-34)$$

$$\Delta \{\hat{\mathbf{P}}\} = \int_{V_0} [\mathbf{N}]^T [\mathbf{N}] \Delta \{\hat{\mathbf{q}}\} dv + \int_{S_0} [\mathbf{N}]^T [\mathbf{N}] \Delta \{\hat{\mathbf{P}}\} ds \quad (1.4-35)$$

$$\begin{aligned} \{\mathbf{R}\} &= \int_{V_0} [\mathbf{N}]^T [\mathbf{N}] \{\hat{\mathbf{q}}\} dv + \int_{S_0} [\mathbf{N}]^T [\mathbf{N}] \{\hat{\mathbf{P}}\} ds \\ &- \int_{V_0} ([\mathbf{B}^L] + [\mathbf{B}^U]) \{t^0\} dv \end{aligned} \quad (1.4-36)$$

ここで、 $[\mathbf{N}]$ は変位及び形状の補間関数マトリックス、 $[\mathbf{B}^{D_0}]$ と $[\mathbf{B}^U]$ は Green のひずみベクトル $\Delta \{\lambda^{0*}\}$ を関係づけるマトリックスである。

$$\Delta\{\mathbf{u}\} = [N] \Delta\{\hat{\mathbf{u}}\} \quad (1.4-37)$$

$$\Delta\{\lambda^{0*}\} = [\mathbf{B}] \Delta\{\hat{\mathbf{u}}\} = ([\mathbf{B}^L] + [\mathbf{B}^U]) \Delta\{\hat{\mathbf{u}}\} \quad (1.4-38)$$

また、 (\mathbf{B}^D) は変形勾配ベクトル $\Delta\{\mathbf{d}^0\} = \left\{ \frac{\partial \Delta u_i}{\partial X_j^0} \right\}$ と要素節点変位ベクトル $\Delta\{\hat{\mathbf{u}}\}$ を関係づけるマトリックスであり、次式で定義される。

$$\Delta\{\mathbf{d}^0\} = [\mathbf{B}^D] \Delta\{\hat{\mathbf{u}}\} \quad (1.4-39)$$

また、 $[S]$ マトリックスは Kirchhoff の応力マトリックス、 $[\mathbf{D}^{EP}]$ は弾塑性接線材料マトリックスである。

1.4.3 更新 Lagrange 型有限要素定式

この方法は本質的に増分理論に立脚するものである。応力としては真応力が用いられ、ひずみは Euler のひずみ速度（あるいは増分）を時間的に積分したものが用いられるのが普通である。ただし、連続体での真応力は空間に固定した座標系で定義されるが、梁や板殻構造物では、要素座標系が便利であるので刻々に変化する座標系で定義される。

増分形の仮想仕事の原理を再記すると、

$$\begin{aligned} & \int_V \left(\Delta\sigma_{ij} - \sigma_{ik} \frac{\partial \Delta u_j}{\partial X_k} - \sigma_{ij} \frac{\Delta \rho}{\rho} \right) \delta \Delta \epsilon_{ij} dv \\ &= \int_V \Delta q_i \delta \Delta u_i dv + \int_S \Delta p_i \delta \Delta u_i ds + \delta R \end{aligned} \quad (1.4-27)$$

構成方程式は、次のように共回転変化率である Jaumann の応力変化率と Euler のひずみ速度との関係式で表わされるものとする。

$$\Delta\sigma_{ij}^I = D_{ijkl} \Delta\epsilon_{kl} + \Delta\sigma_{Iij} \quad (1.4-40)$$

式(1.4-9)と式(1.4-40)により次式が得られる。

$$\Delta\sigma_{ij} = D_{ijkl} \Delta\epsilon_{kl} + \Delta\sigma_{Iij} + \sigma_{ik} \Delta\omega_{kj} + \sigma_{jm} \Delta\omega_{mi} \quad (1.4-41)$$

式(1.4-41)を式(1.4-27)へ代入する。

$$\int_V D_{ijkl} \Delta\epsilon_{kl} \delta \Delta \epsilon_{ij} dv + \int_V \left(\sigma_{ik} \Delta\omega_{kj} - \Delta\epsilon_{ik} \sigma_{kj} - \frac{\Delta \rho}{\rho} \sigma_{ij} \right) \delta \Delta \epsilon_{ij} dv$$

$$= \int_V \Delta q_i \delta \Delta u_i dv + \int_S \Delta p_i \delta \Delta u_i ds - \int_V \Delta \sigma_{Iij} \delta \Delta \epsilon_{ij} dv + \delta R \quad (1.4-42)$$

上式の左辺第2項を整理すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} & \int_V D_{ijkl} \Delta \epsilon_{kl} \delta \Delta \epsilon_{ij} dv + \int_V \sigma_{ij} \delta \Delta \eta_{ij} dv - \int_V (\sigma_{ik} \Delta \epsilon_{ki} + \Delta \epsilon_{ik} \sigma_{kj}) \delta \Delta \epsilon_{ij} dv \\ & - \int_V \Delta \epsilon_{kk} \sigma_{ij} \delta \Delta \epsilon_{ij} dv \\ = & \int_V \Delta q_i \delta \Delta u_i dv + \int_S \Delta p_i \delta \Delta u_i ds - \int_V \Delta \sigma_{Iij} \delta \Delta \epsilon_{ij} dv + \delta R \end{aligned} \quad (1.4-43)$$

ここで、

$$\Delta n_{ij} = \frac{1}{2} \Delta d_{ik} \Delta d_{jk} \quad (1.4-44)$$

$$\Delta d_{ij} = -\frac{\partial \Delta u_i}{\partial x_j} \quad (1.4-45)$$

式(1.4-43)の増分形の仮想仕事の原理から導かれる有限要素のつり合い方程式は以下のようになる。

$$([\mathbf{K}^L] + [\mathbf{K}^S]) \Delta \{\hat{u}\} = \Delta \{\hat{P}\} + \{\hat{R}\} + \Delta \{\hat{P}_1\} \quad (1.4-46)$$

ここで、 $[\mathbf{K}^L]$ は式(1.4-43)の左辺第1項より導かれる微小変形剛性マトリックス、 $[\mathbf{K}^S]$ は左辺の第2項、第3項より導かれる初期応力による剛性マトリックスである。ここでは増分間での密度変化を表わす式(1.4-43)の左辺第4項を省略し、対称形の剛性マトリックスとしている。この項を無視した影響は残差修正項で考慮される。

式(1.4-46)の各マトリックスは、次のように表わされる。

$$[\mathbf{K}^L] = \int_V [\mathbf{B}^L]^T [\mathbf{D}^{EP}] [\mathbf{B}^L] dv \quad (1.4-47)$$

$$[\mathbf{K}^S] = \int_V [\mathbf{B}^D]^T ([\mathbf{S}_1] + [\mathbf{S}_2]) [\mathbf{B}^0] dv \quad (1.4-48)$$

$$\Delta \{\hat{P}\} = \int_V [\mathbf{N}]^T [\mathbf{N}] \Delta \{\hat{q}\} dv + \int_S [\mathbf{N}]^T [\mathbf{N}] \Delta \{\hat{P}\} ds \quad (1.4-49)$$

$$\{\hat{R}\} = \int_V [\mathbf{N}]^T [\mathbf{N}] \{\hat{q}\} dv + \int_S [\mathbf{N}]^T [\mathbf{N}] \{\hat{P}\} ds - \int_V [\mathbf{B}^L]^T \{\sigma\} dv \quad (1.4-50)$$

$$\Delta\{\hat{P}_I\} = \int_V [\mathbf{B}]^T \Delta\{\sigma_I\} dV$$

ここで、 $[\mathbf{B}^L]$ と $[\mathbf{B}^D]$ はそれぞれひずみ増分および変形勾配と節点変位を結びつけるマトリックスである。

$$\Delta\{\varepsilon\} = [\mathbf{B}^L] \Delta\{\hat{u}\} \quad (1.4-51)$$

$$\Delta\{d\} = [\mathbf{B}^D] \Delta\{\hat{u}\} \quad (1.4-52)$$

なお、 $[S_1]$ と $[S_2]$ は真応力 σ_{ij} から成る対称マトリックスである。

〔参考文献〕

- 1) 山田，“塑性・粘弾性”，有限要素法の基礎と応用シリーズ6，培風館，1980.
- 2) Y. Yamada, "Incremental formulation for problems with geometric and material nonlinearities", Advances in Computational Methods in Structural Mechanics and Design, 2nd U.S.-Japan Seminar Matrix Meth. Struct. Analysis Design, Univ. of Alabama Press, 325~355, 1972.
- 3) Y. Yamada, K. Takatsuka and K. Iwata, "Nonlinear analysis by the finite element method and some expository examples, Theory and Practice in Finite Element Structural Analysis, University of Tokyo Press, pp.125~138, 1973.
- 4) K. Washizu, Variational Methods in Elasticity and Plasticity, Second Edition, Pergamon Press, 1975.
- 5) 有限要素法ハンドブック I (鷲津ほか編)，培風館，1980.
- 6) R. Hill, "Some basic principles in the mechanics of solids without a natural time", J. Mech.Phys. Solids, 7, 209, 1959.
- 7) H. D. Hibbit, P. V. Marcal and J. R. Rice, "Finite element formulation for problems of large strain and large displacements", Int. J. Solids Struct. 6, 1069~1086, 1970.
- 8) S. Yaghmai and E. P. Popov, "Incremental analysis of large deflections of shells of revolution, Int. J. Solids Struct. 7, 1375~1397, 1971.
- 9) R. M. McMeeking and J. R. Rice, "Finite-element formulations for problems of large elastic-plastic deformation", Int.J. Solids Struct. 11, 601~616, 1975.
- 10) K. J. Bathe, E. Ramm and E. L. Wilson, "Finite element formulations for large deformation dynamic analysis", Int.J. Num. Methods in Engng. vol.9, pp.353~386, 1975.
- 11) Y. C. Fung, 固体の力学(大橋ほか2名訳)，培風館，1970.
- 12) K. J. Bathe, "Finite element procedures in engineering analysis", Prentice-Hall, 1982.

1.5 座屈荷重解析

1.5.1 非線形座屈荷重解析

大変形解析の有限要素定式は 1.4 章で説明した。幾何学的非線形性と材料非線形性を考慮した増分形での平衡方程式は次のように与えられる。

$$[(K(u, \sigma))] \Delta \{\hat{u}\} = \Delta \{\hat{P}\} + (\{\hat{P}\} - \{\hat{R}\}) \quad (1.5-1)$$

$[K(u, \sigma)]$ は材料の弾塑性特性、幾何学的非線形での初期応力や初期変位の効果を含んだ接線剛性マトリックスである。ここで外荷重 $\{P\}$ が作用するとき、応力 σ と変位 u が生じている。 $\Delta \{\hat{u}\}$ は変位増分、 $\Delta \{\hat{P}\}$ は外荷重増分、 $\{\hat{R}\}$ は応力 σ の分布と等価な節点力ベクトルである。

荷重が $\lambda \Delta \{\hat{P}\}$ だけ増分したとき、応力と変位の増分をそれぞれ $\lambda \Delta \sigma$ と $\lambda \Delta u$ のように線形に仮定すれば、平衡方程式は次のように仮定される。

$$[K(u + \lambda \Delta u, \sigma + \lambda \Delta \sigma)] d\{\hat{u}\} = d\{\hat{P}\} \quad (1.5-2)$$

ここで荷重が $(\{\hat{P}\} + \lambda \Delta \{\hat{P}\})$ において構造が不安定になったとすると、次式が与えられる。

$$[K(u + \lambda \Delta u, \sigma + \lambda \Delta \sigma)] d\{\hat{u}\} = \{0\} \quad (1.5-3)$$

式(1.5-3)の左辺は Taylor 展開を利用して次のように表示できる。

$$[K(u + \lambda \Delta u, \sigma + \lambda \Delta \sigma)] = [K(u, \sigma)] + \frac{\partial [K]}{\partial u} \lambda \Delta u + \frac{\partial [K]}{\partial \sigma} \lambda \Delta \sigma + \dots \quad (1.5-4)$$

ここで式(1.5-4)の高次項を無視すれば、式(1.5-3)は次のような座屈の固有値方程式が得られる。

$$([K] + \lambda \Delta [K]) \Delta \{\hat{x}\} = \{0\} \quad (1.5-5)$$

$$\Delta [K] = [K(u + \Delta u, \sigma + \Delta \sigma)] - [K(u, \sigma)] \quad (1.5-6)$$

接線剛性マトリックスの増分 $\Delta [K]$ は、式(1.5-6)のように増分前と増分後の接線剛性の差で計算する。式(1.5-5)の座屈荷重解析の固有値 λ と固有ベクトル $\Delta \{\hat{x}\}$ はサブスペース固有値解法で求める。よって、座屈荷重 $\{\hat{P}^{CR}\}$ は次のように計算される。

$$\{\hat{P}^{CR}\} = \{\hat{P}\} + \lambda \Delta \{\hat{P}\} \quad (1.5-7)$$

なお、固有値 λ に対応する固有ベクトル $\Delta \{\hat{x}\}$ は、増分前の変形形状を参照した座屈形状を与える。

1.5.2 線形座屈荷重解析

座屈荷重を評価するための第1次近似として、初期変位による効果を省略すると、式(1.5-3)は次のように表わすことができる。

$$[K(\sigma + \lambda I\sigma)] d\{\hat{u}\} = \{0\} \quad (1.5-8)$$

初期応力による接線剛性は、応力の線形関数であるので、式(1.5-8)の左辺は微小変形での剛性マトリックスと初期応力による剛性マトリックスになる。よって、座屈方程式は次のように仮定される。

$$([K^L] + \lambda[K^\sigma])\{x\} = \{0\} \quad (1.5-9)$$

$[K^\sigma]$ は荷重 $\{\hat{P}\}$ による応力 σ により計算された初期応力マトリックスであり、座屈荷重は次のようなになる。

$$\{\hat{P}^{cr}\} = \lambda\{\hat{P}\} \quad (1.5-10)$$

固有値 λ に対応した固有ベクトル $\{\hat{x}\}$ は初期基準形状を参照した座屈形状となる。

〔参考文献〕

- 1) W. Flugge, "Stresses in Shells", Springer-Verlag, 1969.
- 2) O. C. Zienkiewicz, "The Finite Element Method", McGraw-Hill, 1977.
- 3) K. J. Bathe, "FINITE ELEMENT PROCEDURES IN ENGINEERING ANALYSIS", PRENTICE-HALL, 1982.
- 4) J. Walczak, "ON CREEP BUCKLING ANALYSIS OF STRUCTURES", Computers & Structures, Vol.13, pp.683-689, 1981.

1.6 破壊力学解析

1.6.1 線形破壊力学

(1) 一般理論

き裂先端の応力場はパラメータ K_I , K_{II} , または K_{III} により表わすことができる。このパラメータは応力拡大係数と呼ばれ、その大きさは作用する荷重の分布と強さおよび構造の形状に依存している。各応力拡大係数はそれぞれ次のモードを表わす。

K_I : モード I (き裂開口モード)

K_{II} : モード II (面内せん断モード)

K_{III} : モード III (面外せん断モード)

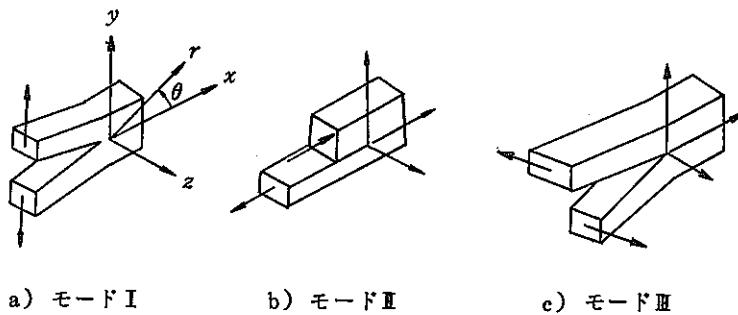


図 1.6-1 き裂の基本変形モード

等方性材料の平面問題では変位と応力はモード I あるいはモード II の応力拡大係数により次のように表わすことができる。

モード I 条件：

$$\sigma_x = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \theta \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \quad (1.6-1)$$

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \theta \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \quad (1.6-2)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \left(\sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right) \quad (1.6-3)$$

$$u = -\frac{K_I}{4G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[(2\kappa-1) \cos \frac{\theta}{2} - \cos \frac{3\theta}{2} \right] \quad (1.6-4)$$

$$v = -\frac{K_I}{4G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[(2\kappa+1) \sin \frac{\theta}{2} - \sin \frac{3\theta}{2} \right] \quad (1.6-5)$$

モードⅡ条件：

$$\sigma_x = -\frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \left(2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right) \quad (1.6-6)$$

$$\sigma_y = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \quad (1.6-7)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \quad (1.6-8)$$

$$u = \frac{K_{II}}{4G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[(2\kappa-1) \sin \frac{\theta}{2} + \sin \frac{3\theta}{2} \right] \quad (1.6-9)$$

$$v = -\frac{K_{II}}{4G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[(2\kappa-3) \cos \frac{\theta}{2} + \cos \frac{3\theta}{2} \right] \quad (1.6-10)$$

ここで、

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (1.6-11)$$

$$\kappa = \begin{cases} 3-4\nu & : \text{平面ひずみ} \\ (3-\nu)/(1+\nu) & : \text{平面応力} \end{cases} \quad (1.6-12)$$

一方、3次元問題におけるモードⅢの応力拡大係数と面外せん断応力または面外方向変位との関係は次式で表わされる。

$$\tau_{xz} = -\frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \quad (1.6-13)$$

$$\tau_{yz} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \quad (1.6-14)$$

$$w = \frac{K_{III}}{G} \sqrt{\frac{2r}{\pi}} \sin \frac{\theta}{2} \quad (1.6-15)$$

(2) 線積分法

線積分法はクラック近傍のポテンシャルエネルギーからエネルギー解放率を求める手法で、 Riceにより提案された方法である。図1.6-2に示すようにクラックに沿って x 軸をとり、クラック近傍に曲線 Γ を考える。構造物に物体力が作用せず、また、クラック内面に外力が働くないとするならば、この曲線 Γ に沿い式(1.6-16)の積分を行なうと、その値は Γ の経路に依存せず一定値となる。この値を J とおき、一般にこの積分を J 積分と呼んでいる。

$$J = \int_{\Gamma} \left(w dy - \{T\}^T \frac{\partial \{u\}}{\partial x} ds \right) \quad (1.6-16)$$

ここに, \mathcal{W} : ひずみエネルギー密度

$\{\mathbf{T}\}$: Γ に沿う外向法線応力のベクトル

$\{\mathbf{u}\}$: Γ 上の点の変位ベクトル

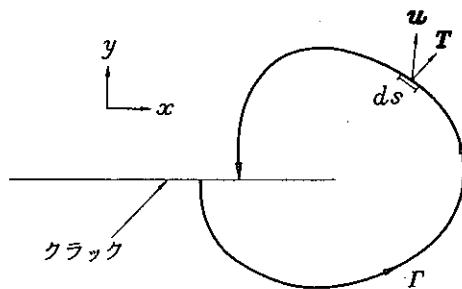


図 1.6-2 J 積分

また, 線形破壊力学では, J はひずみエネルギー解放率 y に一致し, モード I の場合は次式が成り立つ。

$$J = \frac{dU}{da} = \frac{\kappa+1}{8G} K_I^2 \quad (1.6-17)$$

そして平面ひずみにおける応力拡大係数は次のようになる。

$$K_I = \sqrt{\frac{JE}{1-\nu^2}} \quad (1.6-18)$$

1.6.2 破壊力学解析のアルゴリズム

前述の線積分法は線形だけでなく非線形破壊力学の手法として, 最近広く用いられてきている。ここでは FINAS における線積分の方法について述べる。式 (1.6-16) は,

$$J = \int_{\Gamma} \left(\mathcal{W} n_x - \{n\}^T \{\sigma\} \frac{\partial \{u\}}{\partial x} \right) ds \quad (1.6-19)$$

ここで, $\{n\}$ は積分径路 Γ の外向き法線ベクトルで, n_x はその x 軸方向の成分である。また $\{\sigma\}$ は評価点における応力を表わす。ひずみを $\{\epsilon\}$ とすると, 上式の \mathcal{W} は次のように表わされる。

$$\mathcal{W} = \int_0^{\epsilon} \{\sigma\}^T d\{\epsilon\} \quad (1.6-20)$$

有限要素法では式 (1.6-19) は, 径路 Γ を含む要素についてその総和をとることにより表わされる。すなわち,

$$J = \sum_{i=1}^m J^{(i)} \quad (1.6-21)$$

ここで, m は径路 Γ を含む要素の数であり, $J^{(i)}$ は式 (1.6-19) より次のように表わされる。

$$J^{(i)} = \int_{S_1^{(i)}}^{S_2^{(i)}} \left(W n_x - \{n\}^T \{\sigma\} \frac{\partial \{u\}}{\partial x} \right) ds \quad (1.6-22)$$

ただし、 $S_1^{(i)}$ 、 $S_2^{(i)}$ は要素(i)の積分径路 Γ の始点と終点の座標である。要素内の線積分は、要素剛性の数値積分および応力ひずみの評価点となる要素の積分点をとる径路によって行なわれ、四辺形要素の場合、要素のある一辺上の点が始点となり対応する反対側の辺上の点が終点となる(図1.6-3参照)。式(1.6-20)を増分形にすると、

$$W^n = \sum_{k=1}^n \{\sigma\}_k^T A \{\epsilon\}_k \quad (1.6-23)$$

上式は n 回目の増分におけるひずみエネルギーであり、添字 k は k 番目の増分後における値を表わす。FINASでは式(1.6-22)、(1.6-23)により弾性および非弾性解析における J の値を評価している。図1.6-4に破壊力学解析のアルゴリズムの流れ図を示す。

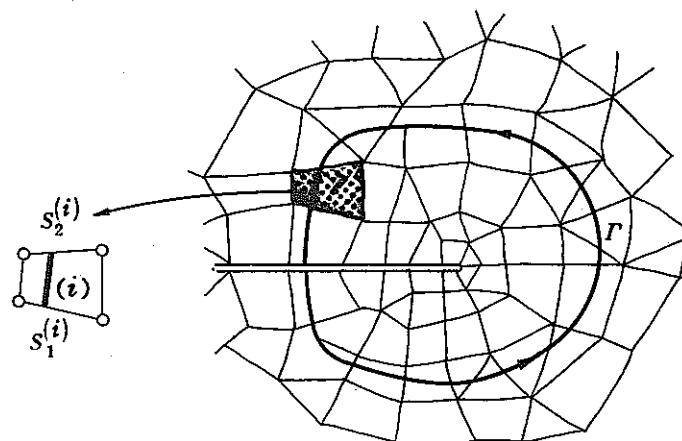


図1.6-3 FINASにおけるJ積分

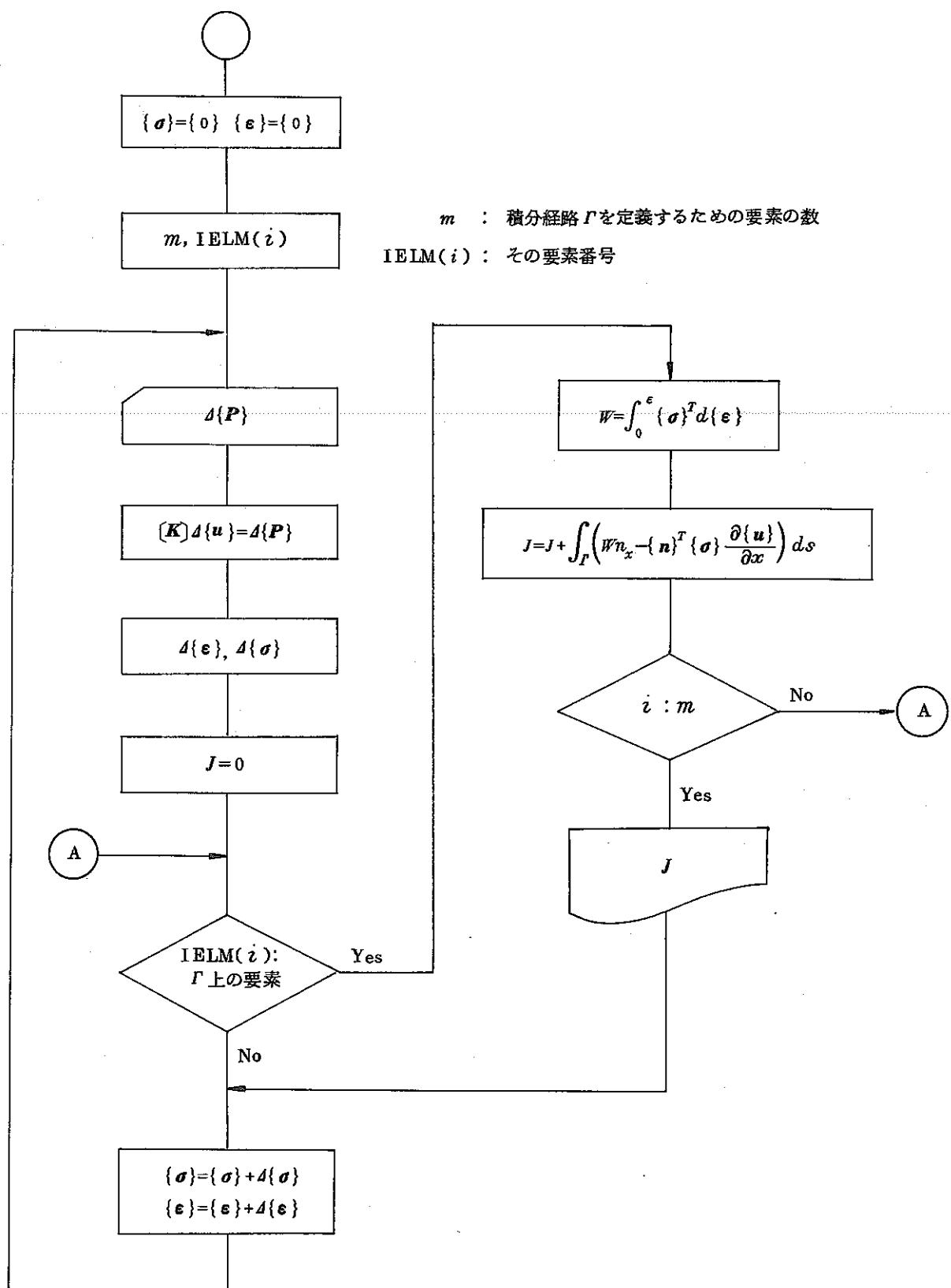


図 1.6-4 破壊力学解析の流れ

[参考文献]

- 1) R. H. Gallagher, "The Finite Element Method in Fracture Mechanics Analysis", Advanced Topic in Finite Element Analysis, MARC Analysis Research Corporation.
- 2) D. M. Parks, "A Stiffness Derivative Finite Element Technique for Determination of Elastic Crack Tip Stress Intensity Factors", Structural Analysis with MARC-CDC, Background Papers, Volum V, MARC Analysis Research Corporation.
- 3) Roshdy S. Barsoum, "On The Use of Isoparametric Finite Elements in Linear Fracture Mechanics", Int. J. Numer. Meth. Eng., 1975.
- 4) D. M. Park, "The Virtual Crack Extention Method for Nonlinear Material Behavior", Computer Method in Applied Mechanics and Engineering 12, 1977.
- 5) R. D. Henshell, et al., "Crack Tip Finite Element Are Unnecessary", Int. J. Numer. Meth. Eng., vol. 9, 1975.
- 6) O. C. Zienkiewicz, "The Finite Element Method in Engineering and Science", the third edition.
- 7) 石田 誠, "き裂の弾性破壊と応力拡大係数", 破壊力学と材料強度講座 2.
- 8) J. R. Rice et al. "Recent finite element studies in plasticity and fracture mechanics", Computer Method in Applied Mechanics and Engineering, 17/18 (1979), pp. 411-442.
- 9) T.K. Hellen, "A SUBSTRUCTURING APPLICATION OF VIRTUAL CRACK EXTENSION METHOD", INT. J. Numer. Meth. Eng., Vol.19, 1713-1737 (1983)

1.7 動的解析

動的構造解析の手法は、直接積分法によるものとモーダル法によるものに分類されることが一般的である。これらの手法は一見まったく異なるものに思えるが、実際には密接に関連した解析法である。動的問題は離散化過程を経て節点に関しての2階の連立常微分方程式で表わされる。この動的平衡方程式をモーダル法や時間方向に離散化を仮定する直接積分法で解析することになる。材料非線形性や幾何学的非線形及び衝撃などの問題では直接積分法で解析を行なうことが多い。

動的問題は静的問題に比べて平衡方程式が複雑であり、計算効率を改善するために種々の手法が提案されており、モーダル法などはその良い例である。以下の各節では FINAS における動的問題の有限要素定式、モーダル法定式、直接積分法定式について説明する。

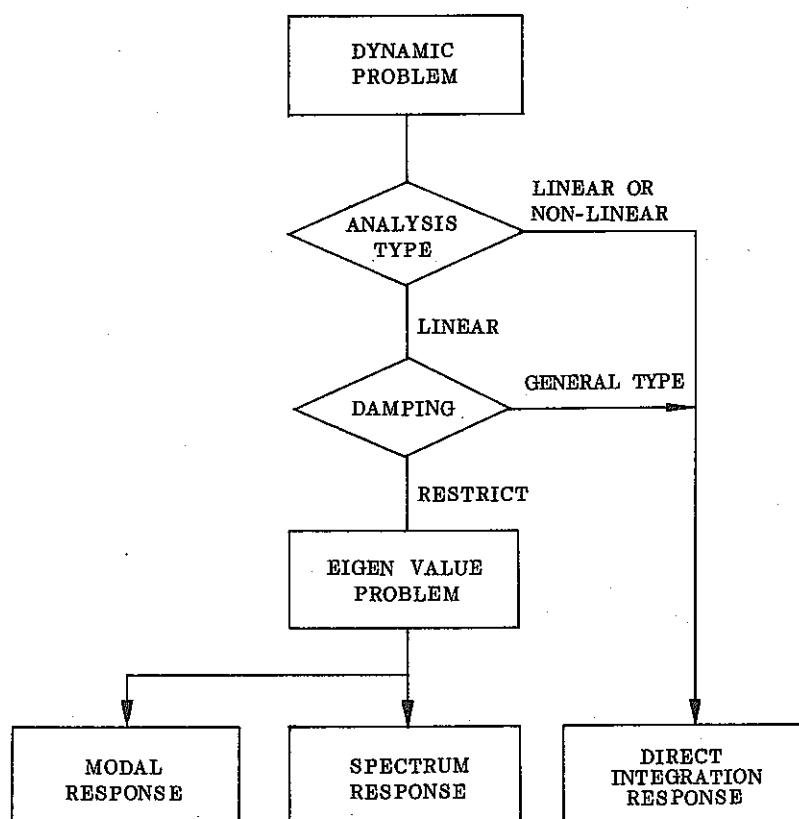


図 1.7-1 動的解析手法の分類

1.7.1 動的問題の有限要素法平衡方程式

動的構造解析の有限要素平衡方程式を仮想仕事の原理を利用して導く。D'Alembert の原理を考慮して時刻 t における領域 V 、表面力の作用する境界を A とした場合の仮想仕事式は、式(1.7-1)で与えられる。

$$\int_V \delta(\varepsilon)^T \{\sigma\}_t dV - \int_V \delta(U)^T ((F_B)_t - \rho_t \dot{U})_t - c_t (\dot{U})_t dV - \int_A \delta(U)^T (F_T)_t dA = 0 \quad (1.7-1)$$

減衰効果を速度に比例するものと仮定している。 $\delta(U)$ と $\delta(\varepsilon)$ は仮想変位と仮想ひずみ、 $\{\sigma\}_t$ は応力、 $(F_B)_t$ と $(F_T)_t$ は物体力と表面力、 ρ_t は質量、 c_t は減衰パラメータ、ドットは時間に関しての微分を表わしている。対象としている領域 V の境界としては、表面力が作用するもの、変位および加速度などが規定されているものがある。変位及び加速度が規定される境界の処理については次節で取り扱うこととする。

有限要素の表示法により、節点変位より要素内の変位、ひずみ、応力とそれに対応した仮想量は次のように仮定される。

$$\{U\}_t = [N] \hat{U}_t, \quad \delta(U) = [N] \delta \hat{U} \quad (1.7-2)$$

$$\{\varepsilon\}_t = [B] \hat{U}_t, \quad \delta(\varepsilon) = [B] \delta \hat{U} \quad (1.7-3)$$

$$\{\sigma\}_t = [D] \{\varepsilon\}_t = [D] [B] \hat{U}_t \quad (1.7-4)$$

ここで、 $[N]$ は変位関数、 $[B]$ は変位ひずみ変換マトリックス、 $[D]$ は弾性状態での応力ひずみ関係を表わす材料マトリックスである。速度、加速度、作用力についても変位関数 $[N]$ で補間するとすれば、各成分は次のように補間される。

$$\dot{U}_t = [N] \hat{U}_t \quad (1.7-5)$$

$$\dot{U}_t = [N] \hat{U}_t \quad (1.7-6)$$

$$(F_B)_t = [N] \hat{F}_B_t \quad (1.7-7)$$

$$(F_T)_t = [N] \hat{F}_T_t \quad (1.7-8)$$

式(1.7-1)～式(1.7-2)～式(1.7-8)を代入して仮想変位について整理する。

$$\begin{aligned} & \delta(\hat{U})^T \int_V [B]^T [D] [B] dV \cdot \hat{U}_t + \delta(\hat{U})^T \int_V [N]^T \rho_t [N] dV \cdot \hat{U}_t + \delta(\hat{U})^T \int_V [N]^T c_t [N] dV \cdot \hat{U}_t \\ &= \delta(\hat{U})^T \left(\int_V [N]^T [N] dV \cdot \hat{F}_B_t + \int_V [N]^T [N] dA \cdot \hat{F}_T_t \right) \end{aligned} \quad (1.7-9)$$

よって、次のような有限要素動的平衡方程式が得られる。

$$[M]_t \hat{U}_t + [C]_t \hat{U}_t + [K]_t \hat{U}_t = \hat{F}_t \quad (1.7-10)$$

ここで、

$$[M]_t = \int_V [N]^T \rho_t [N] dV \quad (1.7-11)$$

$$[C]_t = \int_V [N] c_t [N] dV \quad (1.7-12)$$

$$[K]_t = \int_V [B]^T [D] [B] dV \quad (1.7-13)$$

$$\{F\}_t = \int_V [N]^T [N] dV \cdot \{\hat{F}_B\}_t + \int_A [N]^T [N] dA \cdot \{\hat{F}_T\}_t \quad (1.7-14)$$

1.7.2 モーダル解析法

構造物の動的挙動を支配する平衡方程式は、有限要素法による離散化により次式のような節点変位 $\{\hat{U}_a\}$ に関する二階連立常微分方程式で与えられる。

$$[M]\{\hat{U}_a\} + [C]\{\hat{U}_a\} + [K]\{\hat{U}_a\} = \{\hat{F}_{(t)}\} \quad (1.7-15)$$

ここで、 $[M]$ 、 $[C]$ 、 $[K]$ はそれぞれ質量マトリックス、減衰マトリックス、剛性マトリックス、 $\{\hat{F}_{(t)}\}$ は時間 t に依存する節点荷重ベクトルである。

いま、地震動などの時間依存の節点加速度 $\{\hat{U}_{g(t)}\}$ が作用する場合を考える。節点加速度 $\{\hat{U}_a\}$ を次の形に分離する。

$$\{\hat{U}_a\} = [P]\{\hat{U}\} + \{\hat{U}_{g(t)}\} \quad (1.7-16)$$

ここで、 $\{\hat{U}\}$ は節点の相対加速度ベクトルであり、 $[P]$ は加速度入力節点と他の節点を区別するためのブーリアン (boolean matrix) である。変位と速度についても同様に分離することにより、式 (1.7-15) は次のように表わすことができる。

$$\begin{aligned} [\bar{M}]\{\hat{U}\} + [\bar{C}]\{\hat{U}\} + [\bar{K}]\{\hat{U}\} \\ = [P]^T \{\hat{F}_{(t)}\} - [P]^T [M]\{\hat{U}_{g(t)}\} - [P]^T [C]\{\hat{U}_g\} - [P]^T [K]\{\hat{U}_g\} \end{aligned} \quad (1.7-17)$$

ここで、

$$[\bar{M}] = [P]^T [M] [P], \quad [\bar{C}] = [P]^T [C] [P], \quad [\bar{K}] = [P]^T [K] [P] \quad (1.7-18)$$

である。式 (1.7-17) の右辺第三項の減衰項が十分小さいと仮定する。また、第四項は剛体変形であると考えると、加速度入力を考慮した平衡方程式は次のようになる。

$$[\bar{M}]\{\hat{U}\} + [\bar{C}]\{\hat{U}\} + [\bar{K}]\{\hat{U}\} = [P]^T \{\hat{F}_{(t)}\} - [P]^T [M]\{\hat{U}_g\} \quad (1.7-19)$$

(1) モーダル応答解析

モーダル応答解析は、一般化変位と基底ベクトルを用いて、一般化変位に対応する平衡方程式に変換することが基本となる。減衰項を省略した自由振動方程式は次のようにになる。

$$[\bar{M}]\{\hat{U}\} + [\bar{K}]\{\hat{U}\} = \{0\} \quad (1.7-20)$$

自由振動は調和振動であるので、式 (1.7-20) の解は次のように仮定できる。

$$\{\hat{U}\} = \{\phi\} \sin \omega (t - t_0) \quad (1.7-21)$$

ここで $\{\phi\}$ は振動モードベクトル, t は時間, t_0 は時間の定数である。式(1.7-21)を式(1.7-20)へ代入すれば、 $\{\phi\}$ と w の決定方程式として、次の一般化固有値問題が得られる。

$$[\bar{K}]\{\phi\} = w^2 [\bar{M}]\{\phi\} \quad (1.7-22)$$

式(1.7-22)を解くことにより、 N 個の固有解 $(w_1^2, \{\phi_1\}), (w_2^2, \{\phi_2\}), \dots, (w_N^2, \{\phi_N\})$ が得られる。ただし、固有ベクトルは $[\bar{M}]$ について正規直交化されているものとする。

$$\{\phi_i\}^T [\bar{M}] \{\phi_j\} = \delta_{ij} \quad (1.7-23)$$

固有ベクトル $\{\phi_i\}$ を列に配したマトリックス $[\Phi]$ 、固有値を対角成分とするマトリックスを $[\Omega]$ とすれば、式(1.7-22)の N 個の解は次のように書ける。

$$[\bar{K}][\Phi] = [\bar{M}][\Phi][\Omega] \quad (1.7-24)$$

$$[\Phi]^T [\bar{M}] [\Phi] = [I], \quad [\Phi]^T [\bar{K}] [\Phi] = [\Omega] \quad (1.7-25)$$

$\{\phi_i\}$ を基底ベクトル、 $\{\hat{X}\}$ を一般化変位とすれば、変位 $\{\hat{U}\}$ は次のように仮定できる。

$$\{\hat{U}\} = \{\phi_1\} X_1 + \{\phi_2\} X_2 + \dots + \{\phi_N\} X_N \quad (1.7-26)$$

式(1.7-26)を式(1.7-19)へ代入し、前から $[\Phi]^T$ をかけると、一般化変位に対応した平衡方程式が得られる。

$$[\hat{X}] + [\hat{C}] [\hat{X}] + [\Omega] [\hat{X}] = [\Phi]^T [\bar{P}]^T \{\hat{F}_{(t)}\} - [\Phi]^T [\bar{P}]^T [\bar{M}] \{\hat{U}_g\} \quad (1.7-27)$$

$$[\hat{C}] = [\Phi]^T [\bar{C}] [\Phi] \quad (1.7-28)$$

一般に、減衰マトリックス $[\bar{C}]$ は質量や剛性のように構造特有の特性を持つとは限らない。一般には、外力に対する構造の応答の仕方によって減衰力は変化する。ここでは減衰力が速度に比例していると仮定している。このような減衰の代表的なものとして、粘性減衰と構造減衰がある。便宜的に粘性減衰は質量に比例し、構造減衰はひずみ減衰速度を生ずるとすれば剛性に比例すると仮定できる。このような減衰 $[\bar{C}]$ は $[\bar{M}]$ と $[\bar{K}]$ の線形結合として表わされる。

$$[\bar{C}] = \alpha [\bar{M}] + \beta [\bar{K}], \quad [\hat{C}] = [\alpha + \beta w_i^2] \quad (1.7-29)$$

$[\alpha + \beta w_i^2]$ は i 番目の対角項に $\alpha + \beta w_i^2$ を配したマトリックスである。あと一つ便宜的なものとしては、振動数に比例したモーダル減衰が考えられる。

$$[\bar{C}] = [\bar{M}] [\Phi] [\alpha + \beta w_i^2] [\Phi]^T [\bar{M}], \quad [\hat{C}] = [\alpha + \beta w_i^2] \quad (1.7-30)$$

次に、式(1.7-27)の右辺の荷重項を考察する。

$$[\Phi]^T [\bar{P}]^T \{\hat{F}_{(t)}\} = \{\hat{f}_{(t)}\} \quad (1.7-31)$$

ここで、

$$\hat{f}_{(t)i} = \{\phi_i\}^T [\bar{P}]^T \{\hat{F}\}$$

$$(\phi)^T (\mathbf{P})^T (\bar{\mathbf{M}}) \hat{U}_g = \begin{bmatrix} \{r_1\}^T \\ \{r_2\}^T \\ \vdots \\ \{r_N\}^T \end{bmatrix} (\hat{U}_{g(t)}) = \{\hat{g}_{(t)}\} \quad (1.7-32)$$

$$\{r_i\} = (\phi_i)^T (\mathbf{P})^T (\bar{\mathbf{M}})$$

荷重項もモードに対応したベクトルで表示される。よって、減衰マトリックスとして式(1.7-29)の比例減衰や式(1.7-30)のモーダル減衰を考えると、式(1.7-27)の基礎方程式はモード数Nに対応した1自由度二階常微分方程式を解く問題に帰着する。例えば、 i 番目の方程式は次のように表わされる。

$$\ddot{X}_i + 2hw_i \dot{X}_i + w_i^2 X_i = \hat{f}_{(t)i} - \hat{g}_{(t)i} \quad (1.7-33)$$

ここで、比例減衰では $h=(\alpha+\beta w_i^2)/2w_i$ 、モーダル減衰では $h=d$ である。

式(1.7-33)の外荷重は時系列として与えられることが多いので、データ間を線形に仮定することにより、式(1.7-33)は陽な形に解くことができる。式(1.7-33)を次のように仮定する。

$$\ddot{X}_i + 2hw_i \dot{X}_i + w_i^2 X_i = a + bt \quad (1.7-34)$$

式(1.7-34)の一般解は次のように与えられる。

$$X_i = c_1 e^{-hw_i t} \cos \sqrt{w_i^2 - h^2} t + c_2 e^{-hw_i t} \sin \sqrt{w_i^2 - h^2} t + \frac{a+bt}{w_i^2} - \frac{2hb}{w_i^3} \quad (1.7-35)$$

ここで、 c_1 と c_2 は初期より定まる積分定数である。例としてステップnよりステップn+1への X_i を計算する手順を考える。ステップnの時刻を t_n 、外荷重を \bar{f}_n 、ステップn+1のとき t_{n+1} 、 \bar{f}_{n+1} とすると外荷重は、

$$b = \frac{\bar{f}_{n+1} - \bar{f}_n}{t_{n+1} - t_n}, \quad a = \bar{f}_n - b t_n \quad (1.7-36)$$

よって、時刻 t_n の一般化変位 X_i とその微分 \dot{X}_i より積分定数 c_1 と c_2 を定めれば、 $t_n \leq t \leq t_{n+1}$ での時刻tの一般化変位 X_i は式(1.7-35)より直接求めることができる。そのときの応答は式(1.7-26')で求めることができる。

$$\{\hat{U}_t\} = \sum_{i=1}^N \{\phi_i\} X_i \quad (1.7-26')$$

(2) スペクトル応答解析

動的平衡方程式(1.7-27)の外力ベクトル $\{\hat{F}_{(t)}\} = \{0\}$ とすると、一変化変位での平衡方程式は次のように与えられる。

$$\ddot{X}_i + 2hw_i \dot{X}_i + w_i^2 X_i = -\hat{g}_i \quad (1.7-37)$$

$$\hat{g}_i = r_{iX}^1 \hat{u}_{gX}^1 + r_{iY}^1 \hat{u}_{gY}^1 + r_{iZ}^1 \hat{u}_{gZ}^1 + \dots + r_{iX}^n \hat{u}_{gX}^n + r_{iY}^n \hat{u}_{gY}^n + r_{iZ}^n \hat{u}_{gZ}^n \quad (1.7-38)$$

固有振動数 w_i と減衰率における加速度 $\{\hat{U}_{g(t)}\}$ に対応したスペクトル変位を S_D とすれば、基底ベクトル $\{\phi_i\}$ に関する変位 $\{\phi_i\}X_i$ の絶対最大値は次のように表わされる。

$$\begin{aligned} \{\hat{U}_i^{\max}\} &= \{\phi_i\} (|r_{iX}^1| S_{DX}(w_i, h) + |r_{iY}^1| S_{DY}(w_i, h) \\ &\quad + |r_{iZ}^1| S_{DZ}(w_i, h) + \dots + |r_{iX}^n| S_{DX}(w_i, h) \\ &\quad + |r_{iY}^n| S_{DY}(w_i, h) + |r_{iZ}^n| S_{DZ}(w_i, h)) \end{aligned} \quad (1.7-39)$$

よって、最大応答は次のように仮定できる。

$$\{\hat{U}^{\max}\} = \left(\sum_{i=1}^N \{\hat{U}_i^{\max}\}^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.7-40)$$

一般にスペクトル変位 S_D 、スペクトル速度 S_V 、スペクトル加速度 S_A には次の関係が仮定できる。

$$S_D = \frac{1}{w\sqrt{1-h^2}} S_V, \quad S_A = \frac{w}{\sqrt{1-h^2}} S_V \quad (1.7-41)$$

1.7.3 直接積分解析法

減衰マトリックス (\bar{C}) が一般的に表わされる場合、非減衰系の固有ベクトルを用いて連立動的平衡方程式を対角化することはできない。よって、式 (1.7-19) の連立常微分方程式を差分法などにより時間方向に離散化を仮定し、時間増分形式で解析することになる。

差分法のスキームとしては、時刻 t で平衡方程式を仮定するエキスプリシットなスキームと、時刻 $t+At$ で方程式を立てるインプリシットなものがある。前者の方法は積分の時間増分 At により解析結果が不安定になることがあるが、後者の方法では時間増分 At に依存しない無条件安定のスキームが得られるので直接積分法では多く採用されている。

インプリシットなスキームの代表的なものとしては、Newmark の β 法、Houbolt 法、Wilson の θ 法などがある。Goudereau と Talyer, Bathe はこれらのスキームを詳しく調べ、Newmark の β 法が他のものに比べて優れることを検証している。

ここでは、Newmark の β 法を用いた動的解析の有限要素法定式を説明する。

(1) Newmark の β 法による定式

時刻 $t+At$ での平衡方程式は式 (1.7-19) より次のように表わされる。

$$(\bar{M})\{\hat{U}\}_{t+At} + (\bar{C})\{\hat{U}\}_{t+At} + (\bar{K})\{\hat{U}\}_{t+At} = \{\bar{F}\}_{t+At} \quad (1.7-42)$$

$$\{\bar{F}\}_{t+4t} = \{P\}^T \{\hat{U}\}_{t+4t} - \{P\}^T \{M\} \{\hat{U}_g(t+4t)\} \quad (1.7-43)$$

変位と外荷重を次のように増分形で表わす。

$$\{\hat{U}\}_{t+4t} = \{\hat{U}\}_t + A\{\hat{U}\} \quad (1.7-44)$$

$$\{\bar{F}\}_{t+4t} = \{\bar{F}\}_t + A\{\bar{F}\} \quad (1.7-45)$$

Newmark の β 法は線形加速度法の一拡張であるので、時刻 $t+4t$ の速度と変位を次のように仮定する。

$$\{\hat{U}\}_{t+4t} = \{\hat{U}\}_t + ((1-\gamma)\{\hat{U}\}_t + \gamma\{\hat{U}\}_{t+4t})4t \quad (1.7-46)$$

$$\{\hat{U}\}_{t+4t} = \{\hat{U}\}_t + \{\hat{U}\}_t 4t + \left(\left(\frac{1}{2} - \beta \right) \{\hat{U}\}_t + \beta \{\hat{U}\}_{t+4t} \right) 4t^2 \quad (1.7-47)$$

γ と β は差分スキームの定数であり、無条件安定のためには次の条件をみたす必要がある。

$$\gamma \geq 0.5, \quad \beta \geq \frac{1}{4} (0.5 + \gamma)^2 \quad (1.7-48)$$

$\gamma=0.5, \beta=0.25$ のとき Newmark の平均加速法といわれるもので、最も良い精度特性が得られるとされる。

式 (1.7-44) を式 (1.7-47) へ代入して時刻 $t+4t$ での加速度を求める。

$$\{\hat{U}\}_{t+4t} = -\frac{1}{\beta 4t^2} \left(4\{\hat{U}\}_t - 4t\{\hat{U}\}_t - \left(\frac{1}{2} - \beta \right) 4t^2 \{\hat{U}\}_t \right) \quad (1.7-49)$$

式 (1.7-49) を式 (1.7-46) へ代入して時刻 $t+4t$ での速度を求める。

$$\{\hat{U}\}_{t+4t} = -\frac{\gamma}{\beta 4t} A\{\hat{U}\}_t + \left(1 - \frac{\gamma}{\beta} \right) \{\hat{U}\}_t - \left(\frac{1}{2} - \beta \right) 4t \{\hat{U}\}_t \quad (1.7-50)$$

式 (1.7-42) へ式 (1.7-44), (1.7-45), (1.7-49), (1.7-50) を代入して $A\{\hat{U}\}$ について整理する。

$$\begin{aligned} (\bar{K}_D) A\{\hat{U}\} &= A\{\bar{F}\} + (\hat{R}) + (\bar{M}) \left(\frac{1}{\beta 4t} \{\hat{U}\}_t + \frac{1}{2\beta} \{\hat{U}\}_{t+4t} \right) \\ &\quad + (\bar{C}) \left(\frac{\gamma}{\beta} \{\hat{U}\}_t + \left(\frac{\gamma}{2\beta} - 1 \right) 4t \{\hat{U}\}_t \right) \end{aligned} \quad (1.7-51)$$

$$(\bar{K}_D) = \frac{1}{\beta 4t^2} (\bar{M}) + \frac{\gamma}{\beta 4t} (\bar{C}) + (\bar{K}) \quad (1.7-52)$$

$$\{\hat{R}\} = \{\bar{F}\}_t - (\bar{K}) \{\hat{U}\}_t - (\bar{M}) (\hat{U})_t - (\bar{C}) (\hat{U})_t \quad (1.7-53)$$

以上の定式化は線形解析を念頭においたものである。次に材料非線形および幾何学的非線形性を考慮した定式を考える。これらの非線形特性は剛性の評価において顕著なものであると限定できるので、式 (1.7-42) の剛性マトリ

リックスの項を増分形で定式化する。いま応力を $(\sigma)_t + \Delta(\sigma)$ として、仮想変位 \hat{U} による仮想ひずみを $\delta(\epsilon)$ とすれば内部仮想仕事は次のように表わされる。

$$\begin{aligned} \int_v \delta(\epsilon)^T ((\sigma)_t + \Delta(\sigma)) dv &= \delta(\hat{U}) \left(\int_v (\mathbf{B})^T (\sigma)_t dv + \int_v (\mathbf{B})^T (\mathbf{D}) \cdot (\mathbf{B}) dv \cdot \Delta(\hat{U}) \right) \\ &= \delta(\hat{U}) \left(\int_v (\mathbf{B})^T (\sigma)_t dv + [\bar{\mathbf{K}}_{NL}] \Delta(\hat{U}) \right) \end{aligned} \quad (1.7-54)$$

式(1.7-54)を用いて、非線形解析での動的方程式は次のようになる。

$$\begin{aligned} [\bar{\mathbf{K}}_{DN}] \Delta(\hat{U}) &= \Delta(\bar{\mathbf{F}}) + [\hat{\mathbf{R}}] + [\bar{\mathbf{M}}] \left(\frac{1}{\beta \Delta t} (\hat{U})_t + \frac{1}{2\beta} (\hat{U})_t \right) \\ &\quad + [\bar{\mathbf{C}}] \left(\frac{r}{\beta} (\hat{U})_t + \left(\frac{r}{2\beta} - 1 \right) \Delta t (\hat{U})_t \right) \end{aligned} \quad (1.7-55)$$

$$[\bar{\mathbf{K}}_{DN}] = \frac{1}{\beta \Delta t^2} [\bar{\mathbf{M}}] + \frac{r}{\beta \Delta t} [\bar{\mathbf{C}}] + [\bar{\mathbf{K}}_{NL}] \quad (1.7-56)$$

$$[\hat{\mathbf{R}}] = (\bar{\mathbf{F}}) - (\mathbf{P})^T \int_v (\mathbf{B})^T (\sigma)_t dv \cdot (\mathbf{P}) - [\bar{\mathbf{M}}] (\hat{U})_t - [\bar{\mathbf{C}}] (\hat{U})_t \quad (1.7-57)$$

$[\bar{\mathbf{K}}_{NL}]$ は材料非線形と幾何学的非線形性を考慮した剛性マトリックスである。詳細については、前節の非線形解析および大変形解析において説明されている。式(1.7-55)において、剛性マトリックス $[\bar{\mathbf{K}}_{NL}]$ は変位 $\Delta(\hat{U})$ に依存したものであるが、線形であると仮定する。そして、各時間増分ステップにおいて修正 Newton-Raphson 法などにより繰り返し計算を行なうことにより、解析の精度向上を図ることができる。

1.7.4 接触・衝撃問題の定式

接触(contact)と衝撃(impact)の定義としては、静的条件では接触として、動的条件では衝撃とするのが一般的である。接触問題は境界値問題であるかまたは連続体力学の原理による物体 B^1 と物体 B^2 が相互に作用する初期境界値問題である。接触問題の基本的原理は物体 B^1 と B^2 が相互に入りこまないことである。

$$b^1 \cap b^2 = 0 \quad (1.7-58)$$

物体 B^1 と B^2 の接触は次のように仮定される。

$$c = \partial b^1 \cap \partial b^2 \quad (1.7-59)$$

v^1 と v^2 を ∂b^1 と ∂b^2 の x^1, x^2 の位置での物質粒子の速度とすれば、ある瞬間に $x = x^1 = x^2$ となる。

$$v \cdot n = v^1 \cdot n = v^2 \cdot n \quad (1.7-60)$$

ここで、 n は x 位置での c 面の単位法線ベクトルである。一方、 x 位置での運動量が釣り合うためには、

$$t^1 + t^2 = 0$$

(1.7-61)

ここで、 t^α は ∂b^α 面に関する Cauchy の表面力ベクトルである。面 c 上では引張り力が発生しないと仮定する。

$$t^\alpha \cdot n^\alpha \leq 0$$

(1.7-62)

n^α は面 ∂b^α の外向き単位法線ベクトルである。これにより物体が固着一体化することを除いている。式 (1.7-58) から式 (1.7-62) は接触問題の概念を一般化するものである。

v^α と t^α の接線方向成分は接面の摩擦特性より決定される。ここでは次の 2 つの単純化したケースを考察する。

ケース I : 一旦接触した点は離反するまで c 面として移動する。

$$v^1 = v^2$$

(1.7-63)

今回の定式化では接面においてノンスリップ(完全摩擦)を仮定する。

ケース II : t^α の接線方向成分をゼロとすることで摩擦なし、またはすべり接触条件となる。

$$t^\alpha - (t^\alpha \cdot n^\alpha) n^\alpha = 0$$

(1.7-64)

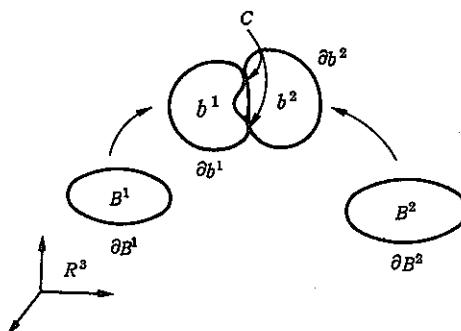


図 1.7-2 接触物体

(1) Hertz タイプの接触問題

接触面を平面で近似して接面近傍の変形が微小ひずみで仮定されるとき Hertz タイプの問題としている。ここでは次の仮定を設ける。

- (i) 接面 c の単位法線ベクトルは $n \equiv n_i$, $e_i \approx e_3$ であり, n_i は R^3 についての基準底 $\{e_i\}_1^3$ の成分を表わしている(図 1.7-3)。
- (ii) 接面上の変形と非変形の面積比は無視できる。そして物体 α の Cauchy の表面力ベクトルと Piola-Kirchhoff の表面力ベクトル (t^α と T^α) は近似的に等しい。例えば $t^\alpha \approx T^\alpha$

(i) と (ii) の仮定は次の意味を持つ。

$$t_3^\alpha \approx t^\alpha \cdot n \approx T^\alpha \cdot n \approx T_3^\alpha$$

$$\{t_1^\alpha, t_2^\alpha, 0\} \approx t^\alpha - (t^\alpha \cdot n) n \approx T^\alpha - (T^\alpha \cdot n) n \approx \{T_1^\alpha, T_2^\alpha, 0\}$$

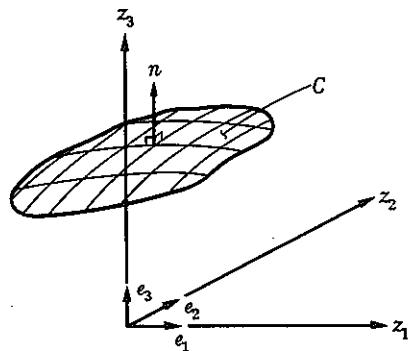


図 1.7-3 接触面の形状

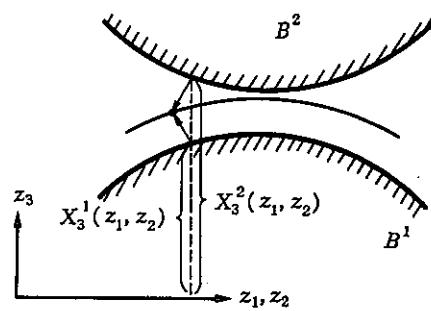


図 1.7-4 接触状態の形状

(iii) 接触する物体点の初期座標値はオーダー的に同じものである(図 1.7-4)。

以上の仮定による本定式化はヘルツタイプの理論より広範囲に適用が可能である。

(2) 接面の空間的離散化

接面のシミュレーションを除けば接触問題の有限要素離散化は通常の方法で得られる。2つの物体が c 面にそって接触しているとき、2つの独立物体の標準的変分式に次の項を付加すればよい。

$$\int_c \tau \cdot (x^1 - x^2) dc \quad (1.7-65)$$

接面 c にそった適合性の強制は独立変数 τ により得られる(x^a は物体 α の変形座標であり、 τ は接面を横断する Cauchy 表面力ベクトルである)。(i)の仮定より c 面を Z_1-Z_2 平面へ投影することで式(1.7-65)が得られる。式(1.7-65)の離散化は節点のパラメータより次のようになる。

$$\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^N \tau_{ij} (x_{ij}^1 - x_{ij}^2) \quad (1.7-66)$$

ここで $i=1, 2, 3$ は空間の方向を表わし、 N は接触節点のペアの数、 τ_{ij} は節点接触力である(図 1.7-5)。

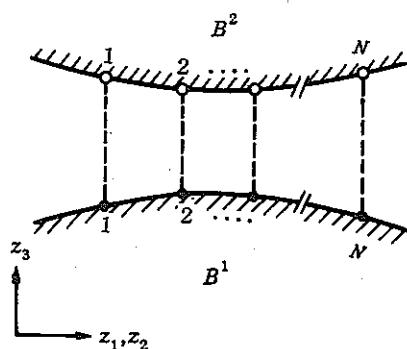


図 1.7-5 接触ペア節点の形状

接面での摩擦なし条件を求めるためには、式(1.7-65)と式(1.7-66)より $i=1, 2$ 項を除く。

$$\int_c \tau (x^1 - x^2) dc \quad (1.7-67)$$

$$\sum_{j=1}^N \tau_j (x_j^1 - x_j^2) \quad (1.7-68)$$

式(1.7-67)と式(1.7-68)では表示を簡便にするために添字3をのぞいている。よって、 τ_3 は法線方向の節点接觸力である。以下の説明では定式化を明確にするために摩擦なしのケースを取り扱う。

全体系にマトリックスをアセンブルするとき τ_i を未知節点変位の中に含める。式(1.7-68)より接觸剛性マトリックスが与えられる。 j 番目の接觸節点について

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_j^1 \\ \tau_j \\ x_j^2 \end{Bmatrix} \quad (1.7-69)$$

j 番目の接觸ペア節点が接觸したとき式(1.7-69)を全体系の剛性マトリックスへ加える。式(1.7-69)の代りに次式とすれば j 番目の接觸節点は連成しないので、 $\tau_j = 0$ の結果となる。

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_j^1 \\ \tau_j \\ x_j^2 \end{Bmatrix} \quad (1.7-70)$$

以上は接觸を説明するために、剛性を変更するための大まかなアイデアをのべたものである。

(3) 接触条件と離反条件

衝撃問題を数値的に解析することは、時刻(t_1, t_2)の間で衝突する物体をモニターすることである。時刻 t_1 での物体の状態が既知であり、時刻 t_1 と t_2 の間で境界の一部が一体化する。問題は時刻 t_2 の接面 c を求めることであり、 c 面の表面力、速度、加速度を計算することである。このためには前進ステップの時間積分が必要となり、時間増分 Δt は特異面の進展理論を含む局所的波動伝播理論より推定できる。同様のことが物体の離反についてもみられる。

次に、線形弾性体について離散化した衝撲と離反の条件を説明する。ここではコンシスティントマスではなく集中マスを用いる。これは定式化を簡便にするのであるが、低次の要素でも精度を損なうものではない。摩擦なしのケースでの接觸節点ペアの運動方程式は次のようになる。

$$M^\alpha \ddot{u}^\alpha + K^\alpha(u^\alpha) - (-1)^\alpha \tau = 0 \quad (1.7-71)$$

ここで、肩添字 α は物体を区別するもので、 M^α は集中マス係数、 $K^\alpha(u^\alpha)$ は弾性力、そして τ は接觸力である。もし未接觸では $\tau=0$ 、他では $\tau>0$ である。

前ステップで未接觸状態が今回のステップで接觸したとき、

$$(i) d \equiv x^1 - x^2 < -TOL \quad \text{or} \quad (ii) d < TOL \text{ and } \tau > 0 \quad (1.7-72)$$

ここで、 TOL は丸め誤差の安全対処のための正の数である（例えば $TOL=10^{-1} \times L$, L は構造の長さ）。接触した結果として変位が適合する。例えば、 $u^2 - u^1 = d_0 \equiv X^1 - X^2$ で、ここで X^1 と X^2 は初期形状で測定した粒子の座標である。速度 \dot{u}^1 と \dot{u}^2 そして加速度 \ddot{u}^1 と \ddot{u}^2 は変位より計算されるが、衝撃条件を課す。接触節点ペアの速度、接触力、加速度の修正値を次のように仮定する。

$$V_+ = \frac{(\rho_0^2 U^2 \dot{u}_{-1}^2 - \rho_0^1 U^1 \dot{u}_{-1}^1)}{(\rho_0^2 U^2 - \rho_0^1 U^1)} \quad \text{or} \quad \frac{M^2 \dot{u}_{-1}^2 + M^1 \dot{u}_{-1}^1}{(M^1 + M^2)} \quad (1.7-73)$$

$$\tau_+ = \tau_{-1} - \frac{M^1 M^2}{M^1 + M^2} (\ddot{u}_-^2 - \ddot{u}_-^1) \quad (1.7-74)$$

$$\ddot{u}_+ = \frac{(M^1 \dot{u}_-^1 + M^2 \dot{u}_-^2)}{(M^1 + M^2)} \quad (1.7-75)$$

ここで、 ρ_0^a は初期形状での物体の密度、 U^a は物体の波動速度（wave velocity），例えば 3 次元体では、膨張速度（dilatational velocity）や梁では棒の波動速度である。添字 (-1) は前ステップでの最終値、添字 $(-)$ は現ステップでのくり返し計算での最終値である。式 (1.7-73) の右辺は衝撃前の値 ($\dot{u}_{-1}^1, \dot{u}_{-1}^2$) に依存している。これは波動伝播理論に適合するもので、数値計算上では重要なことである。例えば、現時間ステップの最終くり返しでの値 (\dot{u}_-^1, \dot{u}_-^2) を用いることは著しく劣った結果となる（急激な解の発散や振動）。一方、 τ_+ と \ddot{u}_+ は最後のくり返し計算 ($\tau_{-1}, \ddot{u}_{-1}^1, \ddot{u}_{-1}^2$) より求める。接触状態は u_-^1 と u_-^2 が適合しているので τ_+ と \ddot{u}_+ について式 (1.7-71) を解く。

$$M^a \ddot{u}_+ + K^a (u_-^a) - (-1)^a \tau_+ = 0 \quad (1.7-76)$$

前回までのくり返し計算の式 (1.7-71) から式 (1.7-76) を引く。

$$M^a \ddot{u}_- + K^a (u_-^a) - (-1)^a \tau_- = 0 \quad (1.7-77)$$

このようにして式 (1.7-74), 式 (1.7-75) を求める。式 (1.7-76) による衝突後の状態について運動方程式は自動的に満足する。

次に離反条件について考察する。これは衝撃条件と同様の概念である。局所的波動伝播解析より前離反での値 τ_{-1} と V_{-1} より離反後の速度 V_+^1 と V_+^2 は次のように仮定する。

$$V_+^a = V_{-1} + (-1)^a \tau_{-1} / \rho_0^a U^a A^a \quad \text{or} \quad V_{-1} + (-1)^a A t \tau_{-1} / 2 M^a \quad (1.7-78)$$

ここで、 A^1 と A^2 は接触する節点の支配面積である。同時に、 τ_+ はゼロとする。 $\tau_+=0$ として運動方程式を満足するように式 (1.7-71) の加速度を調整する。

$$\ddot{u}_+^a = \ddot{u}_-^a - (-1)^a \tau_- / M^a \quad (1.7-79)$$

ここで、 \ddot{u}_+^1 と \ddot{u}_+^2 は離反後での修正した加速度、 \ddot{u}_-^1 と \ddot{u}_-^2 と τ_- は現ステップでの最終くり返し計算の値である。離反が発生するか否かは次のようにして決定する。

$\tau < 0$ (接触力が引張り) のとき離反する。

$\tau > 0$ であるが前ステップ τ_{-1} の 2% 以下であるときを離反とする。

また、メッシュサイズは $(\Delta X_3)^d = \Delta t U^d$ 程度で規則的なものが望ましい。ここで、 $(\Delta X_3)^d$ は物体 α の要素の高さである（図 1.7-6）。

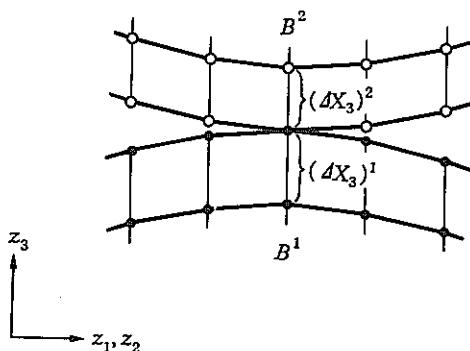


図 1.7-6 接触面の有限要素モデル

(4) 解析アルゴリズム

以上の議論を踏まえて弾性体における接触問題のアルゴリズムを説明する。モデル化として接触ペア節点については図 1.7-7 のような局所座標系を定義して接触方向とすべり方向を明確に定義する必要がある。これらの節点に関連した剛性マトリックス、質量マトリックス、荷重ベクトル等は局所系へ座標変換する必要がある。また、接触問題は非線形性の高い現象であるので、運動平衡方程式は増分形で解く必要がある。全体形で解く場合には接触する両物体間での力の分配に不都合が生ずることが予測できるからである。

Newmark の β 法（平均加速）による時刻 $t + \Delta t$ の増分形での運動平衡方程式は次のようになる。

$$[\mathbf{K}_D] \Delta \{\hat{\mathbf{u}}\} = \Delta \{\hat{\mathbf{F}}\} + \{\hat{\mathbf{R}}\} + [\mathbf{M}] \left(\frac{1}{4\Delta t} (\hat{\mathbf{u}})_t + \frac{1}{2} (\hat{\mathbf{u}}')_t \right) + [\mathbf{C}]_2 (\hat{\mathbf{u}})_t \quad (1.7-80)$$

$$[\mathbf{K}_D] = -\frac{1}{4\Delta t^2} [\mathbf{M}] + \frac{1}{2\Delta t} [\mathbf{C}] + [\mathbf{K}] \quad (1.7-81)$$

$$\{\hat{\mathbf{R}}\} = \{\hat{\mathbf{F}}\}_t - [\mathbf{M}] (\hat{\mathbf{u}})_t - [\mathbf{C}] (\hat{\mathbf{u}}')_t - \int_V [\mathbf{B}]^T \{\sigma\}_t dv \quad (1.7-82)$$

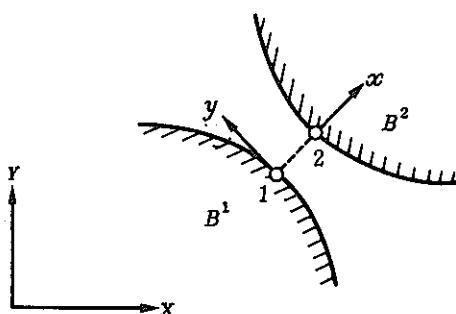


図 1.7-7 接触ペア節点での局所座標系

よって、時刻 $t+Δt$ の変位は次のように計算される。

$$\{\hat{u}\}_{t+Δt} = \{\hat{u}\}_t + Δ\{\hat{u}\} \quad (1.7-83)$$

局所系での j 番目の接触ペア節点の変位は $(\hat{u}_{j1}^1)_{t+Δt}$, $(\hat{u}_{j1}^2)_{t+Δt}$ であるので、このペアが接触したときのオーバラップ量 $δ$ は

$$δ = (\hat{u}_{j1}^1)_{t+Δt} - (\hat{u}_{j1}^2)_{t+Δt} - GAP \quad (1.7-84)$$

ここで、GAP はペア節点間のギャップ量である。このオーバラップ量を解消するように変位を修正する（すべり方向も同様）。

$$δ u_{j1}^1 = -δ \frac{|(\hat{u}_{j1}^1)_{t+Δt}|}{|(\hat{u}_{j1}^1)_{t+Δt}| + |(\hat{u}_{j1}^2)_{t+Δt}|} \quad (1.7-85)$$

$$δ u_{j1}^2 = +δ \frac{|(\hat{u}_{j1}^2)_{t+Δt}|}{|(\hat{u}_{j1}^1)_{t+Δt}| + |(\hat{u}_{j1}^2)_{t+Δt}|} \quad (1.7-86)$$

例えば、式 (1.7-85) と式 (1.7-86) の修正量をペア節点の変位に付加して変位を修正する。この変位により速度、加速度を計算する。また、この修正した変位をベースにして応力を求め、応力と等価な節点力を計算して残差修正荷重に用いる。等価節点力を求ることで接触力ペア節点間で作用する力が得られるので、すべり評価と離反判定のために使用する。

表 1.7-1 接触-衝撃アルゴリズム

1. 各要素の剛性マトリックス、質量マトリックス、減衰マトリックスを計算し、接触ペア節点の局所系について座標変換を行う。
2. 時間増分 $Δt$ を決めて実効剛性を組み立て分解する。
3. 実効荷重を計算し、前進消去・後退代入より変位増分を求める。
4. 変位を計算し接面の状態をチェックする。接触状態のペアはオーバラップ量により変位を修正する。
5. 変位と等価な節点力を求めすべり状態をチェックする。すべり状態にある接触ペア節点では接線方向の等価力を摩擦力と置換する。
6. 修正した変位より速度、加速度を求める（衝撃による修正を考慮してもよい）。
7. $Δt$ が一定の時間ステップについて 3~6 をくり返す。
8. $Δt$ の変化に対応して 2~7 をくり返す。

1.8 热伝導解析

本節では、FINAS システムの热伝導解析の有限要素法による定式について説明する。

1.8.1 連続体の热伝導方程式

内部発熱がある場合の热伝導問題の基礎方程式は次のように与えられる。

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left(k_{ij} \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) + Q - c \rho \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad (1.8-1)$$

x_i は空間座標、 T は温度、 K_{ij} は热伝導係数、 Q は内部発熱量、 t は時間、 c は比熱、 ρ は密度である。

境界条件としては、次のものが一般的に考えられる。

a) 境界 S_1 で温度が規定される場合

$$T = T_P \quad (1.8-2)$$

b) 境界 S_2 で熱が入力される場合

$$-k_{ij} \frac{\partial T}{\partial x_i} n_i = q \quad (1.8-3)$$

n_i は境界 S_2 上における外向き法線ベクトルの成分であり、 q は境界 S_2 において単位面積あたりに入熱される熱量である。

c) 境界面 S_3 で热伝達がある場合

$$-k_{ij} \frac{\partial T}{\partial x_i} n_i = h (T - T_0) \quad (1.8-4)$$

h は热伝達係数であり、 T_0 は外部雰囲気温度である。境界面 S_3 が热伝達リンク状態である場合、 T と T_0 は热伝達リンク両端での温度となる。

d) 境界 S_4 で放射をうける場合

$$-k_{ij} \frac{\partial T}{\partial x_i} n_i = \sigma \epsilon F (T^4 - T_\infty^4) \quad (1.8-5)$$

σ は Stefan-Boltzmann 定数、 ϵ は放射係数、 F は表面の形状係数、 T_∞ は放射源の温度である。

時刻 t において、式 (1.8-1) と等価で、式 (1.8-3) と式 (1.8-4) を自然境界条件とする汎関数 χ は次式で与えられる。

$$\chi = \int_V \left\{ \frac{1}{2} \frac{\partial T}{\partial x_i} K_{ij} \frac{\partial T}{\partial x_j} + c \rho (T - Q_T) \right\} dV$$

$$+ \int_{S_2} q T dS + \int_{S_3} \frac{1}{2} h (T - T_0)^2 dS \quad (1.8-6)$$

1.8.2 有限要素法による定式

有限要素法による定式化において、解析すべき領域を M 個の有限要素で離散化する。そして全体での汎関数 χ を次のように表わす。

$$\chi = \sum_{m=1}^M \chi_m \quad (1.8-7)$$

χ_m は式 (1.8-6) の積分の定義域を m 番目の要素に適用したものである。

次に汎関数 χ_m を要素の節点温度を用いて表示する。要素 m の内部における温度 T_m とその時間微分 \dot{T}_m は節点での温度とその時間微分値により次のように補間される。

$$T_m = [\phi]_m \{\hat{T}\}_m, \quad \dot{T}_m = [\phi]_m \{\hat{\dot{T}}\}_m \quad (1.8-8)$$

$[\phi]_m$ は要素 m の補間関数である。 $\{\hat{T}\}_m$ は要素の節点温度であり、 $\{\hat{\dot{T}}\}$ はその時間微分値である。式 (1.8-6) の汎関数を要素 m について求めると次のようになる。

$$\begin{aligned} \chi_m &= \frac{1}{2} \{\hat{T}\}_m^T ((K_1)_m + (K_2)_m) \{\hat{T}\}_m + \{\hat{T}\}_m^T (C)_m \{\hat{T}\}_m \\ &\quad - \{\hat{T}\}_m ((\hat{Q}_1)_m + (\hat{Q}_2)_m + (\hat{Q}_3)_m) \end{aligned} \quad (1.8-9)$$

$$(K_1)_m = \int_{V_m} \frac{\partial \{\phi\}_m}{\partial x_i} k_{ij} \frac{\partial [\phi]_m}{\partial x_j} dv \quad (1.8-10)$$

$$(K_2)_m = \int_{S_3^n} h \{\phi\}_m [\phi]_m dS \quad (1.8-11)$$

$$(C)_m = \int_{V_m} c \rho \{\phi\}_m [\phi]_m dv \quad (1.8-12)$$

$$(\hat{Q}_1)_m = \int_{V_m} Q \{\phi\}_m dv \quad (1.8-13)$$

$$(\hat{Q}_2)_m = - \int_{S_2^n} q \{\phi\}_m dS \quad (1.8-14)$$

$$(\hat{Q}_3)_m = \int_{S_3^m} h T_0 \{\phi\}_m ds \quad (1.8-15)$$

$(K_1)_m, (K_2)_m, (C)_m$ は要素の熱伝導マトリックス、熱伝達マトリックス、熱容量マトリックスである。また $\{Q_1\}_m, \{Q_2\}_m, \{Q_3\}_m$ は発熱量、入熱、雰囲気温度による熱伝達と等価な節点熱流ベクトルである。要素間が熱伝達リンク状態である場合には式(1.8-11)が修正され、式(1.8-15)の雰囲気温度による熱流ベクトルは零である。熱伝達リンク要素の補間関数を $\lfloor \bar{\phi} \rfloor_m$ 、熱伝達境界面を S_3^m と仮定すれば、熱伝達リンクマトリックスは次のように定義される。

$$(K_2)_m = \int_{S_3^m} h \{\bar{\phi}\}_m \lfloor \bar{\phi} \rfloor_m ds \quad (1.8-16)$$

1.8.3 全体有限要素の支配方程式

要素単位での汎関数 χ_m が得られたので、次に全体領域での汎関数 χ を求め、これを最小とするための支配方程式を導く。

$$\begin{aligned} \chi = \sum_{m=1}^M \chi_m &= \frac{1}{2} \{\hat{T}\}^T ((K_1) + (K_2)) \{\hat{T}\} + (\hat{T})^T (C) (\hat{T}) \\ &\quad - (\hat{T})^T (\{Q_1\} + \{Q_2\} + \{Q_3\}) \end{aligned} \quad (1.8-17)$$

$(\hat{T}), (\hat{Q}_1), (\hat{Q}_2), (\hat{Q}_3)$ は $\{\hat{T}\}_m, \{\hat{Q}_1\}_m, \{\hat{Q}_2\}_m, \{\hat{Q}_3\}_m$ をすべての要素について集めたものである。

$(K_1), (K_2), (C)$ は各要素の $(K_1)_m, (K_2)_m, (C)_m$ を対角に配したマトリックスである。

要素節点での温度 $\{\hat{T}\}$ およびその時間微分 $(\dot{\hat{T}})$ は、全領域の離散化モデルを構成する節点での温度 $\{T\}$ および (\dot{T}) と次のように関係づけられる。

$$(\hat{T}) = (A) \{T\}, \quad (\dot{\hat{T}}) = (A) \{\dot{T}\} \quad (1.8-18)$$

(A) マトリックスは要素の結合状態を表わすブーリアンマトリックス(boolean matrix)である。式(1.8-18)を式(1.8-17)へ代入する。

$$\chi = \frac{1}{2} \{T\}^T (K) \{T\} + \{T\}^T (C) \{\dot{T}\} - \{T\}^T (Q) \quad (1.8-19)$$

$$(K) = (A)^T ((K_1) + (K_2)) (A) \quad (1.8-20)$$

$$(C) = (A)^T (C) (A) \quad (1.8-21)$$

$$(Q) = (A)^T (\{Q_1\} + \{Q_2\} + \{Q_3\}) \quad (1.8-22)$$

$(K), (C), (Q)$ は全体領域の熱伝導マトリックス、熱容量マトリックス、等価熱流ベクトルである。

汎関数 χ の停留値は、最小値を与えるものである。 χ の最小値を決定する問題から適当な境界条件を伴った微分

方程式が得られ、これが支配方程式となる。 χ が極値をとるための必要条件は次式で表わされる。

$$\frac{\partial \chi}{\partial \{T\}} = \{0\} \quad (1.8-23)$$

したがって式(1.8-19), 式(1.8-23)より、次の支配方程式が得られる。

$$\{K\}\{T\} + \{C\}\{\dot{T}\} = \{Q\} \quad (1.8-24)$$

定常熱伝導解析の場合には式(1.8-24)の左辺第2項を零とおくことにより次の支配方程式が得られる。

$$\{K\}\{T\} = \{Q\} \quad (1.8-25)$$

境界条件として放射を考慮する場合では、支配方程式が非線形となり、式(1.8-24)と式(1.8-25)の右辺が修正され、反復計算が必要となる。

1.8.4 非定常支配方程式の解法

非定常熱伝導解析の支配方程式である1階のマトリックス常微分方程式を差分法で解く方法について説明する。

時間 t における節点温度 $\{T\}_t$ を次のように2次式で仮定する。

$$\{T\}_t = \{\alpha_0\} + \{\alpha_1\}t + \{\alpha_2\}t^2 \quad (1.8-26)$$

時間 t と $t+\Delta t$ における節点温度とその時間微分 $\{\dot{T}\}_t$, $\{T\}_t$, $\{T\}_{t+\Delta t}$ を用いて、式(1.8-26)を $\{\dot{T}\}_{t+\Delta t}$ について表わすと次のようになる。

$$\{T\}_{t+\Delta t} = \{T\}_t + \{\dot{T}\}_t \Delta t + \frac{1}{2} (\{\dot{T}\}_{t+\Delta t} - \{\dot{T}\}_t) \Delta t^2 \quad (1.8-27)$$

これを一般化して次のように表わすこともできる。

$$\{T\}_{t+\Delta t} = \{T\}_t + \{\dot{T}\}_t \Delta t + \beta (\{\dot{T}\}_{t+\Delta t} - \{\dot{T}\}_t) \Delta t \quad (1.8-28)$$

ここで $\beta = \frac{1}{2}$ は式(1.8-27)と同じ中央差分であり、 $\beta=0$ は前進差分、 $\beta=1$ は後退差分である。式(1.8-28)を $\{\dot{T}\}_{t+\Delta t}$ について展開すると次のように表わされる。

$$\beta(\dot{T})_{t+\Delta t} = \frac{1}{\Delta t} \{T\}_{t+\Delta t} - \frac{1}{\Delta t} \{T\}_t - (1-\beta)(\dot{T})_t \quad (1.8-29)$$

式(1.8-24)のような1階の常微分連立方程式の解法としては、Crank-Nicolson法がよく用いられる。

Crank-Nicolson法では時間 $t+\Delta t$ で式(1.8-24)を導くことが基本となる。ここでは時間 $t+\beta\Delta t$ で方程式を導く一般化Crank-Nicolson法について説明する。時間 $t+\beta\Delta t$ で式(1.8-24)を導くと次のようになる。

$$\begin{aligned} & \{K\}(\beta(T)_{t+\Delta t} + (1-\beta)(T)_t) + \{C\}(\beta(\dot{T})_{t+\Delta t} + (1-\beta)(\dot{T})_t) \\ &= \beta(Q)_{t+\Delta t} + (1-\beta)(Q)_t \end{aligned} \quad (1.8-30)$$

式(1.8-30)に式(1.8-29)を代入すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} & \left(\beta(\mathbf{K}) + \frac{1}{\Delta t} (\mathbf{C}) \right) \{\mathbf{T}\}_{t+\Delta t} \\ &= \left(-(1-\beta)(\mathbf{K}) + \frac{1}{\Delta t} (\mathbf{C}) \right) \{\mathbf{T}\}_t + \beta \{\mathbf{Q}\}_{t+\Delta t} + (1-\beta) \{\mathbf{Q}\}_t \end{aligned} \quad (1.8-31)$$

ここで (\mathbf{K}) , (\mathbf{C}) , $\{\mathbf{Q}\}_{t+\Delta t}$ は時間 $t+\beta\Delta t$ での材料特性(熱伝導率, 比熱, 密度, 热伝達係数)で計算されるものであるので, 材料特性が温度依存で与えられる場合は, 非線形問題となり反復計算が必要となる。

非線形問題の反復計算の代りに FINAS では予測子-修正子法(Predictor-corrector method)を用いている。この方法では, はじめに時間 t での温度 $\{\mathbf{T}\}_t$ により (\mathbf{K}) , (\mathbf{C}) , $\{\mathbf{Q}\}_{t+\Delta t}$ を求める。

$$\begin{aligned} & \left(\beta(\mathbf{K})_t + \frac{1}{\Delta t} (\mathbf{C})_t \right) \{\mathbf{T}\}_{t+\Delta t} \\ &= \left(-(1-\beta)(\mathbf{K})_t + \frac{1}{\Delta t} (\mathbf{C})_t \right) \{\mathbf{T}\}_t + \beta \{\mathbf{Q}\}_{t+\Delta t} + (1-\beta) \{\mathbf{Q}\}_t \end{aligned} \quad (1.8-32)$$

上式を $\{\mathbf{T}\}_{t+\Delta t}$ について解き, 次式(1.8-33)で示す温度 $(\tilde{\mathbf{T}})$ で (\mathbf{K}) , (\mathbf{C}) , $\{\mathbf{Q}\}$ を計算する。

$$(\tilde{\mathbf{T}}) = \beta(\mathbf{T})_{t+\Delta t} + (1-\beta)\{\mathbf{T}\}_t \quad (1.8-33)$$

再度, 式(1.8-32)を解くことにより時間 $t+\Delta t$ の温度 $\{\mathbf{T}\}_{t+\Delta t}$ を求めることになる。

次に増分形での支配方程式を求める。式(1.8-31)における $\{\mathbf{T}\}_{t+\Delta t}$, $\{\mathbf{Q}\}_{t+\Delta t}$ は次のように表わされる。

$$\{\mathbf{T}\}_{t+\Delta t} = \{\mathbf{T}\}_t + A\{\mathbf{T}\} \quad (1.8-34)$$

$$\{\mathbf{Q}\}_{t+\Delta t} = \{\mathbf{Q}\}_t + A\{\mathbf{Q}\} \quad (1.8-35)$$

式(1.8-31)に式(1.8-34), (1.8-35)を代入し, $A\{\mathbf{T}\}$ について整理する。

$$\left(\beta(\mathbf{K}) + \frac{1}{\Delta t} (\mathbf{C}) \right) A\{\mathbf{T}\} = -(\mathbf{K})\{\mathbf{T}\}_t + \{\mathbf{Q}\}_t + \beta A\{\mathbf{Q}\} \quad (1.8-36)$$

FINAS では式(1.8-36)を用いて増分形式で定式化し, 通常は $\beta=\frac{1}{2}$ を用いた中央差分スキームで解析を行なう。

$$\left(\frac{1}{2}(\mathbf{K}) + \frac{1}{\Delta t} (\mathbf{C}) \right) A\{\mathbf{T}\} = -(\mathbf{K})\{\mathbf{T}\}_t + \{\mathbf{Q}\}_t + \frac{1}{2} A\{\mathbf{Q}\} \quad (1.8-37)$$

また, 非定常解析と定常解析を組み合せて用いる問題では, 式(1.8-37)と次式の定常解析の方程式を用いて解析を行なう。

$$(\mathbf{K}) A\{\mathbf{T}\} = -(\mathbf{K})\{\mathbf{T}\}_t + \{\mathbf{Q}\}_t + A\{\mathbf{Q}\} \quad (1.8-38)$$

定常解析において材料特性が温度依存で与えられる場合は, 非定常解析と同じように予測子-修正子法を用いて解

析される。

1.8.5 热伝導解析のアルゴリズム

(1) 解析全体の流れ

図 1.8-1 には FINAS の定常および非定常の热伝導解析アルゴリズムを流れ図で示した。

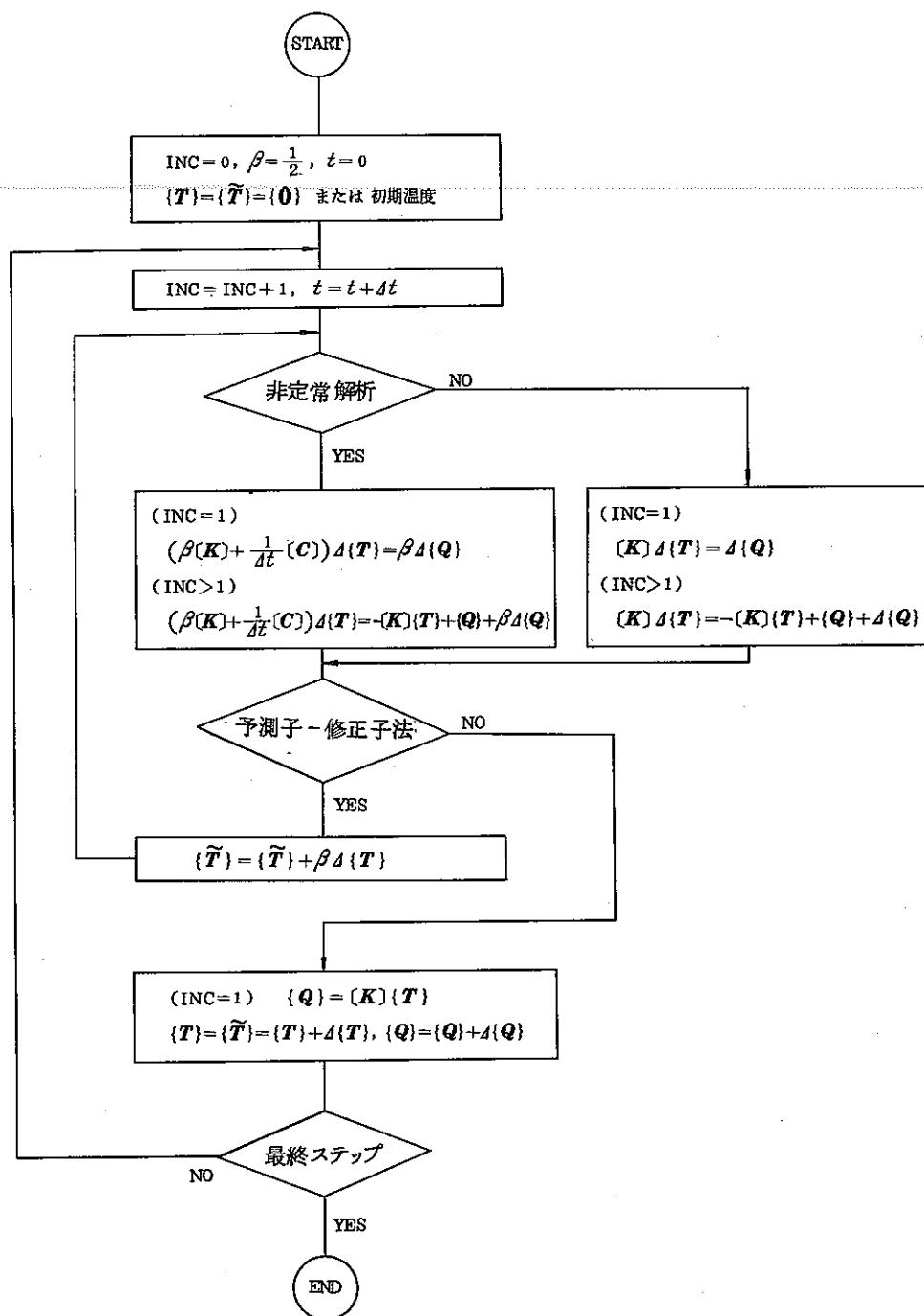


図 1.8-1 热伝導解析のアルゴリズム

(2) 時間増分自動決定のアルゴリズム

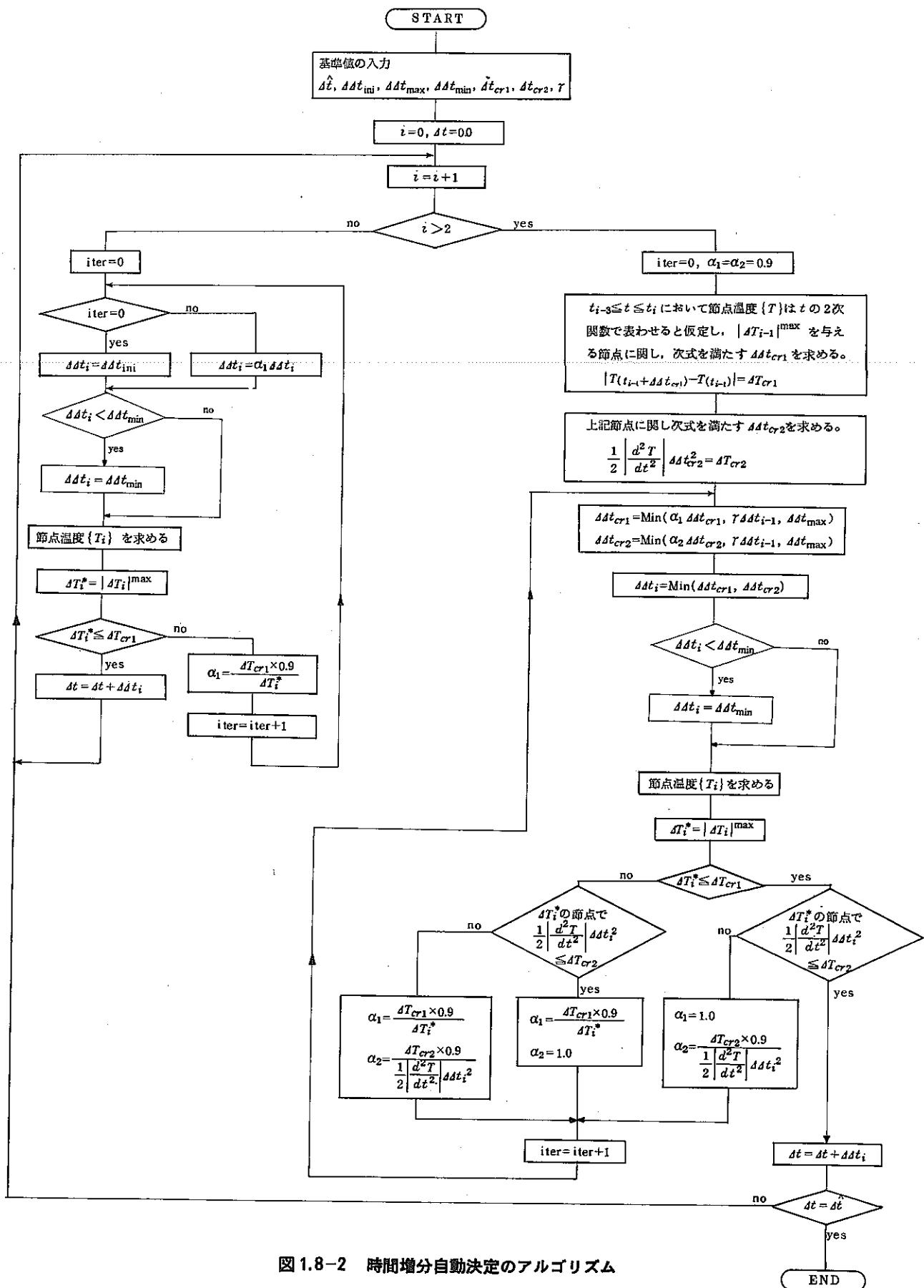


図 1.8-2 時間増分自動決定のアルゴリズム

[参考文献]

- 1) K. J. Bathe, M. R. Khoshgoftaar, " Finite element formulation and solution of nonlinear heat transfer ", Nuclear Engineering and Design 51 (1979) 389-401.
- 2) R. W. Lewis, K. Morgan, O. C. Zienkiewicz, " Numerical Methods in HEAT TRANSFER ", JOHN WILEY & SONS, 1982.
- 3) S. Orivuori, " Efficient method for solution of nonlinear heat conduction ", Int. J. Num. Meth. Engin., Vol.14, 1461-1476 (1979).
- 4) W. D. Rolph, K. J. Bathe, " An efficient algorithm for analysis of nonlinear heat transfer with phase change ", Int. J. Num. Meth. Engin., Vol.18, 119-134 (1983).
- 5) E. L. Wilson, K. J. Bathe, F. E. Peterson, " Finite element analysis of linear and nonlinear heat transfer ", Nuclear Engineering and Design 29 (1974), 110-124.
- 6) W. L. Wood, R. W. Lewis, " A comparision of time marching schemes for the transient heat conduction equation ", Int. J. Num. Meth. Engin., Vol.9, 679-689 (1975).

1.9 荷重増分自動決定機能

FINAS では接線剛性を用いた増分形式で解析が行なわれており、材料非線形あるいは幾何学的非線形解析においては、あらかじめ利用者が妥当と思われる 1 ステップあたりの荷重あるいは変位の増分量を定義しなければならない。利用者の与えた増分量に従って解析を行ない、材料非線形問題では接線剛性近似による誤差を次のステップにおいて残差修正ベクトルとして補正を行なう。幾何学的非線形問題では利用者の与えた増分ステップ内で釣合いのための収束計算を修正 Newton-Raphson 法により行なっているが、いずれの場合にも各ステップの増分量は利用者の定義した増分量に規定されている。したがって、非線形問題では、あらかじめ適切な増分量を選択するために、解析しようとする問題に対する十分な知識と洞察が必要となる。

ここでは、幾何学的非線形を考慮した熱弾塑性領域において、荷重あるいは変位の増分量を決定する弧長増分法を用いたアルゴリズムを説明する。

1.9.1 記号の整理

非線形問題においてステップ i における増分形の平衡方程式を次のように表わす。

$$[k]^i \Delta \{u\}^i = \Delta \{P\}^i + \{R\}^i \quad (1.9-1)$$

ここで、 $[k]$ は剛性マトリックス、 $\Delta \{u\}$ 、 $\Delta \{P\}$ は変位および荷重増分ベクトル、 $\{R\}$ はその増分前の状態における残差荷重ベクトルである。なお、上添字 i はステップ i における値であることを示す。与えられた荷重を $\{P\}$ として、各ステップにおける累積荷重ベクトル $\{P\}^i$ が $\{P\}$ に対する比 λ^i により定義できるものとする。

$$\{P\}^i = \lambda^i \{P\} \quad (1.9-2)$$

ステップ i から $i+1$ への増分内において、ステップの初期状態 $j=0$ から収束過程 j までの間の累積増分荷重を添字 j を用いて $\Delta \{P\}_j$ 、収束過程 $j-1$ から j までの荷重増分を $\delta \{P\}_j$ で表わす。したがって収束過程 j における累積荷重 $\{P\}_j$ は次のように表わすことができる。

$$\{P\}_j = \{P\}_0 + \Delta \{P\}_j = \{P\}_0 + \Delta \{P\}_{j-1} + \delta \{P\}_j \quad (1.9-3)$$

同様に比例係数 λ_j 、変位 $\{u\}_j$ を次のように表わす。

$$\lambda_j = \lambda_0 + \Delta \lambda_j = \lambda_0 + \Delta \lambda_{j-1} + \delta \lambda_j \quad (1.9-4)$$

$$\{u\}_j = \{u\}_0 + \Delta \{u\}_j = \{u\}_0 + \Delta \{u\}_{j-1} + \delta \{u\}_j \quad (1.9-5)$$

1.9.2 弧張増分法

係数 α, β によりスケーリングされた変位荷重空間 ($\alpha u, \beta P$)において変位荷重曲線に沿う長さの増分 ΔS を次式で定義する。

$$A\alpha^2 \Delta(u)^t \Delta(u) + B\beta^2 \Delta(P)^t \Delta(P) = \Delta S^2 \quad (1.9-6)$$

上式において α, β は適切に選択された既知のスカラー量であり、 A, B は 0 あるいは 1 の値をもつ定数である。 $A=1$ および $B=1$ の場合には弧長増分法、 $A=1$ および $B=0$ の場合には変位コントロール法、 $A=0$ および $B=1$ の場合には荷重コントロール法を式 (1.9-6) は表わす。式 (1.9-2) を増分形にして式 (1.9-6) に代入すると、ステップ i における弧の長さの増分 ΔS^i が求まる。

$$A\alpha^2 (\Delta(u)^i)^t \Delta(u)^i + B\beta^2 (\Delta\lambda^i)^2 \Delta(P)^t \Delta(P) = (\Delta S^i)^2 \quad (1.9-7)$$

弧長増分法は上式を用いて長さの増分 ΔS^i を適切な値になるように、 $\Delta\lambda^i$ を制御することにより荷重増分を制御する方法である。解くべき平衡方程式は次のようになる。

$$[k]^i \Delta(u)^i = \Delta\lambda^i \{P\} + \{R\}^i \quad (1.9-8)$$

式 (1.9-8) の変位ベクトル $\Delta(u)^i$ を次式で表わす。

$$\Delta(u)^i = \Delta\lambda^i \{u^I\}^i + \Delta(u^{\text{II}})^i \quad (1.9-9)$$

ここで Wessels によって提案された 2 段階法を適用すると、 $\{u^I\}^i$ 、 $\Delta(u^{\text{II}})^i$ は次式の関係が成り立つ。

$$[k]^i \{u^I\}^i = \{P\} \quad (1.9-10)$$

$$[k]^i \Delta(u^{\text{II}})^i = \{R\}^i \quad (1.9-11)$$

式 (1.9-10)、式 (1.9-11) は係数マトリックスが同じであるため、同時に連立方程式を解くことができる。弧の長さの制御を荷重 $\{P\}$ に対して行なうとすれば、式 (1.9-9)において $\Delta(u^{\text{II}})^i$ を無視して式 (1.9-7) に代入すると、 $\Delta\lambda^i$ は次のようになる。

$$\Delta\lambda^i = \pm \frac{\Delta S^i}{\sqrt{A\alpha^2 (\{u^I\}^i)^t \{u^I\}^i + B\beta^2 \{P\}^t \{P\}}} \quad (1.9-12)$$

ここで、上式の符号は変位荷重空間 ($\alpha u, \beta P$) における変位荷重曲線の接線に沿ってどの方向に応答するかに応じて選択する。

収束計算を行なう場合には、1回目の収束計算では式 (1.9-12) により荷重係数増分 $\delta\lambda_1$ を拘束し、2回目以降の計算では適切な拘束条件を与えて $\delta\lambda_j$ を求める。この拘束条件の1つには各収束サイクルにおいて常に弧の長さを ΔS^i に規定する方法があり、球拘束 (spherical constraint) と呼ばれている。また1回目の収束計算で求められた変位荷重空間 ($\alpha u, \beta P$) における増分ベクトル ($\delta u_1, \beta\delta\lambda_1 P$) に直交する平面内に各収束サイクルの増分ベクトルが存在するように拘束する方法があり、法平面拘束 (normal plan constraint) と呼ばれる。FINAS では後者の方法を採用し、以下にこの場合の定式を示す。

1回目の増分ベクトルに直交するという条件は次式で表わされる ($j = 2, 3, \dots$)。

$$A\alpha^2(\delta\{u\}_1)^t \delta\{u\}_j + B\beta^2 \delta\lambda_1 \delta\lambda_j \{P\}^t \{P\} = 0 \quad (1.9-13)$$

収束サイクル j における式 (1.9-9) の関係を上式 (1.9-13) に代入する。

$$A\alpha^2(\delta\{u\}_1)^t \delta\lambda_j \{u^I\}_j + A\alpha^2(\delta\{u\}_1)^t \delta\{u^{\text{II}}\}_j + B\beta^2 \delta\lambda_1 \delta\lambda_j \{P\}^t \{P\} = 0 \quad (1.9-14)$$

式 (1.9-14) を $\delta\lambda_j$ について解くと次のようになる。

$$\delta\lambda_j = -\frac{A\alpha^2(\delta\{u\}_1)^t \delta\{u^{\text{II}}\}_j}{A\alpha^2(\delta\{u\}_1)^t \{u^I\}_j + B\beta^2 \delta\lambda_1 \{P\}^t \{P\}} \quad (1.9-15)$$

修正 Newton-Raphson 法を用いるならば、式 (1.9-10)、式 (1.9-11) の剛性マトリックスは最初の収束計算で 1 回だけ計算すればよく、したがってその場合、 $\{u^I\}_j$ は収束過程で不变である。これを $\{u^I\}^i$ とすると、上式は以下のようになる。

$$\delta\lambda_j = -\frac{A\alpha^2(\delta\{u\}_1)^t \delta\{u^{\text{II}}\}_j}{A\alpha^2(\delta\{u\}_1)^t \{u^I\}^i + B\beta^2 \delta\lambda_1 \{P\}^t \{P\}} \quad (1.9-16)$$

残差荷重が収束計算の開始時でないとすると次のようになる。

$$\frac{\delta\lambda_j}{\delta\lambda_1} = -\frac{A\alpha^2(\delta\{u\}_1)^t \delta\{u^{\text{II}}\}_j}{A\alpha^2(\delta\{u\}_1)^t \delta\{u\}_1 + B\beta^2 (\delta\lambda_1)^2 \{P\}^t \{P\}} \quad (1.9-17)$$

式 (1.9-12) に示される長さの拘束量 ΔS^i に対応する荷重係数増分 $\Delta\lambda^i$ は荷重変位挙動に応じて、正、負の値をとり得る。幾何学的非線形解析において極限点を超えると $\Delta\lambda^i$ の符号は反転するが、この符号の選択には、剛性マトリックスの行列式の符号により行なうことができる。行列式の値の符号は剛性マトリックスを LDU 分解している場合には対角マトリックス D の行列式の値の符号に等しくなる。

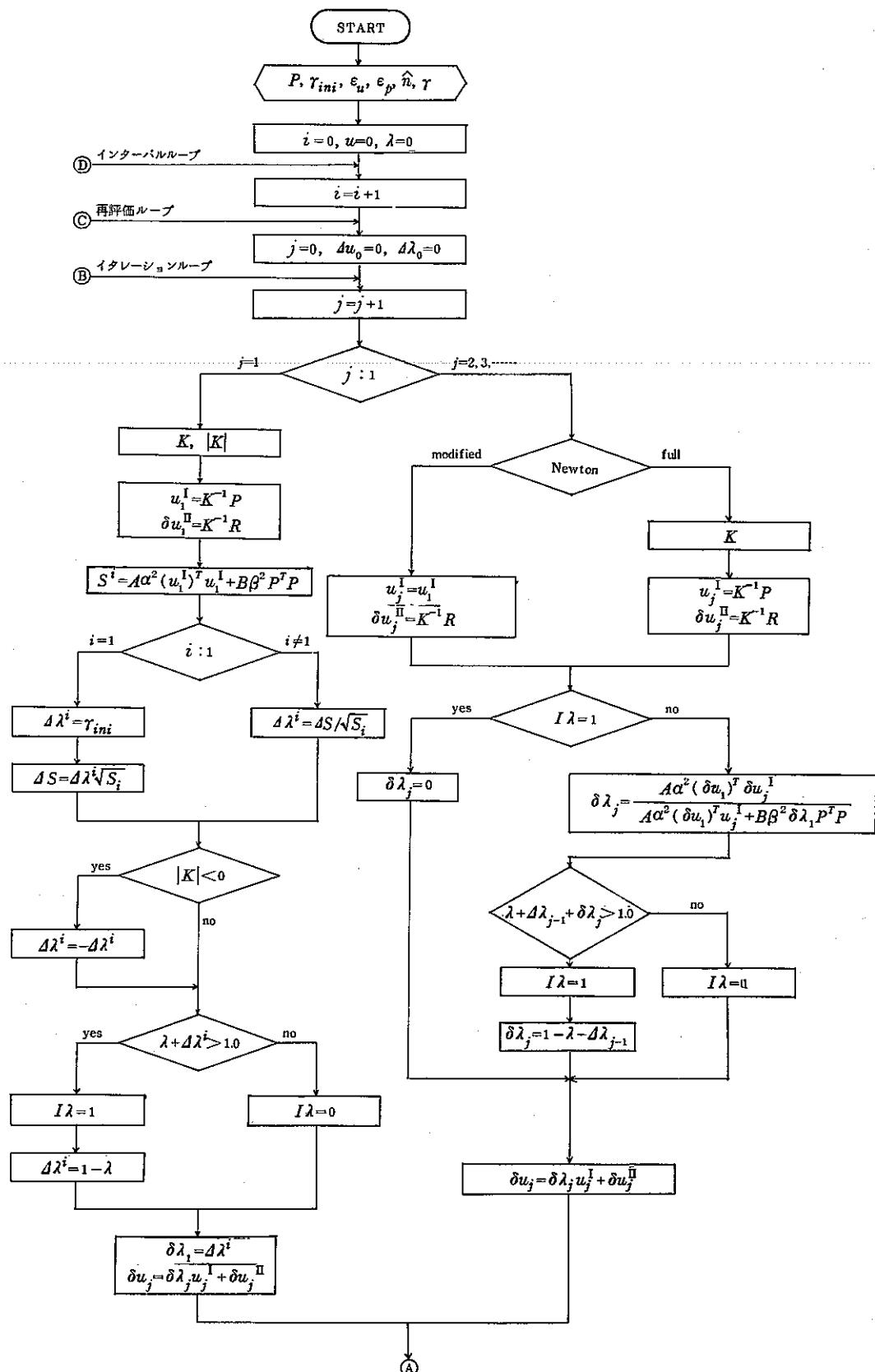
弧長増分法は増分ステップ内の増分ベクトルの長さをあらかじめきめられた値に規定することによって解析経路の制御を行なうものであるが、この増分ベクトルの長さを構造物の挙動に対応して適切に選択することにより、増分量を自動的に決定することができる。

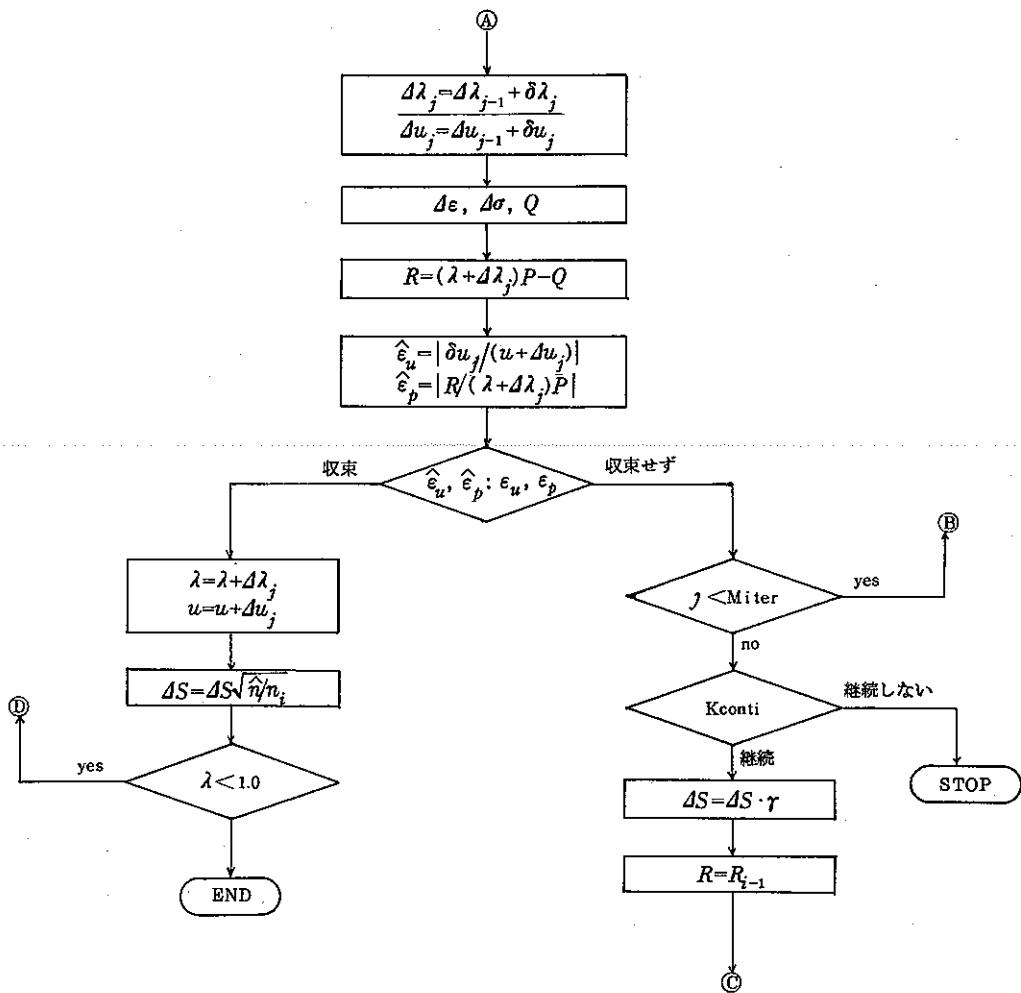
FINAS では文献 [1] に述べられている方法を採用し、各増分ステップ内の増分ベクトル ΔS^i を次式により決定している。

$$\Delta S^i = \Delta S^{i-1} \sqrt{\frac{\hat{n}}{n^{i-1}}} \quad (1.9-18)$$

ここで、 ΔS^{i-1} 、 n^{i-1} は直前の増分ステップにおける増分ベクトルの長さおよび実際の収束回数、 \hat{n} は収束回数の期待値を表す。ただし、この方法では最初の増分ステップにおける弧長の規定値を与える必要がある。一般的には増分量の制御は実際の変位荷重空間をスケーリングした空間において行なわれるため、利用者が規定値を定めることは容易ではない。このため FINAS では弧の長さを与えることをさけ、荷重増分自動決定機能で細分割する総増分量に対する比を与えることにより、最初の分割ステップの増分量を規定している。

1.9.3 弧長増分法を用いた荷重増分決定アルゴリズム





〔参考文献〕

- 1) E. Ramm, "The Riks/Wempner approach — An extension of the displacement control method in nonlinear analysis", Recent advances in nonlinear computational mechanics, Pineridge press, 1982.
- 2) W. E. Haisler and J. A. Stricklin, "Displacement incrementation in nonlinear structural analysis by the self-correcting method", Int. J. num. meth. engng, 11, 1977.
- 3) J. L. Batoz, "Incremental displacement algorithms for nonlinear problems", Int. J. num. meth. engng, 14, 1979.
- 4) K. L. Bathe and E. N. Dvorkin, "On the automatic solution of nonlinear finite element equations", Comput. structures, 17, 1983.
- 5) P. C. Bergan, "Solution algorithms for nonlinear structural problems", Comput. structures, 12, 1980.
- 6) P. C. Bergan, "Automated incremental-iterative solution method in structural mechanics", Recent advances in nonlinear computational mechanics, Pineridge press, 1982.
- 7) D. K. Sinha and T. R. Hsu, "On the optimum load step size selection scheme for nonlinear finite element stress analysis", Comput. structures, 17, 1983.
- 8) G. R. Thomas, "A variable step increment procedure", Int. J. num. meth. engng, 7, 1973.
- 9) M. A. Crisfield, "An arc-length method including line searches and accelerations", Int. J. num. meth. engng, 19, 1983.
- 10) M. A. Crisfield, "Solution procedures for nonlinear structural problems", Recent advances in nonlinear computational mechanics, Pineridge press, 1982.
- 11) M. A. Crisfield, "A faster modified Newton-Raphson iteration", Comput. meths. appl. meth. engng, 20, 1979.
- 12) L. Zhang, "A modified secant newton method for nonlinear problems", Comput. structures, 15, 1982.

2. 数値解法

2.1 はじめに

原子力構造物の各種コンポーネントに対して有限要素法による種々の非線形構造解析を安定かつ効率的に行なう要求が増大しているが、非線形解析では増分法解析が必要であるために、計算コストが線形解析に比べて多大に必要となる。有限要素法解析に特有なスペースマトリックスに関する数値計算技術 — 例えばスカイライン法、ウェーブフロント法等 — が提案されている。汎用非線形構造解析プログラムの開発では、非線形解析法の特徴を考慮した手法を採用する必要がある。

連立一次方程式の解法はウェーブフロント法を用いており、マトリックスのスペース性、大次元問題での補助記憶装置とのデータ転送量の最小化および計算効率の向上に注意を払っている。フロント法は要素番号が計算効率に大きく影響を与えるので、要素番号の最適リナンバー機能を開発する。特に繰り返し計算となる非線形問題では有効なものとなる。また、固有値計算方法は、有限要素法解析の特長であるスペースマトリックスのある特定固有値計算に適したサブスペース法を採用している。固有値解法は動的解析および座屈解析に利用される。

2.2 節では、連立一次方程式の解法とリナンバー機能についてアルゴリズムを説明する。2.3 節では、固有値解法の計算アルゴリズムを説明する。

2.2 連立一次方程式の解法

FINAS では連立一次方程式の解法としてマトリックスを組み立てながら解くウェーブフロント法を採用している。ここでは、2.2.1節で自由度間の線形結合を含めた一般的な境界条件の処理について述べ、2.2.2節では連立一次方程式の解法について説明する。2.2.3節では要素番号の最適化のリナンバー機能について説明する。

2.2.1 境界条件の処理

境界条件の処理は、実際のプログラムにおいては要素単位で処理して全体系へアセンブルする過程となるのであるが、これを明晰にするために全体系での処理として説明する。全体モデルの平衡方程式と境界条件式を次のように表わす。

$$[\mathbf{K}] \Delta \{\hat{\mathbf{U}}\} = \Delta \{\hat{\mathbf{P}}\} \quad (2.2-1)$$

$$[\mathbf{A}] \Delta \{\hat{\mathbf{U}}\} = \Delta \{\hat{\mathbf{B}}\} \quad (2.2-2)$$

ここで、 $[\mathbf{K}]$ は係数マトリックス、 $\Delta \{\hat{\mathbf{U}}\}$ と $\Delta \{\hat{\mathbf{P}}\}$ は未知量および荷重増分ベクトルである。式(2.2-2)は規定条件および自由度間の線形結合条件(ファスニングと呼ぶ)を含んだ境界条件式であり、 $[\mathbf{A}]$ は自由度間の線形結合マトリックス、 $\Delta \{\hat{\mathbf{B}}\}$ は規定条件である。

$$[\mathbf{A}] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & & \ddots & \\ \vdots & & \ddots & \\ a_{m1} & \cdots & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}, \quad \Delta \{\hat{\mathbf{B}}\} = \begin{bmatrix} \Delta b_1 \\ \Delta b_2 \\ \vdots \\ \Delta b_m \end{bmatrix} \quad (2.2-3)$$

n は全体モデルの自由度数、 m は境界条件式の数である。マトリックス $[\mathbf{A}]$ の階数を r とすると、 r は $[\mathbf{A}]$ の 1 次独立な行数を表わし、 $[\mathbf{A}]$ の r 階の小行列式のうち、その値が非零のものが少なくとも 1 つ存在することを意味する。 $[\mathbf{A}]$ の 1 次独立な行より成るマトリックスを $[\bar{\mathbf{A}}]$ とし、対応して $\Delta \{\hat{\mathbf{B}}\}$ の r 元ベクトルを $\Delta \{\bar{\mathbf{B}}\}$ とすると、次のようになる。

$$[\bar{\mathbf{A}}] \Delta \{\hat{\mathbf{U}}\} = \Delta \{\bar{\mathbf{B}}\} \quad (2.2-4)$$

次に行列式の値が非零となる $[\bar{\mathbf{A}}]$ の小行列を $[\bar{\mathbf{A}}_1]$ 、そして残りを $[\bar{\mathbf{A}}_2]$ として、 $\Delta \{\hat{\mathbf{U}}\}$ も $\Delta \{\hat{\mathbf{U}}_1\}$ と $\Delta \{\hat{\mathbf{U}}_2\}$ に分割する。

$$[\bar{\mathbf{A}}] = [\bar{\mathbf{A}}_1 \bar{\mathbf{A}}_2], \quad \Delta \{\hat{\mathbf{U}}\} = \begin{bmatrix} \Delta \hat{\mathbf{U}}_1 \\ \Delta \hat{\mathbf{U}}_2 \end{bmatrix} \quad (2.2-5)$$

$[\bar{\mathbf{A}}_1]$ と $[\bar{\mathbf{A}}_2]$ はそれぞれ $r \times r$ 次、 $r \times (n-r)$ 次のマトリックスであり、 $\Delta \{\hat{\mathbf{U}}_1\}$ と $\Delta \{\hat{\mathbf{U}}_2\}$ は r 次、 $(n-r)$

次のベクトルである。 $[\bar{A}_1]$ の定義より $[\bar{A}_1]^{-1}$ が存在するので、式(2.2-4)と式(2.2-5)より、 $\mathcal{A}\{\hat{U}_1\}$ は次のようになる。

$$\mathcal{A}\{\hat{U}_1\} = -[\bar{A}_1][\bar{A}_2]\mathcal{A}\{\hat{U}_2\} + [\bar{A}_1]^{-1}\mathcal{A}\{\tilde{B}\} \quad (2.2-6)$$

したがって、

$$\mathcal{A}\{\hat{U}\} = [\tilde{A}]\mathcal{A}\{\hat{U}_2\} + \mathcal{A}\{\tilde{B}\} \quad (2.2-7)$$

ただし、

$$[\tilde{A}] = \begin{bmatrix} -[\bar{A}_1] & [\bar{A}_2] \\ I & \end{bmatrix}, \quad \mathcal{A}\{\tilde{B}\} = \begin{bmatrix} [\bar{A}_1]^{-1}\mathcal{A}\{\bar{B}\} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.2-8)$$

ここで、 I は $(n-r) \times (n-r)$ 次の単位マトリックスである。式(2.2-7)を式(2.2-1)へ代入して、両辺に左側より $[\tilde{A}]^T$ をかける。

$$(\tilde{K})\mathcal{A}\{\hat{U}_2\} = \mathcal{A}\{\tilde{P}\} \quad (2.2-9)$$

$$(\tilde{K}) = (\tilde{A})^T(K)(\tilde{A}), \quad \mathcal{A}\{\tilde{P}\} = (\tilde{A})^T\mathcal{A}\{\hat{P}\} - (\tilde{A})^T(K)\mathcal{A}\{\tilde{B}\} \quad (2.2-10)$$

式(2.2-9)が境界条件を考慮した平衡方程式であり、最終の未知ベクトルは $\mathcal{A}\{\hat{U}_2\}$ より、式(2.2-7)で計算できる。

2.2.2 連立一次方程式の解法

FINAS では係数マトリックス $[K]$ を組み立てながら解くフロント法を採用しており、式(2.2-10)の境界条件の処理は消去の前段階として要素単位に変換される。境界条件を考慮した剛性マトリックス (\tilde{K}) は、以下のように LDU 分解される。

$$(\tilde{K}) = (L)(D)(U) \quad (2.2-11)$$

(L) は単位下三角マトリックス、 (D) は対角マトリックス、 (U) は単位上三角マトリックスである。Gauss の消去法により三角化したマトリックスを (S) とすれば

$$(L)(S) = (L)(D)(U) \quad (2.2-12)$$

となる。 (\tilde{K}) は対称マトリックスであるので、式(2.2-11)は次のように表わすこともできる。

$$(\tilde{K}) = (L)(D)(L)^T \quad (2.2-13)$$

また (\tilde{K}) が正値性であるならば、次のようにコレスキーフ分解できる。

$$(\tilde{K}) = (G)(G)^T, \quad (G) = (L)\sqrt{D} \quad (2.2-14)$$

式(2.2-12)の (S) マトリックスは Gauss の消去法により、 $K=1, 2, \dots, n-1$ の順に各 K について、 $i=$

$k+1, \dots, n$ の順に次の計算より求まる。

$$S_{kl} = K_{kl}^{(k)} \quad (l = k, \dots, n) \quad (2.2-15)$$

$$K_{ij}^{(k+1)} = K_{ij}^{(k)} - \frac{K_{ik}^{(k)}}{K_{kk}^{(k)}} K_{kj}^{(k)} \quad (j = k+1, \dots, n) \quad (2.2-16)$$

ただし、

$$K_{ij}^{(1)} = K_{ij}, \quad S_{nn} = K_{nn}^{(n-1)} \quad (2.2-17)$$

よって $[S]$ の対角成分が $[D]$ となり、非対角成分と対角に 1.0 を配したもののが $[U]$ となる。

2.2.3 要素番号のリナンバー機能

有限要素法で得られるスペースなマトリックスの解法としてフロンタル法が一般的となっているが、従来のバンド法と比較すると、記憶領域的にも演算回数の点でも同程度に効率の良いものといわれている。フロンタル法の効率は要素の順番に依存しており、節点番号は重要ではない。これは消去の過程が要素単位にアセンブルと分解されることによる。要素数が少なく簡単なモデルではフロンタル法を効率よく実行する要素番号化が可能であるが、2次元や3次元の複雑なモデルでは最適な要素番号化は困難である。効果的な要素番号の定義は線形方程式をくり返し計算する非線形問題では特に重要である。効果の良いソルバーを必要とするものは、陰的スキームの動的解析や大規模な塑性問題などである。

スペースマトリックスのバンド幅を最小化するためのアルゴリズムについては多数の文献が存在しているが、フロント幅を最小に試みるスキームの開発についてはあまり注目されていない。この種の問題を解決する手法としては2つの方法が考えられる。以下順次考察する。

フロンタル解法における計算量を最小化する直接的手法を開発する最初の試みは King の論文にみられる。King のアルゴリズムは最大フロント幅を最小化する要素番号を定義するのに適しているが、この論文が発表されたとき一般的であったアルゴリズムは節点単位にアセンブルして消去する方法であり、節点のリナンバーが注目されていた。

要素単位でアセンブルと消去を相互に行なうフロント法に King の手法を適用して要素番号のリナンバー化を行なうと、節点の消去順は可能なかぎり最適なものとなる。

ステップは次のように要約される。順序化の効率を区別するものとして、順序効率化パラメータ σ を提案した。

$$\sigma = \sum_{i=1}^N M_i^2 \quad (2.2-18)$$

M_i は節点 i を消去するときの非対角節点数であり、 N は全体の節点数である。King のアルゴリズムを要約すると次のようにになる。

- (1) メッシュモデルの全節点の結合を示す隣接リスト（adjacency list）を作成する。節点が他の節点と要素を共有しているとき隣接状態と呼ぶ。
- (2) 開始点を選び、節点 1 とする。

- (3) 現在アクティブである節点のリストを作成する。隣接リストの中でこれらの節点を参照するすべてに負の印をつける。順序効率パラメータ σ を累積する。
- (4) リスト中のアクティブ節点を調べ、消去されるならばアクティブ節点の増減を計算する。節点が隣接リストにおいて正の節点に結合されるならば増加となる。
- (5) アクティブ節点の増加が最も小さいものを選び定義する。もし同じものがいくつもある場合は最も長くアクティブであるものを選ぶ。
- (6) 選択した節点をアクティブカラムのリストより削除して、隣接した節点をリストに加える。隣接リストではこの節点を参照するすべてに負の印をつける。
- (7) リスト中のアクティブ節点の数の 2 乗を効率化パラメータ σ に累積する。
- (8) ステップ(4)～(7)を全節点が再定義されるまでくり返す。
- (9) ステップ(2)～(8)を開始節点が処理されるまでくり返す。

ステップ(4)と(5)はフロント幅を最小化するための基準と解釈することができるので、King のアルゴリズムの本質である。このアルゴリズムは節点番号の再定義だけで、要素番号については行なわない。Cuthill によれば、King のアルゴリズムは効率のよいものであり、メッシュモデルのフロント幅を非常に最適化するものとされる。この方法の主たる欠点は開始点の選択の影響が大きいことであり、節点数が多いモデルでは多数の開始点を考えると経済性において重大な問題となる。

最大フロント幅を低減する要素リナンバーの手法としては Levy のものがある。これは King の手法と似ているが、拡大フロント最小化を基にしている。各ステージで次に定義する節点は、未定義のすべての節点を考慮して最小フロント幅の基準で評価をすすめる。リナンバーする節点を選択するとき拡大した探索が行なわれるので、Levy のアルゴリズムは King のものに比べて効率が悪いものであるが、得られたフロント幅は真に最小に近いものである。King の場合と同様に Levy のアルゴリズムでも開始点は予め決める必要がある。各開始点についてリナンバースキームを検討するので、開始点の問題は重要な事柄である。

FINAS では Levy の方法と同じ直接的な最小フロント幅サーチの原理で要素番号のリナンバー化を行なっているが、開始点はメッシュモデルの最小番号を無条件に選択する。今後の問題としては、King らの隣接リストを利用したリナンバーの効率化と、グラフ理論の概念により開始点を自動的に選択するアルゴリズムなどが考えられる。

〔参考文献〕

- 1) I. P. King, "An automatic reordering scheme for simultaneous equations derived from network systems", Int. J. num. Meth. Engng., 2, 523-533 (1970).
- 2) B. M. Irons and S. Ahmad, "Techniques of Finite Elements", Ellis Horwood, Chichester, U.K., 1980.
- 3) E. Hinton and D. R. J. Owen, "Finite Element Programming", Series in Computational Mathematics and Applications, vol. 1, Academic Press, London, 1977.
- 4) E. Cuthill, "Several strategies for reducing the bandwidth of matrices", in Spares Matrices and Their Applications (Rose, D. J. and Willoughby, R. A., Eds.), Plenum Press, New York, 1972.
- 5) R. Levy, "Resequencing of the structural stiffness matrix to improve computational efficiency", Jet Propul. Lab. Q. Tech. Rev., 1, 61-70 (1971).

- 6) H. L. G. Pina, "An algorithm for frontwidth reduction", *Int. J. num. Meth. Engng*, 17, 1539-1546 (1981).
- 7) J. E. Akin and R. M. Pardue, "Element resequencing for frontal solutionns", in *The Mathematics of Finite Elements and Applications (MAFELAP 1975)* (Whiteman, J. R., Ed.), Academic Press, London, 1975, pp. 535-541.
- 8) A. Razzaque, "Automatic reduction of frontwidth for finite element analysis", *Int. J. num. Meth. Engng*, 15, 1315-1324 (1980).
- 9) E. Cuthill and J. McKee, "Reducing the bandwidth of sparse symmetric matrices", *Proc. A. C. M. Nat. Conf.*, Association for Computing Machinery, New York, 1969.
- 10) A. George and J. W. H. Liu, "An impiementation of a pseudo-peripheral node finder", *A. C. M. Trans. Math. Software*, 5, 284-295 (1979).
- 11) N. E. Gibbs, W. G. Poole and P. K. Stockmeyer, "An algorithm for reducing the bandwidth and profile of a sparse matrix", *SIAM J. Numer. Anal.* 2, 236-250 (1976).
- 12) B. M. Irons, "A frontal solution program for finite element analysis", *Int. J. num. Meth. Engng*, 2, 5-32 (1970).
- 13) H. R. Grooms, "Algorithm for matrix bandwidth reduction", *J. Struct. Div., A. S. C. E.* 98 (ST1), 203-214 (1972).
- 14) G. Akhras and G. Dhatt, "An automatic node relabelling scheme for minimising a matrix or network bandwidth", *Int. J. Num. Meth. Engng*, 10, 787-797 (1976).
- 15) A. M. Britto, private communication.
- 16) R. J. Collins, "Bandwidth reduction by automatic renumbering", *Int. J. num. Meth. Engng*, 6, 345-356 (1973).
- 17) E. L. Wilson, K. J. Bathe and W. P. Daherty, "Direct solution of large systems of linear equation", *Comp. Structure* 4, 363-372 (1974).
- 18) B. M. Irons, "Frontal program for finite element analysis", *Int. J. Num. Engng*, 2, 5-32 (1969).
- 19) S. W. Sloan and M. F. Randolph, "Automated element reordering for finite element analysis with frontal solution schemes", *Int. J. Num. Meth. Engng*, 19, 1153-1181 (1983).

2.3 固有値問題の解法とアルゴリズム

FINAS では固有値解法としてサブスペース法を採用している。ここでは、この解法とアルゴリズムについて説明する。インバースパワー法やレーレイ反復法は 1 つのベクトルに対して反復させる方法であるが、複数のベクトルに同時に反復させて固有値のペアを得ようとするのがサブスペース法である。この方法は Bauer⁶⁾ が最初に試みたとされているが、Rutishauser²⁾、Jennings³⁾、Bronlund⁴⁾、Bathe¹⁾ らにより改良あるいは変形アルゴリズムが提案された。

サブスペース法の基本はベクトル反復と Ritz 法を結びつけたものであり、収束も早く安定したアルゴリズムで大次元固有値解法に適している。特に初期部分空間が固有空間を含んでいれば 1 回の反復で解が得られるとされる。

FINAS のサブスペース法のアルゴリズムは Bathe の方法をもとにしたもので、低次から複数個の固有値ペアを求めるものである。表 2.3-1 は代表的な固有値解法を比較したものである。

表 2.3-1 固有値問題の解法比較

名 称	解析手順	問題の形式	適用マトリックス	問題の大 小	演算中のマトリックスの粗の保持	得られる固 有 値	そ の 他
ベキ乗法	くり返し法	標準，一般	対角化可能	中	粗	最 大 固 有 値	
逆ベキ乗法	くり返し法	"	対角化可能	中	粗	最 小 固 有 値	
サブスペース法	Ritz 法による くり返し法	"	実対称	大	粗	複 数 個	
Jacobi 法	相似変換	"	実対称	小	粗	全固有値	
House holder 法	相似変換	標準	対称	大	密となる	—	マトリックスの 三重対角化のみ
Q R 法	相似変換	"	対角化可能特に 三重対角	小	粗	全固有値	
行列式法	行列式の零点	標準，一般	任 意	小	粗	1	固有値のみ
Strum 法	区間内の固有 値数	"	実対称	中	粗	1	"

2.3.1 解 法

一般的固有値問題は次のように表わすことができる。

$$[\mathbf{A}]\{\boldsymbol{\phi}\} = \lambda [\mathbf{B}]\{\boldsymbol{\phi}\} \quad (2.3-1)$$

ここで $[\mathbf{A}]$, $[\mathbf{B}]$ は正值対称マトリックスとする。このマトリックス $[\mathbf{A}]$, $[\mathbf{B}]$ および固有値 λ , 固有ベクトル $\{\boldsymbol{\phi}\}$ は実際の工学問題では次のものが対応する。

線形振動問題

$[\mathbf{A}]$: 剛性マトリックス

$[\mathbf{B}]$: 質量マトリックス

$\lambda = w^2, w$: 自由振動数

$\{\phi\}$: モードベクトル

線形座屈解析

$[A]$: 剛性マトリックス

$[B]$: 縦剛性マトリックス

λ : 座屈荷重の倍率

式(2.3-1)と等価なものとして、次の汎関数 $\rho(\{\phi\})$ 極値問題に置き換えることができる。

$$\rho(\{\phi\}) = \frac{\{\phi\}^T [A] \{\phi\}}{\{\phi\}^T [B] \{\phi\}} \quad (2.3-2)$$

$$\lambda_1 = \min_{\{\phi\} \in R^n} \rho(\{\phi\}) \quad (2.3-3)$$

ただし、 $0 < \lambda_1 \leq \rho(\{\phi\}) \leq \lambda_n < \infty$ であり、 n は元数、 λ_1 と λ_n は最小固有値と最大固有値であり、 R^n は n 次のユークリッド空間である。

p ($\leq n$) 個の固有値ペア $(\lambda_1, \{\phi_1\}), (\lambda_2, \{\phi_2\}), \dots, (\lambda_p, \{\phi_p\})$ を求めるとき、 $\{\phi_1\}, \{\phi_2\}, \dots, \{\phi_p\}$ で張られる部分空間 E_p の基底を $\{e_1\}, \{e_2\}, \dots, \{e_p\}$ で近似する。任意の $\{\phi\} \in R^n$ を $\{e_1\}, \{e_2\}, \dots, \{e_p\}$ で表わすと、

$$\{\phi\} \approx x_1 \{e_1\} + x_2 \{e_2\} + x_3 \{e_3\} + \dots + x_p \{e_p\} \quad (2.3-4)$$

式(2.3-4)を式(2.3-3)に代入して、

$$\rho(\{\phi\}) = \frac{\sum x_i x_j \tilde{a}_{ij}}{\sum x_i x_j \tilde{b}_{ij}} = \frac{\{X\}^T [\tilde{A}] \{X\}}{\{X\}^T [\tilde{B}] \{X\}} \quad (2.3-5)$$

ただし、

$$\tilde{a}_{ij} = \{e_i\}^T [A] \{e_j\}, \quad \tilde{b}_{ij} = \{e_i\}^T [B] \{e_j\} \quad (2.3-6)$$

$$\{X\}^T = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_p], \quad [\tilde{A}] = [\tilde{a}_{ij}], \quad [\tilde{B}] = [\tilde{b}_{ij}] \quad (2.3-7)$$

したがって、 $\rho(\{\phi\})$ の最小値を得るために x_i に関して微分し極値を零とすると、 p 次元に縮小した固有値問題を得る。

$$[\tilde{A}] \{X\} = \rho[\tilde{B}] \{X\} \quad (2.3-8)$$

式(2.3-8)における ρ は式(2.3-1)における固有値 λ の上限値となる。

$$\rho_1 \geq \lambda_1, \rho_2 \geq \lambda_2, \dots, \rho_p \geq \lambda_p \quad (2.3-9)$$

もし、 $\{e_1\}, \{e_2\}, \dots, \{e_p\}$ で張られる E_0 が E_p を含んでおり、次式で表わされる条件を満足すれば式(2.3-9)における ρ_i は式(2.3-3)の λ_i に一致し、正解が得られる。

$$E_0 \supseteq E_p \quad (2.3-10)$$

サブスペース法は、この近似固有部分空間 E_0 をベクトル同時反復手法により真の固有部分空間 E_p に収束させるものである。

2.3.2 アルゴリズム

サブスペース法は基本的に Ritz 法であり、初期固有ベクトルで張る部分空間 E_i の中に最適なものを求める。もし、 $E_i \subset R^n$ が求める固有ベクトル空間と一致すれば、正確に求めることができるわけである。初期部分空間をベクトル反復法により固有ベクトルの近似空間へ縮合し、その近似空間の中で最適な最小固有値（Ritz 法の意味で）の組と対応する固有ベクトルを求める。そして、固有ベクトルをもとの空間へもどす。求められた固有値 λ_i と固有ベクトル $\{\phi_i\}$ の固有値ペアを Strum 列により検証することができるが、これはマトリックスの三角分解が必要となるので、選択として実行される。

(1) 収束性

n 個の固有値を $\lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \dots \leq \lambda_p \leq \lambda_{p+1} \leq \dots \leq \lambda_n$ とおき、サブスペース法より $\lambda_1, \dots, \lambda_p$ の固有値を得るものとすれば、固有値 λ_i の収率 ε_λ^i と固有ベクトル $\{\phi_i\}$ の収束率 ε_ϕ^i は、次のように表わすことができる。

$$\varepsilon_\lambda^i = \left(\frac{\lambda_i}{\lambda_{p+1}} \right)^2 \quad (2.3-11)$$

$$\varepsilon_\phi^i = \frac{\lambda_i}{\lambda_{p+1}} \quad (2.3-12)$$

これは、ベクトル反復法の収束率に比べて改善されたものとなっている。

(2) 加速法

サブスペース法の加速は重要であり、その 1 つの方法として部分固有値空間より大きめの空間で反復を行なう方法がある。これは式 (2.3-11) と式 (2.3-12) によりあきらかに、必要とする固有値が p 個であっても $q (> p)$ なる部分空間で計算することにより加束することができる。

第 2 の方法は原点移動をサブスペース法に適用する手法である。 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$ に対して、シフト量 α を $(\lambda_1 + \lambda_p)/2$ にすれば、 $\lambda_i (i=1 \sim p)$ の中で収束の遅い λ_p に対する収束率 $\tilde{\varepsilon}_\lambda^p$ を次のように改良することができる。

$$\tilde{\varepsilon}_\lambda^p = \left(\frac{\lambda_p - \alpha}{\lambda_{p+1} - \alpha} \right)^2 < \left(\frac{\lambda_p}{\lambda_{p+1}} \right)^2 = \varepsilon_\lambda^p \quad (2.3-13)$$

第 3 の方法は固有値解法の加速に古くから利用された Chebyshev の多項式を用いる方法で、サブスペース法に適したアルゴリズムも提案されている。 k 次の Chebyshev の多項式により λ_i に対応する固有ベクトルの収束を $1/2^{k-1}$ 程度改善することができる。

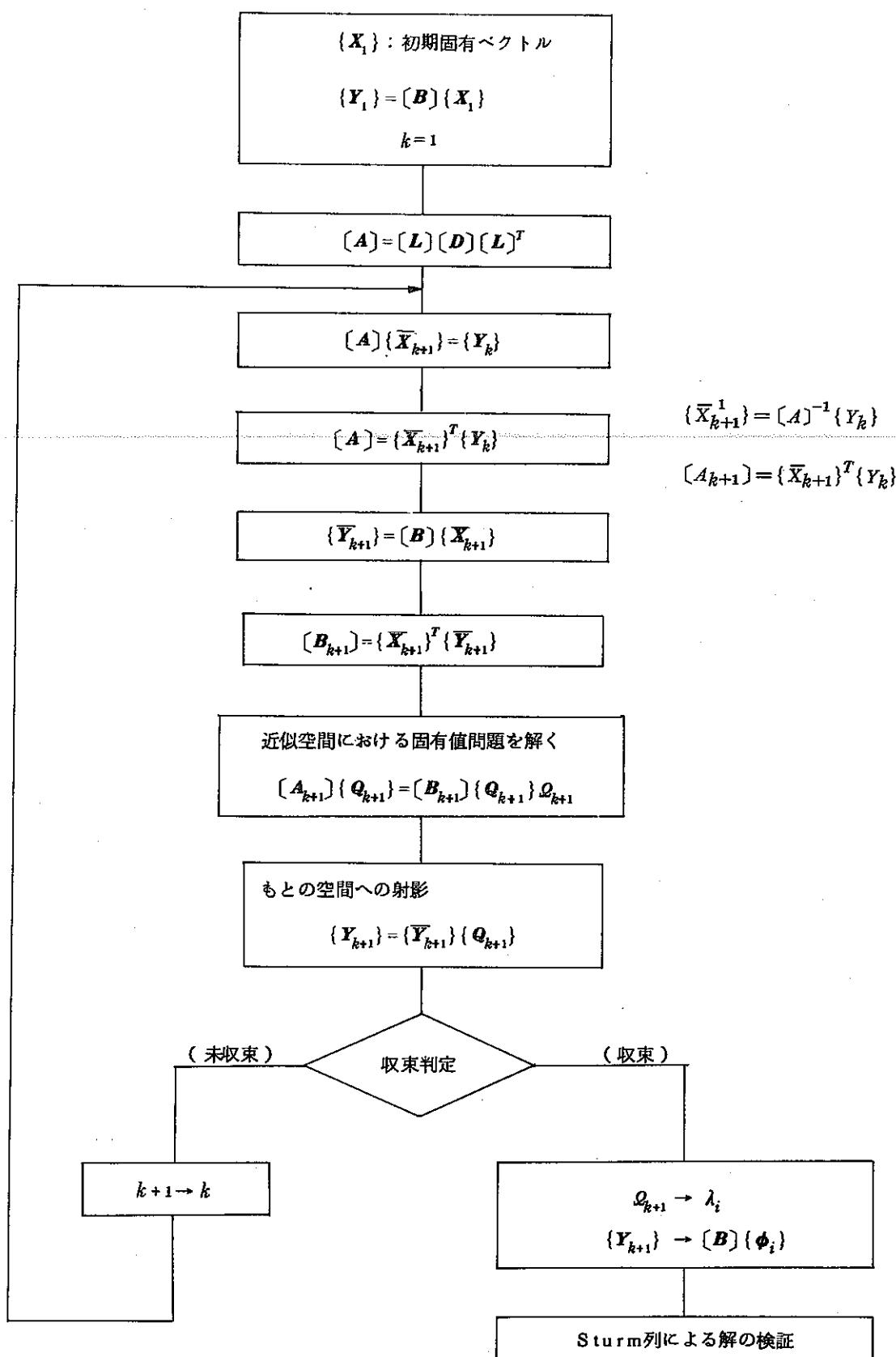


図 2.3-1 サブスペース法の計算アルゴリズム

FINAS では部分空間の拡張による加速法を用いており、 $q = \text{Min}(2 \times p, p+7, n)$ を採用している。

〔参考文献〕

- 1) K. J. Bathe and E. L. Wilson : "Numerical methods in Finite element analysis", Prentice-Hall, 1976.
- 2) 山田・岡村："非拘束はりの剛体モードの計算について", 日本鋼構造協会第11回全国大会論文集, 1977.
- 3) A. Jennings and D. R. L. Orr : "Application of the Simultaneous Iteration Methods to Undamped Vibration Problems", Int. Jour. Num. Meth. Eng., Vol. 3, 1971.
- 4) S. B. Dong and J. A. Wolf, Jr. : "On a Direct iterative eigen solution technique", Int. Jour. Num. Meth. Eng., Vol. 4, 1972.
- 5) J. H. Wilkinson : "The Algebraic Eigenvalue Problem", Oxford Univ. Press, 1965.
- 6) 大坪："実対称固有値問題 $A_x = \lambda B_x$ の解法", 日本鋼構造協会第7回全国大会論文集, 1973.
- 7) E. L. Wilson : "An eigen solution strategy for the dynamic analysis of large structural systems", SAP Conference, Tokyo, 1978.

第III編 FINASの検証と応用

序

FINAS (FBR Inelastic Structural Analysis System) は昭和 51 年 7 月より 5 年間開発が行なわれ、昭和 56 年 6 月から改良・整備が進められている構造解析用の汎用プログラムであり、高速増殖炉および関連機器の開発に伴う構造上の広範囲にわたる問題を解決することを目的としている。現在利用できる機能は静的解析、動的解析および熱伝導解析の機能であり、各解析では材料非線形、幾何学的非線形、あるいは境界の非線形性を考慮することができる。また、解析モデルおよび解析結果の図化処理は解析時だけでなく、解析結果を収めたリストアーティープを使用して行なうことができる。

FINAS ではプログラムの信頼性を保証するため、VP(Verification Problem) と DP(Demonstration Problem) を作成して系統的に検証を進めてきた。VP は FINAS が備えている各種機能が正しく作動するかどうかを検証する問題であり、DP は解析能力の総合評価を行なう問題である。本年度は VP について静的問題が 13 題追加された。

I. 検証のための解析

FINAS プログラムが備えている各種解析機能を検証するために表1-1に示す検証問題 VP (Verification Problem) を作成し、解析を行なった。なお、紙面の都合により前年度までの報告書に掲載した検証問題は省略する。

表 1-1 静的解析 VP の一覧表

№	タ イ ト ル	目 的
VP-001	単軸引張(弾性)問題	8節点四辺形軸対称要素 QAX8 の弾性要素剛性マトリックスのチェックおよび単軸引張問題の弾性解と理論解との比較を行なう。
VP-002	単軸引張(弾塑性)問題	8節点四辺形軸対称要素 QAX8 の弾塑性マトリックスのチェックおよび単軸引張(弾塑性)問題の解と理論解との比較を行なう。
VP-003	内圧を受ける円筒(弾性)問題	8節点四辺形軸対称要素 QAX8 を使用して 内圧を受ける円筒(弾性)問題の解と理論解の比較を行なう。
VP-004	内圧を受けるノズル付き球殻(弾性)問題	8節点四辺形軸対称要素 QAX8 を使用して 内圧を受けるノズル付き球殻の弾性解を求め、中規模問題における計算時間を ASKA と比較する。
VP-005	単軸弹性熱応力問題	8節点四辺形軸対称要素 QAX8 の単軸弹性熱応力問題の弾性解と理論解との比較を行なう。
VP-006	円筒弹性熱応力問題	8節点四辺形軸対称要素 QAX8 を使用して 円筒弹性熱応力問題の弾性解と理論解との比較を行なう。
VP-007	単軸サイクリック弾塑性問題	単軸引張り問題において、単軸サイクリック弾塑性解析の機能をチェックすることを目的としている。解法としては、等方硬化理論、移動硬化理論を使用する。

No.	タ イ ド ル	目 的
VP-008	単軸弾性クリープ問題	クリープに関する機能をチェックするために、一定応力下での単軸クリープ問題を解析し、理論解との比較を行なう。
VP-009	単軸規定変位問題(1)	規定変位の取り扱いに関する機能をチェックし、FINAS の解と理論解との比較を行なう。
VP-010	単軸規定変位問題(2)	identity-fastening 機能をチェックするために円柱端部の変位を均一保持した状態の引張りを取り扱い理論解との比較を行なう。
VP-011	単軸弾塑性クリープ問題	弾塑性クリープ解析の機能のチェックを目的とし、単軸の場合を取り扱ったもので VP-002 を拡張したものである。
VP-012	単軸サイクリック弾塑性クリープ問題	保持時間有する繰返し単軸引張り問題により繰返し弾塑性クリープ解析機能のチェックを行なう。
VP-013	弾性係数の温度依存(弹性)問題(1) —ひずみ制御—	弾性係数を温度依存とし、規定変位を与え、温度を変化させた場合の FINAS の解と理論解の比較を行なう。
VP-014	弾性係数の温度依存(弹性)問題(2) —応力制御—	弾性係数を温度依存とし、機械荷重を一定に保ち、温度を変化させた場合の FINAS の解と理論解の比較を行なう。
VP-015	ポアソン比の温度依存(弹性)問題(1) —ひずみ制御—	ポアソン比を温度依存とし、規定変位を与え、温度を変化させた場合の FINAS の解と理論解の比較を行なう。
VP-016	ポアソン比の温度依存(弹性)問題(2) —応力制御—	ポアソン比を温度依存とし、機械荷重を一定に保ち、温度を変化させた場合の FINAS の解と理論解の比較を行なう。
VP-017	弾性係数・ポアソン比の温度依存(弹性) 問題(1)—ひずみ制御—	弾性係数とポアソン比を温度依存とし、規定変位を与え、温度を変化させた場合の FINAS の解と理論解の比較を行なう。
VP-018	弾性係数・ポアソン比の温度依存(弹性) 問題(2)—応力制御—	弾性係数とポアソン比を温度依存とし、機械荷重を一定に保ち温度を変化させた場合の FINAS の解と理論解との比較を行なう。
VP-019	加工硬化係数の温度依存(弾塑性)問題(1) —ひずみ制御—	加工硬化係数を温度依存とし、規定変位を与え、温度を変化させた場合の FINAS の解と理論解との比較を行なう。

No	タ イ ド ル	目 的
VP-020	加工硬化係数の温度依存(弾塑性)問題(2) —応力制御—	加工硬化係数を温度依存とし、機械荷重を一定に保ち、温度を変化させた場合の FINAS の解と理論解との比較を行なう。
VP-021	弾性係数・加工硬化係数の温度依存(弾塑性)問題(1) —ひずみ制御—	弾性係数と加工硬化係数を温度依存とし、規定変位を与える、温度を変化させた場合の FINAS の解と理論解との比較を行なう。
VP-022	弾性係数・加工硬化係数の温度依存(弾塑性)問題(2) —応力制御—	弾性係数と加工硬化係数を温度依存とし、機械荷重を一定に保ち、温度を変化させた場合の FINAS の解と理論解との比較を行なう。
VP-023	降伏応力の温度依存(弾塑性)問題(1) —ひずみ制御—	降伏応力を温度依存とし、規定変位を与える、温度を変化させた場合の弾塑性遷移領域における FINAS の解と理論解との比較を行なう。
VP-024	降伏応力の温度依存(弾塑性)問題(2) —応力制御—	降伏応力を温度依存とし、機械荷重を一定に保ち、温度を変化させた場合の弾塑性遷移領域における FINAS の解と理論解との比較を行なう。
VP-025	熱膨張係数の温度依存(自由膨張)問題	熱膨張係数を温度依存とし、自由膨張させた場合の FINAS の解と理論解との比較を行なう。
VP-026	変位の線形結合問題	要素の結合にゼネラルファスニングを用いた場合の FINAS の解と理論解の比較を行なう。
VP-027	ORNL形式の硬化則を用いた単軸引張り ・圧縮問題	再降伏時の降伏面の大きさとして、10サイクル目の降伏応力 σ_y^{10} を用いた場合の FINAS の解の比較を行なう。
VP-028	加工硬化係数の多直線近似問題	加工硬化係数を多直線近似し、荷重増分量を変化させてそれに対応した FINAS の解の比較を行なう。
VP-029	使用者の作成したプログラムによる加工硬化係数の入力問題	使用者が作成するサブプログラムにより加工硬化係数を入力し、降伏面の大きさを計算する機能が有効に働くかどうかのチェックを行なう。
VP-030	使用者の作成したプログラムによる加工硬化係数の関数型入力問題	使用者が加工硬化係数を相当塑性ひずみの滑らかな関数として入力し、荷重増分を変化させ、それに対応した FINAS の解の比較を行なう。
VP-031	軸対称初期ひずみ問題	単軸引張問題のひずみ成分を初期ひずみとして扱い、初期ひずみによる荷重の評価、応力、ひずみの評価のアルゴリズムを検証する。

№	タ イ ド ル	目 的
VP-032	組み合せ硬化則による単軸引張り圧縮問題	組み合せ硬化則による単軸引張(弾塑性)問題のFINASの解と理論解の比較を行なう。
VP-033 (廃止)	使用者の作成したプログラムによる降伏関数の入力問題	使用者が作成するサブプログラムにより降伏関数を入力し、降伏面における塑性ひずみ成分の向きを評価する機能が有効に働くかどうかのチェックを行なう。
VP-034 (廃止)	移動硬化係数の多直線近似問題	移動硬化係数を多直線近似とし、相当塑性ひずみの評価を2種類の方法で行ない、各々の方法によるFINASの解と理論解の比較を行なう。
VP-035	FINASの組み込みクリープ則利用問題	FINASに組み込まれているクリープ則を使用して単軸引張り弾性クリープ解析によるFINASの解と理論解の比較を行なう。
VP-036	複数の要素種類組み合せ問題	異なったタイプの要素を組み合せ、一様引張りを与えた弾性解析におけるFINASの解と理論解の比較を行なう。
VP-037	使用者が作成したプログラムによるクリープ則の入力問題	使用者が作成したサブプログラム ECRP1によりクリープ則を入力し、一定応力下におけるFINASの解と理論解の比較を行なう。
VP-038	材料データライブラリ利用によるひずみ硬化クリープ問題	材料データライブラリを使用し、一定応力下においてひずみ硬化クリープ則を用い、FINASの解と理論解の比較を行なう。
VP-039 (廃止)	応力反転を考慮した弾性クリープ問題(1)	クリープ解析における“応力反転による硬化則の補助法則”機能のチェックを行なう。
VP-040	階段状負荷履歴を持つ弾性クリープ問題	階段状に応力増分を与え、各応力場ごとにクリープ解析を行ない、理論解と比較する。
VP-041	応力反転を考慮した弾性クリープ問題(2)	応力反転を考慮したクリープ補助法則を用いてクリープ解析を行ない、実験値と解を比較する。
VP-042	弾塑性クリープ解析におけるリストア機能利用問題	弾塑性計算とクリープ計算の途中で解析の中止と再開を行ない、リストア機能のチェックを行なう。
VP-043	使用者が作成したプログラムによるクリープ則の入力問題	使用者が作成したサブプログラム XCREEPによりクリープ則を入力し、FINASの解と理論解の比較を行なう。

名	タ イ ド ル	目 的
VP-044	要素の積分点における温度入力問題	板厚方向に線形な温度分布を有する直管の温度データを要素の積分点で入力して熱弾性解析を行ない、理論解と比較を行なう。
VP-045 (廃止)	単軸サイクリック塑性クリープ問題(2)	保持時間有する繰り返し単軸引張り問題により、塑性に関する各硬化則ごとの塑性クリープ解析機能のチェックを行なう。
VP-046	単軸弾性クリープ解析におけるクリープ時間増分シェネレート機能の利用問題	VP-008の単軸弾性クリープ問題を用いてクリープ時間増分シェネレート機能のチェックを行なう。
VP-047	単軸塑性クリープ解析におけるクリープ時間増分シェネレート機能の利用問題	VP-011の単軸塑性クリープ問題を用いてクリープ時間増分シェネレート機能のチェックを行なう。
VP-048	局所座標系による節点座標と境界条件の入力問題	節点座標と境界条件を局所座標系で入力して弾性解析を行ない、局所座標系による入力機能のチェックを行なう。
VP-049	応力反転を考慮した弾性クリープ問題(3)	使用者が作成するプログラムによりクリープひずみのデータを入力し、応力反転を考慮したクリープ解析を行なう。
VP-050	組み合せ硬化則における直線近似問題	温度と塑性ひずみに依存した加工硬化係数と移動硬化係数を使用する組み合せ硬化則における FINAS の解と理論解の比較を行なう。
VP-051 (廃止)	弾性熱応力解析におけるインターフェイスプログラム利用問題	温度解析で得られた各時間ステップの温度分布から応力解析のステップでの温度分布を選択するインターフェイスプログラムの機能をチェックする。
VP-052	トラスの弾性大変形問題—荷重制御—	簡単なトラス構造を用いて大変形解析を行ない、FINAS の解と理論解の比較を行なう。
VP-053	移動硬化則における塑性クリープ連成問題	塑性クリープ解析において、塑性クリープ連成を考慮した移動硬化則の機能をチェックするために FINAS の解と理論解を比較する。
VP-054	降伏面の大きさが累積相当塑性ひずみに依存する繰り返し組み合せ硬化問題	降伏面の大きさが累積相当塑性ひずみに依存する繰り返し組み合せ硬化則の機能をチェックするために FINAS と理論解の比較を行なう。
VP-055	ORNL形式の硬化則を用いた単軸引張り圧縮問題	応力反転時の降伏応力をとして10サイクル目の降伏応力 $\sigma_{Y_{10}}$ を用いた場合の FINAS の解と理論解の比較を行なう。

No.	タイトル	目的
VP-056	瞬間熱膨張係数温度依存における熱ひずみの評価問題	瞬間熱膨張係数が温度依存の場合、温度変化による熱ひずみの評価のチェックを行なう。
VP-057 (廃止)	2 $\frac{1}{4}$ Cr-1Mo の材料データライブラリ利用問題	FINAS材料データライブラリにくみいれている2 $\frac{1}{4}$ Cr-1Mo の材料データのチェックをする。
VP-058 (廃止)	材料データライブラリ利用による2 $\frac{1}{4}$ Cr-1Mo のひずみ硬化クリープ問題	材料データライブラリを使用し、一定応力下において2 $\frac{1}{4}$ Cr-1Mo のひずみ硬化クリープ則を用い、FINASの解と理論解の比較を行なう。
VP-059	局所非線形解析法による弾塑性問題	弾塑性問題に対して局所非線形性を考慮した解析機能のチェックを行なう。
VP-060	繰り返し組み合せ硬化則を用いたサイクリック弾塑性問題	中実丸棒にサイクリックな規定変位を与える問題において、繰り返し組み合せ硬化則を用いた弾塑性解析を行い、FINASの解と理論解との比較を行なう。
VP-061	塑性クリープ連成を考慮した移動硬化則を用いた応力反転がある弾塑性クリープ問題	塑性クリープ連成を考慮した移動硬化則を用い、クリープ後に応力が反転する弾塑性クリープ解析を行ない、FINASの解と理論解との比較を行なう。
VP-062	配管系の弾性解析におけるポストテープ作成機能利用問題	ポストテープに出力した配管系の弾性解析の解とSAP4の解との比較を行なうことにより、FINASの配管解析の機能とその結果をポストテープへ出力する機能の検証を行なう。
VP-063	熱弾塑性クリープ解析におけるポストテープ機能利用問題	熱弾塑性解析における解析結果が正しくポストテープに出力されるかどうかのチェックを行なう。
VP-064	クリープ時間増分シェネレート機能とリストア機能の組み合せ問題	クリープ時間増分シェネレート機能を利用した弾塑性クリープ解析の途中で解析の中止と再開を行ない、クリープ時間増分シェネレート機能を使用した場合のリストア機能のチェックを行なう。
VP-065	静的解析における図面作成問題	静的解析における解析結果の図化処理機能のチェックを行なう。
VP-066	中央き裂板の線形破壊力学問題	中央にき裂のある帯板の一様引張問題を解析し、線形破壊力学解析の機能の検証を行なう。

№	タ イ ト ル	目 的
VP-067	大変形解析におけるリスタート機能利用問題	VP-052のトラスの弾性大変形解析問題を用いて 大変形解析におけるリスタート機能の検証を行なう。
VP-068	弾塑性解析における残差荷重修正機能のサプレス問題	FINASでは材料非線形あるいは幾何学的非線形問題を解析する場合に、非線形性による不釣合い力を平衡方程式の右辺に加え合せて解析を行なう。ここではこの残差荷重修正を行なわない場合についての解析を行ない理論解との比較を行なう。
VP-069	接線剛性によるトラスの弾性大変形解析	FINASの大変形解析では、直前の形状における接線剛性を用いて、修正Newton-Raphson法により収束計算を行なう。そして収束計算の打ち切りによって生じる幾何学的非線形性による不釣合い力を次の荷重ステップで残差荷重として考慮する。ここでは収束計算および残差荷重修正を行なわない方法により大変形解析を行なう機能についての検証を行なう。
VP-070	トラスの弾性大変形問題—変位制御—	簡単なトラス構造の大変形解析を変位制御で行ない、 FINASの解と理論解との比較を行なう。
VP-071	材料データライブラリを利用したひずみ硬化クリープ問題(1)—SUS304—	材料データライブラリのオーステナイトステンレス鋼 SUS304のクリープ式を使用し、一定応力下においてひずみ硬化クリープ則を用い、 FINASの解と理論解の比較を行なう。
VP-072	材料データライブラリを利用したひずみ硬化クリープ問題(2)—SUS316—	材料データライブラリのオーステナイトステンレス鋼 SUS316のクリープ式を使用し、一定応力下においてひずみ硬化クリープ則を用い、 FINASの解と理論解の比較を行なう。
VP-073	材料データライブラリを利用したひずみ硬化クリープ問題(3)—SUS321—	材料データライブラリのオーステナイトステンレス鋼 SUS321のクリープ式を使用し、一定応力下においてひずみ硬化クリープ則を用い、 FINASの解と理論解の比較を行なう。
VP-074	材料データライブラリを利用したひずみ硬化クリープ問題(4)—2 $\frac{1}{4}$ Cr-1Mo (NT材)—	材料データライブラリの2 $\frac{1}{4}$ Cr-1Mo (NT材)のクリープ式を使用し、一定応力下においてひずみ硬化クリープ則を用い、 FINASの解と理論解の比較を行なう。

No	タ イ ト ル	目 的
VP-075	材料データライブラリを利用した弾塑性問題(1)—SUS 304—	材料データライブラリのオーステナイトステンレス鋼SUS 304の弾塑性特性データを使用して 弾塑性解析を行なう。そのときに 材料の参照温度と二直線近似での最大想定ひずみレベルを与える、それらに対応する材料が正しく使用されているかを調べる。
VP-076	材料データライブラリを利用した弾塑性問題(2)—SUS 316—	材料データライブラリのオーステナイトステンレス鋼SUS 316 の弾塑性特性データを使用して 弹塑性解析を行なう。そのときに材料の参照温度と二直線近似での最大想定ひずみレベルを与える、それらに対応する材料が正しく使用されているかを調べる。
VP-077	材料データライブラリを利用した弾塑性問題(3)—SUS 321—	材料データライブラリのオーステナイトステンレス鋼SUS 321 の弾塑性特性データを使用して 弹塑性解析を行なう。そのときに材料の参照温度と二直線近似での最大想定ひずみレベルを与える、それらに対応する材料が正しく使用されているかを調べる。
VP-078	材料データライブラリを利用した弾塑性問題(4)— $2\frac{1}{4}$ Cr-1Mo(NT材)—	材料データライブラリの $2\frac{1}{4}$ Cr-1Mo(NT材)の弾塑性特性データを使用して 弹塑性解析を行なう。そのときに材料の参照温度と二直線近似での最大想定ひずみレベルを与える、それらに対応する材料が正しく使用されているかを調べる。
VP-079	トラスの線形座屈荷重解析	二本棒トラスの線形座屈荷重解析を行ない、FINASの解とMARCの解との比較を行なう。
VP-080	トラスの非線形座屈荷重解析	二本棒トラスの非線形座屈荷重解析を行ない、FINASの解とMARCの解との比較を行なう。
VP-081	加工硬化係数の多直線近似問題	加工硬化係数を多直線近似し、FINASの解と理論解との比較を行なう。
VP-082	解析と独立したプロット機能利用問題	FINAS XYプロット機能には 解析と独立して使用者が準備したX, Yカーブデータをプロットする機能があり、ここでは実際にX, Yカーブデータを与えてその機能を検証する。

No	タ イ ト ル	目 的
VP-083	降伏曲面の大きさが塑性仕事に依存する繰り返し組み合せ硬化問題	降伏曲面の大きさが塑性仕事に依存する繰り返し組み合せ硬化則を用いて弾塑性解析を行ない、FINASの解と理論解の比較を行なう。
VP-084	弾性領域でのスウェーリング問題	弾性領域でのスウェーリング解析機能をチェックするために、簡易円筒モデルが中性子束の照射を受けている問題を解析し、理論解と比較を行なう。
VP-085	降伏曲面の大きさが塑性仕事に依存する繰り返し組み合せ硬化則を用いたサイクリック弾塑性問題	中実丸棒にサイクリックな規定変位を与える問題において、降伏曲面の大きさが塑性仕事に依存する繰り返し組み合せ硬化則を用いた弾塑性解析を行ない理論解と比較を行なう。
VP-086	独立した2つの構造物の静的応力解析	独立した2つの構造物の静的応力解析を1回の解析で行ない、各々の構造ごとに解析を行なった場合との解の比較を行なう。
VP-087	FINASの組み込みスウェーリング式利用問題	FINASに組み込まれているスウェーリングひずみ式を利用して、弾性領域でのスウェーリング解析を行ない、FINASの解と理論解の比較を行なう。
VP-088	使用者の作成したプログラムによるスウェーリング問題	ユーザサブプログラム XSWELL によりスウェーリングひずみ式を入力し、弾性領域でのスウェーリング解析を行ないFINASの解と理論解との比較を行なう。
VP-089	平均熱膨張係数を使用した熱弾性問題	平均熱膨張係数が温度依存の場合に、温度変化による熱ひずみの評価が理論解と一致するかどうかの検証を行なう。
VP-090	弾性係数、ポアソン比に対する参照温度のオプションを使用した熱弾性問題	弾性係数、ポアソン比が温度依存の場合に、材料の参照温度を指定するオプションを使用して熱弾性解析を行ない、FINASの解と理論解との比較を行なう。
VP-091	材料データ・ライブラリの弾塑性特性に対して参照温度を指定した弾塑性問題 — SUS 304 —	材料データ・ライブラリのオーステナイトステンレス鋼SUS 304 弾塑性特性に対して参照温度を指定して弾塑性解析を行ない、FINASの解と理論解との比較を行なう。

№	タ イ ド ル	目 的
VP-092	材料データ・ライブラリのクリープ特性に に対して参照温度を指定した弾性クリープ 問題 —SUS 304—	材料データ・ライブラリのオーステナイトステンレス鋼 SUS 304 クリープ特性に対して参照温度を指定して弾性 クリープ解析を行ない、FINAS の解と理論解との比較 を行なう。
VP-093	材料データ・ライブラリを利用した時間硬 化クリープ問題 —SUS 304, SUS 316, · SUS 321, 2 $\frac{1}{4}$ Cr-1Mo—	材料データ・ライブラリのオーステナイトステンレス鋼 SUS 304, SUS 316, SUS 321 および 2 $\frac{1}{4}$ Cr-1Mo (NT 材) のクリープ式を使用し、時間硬化則による弾性クリープ解析を行ない、FINAS の解と理論解との比較を行なう。
VP-094	静的解析におけるポストテープ編集機能利 用問題	リストア機能を利用して解析で出力される複数のポス トテープの編集を行ない、静的解析におけるポストテー プ編集機能が正しく作動することを確認する。
VP-095	静的解析におけるリストアテープ編集機 能およびリストアテープからの出力機能利 用問題	静的解析におけるリストアテープの編集機能とリス トアテープからの出力機能のチェックを行なう。
VP-096	新しいインターフェイス・プログラムを利 用した弾性熱応力問題	温度解析の結果から熱応力解析を行なうステップを選択 し、節点温度増分をデータファイル TP 21 に出力するイ ンターフェイス・プログラムの検証を行なう。
VP-097	長方形板の多荷重処理におけるリストア 機能利用問題	長方形板に種々の荷重を与えて、多荷重処理のリス トア機能の検証を行なう。
VP-098	配管弾性解析の多荷重処理におけるポス トテープ利用問題	配管の弾性多荷重解析を行ない ポストテープ出力機能 の検証を行なう。
VP-099	主応力・最大剪断応力のベクトル表示およ び等高線値指定問題	周辺単純支持の平板に等分布荷重を負荷する問題により、 主応力、最大剪断応力のベクトル表示機能と等高線表示 における等高線値の指定機能の検証を行なう。
VP-100	材料データライブラリの単調応力-ひずみ 関係式を用いた弾塑性問題 —SUS 304—, —SUS 316—, —SUS 321—, —2 $\frac{1}{4}$ Cr-1Mo—	材料データライブラリのオーステナイトステンレス鋼 SUS 304, SUS 316, SUS 321 および 2 $\frac{1}{4}$ Cr-1Mo (NT 材) の単調応力-ひずみ関係式を用いた弾塑性問題 を解析し、関数型弾塑性解析機能の検証を行なう。
VP-101	材料データライブラリの単調応力-ひずみ 関係式によるサイクリック弾塑性問題	単軸引張り・圧縮問題において、材料データライブラリ SUS 304 単調応力-ひずみ関係式を用いたサイクリッ ク弾塑性解析機能の検証を行なう。

No.	タ イ ド ル	目 的
VP-102	材料データライブラリの単調応力-ひずみ関係式を用いた多軸応力場における弾塑性問題	材料データライブラリの単調応力-ひずみ関係式を用いて、多軸応力場における弾塑性問題を解析し、関数型弾塑性解析機能の検証を行なう。
VP-103	材料データライブラリの単調応力-ひずみ関係式を用いた材料温度依存弾塑性問題 —ひずみ制御—	材料データライブラリの SUS 304 ステンレス鋼単調応力-ひずみ関係式を用いて、弾性係数、降伏応力、加工硬化係数を温度依存とし、規定変位を与え、温度を変化させた場合の FINAS の解と理論解との比較を行なう。
VP-104	材料データライブラリの単調応力-ひずみ関係式を用いた材料温度依存弾塑性問題 —応力制御—	材料データライブラリの SUS 304 ステンレス鋼単調応力-ひずみ関係式を用いて、弾性係数、降伏応力、加工硬化係数を温度依存とし、機械荷重を一定に保ち、温度を変化させた場合の FINAS の解と理論解との比較を行なう。
VP-105	加速法を用いたトラスの弾性大変形問題	大変形解析にオプションとして用意されている加速法を用いた収束計算の検証を簡単なトラス構造の大変形解析により行なう。
VP-106	応力反転を考慮した弾性クリープ問題(3)	応力反転のある弾性クリープ問題に対して村上・大野のクリープひずみ硬化則が正しく作動するかのチェックのために、ORNL の補助法則を適用した解および理論解との比較を行なう。
VP-107	応力反転を考慮した弾性クリープ問題(4)	多軸応力場において応力反転がある弾性クリープ問題を村上・大野のクリープ硬化則を適用して解析し、FINAS の解と村上・大野の解との比較を行なう。
VP-108	熱膨張による接触問題	ギャップがある構造モデルにおいて、温度変化により熱膨張が生じた場合の弾性接触問題を解析し、FINAS の解と理論解との比較を行う。
VP-109	摩擦が考慮した接触問題	摩擦が考慮されている構造モデルにおいて、すべりを生じさせる負荷が与えられる弾性接触問題を解析し、FINAS の解と理論解との比較を行なう。
VP-110	繰返しクリープ硬化則を適用した弾性クリープ問題	クリープの硬化則として繰返しクリープ硬化則を適用した弾性クリープ問題において、FINAS の解と理論解との比較を行う。

№	タ イ ド ル	目 的
VP-111	弾塑性領域におけるクリープおよびスウェーリング問題	弾塑性領域におけるクリープおよびスウェーリング問題を解析し、理論解と比較する。
VP-112	弾性大変形接触問題	ギャップがある構造モデルにおいて、弾性大変形接触問題を解析し、FINASの解と理論解との比較を行なう。
VP-113	円管の曲げ問題——軸対称要素における非軸対称負荷の問題	軸対称構造物における非軸対称負荷機能を検証するために、円管の自重による曲げの問題により、FINASの解と理論解との比較を行なう。
VP-114	非軸対称荷重ジェネレーション問題	荷重データジェネレーションプログラムFNSLOAD を用いて軸対称構造物に作用する非軸対称荷重のデータジェネレーションを行ない、FNSLOAD で求めた荷重分布と理論解との比較を行なう。
VP-115	薄肉円筒の曲げ問題——軸対称構造における非軸対称負荷の問題	軸対称構造物における非軸対称負荷解析の機能を検証するために、薄肉円筒の自重による曲げの問題により、FINASの解と理論解との比較を行なう。
VP-116	配管系応力解析問題	直管付きエルボの弾性解析を行ないFNSPIPEにより正しくデータが作成されたかの検証を行なう。
VP-117	新規材料データライブラリの弾塑性特性に対して参照温度を指定した弾塑性問題	材料の参照温度と二直線近似での最大想定ひずみレベルを与える、弾塑性解析を行ない、それに対応する材料が正しく使用されているかを調べる。
VP-118	新規材料データライブラリを利用した時間硬化クリープ問題	新規材料データライブラリのオーステナイトステンレス鋼SUS304, SUS316, SUS321 および $2\frac{1}{4}$ Cr-1Mo(NT材)のクリープ式を使用し、時間硬化則による弾性クリープ解析を行ない、FINASの解と理論解との比較を行なう。
VP-119	新規材料データライブラリの単調応力-ひずみ関係式を用いた弾塑性問題	新規材料データライブラリのオーステナイトステンレス鋼SUS304, SUS316, SUS321 および $2\frac{1}{4}$ Cr-1Mo(NT材)の単調応力-ひずみ関係式を用いた弾塑性問題を解析し、関数型弾塑性解析機能の検証を行なう。
VP-120	新規材料データライブラリの単調応力-ひずみ関係式によるサイクリック弾塑性問題	単軸引張り、圧縮問題において新規材料データライブラリSUS304、単調応力-ひずみ関係式を用いたサイクリック弾塑性解析機能の検証を行なう。

No	タ イ ド ル	目 的
VP-121	α リセット法を用いた2直線近似移動硬化問題	2直線近似移動硬化モデルに対して α リセット法を用いたサイクリックな単軸引張り弾塑性解析を行ない、FINASの解と理論解との比較を行なう。
VP-122	荷重増分自動決定機能を利用したトラスの弾性大変形解析	簡単なトラス構造における大変形問題に関して、荷重増分自動決定機能を適用したFINASの解と理論解との比較を行なう。
VP-123	球形シェルの弾性大変形解析	浅い球形薄肉シェルの頂部に変位荷重が作用する弾性大変形解析問題を解析し、Zienkiewicz等の解析結果との比較を行なう。
VP-124	浅いアーチの弾性大変形解析（荷重制御）	固定端アーチに集中荷重が作用している構造の弾性大変形解析を行ない、Bathe等の解析結果との比較を行なう。
VP-125	柱状構造物の弾塑性大変形解析	簡単な柱状構造を用いて、弾塑性大変形解析を行ない、FINASの解とBatheの解との比較を行なう。
VP-126	変位境界条件変更問題 (1)	規定変位境界条件が変更される弾性問題においてFINASの解と理論解との比較を行なう。
VP-127	変位境界条件変更問題 (2)	変位線形結合条件が変更される弾性問題においてFINASの解と理論解との比較を行なう。
VP-128	変位境界条件変更問題 (3)	規定変位境界条件が変更され、荷重が負荷される弾性問題においてFINASの解と理論解との比較を行なう。

表 1-2 热伝導解析 VP の一覧表

No.	タ イ ド ル	目 的
VP-501	非定常熱伝導問題	FINASにおける熱伝導解析の機能の検証。すなわち、8節点四辺形要素 HQAX8 の熱伝導マトリックス、熱伝達マトリックス、熱容量マトリックス、時間積分スキーム（一般化 Crank-Nicolson 法）のチェックを行なう。
VP-502	定常規定温度問題	規定温度を与えて定常熱伝導解析を行ない、FINAS の解と理論解の比較を行なう。
VP-503	定常熱伝達問題	熱伝達がある場合の定常熱伝導解析を行ない、FINAS の解と理論解の比較を行なう。
VP-504	定常熱流束問題	熱流束を与えて定常熱伝導解析を行ない、FINAS の解と理論解の比較を行なう。
VP-505	定常内部発熱問題	内部発熱がある場合の定常熱伝導解析を行ない、FINAS の解と理論解の比較を行なう。
VP-506	材料が温度依存の定常熱伝導問題	熱伝導係数が温度依存である場合の定常熱伝導解析を行ない、FINAS の解と理論解の比較を行なう。
VP-507	厚肉円筒の非定常熱伝導問題	厚肉円筒における非定常熱伝導解析を行ない、FINAS, ANSYS および MARC の解の比較を行なう。
VP-508	非定常熱伝導解析におけるリスタート機能利用問題	非定常熱伝導解析の途中で計算の中断、再開を行ない、リスタート機能のチェックを行なう。
VP-509	材料・熱伝達境界温度依存の非定常熱伝導問題	材料定数と熱伝達境界条件が温度依存の場合の非定常熱伝導解析を行ない、FINAS の解と ANSYS, MARC の解との比較を行なう。
VP-510	材料データライブラリを使用した非定常熱伝導解析	材料データライブラリを使用して非定常熱伝導解析を行ない、材料データライブラリを使用せずに材料定数を入力して行なった解析結果と解の比較を行なう。
VP-511	節点温度の線形結合問題	定常解析において節点の線形結合を行ない、ファスニング機能のチェックを行なう。
VP-512	熱伝導解析におけるポストテープ機能利用問題	熱伝導解析における解析結果が正しくポストテープに出力されるかどうかのチェックを行なう。

No.	タ イ ド ル	目 的
VP-513	熱伝導解析における図面作成問題	熱伝導解析における解析結果の図化処理機能のチェックを行なう。
VP-514	使用者が作成したサブプログラムによる熱伝達問題	使用者が作成したサブプログラムXFILMにより熱伝達係数を与えて定常熱伝達解析を行なう。
VP-515	独立した2つの構造物の非定常熱伝導問題	独立した2つの構造物の熱伝導解析を1回の解析で行ない、各々の構造ごとに解析を行なった場合との解の比較を行なう。
VP-516	2つの構造物の接触面に熱伝達を考慮した非定常熱伝導問題	2つの構造の接触面における熱の移動を熱伝達で表わす場合について非定常熱伝導解析を行ない、FINASの解とANSYSの解の比較を行なう。
VP-517	熱流束による入熱がある無限板の非定常熱伝導問題	無限板の片面の温度を規定し、他の面に熱流束を与える場合について非定常熱伝導解析を行ない、FINASとANSYSの解の比較を行なう。
VP-518	熱伝導解析におけるポストテープ編集機能利用問題	リスタート機能を利用した解析で出力される複数のポストテープの編集を行ない、熱伝導解析におけるポストテープ編集機能が正しく作動することを確認する。
VP-519	熱伝導解析におけるリスタートテープ編集機能およびリスタートテープからの出力機能利用問題	熱伝導解析におけるリスタートテープの編集機能とリスタートテープからの出力機能のチェックを行なう。
VP-520	定常非線形熱伝達リンク問題	定常熱伝導解析において、熱伝導係数および熱伝達係数が温度依存である非線形問題を解析し、FINASの解とANSYSの解との比較を行なう。
VP-521	2つの構造物の接触面に熱伝達を考慮した非定常非線形熱伝導問題	2つの構造の接触面における熱の移動を熱伝達で表わす場合に、熱伝達係数が温度依存である熱伝導解析を行ない、FINASの解とANSYSの解との比較を行なう。
VP-522	定常熱伝導解析と非定常熱伝導解析の連結問題	材料定数と熱伝達境界条件が温度依存の場合について、定常と非定常を連結した熱伝導解析を行ない、FINASの解とANSYSの解との比較を行なう。
VP-523	輻射を含む定常熱伝導問題	輻射を含む定常熱伝導解析を行ない、FINASの解と理論解との比較を行なう。

No	タ イ ド ル	目 的
VP- 524	熱伝導率の直交異方性を考慮した定常熱伝導問題	熱伝導率の直交異方性が考慮された定常熱伝導問題を解析し, FINAS の解と ANSYS の解との比較を行なう。
VP- 525	時間増分自動決定機能を利用した非定常熱伝導問題	厚肉円筒において, 内部を流れる液体ナトリウムが急激に変化した場合の非定常熱伝導問題に関して時間増分自動決定機能を適用した FINAS の解と ANSYS の解との比較を行う。
VP- 526	材料座標系を用いた熱伝導率の直交異方性定常熱伝導問題	熱伝導率の異方性主軸が全体座標系の主軸と一致しない定常熱伝導問題を解析し, FINAS の解と ANSYS の解との比較を行なう。
VP- 527	使用者が作成したサブプログラムによる熱伝導率の直交異方性定常熱伝導問題	熱伝導率の異方性主軸が全体座標系の主軸と一致しない場合に, その材料座標系を定義するための使用者作成サブプログラム XMCORD を用いて定常熱伝導解析を行ない FINAS の解と ANSYS の解との比較を行なう。

表 1-3 動的解析 VP の一覧表

No.	タ イ ド ル	目 的
VP-701	梁の固有値問題	多自由度固有値解析の固有値について、NASTRAN との解の比較を行なう。
VP-702	梁の応答スペクトル問題	応答スペクトル解析機能が正しく作動することを理論解との比較により検証する。
VP-703	梁のモーダル応答問題	モーダル応答解析機能が正しく作動することを動的荷重として外力およびそれと等価な加速度を負荷し、それぞれ理論解と比較して検証する。
VP-704	棒の弾性動的応答問題（直接積分法）	棒の一端に線形な動的荷重を与えるシンプルな問題を FINAS 直接積分法で解き、理論解および FINAS モーダル法の解と比較する。
VP-705	球殻の弾性動的応答問題（直接積分法）	球殻のトップにステップ荷重を与える問題を直接積分法で解き、これを NONSAP ¹⁾ の直接積分法の解と比較する。
VP-706	棒の弾塑性動的応答問題	棒の一端に線形な荷重を与えるシンプルな問題で弾塑性動的応答解析の FINAS の解と理論解との比較を行なう。
VP-707	付加質量を用いた振動問題	先端に付加質量を与えた棒に外荷重を作らせ、FINAS における直接積分法による解と理論解との比較を行なう。
VP-708	片持ち梁のモーダル応答解析	片持ち梁の自由端に衝撃荷重を負荷し、減衰がない場合について FINAS のモーダル応答解析の結果と理論解との比較を行なう。
VP-709	モーダル応答解析におけるリスタート機能利用問題	第1回目の計算で片持ち梁の固有値計算を行ない、リスタートによる第2回目の計算で衝撃荷重を受ける場合のモーダル応答解析を行なう。
VP-710	モーダル応答解析におけるポストテープ機能利用問題	モーダル応答解析における解析結果が正しくポストテープに出力されるかどうかのチェックを行なう。
VP-711	直接積分法におけるリスタート機能利用問題	直接積分法による応答解析の途中で計算の中止と再開を行ない、リスタート機能のチェックを行なう。
VP-712	直接積分法におけるポストテープ機能利用問題	直接積分法による応答解析の結果がポストテープに正しく出力されるかどうかのチェックを行なう。

No.	タ イ ド ル	目 的
VP-713	直接積分法による片持ち梁の応答問題	片持ち梁の自由端に衝撃荷重を負荷し、減衰がない場合について FINAS の直接積分法による応答解析の結果と理論解との比較を行なう。
VP-714	減衰のある片持ち梁のモーダル応答問題	片持ち梁の自由端に衝撃荷重を負荷し、減衰がある場合のモーダル応答解析を行ない、FINAS と NASTRAN の解の比較を行なう。
VP-715	直接積分法による減衰のある片持ち梁の応答問題	片持ち梁の自由端に衝撃荷重を負荷し、直接積分法により減衰のある場合の応答解析を行ない、FINAS と NASTRAN の解の比較を行なう。
VP-716	単純支持梁の応答スペクトル問題	単純支持梁に応答変位スペクトルを与えた応答スペクトル解析を行ない、FINAS の解と NASTRAN, ANSYS の解との比較を行なう。
VP-717	周縁固定円板の固有値問題	周縁固定円板の固有値解析を行ない、FINAS の解と NONSAP の解との比較を行なう。
VP-718	直接積分法による球殻の弾塑性応答問題	球殻の頂点に衝撃荷重を与える弾塑性応答問題を直接積分法で解析し、FINAS と NONSAP の解の比較を行なう。
VP-719	固有値解析におけるリスタートテープからの出力機能利用問題	固有値解析におけるリスタートテープからの出力機能のチェックを行なう。
VP-720	モーダル応答解析におけるリスタートテープからの出力機能利用問題	モーダル応答解析におけるリスタートテープからの出力機能のチェックを行なう。
VP-721	応答スペクトル解析におけるリスタートテープからの出力機能利用問題	応答スペクトル解析におけるリスタートテープからの出力機能のチェックを行なう。
VP-722	直接積分法による動的解析におけるリスタートテープ編集機能およびリスタートテープからの出力機能利用問題	直接積分法による応答解析におけるリスタートテープの編集機能とリスタートテープからの出力機能のチェックを行なう。
VP-723	正方板の固有値問題	周辺単純支持の正方板の固有値解析を行ない、FINAS の解と理論解および NASTRAN の解との比較を行なう。
VP-724	初期変位を与えた外力加振問題	初期条件として変位を与え、外力により加振する問題を FINAS の線形直接積分法で解析し理論解と比較を行なう。

No.	タ イ ド ル	目 的
VP-725	時間刻みを変化させる線形直接積分応答問題	片持ち梁の自由端に衝撃荷重を負荷し、直接積分法により応答を計算する。応答時刻を2つに分け、1回の計算中に2種類の時間増分を用いて解析を行ない、NASTRAN, MARCとの解の比較を行なう。
VP-726.	多質点梁モデルの地震応答問題	8個の集中質量系よりなる梁構造の ELCENTRO 波 (N-S 1940)に対する応答を線形直接積分法で解析し、モーダル応答法による解との比較を行なう。
VP-727	減衰のある1自由度系の強制振動問題	バネ・減衰要素の一端にステップ関数の荷重を与える問題を線形直接積分法で解析し、理論解との比較を行なう。
VP-728	静的解析からのリスタート機能を利用した線形直接積分法による減衰のある1自由度系の自由振動問題	バネ・減衰要素の一端に荷重を負荷した状態から、瞬時に荷重を開放したときの自由振動の解析を行なう。最初に荷重を負荷した静的解析を行ない、次にリスタート機能を利用し線形直接積分法により、無負荷状態の自由振動解析を行なう。この結果と理論解との比較を行なう。
VP-729	梁の固有値解析において固有値範囲を指定する問題	VP-701の梁の固有値問題に対して固有値範囲を指定した固有値解析機能が正しく作動するかの検証を行なう。
VP-730	固有値範囲指定による片持ち梁のモーダル応答問題	VP-708の片持ち梁のモーダル応答問題において固有値範囲指定機能が正しく作動するかの検証を行なう。

1.116 VP-116 FNSPIPE を用いた配管系応力解析問題

(1) 目 的

配管解析データ作成プログラム FNSPIPE を用いて、一端を固定し他端を剛体として直管付きエルボの弾性解析を行ない、FNSPIPEにより正しくデータが作成されたかの検証を行なう。

(2) 問題の設定

a) 解析モデル

・構造モデル

外径 4.5 in., 管厚 0.12 in. の直管付きエルボ。

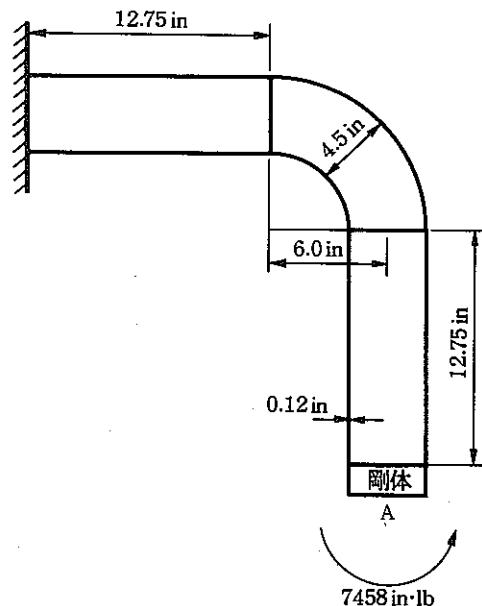


図1.116-1 構造モデル

・使用要素

ELBOW6R : 6 節点配管要素

・有限要素モデル

構造および負荷の対称性を考慮して、半断面について有限要素モデル化を行なう。（図1.116-2 参照）

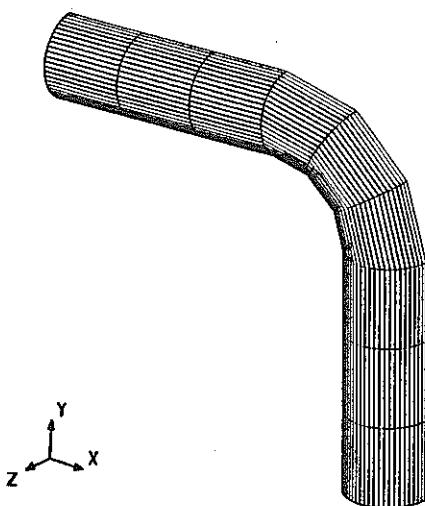


図1.116-2 有限要素モデル

b) 材料定数

材料はオーステナイトステンレス鋼 SUS 304 で以下の材料定数を用いる。

$$\text{弾性係数} \quad E = 21.7 \times 10^3 \text{ psi}$$

$$\text{ポアソン比} \quad \nu = 0.309$$

c) 境界条件 (図1.116-1 参照)

端 部 : O点側 完全固定条件

: A点側 剛体条件

断面方向 : 対称条件

d) 負荷条件

剛体条件に面内曲げモーメント 7458 in·lb を与える。この場合には剛体条件を課したエルボ節点の 2 番目の自由度に P_2 を負荷する。半径 R を用いて $\frac{1}{2}$ モデルの時の P_2 を求める。

$$R = (4.5 - 0.12)/2 = 2.19 \text{ in.}$$

$$P_2 = -7458/R/2 = -7458/2.19/2 = -1.7027397 \times 10^3 \text{ (in·lb)}$$

(3) 解析結果

図1.116-3 に FNSPIPE データ、図1.116-4 に作成された FINAS データ、図1.116-5 に変形図を示す。また、表1.116-1 に完全固定とした端部エルボ節点の反力を理論解とともに示す。

表1.116-1 FINAS の解と理論解

	FINAS の解	理 論 解
エルボ節点 (119)	1.70599E+3	1.7027397×10^3

```

FNSPIPE
*
* VP116      BENDING PIPE DATA GENERATING
*             ( PRE-PROCESSOR FNSPIPE )
*
MODEL,HALF,27
NUMBER,SHIFT,100
GEOMETRY,1,4.5,0.12
MATERIAL,1
TABLE,1,10
TABLE,2,40
POINT,10,-12.75,6.0,0.0
POINT,20,0.0,6.0,0.0
POINT,30,6.0,0.0,0.0
POINT,40,6.0,-12.75,0.0
POINT,50,0.0,0.0,0.0
MEMBER,1,10,20,DIV,3
MEMBER,2,20,30,50,DIV,3
MEMBER,3,30,40,DIV,3
BOUNDARY,1,FIX,1,RIGID,2
TOFINAS
PRINT
ENDPIPE

```

図1.116-3 FNSPIPEデータ

COORDINATE SYSTEM							
1	1	0.0	0.0	0.0	6.00	0.0	0.0
202	2	1	0.0	216.00	0.0	6.00	0.0
501	2	1	-12.75	6.00	0.0	-12.75	6.00
502	2	1	-8.50	6.00	0.0	-8.50	6.00
503	2	1	-8.50	8.19	0.0	-4.25	6.00
504	2	1	-4.25	8.19	0.0	0.0	6.00
505	2	202	0.0	6.00	0.0	6.00	60.00
506	2	202	8.19	60.00	0.0	6.00	30.00
507	2	202	6.00	0.0	0.0	6.00	0.0
508	2	1	8.19	0.0	0.0	6.00	-4.25
509	2	1	6.00	-4.25	0.0	6.00	-8.50
510	2	1	8.19	-8.50	0.0	6.00	2.19
			6.00	-12.75	0.0	6.00	-12.75
NODE							
101	501		2.19000	-90.00000	0.0	27	1 128
128	501		2.19000	90.00000	0.0		
159	501		0.0	0.0	0.0	27	1 228
201	502		2.19000	-90.00000	0.0		
228	502		2.19000	90.00000	0.0		
259	502		0.0	0.0	0.0	27	1 328
301	503		2.19000	-90.00000	0.0		
328	503		2.19000	90.00000	0.0		
359	503		0.0	0.0	0.0	27	1 428
401	504		2.19000	-90.00000	0.0		
428	504		2.19000	90.00000	0.0		
459	504		0.0	0.0	0.0	27	1 528
501	505		2.19000	-90.00000	0.0		
528	505		2.19000	90.00000	0.0		
559	505		0.0	0.0	0.0	27	1 628
601	506		2.19000	-90.00000	0.0		
628	506		2.19000	90.00000	0.0		
659	506		0.0	0.0	0.0	27	1 728
701	507		2.19000	-90.00000	0.0		
728	507		2.19000	90.00000	0.0		
759	507		0.0	0.0	0.0	27	1 828
801	508		2.19000	-90.00000	0.0		
828	508		2.19000	90.00000	0.0		
859	508		0.0	0.0	0.0	27	1 928
901	509		2.19000	-90.00000	0.0		
928	509		2.19000	90.00000	0.0		
959	509		0.0	0.0	0.0	27	1 1028
1001	510		2.19000	-90.00000	0.0		
1028	510		2.19000	90.00000	0.0		
1059	510		0.0	0.0	0.0		
1101	202		0.0	0.0	0.0		
ELEMENT TYPE							
1	ELBOWR						
GEOMETRY 1 0.12000							
F3	1001		2.0-0.5495073				
F3	1023	2	2-0.8354889	1			
F3	1024	1	2-0.4487982	1			
F3	1025	2	2-0.8936331	1			
F3	1025	1	2-0.3420195	1			
F3	1025	2	2-0.9396929	1			
F3	1026	1	2-0.2306155	1			
F3	1026	2	2-0.9730449	1			
F3	1027	1	2-0.1160929	1			
F3	1027	2	2-0.9932383	1			
F3	1028	2	2-1.0000000	1			

図1.116-4 作成されたFINASデータ

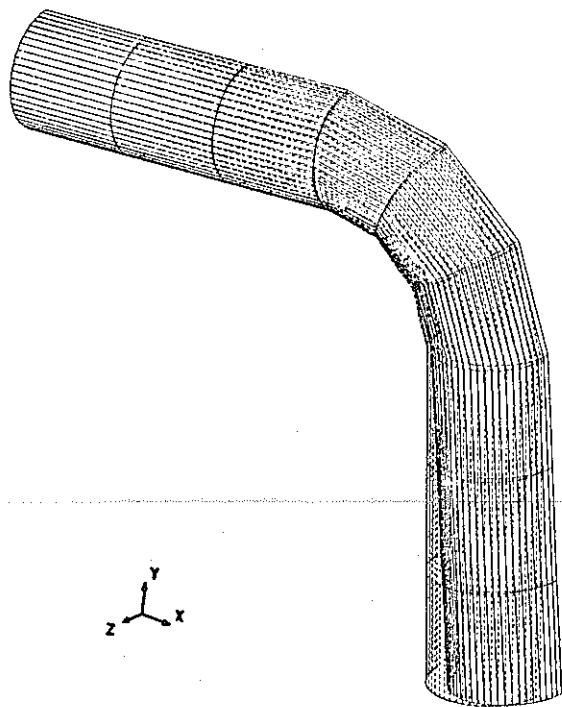


図1.116-5 変形図

(4) 考 察

図1.116-4、図1.116-5 および表1.116-1 より、配管解析データ作成プログラムFNSPIPEが正しく作動したこと
が検証された。

1.117 VP-117 新規材料データライブラリの弾塑性特性に対して参照温度を指定した弾塑性問題 —— SUS 304 ——

(1) 目的

新規材料データライブラリのオーステナイトステンレス鋼SUS304の弾塑性特性データを使用して、弾塑性解析を行なう。そのときに材料の参照温度と2直線近似での最大想定ひずみレベルを与え、それらに対応する材料が正しく使用されているかを調べる。

(2) 問題の設定

a) 解析モデル

・構造モデル

断面積 100 mm^2 の棒を用いて単軸問題によって比較を行なう。

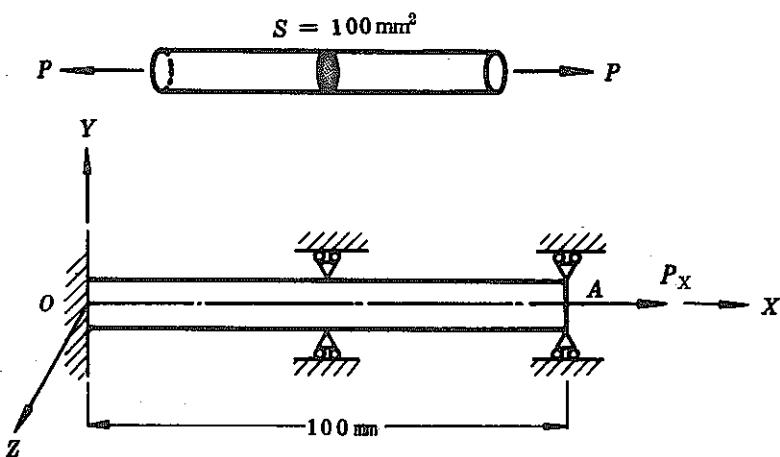


図1.117-1 構造モデル

・使用要素

ROD2 : 3次元棒要素

・有限要素モデル

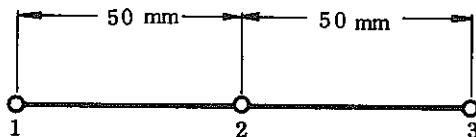


図1.117-2 有限要素モデル

b) 材料定数 (表1.117-1参照)

使用される材料定数はSUS304鋼のものを用いる。材料を参照するための温度は 550°C 一定とし、2直線近似での最大想定ひずみレベルを0.5%とする。塑性に関する硬化則はORNL推奨の硬化則とする。

表1.117-1 材料データライブラリでの弾塑性特性データ

温 度 <i>T</i> (°C)	弾 性 係 数 <i>E</i> (kg/mm ²)	降伏応力 <i>σ_y</i> (kg/mm ²)	加工硬化係数 <i>H'</i> (kg/mm ²)	10サイクル目の降伏応力 <i>σ_y¹⁰</i> (kg/mm ²)	10サイクル目の加工硬化係数 <i>H¹⁰</i> (kg/mm ²)
20	1.98×10^4	—	—	—	—
50	1.96×10^4	—	—	—	—
100	1.94×10^4	—	—	—	—
150	1.91×10^4	—	—	—	—
200	1.88×10^4	—	—	—	—
250	1.84×10^4	—	—	—	—
300	1.80×10^4	—	—	—	—
350	1.76×10^4	13.58	862.3	—	—
400	1.72×10^4	13.20	832.2	22.75	2240.3
450	1.67×10^4	12.90	803.1	22.75	2240.8
500	1.62×10^4	12.62	774.7	22.75	2240.8
550	1.57×10^4	12.30	746.5	21.76	1844.0
600	1.52×10^4	11.89	718.0	20.13	1381.2
650	1.47×10^4	11.34	688.9	8.59	1045.7

c) 境界条件 (図1.117-1 参照)

$$O\text{点において} \quad U_x = U_y = U_z = 0$$

$$OA\text{に沿って} \quad U_x = U_z = 0$$

d) 負荷条件

- 熱荷重

解析モデル内の温度は550°C(一定)とする。

- 機械荷重 (図1.117-1 参照)

A点における荷重履歴を図1.117-3 に示す。

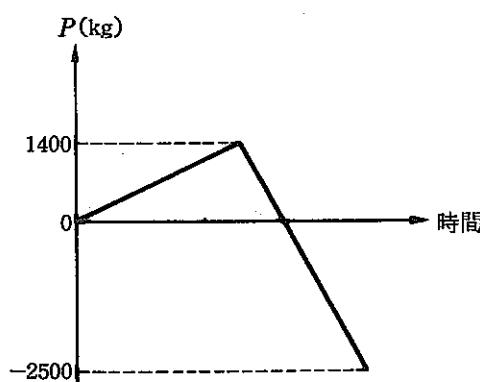


図1.117-3 荷重履歴

e) 理論解

各ケースの理論解は表1.117-2を参照。

(3) 解析結果 (表1.117-2参照)

表1.117-2 FINASの解と理論解

荷重 P (kg)	応力・ひずみ	FINAS の 解	理 論 解
1400	σ	1.4000E+01	14.0
	ϵ	3.1690E-03	3.1690×10^{-3}
	ϵ^e	8.9172E-04	8.91720×10^{-4}
	ϵ^p	2.2773E-03	2.2773×10^{-3}
-2500	σ	-2.5000E+01	-25.0
	ϵ	-1.9940E-03	-1.9940×10^{-3}
	ϵ^e	-1.5924E-03	-1.5924×10^{-3}
	ϵ^p	-4.0167E-04	-4.0167×10^{-4}

(4) 考 察

表1.117-2に示されるように FINAS の解と理論解は一致している。よって新しく組み込まれた材料データライブラリの弾塑性特性データが正しく作動したことが確認された。

1.118 VP-118 新規材料データライブラリを利用した時間硬化則クリープ
 問題 — SUS304 —, — SUS316 —, — SUS321 —,
 — $2\frac{1}{4}$ Cr-1Mo

(1) 目的

新規材料データライブラリのオーステナイトステンレス鋼SUS304, SUS316, SUS321, および $2\frac{1}{4}$ Cr-1Mo(NT材)のクリープ式を使用し、時間硬化則による弾性クリープ解析を行ない、FINASの解と理論解との比較を行なう。

(2) 問題の設定

a) 解析モデル

・構造モデル

断面積100 mm²の棒を用いる。

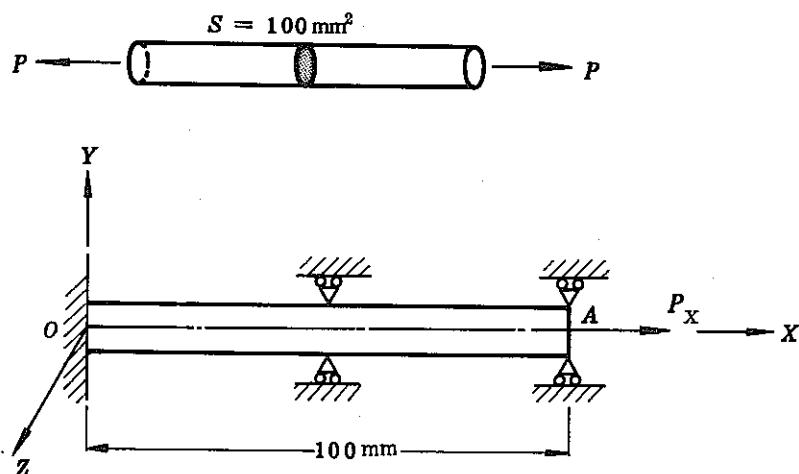


図1.118-1 構造モデル

・使用要素

ROD2 : 3次元棒要素

・有限要素モデル

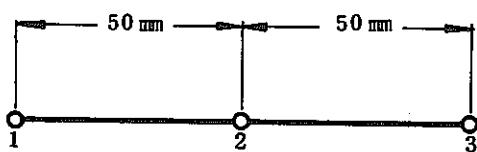


図1.118-2 有限要素モデル

b) 材料定数

各ケースで使用される材料、および材料定数は表1.118-1に示すとおりである。ただし、材料を参照する温度は550°Cとし、クリープ則は時間硬化則を適用する。

表1.118-1 各ケースにおける弾性係数およびクリープ式

	ケース1	ケース2	ケース3	ケース4
材 料	SUS304 鋼	SUS316 鋼	SUS321 鋼	$2\frac{1}{4}\text{Cr}\cdot1\text{Mo}$ (NT材)
弾性係数 (kg/mm ²)	1.57×10^4	1.57×10^4	1.57×10^4	1.58×10^4
クリープ式	表1.118-2 参照	表1.118-3 参照	表1.118-4 参照	表1.118-5 参照

c) 境界条件 (図1.118-1 参照)

$$O点について \quad U_X = U_Y = U_Z = 0$$

$$OA点に沿って \quad U_Y = U_Z = 0$$

d) 負荷条件

• 機械荷重 (図1.118-1 参照)

各ケースとも A点に次の荷重 P_X を与える。

$$P_X = 1000 \text{ kg}$$

• クリープ時間

最大クリープ時間 10000 時間

e) 理論解

各ケースの理論解は表1.118-6 および表1.118-7 を参照。

表1.118-2 SUS304鋼のクリープひずみ式

$$\dot{\epsilon}^c = c_1 \{ 1 - \exp(-r_1 t) \} + c_2 \{ 1 - \exp(-r_2 t) \} + \dot{\epsilon}_m t$$

ここで、

$$r_1 = 103.37 t_R^{-0.72607}, \quad r_2 = 17.255 t_R^{-0.86775}$$

$$c_1 = 1.2692 \dot{\epsilon}_m^{0.74491} / r_1 \quad c_2 = 0.48449 \dot{\epsilon}_m^{0.81155} / r_2$$

$$\dot{\epsilon}_m = F t_R^{-1.1335}$$

$$\log_{10}(\alpha_R t_R) = \begin{cases} B_0 + B_1 \log_{10} \sigma + B_2 (\log_{10} \sigma)^2 & (0.1 \leq \sigma \leq 38.0 \text{ のとき}) \\ \{B_0 - B_2 (\log_{10} 0.1)^2\} + (B_1 + 2B_2 \log_{10} 0.1) \log_{10} \sigma & (0.01 \leq \sigma < 0.1 \text{ のとき}) \end{cases}$$

ただし、 $0 \leq \sigma < 0.01$ に対しては、 $r_1 = r_2 = c_1 = c_2 = \dot{\epsilon}_m = 0$

〈使用単位〉 $\dot{\epsilon}^c$ (mm/mm), σ (kg/mm²), t (hr), T (°C)

パラメータ	温度
	$425 \leq T \leq 650$
F	$62.416 \exp \left\{ -\frac{40812}{8.31(T+273.15)} \right\}$
B_0	$-1.754301 + 26248.54 / (T+273.15)$
B_1	$-6104.579 / (T+273.15)$
B_2	$-425.0012 / (T+273.15)$
α_R	MATERIAL データ B_{12} カードで指定した値。 B_{12} カードの α_R が無記入の場合は 1.0

表1.118-3 SUS316鋼のクリープひずみ式

$$\varepsilon^c = c_1 \{ 1 - \exp(-r_1 t) \} + c_2 \{ 1 - \exp(-r_2 t) \} + \dot{\varepsilon}_m t$$

ここで、

$$r_1 = 103.37 t_R^{-0.72607}, \quad r_2 = 17.255 t_R^{-0.86775}$$

$$c_1 = 1.2692 \dot{\varepsilon}_m^{0.74491} / r_1 \quad c_2 = 0.48449 \dot{\varepsilon}_m^{0.81155} / r_2$$

$$\dot{\varepsilon}_m = F t_R^{-1.1126}$$

$$\log_{10}(\alpha_R t_R) = \begin{cases} B_0 + B_1 \log_{10} \sigma + B_2 (\log_{10} \sigma)^2 & (0.7 \leq \sigma \leq 38.0 \text{ のとき}) \\ \{B_0 - B_2 (\log_{10} 0.7)^2\} + (B_1 + 2B_2 \log_{10} 0.7) \log_{10} \sigma & (0.01 \leq \sigma < 0.7 \text{ のとき}) \end{cases}$$

ただし、 $0 \leq \sigma < 0.01$ に対しては、 $r_1 = r_2 = c_1 = c_2 = \dot{\varepsilon}_m = 0$

〈使用単位〉 ε^c (mm/mm), σ (kg/mm²), t (hr), T (°C)

パラメータ	温度
	$425 \leq T \leq 650$
F	$59119.0 \exp \left\{ -\frac{93475.0}{8.31(T+273.15)} \right\}$
B_0	$-17.37762 + 22983.2 / (T+273.15)$
B_1	$-798.521 / (T+273.15)$
B_2	$-2163.93 / (T+273.15)$
α_R	MATERIAL データ B_{12} カードで指定した値。 B_{12} カードの α_R が無記入の場合は 1.0

表1.118-4 SUS321 鋼伝熱管のクリープひずみ式

$$\varepsilon^c = c_1 \{ 1 - \exp(-r_1 t) \} + c_2 \{ 1 - \exp(-r_2 t) \} + \dot{\varepsilon}_m t$$

ここで、

$$r_1 = 103.37 t_R^{-0.72607}, \quad r_2 = 17.255 t_R^{-0.86775}$$

$$c_1 = 1.2692 \dot{\varepsilon}_m^{0.74491} / r_1 \quad c_2 = 0.48449 \dot{\varepsilon}_m^{0.81155} / r_2$$

$$\dot{\varepsilon}_m = F t_R^{-1.1104}$$

$$\log_{10}(\alpha_R t_R) = \begin{cases} B_0 + B_1 \log_{10} \sigma + B_2 (\log_{10} \sigma)^2 & (2.2 \leq \sigma \leq 46.0 \text{ のとき}) \\ \{B_0 - B_2 (\log_{10} 2.2)^2\} + (B_1 + 2 B_2 \log_{10} 2.2) \log_{10} \sigma & (0.1 \leq \sigma < 2.2 \text{ のとき}) \end{cases}$$

ただし、 $0 \leq \sigma < 0.01$ に対しては、 $r_1 = r_2 = c_1 = c_2 = \dot{\varepsilon}_m = 0$

〈使用単位〉 ε^c (mm/mm), σ (kg/mm²), t (hr), T (°C)

パラメータ	温 度	$425 \leq T \leq 650$
F		$0.044758 \exp \left\{ -\frac{4439.8}{8.31(T+273.15)} \right\}$
B_0		$-16.46258 + 20089.0 / (T+273.15)$
B_1		$1953.03 / (T+273.15)$
B_2		$-2954.61 / (T+273.15)$
α_R	MATERIAL データ B_{12} カードで指定した値。 B_{12} カードの α_R が無記入の場合は 1.0	

表1.118-5 $2\frac{1}{4}$ Cr-1Mo 鋼(NT材)板のクリープひずみ式

$$\dot{\varepsilon}^c = c_1 \{ 1 - \exp(-r_1 t) \} + c_2 \{ 1 - \exp(-r_2 t) \} + \dot{\varepsilon}_m t$$

ここで、

$$r_1 = 45.2986 t_R^{-0.56858}, \quad r_2 = 14.3245 t_R^{-0.82278}$$

$$c_1 = 0.30546 \dot{\varepsilon}_m^{0.59235} / r_1 \quad c_2 = 0.26505 \dot{\varepsilon}_m^{-0.81657} / r_2$$

$$\dot{\varepsilon}_m = F t_R^{-1.09319}$$

$$\log_{10}(\alpha_R t_R) = \begin{cases} B_0 + B_1 \log_{10} \sigma + B_2 (\log_{10} \sigma)^2 & (1.4 \leq \sigma \leq 35.0 \text{ のとき}) \\ \{B_0 - B_2 (\log_{10} 1.4)^2\} + (B_1 + 2B_2 \log_{10} 1.4) \log_{10} \sigma & (0.01 \leq \sigma < 1.4 \text{ のとき}) \end{cases}$$

ただし、 $0 \leq \sigma < 0.01$ に対しては、 $r_1 = r_2 = c_1 = c_2 = \dot{\varepsilon}_m = 0$

〈使用単位〉 $\dot{\varepsilon}^c$ (mm/mm), σ (kg/mm²), t (hr), T (°C)

温 度 パラメータ	$375 \leq T \leq 550$
F	$13.5699 \exp \left\{ -\frac{33435.0}{8.31(T+273.15)} \right\}$
B_0	$-15.956105 + 18600.626 / (T+273.15)$
B_1	$659.76676 / (T+273.15)$
B_2	$-2655.7865 / (T+273.15)$
α_R	MATERIAL データ B_{12} カードで指定した値。 B_{12} カードの α_R が無記入の場合は 1.0

(3) 解析結果 (表1.118-6, 表1.118-7 参照)

表1.118-6 応力と弾性ひずみ

	応 力 (kg/mm ²)		弾 性 ひ ず み	
	FINAS の 解	理 論 解	FINAS の 解	理 論 解
ケース 1	1.00000E+01	10	6.3694E-04	6.369427×10^{-4}
ケース 2	1.00000E+01	10	6.3694E-04	6.369427×10^{-4}
ケース 3	1.00000E+01	10	6.3694E-04	6.369427×10^{-4}
ケース 4	1.00000E+01	10	6.3291E-04	6.329114×10^{-4}

表1.118-7 10000時間後のクリープひずみ

	FINAS の 解	理 論 解
ケース 1	1.7339E-03	1.7339×10^{-3}
ケース 2	6.0915E-04	6.09150×10^{-4}
ケース 3	3.4114E-04	3.4114×10^{-4}
ケース 4	2.7447E-02	2.74465×10^{-2}

(4) 考 察

表1.118-6, 表1.118-7に示すとおり, FINASの解と理論解は一致している。このことから材料データライブラリに新しく組み込まれた各材料のクリープ式に対して時間硬化則を適用できることが確認できる。

1.119 VP-119 新規材料データライブラリの単調応力-ひずみ関係式を用いた弾塑性問題——SUS304——, —SUS316——,
—SUS321——, — $2\frac{1}{4}$ Cr-1Mo——

(1) 目的

新規材料データライブラリのオーステナイトステンレス鋼SUS304, SUS316, SUS321, $2\frac{1}{4}$ Cr-1Mo(NT材)の単調応力-ひずみ関係式を用いた弾塑性問題を解析し、関数型弾塑性解析機能の検証を行なう。

(2) 問題の設定

a) 解析モデル

・構造モデル

断面積100 mm²の棒を用いる。

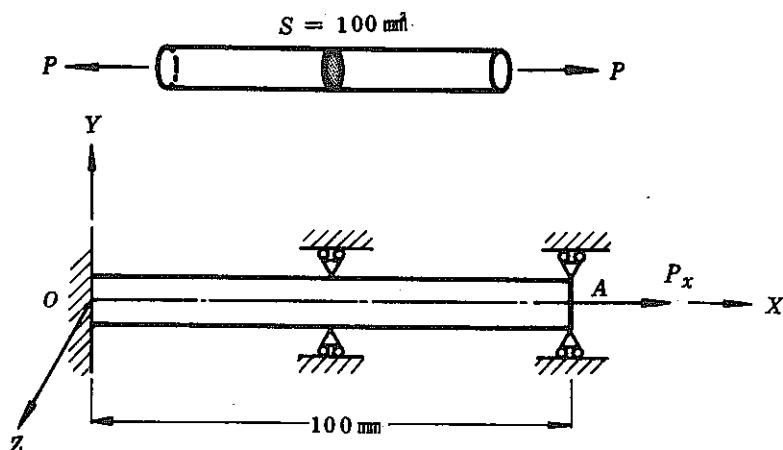


図1.119-1 構造モデル

・使用要素

ROD2 : 3次元棒要素

・有限要素モデル

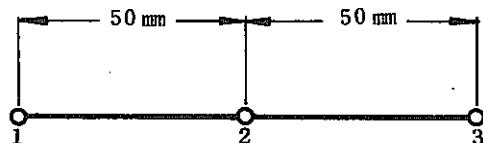


図1.119-2 有限要素モデル

b) 材料定数

・各ケースで使用される材料定数は表1.119-1に示すとおりである。材料を参照するための温度は550°C一定とする。

表1.119-1 各ケースで使用される材料定数

ケース	材 料 定 数	表 番 号
1	SUS304 鋼の単調応力 - ひずみ関係式	1.119-2
2	SUS316 鋼の単調応力 - ひずみ関係式	1.119-3
3	SUS321 鋼伝熱管の単調応力 - ひずみ関係式	1.119-4
4	$2\frac{1}{4}$ Cr・1 Mo 鋼伝熱管の単調応力 - ひずみ関係式	1.119-5

- 塑性に関する硬化則は等方硬化則とする。

c) 境界条件

$$O \text{点において} \quad U_X = U_Y = U_Z = 0$$

$$OA \text{に沿って} \quad U_Y = U_Z = 0$$

d) 負荷条件

- 機械荷重 (図1.119-1 参照)

表1.119-6 に示される荷重 P_X を点Aに負荷する。

表1.119-6 各ケースの荷重 P_X

ケース	荷 重 P_X (kg)
1	2000
2	2000
3	2300
4	3600

e) 理論解

各ケースの理論解は図1.119-3、図1.119-4、図1.119-5 および図1.119-6 を参照。

(3) 解析結果

各ケースの解析結果を理論解と比較する。(表1.119-7 参照)

表1.119-7 各ケースの解析結果と理論解の比較

ケース	内 容	図番号
1	SUS304 の FINAS 解と理論解との比較	1.119-3
2	SUS316 の FINAS 解と理論解との比較	1.119-4
3	SUS321 の FINAS 解と理論解との比較	1.119-5
4	$2\frac{1}{4}$ Cr-1 Mo の FINAS 解と理論解との比較	1.119-6

表1.119~2 SUS304鋼弾塑性応力-ひずみ関係式

(1) $\sigma \leq \sigma_P$ のとき

$$\varepsilon_e = \frac{\sigma}{E}$$

$$\varepsilon_p = 0$$

(2) $\sigma > \sigma_P$ のとき

$$\varepsilon_e = \frac{\sigma}{E}$$

$$\varepsilon_p = \left(\frac{\sigma - \sigma_P}{K} \right)^{\frac{1}{m}}$$

<使用単位>

$$\varepsilon_e \text{ (mm/mm)}, \quad \varepsilon_p \text{ (mm/mm)}, \quad \sigma \text{ (kg/mm}^2\text{)}$$

<適用限界>

$$\text{最大ひずみ } (\varepsilon_e + \varepsilon_p)_{\max} \leq 0.03 \text{ (mm/mm)}$$

パラメータ	温度 (°C)	$315 \leq T \leq 650$
E (kg/mm ²)		$315 \leq T < 400 \quad E = 2.040 \times 10^4 - 8.000T$ $400 \leq T \leq 650 \quad E = 2.126 \times 10^4 - 10.125T$
σ_P (kg/mm ²)		$\sigma_Y - K(0.002)^m$
σ_Y (kg/mm ²)		$(25.5655 - 5.58937 \times 10^{-2}T + 1.04384 \times 10^{-4}T^2 - 7.42535 \times 10^{-8}T^3)/\alpha_Y$
K (kg/mm ²)		$44.3068 - 1.78933 \times 10^{-2}T$
m		$0.279395 + 7.749 \times 10^{-5}T$
α_Y		MATERIAL データ B ₁₁ カードで指定した値。 B ₁₁ カードの α_Y が無記入の場合は 1.0

表1.119-3 SUS316鋼弾塑性応力-ひずみ関係式

(1) $\sigma \leq \sigma_p$ のとき

$$\varepsilon_e = \frac{\sigma}{E}$$

$$\varepsilon_p = 0$$

(2) $\sigma > \sigma_p$ のとき

$$\varepsilon_e = \frac{\sigma}{E}$$

$$\varepsilon_p = \left(\frac{\sigma - \sigma_p}{K} \right)^{\frac{1}{m}}$$

<使用単位>

$$\varepsilon_e \text{ (mm/mm)}, \quad \varepsilon_p \text{ (mm/mm)}, \quad \sigma \text{ (kg/mm}^2\text{)}$$

<適用限界>

$$\text{最大ひずみ } (\varepsilon_e + \varepsilon_p)_{\max} \leq 0.03 \text{ (mm/mm)}$$

パラメータ	温度 (°C)	$315 \leq T \leq 650$
E (kg/mm ²)		$315 \leq T < 400 \quad E = 2.040 \times 10^4 - 8.000 T$ $400 \leq T \leq 650 \quad E = 2.126 \times 10^4 - 10.125 T$
σ_p (kg/mm ²)		$\sigma_Y - K (0.002)^m$
σ_Y (kg/mm ²)		$(26.8073 - 5.04547 \times 10^{-2} T + 8.03901 \times 10^{-5} T^2 - 5.11282 \times 10^{-8} T^3) / \alpha_Y$
K (kg/mm ²)		$40.0909 - 9.69990 \times 10^{-3} T$
m		$0.326245 + 6.13276 \times 10^{-5} T$
α_Y		MATERIAL データ B ₁₁ カードで指定した値。 B ₁₁ カードの α_Y が無記入の場合は 1.0

表1.119-4 SUS321鋼伝熱管弾塑性応力-ひずみ関係式

(1) $\sigma \leq \sigma_p$ のとき

$$\varepsilon_e = \frac{\sigma}{E}$$

$$\varepsilon_p = 0$$

(2) $\sigma > \sigma_p$ のとき

$$\varepsilon_e = \frac{\sigma}{E}$$

$$\varepsilon_p = \left(\frac{\sigma - \sigma_p}{K} \right)^{\frac{1}{m}}$$

<使用単位>

$$\varepsilon_e \text{ (mm/mm)}, \quad \varepsilon_p \text{ (mm/mm)}, \quad \sigma \text{ (kg/mm}^2\text{)}$$

<適用限界>

$$\text{最大ひずみ } (\varepsilon_e + \varepsilon_p)_{\max} \leq 0.03 \text{ (mm/mm)}$$

パラメータ	温度 (°C)	$315 \leq T \leq 650$
E (kg/mm ²)		$315 \leq T < 400 \quad E = 2.040 \times 10^4 - 8.000T$ $400 \leq T \leq 650 \quad E = 2.126 \times 10^4 - 10.125T$
σ_p (kg/mm ²)		$\sigma_y - K(0.002)^m$
σ_y (kg/mm ²)		$(24.4905 - 3.80298 \times 10^{-2}T + 6.15139 \times 10^{-5}T^2 - 4.06897 \times 10^{-8}T^3) / \alpha_y$
K (kg/mm ²)		$59.517 - 2.6872 \times 10^{-2}T$
m		0.3
α_y		MATERIAL データ B ₁₁ カードで指定した値。 B ₁₁ カードの α_y が無記入の場合は 1.0

表1.119-5 2 $\frac{1}{4}$ Cr-1Mo鋼弾塑性応力-ひずみ関係式

(1) $\sigma \leq \sigma_P$ のとき

$$\varepsilon_e = \frac{\sigma}{E}$$

$$\varepsilon_p = 0$$

(2) $\sigma > \sigma_P$ のとき

$$\varepsilon_e = \frac{\sigma}{E}$$

$$\varepsilon_p = \left(\frac{\sigma - \sigma_p}{K} \right)^{\frac{1}{m}}$$

<使用単位>

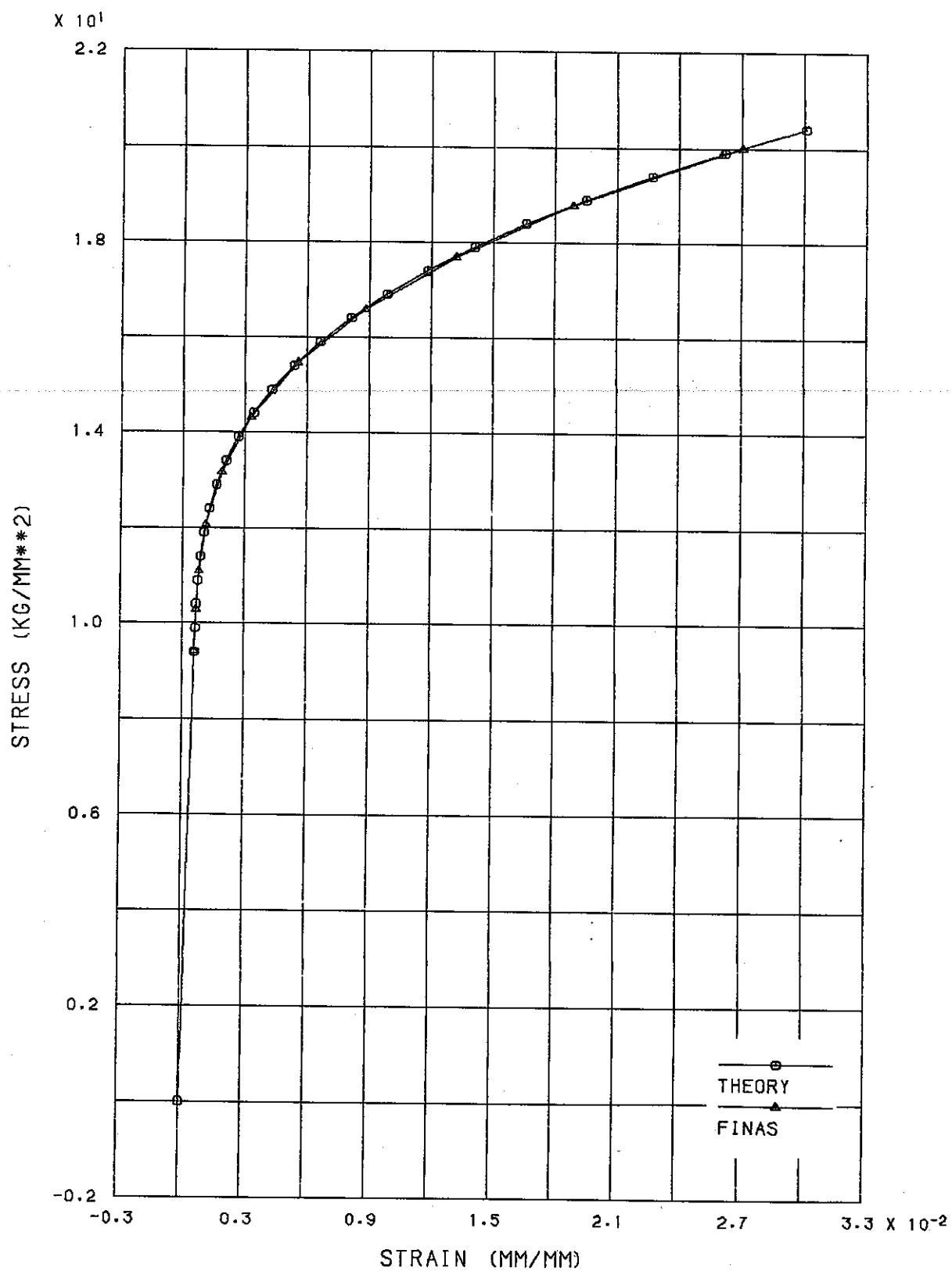
$$\varepsilon_e \text{ (mm/mm)}, \quad \varepsilon_p \text{ (mm/mm)}, \quad \sigma \text{ (kg/mm}^2\text{)}$$

<適用限界>

$$\text{最大ひずみ } (\varepsilon_e + \varepsilon_p)_{\max} \leq 0.03 \text{ (mm/mm)}$$

パラメータ	温度 (°C)	$300 \leq T \leq 550$
E (kg/mm ²)		$300 \leq T \leq 375 \quad E = 2.267 \times 10^4 - 10.8000 T$ $375 < T < 450 \quad E = 2.010 \times 10^4 - 4.000 T$ $450 \leq T \leq 550 \quad E = 0.2164011 \times 10^5 - 0.7060216 \times 10^1 T$ $+ 0.3684193 \times 10^{-2} T^2 - 0.1014639 \times 10^{-4} T^3$
σ_p (kg/mm ²)		$\sigma_Y - K (0.002)^m$
σ_Y (kg/mm ²)		$(42.9566 - 4.59888 \times 10^{-2} T + 1.47316 \times 10^{-4} T^2$ $- 1.93388 \times 10^{-7} T^3) / \alpha_Y$
K (kg/mm ²)		$83.0 - 8.75 \times 10^{-2} T$
m		$0.417 - 5.125 \times 10^{-4} T$
α_Y		MATERIAL データ B ₁₁ カードで指定した値。B ₁₁ カードの α_Y が無記入の場合は 1.0

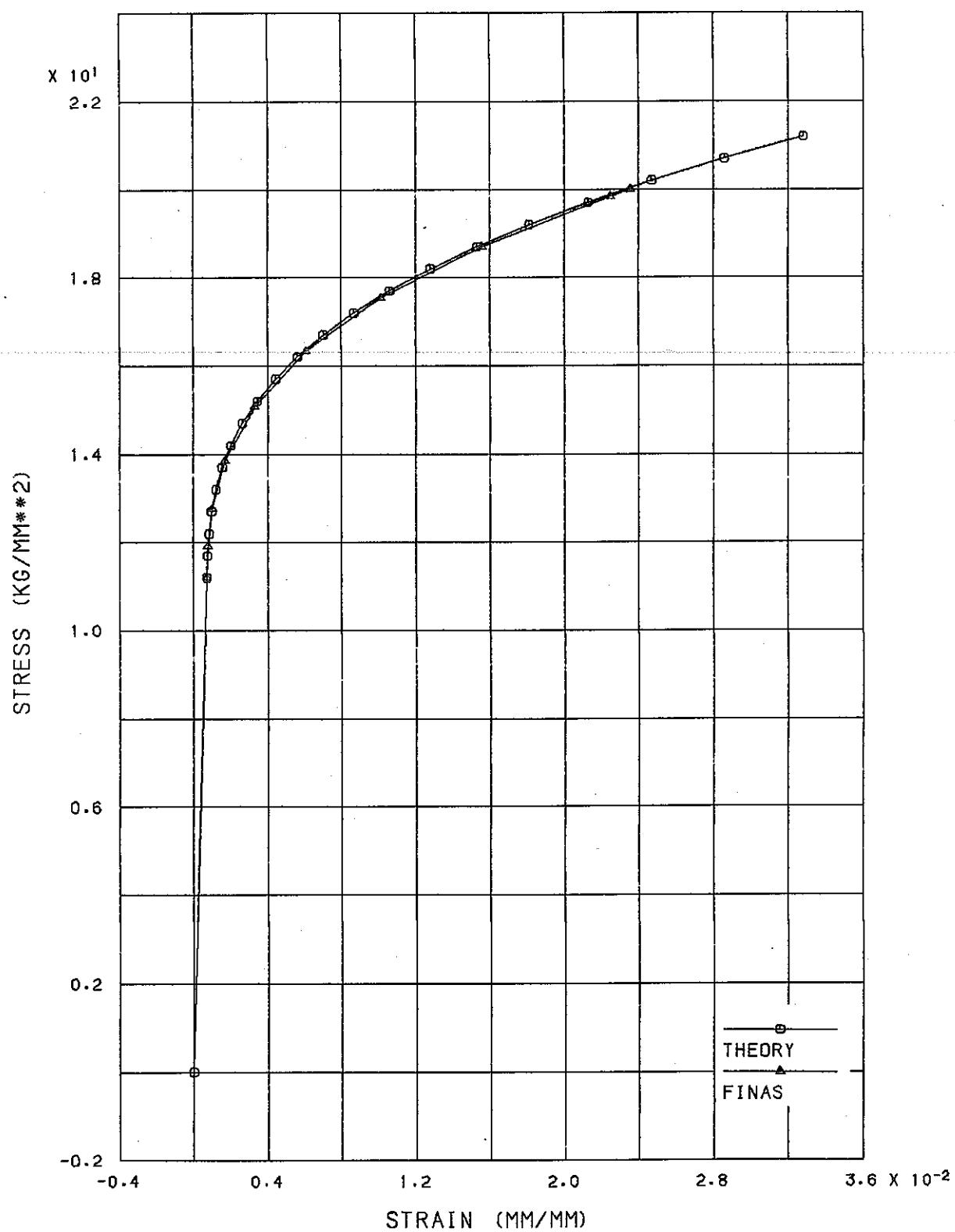
FINAS



STRESS-STRAIN CURVE (SUS304, REF. TEMP=550)

図1.119-3 SUS304のFINAS解と理論解との比較

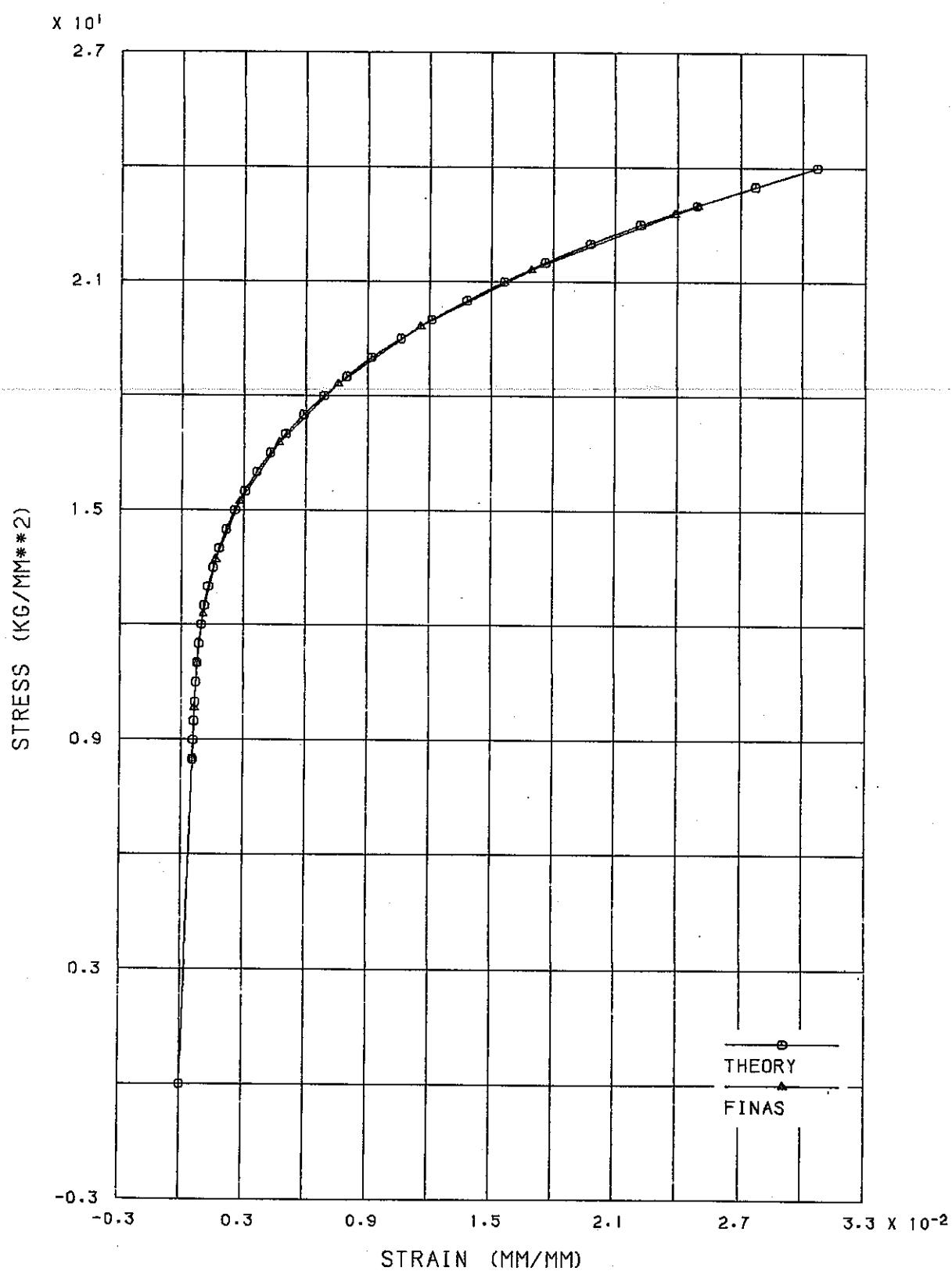
FINAS



STRESS-STRAIN CURVE (SUS316, REF. TEMP=550)

図1.119-4 SUS 316 の FINAS 解と理論解との比較

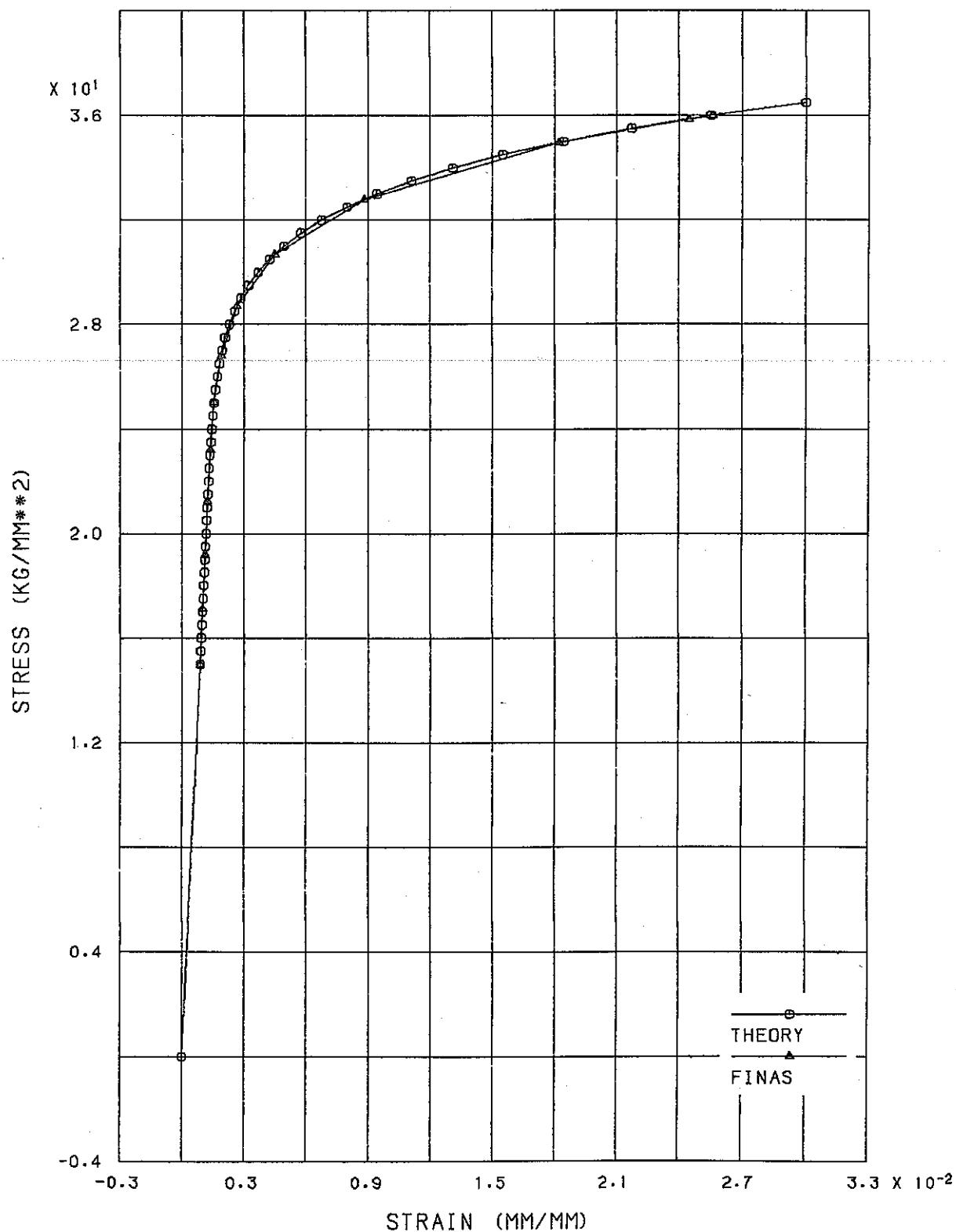
FINAS



STRESS-STRAIN CURVE (SUS321, REF. TEMP=550)

図1.119-5 SUS321のFINAS解と理論解との比較

FINAS



STRESS-STRAIN CURVE (2 1/4Cr-1Mo, REF. TEMP=550)

図1.119-6 2 1/4Cr-1MoのFINAS解と理論解との比較

(4) 考 案

結果(図1.119-3, 図1.119-4, 図1.119-5, 図1.119-6参照)から, 各ケースの各ステップのFINASの解はそれぞれの理論解の単調応力-ひずみ曲線上にのっており, 各材料の単調応力-ひずみ関係式を用いた弾塑性解析機能が正しく作動したことが認められる。

1.120 VP-120 新規材料データライブラリの単調応力 - ひずみ関係式によるサイクリック弾塑性問題

(1) 目的

単軸引張り・圧縮問題において、新規材料データライブラリ SUS304 単調応力 - ひずみ関係式を用いたサイクリック弾塑性解析機能の検証を行なう。

(2) 問題の設定

a) 解析モデル

・構造モデル

半径 20 mm の中実円筒を軸対称モデルとして扱う。

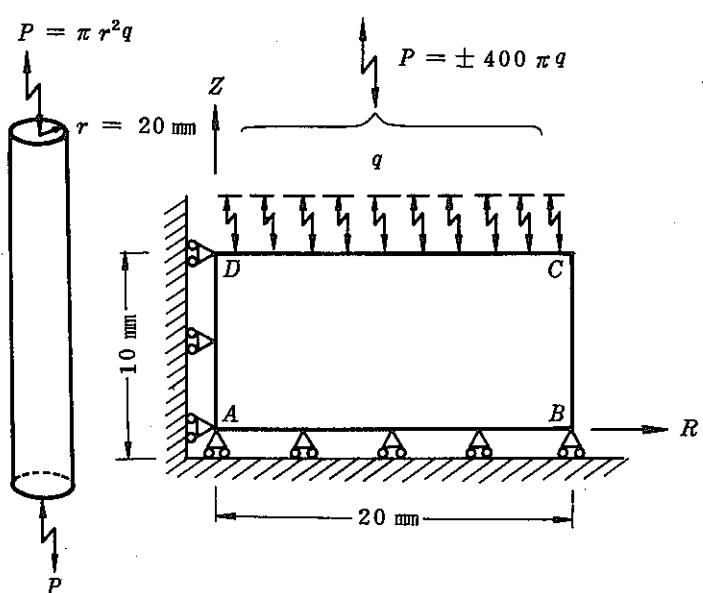


図1.120-1 構造モデル

・使用要素

QAX8 : 8節点四辺形軸対称要素

・有限要素モデル

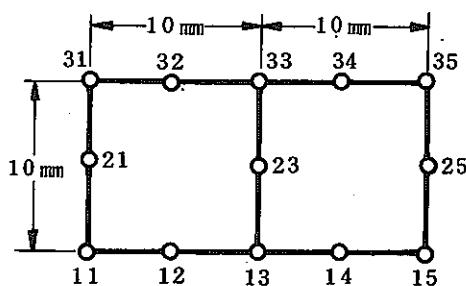


図1.120-2 有限要素モデル

b) 材料定数

材料定数は表1.120-1に示されるSUS304鋼弾塑性応力-ひずみ関係式を適用し、ポアソン比は0.0とする。

また、塑性に関する硬化則は等方硬化則とする。

c) 境界条件（図1.120-1参照）

$$\text{ABに沿い} \quad u_z = 0$$

$$\text{ADに沿い} \quad u_R = 0$$

d) 負荷条件

・構造温度 $T = 500^{\circ}\text{C}$ (一定)

・軸方向サイクリック荷重 q

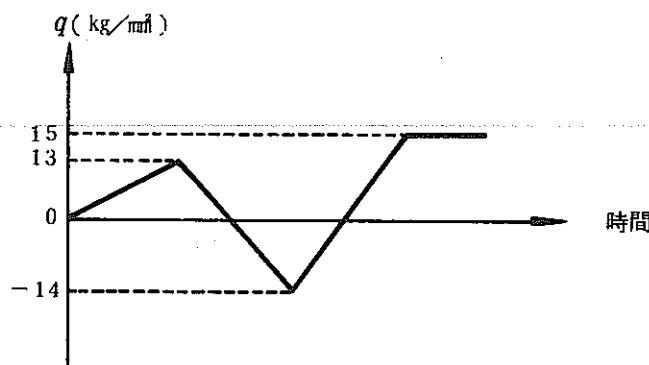


図1.120-3 荷重履歴

(3) 解析結果

表1.120-2にFINASの解と理論解の比較を示す。また、図1.120-4に応力-ひずみ履歴図を示す。

(4) 考察

表1.120-2の結果からわかるように、FINASの解と理論解は一致しており、材料データライブラリの単調応力-ひずみ関係式を用いたサイクリック弾塑性解析機能が正しく作動したことが認められる。

表1.120-1 SUS 304 鋼単調応力-ひずみ関係式

(1) $\sigma \leq \sigma_P$ のとき

$$\varepsilon_e = \frac{\sigma}{E}$$

$$\varepsilon_p = 0$$

(2) $\sigma > \sigma_P$ のとき

$$\varepsilon_e = \frac{\sigma}{E}$$

$$\varepsilon_p = \left(\frac{\sigma - \sigma_P}{K} \right)^{\frac{1}{m}}$$

<使用単位>

$$\varepsilon_e \text{ (mm/mm)}, \quad \varepsilon_p \text{ (mm/mm)}, \quad \sigma \text{ (kg/mm}^2\text{)}$$

<適用限界>

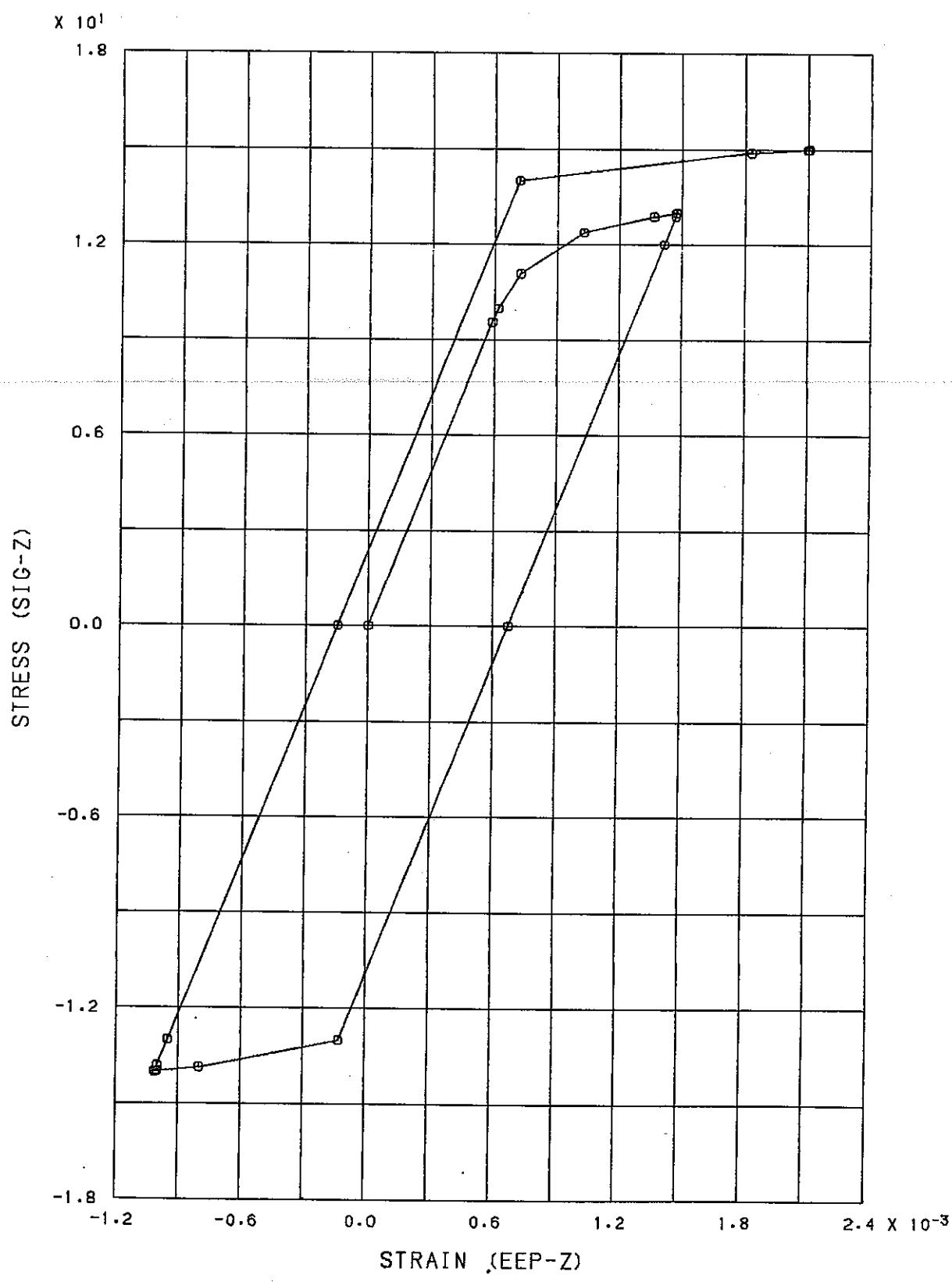
$$\text{最大ひずみ } (\varepsilon_e + \varepsilon_p)_{\max} \leq 0.03 \text{ (mm/mm)}$$

パラメータ	温度 (°C)	
	$315 \leq T \leq 650$	
E (kg/mm ²)	$315 \leq T < 400$	$E = 2.040 \times 10^4 - 8.000 T$
	$400 \leq T \leq 650$	$E = 2.126 \times 10^4 - 10.125 T$
σ_P (kg/mm ²)	$\sigma_Y - K (0.002)^m$	
σ_Y (kg/mm ²)	$(25.5655 - 5.58937 \times 10^{-2} T + 1.04384 \times 10^{-4} T^2 - 7.42535 \times 10^{-8} T^3) / \alpha_Y$	
K (kg/mm ²)	$44.3068 - 1.78933 \times 10^{-2} T$	
m	$0.279395 + 7.749 \times 10^{-5} T$	
α_Y	MATERIAL データ B ₁₁ カードで指定した値。 B ₁₁ カードの α_Y が無記入の場合は 1.0	

表1.120-2 FINASの解と理論解との比較(軸方向成分)

荷重 q (kg/mm ²)	成 分		FINAS の 解	理 論 解
13.0	ひ ず み	応力 (kg/mm ²)	σ_z	13.000 E+01
			ϵ_z^{ep}	1.4761 E-03
			ϵ_z^e	8.0259 E-04
			ϵ_z^p	6.7352 E-04
			$\overline{\epsilon}^p$	6.7352 E-04
-14.0	ひ す み	応力 (kg/mm ²)	σ_z	-14.000 E+01
			ϵ_z^{ep}	-1.0123 E-03
			ϵ_z^e	-8.6433 E-04
			ϵ_z^p	-1.4795 E-04
			$\overline{\epsilon}^p$	-1.4950 E-03
15.0	ひ す み	応力 (kg/mm ²)	σ_z	15.000 E+01
			ϵ_z^{ep}	2.1055 E-03
			ϵ_z^e	9.2607 E-04
			ϵ_z^p	1.1794 E-03
			$\overline{\epsilon}^p$	2.8224 E-03

FINAS



STRESS-STRAIN CURVE (SUS304, REF. TEMP=500)

図1.120-4 応力-ひずみの履歴(軸方向成分)

1.121 VP-121 α リセット法を用いた2直線近似移動硬化問題

(1) 目的

2直線近似移動硬化モデルに対して α リセット法を用いたサイクリックな単軸引張り弾塑性解析を行ない、FINASの解と理論解との比較を行なう。

(2) 問題の設定

a) 解析モデル

- 構造モデル

断面積 100 mm^2 の棒

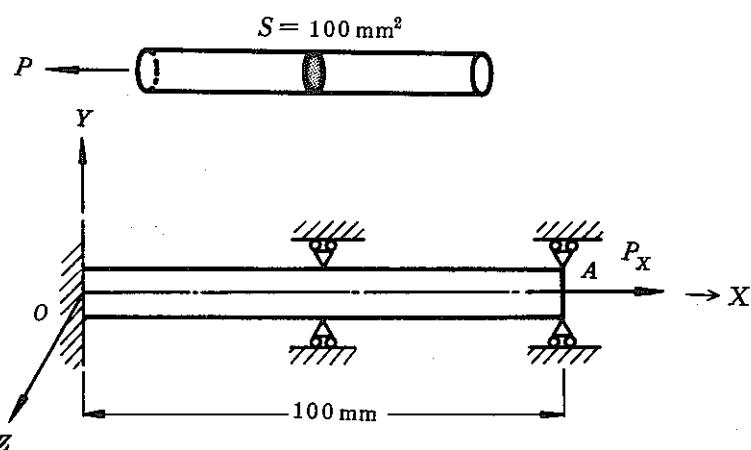


図1.121-1 構造モデル

- 使用要素

ROD2 : 3次元軸力要素

- 有限要素モデル

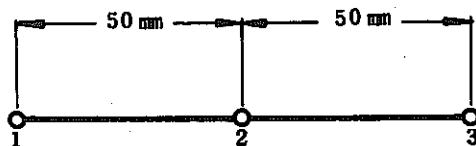


図1.121-2 有限要素モデル

b) 材料定数

材料はSUS 304と仮定。

弾性係数 $E = 2 \times 10^4 \text{ kg/mm}^2$

降伏応力 $\sigma_y = 15 \text{ kg/mm}^2$

加工硬化係数 $H' = 240 \text{ kg/mm}^2$

c) 硬化則

塑性の硬化則としては α リセット法を用いた移動硬化則とする。

d) 境界条件

図1.121-1 参照。

$$\begin{array}{ll} O \text{点において} & U_x = U_y = U_z = 0 \\ OA \text{に沿い} & U_y = U_z = 0 \end{array}$$

e) 負荷条件

- 機械荷重

図1.121-1, 図1.121-3 参照。

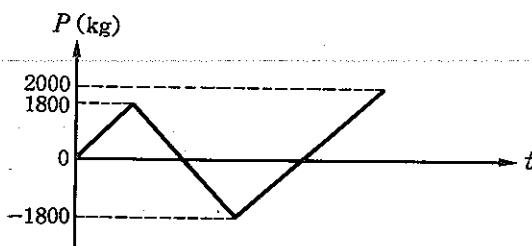


図1.121-3 荷重履歴

f) 理論解

• $P=1800 \text{ kg}$

$$\begin{aligned} \sigma_{1800} &= P/A = 1800/100 = 18.0 (\text{kg/mm}^2) \\ \epsilon_{1800}^e &= \sigma_{1800}/E = 18.0/2 \times 10^4 = 9.0 \times 10^{-4} \\ \epsilon_{1800}^p &= (\sigma_{1800} - \sigma_Y)/H' = (18.0 - 15.0)/240 = 1.25 \times 10^{-2} \\ \epsilon_{1800}^{ep} &= \epsilon_{1800}^e + \epsilon_{1800}^p = 9.0 \times 10^{-4} + 1.25 \times 10^{-2} = 1.34 \times 10^{-2} \\ \alpha_{1800} &= c \cdot \epsilon_{1800}^p = 160 \times 1.25 \times 10^{-2} = 2.0 (\text{kg/mm}^2) \end{aligned}$$

• $P=-1800 \text{ kg}$

$$\begin{aligned} \sigma_{-1800} &= P/A = -1800/100 = -18.0 (\text{kg/mm}^2) \\ \epsilon_{-1800}^e &= \sigma_{-1800}/E = -18.0/2 \times 10^4 = -9.0 \times 10^{-4} \\ \epsilon_{-1800}^p &= \epsilon_{-1800}^p + (\sigma_{-1800} + \sigma_Y)/H' = 1.25 \times 10^{-2} - 1.25 \times 10^{-2} = 0.0 \\ (\alpha \text{リセット法により } \alpha_{1800} = 0 \text{ となり, } \sigma = -15.0 \text{ で再降伏する。}) \\ \epsilon_{-1800}^{ep} &= \epsilon_{-1800}^e + \epsilon_{-1800}^p = -9.0 \times 10^{-4} + 0.0 = -9.0 \times 10^{-4} \\ \alpha_{-1800} &= \alpha_{1800} + \alpha_{-1800} = 0.0 + c \cdot \epsilon_{-1800}^p = 0.0 - 2.0 = -2.0 (\text{kg/mm}^2) \end{aligned}$$

• $P=2000 \text{ kg}$

$$\begin{aligned} \sigma_{2000} &= P/A = 2000/100 = 20.0 (\text{kg/mm}^2) \\ \epsilon_{2000}^e &= \sigma_{2000}/E = 20.0/2 \times 10^4 = 1.0 \times 10^{-3} \\ \epsilon_{2000}^p &= \epsilon_{-1800}^p + (\sigma_{2000} - \sigma_Y)/H' = 0.0 + 2.08333 \times 10^{-2} \\ (\alpha \text{リセット法により } \alpha_{-1800} = 0 \text{ となり, } \sigma = 15.0 \text{ で再降伏する。}) \end{aligned}$$

$$\epsilon_{2000}^{ep} = \epsilon_{2000}^e + \epsilon_{2000}^p = 1.0 \times 10^{-3} + 2.08333 \times 10^{-2} = 2.18333 \times 10^{-2}$$

$$a_{2000} = a_{-1800} + C \cdot \epsilon_{2000}^p = 0.0 + 160 \times 2.08333 \times 10^{-2} = 3.33328$$

(3) 解析結果

表1.121-2 および図1.121-4 を参照。

表1.121-2 FINASの解と理論解との比較

荷重 P (kg)	成 分	FINAS の解	理 論 解
1800	σ	1.8000E+01	18.0 kg/mm ²
	ϵ^{ep}	1.3400E-02	1.34×10^{-2}
	ϵ^e	9.0000E-04	9.0×10^{-4}
	ϵ^p	1.2500E-02	1.25×10^{-2}
	a^*	2.0000E-00	2.0 kg/mm ²
-1800	σ	-1.8000E+01	-18.0 kg/mm ²
	ϵ^{ep}	-8.9996E-04	-9.0×10^{-4}
	ϵ^e	-9.0000E-04	-9.0×10^{-4}
	ϵ^p	4.4703E-08	0.0
	a^*	-2.0000E+00	-2.0 kg/mm ²
2000	σ	2.0000E+01	20.0 kg/mm ²
	ϵ^{ep}	2.1833E-02	2.18333×10^{-2}
	ϵ^e	1.0000E-03	1.0×10^{-3}
	ϵ^p	2.0833E-02	2.08333×10^{-2}
	a^*	3.3333E+00	3.33328 kg/mm ²

* a : 降伏面の移動量

(4) 考 察

表1.121-2 および図1.121-4 より FINAS の解と理論解は一致しており、2直線近似硬化モデルに対するアリセット法のオプションが正しく作動していることが認められる。

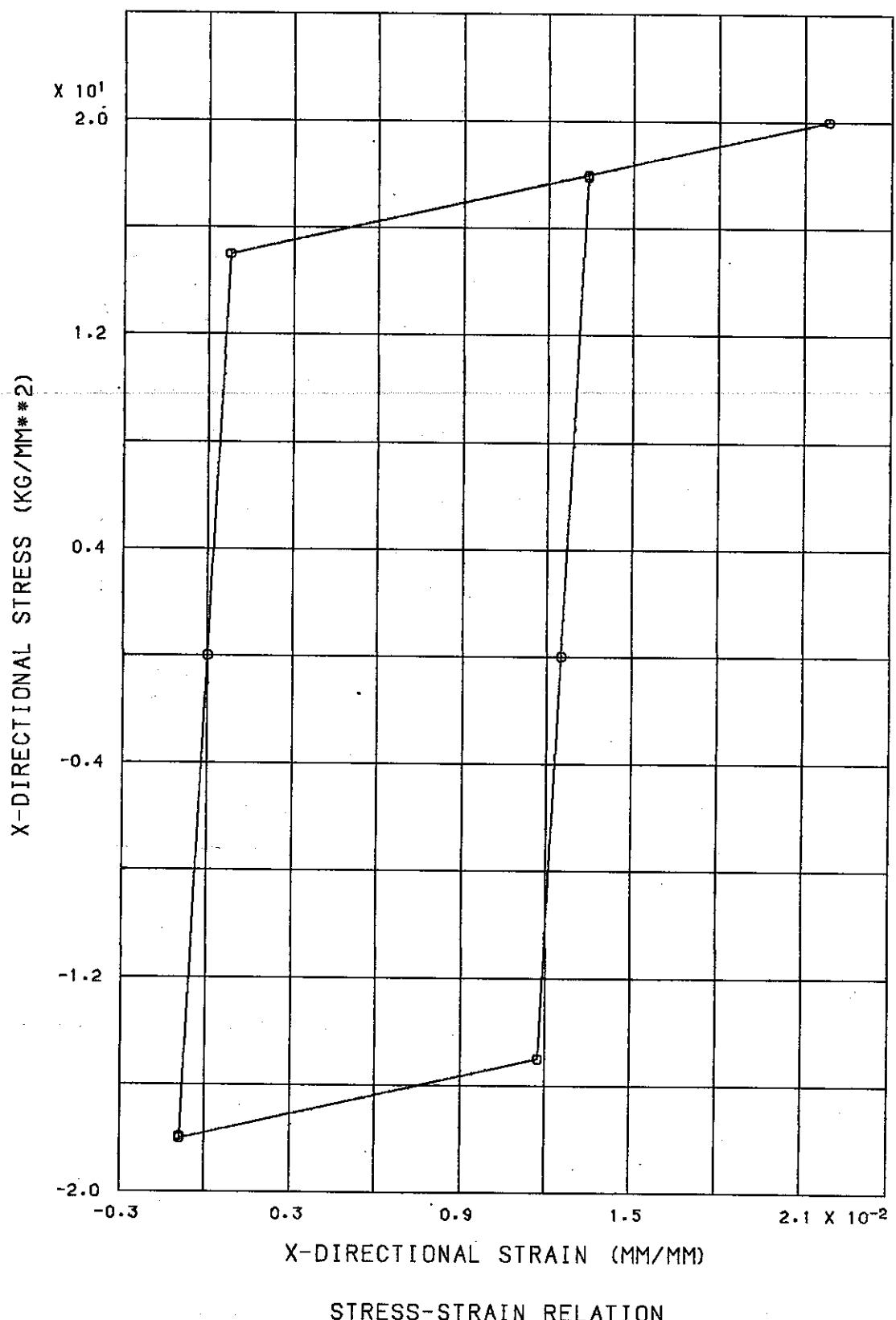


図1.121-4 応力・ひずみ履歴 ($\sigma_x - \epsilon_x^{ep}$)

1.122 VP - 122 荷重増分自動決定機能を利用したトラスの弾性大変形解析

(1) 目 的

簡単なトラス構造における大変形問題に関して、荷重増分自動決定機能を適用した FINAS の解と理論解との比較を行なう。

(2) 問題の設定

a) 解析モデル

- 構造モデル

図1.122-1に示すようなトラス構造を解析する。

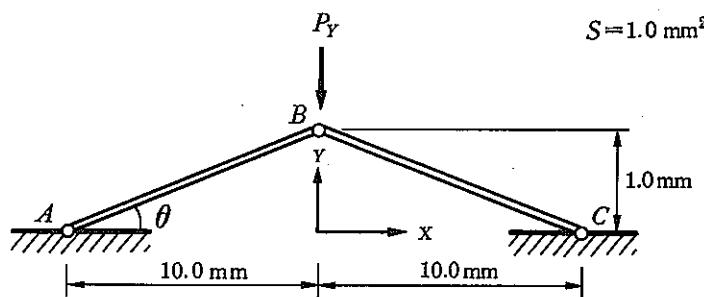


図1.122-1 構造モデル

• 使用要素

ROD2 : 3次元棒要素

• 有限要素モデル

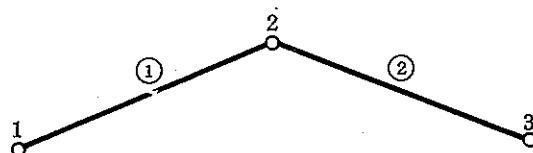


図1.122-2 有限要素モデル

b) 材料定数

材料は仮想のものとする。

$$\text{弾性係数 } E = 100.0 \text{ kg/mm}^2$$

c) 境界条件

平面問題として解析し、面外方向の自由度 U_Z を拘束する。また、両端の点は完全固定とする(図1.122-1 参照)。

A点 $U_X = U_Y = U_Z = 0$

B点 $U_Z = 0$

C点 $U_X = U_Y = U_Z = 0$

d) 負荷条件

B点において、鉛直方向に集中荷重 P_Y を負荷する。

$$P_Y = -4.0 \times 10^{-2} \text{ kg}$$

e) 理論解

図1.122-1の様なトラス構造に鉛直方向に集中荷重 P_Y が負荷された場合のその点の鉛直方向の変位 U_Y は次式で得られる。

$$\hat{U}(\hat{U}-1)(\hat{U}-2) = \hat{P}_Y \quad (1.122-1)$$

ただし、

$$\hat{U} = \frac{U_Y}{l \sin \theta} \quad (1.122-2)$$

$$\hat{P} = \frac{P_Y}{AE \sin^3 \theta} \quad (1.122-3)$$

ここで、 l は A点から B点までの長さ、 A は断面積、 E は弾性係数を表わす。

(3) 解析結果

図1.122-3にY方向変位とY方向反力を示す。

(4) 考察

図1.122-3から、FINASの解は理論解と一致しており、荷重増分自動決定機能が正しく作動したことが認められる。

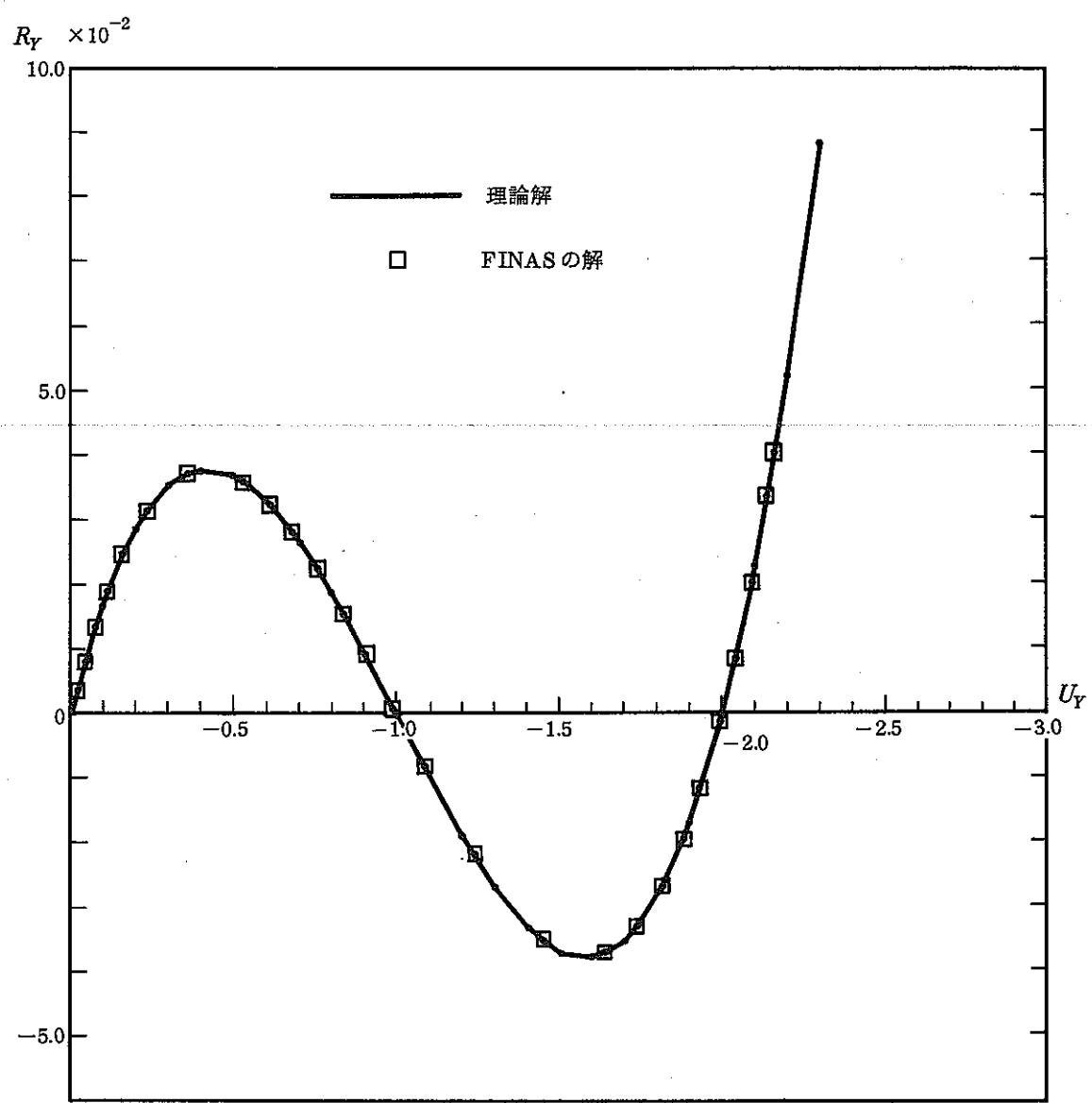


図1.122-3 Y方向変位とY方向反力との関係

1.123 VP-123 球形シェルの弾性大変形解析(変位制御)

(1) 目的

浅い球形薄肉シェルの頂部に変位荷重が作用する弾性大変形解析問題を解析し、Zienkiewicz¹⁾らの解析結果との比較を行なう。

(2) 問題の設定

a) 解析モデル

・構造モデル

開き角 21.8° 、半径 4.758 in. 、板厚 0.01576 in. の部分球殻シェル構造の全周は完全固定とし、変位制御により解析する。

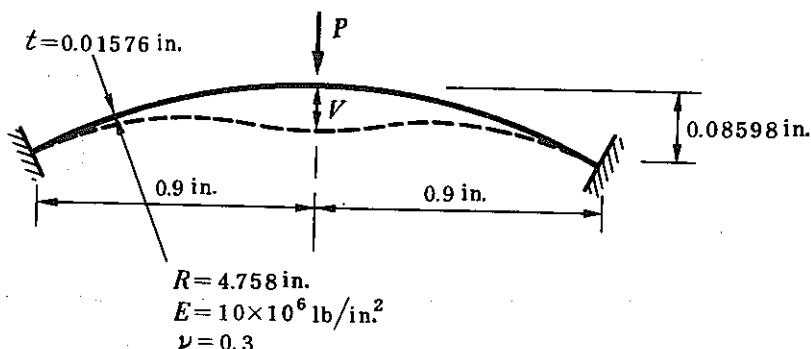


図1.123-1 構造の形状

・使用要素

QAX8 : 8節点四辺形軸対称要素

・有限要素モデル

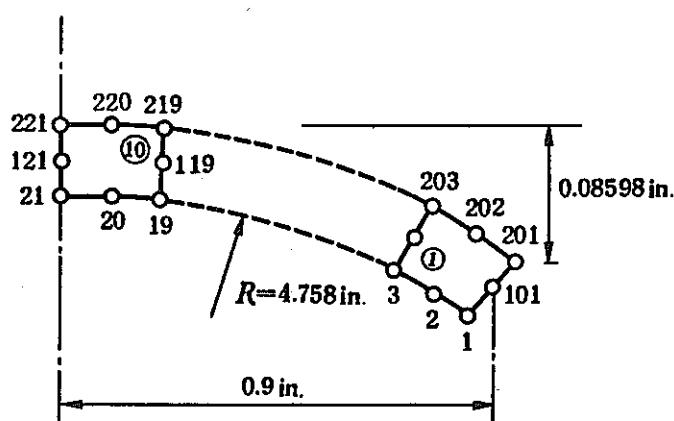


図1.123-2 有限要素モデル

b) 材料定数

弾性係数 $E = 10.0 \times 10^6 \text{ lb/in}^2$

ポアソン比 $\nu = 0.3$

c) 境界条件 (図1.123-1 参照)

- | | |
|-----|--------|
| A点側 | 対称条件 |
| B点側 | 完全固定条件 |

d) 負荷条件

A点側頂部の鉛直方向に強制変位 V を与える。

$$V = 0.17 \text{ in.}$$

e) 解 法

解析モデルの頂部に強制変位 $V = 0.0 \sim 0.17 \text{ in.}$ まで 0.005 in. 増分で 34 ステップの解析を行なう。解法は初期形状をもとに解析する Total Lagrangian 方式 (T.L.) と各ステップの形状をもとに解析する Updated Lagrangian 方式 (U.L.) の 2 つを用いる。

(3) 解析結果

図1.123-3 は解析モデルの頂点に強制変位を与えた場合の Total Lagrangian 方式、Updated Lagrangian 方式による解析結果および O.C. Zienkiewicz のものとの比較を表わしたもので、横軸は強制変位量、縦軸は反力を示している。

(4) 考 察

解析結果は、図1.123-3 のように Zienkiewicz らの解と良好な一致を示しているが、構造に剛性がなくなった時点から差異があらわれている。

〔参考文献〕

- 1) O. C. Zienkiewicz, "The Finite Element Method in Engineering Science", HEGRAW-HILL, 1971.

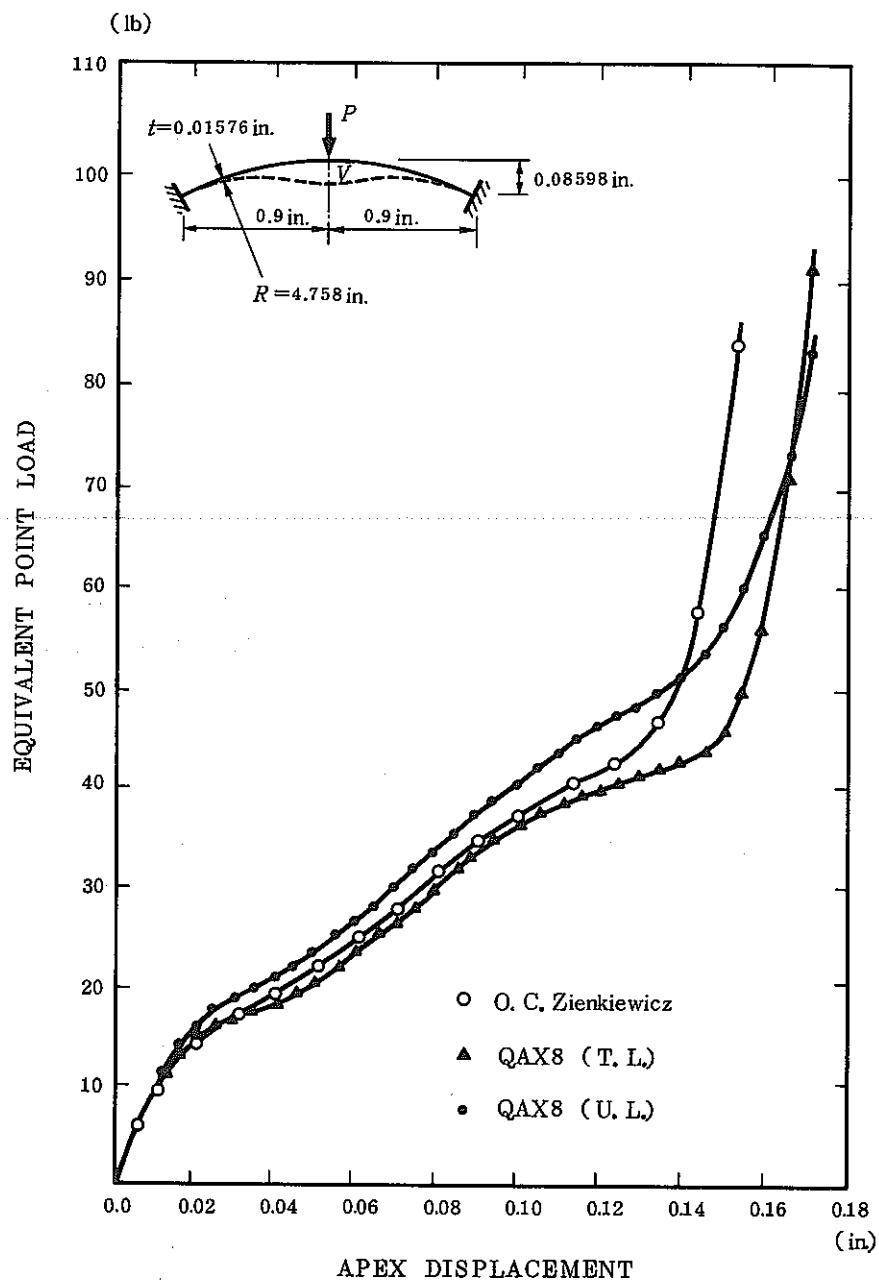


図1.123-3 解析結果の比較

1.124 VP-124 浅いアーチの弾性大変形解析

(1) 目的

固定端アーチに集中荷重が作用している構造の弾性変形解析を行ない、Bathe¹⁾ らの解析結果との比較を行なう。

(2) 問題の設定

a) 解析モデル

・構造モデル

半径 133.14 in., 開き角 14.6794° の浅いアーチの頂部に集中荷重が作用している。

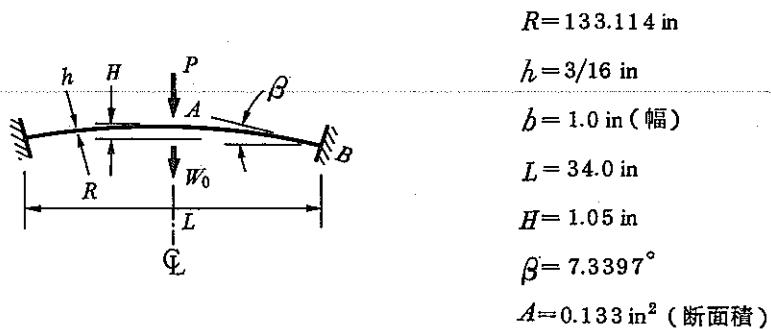


図1.124-1 構造モデルの寸法

・使用要素

QMEM8 : 8 節点四辺形平面応力要素

・有限要素モデル

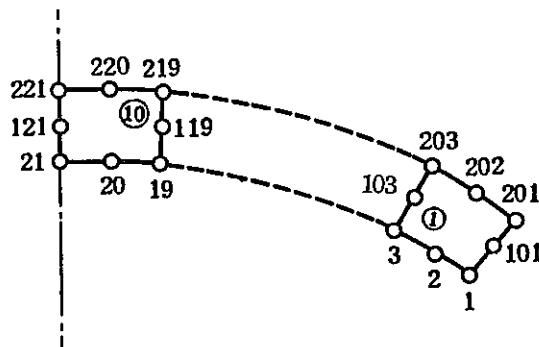


図1.124-2 有限要素モデル

b) 材料モデル

弾性係数 $E = 1.0 \times 10^7 \text{ lb/in}^2$

ポアソン比 $\nu = 0.2$

c) 境界条件

A点側 対称条件

B点側 完全固定条件

d) 負荷条件

A点側頂部の鉛直方向に強制変位 V を与える。

$$V = 0.3 \text{ in.}$$

e) 解 法

解析モデルの頂部に強制変位 $V = 0.0 \sim 0.3 \text{ in.}$ まで 0.01 in. 増分で30ステップの解法を行なう。解法は初期形状とともに解析する Total Lagrangian 方式 (T. L.) と各ステップの形状をもとに解析する Update Lagrangian 方式 (U. L.) の2つを用いる。

(3) 解析結果

図1.124-3はアーチ頂点に強制変位を与えた場合の Total Lagrangian 方式、Updated Lagrangian 方式による解析結果との比較を表わしている。

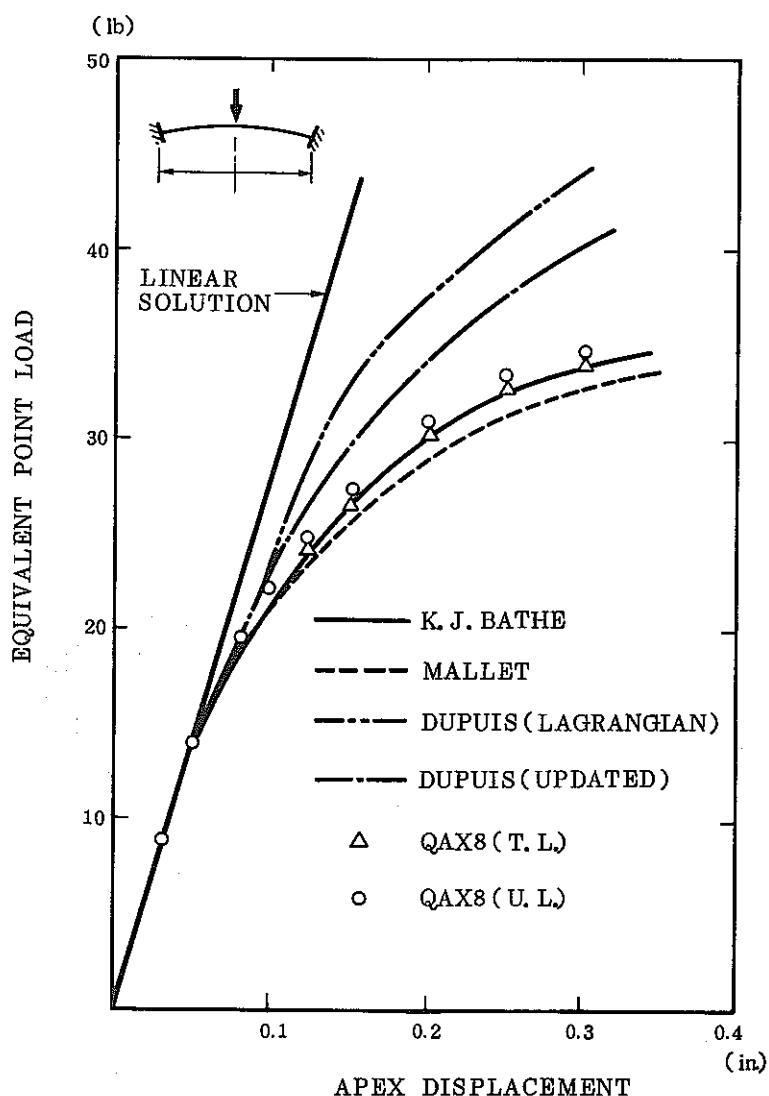


図1.124-3 解析結果

(4) 考 察

図1.124-3 より QMEM8 要素の結果は Bathe らの結果とよく一致している。

[参考文献]

- 1) K. J. Bathe, S. Bolourchi, " Large displacement analysis of three-dimension beam structure ", Int. J. num. meth. engin., Vol. 14, 961~986 (1979)

1.125 V-125 柱状構造物の弾塑性大変形問題

(1) 目的

柱状構造の弾塑性大変形解析を行ない、FINAS の解と Bathe¹⁾ の解との比較を行なう。

(2) 問題の設定

a) 解析モデル

- 構造モデル

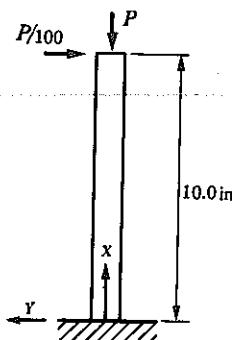


図1.125-1 構造モデル

- 使用要素

QM8 : 8節点四辺形平面応力要素

- 有限要素モデル

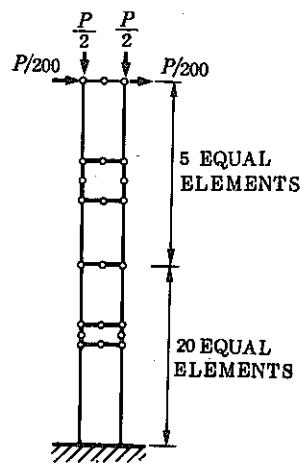


図1.125-2 有限要素モデル

b) 材料定数

弾性係数

$$E = 3.0 \times 10^7 \text{ psi}$$

ポアソン比	$\nu = 0.3$
降伏応力	$\sigma_Y = 4.4 \times 10^4$ psi
加工硬化係数	$H' = 3.030303 \times 10^5$

c) 境界条件

OAに沿い	$u_z = 0$
点Oにおいて	$u_x = u_y = u_z = 0$

d) 負荷条件

A点のx方向荷重として $P_X = P$ lb, $P_Y = P/100$ を負荷する。

e) 解法

初期形状をもとに解析する Total Lagrangian (T. L.) と前ステップの形状をもとに解析する Updated Lagrangian (U. L.) 方式の2つを用いる。

(3) 解析結果

図1.125-3は横軸に変位率、縦軸に荷重変数を表わしたものである。

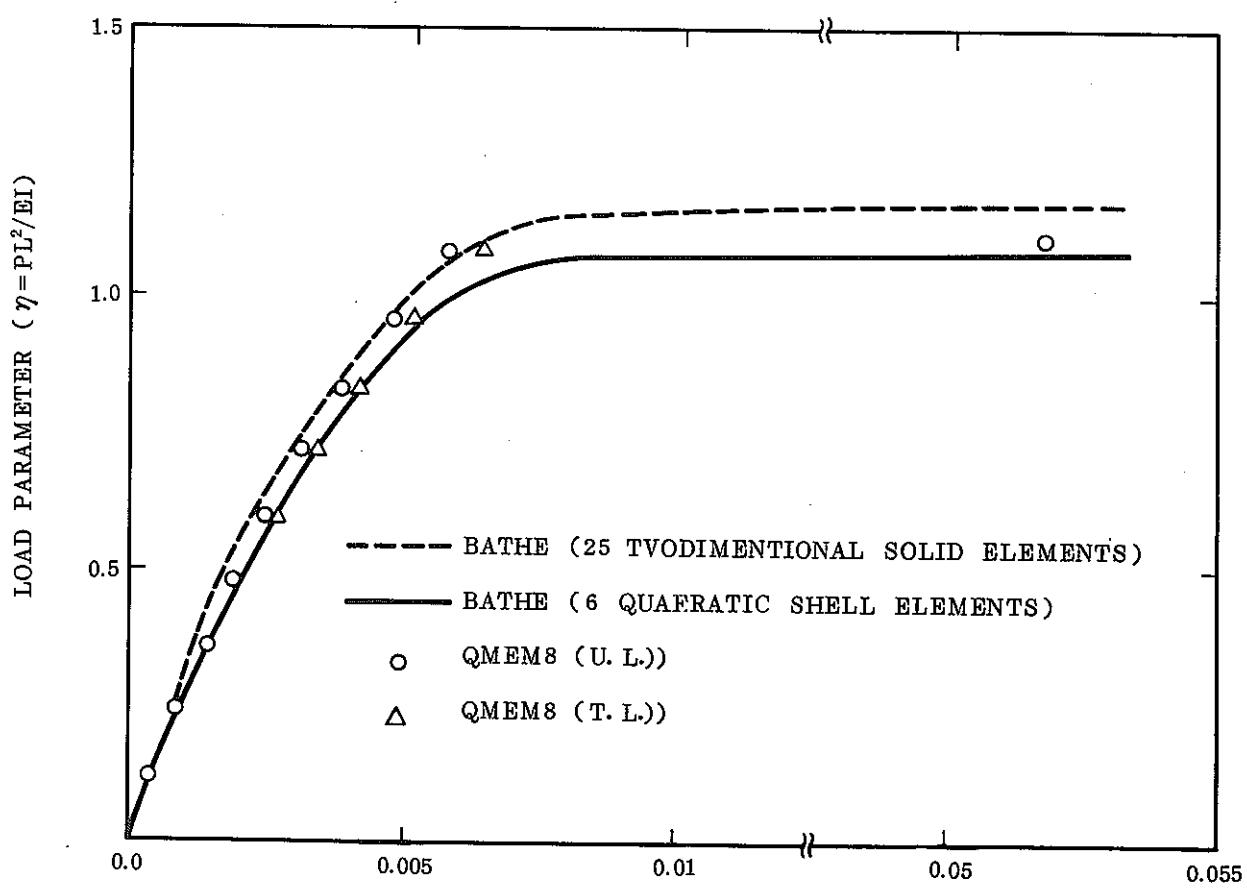


図1.125-3 解析結果

(4) 考 察

図1.125-3 より QMEM8 要素を用いた解析結果は Bathe のものとよく一致している。

〔参考文献〕

- 1) KLAUS-JÜRGEN BATHE, SAID BOLOURCHI, "A GEOMETRIC AND MATERIAL NONLINEAR PLATE AND SHELL ELEMENT", Computer & Structure Vol.11, 1980.

1.126 VP-126 変位境界条件変更問題(1)

(1) 目的

規定変位境界条件が変更される弾性問題において FINAS の解と理論解との比較を行なう。

(2) 問題の設定

a) 解析モデル

・構造モデル

構造は平面構造とし、その形状と寸法を図1.126-1に示す。

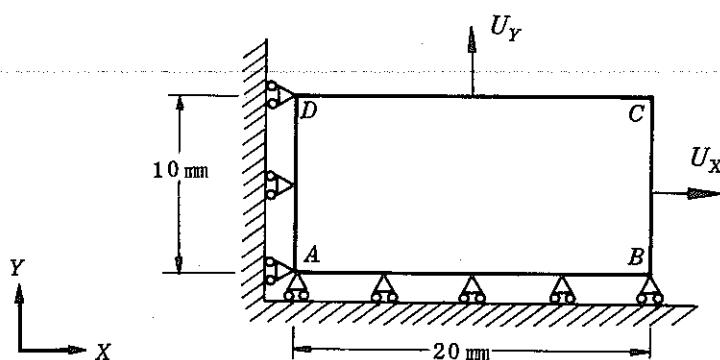


図1.126-1 構造モデル

・使用要素

QM4M4 : 4 節点四辺形平面応力要素

・有限要素モデル

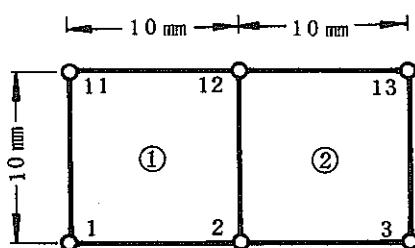


図1.126-2 有限要素モデル

b) 材料定数

材料はオーステナイトステンレス鋼 SUS304 として以下の定数を使用する。

$$\text{弾性定数} \quad E = 15200 \text{ kg/mm}^2$$

$$\text{ポアソン比} \quad \nu = 0.0$$

c) 境界条件 (図1.126-1 参照)

解析ステップにおける規定変位境界条件の変更を考慮して次の条件を与える。

• ステップ 1

ABに沿い	$U_Y = 0.0$
ADに沿い	$U_X = 0.0$
BCにおいて	$U_X = 1.0$

• ステップ 2

ABに沿い	$U_Y = 0.0$
ADに沿い	$U_X = 0.0$
DCにおいて	$U_Y = 1.0$

d) 理論解

表1.126-1 参照。

(3) 解析結果

表1.126-1 参照。

表1.126-1 FINASの解と理論解の比較

ステップ	成 分		FINAS の解	理 論 解
1	変 位 〔mm〕	U_X	1.00000E+00	1.0
		U_Y	2.40409E-17	0
	ひ ず み	ϵ_X	5.0000 E-02	5.0×10^{-2}
		ϵ_Y	1.3890 E-18	0
		γ_{XY}	2.0694 E-18	0
	応 力 〔kg/mm ² 〕	σ_X	7.6000 E+02	760.0
		σ_Y	2.1113 E-14	0
		τ_{XY}	1.5727 E-14	0
2	変 位 〔mm〕	U_X	1.00000E+00	1.0
		U_Y	1.00000E+00	1.0
	ひ ず み	ϵ_X	5.0000 E-02	5.0×10^{-2}
		ϵ_Y	1.0000 E-01	1.0×10^{-1}
		γ_{XY}	1.4212 E-17	0
	応 力 〔kg/mm ² 〕	σ_X	7.6000 E+02	760.0
		σ_Y	1.5200 E+03	1520.0
		τ_{XY}	1.0801 E-13	0

(4) 考 察

表1.126-1 より FINAS の解と理論解は一致しており、規定変位境界条件が変更される弾性問題が正しく解析されたことが認められる。

1.127 VP-127 変位境界条件変更問題 (2)

(1) 目的

変位線形結合条件が変更される弾性問題において FINAS の解と理論解との比較を行なう。

(2) 問題の設定

a) 解析モデル

- 構造モデル

図1.127-1に示されるような断面積の異なった棒。

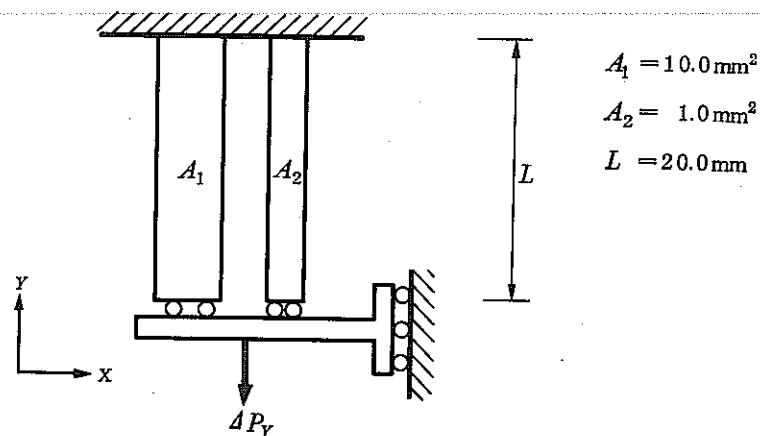


図1.127-1 構造モデル

- 使用要素

ROD2 : 3次元棒要素

- 有限要素モデル

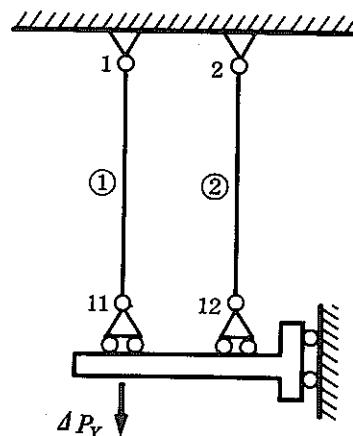


図1.127-2 有限要素モデル

b) 材料定数

材料定数は仮想のものとして要素①, ②に対して次の弾性係数を使用する。

$$\text{弾性係数 } E_1 = 100.0 \text{ kg/mm}^2$$

$$E_2 = 200.0 \text{ kg/mm}^2$$

c) 境界条件 (図1.127-2 参照)

解析ステップにおける変位線形結合条件の変更を考慮して次のものを与える。

- ステップ 1 節点 1, 2 において $U_X = U_Y = U_Z = 0$
節点 11, 12 において $U_X = U_Z = 0$ および U_Y は一様の変位
- ステップ 2 節点 1, 2 において $U_X = U_Y = U_Z = 0$
節点 11, 12 において $U_X = U_Z = 0$

d) 負荷条件 (図1.127-2 参照)

各ステップとも節点 11 に軸方向荷重 ΔP_Y を与える。

$$\Delta P_Y = -1.0 \text{ kg}$$

f) 理論解

- ステップ 1 ($P_Y = -1.0$)

節点の軸方向変位 U_Y は変位線形結合条件を考慮して次式から得られる。

$$U_Y = \frac{LP_Y}{E_1 A_1 + E_2 A_2} \quad (1.127-1)$$

また、各要素のひずみ、応力は次式で計算される。

$$\epsilon_i = \frac{U_Y}{L} \quad \sigma_i = E_i \epsilon_i \quad (i = 1, 2) \quad (1.127-2)$$

- ステップ 2 ($P_Y = -2.0$)

変位線形結合条件が変更され節点 11 の軸方向変位 U_Y^{11} は式(1.126-3)で得られる。

$$U_Y^{11} = \frac{E_1 A_1 L R_Y + E_2 A_2 L \Delta P_Y}{(E_1 A_1 + E_2 A_2) E_1 A_1} \quad (1.127-3)$$

ただし、 ΔP_Y はステップ 2 で与えられた軸方向荷重増分である。

要素 1 のひずみ応力は次式で計算される。

$$\epsilon_1 = \frac{E_1 A_1 P_Y + E_2 A_2 \Delta P_Y}{(E_1 A_1 + E_2 A_2) E_1 A_1} \quad (1.127-4)$$

$$\sigma_1 = E_1 \epsilon_1 \quad (1.127-5)$$

(3) 解析結果

表1.127-1 参照。

表1 127-1 FINASの解と理論解

ス テ ッ プ	成 分		FINAS の 解	理 論 解
1	変 位 〔mm〕	U^{11}	-1.66667E-02	1.67×10^{-2}
		U^{12}	-1.66667E-02	1.67×10^{-2}
	ひ ず み	ϵ_1	8.3333 E-04	8.33×10^{-4}
		ϵ_2	8.3333 E-04	8.33×10^{-4}
	応 力 〔kg/mm ² 〕	σ_1	8.3333 E-02	8.33×10^{-2}
		σ_2	1.6667 E-01	1.67×10^{-1}
2	変 位 〔mm〕	U^{11}	-3.66667E-02	3.67×10^{-2}
		U^{12}	-1.66667E-02	1.67×10^{-2}
	ひ ず み	ϵ_1	1.8333 E-03	1.833×10^{-3}
		ϵ_2	8.3333 E-04	8.33×10^{-4}
	応 力 〔kg/mm ² 〕	σ_1	1.8333 E-01	1.833×10^{-1}
		σ_2	1.6667 E-01	1.67×10^{-1}

(4) 考 察

表1.127-1 から FINAS の解と理論解が一致しており、変位線形結合条件が変更される弾性問題が正しく解析されたことが認められる。

1.128 VP-128 変位境界条件変更問題(3)

(1) 目的

規定変位境界条件が変更され荷重が負荷される弾性問題において FINAS の解と理論解との比較を行う。

(2) 問題の設定

a) 解析モデル

・構造モデル

構造は平面構造とし、その形状と寸法を図1.128-1に示す。

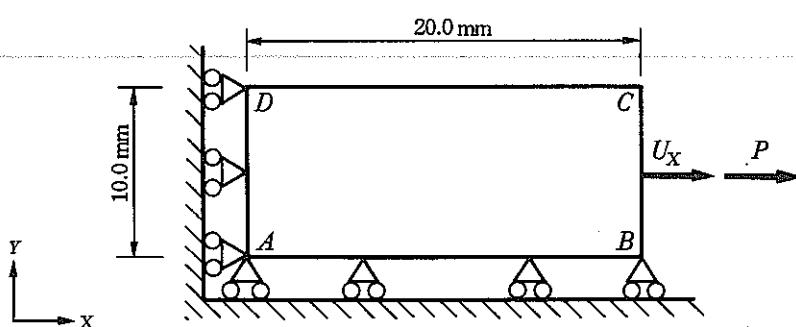


図1.128-1 構造モデル

・使用要素

QMEM4 : 4 節点四辺形平面応力要素

・有限要素モデル

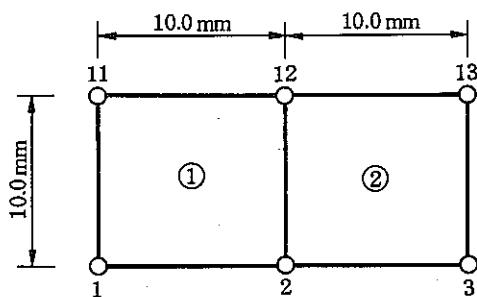


図1.128-2 有限要素モデル

b) 材料定数

材料はオーステナイトステンレス鋼SUS304として以下の定数を使用する。

弾性定数 $E = 15200 \text{ kg/mm}^2$

ボアソン比 $\nu = 0.0$

c) 境界条件 (図1.128-1 参照)

• ステップ1

$$AB \text{ に沿って } U_Y = 0.0$$

$$AD \text{ に沿って } U_X = 0.0$$

$$CB \text{ において } U_X = 1.0$$

• ステップ2

$$AB \text{ に沿って } U_Y = 0.0$$

$$AD \text{ に沿って } U_X = 0.0$$

d) 負荷条件 (図1.128-1, 図1.128-2参照)

ステップ2において節点3, 13にX軸方向荷重 ΔP を与える。

$$\Delta P = 3800 \text{ kg}$$

e) 理論解

表1.128-1 参照。

(3) 解析結果

表1.128-1 参照。

表1.128-1 FINASの解と理論解

ステップ	成 分		FINAS の 解	理 論 解
1	変 位 〔mm〕	U_X	1.00000E+00	1.0
		U_Y	2.40409E-17	0
	ひ ず み	ϵ_X	5.0000 E-02	5.0×10^{-2}
		ϵ_Y	1.3890 E-18	0
		γ_{XY}	2.0694 E-18	0
	応 力 〔kg/mm ² 〕	σ_X	7.6000 E+02	760.0
		σ_Y	2.1113 E-14	0
		τ_{XY}	1.5727 E-14	0
2	変 位 〔mm〕	U_X	2.00000E+00	2.0
		U_Y	2.40409E-17	0
	ひ ず み	ϵ_X	1.0000 E-01	1.0×10^{-1}
		ϵ_Y	1.3890 E-18	0
		γ_{XY}	-1.4000 E-18	0
	応 力 〔kg/mm ² 〕	σ_X	1.5200 E+03	1.52×10^3
		σ_Y	2.1113 E-14	0
		τ_{XY}	-1.0640 E-14	0

(3) 考 察

表1.128-1からFINASの解と理論解は一致しており、規定変位境界条件が変更され、荷重が負荷される弾性問題が正しく解析されたことが認められる。

結語

本報告書は FINAS 改良・整備作業として、本年度実施された内容の報告である。昭和51年7月から昭和56年6月までの5ヶ年間で開発された、高速炉非弾性構造解析システム FINAS は、昭和56年7月より改良・整備の段階に入った。構造分野における汎用プログラムに要求される機能や性能は多様なものであり、初期の5ヶ年ですべてを満たしたわけではない。開発の最終段階において、機能と性能の両面より、FINAS の評価が行なわれた。その結果、より有効で実用的なシステムを目指して、昭和56年7月より改良・整備を行なうことになった。また、FINAS の利用者から寄せられている要望や指摘等を考慮しながら、プログラム機能の拡張と改良が計画・実施されることになった。

FINAS が有効なシステムとして長期的に機能するためには、プログラムの改良・整備も継続的に実施する必要がある。プログラムの成長のためには、広範囲の利用者から寄せられるコメントや要望を如何に反映するかが重要である。また、FBR関連製造メーカー、公的研究機関、一般利用などの実用的利用の段階を迎えて、より一層幅広く利用者の声に耳を傾けなければならないし、これに迅速に応える体制も重要である。

本年度の改良・整備作業を進めるにあたり、動力炉・核燃料開発事業団大洗工学センター構造物強度試験室今津彰室長には有益なご指導をいただき、また、同室の岩田耕司氏、大矢哲夫氏には格別のご指導とご支援をいただいたことに深く感謝したい。また、FINAS の利用にあたっては計算室の佐藤一雄氏、菊地俊一氏にはご配慮をいただき、厚くお礼を申し上げる。さらに、多くの FINAS 利用者の方々からは、数多くの有益な指摘や助言をいただき、深く謝意を表したい。